

# Obodna pumpa

---

Žužul, Josip

Undergraduate thesis / Završni rad

2015

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:256643>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Josip Žužul**

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Željko Tuković, dipl. ing.

Student:

Josip Žužul

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc. Željku Tukoviću kako na pomoći i korisnim savjetima tako i na izdvojenom vremenu prilikom izrade ovog rada.

Josip Žužul

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Josip Žužul**

Mat. br.: 0035188132

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Obodna pumpa**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Regenerative pump**

Opis zadatka:

Obodne ili vrtložne pumpe (engl. regenerative pumps) spadaju u skupinu dinamičkih pumpi koje u jednostupanjskoj izvedbi mogu ostvariti vrlo velike visine dobave kod malih protoka. Ove pumpe mogu raditi s vrlo niskom neto pozitivnom usisnom visinom (NPSH), a u pripadajućem radnom području imaju veću iskoristivost od odgovarajućih sporohodnih centrifugalnih pumpi, posebice ako se radi o pumpama malih dimenzija.

U okviru završnog rada potrebno je:

1. Opisati karakteristike i mogućnost primjene obodnih pumpi,
2. Postaviti hidraulički proračun jednostupanjske obodne pumpe,
3. Proračunati jednostupanjsku obodnu pumpu koja dobavlja 20 l/min vode i ostvaruje visinu dobave 200 m pri brzini vrtnje 3000 min<sup>-1</sup>.

U tekstu završnog rada potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualnu pomoć tijekom izrade.

Zadatak zadan:  
25. studenog 2014.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 26. veljače 2015.  
**2. rok:** 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 2., 3., i 4. ožujka 2015.  
**2. rok:** 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:



Prof.dr.sc. Željko Tuković

Predsjednik Povjerenstva:



Prof. dr. sc. Igor Balen

## SADRŽAJ

1	UVOD.....	1
1.1	Turbostrojevi.....	1
1.2	Osnovni zakoni mehanike fluida .....	3
1.2.1	Jednadžba očuvanja mase ( jednadžba kontinuiteta ) .....	3
1.2.2	Jednadžba očuvanja momenta količine gibanja.....	4
1.2.3	Jednadžba očuvanja energije ( prvi stavak termodinamike ) .....	5
1.3	Bezdimenzijske značajke .....	6
1.3.1	Bezdimenzijske značajke bitne za analizu rada pumpe .....	7
1.4	Pumpe .....	10
1.5	Obodne pumpe.....	11
2	HIDRAULIČKI PRORAČUN .....	19
2.1	Određivanje vanjskog promjera impelera.....	19
2.2	Središte cirkulacijskog toka .....	20
2.3	Srednji radijusi.....	22
2.4	Korisna cirkulacija.....	22
2.5	Površina cirkulacije.....	23
2.6	Gubitak protoka .....	23
2.7	Faktor skliza.....	25
2.8	Faktor upada .....	25
2.9	Izmjena momenta.....	26
2.10	Određivanje koeficijenta gubitka cirkulacije .....	27
2.11	Brzina cirkulacije.....	30
3	PRORAČUN OBODNE PUMPE.....	32
3.1	Vanjski promjer impelera .....	32
3.2	Definiranje središta cirkulacijskog toka .....	33
3.3	Određivanje srednjih radijusa .....	35
3.4	Korisnost cirkulacije .....	35
3.5	Površina za odvijanje cirkulacijskog strujanja.....	36

---

3.6	Gubitak protoka .....	37
3.7	Faktor skliza.....	37
3.8	Faktor upada .....	38
3.9	Gubitak cirkulacije.....	38
3.10	Brzina cirkulacije.....	40
3.11	Analiza rezultata .....	41
4	Zaključak .....	43

## POPIS SLIKA

Slika 1.1	Tipovi turbostrojeva s obzirom na smjer strujanja kroz rotor u odnosu na smjer rotacije .....	2
Slika 1.2	Protok kroz elementarnu površinu ( uz pojašnjenje jednadžbe kontinuiteta ).....	3
Slika 1.3	Kontrolni volumen turbostroja .....	4
Slika 1.4	Shematski prikaz kontrolnog volumena .....	6
Slika 1.5	Ovisnost oblika rotora pumpi o brzohodnosti $ns$ .....	8
Slika 1.6	Cordier-ov dijagram ovisnosti brzohodnosti i specifičnog promjera .....	9
Slika 1.7	Obodna pumpa.....	11
Slika 1.8	Ustrujavanje fluida u kanal i porast tangencijalnog tlaka kroz obodnu pumpu ....	14
Slika 1.9	Strujanje spiralnog oblika unutar obodne pumpe .....	15
Slika 1.10	Karakteristika brzine cirkulacije.....	15
Slika 1.11	Cirkulacija radnog medija kroz lopatične kanale impelera .....	16
Slika 1.12	Polje brzine cirkulacije .....	17
Slika 2.1	Geometrija obodne pumpe .....	20
Slika 2.2	Dimenzije polja protoka u obodnoj pumpi .....	21
Slika 2.3	Podjela kanala na četiri sekcije pri proračunu gubitaka cirkulacije .....	27
Slika 2.4	Faktor cirkulacijske kombinacije lukova u ovisnosti o faktoru $AR$ .....	29



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1	Usporedba bezdimenzijskih značajki centrifugalne i obodne pumpe .....	13
-----------	---	----

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Mjerna jedinica</b>	<b>Opis</b>
$m$	kg	Masa
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća
$t$	s	Vrijeme
$A$	m <sup>2</sup>	Površina
$\dot{m}$	kg/s	Maseni protok
$n$	s <sup>-1</sup>	Brzina vrtnje
$\psi$	-	Koeficijent visine dobave
$Q$	m <sup>3</sup> /s	Protok, željeni protok
$\Phi$	-	Koeficijent protoka
$\hat{P}$	-	Koeficijent snage
$P$	W	Snaga
$D$	m	Promjer
$r$	m	Radijus
$\eta$	-	Iskoristivost
$g$	m/s <sup>2</sup>	Gravitacijska akceleracija
$H$	m	Visina dobave
$N_s$	-	Specifična brzina vrtnje
$\omega$	rad/s	Kutna brzina
$\omega_s$	rad	Specifična brzina vrtnje ( specifična kutna brzina )
$D_s$	-	Specifičan promjer
$NPSH$	m	Neto pozitivna usisna visina
$r_c$	m	Radijalna koordinata središta cirkulacije
$z_c$	m	Aksijalna koordinata središta cirkulacije
$b$	m	Širina polovice lopatice
$t$	m	Debljina lopatice

Oznaka	Mjerna jedinica	Opis
$Z$	-	Broj lopatica
$r_3$	m	Polumjer obodnog kanala
$r_2$	m	Vanjski polumjer impelera
$r_0$	m	Unutarnji polumjer impelera
$B_u$	m <sup>3</sup>	Volumen fluida iznad radijusa $r = r_2$
$B_b$	m <sup>3</sup>	Volumen fluida ispod radijusa $r = r_2$
$d$	m	Širina obodnog kanala
$c$	m	Visina zazora između lopatice i kanala
$A_u$	m <sup>2</sup>	Površina presjeka kanala iznad radijusa $r = r_2$
$r_{g,u}$	m	Udaljenost težišta površine $A_u$ od osi rotacije
$A_b$	m <sup>2</sup>	Površina presjeka kanala ispod radijusa $r = r_2$
$r_{g,b}$	m	Udaljenost težišta površine $A_b$ od osi rotacije
$A_v$	m <sup>2</sup>	Površina polovice lopatice
$B_r$	m <sup>3</sup>	Volumen fluida s desne strane boka impelera
$B_l$	m <sup>3</sup>	Volumen fluida s lijeve strane boka impelera
$A_r$	m <sup>2</sup>	Površina presjeka kanala s desne strane boka impelera
$A_l$	m <sup>2</sup>	Površina presjeka kanala s lijeve strane boka impelera
$r_{g,r}$	m	Udaljenost težišta površine $A_r$ od osi rotacije
$r_{g,l}$	m	Udaljenost težišta površine $A_l$ od osi rotacije
$r_i$	m	Srednji radijus ulaza fluida u lopatični kanal
$r_e$	m	Srednji radijus izlaza fluida iz lopatičnog kanala
$\vartheta$	-	Iskoristivost cirkulacijskog strujanja
$A_o$	m <sup>2</sup>	Površina presjeka otvorenog kanala
$r_{g,o}$	m	Udaljenost težišta površine $A_o$ od osi rotacije
$r_{g,v}$	m	Udaljenost težišta površine $A_v$ od osi rotacije
$L_c$	m	Srednja duljina putanje cirkulacijskog toka

Oznaka	Mjerna jedinica	Opis
$A_c$	$m^2$	Površina odvijanja cirkulacijskog strujanja
$Q_0$	$m^3/s$	Stvarni protok kroz pumpu
$\varphi_1$	-	Koeficijent gubitka protoka
$\delta$	m	Visina zazora u zoni <i>strippera</i>
$\theta_P$	°	Kut zone pumpanja
$Z_{st}$	-	Broj lopatica u području <i>strippera</i>
$C_D$	-	Koeficijent istjecanja
$Q_l$	$m^3/s$	Gubitak protoka
$Q_s$	$m^3/s$	Protok volumena otvorenog kanala
$Q_0$	$m^3/s$	Stvarni protok kroz pumpu
$\varphi_0$	-	Koeficijent obodnog protoka
$\sigma^*$	-	Faktor skliza za radijalne centrifugalne turbostrojeve
$Q_v$	$m^3/s$	protok volumena prenesenog lopaticama impelera
$\sigma$	-	Faktor skliza za regenerativne turbostrojeve
$\alpha$	-	Faktor upada
$\bar{V}_c$	m/s	Srednja brzina cirkulacije
$U_e$	m/s	Obodna brzina fluida na izlazu iz impelera
$U_i$	m/s	Obodna brzina fluida na ulazu u impeler
$a_l$	m	Srednja obodna širina luka
$w_l$	m	Srednja obodna visina luka
$\bar{V}_{c,l}$	m/s	Srednja brzina cirkulacije u prvoj sekciji kanala
$R_c$	-	Cirkulacijski Reynoldsov broj
$\nu$	$m^2/s$	Kinematička viskoznost
$\lambda$	-	Faktor linearnog područja
$\beta$	rad	Kut lopatice u meridionalnoj ravnini

## SAŽETAK

U okviru ovog završnog rada ukratko su iznesena osnovna znanja o turbostrojevima te klasifikacije turbostrojeva. Nadalje su prezentirane pumpe kao jedan od najkorištenijih strojeva uopće, s naglaskom na obodnu ( vrtložnu ) pumpu. Prikazan je i detaljno pojašnjen princip rada obodne pumpe te koncept izmjene mase, energije te momenta količine gibanja s prikladnim slikama. Također, ukazane su mogućnosti i prednosti primjene obodnih pumpi u određenim situacijama te povučena paralela s centrifugalnim pumpama.

U nastavku je postavljen i objašnjen hidraulički proračun jednostupanjske izvedbe obodne pumpe s prikladnim pojašnjenjima, jednadžbama i dijagramima.

Zadnji dio ovog rada sadrži kompletan numerički proračun jednostupanjske izvedbe obodne pumpe koja dobavlja 20 l/min vode te ostvaruje visinu dobave od 200 m pri brzini vrtnje od  $3000 \text{ min}^{-1}$ .

Ključne riječi: turbostrojevi, obodna (vrtložna) pumpa, karakteristike obodne pumpe, primjena obodne pumpe, proračun pumpe

# 1 UVOD

## 1.1 Turbostrojevi

Turbostrojevi su svi uređaji u kojima se vrši izmjena energije između kontinuirano gibajućeg fluida i rotirajućih lopatica ( rotor, impeler ). Na nizu rotirajućih lopatica mijenja se zaustavna entalpija ( tlak, kinetička energija ) gibajućeg fluida ovisno o osnovnom zahtjevu koji je stavljen pred turbostroj, a to je ili dovođenje mehaničkog rada na vratilu s ciljem povećanja energije fluida ili odvođenje mehaničkog rada na vratilu turbostroja na račun smanjenja energije fluida.

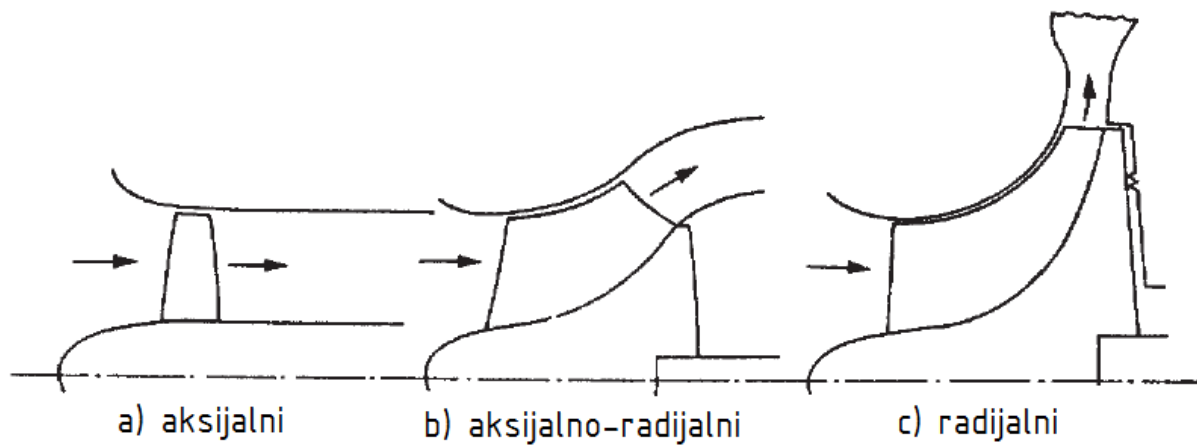
Osnovna podjela turbostrojeva proizlazi iz dva prethodno iznesena principa izmjene energije u rotoru:

- **Radni turbostrojevi** ( povećanje energije fluida )
  - ventilatori
  - kompresori
  - pumpe
- **Pogonski turbostrojevi** ( oduzimanje energije od fluida )
  - vjetroturbine
  - hidrauličke turbine
  - parne turbine
  - plinske turbine

Ovisno o smjeru strujanja radnog fluida kroz rotor turbostroja u odnosu os rotacije razlikuju se:

- **aksijalni turbostrojevi** - strujanje fluida unutar rotora turbostroja je u smjeru paralelnim s osi rotacije
- **radijalni turbostrojevi** - strujanje fluida unutar rotora turbostroja je u ravnini okomitoj na os rotacije turbostroja

- **turbostrojevi s mješovitim smjerom strujanja ( aksijalno-radijalni i radijalno-aksijalni )** - strujanje fluida unutar rotora turbostroja ima i aksijalne i radijalne komponente brzine



Slika 1.1 Tipovi turbostrojeva s obzirom na smjer strujanja kroz rotor u odnosu na smjer rotacije

Turbostrojeve je također moguće klasificirati s obzirom na postojanje ili nepostojanje promjene razine tlaka tijekom strujanja fluida kroz rotor turbostroja. Tako razlikujemo:

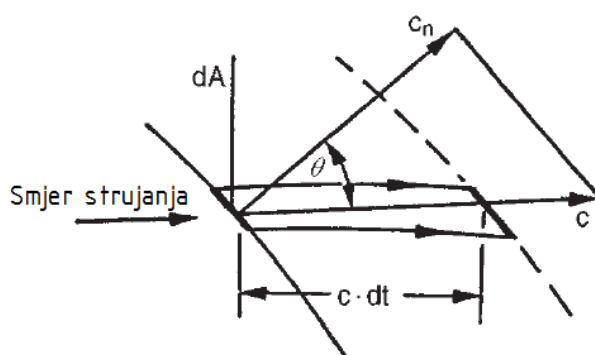
- **Akcijske ( impulsne ) turbostrojeve** - promjena razine tlaka odvija se samo u statoru
- **Reakcijske turbostrojeve** - promjena razine tlaka odvija se i u statoru i rotoru

## 1.2 Osnovni zakoni mehanike fluida

Osnovni zakoni, tj. jednačbe očuvanja predstavljaju osnovne jednačbe u mehanici fluida koje su od iznimne važnosti za analizu rada turbostrojeva. Jednačbe očuvanja esencijalne za analizu rada pumpe su sljedeće :

- **Jednačba očuvanja mase ( jednačba kontinuiteta)**
- **Jednačba očuvanja momenta količine gibanja**
- **Jednačba očuvanja energije ( prvi stavak termodinamike )**

### 1.2.1 Jednačba očuvanja mase ( jednačba kontinuiteta )



Slika 1.2 Protok kroz elementarnu površinu ( uz pojašnjenje jednačbe kontinuiteta )

Kroz infinitezimalnu površinu  $dA$ , kroz vremenski period  $dt$  struji fluid gustoće  $\rho$  brzinom  $c$ . Ako je infinitezimalna površina  $dA$  zakrenuta za kut  $\theta$  u odnosu na smjer strujanja fluida tada je infinitezimalna masa fluida jednaka

$$dm = \rho \cdot c \cdot dt \cdot dA \cdot \cos\theta \quad (1.1.)$$

U slučaju da je infinitezimalna površina  $dA$  okomita na smjer strujanja fluida tada je infinitezimalna masa fluida jednaka

$$dm = \rho \cdot c \cdot dt \cdot dA \quad (1.2.)$$



dok je elementarni maseni protok kroz elementarnu površinu jednak

$$d\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot c \cdot dA \quad (1.3.)$$

U većini slučajeva analizira se jednodimenzijско, stacionarno strujanje bez akumulacije mase gdje se gustoća  $\rho$  i brzina  $c$  smatraju konstantnima. Time se maseni protok može izjednačiti u bilo kojem presjeku te jednadžba kontinuiteta poprima oblik

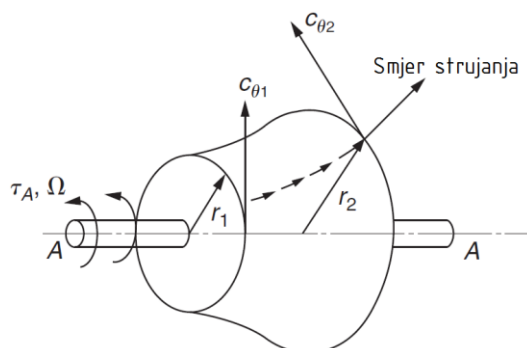
$$\dot{m} = \rho \cdot c \cdot A \quad (1.4.)$$

## 1.2.2 Jednadžba očuvanja momenta količine gibanja

Za sustav mase  $m$ , vremenska promjena momenta količine gibanja jednaka je vektorskoj sumi momenata svih vanjskih sila koje djeluju na taj sustav oko neke proizvoljne osi rotacije, odnosno

$$\tau_A = m \cdot \frac{d}{dt} (r \cdot \vec{c}_\theta) \quad (1.5.)$$

gdje je  $r$  udaljenost centra mase od osi rotacije, a  $c_\theta$  komponenta brzine okomita i na radijus i na os rotacije.



Slika 1.3 Kontrolni volumen turbostroja

Za kontrolni volumen na slici 1.3. vrijedi :

$$\tau_A = \dot{m} \cdot (r_2 c_{\theta 2} - r_1 c_{\theta 1}) \quad (1.6.)$$

odnosno, suma momenata vanjskih sila koje djeluju na fluid obuhvaćen kontrolnim volumenom jednaka je vremenskoj promjeni momenta količine gibanja.

Ako se pumpa okreće kutnom brzinom  $\Omega$ , tada je rad predan fluidu u jedinici vremena jednak

$$\dot{W}_c = \tau_A \cdot \Omega = \dot{m} \cdot (U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1}) \quad (1.7.)$$

gdje  $U = r \cdot \Omega$ , predstavlja brzinu lopatice.

Rad predan fluidu po jedinici mase, tj. specifični rad je jednak

$$\Delta W_c = \frac{\dot{W}_c}{\dot{m}} = \frac{\tau_A \cdot \Omega}{\dot{m}} = U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1} > 0 \quad (1.8.)$$

### 1.2.3 Jednadžba očuvanja energije ( prvi stavak termodinamike )

Slika 1.4. prikazuje općeniti slučaj kontrolnog volumena turbostroja u kojem maseni protok fluida  $\dot{m}$  ulazi u presjeku 1, a izlazi iz njega u presjeku 2. Energija se izmjenjuje između rotora turbostroja i fluida pri čemu se na vratilu turbostroja odvodi snaga  $P$ .

Za stacionarno strujanje fluida kroz turbostroj vrijedi energetska jednadžba:

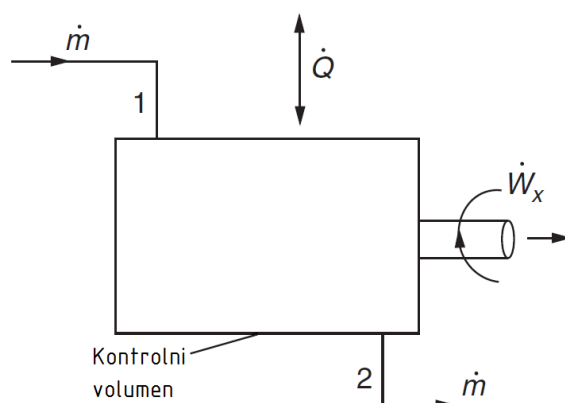
$$\dot{Q} - \dot{W}_x = \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad (1.9.)$$

gdje  $\dot{Q}$  predstavlja izmijenjenu toplinu između okoliša i turbostroja u jedinici vremena,  $\dot{W}_x$  predstavlja izmijenjen rad između okoliša i sustava u jedinici vremena,  $h$  se odnosi na

specifičnu entalpiju, član  $\frac{1}{2} c_2^2$  predstavlja kinetičku energiju po jedinici mase,  $gz$  predstavlja potencijalnu energiju po jedinici mase, dok se indeksi 1 odnosno 2 odnose na ulazni, tj. izlazni presjek.

Budući da se zbog brzine odvijanja procesa u turbostroju proces može smatrati adijabatskim, u gornjoj se jednadžbi može izostaviti član  $\dot{Q}$ , a specifičnu entalpiju možemo zapisati pomoću unutarnje energije i energije tlaka, dobivamo energetska jednadžbu prilagođenu za hidrauličke turbostrojeve:

$$\dot{W}_x = \dot{m} \left[ U_2 - U_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right] + g(z_2 - z_1) \quad (1.10.)$$



Slika 1.4 Shematski prikaz kontrolnog volumena

### 1.3 Bezdimenzijske značajke

Pomoću dimenzijske analize nekog fizikalnog procesa moguće je skup varijabli koje opisuju taj proces smanjiti na manji broj bezdimenzijskih značajki. Primjena bezdimenzijskih značajki na analizi rada turbostrojeva omogućuje sljedeće:

- predviđanje karakteristika prototipa na osnovi eksperimentalno određenih karakteristika modela
- određivanje najprikladnijeg tipa stroja s ciljem ostvarivanja maksimalne efikasnosti za određene vrijednosti visine dobave, brzine vrtnje i protoka

U slučaju bezdimenzijske analize pumpe pogonjene elektromotorom dolazi se do sljedećih zaključaka:

- kontrolne varijable su brzina vrtnje  $n$  ( može se podešavati promjenom struje elektromotora ) i volumenski protok  $Q$  ( regulira se otvaranjem/zatvaranjem ventila )
- karakteristična geometrijska dimenzija je promjer impelera  $D$
- sve ostale zavisne varijable ( torzijski moment  $\tau$ , visina dobave  $H$  ) mogu se izraziti u ovisnosti o kontrolnim varijablama

### 1.3.1 Bezdimenzijske značajke bitne za analizu rada pumpe

Provedbom dimenzijske analize na skupu varijabli koje opisuju rad pumpe, formiraju se sljedeće bezdimenzijske značajke bitne za analizu rada pumpe:

- **Koeficijent energetske pretvorbe**  $\Psi = \frac{gH}{n^2 D^2}$ , ( 1.11. )

- **Koeficijent protoka**  $\Phi = \frac{Q}{n D^3}$ , ( 1.12. )

- **Koeficijent snage**  $\hat{P} = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$ , ( 1.13. )

- **Iskoristivost**  $\eta = \frac{\Phi \Psi}{\hat{P}}$ , ( 1.14. )

- **Specifična brzina vrtnje ( brzohodnost )**

$$n_s = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} = \frac{n Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}, \quad ( 1.15. )$$

$$\omega_s = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}, \quad ( 1.16. )$$

- **Specifičan promjer**  $D_s = \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}} = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}$  ( 1.17. )

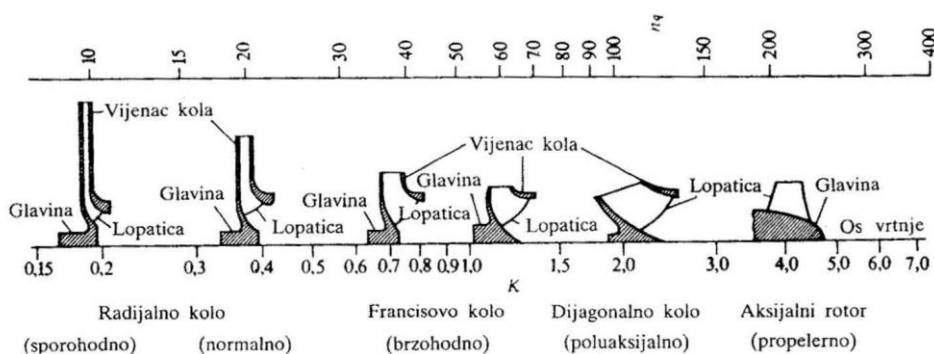
U gornjim relacijama se visina dobave  $H$  uvrštava u metrima m, brzina vrtnje  $n$  u  $s^{-1}$ , promjer impelera  $D$  u metrima m, volumenski protok  $Q$  u  $m^3/s$ , gustoća  $\rho$  u  $kg/m^3$ , snaga  $P$  u W, dok

se kutna brzina  $\omega$  izražava u rad/s. Veza između brzine vrtnje  $n$  [ s<sup>-1</sup> ] i kutne brzine  $\omega$  [ rad/s ] je :  $\omega = 2 \pi n$ .

Na isti način formirana je i veza između  $\omega_s$  i  $n_s$  kao:  $\omega_s = 2 \pi n_s$

Pri konstrukciji pumpe kao zahtjev se nameće odabir najpovoljnijeg tipa pumpe uz postizanje maksimalne moguće iskoristivosti za zadane ulazne parametre ( brzina vrtnje  $n$ , protok  $Q$  i visina dobave  $H$  ). Pritom su od najvećeg značaja brzohodnost i specifičan promjer.

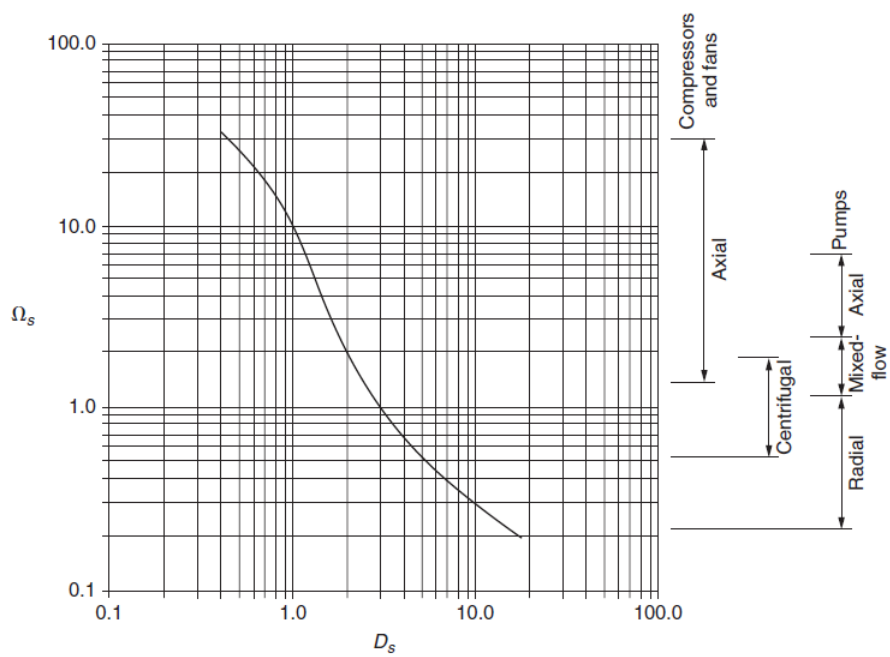
Za definiranu geometriju turbostroja postoji jednoznačna veza između iskoristivosti  $\eta$  i volumenskog protoka  $Q$ , odakle proizlazi da je brzohodnost  $n_s$  ( koja se računa za radnu točku pumpe u kojoj je iskoristivost maksimalna ) ovisna samo o geometriji turbostroja te je za određenu geometriju turbostroja konstantna.



Slika 1.5 Ovisnost oblika rotora pumpe o brzohodnosti  $n_s$

Određivanjem specifične brzine vrtnje ( brzohodnosti ) lako se određuje najpovoljniji tip pumpe za određenu namjenu ( slika 1.5. , dijagram na slici 1.6 ), a pomoću određenih dijagrama moguće je odrediti i optimalnu geometriju ( slika 1.6. ).

Cordier-ov dijagram nam ugrubo može poslužiti kao smjernica pri odabiru tipa turbostroja za određenu konkretnu namjenu pri čemu se postiže optimalna iskoristivost.



Slika 1.6 Cordier-ov dijagram ovisnosti brzohodnosti i specifičnog promjera

## **1.4 Pumpe**

Pumpe su strojevi čija je osnovna zadaća da dobavljaju fluid u područje većeg tlaka ili na veću visinu. Spadaju u radne turbostrojeve budući da pomoću rotora predaju fluidu mehanički rad doveden vratilom čime se fluid dovodi na veću energetska razinu.

Prema principu pretvorbe dovedenog mehaničkog rada u energiju fluida, pumpe se dijele na :

- **volumetričke pumpe**
- **dinamičke pumpe**

U volumetričkim pumpama fluid se transportira periodičkom promjenom volumena unutar kućišta, dok se u dinamičkim pumpama fluid transportira pod djelovanjem sila koje djeluju na njega u kućištu zbog neprekinutog spoja s usisnim i tlačnim dijelom cjevovoda.

S obzirom na smjer strujanja fluida u odnosu na os rotacije, dinamičke pumpe se dijele na:

- **radijalne pumpe**
- **radijalno - aksijalne pumpe**
- **aksijalne pumpe**

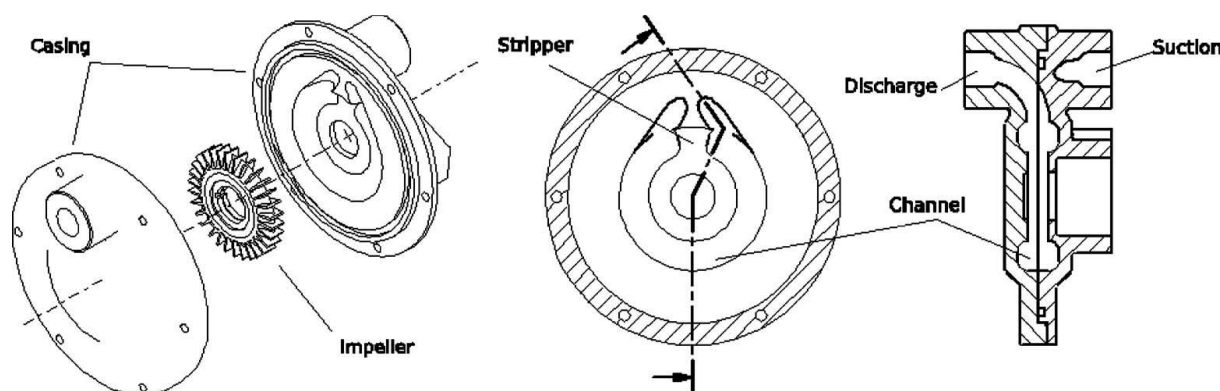
Koriste se za razne namjene u svakodnevnom životu te su po brojnosti jedan od najkorištenijih strojeva uopće ( odmah iza elektromotora ).

## 1.5 Obodne pumpe

Obodne ili vrtložne pumpe ( eng. *regenerative pump, peripheral pump* ) su dinamičke pumpe koje u jednostupanjskoj izvedbi imaju sposobnost ostvarivanja velikih visina dobave radnog fluida uz niži protok i nižu specifičnu brzinu vrtnje.

Iako je stupanj iskoristivosti u radnom području u kojem se upotrebljavaju nizak ( najčešće je ispod 50 % ), u velikom broju slučajeva predstavljaju efikasniju alternativu u primjeni u odnosu na ostale vrste pumpi ( najčešće centrifugalne pumpe ).

Obodne pumpe relativno su jednostavne konstrukcije. Sastoje se od kućišta s prstenastim kanalom i impelerom.



Slika 1.7 Obodna pumpa

Impeler obodne pumpe je disk na čijem se obodu nalaze radijalne lopatice koje rotiraju u prstenastom kanalu, a broj radijalnih lopatica je najčešće između 20 i 50.

Radni fluid ulazi u prstenasti kanal pumpe kroz usisni otvor, tok se razdvaja na dvije strane impelera, pri čemu uzastopno cirkulira između lopatica impelera pod utjecajem polja centrifugalne sile u ravnini okomitoj na obodni smjer. Prolaskom kroz pumpu, impeler predaje moment fluidu u lopatičnim kanalima impelera te ga dovodi na višu energetska razinu.



Na samom izlazu iz pumpe, odmah iza izlaznog otvora nalazi se *stripper*. To je dio pumpe u kojem je širina prstenastog kanala izrazito sužena kako bi se onemogućilo istrujavanje radnog fluida višeg tlaka iz izlaznog otvora prema ulaznom otvoru u područje nižeg tlaka te na taj način služi kao hidraulička brtva.

To je ustvari jedina fizička barijera između ulaznog i izlaznog toka fluida u pumpi, a budući da je za nesmetanu rotaciju impelera potrebna zračnost između lopatica impelera i prstenastog kanala, javljaju se neizbježni gubici protoka zbog istrujavanja u područje nižeg tlaka.

Ova nova izvedba obodne pumpe razlikuje se od prethodnih po načinu ustrujavanja i istrujavanja radnog medija kroz ulazni i izlazni otvor. Upravo predstavljenu izvedbu obodne pumpe karakterizira aksijalno ustrujavanje i istrujavanje kroz ulazni i izlazni otvor u odnosu na os rotacije, čime se postiže različit oblik strujanja radnog medija u odnosu na prethodne izvedbe u kojima su ustrujavanje i istrujavanje izvedeni u radijalnom smjeru te su prisutni manji padovi tlaka.

Takvom izvedbom, povećanje tlaka ( visine dobave ) u obodnoj pumpi ostvaruje se u obodnom smjeru. Samim time, cilj konstruktora obodne pumpe je izbjeći lokalne padove tlaka i osigurati konstantan i visok gradijent tlaka u obodnom smjeru.

Zbog manje vrijednosti gradijenta tlaka ( u odnosu na druge tipove pumpe ) , manja je mogućnost pojave kavitacije, tj. pojave lokalnog isparavanja fluida te naknadne kondenzacije ( implozije mjehurića pare ) tijekom koje dolazi do uništavanja lopatica impelera, te stoga mogu raditi s niskom neto pozitivnom usisnom visinom ( NPSH ).

S obzirom da kod centrifugalnih pumpi ( najčešće korišten tip pumpe u industriji ) do porasta tlaka dolazi u radijalnom smjeru, vidljiva je suštinska razlika između ta dva tipa pumpi čime se implicira na primjenu svakog tipa pumpe u različitim pogonskim opterećenjima ( različit volumenski protok  $Q$ , visina dobave  $H$  ).

Budući da su ulazni i izlazni otvor aksijalno poravnati, struja radnog fluida ulazi i izlazi iz pumpe u aksijalnom smjeru čime je moguće na jednostavan način postići višestupanjsku izvedbu s dodatnim povećanjem visine dobave ako je to potrebno.

Tablica 1 Usporedba bezdimenzijskih značajki centrifugalne i obodne pumpe

Type	Head coefficient $\psi = \frac{gH}{\omega^2 r_{g,o}^2}$	Flow coefficient $\phi = \frac{Q}{\omega A_o r_{g,o}}$	Specific speed $\omega_q = \frac{\omega Q^{\frac{1}{2}}}{gH^{\frac{3}{4}}}$
Centrifugal	0.4–1.0	0.01–0.02	10–100
Regenerative	1.0–6.0	0.005–0.01	1–10

Gornja tablica prikazuje usporedbu bezdimenzijskih veličina centrifugalnih i obodnih pumpi iz koje se može izvući zaključak da je pri određenim specifičnim brzinama vrtnje prikladnije umjesto malih centrifugalnih pumpi koristiti obodne pumpe koje su manje mase i veličine, dok u tim radnim točkama imaju i veću iskoristivost.

Aksijalni tok fluida u ulaznom otvoru nailazi na skretanje pod kutem od 90° nakon čega ulazi u prstenasti kanal, tangencijalno na obod impelera. Takva izvedba omogućuje usmjeravanje struje radnog medija na ulazu i izlazu uz minimiziranje aksijalnog pritiska te povećanje cirkulacije. Posljedično takvoj izvedbi, javlja se specifično strujanje radnog fluida unutar kućišta koje poprima oblik spirale.

Strujanje radnog fluida spiralnog oblika može se podijeliti u dvije komponente brzine :

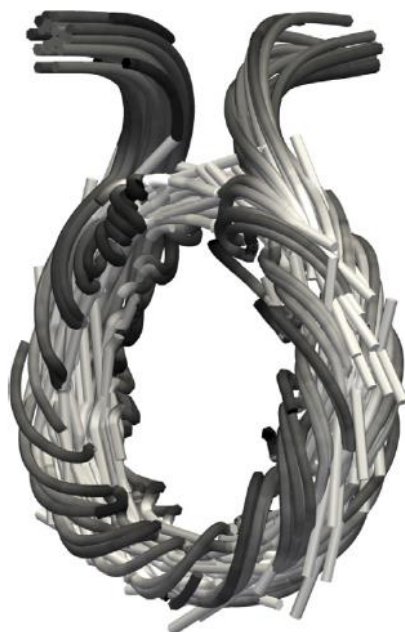
- obodni tok radnog fluida kroz prstenasti kanal u smjeru rotacije
- cirkulacija radnog fluida kroz lopatice impelera u aksijalnoj ravnini



Slika 1.8 Ustrujavanje fluida u kanal i porast tangencijalnog tlaka kroz obodnu pumpu

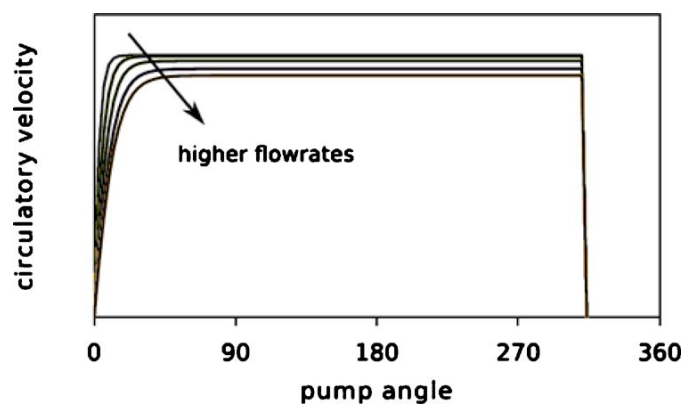
Cirkulacija radnog medija u aksijalnoj ravnini između lopatica impelera ima ključnu ulogu u predaji momenta dovedenog rotacijom impelera obodnom toku fluida u prstenastom kanalu kućišta pumpe. Dio pumpe u kojem je ostvaren cirkulacijski tok naziva se područje pumpanja, a može se podijeliti na:

- područje ubrzanja
- linearno područje
- područje usporavanja



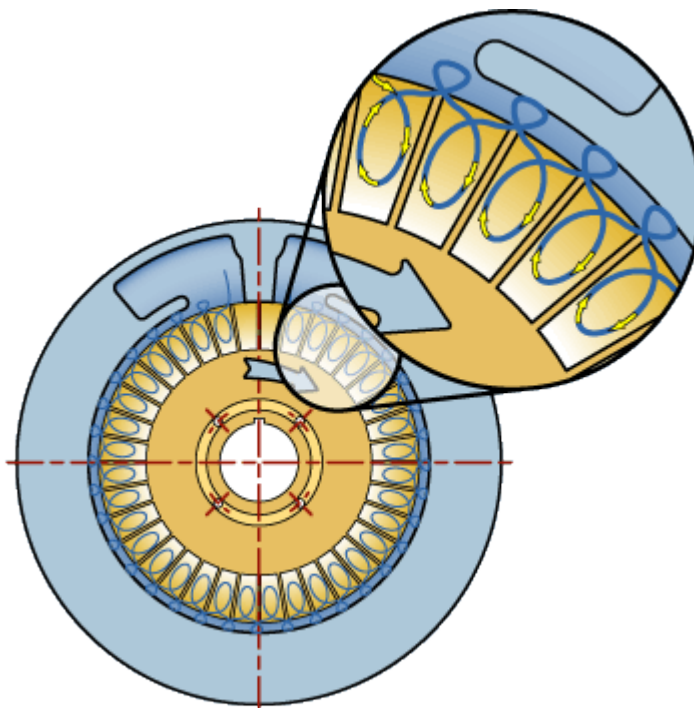
Slika 1.9 Strujanje spiralnog oblika unutar obodne pumpe

Područje ubrzavanja nalazi se odmah do ulaznog otvora u kojem dolazi do razvoja brzine cirkulacije od početne brzine koja iznosi nula. Nakon područja ubrzavanja dolazi do uspostave potpuno razvijene brzine cirkulacije u linearnom području koju karakterizira približno konstantan gradijent tlaka u obodnom smjeru, te naposljetku područje usporavanja u blizini izlaznog otvora pumpe. [6]



Slika 1.10 Karakteristika brzine cirkulacije

Protočni kanal unutar obodne pumpe sastoji se od prostora omeđenog radijalnim lopaticama impelera, kanala vršnog zazora ( područje između vrha lopatice impelera i ruba prstenastog kanala u kojem impeler rotira ) i bočnog obodnog kanala. Otvorenim prstenastim kanalom smatraju se kanal vršnog zazora prstenastog kanala i bočni obodni kanal.

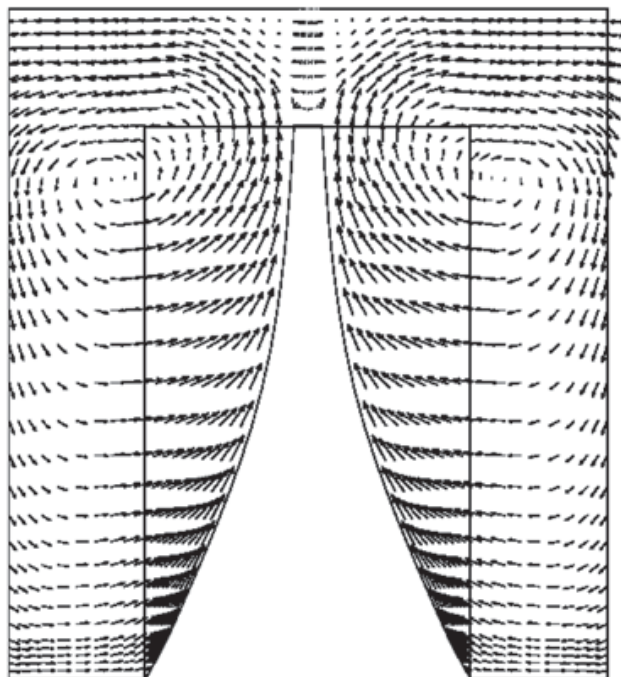


Slika 1.11 Cirkulacija radnog medija kroz lopatične kanale impelera

Za ostvarivanje velikih visina dobave u usporedbi s drugim vrstama pumpi iste specifične brzine vrtnje zaslužna je uzastopna cirkulacija radnog fluida između lopatica impelera. Dakle, radni fluid ulazi u prostor niže lopatice iz smjera bočnog obodnog kanala u smjeru paralelnom s osi rotacije te prima moment preko rotirajućih lopatica impelera nakon čega struji radijalno prema vrhu lopatice. Tada cirkulacijski tok prenosi dobiveni moment obodnom toku u otvorenom prstenastom kanalu koji je pogonjen smičnim silama pod utjecajem rotacije lopatica.

Fluid koji preda sav moment obodnom toku ponovno ulazi u prostor nadolazeće lopatice, također u aksijalnom smjeru s donje strane čime se ovaj princip ponavlja od ulaznog do izlaznog otvora.

Na taj način dolazi do povećanja statičkog tlaka, odnosno do povećanja visine dobave.



Slika 1.12 Polje brzine cirkulacije

Impeler jednostupanjske obodne pumpe dodiruje fluid više puta i posljedično ostvaruje veću visinu dobave u odnosu na centrifugalnu pumpu u kojoj fluid kroz pumpu prolazi samo jednom. Dakle, spiralni oblik strujanja unutar obodne pumpe može se shvatiti kao obodno strujanje uz veći broj cirkulacijskih strujanja. Budući da se svaka pojedina cirkulacija između lopatica može smatrati jednim stupnjem, obodna se pumpa u jednostupanjskoj izvedbi može smatrati i „višestupanjskom“.

Obodna pumpa je prikladna i za upotrebu u slučaju radnog fluida različite razine čistoće i agresivnosti, stoga nalazi primjenu i u transportu nečiste otpadne vode, viskoznih fluida, vrućih i hlapljivih fluida te kemikalija.

Zbog svojih specifičnosti i boljih karakteristikama u odnosu na druge vrste pumpi u određenom radnom području, obodna pumpa nalazi primjenu u:

- medicini
- pripremi i obradi vode za procesnu industriju
- dobavi napojne kotlovske vode
- cirkulaciji slane vode
- cirkulaciji rashladnih sredstava
- povratu kondenzata
- kao pumpa za dovod goriva u automobilima i zrakoplovima
- dobavi pitke vode
- praonicama automobila
- sustavima hlađenja
- rafinerijama
- sustavima transporta otpadnih voda

Zbog niske specifične brzine vrtnje obodna pumpa je idealna za sustave podmazivanja, regulacije i filtracije.

## 2 HIDRAULIČKI PRORAČUN

Hidrauličkim proračunom obodne pumpe žele se provjeriti radne karakteristike pumpe određene geometrije i s određenim nametnutim zahtjevima.

Najčešće su kao ulazni parametri poznati volumenski protok  $Q$ , visina dobave  $H$  i brzina vrtnje  $n$  te se prema njima vrši proračun.

U nastavku će biti postavljen i objašnjen tok proračuna obodne pumpe [ 4, 5, 6 ]

### 2.1 Određivanje vanjskog promjera impelera

Vanjski promjer impelera  $D_2$  je najvažnija geometrijska veličina pumpe te se određuje preko veze specifične brzine vrtnje  $\omega_s$  i specifičnog promjera  $D_s$  iz Cordierovog dijagrama ( slika 1.6 ). Cordierov dijagram prikazuje vezu specifične brzina vrtnje i specifičnog promjera u slučaju najbolje iskoristivosti pumpe.

Kako su nam sve veličine potrebne za specifičnu brzinu vrtnje poznate,  $\omega_s$  izračunamo preko izraza:

$$\omega_s = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}},$$

te se tada iz Cordierovog dijagramu na slici 1.6 može odrediti specifičan promjer  $D_s$ .

No kako je kod obodnih pumpi specifična brzina vrtnje mala, javlja se potreba za provođenjem ekstrapolacije krivulje u Cordierovom dijagramu budući da se tražena radna točka nalazi izvan područja opisanog u dijagramu. Problemu se pristupa na način da se krivulja linearno produži u smjeru niskih vrijednosti specifične brzina vrtnje te provede ekstrapolacija. Očitaju se vrijednosti dvije točke krivulje koje su najbliže traženoj radnoj točki, te služe kao pomoć pri određivanju specifičnog promjera  $D_s$ .

S poznatom veličinom specifičnog promjera može se saznati optimalna veličina vanjskog promjera prema:

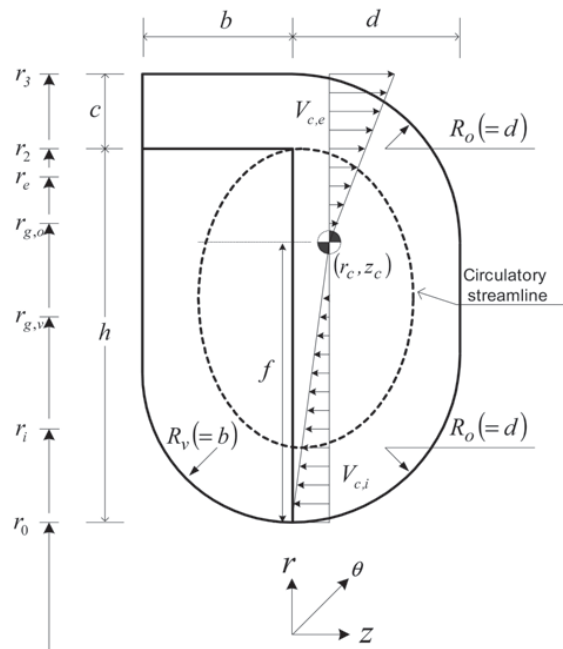
$$D_s = \frac{\psi^{1/4}}{\phi^{1/2}} = \frac{D(gH)^{1/4}}{Q^{1/2}}.$$

Prema vanjskom promjeru pumpa se dimenzionira, a ostale geometrijske veličine ulaze u daljnji proračun.



## 2.2 Središte cirkulacijskog toka

Radni fluid cirkuliranjem između lopatica impelera izmjenjuje moment s fluidom u otvorenom prstenastom kanalu. Za daljnji proračun važno je odrediti točnu lokaciju središta cirkulacije, tj. točku težišta cirkulacijskog toka. Koordinate središta cirkulacijskog toka određuju se u odnosu na vršnu i bočnu stranu impelera.



Slika 2.1 Geometrija obodne pumpe

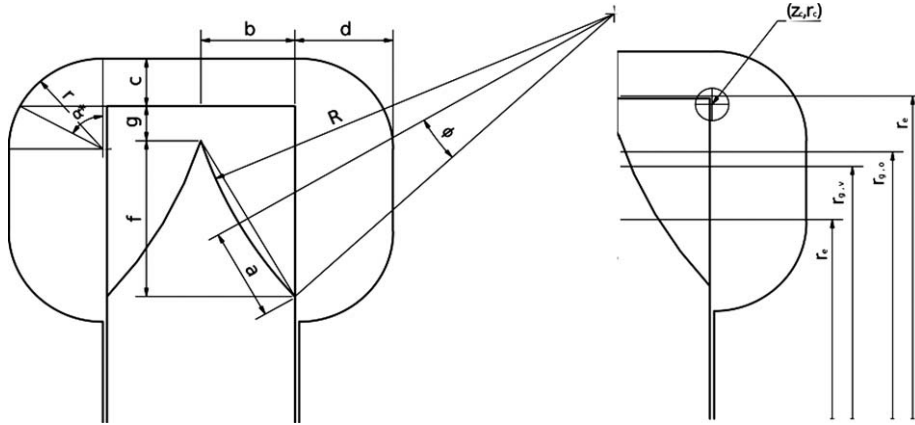
Radijalna koordinata središta cirkulacije najčešće je smještena ispod vanjskog radijusa impelera te je izražena preko:

$$r_c = \frac{b}{b+d} \frac{tZ}{2\pi} + \sqrt{\left(r_2 - \frac{b}{b+d} \frac{tZ}{2\pi}\right)^2 + \frac{B_u - B_b}{b+d}}, \quad (2.1.)$$

$B_u$  i  $B_b$  predstavljaju volumene radnog fluida u otvorenom kanalu iznad, odnosno ispod radijusa  $r = r_2$ .

$$B_u \text{ se dobiva pomoću izraza: } B_u = A_u r_{g,u}, \quad (2.2.)$$

pri čemu  $A_u$  predstavlja površinu presjeka kanala iznad radijusa  $r = r_2$ , dok se  $r_{g,u}$  odnosi na koordinate težišta površine  $A_u$  u odnosu na os rotacije.



Slika 2.2 Dimenzije polja protoka u obodnoj pumpi

$B_b$  je definiran izrazom: 
$$B_b = A_b r_{g,b} - A_v \frac{tZ}{2\pi}, \quad (2.3.)$$

pri čemu  $A_b$  predstavlja površinu presjeka kanala ispod radijusa  $r = r_2$ , dok se  $r_{g,b}$  odnosi na koordinate težišta površine  $A_b$  u odnosu na os rotacije.  $A_v$  predstavlja površinu polovice lopatice ( s jedne strane kanala ).

Aksijalna komponenta središta cirkulacije najčešće je smještena u neposrednoj blizini bočne strane impelera te je izražena preko: 
$$Z_c = \frac{B_r - B_l}{r_3^2 - r_0^2}, \quad (2.4.)$$

$r_3$  predstavlja radijalnu udaljenost od osi rotacije do vrha otvorenog kanala, dok  $r_0$  predstavlja unutarnji radijus impelera.

$B_r$  i  $B_l$  predstavljaju volumene radnog fluida u otvorenom kanalu s desne, odnosno s lijeve strane boka impelera.

$B_r$  se dobiva pomoću izraza: 
$$B_r = A_r r_{g,r}, \quad (2.5.)$$

pri čemu  $A_r$  predstavlja površinu presjeka kanala s desne strane boka impelera, dok se  $r_{g,r}$  odnosi na koordinate težišta površine  $A_r$  u odnosu na os rotacije.

$B_l$  je definiran izrazom: 
$$B_l = A_l r_{g,l} - A_v \frac{tZ}{2\pi}, \quad (2.6.)$$

pri čemu  $A_l$  predstavlja površinu presjeka kanala s lijeve strane boka impelera, dok se  $r_{g,l}$  odnosi na koordinate težišta površine  $A_l$  u odnosu na os rotacije.

$A_v$  predstavlja površinu presjeka lopatice na jednom kraju kanala.

### 2.3 Srednji radijusi

Kao što se može vidjeti na slici 2.1, u svim točkama čija je radijalna udaljenost od osi rotacije manja od  $r_c$ , radni fluid ulazi u kanale između lopatica impelera. Također, za točke čija je radijalna udaljenost od osi rotacije veća od  $r_c$ , radni fluid napušta kanale između lopatica. Kako bi se olakšao proračun, svrsishodno je uvesti srednji ulazni i srednji izlazni radijus radnog fluida. Srednji ulazni radijus radnog fluida je određen izrazom:

$$r_i = \sqrt{\frac{3}{10} \frac{4r_0^3 + 3r_0^2 r_c + 2r_0 r_c^2 + r_c^3}{2r_0 + r_c}}, \quad (2.7.)$$

dok je srednji izlazni radijus radnog fluida definiran s:

$$r_e = \sqrt{\frac{3r_c^5 + 10r_2^2 r_3^2 (2r_3 - 3r_c) + 15r_2^4 r_c - 8r_2^5}{10(r_3 - r_c)^2 (2r_3 + r_c)}}, \quad (2.8.)$$

### 2.4 Korisna cirkulacija

U slučaju da je aksijalna koordinata središta cirkulacije  $z_c$  smještena u bočnom obodnom kanalu, dio cirkulacijskog toka ne ulazi u lopatične kanale impelera već se okreće u kanalu. Na taj način, taj dio cirkulacije ne prima moment doveden rotirajućim lopaticama impelera te ne sudjeluje u predaji momenta obodnom toku.

Dakle, u izmjeni momenta sudjeluje samo fluid koji ulazi i izlazi iz lopatičnih kanala, a to se uzima u obzir pomoću faktora cirkulacijskog toka  $\vartheta$ , koji je definiran na sljedeći način:

$$\vartheta = 1 - \left( \frac{z_c}{b + z_c} \right)^2, \quad (2.9.)$$

## 2.5 Površina cirkulacije

Iako je površina za odvijanje cirkulacijskog toka jedan od najvažnijih parametara koji definira cirkulaciju, niti jedna smisljena metoda za izračun nije predložena. Stoga se proračunu površine cirkulacije pristupa na način da se ukupan oplakivani volumen kanala za odvijanje cirkulacije podijeli srednjom duljinom putanje cirkulacije na sljedeći način :

$$A_c = \frac{A_o r_{g,o} + A_v \left( r_{g,v} - \frac{tZ}{2\pi} \right)}{L_c}, \quad (2.10.)$$

gdje  $A_o$  predstavlja površinu presjeka otvorenog kanala ( kanal vršnog zazora i bočni obodni kanal ),  $r_{g,o}$  predstavlja radijus težišta površina otvorenog kanala s obzirom na os rotacije, tako da  $A_o r_{g,o}$  označava volumen otvorenog kanala u kojem se ostvaruje cirkulacijsko strujanje.

$A_v$  označava površinu presjeka lopatice impelera budući da se promatra samo cirkulacija s jedne strane impelera ( odnosi se na polovicu površine lopatice jer je jedna polovica lopatice odgovorna za jedno cirkulacijsko strujanje ),  $r_{g,v}$  predstavlja udaljenost težišta površine lopatice u odnosu na os rotacije, tako da  $A_v r_{g,v}$  označava volumen između lopatica.

$L_c$  označava srednju duljinu putanje cirkulacijskog toka. Ne postoji egzaktni izraz za  $L_c$ , već se za  $L_c$  uzima da predstavlja približno dvije trećine vanjskog opsega cirkulacijskog kanala.

## 2.6 Gubitak protoka

Kako se stvarni protok kroz pumpu  $Q_0$  razlikuje od ukupnog, odnosno željenog protoka  $Q$ , potrebno je izračunati taj gubitak te ga dodati na željenom protoku te s tom vrijednošću nastaviti proračun. Određena količina fluida ne napušta pumpu na izlaznom otvoru nego curi kroz *stripper* u područje ulaznog otvora, tj. u područje nižeg tlaka. Kao takav, fluid koji je ušao u područje nižeg tlaka ne sudjeluje u izmjeni momenta.

Osim gubitaka protoka zbog curenja kroz *stripper*, javljaju se i gubici kroz ostale otvore.

Koeficijent gubitka protoka izražava se pomoću:

$$\varphi_1 = \frac{2(h+b)\delta}{A_o} \left( \frac{r_2}{r_{g,o}} + 2C_D \sqrt{2 \frac{\theta_P}{Z_{st}} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_P}} \right) - \frac{h^2 \delta}{A_o r_{g,o}}, \quad (2.11.)$$

gdje  $\delta$  predstavlja zazor između impelera i *strippera* kroz koji se ostvaruje gubitak protoka,  $C_D$  predstavlja koeficijent istjecanja,  $\theta_P$  predstavlja kut područja pumpanja,  $Z_{st}$  predstavlja broj lopatica impelera koji se nalazi u području *strippera*.

Pomoću koeficijenta gubitka protoka može se odrediti gubitak protoka preko :

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{Q_s}, \quad (2.12.)$$

gdje  $Q_s$  predstavlja protok koji je jednak volumenu u otvorenom kanalu prenesenom pri brzini vrtnje impelera u jedinici vremena, odnosno:

$$Q_s = A_o r_{g,o} \omega \quad (2.13.)$$

Izračunati gubitak protoka doda traženom, odnosno željenom protoku. Ukupni protok kroz pumpu je tako definiran kao :

$$Q_0 = Q + Q_1, \quad (2.14.)$$

Bezdimenzijski koeficijent obodnog protoka kroz pumpu je izražen preko :

$$\varphi_0 = \frac{Q_0}{Q_s}, \quad (2.15.)$$

## 2.7 Faktor skliza

Faktor skliza je definiran kao omjer obodne komponente apsolutne brzine fluida koji napušta impeler u odnosu na obodnu brzinu lopatice na izlazu iz impelera. Jedna je od najvažnijih konstrukcijskih varijabli zbog direktnog utjecaja na prijenos energije s lopatica na radni fluid. Sile suprotnog gradijenta tlaka odmiču tok unazad tako da je obodna komponenta apsolutne brzine na izlazu sporija od brzine vrtnje lopatice.

Faktor skliza za regenerativne turbostrojeve je definiran na sljedeći način:

$$\sigma = \frac{\sigma^* + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s}\right) \left(\frac{r_{g,o}}{L_c}\right) \varphi_0}{1 + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s}\right) \left(\frac{r_e}{L_c}\right)}, \quad (2.16.)$$

gdje je  $\sigma^*$  faktor skliza za radijalne centrifugalne turbostrojeve, a  $Q_v$  predstavlja protok koji je jednak volumenu prenesenom s lopaticama impelera po jedinici vremena

Faktor skliza za radijalne centrifugalne turbostrojeve je opisan izrazom [1]:

$$\sigma^* = 1 - \frac{0,63\pi}{Z}, \quad (2.17.)$$

Protok  $Q_v$  je definiran na sljedeći način:

$$Q_v = A_v r_{g,v} \omega, \quad (2.18.)$$

## 2.8 Faktor upada

Faktor upada je definiran na sličan način kao i faktor skliza, a predstavlja omjer između prosječne obodne komponente apsolutne brzine fluida na ulazu u impeler i obodne brzine lopatice na ulazu u impeler.

Nakon što izlazni fluid iz impelera preda moment toku fluida u otvorenom kanalu, on ponovno ulazi u impeler, no ovaj put sa smanjenim momentom.

Zbog suprotnog gradijenta tlaka koji prevladava u otvorenom kanalu, fluid koji napušta impeler se kontinuirano usporava duž putanje cirkulacije u otvorenom kanalu.

Dakle, uz pretpostavku linearnog smanjenja brzine, faktor upada može se izraziti kao:

$$\alpha = 2 \frac{r_{g.o}}{r_i} \varphi_0 - \frac{r_e}{r_i} \sigma, \quad (2.19.)$$

## 2.9 Izmjena momenta

Visina dobave pumpe proizlazi iz izmjene kutnog momenta, odnosno cirkulacijske visine dobave  $gH_c$  te gubitaka koji se javljaju u pumpi. Ti gubici mogu se karakterizirati kao gubici visine dobave na ulaznom otvoru  $\Delta gH_{sp}$ , gubici visine dobave na izlaznom otvoru  $\Delta gH_{dp}$  te kao tangencijalni gubici visine dobave  $\Delta gH_t$ .

Visina dobave u pumpi je izražena preko:

$$gH = \vartheta gH_c - \Delta gH_{sp} - \Delta gH_{dp} - \Delta gH_t, \quad (2.20.)$$

gdje je  $gH_c$  definiran izrazom:

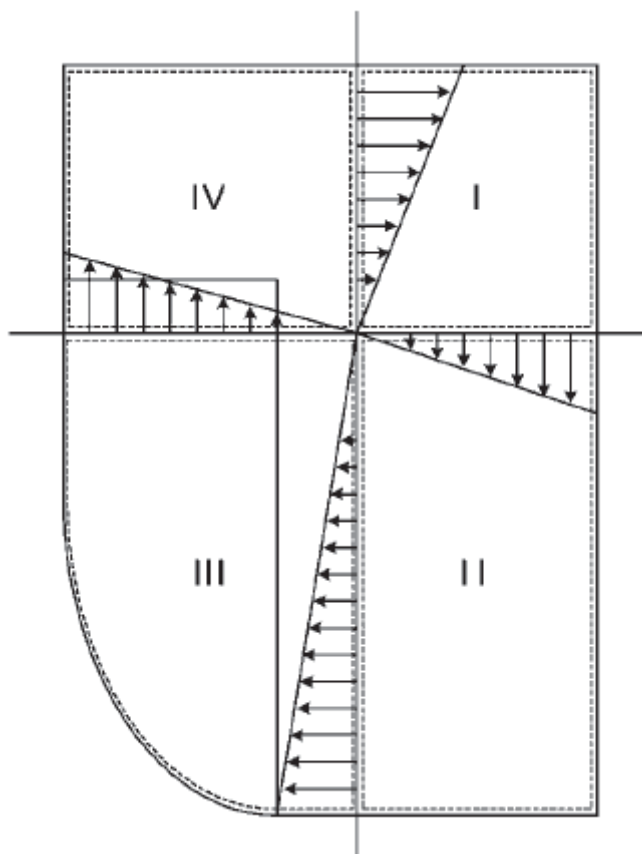
$$gH_c = \frac{A_c \bar{V}_c}{Q_s} (\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2). \quad (2.21.)$$

U gornjoj jednadžbi  $\bar{V}_c$  predstavlja srednju brzinu cirkulacije u području pumpanja, dok  $U_e$  i  $U_i$  predstavljaju obodne brzinu fluida na izlazu i ulazu u impeler.

Na temelju iznesenog, evidentno je da se daljnji proračun temelji na određivanju srednje brzine cirkulacije u području pumpanja.

## 2.10 Određivanje koeficijenta gubitka cirkulacije

Za određivanje gubitka cirkulacije potrebno je poznavati brzinu cirkulacije, odnosno potrebno je pretpostaviti brzinu cirkulacije kako bi se mogli odrediti gubici cirkulacije te iz diferencijalne jednadžbe dobiti stvarnu brzinu cirkulacije. Za točnije proračune potrebno je provoditi iteraciju, no kako je eksperimentalno dokazano da su gubici cirkulacije približno konstantni na cijelom području pumpe to se ovdje neće provoditi.



Slika 2.3 Podjela kanala na četiri sekcije pri proračunu gubitaka cirkulacije

Za početak je potrebno odrediti srednju brzinu cirkulacije u određenoj sekciji kanala prema:

$$\overline{V}_{c,I} = \frac{2\pi A_c \overline{V}_c}{Z a_1 w_1}, \quad (2.22.)$$

gdje su  $a_1$  i  $w_1$  srednja obodna širina i visina luka u sekciji I.



$a_1$  i  $w_1$  definirani su na sljedeći način :

$$a_1 = \frac{2\pi}{Z} \frac{r_c + r_3}{2}, \quad (2.23.)$$

$$w_1 = r_3 - r_c, \quad (2.24.)$$

dan je izrazom

Dalje, potrebno je odrediti korekcijski faktor  $\Lambda_{R_c}$  za cirkulacijski Reynoldsov broj  $R_c$  prema:

$$\Lambda_{R_{cl}} = \begin{cases} 6,0R_{cl}^{-0,139} : 10^4 \leq R_{cl} \leq 2 \cdot 10^5 \\ 1 + 6700R_{cl}^{-1} : 3000 < R_{cl} < 10^4 \end{cases} \quad (2.25.)$$

gdje je  $R_{cl}$  dan izrazom:

$$R_{cl} = \frac{2a_1w_1 \overline{V_{c,I}}}{a_1 + w_1 \nu} \quad (2.26.)$$

Nadalje, gubici zakretanja fluida u kanalu u prvoj sekciji dani su sljedećim izrazima u slučaju kanala s naglim skretanjem:

$$K_{t,I} = 0,58 \left( 0,85 + 0,125 \frac{w_1}{a_1} \right) \Lambda_{R_{cl}} \quad (2.27.)$$

dok u slučaju zaobljenog skretanja vrijedi izraz:

$$K_{t,I} = 0,73 \left( 0,85 + 0,125 \frac{w_1}{a_1} \right) \Lambda_{R_{cl}} \quad (2.28.)$$

Ukupni cirkulacijski gubici koji osim okretanja fluida u kanalu uzimaju u obzir i upadne gubitke određeni su :

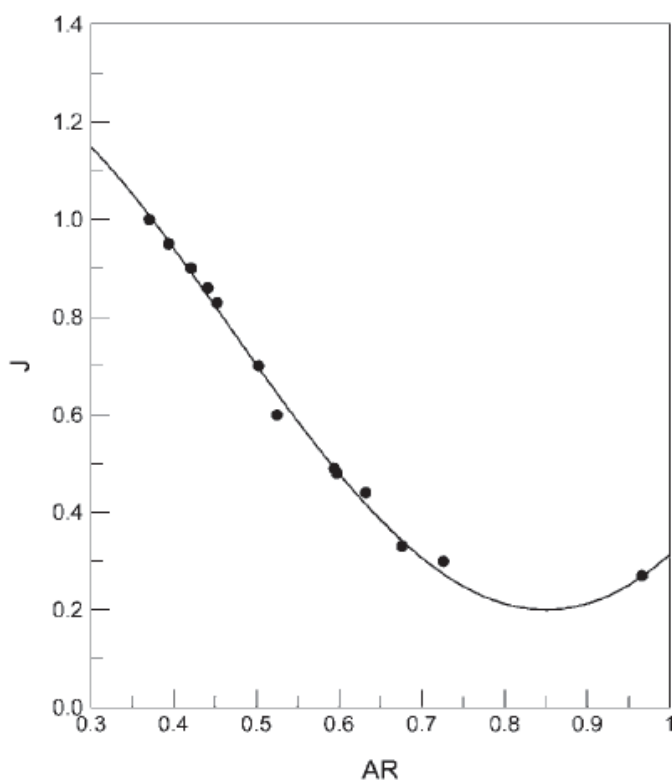
$$K_{c,I} = K_{t,I} \frac{54}{5} \frac{(4r_3 + r_c)A_c^2}{(r_3 - r_c)(2r_3 + r_c)^3} \quad (2.29.)$$

Na sličan način se određuju i gubici u ostalim sekcijama.

Daljnji korak je određivanje faktora  $AR$  koji je isključivo funkcija geometrije kanala pomoću jednadžbe:

$$AR = \frac{b+d}{h+c} \quad (2.30.)$$

te iz dijagrama na slici 2.3 faktor kombinacije lukova  $J$  pomoću kojeg se definira koeficijent ukupnih gubitka cirkulacije.



Slika 2.4 Faktor cirkulacijske kombinacije lukova u ovisnosti o faktoru  $AR$

Konačno, koeficijent ukupnih cirkulacijskih gubitaka je definiran izrazom:

$$K_c = J (K_{c,I} + K_{c,II} + K_{c,III} + K_{c,IV}) \quad (2.31.)$$

Kao što je već prethodno spomenuto, gubici cirkulacije u cijelom radnom području su približno konstantni.

## 2.11 Brzina cirkulacije

Brzina cirkulacije ima ključnu ulogu u prijenosu momenta obodnom toku fluida te je stoga njeno određivanje od iznimne važnosti. Brzina cirkulacije ovisi o trenju te o gubicima zbog naglog povećanja ili suženja presjeka strujanja kad fluid ulazi ili izlazi iz impelera.

Ulaskom u pumpu, fluidu raste brzina cirkulacije u području ubrzavanja nakon čega slijedi linearno područje u kojem je brzina cirkulacije konstantna te naposljetku zona usporavanja na samom izlazu iz pumpe. Srednja brzina cirkulacije dobiva se iz maksimalne brzine cirkulacije u linearnom području uzimanjem u obzir faktora linearnog područja  $\lambda$ . Vrijednost faktora linearnog područja  $\lambda$  nalazi se između 0,8 i 0,95.

Brzina cirkulacije je jednaka nuli na ulaznom i izlaznom otvoru što služi kao rubni uvjet za diferencijalnu jednadžbu.

$$\frac{\partial V_c}{\partial X_{g,o}} = F(X_{g,o})V_c^2 + G(X_{g,o})V_c + H(X_{g,o}), \quad (2.32.)$$

$$\text{gdje su : } X = r_{g,o}\theta_P, \quad (2.33.)$$

$$F(X_{g,o}) = \frac{A_c}{2Q_0\theta_P r_{g,o}} \left[ K_c + \vartheta \left( \frac{A_c \tan \beta}{(r_0 - r_c)r_i} \right)^2 \right], \quad (2.34.)$$

$$G(X_{g,o}) = \frac{A_c}{Q_0\theta_P r_{g,o}} \vartheta \left( \frac{A_c \tan \beta}{(r_0 - r_c)r_i} \right) (1 - \alpha) U_i, \quad (2.35.)$$

$$H(X_{g,o}) = \frac{A_c}{2Q_0\theta_P r_{g,o}} \left[ 2\vartheta(1 - \alpha)(\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) - \vartheta(1 - \alpha)^2 U_i^2 \right], \quad (2.36.)$$

dok su izrazi za  $\varphi$ ,  $U_i$  i  $U_e$ :

$$\varphi = \frac{Q}{Q_s} \quad (2.37.)$$

$$U_i = r_i \cdot \omega \quad (2.38.)$$

$$U_e = r_e \cdot \omega \quad (2.39.)$$

Kako bi se gornja jednadžba riješila, potrebno je provesti diskretizaciju te riješiti ju numerički za više diskretnih točaka duž kanala.

U trenutku kada je primjetno da se brzina cirkulacije ne mijenja između dvije bliske točke postignuta je brzina cirkulacije u linearnom području  $V_{c,L}$ .

Srednja brzina cirkulacije dobiva se osrednjavanjem pomoću faktora linearnog područja te iznosi:

$$\bar{V}_c = \lambda \cdot V_{c,L} , \quad ( 2.40. )$$

### 3 PRORAČUN OBODNE PUMPE

Na temelju prethodno postavljenih koraka proračuna potrebno je proračunati obodnu pumpu koja dobavlja 20 l/min vode i ostvaruje visinu dobave od 200 m pri brzini vrtnje od 3000 min<sup>-1</sup>.

$$\text{ZADANO: } Q = 20 \frac{\text{l}}{\text{min}} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 200 \text{ m}$$

$$n = 3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ s}^{-1}$$

#### 3.1 Vanjski promjer impelera

Prvi korak u određivanju vanjskog promjera je određivanje specifične brzine vrtnje kako slijedi:

$$\omega_s = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \sqrt{\frac{0,02}{60}}}{\sqrt[4]{(9,80665 \cdot 200)^3}} = 0,02 \text{ rad}$$

Iz Cordierovog dijagrama na slici 1.6 određuju se dvije točke koje su najbliže točki u kojoj krivulja poprima vrijednost  $\omega_s=0,02$ . To su točke:

$$\text{točka 1} \rightarrow \omega_s = 0,3 ; D_s = 9,75$$

$$\text{točka 2} \rightarrow \omega_s = 0,2 ; D_s = 17,9$$

Udaljenosti između točaka 1 i 2 označena s  $a$ , te udaljenost od točke 1 do točke u kojoj bi krivulja postizala vrijednost  $\omega_s=0,02$  kad je linearno produžila izvan granica u kojima je opisana, označena oznakom  $b$ .

te se pomoću formule :

$$\frac{\log(D_{s,2}) - \log(D_{s,1})}{\log(D_s) - \log(D_{s,1})} = \frac{a}{b}$$

odredi specifičan promjer  $D_s = 46,84$ .

Uvrštavanjem izračunatog specifičnog promjera te sređivanjem jednadžbe 1.17. dobiva se vrijednost optimalnog promjera:

$$D = D_2 = D_s \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{1/4}} = 46,84 \frac{\left(\frac{0,02}{60}\right)^{1/2}}{(9,80665 \cdot 200)^{1/4}} = 129 \text{ mm}$$

Na temelju vanjskog promjera impelera  $D_2$  definirane su i odabrane ostale dimenzije pumpe :

$r_3 = 67,5 \text{ mm}$	→	polumjer obodnog kanala
$r_2 = 64,5 \text{ mm}$	→	vanjski polumjer imepelera
$r_0 = 53 \text{ mm}$	→	unutarnji polumjer impelera
$h = 9,5 \text{ mm}$	→	visina lopatice
$c = 3,5 \text{ mm}$	→	visina zazora između lopatice i ruba otvorenog kanala
$b = 5 \text{ mm}$	→	polovica širine lopatice impelera
$d = 4 \text{ mm}$	→	širina obodnog kanala
$t = 2 \text{ mm}$	→	debljina lopatice impelera
$Z = 30$	→	broj lopatica
$\theta_{st} = 35^\circ$	→	kut koji zatvara <i>stripper</i>
$Z_{st} = 3$	→	broj lopatica koji se nalazi u području <i>strippera</i>

### 3.2 Definiranje središta cirkulacijskog toka

Kako bi se definirale koordinate središta cirkulacije, potrebno je provesti analizu pojedinih presjeka strujanja u kanalu te odrediti udaljenosti težišta tih površina presjeka u odnosu na os rotacije kako bi se odredili  $B_u$ ,  $B_b$ ,  $B_r$  i  $B_l$ .

S obzirom da je geometrija kanala oblika kao na slici 2.1, volumen  $B_u$  je određen poznavanjem površine  $A_u$  iznad radijalne udaljenosti  $r = r_2$  od osi rotacije pumpe te radijalnom koordinatom težišta te površine u odnosu na os rotacije.

Kako površina iznosi  $A_u = 28 \text{ mm}^2$ , a udaljenost težišta površine  $A_u$  od osi rotacije je jednaka  $r_{g,u} = 66 \text{ mm}^2$ , volumen  $B_u$  je jednak:

$$B_u = A_u \cdot r_{g,u} = 28 \cdot 66 = 1848 \text{ mm}^3$$

Analognim pristupom dolazi se do površine  $A_b = 74,7 \text{ mm}^2$  i udaljenosti  $r_{g,b} = 60 \text{ mm}$ , kao i do  $A_v = 42,13 \text{ mm}^2$  te je određen i volumen  $B_b$ :

$$B_b = A_b r_{g,b} - A_v \frac{tZ}{2\pi} = 74,7 \cdot 60 - 42,13 \cdot \frac{2 \cdot 30}{2\pi} = 4084,92 \text{ mm}^3.$$

Kako su sada poznate sve veličine potrebne za određivanje radijalne udaljenosti težišta od osi rotacije, tada je :

$$\begin{aligned} r_c &= \frac{b}{b+d} \frac{tZ}{2\pi} + \sqrt{\left(r_2 - \frac{b}{b+d} \frac{tZ}{2\pi}\right)^2 + \frac{B_u - B_b}{b+d}} = \\ &= \frac{5}{5+4} \frac{2 \cdot 30}{2\pi} + \sqrt{\left(64,5 - \frac{5}{5+4} \frac{2 \cdot 30}{2\pi}\right)^2 + \frac{1848 - 4084,92}{5+4}} = 62,36 \text{ mm} \end{aligned}$$

Analognim postupkom za određivanje volumena iznad i ispod radijusa  $r = r_2$ , određuju se volumeni desno i lijevo od bočne strane impelera  $B_r$  i  $B_l$ .

Kako je  $A_r = 43,14 \text{ mm}^2$  i  $r_{g,r} = 61,04 \text{ mm}$ , tada je volumen  $B_r$  jednak:

$$B_r = A_r r_{g,r} = 43,14 \cdot 61,04 = 2633,3 \text{ mm}^3$$

Također, kako su  $A_l = 59,63 \text{ mm}^2$  i  $r_{g,l} = 61,91 \text{ mm}$ , tada je volumen  $B_l$  jednak:

$$B_l = A_l r_{g,l} - A_v \frac{tZ}{2\pi} = 59,63 \cdot 61,91 - 42,13 \cdot \frac{2 \cdot 30}{2\pi} = 3291,77 \text{ mm}^3$$

Konačno, aksijalna koordinata središta cirkulacije  $z_c$  s obzirom na bočnu stranu impelera je:

$$z_c = \frac{B_r - B_l}{r_3^2 - r_0^2} = \frac{2633,3 - 3291,77}{67,5^2 - 55^2} = -0,43 \text{ mm}$$

### 3.3 Određivanje srednjih radijusa

U prethodnim koracima određeni su svi parametri potrebni za određivanje srednjih radijusa, tako da je srednja udaljenost radnog medija kod koje ulazi u lopatične kanale definirana s:

$$r_i = \sqrt{\frac{3}{10} \frac{4r_0^3 + 3r_0^2 r_c + 2r_0 r_c^2 + r_c^3}{2r_0 + r_c}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{10} \cdot \frac{4 \cdot 55^3 + 3 \cdot 55^2 \cdot 62,36 + 2 \cdot 55 \cdot 62,36^2 + 62,36^3}{2 \cdot 55 + 62,36}} = 57,53 \text{ mm}$$

Također, srednja udaljenost radnog medija kod koje izlazi iz lopatičnih kanala je:

$$r_e = \sqrt{\frac{3r_c^5 + 10r_2^2 r_3^2 (2r_3 - 3r_c) + 15r_2^4 r_c - 8r_2^5}{10(r_3 - r_c)^2 (2r_3 + r_c)}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 62,36^5 + 10 \cdot 64,5^2 \cdot 67,5^2 (2 \cdot 67,5 - 3 \cdot 62,36) + 15 \cdot 64,5^4 \cdot 62,36 - 8 \cdot 64,5^5}{10(67,5 - 62,36)^2 (2 \cdot 67,5 + 62,36)}}$$

$$= 64,38 \text{ mm}$$

### 3.4 Korisnost cirkulacije

Korisnost cirkulacije definirana je kao:

$$\vartheta = 1 - \left( \frac{z_c}{b+z_c} \right)^2 = \vartheta = 1 - \left( \frac{-0,43}{5-0,43} \right)^2 = 0,9911 ,$$

no kako je aksijalna koordinata središta cirkulacije smještena unutar lopatičnog kanala, može se s pravom uzeti da je  $\vartheta = 1$ , kako je već prethodno naglašeno.



### 3.5 Površina za odvijanje cirkulacijskog strujanja

Kako bi se odredila površina cirkulacijskog strujanja, prvo je potrebno odrediti srednju duljinu putanje cirkulacije, za koju je potrebno poznavati vanjski opseg kanala u kojem se odvija cirkulacijsko strujanje. Prema slici 2.1, vanjski opseg kanala jednak je:

$$\begin{aligned} O_c &= \frac{2b\pi}{4} + (h - b) + c + b + 2 \cdot \frac{2d\pi}{4} + (r_3 - r_0 - 2 \cdot d) = \\ &= \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi}{4} + (9,5 - 5) + 3,5 + 5 + 2 \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot \pi}{4} + (67,5 - 55 - 2 \cdot 4) \\ &= 37,92 \text{ mm} \end{aligned}$$

Kako ne postoji egzaktna jednadžba za definiranje srednje duljine putanje cirkulacije, uzima se da iznosi približno  $\frac{2}{3}$  vanjskog opsega kanala, tada je :

$$L_c = \frac{2}{3} \cdot O_c = \frac{2}{3} \cdot 37,92 = 25,28 \text{ mm}$$

Sa svim poznatim ulaznim podacima, određena je i površina za odvijanje cirkulacijskog strujanja:

$$A_c = \frac{A_o r_{g,o} + A_v \left( r_{g,v} - \frac{tZ}{2\pi} \right)}{L_c} = \frac{60,64 \cdot 62,47 + 42,13 \left( 60,13 - \frac{2 \cdot 30}{2\pi} \right)}{25,28} = 234,14 \text{ mm}^2$$

### 3.6 Gubitak protoka

Zbog nepoznavanja vrijednosti koeficijenta istjecanja i gradijenta specifične visine dobave po kutu  $\theta$ , uzeta je vrijednost koeficijenta gubitka protoka  $\varphi_1 = 0,2$ .

Vrijednost protoka  $Q_s$  koji je jednak volumenu otvorenog kanala prenesenom pri brzini vrtnje impelera u jedinici vremena iznosi:

$$Q_s = A_o r_{g,o} \omega = 60,64 \cdot 10^{-6} \cdot 62,47 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50 = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 1,19 \text{ l/s}$$

Gubitak protoka tada iznosi :

$$Q_1 = \varphi_1 \cdot Q_s = 0,2 \cdot 1,19 = 0,238 \text{ l/s}$$

Ukupan protok kroz pumpu je:

$$Q_0 = Q + Q_1 = 0,333 + 0,238 = 0,571 \text{ l/s}$$

Koeficijent obodnog protoka kroz pumpu iznosi :

$$\varphi_0 = \frac{Q_0}{Q_s} = \frac{0,571}{1,19} = 0,48$$

### 3.7 Faktor skliza

Faktor skliza za radijalne centrifugalne turbostrojeve iznosi i protok  $Q_v$  iznose:

$$\sigma^* = 1 - \frac{0,63\pi}{Z} = 1 - \frac{0,63\pi}{30} = 0,93$$

$$Q_v = A_v r_{g,v} \omega = 42,13 \cdot 10^{-6} \cdot 60,13 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50 = 7,96 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,8 \text{ l/s}$$

Tada je moguće izračunati vrijednost faktor skliza za regenerativne turbostrojeve:

$$\sigma = \frac{\sigma^* + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s}\right) \left(\frac{r_{g,o}}{L_c}\right) \varphi_0}{1 + (1 - \sigma^*) \left(1 + \frac{Q_v}{Q_s}\right) \left(\frac{r_e}{L_c}\right)} = \frac{0,93 + (1 - 0,93) \left(1 + \frac{0,8}{1,19}\right) \left(\frac{62,47}{25,28}\right) 0,48}{1 + (1 - 0,93) \left(1 + \frac{0,8}{1,19}\right) \left(\frac{64,38}{25,28}\right)} = 0,844$$

### 3.8 Faktor upada

Faktor upada iznosi:

$$\alpha = 2 \frac{r_{g,o}}{r_i} \varphi_0 - \frac{r_e}{r_i} \sigma = 2 \cdot \frac{62,47}{57,53} \cdot 0,48 - \frac{64,38}{57,53} \cdot 0,844 = 0,1$$

### 3.9 Gubitak cirkulacije

Za prvu diskretiziranu točku se pretpostavilo da brzina cirkulacije iznosi  $\bar{V}_c = 1$ , pa slijedi:

$$a_1 = \frac{2\pi r_c + r_3}{Z} = \frac{2\pi}{30} \cdot \frac{62,36 + 67,5}{2} = 13,6 \text{ mm}$$

$$w_1 = r_3 - r_c = 67,5 - 62,36 = 5,14 \text{ mm}$$

Srednja brzina cirkulacije u prvoj sekciji iznosi:

$$\bar{V}_{c,I} = \frac{2\pi A_c \bar{V}_c}{Z a_1 w_1} = \frac{2\pi}{30} \cdot \frac{234 \cdot 1}{13,6 \cdot 5,14} = 0,7 \text{ m/s}$$

Za određivanje cirkulacijskog Reynoldsovog broja  $R_c$ , uzeta je kinematička viskoznost vode kod temperature  $20^\circ\text{C}$ :

$$\nu = 1,003 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

pa cirkulacijski Reynoldsov broj iznosi:

$$R_{cl} = \frac{2a_1 w_1 \overline{V_{c,I}}}{a_1 + w_1 \nu} = \frac{2 \cdot 0,0136 \cdot 0,00514}{0,0136 + 0,00514} \frac{0,7}{1,003 \cdot 10^{-6}} = 5204,3$$

Na temelju vrijednosti cirkulacijskog Reynoldsovog broja odredi se korekcijski faktor:

$$\Lambda_{R_{cl}} = 1 + 6700 R_{cl}^{-1} = 1 + 6700 \cdot 5204,3^{-1} = 2,3$$

$$K_{t,I} = 0,58 \left( 0,85 + 0,125 \frac{w_1}{a_1} \right) \Lambda_{R_{cl}} = 0,58 \cdot \left( 0,85 + 0,125 \frac{5,14}{13,6} \right) \cdot 2,3 = 1,2$$

Ukupni cirkulacijski gubici prve sekcije iznose:

$$K_{c,I} = K_{t,I} \frac{54}{5} \frac{(4r_3 + r_c) A_c^2}{(r_3 - r_c)(2r_3 + r_c)^3} = 1,2 \cdot \frac{54}{5} \cdot \frac{(4 \cdot 0,0675 + 0,06236) \cdot 234,14 \cdot 10^{-6}}{(0,0675 - 0,06236)(2 \cdot 0,0675 + 0,06236)^3} \\ = 25,52$$

Zbog malih razlika između koeficijenata cirkulacijskih gubitaka između pojedinih sekcija može se uzeti :  $K_{c,I} = K_{c,II} = K_{c,III} = K_{c,IV} = 25,52$

Nadalje, određivanjem  $AR$  faktora te korištenjem dijagrama na slici 2.3 određuje se koeficijent  $J$  :

$$AR = \frac{b+d}{h+c} = \frac{5+4}{9,5+3,5} = 0,692 \rightarrow J = 0,3$$

Konačno, koeficijent ukupnih cirkulacijskih gubitaka iznosi:

$$K_c = J (K_{c,I} + K_{c,II} + K_{c,III} + K_{c,IV}) = 0,3 \cdot 4 \cdot 25,52 = 30,62$$

### 3.10 Brzina cirkulacije

Prije pristupanja rješavanju diferencijalne jednačbe potrebno je uvesti neke nove varijable:

$$\varphi = \frac{Q}{Q_s} = \frac{0,333 \cdot 10^{-3}}{1,19 \cdot 10^{-3}} = 0,28$$

$$U_i = r_i \cdot \omega = 0,05723 \cdot 2\pi \cdot 50 = 18,1 \text{ m/s}$$

$$U_e = r_e \cdot \omega = 0,06438 \cdot 2\pi \cdot 50 = 20,23 \text{ m/s}$$

$$\beta = 60^\circ$$

Raspisivanjem svakog pojedinog člana diferencijalne jednačbe dobiva se jednostavniji oblik:

$$F(X_{g,o}) = \frac{A_c}{2Q_0\theta_P r_{g,o}} \left[ K_c + \vartheta \left( \frac{A_c \tan \beta}{(r_o - r_c)r_i} \right)^2 \right] =$$

$$\frac{2,3414 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5,71 \cdot 10^{-4} \cdot 325 \cdot 0,06247} \cdot \left[ 30,62 + 1 \cdot \left( \frac{234,14 \tan 60}{(55 - 62,36) \cdot 57,53} \right)^2 \right] = 0,318$$

$$G(X_{g,o}) = \frac{A_c}{Q_0\theta_P r_{g,o}} \vartheta \left( \frac{A_c \tan \beta}{(r_o - r_c)r_i} \right) (1 - \alpha) U_i = \frac{2,3414 \cdot 10^{-4}}{5,71 \cdot 10^{-4} \cdot 325 \cdot 0,06247} \cdot 1 \cdot \left( \frac{234,14 \cdot \tan 60}{(55 - 62,36) \cdot 57,53} \right)$$

$$\cdot (1 - 0,1) \cdot 18,1 = -0,315$$

$$H(X_{g,o}) = \frac{A_c}{2Q_0\theta_P r_{g,o}} \left[ 2\vartheta(1 - \varphi)(\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) - \vartheta(1 - \alpha)^2 U_i^2 \right]$$

$$= \frac{2,3414 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5,71 \cdot 10^{-4} \cdot 325 \cdot 0,06247}$$

$$\cdot [2 \cdot 1 \cdot (1 - 0,28) \cdot (0,844 \cdot 20,23^2 - 0,1 \cdot 18,1^2) - 1 \cdot (1 - 0,1)^2 \cdot 18,1^2]$$

$$= 1,85$$

$$\frac{\partial V_c}{\partial X_{g,o}} = 0,318 \cdot V_c^2 - 0,315 \cdot V_c + 1,85$$

Diskretizirana jednadžba je oblika:

$$\frac{V_c^1 - V_c^0}{r_{g,o} \cdot \Delta\theta} = 0,318 \cdot (V_c^0)^2 - 0,315 \cdot V_c^0 + 1,85$$

gdje je  $\Delta\theta$  korak diskretizacije s  $N=10$  segmenata.

$$\Delta\theta = \frac{\theta_P}{N} = \frac{325}{10} = 32,5^\circ$$

Provođenjem diskretizacije dolazi se do brzine cirkulacije u linearnom području,

$V_{c,L} = 40$  m/s i do srednje brzine cirkulacije uz  $\lambda=0,9$ :

$$\bar{V}_c = \lambda \cdot V_{c,L} = 0,9 \cdot 40 = 35,5 \text{ m/s}$$

### 3.11 Analiza rezultata

Visina dobave je izračunata iz:

$$gH = \vartheta \cdot gH_c - \Delta gH_{sp} - \Delta gH_{dp} - \Delta gH_t$$

gdje se gubitak visine dobave u tangencijalnom smjeru može zanemariti, dok je gubitak visine dobave na ulaznom i izlaznom otvoru približno uzet kao  $\Delta gH_{sp} = \Delta gH_{dp} = 0,05 \cdot gH_c$ .

Cirkulacijska visina dobave definirana je:

$$gH_c = \frac{A_c \bar{V}_c}{Q_s} (\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) = \frac{2,3414 \cdot 10^{-4} \cdot 35,5}{1,19 \cdot 10^{-3}} (0,844 \cdot 20,23^2 - 0,1 \cdot 18,1^2) = 2183,8 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Snaga dovedena pumpi definirana je jednačbom:

$$P = \vartheta \cdot \rho Q_c (\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) = \vartheta \cdot \rho Q_s g H_c = 1 \cdot 998,2 \cdot 1,19 \cdot 10^{-3} \cdot 2183,8 = 2594 \text{ W}$$

Hidraulička iskoristivost u radnoj točki iznosi:

$$\eta = \frac{\rho g Q H}{P} = \frac{998,2 \cdot 9,80665 \cdot 0,333 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{2594} = 0,2513$$

Bezdimenzijski koeficijent visine dobave iznosi :

$$\Psi = \frac{gH}{U_{g,o}^2} = \frac{gH}{\omega^2 r_{g,o}^2} = \frac{9,80665 \cdot 200}{(2\pi \cdot 50)^2 \cdot (62,47 \cdot 10^{-3})^2} = 5,1$$

## **4 Zaključak**

Cilj ovog završnog rada bio je opisati karakteristike obodnih pumpi i prikazati mogućnosti njihove primjene, postaviti hidraulički proračun i proračunati jednostupanjsku izvedbu obodne pumpe sa zadanim radnim parametrima.

U radu su detaljno opisane karakteristike obodnih pumpi, od same konstrukcijske izvedbe i njene specifičnosti uz opis karakterističnog spiralnog oblika strujanja unutar same pumpe, koncepta razvoja brzine cirkulacije duž obodnog smjera pa sve do principa prijenosa momenta s impelera na radni fluid u lopatičnim kanalima. Također, navedena su konkretna mjesta primjene obodnih pumpi.

Postavljenim hidrauličkim proračunom obodne pumpe i kasnijim proračunom potvrđene su teorijske teze o mogućnosti primjene u radnim uvjetima niskog protoka i visoke visine dobave.

Ovaj novi mehanizam aksijalnog ustrujavanja radnog medija u kućište pumpe daleko je efikasniji od prethodne izvedbe s radijalnim ustrujavanjem što podupire daljnja istraživanja i potencijalnu širu primjenu u budućnosti.



## LITERATURA

- [1] Dixon, S. L., Hall, C. A.: *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, 6. Edition, Butterworth-Heinemann, 2010.
- [2] Guzović, Z., Novko, I.: *Podloge za pripremanje ispita iz kolegija teorija turbostrojeva*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb
- [3] Matijašević, B.: *Osnove turbostrojeva ( interna skripta )*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb.
- [4] Quail, F. J., Scanlon, T., Baumgartner, A.: *Design study of a regenerative pump using one-dimensional and three-dimensional numerical techniques*, European Journal of Mechanics - B/Fluids 31, 2012., Pages 181-187
- [5] Quail, F. J., Stickland, M., Baumgartner, A.: *A One-Dimensional Numerical Model for the Momentum Exchange in Regenerative Pumps*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power 133, 2011.
- [6] Yoo, I. S., Park, M. R., Chung, M. K.: *Improved Momentum exchange theory for incompressible regenerative turbomachines*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A 219, 2005., Pages 567-581

## **PRILOZI**

I. CD-R disc