

# Procjena kvalitete mjernog sustava

---

**Bednjanec, Filip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2014**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:660387>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARTVA I BRODOGRADNJE**

# **ZAVRŠNI RAD**

**PROCJENA KVALITETE MJERNOG SUSTAVA**

Mentori:

Prof. dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:

Filip Bednjanec

0035153498

**Zagreb, 2014**

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Posebne zahvale dugujem mentorici, Prof. dr. sc. Biserki Runje na odabiru završnog rada te na vodstvu i savjetima pruženima tijekom rada.

Filip Bednjanec

## SADRŽAJ

<b>SADRŽAJ</b> .....	<b>III</b>
<b>POPIS SLIKA</b> .....	<b>IV</b>
<b>POPIS TABLICA</b> .....	<b>V</b>
<b>SAŽETAK</b> .....	<b>VI</b>
<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Temeljni pojmovi mjeriteljstva</b> .....	<b>2</b>
2.1 Pogreške mjernog sustava .....	4
<b>3. Metode za procjenu kvalitete mjernog sustava</b> .....	<b>7</b>
3.1 Procjena kvalitete mjernog sustava za mjerljive karakteristike .....	7
3.1.1 Kontrolne karte za mjerljive karakteristike .....	7
3.1.2 Numerička analiza za mjerljive karakteristike .....	9
3.1.2.1 Metoda aritmetičkih sredina i raspona .....	11
3.1.2.2 Metoda raspona .....	13
3.1.2.3 Metoda ANOVA .....	14
3.1.2.4 Primjer 1 .....	16
3.1.2.4.1 Primjer 1 - Metoda ANOVA .....	17
3.1.2.4.2 Primjer 1 - Metoda aritmetičkih sredina i raspona .....	19
<b>4. Utjecaj kvalitete mjernog sustava na procjenu sposobnosti procesa</b> .....	<b>22</b>
<b>5. Radne podloge</b> .....	<b>26</b>
5.1 R&R podloge (radne podloge za procjenu sposobnosti procesa) .....	26
5.2 Gage R&R podloge (radne podloge za procjenu sposobnosti stroja).....	29
5.3 Primjer ispunjenih radnih podloga na temelju mjerenja tvrtke Bosch (R&R) .....	32
5.4 Primjer ispunjenih radnih podloga na temelju mjerenja tvrtke Bosch (Gage R&R).....	35
<b>6. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>38</b>
<b>LITERATURA</b> .....	<b>39</b>

## POPIS SLIKA

Slika 1. Etaloni .....	3
Slika 2. Usporedba točnosti i preciznosti.....	4
Slika 3. Netočnost.....	4
Slika 4. Ponovljivost.....	5
Slika 5. Obnovljivost .....	5
Slika 6. Linearna pogreška .....	6
Slika 7. Nestabilnost .....	6
Slika 8. Točnost.....	10
Slika 9. Sposobnost mjernog sustava .....	13
Slika 10. Rezultati primjera 1 – Metoda ANOVA .....	18
Slika 11. Rezultati primjera 1 – Metoda aritmetičkih sredina I raspona .....	20
Slika 12. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa $C_{pTV}$ i $C_p$ .....	24
Slika 13. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa $C_{pTV}$ i $C_p$ o doprinosu R&R.....	25

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Koeficijenti kontrolnih granica za $\bar{x}$ – R kartu .....	8
Tablica 2. Koeficijenti kontrolnih granica za $\bar{x}$ – s kartu .....	9
Tablica 3. Vrijednosti faktora $d_2$ .....	12
Tablica 4. Metoda ANOVA sa interakcijom .....	14
Tablica 5. Metoda ANOVA bez interakcije .....	15
Tablica 6. Komponente varijacije s interakcijom.....	15
Tablica 7. Komponente varijacije bez interakcije .....	16
Tablica 8. Podaci primjera 1 .....	17
Tablica 9. Rezultati primjera 1 – Metoda ANOVA .....	18
Tablica 10. Rezultati primjera 1 – komponente varijacije s interakcijom .....	18
Tablica 11. Rezultati primjera 1 – komponente varijacije bez interakcije .....	19
Tablica 12. Rezultati primjera 1 – Metoda aritmetičkih sredina I raspona .....	20
Tablica 13. Odnosi koeficijenata sposobnosti procesa $C_{pTV}$ i $C_p$ .....	24
Tablica 14. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa $C_{pTV}$ i $C_p$ o doprinosu R&R.....	25
Tablica 15. R&R radne podloge .....	26
Tablica 16. Gage R&R radne podloge .....	29
Tablica 17. Ispunjene R&R radne podloge .....	32
Tablica 18. Ispunjene Gage R&R radne podloge .....	35

**SAŽETAK**

U svrhu boljeg kontroliranja ali i poboljšavanja proizvodnih procesa potreban je kvalitetan mjerni sustav koji mjeri značajke procesa. U ovom radu opisani su postupci za procjenu kvalitete mjernih sustava. Navedene su i opisane osnovne sastavnice mjernog sustava, definirani su mjeriteljski pojmovi, te su izrađene radne podloge u svrhu lakšeg praćenja i kontroliranja dobivenih podataka.

Postoji razlika u analizi mjernih sustava, ovisno o tome da li se taj mjerni sustav koristi u laboratorijskim uvjetima ili u industrijskim uvjetima. Kod analize laboratorijskih mjernih sustava potrebno je analizirati da li postoje grube pogreške u izmjerenim podacima. Kvaliteta mjernog sustava u laboratorijskim uvjetima se u posljednje vrijeme najčešće procjenjuje izračunom mjerne nesigurnosti. Mjerna nesigurnost je najvažniji statistički podatak u mjeriteljstvu, a procjenjuje se radi ne dvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima ali i radi usporedbe mjernih rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom.

Mjerni podaci se općenito dijele na mjerljive i atributivne. Iz toga proizlazi da se i metode za procjenu kvalitete tih sustava moraju razlikovati ovisno o tipu podataka. Za analizu podataka u industriji koriste se različiti softverski paketi za jednostavnije računanje opisanih metoda, pa se pri izradi ovog rada koristio takav jedan program pod nazivom Minitab 16-probna verzija.

## 1. UVOD

U svrhu pravilnog kontroliranja i poboljšanja proizvodnog procesa, potrebno je mjeriti značajke izlaza iz procesa. Mjerni podaci se uspoređuju sa statističkim kontrolnim granicama za određeni proces. Ako ta usporedba pokaže da je taj proces izvan statističke kontrole, onda je potrebno izvršiti prilagodbe i poboljšanja. U suprotnom, procesu je dozvoljen nekontroliran rad. Jedan od čestih problema ocjene kvalitete proizvoda ovisi o sposobnosti primijenjenog mjernog sustava. Odabir, projektiranje ili unapređenje odgovarajućeg mjernog sustava vrlo je važan korak u razvoju i unapređenju procesa. Mjerni sustav treba shvatiti u širem značenju kojega čine: instrument, software, pomoćne naprave, mjerne metode i ispitivači. Ovi elementi mogu biti uzročnici rasipanja pri mjerenju i proizvesti značajne troškove poslovanja.

U prošlosti osnovno mjerilo ispravnosti mjerenja bila je mjerna metoda i mjerni instrument koji se umjerava prema etalonskom mjerilu. Za umjeravanje je karakteristično da se provodi sa standardiziranom opremom, u kontroliranim uvjetima okoline, a uređajem rukuje stručna osoba. U odnosu na te "idealne uvjete" u proizvodnim pogonima ti uvjeti se razlikuju, iz razloga jer: - uređajem rukuje više ljudi

- mjeri se na raznim lokacijama
- mjerilo se ugrađuje u proizvodne linije
- mjere se realni proizvedeni uzorci
- uvjeti okoline se mijenjaju (ljetno, zima, vibracije, vlaga itd.)

Posljedice utjecajnih faktora su rasipanje rezultata mjerenja koje može ugroziti cijeli postupak do neupotrebljivosti rezultata. [1, 2, 3]



## 2. TEMELJNI POJMOVI MJERITELJSTVA

**Mjerni sustav** je cjelina koja se sastoji od utjecajnih faktora koji djeluju na rezultate mjerenja.

**Mjerenje** je proces u kojem se dobiju brojčani podaci u odnosu na jedinicu mjere.

**Mjerilo** je bilo koji uređaj koji se koristi za dobivanje mjera.

**Rezolucija** je najmanja čitljiva jedinica mjerila.

**Rezultat mjerenja** je brojčana vrijednost koja pokazuje koliko je puta neka mjerena veličina veća ili manja od mjerne jedinice.

**Mjerna nesigurnost** je parametar koji opisuje rasipanje vrijednosti koje se pripisuju mjerenoj veličini uz određenu vjerojatnost, a pridružen je rezultatu mjerenja.

- Mjerna nesigurnost se procjenjuje radi nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima ali i radi usporedbe mjernih rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom. Mjerenja nisu savršena kako zbog djelovanja slučajnih utjecaja (trenutna promjena temperature, tlaka i vlage ili neiskustvo mjeritelja, nesavršenost uređaja i osjetila) tako i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenta između dva umjeravanja, utjecaj mjeritelja pri očitavanju analogne skale, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona itd). Mjerna nesigurnost je upravo posljedica djelovanja slučajnih utjecaja i ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja.

**Mjerno jedinstvo** je takvo mjeriteljsko stanje u kojem su mjerni rezultati izraženi u zakonitim jedinicama koji se mogu, s utvrđenim mjernim nesigurnostima dovesti u vezu sa referencijskim etalonima.

- **Etalon** je materijalizirana mjera, mjerilo ili mjerni sustav namijenjen za određivanje, ostvarivanje, čuvanje ili obnavljanje jedinice jedne ili više poznatih vrijednosti jedne veličine kako bi mogao poslužiti kao referentna vrijednost.



Slika 1. Etaloni

**Referentna vrijednost** je vrijednost koja služi kao dogovorena referenca za mjernu vrijednost, a može biti utvrđena na osnovi srednje vrijednosti rezultata više mjerenja provedenih mjernom opremom više razine točnosti.

**Prava vrijednost** je točna vrijednost mjere predmeta (nepoznata i nije ju moguće znati).

**Sposobnost mjernog sustava** predstavlja udio varijabilnosti mjernog sustava (R&R) iskazanog postotkom područja dopuštenog odstupanja (T).

**Konzistentnost** je razlika u varijaciji rezultata mjerenja dobivenih u vremenu. Tijekom dužeg vremena može se smatrati kao ponovljivost.

**Sposobnost** je varijabilnost očitavanja pribavljenih tijekom vremenski kratkog perioda.

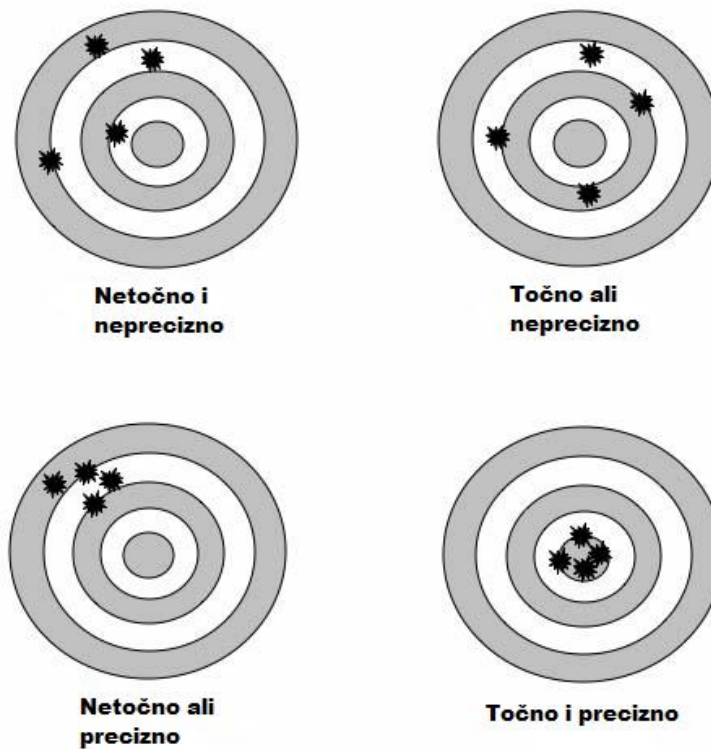
$$\sigma^2_{\text{sposobnost}} = \sigma^2_{\text{netočnost}} + \sigma^2_{\text{GRR}} \quad (2.1)$$

**Učinak** je varijabilnost očitavanja pribavljenih tijekom vremenski dugog perioda.

$$\sigma^2_{\text{učinak}} = \sigma^2_{\text{sposobnost}} + \sigma^2_{\text{stabilnost}} + \sigma^2_{\text{konzistentnost}} \quad (2.2)$$

**Točnost** je bliskost pravoj mjeri ili prihvaćenoj referentnoj vrijednosti.

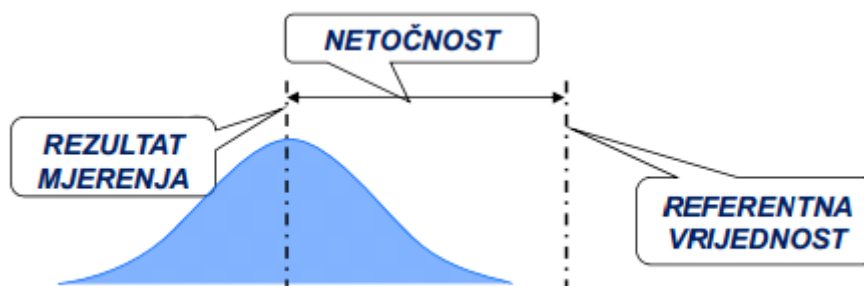
**Preciznost** je bliskost očitavanja ponovljenih mjerenja. Usko vezana sa ponovljivosti.



Slika 2. Usporedba točnosti i preciznosti

## 2.1 POGREŠKE MJERNOG SUSTAVA

**Netočnost** je razlika između dobivenog rezultata mjerenja i referentne vrijednosti (prave vrijednosti).

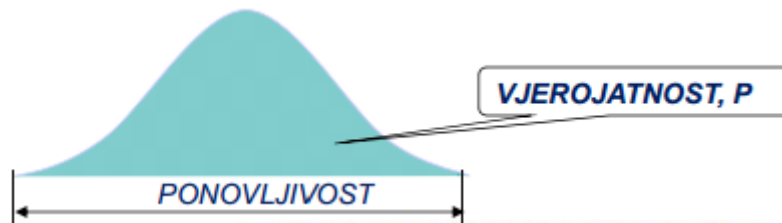


Slika 3. Netočnost [4]

**Ponovljivost** je usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja iste mjerene veličine izvedenih u istim mjernim uvjetima (isti mjerni postupak, isti mjeritelj, isto mjerilo)

upotrebljavano u istim uvjetima, isto mjerno mjesto, ponavljanje u kratkom vremenu).

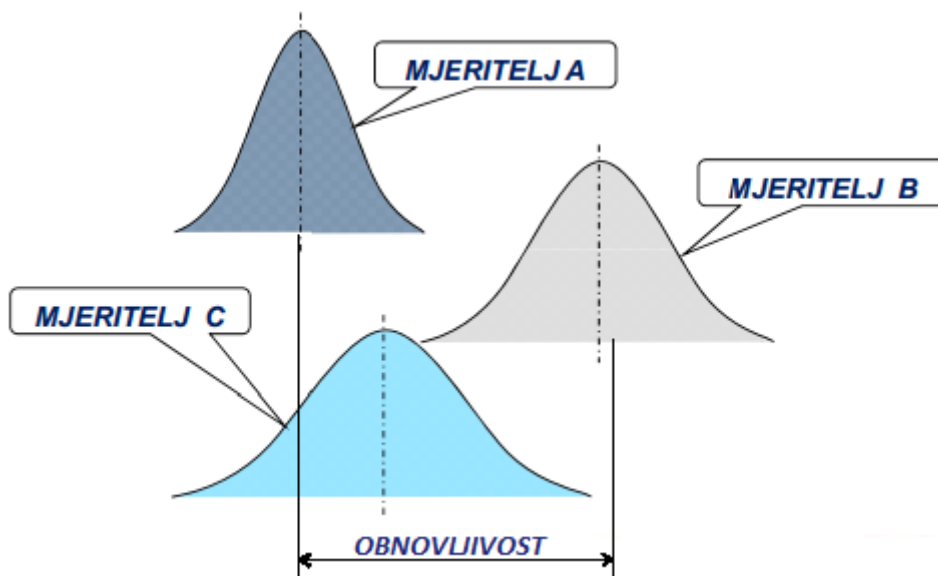
- Određuje utjecaj mjerila u varijaciji mjernog sustava.
- Mjerna vrijednost ponovljivosti  $r$  je vrijednost unutar koje se može očekivati da leži razlika između dvaju pojedinačnih rezultata mjerenja dobivena uz uvjete ponovljivosti, uz vjerojatnost od 95 %.



Slika 4. Ponovljivost [4]

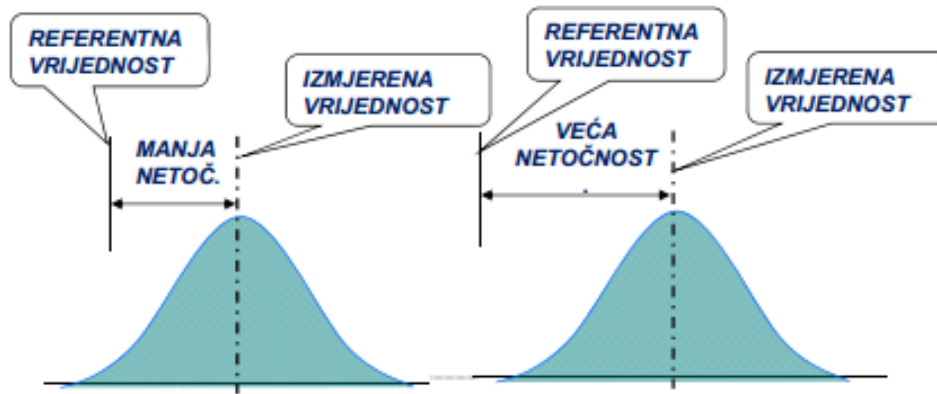
**Obnovljivost** je rasipanje rezultata mjerenja dobiveno od strane većeg broja mjeritelja pri višestrukom mjerenju iste karakteristike na istim dijelovima uz korištenje istog ili različitog mjernog instrumenta.

- Određuje utjecaj mjeritelja u varijaciji mjernog sustava.
- Mjerna vrijednost obnovljivosti  $R$  je vrijednost unutar koje se može očekivati da leži apsolutna razlika između dvaju rezultata mjerenja, dobivena uz uvjete obnovljivosti, uz vjerojatnost 95 %.



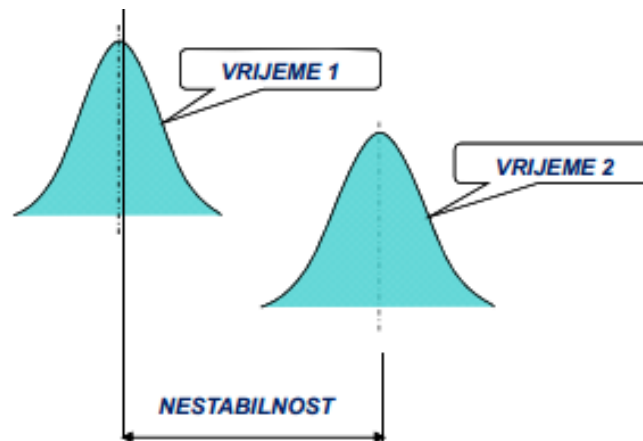
Slika 5. Obnovljivost [4]

**Linearna pogreška** je stalna promjena u netočnosti unutar određenog dijela mjernog područja instrumenata.



Slika 6. Linearna pogreška [4]

**Nestabilnost** je ukupna varijacija dobivenih rezultata mjerenja iste karakteristike tijekom dužeg vremenskog razdoblja.



Slika 7. Nestabilnost [4]

### 3. METODE ZA PROCJENU KVALITETE MJERNOG SUSTAVA

S obzirom na karakteristike mjernog sustava razlikuje se i postupak procjenjivanja kvalitete tog sustava. Postoje mjerljive i atributivne karakteristike. Mjerljive karakteristike su indentične mjernim veličinama, one koje imaju brojčanu vrijednost i neku mjernu jedinicu (npr. promjer, duljina, masa...), a atributivne karakteristike predstavljaju određena svojstva i ne mogu se mjeriti (npr. oštećenja, boja, izgled... → dobro-loše). U svim navadenim izrazima broj 5,15 predstavlja koeficijent pomoću kojeg se obuhvaća 99% rezultata mjerenja, a ukoliko se želi obuhvatiti 99,73% stavlja se 6 umjesto 5,15.

#### 3.1 PROCJENA KVALITETE MJERNOG SUSTAVA ZA MJERLJIVE KARAKTERISTIKE

Prije numeričke analize dobivenih rezultata mjerenja, podatke je potrebno grafički analizirati te odrediti stabilnost procesa. Grafička analiza rezultata mjerenja provodi se pomoću kontrolnih karata, i to najčešće sa  $\bar{x} - R$  i  $\bar{x} - s$  kontrolnim kartama s ciljem dovođenja procesa u stanje statističke kontrole.

##### 3.1.1 Kontrolne karte za mjerljive karakteristike

###### $\bar{x} - R$ karta

Daje uvid u kretanje procesa na osnovu statističke teorije i vjerojatnosti, a njom se registriraju dva važna pokazatelja procesa: kretanje aritmetičkih sredina uzoraka  $\bar{x}_i$  (daje uvid u centriranost procesa) i kretanje raspona uzoraka  $R_i$  (govori o rasipanju procesa). Primjenjuje se kod serijske i velikoserijske proizvodnje gdje se mjere mali uzorci ( $n=2-10$  komada).

- Kontrolne granice (KG) za kretanje aritmetičkih sredina uzoraka:

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (3.1)$$

$$\sigma_0 = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{k} \quad (3.2)$$

$k$  – broj obilazaka kontrolora

ako se  $3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$  označi koeficijentom  $A_2$  dobijemo  $\rightarrow {}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm A_2 \bar{R}$  (3.3)

- Kontrolne granice za kretanje raspona uzoraka:

$${}^G_D KG_R = \bar{R} \pm 3\sigma_R = \bar{R} \pm 3b_2\sigma_0 = \bar{R} \pm 3b_2 \frac{\bar{R}}{d_2} = \left(1 \pm \frac{3b_2}{d_2}\right) \bar{R} \quad (3.4)$$

Ako se označe granice  $1 + \frac{3b_2}{d_2}$  s  $D_4$ , a  $1 - \frac{3b_2}{d_2}$  s  $D_3$  dobije se:

$$GKG_R = D_4\bar{R} \text{ i } DKG_R = D_3\bar{R} \quad (3.5)$$

Tablica 1. Koeficijenti kontrolnih granica za  $\bar{x} - R$  kartu [5]

$n$	$A_2$	$D_3$	$D_4$	$d_2$
2	1,880	0	3,267	1,128
3	1,023	0	2,575	1,693
4	0,729	0	2,282	2,059
5	0,577	0	2,115	2,326
6	0,483	0	2,004	2,534
7	0,419	0,076	1,924	2,704
8	0,373	0,136	1,864	2,847
9	0,337	0,184	1,816	2,970
10	0,308	0,223	1,777	3,078

### $\bar{x} - s$ karta

Također prati dvije karakteristike procesa: centriranost preko kretanja aritmetičkih sredina uzoraka i rasipanje preko kretanja standardnih odstupanja. Preporuča se da veličina uzoraka bude veća od 25.

- Kontrolne granice za kretanje aritmetičkih sredina uzoraka

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (3.6)$$

$$\sigma_0 = \frac{\bar{s}}{c_2}, \quad \bar{s} = \frac{\sum s_i}{k} \quad (3.7)$$

ako se  $\frac{3}{c_2\sqrt{n}}$  označi koeficijentom  $A_1$  dobijemo  $\rightarrow {}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm A_1\bar{s} \quad (3.8)$

- Kontrolne granice za kretanje standardnih odstupanja uzoraka

$${}^G_D KG_s = \bar{s} \pm 3\sigma_{\sigma} = \bar{s} \pm 3a_2\sigma_0 = \left(1 \pm \frac{3a_2}{c_2}\right)\bar{s} \quad (3.9)$$

Ako se označe granice  $1 + \frac{3a_2}{c_2}$  s  $B_4$ , a  $1 - \frac{3a_2}{c_2}$  s  $B_3$  dobije se:

$$GKG_s = B_4\bar{s} \text{ i } DKG_s = B_3\bar{s} \quad (3.10)$$

Tablica 2. Koeficijenti kontrolnih granica za  $\bar{x} - s$  kartu [5]

$n$	$A_1$	$B_3$	$B_4$	$c_2$
10	1,028	0,284	1,716	0,9227
15	0,816	0,428	1,572	0,9400
20	0,697	0,510	1,490	0,9619
25	0,619	0,565	1,435	0,9696
30	0,562	0,603	1,397	0,9748
35	0,518	0,633	1,367	0,9784
40	0,483	0,658	1,342	0,9811
45	0,455	0,678	1,322	0,9832
50	0,431	0,695	1,305	0,9849
60	0,392	0,723	1,277	0,9874
70	0,363	0,744	1,256	0,9892

### 3.1.2 Numerička analiza za mjerljive karakteristike

Najbitnije komponente mjernog sustava su ponovljivost i obnovljivost. Te su u tu svrhu razvijene R&R (Repeatability and reproducibility) i GR&R (Gage Repeatability and reproducibility) analize. Dok se kod R&R analize dobivaju procjene ponovljivosti i obnovljivosti, odnosno analiza mjernog sustava, GR&R prikazuje sposobnost određenog mjernog instrumenta s kojim su postignuti rezultati ponovljivosti i obnovljivosti.

$$\sigma^2_{GRR} = \sigma^2_{ponovljivost} + \sigma^2_{obnovljivost} \quad (3.11)$$

Analiza mjernog sustava može kvantificirati mnoge komponente varijacija mjernog sustava, uključujući i učinke mnogih operatora koji mjere razne dijelove. Važno je te čimbenike uzeti u obzir i procjeniti u potpunosti mjerni sustav u stvarnim uvjetima. Međutim, prije obuhvaćanja svih varijacija u svojoj analizi, bilo bi korisno razmotriti samo svojstvene varijacije samog mjernog instrumenta. Analizom mjerenja jednog reprezentativnog dijela iz procesa mjerenog od strane jednog operatora procjenjuje se točnost i ponovljivost samog mjernog instrumenta umjesto cijelog mjernog sustava kojeg je on dio.

Kako bi se procjenila ponovljivost mjernog instrumenta potrebno je izračunati indeks potencijalne sposobnosti  $C_g$ , te indeks stvarne sposobnosti  $C_{gk}$  koji prikazuje točnost i



ponovljivost mjernog instrumenta zajedno. U tu svrhu koristi se realni proizvod kao radni etalon koji je izmjeren u laboratorijskim uvjetima.

$$C_g = \frac{K/100 \times T}{L \times s} \text{ i } C_{gk} = \frac{K/200 \times T - |\bar{x}_g - x_m|}{L/2 \times s} \quad (3.12)$$

$C_g$  - indeks potencijalne sposobnosti

$C_{gk}$  - indeks (pokazatelj) stvarne sposobnosti

$K$  - postotak tolerancijskog polja (uobičajeno 20%)

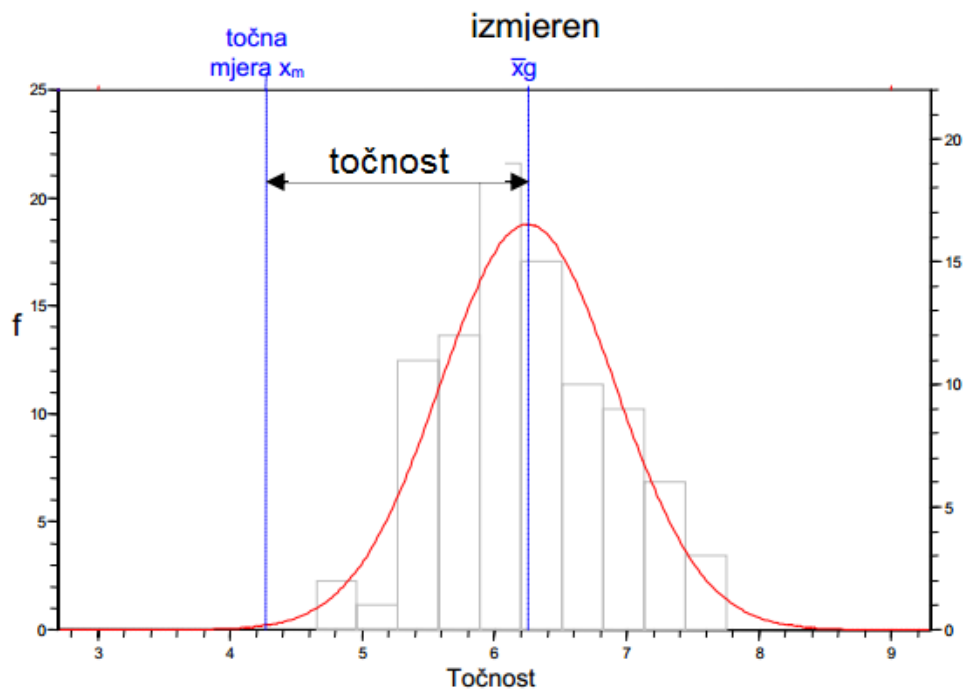
$T = \text{GGT} - \text{DGT}$  - tolerancijsko polje

$\bar{x}_g$  - aritmetička sredina rezultata mjerenja

$x_m$  - referentna vrijednost

$s$  - procijenjeno standardno odstupanje rezultata mjerenja

$L$  - broj standardnih odstupanja koji predstavlja željenu širinu procesa (uobičajeno 6 ili 4)



Slika 8. Točnost

Sposobnost mjerenja  $C_{gk} \geq 1,33$  se smatra zadovoljavajućom vrijednošću i nisu potrebne korekcije, a uvjetno se može prihvatiti  $C_{gk} \geq 1$  te odluka o granicama ovisi o interno zadanim kriterijima tvrtke. [4]

Postoje tri osnovne metode za analizu mjernog sustava:

- Metoda aritmetičkih sredina
- Metoda raspona
- Metoda ANOVA

### 3.1.2.1 Metoda aritmetičkih sredina i raspona

Metoda aritmetičkih sredina i raspona ( $\bar{x} - R$ ) je pristup koji će pružiti procjenu i ponovljivosti i obnovljivosti mjernog sustava. Za razliku od metode raspona, ovaj pristup će osigurati odvajanje na dvije različite komponente, ponovljivost i obnovljivost, ali ne i njihovu interakciju.

#### Ponovljivost EV (varijacija opreme)

$$EV = 5,15 \times \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^b \frac{R_{ij}}{n \times b} \right) \times \frac{1}{d_2} \quad (3.13)$$

$n$  – broj dijelova

$b$  – broj mjeritelja

$R_{ij}$  – raspon mjerenja od strane mjeritelja  $j$  za dio  $i$

$d_2$  – empirijski faktor koji povezuje procjenjeno standardno odstupanje i raspon mjerenja.

Faktro  $d_2$  u funkciji je broja ponovljenih mjerenja  $m$  i broja raspona  $g$  (Tablica 3). Broj raspona  $g$  jednak je umnošku broja dijelova (uzoraka) i broja mjeritelja.

#### Obnovljivost AV (varijacija mjeritelja)

$$AV = \sqrt{\left(5,15 \times \frac{R_0}{d_2}\right)^2 - \left(\frac{EV^2}{n \times r}\right)} \quad (3.14)$$

$$R_0 = \bar{x}_{max} - \bar{x}_{min} \quad (3.15)$$

$R_0$  – razlika najveće i najmanje aritmetičke sredine svih rezultata svih mjerenja

$n$  – broj dijelova

$r$  – broj ponovljenih mjerenja

$d_2$  – faktor u funkciji je broja mjeritelja  $m$  i broja raspona  $g$  (Tablica 3.). Broj raspona  $g$  u ovom slučaju jednak je 1.

#### Varijacija dijelova PV

Ona određuje utjecaj predmeta mjerenja u ukupnoj varijaciji mjernog sustava TV.

$$PV = 5,15 \times \frac{\bar{R}_p}{d_2} \quad (3.16)$$

$\bar{R}_p$  - raspon prosječnih sredina

$\check{d}_2$  - faktor u funkciji je broja dijelova  $m$  i broja raspona  $g$  (Tablica 3.). Broj raspona  $g$  u ovom slučaju jednak je 1.

Tablica 3. Vrijednosti faktora  $d_2$  [4]

	$m$													
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18	3,27	3,35	3,42	3,49	3,55
2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13	3,22	3,30	3,38	3,45	3,51
3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11	3,21	3,29	3,37	3,43	3,50
4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10	3,20	3,28	3,36	3,43	3,49
5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,28	3,35	3,42	3,49
6	1,18	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27	3,35	3,42	3,49
7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27	3,35	3,42	3,48
8	1,17	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09	3,19	3,27	3,35	3,42	3,48
9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,35	3,42	3,48
10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,42	3,48
11	1,16	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,71	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,26	3,34	3,41	3,48
>15	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	3,173	3,258	3,336	3,407	3,472

### Ukupna ponovljivost i obnovljivost R&R

R&R je ukupno rasipanje rezultata mjerenja uslijed zajedničkog učinka ponovljivosti i obnovljivosti.

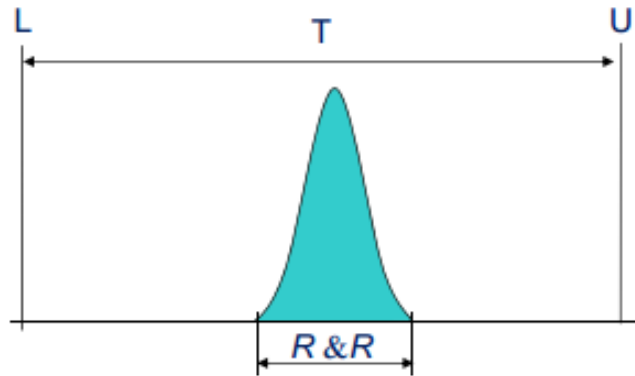
$$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2} \quad (3.17)$$

### Ukupna varijacija TV

$$TV = \sqrt{(R\&R)^2 + PV^2} \quad (3.18)$$

### Sposobnost mjernog sustava

Sposobnost mjernog sustava predstavlja udio varijabilnosti mjernog sustava (R&R) iskazanog postotkom područja dopuštenog odstupanja (T).



Slika 9. Sposobnost mjernog sustava [4]

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = \frac{R\&R}{T} \times 100\% \quad (3.19)$$

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = \frac{R\&R}{TV} \times 100\% \quad (3.20)$$

$$\text{Doprinos} = \frac{\sigma^2_{R\&R}}{\sigma^2_{TV}} \times 100\% \quad (3.21)$$

Ukoliko je udio R&R u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV:

- <10% - mjerni sustav je zadovoljavajuć
- 10 - 30% - mjerni sustav se može smatrati zadovoljavajućim (ovisno o značajnosti primjene)
- >30% - potrebna su poboljšanja u mjernom sustavu

Kriterij za ocjenu kvalitete mjernog sustava R&R za postotak doprinosa:

- <1% - mjerni sustav je zadovoljavajuć
- 1 - 9% - mjerni sustav je granični
- >9% - mjerni sustav je neprihvatljiv

### **3.1.2.2 Metoda raspona**

Metoda raspona će dati samo općenitu sliku mjernog sustava. Ona ne odvaja varijabilnost na ponovljivost i obnovljivost. Uglavnom se koristi kako bi se brzo ustanovilo dali se R&R mijenjao. Najčešće 2 mjeritelja mjere svaki dio po jednom. [4]

$$R\&R = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (3.22)$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{g} \quad (3.23)$$

$g$  – broj dijelova

$d_2$  – empirijski faktor koji povezuje procijenjeno standardno odstupanje i raspon rezultata mjerenja. Faktor  $d_2$  u funkciji je broja dijelova  $g$  i broja mjeritelja  $m=2$  (Tablica 3.).

Utvrđivanje koliki dio standardnog odstupanja procesa otpada na varijabilnost mjerenja prikazano je jednadžbom (3.24).

$$R\&R = \frac{R\&R}{\text{standardno odstupanje procesa}} \times 100\% \quad (3.24)$$

### 3.1.2.3 Metoda ANOVA

Analiza varijance (ANOVA) je standardna statistička tehnika, a može se koristiti u svrhu analize greške mjerenja ali i drugih izvora varijabilnosti podataka studije mjernog sustava. U analizi varijance, varijanca se može rastaviti na četiri kategorije: dijelovi, mjeritelji, interakcija između dijelova i mjeritelja, i greška ponavljanja. Pri procjeni kvalitete mjernog sustava metodom ANOVA uvijek se koristi tablica u koju se upisuju podaci koji su zadani ali i izračunati. U tablici 4. prikazane su svi izrazi kojima se vrši izračun.

Tablica 4. Metoda ANOVA sa interakcijom [6, 7]

Izvor varijacije	Stupnjevi slobode	Suma kvadrata odstupanja	Srednja suma kvadrata odstupanja	F <sub>rač</sub>
Mjeritelj	$b-1$	$an \times \sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	$\frac{SKO_{mjeritelj}}{SS_{dijelovi}}$	$\frac{SSKO_{mjeritelj}}{SSKO_{interakcija}}$
Dijelovi	$a-1$	$bn \times \sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$\frac{SKO_{dijelovi}}{SS_{dijelovi}}$	$\frac{SSKO_{dijelovi}}{SSKO_{interakcija}}$
Interakcija mjeritelja i dijelova	$(a-1) \times (b-1)$	$SKO_{ukupno} - (SKO_{dijelovi} + SKO_{mjeritelj} + SKO_{oprema})$	$\frac{SKO_{interakcija}}{SS_{interakcija}}$	$\frac{SSKO_{interakcija}}{SSKO_{oprema}}$
Oprema (ponovljivost)	$ab \times (n-1)$	$\sum \sum \sum (x_{ijk} - \bar{x}_{ij})^2$	$\frac{SKO_{oprema}}{SS_{oprema}}$	
Ukupna varijacija	$abn-1$	$\sum \sum \sum (x_{ijk} - \bar{x})^2$		

$a$  – broj dijelova

$b$  – broj mjeritelja

$n$  – broj ponavljanja

$\bar{x}_i$  - aritmetička sredina za svaki dio

$\bar{x}$  - ukupna aritmetička sredina

$\bar{x}_j$  - aritmetička sredina svakog mjeritelja

$\bar{x}_{ij}$  - aritmetička sredina na svakoj razini

$x_{ijk}$  – pojedino promatranje

$SS$  – stupnjevi slobode

$SKO$  – suma kvadrata odstupanja

$SSKO$  – sredina suma kvadrata odstupanja

$F_{rač}$  – računski vrijednost  $F$

Nakon izračuna  $F_{rač}$  vrši se usporedba  $F_{rač}$  i  $F_{tabl}$  koja se očitava iz tablice. Ako je  $F_{rač}$  veće od  $F_{tabl}$  taj izvor varijacije nije signifikantan što je poželjno. Ako je varijacija interakcije mjeritelja i dijelova nesignifikantna ona se izbacuje te se radi novi izračun. U tablici 5. prikazani su izrazi za metoda ANOVA bez interakcije.

Tablica 5. Metoda ANOVA bez interakcije [6, 7]

Izvor varijacije	Stupnjevi slobode	Suma kvadrata odstupanja	Srednja suma kvadrata odstupanja	$F_{rač}$
Mjeritelj	$b-1$	$an \times \sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	$\frac{SKO_{mjeritelj}}{SS_{dijelovi}}$	$\frac{SSKO_{mjeritelj}}{SSKO_{oprema}}$
Dijelovi	$a-1$	$bn \times \sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$\frac{SKO_{dijelovi}}{SS_{dijelovi}}$	$\frac{SSKO_{dijelovi}}{SSKO_{oprema}}$
Oprema (ponovljivost)	$ab \times (n-1) + (a-1) \times (b-1)$	$SKO_{ukupno} - (SKO_{dijelovi} + SKO_{oprema})$	$\frac{SKO_{oprema}}{SS_{oprema}}$	
Ukupna varijacija	$abn-1$	$\sum \sum \sum (x_{ijk} - \bar{x})^2$		

Postupak analize rezultata je identičan kao i sa interakcijom. Sljedeći korak je izračun pojedinih komponenti varijacije. Kod metode ANOVA sa interakcijom komponente varijacije se računaju na sljedeći način:

Tablica 6. Komponente varijacije s interakcijom [6, 7]

Komponenta	Formula
Ponovljivost (VarComp Repeatability)	$SSKO_{oprema}$

<b>Mjeritelj (VarComp Operator)</b>	$\frac{SSKO_{mjeritelj} - SSKO_{interakcija}}{a \times n}$
<b>Interakcija (VarComp Operator*Part)</b>	$\frac{SSKO_{interakcija} - SSKO_{oprema}}{n}$
<b>Dijelovi (VarComp Part)</b>	$\frac{SSKO_{dijelovi} - SSKO_{interakcija}}{b \times n}$
<b>Obnovljivost (VarComp Reproducibility)</b>	<i>VarComp Operator + VarComp Operator*Part</i>
<b>Ukupni R&amp;R (VarComp Total Gage R&amp;R)</b>	<i>VarComp Repeatability + VarComp Reproducibility</i>
<b>Ukupna varijacija</b>	<i>VarComp Total Gage R&amp;R + VarComp Part</i>

Za izračun komponenti varijacije kod metode ANOVA bez interakcije koriste se izrazi u tablici 7.

Tablica 7. Komponente varijacije bez interakcije [6, 7]

<b>Komponenta</b>	<b>Formula</b>
<b>Ponovljivost (VarComp Repeatability)</b>	$SSKO_{oprema}$
<b>Mjeritelj (VarComp Operator)</b>	$\frac{SSKO_{mjeritelj} - SSKO_{oprema}}{a \times n}$
<b>Dijelovi (VarComp Part)</b>	$\frac{SSKO_{dijelovi} - SSKO_{oprema}}{b \times n}$
<b>Obnovljivost (VarComp Reproducibility)</b>	<i>VarComp Operator</i>
<b>Ukupni R&amp;R (VarComp Total Gage R&amp;R)</b>	<i>VarComp Repeatability + VarComp Reproducibility</i>
<b>Ukupna varijacija</b>	<i>VarComp Total Gage R&amp;R + VarComp Part</i>

Udio pojedinih komponenti varijacije u ukupnoj varijaciji se može lako izraziti ako se pojedina komponenta varijacije podijeli sa ukupnom varijacijom. Taj iznos se pomnoži sa 100 i dobije se doprinos pojedinih komponenti varijacije u postotcima.

### 3.1.2.4 Primjer 1

U sljedećem primjeru izabrano je 5 dijelova koji predstavljaju očekivani raspon varijacije procesa. Dva mjeritelja su mjerila 5 dijelova, pet puta po dijelu, slučajnim odabirom. Izmjereni podaci prikazani su u tablici 8.

Tablica 8. Podaci primjera 1

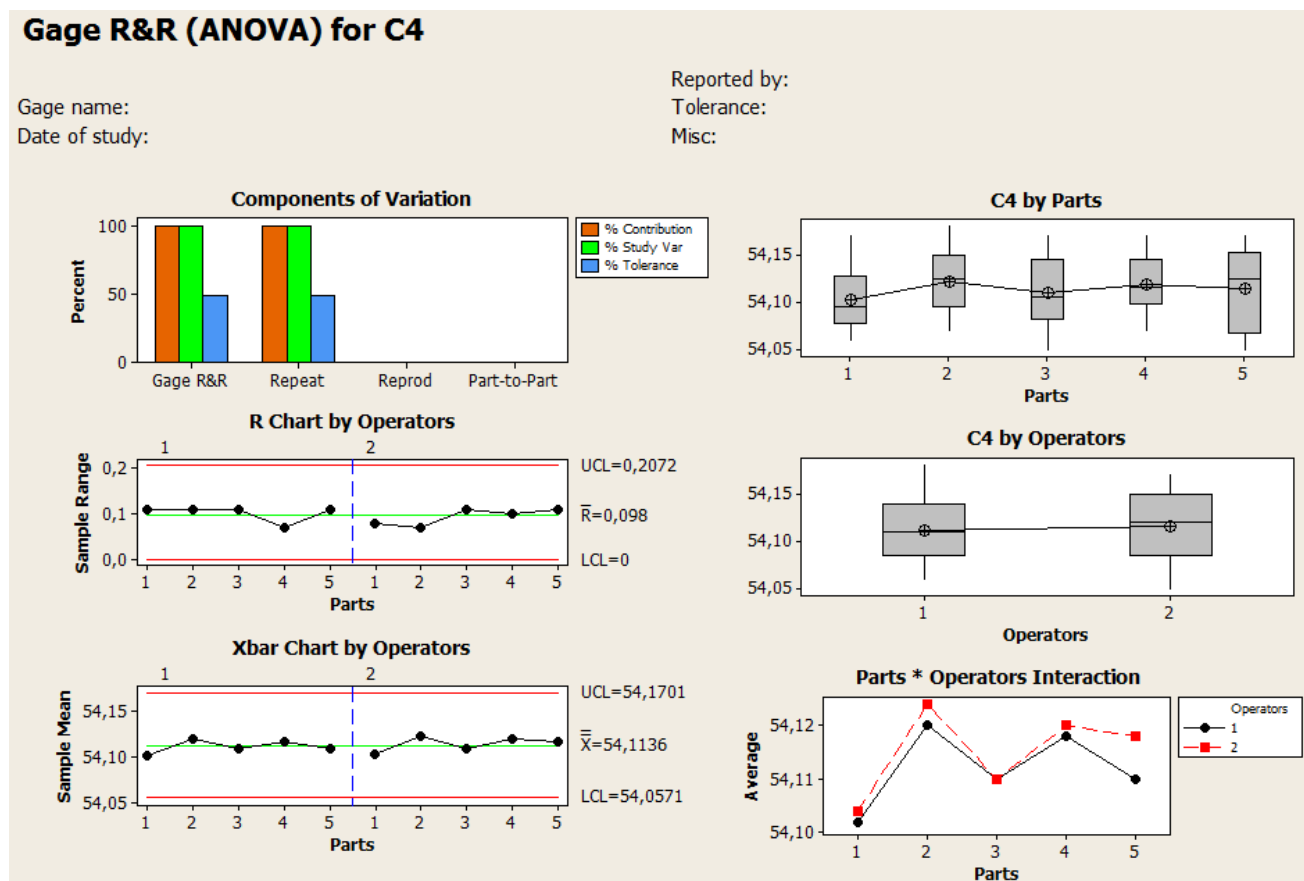
Komad	A-Operator A					B-Operator B				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	54,06	54,09	54,08	54,11	54,17	54,15	54,08	54,12	54,10	54,07
2	54,07	54,11	54,14	54,18	54,10	54,08	54,15	54,14	54,10	54,15
3	54,11	54,17	54,06	54,12	54,09	54,10	54,05	54,16	54,14	54,10
4	54,13	54,11	54,09	54,16	54,10	54,10	54,14	54,07	54,17	54,12
5	54,06	54,17	54,14	54,07	54,11	54,15	54,05	54,14	54,09	54,16

Primjer 1 je riješen pomoću metode ANOVA i pomoću metode aritmetičkih sredina i raspona kako bi se vidjele razlike u rezultatima dobivenih pomoću tih dvaju metoda.

#### 3.1.2.4.1 Primjer 1 – Metoda ANOVA

Rezultati dobiveni softverskim paketom Minitab za metodu ANOVA prikazani su na slici 10. i u tablici 9, 10 i 11.





Slika 10. Rezultati primjera 1 – Metoda ANOVA [9]

Tablica 9. Rezultati primjera 1 – Metoda ANOVA [9]

Izvor varijacije	Standardno odstupanje	Varijacija studije (5,15 $\sigma$ )	Udio u ukupnoj varijaciji (TV)	Udio u tolerancijskom polju (T)
Ukupni R&R	37,65	193,9	100	48,47
Ponovljivost	37,65	193,9	100	48,47
Obnovljivost	0	0	0	0
Mjeritelji	0	0	0	0
Dijelovi	0	0	0	0
Ukupna varijacija	37,65	193,9	100	48,47

Tablica 10. Rezultati primjera 1 – komponente varijacije s interakcijom [9]

	Stupnjevi slobode	Suma kvadrata odstupanja	Srednja suma kvadrata odstupanja	F <sub>rač</sub>
Dijelovi	4	0,002252	0,0005630	24,4783

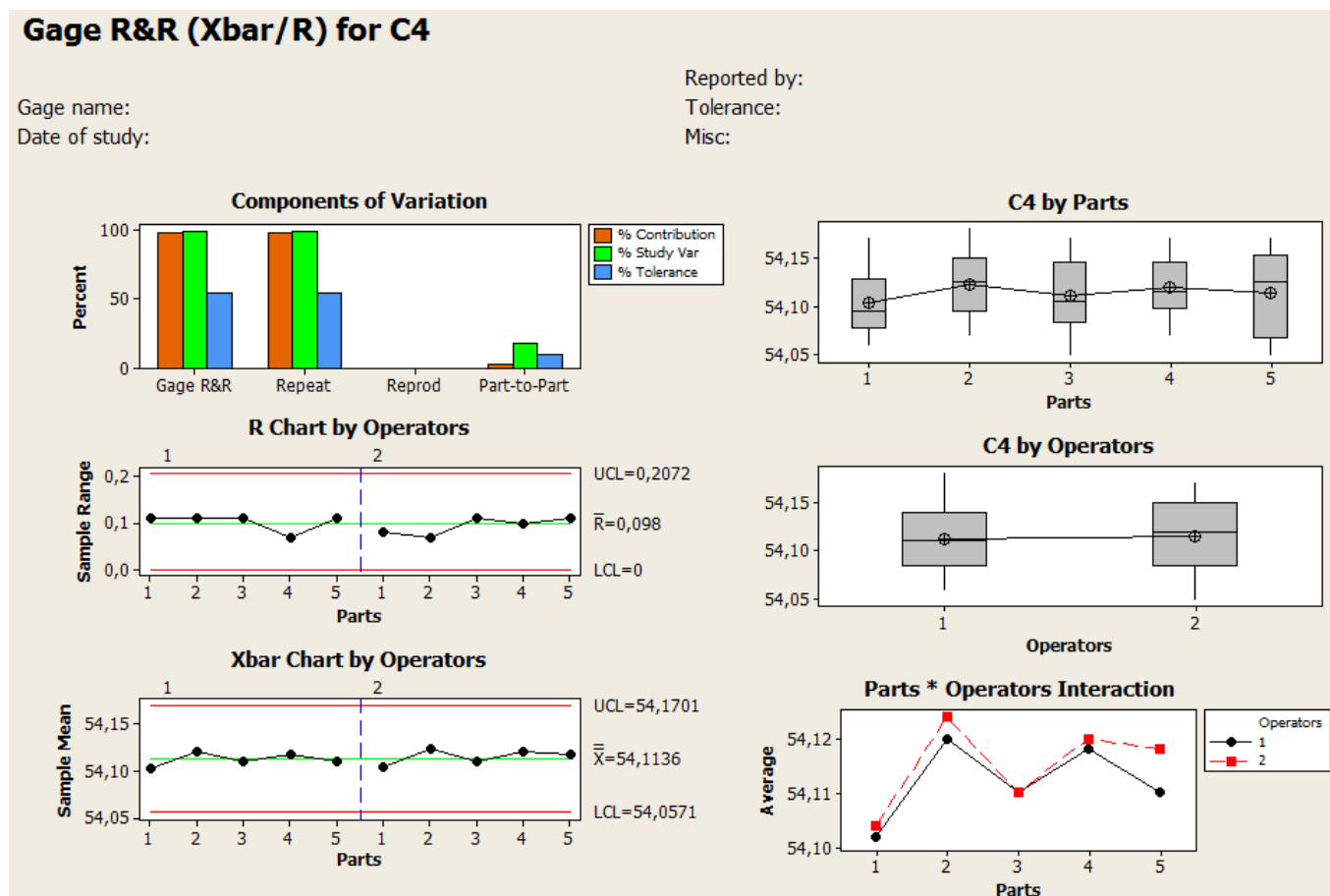
Mjeritelj	1	0,000128	0,000128	5,5652
Interakcija mjeritelja i dijelova	4	0,000092	0,000023	0,0148
Oprema (ponovljivost)	40	0,06228	0,001557	
Ukupna varijacija	49	0,064752		

Tablica 11. Rezultati primjera 1 – komponente varijacije bez iteracije [9]

	Stupnjevi slobode	Suma kvadrata odstupanja	Srednja suma kvadrata odstupanja	$F_{rač}$
Dijelovi	4	0,002252	0,000563	0,397165
Mjeritelj	1	0,000128	0,000128	0,090297
Oprema (ponovljivost)	44	0,062372	0,0014175	
Ukupna varijacija	49	0,064752		

#### 3.1.2.4.2 Primjer 1 – Metoda aritmetičkih sredina i raspona

Rezultati primjera 1 dobiveni metodom aritmetičkih sredina i raspona prikazani su na slici 11. i u tablici 12.



Slika 11. Rezultati primjera 1 – metoda aritmetičkih sredina i raspona [9]

Tablica 12. Rezultati primjera 1 – Metoda aritmetičkih sredina i raspona [9]

Izvor varijacije	Standardno odstupanje	Varijacija studije (5,15σ)	Udio u ukupnoj varijaciji (TV)	Udio u tolerancijskom polju (T)
Ukupni R&R	41,88	215,68	98,37	53,92
Ponovljivost	41,88	215,68	98,37	53,92
Obnovljivost	0	0	0	0
Dijelovi	7,66	39,46	17,99	9,86
Ukupna varijacija	42,58	219,26	100	54,82

U primjeru 1 uočljivo je da varijacija dijelova ima mali utjecaj na ukupnu varijaciju procesa. Iz toga slijedi da je najveći dio varijacije sustava uslijed mjernog sustava, a ne uslijed razlike među dijelovima. To se vidi iz prvog grafa s lijeve strane na slici 11. Na slici 11. je također vidljivo da je utjecaj mjeritelja minimalan. To se vidi na drugom grafu desne kolone zbog ravne linije, što ukazuje da nema razlike između mjeritelja.

Najveća razlika između metode ANOVA i metode aritmetičkih sredina i raspona je ta da nam metoda ANOVA pokazuje komponente varijacije sa i bez interakcije ali je puno složenija i

teže ju je provesti od metode aritmetičkih sredina i raspona iz tog razloga se u praksi koristi metoda aritmetičkih sredina jer su u konačnici rezultati vrlo slični, ako ne i isti.

Ukupni R&R je odgovoran za 100 % ukupne varijacije procesa kod metode ANOVA i 98,37% kod metode aritmetičkih sredina i raspona, što ukazuje da mjerni sustav nije prihvatljiv te se mora poboljšati.

#### 4. UTJECAJ KVALITETE MJERNOG SUSTAVA NA PROCJENU SPOSOBNOSTI PROCESA

Analiza sposobnosti procesa uz statističku kontrolu i planiranje pokusa, statističke su metode, kojima se već godinama pokušava smanjiti varijabilnost proizvodnih procesa i njihovih konačnih proizvoda. Sposobnost procesa označuje prirodno ponašanje procesa kada na njega ne djeluju značajni uzroci, a uobičajeno je da se brojčano izražava kao udjel procesa unutar zadanih tolerancija. Temeljni uvjet sposobnosti procesa je  $T \geq 6\sigma$ . Proces je sposoban ako je raspon zahtjeva  $T$ , veći ili jednak od raspona procesa  $6\sigma$ . Raspon procesa podrazumjeva područje unutar  $\pm 3$  standardna odstupanja  $\sigma$  u odnosu na sredinu procesa, što predstavlja 99,73% površine ispod krivulje normalne razdiobe kojom se aproksimira proces. Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem tzv. indeksa sposobnosti procesa. Računanje i pravilna interpretacija indeksa sposobnosti procesa temelji se na sljedećim pretpostavkama:

- Raspodjela podataka se može aproksimirati normalnom raspodjelom
- Pouzdana procjena sposobnosti procesa može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte i nakon dovođenja procesa u stanje statističke kontrole (stanje pod kontrolom).

Uvažavajući vrijeme odvijanja procesa, indekse sposobnosti procesa moguće je procjeniti u duljem vremenskom razdoblju (eng. Long-Term Process Capability), kao preliminarnu sposobnost procesa (eng. Preliminary Process Capability), i u kratkom vremenskom razdoblju (eng. Short-Term Capability). Indeksi sposobnosti procesa u duljem vremenskom razdoblju računaju se nakon odvijanja procesa tijekom vremenskog razdoblja u kojem su se mogli pojaviti i svi mogući utjecaji varijacija procesa. Najčešće korišteni indeksi su indeks za izračun potencijalne sposobnosti  $C_p$  i iznos demonstrirane izvrsnosti  $C_{pk}$ . Indeks  $C_p$  opisuje raspon tolerancijskog polja u odnosu na stvarno rasipanje podataka, dok indeks  $C_{pk}$  utvrđuje položaj procesa u odnosu na granice zahtjeva.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} \quad (4.1)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \bar{x}}{3\sigma}; \frac{\bar{x} - LSL}{3\sigma}\right) \quad (4.2)$$

$USL$  – gornja granica zahtjeva

$LSL$  – donja granica zahtjeva

$T$ - područje tolerancije

$\bar{x}$  - aritmetička sredina (centralna linija kontrolne karte)

$6\sigma$  – raspon promatranog procesa

U gore navedenim izrazima standardno odstupanje  $\sigma$  procijenjeno je temeljem podataka iz kontrolne karte. Raznovrsne kontrolne karte se koriste za otkrivanje varijacija u procesu, te

za utvrđivanje iznosa standardnog odstupanja procesa. Preliminarno procjenjivanje sposobnosti procesa provodi se na početku odvijanja procesa ili nakon kratkog vremena praćenja procesa. Indeksi za preliminarnu procjenu sposobnosti procesa se označuju sa  $P_p$  i  $P_{pk}$ . Računaju se na isti način kao i  $C_p$  i  $C_{pk}$  osim što se standardno odstupanje procjenjuje iz svih podataka temeljem izraza 4.3

$$\sigma = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (4.3)$$

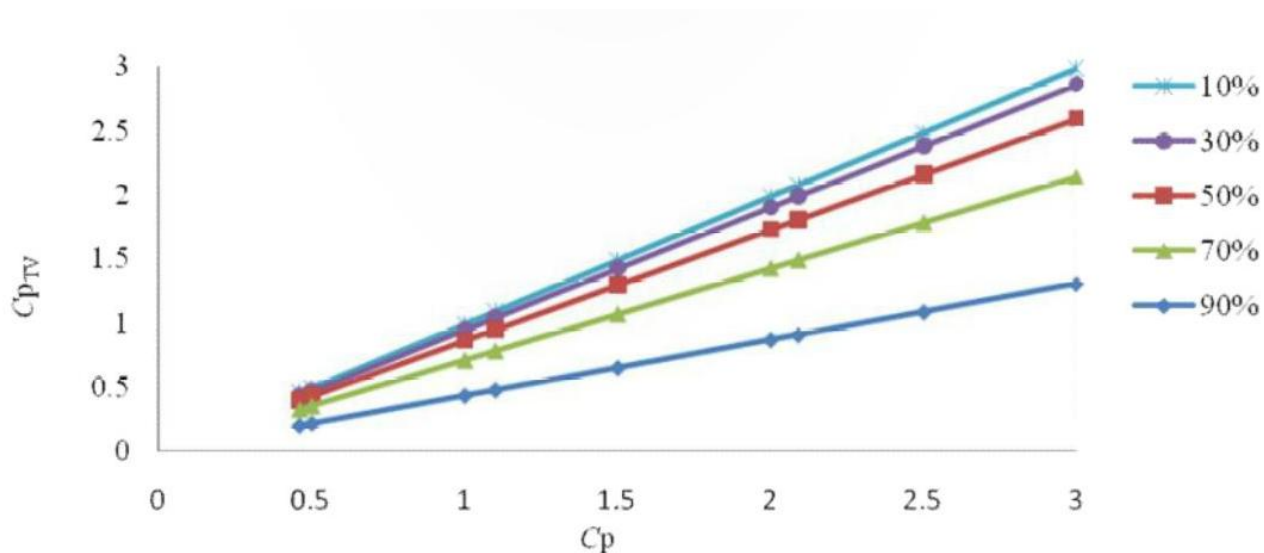
Pri analizi sposobnosti procesa upravo najveću težinu ima koeficijent  $C_p$  koji se temelji na rasipanju procesa. Ukoliko se želi doći do spoznaje o stvarnoj sposobnosti procesa mjerni sustav mora biti u mogućnosti detektirati odstupanja procesa ili proizvoda koji se prati. U daljnjoj analizi prikazan je odnos promatranog koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  koji je posljedica ukupne varijabilnosti TV i stvarnog koeficijenta  $C_p$  koji se temelji na varijaciji dijelova u procesu PV.

$$C_p = \frac{T}{6\sigma_{PV}} = \frac{T}{6 \times \sqrt{1 - (R\&R)^2}} \quad (4.4)$$

$$C_{pTV} = \frac{T}{6\sigma_{TV}} \quad (4.5)$$

$$C_{pTV} = C_p \times \sqrt{1 - (R\&R)^2} \quad (4.6)$$

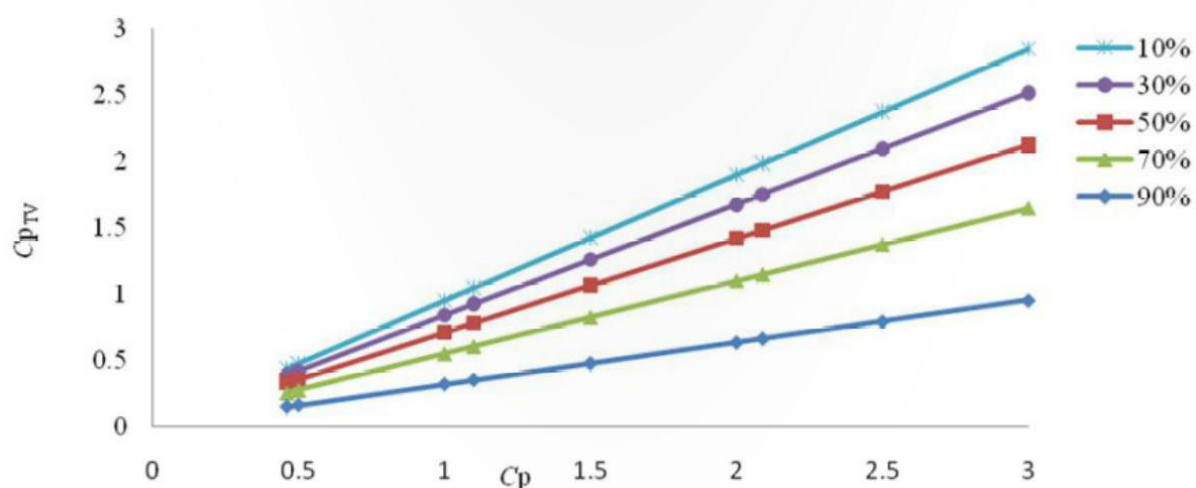
Odnosi koeficijenata sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  u ovisnosti o kvaliteti mjernog sustava R&R prikazani su slikama 12. i 13. te tablicama 13. i 14.

Slika 12. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  [4, 8]Tablica 13. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  [4, 8]

$C_p$	Sposobnost mjernog sustava				
	90%	70%	50%	30%	10%
	$C_{pTV}$				
0,5	0,22	0,36	0,43	0,48	0,50
1	0,44	0,71	0,87	0,95	0,99
1,5	0,65	1,07	1,30	1,43	1,49
2	0,87	1,43	1,73	1,91	1,99
2,5	1,09	1,79	2,17	2,38	2,49
3	1,31	2,14	2,60	2,86	2,98

Ukoliko je kvaliteta mjernog sustava R&R iskazana odnosom varijance mjernog sustava  $\sigma_{R\&R}^2$  i ukupne varijance  $\sigma_{TV}^2$  veza koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  u ovisnosti o kvaliteti mjernog sustava R&R dana je izrazom 4.7. Rezultati su prikazani na slici 13. i u tablici 14.

$$C_{pTV} = C_p \times \sqrt{1 - (R\&R)} \quad (4.7)$$

Slika 13. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  o doprinosu R&R [4, 8]Tablica 14. Odnosi koeficijenta sposobnosti procesa  $C_{pTV}$  i  $C_p$  o doprinosu R&R [4, 8]

$C_p$	Sposobnost mjernog sustava				
	90%	70%	50%	30%	10%
	$C_{pTV}$				
0,5	0,16	0,27	0,35	0,42	0,47
1	0,32	0,55	0,71	0,84	0,95
1,5	0,47	0,82	1,06	1,25	1,42
2	0,63	1,10	1,41	1,67	1,90
2,5	0,79	1,37	1,77	2,09	2,37
3	0,95	1,64	2,12	2,51	2,85

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti da postoji značajan utjecaj kvalitete mjernog sustava R&R na iznos koeficijenta sposobnosti procesa  $C_p$ . Ukoliko je promatrani koeficijent sposobnosti procesa  $C_{pTV}=1,06$ , a mjerni sustav troši 50% ukupne varijacije ili polja tolerancije stvarni koeficijent sposobnosti procesa iznositi će  $C_p=1,5$ . Ako pak mjerni sustav troši 10% ukupne varijacije ili polja tolerancije stvarni koeficijent sposobnosti procesa iznositi će  $C_p=0,95$  što je značajno bolja procjena sposobnosti procesa. Isto tako, treba naglasiti ukoliko je varijacija mjernog sustava značajna u odnosu na utvrđenu varijaciju predmeta mjerenja u procesu, mjerni sustav neće ispravno procijeniti sposobnost procesa.



## 5. RADNE PODLOGE

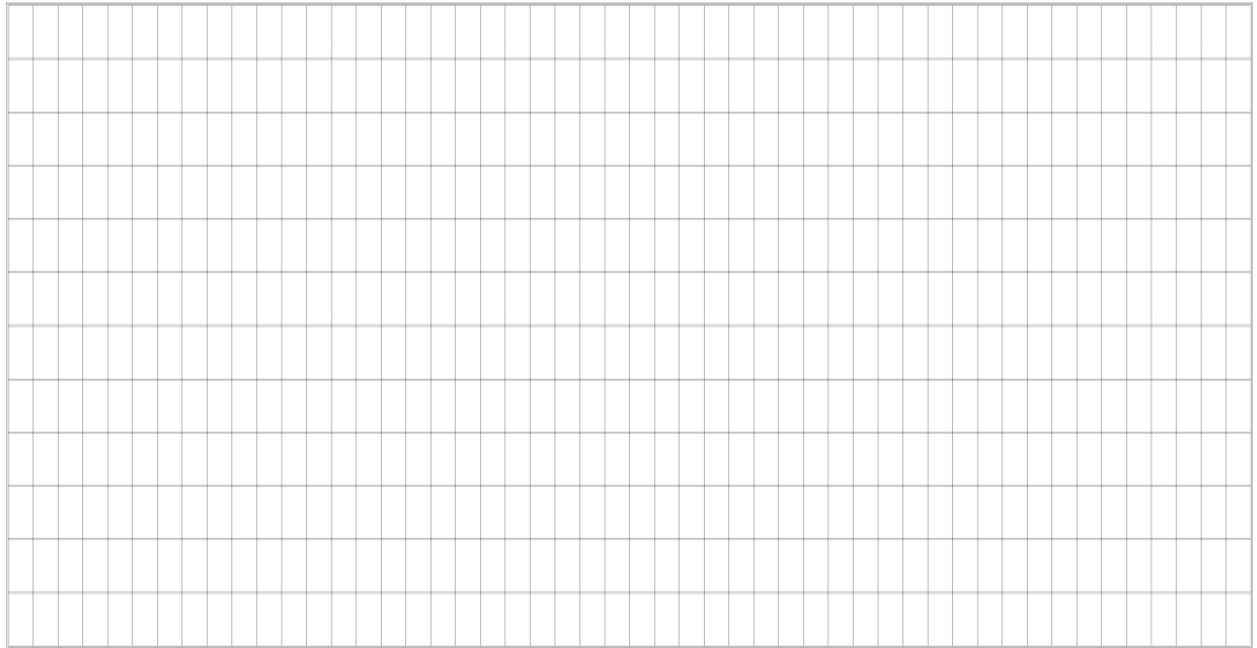
U cilju procjene kvalitete mjernog sustava za potrebe industrije se izrađuju radne podloge kako bi rezultati mjerenja i izračunati podaci bili na jednom mjestu zbog bolje preglednosti i lakšeg ispravka pogrešaka mjerenja, kako za sami stroj kojim se mjeri tako i za cjelokupni proces mjerenja.

### 5.1 R&R podloge (radne podloge za procjenu sposobnosti procesa)

Tablica 15. R&R radne podloge [1, 2, 8]

	<b>Analiza mjernog sustava</b>	
	<b>R&amp;R analiza</b>	
Datum mjerenja:	Proizvođač:	Lokacija:
<b>Stroj</b>	<b>Predmet</b>	<b>Karakteristike</b>
Opis: Tolerancija:	Opis: Materijal:	Nominalna vrijednost: USL= LSL= Mjerna jedinica:
Parametri procesa i okoliša:		

Kontrolna karta:



Rezultati mjerenja:

Komad	A-Operator A						B-Operator B					
	1	2	3	4	5	$\bar{x}$	1	2	3	4	5	$\bar{x}$
1												
2												
3												
4												
5												

$\bar{x} =$ $\bar{x}_{max} =$ $\bar{x}_{min} =$	$\bar{s} =$ $s_{max} =$ $\sigma = \frac{\bar{s}}{0,94} =$
Tolerancija $T =$	
Ponovljivost $EV = 5,15 \times \left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right) =$	$\%EV = \frac{100 \times EV}{T} \% =$
Obnovljivost $AV = \sqrt{\left(5,15 \times \frac{R_0}{d_2}\right)^2 - \left(\frac{EV^2}{n \times r}\right)} =$	$\%AV = \frac{100 \times AV}{T} \% =$
Mjerni sustav $R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2} =$	$\%R\&R = \frac{100 \times R\&R}{T} \% =$

Sposobnost mjernog sustava	
<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="text-align: center;">30,00</div>	
<p><b>Test stabilnosti (ako je "ne", sustav je nestabilan)</b></p> <p>Granice stabilnosti za srednje vrijednosti:</p> $UCL = \bar{\bar{x}} + 1,3 \times \bar{s} =$ $LCL = \bar{\bar{x}} - 1,3 \times \bar{s} =$ <p>Da li je <math>LCL &lt; \bar{x}_{min}, \bar{x}_{max} &lt; UCL</math>      DA/NE</p>	<p>Granice stabilnosti za standardnu devijaciju:</p> $UCL_s = 2,1 \times \bar{s} =$ <p>Da li je <math>s_{max} \leq UCL_s</math>      DA/NE</p>

## 5.2 Gage R&amp;R podloge (radne podloge za procjenu sposobnosti stroja)

Tablica 16. Gage R&amp;R radne podloge [1, 2, 8]

<b>Analiza mjernog sustava</b>		
<b><math>C_g/C_{gk}</math> analiza</b>		

Datum mjerenja:	Prouzvođač:	Lokacija:
<b>Stroj</b>	<b>Predmet</b>	<b>Karakteristike</b>
Opis: Tolerancija:	Opis: Materijal:	Nominalna vrijednost: USL: LSL: Mjerna jedinica:

Parametri procesa i okoliša:

Kontrolna karta:



<b>Test stabilnosti (ako je "ne", sustav je nestabilan)</b>	
Granice stabilnosti za srednje vrijednosti:	Granice stabilnosti za standardnu devijaciju:
$UCL = \bar{\bar{x}} + 1,3 \times \bar{s} =$	$UCL_s = 2,1 \times \bar{s} =$
$LCL = \bar{\bar{x}} - 1,3 \times \bar{s} =$	
Da li je $LCL < \bar{x}_{min}, \bar{x}_{max} < UCL$ DA/NE	Da li je $s_{max} \leq UCL_s$ DA/NE

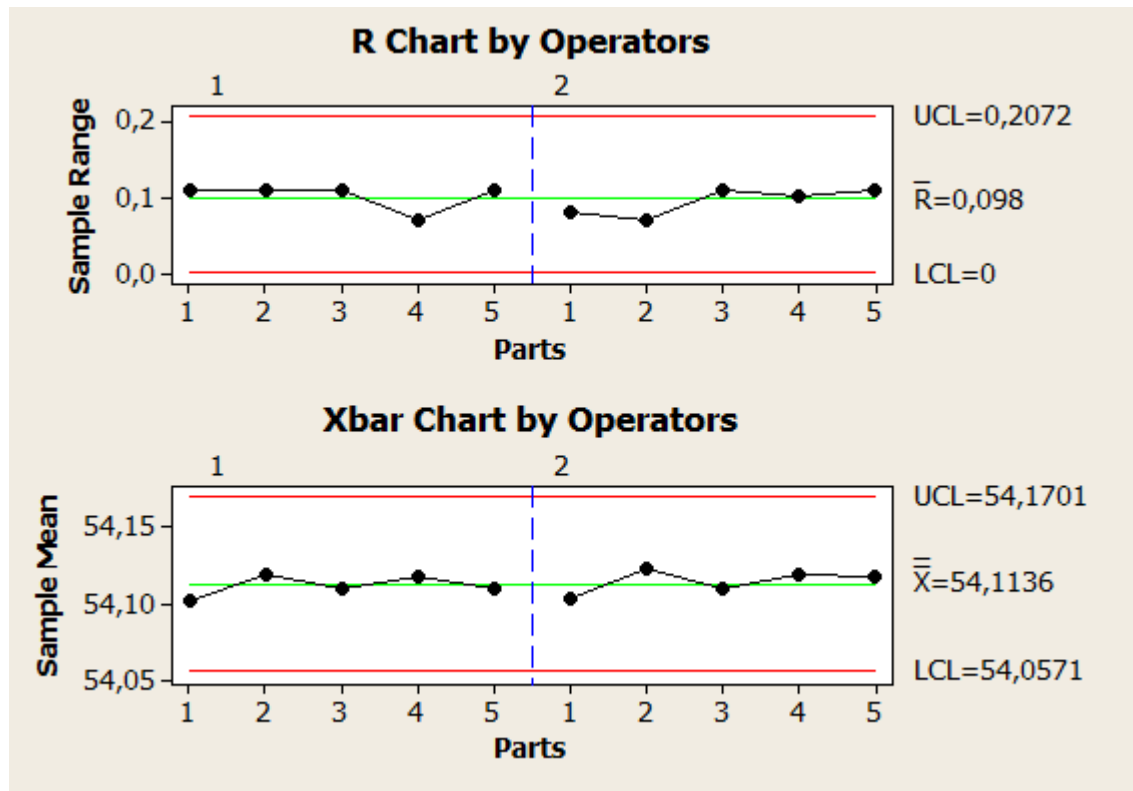
## 5.3 Primjer ispunjenih radnih podloga na temelju mjerenja tvrtke Bosch (R&amp;R)

Tablica 17. Ispunjene R&amp;R radne podloge [1, 2, 8, 9]

<b>Analiza mjernog sustava</b>		
<b>R&amp;R analiza</b>		
Datum mjerenja: 13.05.2003	Proizvođač: Steinel	Lokacija: Radionica W 1391
<b>Stroj</b>	<b>Predmet</b>	<b>Karakteristike</b>
Opis: Glodalica Tolerancija: 0,40	Opis: Kučište Materijal: Al	Nominalna vrijednost: 54,10 USL= 54,30 LSL= 53,90 Mjerna jedinica: mm

Parametri procesa i okoliša:
Brzina rezanja vx, rpm nx
Posmak sx
Glodalica HSS
Temperatura stroja 30,1 °C
Temperatura zraka 25,7 °C

Kontrolna karta:



Rezultati mjerenja:

Komad	A-Operator A						B-Operator B					
	1	2	3	4	5	$\bar{x}$	1	2	3	4	5	$\bar{x}$
1	0,06	0,09	0,08	0,11	0,17	<b>0,101</b>	0,15	0,08	0,12	0,10	0,07	<b>0,104</b>
2	0,07	0,11	0,14	0,18	0,10	<b>0,120</b>	0,08	0,15	0,14	0,10	0,15	<b>0,123</b>
3	0,11	0,17	0,06	0,12	0,09	<b>0,112</b>	0,10	0,05	0,16	0,14	0,10	<b>0,109</b>
4	0,13	0,11	0,09	0,16	0,10	<b>0,117</b>	0,10	0,14	0,07	0,17	0,12	<b>0,121</b>
5	0,06	0,17	0,14	0,07	0,11	<b>0,112</b>	0,15	0,05	0,14	0,09	0,16	<b>0,118</b>

$\bar{\bar{x}} = \underline{0,114}$	$\bar{s} = \underline{0,039}$
$\bar{x}_{max} = \underline{0,123}$	$s_{max} = \underline{0,045}$
$\bar{x}_{min} = \underline{0,101}$	$\sigma = \frac{\bar{s}}{0,94} = \underline{0,0145}$
Tolerancija $T = 0,40$	
Ponovljivost $EV = 5,15 \times \left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right) = 5,15 \times \frac{0,098}{3,09} = 0,16$	$\%EV = \frac{100 \times EV}{T} \% = 40,83$
Obnovljivost $AV = \sqrt{\left(5,15 \times \frac{R_0}{d_2}\right)^2 - \left(\frac{EV^2}{n \times r}\right)} = 0,077$	$\%AV = \frac{100 \times AV}{T} \% = 19,28$



<p>Mjerni sustav <math>R\&amp;R = \sqrt{EV^2 + AV^2} = 0,178</math> <span style="float: right;"><math>\%R\&amp;R = \frac{100 \times R\%R}{T} \% = 44,39</math></span></p> <p style="text-align: center;"><b>Sposobnost mjernog sustava</b></p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;">44,39%</div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 15px; background: linear-gradient(to right, gray 44.39%, white 44.39%);"></div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">30,00</p>	
<p><b>Test stabilnosti (ako je "ne", sustav je nestabilan)</b></p> <p>Granice stabilnosti za srednje vrijednosti:</p> <p><math>UCL = \bar{\bar{x}} + 1,3 \times \bar{s} = \underline{54,465}</math></p> <p><math>LCL = \bar{\bar{x}} - 1,3 \times \bar{s} = \underline{54,063}</math></p> <p>Da li je <math>LCL &lt; \bar{x}_{min}, \bar{x}_{max} &lt; UCL</math> <input type="checkbox"/> DA/NE</p>	<p>Granice stabilnosti za standardnu devijaciju:</p> <p><math>UCL_s = 2,1 \times \bar{s} = \underline{0,082}</math></p> <p>Da li je <math>s_{max} \leq UCL_s</math> <input type="checkbox"/> DA/NE</p>

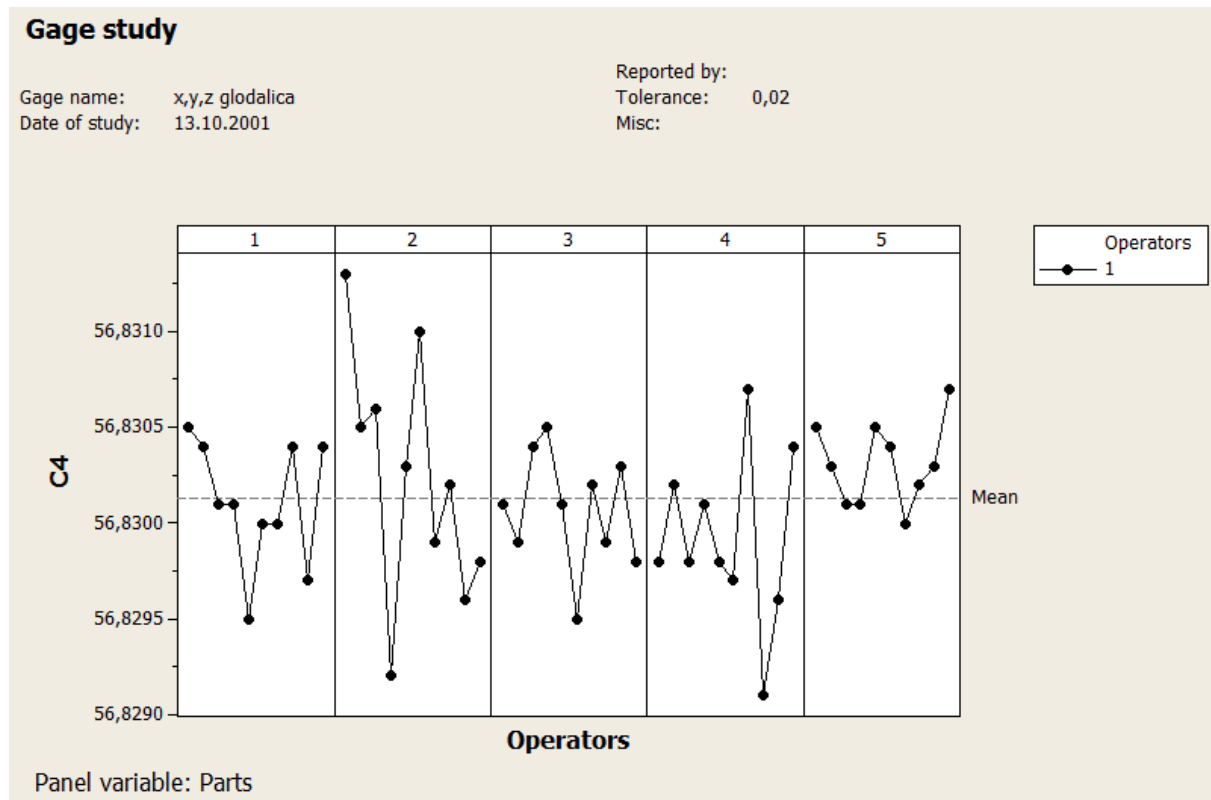
## 5.4 Primjer ispunjenih radnih podloga na temelju mjerenja tvrtke Bosch (Gage R&amp;R)

Tablica 18. Ispunjene Gage R&amp;R radne podloge [1, 2, 8, 9]

<b>Analiza mjernog sustava</b>		
<b><math>C_g/C_{gk}</math> analiza</b>		
Datum mjerenja: 13.10.2001	Prouzvođač: H. u. K.	Lokacija: Radionica W33007
Stroj	Predmet	Karakteristike
Opis: x,y,z glodalica Tolerancija: 0,02	Opis: Prsten Materijal: Čelik	Nominalna vrijednost: 56,83 USL: 56,84 LSL: 56,82 Mjerna jedinica: mm

Parametri procesa i okoliša:
Brzina rezanja vx,rpm nx
Temperatura stroja 27,3 °C
Temperatura zraka 24,5 °C
Stroj nije ugašen tijekom pauze za doručak

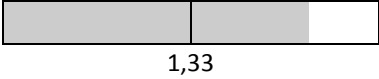
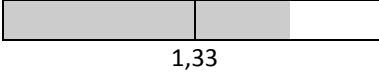
Kontrolna karta:



Rezultati mjerenja:

Broj uzoraka	Broj mjerenja									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,8305	0,8304	0,8301	0,8301	0,8295	0,8300	0,8300	0,8304	0,8297	0,8304
2	0,8313	0,8305	0,8306	0,8292	0,8303	0,8310	0,8299	0,8302	0,8296	0,8298
3	0,8301	0,8299	0,8304	0,8305	0,8301	0,8295	0,8302	0,8299	0,8303	0,8298
4	0,8298	0,8302	0,8298	0,8301	0,8298	0,8297	0,8307	0,8291	0,8296	0,8304
5	0,8305	0,8303	0,8301	0,8301	0,8305	0,8304	0,8300	0,8302	0,8303	0,8307

Specifikacijske vrijednosti	Prikupljene vrijednosti	Statistika
$x_m = 56,8300$		$\bar{x}_g = 56,8301$
$x_m - 0,1 \times T = 56,8280$	$\bar{x}_{max} = 56,8304$	$\bar{x}_g - 2 \times s_g = 56,83$
$x_m + 0,1 \times T = 56,8320$	$\bar{x}_{min} = 56,8299$	$\bar{x}_g + 2 \times s_g = 56,83$
$0,2 \times T = 0,004$	$R = 0,0022$	$4 \times s_g = 0,00168$
$T = 0,02$		$s_g = 0,000421$

$C_g = \frac{0,2 \times T}{4 \times s_g} = 2,38$ 	
$C_{gk} = \frac{0,1 \times T -  \bar{x}_g - x_m }{2 \times s_g} = 2,22$ 	
<b>Test stabilnosti (ako je "ne", sustav je nestabilan)</b>	
Granice stabilnosti za srednje vrijednosti: $UCL = \bar{\bar{x}} + 1,3 \times \bar{s} = \underline{56,8306}$ $LCL = \bar{\bar{x}} - 1,3 \times \bar{s} = \underline{56,8296}$	Granice stabilnosti za standardnu devijaciju: $UCL_s = 2,1 \times \bar{s} = \underline{0,00088}$
Da li je $LCL < \bar{x}_{min}, \bar{x}_{max} < UCL$ <input type="checkbox"/> DA / <input checked="" type="checkbox"/> NE	Da li je $s_{max} \leq UCL_s$ <input type="checkbox"/> DA / <input checked="" type="checkbox"/> NE

## 6. ZAKLJUČAK

Na temelju zadatka za završni rad moguće je zaključiti da se odgovarajućom primjenom metoda opisanih u radu mogu na vrlo kvalitetan način analizirati izmjereni podaci. Puno puta u praksi se dogodi situacija da se posjeduju izmjereni podaci, ali da se ne razumiju metode ni postupci s kojima bi se mogli ti izmjereni podaci analizirati. Pomoću metoda koje su objašnjene u radu moguće je utvrditi da li su rezultati mjerenja točni i precizni i da li su ponovljivi odnosno obnovljivi.

Primjenom različitih statističkih softverskih paketa moguće je puno jednostavnije doći do zaključaka o procesu i mjernom sustavu, iz statistike izmjerenih podataka. Takvi računalni programi vrlo brzo i precizno daju niz podataka, parametara i dijagrama iz kojih se može puno informacija saznati o nekom procesu.

Važna stavka cjelokupnog mjerenja u industriji su i radne podloge koje uvelike olakšavaju preglednost dobivenih rezultata i omogućuju lakšu i bržu analizu cjelokupnog procesa mjerenja te mogućnost bržeg reagiranja na veća odstupanja procesa.

Metode za analizu laboratorijskih mjernih sustava su puno kompliciranije od metoda za analizu mjernih sustava u industriji. U posljednje vrijeme jedina priznata metoda procjene kvalitete mjernih sustava, u laboratorijskim uvjetima, temelji se na procjeni mjerne nesigurnosti. Pri tome se koriste složene analitičke i numeričke metode izračuna.

Važno je napomenuti da osoba koja analizira rezultate mjerenja mora imati određena statistička predznanja kako bi pravilno i ne dvosmisleno mogla interpretirati dobivene rezultate testa.

**LITERATURA**

- [1] MSA Work Group: Measurement Systems Analysis Reference Manual 4<sup>th</sup> edition, 2010, Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporation
- [2] Automotive Industry Action Group (AIAG): Measurement Systems Analysis Reference Manual, 2002
- [3] Lehotkai, E. : Ocjena i unapređenje mjernih sustava, Zagreb, 2011
- [4] Runje, B. : Predavanja iz kolegija Teorija i tehnika mjerenja, Zagreb, 2013
- [5] Mudronja, V. : Predavanja iz kolegija Kontrola kvalitete, Zagreb, 2014
- [6] Budimlić, M. : Diplomski rad, Zagreb, 2012
- [7] Šakić, N. : Analiza varijance, Zagreb, 2010
- [8] Quality Management in the Bosch Group – Machine and Process Capability
- [9] Minitab 16, softverski paket