

# Numeričko određivanje mehaničke mobilnosti rastojnika-prigušivača tipa "diamond"

---

**Kišić, David**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2014**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:365114>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**David Kišić**

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Mentor:**  
**Prof. dr. sc. Hinko Wolf**

**David Kišić**

Zagreb, 2014.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

|  |        |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum  | Prilog |
| Klasa:   |        |
| Ur.broj:   |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **David Kišić** Mat. br.: 0035171752

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko određivanje mehaničke mobilnosti rastojnika-prigušivača tipa „diamond”**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Determination of Diamond Spacer-damper Mechanical Mobility**

Opis zadatka:

Rastojnik-prigušivač dio je opreme dalekovoda koja se prvenstveno koristi za održavanje odgovarajućeg razmaka između susjednih vodiča u snopu te za smanjenje intenziteta vjetrom uzrokovanih vibracija vodiča. Prigušenje eolskih vibracija vodiča (vibracija uslijed odvajanja Karmanovih vrtloga) funkcija je mehaničkih svojstava rastojnika-prigušivača i njihovog razmještaja unutar raspona.

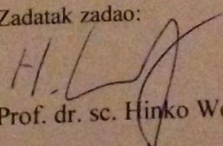
Tijekom rada potrebno je:

1. Definirati pojam kompleksne matrice mehaničke mobilnosti.
2. Na temelju dobivene dokumentacije odrediti inercijske, elastične i prigušne karakteristike komponenti razmatranog rastojnika-prigušivača.
3. Izraditi dinamički model rastojnika-prigušivača tipa „diamond”
4. Numerički odrediti kompleksnu matricu mehaničke mobilnosti razmatranog rastojnika-prigušivača za frekvencijsko područje 5-100 Hz.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć

Zadatak zadan:  
11. studenog 2013.

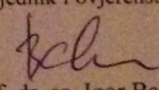
Zadatak zadao:

  
Prof. dr. sc. Hinko Wolf

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 21. veljače 2014.  
**2. rok:** 12. rujna 2014.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 3., 4. i 5. ožujka 2014.  
**2. rok:** 22., 23. i 24. rujna 2014.

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc. Hinku Wolfu na strpljenju, ustupljenoj literaturi i korisnim savjetima tijekom izrade rada.

Isto tako se zahvaljujem se svojoj obitelji na iskazanoj potpori i razumijevanju tijekom izrade završnog rada.

## SADRŽAJ

|   |     |
|---|-----|
| POPIS SLIKA.....  | II  |
| POPIS OZNAKA.....   | III |
| SAŽETAK.....  | IV  |
| SUMMERY.....  | V   |
| 1 UVOD.....   | 1   |
| 2 EOLSKE VIBRACIJE.....   | 2   |
| 3 RASTOJNICI PRIGUŠIVAČI.....   | 7   |
| 4 MEHANIČKA IMPEDANCIJA I MOBILNOST.....  | 11  |
| 4.1 Definicija mehaničke mobilnosti i mehaničke impedancije.....                    | 11  |
| 4.2 Matrica mehaničke mobilnosti.....   | 14  |
| 4.3 Matrica mehaničke impedancije.....  | 16  |
| 5 KARAKTERISTIKE RAZMATRANOG RASTOJNIKA-PRIGUŠIVAČA....                             | 17  |
| 5.1 Inercijske karakteristike rastojnika- prigušivača.....                          | 18  |
| 5.2 Određivanje konstante krutosti i prigušenja gumenog elementa.....               | 20  |
| 6 NUMERIČKI MODEL.....  | 26  |
| 6.1 Izrada modela u SimMechanics-u.....   | 26  |
| 6.2 Rezultati simulacije.....   | 28  |
| 7 MATRICA PRIJENOSNE MEHANIČKE IMPEDANCIJE ZA ZADANI<br>RASTOJNIK – PRIGUŠIVAČ..... | 31  |
| 7.1 Dijagrami mehaničke impedancije.....  | 32  |
| 8 ZAKLJUČAK.....  | 37  |
| LITERATURA.....   | 38  |

## POPIS SLIKA

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| Slika 2.1 | Urušavanje mosta u Tacoma Narrowsu .....  | 2  |
| Slika 2.2 | Von Karmanovi vrtlozi.....  | 3  |
| Slika 2.3 | Trag Von Karmanovih vrtloga ovisno o $R_e$ broju.....   | 4  |
| Slika 2.4 | Prikaz modela za ispitivanje snopa užadi .....  | 6  |
| Slika 3.1 | Stockbridge prigušivač .....  | 7  |
| Slika 3.2 | Različiti tipovi rastojnika - prigušivača.....  | 8  |
| Slika 3.3 | Gibanje ruke rastojnika - prigušivača.....  | 8  |
| Slika 3.4 | Osnovni elementi rastojnika prigušivača.....  | 9  |
| Slika 3.5 | Polimerni dijelovi zgloba.....  | 9  |
| Slika 3.6 | Rastojnik prigušivač tipa „diamond“ .....   | 10 |
| Slika 4.1 | Osnovni mehanički elementi.....   | 12 |
| Slika 4.2 | Mehanička mobilnost rastojnika-prigušivača tipa „diamond“ .....   | 14 |
| Slika 4.3 | Mehanička impedancija rastojnika-prigušivača tipa „diamond“.....  | 16 |
| Slika 5.1 | Rastojnik-prigušivač tipa „diamond“ sa označenim osnovnim dijelovima.....   | 17 |
| Slika 5.2 | Rastojnik – prigušivač tipa „diamond“ sa označenim položajima težišta.....  | 18 |
| Slika 5.3 | Izvadak iz norme.....   | 20 |
| Slika 5.4 | Uređaj za ispitivanje konstante krutosti i konstante prigušenja.....  | 21 |
| Slika 5.5 | Petlja histereze gumenog elementa.....  | 22 |
| Slika 5.6 | Shema prema normi IEC 61854.....  | 23 |
| Slika 5.7 | Vektorski prikaz jednadžbe.....   | 24 |
| Slika 6.1 | Model u SimMechanics-u.....   | 27 |
| Slika 6.2 | Reaktivne sile u pomičnom osloncu u ovisnosti o vremenu.....  | 29 |
| Slika 6.3 | Fazni kut.....  | 30 |
| Slika 7.1 | Rastojnik-prigušivač s prikazanom uzбудom i reaktivnim silama .....   | 32 |
| Slika 7.2 | Ovisnost $Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}, Z_{44}, Z_{55}, Z_{66}, Z_{77}$ i $Z_{88}$ o frekvenciji.....   | 33 |
| Slika 7.3 | Ovisnost $Z_{12}, Z_{34}, Z_{56}$ i $Z_{78}$ o frekvenciji.....   | 33 |
| Slika 7.4 | Ovisnost $Z_{13}, Z_{14}, Z_{18}, Z_{25}, Z_{26}, Z_{37}, Z_{38}, Z_{47}, Z_{48}$ i $Z_{17}$ o frekvenciji.....   | 34 |
| Slika 7.5 | Ovisnost $Z_{15}, Z_{16}, Z_{18}, Z_{23}, Z_{24}, Z_{27}, Z_{28}, Z_{35}, Z_{36}, Z_{45}, Z_{46}, Z_{57}, Z_{58}, Z_{67}$ i $Z_{68}$ o frekvenciji.....                                 | 34 |
| Slika 7.6 | Ovisnost $\gamma_{11}, \gamma_{22}, \gamma_{33}, \gamma_{44}, \gamma_{55}, \gamma_{66}, \gamma_{77}$ i $\gamma_{88}$ o frekvenciji.....   | 35 |
| Slika 7.7 | Ovisnost $\gamma_{12}, \gamma_{34} - 180^\circ, \gamma_{56}$ i $\gamma_{78} + 180^\circ$ o frekvenciji.....   | 35 |
| Slika 7.8 | Ovisnost $\gamma_{13}, \gamma_{17} - 180^\circ, \gamma_{35} - 180^\circ, \gamma_{57}, \gamma_{24} - 180^\circ, \gamma_{28}, \gamma_{46}$ i $\gamma_{68} - 180^\circ$ o frekvenciji..... | 36 |
| Slika 7.9 | Ovisnost $\gamma_{15}, \gamma_{48}, \gamma_{26}, \gamma_{37}, \gamma_{16}, \gamma_{47} - 180^\circ, \gamma_{25}$ i $\gamma_{38} + 180^\circ$ o frekvenciji.....                         | 36 |

## POPIS OZNAKA

| Oznaka           | Jedinica               | Opis   |
|------------------|------------------------|--|
| $c_L$            | -                      | Koeficijent uzgona   |
| $f_s$            | Hz                     | Frekvencija odvajanja Von Karmanovih vrtloga                                   |
| $l$              | m                      | Duljina ruke prigušivača mjerena od središta vodiča do središta gumenog zgloba |
| $v$              | m/s                    | Brzina nastujavanja fluida okomito na uzdužnu os vodiča                        |
| $D$              | m                      | Promjer vodiča   |
| $E$              | J                      | Gubitak energije tijekom jednog ciklusa  |
| $F$              | N                      | Sila koja djeluje na ruku prigušivača  |
| $H_t$            | Nm/rad                 | Konstanta prigušenja   |
| $J$              | kgm <sup>2</sup>       | Dinamički moment tromosti  |
| $K_t$            | Nm/rad                 | Torzijska krutost  |
| $M$              | m/Ns                   | Mehanička mobilnost  |
| $Re$             | -                      | Reynoldosov broj   |
| $St$             | -                      | Strohaulov broj  |
| $Z$              | Ns/m                   | Mehanička impedancija  |
| $\alpha$         | rad                    | Fazni kut između vektora sile i vektora pomaka ruke                            |
| $\nu$            | St (m <sup>2</sup> /s) | Kinematička viskoznost fluida  |
| $\nu$            | -                      | Poissonov koeficijent  |
| $\varphi$        | rad                    | Kut zakreta ruke prigušivača   |
| $\dot{\varphi}$  | rad/s                  | Kutna brzina ruke prigušivača  |
| $\ddot{\varphi}$ | rad/s <sup>2</sup>     | Kutno ubrzanje ruke prigušivača  |
| $\Phi$           | m                      | Amplituda kuta zakreta ruke prigušivača  |
| $\Omega$         | rad/s                  | Kružna frekvencija ruke rastojnika prigušivača                                 |



## SAŽETAK

U radu je opisano što su to eolske vibracije i uzrok njihove pojave te njihov utjecaj na uže dalekovoda. Ukratko su opisani rastojnici-prigušivači, te njihove vrste i svojstva, kao i razlozi njihova korištenja. Definirani su pojmovi mehaničke mobilnosti i mehaničke impedancije. Opisana je i kompleksna matrica mehaničke mobilnosti i kompleksna matrica mehaničke impedancije, njihova svojstva te je uklatko prikazan postupak određivanja njenih komponenti. Također su definirane inercijske, elastične i prigušne karakteristike komponenti razmatranog rastojnika-prigušivača. Opisano je i određivanje konstante krutosti i konstante prigušenja gumenih zglobova, na temelju ispitivanja provedenih u tvrtki Dalekovod d.d. Izrađen je dinamički model rastojnika-prigušivača tipa „diamond“ u programu SimMechanics koji je sastavni dio programa Matlab, na temelju kojeg su, nakon izvršene simulacije, određeni elementi kompleksne matrice mehaničke mobilnosti razmatranog rastojnika prigušivača.

## SUMMARY

In this thesis effects of wind induced aeolian vibrations, on single and bundle overhead transmission line conductors are described. Driving-point and transfer mechanical impedance and mechanical mobility are described, as well as complex impedance and complex mobility matrix. Short description of both matrices elements is given. Characteristics of spacer-damper made by Dalekovod d.d. are also shortly described, as well as its stiffness and rubber element damping constants, whose characteristics are measured experimentally in Dalekovod d.d. In SimMechanics, which is a subprogram in Matlab software package, a numerical dynamic model of a diamond spacer-damper is made. After the simulation the complex impedance matrix is determined.

# 1 UVOD

U današnje vrijeme nezamislivo je živjeti bez električne energije, svi ju uzimamo zdravo za gotovo a da pritom ne razmišljamo sa kakvim se problemima susreću ljudi čiji je posao da nam osiguraju opskrbu i dostavu te iste energije. Jedan od problema su i eolske vibracije koje djeluju na vodiče dalekovoda a kojima je uzrok vjetar. Vjetar je najjednostavnije objasniti kao strujanje zračnih masa koje nastaju zbog razlike temperatura, odnosno tlakova. Zbog elektrotehničkih razloga vrlo je važno držati određeni razmak između vodiča u snopu dalekovoda. Rastojnik – prigušivač je dio opreme koja služi kako bi se osigurao potreban razmak između vodiča i kako bi se prigušile vjetrom uzrokovane (eolske) vibracije vodiča dalekovoda. Zbog ponekad nepristupačnosti i kompliciranosti izmjene bitno je da budu dugotrajni i dobro dimenzionirani. Ako ne spriječimo eolske vibracije na vodičima doći će do oštećenja vodiča i opreme i kao posljedica toga do prekida opskrbe električnom energijom što će izazvati velike gubitke, ne samo zbog gubitka energije kod potrošača, nego i zbog troškova sanacije. Za proračun eolskih vibracija snopa vodiča vrlo je važan podatak mehanička impedancija rastojnika – prigušivača. U ovom radu je prikazan postupak određivanja komponenata kompleksne matrice mehaničke impedancije rastojnika-prigušivača tipa „diamond“.

2. poglavlje ukratko opisuje eolske vibracije i njihov uzrok. U 3. poglavlju detaljnije se bavimo rastojnicima – prigušivačima, njihovom ulogom u prigušenju eolskih vibracija te tipovima rastojnika – prigušivača. 4. poglavlje je posvećeno mehaničkoj impedanciji i mehaničkoj mobilnosti te određivanju komponenata tih dviju matrica. U 5. poglavlju razmatrane su karakteristike zadanog rastojnika – prigušivača tipa „diamond“. U 6. poglavlju izrađen je numerički model u SimMechanics-u i dati su rezultati simulacije. 7. poglavlje posvećeno je matrici prijenosne mehaničke impedancije za zadani rastojnik prigušivač tipa „diamond“.

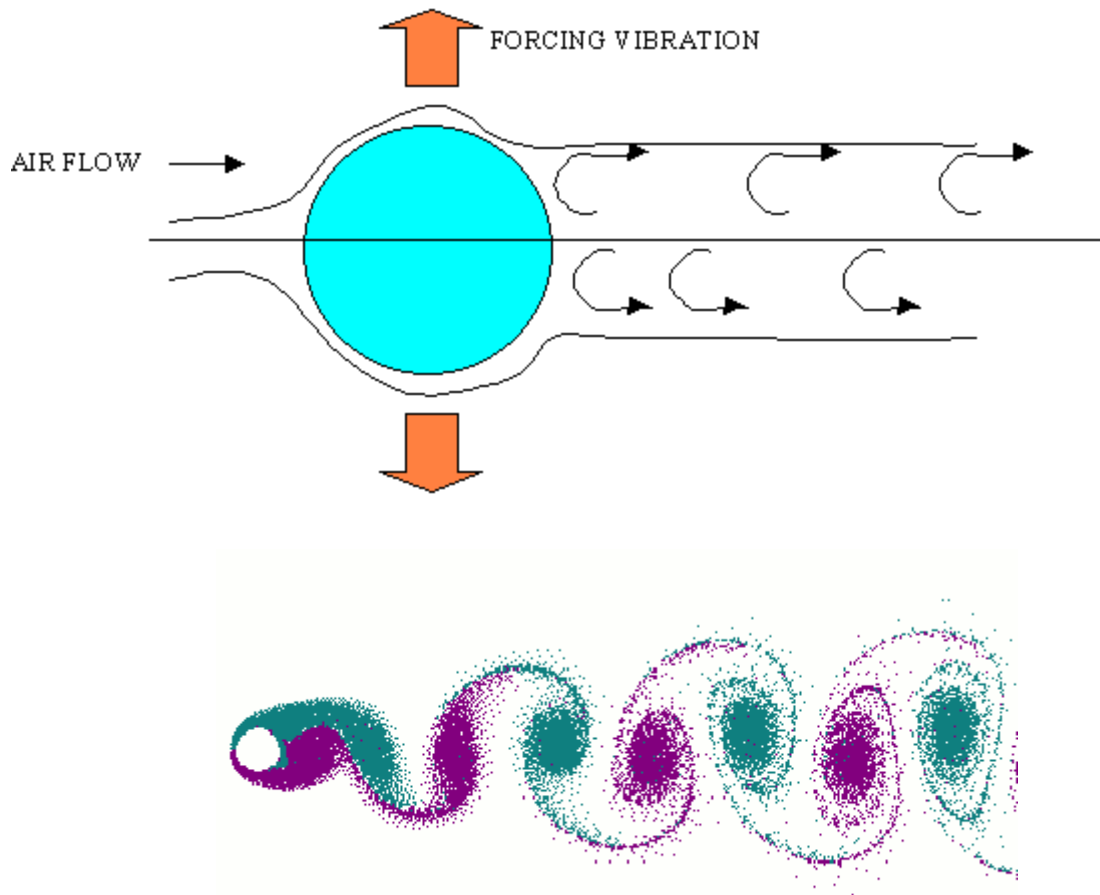
## 2 EOLSKE VIBRACIJE

Eolske vibracije nastaju kao posljedica strujanja vjetra okomitog na uzdužnu os užeta. Ime potječe od grčkog boga vjetra Eola. Problem analize eolskih vibracija je stohastična priroda vjetra, stoga analizi se pristupa sa približno srednjim vrijednostima i uz mnoga pojednostavljenja. Problemi eolskih vibracija se uglavnom rješavaju kombinacijom (uz analitičke parametre provode se i eksperimentalne provjere istih, te se nakon provedenih analiza provode korekcije u svrhu smanjenja grešaka). Problemu eolskih vibracija ozbiljnije se pristupilo nakon kolapsa mosta u Tacoma Narrowsu 1940. godine.



Slika 2.1 Urušavanje mosta u Tacoma Narrowsu [1]

Za razliku od prikazanih eolskih vibracija mosta amplitude eolskih vibracija dalekovoda su relativno malene i iznose svega nekoliko milimetara pa do jednog promjera užeta dalekovoda. Nastaju pri malim brzinama vjetra (1-7 m/s), ali i kod tako malih amplituda vibracija i brzina vjetra može doći do zamora materijala vodiča dalekovoda.



Slika 2.2 Von Karmanovi vrtlozi [2]

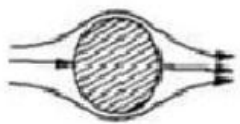



Usljed stacionarnog laminarnog strujanja vjetra dolazi do stvaranja tzv. Karmanovih vrtloga. Ovisno o Reynoldsovom broju mijenja se oblik nastalih vrtloga. Odvajanje zračnih vrtloga javlja se kod realnih fluida kao posljedica trenja (viskoznosti fluida). Prilikom nasturjavanja zbog razlike u tlakovima ispred i neposredno iza nasturjavanog tijela dolazi do toga da se čestice iza tijela počinju gibati u suprotnom smjeru kao posljedica visokih vanjskih tlakova, te tako nastaju vrtlozi koji se odvajaju od graničnog sloja oko tijela i otputuju zajedno sa strujom fluida stvarajući vrtložni trag.

Reynoldsov broj definiran je jednažbom :

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad (2.1)$$

gdje je  $v$  brzina nastujavanja fluida,  $D$  je promjer vodiča, a  $\nu$  kinematička viskoznost fluida. Iza cilindričnog tijela se mogu stvoriti pravilno naizmjenično raspoređeni Von Karmanovi vrtlozi suprotnih orijentacija. To područje zove se trag Von Karmanovih vrtloga (slika 2.2).

Do vrijednosti  $Re = 300$  trag je prepoznatljiv, a pri većim iznosima nastaje turbulentno strujanje i nije moguće raspoznati trag. Ovisnost traga Von Karmanovih vrtloga ovisno o broju prikazana je na slici 2.3

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|    | $Re < 5$   | strujanje bez otkidanja Karmanovih vrtloga        |  |
|   | $5 \leq Re < 40$   | pojava prvih vrtloga, bez periodičkog otkidanja   |  |
|  | $40 \leq Re < 90$  | otkidanje Karmanovih vrtloga, laminarno strujanje |  |
|   | $90 \leq Re < 150$   | otkidanje Karmanovih vrtloga, laminarno strujanje |  |
|  | $150 \leq Re < 300$  | prijelaz iz laminarnog u turbulentno strujanje    |  |
|   | $300 \leq Re < 3(10^5)$  | trag Karmanovih vrtloga je potpuno turbulentan    |  |
| $3(10^5) \leq Re < 3.5(10^6)$   | prestaje otkidanje Karmanovih vrtloga a u tragu Karmanovih vrtloga nema pravilnog uzorka | $3.5(10^6) \leq Re$                               | pojava traga Karmanovih vrtloga, turbulentno strujanje |

Slika 2.3 Trag Von Karmanovih vrtloga ovisno o Reynoldsovom broju [5]

Veličina koja opisuje otkidanje graničnog sloja od tupog tijela zove se Strouhalov broj koji se računa prema (2.2) [3]

$$S_t = \frac{f_s \cdot D}{v} \quad (2.2)$$

gdje je :

$v$  – brzina strujanja fluida okomito na uzdužnu os vodiča,

$D$  – promjer vodiča,

$f_s$  – frekvencija otkidanja vrtloga.

Strouhalov broj je pri višim vrijednostima Reynoldsovog broja konstantan, a za okvirnu vrijednost uzima se  $S_t = 0,19$  do  $0,22$

Kako je već rečeno, zbog razlike tlakova na stranama tijela, nastaje rezultantna sila gotovo okomita na smjer strujanja, i upravo su najveće amplitude vibracija okomite na smjer strujanja fluida. U jednom ciklusu odvoji se po jedan vrtlog sa svake strane, pa se frekvencija uzbude sile poklapa sa frekvencijom okidanja vrloga s tijela. Zbog geometrije, i načina odvajanja vrloga, rezultantna sila nije čisto okomita na smjer strujanja fluida, već je prisutna i komponenta paralelna sa smjerom strujanja fluida.

Sile u pravcu strujanja mjenjaju se frekvencijom dvostrukom od one odvajanja vrloga s tijela. To je posljedica što se vrtlozi okidaju samo sa stražnje strane (u približno vertikalnom smjeru). Stoga horizontalna uzbudna sila dva puta promjeni smjer, te je to razlog zašto frekvencija horizontalne uzbudne sile dvostruko veća od frekvencije vertikalne uzbudne sile. Procjene amplitude vibracija u smjeru strujanja iznose oko  $0,2$  do  $0,5D$ ; gdje je  $D$  promjer cilindra, dok se kod vibracija poprečnih na smjer strujanja, amplitude mogu kretati u iznosima i do  $1,5D$ .

Periodična sila koja djeluje na mirujući cilindar iznosi [4] :

$$F_t = \frac{1}{2} \rho D l v^2 c_L \sin(2\pi f_s t) \quad (2.3)$$

gdje je :

$v$  – brzina strujanja fluida okomito na uzdužnu os vodiča,

$D$  – promjer vodiča,

$f_s$  – frekvencija

$l$  – duljina cilindra,

$\rho$  – gustoća fluida,

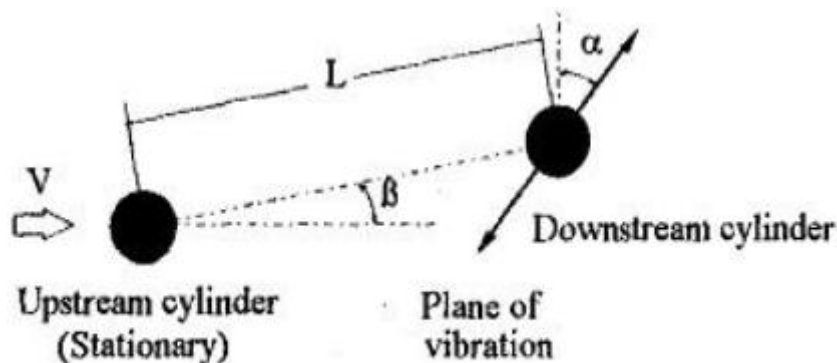
$c_L$  – koeficijent uzgona.

Za cilindar koji harmonijski vibrira u struji fluida s frekvencijom  $f$  i amplitudom  $A$  okomito na smjer stujanja fluida periodična sila koja djeluje na cilindar definirana je kao [4] :

$$F_t = \frac{1}{2} \rho D l v^2 \cdot c_L(a, r) \cdot \sin(2\pi f_s t) + \varphi(a, r) \quad (2.4)$$

koeficijent uzgona,  $c_L(a, r)$  i fazni kut  $\varphi(a, r)$  između aerodinamičke sile i pomaka cilindra su funkcije omjera  $a=A/D$  i  $r=f/fs$ . Omjer  $A/D$  naziva se bezdimenzijska ili relativna amplituda vibracija. Snaga koju aerodinamičke sile unose u sustav pozitivna je za vrijednosti  $0,9 < r < 1,3$  i  $0 < a < 1$ , dok je za ostale vrijednosti ta snaga negativna, tj. radi se o aerodinamičkom prigušenju vibracija.

Kod snopa užadi rezultantne sile su drugačije i ponašanje užadi se mijenja zbog utjecaja privjetrinskog užeta na zavjetrinsko. Ponašanje će ovisiti o mnogim faktorima, kao što su udaljenost cilindara u odnosu na promjer, njihov međusobni kut itd. (slika 2.4).

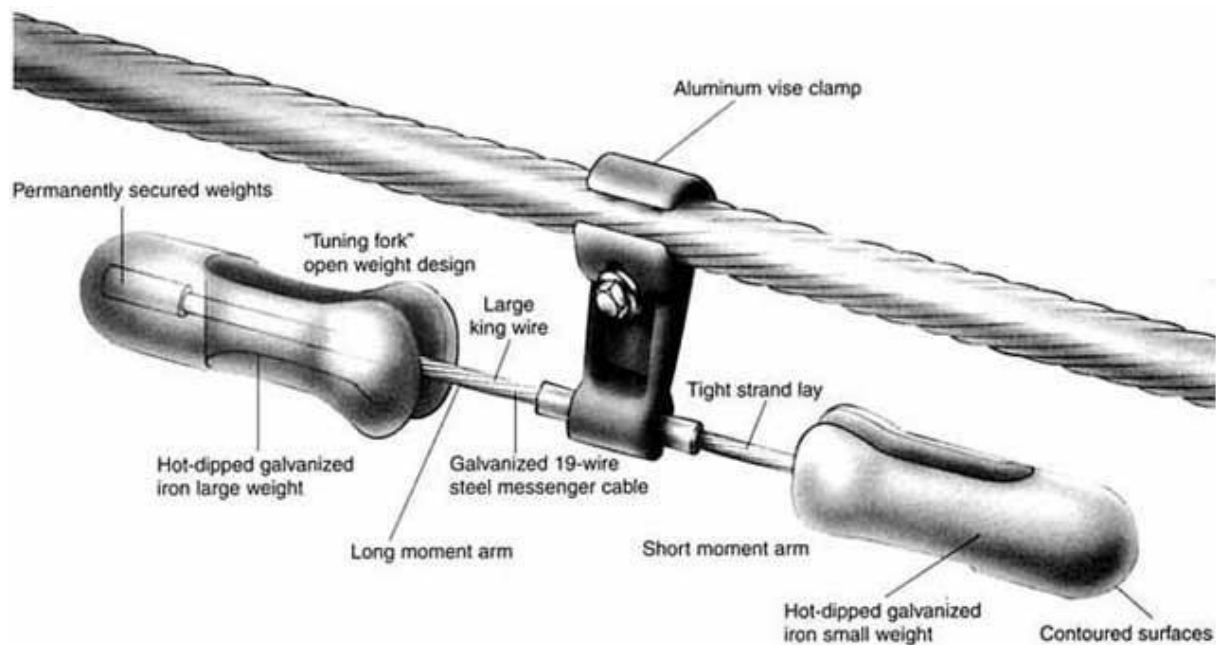


Slika 2.4 Primjer modela za ispitivanje snopa užadi [4]



### 3 RASTOJNICI – PRIGUŠIVAČI

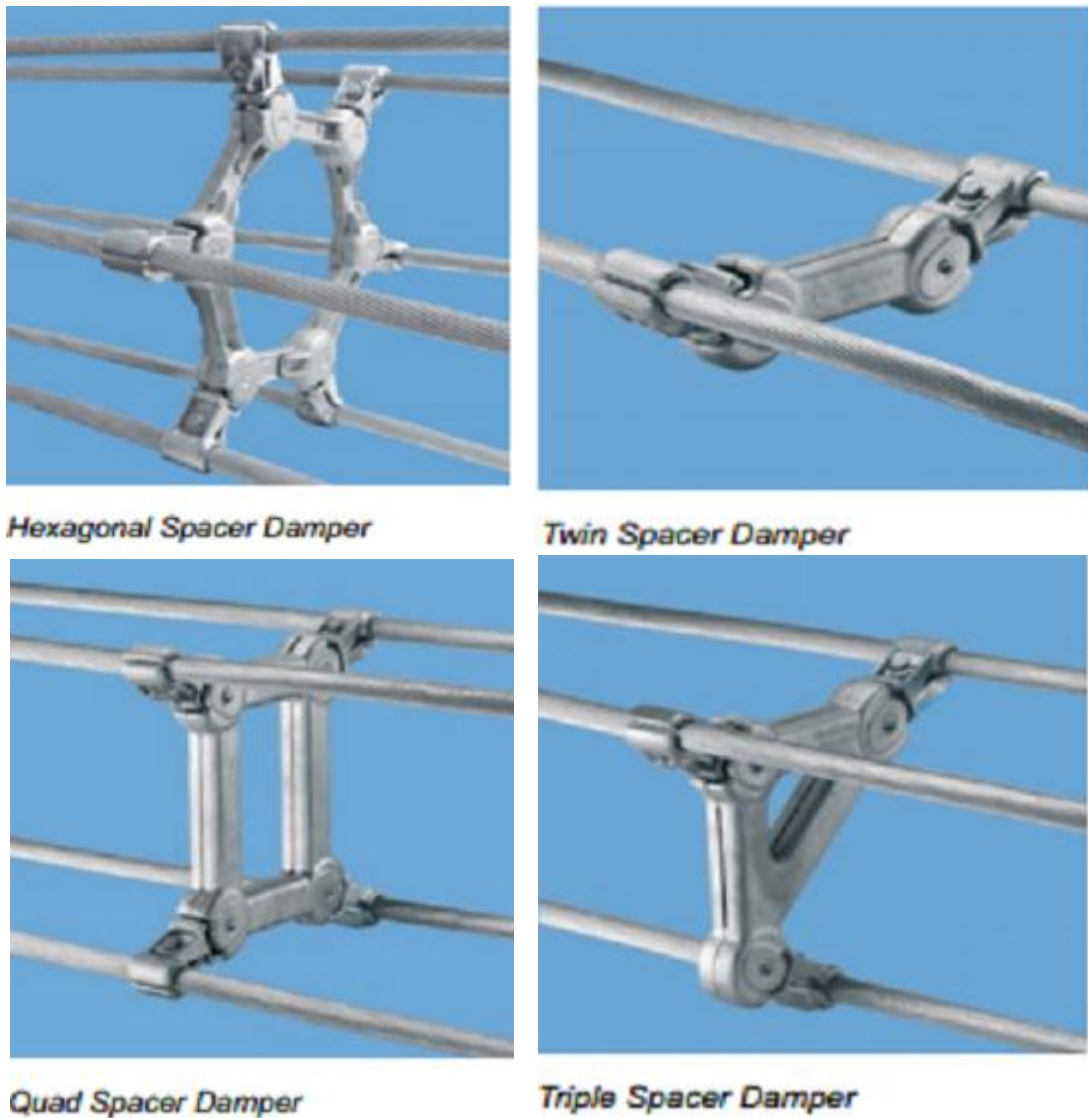
Rastojnici – prigušivači se koriste kod snopova vodiča dalekovoda kako bi održali razmak između istih. Ti snopovi vodiča podložni su eolskim vibracijama koje moramo spriječiti. Za to služe gumeni elementi u rastojniku kojima se postiže prigušenje vibracija. Prigušni elementi sprječavaju raspirivanje vibracija unutar pojedinih podraspona, te ih ravnomjerno raspoređuju duž vodiča. Posebno osjetljiva mjesta su spojevi stezaljki i vodiča, gdje su moguća velika naprezanja uslijed vibracija i kao posljedica toga lom vodiča. Na tim mjestima prigušni elementi uvelike pomažu jer sprječavaju naprezanja na jednom mjestu. Prigušivači tipa Stockbridge (slika 3.1) pokazali su se kao dobro rješenje u sprječavanju vibracija samostalnih vodiča, ali oni se zbog ekonomskih razloga rijetko koriste kod snopa vodiča.



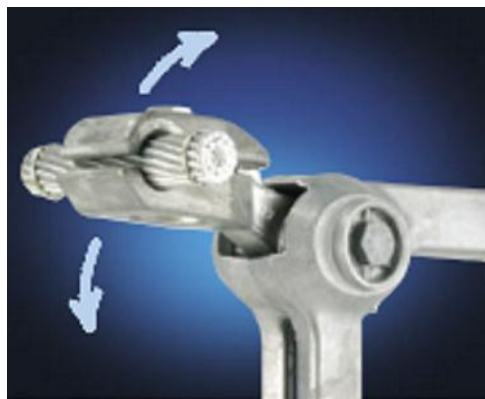
Slika 3.1 Stockbridge prigušivač [6]

Svrha rastojnika je da svojom geometrijom održavaju razmak između vodiča, a gumenim elementima u zglobovima postiže se prigušenje vibracija. Gumeni elementi smanjuju krutost rastojnika-prigušivača i time smanjuju naprezanja vodiča uz stezaljke rastojnika-prigušivača. Današnji rastojnici prigušivači najčešće se izrađuju od krutog aluminijskog djela i nekoliko ruku sa stezaljkama, ovisno o vrsti snopa vodiča, tj. broju vodiča u snopu. Rastojnik prigušivač djeluje na način da se usred gibanja vodiča, ruke rastojnika pomiču i djelovanjem prigušnog elementa u zglobovima, dolazi do disipacije dijela energije, smanjujući amplitude eloskih vibracija, tj. zadržavajući vibracije u dozvoljenim granicama. Proizvođača rastojnika je mnogo, a neki od njih su Pfisterer, AFL, PLP (Preformed line products) Ribe Electrical Fittings GmbH itd. U Hrvatskoj posebno se ističe tvrtka Dalekovod d.d.

Optimizacija tipa, broja i položaja rastojnika-prigušivača unutar raspona vrši se s obzirom na problem vjetrom uzrokovanih vibracija: eolskih vibracija i oscilacija podraspona. Različiti tipovi rastojnika-prigušivača prikazani su na slici 3.2.

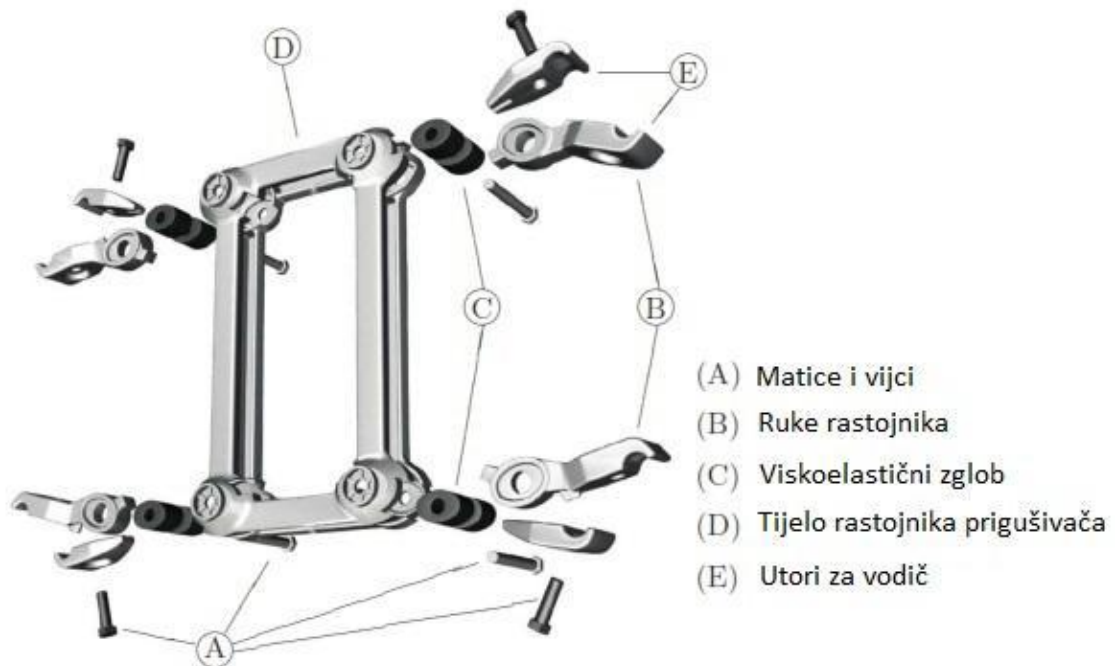


Slika 3.2 Različiti tipovi rastojnika – prigušivača (ovisno o broju vodiča u snopu) [7]



Slika 3.3 Gibnje ruke rastojnika – prigušivača [8]

Tipični osnovni elementi rastojnika prigušivača (rastojnik prigušivač sa 4 ruke) prikazani su na slici 3.4, proizvođač *Ribe Electrical Fittings GmbH*



**Slika 3.4 Dijelovi rastojnika – prigušivača [9]**

Kod konstruiranja rastojnika – prigušivača velika se pozornost posvećuje gumenom zglobu. Veća krutost gumenog zgloba, tj. prigušnog elementa smanjuje velike amplitude pomaka ruku rastojnika, ali postoji i uvjet da viskoelastični zglobovi moraju biti u toj mjeri elastični da su sposobni spriječiti velike deformacije vodiča uz stezaljke rastojnika – prigušivača. Povećanje mase rastojnika-prigušivača pogoduje sprječavanju eolskih vibracija i pri niskim frekvencijama, a kod nekih slučajeva kao što je rastojnik sa dvije ruke dodaju se ekscentrične mase s ciljem povećanja mase i momenta tromosti.



**Slika 3.5 Polimerni dijelovi zgloba [10]**

U ovom radu razmatramo mehaničke karakteristike te mehaničku impedanciju rastojnika-prigušivača tipa „diamond“. Na slikama 3.6 i 3.7 prikazan je takav rastojnik-prigušivač.

4.1



4.2



*Diamond Spacer Damper*

Slika 3.6 Rastojnik prigušivač tipa „diamond“ [7]

## 4 MEHANIČKA IMPEDANCIJA I MOBILNOST

### 4.1 Definicija mehaničke impedancije, mehaničke mobilnosti i osnovni dijelovi idealnih mehaničkih sustava

Kod harmonijskih vibracija linearnih vibracijskih sustava mehanička impedancija  $Z$  omjer je kompleksne amplitude sile  $F_0$  koja djeluje na sustav i kompleksne amplitude brzine  $v_0$  sustava. Mehanička mobilnost sustava  $M$  recipročna je vrijednost mehaničkoj impedanciji. [11]

Razmotrimo sinusnu silu  $F$  kojoj je amplituda  $F_0$  a vršna frekvencija  $\omega$ :

$$F = F_0 e^{j\omega t} \quad (4.1)$$

Utjecaj ove sile na linearni mehanički sustav rezultira brzinom  $v$  :

$$v = v_0 e^{j(\omega t + \phi)} \quad (4.2)$$

gdje je :

$v_0$  – amplituda brzine  
 $\phi$  – fazni kut između sile  $F$  i brzine  $v$ .

Sada po definiciji mehanička impedancija  $Z$  sustava je :

$$Z = \frac{F_0}{v_0} \quad (4.3)$$

a mehanička mobilnost  $M$  je recipročna vrijednost mehaničkoj impedanciji  $Z$ , pa stoga izraz za mehaničku mobilnost  $M$  glasi :

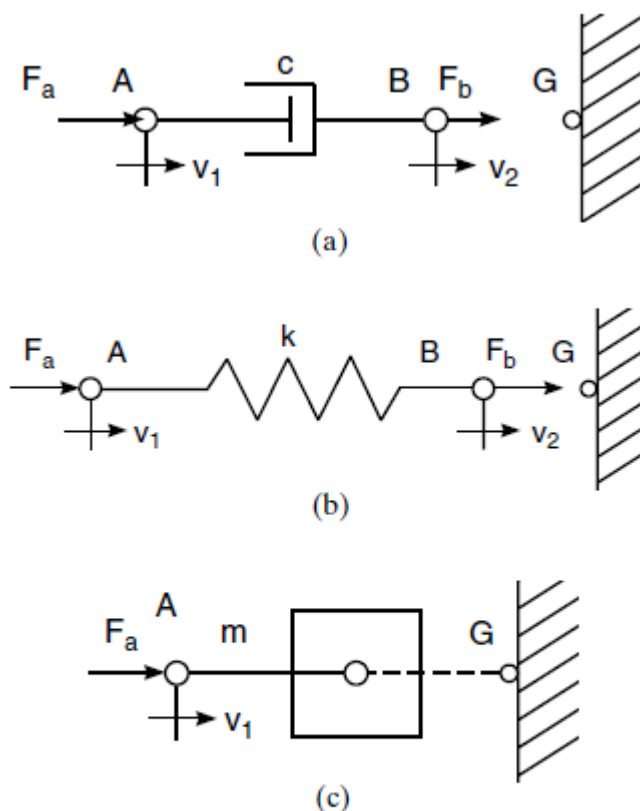
$$M = \frac{v_0}{F_0} \quad (4.4)$$

Idealne mehaničke sustave predstavljamo kombinacijom osnovnih mehaničkih modela sklopljenih tako da tvore linearni mehanički sustav. Ti osnovni elementi su *viskozni prigušivači*, *linearne opruge* i *mase*. U stvarnosti karakteristike realnih *masa*, *opruga* i *prigušivača* se razlikuju od onih u idealnim slučajevima po dvije stvari :

**1.** *Opruga* može biti nelinearna, *masa* se može plastično deformirati a sila u *prigušivaču* nije uvijek proporcionalna brzini

**2.** Svi materijali imaju masu, stoga idealna *opruga* ili *prigušivač* ne postoje. Neke opružne karakteristike su prisutne u svim elementima. Energija se u sustavu može disperzirati na nekoliko načina : trenje, akustična radijacija, histereza itd.

Formule koje slijede u ovom poglavlju (4.1) preuzete su iz literature na engleskom jeziku pa su i oznake koje se koriste standardne za englesko govorno područje.



**FIGURE 10.1** Schematic representations of basic mechanical elements. (a) An ideal mechanical resistance. (b) An ideal spring. (c) An ideal mass.

**Slika 4.1** Osnovni mehanički elementi [11]

VISKOZNI PRIGUŠIVAČ – uređaj gdje je relativna brzina između krajnjih točaka proporcionalna sili u krajnjim točkama.

--- npr. amortizer – sila koja se odupire relativnom gibanju između klipa i cilindra posljedica je viskoznog trenja

--- idealni otpornik je bestežinski, krut element.

$$v = (v_1 - v_2) = \frac{F_a}{c} \quad (4.5)$$

$c$  – konstanta viskoznog prigušenja

Mehanička impedancija prigušivača je ustvari vrijednost konstante viskoznog prigušenja  $c$  :

$$Z_c = \frac{F}{v} = c \quad (4.6)$$

pa je analogno tome mehanička mobilnost :  $M_c = \frac{v}{F} = \frac{1}{c}$  (4.7)

OPRUGE – linearna opruga je uređaj gdje je relativni pomak između krajnjih točaka proporcionalan primijenjenoj sili :

$$x_1 - x_2 = \frac{F_a}{k} \quad (4.8)$$

$x_1, x_2$  – pomaci u odnosu na nepomičnu točku G

$k$  – krutost opruge, a možemo ju opisati i kao popustljivost opruge.

Opruga prenosi primijenjenu silu tako da je  $F_a = F_b$ . Impedancije opruge je :

$$Z_k = \frac{-jk}{\omega} \quad (4.9)$$

MASA – u slučaju idealne mase ubrzanje  $\ddot{x}$  krutog tijela je proporcionalno primijenjenoj sili

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_a}{m} \quad (4.10)$$

Sila  $F_a$  je potrebna da masi da ubrzanje  $\ddot{x}$ , a sila  $F_b$  je sila koja se prenosi do referentne točke G

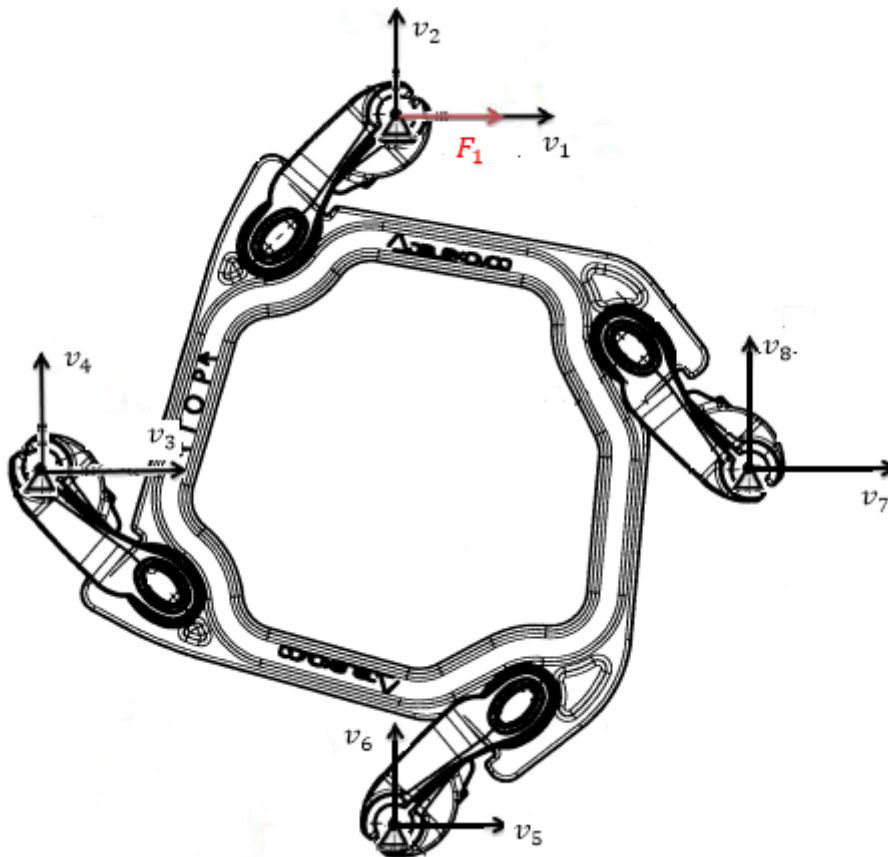
$$Z_m = j\omega m \quad , \quad M_m = \frac{1}{j\omega m} \quad (4.11)$$

## 4.2 Matrica mehaničke mobilnosti

Ako u vibracijskom sustavu odaberemo  $n$  kontrolnih čvorova, te tim čvorovima pridružimo brzine ( $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$ ) i sile ( $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ ) dobijemo kompleksnu matricu mobilnosti sa  $n \times n$  članova. Vrijedi da je  $\mathbf{v} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{F}$ , što možemo zapisati u obliku

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & \dots & \dots & M_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Elementi matrice  $\mathbf{M}$  su kompleksne veličine, tj. imaju apsolutnu vrijednost i fazni kut. Primjer matrice mehaničke mobilnosti i postupak određivanja elemenata matrice mehaničke mobilnosti dan je na slici 4.2 i jednadžbom 4.12



Slika 4.2 Određivanje mehaničke mobilnosti rastojnika – prigušivača tipa „diamond“  
[12]



Matrica gore prikazanog rastojnika-prigušivača ima oblik :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} & M_{18} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} & M_{28} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} & M_{37} & M_{38} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & M_{46} & M_{47} & M_{48} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & M_{56} & M_{57} & M_{58} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & M_{66} & M_{67} & M_{68} \\ M_{71} & M_{72} & M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & M_{77} & M_{78} \\ M_{81} & M_{82} & M_{83} & M_{84} & M_{85} & M_{86} & M_{87} & M_{88} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Brzina  $v_1$  dobije se izrazom :

$$v_1 = M_{11}F_1 + M_{12}F_2 + M_{13}F_3 + M_{14}F_4 + M_{15}F_5 + M_{16}F_6 + M_{17}F_7 + M_{18}F_8 \quad (4.14)$$

$$v_2 = M_{21}F_1 + M_{22}F_2 + M_{23}F_3 + M_{24}F_4 + M_{25}F_5 + M_{26}F_6 + M_{27}F_7 + M_{28}F_8 \quad (4.15)$$

$$v_3 = M_{31}F_1 + M_{32}F_2 + M_{33}F_3 + M_{34}F_4 + M_{35}F_5 + M_{36}F_6 + M_{37}F_7 + M_{38}F_8 \quad (4.16)$$

$$v_4 = M_{41}F_1 + M_{42}F_2 + M_{43}F_3 + M_{44}F_4 + M_{45}F_5 + M_{46}F_6 + M_{47}F_7 + M_{48}F_8 \quad (4.17)$$

$$v_5 = M_{51}F_1 + M_{52}F_2 + M_{53}F_3 + M_{54}F_4 + M_{55}F_5 + M_{56}F_6 + M_{57}F_7 + M_{58}F_8 \quad (4.18)$$

$$v_6 = M_{61}F_1 + M_{62}F_2 + M_{63}F_3 + M_{64}F_4 + M_{65}F_5 + M_{66}F_6 + M_{67}F_7 + M_{68}F_8 \quad (4.19)$$

$$v_7 = M_{71}F_1 + M_{72}F_2 + M_{73}F_3 + M_{74}F_4 + M_{75}F_5 + M_{76}F_6 + M_{77}F_7 + M_{78}F_8 \quad (4.20)$$

$$v_8 = M_{81}F_1 + M_{82}F_2 + M_{83}F_3 + M_{84}F_4 + M_{85}F_5 + M_{86}F_6 + M_{87}F_7 + M_{88}F_8 \quad (4.21)$$

Budući da su za slučaj na slici 4.2 sile  $F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7$  i  $F_8 = 0$ , izrazi od (4.14) do (4.21) poprimaju oblik :

$$\begin{aligned} v_1 &= M_{11} \cdot F_1, & v_2 &= M_{21} \cdot F_1, & v_3 &= M_{31} \cdot F_1, & v_4 &= M_{41} \cdot F_1, & v_5 &= M_{51} \cdot F_1, \\ v_6 &= M_{61} \cdot F_1, & v_7 &= M_{71} \cdot F_1, & v_8 &= M_{81} \cdot F_1 \end{aligned} \quad (4.22)$$

tj. mobilnosti su : (4.23)

$$M_{11} = \frac{v_1}{F_1}, M_{21} = \frac{v_2}{F_1}, M_{31} = \frac{v_3}{F_1}, M_{41} = \frac{v_4}{F_1}, M_{51} = \frac{v_5}{F_1}, M_{61} = \frac{v_6}{F_1}, M_{71} = \frac{v_7}{F_1}, M_{81} = \frac{v_8}{F_1}$$

Postupak se ponovi za sve sile ( u slučaju rastojnika – prigušivača sa slike 4.2 imamo osam sila. )

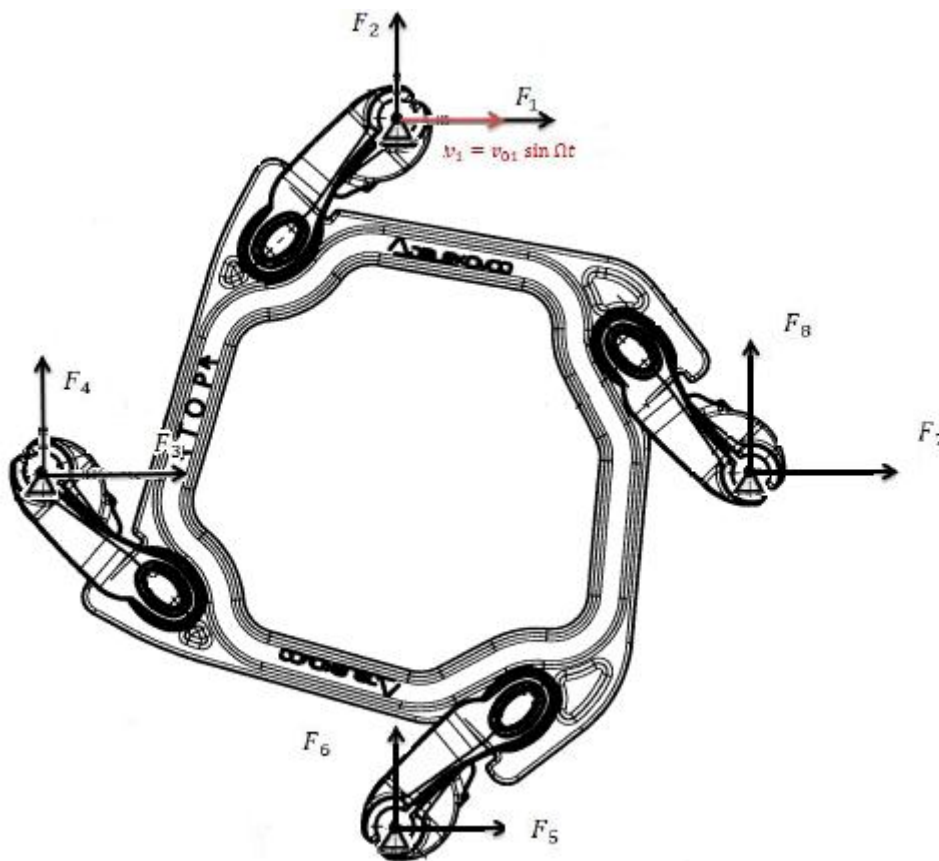
Zbog problema prilikom direktnog određivanja mobilnosti matrica mobilnosti je određena indirektno inverzijom matrice impedancije.

### 4.3 Matrica mehaničke impedancije

Ako u vibracijskom sustavu odaberemo  $n$  kontrolnih čvorova, te tim čvorovima pridružimo brzine ( $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$ ) i sile ( $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ ) dobijemo kompleksnu matricu impedancije sa  $n \times n$  članova. Vrijedi da je  $\mathbf{F} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{v}$ , što možemo zapisati u obliku

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Elementi matrice  $\mathbf{Z}$  su kompleksne veličine, tj. imaju apsolutnu vrijednost i fazni kut. Primjer matrice mehaničke impedancije i postupak određivanja elemenata matrice mehaničke mobilnosti dan je na slici 4.3 i jednačbom 4.24.



Slika 4.3 Određivanje mehaničke impedancije rastojnika – prigušivača tipa „diamond“  
[12]





Koordinate točkica  $A_1, A_2, A_3$  i  $A_4$  (u globalnom koordinatnom sustavu  $z-y$ ):

$$y_{A1} = 0 \text{ mm} \quad y_{A2} = -282,843 \text{ mm} \quad y_{A3} = 282,843 \text{ mm} \quad y_{A4} = 0 \text{ mm}$$

$$z_{A1} = 282,843 \text{ mm} \quad z_{A2} = 0 \text{ mm} \quad z_{A3} = 0 \text{ mm} \quad z_{A4} = -282,843 \text{ mm}$$

Koordinate točkica  $B_1, B_2, B_3$  i  $B_4$  (u globalnom koordinatnom sustavu  $z-y$ ):

$$y_{B1} = -97,227 \text{ mm} \quad y_{B2} = -189,151 \text{ mm} \quad y_{B3} = 185,616 \text{ mm} \quad y_{B4} = 93,692 \text{ mm}$$

$$z_{B1} = 189,151 \text{ mm} \quad z_{B2} = -97,227 \text{ mm} \quad z_{B3} = 93,692 \text{ mm} \quad z_{B4} = -185,616 \text{ mm}$$

Koordinate točkica  $T$  (u lokalnom koordinatnom sustavu  $z_1 - y_1$ ):

$$y_T = 48,6451 \text{ mm} \quad , \quad z_T = 2,1212 \text{ mm}$$

Karakteristike ruke rastojnika – prigušivača u lokalnom koordinatnom sustavu ( $y_1, z_1$ )

*Materijal tijela* : aluminijaska legura

*Masa* :  $m = 0,779 \text{ kg}$

*Položaj težišta* :  $x = 0 \text{ mm}$

$$y = 48,6451 \text{ mm (udaljenost } \overline{AT} \text{ na slici 5.2)}$$

$$z = 2,1212 \text{ mm}$$

*Moment tromosti oko težišta* :  $J_T = 0,002 \text{ kgm}^2$

Karakteristike tijela rastojnika – prigušivača :

*Materijal tijela* : aluminijaska legura

*Masa* :  $m = 2,49 \text{ kg}$

*Položaj težišta* :  $x = 0,003 \text{ mm}$

$$y = -0,432 \text{ mm}$$

$$z = -9,865 \text{ mm}$$

*Momenti tromosti* :

$$J_x = 0,106 \text{ kgm}^2 \quad J_y = 0,053 \text{ kgm}^2 \quad J_z = 0,053 \text{ kgm}^2$$

$$J_{xy} = -1,148 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$$

$$J_{xz} = -3,139 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2 \quad J_{yz} = -6,388 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

## 5.2 Određivanje konstante krutosti i prigušenja gumenog elementa

Rastojnik prigušivač mora zadovoljavati određene propisane norme. Norme propisuje Međunarodno elektrotehničko povjerenstvo (IEC - International Electrotechnical Commission). Za ispitivanje rastojnika prigušivača važeća je norma IEC 61854, koja je namjenjena za potvrdu karakteristika koje je naveo proizvođač. Izvadak iz norme s tablicom mogućih načina ispitivanja dan je na slici 5.3.

| Clause | Test   | Spacer damper   |                 |              | Flexible spacer |                 |              | Rigid spacer    |                 |              |
|--------|--|-----------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|
|        |  | Type test       | Sample test     | Routine test | Type test       | Sample test     | Routine test | Type test       | Sample test     | Routine test |
| 7.1    | Visual examination   | X               | X               | O            | X               | X               | O            | X               | X               | O            |
| 7.2    | Verification of dimensions, material and mass                            | X               | X               | O            | X               | X               | O            | X               | X               | O            |
| 7.3    | Corrosion protection tests   | X <sup>1)</sup> | X <sup>1)</sup> |              | X <sup>1)</sup> | X <sup>1)</sup> |              | X <sup>1)</sup> | X <sup>1)</sup> |              |
| 7.4    | Non-destructive tests  | O               | O               | O            | O               | O               | O            | O               | O               | O            |
| 7.5    | <b>Mechanical tests</b>  |                 |                 |              |                 |                 |              |                 |                 |              |
| 7.5.1  | - clamp slip tests   | X               | O               |              | X               | O               |              | X               | O               |              |
| 7.5.2  | - breakaway bolt test  | X               | X               |              | X               | X               |              | X               | X               |              |
| 7.5.3  | - clamp bolt tightening test   | X               | X               |              | X               | X               |              | X               | X               |              |
| 7.5.4  | - simulated short-circuit current test and compression and tension tests | X               | O               |              | X               | O               |              | X               | O               |              |
| 7.5.5  | - characterisation of the elastic and damping properties                 | X               | O               |              | O               | O               |              |                 |                 |              |
| 7.5.6  | - flexibility tests  | X               | O               |              | X               | O               |              |                 |                 |              |
| 7.5.7  | - fatigue tests  | X               |                 |              | O               |                 |              |                 |                 |              |
| 7.6    | <b>Tests to characterise elastomers</b>                                  | X               | O               |              | X <sup>1)</sup> | O <sup>1)</sup> |              |                 |                 |              |
| 7.7    | <b>Electrical tests</b>  |                 |                 |              |                 |                 |              |                 |                 |              |
| 7.7.1  | - corona and radio interference voltage (RIV) tests                      | X               |                 |              | X               |                 |              | X               |                 |              |
| 7.7.2  | - electrical resistance test   | X               | O               |              | X <sup>1)</sup> | O <sup>1)</sup> |              | O <sup>1)</sup> |                 |              |
| 7.8    | <b>Verification of vibration behaviour of the bundle/spacer system</b>   |                 |                 |              |                 |                 |              |                 |                 |              |
| D.2    | - aeolian vibration  | O               |                 |              | O <sup>2)</sup> |                 |              |                 |                 |              |
| D.3    | - subspan oscillation  | O               |                 |              | O               |                 |              |                 |                 |              |

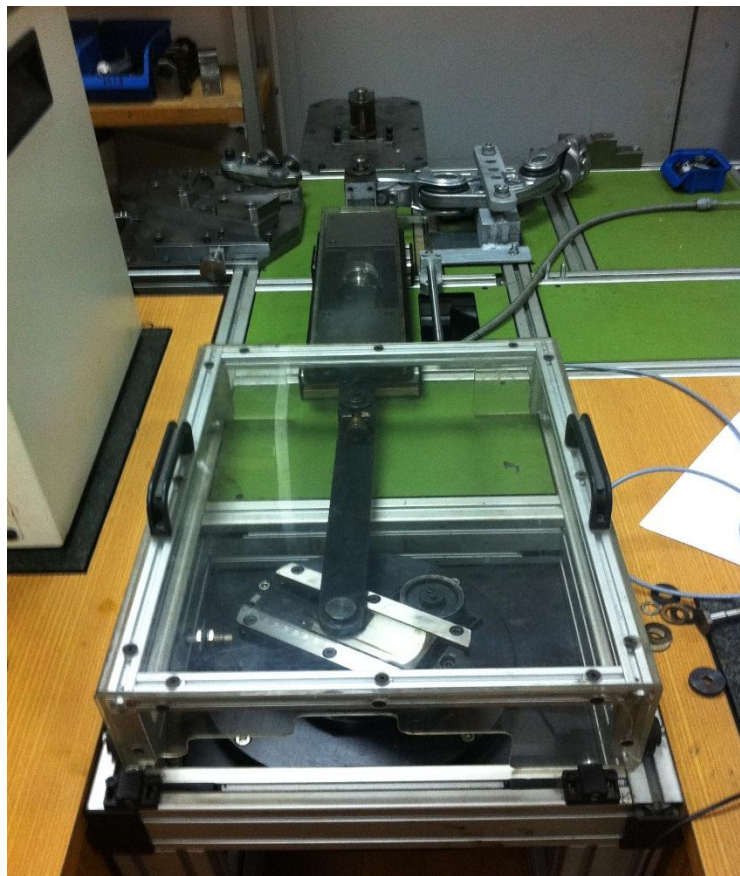
<sup>1)</sup> If applicable.

<sup>2)</sup> When used in conjunction with vibration dampers.

NOTE – The supplier should state in the tender quality plan, or other tender documentation, which testing is already complete (i.e: which type test) and which tests (sample or routine) are included in the tender, subject to the approval or change required by the purchaser.

Slika 5.3 Izvadak iz norme [13]

Uz inercijske karakteristike tijela i ruku rastojnika prigušivača, za određivanje mehaničke impedancije potrebno je poznavati konstantu krutosti i konstantu prigušenja gumenih zglobova. U Laboratoriju za kemijska i elektromehanička ispitivanja – Dalekovid d.d., izvršeno je ispitivanje rastojnika prigušivača po normi IEC 61854. Rezultati ispitivanja prikazani su u nastavku.



**Slika 5.4 Uredaj za ispitivanje konstantne krutosti i konstante prigušenja zgloba rastojnika – prigušivača [14]**

Ispitivanje se vrši pomoću uređaja koji je prikazan na slici 5.4. Ispitivanje je provedeno za svaku ruku zasebno. Tijelo rastojnika prigušivača se učvrsti, a na ruku, u čiju je stezaljku stavljeno cilindrično tijelo koje odgovara promjeru vodiča, djeluje oscilirajuća sila, zbog koje kut zakreta ruke ima oblik sinusne funkcije :

$$\varphi = \phi \sin \Omega t \quad (5.1)$$

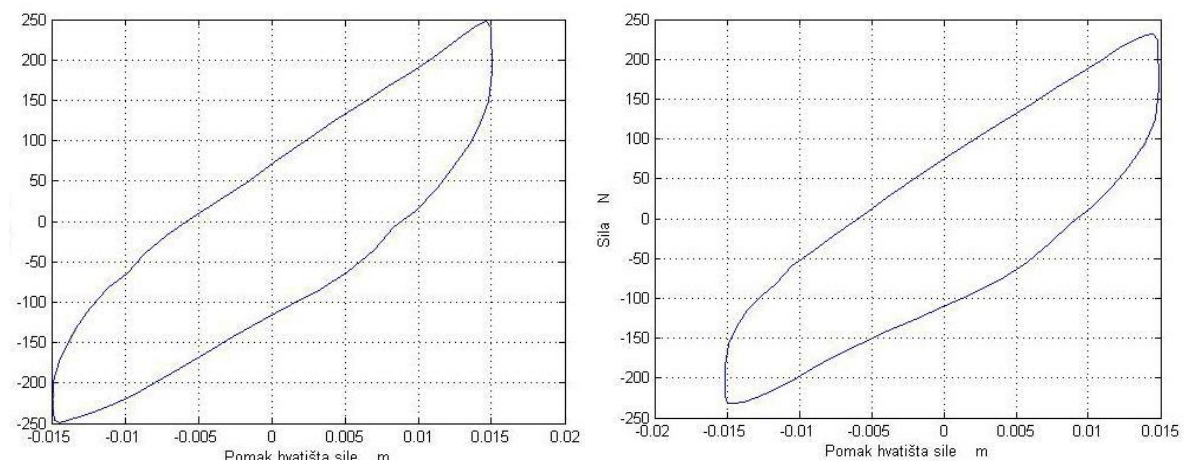
gdje je :

$\Omega$  – kružna frekvencija uzbude,

$\varphi$  – kut zakreta ruke,

$\phi$  – amplituda zakreta ruke.

Vrijednost sile  $f$  dobije se pomoću senzora sile, a sila djeluje na ruku rastojnika prigušivača u ravnini okomitoj na uzdužnu os cilindričnog tijela. Uvrštavanjem podataka dobivenih tijekom opterećenja i rasterećenja u dijagram sila-pomak (slika 5.5.), dobiva se petlja histereze koja je potrebna za dobivanje faznog kuta  $\alpha$  između vektora uzbudne sile i vektora pomaka. Površina koju zatvara petlja histereze tijekom jednog ciklusa predstavlja gubitak energije tijekom jednog ciklusa



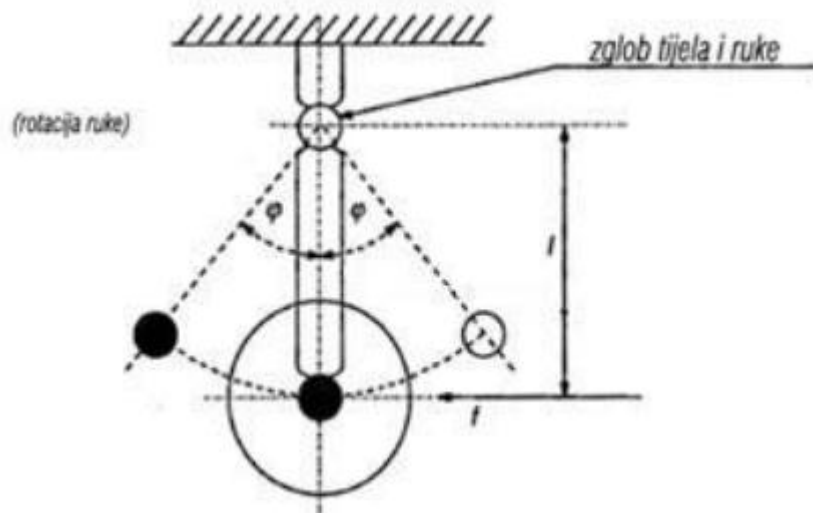
**Slika 5.5 Petlja histereze gumenog elementa a) lijeva ruka; b) desna ruka [14]**

Gubitak energije izražen površinom petlje histereze određen je prema normi IEC 61854 kao :

$$E = \int_0^{2\pi} f \cdot l \cdot d\varphi = \int_0^{2\pi} f \cdot l \cdot \frac{d\varphi}{dt} dt \quad (5.2)$$

Ispitivanje je provedeno na frekvenciji od 2 Hz i amplitudi pomaka od 15 mm. Shema ispitivanja prema normi dana je na slici 5.6.





Slika 5.6 Shema prema normi IEC 61854 [13]

Ako uzmemo da je  $\frac{H_t}{\Omega}$  ekvivalentna vrijednost viskoznog prigušenja gumenog elementa i da je sila  $F$  okomita na uzdužnu os cilindričnog elementa postavljenog u stezaljku, tada jednadžba gibanja oko zgloba tijela i ruke prigušivača glasi :

$$J \cdot \ddot{\varphi} + \frac{H_t}{\Omega} \cdot \dot{\varphi} + K_t \cdot \varphi = f \cdot l \quad (5.3)$$

gdje je :

$J$  – moment tromosti ruke rastojnika – prigušivača u odnosu na os rotacije

$\varphi$  – kut zakreta ruke rastojnika – prigušivača

$\dot{\varphi}$  – kutna brzina ruke rastojnika – prigušivača

$\ddot{\varphi}$  – kutno ubrzanje ruke rastojnika – prigušivača,

$H_t$  – konstanta prigušenja ,

$K_t$  – torzijska krutost,

$f$  – sila koja djeluje na ruku rastojnika – prigušivača,

$l$  – duljina ruke prigušivača mjerena od središta vodiča do središta gumenog zgloba

Ako  $f$  promatramo kao sinusnu funkciju :

$$f = F \cdot e^{j\Omega t} \quad (5.4)$$

gdje je :  $F$  – amplituda sile

tada je i kut zakreta sinusna funkcija :

$$\varphi = \phi \cdot e^{j\Omega t} \cdot e^{-j\alpha} \quad (5.5)$$

gdje je :

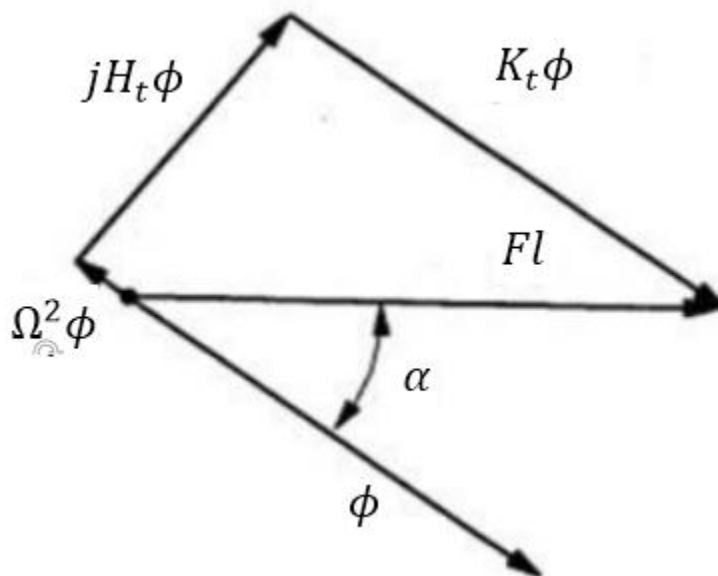
$\phi$  – amplituda kuta zakreta,

$\alpha$  – fazni kut između vektora sile i vektora kuta zakreta ruke izražen u radijanima.

Ako se jednačbe 5.4 i 5.5 uvrste u 5.3 dobije se :

$$-\Omega^2 \cdot \phi \cdot e^{j\Omega t} \cdot e^{-j\alpha} + H_t \cdot j \cdot \phi \cdot e^{j\Omega t} \cdot e^{-j\alpha} + K_t \cdot \phi \cdot e^{j\Omega t} \cdot e^{-j\alpha} = F \cdot e^{j\Omega t} \cdot l \quad (5.6)$$

Vektorski prikaz predhodne jednačbe dan je na slici 5.7.



Slika 5.7 Vektorski prikaz jednačbe 5.6 [13]

Za područje niskih frekvencija na kojima se provode ispitivanja, zanemaruje se član  $-\Omega^2 \cdot \phi$ , u odnosu na  $K_t \cdot \phi$ , tako dobijemo :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_t}{K_t} \quad (5.7)$$

$$K_t = \frac{F \cdot l \cdot \cos \alpha}{\phi} \quad (5.8)$$

kada uvrstimo  $f = F \cdot e^{j\Omega t}$  i  $\varphi = \phi \cdot e^{j(\Omega t - \alpha)}$  u 5.2 dobivamo

$$E = f \cdot l \cdot \Omega \cdot \phi \int_0^{2\pi} \sin \Omega t \cdot \cos(\Omega t - \alpha) dt = F \cdot l \cdot \phi \sin \alpha \quad (5.9)$$

i predstavlja disipaciju energije u zglobu u jednom periodu.

Iz 5.9 slijedi :

$$\alpha = \arcsin \frac{E}{F \cdot l \cdot \phi \cdot \pi} \quad (5.10)$$

Za razmatrani rastožnik – prigušivač :

- duljina ruke :  $l = 0,135 \text{ m}$
- gubitak energije u gumenom elementu :  $E = 4,89 \text{ J}$
- pomak hvatišta sile :  $x = 0,01451 \text{ m}$
- vrijednost sile :  $F = 232,4 \text{ N}$

$$\phi = \frac{x}{l} = \frac{0.01451}{0.135} = 0.1075 \text{ rad} = 6.16^\circ$$

$$\alpha = \arcsin \frac{E}{F \cdot l \cdot \phi \cdot \pi} = \arcsin \frac{4.89}{232.4 \cdot 0.135 \cdot 0.1075 \cdot \pi} = 0.4797 \text{ rad} = 27.48^\circ$$

$$K_t = \frac{F \cdot l \cdot \cos \alpha}{\phi} = \frac{232.4 \cdot 0.135 \cdot \cos 27.28^\circ}{0.1075} = 258.91 \text{ Nm/rad}$$

$$H_t = K_t \cdot \tan \alpha = 258.9 \cdot \tan 27.48^\circ = 134.69 \text{ Nm}$$

U proračun mehaničke impedancije uvršteno je ekvivalentno viskozno prigušenje koje se određuje za svaku frekvenciju na kojoj se sustav ispituje prema [15] :

$$H_{tekv} = \frac{H_t}{\Omega} \quad (5.11)$$

## 6 NUMERIČKI MODEL RASTOJNIKA – PRIGUŠIVAČA

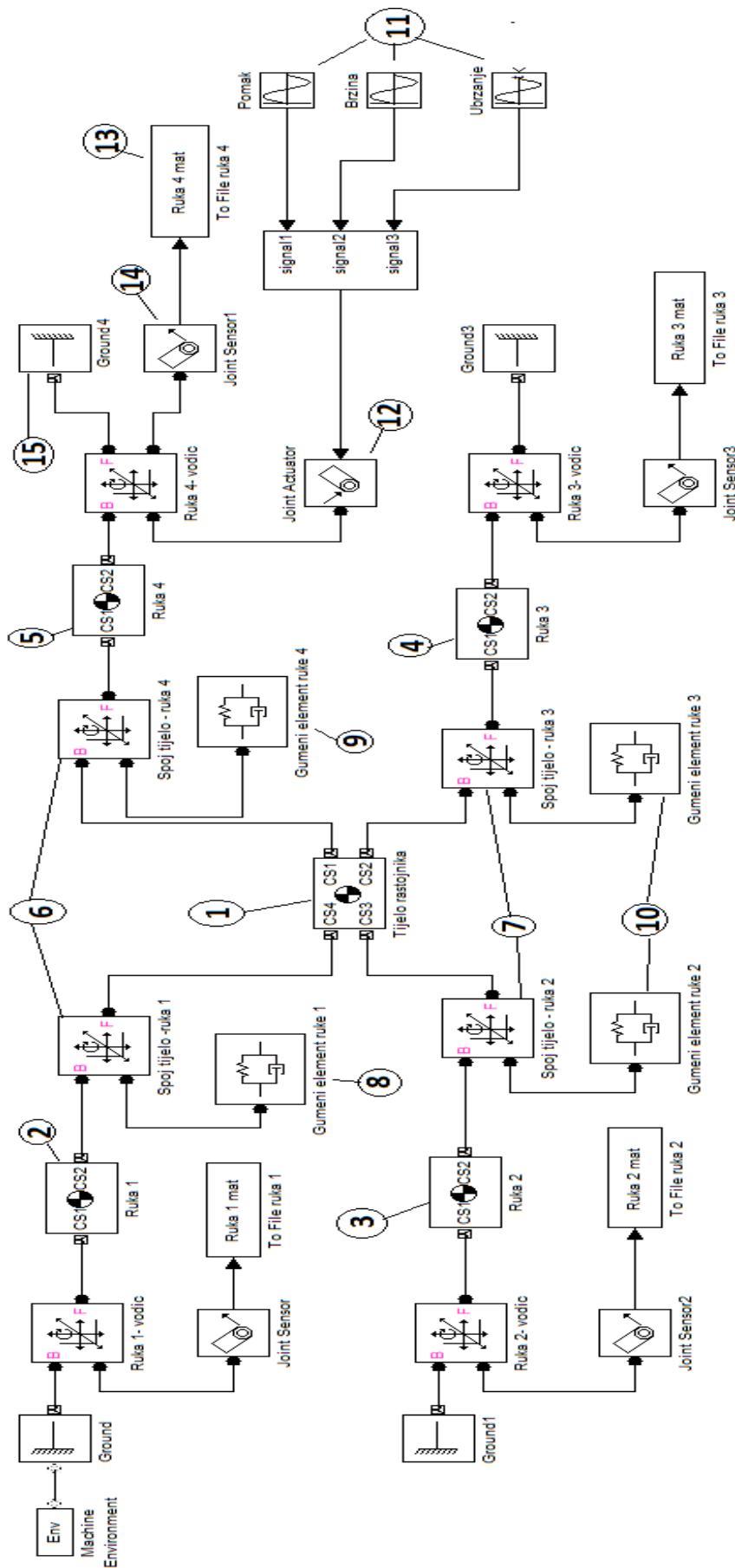
Uz pomoć programa MATLAB 7.12.0.384, određena je mehanička mobilnost zadanog rastojnika-prigušivača. Model je izrađen u programskom paketu MATLAB SimMechanics, koji omogućuje simulacije dinamičkih sustava tijela. Nakon provedenih simulacija naknadnom analizom dobivenih odziva određene su amplitude mehaničke impedancije i faznih kutova.

### 6.1 Izrada modela u SimMechanics-u

U programu SimMechanics slažemo blokove koji predstavljaju kruto tijelo, zglob, ograničenje gibanja, uzbudu itd., na način da odražavaju stvarnu situaciju, tj. naš model. Nakon što posložimo blokove, svakom pojedinom bloku zadajemo njegova svojstva. Nakon toga pokrećemo simulaciju u kojoj SimMechanics numerički određuje odziv sustava. U program je također moguće uvesti i CAD modele radi analize.

Zadani model rastojnika – prigušivača prikazan je na slici 6.1. Model predstavlja sustav krutih tijela povezanih zglobovima koji nam omogućuju relativne pomake tijela u horizontalnom i vertikalnom smjeru te rotaciju oko središta osi okomite na referentnu ravninu  $y-z$ . Da bi simulirati kinematičku uzbudu na mjestima gdje se rastojnik spaja sa užadi dalekovoda a ovisno o tome koju brzinu i koju komponentu zadajemo kao uzbudu, postavljaju se blokovi koji predstavljaju oslonce na tim mjestima. S obzirom na globalni koordinatni sustav zadajemo stupnjeve slobode gibanja. Na slici se nalazi uzbuda za ruku 4. Za druge uzbude modeli su vrlo slični.

Blokovi (1), (2), (3), (4) i (5) predstavljaju kruta tijela s kojima definiramo mase, položaje težišta i matrice inercije u odnosu na globalni koordinatni sustav. Blokovi (6) i (7) prikazuju veze između ruku i tijela rastojnika. Karakteristike gumenih zglobova definirane su blokovima (8), (9) i (10). Kinematička uzbuda definirana je blokom (11). U tim se blokovima zadaje amplituda, frekvencija i fazni pomak sinusnog signala. U našem slučaju su potrebna tri signala koji preko pokretača zglobova (12) prenose zadanu kinematičku uzbudu na pomični oslonac.



Slika 6.1 Model u SimMechanics-u

Na pomični oslonac djeluje uzbuda koja je definirana kao :

$$x = X \cdot \sin\Omega t \quad (6.1)$$

$$v = X \cdot \Omega \cdot \cos\Omega t = X \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (6.2)$$

$$a = -\Omega \cdot X \cdot \sin \Omega t = \Omega^2 \cdot X \cdot \sin(\Omega t + \pi) \quad (6.3)$$

gdje je :

$x$  - funkcija pomaka

$v$  - funkcija brzine

$a$  – funkcija ubrzanja

$X$  – amplituda pomaka

$\Omega$  - kružna frekvencija kinematičke uzbude.

Simulaciju smo proveli u frekvencijskom području 5 Hz do 100 Hz (s inkrementom od 5Hz), koje je karakteristično za eolske vibracije. Svi rezultati analize se pohranjuju preko bloka (13) u \*.mat datoteke. Integracijska metoda koju smo koristili je ode45 (Domand – Prince) s default vrijednošću tolerancije.

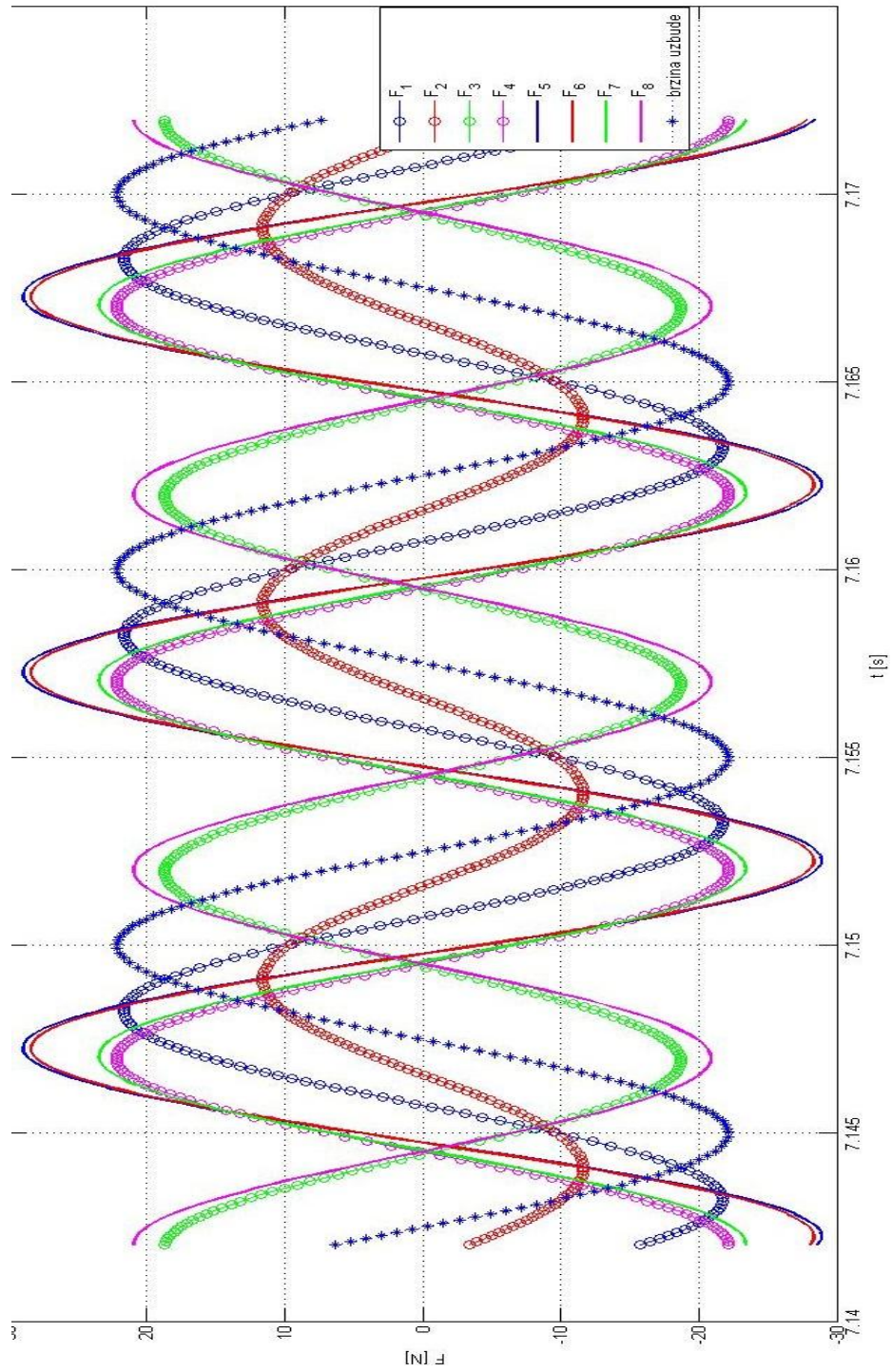
Simulirali smo gibanje dok nismo postigli stacionaran odziv.

## 6.2 Rezultati simulacije

U programskom paketu MATLAB napravili smo potprogram koji služi za obradu podataka kako bi se što brže analiziralo ponašanje sustava za zadanu kinematičku uzbudu. Program daje izlazne podatke o :

- pomacima, brzinama i akceleracijama u ovisnosti o vremenu
- reaktivnim silama u osloncima u ovisnosti o vremenu
- amplitudama i faznim kutovima mehaničkih impedancija

Svi podaci se spremaju u MATLAB datoteku. Primjer sila za vertikalni pomak ruke 4 pri frekvenciji od 100 Hz dan je na slici 6.2.



**Slika 6.2** Dijagram reaktivnih sila u pomičnom osloncu u ovisnosti o vremenu (brzina uzbuđe je pomnožena sa određenim faktorom da bi bila vidljiva na dijagramu)

Kod harmonijskih odziva najvažniji su podaci o srednjoj vrijednosti signala i njegovoj standardnoj devijaciji. Ti nam podaci daju kvalitetan prikaz opterećenosti sustava.

Vrlo je važna amplituda sile jer nam ona uz određene fazne kuteve između kinematičke uzbude i sile omogućava izračunavanje elemenata kompleksne matrice impedancije. Srednja vrijednost signala i standardna devijacija definirane su jednadžbama :

$$F_{sr} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T F(t) dt \quad (6.4)$$

$$\frac{F_{ef}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (F(t) - F_{sr})^2 dt \quad (6.5)$$

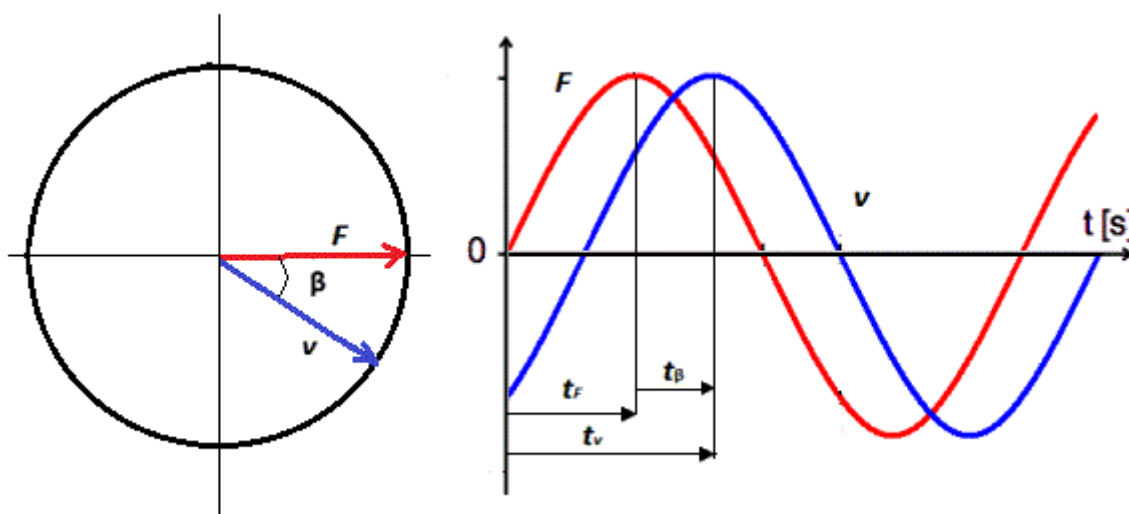
gdje je :

$T$  – period odaziva sustava,

$F_{sr}$  - srednja vrijednost signala,

$\frac{F_{ef}}{\sqrt{2}}$  - standardna devijacija signala.

Pomoću potprograma izrađenog u MATLAB-u obrađujemo signale dobivene simulacijom.



Slika 6.3 Fazni kut

$$\omega \cdot T = 2 \cdot \pi \quad \omega \cdot t_{\beta} = \beta \quad \beta = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (6.6)$$

Mjerenjem vremena između maksimuma u dijagramu sile i maksimuma u dijagramu brzine dobije se fazni kut impedancije. Vektor sile je ispred vektora brzine za kut  $\beta$ . Obradom signala i interpolacijom sa spline funkcijom minimizira se pogreška određivanja faznog kuta.



## 7 MATRICA PRIJENOSNE MEHANIČKE IMPEDANCIJE ZA ZADANI RASTOJNIK – PRIGUŠIVAČ

Kada na sustav djeluje harmonijska uzbudna sila, tada pomak, brzina i akceleracija tog sustava također imaju harmonijski oblik. Prijenosna matrica mehaničke impedancije sustava definira odnos kompleksnih amplituda sila koje djeluju na sustav i kompleksnih amplituda brzina hvatišta sila. Definicija mehaničke impedancije i njezine matrice opisane su u 4. poglavlju. Element matrice mehaničke impedancije poprima oblik :

$$Z_{ij} = \frac{F_i}{v_j} = \frac{F_{0i}}{v_{0j}} \cdot e^{-j\beta_{ij}} = \frac{F_{0i}}{v_{0j}} \cdot e^{j\gamma_{ij}} \quad (7.1)$$

gdje je :

$v_{0j}$  - amplituda brzine u nekoj j-toj točki sustava,

$F_{0i}$  - amplituda sile u nekoj i-toj točki sustava,

$Z_{ij} = \frac{F_{0i}}{v_{0j}}$  - amplituda impedancije,

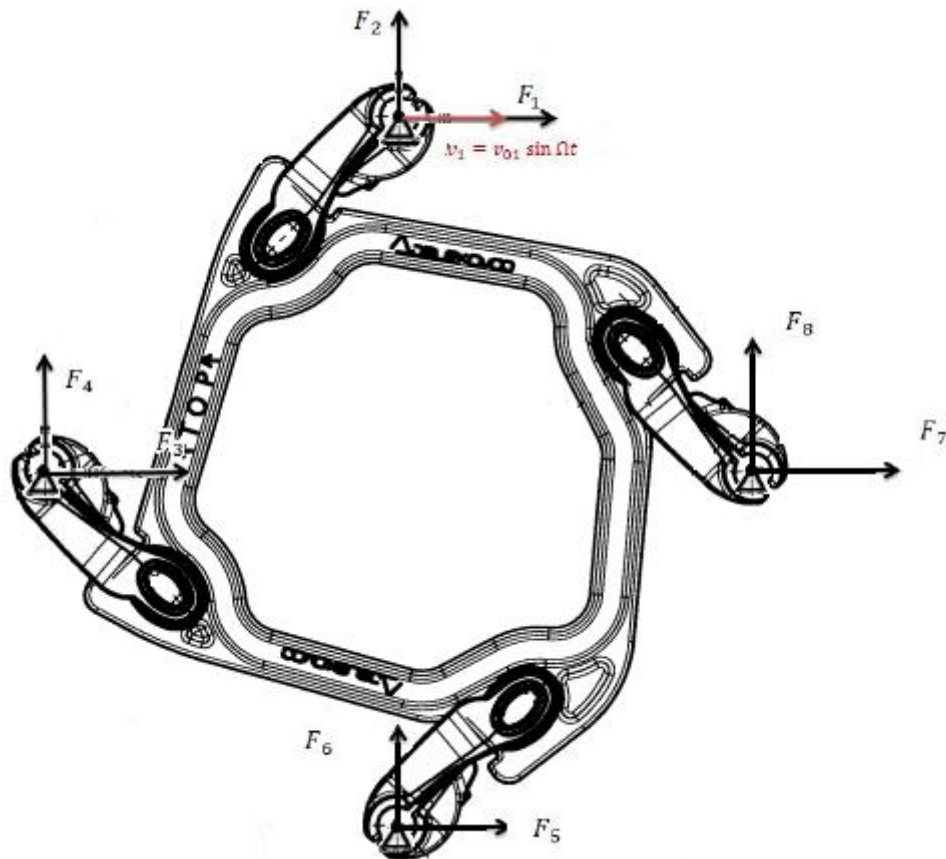
$\beta_{ij}$  - fazni kut između vektora brzine i vektora sile (ovdje iznosi  $\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ ).

$\gamma_{ij}$  - fazni kut impedancije ( $\gamma_{ij} = -\beta_{ij}$ ).

Kao što smo već opisali u 4. poglavlju kompleksna matrica mehaničke impedancije razmatranog rastojnika – prigušivača ima oblik :

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} & Z_{17} & Z_{18} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} & Z_{27} & Z_{28} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} & Z_{37} & Z_{38} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} & Z_{47} & Z_{48} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} & Z_{57} & Z_{58} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} & Z_{67} & Z_{68} \\ Z_{71} & Z_{72} & Z_{73} & Z_{74} & Z_{75} & Z_{76} & Z_{77} & Z_{78} \\ Z_{81} & Z_{82} & Z_{83} & Z_{84} & Z_{85} & Z_{86} & Z_{87} & Z_{88} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Rastojnik –prigušivač je modeliran kao sustav krutih tijela povezanih zglobovima koji sadrže gumene elemente. Slika 7.1 prikazuje razmatrani rastojnik – prigušivač s indeksima uzbuda i reakcija.

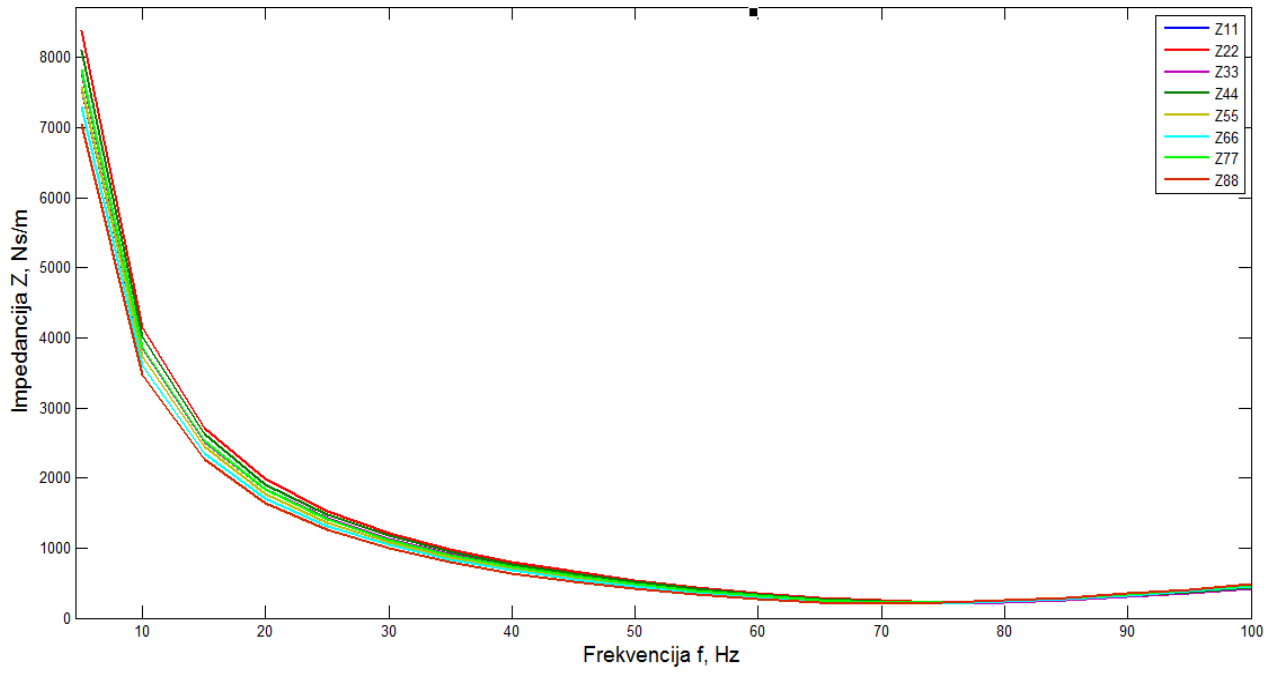
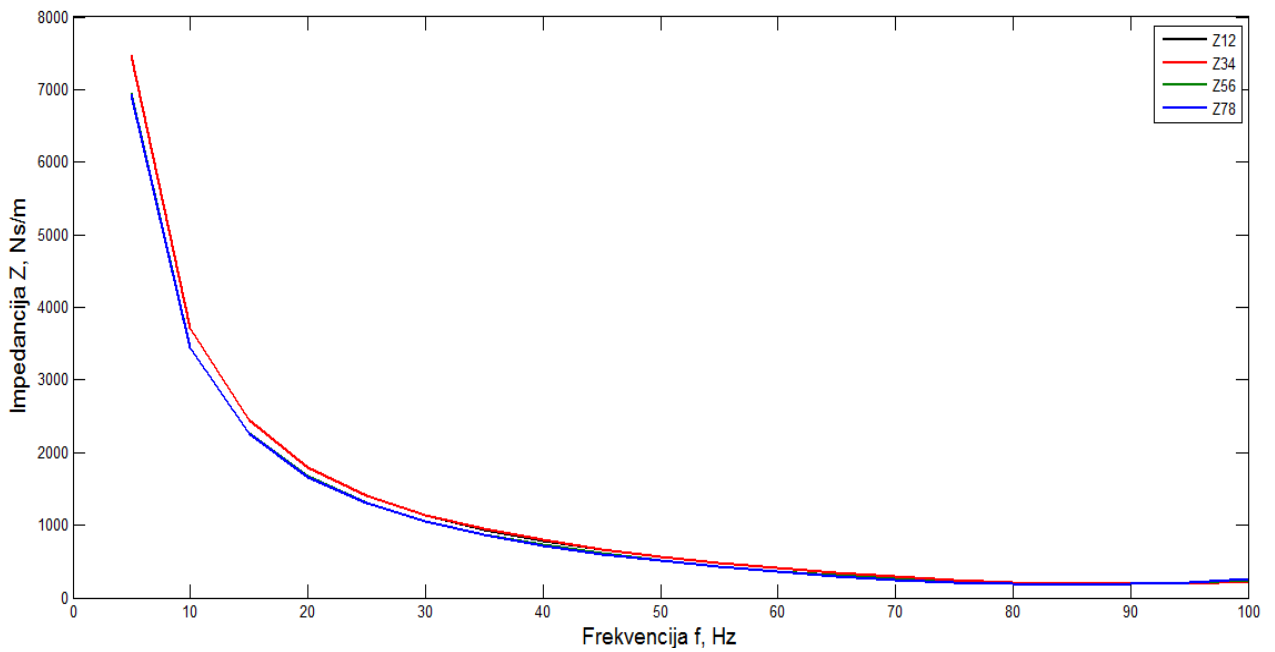


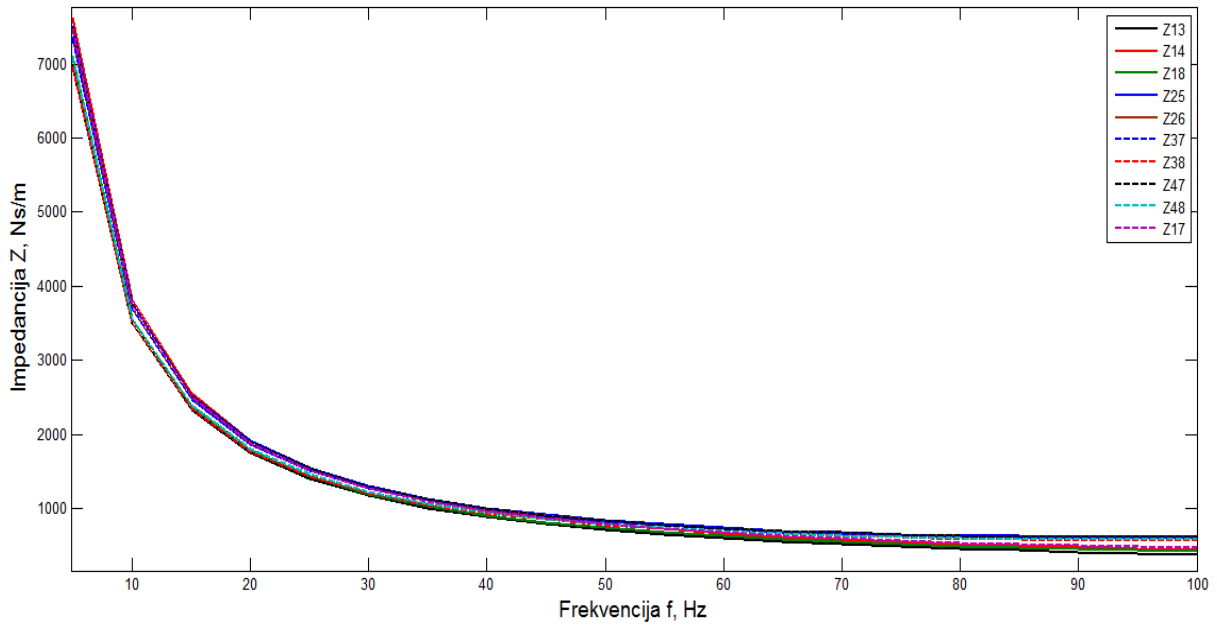
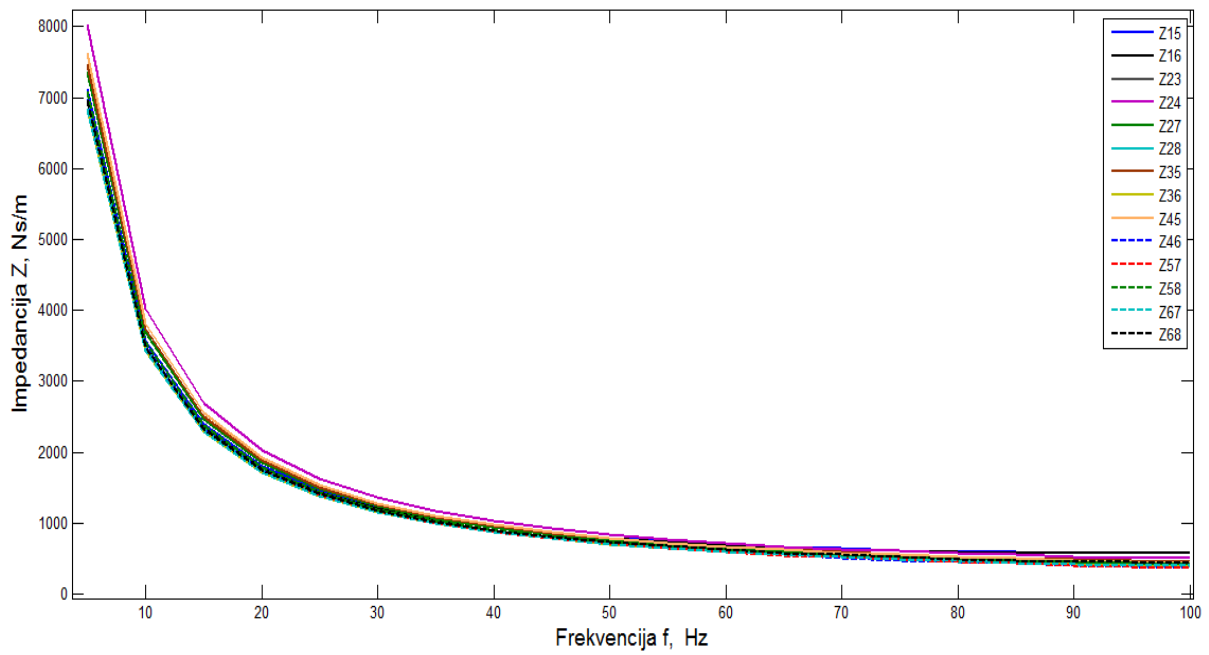
Slika 7.1 Razmatrani rastojnik – prigušivač s prikazanom uzбудom i reaktivnim silama [12]

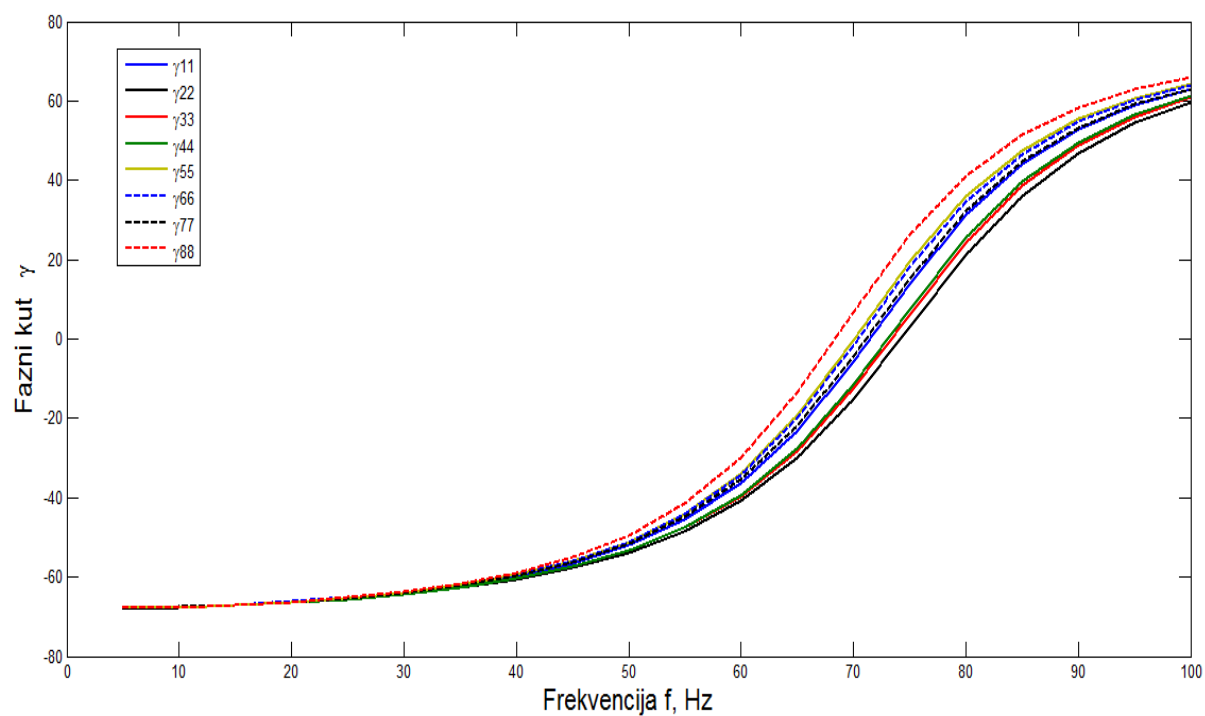
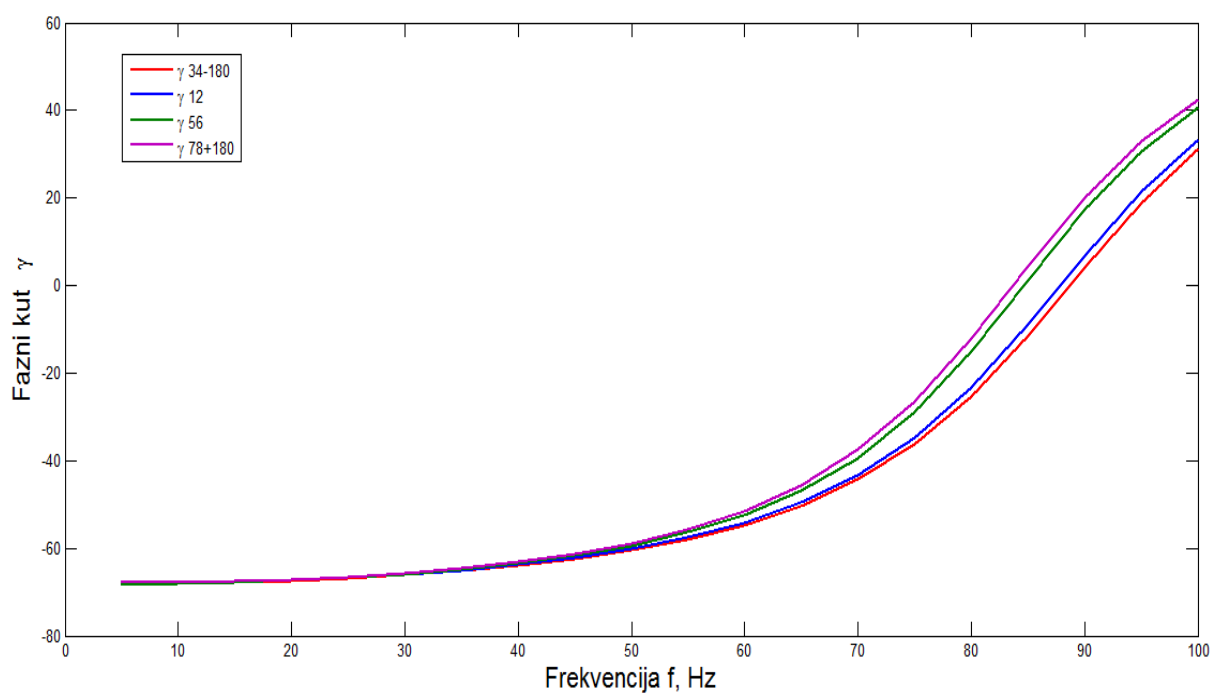
## 7.1 Dijagrami mehaničke impedancije

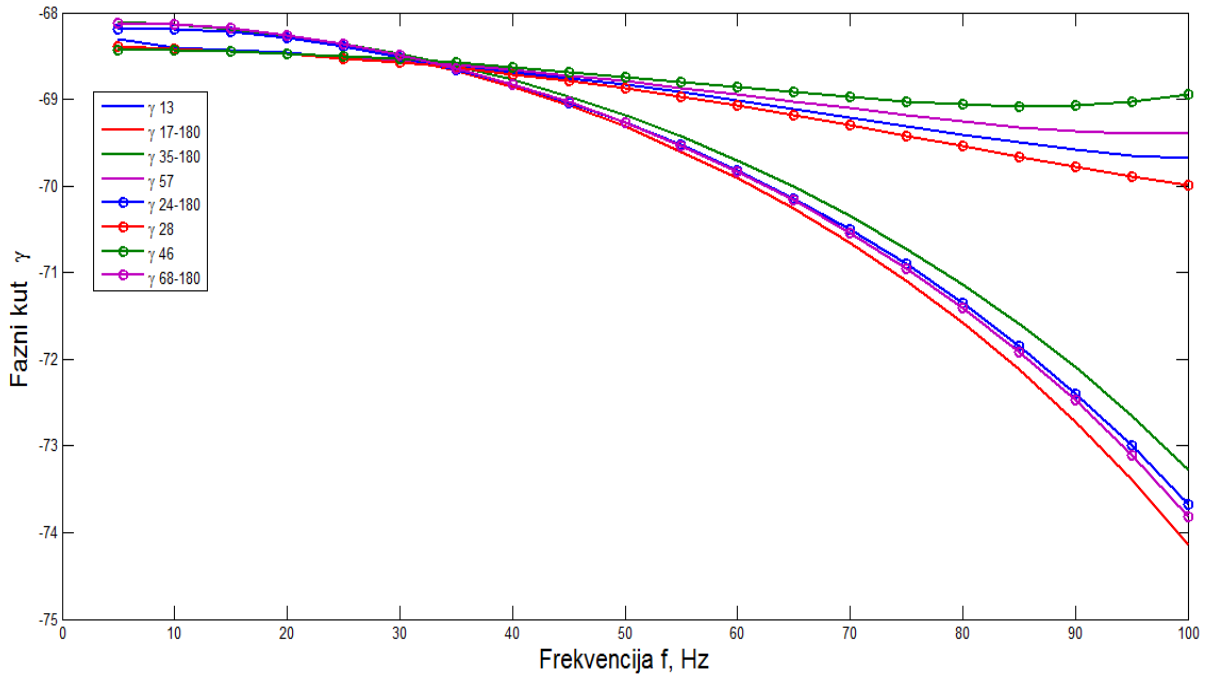
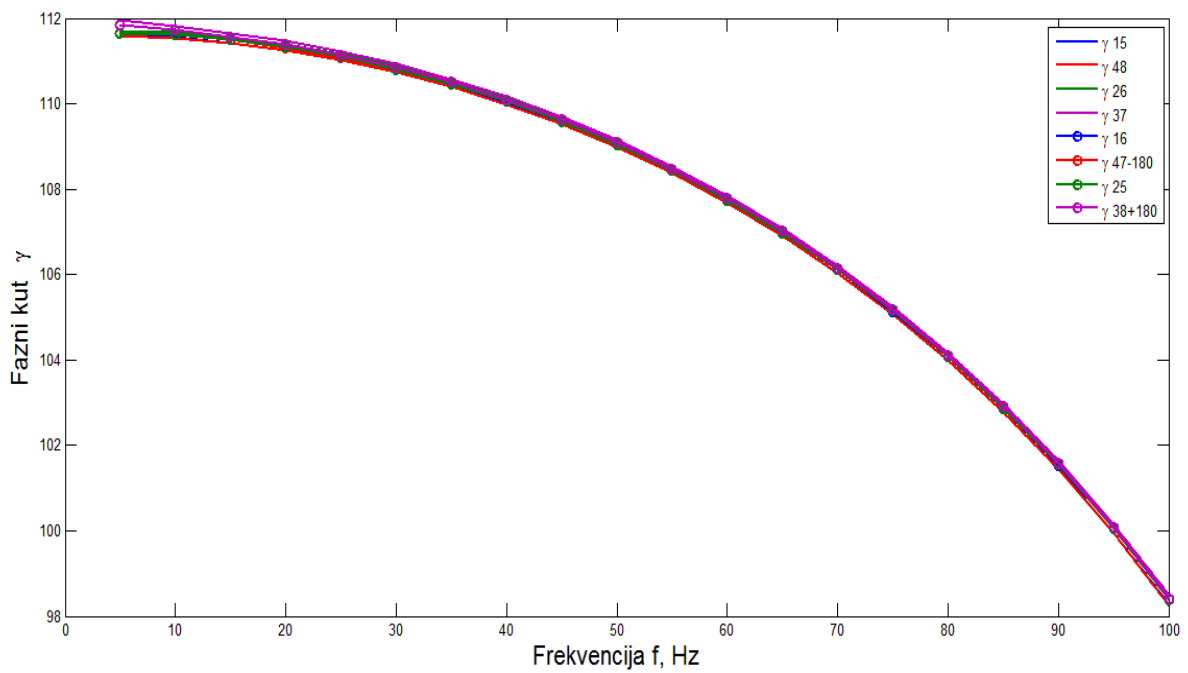
Na dijagramima koji slijede prikazane su apsolutne vrijednosti i fazni kutevi elemenata matrice impedancije u ovisnosti o frekvenciji. Zbog simetrije matrice mehaničke impedancije za razmatrani rastojnik – prigušivač biti će prikazani samo dijagrami koji se odnose na dijagonalu i gornji trokut matrice.

Na sljedećim dijagramima prikazane su apsolutne vrijednosti i fazni kutevi elemenata kompleksne matrice mehaničke impedancije u ovisnosti o frekvenciji. Dijagrami su razvrstani u grupe po sličnosti, tako da se na istom dijagramu nalaze slične apsolutne vrijednosti i fazni kutevi elemenata kompleksne matrice mehaničke impedancije u ovisnosti o frekvenciji.

Slika 7.2 Ovisnost  $Z$  o frekvencijiSlika 7.3 Ovisnost  $Z$  o frekvenciji

Slika 7.4 Ovisnost  $Z$  o frekvencijiSlika 7.5 Ovisnost  $Z$  o frekvenciji

Slika 7.6 Ovisnost  $\gamma$  o frekvencijiSlika 7.7 Ovisnost  $\gamma$  o frekvenciji

Slika 7.8 Ovisnost  $\gamma$  o frekvencijiSlika 7.9 Ovisnost  $\gamma$  o frekvenciji

## 8 ZAKLJUČAK

U ovom radu opisane su eolske vibracije i njihov utjecaj na vodiče dalekovoda. Ukratko je definiran pojam mehaničke impedancije i mehaničke mobilnosti te su opisane kompleksne matrice mehaničke mobilnosti i mehaničke impedancije.

Na temelju dobivene tehničke dokumentacije određeni su podaci potrebni za izradu numeričkog modela, tj. inercijske, elastične i prigušne karakteristike komponenti razmatranog rastojnika – prigušivača.

Da bi odredili elemente matrice mehaničke mobilnosti rastojnika – prigušivača izrađen je mehanički model u SimMechanicsu te je za svaku razmatranu frekvenciju provedena simulacija gibanja u ravnini rastojnika prigušivača za harmonijsku kinematičku uzbudu stezaljke rastojnika – prigušivača. Taj postupak je ponovljen za svaku ruku rastojnika - prigušivača. Pomoću podataka dobivenih simulacijom izračunate su amplitude sila i fazni kutovi između vektora sila i vektora brzina, te su na temelju toga određene amplitude i fazni kutevi elemenata matrice prijenosne mehaničke impedancije rastojnika – prigušivača.

Nakon izvršene analize za svaku frekvenciju u rasponu od 5 Hz do 100 Hz (sa inkrementom od 5 Hz), dobiveni rezultati prikazani su u 7. poglavlju.

Dobiveni podaci o mehaničkoj impedanciji razmatranog rastojnika – prigušivača poslužit će za određivanje snage koja se disipira u rastojniku – prigušivaču, te proračun intenziteta eolskih vibracija snopa od četiri vodiča s razmatranim rastojnicima – prigušivačima tipa „diamond“.

## POPIS LITERATURE

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma\\_Narrows\\_Bridge\\_\(1940\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Tacoma_Narrows_Bridge_(1940))
- [2] <http://it.wikipedia.org/wiki>
- [2] Hybrid vortex Oscillating system, 2013.
- [3] E. Fontaine, P.A. Bonnet, S. Etienne, F. Biolley, VIV of Two Cylinders in Tandem Arrangement: Analytical and Numerical Modeling Proceedings of The Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference Kitakyushu, Japan, 2002.
- [4] D. Brika, A. Laneville, The Power Imparted by Wind to a Flexible Circular Cylinder in the Wake of Another Stationary Cylinder, IEEE Transactions of Power Delivery, Vol. 12, No. 1, January 1997.
- [5] D. Brika, A. Laneville, An Experimental study of the Aeolian Vibrations of a Flexible Circular Cylinder at Different Incidents, Journal of Fluids and Structures 9, 371-391, 1995.
- [6] <http://www.hubbellpowersystems.com/connectors/trans/dampers/damper.asp>
- [7] <http://www.wipo.int/ipdl/en/hague/key.jsp?KEY=DM/076239>
- [8] <http://www.wipo.int>
- [9] [http://www.ribe.de/sites/default/files/ckeditor\\_files/Gjk99yfvMsWIMRafyREo.pdf](http://www.ribe.de/sites/default/files/ckeditor_files/Gjk99yfvMsWIMRafyREo.pdf)
- [10] <http://www.tradeindia.com/manufacturers/spacer-damper.html>
- [11] CHAPTER 10, MECHANICAL IMPEDANCE, Elmer L. Hixson
- [12] Dalekovod d.d., dokumentacija vezana za razmatrani rastojnik-prigušivač.
- [13] IEC 61854, Overhead lines – Requirements and tests for spacers, 1998.
- [14] Dalekovod d.d.
- [15] Tom Irvine, Transmission Line vibrations, Vibrationdata Newsletter, May 2006.
- [16] D. Pustaić, H. Wolf, Z. Tonković, Mehanika III, Tehnička knjiga, Zagreb, 2005.
- [17] Josip Klapač, Završni rad, FSB, 2013.
- [18] Šimun Lončarević, Završni rad, FSB, 2014