

# Opterećenje donje čeljusti kod žvakanja

---

**Mihoković, Morena**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2014**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:743525>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-05**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Morena Mihoković**

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada:

**Prof.dr.sc.Tanja Jurčević Lulić**

**Morena Mihoković**

Zagreb, 2014.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Ovom prilikom srdačno zahvaljujem voditeljici rada prof.dr.sc. Tanji Jurčević Lulić na mnogobrojnim korisnim savjetima, konzultacijama i pomoći koju mi je pružila tijekom izrade ovog rada.*

*Morena Mihoković*



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum: 17. 08. 2014. Prilog
Klasa: 602-04/14-6/2
Ur.broj: 15-1703-14-306

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **MORENA MIHOKOVIĆ** Mat. br.: 0035179425

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Opterećenje donje čeljusti kod žvakanja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Loading of the mandible during mastication**

Opis zadatka:

Tijekom žvakanja hrane, na kosti čeljusti djeluju sile koje ovise o djelovanju mišića. Zubi predstavljaju pasivne elemente te se gibaju zajedno s čeljusti. Mišići, osim što omogućuju žvakanje, imaju funkciju stabilizatora mandibularnih zglobova u prevenciji dislokacije i opterećenja okolnih tkiva.

U radu je potrebno:

- utvrditi pojednostavljeni model donje čeljusti u obliku nosača,
- odrediti raspodjelu momenata i sila duž nosača za slučaj nesimetričnog zagriža silom  $Q = 100 \text{ N}$  na mjestu prvog kutnjaka te odrediti kritičan presjek.

Potrebne parametre modela dogovoriti s mentorom.

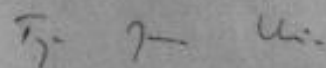
Potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
11. studenog 2013.

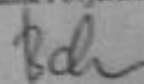
Rok predaje rada:  
1. rok: 21. veljače 2014.  
2. rok: 12. rujna 2014.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 3., 4. i 5. ožujka 2014.  
2. rok: 22., 23. i 24. rujna 2014.

Zadatak zadao:

  
Prof.dr.sc. Tanja Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

## SADRŽAJ

<b>SADRŽAJ .....</b>	<b>i</b>
<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>iii</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>v</b>
<b>POPIS OZNAKA.....</b>	<b>vi</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>viii</b>
<b>1 UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2 KOSTI I ZGLOBOVI ŽVAČNOG SUSTAVA.....</b>	<b>2</b>
2.1 Maksila .....	2
2.2 Mandibula.....	3
2.3 Temporomandibularni zglob .....	4
<b>3 MIŠIĆI .....</b>	<b>6</b>
3.1 Temporalni mišić .....	6
3.2 Maseterični mišić.....	6
3.3 Pterigoidni lateralni mišić.....	7
3.4 Pterigoidni medijalni mišić.....	7
3.5 Digastrični mišić.....	8
<b>4 ZUBI.....</b>	<b>9</b>
4.1 Vrste zuba.....	9
4.2 Građa zuba.....	10
4.2.1 Potporno tkivo zuba - parodont.....	11
<b>5 ŽVAKANJE.....</b>	<b>12</b>
5.1 Otvaranje i zatvaranje.....	12
<b>6 BIOMEHANIKA MANDIBULE.....</b>	<b>13</b>
6.1 Osno opterećenje i uvijanje .....	15
6.2 Savijanje .....	17

6.3	Elastične konstante i čvrstoća.....	18
6.4	Naprezanje i deformacije.....	20
6.4.1	Metode proučavanja naprezanja i deformacija.....	20
6.4.2	Deformacije i naprezanja tijekom žvakanja.....	20
6.4.3	Podaci o naprezanju i deformacijama.....	23
<b>7</b>	<b>POJEDNOSTAVLJENI MODEL DONJE ČELJUSTI.....</b>	<b>24</b>
7.1	Geometrija donje čeljusti.....	24
7.2	Opterećenje donje čeljusti.....	26
7.2.1	Prvi presjek $16 < x_r < 29$ mm.....	30
7.2.2	Drugi presjek $0 < x_r < 16$ mm.....	32
7.2.3	Treći presjek $-29 < x_r < 0$ mm.....	34
7.2.4	Raspodjela momenata i sila duž mandibule.....	36
7.2.5	Određivanje kritičnog presjeka.....	40
<b>8</b>	<b>ZAKLJUČAK.....</b>	<b>42</b>
<b>9</b>	<b>LITERATURA.....</b>	<b>43</b>

## POPIS SLIKA

Slika 1. Referentne ravnine prema Federalnom odboru za anatomske terminologiju.....	1
Slika 2. Kostni žvačnog sustava.....	2
Slika 3. Dijelovi donje čeljusti.....	3
Slika 4. Temporomandibularni zglob.....	5
Slika 5. Temporalni i maseterični mišić.....	6
Slika 6. Pterigoidni lateralni i medijalni mišić.....	7
Slika 7. Digastrični mišić.....	8
Slika 8. Podjela zubi.....	10
Slika 9. Dentalni lukovi.....	10
Slika 10. Građa zubi.....	11
Slika 11. Kretnje čeljusti pri žvakanju.....	12
Slika 12. Dijagram naprezanja-istezanja.....	14
Slika 13. Raspodjela naprezanja.....	16
Slika 14. Raspodjela naprezanja pri savijanju.....	18
Slika 15. Longitudinalni, tangencijalni i radijalni smjer.....	18
Slika 16. Savijanje, torzija i reakcijske sile u zglobovima ( $F_{ja}$ na žvačnoj te $F_{jp}$ na neopterećenoj strani) i mišiću ( $F_{ma}$ na žvačnoj te $F_{mp}$ na neopterećenoj strani) pri žvačnoj sili $F_b$ .....	21
Slika 17. Raspodjela naprezanja po vanjskoj i unutrašnjoj površini mandibule.....	23
Slika 18. Pojednostavljeni model mandibule.....	24
Slika 19. Koordinate zglobova, hvatišta mišića i djelovanja žvačne sile.....	26
Slika 20. Prikaz modela mandibule opterećenog žvačnom silom $Q$ i sila koje se javljaju u mišićima i zglobovima.....	27
Slika 21. Područja za analizu.....	29
Slika 22. Presjek $16 < x_r < 29$ mm.....	30
Slika 23. Presjek $0 < x_r < 16$ mm.....	32



Slika 24. Presjek $-29 < x_r < 0$ mm.....	34
Slika 25. Dijagram raspodjele aksijalne sile duž nosača.....	36
Slika 26. Dijagram raspodjele poprečne sile u normalnom smjeru duž nosača.....	37
Slika 27. Dijagram raspodjele poprečne sile u binormalnom smjeru duž nosača.....	37
Slika 28. Dijagram raspodjele momenta torzije duž nosača.....	38
Slika 29. Dijagram raspodjele momenta savijanja u normalnom smjeru duž nosača.....	39
Slika 30. Dijagram raspodjele momenta savijanja u binormalnom smjeru duž nosača.....	39
Slika 31. Poprečni presjek mandibule.....	41

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1.Vrijednosti elastičnih konstanti.....	19
Tablica 2.Iznosi momenata u karakterističnim presjecima.....	40

## POPIS OZNAKA

$a$	polovina širine čeljusti	mm
$\vec{B}$	binormalni vektor	–
$b$	polovina udaljenosti hvatišta zglobova	mm
$c$	duljina čeljusti u smjeru $y'$ osi	mm
$E$	Youngeov modul elastičnosti	Pa
$F$	sila	N
$F_{aks}$	aksijalna sila u smjeru tangencijalnog vektora	N
$F_{ay}$	komponenta reakcijske sile u zglobu A u smjeru osi $y$	N
$F_{az}$	komponenta reakcijske sile u zglobu A u smjeru osi $z$	N
$F_{by}$	komponenta reakcijske sile u zglobu B u smjeru osi $y$	N
$F_{bz}$	komponenta reakcijske sile u zglobu A u smjeru osi $z$	N
$F_p$	sila pterigoidnog mišića	N
$F_{rx}$	komponenta reakcijske sile na mjestu presjeka u smjeru osi $x$	N
$F_{ry}$	komponenta reakcijske sile na mjestu presjeka u smjeru osi $y$	N
$F_{rz}$	komponenta reakcijske sile na mjestu presjeka u smjeru osi $z$	N
$F_s$	sila maseteričnog mišića	N
$F_t$	sila temporalnog mišića	N
$F_{tB}$	poprečna sila u smjeru binormale	N
$F_{tN}$	poprečna sila u smjeru normale	N
$G$	Coulombov modul smicanja	Pa
$I$	aksijalni moment tromosti	mm <sup>4</sup>
$I_p$	polarni moment tromosti	mm <sup>4</sup>
$K$	faktor zakrivljenosti grede	–
$M_{ekv}$	ekvivalentni moment savijanja	Nmm
$M_f$	ukupni moment savijanja	Nmm
$M_{fB}$	moment savijanja u smjeru binormale	Nmm
$M_{fN}$	moment savijanja u smjeru normale	Nmm
$M_{rx}$	komponenta momenta na mjestu presjeka u smjeru osi $x$	Nmm
$M_{ry}$	komponenta momenta na mjestu presjeka u smjeru osi $y$	Nmm
$M_{rz}$	komponenta momenta na mjestu presjeka u smjeru osi $z$	Nmm
$M_{tor}$	moment torzije	Nmm
$\vec{N}$	normalni vektor	–

$Q$	žvačna sila	N
$\vec{T}$	tangencijalni vektor	–
$W_x$	moment otpora	mm <sup>3</sup>
$x_T$	$x$ koordinata hvatišta žvačne sile $Q$	mm
$x_1$	$x$ koordinata hvatišta temporalnog mišića	mm
$y'$	zarotirana os $y$ za kut $\theta$	–
$y_T$	$y$ koordinata hvatišta žvačne sile $Q$	mm
$y_0$	$y$ koordinata temporomandibularnog zgloba	mm
$y_1$	$y$ koordinata hvatišta temporalnog mišića	mm
$z$	udaljenost središta mase od težišta	mm
$z_0$	$z$ koordinata temporomandibularnog zgloba	mm
$z_1$	$z$ koordinata hvatišta temporalnog mišića	mm
$\alpha_P$	kut koji zatvara sila pterigoidnog mišića s osi $x$	°
$\alpha_S$	kut koji zatvara sila maseteričnog mišića s osi $x$	°
$\alpha_T$	kut koji zatvara sila temporalnog mišića s osi $x$	°
$\beta_P$	kut koji zatvara sila pterigoidnog mišića s osi $y$	°
$\beta_S$	kut koji zatvara sila maseteričnog mišića s osi $y$	°
$\beta_T$	kut koji zatvara sila temporalnog mišića s osi $y$	°
$\gamma_P$	kut koji zatvara sila pterigoidnog mišića s osi $z$	°
$\gamma_S$	kut koji zatvara sila maseteričnog mišića s osi $z$	°
$\gamma_T$	kut koji zatvara sila temporalnog mišića s osi $z$	°
$\varepsilon$	duljinska deformacija	$\frac{\text{mm}}{\text{mm}}$
$\theta$	kut oklona osi $y'$	°
$\nu$	Poissonov faktor	–
$\rho$	udaljenost presjeka od neutralne linije	mm
$\sigma$	normalno naprezanje	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
$\sigma_{ekv}$	ekvivalentno naprezanje	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
$\tau$	tangencijalno naprezanje	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

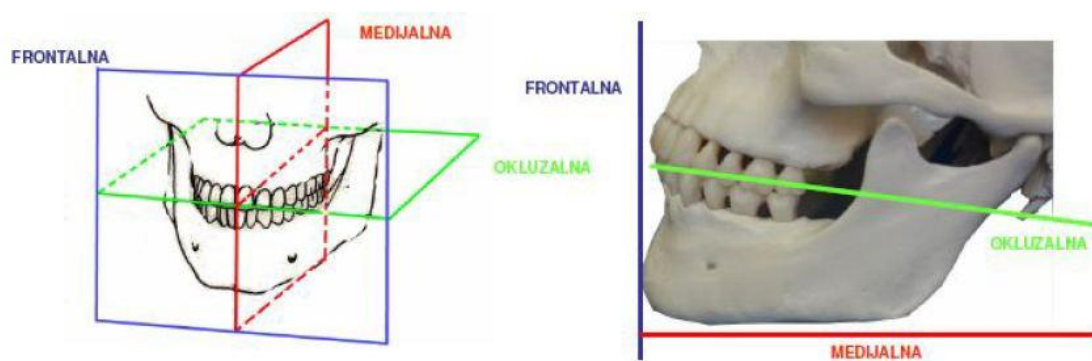
## SAŽETAK

Tijekom mastikacije, čina žvakanja hrane, na donju čeljust (mandibulu) djeluju sile ovisne o žvačnim mišićima. Uz mišiće u žvakanju sudjeluju zubi kao pasivni elementi, parodontno potporno tkivo, kao i usne, obrazi, nepce, jezik i žlijezde slinovnice te temporomandibularni zglob koji omogućuje rotaciju mandibule u horizontalnoj ravnini te translaciju i rotaciju u sagitalnoj. Žvakanje je automatska radnja i praktički je izvan voljne kontrole, iako ponekad može biti voljna te je pod kontrolom moždanog centra koji je odgovoran i za druge mišićne aktivnosti poput disanja, hodanja i sl. U ovom radu utvrđen je pojednostavljeni model donje čeljusti kao zakrivljeni nosač te su prema istome određene raspodjele momenata i sila duž nosača uslijed nesimetričnog zagriža silom od  $Q=100$  N na mjestu prvog kutnjaka.

Ključne riječi: biomehanika, mandibula, zakrivljeni nosač, sile zagriža

## 1 UVOD

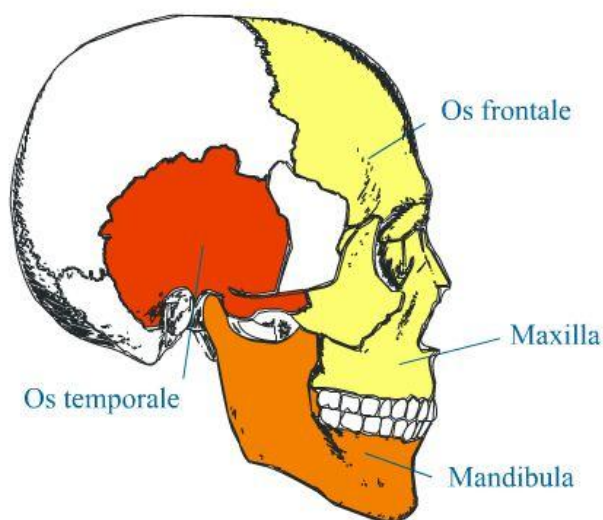
Žvačni sustav je funkcijska cjelina koju čine zubi i njihove potporne strukture, čeljusti, temporomandibularni zglob, žvačni mišići, mišići jezika i usana te vaskularni i živčani sustav okolnih tkiva. Glavne funkcije žvačnog tkiva su govor, žvakanje, gutanje te probava hrane. Funkcije žvačnog sustava upravljane su brojnim mišićima koji su pokretani živčanim impulsima. Mišići, ne samo da su zaslužni za gibanje čeljusti, već osiguravaju stabilnost tijekom istog i sprječavaju dislokacije zglobova. Za bolje razumijevanje međusobnih odnosa dijelova mandibule nužno je odrediti referentne ravnine. Tri su referentne ravnine utvrđene na temelju anatomije od strane Federalnog odbora za anatomske terminologije, a koriste se na internacionalnoj razini [1]. Te ravnine su: sagitalna (medijalna), frontalna i transverzalna (okluzalna) te su prikazane na slici 1..



Slika 1. Referentne ravnine prema Federalnom odboru za anatomske terminologije [1]

## 2 KOSTI I ZGLOBOVI ŽVAČNOG SUSTAVA

Koštanu podlogu žvačnog organa (slika 2.) čine gornja i donja čeljust - maksila i mandibula, temporomandibularni zglobovi te kosti glave indirektno (*os parietale, os occipitale, vertebra, clavicula, scapula*) i direktno (*os frontale, os ethmoidale, os palatinum, os sphenoidale, os zygomaticum, os temporale, os hyoideum*) povezane s čeljusti [2]. Čeljusti i temporomandibularni zglob sa pripadnim ligamentima te zubi i njihovo potporno tkivo čine pasivne komponente ovog sustava.



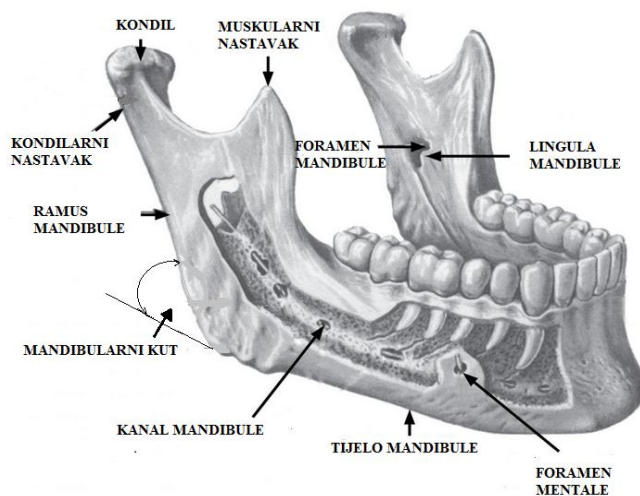
Slika 2. Kosti žvačnoga sustava [2]

### 2.1 Maksila

Maksila je četvrtasta kost koja podržava gornje zube te čini osnovu za prijenos sila sa zubi gornjeg zubnog luka. Zajedno sa mandibulom čini oralnu šupljinu. Hvatište je mišića lica te ujedno i nekih žvačnih mišića. Unutrašnjost kosti zauzima šupljina maksilarnog sinusa (*sinus maxillaris*) ispunjena zrakom i pokrivena respiratornom sluznicom. S palatinalnom kosti (*os palatinum*) čini tvrdo nepce, a sudjeluje i u oblikovanju nosne šupljine te dna orbite. Maksilarna kost nešto je spužvastija od mandibularne, a kompaktnija je na nepcu i prema oralnoj strani [2].

## 2.2 Mandibula

Mandibula, donja čeljust, jest jedina pomična čeljust glave s alveolarnim nastavcima [2]. Alveolarni nastavci dio su koštanog tkiva građenog od zbite i spužvaste kosti - alveolarne kosti. Glavna uloga im je potpora, uležištenje i učvršćavanje zubi, a sudjeluju u prijenosu sila pri žvakanju, govoru, gutanju [3]. Mandibula se sastoji od horizontalnog tijela mandibule (*corpus mandibulae*) i dva vertikalna kraka (*rami mandibulae*) (slika 3.). Kut između tijela i vertikalnog kraka naziva se mandibularni kut, a veličina mu je između 60° i 70°. Vanjske površine mandibule, lijeva i desna strana, po središnjici su obilježene grebenastom strukturom što ukazuje na spajanje tih dvaju dijelova na hrskavičnom spoju simfizi u ranoj dobi života. Greben tijela mandibule, zajedno sa vrhom brade, zatvara trokutasto uzvišenje. U području drugog pretkutnjaka nalazi se otvor za prolaz žila i živaca (*foramen mentale*). Iznad *foramena mentale* prema gore i natrag proteže se kosi blagi greben guste kosti (*linea obliqua*) koji se nastavlja na prednji rub ramusa donje čeljusti te čini gornji rub trokutastog uzvišenja. Uz to područje dijelovi kosina bezubih grebena mandibule pogodni su za opterećenje. Unutarnja površina mandibule proteže se s jedne na drugu stranu konkavno. Sačinjena je od *milohioidnog* grebena, tj. neravne koštane izbočine koja se proteže između trećeg kutnjaka do donjeg ruba mandibule u području brade, a na kojega se hvata *milohioidni* mišić, nadalje, hvatišta *temporalnog*, *pterioidnog* i *digastričnog* mišića, te mandibularnog *foramena*. Alveolarna granica mandibule šira je straga nego naprijed te sadrži šupljine za prihvat zubi čije dubine i širine ovise o vrsti zuba.



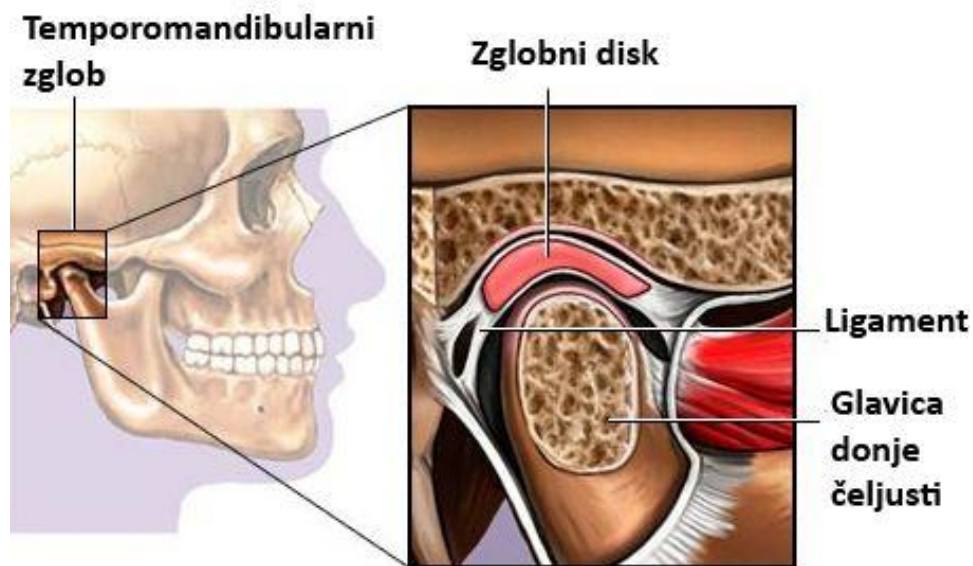
Slika 3. Dijelovi donje čeljusti [4]



*Ramus* mandibule sastoji se od dvije površine, četiri granice i dva nastavka. Lateralna površina ravna je i obilježena kosim grebenima na donjem dijelu te omogućuje prihvat *masetera*. Na medijalnoj površini nalazi se *foramen* mandibule za ulaz alveolarnih žila i živaca. Otvor je nepravilnih oblika te stvara greben okružen zaliskom koji pruža hvatište unutarnjem lateralnom ligamentu. Muskularni nastavak (*processus coronoidus*) tanko je, trokutasto, uzvišenje čiji oblik i veličina varira na suprotnim stranama. Prednja granica nastavka je konveksna te se nastavlja na prednju granicu *ramusa*, dok mu je stražnja strana konkavna i čini prednjicu mandibularne jamice. Lateralna površina muskularnog nastavka glatka je i pruža prihvat mišiću *temporalisu* i *maseteru*. Medijalna površina pruža prihvat *temporalisa* i sadrži greben koji se pruža od vrha procesa do područja zadnjeg kutnjaka. Kondilarni nastavak mandibule tanji je od muskularnog i sastoji se od dva dijela: *kondila* i potporne strukture - vrata *kondila*. *Kondil* predstavlja zglobnu površinu za spajanje sa diskom temporomandibularnog zgloba. Njegova dulja os orijentirana je medijalno i blago unazad. Ova dva nastavka razdvaja mandibularna jamica kroz koju se protežu maseterične žile i živci. Tijekom procesa žvakanja dio žvačnih sila prenosi se na kosti lubanje preko zglobne pločice umetnute između kondilarnog nastavka i zglobne jamice. Tijekom života oblik mandibule neprestano se mijenja. Resorpcija kosti odvija se iznutra prema van, a u prednjem području izvana prema unutra [5].

### **2.3 Temporomandibularni zglob**

Temporomandibularni zglob je jedini pomični zglob glave. Prema obliku, broju i funkciji zglobnih ploha spada u složene zglobove.



Slika 4. Temporomandibularni zglob [6]

Temporomandibularni zglob može rotirati u horizontalnoj ravnini, te translirati i rotirati u sagitalnoj ravnini. Sastoji se od *kondila* mandibule, zglobne jamice na temporalnoj kosti te zglobnog diska. Strukture zgloba međusobno su povezane tetivama mišića i ligamentima zglobne čahure za pripadajuća tkiva glave i žvačnog sustava dok pri tom zglobna čahura dijeli prostor zgloba u dvije odvojene šupljine obložene avaskularnom hrskavicom i ispunjene sinovijalnom tekućinom. Avaskularna hrskavica fleksibilna je i snažna te služi kao potporna struktura vezivnome tkivu. Nije prožeta krvnim žilama (avaskularnost) te iz toga razloga ne posjeduje sposobnost regeneracije, jer krvne žile osiguravaju dostavu hranjivih tvari. Sinovijalna tekućina ispunjava zglob s unutarnje strane te podmazuje njegove površine pri pokretima i prigušuje tlačna opterećenja nastala pri kretanjama. Između tih dvaju struktura nalazi se artikalcijski disk koji omogućava funkciju zgloba pri kretanjama mandibule [2].

### 3 MIŠIĆI

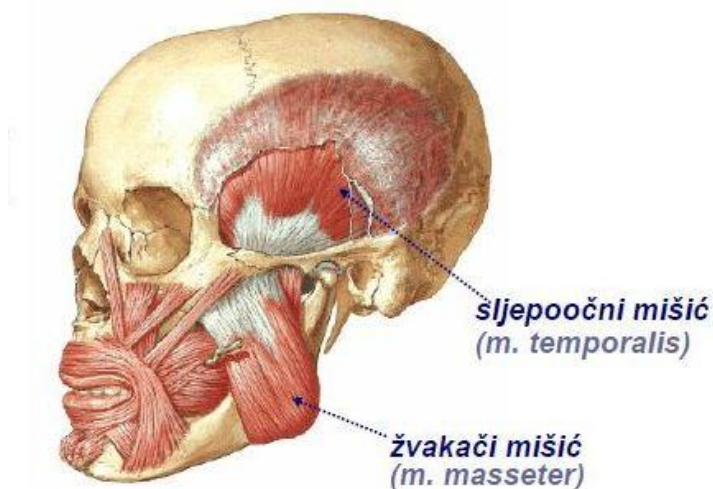
Najbitniji mišići koji sudjeluju u procesu žvakanja su *temporalni*, *maseterični*, *pterygoidni medijalni*, *pterygoidni lateralni* te *digastični* mišić.

#### 3.1 Temporalni mišić

*Temporalni* mišić velik je i snažan, a pruža se široko i hvata lepezasto na *temporalnoj* kosti (slika 5.). Prolazi ispod *zigomatičnog* luka (košanog mosta koji spaja temporalnu kost i maksilu) i završava na prednjem rubu *ramusa* mandibule. Prema smjeru orijentacije vlakna i funkciji moguće ga je podijeliti na tri dijela: prednji, srednji i stražnji *temporalni* mišić. Funkcija prednjeg mišića je vertikalno podizanje mandibule, srednjeg podizanje i retrudiranje (pomicanje unazad), a stražnjeg retrudiranje mandibule. Pri kontrakciji *temporalnog* mišića mandibula se podiže te zubi dolaze u kontakt. Osnovna funkcija mu je tako pozicioniranje mandibule u prostoru i zatvaranje čeljusti [7].

#### 3.2 Maseterični mišić

*Maseterični* četvrtasti mišić hvata se na *zigomatični* luk te na *ramus* mandibule sve do područja drugog kutnjaka (slika 5.). Kontrakcijom *masetera* mandibula se podiže, a zubi dolaze u kontakt. Funkcija *masetera* jest stabiliziranje kondila, protruzija (pomicanje unaprijed i lateralno) mandibule te efikasno žvakanje [7].



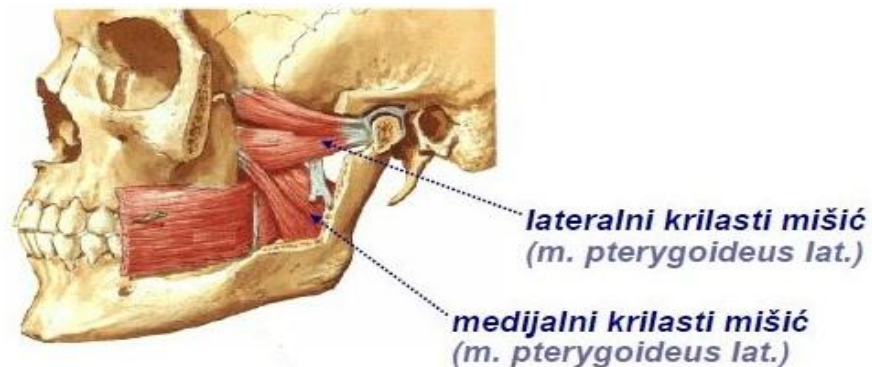
Slika 5. Temporalni i maseterični mišić [7]

### 3.3 Pterigoidni lateralni mišić

*Pterigoidni* (krilasti) lateralni mišić zajednički naziv je za dva funkcijom odvojena mišića - gornji i donji. Gornji lateralni krilasti mišić hvata se na temporomandibularnoj izbočini i velikom krilu *sfenoidne* kosti. Pruža se skoro horizontalno prema unatrag i van te se hvata na prednju površinu temporomandibularnog diska i vrat kondila. Donji krilasti lateralni mišić započinje u *pterigoidnoj* šupljini te se pruža prema unatrag i gore, hvatajući se za vrat kondilarnog nastavka. Obostranom kontrakcijom kondili se povlače unaprijed, a mandibula protrudira. Ovaj mišić je pretežno inaktivan, a aktivira se tek aktivacijom mišića zatvarača, naročito pri jakom zagrizu, pri čemu povlači disk i kondil prema naprijed [7].

### 3.4 Pterigoidni medijalni mišić

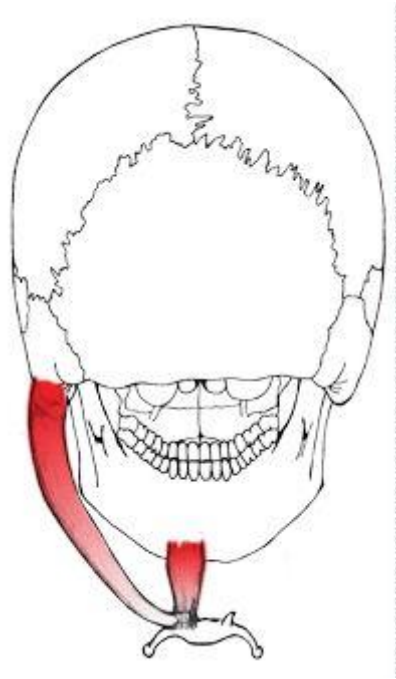
Hvatište krilastog medijalnog mišića nalazi se u *pterigoidnoj* udubini. Usmjeren je prema dolje i unatrag te se hvata na medijalnu površinu mandibularnog kuta. Kontrakcijom dolazi do protrudiranja mandibule i kontakta zubi [7].



Slika 6. Krilasti lateralni i medijalni mišić [7]

### 3.5 Digastrični mišić

*Digastrični* mišić primarno nije žvačni mišić no ima veliku ulogu u kretnjama mandibule. Funkcionalno i anatomski je podijeljen na dva trbuha. Njegovom potpunom kontrakcijom dolazi do otvaranja usta [7].



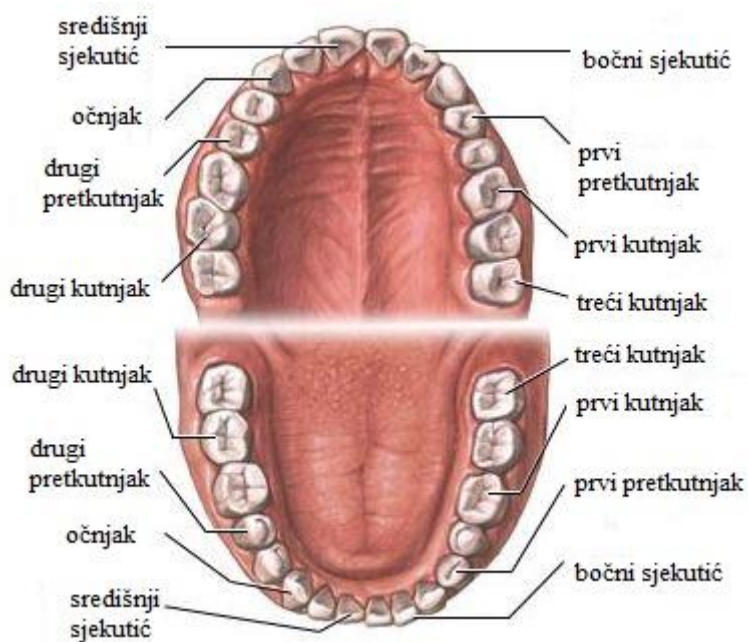
Slika 7. Digastrični mišić [7]

## 4 ZUBI

Zubi su kalcificirani organi čiji položaji u čeljustima određuju genetika, odnosi između jezika i obraza - ravnoteža mišića jezika i obraza, ravnoteža u temporomandibularnim zglobovima i kostima čeljusti, sile žvakanja te razne sile koje djeluju tijekom rasta i razvoja. Tijekom procesa žvakanja zubi su pasivni elementi. Svaki zub u zubnom luku u specifičnom je odnosu prema susjednim zubima i čeljusti. Zbog većih dimenzija maksilarnih sjekutića, zubni luk maksile nerijetko je veći od luka mandibule. Položaj zubi uvjetuje i drugačiji izgled u horizontalnoj ravnini te maksilarni luk više nalikuje elipsi, dok mandibularni luk nalikuje paraboli. Gledano u sagitalnoj ravnini, svi zubi u mandibuli i frontalni zubi u maksili nagnuti su *mezijalno*, što znači da su dentalne osi (osi koje prolaze kroz zubne korijene) usmjerene prema naprijed u odnosu na okluzalnu ravninu. Od područja prvog kutnjaka takvo stanje u maksili se mijenja i postaje obrnuto, odnosno dolazi do nagninjanja dentalnih osi prema natrag [4].

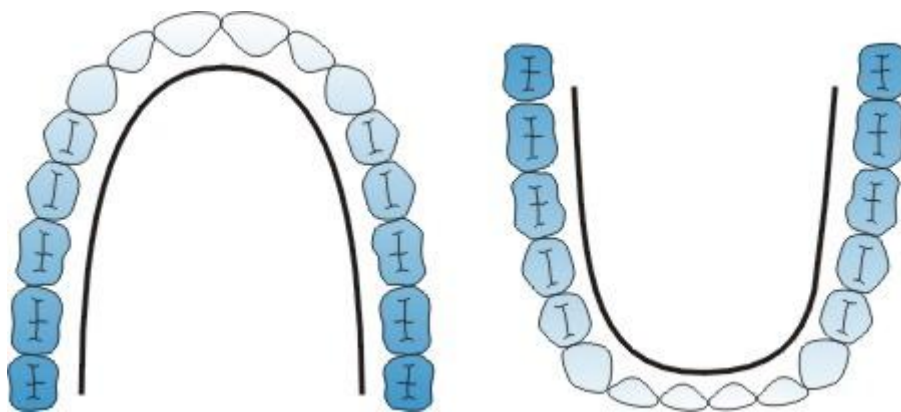
### 4.1 Vrste zuba

Zubi se dijele prema vremenu izrastanja na mliječne (primarna denticija, 20 zuba) i stalne zube (stalna denticija, 32 zuba), prema morfološkom obliku na sjekutiće, očnjake, pretkutnjake i kutnjake (slika 8.) te prema položaju u dentalnom luku na gornje i donje, desne i lijeve te prednje i bočne zube. Slika 8. prikazuje zube prema morfološkom obliku, tako su sjekutići su prednji zubi kojih ima po četiri komada u svakoj čeljusti. Njihova funkcija jest sjeckanje i prerezivanje hrane pri žvakanju. Očnjaci su zubi koji odvajaju sjekutiće i pretkutnjake, a u svakoj od čeljusti ima ih po dva komada. Njihova funkcija jest kidanje hrane prilikom žvakanja. Pretkutnjaci su zubi između očnjaka i kutnjaka koji se javljaju samo u stalnoj denticiji i to po četiri komada u svakoj čeljusti. Funkcija im je kidanje i usitnjavanje hrane. Kutnjaci su stražnji zubi kojih ima po šest u svakoj čeljusti, od čega dva umnjaka. Njihova funkcija temelji se na usitnjavanju hrane [9].



Slika 8. Podjela zubi [10]

Gornji dentalni luk oblika je poluelipse, dok je donji oblika parabole kao što prikazuje slika 9.



Slika 9. Dentalni lukovi [8]

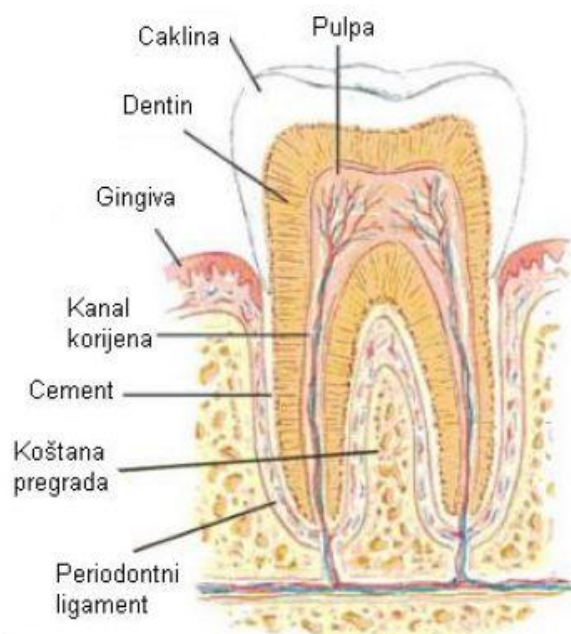
## 4.2 Građa zuba

Građu zuba (slika 10.) čine četiri osnovna tkiva: caklina, dentin, cement i pulpa. Također, veliku ulogu imaju i potporne strukture. Caklina, kao najtvrđa i najmineraliziranija tvar, i dentin, kao kalcificirano tkivo, zajedno s cementom koji pomoću parodontnih ligamenata

povezuje zub i čeljust, osiguravaju čvrstoću zuba. Pulpa ima funkciju stvaranja dentina, osigurava dovod hranjivih tvari preko krvnih žila te pruža zubu zaštitu [9].

#### **4.2.1 Potporno tkivo zuba - parodont**

Parodont sačinjava potporno tkivo zuba. Sastoji se od gingive, cementa, parodontnog ligamenta i alveolarne kosti. Gingiva prekriva alveolarni nastavak maksile i mandibule te okružuje zub. Vezana je na periost, tanku i čvrstu ovojnicu, bogatu krvnim žilama i živcima, alveolarne kosti. Cement je avaskularno tkivo nalik koštanom koje prekriva korijene zuba. Iako nalik koštanom, cementno tkivo je dosta gušće strukture. Parodontni ligament sastavljen je od kolagenih vlakana koje pričvršćavaju zub na alveolarnu kost. Vlakna osiguravaju zubima nepomičnost prilikom opterećenja. Alveolarna kost sačinjava uzvišenja čeljusne kosti te sadrži provrte za prolaz zubiju. Sastoji se od tri sloja periosta, guste zbite kosti i spužvaste kosti te je, pod opterećenjem, podložna procesu remodeliranja [11].



**Slika 10. Grada zubi [12]**

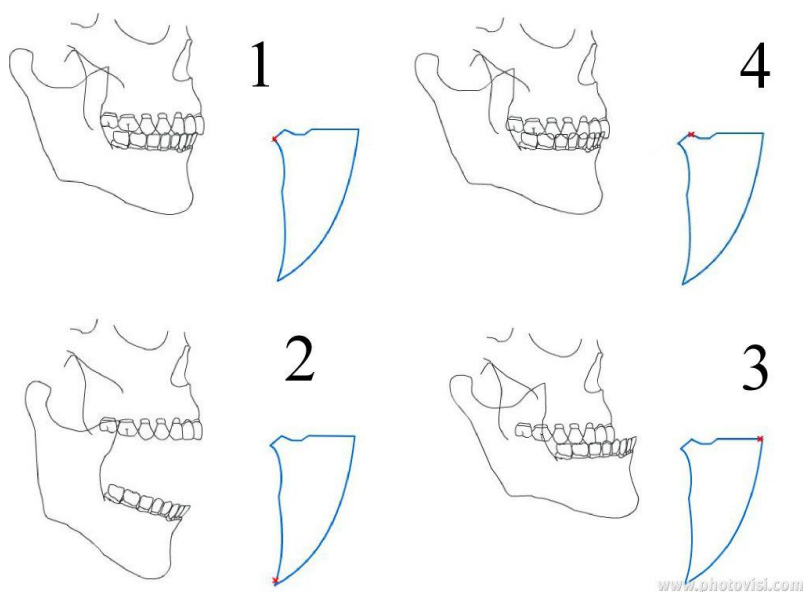


## 5 ŽVAKANJE

Mastikacija predstavlja početnu fazu probave pri čemu se hrana pretvara u male komadiće radi lakšeg gutanja. Prilikom žvakanja mišići spadaju u aktivne elemente, dok su zubi i parodontna potporna tkiva, usne, obrazi, nepce, jezik i žlijezde slinovnice pasivni elementi. Žvakanje je pod kontrolom moždanog centra koji također upravlja i aktivnostima poput disanja, hodanja i dr. Mastikacija se odvaja u dvije faze - faza otvaranja i faza zatvaranja usta.

### 5.1 Otvaranje i zatvaranje

Slika 7. prikazuje kretnje čeljusti pri žvakanju. Otvaranje i zatvaranje usta počinje u točki 1, središnjem položaju. Središnji položaj je granični i referentni položaj mandibule prema mandibuli, tj. položaj definiran odnosom kondila prema zglobnoj pločici i zglobnoj jamici. Pri otvaranju usta kondili rotiraju oko osi koja prolazi kroz centar oba kondila. Takva kretnja traje do otprilike 25 mm, a nakon te vrijednosti kondili translatairaju i rotiraju po kosini zglobne jamice sve do maksimuma kretnje otvaranja u točki 2. Slijedeća kretnja počinje u točki 2 i završava u točki 3. Oblika je blago zakrivljenog luka te uključuje rotacijsku i translacijsku kretnju temporomandibularnog zgloba. Otvaranje usta kod odraslog čovjeka kreće se u rasponu 35-70 mm. Pri zatvaranju usta, kretnja od točke 3 do 4, kondili istovremeno translatairaju i rotiraju te se vraćaju u zglobnu jamicu [13].



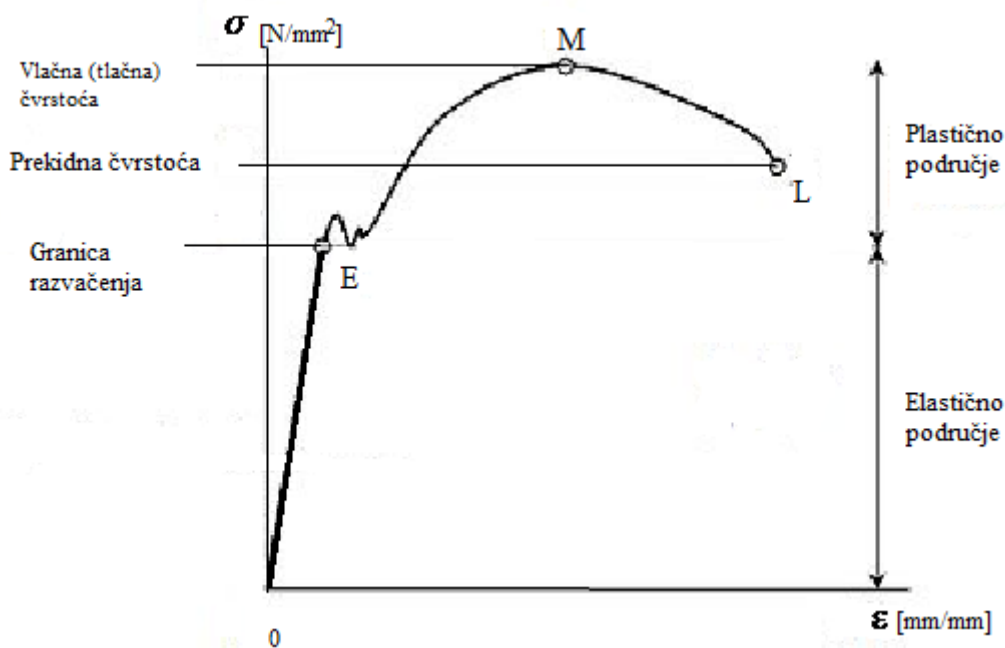
Slika 11. Kretnje čeljusti pri žvakanju [13]

## 6 BIOMEHANIKA MANDIBULE

Tijekom žvakanja mandibula se nalazi pod utjecajem sila žvačnih mišića i reakcijskih sila u temporomandibularnim zglobovima i zubima. Vrijednosti i raspodjela naprezanja i deformacije mandibule ovise prvenstveno o opterećenju, geometriji i materijalnim svojstvima mandibule, ali i o samom koštanom tkivu. Pri djelovanju vanjskih žvačnih sila, čije djelovanje nastoji razdvojiti ili približiti čestice mandibule, javljaju se unutarnje sile među tim česticama koje se odupiru vanjskom djelovanju. Naprezanje koje se javlja na mandibuli može se rastaviti na normalnu, na presjek okomitu, i tangencijalnu komponentu, onu koja leži u ravnini presjeka. Normalno naprezanje može biti pozitivno ili negativno. Ako je ono pozitivno, tada nastoji odvojiti čestice mandibule te se radi o vlačnom naprezanju, a ukoliko je ono negativno, tada sabija čestice, tj. tlači ih. Raspored naprezanja u mandibuli koja se javljaju pri vanjskom opterećenju ovise o vrsti, veličini i rasporedu tog opterećenja. Naprezanje ovisi i o materijalu mandibule. Kako se radi o koštanom tkivu ovdje veliku ulogu imaju starosna dob, zdravlje, očuvanost te genetske predispozicije čovjeka, tako da se vrijednosti naprezanja od čovjeka do čovjeka razlikuju. Mandibula pod istovremenim djelovanjem unutarnjih i vanjskih sila mijenja oblik i dimenzije, tj. deformira se. Deformacija mandibule ovisna je o opterećenju, elastičnim svojstvima, ali i prethodno navedenim svojstvima koji čine svaku mandibulu zasebno cjelinom. Deformacije se očituju promjenom veličine, oblika i volumena u obliku duljinske i kutne deformacije. Što je veće opterećenje, to je veće naprezanje, ali i deformacije. Analogno vrijedi pri smanjenju opterećenja, stoga se lako da zaključiti da su naprezanja i deformacije međusobno ovisni:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= f(\varepsilon_{ij}); \\ \varepsilon_{ij} &= f(\sigma_{ij}).\end{aligned}$$

Odnosi produljenja i opterećenja prikazana su dijagramom na slici 8.



Slika 12. Dijagram naprezanja-istezanja

Na dijagramu je karakteristično nekoliko točaka. Ovisnost sile o produljenju od točke O do E prati Hookeov pravac - ovisnost je linearna. Na tom području deformacije su elastične te se nakon rasterećenja mandibula vraća u početan oblik. Granica razvlačenja dijeli krivulju  $\sigma / \varepsilon$  na elastično i plastično područje, te sve vrijednosti iznad te točke izazivaju trajne, plastične deformacije tkiva. Nagib Hookeovog pravca određen je vrijednošću Youngeovog (elastičnog) modula. Youngeov modul vrijednost je koja određuje sposobnost materijala da se odupre deformaciji u smjeru narinutog opterećenja. Definiran je kao odnos opterećenja i deformacija;

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} .$$

Youngeov modul kosti varira od 10 do 20 GPa, ovisno o strukturi kosti i tipu opterećenja. Kod trabekularne kosti modul elastičnosti je pretežno nižih vrijednosti. Vrijednosti elastičnog modula trabekularne kosti kreću se od 0,76 do 20 GPa, ovisno o njenoj gustoći i orijentaciji [14]. Nakon što prijeđemo točku E, u mandibuli se javljaju plastične deformacije. U točki M (vlačna/tlačna čvrstoća) javlja se maksimalna sila koju mandibula može podnijeti, nakon koje, uz dodatno produljenje, u točki L (prekidna čvrstoća) nastupa lom mandibule. Kod kosti, vrijednosti vlačne (tlačne) i prekidne čvrstoće približno su jednake. Kost ima veće vrijednosti

čvrstoća kod tlačnog naprezanja nego kod vlačnog i smičnog. Popratna pojava koja se javlja prilikom vlačnog opterećenja mandibule jest sužavanje njenog presjeka. Analogan je slučaj kod tlačnog opterećenja, gdje se duljina mandibule smanjuje, a poprečni presjek povećava. Pri rasterećenju ili tlačenju kosti dolazi, ne samo do produljenja (skraćanja) u primarnom smjeru - smjeru opterećenja, već i do skraćanja (produljenja) u sekundarnom smjeru - smjeru okomitom na smjer djelovanja opterećenja. Sposobnost materijala da se odupre sekundarnom naprezanju izražava se Poissonovim omjerom  $\nu$ . Poissonov omjer definiran je kao;

$$\nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x},$$

gdje je  $\varepsilon_y$  deformacija u smjeru sekundarnog naprezanja, a  $\varepsilon_x$  u smjeru primarnog naprezanja. Vrijednosti Poissonovog omjera kortikalne kosti sežu do 0,45 [14]. Linearnu ovisnost tangencijalnih naprezanja i kutnih deformacija opisuje izraz

$$\tau = G \cdot \gamma.$$

Veličina  $G$  naziva se Coulombov modul, modul smicanja, a opisuje sposobnost materijala da se odupre smičnoj deformaciji. Vrijednosti modula smicanja kreću se od  $\frac{1}{3}$  do  $\frac{1}{2}$  modula elastičnosti [14]. Opisane elastične konstante ( $E, G, \nu$ ) daju vezu između narinutog opterećenja i rezultirajuće deformacije.

## 6.1 Osno opterećenje i uvijanje

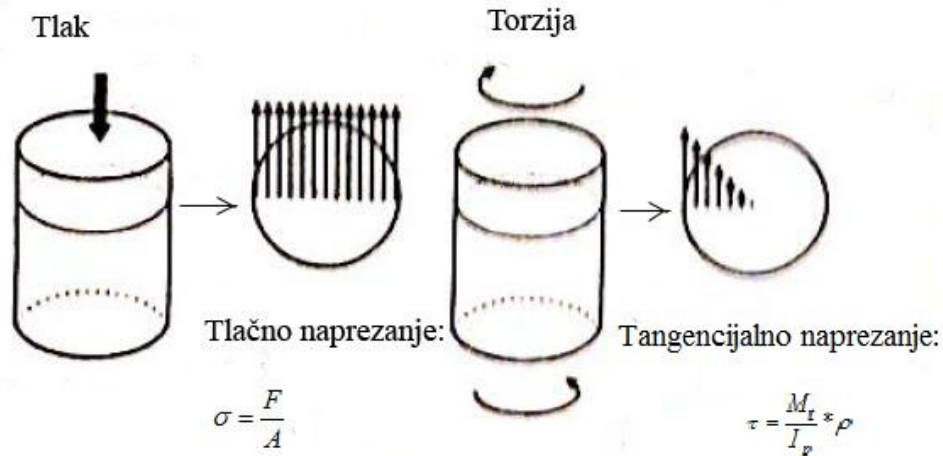
Sposobnost kosti da se odupre opterećenju prilikom žvakanja ovisi o vrsti istog i koštanom tkivu. Pri tlačnom i vlačnom opterećenju, vrijednosti naprezanja u određenom poprečnom presjeku kosti iznose:

$$\sigma = \frac{F}{A},$$

gdje je  $F$  opterećenje koje djeluje na presjek, a  $A$  površina tog poprečnog presjeka. Vrijednosti tangencijalnih naprezanja iznose

$$\tau = \frac{M_t}{I_p} \cdot \rho,$$

gdje je  $M_t$  primjenjeni moment torzije,  $\rho$  udaljenost od neutralne linije te  $I_p$  polarni moment tromosti poprečnog presjeka. Kod kosti kružnih poprečnih presjeka vrijednosti tangencijalnih naprezanja distribuiraju se od nule u središtu presjeka do maksimalnih iznosa na rubovima presjeka (slika 9.).



Slika 13. Raspodjela naprezanja [14]

Krutost pri tlaku i vlaku jednaka je

$$E \cdot A,$$

gdje je E Youngeov modul elastičnosti, dok torzijska krutost iznosi

$$G \cdot I_p,$$

gdje je G modul smicanja. Krutost i čvrstoća ovise, ne samo o svojstvima kosti, već i o njenoj veličini te količini i distribuciji koštanog tkiva. Polarni moment tromosti uzima u obzir količinu kortikalne kosti te njenu distribuciju u odnosu na težište. Što je koštano tkivo udaljenije od težišta, polarni moment inercije je veći te je time manje tangencijalno naprezanje, a veća sposobnost odupiranja torzijskom opterećenju [14]. Polarni moment mandibule računa se pomoću izraza

$$I = \int \rho^2 dA$$

gdje je  $\rho$  udaljenost od težišta mase.

## 6.2 Savijanje

Tijekom žvakanja u mandibuli se uslijed žvačnih sila javlja poprečno savijanje koje se očituje promjenom zakrivljenosti mandibule. Naprezanje u određenom presjeku računa se prema

$$\sigma = \frac{Mz}{I},$$

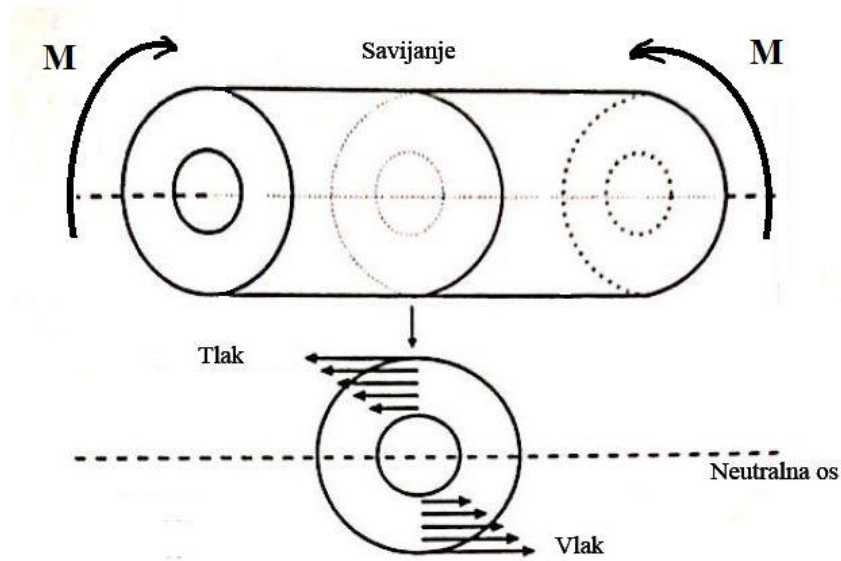
gdje je  $M$  moment savijanja,  $z$  udaljenost od neutralne linije te  $I$  moment tromosti presjeka. Savijanje izaziva vlačna i tlačna naprezanja na suprotnim stranama presjeka mandibule. Neutralna os je os u kojoj su naprezanja jednaka nuli. Kako vrijednosti naprezanja rastu linearno s udaljenošću od neutralne osi, maksimalna naprezanja biti će na vanjskim površinama kosti (slika 14.). Također, vrijedi analogija za krutost kao i kod torzije - sa udaljenošću od presjeka povećava se i krutost. Slijedi da su naprezanje i moment inercije obrnuto proporcionalni. Moment tromosti oko osi  $y$  slijedi iz izraza

$$I_y = \int z^2 dA,$$

gdje je  $z$  udaljenosti od neutralne osi a  $A$  površina diferencijalnog elementa. Ukoliko je koordinatni sustav transliran za neku udaljenost, moment tromosti, prema *Steinerovom pravilu*, računa se preko izraza

$$I_{y1} = I_y + z^2 A.$$

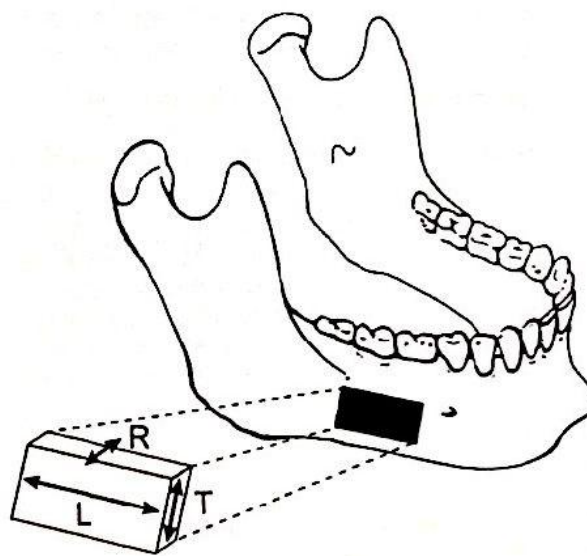
Krutost kosti pri savijanju jednaka je  $EI$ .



Slika 14. Raspodjela napreznja pri savijanju [14]

### 6.3 Elastične konstante i čvrstoća

Dobiveni podaci (tablica 1.) o elastičnim konstantama i čvrstoći mandibularne kortikalne kosti utvrđeni su tehnikama ultrazvučnog ispitivanja [15] i ispitivanjima materijalnih svojstava [16] na malim uzorcima uzimanih od leševa. Svojstva kortikalne kosti određivana su u 3 ortogonalna smjera u odnosu na površinu; longitudinalno, tangencijalno i radijalno prikazana na slici 15..



Slika 15. Longitudinalni, tangencijalni i radijalni smjer [15]

U radijalnome smjeru zbog male debljine kortikalne kosti, nije bilo moguće vršiti opterećenje, te su vrijednosti elastičnih konstanti i lomnih naprezanja u tome smjeru dobiveni procjenom rezultata u tangencijalnom smjeru. *Tablica 1.* pokazuje vrijednosti elastičnih konstanti dobivenih ispitivanjima Arendtsa i Sigolottoa [16] te Dechowa [15], a ukazuje na anizotropnost kortikalne kosti mandibule. Očituje se veća vrijednost krutosti u longitudinalnom smjeru, od onih u tangencijalnom i radijalnom smjeru. Prosječne vrijednosti elastičnog modula u tangencijalnom i radijalnom smjeru iznose 40-70% elastičnog modula u longitudinalnom smjeru. Kako su vrijednosti elastičnog modula kortikalne kosti u tangencijalnom i radijalnom smjeru približno jednakih vrijednosti, kost se može smatrati transverzalnom izotropnom - sa većom vrijednosti elastičnog modula u longitudinalnom smjeru te nižom vrijednosti u transverzalnim smjerovima. Čvrstoća mandibule također je veća u longitudinalnom smjeru od onih u transverzalnim smjerovima. Istraživanjima Arendtsa i Sigolottoa [16], 1989. utvrđene su vrijednosti lomnih čvrstoća pri tlačnom opterećenju od 200 MPa, 110 MPa te 100 MPa u longitudinalnom, transverzalnom i radijalnom smjeru. Veću krutost i čvrstoću mandibule osiguravaju longitudinalno orijentirani osteoni i kolagena vlakna koja su zaslužna za mehanička svojstva kosti. Vrijednosti smičnog modula G pokazuju kako je mandibula najotpornija na smik u ravnini sačinjenoj od longitudinalnih i tangencijalnih osi.

**Tablica 1. Vrijednosti elastičnih konstanti**

	<i>Arendts, Sigolotto</i> (srednja vrijednost)	<i>Dechow</i> (srednja vrijednost)
$E_{rad}$	6,9	11,3
$E_{tan}$	8,2	13,8
$E_{lon}$	17,3	19,4
$G_{rad-tan}$		4,5
$G_{rad-lon}$		5,2
$G_{tan-lon}$		6,2
$\nu_{rad-tan}$	0,270	0,274
$\nu_{rad-lon}$	0,125	0,237
$\nu_{tan-lon}$	0,150	0,317
$\nu_{tan-rad}$	0,325	0,273
$\nu_{lon-rad}$	0,310	0,405
$\nu_{lon-tan}$	0,315	0,376



Također, veoma je bitno naglasiti kako vrijednosti dobivenih konstanti ovise o mjestu uzorka. Utvrđena je veća krutost kortikalne kosti na donjoj površini mandibule nego na alveolnoj kosti te kako vrijednosti elastičnog modula rastu od područja molara prema simfizi. Veća gustoća simfize mandibule te veći modul elastičnosti od onoga u području molara zahtjevani su zbog većih torzijskih opterećenja simfize.

## **6.4 Naprezanje i deformacije**

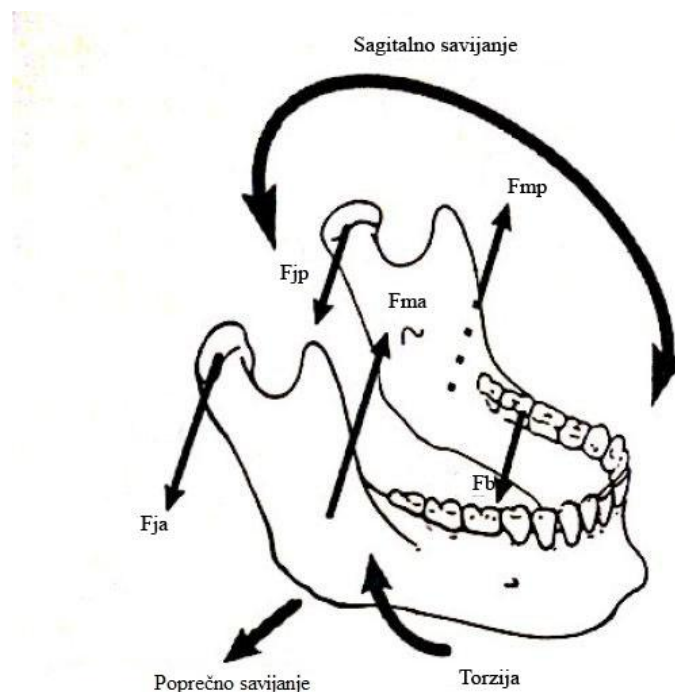
### **6.4.1 Metode proučavanja naprezanja i deformacija**

Proučavanje naprezanja i deformacija mandibule veoma je specifično uslijed različitih oblika, funkcionalnosti, starosne dobi ispitanika i potencijalnih bolesti koštanog tkiva. Ispitivanja se razlikuju po tome jesu li vršena *in vivo* ili *in vitro*. *In vivo* mjerenja ograničena su etički i zakonski. Na ljudima su ona u potpunosti zabranjena te su prikupljeni rezultati dobiveni ispitivanjima na primatima. Takvi rezultati razlikuju se od rezultata koji bi se dobili ispitivanjima na ljudskim mandibulama uslijed različitih oblika i funkcionalnosti simfize i dentalnih lukova, načina djelovanja temporalnih mišića te orijentacije lubanje i ramusa mandibule. Kada se radi o *in vitro* metodama, korištene su modeli izrađeni od fotoelastičnog materijala kako bi se izradio obrazac raspodjele naprezanja. Glavni nedostatak ove metode su različita mehanička svojstva fotoelastičnog materijala i kosti. Alternativni način jest bilježenje smjera i vrijednosti naprezanja mjernim priborom. Kod ovakvih metoda neophodne su pretpostavke o mjestu djelovanja, veličinama i smjerovima djelovanja sila na čeljust. Također, ove metode moguće su samo za statičke slučajeve opterećenja. Još jedna moguća metoda jest matematički model gdje se mandibula tretira kao ravna ili zakrivljena greda. Iako vrlo atraktivna, limitirana je jer ne opisuje dobro nejednoliku geometriju mandibule. Problem nejednolike geometrije, uz pretpostavke o djelovanju sila, bolje se rješava metodom konačnih elemenata. Takva metoda, također pogodna za statičke slučajeve opterećenja, omogućuje analizu naprezanja i deformacija pri promjeni opterećenja, promjeni geometrije mandibule (gubitak zuba), distribucije kosti, ortodonskih sila i implantanata [7].

### **6.4.2 Deformacije i naprezanja tijekom žvakanja**

Opis deformacija temeljen je na rezultatima dobivenima *in vitro* ispitivanjima (fotoelastični modeli, gredni modeli, 3D metode konačnih elemenata) te *in vivo* ispitivanjima na životinjama. Tijekom žvakanja mandibula se savija u sagitalnoj ravnini. Savijanje je

posljedica vertikalnih sila žvačnih mišića, reakcijskih sila kondila te žvačnih sila. Vrijednosti momenata savijanja i poprečnih sila ovise o mjestu djelovanja, tj. o kraku djelovanja sila. Na radnoj strani čeljusti, gdje djeluju žvačne sile, poprečne sile dosežu najveće vrijednosti u područjima između žvačnih i mišićnih sila, dok na suprotnoj strani čeljusti postižu najveće vrijednosti između mišićnih i zglobnih sila. Posljedica sagitalnog savijanja na neaktivnoj, neopterećenoj strani mandibule očituje se tlačnim naprezanjima u donjoj regiji mandibule, dok se na radnoj strani javlja moment savijanja suprotnog smjera. Na objema stranama maksimalni momenti javljaju se u području ramusa i susjednim područjima lubanje. Tijekom simetričnih opterećenja mandibule vrijednosti momenata savijanja na obje strane su jednaki. Tijekom jednostranog zagriža naprezanja se na suprotnim stranama razlikuju. Pri torzijskom naprezanju dolazi do sužavanja dentalnog luka uslijed resultantnog momenta torzije pri aktivaciji mišića zatvarača i žvačnih sila. Na aktivnoj strani tangencijalno naprezanje uslijed torzije očituje se najviše između točke zagriža i smične sile. Poprečno savijanje javlja se uslijed komponenata mišićnih sila na strani djelovanja žvačnih sila te bočnih komponenata žvačnih sila na neopterećenoj strani, a doseže svoju maksimalnu vrijednost u području simfize.

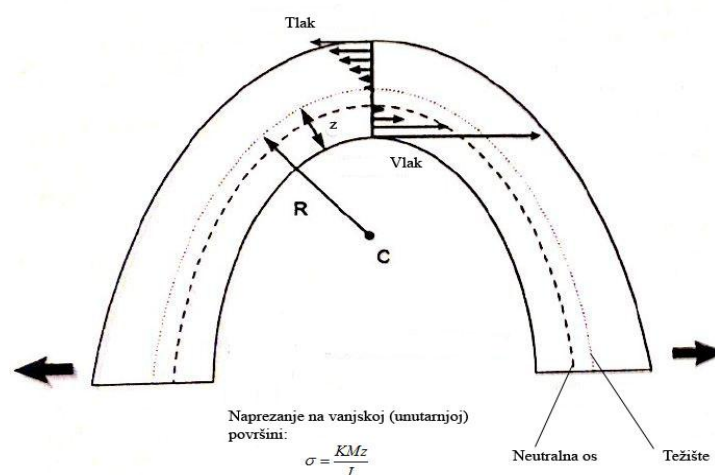


**Slika 16. Savijanje, torzija i reakcijske sile u zglobu ( $F_{ja}$  na žvačnoj te  $F_{jp}$  na neopterećenoj strani) i mišiću ( $F_{ma}$  na žvačnoj te  $F_{mp}$  na neopterećenoj strani) pri žvačnoj sili  $F_b$  [14]**

Analiza naprezanja može se vršiti preko modela zakrivljene grede. Modelom zakrivljenje grede uzima se u obzir težište poprečnog presjeka i radijus zakrivljenosti grede. Pri opterećenju, vrijednosti naprezanja na vanjskoj i unutarnjoj površini mandibule razlikuju se. Naprezanja na unutrašnjoj površini veća su od onih na vanjskoj. Razlog tomu je drugačiji položaj neutralne linije nego kod ravnih kosti. Kod zakrivljenih kosti neutralna linija ne prolazi kroz težište presjeka te raspodjela naprezanja nije jednolika. Vrijednosti naprezanja povezana su i sa radijusom zakrivljenosti mandibule. Pri smanjenju radijusa dolazi do povećanja naprezanja na unutrašnjoj površini te smanjenja naprezanja na vanjskoj površini. Tako slijedi da je kost, uz što manji radijus, podložna većim naprezanjima što rezultira oslabnjem kosti. Vrijednosti izraza naprezanja slijede iz izraza

$$\sigma = \frac{KMz}{I},$$

gdje je  $M$  moment savijanja,  $z$  udaljenosti od težišta površine,  $I$  moment tromosti poprečnog presjeka, te  $K$  faktor primjenjiv na zakrivljene grede. Faktor se razlikuje ovisno o radi li se o vanjskoj ili unutarnjoj površini. Vrijednosti  $K$  ovise o omjeru radijusu zakrivljenosti  $R$  i udaljenosti od težišta  $z$ . Kod omjera  $\frac{R}{z}$  između 1,2 i 1,8, za šuplje eliptične presjeke  $K$  unutarnje površine veći je 2,3 - 5,2 puta od faktora  $K$  vanjske površine. Kod punih eliptičnih presjeka, vrijednosti  $K$  variraju od 2,6 do 6,4 [7].



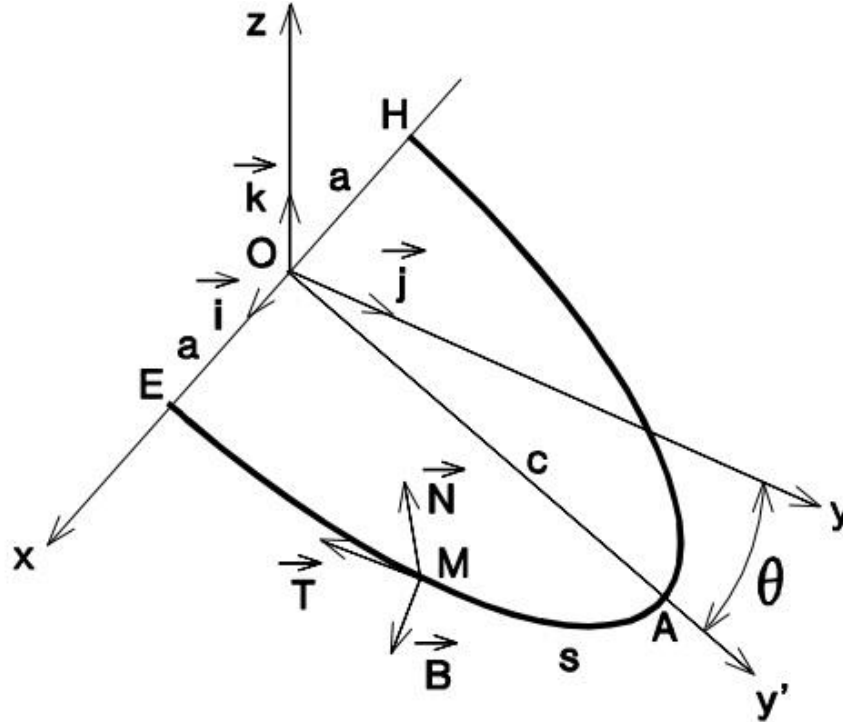
Slika 17. Raspodjela naprezanja po vanjskoj i unutrašnjoj površini mandibule [14]

### ***6.4.3 Podaci o naprezanju i deformacijama***

Vrlo je malo podataka o naprezanjima i deformacijama ljudske mandibule. Podaci [14] dobiveni metodom konačnih elemenata daju vrijednosti o približnim deformacijama mandibule od 0,6 mm pri jednostranom zagrizu od 526 N. Tijekom tog zagrizu mandibula se deformirala helikoidno uzduž strane zagrizu mandibule. Prema modelu, najveća vlačna naprezanja (15-25 MPa) javljaju se između muskulaturnog nastavka i simfize i to kako slijedi - na radnoj strani mandibule vlačna naprezanja javljaju se u donjoj granici kortikalne kosti, dok se na neaktivnoj strani javljaju u gornjoj polovici alveolarne kortikalne kosti. Maksimalna tlačna naprezanja (15-25 MPa) javljaju se oko točke zagrizu uključujući i mandibularni kut radne strane te područje od stražnje strane ramusa neradne strane preko donje granice lubanje pa do područja donje simfize. Tangencijalna naprezanja u globalu su veća na radnoj strani, no ipak, maksimum naprezanja od 25 MPa zabilježen je u kondilu neradne strane.

## 7 POJEDNOSTAVLJENI MODEL DONJE ČELJUSTI

### 7.1 Geometrija donje čeljusti



Slika 18. Pojednostavljeni model mandibule [17]

Slika 18. prikazuje pojednostavljeni model mandibule. Nosač je napravljen oblika parabole drugog reda, te je u odnosu na koordinatni sustav  $xyz$  zakrenuta za kut  $\theta = 23^\circ$ , u sustav  $xy'z'$ . Jednadžba takve parabole glasi:

$$y' = c \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right), \quad (7.1)$$

gdje je  $c$  duljina čeljusti po osi  $y'$ , a  $2a$  širina čeljusti. Radi pojednostavljenja, poprečni presjek donje čeljusti razmatrati će se kao elipsa, s neutralnom linijom u težištu. Iz odnosa koordinatnih sustava može se utvrditi kako slijedi:

$$y = y' \cos \theta \quad (7.2)$$

$$z = y' \sin \theta. \quad (7.3)$$

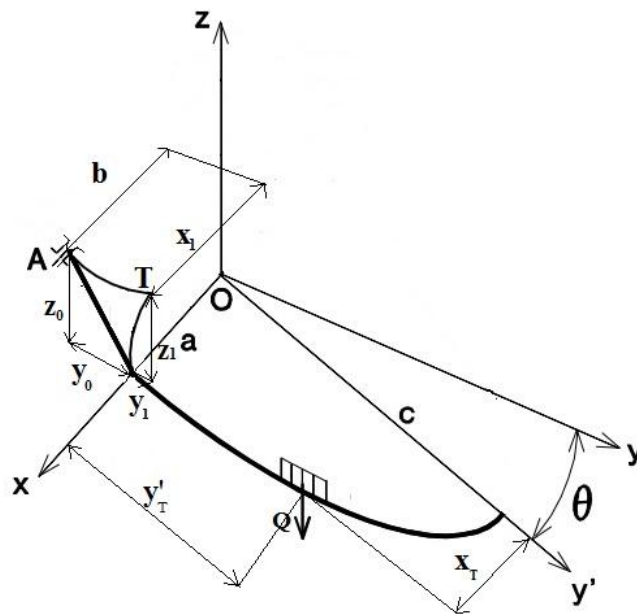
U točki M, na mjestu prvog kutnjaka, gdje djeluje sila  $Q$ , u odnosu na normalni koordinatni sustav  $xyz$ , definirani su tangencijalni, normalni i binormalni vektori:

$$\begin{aligned}\vec{T} &= \frac{1}{\sqrt{a^4 + 4c^2x^2}} (a^2\vec{i} - 2cx \cos\theta\vec{j} + 2cx\sin\theta\vec{k}) \\ \vec{N} &= \frac{1}{\sqrt{a^4 + 4c^2x^2}} (-2cx\vec{i} - a^2 \cos\theta\vec{j} + a^2\sin\theta\vec{k}) \quad [17] \\ \vec{B} &= -\sin\theta\vec{j} - \cos\theta\vec{k}\end{aligned}\quad (7.4)$$

Proračun je radi jednostavnosti i preglednosti vršen u programskom paketu *Wolfram Mathematica 9.0*. Za potrebe proračuna utvrđene su slijedeće dimenzije, prikazane na slici 19. (nosač je simetričan oko ravnine  $zy$ ):

$$\begin{aligned}a &= 29 \text{ mm} & y_1 &= 12 \text{ mm} & x_T &= 16 \text{ mm} & \alpha_s &= 73^\circ & \gamma_t &= 28^\circ \\ b &= 50 \text{ mm} & z_1 &= 41 \text{ mm} & y_T' &= 42 \text{ mm} & \beta_t &= 80^\circ & \gamma_p &= 37^\circ \\ c &= 61 \text{ mm} & y_0 &= 22 \text{ mm} & \alpha_t &= 64^\circ & \beta_p &= 61^\circ & \gamma_s &= 32^\circ \\ x_1 &= 42 \text{ mm} & z_0 &= 44 \text{ mm} & \alpha_p &= 69^\circ & \beta_s &= 64^\circ\end{aligned}\quad (7.5)$$

gdje su  $x_1, y_1$  i  $z_1$  koordinate hvatišta temporalnog mišića,  $y_0$  i  $z_0$  koordinate reakcijskih sila u zglobovima,  $x_T$  i  $y_T$  koordinate djelovanja žvačne sile  $Q$  u točki M te  $\alpha, \beta, \gamma$  kutovi koje mišićne sile zatvaraju s osima  $x, y, z$ .

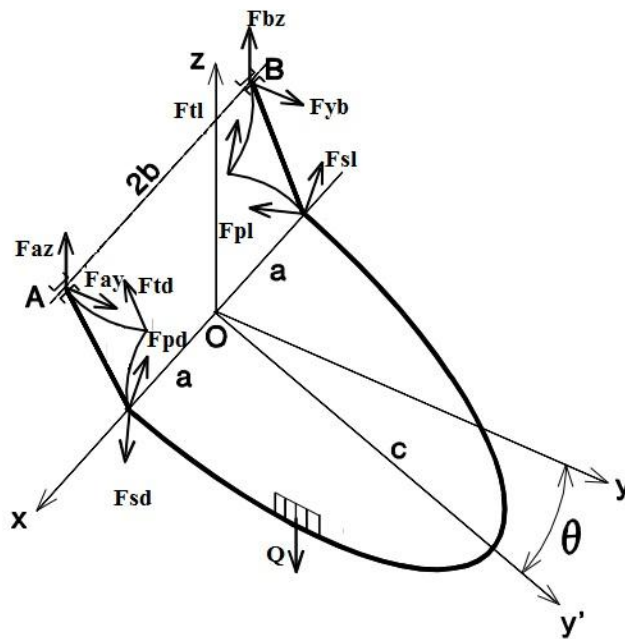


Slika 19. Koordinate zglobova, hvatišta mišića i djelovanja žvačne sile [17]

## 7.2 Opterećenje donje čeljusti

Čeljust je simetrično opterećena silama mišića. U jednom hvatištu djeluju sile temporalnog mišića, dok u drugom djeluju sile *masetera* i krilastog mišića. Mandibula je vezana na mjestu zglobova u kojima se javljaju reakcijske komponente u smjeru osi  $y$  i  $z$ . Prema eksperimentalnim podacima poznati su odnosi sila u mišićima:

$$F_s:F_p:F_t = 1,875:1:2 \quad (7.6)$$



Slika 20. Prikaz modela mandibule opterećenog zvačnom silom Q i sile koje se javljaju u mišićima i zglobovima [17]

Vrijednosti komponentata mišićnih sila u smjeru  $x$ -osi iznose:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_t \cdot \text{Cos}[\alpha_t] \\
 F_s &= F_s \cdot \text{Cos}[\alpha_s] \\
 F_p &= F_p \cdot \text{Cos}[\alpha_p]
 \end{aligned}
 \tag{7.7}$$

u smjeru  $y$ -osi:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_t \cdot \text{Cos}[\beta_t] \\
 F_s &= F_s \cdot \text{Cos}[\beta_s] \\
 F_p &= F_p \cdot \text{Cos}[\beta_p]
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

te u smjeru  $z$ -osi:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_t \cdot \text{Cos}[\gamma_t] \\
 F_s &= F_s \cdot \text{Cos}[\gamma_s] \\
 F_p &= F_p \cdot \text{Cos}[\gamma_p]
 \end{aligned}
 \tag{7.9}$$



Uz (7.6) i nakon postavljanja jednadžbi ravnoteža:

$$\sum F_x = 0$$

$$(F_{td} \cdot \cos[\alpha_t]) - (F_{pd} \cdot \cos[\alpha_p]) + (F_{sd} \cdot \cos[\alpha_s]) - (F_{tl} \cdot \cos[\alpha_t]) + (F_{pl} \cdot \cos[\alpha_p]) - (F_{sl} \cdot \cos[\alpha_s]) = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{ay} + F_{by} - (F_{td} \cdot \cos[\beta_t]) - (F_{pd} \cdot \cos[\beta_p]) + (F_{sd} \cdot \cos[\beta_s]) - (F_{tl} \cdot \cos[\beta_t]) - (F_{pl} \cdot \cos[\beta_p]) + (F_{sl} \cdot \cos[\beta_s]) = 0,$$

$$\sum F_z = 0$$

$$F_{az} + F_{bz} + (F_{td} \cdot \cos[\gamma_t]) - (F_{pd} \cdot \cos[\gamma_p]) + (F_{sd} \cdot \cos[\gamma_s]) + (F_{tl} \cdot \cos[\gamma_t]) - (F_{pl} \cdot \cos[\gamma_p]) + (F_{sl} \cdot \cos[\gamma_s]) - Q = 0,$$

$$\sum M_x = 0$$

$$(-(F_{az} + F_{bz}) \cdot y_0) + ((F_{td} + F_{tl}) \cdot \cos[\gamma_t]) \cdot y_1 - ((F_{ay} + F_{by}) \cdot z_0) + ((F_{td} + F_{tl}) \cdot \cos[\beta_t]) \cdot z_1 - (Q \cdot y_T \cdot \cos[\theta]) = 0,$$

$$\sum M_y = 0$$

$$((F_{bz} - F_{az}) \cdot b) + (Q \cdot x_T) + ((F_{td} - F_{tl}) \cdot \cos[\alpha_t]) \cdot z_1 + ((F_{pd} - F_{pl}) \cdot \cos[\gamma_p]) \cdot a + ((F_{sl} - F_{sd}) \cdot \cos[\gamma_s]) \cdot a + ((F_{tl} - F_{td}) \cdot \cos[\gamma_t]) \cdot x_1 = 0,$$

$$\sum M_z = 0$$

$$((F_{ay} - F_{by}) \cdot b) + ((F_{tl} - F_{td}) \cdot \cos[\beta_t]) \cdot x_1 + ((F_{pl} - F_{pd}) \cdot \cos[\beta_p]) \cdot a + ((F_{sd} - F_{sl}) \cdot \cos[\beta_s]) \cdot a + ((F_{tl} - F_{td}) \cdot \cos[\alpha_t]) \cdot y_1 = 0$$

(7.10)

te nakon uvrštavanja slijede odnosi:

$$F_{sl} = F_{sd} = 1,875F_p$$

$$F_{tl} = F_{td} = 2F_p$$

$$F_{pl} = F_{pd} = F_p$$

(7.11)

iz čega slijede vrijednosti sila:

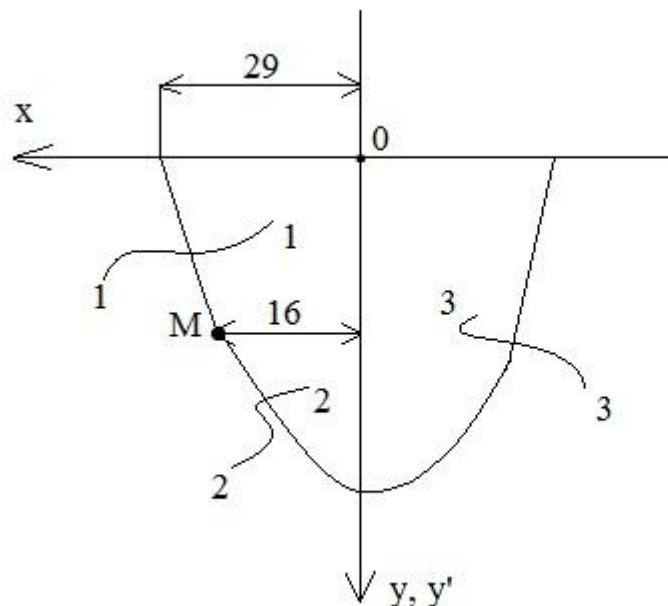
$$\begin{aligned}
 F_p &= 33,241 \text{ [N]}, \\
 F_{ay} &= 0,338 \text{ [N]}, \\
 F_{by} &= 0,338 \text{ [N]}, \\
 F_{az} &= -19,01 \text{ [N]}, \\
 F_{bz} &= -51,01 \text{ [N]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.12}$$

Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti u (7.11) slijede iznosi preostalih sila:

$$\begin{aligned}
 F_t &= 66,482 \text{ [N]}, \\
 F_p &= 62,327 \text{ [N]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

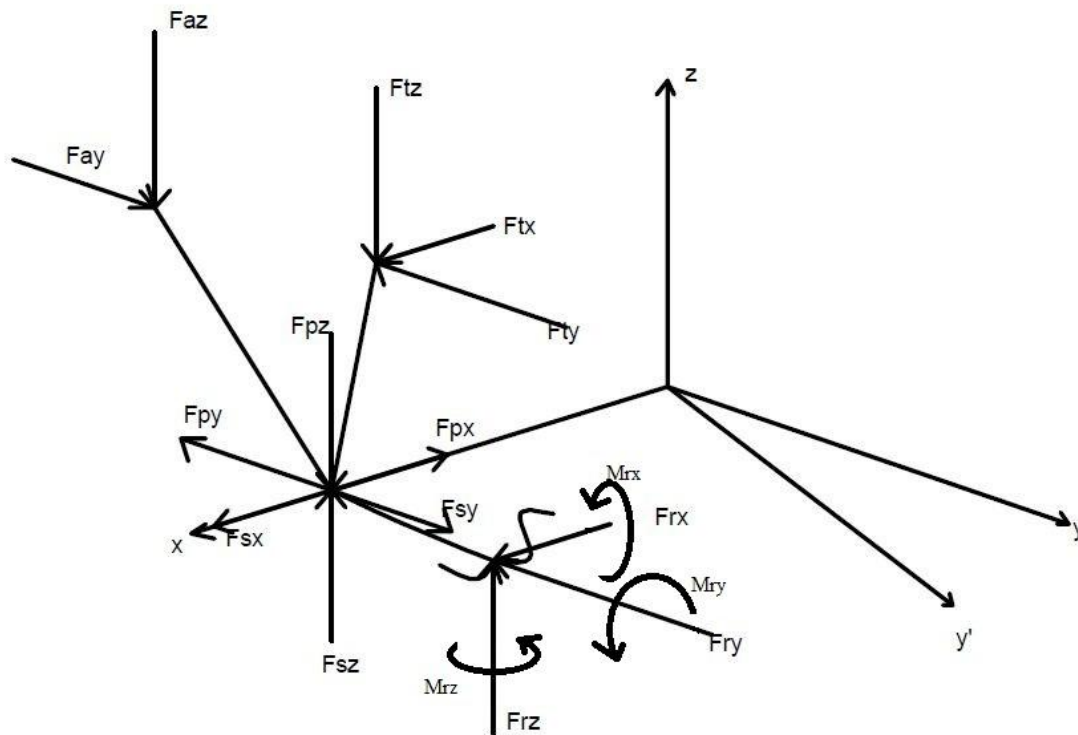
Kako bi odredili raspodjelu momenata i sila duž nosača, potrebno je analizirati tri područja, a to su redom:

- područje na intervalu  $16 < x_r < 29$  mm
- područje na intervalu  $0 < x_r < 16$  mm
- područje na intervalu  $-29 < x_r < 0$  mm.



Slika 21. Područja za analizu

### 7.2.1 Prvi presjek $16 < x_r < 29 \text{ mm}$



Slika 22. Presjek  $16 < x_r < 29 \text{ mm}$

Iz postavljenih uvjeta ravnoteže:

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 \\
 (F_t \cdot \cos[\alpha_t]) + (F_s \cdot \cos[\alpha_s]) - (F_p \cdot \cos[\alpha_p]) + F_{rx1} &= 0, \\
 \sum F_y &= 0 \\
 F_{ay} - (F_t \cdot \cos[\beta_t]) - (F_p \cdot \cos[\beta_p]) + (F_s \cdot \cos[\beta_s]) - F_{ry1} &= 0, \\
 \sum F_z &= 0 \\
 F_{az} + (F_t \cdot \cos[\gamma_t]) + (F_s \cdot \cos[\gamma_s]) - (F_p \cdot \cos[\gamma_p]) + F_{rz1} &= 0.
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

slijede reakcijske sile u presjeku:

$$\begin{aligned}
 F_{rx1} &= -35,454 \text{ [N]}, \\
 F_{ry1} &= -6.473 \times 10^{-8} \text{ [N]}, \\
 F_{rz1} &= -65.999 \text{ [N]}.
 \end{aligned} \tag{7.15}$$

Iz suma momenata slijede vrijednosti momenata na području  $16 < x_r < 29$ , gdje su  $x_{r1}, y_{r1}$  i  $z_{r1}$  koordinate presjeka u navedenom prvom intervalu:

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ (-F_{az} \cdot (y_0 + y_{r1})) + (F_p \cdot \text{Cos}[\gamma_p] \cdot y_{r1}) - (F_s \cdot \text{Cos}[\gamma_s] \cdot y_{r1}) + \\ (F_t \cdot \text{Cos}[\gamma_t] \cdot (y_1 - y_{r1})) - (F_{ay} \cdot (z_0 + z_{r1})) + ((F_p \cdot \text{Cos}[\beta_p] - F_s \cdot \text{Cos}[\beta_s]) \cdot z_{r1}) + \\ ((F_t \cdot \text{Cos}[\beta_t]) \cdot (z_1 + z_{r1})) + M_{xr1} &= 0 \end{aligned} \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned} M_{xr1} &= -58.700(12. - y_{r1}) + 26.309y_{r1} - 19.0089(22. + y_{r1}) + 11.207z_{r1} - \\ 11.545(41 + z_{r1}) + 0.337731(44. + z_{r1}) \end{aligned} \quad (7.17)$$

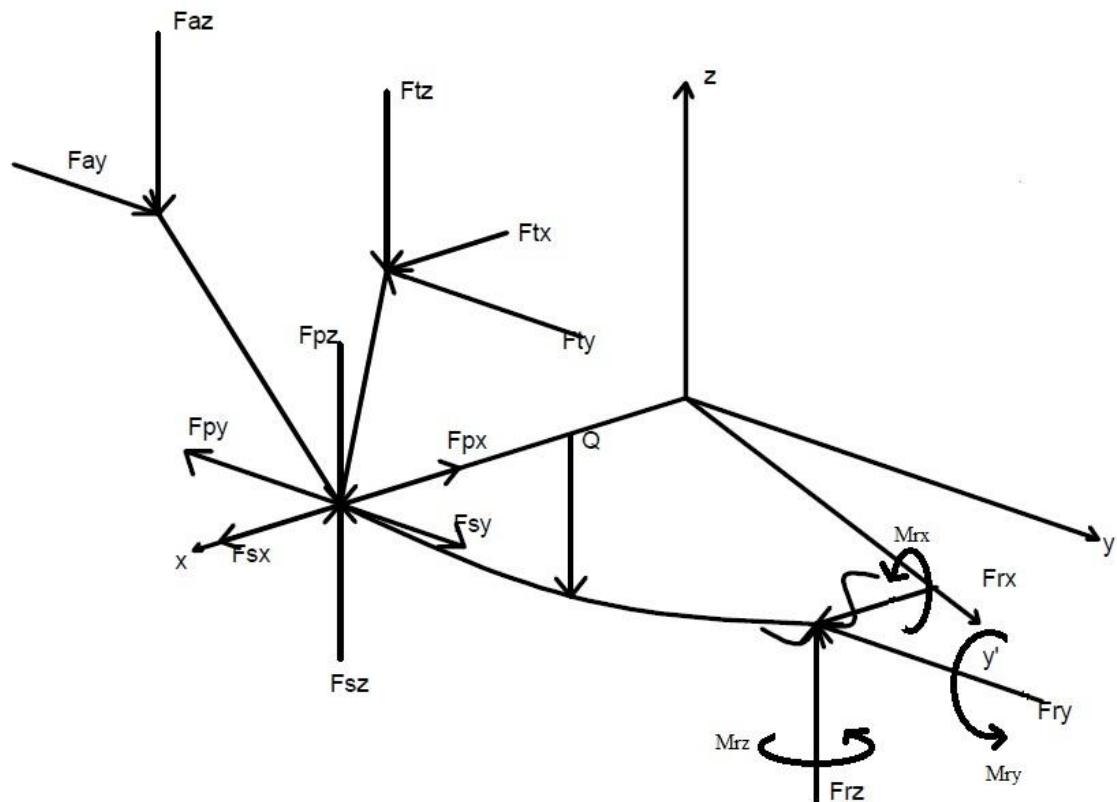
$$\begin{aligned} \sum M_{ry1} &= 0 \\ (((F_s \cdot \text{Cos}[\alpha_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\alpha_p])) \cdot z_{r1}) + ((F_t \cdot \text{Cos}[\alpha_t]) \cdot (z_1 + z_{r1})) - \\ (F_{az} \cdot (b - x_{r1})) - (F_t \cdot \text{Cos}[\gamma_t] \cdot (x_1 - x_{r1})) + (F_p \cdot \text{Cos}[\gamma_p] \cdot (a - x_{r1})) - \\ (F_s \cdot \text{Cos}[\gamma_s] \cdot (a - x_{r1})) + M_{ry1} &= 0 \end{aligned} \quad (7.18)$$

$$M_{ry1} = 26.309(29 - x_{r1}) + 58.700(42. - x_{r1}) - 19.01(50. - x_{r1}) - 6.31z_{r1} - 29.144(41 + z_{r1}) \quad (7.19)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{zr1} &= 0 \\ (F_{ay} \cdot (b - x_{r1})) - (F_t \cdot \text{Cos}[\beta_t] \cdot (x_1 - x_{r1})) + \\ (((F_s \cdot \text{Cos}[\beta_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\beta_p])) \cdot (a - x_{r1})) + \\ (((F_s \cdot \text{Cos}[\alpha_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\alpha_p])) \cdot y_{r1}) + ((F_t \cdot \text{Cos}[\alpha_t]) \cdot (y_{r1} - y_1)) + M_{zr1} &= 0 \end{aligned} \quad (7.20)$$

$$\begin{aligned} M_{zr1} &= -11.207(29 - x_{r1}) + 11.545(42. - x_{r1}) - 0.3381(50 - x_{r1}) - \\ 29.144(-12 + y_{r1}) - 6.31y_{r1} \end{aligned} \quad (7.21)$$

### 7.2.2 Drugi presjek $0 < x_r < 16 \text{ mm}$



Slika 23. Presjek  $0 < x_r < 16 \text{ mm}$

Iz postavljenih uvjeta ravnoteže:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ (F_t \cdot \cos[\alpha_t]) + (F_s \cdot \cos[\alpha_s]) - (F_p \cdot \cos[\alpha_p]) + F_{rx2} &= 0, \\ \sum F_y &= 0 \\ F_{ay} - (F_t \cdot \cos[\beta_t]) - (F_p \cdot \cos[\beta_p]) + (F_s \cdot \cos[\beta_s]) - F_{ry2} &= 0, \\ \sum F_z &= 0 \\ F_{az} + (F_t \cdot \cos[\gamma_t]) - (F_p \cdot \cos[\gamma_p]) + (F_s \cdot \cos[\gamma_s]) - Q + F_{rz2} &= 0 \end{aligned} \tag{7.22}$$

slijede reakcijske sile u presjeku:

$$\begin{aligned} F_{rx2} &= -35.454 \text{ [N]}, \\ F_{ry2} &= -6.473 \times 10^{-8} \text{ [N]}, \\ F_{rz2} &= 34.00 \text{ [N]}. \end{aligned} \tag{7.23}$$

Iz suma momenata slijede vrijednosti momenata na području  $0 < x_r < 16$ , gdje su  $x_{r2}, y_{r2}$  i  $z_{r2}$  koordinate presjeka u navedenom intervalu:

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ (-F_{az} \cdot (y_0 + y_{r2})) + (((F_p \cdot \text{Cos}[\gamma_p]) - (F_s \cdot \text{Cos}[\gamma_s])) \cdot y_{r2}) - \\ ((F_t \cdot \text{Cos}[\gamma_t]) \cdot (y_{r2} - y_1)) + (Q \cdot (y_{r2} - (y' \cdot \text{cos}\theta))) - (F_{ay} \cdot (z_0 + z_{r2})) + \\ ((F_t \cdot \text{Cos}[\beta_t]) \cdot (z_1 + z_{r2})) + (((F_p \cdot \text{Cos}[\beta_p]) - (F_s \cdot \text{Cos}[\beta_s])) \cdot z_{r2}) + M_{xr2} &= 0 \end{aligned} \quad (7.24)$$

$$\begin{aligned} M_{xr2} &= -100(-39.059 + y_{r2}) + 58.700(-12 + y_{r2}) + 26.309y_{r2} - 19.01(22 + y_{r2}) + \\ 11.207z_{r2} - 11.545(41 + z_{r2}) + 0.3381(44 + z_{r2}) \end{aligned} \quad (7.25)$$

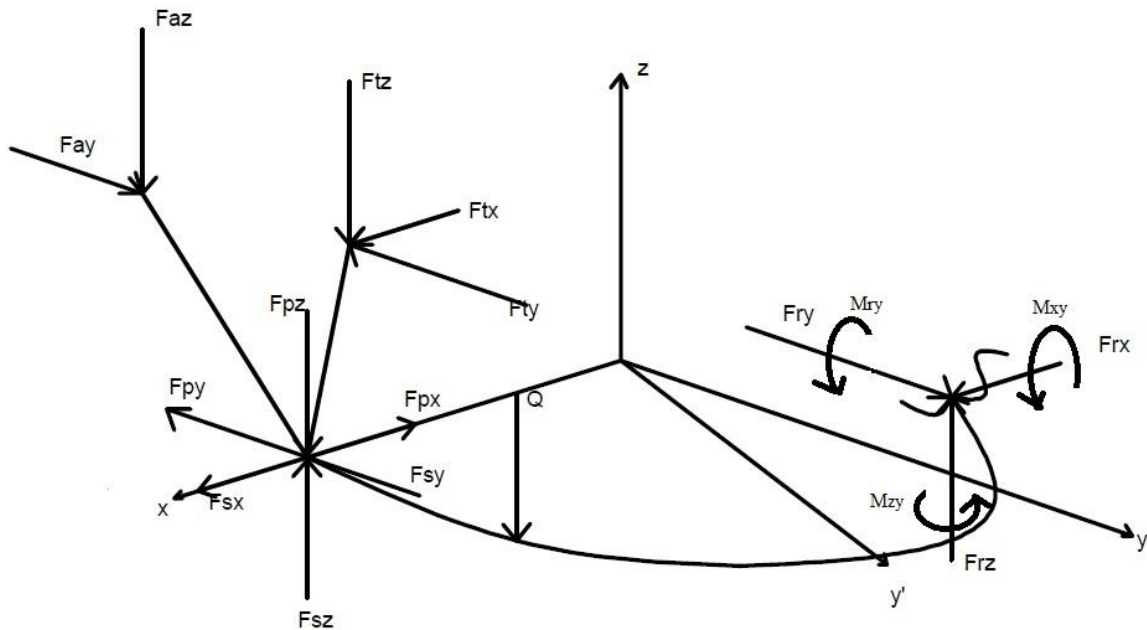
$$\begin{aligned} \sum M_y &= 0 \\ (-F_{az} \cdot (b - x_{r2})) - ((F_t \cdot \text{Cos}[\gamma_t]) \cdot (x_1 - x_{r2})) + (((F_p \cdot \text{Cos}[\gamma_p]) - \\ (F_s \cdot \text{Cos}[\gamma_s])) \cdot (a - x_{r2})) + (Q \cdot (x_T - x_{r2})) + ((F_t \cdot \text{Cos}[\alpha_t]) \cdot (z_1 + z_{r2})) + \\ (((F_s \cdot \text{Cos}[\alpha_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\alpha_p])) \cdot z_{r2}) + M_{yr2} &= 0 \end{aligned} \quad (7.26)$$

$$\begin{aligned} M_{yr2} &= -100(16 - x_{r2}) + 26.309(29 - x_{r2}) + 58.70(42 - x_{r2}) - 19.01(50 - x_{r2}) - \\ 6.31z_{r2} - 29.144(41 + z_{r2}) \end{aligned} \quad (7.27)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z &= 0 \\ (F_{ay} \cdot (b - x_{r2})) - ((F_t \cdot \text{Cos}[\beta_t]) \cdot (x_1 - x_{r2})) + (((F_s \cdot \text{Cos}[\beta_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\beta_p])) \cdot \\ (a - x_{r2})) + ((F_t \cdot \text{Cos}[\alpha_t]) \cdot (y_{r2} - y_1)) + (((F_s \cdot \text{Cos}[\alpha_s]) - (F_p \cdot \text{Cos}[\alpha_p])) \cdot y_{r2}) + \\ M_{zr2} &= 0 \end{aligned} \quad (7.28)$$

$$\begin{aligned} M_{zr2} &= -11.208(29 - x_{r2}) + 11.545(42 - x_{r2}) - 0.338(50 - x_{r2}) + \\ 29.144(-12 + y_{r2}) - 6.31y_{r2} \end{aligned} \quad (7.29)$$

### 7.2.3 Treći presjek $-29 < x_r < 0 \text{ mm}$



Slika 24. Presjek  $-29 < x_r < 0 \text{ mm}$

Iz postavljenih uvjeta ravnoteže:

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 \\
 (F_t \cdot \cos[\alpha_t]) + (F_s \cdot \cos[\alpha_s]) - (F_p \cdot \cos[\alpha_p]) + F_{rx3} &= 0, \\
 \sum F_y &= 0 \\
 F_{ay} - (F_t \cdot \cos[\beta_t]) - (F_p \cdot \cos[\beta_p]) + (F_s \cdot \cos[\beta_s]) + F_{ry3} &= 0, \\
 \sum F_z &= 0 \\
 F_{az} + (F_t \cdot \cos[\gamma_t]) - (F_p \cdot \cos[\gamma_p]) + (F_s \cdot \cos[\gamma_s]) - Q + F_{rz3} &= 0
 \end{aligned} \tag{7.30}$$

slijede reakcijske sile u presjeku:

$$\begin{aligned}
 F_{rx3} &= -35.454 \text{ [N]}, \\
 F_{ry3} &= 6.473 \times 10^{-8} \text{ [N]}, \\
 F_{rz3} &= 34.00 \text{ [N]}.
 \end{aligned} \tag{7.31}$$

Iz suma momenata slijede vrijednosti momenata na području  $-29 < x_r < 0$ , gdje su  $x_r, y_r$  i  $z_r$  koordinate presjeka u navedenom intervalu:

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ (-F_{az} \cdot (y_0 + y_{r3})) + (((F_p \cdot \cos[\gamma_p]) - (F_s \cdot \cos[\gamma_s])) \cdot y_{r3}) - \\ ((F_t \cdot \cos[\gamma_t]) \cdot (y_{r3} - y_1)) + (Q \cdot (y_{r3} - (y' \cdot \cos \theta))) - (F_{ay} \cdot (z_0 + z_{r3})) + \\ ((F_t \cdot \cos[\beta_t]) \cdot (z_1 + z_{r3})) + (((F_p \cdot \cos[\beta_p]) - (F_s \cdot \cos[\beta_s])) \cdot z_{r3}) + M_{xr3} &= 0 \end{aligned} \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} M_{xr3} &= -100(-38.6612 + y_r) + 58.70(-12 + y_p) + 26.309y_r - 19.01(22 + y_r) + \\ 11.208z_r - 11.545(41 + z_r) + 0.338(44 + z_r) \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$\begin{aligned} \sum M_y &= 0 \\ (-F_{az} \cdot (b + x_{r3})) - ((F_t \cdot \cos[\gamma_t]) \cdot (x_1 + x_{r3})) + (((F_p \cdot \cos[\gamma_p]) - \\ (F_s \cdot \cos[\gamma_s])) \cdot (a + x_{r3})) + (Q \cdot (x_r + x_{r3})) + ((F_t \cdot \cos[\alpha_t]) \cdot (z_1 + z_{r3})) + \\ (((F_s \cdot \cos[\alpha_s]) - (F_p \cdot \cos[\alpha_p])) \cdot z_{r3}) + M_{yr3} &= 0 \end{aligned} \quad (7.34)$$

$$\begin{aligned} M_{yr3} &= -100 \cdot (16 + x_{r3}) + 26.309(29 + x_{r3}) + 58.70(42 + x_{r3}) - 19.01(50 + x_{r3}) - \\ 6.31z_{r3} - 29.144(41 + z_{r3}) \end{aligned} \quad (7.35)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z &= 0 \\ (F_{ay} \cdot (b + x_{r3})) - ((F_t \cdot \cos[\beta_t]) \cdot (x_1 + x_{r3})) + (((F_s \cdot \cos[\beta_s]) - \\ (F_p \cdot \cos[\beta_p])) \cdot (a + x_{r3})) + ((F_t \cdot \cos[\alpha_t]) \cdot (y_{r3} - y_1)) + (((F_s \cdot \cos[\alpha_s]) - \\ (F_p \cdot \cos[\alpha_p])) \cdot y_{r3}) + M_{zr3} &= 0 \end{aligned} \quad (7.36)$$

$$\begin{aligned} M_{zr3} &= -11.207(29 + x_{r3}) + 11.545(42 + x_{r3}) - 0.338(50 + x_{r3}) - 6.31y_{r3} - \\ 29.144(-12 + y_{r3}) \end{aligned} \quad (7.37)$$



### 7.2.4 Raspodjela momenata i sila duž mandibule

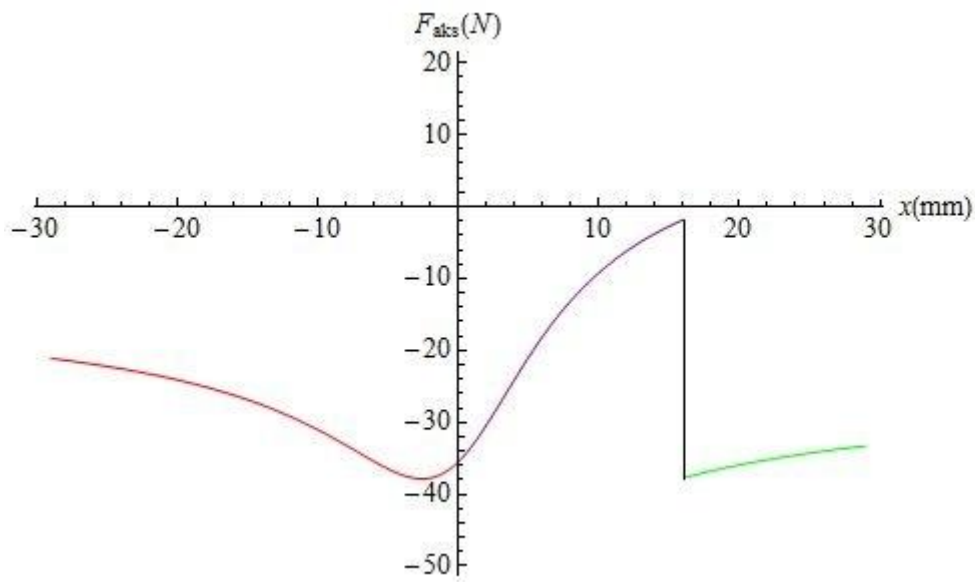
Uz pomoć unaprijed definiranih vektora (7.5) i dobivenih komponenti za pojedine presjeke (7.15), (7.26), (7.37) mogu se nadalje odrediti aksijalna sila i komponente poprečne sile u smjeru normalnog i binormalnog vektora pomoću slijedećih izraza:

$$F_{aks} = \vec{F}_r \cdot \vec{T} = \frac{1}{\sqrt{a^4 + (4 \cdot c^2 \cdot x_r^2)}} \cdot ((a^2 \cdot F_{rx}) - (2 \cdot c \cdot x_r \cdot \text{Cos}[\theta] \cdot F_{ry}) + (2 \cdot c \cdot x_r \cdot \text{Sin}[\theta] \cdot F_{rz})) \text{ [N]} \quad (7.38)$$

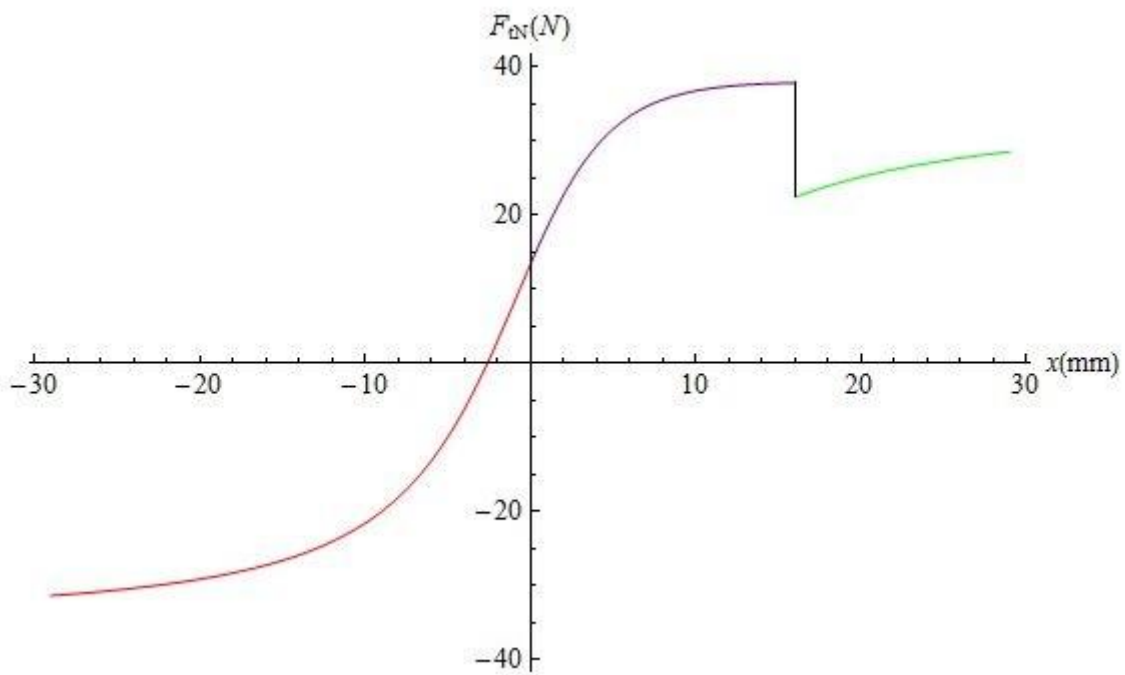
$$F_{tN} = \vec{F}_r \cdot \vec{N} = \frac{1}{\sqrt{a^4 + (4 \cdot c^2 \cdot x_r^2)}} \cdot ((-2 \cdot c \cdot x_r \cdot F_{rx}) - (a^2 \cdot \text{Cos}[\theta] \cdot F_{ry}) + (a^2 \cdot \text{Sin}[\theta] \cdot F_{rz})) \text{ [N]} \quad (7.39)$$

$$F_{tB} = \vec{F}_r \cdot \vec{B} = -((\text{Sin}[\theta] \cdot F_{ry}) + (\text{Cos}[\theta] \cdot F_{rz})) \text{ [N]} \quad (7.40)$$

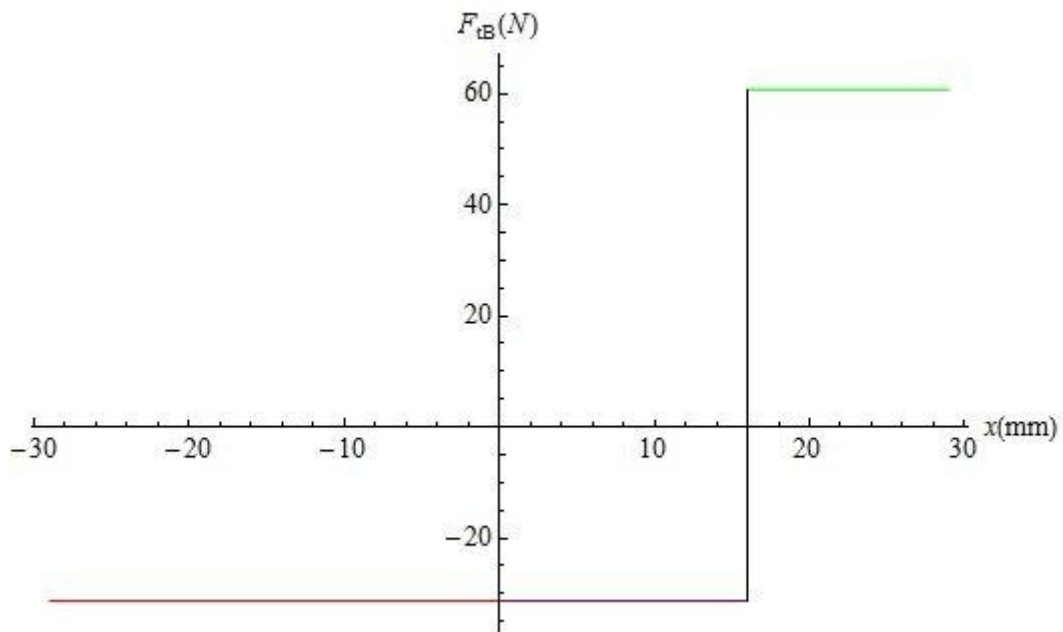
Na temelju gornjih izraza i izraza (7.2), (7.3), (7.4) slijede dijagrami raspodjele navedenih sila, gdje različite boje označuju različita promatrana područja:



Slika 25. Dijagram raspodjele aksijalne sile duž nosača



Slika 26. Dijagram raspodjele poprečne sile u normalnom smjeru duž nosača



Slika 27. Dijagram raspodjele poprečne sile u binormalnom smjeru duž nosača

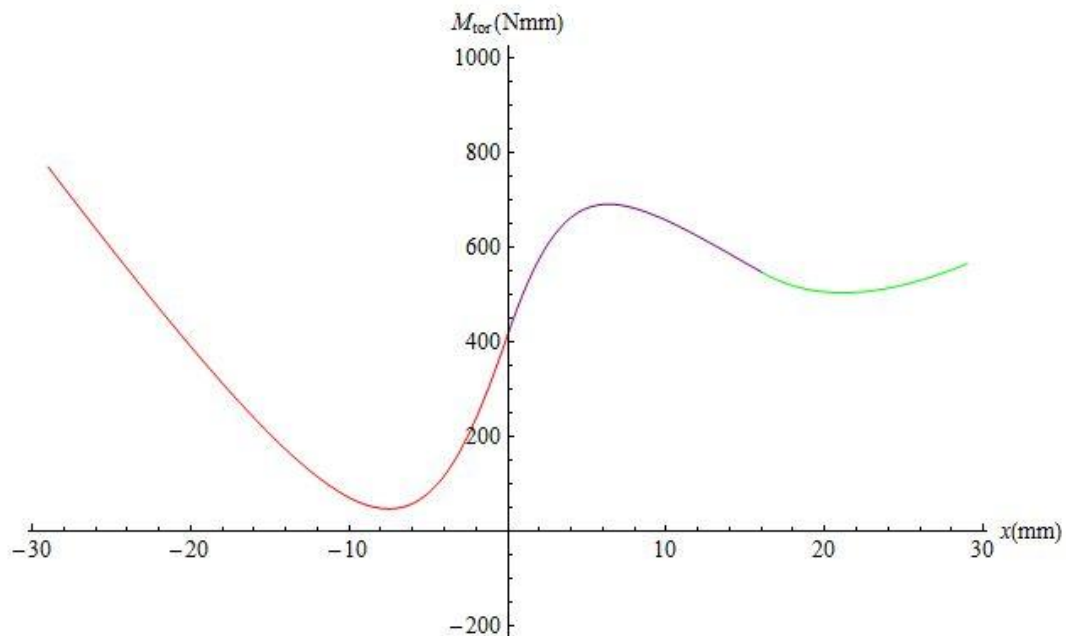
Analogno, mogu se odrediti i moment torzije te komponente momenta savijanja u smjeru normale i binormale uz pomoć vektora (7.5) i dobivenih raspodjela momenata po pojedinim presjecima (7.18), (7.21), (7.24), (7.29), (7.32), (7.35), (7.40), (7.43), (7.46) preko slijedećih izraza:

$$M_{tor} = \vec{M}_r \cdot \vec{T} = \frac{1}{\sqrt{a^4 + (4 \cdot c^2 \cdot x_r^2)}} \cdot ((a^2 \cdot M_{rx}) - (2 \cdot c \cdot x_r \cdot \text{Cos}[\theta] \cdot M_{ry}) + (2 \cdot c \cdot x_r \cdot \text{Sin}[\theta] \cdot M_{rz})) \text{ [Nmm]} \quad (7.41)$$

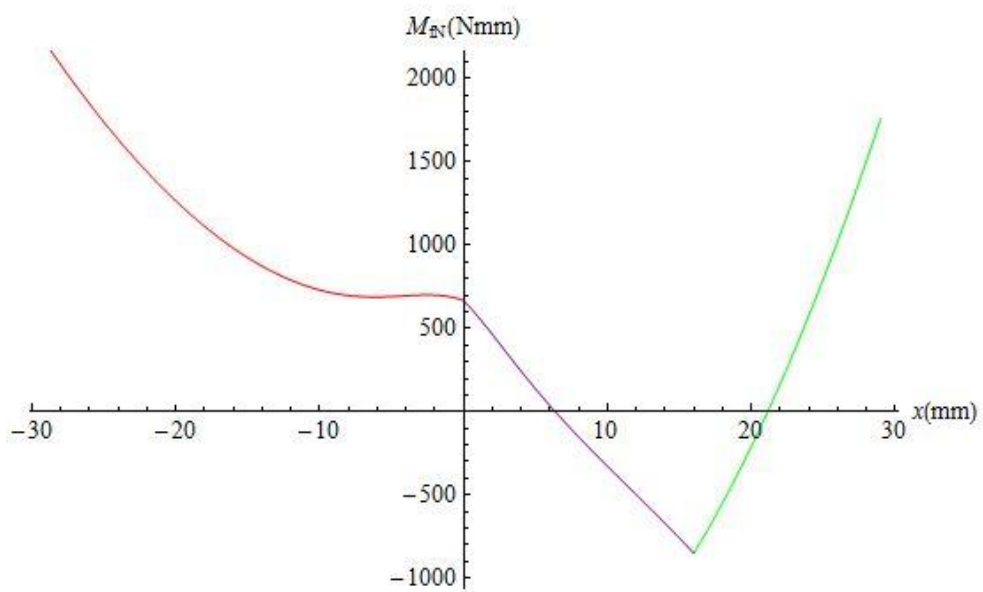
$$M_{fN} = \vec{M}_r \cdot \vec{N} = \frac{1}{\sqrt{a^4 + (4 \cdot c^2 \cdot x_r^2)}} \cdot ((-2 \cdot c \cdot x_r \cdot M_{rx}) - (a^2 \cdot \text{Cos}[\theta] \cdot M_{ry}) + (a^2 \cdot \text{Sin}[\theta] \cdot M_{rz})) \text{ [Nmm]} \quad (7.42)$$

$$M_{fB} = \vec{M}_r \cdot \vec{B} = -((\text{Sin}[\theta] \cdot M_{ry}) + (\text{Cos}[\theta] \cdot M_{rz})) \text{ [Nmm]} \quad (7.43)$$

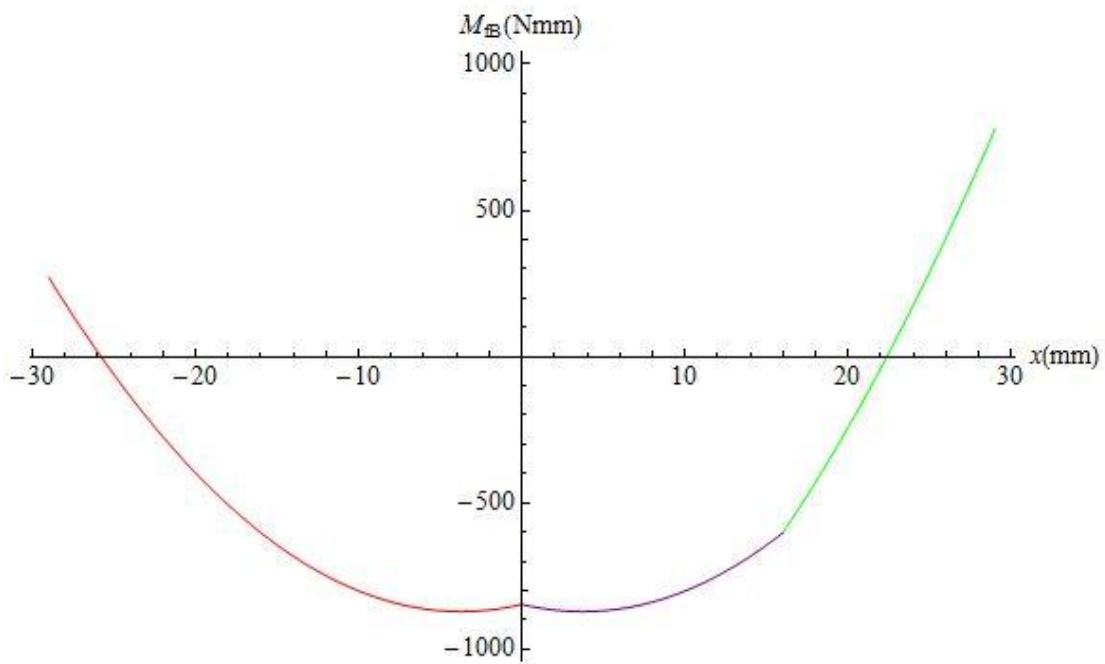
Na temelju gornjih izraza i izraza (7.2), (7.3), (7.4) slijede dijagrami raspodjele navedenih momenata, gdje različite boje označuju različita promatrana područja:



Slika 28. Dijagram raspodjele momenta torzije duž nosača



Slika 29. Dijagram raspodjele momenta savijanja u normalnom smjeru duž nosača



Slika 30. Dijagram raspodjele momenta savijanja u binormalnom smjeru duž nosača

### 7.2.5 Određivanje kritičnog presjeka

Kako bi smo odredili kritičan presjek, nužno je provjeriti mjesto maksimalnog iznosa ekvivalentnog momenta u karakterističnom presjecima. Karakteristični su slijedeći presjeci:

- $x = 29 \text{ mm}$
- $x = 16 \text{ mm}$
- $x = 0 \text{ mm}$
- $x = -29 \text{ mm}$ .

Na tim mjestima, prema (7.50), (7.51), (7.51) izračunati su momenti torzije te savijanja u normalnom i binormalnom smjeru. Prema izrazu:

$$M_{fuk} = \sqrt{M_{fN}^2 + M_{fB}^2} \quad [\text{Nmm}] \quad (7.44)$$

određen je ukupni moment savijanja za svaki karakteristični presjek, a ekvivalentni moment prema:

$$M_{ekv} = \frac{1}{2} (M_{fuk} + \sqrt{M_{fuk}^2 + M_{tor}^2}) \quad [\text{Nmm}] \quad (7.45)$$

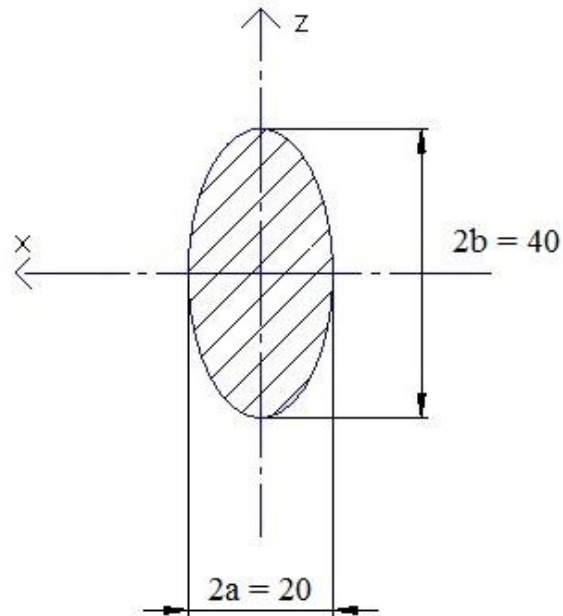
Vrijednosti slijede u tablici 2.:

**Tablica 2. Iznosi momenata u karakterističnim presjecima**

	$x = 29$	$x = 16$	$x = 0$	$x = -29$
$M_{fN}$	1759,62	-849,116	668,402	2206,45
$M_{fB}$	778,233	-602,035	-846,785	270,283
$M_{tor}$	565,847	548,378	415,662	770,366
$M_{fuk}$	1924,035	1040,886	1078,798	2222,943
$M_{ekv}$	1964,775	1108,695	1117,452	2287,794

Iz dobivenih vrijednosti slijedi da se kritičan presjek nalazi na mjestu djelovanja sile  $Q$ , na  $x = -29 \text{ mm}$ . Za određivanje ekvivalentnog naprezanja na tom mjestu, potrebno je definirati

poprečan presjek mandibule. Radi pojednostavljenja, uzet je model elipse, sa neutralnom linijom u težištu, dimenzija 20x40 mm.



**Slika 31. Poprečni presjek mandibule**

Moment otpora elipse [18] iznosi:

$$W_x = \frac{\pi b^2 a}{4} = 3141,59 \text{ [mm}^3 \text{]}. \quad (7.46)$$

Slijedi iznos ekvivalentnog naprezanja:

$$\sigma_{ekv} = \frac{M_{ekv}}{W_x} = \frac{2287,794}{3141,59} = 0,72823 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (7.47)$$

## 8 ZAKLJUČAK

Kada se radi o biomehanici općenito, govorimo o veoma složenom i specifičnom području. Obzirom na složenost ispitivanja u području biomehanike, većina dobivenih rezultata temelji se na procjeni i na zamjenskim modelima. Takav slučaj je i kada govorimo o opterećenju mandibule. Svaka donja čeljust je jedinstvena, po obliku, koštanoj raspodjeli, funkcionalnosti, starosnoj dobi i bolestima čeljusti što čini proučavanje naprezanja dodatno kompliciranijima. Kako su *in vivo* ispitivanja zakonski ograničena, ispitivanja se vrše *in vitro* na zamjenskim modelima. Zamjenski modeli, svedeno radi li se o fotoelastičnim replikama, grednim modelima ili 3D metodama konačnih elemenata, daju samo približne vrijednosti koje, kao i kod svakog proračuna koji vršimo, moramo kritički razmatrati. Tako je i u ovom radu napravljen zamjenski pojednostavljeni model, pojednostavljenog poprečnog presjeka te je pretpostavljeno da se radi o zdravoj čeljusti, bez prethodnih oštećenja. Takav model daje samo približnu procjenu, nipošto ne stvarno stanje. Iako puno pojednostavljeniji, analizirani model daje rezultate koji se poklapaju sa tvrdnjama iz literature [14], koji govore o maksimalnim iznosima poprečnih sila na radnoj strani između žvačnih i mišićnih sila te na neaktivnoj strani na području među mišićnim i zglobnim silama. Iako pojednostavljeni model ne obuhvaća područje ramusa, tabličnim prikazom (tablica 2.) vidljivo je kako vrijednosti momenata rastu s porastom  $x$  komponente. Pri ukupnom savijanju i torziji, tj. ekvivalentom momentu, dolazimo do zaključka kako se kritičan presjek nalazi na neopterećenoj strani čeljusti, na  $x = -29$  mm. Kada bi se radilo o simetričnom opterećenju, vrijednosti momenata sa obje strane bi bile jednake.

## 9 LITERATURA

- [1] *Anatomicomedical Terminology*, <https://www.inkling.com/read/essential-clinical-anatomy-keith-moore-4th/introduction-to-clinical-anatomy/anatomicomedical-terminology>
- [2] *Kosti i zglobovi*, [http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1\\_1\\_kosti\\_i\\_zglobovi.htm](http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1_1_kosti_i_zglobovi.htm)
- [3] *Alveolar process and alveolar bone*, <http://www.dental.pitt.edu/informatics/periostology/en/gu0601.htm>
- [4] *Dental surgery*, <http://telemedicina.med.muni.cz/celistni-chirurgie/index.php?pg=hypertextova-ucebnice--retence-zubu--anatomie--dolni-celist>
- [5] *The Mandible (Lower Jaw)*, <https://education.yahoo.com/reference/gray/subjects/subject/44>
- [6] *Bolesti temporomandibularnog zgloba*, <http://www.mojstomatolog.com.hr/bolesti-temporomandibularnog-zgloba/>
- [7] *Mišići*, [http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1\\_3\\_misici.htm](http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1_3_misici.htm)
- [8] *Zubi*, [http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1\\_4\\_zub\\_morfoloske\\_karakteristikei.htm](http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1_4_zub_morfoloske_karakteristikei.htm)
- [9] Leder Horina J.: *Dentalna Biomehanika*, Zagreb 2013., podloge za predavnja
- [10] *Teeth Anatomy*, <http://whrhs-forensic-chemistry.wikispaces.com/Bite+Mark+Identification>
- [11] ] *The tooth and it's supporting structures*, [http://www.virbac-dentals.com/p-dentalspuben/display.aspx?srv=p-dentals&typ=pub&lang=en&cmd=view&style=styles/page2.xsl&select=PAGE%5B@ID\\$eq\\$PAGE\\_1%5D](http://www.virbac-dentals.com/p-dentalspuben/display.aspx?srv=p-dentals&typ=pub&lang=en&cmd=view&style=styles/page2.xsl&select=PAGE%5B@ID$eq$PAGE_1%5D)
- [12] *Zub*, <http://www.mojstomatolog.net/o%20zubima.htm>
- [13] *Kretnje čeljusti*, [http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1\\_6\\_kretnje\\_celjusti.htm](http://gnato.sfzg.hr/Prirucnik/1_6_kretnje_celjusti.htm)
- [14] Van Eijden: *Biomechanics of the mandible*
- [15] Dechow, Schwartz-Dabney, Asman, Nail 1993.: *Elastic properties of human supraorbital and mandibular bone*



- [16] Arendts F.J, Sigolotto, 1989.: *Standardabmessungen, Elastizitätskennwerte und Festigkeitsverhalten des Human-Unterkiefers, ein Beitrag zur Darstellung der Biomechanik der Unterkiefer*
- [17] Igić A., Pavlović R., Steas A., Igić S.: *Biomechanical analysis of forces and moments generated in the mandible*
- [18] Kraut B., *Strojarski priručnik*, Zagreb, 2009.