

# Numerička analiza strujanja kroz aksijalni ventilator sa srpastim lopaticama

---

Šešet, Krunoslav

Master's thesis / Diplomski rad

2015

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:178740>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**NUMERIČKA ANALIZA STRUJANJA KROZ  
AKSIJALNI VENTILATOR SA SRPASTIM  
LOPATICAMA**

DIPLOMSKI RAD

Student:  
Krunoslav Šešet

Zagreb, 2015

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**NUMERIČKA ANALIZA STRUJANJA KROZ  
AKSIJALNI VENTILATOR SA SRPASTIM  
LOPATICAMA**

DIPLOMSKI RAD

Mentor:  
Izv.prof.dr.sc. Željko Tuković

Student:  
Krunoslav Šešet

Zagreb, 2015

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru Izv. prof. dr. sc. Željku Tukoviću na pruženoj stručnoj pomoći i savjetima, kako pri izradi ovog diplomskog rada tako i tokom studija. Također, zahvaljujem se svojoj obitelji, kolegama i prijateljima koji su mi uljepšali vrijeme provedeno na studiju i omogućili mi da ovaj studij uspješno privedem kraju.





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Krunoslav Šešet**

Mat. br.:

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza strujanja kroz aksijalni ventilator sa srpastim lopaticama**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of fluid flow through axial fan with sickle blades**

Opis zadatka:

Aksijalni ventilatori sa srpastim lopaticama koriste se u sustavima hlađenja i ventilacije, a karakteristični su po tome što ostvaruju velike protoke uz vrlo nisku emisiju buke.

U sklopu diplomskog rada potrebno je izraditi numerički model strujanja zraka kroz aksijalni ventilator sa srpastim lopaticama. Strujanje zraka treba opisati primjenom osrednjenih Navier-Stokesovih jednadžbi zapisanih u rotirajućem koordinatnom sustavu. Usporedbom karakteristike ventilatora dobivene numeričkom simulacijom s eksperimentalno određenom karakteristikom potrebno je odabrati model turbulencije koji daje najbolje poklapanje s eksperimentom. Svi potrebni podaci za izradu diplomskog rada bit će stavljeni na raspolaganje od strane mentora.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualnu pomoć.

Zadatak zadan:  
13. studenog 2014.

Rok predaje rada:  
15. siječnja 2015.

Predviđeni datumi obrane:  
21., 22. i 23. siječnja 2015.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Željko Tuković

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Ventilatori . . . . .	1
1.2	Aksijalni ventilatori . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Osnove strujanja kroz impeler</b>	<b>5</b>
2.1	Mirujuća rešetka . . . . .	6
2.2	Pomična rešetka . . . . .	8
2.3	Reaktivnost . . . . .	10
2.4	Stupanj korisnosti . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Numerička analiza</b>	<b>11</b>
3.1	Navier-Stokes jednadžbe za nestlačivo stacionarno strujanje . . . . .	12
3.2	Metoda pokretnog koordinatnog sustava (MRF - <i>eng. Moving Reference Frame</i> ) . . . . .	12
3.3	Diskretizacija domene i jednadžbi . . . . .	13
3.3.1	Diskretizacija domene aksijalnog ventilatora . . . . .	18
3.4	Rubni uvjeti . . . . .	22
3.5	Modeli turbulencije . . . . .	24
3.5.1	$k-\epsilon$ model turbulencije za nestlačivo strujanje bez izvora kinetičke energije i disipacije . . . . .	25
3.5.2	$k-\omega$ model turbulencije za nestlačivo strujanje bez izvora kinetičke energije i disipacije . . . . .	27
3.5.3	Zidne funkcije . . . . .	28
3.5.4	Rješavanje diskretiziranih jednadžbi strujanja . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Analiza rezultata</b>	<b>34</b>
4.0.5	Usporedba modela turbulencije . . . . .	35
4.0.6	Radna krivulja ventilatora dobivena modelom $k-\omega$ SST . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>43</b>



# Popis slika

1.1	Aksijalni ventilator (a), Centrifugalni ventilator (b), Tangencijalni ventilator (c) ( <a href="#">Orientalmotor</a> , pristup 1. Srpnja 2015).	1
1.2	Aksijalni ventilator ( <a href="#">Directindustry</a> , pristup 1. Srpnja 2015).	2
1.3	Periodičnost.	3
1.4	Zadebljanje profila lopatice.	4
2.1	Srpasta lopatica analiziranoga ventilatora.	5
2.2	Tok strujnica kroz mirujuću rešetku.	6
2.3	Sile i brzine u mirujućoj rešetci.	7
2.4	Sile i brzine u pomičnoj rešetci.	9
3.1	Diskretizacija prostora kontrolnim volumenima.	14
3.2	2D elementi.	15
3.3	3D elementi.	16
3.4	Vrednovanje kvalitete mreže a) Neortogonalnost, b) <i>Skewness</i>	17
3.5	Dimenzije generirane domene.	18
3.6	Diskretizirana domena strujanja.	18
3.7	Diskretizacija međuprostora između lopatice i cilindričnog kućišta - 2D presjek.	19
3.8	Diskretizacija međuprostora između lopatice i cilindričnog kućišta - 3D pogled presjeka.	19
3.9	Ekstrudirani granični sloj na spoju lopatice i elektromotora.	20
3.10	Postavke rubnih uvjeta.	23
3.11	Profil brzine u graničnom sloju.	28
3.12	$y+$ veličina za najveću brzinu strujanja (lijevo, $k = 0$ ) i najmanju brzinu strujanja (desno, $k = 8$ ).	31
4.1	3D slika strujnica.	34
4.2	Položaj radijalnog presjeka lopatice za usporedbu modela turbulencije $[0, 25m]$	37

---

4.3	Konture i vektori relativnih brzina oko lopatice za uspoređivene modele turbulencije . . . . .	37
4.4	Krivulje prirasta statičkog tlaka (gore lijevo), prirasta totalnog tlaka (gore desno), koeficijenta iskoristivosti (dolje lijevo) i snage (dolje desno) u ovisnosti o protoku. . . . .	39
4.5	Položaji radijalnih presjeka lopatice za usporedbu radnih točaka $k - \omega$ SST modela turbulencije (0, 1; 0, 2; 0, 3 i 0, 38 <i>m</i> ). . . . .	39
4.6	Konturni prikaz meridijalnog presjeka relativne brzine strujanja kroz zazor između lopatice i kućišta ventilatora. . . . .	40
4.7	Relativno strujanje oko lopatice, u radnoj točki s najvećim protokom ( $k = 0$ ), na radijalnim presjecima 0, 1 <i>m</i> ; 0, 2 <i>m</i> ; 0, 3 <i>m</i> i 0, 38 <i>m</i> . . . . .	41
4.8	Relativno strujanje oko lopatice, u radnoj točki s najvećom iskoristivosti ( $k = 8$ ), na radijalnim presjecima 0, 1 <i>m</i> ; 0, 2 <i>m</i> ; 0, 3 <i>m</i> i 0, 38 <i>m</i> . . . . .	42

# Popis tablica

4.1	Varijable konstantnih vrijednosti . . . . .	34
4.2	Objašnjenje oznaka u tablicama s dobivenim podacima . . . . .	35
4.3	Usporedbe modela turbulencije . . . . .	36
4.4	Izračunate radne točke za model turbulencije $k - \omega$ SST . . . . .	38

# Popis oznaka

Simbol	Opis	Mjerna jedinica
$a$	matrice koeficijenata	
$a_{ekv}$	ekvivalentna dužina stranice	$m$
$a_w$	korekcijski faktor	$m$
$b$	razmak između lopatica	$m$
$b$	izvorni član	
$dt$	vremenski diferencijal	
$e$	jedinični vektor	1
$f_i$	generička funkcija	
$g$	gravitacijsko ubrzanje	$m/s^2$
$h_1$	visina prvog elementa rubnog sloja	$m$
$k$	axijalna koordinata	$m$
$k$	specifična kinetička energija turbulencije	$m^2/s^2$
$k$	von Karmanova konstanta	
$k$	koeficijent pada tlaka	
$n$	brzina vrtnje	$s^{-1}$
$n$	vektor normale	
$p$	statički tlak	$Pa$
$p_{tot}$	totalni tlak	$Pa$
$p_{din}$	dinamički tlak	$Pa$
$p_0$	zaustavni tlak	$Pa$
$p_\infty$	maksimalni tlak u strujanju	$Pa$
$r$	radijalna koordinata	$m$
$\Delta p$	razlika tlaka	$Pa$
$t$	visina rešetke	$m$
$u$	obodna brzina	$m/s$
$u^+$	bezdimenzijska brzina	
$v$	apsolutna brzina	$m/s$
$v_{rel}$	relativna brzina	$m/s$
$v_{mov}$	brzina gibanja koordinatnog sustava	$m/s$
$v_n$	normalna komponenta brzine	$m/s$
$v_t$	tangencijalna komponenta brzine	$m/s$
$v_\infty$	maksimalna brzina u strujanju	$m/s$
$x$	axijalna koordinata	$m$
$y$	axijalna koordinata	$m$
$y^+$	bezdimenzijska udaljenost	
$z$	axijalna koordinata	$m$

Simbol	Opis	Mjerna jedinica
$A$	površina	$m^2$
$A_f$	površina stranice kontrolnog volumena	$m^2$
$B$	konstanta	
$C$	konstanta	
$D_\omega$	među-difuzija između $k$ i $\omega$	$Pa/s$
$E$	konstanta	
$F$	sila na lopaticu	$N$
$F_x$	$x$ komponenta sile na lopaticu	$N$
$F_y$	$y$ komponenta sile na lopaticu	$N$
$F'$	sila na fluid	$N$
$F'_x$	$x$ komponenta sile na fluid	$N$
$F'_y$	$y$ komponenta sile na fluid	$N$
$G_k, G_\omega$	generiranje $k$ tj. $\omega$	$Pa/s$
$H$	visina dobave	$m$
$P$	snaga	$W$
$Q$	volumenski protok	$m^3/s$
$R$	reaktivnost	
$S_{ij}$	tenzor brzine deformacije	
$V$	volumen	$m^3$
$Y_k, Y_\omega$	disipacija $k$ tj. $\omega$	$Pa/s$
$\alpha$	kut nastrojavanja	$m$
$\alpha'$	kut nastrojavanja kod rešetke	$m$
$\alpha_k$	inverzni efektivni Prandtlov broj za $k$	
$\alpha_\epsilon$	inverzni efektivni Prandtlov broj za $\omega$	
$\epsilon$	disipacija turbulencije	$m^2/s^2$
$\eta$	faktor korisnosti	
$\rho$	gustoća	$kg/m^3$
$\mu$	molekularna viskoznost	$Pa\cdot s$
$\mu_t$	turbulentna viskoznost	$Pa\cdot s$
$\phi$	kutna koordinata	$rad$
$\sigma_k$	Prandtlov broj za $k$	
$\sigma_\epsilon$	Prandtlov broj za $\omega$	
$\tau$	tangencijalno naprezanje	$N/m^2$
$\tau_w$	tangencijalno naprezanje na stijenci zidne površine	$N/m^2$
$\omega$	kutna brzina	$s^{-1}$
$\omega$	specifična disipacija turbulencije	$m^2/s^2$
$\Gamma_k$	koeficijent efektivne difuzivnosti $k$	
$\Gamma_\epsilon$	koeficijent efektivne difuzivnosti $\epsilon$	
$\Phi$	varijabla strujanja u centru kontrolnog volumena	
$\Phi_f$	varijabla strujanja u centru površine kontrolnog volumena	
$\bar{\cdot}$	vremensko usrednjavanje	





## Sažetak

U ovom radu numerički je analizirano strujanje zraka kroz aksijalni ventilator sa srpastim lopaticama.

Za vrednovanje rada ventilatora potrebno je poznavati strujanje fluida kroz njega. Eksperimentalna analiza strujanja fluida izuzetno je skupa i zahtjevna te se razvojem računala sve više prednosti daje numeričkoj analizi. Nažalost, numerička analiza je još uvijek u razvoju te zahtijeva eksperimentalnu validaciju.

CAD model ventilatora dobiven je od proizvođača koji je obrađen u CAD programu Catia<sup>®</sup> i pripremljen za izradu površinske mreže. Površinska mreža izrađena je u programu Pointwise<sup>®</sup>, volumenska u programu TGrid<sup>®</sup> a simulacije i obrada podataka u programu Fluent<sup>®</sup>.

Uspoređena su četiri modela turbulencije koja su implementirana u programu Fluent<sup>®</sup>:

- standardni  $k-\epsilon$  model
- RNG  $k-\epsilon$  model
- realisable  $k-\epsilon$  model
- $k-\omega$  sst model

Najvjerodostojnijim modelom turbulencije, kojim se pokazao  $k-\omega$  sst model, izračunata je radna karakteristika ventilatora.

Ključne riječi: ventilator, RDF, turbulencija, simulacije.

## Summary

In this thesis air flow through the axial fan with sickle blades was numerically analysed.

For the evaluation of the fan it is necessary to know the flow of fluid through it. Experimental analysis of fluid flow is extremely costly and demanding, and with the development of computers the advantage is given to numerical analysis. Unfortunately, numerical analysis is still under development and requires experimental validation.

CAD model of the fan was provided by the producer and it was processed in CAD software Catia<sup>®</sup> and prepared for surface meshing. Surface mesh was made in meshing software Pointwise<sup>®</sup> and, simulations and post processing was done in Fluent<sup>®</sup>.

Four turbulence models, that are implemented in Fluent<sup>®</sup>, were validated:

- standardni k- $\epsilon$  model
- RNG k- $\epsilon$  model
- realisable k- $\epsilon$  model
- $k - \omega$  sst model

Most credible turbulence model, which was *k omega* sst model, was used to calculate working characteristics of the fan.

Key words: fan, CFD, turbulence, simulations.

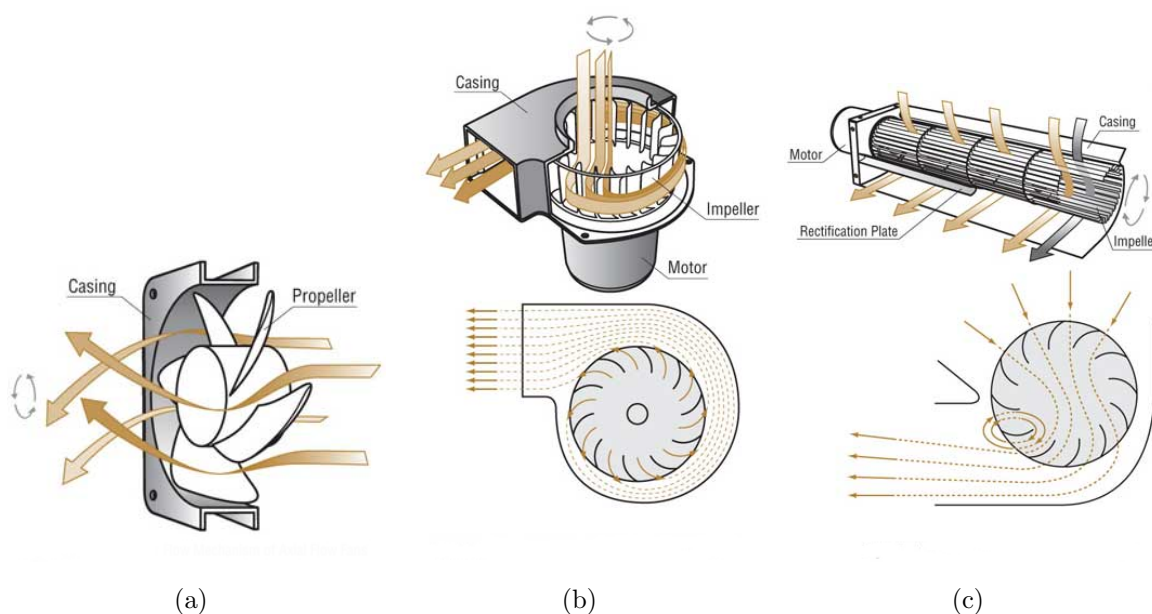
# 1. Uvod

## 1.1 Ventilatori

Ventilator je mehanički uređaj koji pomoću rotacijskog gibanja lopatica stvara strujanje zraka. Energija se preko lopatica predaje zraku i u njemu se stvara prirast tlaka uslijed kojega se povećava njegov protok.

Ventilatori se najčešće dijele prema smjeru toka zraka kroz sam uređaj s obzirom na rotacije:

- Aksijalni ventilatori
- Centrifugalni ventilatori
- Tangencijalni ventilatori



Slika 1.1: Aksijalni ventilator (a), Centrifugalni ventilator (b), Tangencijalni ventilator (c) ([Orientalmotor](#), pristup 1. Srpnja 2015).

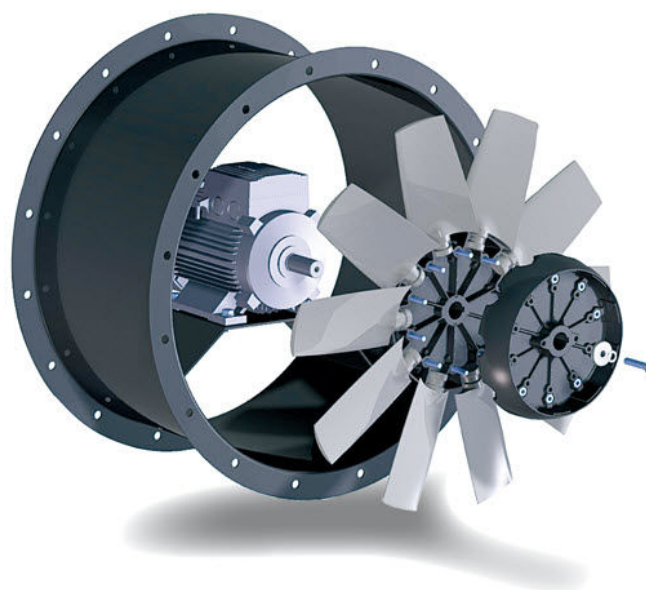
## 1.2 Aksijalni ventilatori

Aksijalni ventilatori naziv su dobili prema smjeru strujanja zraka kroz rotor. Zrak struji u smjeru osi rotacije rotora što aksijalnim ventilatorima omogućava jednostavnu i kompaktnu konstrukciju. Za razliku od centrifugalnih ventilatora, aksijalni tiše rade ali im je, s obzirom na prirast tlaka, radno područje znatno manje ([Bradshaw & Mehta, pristup 5. Srpnja 2015](#)).

Pri visokim iznosima prirasta tlaka, na lopaticama će se pojaviti točka zastoja, te će najčešće počevši od korijena lopatice (gdje je najveći kut između lopatice i osi rotacije) zrak strujati uzvodno. Nadalje, pri niskim vrijednostima prirasta tlaka dolazi do negativnog kuta nastrujavanja fluida na lopaticu.

Aksijalni ventilatori imaju široku industrijsku primjenu. Počevši od hladnjaka elektroničkih dijelova, preko ventilacijskih sustava do zračnih tunela. Neophodna je takva konstrukcija ventilatora koja će osigurati optimalan rad sa strane iskoristivosti, buke i čvrstoće. Glavni pokazatelj kvalitete rada ventilatora je strujanje fluida za čije je ispitivanje potreban velik broj skupih i zahtjevnih eksperimenata. Razvojem računalne tehnike znatno se smanjila potreba za eksperimentima jer ih je moguće zamijeniti jeftinijim i bržim numeričkim metodama.

Simuliranjem strujanja fluida bavi se računalna dinamika fluida koja, danas još uvijek, zahtjeva eksperimentalnu validaciju kako bi se odredila pogreška odabranog numeričkog modela. Cilj ovog rada je izraditi numerički model koji će, što je moguće realnije, prikazati strujanje zraka kroz odabrani ventilator.



Slika 1.2: Aksijalni ventilator ([Directindustry, pristup 1. Srpnja 2015](#)).

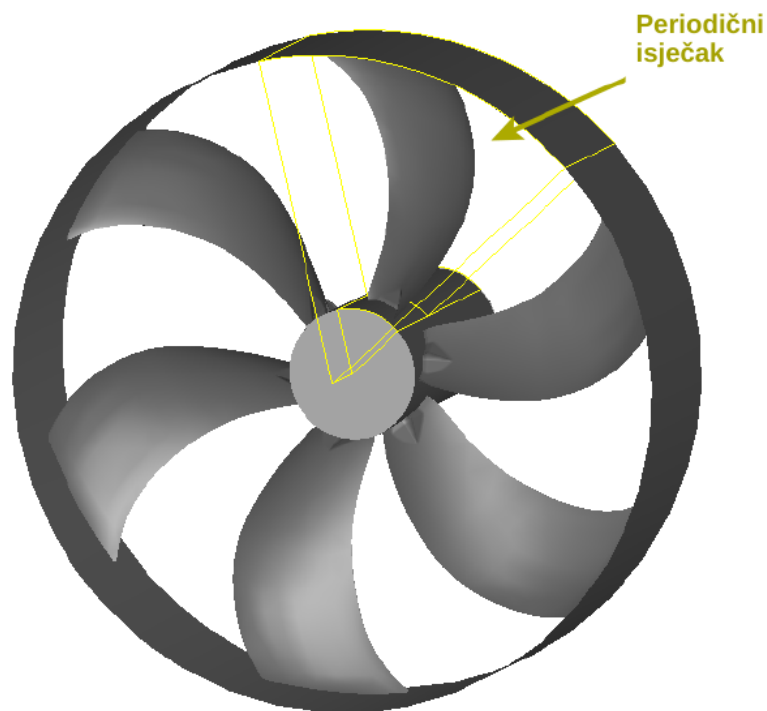
Osnovni dijelovi koji uglavnom čine ovakav tip ventilatora su:

- Ulazni kanal
- Izlazni kanal
- Rotor
  - Glavina
  - Lopatice
- Usmjeravajuće lopatice na ulazu i izlazu

Kako bi se postigli optimalni uvjeti rada i dobar stupanj iskoristivosti potrebno je da dimenzije rotora budu manje od dimenzija ulaznog i izlaznog kanala, tj. da ulazni kanal tvori mlaznicu a izlazni difuzor.

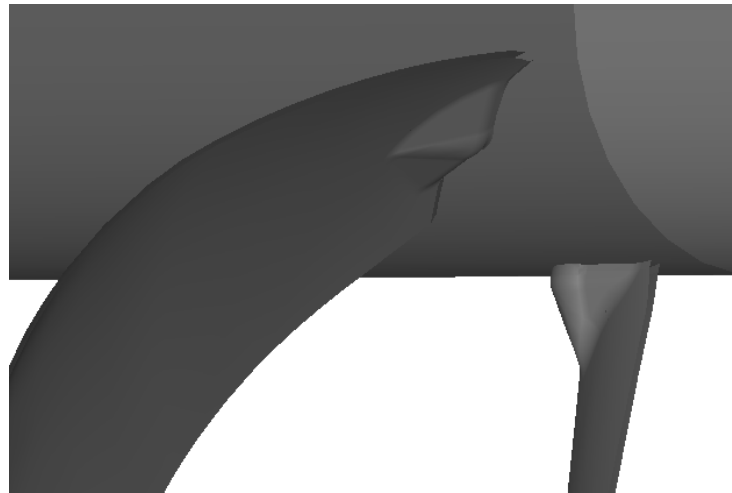
Broj lopatica varira u širokom rasponu ali najčešće se koristi od 4 do 8 lopatica.

Tok zraka kroz aksijalni ventilator simetričan je s obzirom na os rotacije te se kod njega može primijeniti uvjet periodičnosti, gdje broj periodičnih dijelova definira broj lopatica rotora. Zbog tog svojstva moguće je cilindričnu domenu strujanja razviti u beskonačno dugački niz lopatica i promatrati problem kao strujanje kroz rešetku.



Slika 1.3: Periodičnost.

Lopatici ventilatora mijenja se poprečni presjek udaljavanjem od glavine kako bi se kut lopatice na ulaznom bridu prilagodio promjeni uvjeta strujanja fluida (udaljavanjem od glavine mijenja se kut relativne brzine strujanja fluida). Za kvalitetno dimenzioniranje lopatice potrebno promatrati strujanje na nekoliko različitih presjeka lopatice. Zadebljanje kod spoja lopatice s glavinom prvenstveno služi za smanjenje naprezanja koje je na tom mjestu najizraženije.



Slika 1.4: Zadebljanje profila lopatice.

## 2. Osnove strujanja kroz impeler

(Eck, 1972)

Prema obliku lopatice postoje dvije metode analize strujanja fluida kroz impeler:

- Za lopatice oblika aeroprofila koristi se metoda računanja strujanja oko aeroprofila
- Za tanke lopatice konstantne debljine koristi se analogija strujanja fluida kroz rešetku

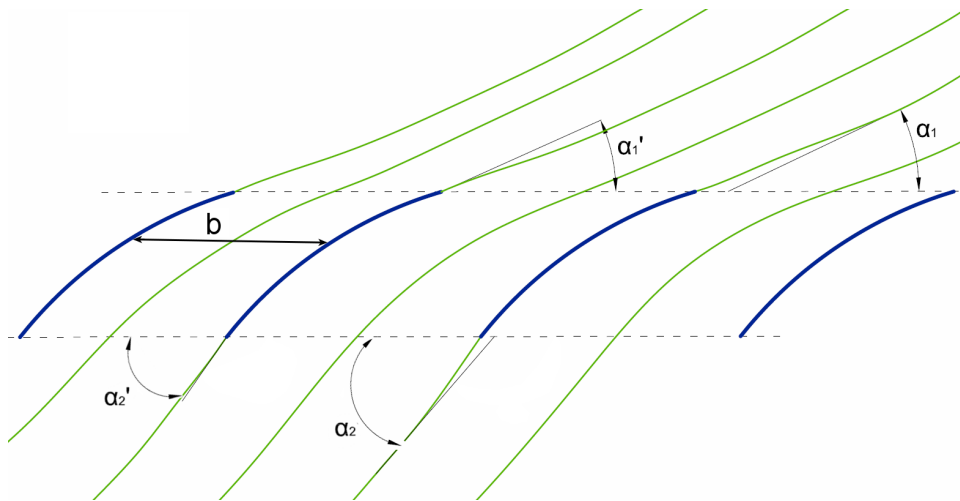
Ventilator koji je obrađen u ovom radu ima srpaste lopatice, koje spadaju u grupu lopatica konstantne debljine, pa će u nastavku pojasniti metoda analize analogijom strujanja kroz rešetku.



Slika 2.1: Srpasta lopatica analiziranoga ventilatora.



## 2.1 Mirujuća rešetka



Slika 2.2: Tok strujnica kroz mirujuću rešetku.

Promotri li se strujnica zraka koja prolazi kroz mirujuću rešetku, može se primijetiti kako zrak nastrujava pod kutem  $\alpha_1$  koji se smanjuje približavanjem ulaznoj površini rešetke. Na samom ulazu kut strujnice iznosi  $\alpha_1'$ .

Na izlaznoj površini zrak istrujava pod kutem  $\alpha_2'$  te se smanjuje do kuta  $\alpha_2$ . Skretanje toka će kod mirujuće rešetke biti zanemarivo malo jer nema lateralnog pomaka rešetke.

Koristeći zakon očuvanja mase može se napisati:

$$v_{1n} A_{ul} = v_{2n} A_{iz} \quad (2.1)$$

gdje je  $v_{1n}$  normalna komponenta apsolutne brzine zraka na ulazu s obzirom na ulaznu površinu veličine  $A_{ul} = b_{ul}t$ , a  $v_{2n}$  normalna komponenta apsolutne brzine zraka na izlazu s obzirom na izlaznu površinu  $A_{iz} = b_{iz}t$ .

Za razliku od aeroprofila, u rešetkastoj teoriji razmak među profilima je konstantan ( $b = b_{ul} = b_{iz} = konst.$ ), pa su i ulazna i izlazna površina jednakog iznosa.

$$A_{ul} = A_{iz} = A \quad (2.2)$$

Uvrštavanjem prethodne jednadžbe (2.2) u jednadžbu očuvanja mase (2.1) dobiva se zakonitost rešetkaste teorije:

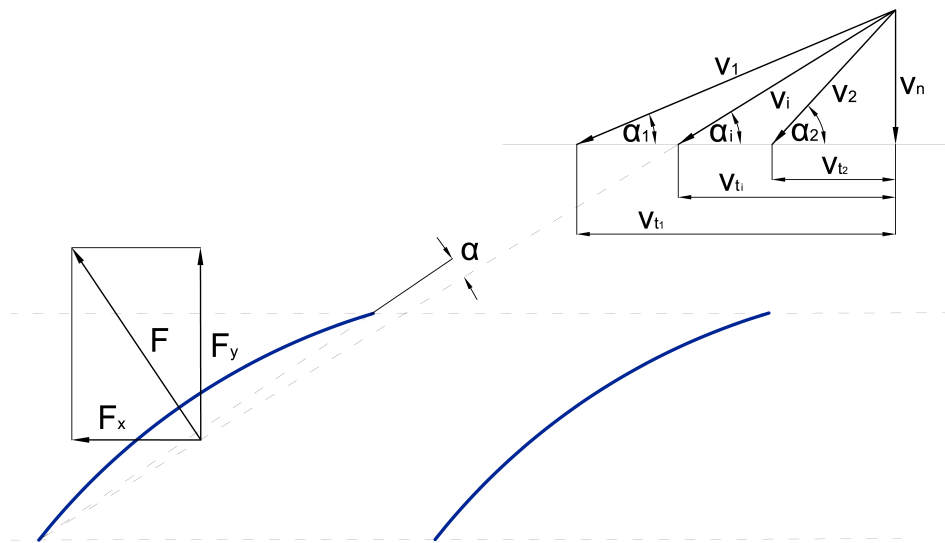
$$v_{1n} = v_{2n} = v_n \text{ tj. } v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2 \quad (2.3)$$

Također se može primijetiti da je strujanjem kroz rešetku normalna komponenta apsolutne brzine konstantna, što znači da se samo mijenja tangencijalna komponenta  $v_{it}$ .

Gubitci trenja prolaskom zraka kroz rešetku su zanemarivi pa se postavljanjem stacionarne Bernullijeve jednadžbe može dobiti izraz za prirast tlaka  $\Delta p$ :

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \rightarrow \Delta p = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) \quad (2.4)$$

Kod strujanja kroz mirujuću rešetku sa zanemarivim trenjem, sva se pretvorba energije vrši unutar samoga fluida, pa je i prirast statičkog tlaka  $\Delta p$  posljedica smanjenja dinamičkog tlaka  $\Delta p_{din}$ . Tj. kod mirujuće rešetke i zanemarivog trenja, zaustavni tlak zraka  $p_0$  je konstantan.



Slika 2.3: Sile i brzine u mirujućoj rešetki.

Posljedica prirasta tlaka biti će pojava sile na fluid u smjeru okomitom na smjer niza (u smjeru osi rotacije kod nerazvijenog cilindra):

$$F'_y = \Delta p A = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) A = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) bt = \frac{\rho}{2} (v_{1t}^2 - v_{2t}^2) bt^1 \quad (2.5)$$

Promjena tangencijalne komponente brzine strujanja može se ostvariti samo djelovanjem sile na fluid u tangencijalnom smjeru. Ta sila se ostvaruje dodiranjem zraka i rešetke i paralelna je sa smjerom niza (okomita na smjer osi rotacije nerazvijenog cilindra).

Sila koja mora djelovati na zrak iznosi:

$$F'_x = q_m(v_{1t} - v_{2t}) = v_n \rho A(v_{1t} - v_{2t}) = v_n \rho bt(v_{1t} - v_{2t}) \quad (2.6)$$

Prema trećem Newtonovom zakonu slijedi da je sila koja djeluje na lopaticu jednaka sili koja djeluje na fluid ali u suprotnom smjeru. Zbog toga sile na lopaticu iznose:

$$F_y = \frac{\rho}{2} (v_{2t}^2 - v_{1t}^2) bt \quad (2.7)$$

$$F_x = v_n \rho bt(v_{2t} - v_{1t}) \quad (2.8)$$

<sup>1</sup> $v_i^2 = v_{i_n}^2 + v_{i_t}^2$

## 2.2 Pomična rešetka

Giba li se rešetka u smjeru niza lopatica (rotacija nerazvijenog cilindra)  $X$  komponenta sile  $F$  vrši rad (rad iznosi  $W = Fs$  a pri rotaciji nema pomaka u  $Y$  smjeru te zbog toga niti rada od sile  $F_y$ ).

Ako se rešetka giba u smjeru djelovanja sile na fluid (sile  $F'_x$ ) onda se rad predaje zraku tj. govori se o pumpi; ako se rešetka giba suprotno vektora sile  $F'_x$  onda zrak rad predaje rešetci tj. govori se o turbini.

Dodano gibanje rešetke nema veliki utjecaj na prethodno definirane jednadžbe. Ako je postignuto skretanje toka apsolutne brzine (kutevi  $\alpha_i$  i  $\alpha'_i$  prema jednadžbi ??) zakon očuvanja mase i stacionarna Bernullijeva jednadžba ostali su zadovoljeni.

Definira li se gibanje rešetke brzinom  $u$  (u smjeru niza rešetke), snaga predana volumenu fluida koji se nalazi u među-lopatičnom prostoru rešetke iznosi:

$$P = F_x u = v_n \rho b t (v_{2t} - v_{1t}) u = u q_m (v_{2t} - v_{1t}) \quad (2.9)$$

gdje je  $u$  brzina gibanja rešetke (tj. obodna brzina nerazvijenog cilindra),  $w_i$  relativna brzina fluida s obzirom na brzinu rešetke  $u$ .

Zbog zanemarivih gubitaka trenja sav dovedeni rad fluidu može se promatrati kao prirast totalnog tlaka  $\Delta p_{tot}$ :

$$\Delta p_{tot} = \frac{-P}{v_n A} = \frac{-v_n \rho b t (v_{2t} - v_{1t}) u}{v_n b t} = \rho u (v_{1t} - v_{2t})^2 \quad (2.10)$$

Prirast statičkog tlaka  $\Delta p$  odvija se jednako kao i kod statičke rešetke (tokom fluida kroz rešetku) i opisuje se Bernullijevom jednadžbom s relativnim brzinama:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2) \quad (2.11)$$

Zakon očuvanja mase za slučaj gibajuće rešetke glasi:

$$v_{1n} b t = v_{2n} b t \quad (2.12)$$

---

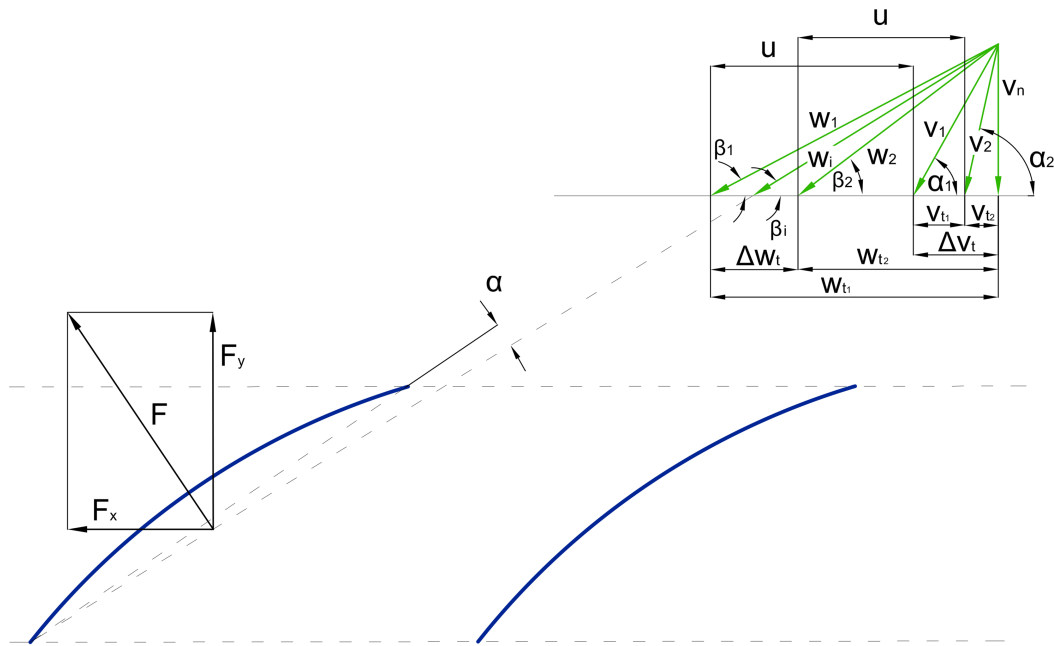
<sup>2</sup>Suprotan predznak snage jer je u jednadžbi 2.9 snaga definirana s obzirom na lopaticu (od koje se oduzima) a u jednadžbi 2.10 s obzirom na fluid (kome se predaje).

$$w_{1n} bt = w_{2n} bt \quad (2.13)$$

Uzme li se u obzir pretpostavka o jednakim ulaznim i izlaznim površinama kao i kod statičke rešetke (jednadžba 2.2), mogu izvesti zakonitosti strujanja kroz gibajuću rešetku:

$$v_{1n} = v_{2n} = v_n \quad (2.14)$$

$$w_{1n} = w_{2n} = w_n \quad (2.15)$$



Slika 2.4: Sile i brzine u pomičnoj rešetci.

Sile na lopaticu za slučaj gibajuće rešetke iznose:

$$F_y = \frac{\rho}{2} (w_{2t}^2 - w_{1t}^2) bt \quad (2.16)$$

$$F_x = v_n \rho bt (w_{2t} - w_{1t}) \quad (2.17)$$

## 2.3 Reaktivnost

Pretvorba kinetičke energije u potencijalnu popraćena je velikim gubicima. U slučaju ventilatora to je pretvorba dinamičkog tlaka u statički.

Reaktivnost prikazuje omjer prirasta statičkog tlaka u odnosu na totalni tlak i težnja je da taj omjer bude što veći (da se što manje energije izgubi).

Povećanje statičkog tlaka definirano je jednadžbom 2.11, a povećanje totalnog tlaka jednadžbom 2.10.

Izraz za reaktivnost glasi:

$$R = \frac{\Delta p}{\Delta p_{tot}} = \frac{\frac{\rho}{2}(w_1^2 - w_2^2)}{\rho u(v_{1t} - v_{2t})} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2u(v_{1t} - v_{2t})} \quad (2.18)$$

Kod aksijalnih ventilatora promjena apsolutne brzine je vrlo mala što znači da imaju visok stupanj reaktivnosti (blizu 1) i time visok stupanj iskoristivosti.

## 2.4 Stupanj korisnosti

Korisnost  $\eta$  aksijanog ventilatora izražava se kao odnos snage predane fluidu  $P_{od}$  i snage dovedene na glavinu ventilatora  $P_{do}$ :

$$\eta_H = \frac{P_{od}}{P_{do}} \quad (2.19)$$

Faktorom korisnosti se prikazuju gubici nastali trenjem i turbulencijom fluida nastalim kao posljedica strujanja kroz rotor. Snaga predana fluidu izražava se kao hidraulična snaga pumpe:

$$P_{od} = \rho g Q H = Q \Delta p_{tot} \quad (2.20)$$

gdje je  $\rho$  gustoća fluida,  $g$  gravitacijsko ubrzanje,  $Q$  volumenski protok,  $H = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho g}$  visina dobave ventilatora promatranog kao pumpa a  $\Delta p_{tot}$  razlika totalnog tlaka između ulaza i izlaza.

# 3. Numerička analiza

(Virag & Džijan, 2014), (Ansys, pristup 10. Srpnja 2015)

Strujanje fluida opisano je Navier-Stokes jednadžbama. Analitičkog rješenja općeg oblika tih jednadžbi nema (zbog njihove nelinearne prirode) te je potrebno uvoditi određene pretpostavke o strujanju fluida kako bi se one pojednostavile. Tako je za neke generičke oblike strujanja moguć analitički proračun (npr. Couette-ovo i ravninsko Poiseuille-ovo strujanje).

Danas je izgled i karakteristike nekog općenitog strujanja moguće dobiti samo eksperimentalnim ili numeričkim putem. Rješavanje problema numeričkim simulacijama izvodi se u nekoliko koraka:

- Odabir matematičkog modela
- Rješavanje matematičkog modela
  - Prostorna diskretizacija domene strujanja
  - Diskretizacija jednadžbi matematičkog modela
  - Rješavanje sustava algebarskih jednadžbi
- Analiza dobivenoga rješenja

Matematički model je sustav nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi kojima se opisuje fizikalni problem. Rješavanje matematičkog modela zahtjeva da se prostorna domena strujanja podijeli na manje dijelove, kontrolne volumene, u kojima se može pretpostaviti homogeno strujanje fluida. Rezultat te prostorne diskretizacije je geometrijska mreža na kojoj se diskretiziraju jednadžbe matematičkog modela. Diskretizacija jednadžbi vrši se pomoću neke od metoda (metoda konačnih volumena, metoda konačnih elemenata, metoda konačnih razlika, ...). U simulacijama dinamike fluida najzastupljenija je metoda konačnih volumena. Rezultat diskretizacije diferencijalnih jednadžbi je sustav algebarskih jednadžbi koje mogu biti linearne ili nelinearne (ovisno o početnim diferencijalnim jednadžbama) te ih je moguće riješiti uz pomoć računala. Nelinearne jednadžbe, za razliku od linearnih, zahtijevaju iteracijski postupak rješavanja.

Analiza rješenja podrazumjeva prikazivanje i validiranje značajnih skalarnih, vektorskih i tenzorskih polja varijabli toka (polja tlaka, brzina, sila, naprezanja, itd.).

### 3.1 Navier-Stokes jednadžbe za nestlačivo stacionarno strujanje

Jednadžbe kojima se opisuje strujanje nestlačivog fluida glase:

- Zakon očuvanja mase:

$$\underbrace{\nabla \cdot \mathbf{v}}_{\text{protok mase}} = 0 \quad (3.1)$$

- Zakon očuvanja količine gibanja:

$$\underbrace{\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \mathbf{v})}_{\text{konvekcija}} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \underbrace{\mu \Delta \mathbf{v}}_{\text{difuzija}} \quad (3.2)$$

gdje je  $v$  brzina,  $p$  tlak,  $\rho$  gustoća,  $g$  gravitacijsko ubrzanje,  $\mu$  molekularna viskoznost.

### 3.2 Metoda pokretnog koordinatnog sustava (MRF - eng. *Moving Reference Frame*)

Metoda pokretnog koordinatnog sustava koristi se da bi se nestacionarno strujanje u mirujućem koordinatnom sustavu rješavalo kao stacionarno strujanje u gibajućem koordinatnom sustavu. Za koordinatne sustave koji se gibaju konstantnom brzinom (kao npr. strujanje kroz ventilator koji rotira konstantnom brzinom) moguće je dobiti stacionarno rješenje transformacijom jednadžbi strujanja.

Prostornu domenu strujanja moguće je podijeliti na više zona od kojih neke mogu imati gibajući koordinatni sustav a neke ne.

Prelaskom fluida s mirujuće zone na gibajuću, apsolutna brzina  $v$  transformira se prema sljedećoj jednadžbi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{rel}} + \mathbf{v}_{\text{mov}} \quad (3.3)$$

gdje je  $v$  apsolutna brzina fluida,  $v_{\text{rel}}$  relativna brzina fluida,  $v_{\text{mov}}$  brzina gibanja koordinatnog sustava.

Kod rotacije koordinatnog sustava brzina gibanja koordinatnog sustava iznosi:

$$\mathbf{v}_{\text{mov}} = \mathbf{v}_{\phi} = \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega} \quad (3.4)$$

Postoje dvije vrste formulacija jednažbi strujanja za zonu s gibajućim koordinatnim sustavim:

- Relativna formulacija:

Kod relativne formulacije, relativna brzina se uzima kao zavisna varijabla u jednažbama strujanja pa one glase:

– Zakon očuvanja mase:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{rel}} = 0 \quad (3.5)$$

– Zakon očuvanja količine gibanja:

$$\rho \mathbf{v}_{\text{rel}} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{rel}}) + \rho (2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\text{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \mathbf{a}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla^2 \mathbf{v}_{\text{rel}} \quad (3.6)$$

gdje je  $2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\text{rel}}$  Coriolisovo ubrzanje,  $\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  centripetalno ubrzanje,  $\boldsymbol{\alpha} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$  kutno ubrzanje gibajućeg koordinatnog sustava,  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}_{\phi}}{dt}$  lateralno ubrzanje gibajućeg koordinatnog sustava

- Apsolutna formulacija:

Kod apsolutne formulacije, u momentnoj jednažbi apsolutna brzina se uzima kao zavisna varijabla:

– Zakon očuvanja mase:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.7)$$

– Zakon očuvanja količine gibanja:

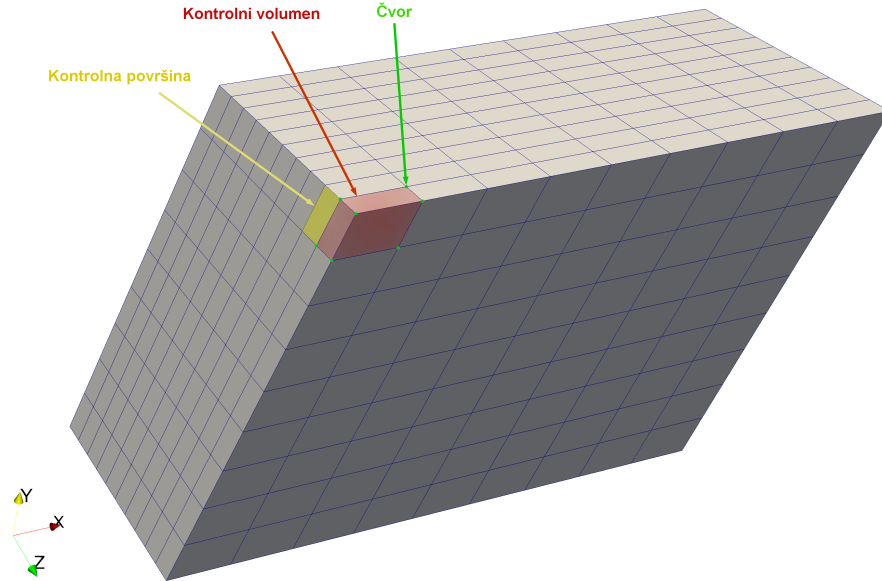
$$\rho \mathbf{v}_{\text{rel}} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \rho [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\phi})] = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.8)$$

### 3.3 Diskretizacija domene i jednažbi

Domena strujanja najčešće se diskretizira metodom konačnih volumena. Metodom konačnih volumena domena strujanja dijeli se na  $N$  manjih volumena koji se nazivaju kontrolni volumeni. Broj, oblik, veličina i raspodjela kontrolnih volumena ovisi o problemu koji se želi riješiti.

Kontrolni volumen je u inercijskom koordinatnom sustavu volumen koji je nepomičan ili se giba konstantnom brzinom, i kroz kojega protječe fluid. Granicu kontrolnog volumena čine kontrolne površine a krajnje točke na rubovima kontrolnih površina nazivaju se čvorovi.





Slika 3.1: Diskretizacija prostora kontrolnim volumenima.

U geometrijskom centru kontrolnog volumena računaju se svojstva strujanja (brzina, gustoća, temperatura, ...) prema jednačbama strujanja (Navier-Stokes jednačbe).

U numeričkom rješavanju poznate su samo vrijednosti u točkama domene (centrima volumena, centrima kontrolnih površina ili rubnim čvorovima). Za rješavanje jednačbi strujanja (jednačbe 3.1 i 3.2) potrebno je diskretizirati matematičke operatore, tako da ih se može izračunati koristeći samo već poznate vrijednosti.

Gradijenati i derivacije varijabli u centru konačnog volumena, koji su potrebni za izračun konveksijskih i difuzijskih članova, dobiju se iz vrijednosti na kontrolnim površinama koristeći Green-Gaussov<sup>3</sup> teorem koji u diskretiziranom obliku glasi:

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum_f \overline{\phi}_f A_f \quad (3.9)$$

gdje je  $V$  volumen elementa,  $\nabla\phi$  vrijednost gradijenta varijable  $\phi$  u centru elementa,  $\overline{\phi}_f$  vrijednost varijable  $\phi$  u centru kontrolne površine,  $A_f$  veličina kontrolne površine.

Postoje dva načina za izračun vrijednosti  $\overline{\phi}_f$  (iz jednačbe 3.9) na površinama promatranog konačnog volumena:

- Interpolacijom na površinu od centara susjednih konačnih volumena (*Cell-Based*).
- Interpolacijom na čvorove od centara susjednih konačnih volumena te izračunom aritmetičke sredine za centar površine (*Node-Based*).

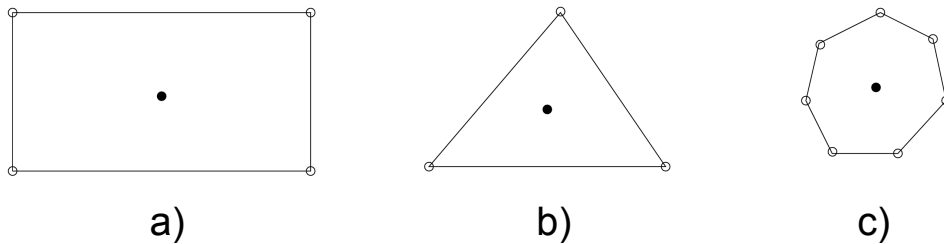
Interpolacija na čvorove uglavnom rezultira točnije rješenje ali je i računalno zahtjevnija.

<sup>3</sup>Green-Gauss teorem:  $\nabla \cdot \mathbf{f} = \oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{S}$

Interpolacija konvekcijskih članova na površine konačnog volumena vrši se nekom od uzvodnih metoda (*eng. Upwind scheme*) zbog njihove hiperboličke prirode, dok se interpolacija difuzijskih članova vrši metodom centralne diferencije (*eng. Central differencing scheme*) zbog njihove eliptičke prirode. Metoda centralne diferencije je drugog reda točnosti dok se uzvodne metode dijele na one prvog, drugog ili trećeg reda točnosti.

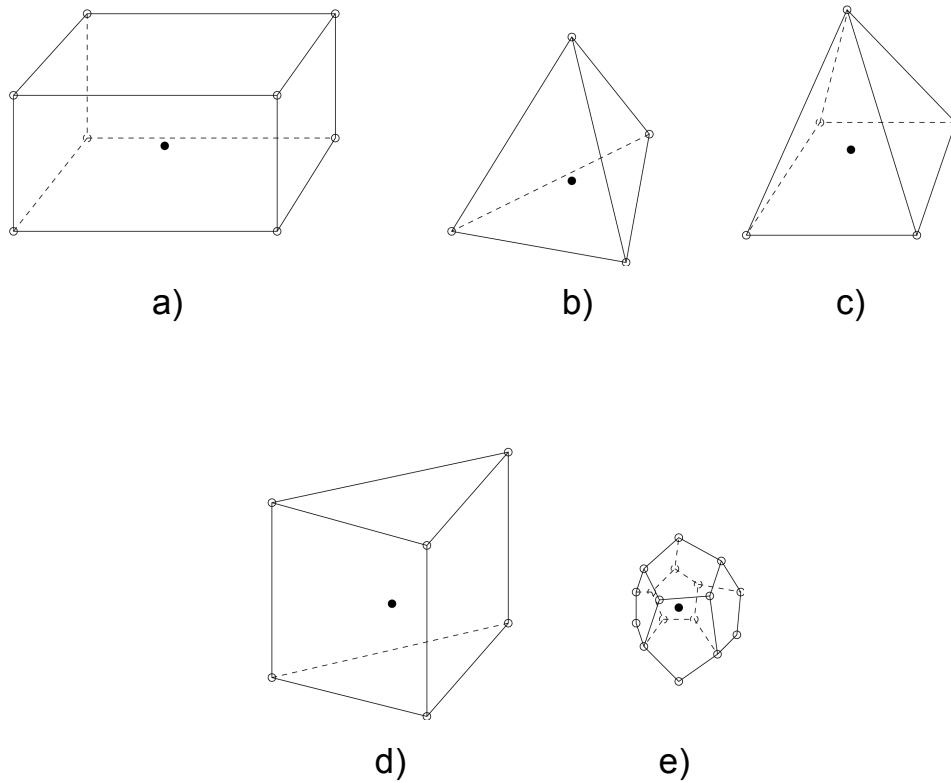
Prema obliku, kontrolni volumeni se mogu podijeliti na:

- 2D
  - Strukturirani elementi
    - a) Četverokuti
  - Nestrukturirani elementi
    - b) Trokuti
    - c) Poligoni



Slika 3.2: 2D elementi.

- 3D
  - Strukturirani elementi
    - a) Heksaedri
  - Nestrukturirani elementi
    - b) Tetraedri
    - c) Piramide
    - d) Prizme
    - e) Poliedri



Slika 3.3: 3D elementi.

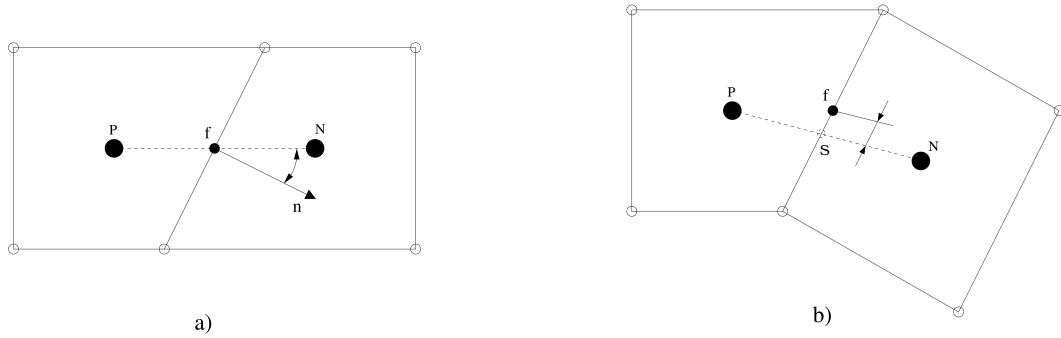
Kvaliteta kontrolnih volumena očituje se kroz nekoliko parametara od kojih su, za točnost simulacije, najbitniji:

- Neortogonalnost
- *Skewness*

Neortogonalnost je kut između linije koja povezuje središta dva susjedna kontrolna volumena i vektora normale njima zajedničke stranice (slika 3.4 a)).

*Skewness* je udaljenost od točke **S** do centra zajedničke stranice susjednih kontrolnih volumena (slika 3.4 b)). Točka **S** nalazi se u sjecištu zajedničke stranice dva susjedna kontrolna volumena i linije koja povezuje njihova središta.

Obje mjere utječu na točnost interpolacije vrijednosti varijabli strujanja s centara kontrolnih volumena na rubne im stranice (spomenute u poglavlju 3.3), te bi obje vrijednosti trebale težiti u 0.



Slika 3.4: Vrednovanje kvalitete mreže

a) Neortogonalnost, b) *Skewness*

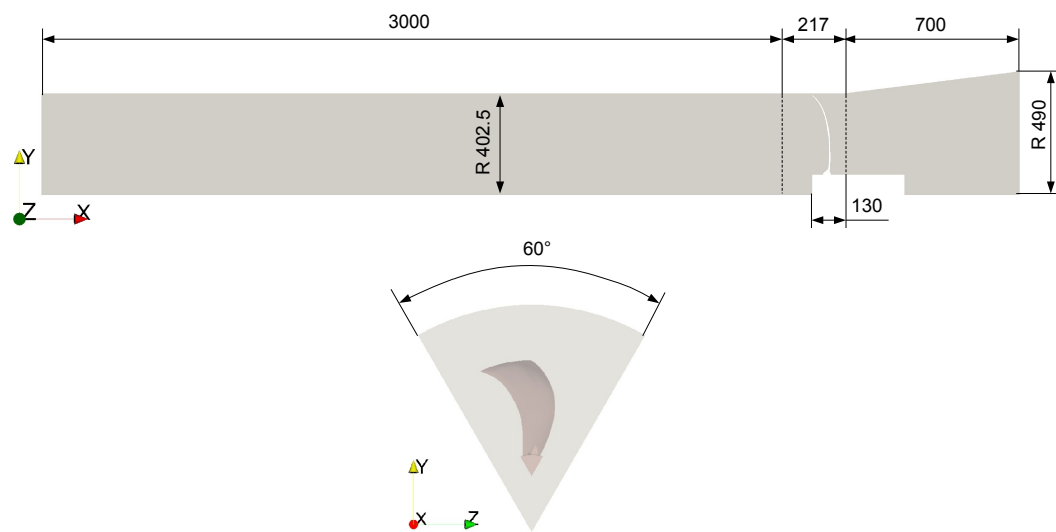
Veličina kontrolnog volumena mora biti što veća kako bi se smanjio broj jednadžbi koje je potrebno riješiti. S duge strane, konačni volumen mora biti dovoljno mali da se diskretizacijom matematičkih operatora generira zanemariva pogreška.

Najrašireniji interpolacijski algoritmi su prvog (prvi/linearni član Taylorovog reda) i drugog reda točnošću (prva dva člana Taylorovog reda) pa bi idealna veličina kontrolnog volumena bila takva da je raspodjelu polja neke varijable strujanja unutar njega moguće kvalitetno opisati funkcijama prvog tj. drugog reda.

Za određivanje veličine elemenata potrebno je imati predodžbu o strujanju u zadanoj domeni.

Najmanji elementi biti će potrebni uz površine kao što su zidovi na kojima vrijedi uvjet da je prvi sloj fluida "priljepljen" za stjenku (*eng. no-slip condition*) pa su relativno veliki iznosi gradijenta brzine i promjene gradijenta brzine u smjeru normale površine zida.

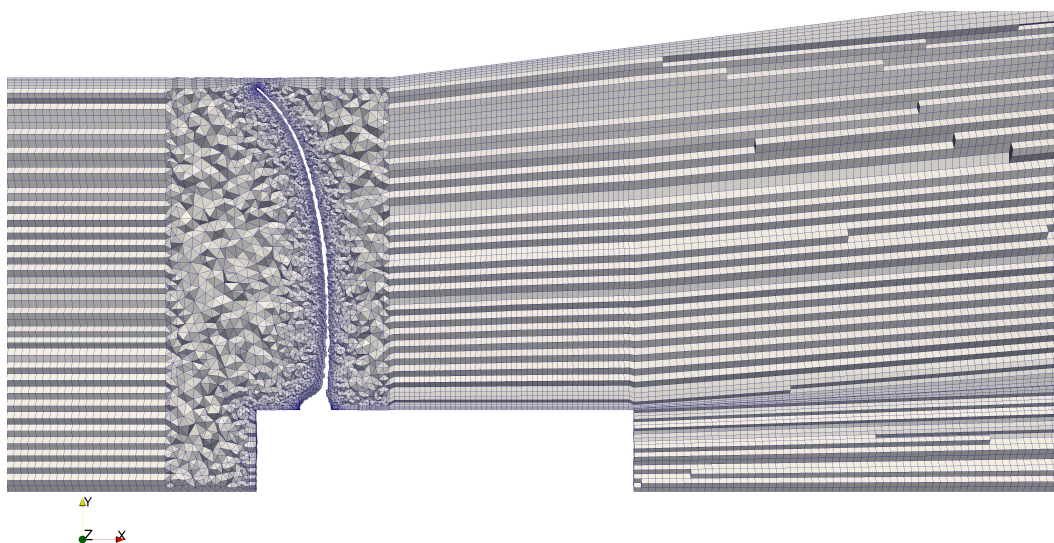
### 3.3.1 Diskretizacija domene aksijalnog ventilatora



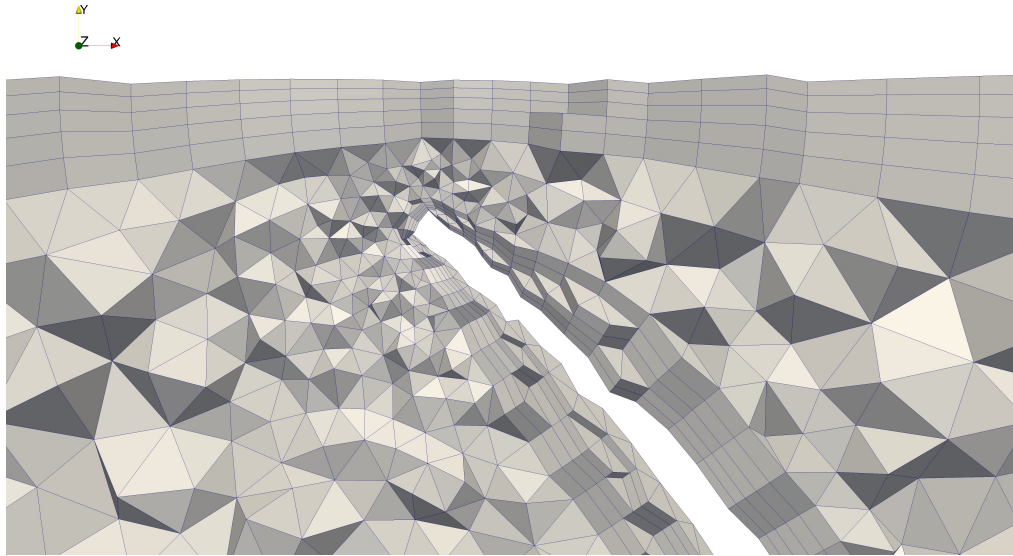
Slika 3.5: Dimenzije generirane domene.

Za diskretizaciju domene strujanja korišteni su programi Pointwise® i TGrid®. Programom Pointwise® diskretizirane su rubne površine, tj. napravljena je površinska mreža, a programom TGrid® diskretizirana je unutrašnjost domene.

Domena strujanja osno-simetričnog problema aksijalnog ventilatora podijeljena je na 6 jednakih dijelova. Generirana mreža je nestrukturirana i podijeljena na 3 dijela. Dio s najkompleksnijom geometrijom (oko lopatice) diskretiziran je tetraedrima a ostatak domene (ulazni i izlazni dio) s trostranim prizmama (vidi sliku 3.6).

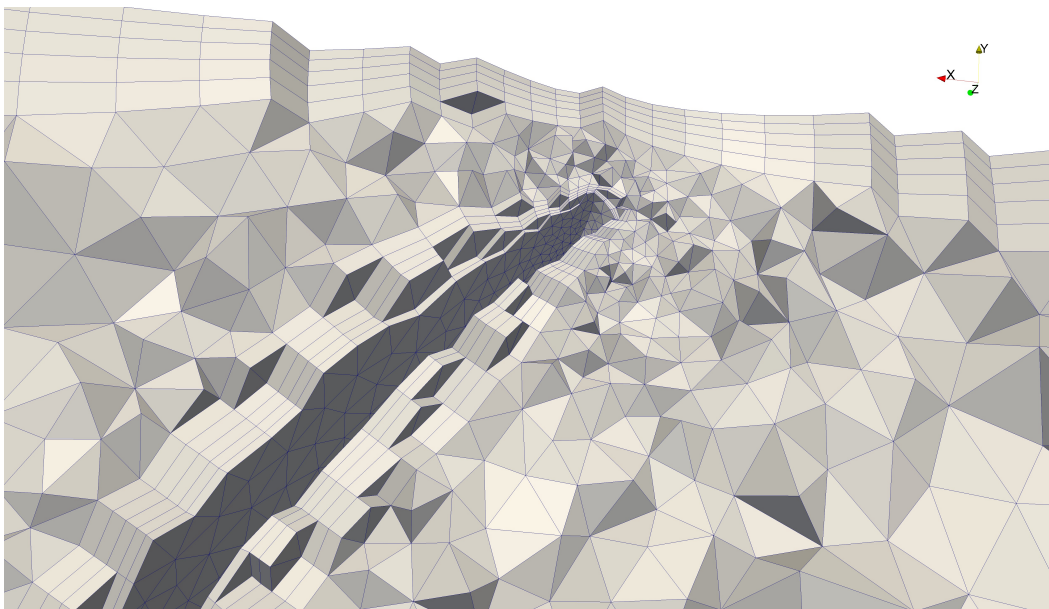


Slika 3.6: Diskretizirana domena strujanja.



Slika 3.7: Diskretizacija međuprostora između lopatice i cilindričnog kućišta - 2D presjek.

Veličine elemenata odabrane su polazeći od odabira najmanjeg elementa. Najmanji elementi potrebni su na rubovima lopatice i na međuprostoru između lopatice i cilindričnog kućišta (vidi sliku 3.7 i 3.8). Prema preporukama, na rubu bi se trebalo nalaziti minimalno 5 elemenata a u međuprostorima minimalno 3 ne uključujući rubni sloj ako ga ima. Maksimalni element odabran je prema pretpostavljenim gradijentima rješenog strujanja.



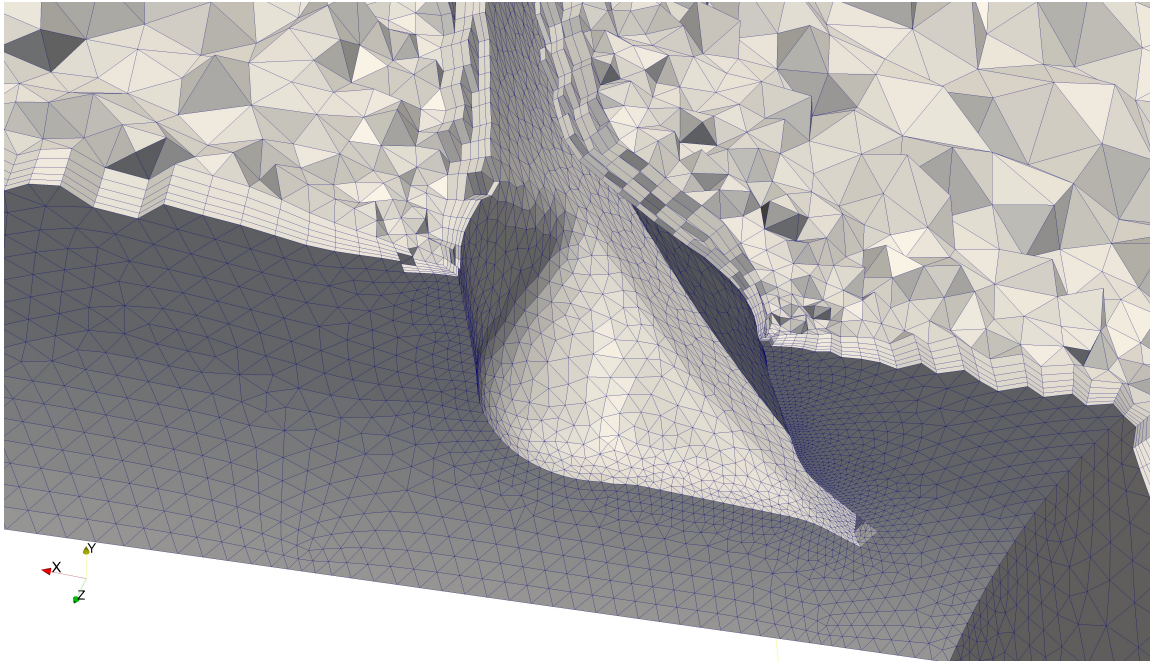
Slika 3.8: Diskretizacija međuprostora između lopatice i cilindričnog kućišta - 3D pogled presjeka.

Uz zidove ekstrudirano je 5 redova graničnih elemenata u trostrane prizme te one čine rubni sloj (vidi sliku 3.9). Visina prvih elemenata u rubnom sloju definirana je veličinom površinskih elemenata na način da je zadan odnos visine elementa i ekvivalentne dužine stranice iznosom 5. Ekvivalentna dužina stranice je dužina stranice jednakostraničnog trokuta koji ima jednaki iznos površine kao i ekstrudirani površinski element.

$$\frac{a_{ekv}}{h_1} = 5 \quad (3.10)$$

gdje je  $a_{ekv} = \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$  ekvivalentna stranica površinskog elementa,  $A$  površina površinskog elementa,  $h_1$  visina prvog elementa na rubnom sloju.

Faktor rasta elemenata u graničnom sloju iznosi 20% a u ostatku domene (na površinama i u volumenu) je manji ili jednak 20%.



Slika 3.9: Ekstrudirani granični sloj na spoju lopatice i elektromotora.

Diskretizirana domena se sastoji od 4085765 elemenata, koji se dijele na:

- 182020 heksaedra
- 2548374 prizme
- 1355371 tetraedar



Veličine maksimalnih i minimalnih elemenata generirane mreže iznose:

- Minimalni elementi:
  - Površinski -  $0.013\,236\,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
  - Volumenski -  $0.001\,492\,62 \times 10^{-9} \text{ m}^3$
- Maximalni elementi:
  - Površinski -  $112.459 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
  - Volumenski -  $469.63 \times 10^{-9} \text{ m}^3$

Maksimalna neortogonalnost iznosi 63,3 dok srednja iznosi 11,1. Maksimalni *skewness* iznosi 5,26.

Za izračun gradijenata i derivacija u centrima konačnih volumena korištena je *Least Squares Cell-Based* metoda, koja koristi metodu najmanjih kvadrata za *Cell-Based* način interpolacije opisan u poglavlju 3.3.

Točnost ove metode na iskrivljenim nestrukturiranim mrežama usporediva je s *Node based* metodom.

Za interpolaciju vrijednosti s centara susjednih konačnih volumena na površine promatranog volumena korištene su sheme 1. i 2. reda točnošću.

Za konvekcijski član korištene su:

- Uzvodna shema prvog reda točnošću (*eng. First-Order Upwind*)
- Uzvodna shema drugog reda točnošću (*eng. Second-Order Upwind*)

Uzvodna shema prvog reda točnošću korištena je u početku rješavanja strujanja dok su velike pogreške jer omogućuje najbržu konvergenciju. Uzvodna shema drugog reda točnošću korištena je nakon konvergencije sheme prvog reda, a važna je osobito kod domena opisanih nestrukturiranim elementima.

Kod uzvodne sheme prvog reda točnošću pretpostavlja se da je izračunata vrijednost varijable  $\phi$  u centru volumena jednaka srednjoj vrijednosti varijable  $\phi$  po cijelom volumenu:

$$\phi_i = \int_{KV} \phi dV \quad (3.11)$$



Prema tome se vrijednost varijable  $\phi_f$  na kontrolnoj površini izjednačava s vrijednošću u centru uzvodnog elementa.

$$\phi_f = \phi_P \quad (3.12)$$

gdje je  $\phi_P$  vrijednost varijable  $\phi$  u centru uzvodnog elementa.

Kod uzvodne sheme drugog reda točnošću vrijednost varijable  $\phi_f$  na kontrolnoj površini izračunava se pomoću Taylorovog reda koristeći centar uzvodnog elementa kao početnu točku.

$$f = \phi_P + d\mathbf{r} \cdot (\nabla\phi_P) \quad (3.13)$$

gdje je  $\nabla\phi_P$  vrijednost gradijenta varijable  $\phi$  u centru uzvodnog elementa,  $d\mathbf{r}$  vektor položaja centra kontrolne stranice s obzirom na centar uzvodnog elementa P.

Za interpolaciju tlaka sa susjednih centara na kontrolne površine također su korištene dvije metode:

- *Standard*
- Metoda centralne diferencije

*Standard* je metoda implementirana u programu Fluent<sup>®</sup> koja za interpolaciju koristi koeficijente iz momentne jednadžbe. Metoda *standard* je korištena u početku rješavanja zajedno s uzvodnom metodom prvog reda točnošću. Metoda centralne diferencije korištena je s uzvodnom metodom drugog reda nakon konvergencije metoda prvog reda.

Metoda centralne diferencije glasi:

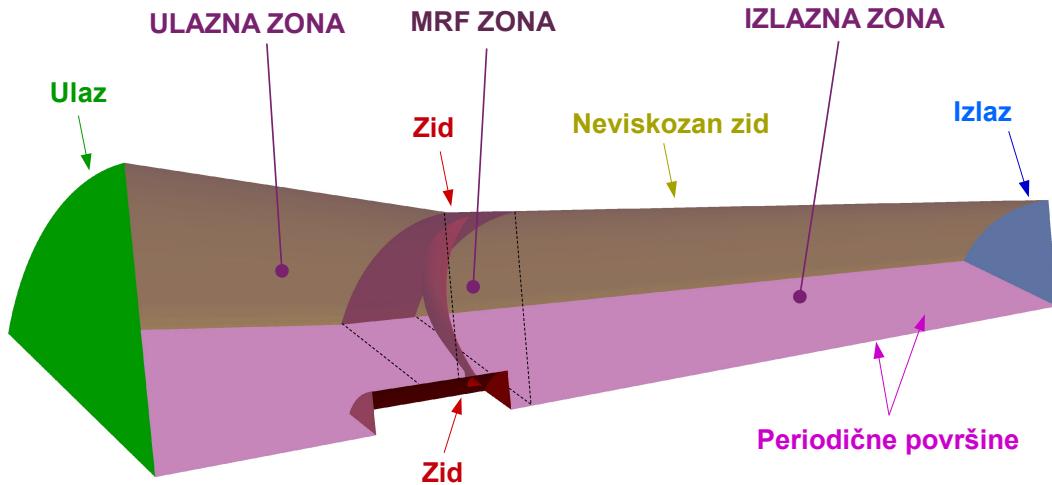
$$\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_N) + \frac{1}{2}[d\mathbf{r}_P \cdot (\nabla\phi_P) + d\mathbf{r}_N \cdot (\nabla\phi_N)] \quad (3.14)$$

gdje je  $\phi_f$  kontrolna površina između susjednih elemenata P i N,  $d\mathbf{r}_N$  tj.  $d\mathbf{r}_P$  udaljenost centara volumena N tj. P do centra kontrolne površine.

### 3.4 Rubni uvjeti

Jednadžbe strujanja su eliptične parcijalne diferencijalne jednadžbe za čije je rješavanje potrebno poznavati neke karakteristike strujanja na granicama domene. Prostorno diskretizirana domena strujanja podijeljena je na tri računski odjeljka:

- Ulaz
- MRF
- Izlaz



Slika 3.10: Postavke rubnih uvjeta.

MRF je dio domene koji se rješava metodom pokretnog koordinatnog sustava.

Površine koje omeđuju domenu podijeljene su na:

- Ulaz
- Izlaz
- Zid
- Neviskozan zid
- Periodične površine

Na ulaznoj površini zadan je iznos pretlaka totalnog tlaka koji iznosi 0. Za računanje radnih točaka ventilatora simulirano je prigušenje statičkog tlaka na ulazu. Fluent® ima mogućnost definiranja količine prigušenja pomoću koeficijenta pada tlaka  $k$ , definiranog kao:

$$k = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty v_\infty^2} \quad (3.15)$$

gdje je  $p - p_\infty = \Delta p$  prirast tlaka u ventilatoru,  $\frac{1}{2}\rho_\infty v_\infty^2 = p_{din}$  dinamički tlak zraka.

Na izlazu je zadana srednja vrijednost pretlaka statičkog tlaka po površini iznosa 0 te da se radijalna komponenta ne uzima u obzir kod izračuna gradijenta tlaka.

Gradijent tlaka računa se prema jednadžbi:

$$\nabla p = \frac{\rho v_\theta^2}{r} \quad (3.16)$$

gdje je  $p$  tlak,  $\rho$  gustoća,  $v_\theta$  tangencijalna brzina,  $r$  radijus.

Na zidnim površinama postavljen je *no-slip* efekt (opisan u poglavlju 3.3) u uključeno korištenje zidnih funkcija za izračun profila brzina netom uz zid (vidi poglavlje 3.5.3).

Periodične površine uparene su uvjetom periodičnosti.

Uvjet periodičnosti virtualno spaja dvije odabrane površine tako da rubni elementi koji nisu u dodiru zapravo dijele zajedničku kontrolnu površinu.

Mapiranje para periodičnih površina vrši se uparivanjem čvorova između njih i računanjem interpolacijskih koeficijenata. Pomoću tih koeficijenata interpoliraju se vrijednosti među uparenim čvorovima. Zbog toga nije potrebno imati jednaku prostornu diskretizaciju (tj. jednake mreže) na tim stranicama ali je veoma poželjno zbog točnosti (smanjuje se interpolacijska pogreška).

Brzina vrtnje MRF dijela domene iznosi  $960 \text{ min}^{-1}$  oko aksijalne osi.

### 3.5 Modeli turbulencije

Vremenskim usrednjavanjem Navier-Stokes jednadžbi dobiva se član  $-\rho\overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'}$  koji se kod nestlačivog strujanja izražava kao:

$$\overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} = \mu_t (\nabla\mathbf{v} + \nabla^T\mathbf{v}) \quad (3.17)$$

gdje je  $\mu_t$  turbulentna viskoznost,  $\mathbf{v}'$  brzina fluktuacija.

Modelima turbulencije opisuje se turbulentna viskoznost a najzastupljeniji modeli su  $k - \epsilon$  i  $k - \omega$ , gdje  $k$  označava kinetičku energiju turbulencije,  $\epsilon$  disipaciju turbulencije i  $\omega$  specifičnu disipaciju turbulencije.

$k$  opisuje kinetičku energiju koja je sadržana u turbulenciji a  $\epsilon$  i  $\omega$  proporcije/razmjer turbulencije (u dimenzijskoj i vremenskoj skali).

- $k - \epsilon$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.18)$$

gdje je  $C_\mu$  predefinirana konstanta <sup>4</sup>

- $k - \omega$

$$\mu_t = \alpha_\omega \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.19)$$

gdje je  $\alpha_\omega$  korekcijski faktor.

Modeli turbulencije dijele se prema broju nepoznanica kojima se opisuje turbulentna viskoznost  $\mu_t$ . Navedeni modeli su modeli s dvije jednačbe ali postoje i algebarski modeli tj. nijedna nepoznanica (npr. Baldwin-Lomax), modeli s jednom jednačbom (npr. Spalart-Allmaras) ili modeli s više jednačbi (npr. Model Reynoldsovog naprezanja).

U  $k-\epsilon$  i  $k-\omega$  modelu, dvije jednačbe koje opisuju turbulenciju su transportne jednačbe svojstava turbulencije  $k$  i  $\epsilon$  tj.  $\omega$ .

### 3.5.1 $k-\epsilon$ model turbulencije za nestlačivo strujanje bez izvora kinetičke energije i disipacije

Ova obitelj modela turbulencije dobro opisuje strujanja s malim gradijentom tlaka kao npr. slobodne turbulencije daleko od zidova ili turbulencije uslijed kontakta dvije paralelne struje fluida različitih brzina.

Postoje 3 vrste  $k - \epsilon$  modela:

- *Standard  $k - \epsilon$*

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + G_k - \rho \epsilon \quad (3.20)$$

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \epsilon) = \nabla \cdot (\Gamma_\epsilon \nabla \epsilon) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.21)$$

gdje  $G_k = 2\mu_t \mathbf{S} : \mathbf{S}$  predstavlja generiranje turbulentne kinetičke energije kao posljedicu gradijenta usrednjenih brzina,  $\mathbf{S}$  je tenzor brzine deformacije,  $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$  predstavlja efektivnu difuzivnost  $k$ ,  $\Gamma_\epsilon = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$  predstavlja efektivnu difuzivnost  $\epsilon$ ,  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$  i  $C_{3\epsilon}$  su konstante određene eksperimentalno,  $\sigma_k$  i  $\sigma_\epsilon$  su Prandtlovi brojevi za  $k$  i  $\epsilon$ .

Ovo je polu-empirijski model u kojem je jednačba za  $k$  izvedena iz izvorne transportne jednačbe za kinetičku energiju, a jednačba za  $\epsilon$  dobivena empirijskim modeliranjem.

Kod izvođenja  $k - \epsilon$  modela polazilo se od pretpostavke da je strujanje potpuno turbulentno i da je molekularna viskoznost zanemariva. Zbog toga je ovaj model važeći samo za potpuno turbulentna strujanja s visokim Reynoldsovim brojem.

- *RNG  $k - \epsilon$*

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla k) = \nabla \cdot (\alpha_k \mu_{eff} \nabla k) + G_k - \rho \epsilon \quad (3.22)$$

---

<sup>4</sup>osim za *Realisable*  $k - \epsilon$  model - vidi odjeljak 3.5.1

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \epsilon) = \nabla \cdot (\alpha_\epsilon \mu_{eff} \nabla \epsilon) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} - R_\epsilon \quad (3.23)$$

gdje su  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$  efektivna viskoznost,  $\alpha_k$  i  $\alpha_\epsilon$  inverzni efektivni Prandtlovi brojevi za  $k$  i  $\epsilon$ .

Ovaj model dobiven je renormalizacijom<sup>3</sup> standardnog  $k - \epsilon$  modela.

Razlikuje se od standardnog modela u:

- RNG ima dodatni član ( $R_\epsilon$ ) u  $\epsilon$  jednadžbi koji povećava točnost kod naglog rasta naprežanja u fluidu.
  - Efekti vrtloženja su uzeti u obzir
  - Prandtlov broj se računa analitičkom formulom za razliku od standardnog modela gdje je konstantan i predefiniran.
  - Uzima u obzir efekte strujanja s niskim Reynoldsovim brojem
- *Realisable  $k - \epsilon$*

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + G_k - \rho \epsilon \quad (3.24)$$

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \epsilon) = \nabla \cdot (\Gamma_\epsilon \nabla \epsilon) - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} \quad (3.25)$$

gdje je  $C_1 = \max\left(0, 43, \frac{\eta}{\eta+5}\right)$ ,  $\eta = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{2\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}$ ,  $C_2$  je konstanta koja se određuje eksperimentalno.

Ovo je najmlađi model u obitelji  $k - \epsilon$  modela, te se od standardnog modela razlikuje prema:

- Posjeduje novu formulaciju za turbulentnu viskoznost  $\mu_t$  u kojoj  $C_\mu$  nije predefinirana konstanta nego se računa prema strujanju.
- Nova  $\epsilon$  jednadžba izvedena je iz izvorne transportne jednadžbe za fluktuaciju vrtložnosti.

Ovaj model zadovoljava određena matematička ograničenja nad Reynoldsovim naprežanjima koja su u skladu s fizikom turbulentnih strujanja.

Također, za razliku od standardnog modela, točnije predviđa brzinu propagacije lateralnih i kružnih mlazova, točniji je kod rotirajućih, recirkulirajućih i odvajajućih strujanja, te onih kod kojih se javljaju veliki gradijenti tlakova u graničnim slojevima.

---

<sup>3</sup>eng. *Renormalization group* je matematička metoda koja koristi statističku fiziku kako bi opisala fizikalne zakone među česticama na raznim mjerilima koordinatnog sustava.

### 3.5.2 $k$ - $\omega$ model turbulencije za nestlačivo strujanje bez izvora kinetičke energije i disipacije

Ova obitelj modela turbulencije dobro opisuje strujanja s visokim gradijentom tlaka kao npr. nastrujavanje na zidne površine.

Postoje 2 vrste  $k - \omega$  modela:

- Wilcoxov  $k - \omega$  model i modificirani Wilcoxov  $k - \omega$  model

Orginalni Wilcoxov model je u potpunosti zamijenjen modificiranim modelom u kojemu su implementirane korekcije za efekte nastale kod kompresibilnog strujanja, strujanja s niskim Reynoldsovim brojem i značajnom molekularnom viskoznošću.

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + G_k - Y_k \quad (3.26)$$

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \omega) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + G_\omega - Y_\omega \quad (3.27)$$

gdje  $G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k$  predstavlja generiranje turbulentne specifične disipacije  $\omega$ ,  $\alpha$  je koeficijent koji ovisi o turbulentnom Reynoldsovom broju,  $Y_k$  i  $Y_\omega$  predstavljaju disipaciju  $k$  i  $\omega$  uslijed turbulencije.

Ovo je u potpunosti empirijski model baziran na transportnim jednadžbama za  $k$  i  $\omega$ , gdje se specifična disipacija može promatrati kao  $\omega = \frac{\epsilon}{k}$ .

Korekcijski faktor  $\alpha_\omega$ , u jednadžbi 3.19, u ovom modelu služi za korekciju viskoznosti kod strujanja s niskim Reynoldsovim brojem  $\alpha_\omega = f_1(Re_t)$ .

- $k - \omega SST$

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla k) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + \tilde{G}_k - Y_k \quad (3.28)$$

$$\rho \mathbf{v} \cdot (\nabla \omega) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (3.29)$$

gdje  $\tilde{G}_k = \min f_2(G_k, \rho, \beta^*, k, \omega)$  predstavlja generiranje turbulentne kinetičke energije kao posljedicu gradijenta usrednjenih brzina,  $D_\omega = f_3(F_1, \rho, \sigma_\omega, \omega, k)$  predstavlja među-difuziju između  $k$  i  $\omega$ .

Ovo je također u potpunosti empirijski model baziran na transportnim jednadžbama za  $k$  i  $\omega$  u kojem se specifična disipacija može promatrati kao  $\omega = \frac{\epsilon}{k}$ .

SST model je spoj modificiranog Wilcoxovog modela i  $k - \epsilon$  modela te predstavlja vrlo robustan model koji obuhvaća kvalitete oba člana:

- Kvalitetnu formulaciju  $k - \omega$  modela za strujanje uz zidne površine
- Kvalitetnu formulaciju  $k - \epsilon$  modela za slobodno strujanje.

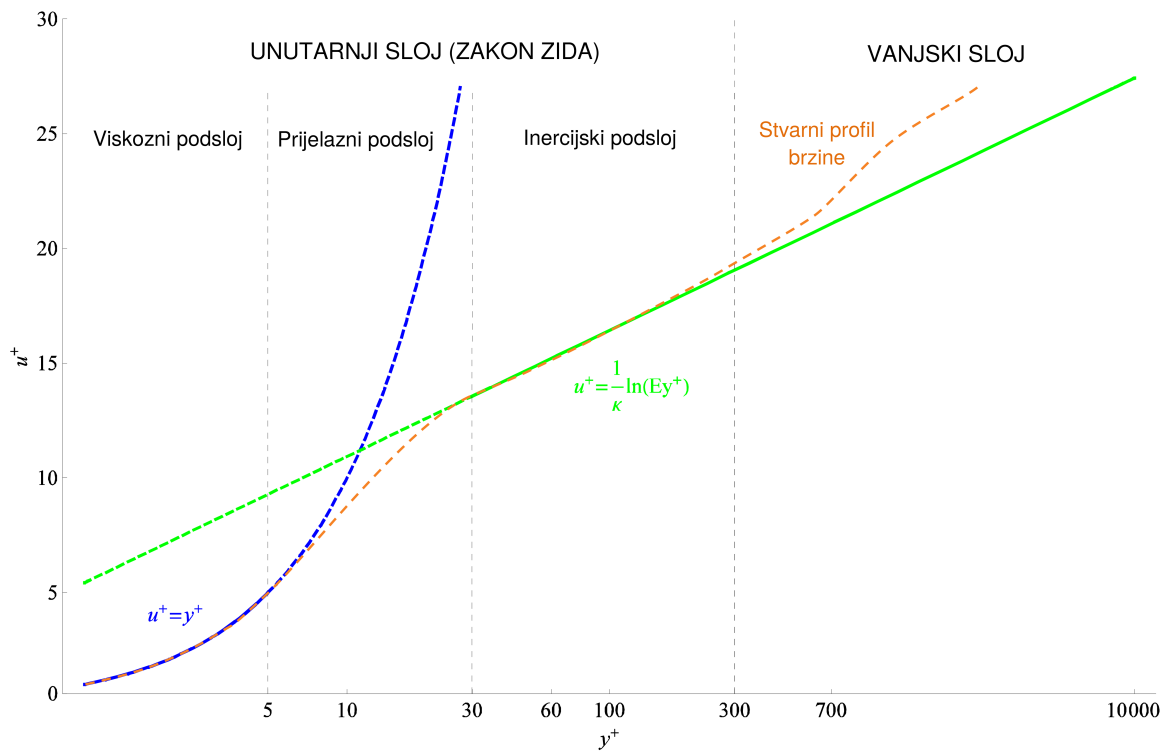
SST model se od modificiranog Wilcoxovog modela razlikuje u:

- Sadrži težinsku funkciju koja uz zidove "aktivira"  $k - \omega$  model a daleko od zidova  $k - \epsilon$  model.
- Sadrži među-difuzijski član  $D_\omega$  u  $\omega$  jednažbi.
- Modificirana je jednažba korekcijskog faktora u jednažbi 3.19 kako bi se uzeo u obzir transport turbulentnog smičnog naprežanja.
- Konstante su drugačijeg iznosa.

### 3.5.3 Zidne funkcije

Modeli turbulencije kvalitetno opisuju strujanje u kojem je koeficijent turbulentne viskoznosti  $\mu_t$  znatno veći od koeficijenta molekularne viskoznosti  $\mu$ . Problem se javlja kod strujanja uz čvrste (zidne) površine koje prigušuju oscilacije u smjeru normale površine i gdje vrijedi *no-slip* uvijet (vidi poglavlje 3.3) kojim se prigušuju oscilacije brzine strujanja u tangencijalnom smjeru s obzirom na površinu.

Posljedica navedenih utjecaja zida na strujanje je stvaranje graničnog sloja u kojem dolazi do smanjenja turbulentne energije a time i veći utjecaj molekularne viskoznosti od turbulentne (slika 3.11).



Slika 3.11: Profil brzine u graničnom sloju.

Ovaj problem moguće je riješiti korištenjem modela turbulencije koji kvalitetno opisuje strujanje u graničnom sloju ili korištenjem poluempirijskih funkcija (zidnih funkcija). Prvi način nije zastupljen zbog poteškoća u modeliranju univerzalnog modela i zbog neekonomičnosti s obzirom na drugi način.

Zidne funkcije razvijene su definiranjem fizike strujanja uz čvrstu stijenku. Granični sloj moguće je razložiti na dva karakteristična podsloja:

- Vanjski sloj - kojeg je moguće opisati modelima turbulencije
- Unutarnji sloj- kojeg nije moguće opisati modelima turbulencije

U unutarnjem sloju moguće je definirati još tri podsloja u kojima se javlja karakteristično strujanje:

- Viskozni podsloj
- Prijelazni podsloj
- Inercijski podsloj

Viskozni podsloj najbliži je stjenki te se može pretpostaviti da je u njemu strujanje laminarno i da molekularna viskoznost ima ključnu ulogu u transportu mase, količine gibanja i energije. U tom podsloju turbulentna viskoznost je zanemarena i profil brzine je linearan te se može opisati jednadžbom očuvanja količine gibanja (jednadžba 3.2) sa zanemarivanjem članova niskog utjecaja (konvekcije, gradijenta tlaka i promjene tangencijalne komponente brzine u tangencijalnom smjeru):

$$\mu \Delta \mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial n_j} \left( \mu \frac{\partial v_i}{\partial n_j} \right) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial n_j} = 0 \quad (3.30)$$

gdje je  $\tau_{ij}$  tangencijalno naprezanje,  $\mu$  koeficijent molekularne viskoznosti,  $n_j$  vektor normale zidne površine.

Iz dobivene jednadžbe može se zaključiti da je, u viskoznom podsloju, tangencijalno naprezanje konstantno u smjeru normale stijenke te da je jednako naprezanju na stjenci.

Bezdimenzijskim veličinama brzina u viskoznom posloju opisana je jednadžbom:

$$u^+ = y^+ \quad (3.31)$$

gdje je  $u^+ = \frac{v}{v_t}$  bezdimenzijska brzina,  $y^+ = \frac{\rho v_t \eta}{\mu}$  bezdimenzijska udaljenost od stijenke zidne površine,  $v_t$  tangencijalna komponenta brzine.

Viskozni podsloj proteže se do visine  $y^+ = 5$ .

Prijelazni podsloj nalazi se iznad viskoznog podsloja i u njemu molekularna i turbulentna viskoznost poprimaju isti red veličine. Udaljavanjem od viskoznog podsloja pada utjecaj



molekularne viskoznosti i raste utjecaj turbulentne viskoznosti. Prijelazni podsloj proteže se na visinama od  $y^+ = 5$  do  $y^+ = 30$ .

Inercijski podsloj najudaljeniji je podsloj od zida i u njemu dominira turbulentna viskoznost pa se molekularna zanemaruje. U tom podsloju visoke su vrijednosti Reynoldsovog broja pa se turbulentna viskoznost računa s modificiranim turbulentnim modelom koji to uzima u obzir. Jednadžba koja opisuje tu promjenu glasi:

$$u = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \ln y + C \quad (3.32)$$

gdje je  $\kappa$  von Karmanova konstanta koja za većinu problema iznosi  $\kappa = 0,4187$ ,  $\tau_w$  tangencijalno naprezanje na stijenci zidne površine tj. naprezanje u viskoznom posloju,  $C$  konstanta integracije.

U bezdimenzijskom obliku ta jednadžba glasi:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ B = \frac{1}{\kappa} \ln (E y^+) \quad (3.33)$$

gdje su  $B$  i  $E$  konstante integracije određene eksperimentalno te se za  $E$  najčešće koristi iznos  $E = 9,739$ .

Inercijski podsloj proteže se na visinama od  $y^+ = 30$  do  $y^+ = 1000$ .

Da bi se kvalitetno prikazao profil brzine uz zid potrebna je i određena prostorna diskretizacija. Određeni računalni modeli koji rješavaju strujanje uz zidnu površinu zahtijevaju određenu prostornu diskretizaciju u tim predjelima. Postoje dvije vrste tih računalnih modela:

- Zidni model
- Zidne funkcije

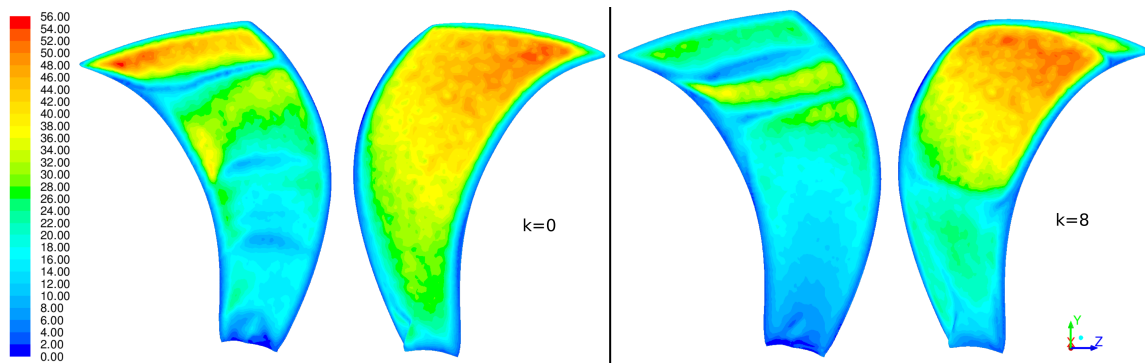
Zidni model zahtijeva da centar prvog kontrolnog volumena uz zidnu površinu bude na visini  $y^+ = 1$  te on rješava brzine u svim djelovima graničnog sloja prema definiranim jednadžbama.

Zidne funkcije zahtijevaju da centar prvog kontrolnog volumena uz zidnu površinu bude na visini  $y^+ = 30$  te one aproksimiraju brzinu u viskoznom i prijelaznom podsloju empirijskim jednadžbama, a rješavaju inercijski podsloj definiranim jednadžbama.

Problem koji se javlja kod oba modela je generiranje kvalitetne mreže koja će omogućiti da se granični sloj kvalitetno razriješi, tj. "gađanje" bezdimenzijske udaljenosti definiranjem veličine prvog kontrolnog volumena uz stjenku zida.

U svom računanju Fluent® kombinira dvoslojni zonski model (koji je zidni model) s odabranom funkcijom zida, na način da prema lokalnoj veličini bezdimenzijske visine  $y^+$  odabire pristup kojim će riješiti strujanje u graničnom sloju.

U ovom radu korištena je poboljšana zidna funkcija (*eng. enhanced wall function*) koja ima mogućnost riješiti prijelazni podsloj koristeći težinske funkcije. Težinske funkcije se dodaju jednadžbama viskoznog i inercijskog podsloja (jednadžbe 3.31 i 3.33) i time se simulira pad utjecaja molekularne viskoznosti i porast utjecaja turbulentne viskoznosti s obzirom na povećanje udaljenosti od viskoznog sloja.



Slika 3.12:  $y^+$  veličina za najveću brzinu strujanja (lijevo,  $k = 0$ ) i najmanju brzinu strujanja (desno,  $k = 8$ ).

### 3.5.4 Rješavanje diskretiziranih jednadžbi strujanja

Diskretizacijom jednadžbi strujanja dobiven je set linearnih algebarskih jednadžbi oblika:

$$a_P \phi_P = \sum_N a_N \phi_n + b \quad (3.34)$$

gdje  $P$  označava kontrolni volumen u kojem se računaju varijable strujanja,  $N$  okolne susjedne volumene volumenu  $P$ ,  $a_P$  matricu koeficijenata centara kontrolnih volumena,  $a_N$  matricu koeficijenata centara susjednih volumena volumenu  $P$ ,  $\phi$  varijable strujanja u kontrolnim volumenima,  $b$  izvorni član.

#### Povezivanje jednadžbi očuvanja mase i količine gibanja (*eng. pressure-velocity coupling*)

Kako se jednadžbom očuvanja količine gibanja 3.2 rješava brzina  $v$ , jednadžba očuvanja mase 3.1 preostaje za rješavanje tlaka  $p$ . Može se primijetiti da u jednadžbi očuvanja mase nema člana za tlak pa ju je potrebno preformulirati kako bi se dobile dvije jednadžbe s dvije nepoznanice.

Formulacija jednadžbe za tlak i postupak rješavanja jednadžbi vrši se nekim od algoritama koji se dijele na:

- Odvojene (*eng. Segregated*), npr:
  - Simple
  - Simplec
  - PISO

Odvojeni algoritmi rješavaju posebno jednadžbu količine gibanja i jednadžbu tlaka određenim redoslijedom te često u nekoliko iteracija kako bi se smanjila pogreška.

- Spregnute (*eng. Coupled*) koji mogu biti:
  - Eksplicitni
  - Implicitni

Spregnuti algoritam rješava obje jednadžbe istovremeno.

U setu algebarskih jednadžbi pojavljuju se jednake varijable na više mjesta (jedan kontrolni volumen može biti susjed više kontrolnih volumena) te je za nepoznate varijable moguće uvrstiti poznate tj. "stare" vrijednosti (**eksplicitni** spregnuti algoritam) ili se varijabla na svim mjestima promatra kao nepoznanica i kompletna se matrica rješava odjednom (**implicitni** spregnuti algoritam).

Ovisno o odabiru algoritma povezivanja jednadžbi formira se jedan ili više setova linearnih algebarskih jednadžbi koje je potrebno riješiti.

### Rješavači linearnih algebarskih jednadžbi

Dobiveni set linearnih algebarskih jednadžbi rješavaju se linearnim rješavačima koji se, prema načinu rješavanja jednadžbi, mogu podijeliti na:

- Iterativne (npr. Jacobijeva metoda, Gauss-Seidel metoda, ...)
- Direktne (npr. Gaussova eliminacija, Cholesky-jev algoritam, ...)
- Multigrad (npr. algebarski, geometrijski, ...)

Iterativni i direktni rješavači se, kao što im sam naziv kaže, zasnivaju na iteracijskoj odnosno direktnoj metodi rješavanja seta linearnih algebarskih jednadžbi.

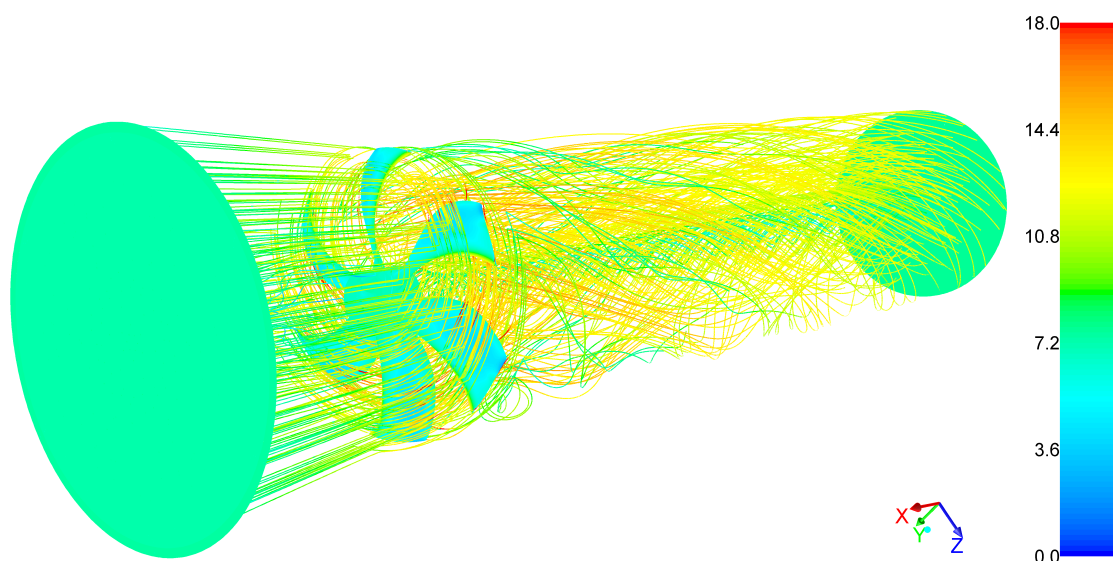
Multigrad rješavači eliminiraju pojedine frekvencije pogrešaka rješavanjem jednadžbi strujanja na mrežama različite gustoće. Oni iterativno prorijeđuju i proglašuju prostornu

diskretizaciju domene ("mrežu") i rješavaju jednačbe strujanja.

Odabir rješavača će ovisiti o svojstvima matrice definirane jednačbama fizikalnog problema, te o raspoloživoj računalnoj memoriji (određeni rješavači zahtjevaju veću količinu memorije za pohranu prilikom rješavanja).

Fluent<sup>®</sup> predefinirano koristi algebarski multigrid linearni solver (AMG), dok je za povezivanje jednačbi očuvanja mase i količine gibanja odabran implicitni spregnuti algoritam.

## 4. Analiza rezultata



Slika 4.1: 3D slika strujnica.

U tablici 4.1 mogu se vidjeti vrijednosti referentnih varijabli koje služe za izračun karakterističnih vrijednosti strujanja kojima se vrednuje rad ventilatora:

Tablica 4.1: Varijable konstantnih vrijednosti

Brzina vrtnje	$n[\text{min}^{-1}]$	960
Kutna brzina	$\omega[\text{s}^{-1}]$	100,53
Gustoća zraka	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	1,225
Gravitacijsko ubrzanje	$g[\text{m}/\text{s}^2]$	9,806
Atmosferski tlak	$p_{\text{atm}}[\text{Pa}]$	101000

U tablici 4.2 navedene su varijable s formulama i mjernim jedinicama koje služe za usporedbu rezultata navedenih u tablicama 4.3 i 4.4.

Tablica 4.2: Objašnjenje oznaka u tablicama s dobivenim podacima

	Jednadžba	Oznaka	Mjerna jedinica
Volumenski protok		$Q$	$m^3/s$
Brzina strujanja na ulaznoj površini		$v_{ul}$	$m/s$
Brzina strujanja na izlaznoj površini		$v_{iz}$	$m/s$
Statički tlak na ulaznoj površini		$p_{ul}$	$Pa$
Statički tlak na izlaznoj površini		$p_{iz}$	$Pa$
Totalni tlak na ulaznoj površini		$p_{tot_{ul}}$	$Pa$
Totalni tlak na izlaznoj površini		$p_{tot_{iz}}$	$Pa$
Moment na lopatici		$M$	$Nm$
Dovedena snaga	$M\omega$	$P_{do}$	$W$
Rast statičkog tlaka	$p_{iz}^5 - p_{ul} = -p_{ul}$	$\Delta p$	$Pa$
Rast totalnog tlaka	$p_{tot_{iz}} - p_{tot_{ul}}$	$\Delta p_{tot}$	$Pa$
Visina dobave	$\frac{\Delta p_{tot}}{\rho g}$	$H$	$m$
Hidraulična snaga	$\rho g Q H$	$P_H$	$W$
Hidraulični stupanj korisnosti	$\frac{P_H}{P_{do}} \cdot 100$	$\eta_H$	$\%$
Koeficijent pada tlaka	$\frac{\Delta p}{0,5\rho v_{ul}^2}$	$k$	

#### 4.0.5 Usporedba modela turbulencije

Od eksperimentalnih rezultata za analizirani ventilator, poznati su maksimalni protok i koeficijent iskoristivosti kod slobodnog ispuha.

Iz tablice 4.3 primjećuje se dobro poklapanje izračunatoga protoka kod svih modela turbulencije.

Promatranjem vrijednosti faktor korisnosti uočena su znatnija odstupanja kod standardnog  $k - \epsilon$  i RNG  $k - \epsilon$  modela. Najmanja odstupanja ostvarena su  $k - \omega$  SST modelom turbulencije, što je bilo i za očekivati, jer je taj model u velikom broju verificiranih slučajeva pokazao najveću točnost.

RNG  $k - \epsilon$  model najviše odstupa od svih modela što se može pripisati izraženijim efektima vrtložnosti i oscilacijama u rješenju koji su se primijetili prilikom rješavanja strujanja

<sup>5</sup>Prema zadanim rubnim uvjetima iznost pretlaka statičkog tlaka iznosi 0.

stacionarnim rješavačem (otežana konvergencija).

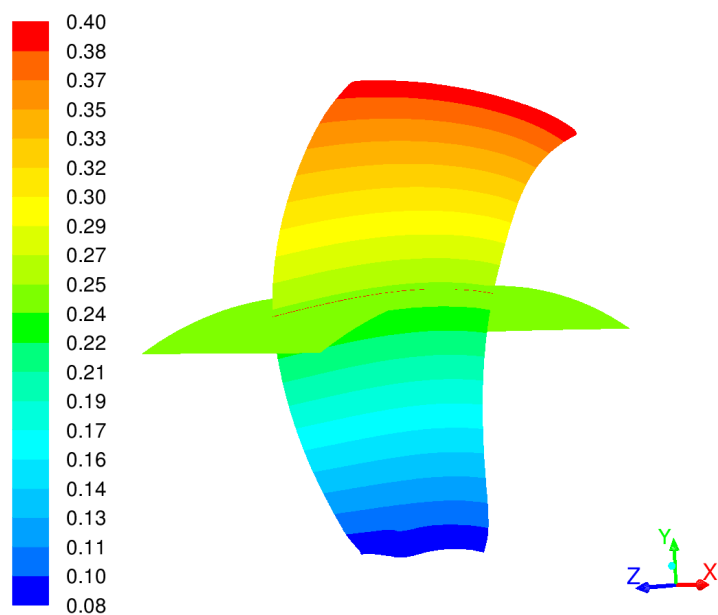
Usporedbom momenata na lopatici može se primijetiti da je najveći moment dobiven standardnim  $k - \epsilon$  modelom a najmanji  $k - \omega$  SST modelom (ne uzimajući u obzir rezultate RNG  $k - \epsilon$  modela uslijed efekata nestacionarnosti). To se može objasniti slabijom točnošću  $k - \epsilon$  modela u područjima viših gradijenata tlaka, kao što je navedeno u poglavlju 3.5, a događa se prilikom nastrojavanja fluida na čvrstu stjenku.

Vrijednost momenta izračunatog *Realisable*  $k - \epsilon$  modelom, sličnija je vrijednosti izračunatom  $k - \omega$  SST modelom nego što je dobivena standardnim  $k - \epsilon$  modelom. Razlog je to što *Realisable*  $k - \epsilon$  model točnije rješava područja strujanja s visokim gradijentima tlaka od standardnog  $k - \epsilon$  modela, no i dalje ju uočljiva spomenuta prednost  $k - \omega$  SST modela u tim područjima (vidi poglavlje 3.5).

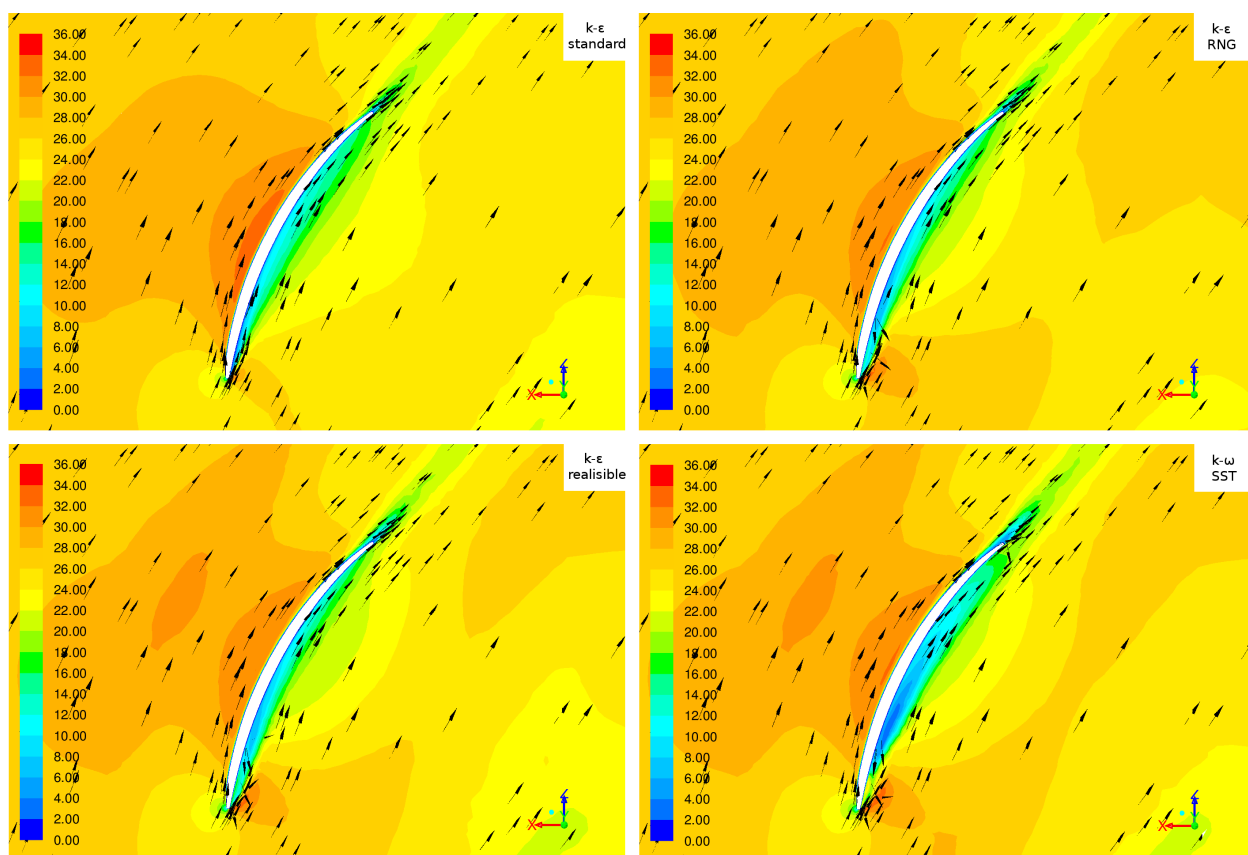
Tablica 4.3: Usporedbe modela turbulencije

	Standardni $k - \epsilon$	RNG $k - \epsilon$	<i>Realisable</i> $k - \epsilon$	$k - \omega$ SST
$Q$	5,50	5,33	5,50	5,48
$v_{ul}$	7,30	7,09	7,30	7,30
$v_{iz}$	11,66	11,32	11,54	11,59
$p_{ul}$	-32,82	-31,00	-32,90	-32,72
$p_{iz}$	0	0	0	0
$p_{tot_{ul}}$	0	0	0	0
$p_{tot_{iz}}$	83,35	79,14	81,89	82,41
$M$	8,49	7,55	7,82	7,70
$P_{do}$	853,5	759,4	786	774
$H$	6,94	6,59	6,82	6,86
$P_H$	458,1	422,1	450	452
$\eta_H$	53,7	55,6	57,3	58,4

Za vizualizaciju rješenja uspoređenih modela, lopatica ventilatora presječena je na radijalnoj koordinati 0,25m (slika 4.2) i prikazano je strujanje oko nje (slika 4.3).



Slika 4.2: Položaj radijalnog presjeka lopatice za usporedbu modela turbulencije [0, 25m]



Slika 4.3: Konture i vektori relativnih brzina oko lopatice za uspoređivene modele turbulencije



#### 4.0.6 Radna krivulja ventilatora dobivena modelom $k - \omega$ SST

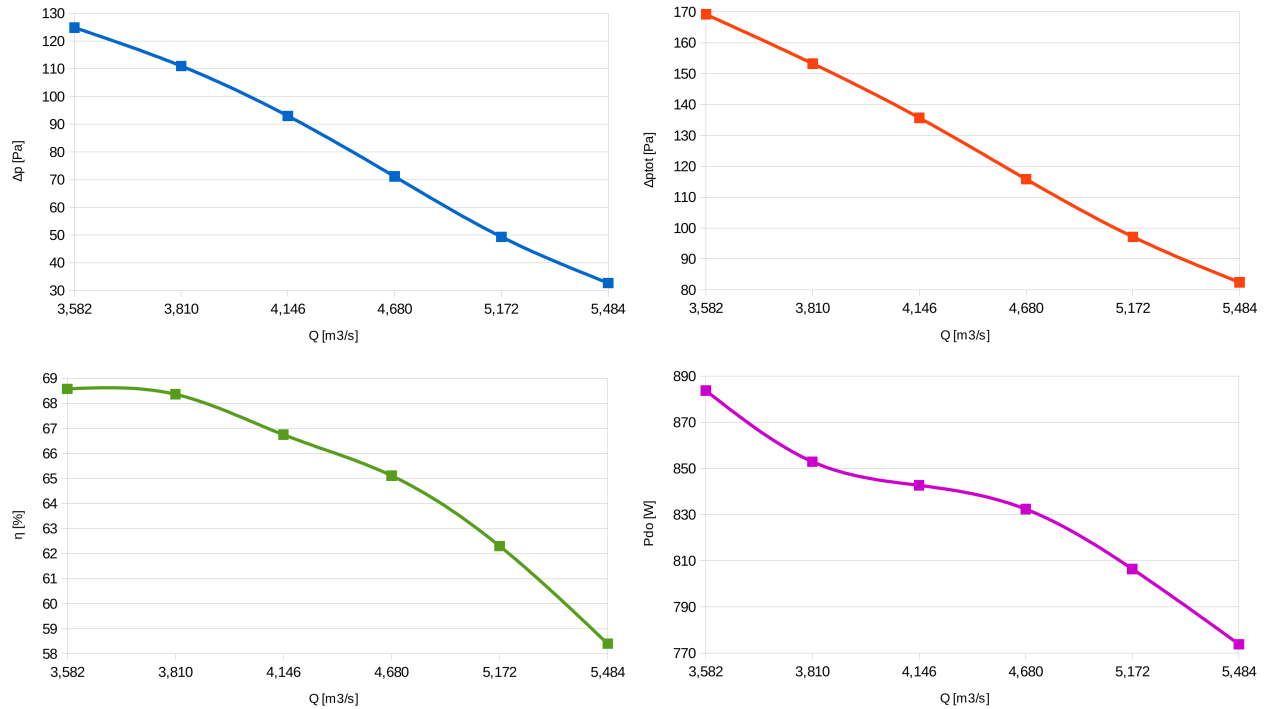
$k - \omega$  SST odabran je kao model s kojim će se dalje analizirati strujanje lopatice.

U tablici 4.4 prikazane su vrijednosti varijabli strujanja za 6 radnih točaka ventilatora. Radne točke određene su koeficijentom pada tlaka  $k$  (jednadžba 2.18) i iznose  $k = 0; 0,7; 2; 4; 6$  i  $8$ .

Tablica 4.4: Izračunate radne točke za model turbulencije  $k - \omega$  SST

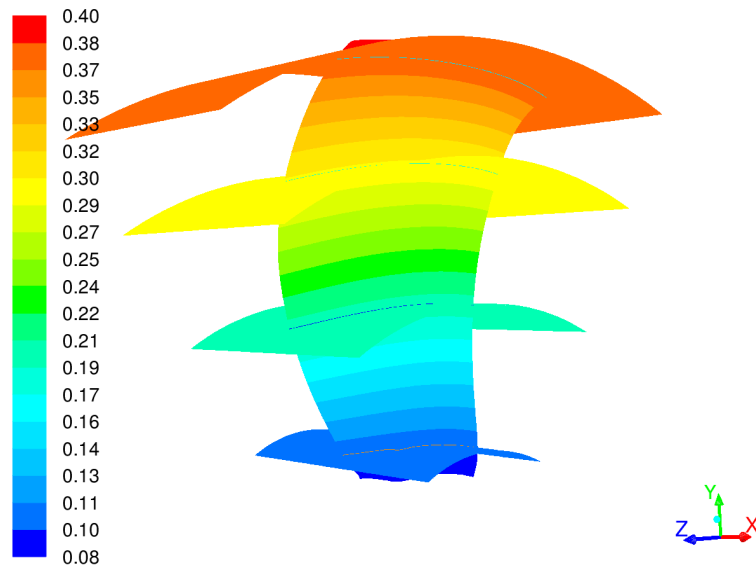
	$k = 0$	$k = 0,7$	$k = 2$	$k = 4$	$k = 6$	$k = 8$
$Q$	5,48	5,17	4,68	4,15	3,81	3,58
$v_{ul}$	7,28	6,88	6,22	5,51	5,07	4,76
$v_{iz}$	11,59	11,17	10,53	9,95	9,68	9,63
$p_{ul}$	-32,72	-49,36	-71,13	-92,98	-111,03	-124,84
$p_{iz}$	0	0	0	0	0	0
$p_{tot_{ul}}$	0	-20,39	-47,43	-74,39	-95,26	-110,97
$p_{tot_{iz}}$	82,41	76,76	68,38	61,27	58,05	58,22
$M$	7,70	8,02	8,28	8,38	8,48	8,79
$P_{do}$	773,9	806,5	832,4	842,7	853	883,7
$\Delta p_{tot}$	82,41	97,15	115,81	135,66	153,26	169,19
$H$	6,82	8,09	9,64	11,29	12,76	14,06
$P_H$	452	502,4	542	562,4	583,9	606
$\eta_H$	58,4	62,3	65,1	66,7	68,5	68,6

Na slici 4.4 prikazane su radne krivulje ventilatora dobivene numeričkom analizom.



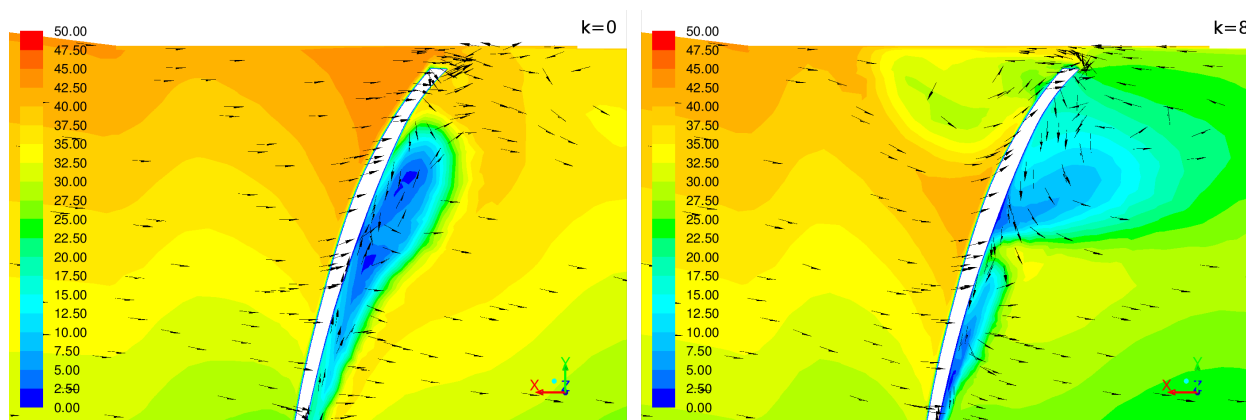
Slika 4.4: Krivulje prirasta statičkog tlaka (gore lijevo), prirasta totalnog tlaka (gore desno), koeficijenta iskoristivosti (dolje lijevo) i snage (dolje desno) u ovisnosti o protoku.

Za vizualizaciju rješenja lopatica ventilatora presječena je na radijalnim koordinatama 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 38m (slika 4.5) i prikazane su konture i vektori relativne brzine strujanja, za radne točke s maksimalnim protokom ( $k = 0$ ) i maksimalnim stupnjem iskorištenja ( $k = 8$ ) (slike 4.7, 4.8).



Slika 4.5: Položaji radijalnih presjeka lopatice za usporedbu radnih točaka  $k - \omega$  SST modela turbulencije (0, 1; 0, 2; 0, 3 i 0, 38m).

Na slici 4.6 prikazan je meridijalni presjek relativne brzine strujanja kroz zazor između lopatice i kućišta ventilatora.



Slika 4.6: Konturni prikaz meridijalnog presjeka relativne brzine strujanja kroz zazor između lopatice i kućišta ventilatora.

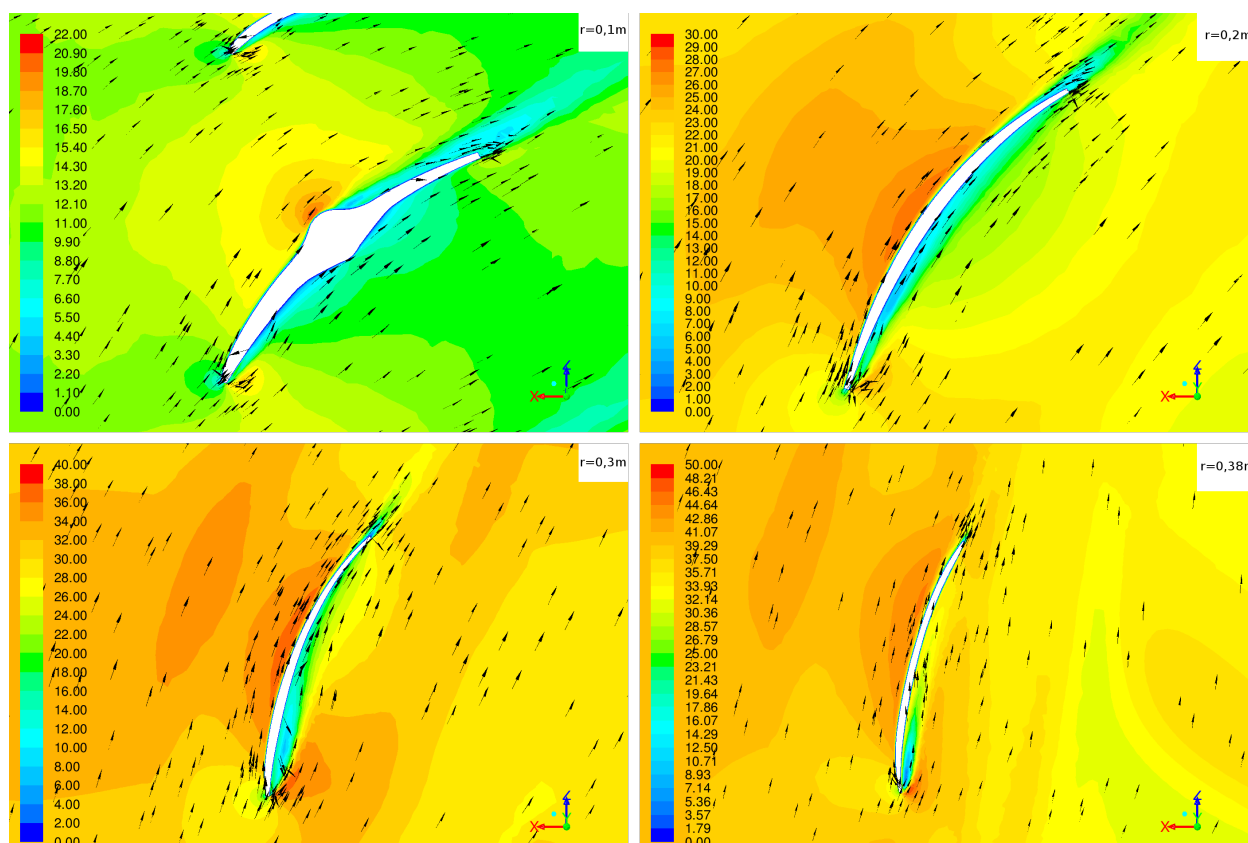
Na slici 4.7 prikazano je strujanje oko lopatice u radnoj točki s maksimalnim protokom.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,1m$  vektori relativne brzine imaju napadni kut pri kojem se strujanje ne odvaja znatno od lopatice. To znači da je napadni kut relativne brzine približno jednak kutu lopatice na ulaznom bridu.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,2m$  može se primijetiti kako nema značajnog odvajanja strujanja i vrtložnih zona.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,3m$ , vidi se značajno odvajanje strujanja na tlačnoj površini lopatice zbog negativnog napadnog kuta relativne brzine.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,38m$ , također se pojavljuje separacija toka na ulaznom bridu tlačne strane lopatice, kao i u prethodnim slučajevima, zbog premalog napadnog kuta relativne brzine.



Slika 4.7: Relativno strujanje oko lopatice, u radnoj točki s najvećim protokom ( $k = 0$ ), na radijalnim presjecima  $0,1m$ ;  $0,2m$ ;  $0,3m$  i  $0,38m$ .

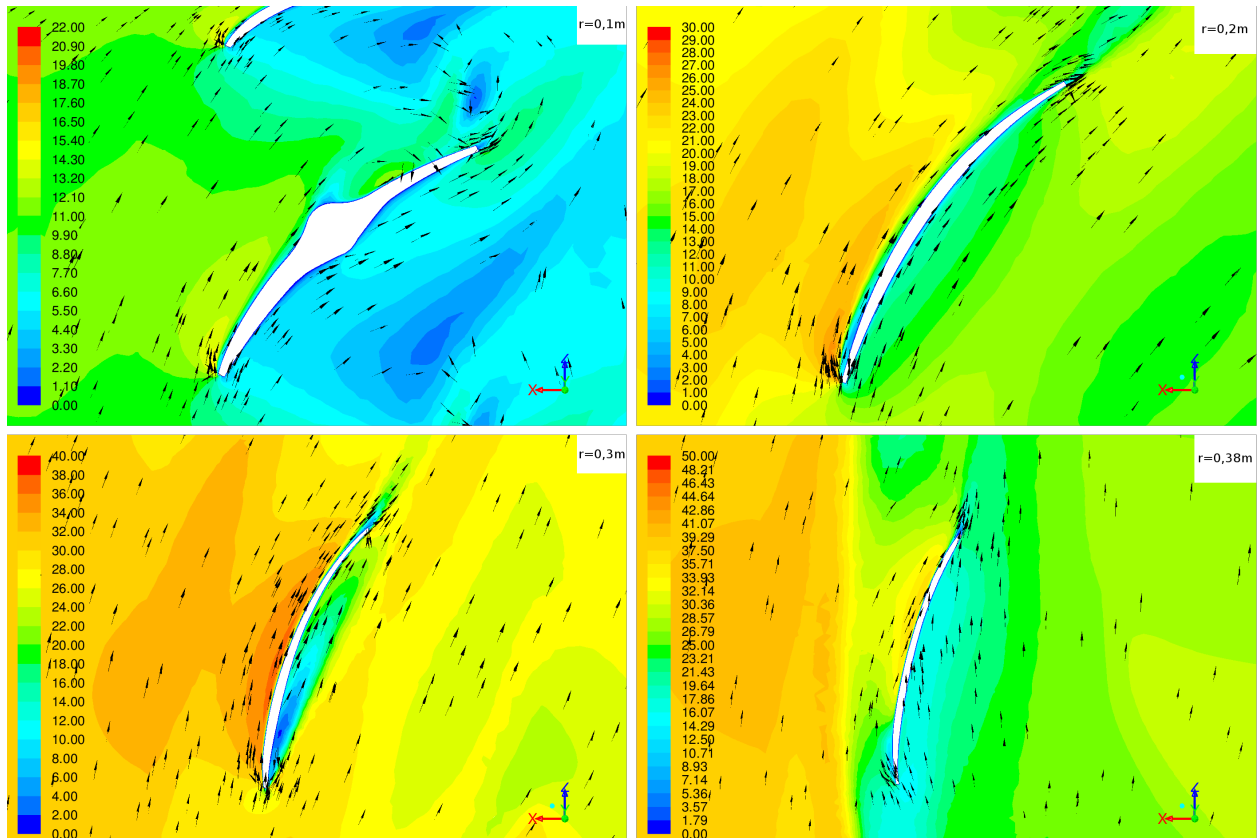
Na slici 4.8 prikazano je strujanje oko lopatice u radnoj točki s maksimalnim koeficijentom iskorištenja.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,1m$  može se primijetiti negativan napadni kut relativne brzine, te relativno velika vrtložna zona na tlačnoj površini lopatice.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,2m$  može se primijetiti kako nema značajnog odvajanja strujanja i vrtložnih zona.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,3m$ , vidi se značajno odvajanje strujanja na tlačnoj površini lopatice zbog negativnog napadnog kuta relativne brzine.

Na radijalnom presjeku  $r = 0,38m$ , napadni kut relativne brzine je pozitivan pa se primjećuje separacija strujanja i vrtložna zona na podtlačnoj površini lopatice.



Slika 4.8: Relativno strujanje oko lopatice, u radnoj točki s najvećom iskoristivosti ( $k = 8$ ), na radijalnim presjecima  $0,1m$ ;  $0,2m$ ;  $0,3m$  i  $0,38m$ .

Za poboljšanje rada ventilatora, u radnoj točki s najvećim koeficijentom iskoristivosti, potrebno je korigirati profil lopatice kako bi se izbjegle separacije strujanja koje su generatori gubitaka.

## 5. Zaključak

U radu su uspoređeni rezultati simulacija, provedenih s četiri različita modela turbulencije, na modelu aksijalnog ventilatora sa srpastim lopaticama.

Korišteni modeli turbulencije su:

- Standardni  $k - \epsilon$  model
- RNG  $k - \epsilon$  model
- *Realisable*  $k - \epsilon$  model
- $k - \omega$  SST model

Od eksperimentalnih rezultata, za analizirani ventilator, poznati su maksimalni protok i koeficijent iskoristivosti kod slobodnog ispuha.

Uočeno je dobro poklapanje rezultata izračunatih protoka, kod svih korištenih modela turbulencije, te faktora korisnosti kod  $k - \omega$  SST modela i *Realisable*  $k - \epsilon$  modela.

Standardni  $k - \epsilon$  model i RNG  $k - \epsilon$  model pokazali su znatno odstupanje faktora korisnosti, dok je kod RNG  $k - \epsilon$  modela uočena i povišena nestacionarnost prilikom rješavanja.

Najmanja odstupanja ostvarena su  $k - \omega$  SST modelom te je s tim modelom izračunata radna karakteristika ventilatora.

Za poboljšanje rada ventilatora potrebno je korigirati profil lopatice kako ne bi nastajale separacije strujanja na njezinim površinama, i time bili generirani značajni gubici.

Posebno su zamijećene separacije strujanja pri većim radijusima lopatice.

Nadalje, ovim je radom sažeto prikazan pristup numeričkoj analizi i dane su smjernice za izradu slične.

# Literatura

- ANSYS (pristup 10. Srpnja 2015). *FLUENT 6.3 Documentation*. <https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/index.htm>.
- BRADSHAW, P. & MEHTA, R. (pristup 5. Srpnja 2015). Wind tunnel design. <http://navier.stanford.edu/bradshaw/tunnel/index.html>.
- DIRECTINDUSTRY (pristup 1. Srpnja 2015). *Directindustry*. <http://www.directindustry.com/prod/dlkventilatoren/product-60166-388773.html>.
- ECK, B. (1972). *Fans*. Pergamon Press, Oxford, England; Translated from "Ventilatoren", 5th edn.
- ORIENTALMOTOR (pristup 1. Srpnja 2015). *Cooling Fans Overview*. <http://www.orientalmotor.com/technology/articles/cooling-fans-overview.html>.
- VIRAG, Z. & DŽIJAN, I. (2014). *Računalna dinamika fluida; Skripta - predavanja*. Fakultet Strojstva i Brodogradnje; Zagreb.