

# Analiza udarnih oštećenja zakrilca velikog putničkog aviona

---

Ivančević, Darko

Master's thesis / Diplomski rad

2008

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:723105>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

## **DIPLOMSKI RAD**

Mentor

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Darko Ivančević

Zagreb, 2008.

## **Izjava**

Izjavljujem da sam završni rad izradio samostalno i odgovorno, uz stručnu pomoć Prof. dr. sc. Ivice Smojvera. Pri izradi završnog rada sam se koristio znanjem stečenim tijekom studija kao i navedenom literaturom.

---

Darko Ivančević

## **Sažetak**

Ovaj se rad bavi numeričkom analizom udarnih oštećenja zakrilca velikog putničkog aviona. Kao primjer modela zakrilca uzeto je zakrilce zrakoplova Airbus A319/320. Proračun udarnih oštećenja metodom konačnih elemenata vršen je u programu ABAQUS/Explicit.

Prvo poglavlje sadrži uvod u problematiku udara ptica u različite dijelove zrakoplova i opisuje važnost istraživanja na ovom području.

Drugo poglavlje opisuje zakrilce spomenutog zrakoplova, geometrijski model kao i model konačnih elemenata na kojemu je analiziran udar ptice. Ovo poglavlje također sadrži opis korištenih konačnih elemenata kao i kinematičkih veza kojima su povezane različite vrste konačnih elemenata.

Treće poglavlje sadrži osnove eksplicitnog algoritma integriranja koji se koristi za rješavanje nelinearnih tranzientnih dinamičkih problema u programu ABAQUS/Explicit.

U četvrtom poglavlju izneseni su rezultati numeričke analize, a posljednje poglavlje sadrži zaključak o udaru ptice u zakrilce velikog putničkog aviona na osnovu dobivenih rezultata.

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Opis modela zakrilca.....	2
2.1 Opis unutarnjeg zakrilca zrakoplova A319/320 .....	2
2.2 CAD model konstrukcije .....	8
2.3 Model konačnih elemenata .....	9
2.4 Modeliranje sandwich napadnih i izlaznih rubova.....	11
2.5 Spajanje konvencionalnih i kontinuiranih ljuskastih elemenata.....	14
2.6 Svojstva materijala .....	14
2.7. Modeliranje kompozitnih uzdužnica.....	16
3. Analiza metodom konačnih elemenata .....	19
3.1 Opis nelinearnog eksplicitnog algoritma integriranja .....	19
3.2 Hashinov kriterij popuštanja.....	21
3.3 Udarač opis materijala i oblika .....	26
3.4 Rubni uvjeti.....	28
3.4 Početni uvjeti i odabrana mjesta udara.....	30
4. Rezultati analize.....	31
4.1 Dijagrami energije.....	31
4.2 Naprezanja u konstrukciji.....	34
4.3 Prikaz probijanja sandwich konstrukcije.....	42
4.3 Hashinov kriterij popuštanja.....	44
5. Zaključak .....	53
Literatura .....	54

## Popis slika

Slika 2.1 Unutarnje zakrilce i njegov smještaj na krilu	2
Slika 2.2 Prikaz razmještaja konstruktivnih elemenata zakrilca	3
Slika 2.2 Prikaz nosive konstrukcije zakrilca, rebra 1 do 7	3
Slika 2.3 Ojačanje oplata 9. i 10. rebra	4
Slika 2.5 Ojačanje uzdužnica (lijevo) i rebro 14 (desno)	4
Slika 2.6 Poprečni presjeci ramenjača: lijevo prednja, desno stražnja i pomoćna ramenjača	5
Slika 2.7 Prikaz različitih debljina gornje oplata	6
Slika 2.8 Način izvođenja kompozitnih uzdužnica	7
Slika 2.9 Prikaz sandwich konstrukcije napadnog (lijevo) i izlaznog (desno) ruba	7
Slika 2.10 Prikaz CAD modela zakrilca	8
Slika 2.11 Prikaz CAD modela zakrilca bez oplata	9
Slika 2.12. Airbus A319 sa označenim položajem zakrilca	10
Slika 2.13 Mreža konačnih elemenata	11
Slika 2.14 Mreža konačnih elemenata, bez oplata, napadnog i izlaznog ruba	12
Slika 2.15 Određivanje normale kontinuiranih ljuskastih elemenata	13
Slika 2.16 Mreža konačnih elemenata <i>sandwich</i> konstrukcije napadnog ruba	13
Slika 2.17 " <i>Shell to solid</i> " kinematska veza	14
Slika 2.18 Kvalitativni Hookeov dijagram pri tlačnom opterećenju Nomexa	15
Slika 3.1. <i>Hookeov</i> dijagram za tipični vlaknima ojačani kompozit	25
Slika 3.2 Mreža konačnih elemenata udarača i njegove dimenzije [mm]	26
Slika 3.3 Dijagram jednoosnog i ravninskog tlačnog ispitivanja hiperelastičnog gela	27
Slika 3.4 Rubni uvjeti na rebrima 1 i 2	29
Slika 3.5. Rubni uvjeti na mjestu presijecanja zakrilca	29
Slika 3.6 Položaj analiziranih mjesta udara ptice u zakrilce	30
Slika 4.1. Dijagram energija za slučaj udara pod 40°, mjesto udara 1	31
Slika 4.2. Dijagram energija za slučaj udara pod 60°, mjesto udara 1	31

Slika 4.3 Dijagram energija za slučaj udara pod $40^\circ$ , mjesto udara 2	32
Slika 4.4 Dijagram energija za slučaj udara pod $60^\circ$ , mjesto udara 2	32
Slika 4.5. Dijagram potrošene energije oštećenja	33
Slika 4.6 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod $40^\circ$ u mjesto udara 1	34
Slika 4.7 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod $60^\circ$ u mjesto udara 1	35
Slika 4.8 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod $40^\circ$ u mjesto udara 2	36
Slika 4.9 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod $60^\circ$ u mjesto udara 2	37
Slika 4.11. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 1 pod $60^\circ$	39
Slika 4.12. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 2 pod $40^\circ$	40
Slika 4.13. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 2 pod $60^\circ$	41
Slika 4.14 Popuštanje <i>sandwich</i> konstrukcije za mjesto udara 1, pod kutem od $40^\circ$	42
Slika 4.15 Popuštanje <i>sandwich</i> konstrukcije za mjesto udara 1, pod kutem od $60^\circ$	42
Slika 4.16 Popuštanje <i>sandwich</i> konstrukcije na mjestu udara 2, pod kutem od $40^\circ$	43
Slika 4.17 Popuštanje <i>sandwich</i> konstrukcije na mjestu udara 2, pod kutem od $60^\circ$	43
Slika 4.18 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplate <i>sandwich</i> konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od $40^\circ$	44
Slika 4.19 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplate <i>sandwich</i> konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od $60^\circ$	45
Slika 4.20 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplate za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od $40^\circ$	46

Slika 4.21 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 60°	47
Slika 4.22 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 40°	48
Slika 4.23 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 60°	49
Slika 4.24 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 40°	50
Slika 4.25 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 60°	51



## **Popis tablica**

Tablica 2.1 Brojevi slojeva i orijentacija oplata	6
Tablica 2.2 Podaci o mreži konačnih elemenata	10
Tablica 2.3 Mehanička svojstva aluminijskih legura	15
Tablica 2.4 Mehanička svojstva ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole	15
Tablica 2.5 Parametri čvrstoće ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole	15
Tablica 2.6 Mehanička svojstva Nomexa	16
Tablica 2.7 Svojstva homogeniziranog materijala uzdužnica	18

## Popis važnijih oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
$E$	Gpa	Modul elastičnosti izotropnog materijala
$E_{ij}, i = 1, 2, 3$	Gpa	Moduli elastičnosti u pravcu glavnih materijalnih osi
$G$	GPa	Modul smicanja izotropnog materijala
$G_{ij}, i, j = 1, 2, 3$	GPa	Moduli smicanja s obzirom na glavne materijalnih osi
$\nu_{ij}, i, j = 1, 2, 3$		Poissonovi koeficijenti s obzirom na glavne materijalnih osi
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća
$X^T$	MPa	Vlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$X^C$	MPa	Tlačna čvrstoća u smjeru vlakna
$Y^T$	MPa	Vlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna
$Y^C$	MPa	Tlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna
$S$	MPa	Smična čvrstoća

## **1. Uvod**

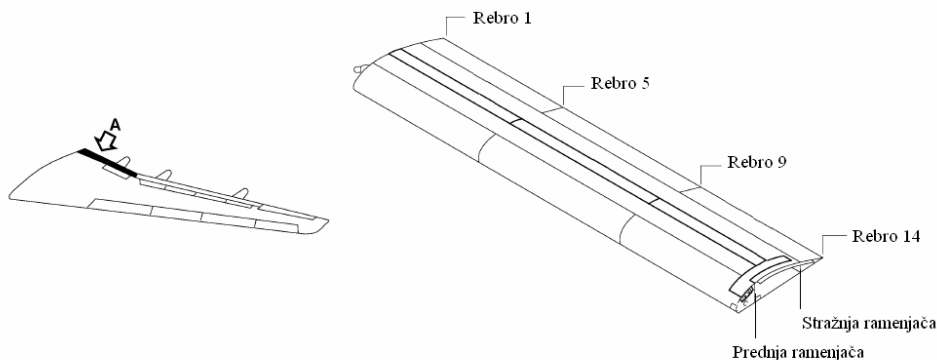
Sudar s pticom može potencijalno predstavljati vrlo veliku prijetnju sigurnosti zračnog prometa. Već od ranih dana zračnog prometa dolazilo je do sudaranja aviona i ptica. Tako je do prvog registriranog sudara s pticom došlo 1908. godine, a do prve ljudske žrtve došlo je 1912. u sudaru Wright Flyer-a s galebom. Jasno je da se s vremenom konstrukcija zrakoplova znatno promijenila, no zbog velikih brzina kojima se kreću moderni avioni sudar s pticom i dalje predstavlja vrlo veliku opasnost. U posljednje vrijeme ova opasnost postaje sve izraženija zbog naglog porasta populacije velikih ptica selica koja se u vrijeme migracije kreću u jatima, pa je moguć istovremeni sudar zrakoplova sa većim brojem ptica. Osim ugrožavanja sigurnosti, sudari s pticama predstavljaju i izvore velikih troškova za zrakoplovne kompanije, ne samo zbog potrebne zamjene oštećenih dijelova aviona nego i zbog otkazanih polijetanja i prinudnih slijetanja.

Vjerojatnost sudara s pticom ovisi o visini i geografskom položaju. Većina sudara sa pticama se događa pri relativno malim visinama. Prema [1] se preko 80% slučajeva dogodi na visinama manjim od 1500 metara, što znači da su za velike putničke zrakoplove kritične faza polijetanja i slijetanja. Ptice najvećim dijelom udare u motor zrakoplova ili trup zrakoplova, a pri polijetanju i slijetanju velikoj opasnosti su izložene i aerodinamičke komponente za povećanje uzgona. U okviru ovog diplomskog rada analiziran je udar ptice u prednji rub zakrilca velikog putničkog aviona na modelu unutarnjeg zakrilca zrakoplova Airbus A319/320, pri brzini koja odgovara brzini slijetanja ovog zrakoplova. Proračun je vršen primjenom metode konačnih elemenata putem računalne aplikacije ABAQUS/Explicit. Za zakrilca i slične aerodinamičke i upravljačke komponente zrakoplova važno je da nakon sudara sa stranim tijelom ne dolazi do potpunog popuštanja te komponente konstrukcije, tako da zrakoplov može nastaviti sa sigurnim letom uz nastalo oštećenje.

## 2. Opis modela zakrilca

### 2.1 Opis unutarnjeg zakrilca zrakoplova A319/320

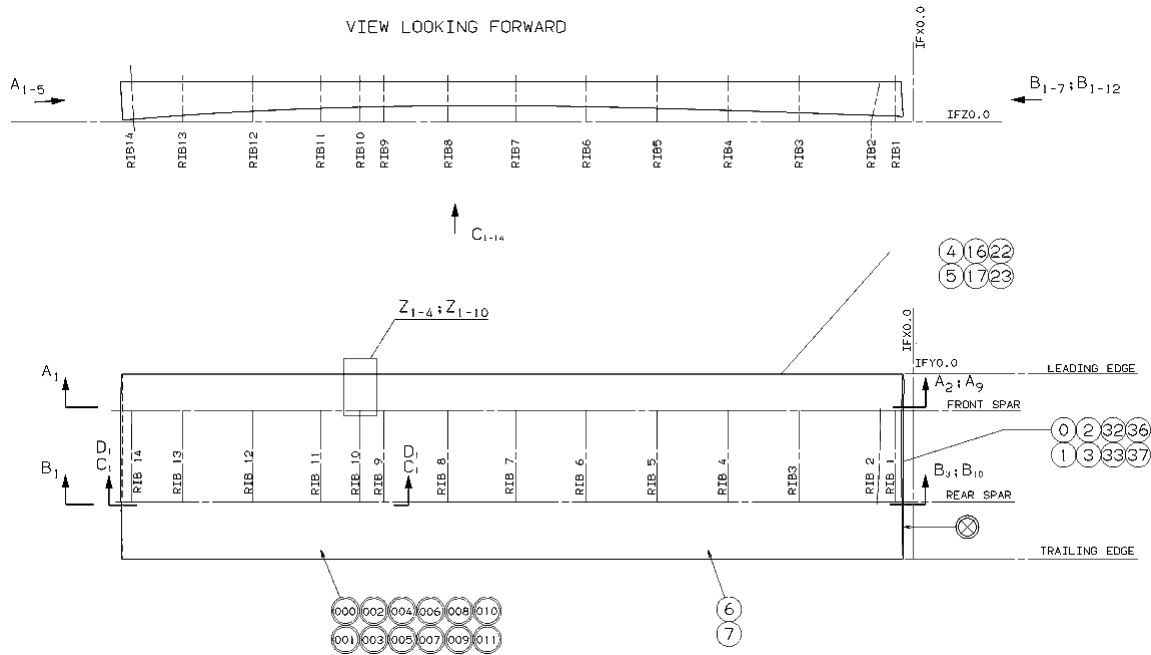
Model korišten pri analizama u ovom radu izrađen je prema originalnoj dokumentaciji zrakoplova Airbus A319/320 koju je ustupila tvrtka Croatia Airlines. Modeliranje je vršeno prema Uputama za popravke (*Structural Repair Manual*), a u ovom diplomskom radu analiziran je udar ptice u unutarnje zakrilce, čiji je izgled i smještaj na krilu prikazan na slici 2.1.



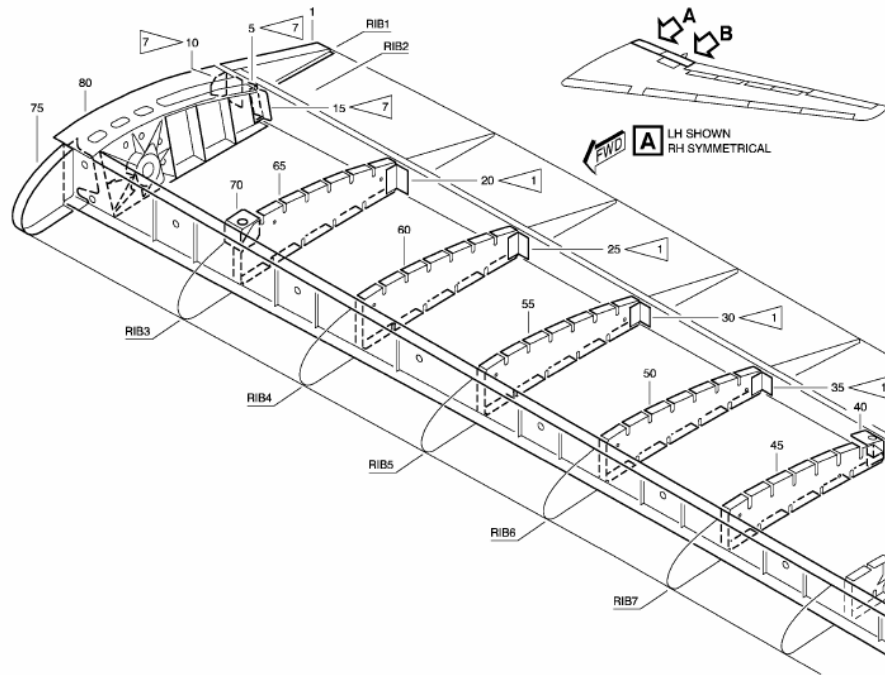
Slika 2.4 Unutarnje zakrilce i njegov smještaj na krilu [2]

Razmještaj konstruktivnih elemenata zakrilca prikazan je na slici 2.1. Nosivu konstrukciju unutarnjeg zakrilca čine 3 ramenjače – prednja, stražnja i pomoćna, te 14 rebara. Na rebrima označenim brojevima 1, 2, 9, 10 i 14 nalaze se konstruktivni elementi pomoću kojih je zakrilce povezano sa konstrukcijom krila i pokretačima servo pogona, pa se oni izgledom i korištenim materijalima razlikuju od ostalih rebara. Navedeni dijelovi zakrilca izrađeni su od različitih aluminijskih legura. Oplata je izrađena od ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole, a dodatno je ojačana sa ukupno deset uzdužnica od čega se šest uzdužnica nalazi na gornjoj a 4 na donjoj oplati. Oplata oko rebara broj 9 i 10 dodatno je ojačana što je vidljivo na slici 2.4. Između 12. i 13. rebara nalazi se ojačanje uzdužnica (slika 2.5), koje je napravljeno od aluminijske legure. Napadni i izlazni rubovi izvedeni su kao "sandwich" konstrukcije.

2. Opis modela zakrilca

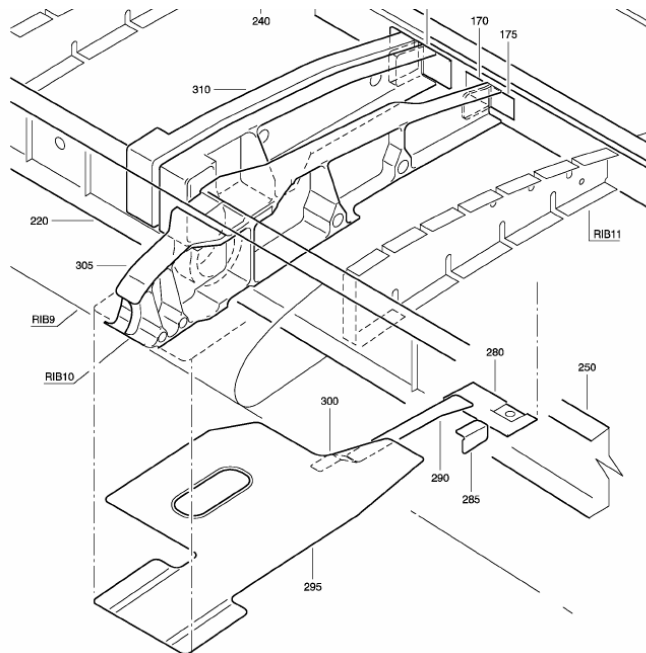


Slika 2.2 Prikaz razmještaja konstruktivnih elemenata zakrilca [2]

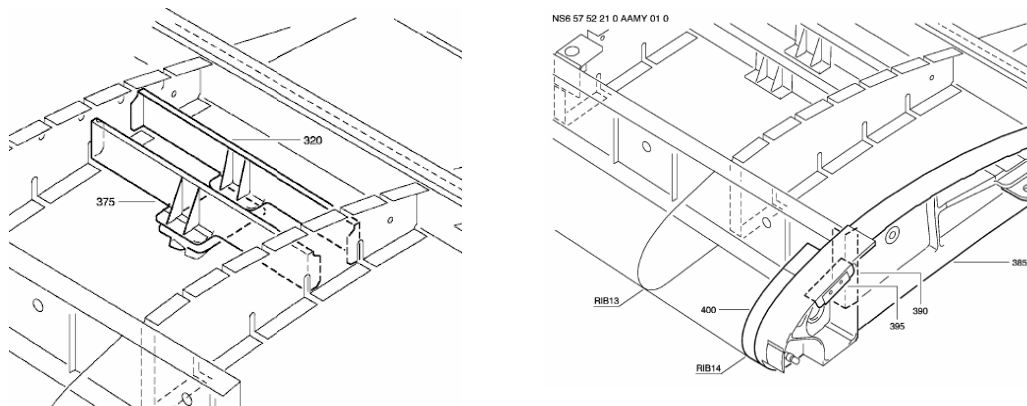


Slika 2.3 Prikaz nosive konstrukcije zakrilca, rebra 1 do 7 [2]

## 2. Opis modela zakrilca



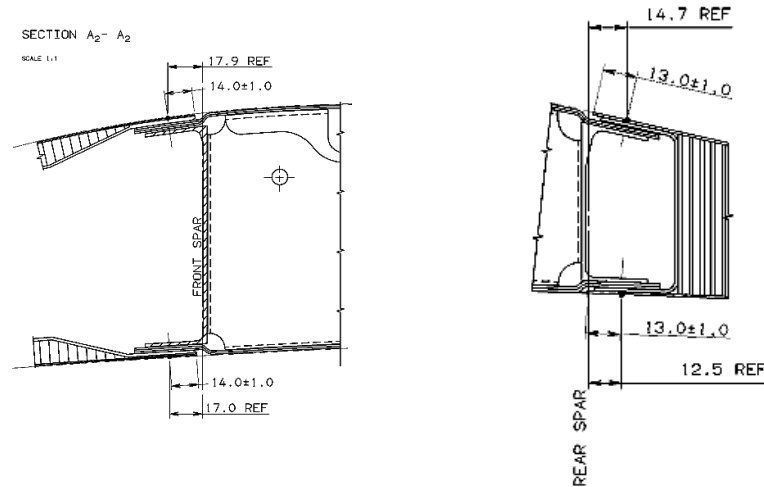
Slika 2.4 Ojačanje oplata 9. i 10. rebra [2]



Slika 2.5 Ojačanje uzdužnica (lijevo) i rebro 14 (desno) [2]

Aluminijske legure korištene pri izradi zakrilca su Al 2024-T42, Al 7050-T7451 te Al 7075-T7351. Svojstva ovih materijala obrađena su u poglavlju 2.6. Od Al 2024 su izrađena rebra označena brojevima od 3 do 8 i od 11 do 13, pomoćna ramenjača, ojačanje oplata kod rebara 9 i 10, te različiti spojni elementi koji povezuju ramenjače sa rebrima. Prednja i stražnja ramenjača, ojačanje uzdužnica, te rebra označena brojevima 1, 2, 9, 14 izrađena su iz Al 7075, dok je od Al 7050 izrađeno samo rebro broj 10. Poprečni presjeci ramenjača prikazani su na slici 2.6, koja ujedno pokazuje izvedbu spajanja ramenjača, oplata i *sandwich* konstrukcije sa sačastom ispunom napadnih i izlaznih rubova u jednu cjelinu.

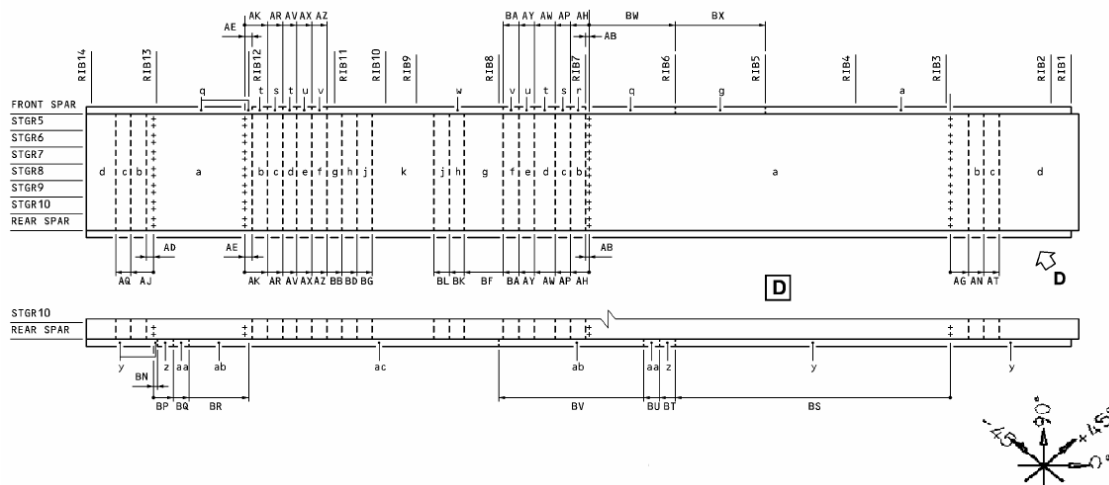
## 2. Opis modela zakrilca



Slika 2.6 Poprečni presjeci ramenjača: lijevo prednja, desno stražnja i pomoćna ramenjača [2]

Oplata zakrilca mijenja debljinu odnosno broj jednosmjernih slojeva duž raspona. Raspored debljine oplata duž raspona je prikazana slikom 2.7 za gornju oplatu, a sličan raspored vrijedi i za donju oplatu. Svi slojevi su jednake debljine 0,125 mm, a broj slojeva varira od 14 (dijelovi oplata označeni slovom "a" na slici 2.7) do 41 (dijelovi oplata označeni slovom "k" na slici 2.7) tako da se debljina mijenja od 1,75 mm do 5,125 mm. Na slici 2.7 je vidljivo da je raspored debljina i orijentacija oplata vrlo složen te ukupno postoji 39 različitih kombinacija ukupnog broja i orijentacija slojeva. Zbog toga je u tablici 2.1 iznesena samo orijentacija najvećih dijelova oplata koji su označeni slovima "a" do "k". Orijentacija jednosmjernih slojeva mjeri se u odnosu na referentnu os koja je za sve kompozitne komponente usmjerena duž raspona zakrilca. Uzdužnice su izvedene u sklopu oplata na način prikazan na slici 2.8, a broj i raspored slojeva te profil uzdužnica također varira po rasponu. Ukupan broj slojeva uzdužnica se kreće od 14 do 27, što daje ukupnu debljinu uzdužnica od 1,75 do 3,375 mm. Profil uzdužnica je prikazan na slici 2.8, a visina profila većine uzdužnica iznosi 20 mm, dok je profil uzdužnica u blizini rebara broj 9 i 10 visine je 30 mm.

## 2. Opis modela zakrilca



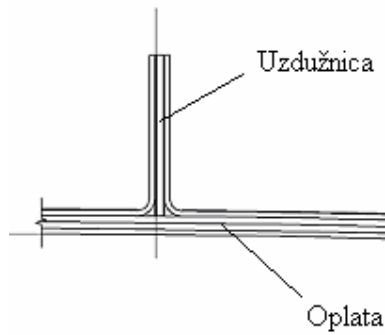
Slika 2.7 Prikaz različitih debljina gornje oplata [2]

Tablica 1.1 Brojevi slojeva i orijentacija oplata

Oznaka oplata	Broj slojeva	Orijentacija slojeva
"a"	14	[45/0/-45/90/-45/0/45] <sub>s</sub>
"b"	17	[45/0/-45/90/-45/0/45 /-45/90/-45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"c"	20	[45/0/-45/90/-45/0/45 /-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"d"	23	[45/0/-45/90/-45/0/45/45/0/0 /-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"e"	26	[45/0/-45/90/-45/0/45/-45/90/-45/45/0/0 /-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"f"	29	[45/0/-45/90/-45/0/45/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0 /-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"g"	32	[45/0/-45/90/-45/0/45/45/0/0 /-45/90/-45/0/0/45] <sub>s</sub>
"h"	35	[45/0/-45/90/-45/0/45/-45/90/-45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"j"	38	[45/0/-45/90/-45/0/45/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
"k"	41	[45/0/-45/90/-45/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/0/-45/90/-45/0/0/45/45/0/-45/90/-45/0/45]
Tanji dijelovi oplata napadnog ruba	5	[45/-45/90/-45/45]
Deblji dijelovi oplata napadnog ruba	10	[45/-45/90/-45/45/45/-45/90/-45/45]

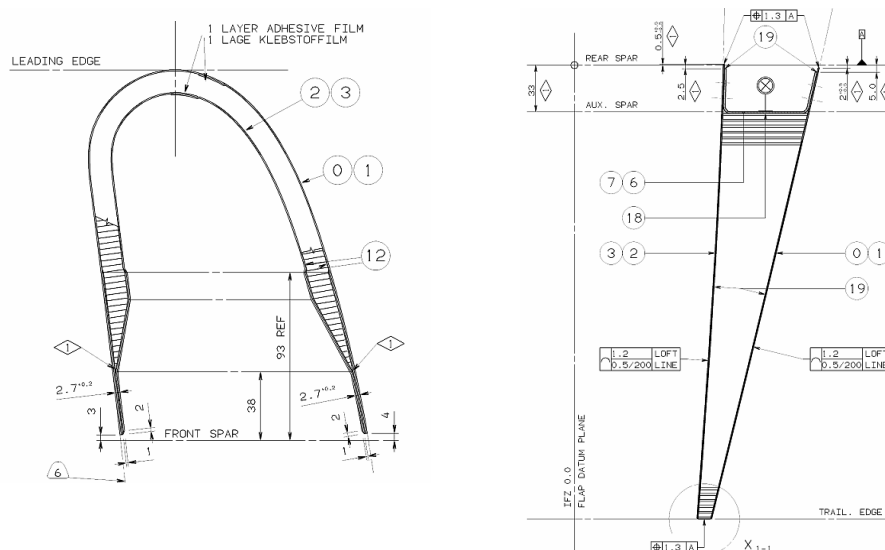


## 2. Opis modela zakrilca



Slika 2.8 Način izvođenja kompozitnih uzdužnica [2]

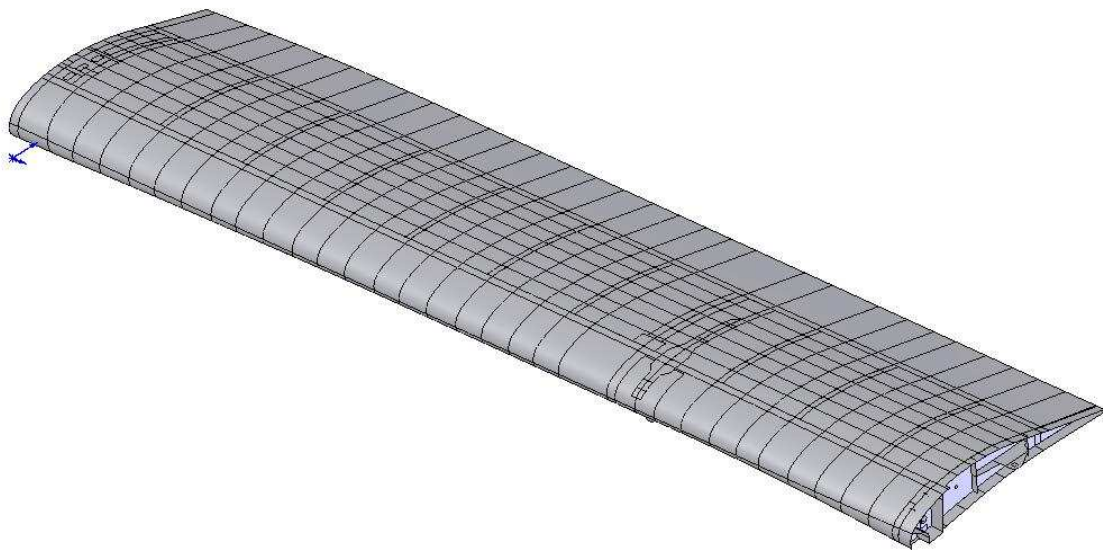
Prednji i stražnji rubovi izvedeni su kao sačaste konstrukcije. Oplata sačaste konstrukcije prednjeg ruba izvedena je od ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole, dok je oplata sačaste konstrukcije na izlaznom rubu izvedena od aluminijske legure Al 2024-T42. Podaci o vrsti jezgre sačaste konstrukcije nisu bili dostupni, pa se u analizama pretpostavljalo da se radi o Nomex-u. Ukupna debljina *sandwich* konstrukcije na napadnom rubu iznosi 12mm, dok je cijeli izlazni rub iza pomoćne ramenjače popunjen jezgrom. Oplata *sandwich* konstrukcije napadnog ruba je promjenljive debljine, odnosno broja slojeva. Ova promjena je vidljiva na slici 2.9, a orijentacija kompozitnih slojeva dana je u tablici 1.1



Slika 2.9 Prikaz sandwich konstrukcije napadnog (lijevo) i izlaznog (desno) ruba [2]

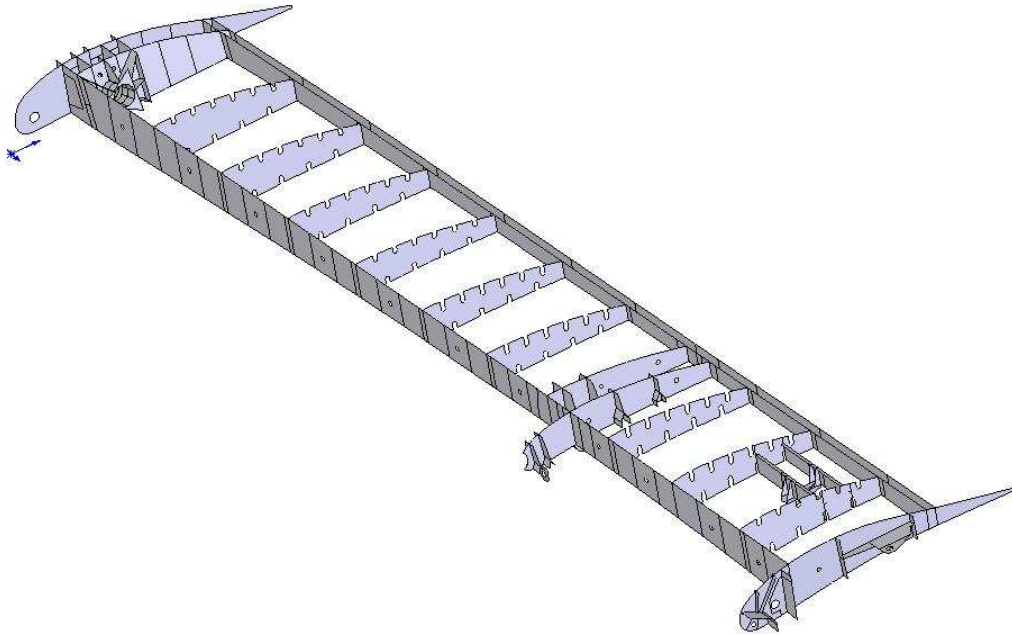
## 2.2 CAD model konstrukcije

Geometrija modela je modelirana u CAD računalom programu "Solidworks 2007". Za modeliranje dijelova konstrukcije koji su kasnije diskretizirani ljuskastim konačnim elementima korištena je dvodimenzionalna geometrija odnosno površine. Budući da se ljuskastim konačnim elementima podatak o debljini ljuske zadaje tek u programima za analizu metodom konačnih elemenata, geometrijske površine kojima su diskretizirane različite debljine modela morale su biti odvojene. Sačaste konstrukcije napadnog i izlaznog ruba modela su predviđene za modeliranje trodimenzionalnim *solid* i trodimenzionalnim ljuskastim elementima (kontinuirani ljuskasti elementi – poglavlje 2.4). Pri modeliranju ovih dijelova trodimenzionalnom (*solid*) geometrijom poteškoće je predstavljalo modeliranje oplata koja je na pojedinim mjestima vrlo tanka (0.625mm). Ovaj problem je riješen tako da se vanjski oblik modelira površinama, a mreža trodimenzionalnih elemenata je izrađena opcijom generiranja trodimenzionalnih elemenata iz dvodimenzionalne geometrije u pretpocesoru programa MSC Nastran for Windows 2005, koji je korišten za izradu mreže konačnih elemenata. Zbog istog razloga zanemareno je skošenje početka *sandwich* konstrukcije, a ovo pojednostavljenje je vidljivo na slici 2.16. Dio rebra broj 9 je modeliran kao trodimenzionalna geometrija jer je zbog velike debljine (28mm) neprikladan za modeliranje ljuskastim elementima.



Slika 2.10 Prikaz CAD modela zakrilca

## 2. Opis modela zakrilca



Slika 2.11 Prikaz CAD modela zakrilca bez oplata

Uzdružnice su diskretizirane grednim konačnim elementima pa je njihova geometrija izvedena krivuljama duž oplata. Pri modeliranju geometrije su zanemareni dijelovi koji ne utječu na odziv modela, čime se izbjeglo dodatno kompliciranje mreže konačnih elemenata. U skupinu zanemarenih dijelova geometrije spadaju konstruktivni elementi koji služe za obranu od udara groma, trake za sprečavanje trošenja i slično.

### 2.3 Model konačnih elemenata

Razmatranjem položaja unutarnjeg zakrilca na krilu zrakoplova Airbus A319 (slika 2.12) može se zaključiti da je dio zakrilca od rebra 8 prema rebro 14 zaklonjen motorom, što znači da će ptica, ako se nađe na putanji prema tom dijelu zakrilca biti usisana u motor, pa je vjerojatnost udara u taj dio zakrilca jako mala. Zbog toga je u ovom diplomskom radu analiziran samo udarac ptice u napadni rub dijela zakrilca koji nije zaštićen motorom.

## 2. Opis modela zakrilca



Slika 2.12. Airbus A319 sa označenim položajem zakrilca [3]

Mreža konačnih elemenata je izrađena u pretprocesoru programa Msc Nastran for Windows 2005, a potom je prebačena u ABAQUS, u kojemu su se provodile analize. Pri generiranju mreže dvodimenzionalnih konačnih elemenata nastojalo se koristiti četverokutne ljuskaste S4R elemente, no zbog relativno komplicirane geometrije pojedinih dijelova zakrilca bilo je neizbježno korištenje trokutnih ljuskastih S3R elemenata. Za uzdužnice i ojačanja ramenača su korišteni standardni B31 gredni elementi. Elementi jezgara *sandwich* konstrukcija modelirani su heksaedarskim C3D10R konačnim elementima.

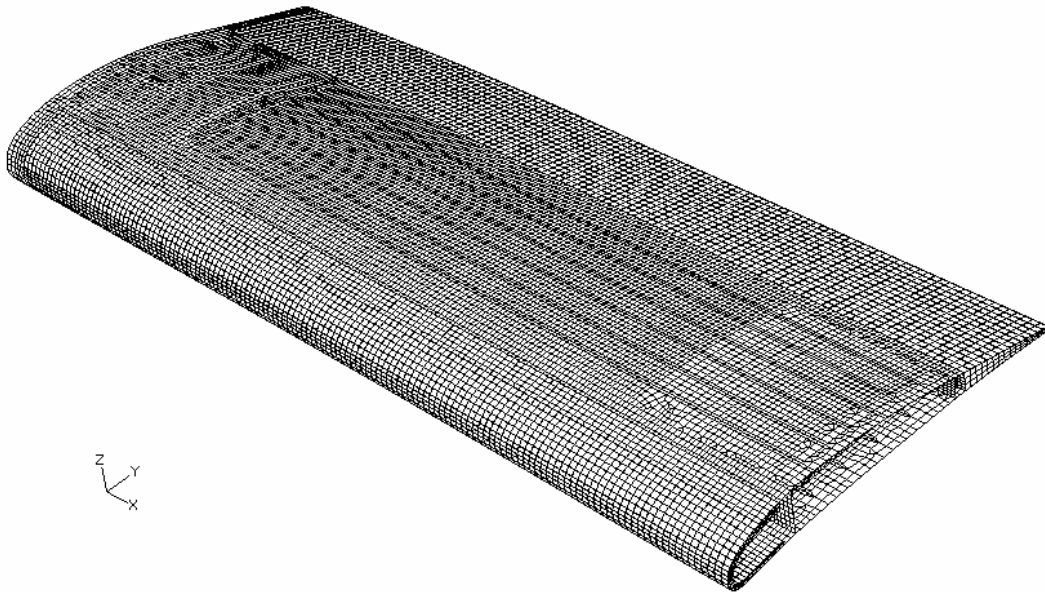
Tablica 2.2 Podaci o mreži konačnih elemenata

Ukupan broj elemenata	75629
Ukupan broj čvorova	74068
Broj ljuskastih elemenata	31021
Broj grednih elemenata	4888
Broj kontinuiranih ljuskastih elemenata	12144
Broj trodimenzionalnih elemenata	18216

## 2.4 Modeliranje sandwich napadnih i izlaznih rubova

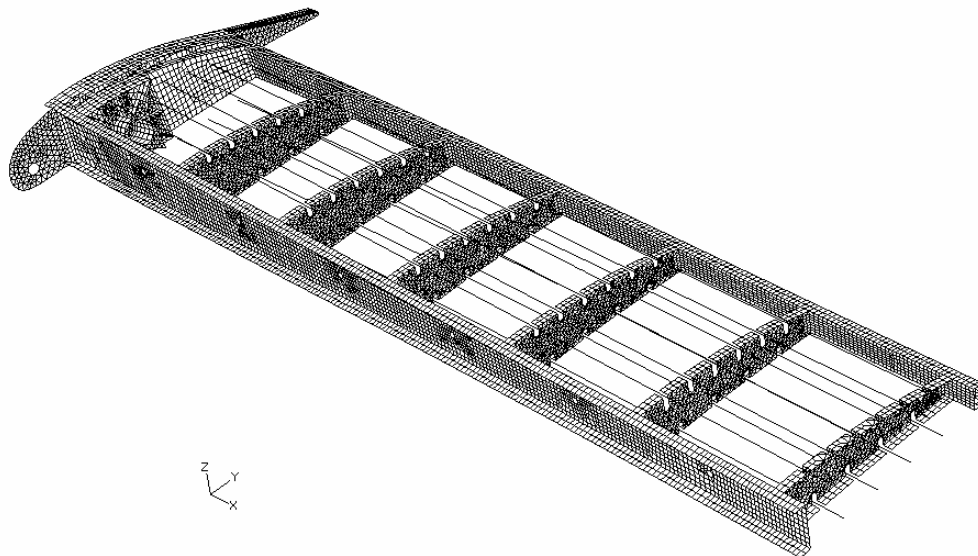
Napadni rub zakrilca je, zbog relativno velike debljine *sandwich* konstrukcije, diskretiziran trodimenzionalnim konačnim elementima. U sudaru s pticom velika je vjerojatnost mjesta udara upravo na napadnom rubu zakrilca te je zbog toga prilikom modeliranja geometrije i generiranja mreže konačnih elemenata napadnom rubu posvećena posebna pozornost.

Za modeliranje oplata *sandwich* konstrukcije korišteni su elementi koji se u [4] nazivaju kontinuirani ljuskasti elementi. Sa stajališta modeliranja glavna razlika između kontinuiranih i običnih odnosno konvencionalnih ljuskastih elemenata je što se kontinuiranim ljuskastim elementima diskretizira trodimenzionalna geometrija. S obzirom na broj čvorova i oblik elemenata ABAQUS/Explicit nudi mogućnost izbora između dva tipa kontinuiranih ljuskastih



Slika 2.13 Mreža konačnih elemenata

## 2. Opis modela zakrilca

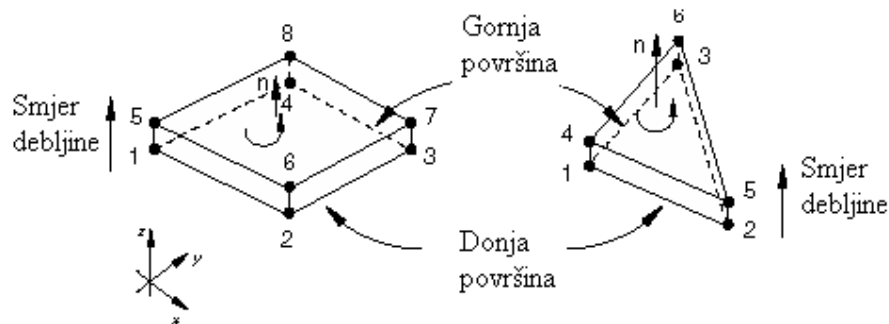


Slika 2.14 Mreža konačnih elemenata, bez oplata, napadnog i izlaznog ruba

elemenata – tetraedarskog SC6R i heksaedarskog SC8R elementa. Kinematske relacije i konstitutivno ponašanje kontinuiranih ljuskastih elemenata slično je konvencionalnim ljuskama, no čvorovi ovih elemenata posjeduju samo translacijske stupnjeve slobode gibanja. Budući da se ovim elementima diskretizira realna (trodimenzionalna) geometrija omogućeno je modeliranje promjenljive debljine elemenata, čime se unaprjeđuje točnost odziva pri kontaktu. Pri generiranju mreže konačnih elemenata potrebno je obratiti pozornost na orijentaciju normale kontinuiranih ljuskastih elemenata jer se u odnosu na normalu elementa određuje svojstvo debljine. Normala kontinuiranog ljuskastog elementa određena je redoslijedom numeriranja čvorova pri definiciji elementa na način prikazan na slici 2.15.

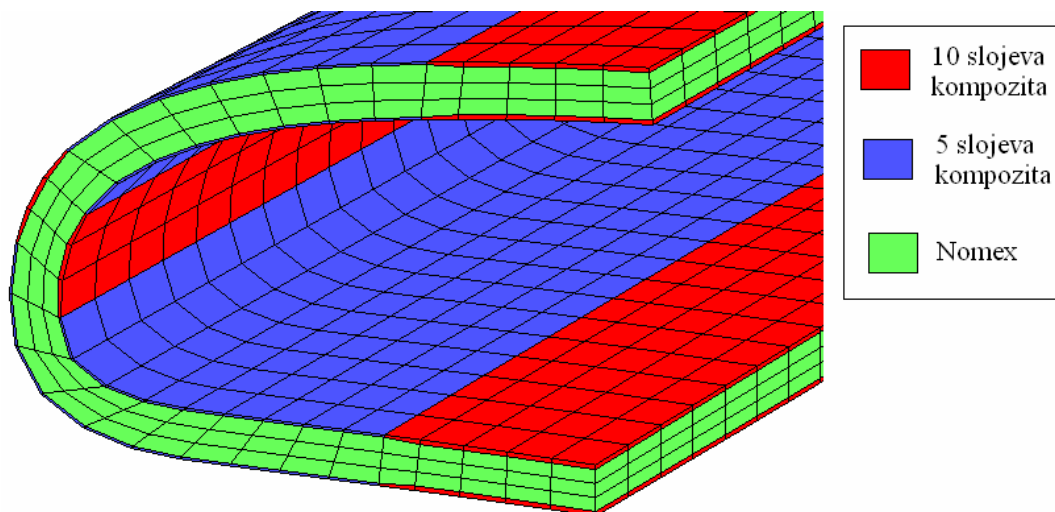
Elementi kontinuiranih ljusaka spadaju u skupinu elemenata koji su pogodni za nelinearne analize različitih kontinuuma [5] jer dopuštaju konačnu membransku deformaciju i velike rotacije. Moguće je i slaganje više redova kontinuiranih ljuskastih elemenata, kako bi se dobio bolji odziv kroz debljinu modela. Nedostatak kontinuiranih ljuskastih elemenata je što zbog relativno male dimenzije stranice elementa u smjeru debljine znatno smanjuju stabilni vremenski korak eksplicitne analize, te na taj način povećavaju trajanje analize.

## 2. Opis modela zakrilca



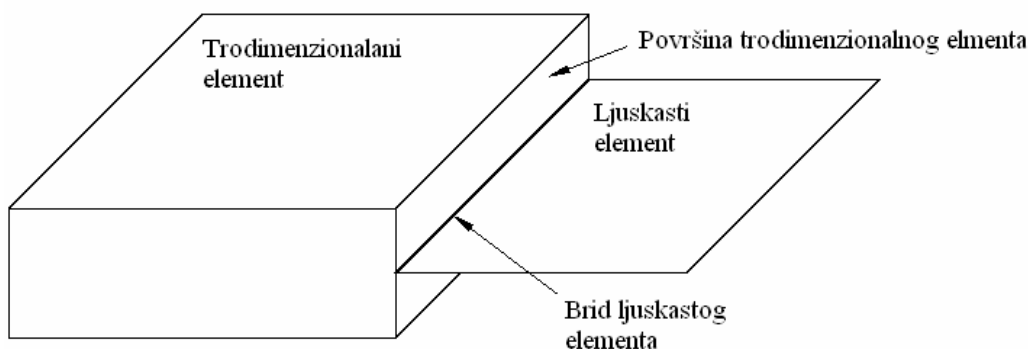
Slika 2.15 Određivanje normale kontinuiranih ljuskastih elemenata

Jezgra *sandwich* konstrukcije modelirana je običnim, odnosno "solid" trodimenzionalnim C3D8R elementima. Spajanje ovih elemenata sa kontinuiranim ljuskastim elementima oplata *sandwich* konstrukcije ne zahtijeva nikakve posebne kinematske veze, te se ovaj spoj može ostvariti korištenjem istih čvorova na spoju različitih vrsta elemenata. Mreža konačnih elemenata napadnog ruba prikazana je na slici 2.16. Na slici je vidljiva promjena debljine kontinuiranih ljuskastih elemenata kojima je diskretizirana promjenljiva debljina oplata.

Slika 2.16 Mreža konačnih elemenata *sandwich* konstrukcije napadnog ruba

## 2.5 Spajanje konvencionalnih i kontinuiranih ljuskastih elemenata

Spajanje trodimenzionalnih i dvodimenzionalnih elemenata vrši se kinematskom vezom koja se u ABAQUS-u zove "*Shell to solid coupling*". Na taj je način omogućeno lokalno modeliranje geometrije trodimenzionalnim elementima na dijelovima modela koji su nepogodni za diskretiziranje ljuskastim elementima. Ova se kinematska veza, osim za spajanje trodimenzionalnih i konvencionalnih ljuskastih elemenata, može koristiti i za spajanje konvencionalnih i kontinuiranih ljuskastih elemenata. Korištenje "*Shell to solid*" veze je vrlo pogodno sa stajališta modeliranja, jer ne zahtijeva poklapanje čvorova ljuskastih i trodimenzionalnih elemenata. Kinematska veza povezuje rotacijske i translacijske stupnjeve slobode gibanja čvorova duž brida ljuskastog elementa sa srednjim pomacima i rotacijom površine trodimenzionalnog elementa. Za pravilno uspostavljanje kinematske veze na spoju dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih elemenata potrebno je modelirati položaj elemenata na način prikazan na slici 2.17.



Slika 2.17 "*Shell to solid*" kinematska veza

## 2.6 Svojstva materijala

Raspoloživom tehničkom dokumentacijom nisu određena mehanička svojstva materijala od kojih je izrađeno zakrilce, te su zbog toga svojstva materijala preuzeta iz druge literature. Svojstva aluminijskih legura određena su prema [5], a dana su tablicom 2.3. Budući da je u ovom radu analiziran udar ptice u kompozitni napadni rub zakrilca, opterećenje metalne konstrukcije je relativno malo, te ne dolazi do nelinearnog ponašanja. Svojstva jednosmjernog sloja ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole preuzete su iz [6]. Tablica



## 2. Opis modela zakrilca

2.4 prikazuje standardna mehanička svojstva ovog materijala, a tablicom 2.5 dani su parametri čvrstoće preko kojih je definiran Hashinov kriterij popuštanja (poglavlje 3.2).

Tablica 2.3 Mehanička svojstva aluminijskih legura

Aluminijska legura	$E$ [GPa]	$G$ [GPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Al 2024-T42	73,774	27,579	0,33	2768
Al 7050-T7451	71,016	26,889	0,33	2823
Al 7075-T7351	71,016	26,889	0,33	2796

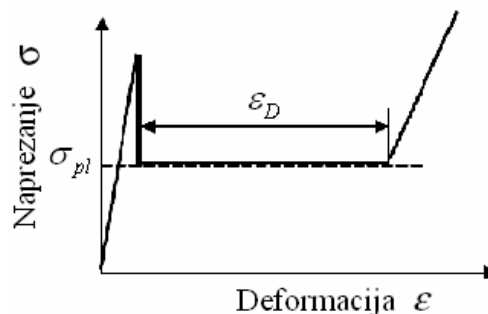
Tablica 2.4 Mehanička svojstva ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole

$E_1$ [GPa]	$E_2$ [GPa]	$G_{12}$ [GPa]	$\nu_{12}$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
181,00	10,30	7,17	0,28	1605,46

Tablica 2.5 Parametri čvrstoće ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole

Čvrstoća	$X^T$ [MPa]	$X^C$ [MPa]	$Y^T$ [MPa]	$Y^C$ [MPa]	$S$ [MPa]
	1500	1500	40	246	68

Svojstva jezgre *sandwich* konstrukcije određena su prema [7]. Hookeov dijagram tlačno opterećene jezgre od Nomexa prikazan je dijagramom na slici 2.18. Na dijagramu se jasno uočavaju tri dijela. Prvi dio dijagrama prikazuje linearno elastično ponašanje koje posjeduje Nomex pri relativno malim deformacijama koje iznose do približno 5%. Nakon toga nastupa naglo lomljenje jezgre pri relativno konstantnom stanju naprezanja koje je na dijagramu označeno sa  $\sigma_{pl}$  ("plateau stress"). Sa  $\varepsilon_D$  označena je veličina deformacija u ovom dijelu dijagrama koja iznosi i do 80%. Na trećem dijelu dijagrama nastupa ponovni porast naprezanja jer se sačasta jezgra ne može više stlačivati.



Slika 2.18 Kvalitativni Hookeov dijagram pri tlačnom opterećenju Nomexa [7]

## 2. Opis modela zakrilca

U ovom radu su svojstva Nomexa aproksimirana izotropnim materijalom, čija su svojstva dana tablicom 2.6. Ova aproksimacija je uvedena zato što su podaci o udarnom ispitivanju saćastih materijala vrlo oskudni. Dijagram sa slike 2.18 snimljen je za tlačni pokus pri malim brzinama. Zbog toga je pretpostavljeno da se jezgra *sandwich* konstrukcije ponaša linearno elastično, sve dok naprezanje ne dosegne graničnu vrijednost  $\sigma_y$  nakon koje se materijal ponaša idealno plastično. Lom jezgre je aproksimiran kriterijem popuštanja prema kojemu popuštanje elementa nastupa pri ekvivalentnoj plastičnoj deformaciji od  $\varepsilon_{fail} = 5\%$ . Ova je vrijednost odabrana zato što pri toj vrijednosti deformacije krutost jezgre naglo pada zbog loma saća Nomexa. Lom jezgre diskretiziran je primjenom ABAQUS-ovog kriterija posmičnog popuštanja, koji određuje popuštanje konačnih elemenata na osnovu granične vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije.

Tablica 2.6 Mehanička svojstva Nomexa [7]

$E$ [MPa]	$\nu$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\sigma_y$ [MPa]	$\varepsilon_{fail}$
414MPa	0,28	33	7,6	0,05

## 2.7. Modeliranje kompozitnih uzdužnica

Kompozitne uzdužnice diskretizirane su grednim konačnim elementima. ABAQUS/Explicit nema mogućnosti modeliranja kompozitnih grednih elemenata. Kako bi se odziv grednih elemenata što više približio realnom odzivu kompozitnih uzdužnica korišten je postupak određivanja homogeniziranih svojstava grednih konačnih elemenata prema [8]. Primjenom ovog postupka moguće je izračunati ekvivalentna izotropna svojstva materijala i ekvivalentne momente tromosti presjeka grede, koji se u programima za analize metodom konačnih elemenata zadaju homogenim grednim konačnim elementima kako bi se aproksimirao odziv kompozitnih greda.

Ekvivalentna krutost grede određuje se slijedećim izrazima:

$$ES = \int_S E_i dS = \sum_{i=1}^n E_i S_i \quad (1)$$

## 2. Opis modela zakrilca

$$EI_z = \int_S Eiy^2 dS = \sum_{i=1}^n E_i I_{zi} \quad (2)$$

$$GS = \int_S G_i dS = \sum_{i=1}^n G_i S_i \quad (3)$$

gdje je  $n$  označen ukupan broj slojeva. Površine  $S_i$  i momenti tromosti  $I_{zi}$  računaju se za geometrijske karakteristike jednousmjerenih slojeva, a svojstva materijala  $E_i$  i  $G_i$  odnose se na svojstva u smjeru globalnog koordinatnog sustava duž grede. Za slojeve koji su orijentirani u smjeru globalnog koordinatnog sustava  $(x,y,z)$  vrijedi da je  $E_i = E_1$  i  $G_i = G_{12}$ . Za slojeve orijentirane pod kutom  $\theta$  u odnosu na globalni koordinatni sustav ove se vrijednosti moraju transformirati iz materijalnih koordinatnih sustava  $(1,2,3)$  u globalni koordinatni sustav. Ove transformacije imaju oblik ([9]):

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4 \theta}{E_1} + \frac{\sin^4 \theta}{E_2} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left( \frac{1}{G_{12}} - 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) \quad (4)$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left( \frac{1 + \nu_{12}}{E_1} + \frac{1 + \nu_{21}}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) + \frac{1}{G_{12}} \quad (5)$$

Ako se odabere da je površina presjeka homogenizirane grede isti kao i pravi presjek kompozitne grede dobiju se relacije za ekvivalentna svojstva materijala:

$$E_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i S_i}{S} \quad (6)$$

$$I_{zeq} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i I_{zi}}{E_{eq}} \quad (7)$$

$$G_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i S_i}{S} \quad (8)$$

## 2. Opis modela zakrilca

Tablica 2.7 prikazuje svojstva homogeniziranog materijala izračunatog na primjeru uzdužnice sa orijentacijom [45/0/-45/90/-45/0/45/0/45/-45/90/-45/45/0/45/0/-45/90/-45/0/45].

**Tablica 2.7 Svojstva homogeniziranog materijala uzdužnica**

Ukupan broj slojeva	Debljina sloja	Površina presjeka grede [mm <sup>2</sup> ]	$E_{eq}$ [GPa]	$I_{zeq}$ [m <sup>4</sup> ]	$G_{eq}$ [GPa]
21	0,125 mm	52,5	62,75	$4,375 \cdot 10^{-9}$	7,4235

### 3. Analiza metodom konačnih elemenata

#### 3.1 Opis nelinearnog eksplicitnog algoritma integriranja

Analize metodom konačnih elemenata vršene su pomoću računalnog programa ABAQUS/Explicit, koji je vrlo pogodan za rješavanje problema tranzientne nelinearne dinamike poput udara velikom brzinom. *Solver* ovog računalnog programa koristi pravilo središnjih diferencija za integraciju sustava jednadžbi gibanja, koristeći pri tome kinematske uvjete prethodnog inkrementa za računanje brzina i ubrzanja u slijedećem inkrementu [4]. Prema jednadžbi dinamičke ravnoteže produkt matrice mase i vektora čvornih ubrzanja jednak je vektoru sila u čvorovima. Vektor čvornih sila jednak je razlici vektora vanjskih sila i unutarnjih sila elemenata. Ovaj je uvjet prikazan jednadžbom (9)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I} \quad (9)$$

gdje je  $\mathbf{M}$  matrica masa sustava konačnih elemenata,  $\ddot{\mathbf{u}}$  je vektor ubrzanja čvorova,  $\mathbf{P}$  je vektor vanjskih sila, a  $\mathbf{I}$  je vektor unutarnjih sila koji se za nepriugušeni sustav definira kao umnožak matrice krutosti i vektora pomaka čvorova. Na početku inkrementa računaju se ubrzanja tako da se sustav jednadžbi dinamičke ravnoteže (9) množi s lijeve strane inverznom matricom  $\mathbf{M}^{-1}$ . Računalno vrijeme za invertiranje matrice  $\mathbf{M}$  je relativno malo, jer elementi koji se koriste u eksplicitnim analizama imaju dijagonalnu matricu mase. Dijagonalna matrica mase (*lumped mass matrix*) pretpostavlja da je ukupna masa elementa jednoliko raspoređena po njegovim čvorovima čime se pretpostavlja da su ubrzanja volumena elementa konstantna i jednaka vrijednostima u čvorovima. [10] Za izračun brzina koristi se integracija prema pravilu središnjih diferencija uz pretpostavku konstantnih ubrzanja. Netočnosti koje proizlaze iz ove pretpostavke se smanjuju smanjivanjem vremenskog koraka integracije  $\Delta t$ . Brzine se računaju na sredini tekućeg inkrementa zbrajanjem promjene brzine sa brzinom u sredini prethodnog inkrementa (jednadžba 10).

$$\dot{\mathbf{u}}\Big|_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \dot{\mathbf{u}}\Big|_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{\left(\Delta t\Big|_{t+\Delta t} + \Delta t\Big|_{t}\right)}{2} \ddot{\mathbf{u}}\Big|_{t} \quad (10)$$

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

Vektor pomaka čvorova se računa zbrajanjem pomaka prethodnog koraka sa umnoškom vremenskog koraka i izračunate brzine na sredini tekućeg vremenskog koraka.

$$\mathbf{u}_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}|_{(t+\Delta t)} \quad (11)$$

Na taj su način određena ubrzanja, brzine i pomaci tekućeg koraka, pomoću kojih se mogu izračunati ubrzanja, brzine i pomaci slijedećeg koraka, tako da algoritam eksplicitno napreduje kroz vrijeme. Budući da vremenski korak integracije mora biti kratak, za računanje cijele analize potreban je jako velik broj inkremenata. S druge strane, kako rješavanje jednadžbe (9) ne zahtijeva rješavanje spregnutog sustava jednadžbi, računalno vrijeme ovih inkremenata je vrlo malo. Ova činjenica je ujedno je i glavna prednost eksplicitnih u odnosu na implicitne metode integracije.

Integriranje metodom središnjih diferencija spada u uvjetno stabilne metode, što znači da vremenski korak integracije ne smije biti veći od iznosa koji se naziva granicom stabilnosti. Prekoračenje ove vrijednosti vremenskog koraka dovodi do numeričkih nestabilnosti i nefizikalnih rezultata. Iznos ovog najvećeg stabilnog vremenskog koraka integracije određuje se na osnovu najveće frekvencije sustava konačnih elemenata prema izrazu

$$\Delta t|_{\text{stabilni}} = \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (12)$$

za sustav bez prigušenja, odnosno

$$\Delta t|_{\text{stabilni}} = \frac{2}{\omega_{\max}} (\sqrt{1 + \xi^2} - \xi) \quad (13)$$

gdje je  $\xi$  iznos bezdimenzijskog parametra prigušenja najveće frekvencije. Budući da je računanje ovako definiranog stabilnog vremenskog koraka vremenski vrlo neučinkovito, ABAQUS/Explicit koristi jednostavnu i konzervativnu procjenu iznosa granično stabilnog vremenskog koraka. Procjena se određuje na osnovu omjera najmanje duljine elementa  $L^e$  i brzine širenja vala  $c_d$  kroz njega.

$$\Delta t_{\text{stabilni}} = \frac{L^e}{c_d} \quad (14)$$

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (15)$$

što znači da na iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka utječu svojstva materijala i veličina konačnih elemenata. Fizikalno značenje ovako procijenjenog najvećeg vremenskog koraka je vrijeme potrebno valu napreznja da prijeđe udaljenost jednaku najmanjoj duljini elementa. Određivanje ovog vremenskog koraka je u ABAQUS/Explicit-u potpuno automatsko, a vrši se na početku svakog vremenskog koraka pa se njegov iznos mijenja tijekom analize. Ukoliko analiza zahtijeva manji vremenski korak, moguće je i njegovo ručno definiranje.

**- Nelinearna analiza**

Općenito postoje tri izvora nelinearnosti:

- Materijalna nelinearnost
- Geometrijska nelinearnost
- Nelinearnost rubnih uvjeta
- 

Materijalna nelinearnost nastaje kada krivulja veze napreznja i deformacija prestaje biti linearna. Većina materijala se ponaša linearno sve do određenog iznosa napreznja koji se zove granicom proporcionalnosti materijala. Geometrijska nelinearnost nastaje kada se zbog velikih pomaka konstrukcije mijenja matrica krutosti sustava konačnih elemenata. Nelinearnost rubnih uvjeta nastaje kada se, u toku analize mijenjaju rubni uvjeti. Primjer ovakve promjene rubnih uvjeta je u slučaju kada u analizi dolazi do kontakta. Uzimanje nelinearnosti u obzir u eksplicitnim analizama ne produljuje vrijeme računanja, jer ovaj algoritam ionako integrira sa vrlo malim vremenskim korakom.

**3.2 Hashinov kriterij popuštanja**

Mehanizmi popuštanja kompozitnih materijala znatno su složeniji od mehanizama popuštanja izotropnih metalnih materijala. Uzrok ovome leži u samoj građi kompozitnih materijala, koji se obično izrađuju spajanjem većeg broja različito orijentiranih slojeva, a uz to

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

se i svaki sloj sastoji od najmanje dvaju komponentata. Prema [9] postoji nekoliko glavnih načina popuštanja kompozitnih materijala a to su:

- lom matrice
- pucanje vlakna
- izvlačenje vlakna
- delaminacija odnosno odvajanje slojeva

Kriteriji popuštanja se uvijek definiraju za jedan sloj u njegovom glavnom materijalnom koordinatnom sustavu, čija je os 1 u smjeru vlakana, os 2 je u ravnini, a os 3 je okomita na sloj kompozitnog materijala. Za računanje kriterija popuštanja potrebno je poznavati parametre čvrstoće ili dopuštenih deformacija jednog sloja.

ABAQUS nudi mogućnost modeliranja popuštanja materijala koji nakon konačnog linearno elastičnog istezanja pucaju bez značajnije plastične deformacije. Ovakvo ponašanje pokazuje većina vlaknima ojačanih kompozita, a nastupanje oštećenja se određuje prema Hashin-ovom kriteriju popuštanja

Naprezanje u ortotropnom materijalu uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja određeno je konstitutivnom relacijom

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_d \boldsymbol{\varepsilon} \quad (16)$$

gdje je sa  $\mathbf{C}_d$  označena matrica elastičnosti elementa koja uključuje i stanje oštećenosti. Ova matrica ima oblik

$$\mathbf{C}_d = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_f)E_1 & (1-d_f)(1-d_m)\nu_{21}E_1 & 0 \\ (1-d_f)(1-dm)\nu_{12}E_1 & (1-d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_s)GD \end{bmatrix} \quad (17)$$

U jednadžbi (17) je sa  $d_f$  označen parametar oštećenja vlakna,  $d_m$  je parametar oštećenja matrice, a sa  $d_s$  je označen parametar posmičnog oštećenja. Svojstva materijala se odnose na glavni materijalni koordinatni sustav jednog sloja kompozita. Parametar  $D$  je definiran kao



## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21} \quad (18)$$

Hashin-ov kriterij popuštanja definiran je preko parametara čvrstoće sloja, pa je potrebno poznavati slijedeće parametre čvrstoće:

- $X^T$  - vlačna čvrstoća u smjeru vlakna
- $X^C$  - tlačna čvrstoća u smjeru vlakna
- $Y^T$  - vlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna
- $Y^C$  - tlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna
- $S^L$  - uzdužna smična čvrstoća
- $S^T$  - poprečna smična čvrstoća

Prema [4] Hashin-ov kriterij pokriva četiri načina popuštanja:

- pucanje vlakna pod vlačnim opterećenjem
- izvijanje vlakna pod tlačnim opterećenjem
- lom matrice pod poprečno vlačnim opterećenjem
- lom matrice pod poprečno tlačnim opterećenjem

Matematička formulacija kriterija popuštanja za različite načine popuštanja ima oblik:

- Vlačno opterećenje vlakna:

$$F_f^t = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (19)$$

- Tlačno opterećenje vlakna:

$$F_f^c = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^C} \right)^2 \quad (20)$$

- Vlačno opterećenje matrice

$$F_m^t = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (21)$$

- Tlačno opterećenje matrice

$$F_m^c = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y^C}{2S^T} \right) - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^C} + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (22)$$

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

Vrijednosti naprezanja  $\hat{\sigma}_{ij}$  u jednadžbama (19) do (22) odnose se na članove efektivnog tenzora naprezanja, kojim je definirano stanje naprezanja u oštećenom materijalu. U ovim jednadžbama se osim parametara čvrstoće javlja i koeficijent  $\alpha$ , kojim je određen doprinos posmičnih naprezanja u nastajanju oštećenja vlakna pri vlačnom opterećenju. Parametri čvrstoće vlaknima ojačane epoksidne smole dani su u tablici 2.5. Efektivni tenzor naprezanja definiran je preko operatora oštećenja  $\mathbf{M}$  prema jednadžbama (23) i (24).

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}\boldsymbol{\sigma} \quad (23)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Iznosi parametara oštećenja ovise o načinu opterećenja pa je

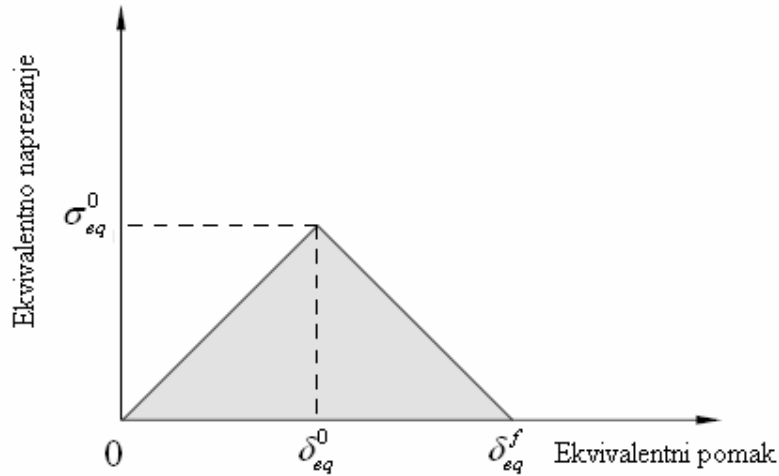
$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{za } \hat{\sigma}_{11} \geq 0 \\ d_f^c & \text{za } \hat{\sigma}_{11} < 0 \end{cases} \quad (25)$$

$$d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{za } \hat{\sigma}_{22} \geq 0 \\ d_m^c & \text{za } \hat{\sigma}_{22} < 0 \end{cases} \quad (26)$$

$$d_s = 1 - (1-d_f^t)(1-d_f^c)(1-d_m^t)(1-d_m^c) \quad (27)$$

Prije nastupanja oštećenja vrijednost operatora oštećenja jednaka je jedinici, pa je prema jednadžbi (23)  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}$ . Kvalitativni Hookeov dijagram za vlaknima ojačane kompozite prikazan je slikom 3.1. Lijevi dio dijagrama, odnosno pravac sa pozitivnim koeficijentom smjera odnosi se na linearno elastično ponašanje do trenutka nastajanja oštećenja. Površina ispod krivulje ovog dijagrama predstavlja vrijednost potrošene energije, a kvantitativne vrijednosti za analize u ovom diplomskom radu preuzete su iz [11].

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata



Slika 3.1. Hookeov dijagram za tipični vlaknima ojačani kompozit

Nakon nastupanja oštećenja će se parametri oštećenja mijenjati tako da se dobije pravac sa negativnim koeficijentom smjera sa dijagrama na slici 3.1. Nakon nastupanja oštećenja parametri oštećenja određenog načina popuštanja poprimaju vrijednosti prema jednadžbi (28), čime se postiže pravac sa negativnim koeficijentom pravca dijagrama na slici 3.1.

$$d = \frac{\delta_{eq}^f (\delta_{eq} - \delta_{eq}^0)}{\delta_{eq} (\delta_{eq}^f - \delta_{eq}^0)} \quad (28)$$

U jednadžbi (28) je sa  $\delta_{eq}^0$  označen ekvivalentni pomak pri kojem nastaje oštećenje, a  $\delta_{eq}^f$  je označen ekvivalentan pomak potpunog popuštanja sloja po jednom od četiri načina popuštanja. Ekvivalentni pomak i ekvivalentno naprezanje dani su izrazima za svaki od načina popuštanja prema izrazima od (19) do (20). Parametar  $L^c$  u ovim jednadžbama predstavlja karakterističnu duljinu elementa, koja ovisi o dimenzijama konačnog elementa, a za ljuskasti element se određuje kao korijen njegove površine.

-Vlačno opterećenje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{ft} = L^c \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \varepsilon_{12}^2} \quad (29)$$

$$\sigma_{eq}^{ft} = L^c \frac{\langle \sigma_{11} \rangle \langle \varepsilon_{11} \rangle + \alpha \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{ft} / L^c} \quad (30)$$

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

-Tlačno opterećenje vlakna ( $\hat{\sigma}_{11} < 0$ ):

$$\delta_{eq}^{fc} = L^c \langle -\varepsilon_{11} \rangle \quad (31)$$

$$\sigma_{eq}^{fc} = \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle \langle -\varepsilon_{11} \rangle + \langle -\sigma_{11} \rangle}{\delta_{eq}^{fc} / L^c} \quad (32)$$

- Vlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{mt} = L^c \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2} \quad (33)$$

$$\sigma_{eq}^{mt} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle \langle \varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mt} / L^c} \quad (34)$$

- Tlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} < 0$ )

$$\delta_{eq}^{mc} = L^c \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2} \quad (35)$$

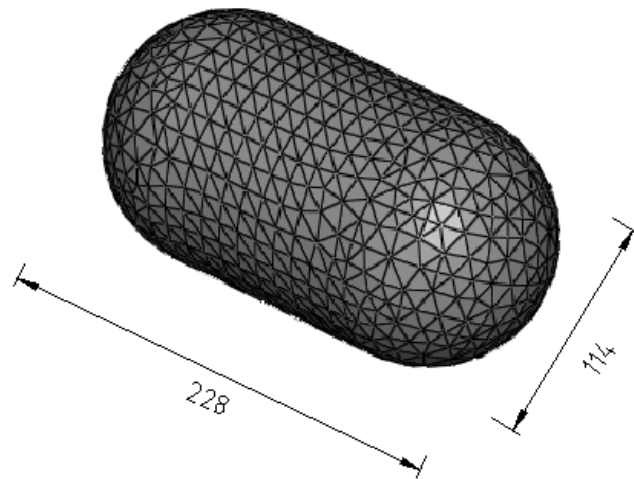
$$\sigma_{eq}^{mc} = \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle \langle -\varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mc} / L^c} \quad (36)$$

U jednadžbama (29) do (36) se simbol  $\langle \rangle$  koristi kao Macaulayev operator koji je definiran kao  $\langle \alpha \rangle = (\alpha + |\alpha|) / 2$ . ABAQUS/Explicit nudi mogućnost modeliranja popuštanja konačnog elementa na osnovu Hashinovog kriterija popuštanja. Do popuštanja konačnog elementa dolazi ako su svi slojevi kompozita popustili po bilo kojem od načina popuštanja koje pokriva Hashinov kriterij.

### 3.3 Udarač opis materijala i oblika

Zrakoplovni propisi određuju masu od 1,82 kg (4 lb) za ispitivanje udara ptice u dijelove krila velikih putničkih aviona. U ovom diplomskom radu preuzet je oblik udarača koji se najčešće koristi u numeričkim simulacijama udara ptice [12]. Oblik udarača i njegove dimenzije prikazane su slikom 3.2, a da bi njegova masa bila 1,82 kg materijalu je dodijeljena gustoća od 938 kg/m<sup>3</sup>.

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

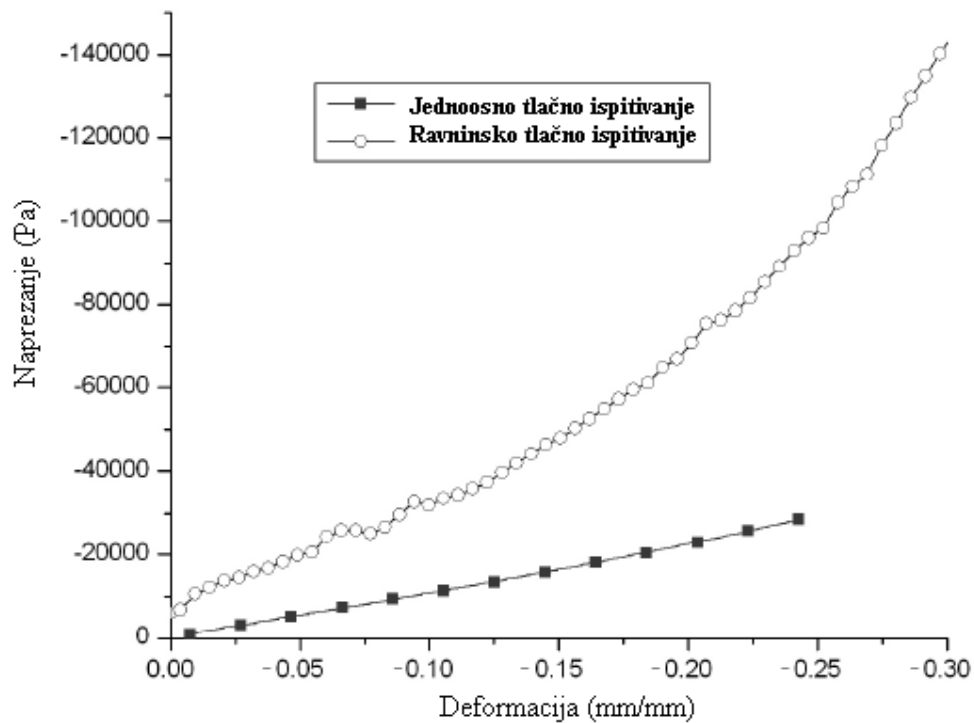


Slika 3.2 Mreža konačnih elemenata udarača i njegove dimenzije [mm]

Ispitivanjem različitih viskoelastičnih i hiperelastičnih modela materijala koji se mogu modelirati u ABAQUS-u, kao materijal udarača je odabran hiperelastičan gel. Hiperelastičan se materijal u ABAQUS-u može definirati preko koeficijenata ili na osnovu rezultata ispitivanja. Zbog složene matematičke formulacije ponašanja hiperelastičnog materijala i relativno oskudnih podataka o svojstvima hiperelastičnih materijala, svojstva materijala udarača su preuzeta su iz [13]. Svojstva materijala se u spomenutoj literaturi zadaju preko rezultata jednoosnog i ravninskog tlačnog ispitivanja, koji su prikazani dijagramom na slici 3.3. Ovaj se materijal u [13] naziva balistički gel, a namijenjen je ispitivanjima u kojima se žele simulirati svojstva bioloških tkiva. Zbog toga se pretpostavljalo da će ovaj materijal biti dobra aproksimacija ptice.

Većina literature u koja se bavi numeričkom simulacijom udara ptice kao materijal ptice uzima konstitutivni model EOS (*Equation Of State*), koji predstavlja hidrodinamički materijal čija je volumetrijska čvrstoća određena jednačinom stanja. Zbog relativno loših mogućnosti definiranja svojstava EOS materijala u ABAQUS-u se tijekom izrade ovog diplomskog rada rano odustalo od primjene ovog materijala.

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata

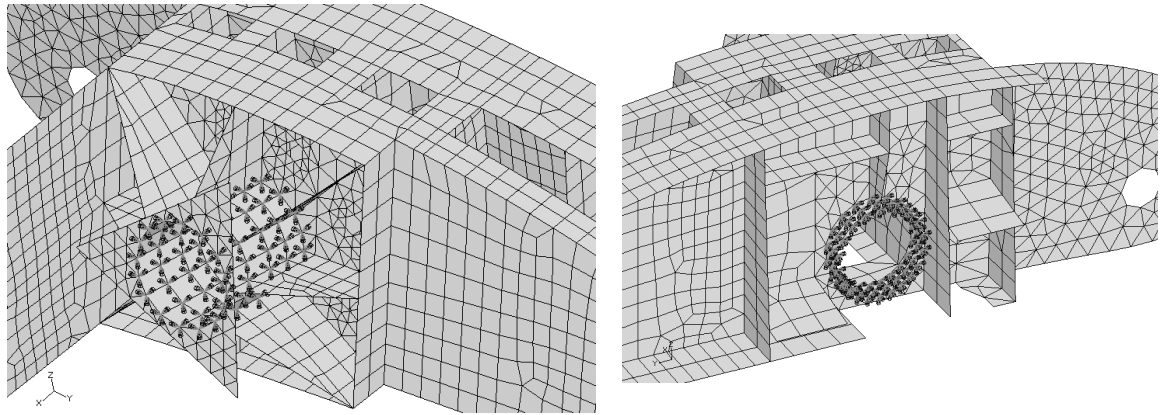


Slika 3.3 Dijagram jednoosnog i ravninskog tlačnog ispitivanja hiperelastičnog gela [13]

### 3.4 Rubni uvjeti

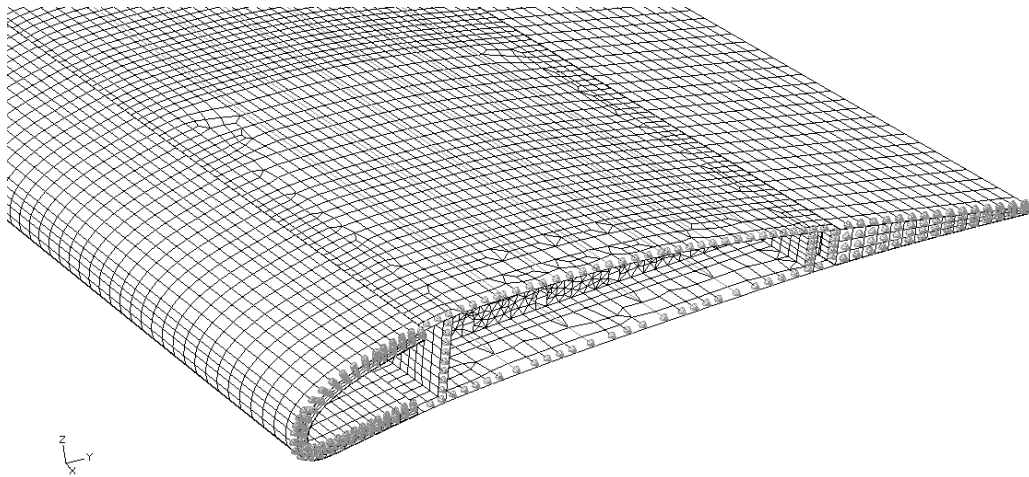
Pri zadavanju rubnih uvjeta pretpostavljeno je da je zakrilce fiksirano u spušenom položaju u trenutku kada ptica udara u njega. Ovaj rubni uvjet se odnosi na dio zakrilca u sklopu rebara 1 i 2, koji je osovinom oko koje zakrilce rotira spojeno za konstrukciju aviona. Zbog toga su čvorovima dijela zakrilca koji je u doticaju sa spomenutom osovinom spriječeni svi stupnjevi slobode. Čvorovi mreže konačnih elemenata kojima je dodijeljen ovaj rubni uvjet prikazani su slikom 3.4.

## 3. Analiza metodom konačnih elemenata



Slika 3.4 Rubni uvjeti na rebrima 1 i 2

Budući da je u ovom radu analiziran samo jedan dio zakrilca, na spoju sa drugim dijelom su se morali postaviti odgovarajući rubni uvjeti. To se postiglo sprječavanjem translacijskih stupnjeva slobode gibanja u smjeru  $x$ -osi koordinatnog sustava na slici (3.5). Ovaj rubni uvjet je dodijeljen svim čvorovima na mjestu na kojem je analizirani dio zakrilca odvojen od drugog dijela. Budući da je opterećenje koje se javlja prilikom udara stranog tijela vrlo lokalizirano, primijenjeni rubni uvjeti su dovoljno dobra aproksimacija realnih rubnih uvjeta.

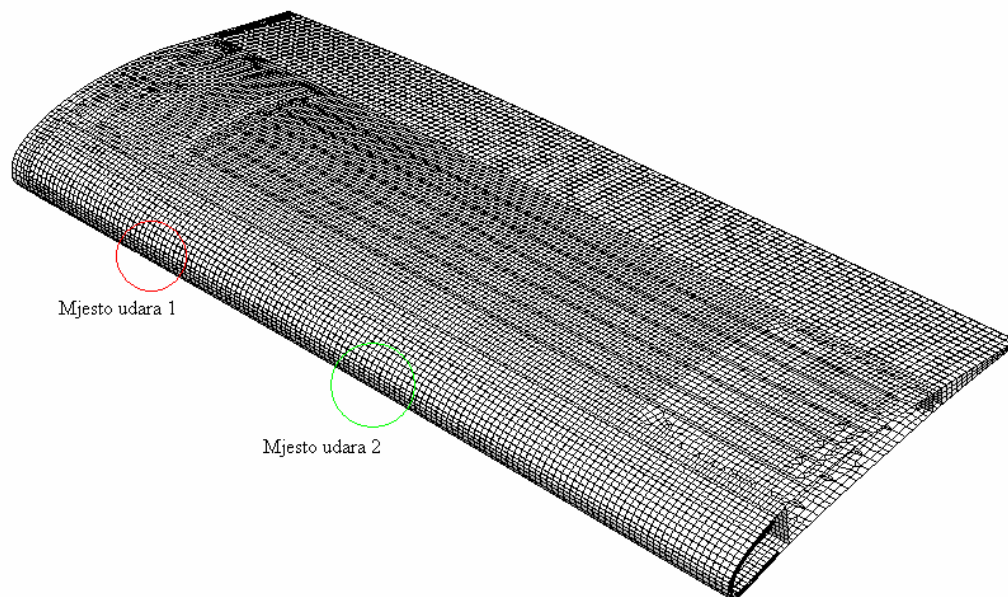


Slika 3.5. Rubni uvjeti na mjestu presijecanja zakrilca

### 3.4 Početni uvjeti i odabrana mjesta udara

Početni uvjeti analize odnose se na vektor brzine kojim ptica udara u zakrilce. U ovom radu analizirana su dva kuta otklona zakrilca - prvi je otklon zakrilca za  $20^\circ$ , a drugi je kut otklona zakrilca za  $40^\circ$ . Pri tome se pretpostavljalo da napadni kut aviona iznosi  $20^\circ$ . Zbrajanjem napadnog kuta aviona i kuta otklona zakrilca dolazi se do kuta pod kojim ptica u analiziranim slučajevima udara u zakrilce, što znači da je ukupan vektor brzine ptice u prvom slučaju pod kutem od  $40^\circ$ , a u drugom slučaju opterećenja pod  $60^\circ$ . Ukupna brzina kojom ptica udara u zakrilce je u oba slučaja jednaka i iznosi 100 m/s. Budući da je napadni rub jednak duž raspona, bilo je dovoljno analizirati udar u 2 različita mjesta. Odabir mjesta udara ptice prikazan je slikom 3.6. Pri simulacijama kontakta početna udaljenost između tijela koja dolaze u kontakt bi trebala biti što manja da se ne troši vrijeme na računanje približavanja dvaju tijela. S druge strane ova udaljenost ne smije biti previše mala kako algoritam za računanje kontakta ne bi stvarao numeričke probleme.

Ukupno vrijeme analize iznosi  $1,4 \cdot 10^{-3}$  s. Ova vrijednost je odabrana kao kompromis između ukupnog trajanja analize i kvantitete dobivenih rezultata. U slučaju udara pod kutem od  $40^\circ$  dolazi do numeričkih problema i naglog smanjivanja stabilnog koraka integracije zbog kojega je vrijeme analize samo  $1,28 \cdot 10^{-3}$  s.

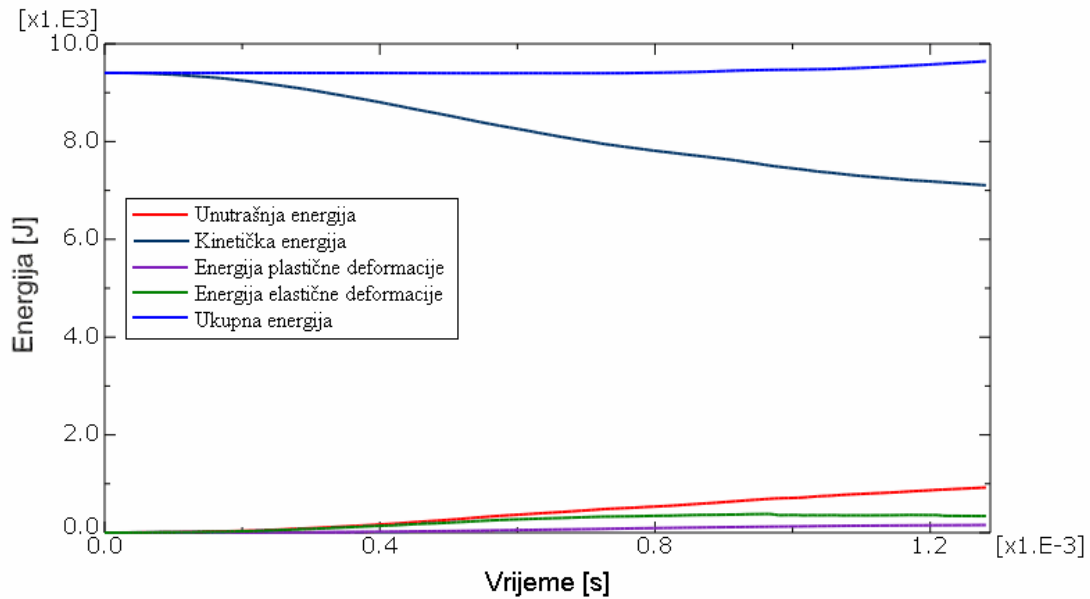


Slika 3.6 Položaj analiziranih mjesta udara ptice u zakrilce

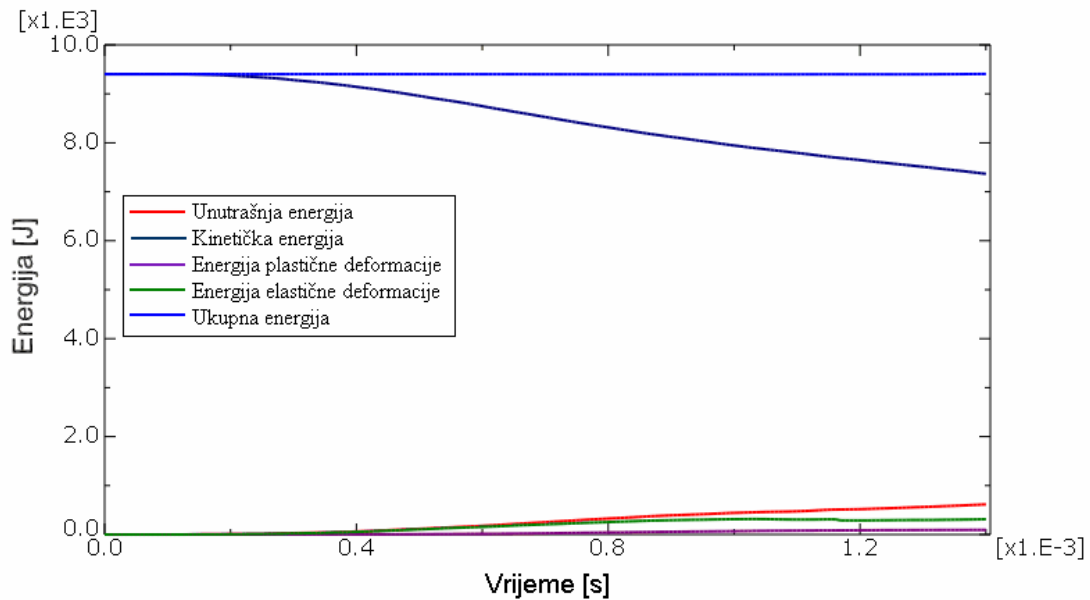


## 4. Rezultati analize

### 4.1 Dijagrami energije

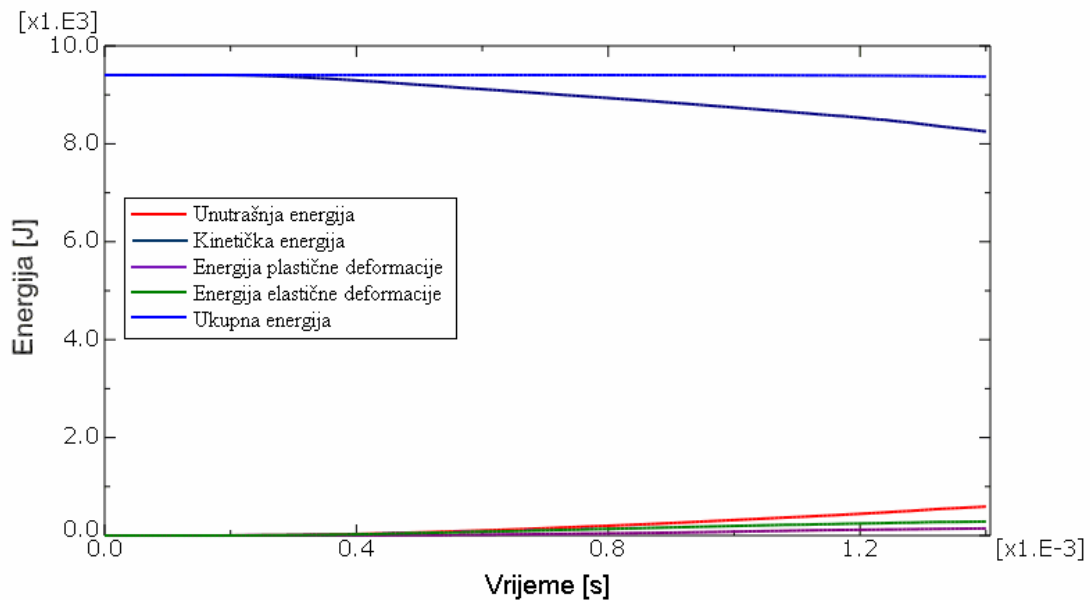


Slika 4.1. Dijagram energija za slučaj udara pod 40°, mjesto udara 1

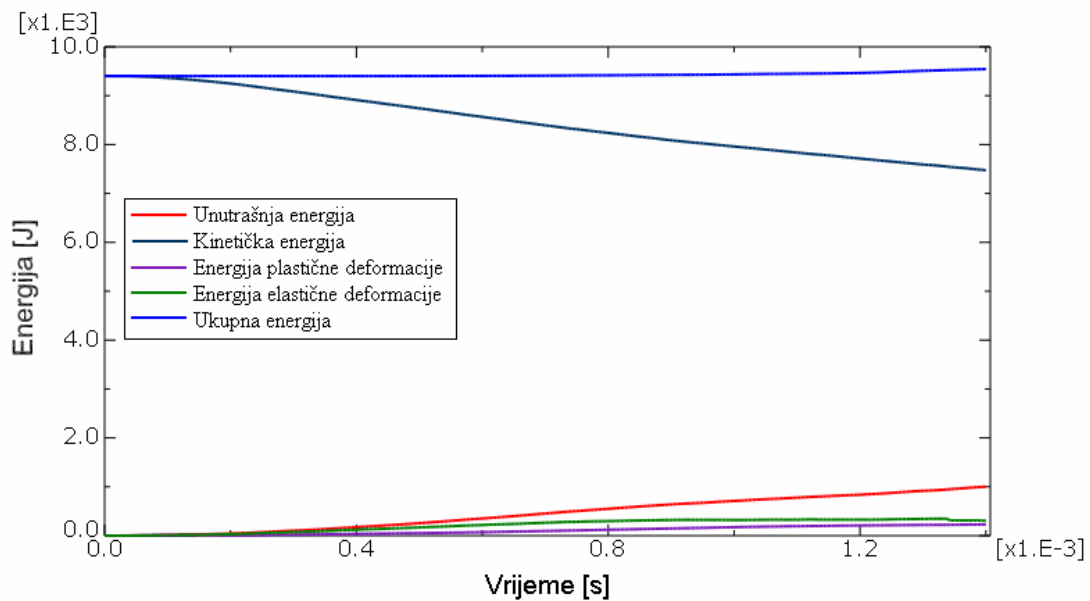


Slika 4.2. Dijagram energija za slučaj udara pod 60°, mjesto udara 1

## 4. Rezultati analize



Slika 4.3 Dijagram energija za slučaj udara pod 40°, mjesto udara 2



Slika 4.4 Dijagram energija za slučaj udara pod 60°, mjesto udara 2

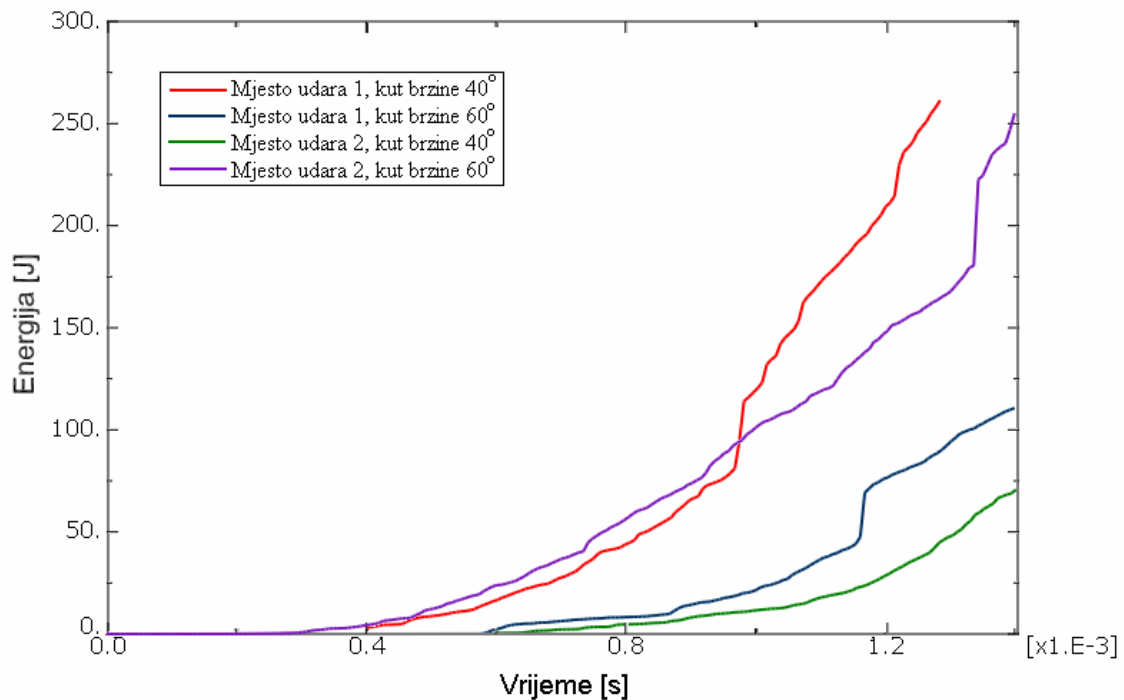
Iz dijagrama energije za slučaj udara ptice pod kutem od 40° u mjesto udara 1 (slika 4.1) vidljivo je povećanje ukupne energije. Povećanje ukupne energije upućuje na pojavu nestabilnosti u sustavu, koje dovodi i do smanjivanja najvećeg stabilnog koraka integracije, te do prekida analize za ovaj slučaj opterećenja. Dijagram za slučaj udara ptice pod kutem od 60° također pokazuje povećanje ukupne energije, no za razliku od prethodno opisanog slučaja ovo povećanje je manjeg iznosa i nastupa kasnije tako da analiza uspijeva završiti zadano

## 4. Rezultati analize

vrijeme računanja. Mogući izvor ovih nestabilnosti je prekomjerna deformacija elemenata koji su popustili po nekom od kriterija popuštanja.

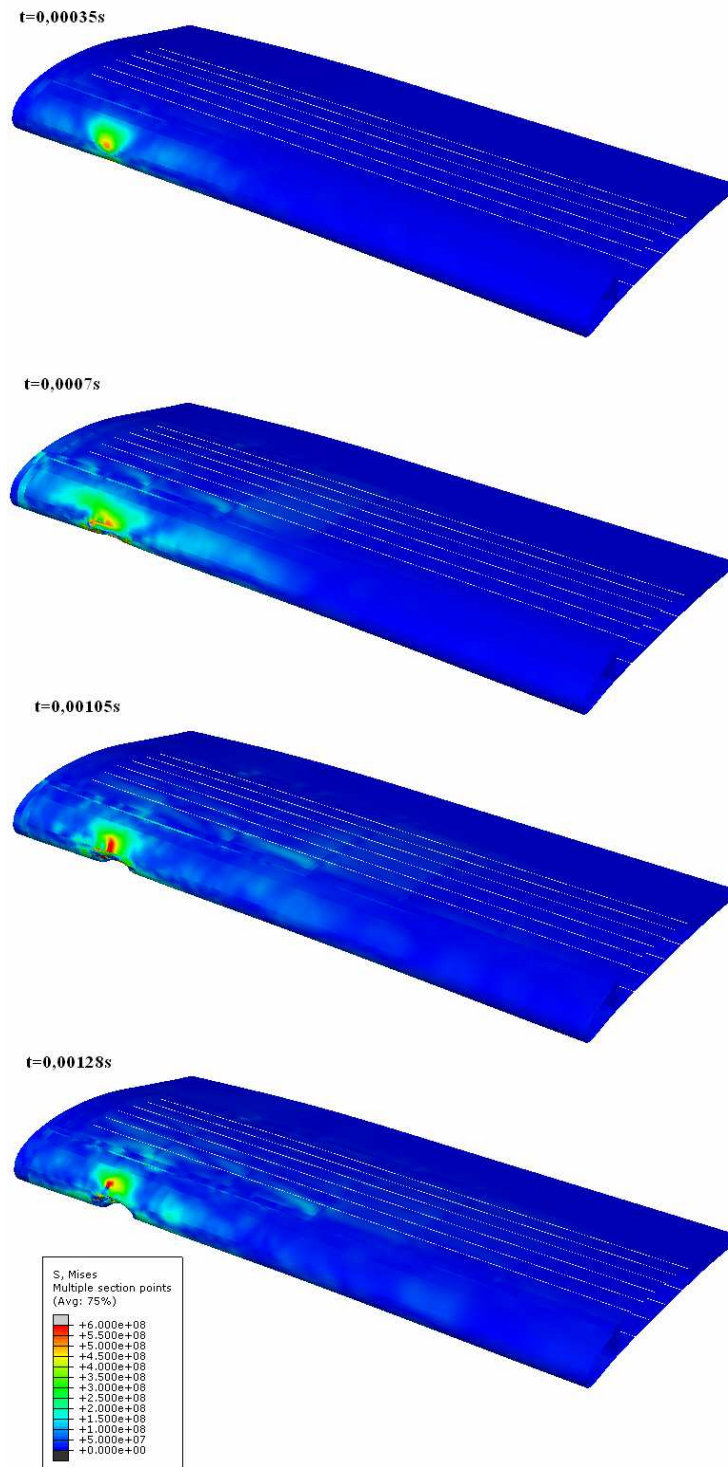
Iz prikazanih dijagrama je vidljivo da udarač i nakon udara u prednji rub zakrilca još uvijek posjeduje veliku količinu kinetičke energije. Budući da u razmatranim slučajevima opterećenja dolazi do proboja konstrukcije, ptica bi nastavila prodirati i vjerojatno bi se zaustavila tek na prednjoj ramenjači. Slučaj prodiranja ptice kroz *sandwich* konstrukciju napadnog ruba i naknadno udaranje u prednju ramenjaču zahtijevalo bi relativno veliko ukupno vrijeme analize, što ujedno znači i vrlo dugo vrijeme računanja. Osim toga bi se trebalo naći uzrok nestabilnostima koje se javljaju u prethodno opisanim slučajevima opterećenja.

Dijagrami na slikama 4.1 do 4.6 osim ukupne i kinetičke energije prikazuju i energije plastične i elastične deformacije. Iznosi ovih energija su relativno mali. Unutrašnja energija je zbroj energija plastičnih i elastičnih deformacija i energije potrošene na oštećenje odnosno popuštanje konačnih elemenata. Dijagram energije potrošene na oštećenja prikazan je slikom 4.5 za sve slučajeve opterećenja. Potrebno je napomenuti da zbroj svih navedenih energija ne bi dao vrijednost ukupne energije. Uzrok ovom neslaganju je gubitak energije na prigušenje koje ABAQUS/Explicit uvodi radi kontrole numeričkih izvora nestabilnosti. Ovo prigušenje nema utjecaj na rezultate analize [4].

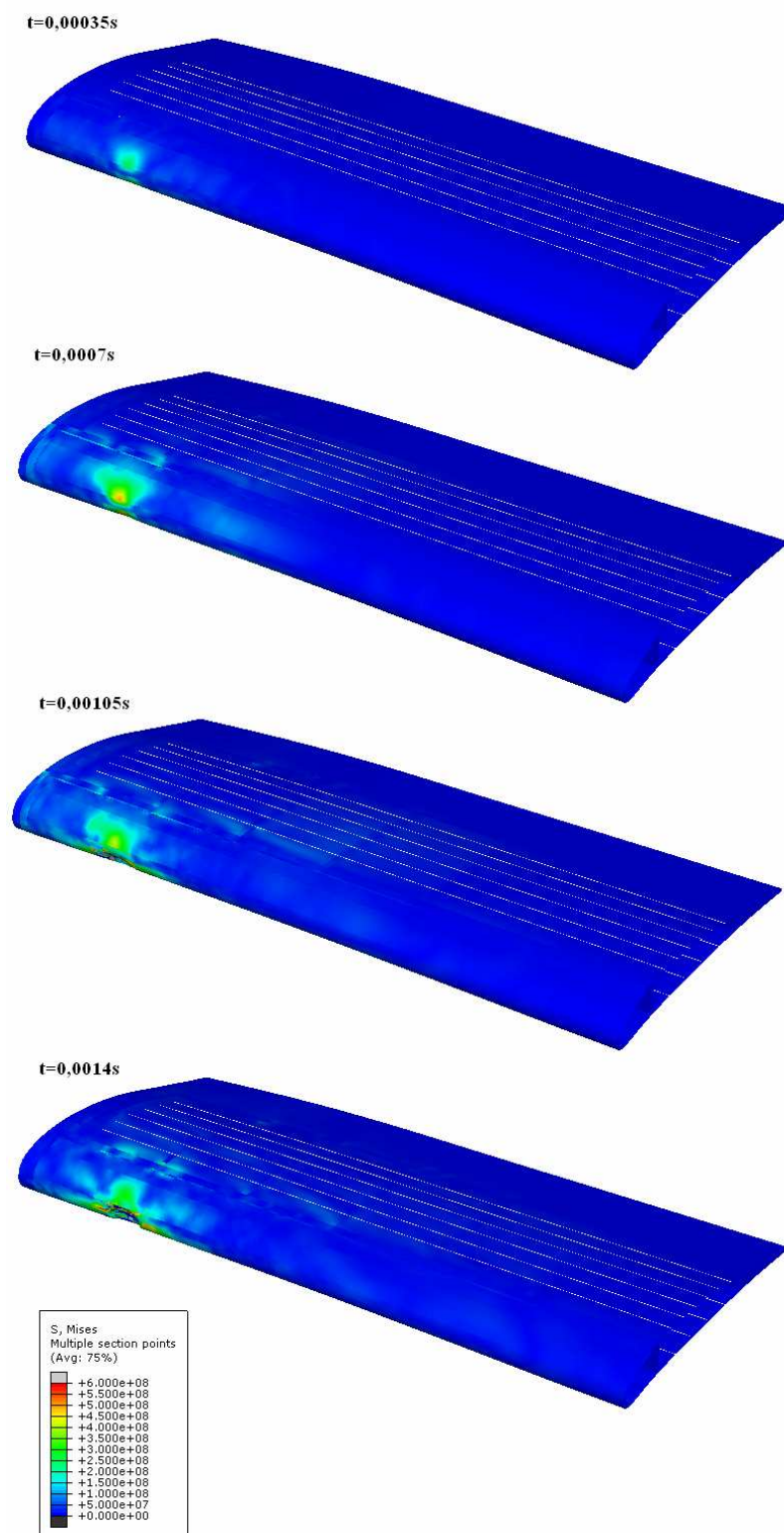


Slika 4.5. Dijagram potrošene energije oštećenja

## 4.2 Naprezanja u konstrukciji

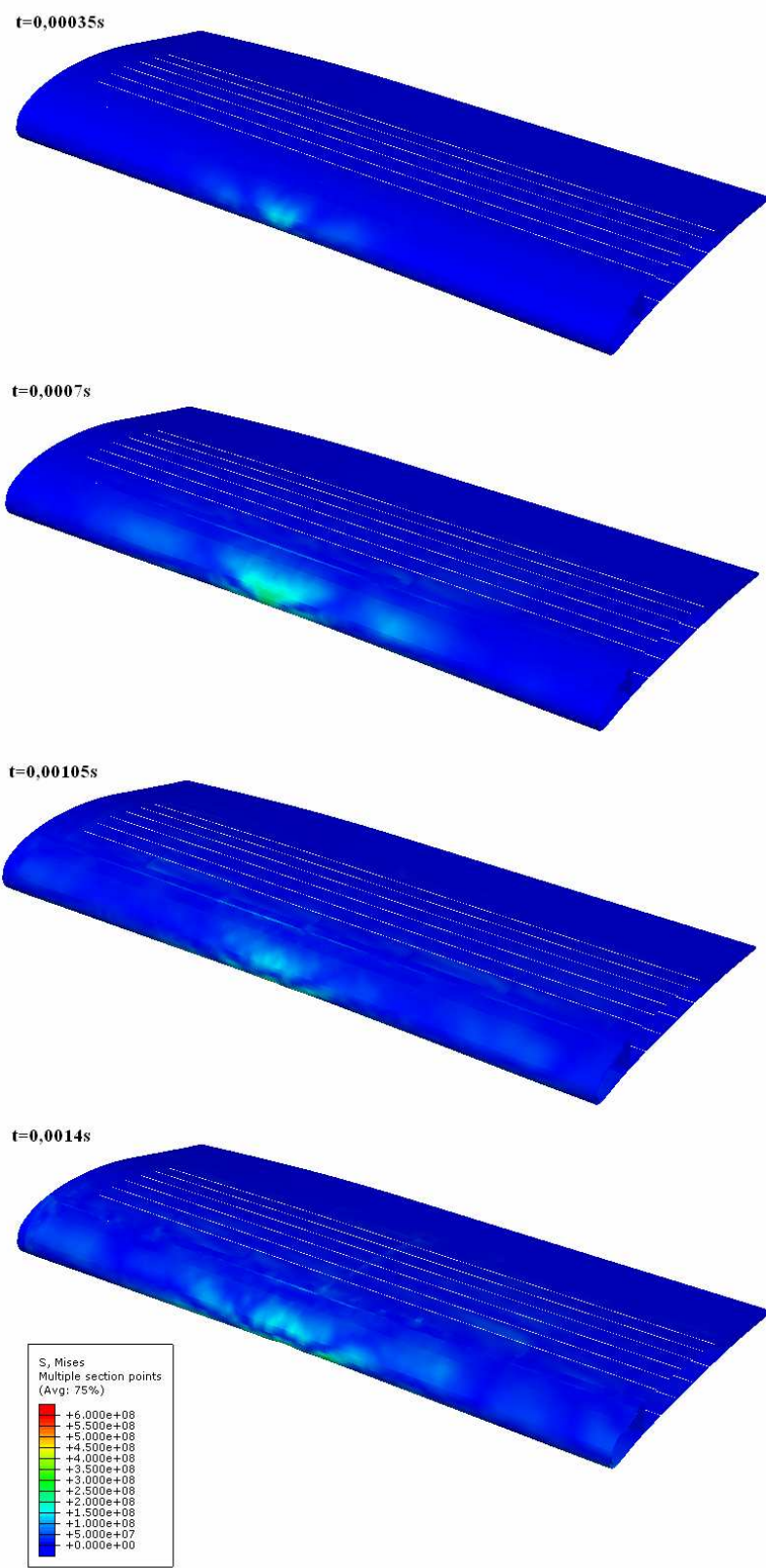
Slika 4.6 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod  $40^\circ$  u mjesto udara 1

## 4. Rezultati analize



Slika 4.7 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod 60° u mjesto udara 1

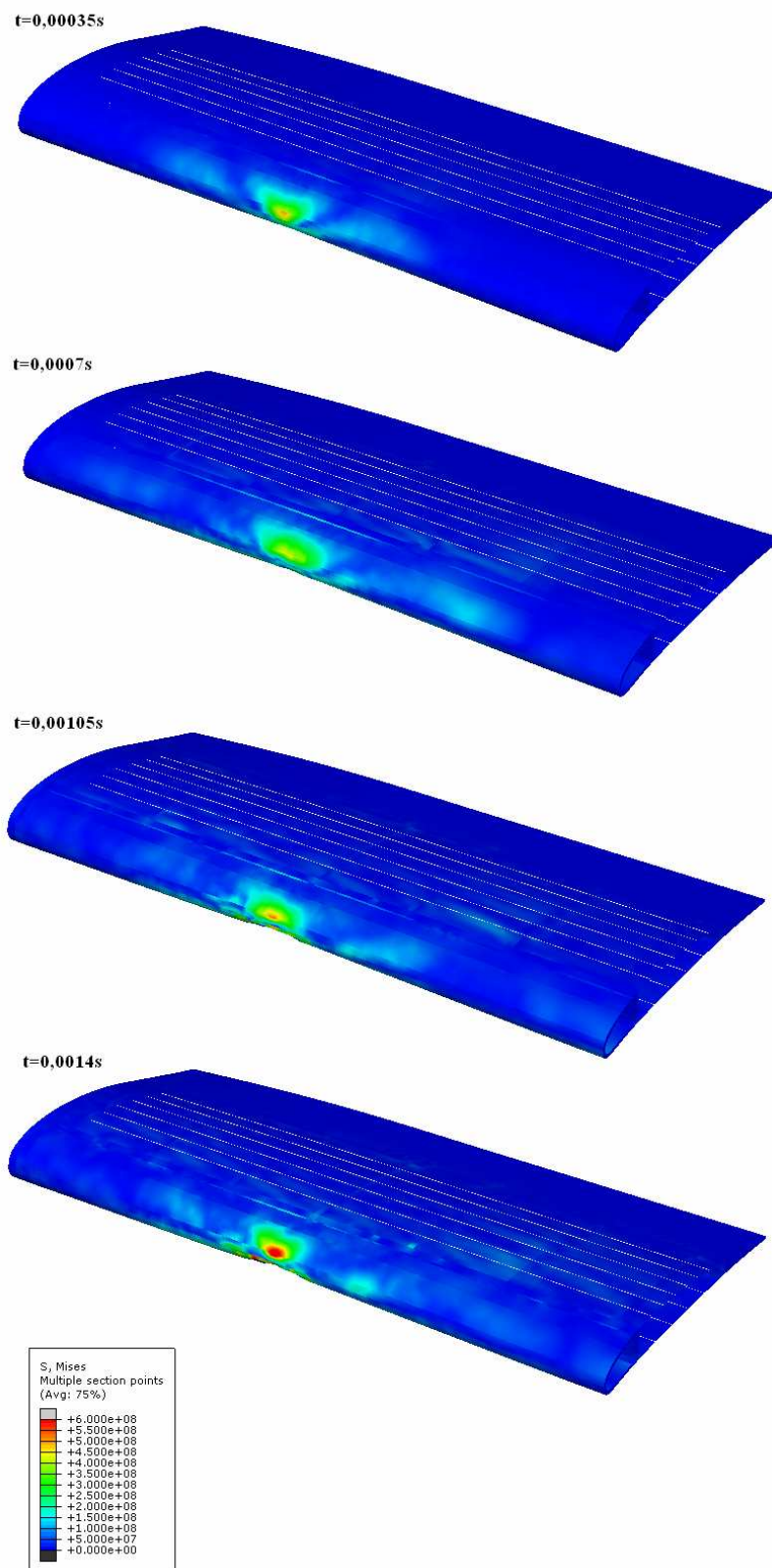
## 4. Rezultati analize



Slika 4.8 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod 40° u mjesto udara 2



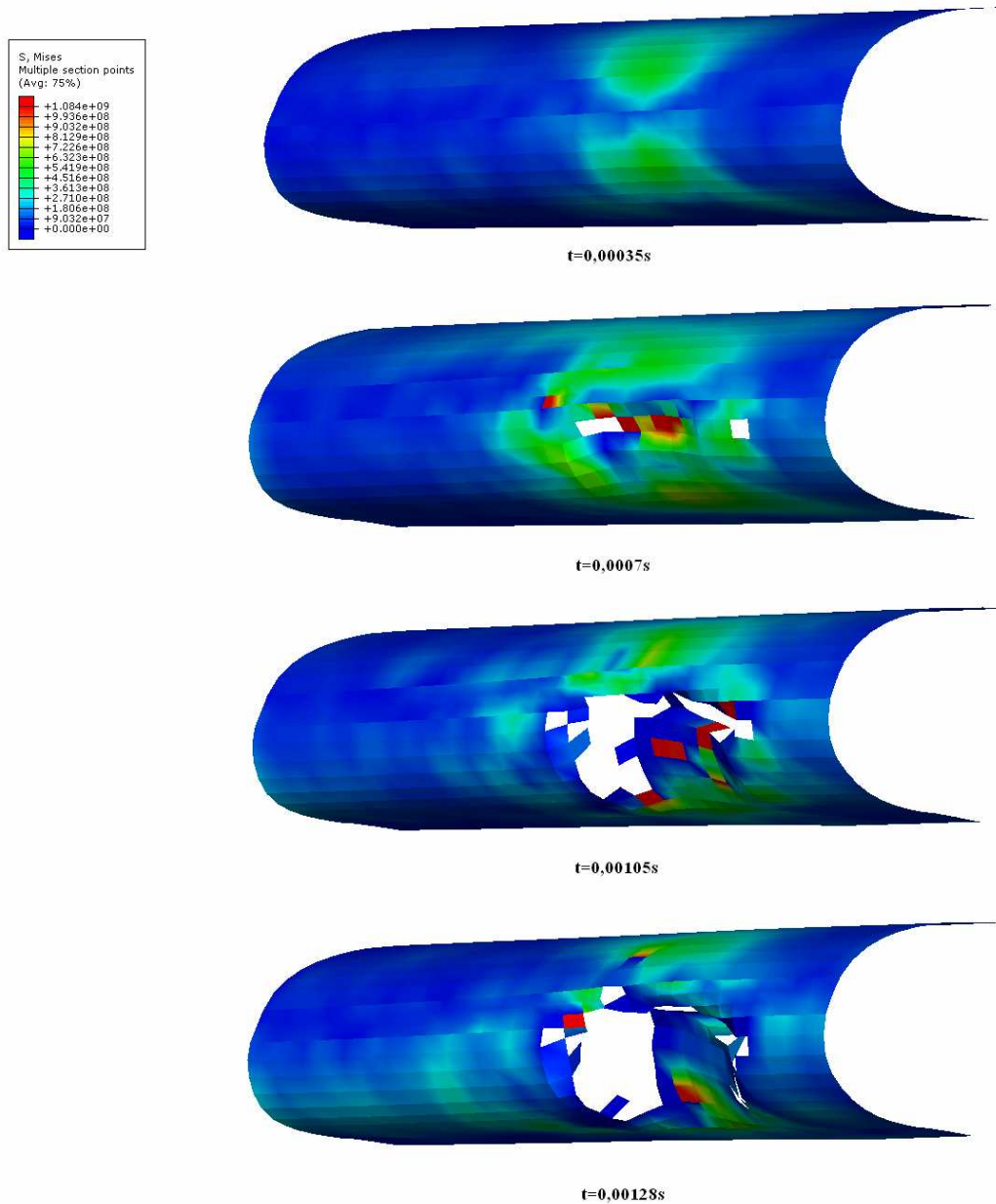
## 4. Rezultati analize



Slika 4.9 Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja, udar pod 60° u mjesto udara 2

## 4. Rezultati analize

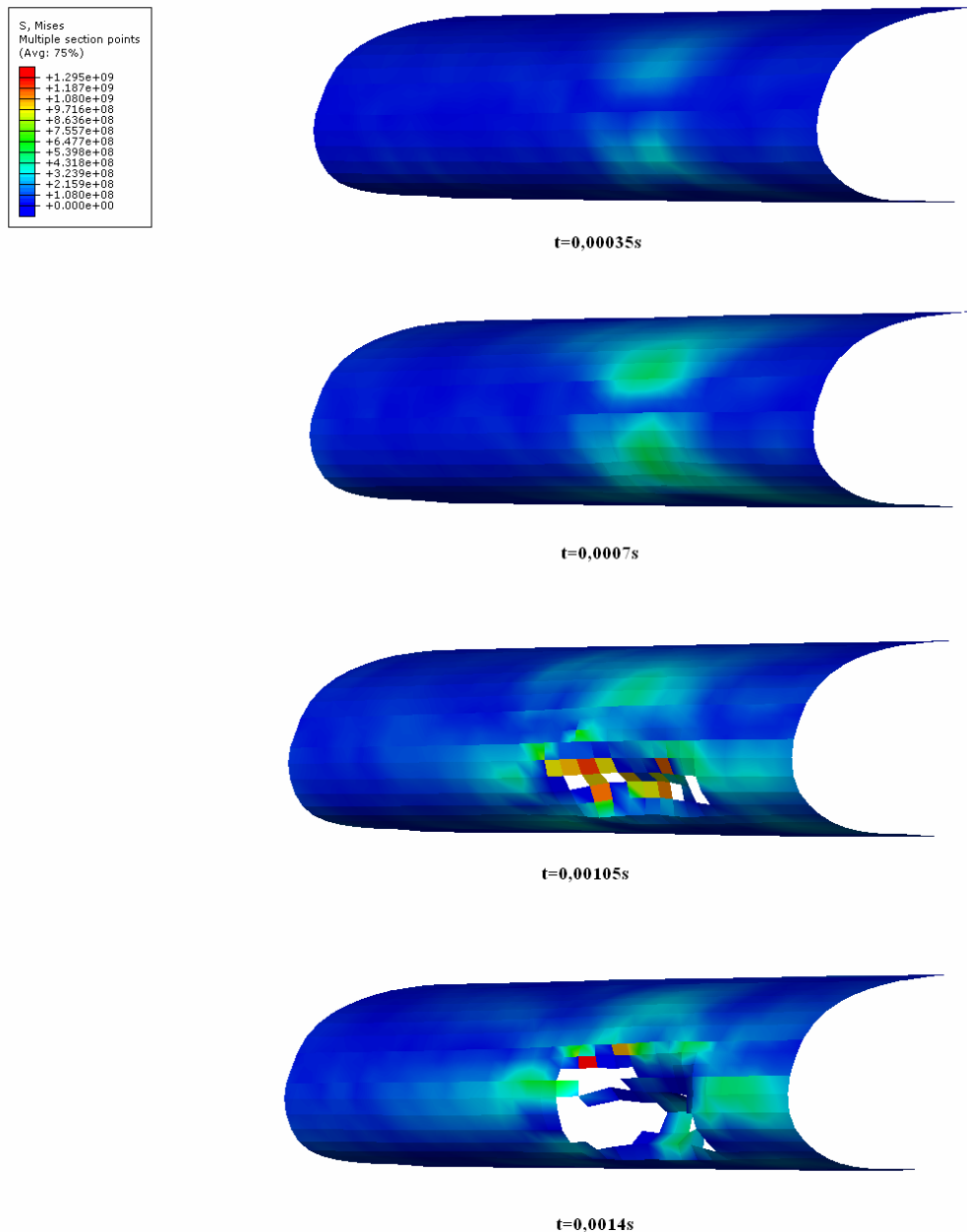
Raspodjela naprezanja prikazana slikama 4.6 do 4.9 pokazuje da se velika naprezanja javljaju na relativno malom području u blizini mjesta u koje udara ptica. Ova činjenica opravdava ispravnost korištenja jednostavnih rubnih uvjeta budući da su čvorovi kojima su rubni uvjeti dodijeljeni dovoljno daleko od mjesta udara ptice. Slikama 4.10 do 4.13 prikazana je detaljna raspodjela naprezanja na vanjskoj oplati *sandwich* konstrukcije u području udara ptice.



Slika 4.10. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 1 pod 40°

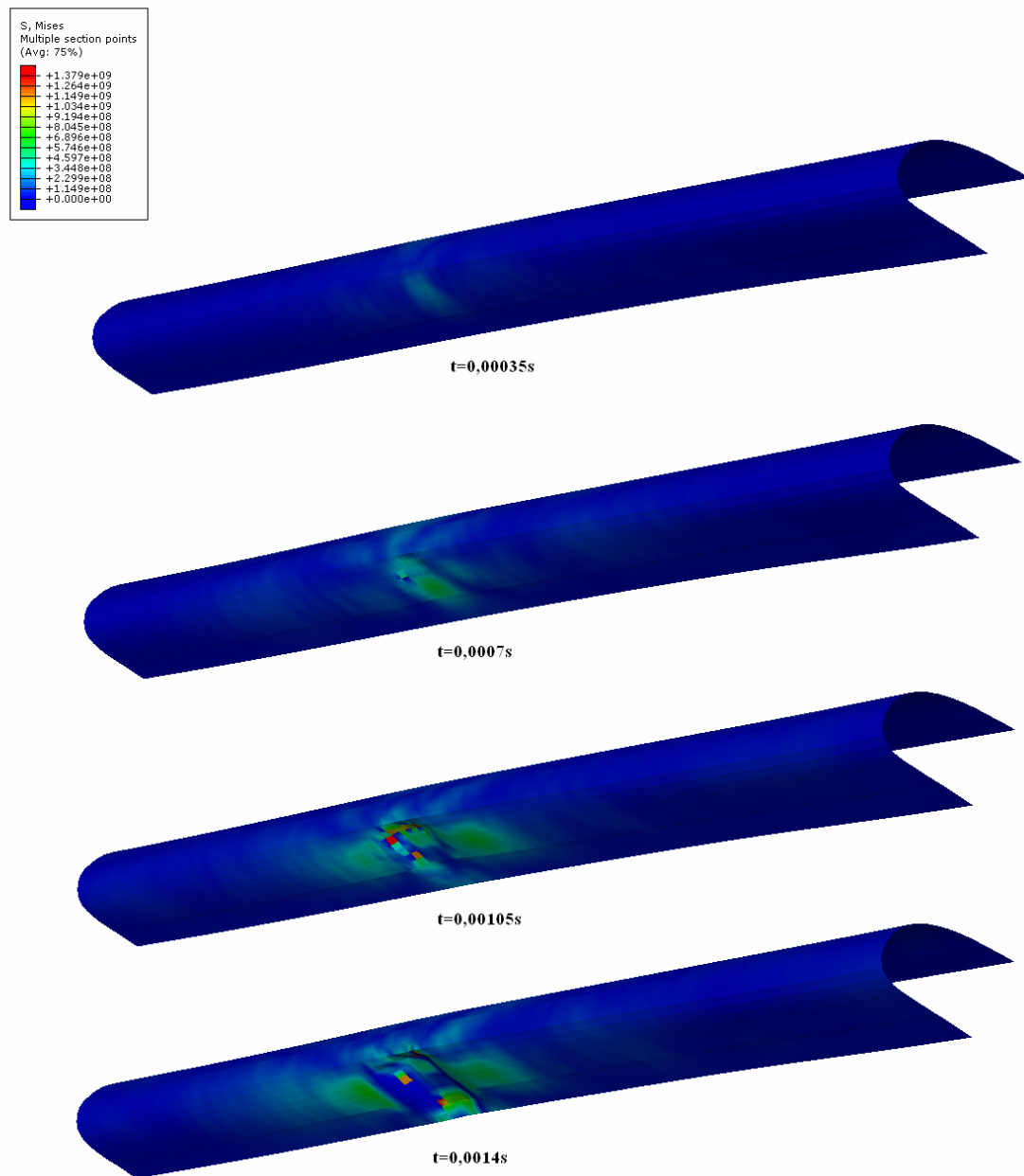


## 4. Rezultati analize



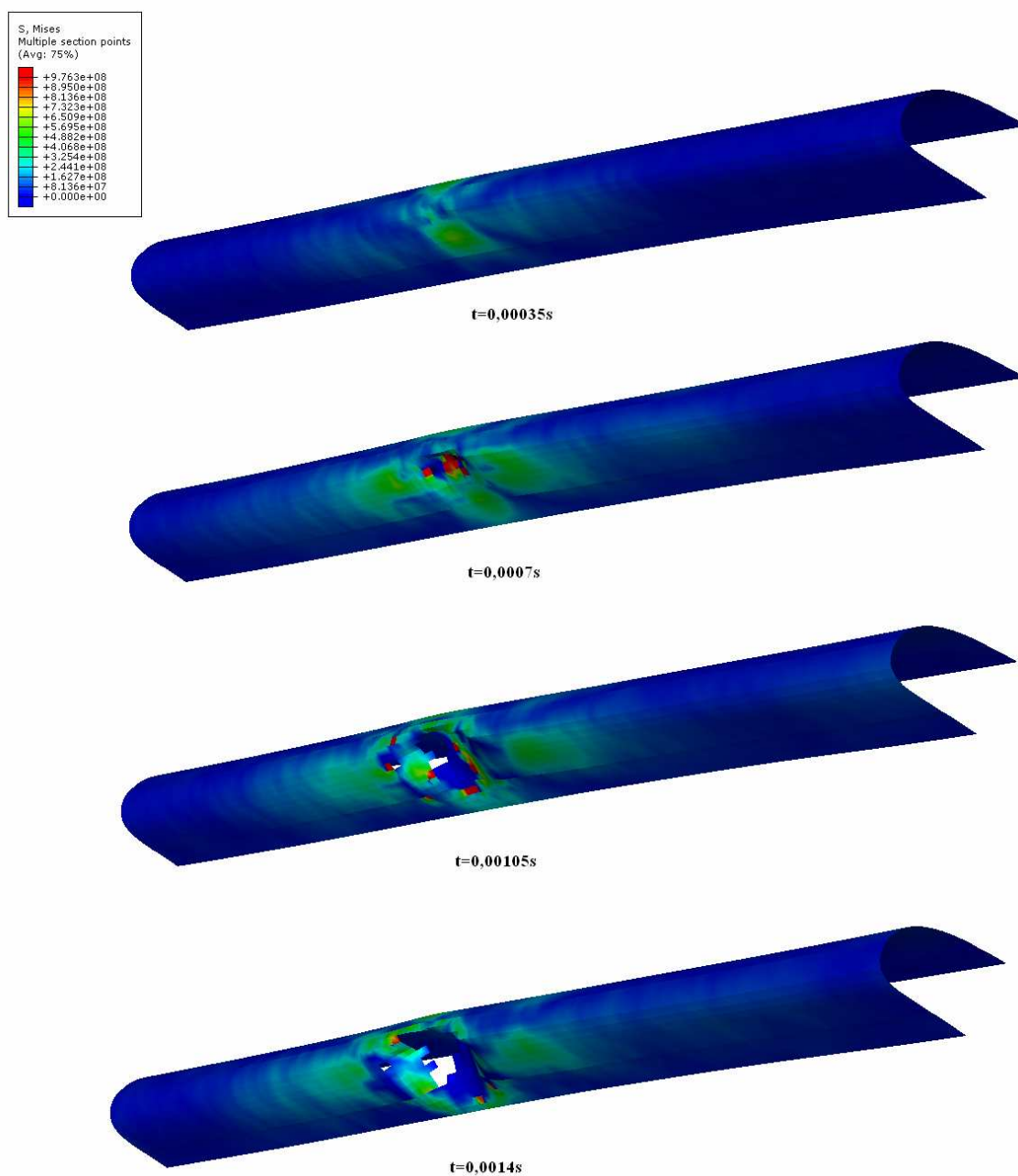
Slika 4.11. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 1 pod 60°

## 4. Rezultati analize



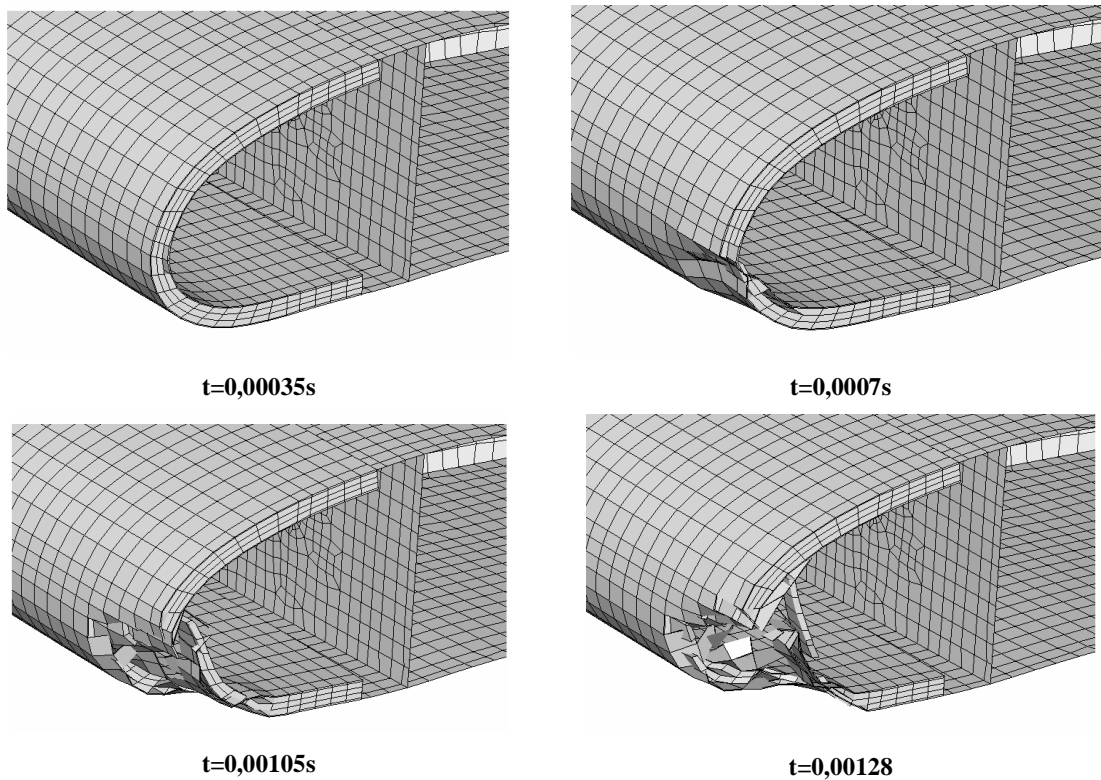
Slika 4.12. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 2 pod 40°

## 4. Rezultati analize

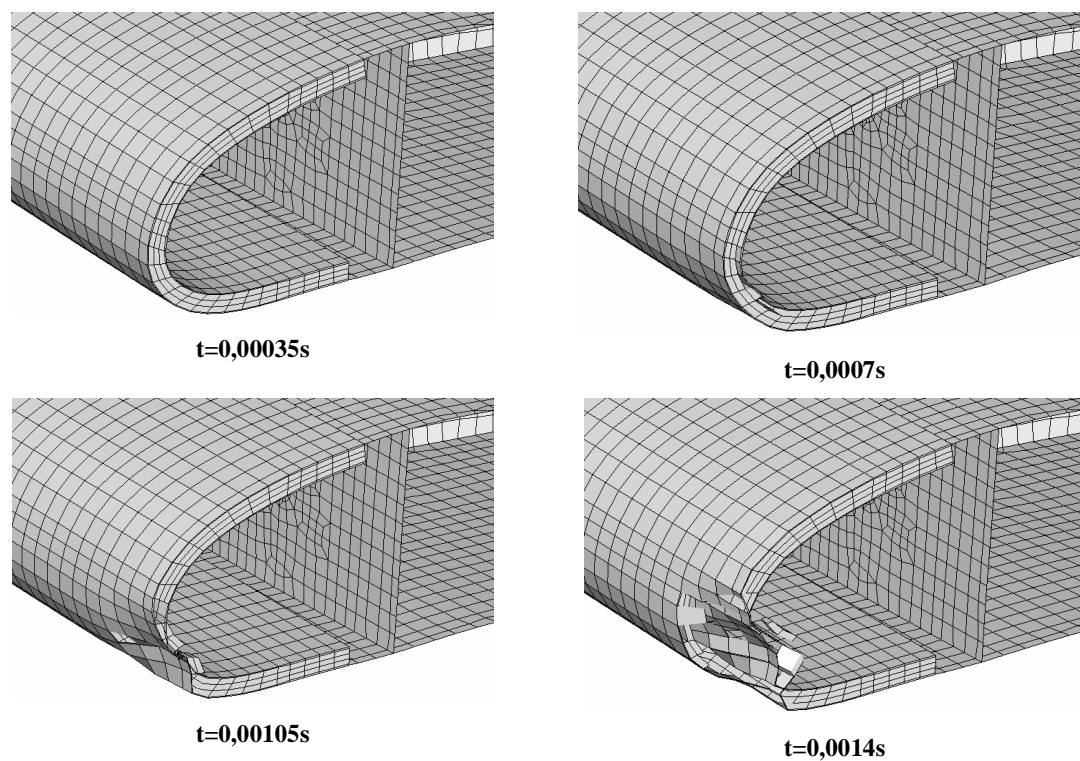


Slika 4.13. Raspodjela ekvivalentnog Von Mises naprezanja na vanjskoj oplati sandwich konstrukcije, mjesto udara 2 pod 60°

## 4.3 Prikaz probijanja sandwich konstrukcije

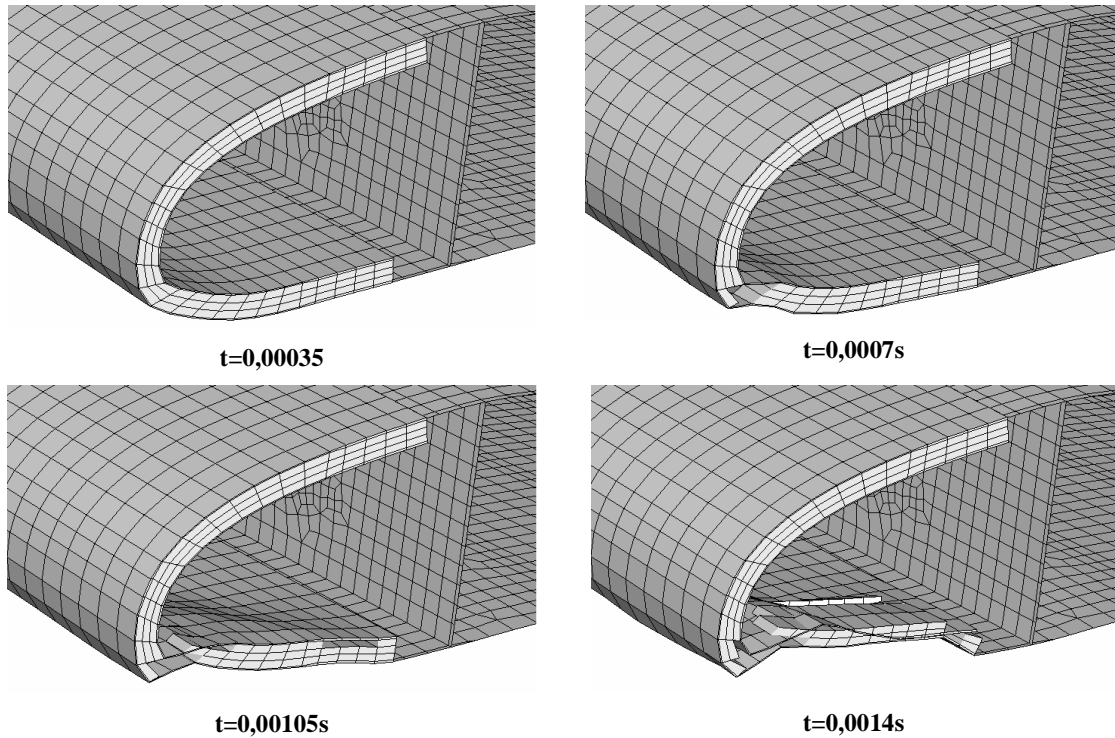
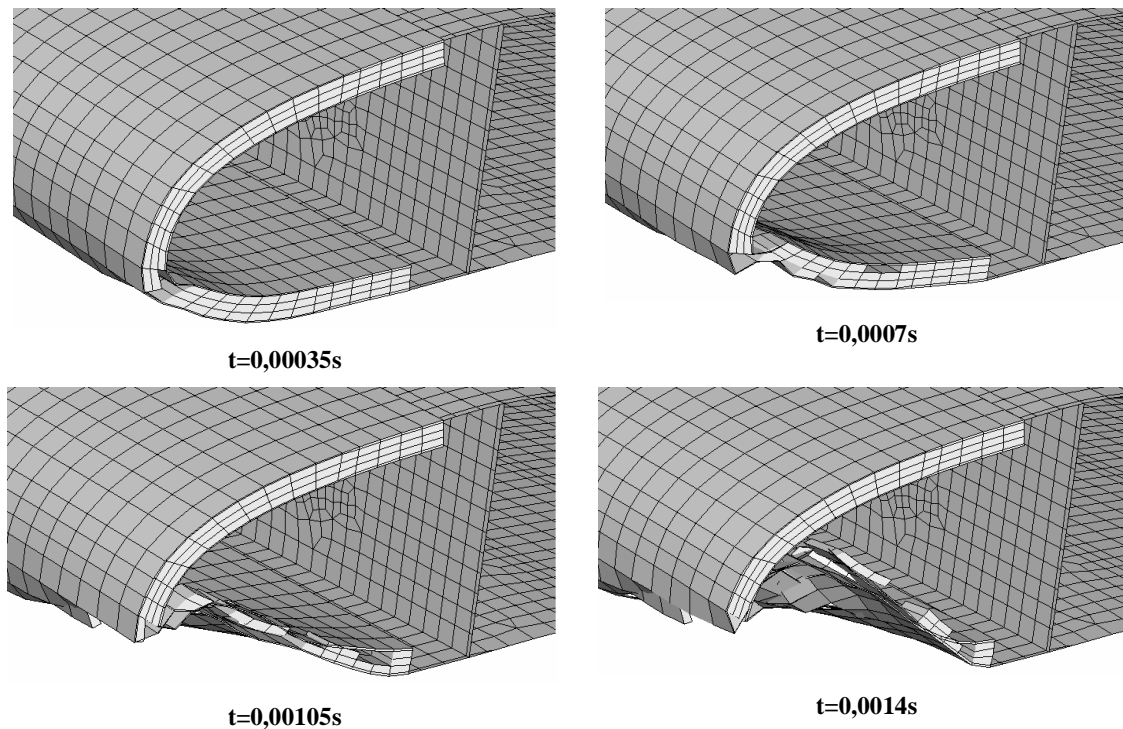


Slika 4.14 Popuštanje sandwich konstrukcije za mjesto udara 1, pod kutem od 40°



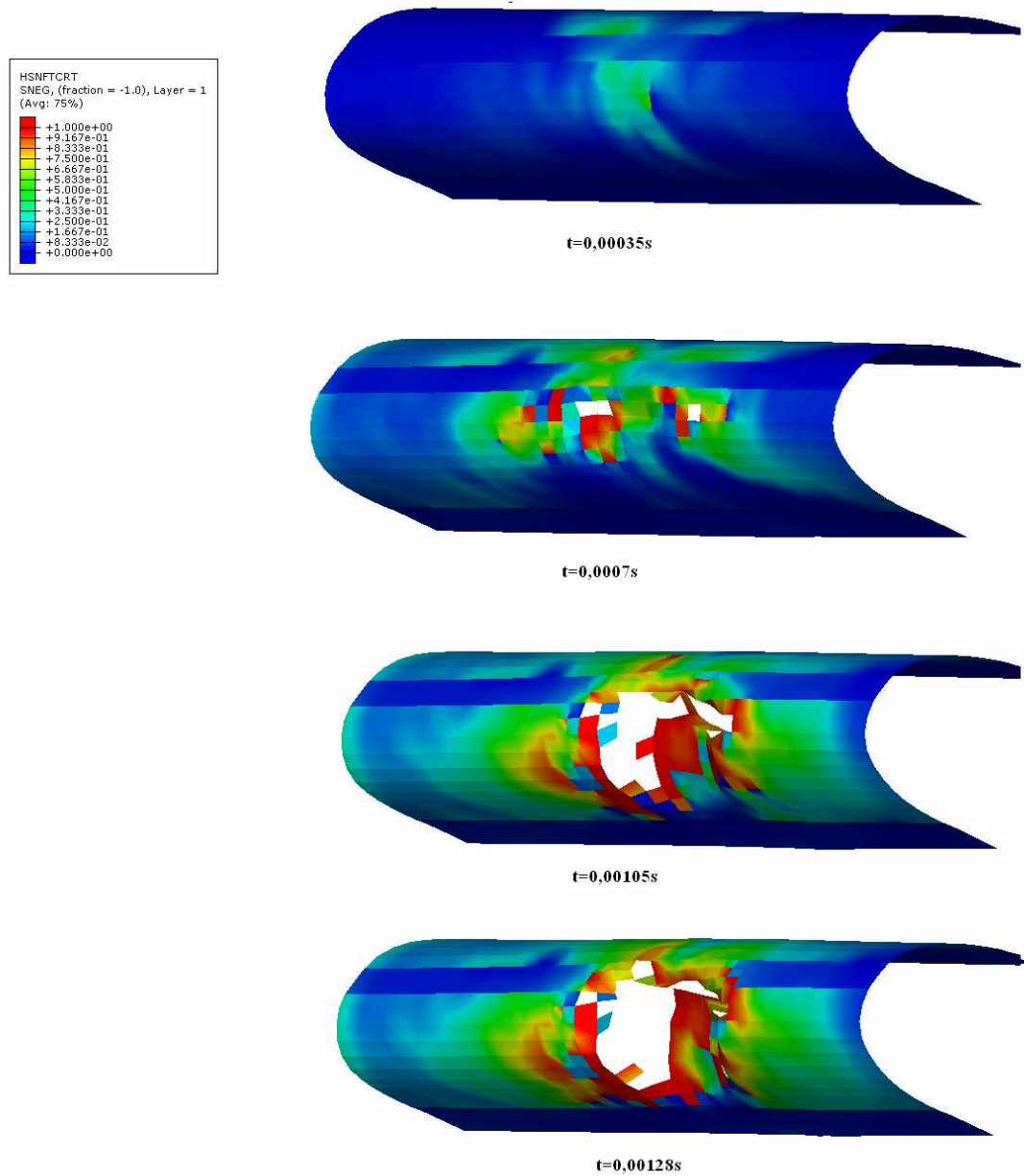
Slika 4.15 Popuštanje sandwich konstrukcije za mjesto udara 1, pod kutem od 60°

## 4. Rezultati analize

Slika 4.16 Popuštanje *sandwich* konstrukcije na mjestu udara 2, pod kutem od 40°Slika 4.17 Popuštanje *sandwich* konstrukcije na mjestu udara 2, pod kutem od 60°

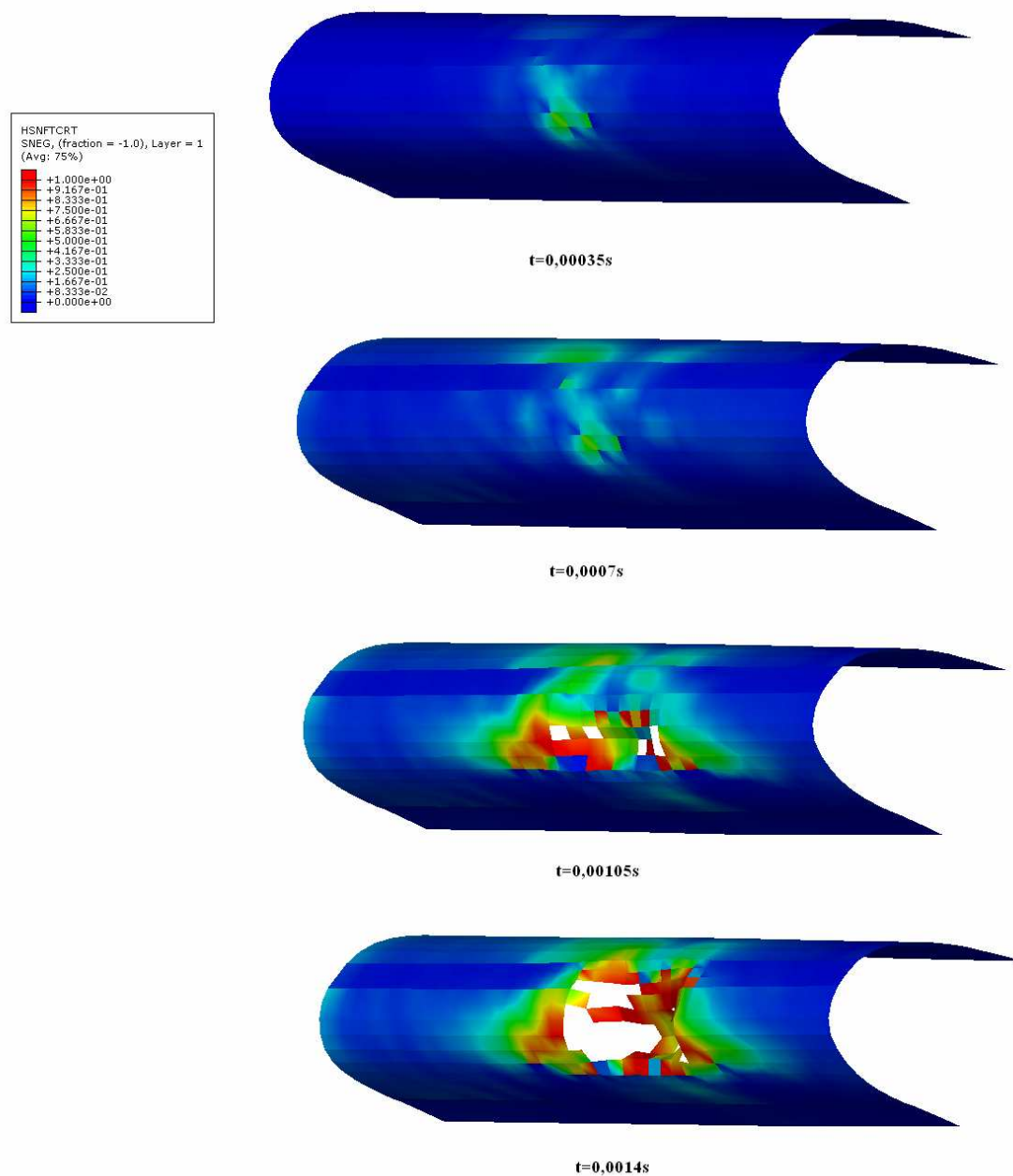
Slike 4.14 do 4.17 prikazuju napredovanje probijanja za različite slučajeve opterećenja. Na pojedinim slikama su vidljivi dijelovi mreže koji su popustili pa se gibaju kao neopterećena kruta tijela.

## 4.3 Hashinov kriterij popuštanja



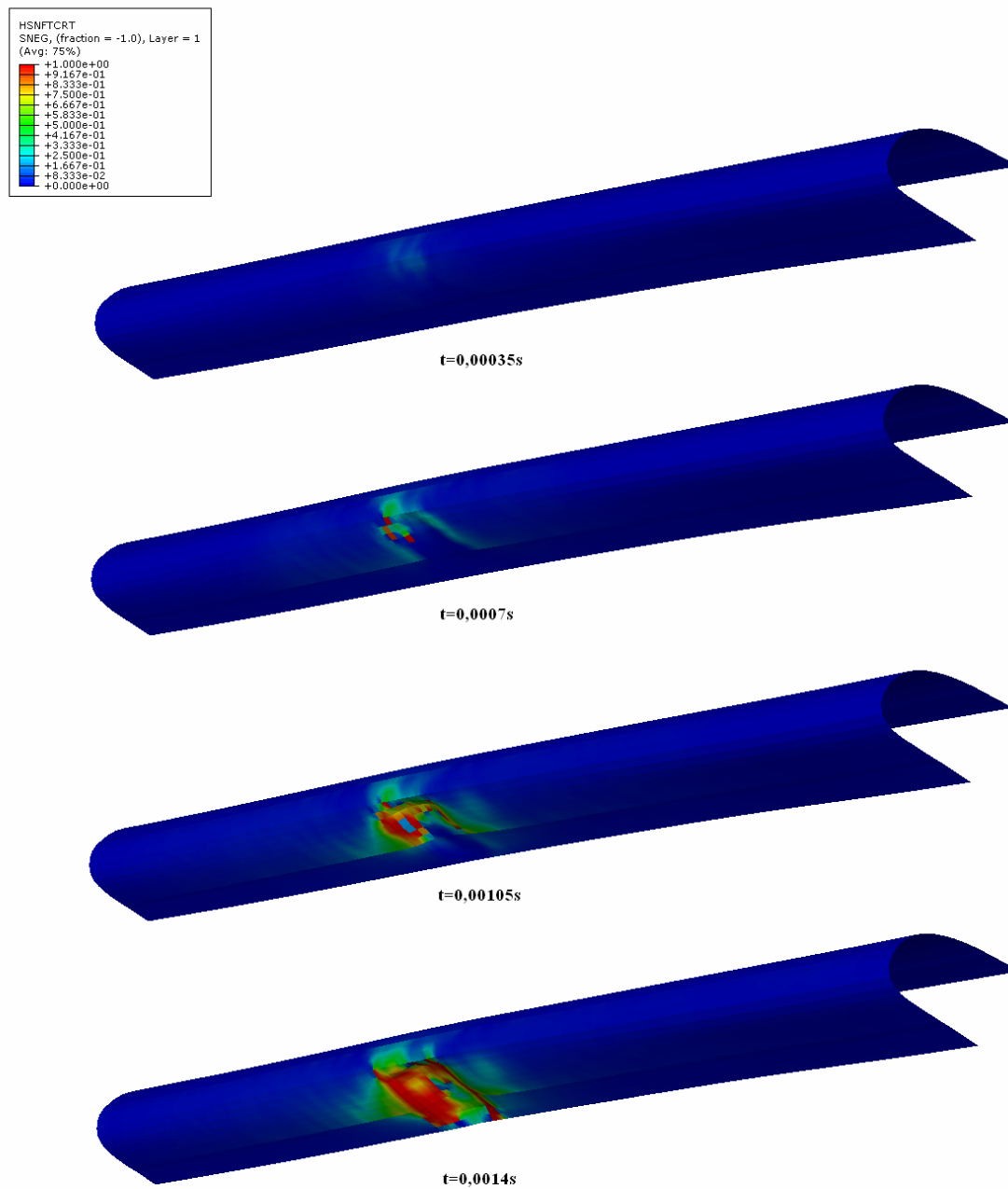
Slika 4.18 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 40°

## 4. Rezultati analize



Slika 4.19 Vrijednost indeksa Hashinog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 60°

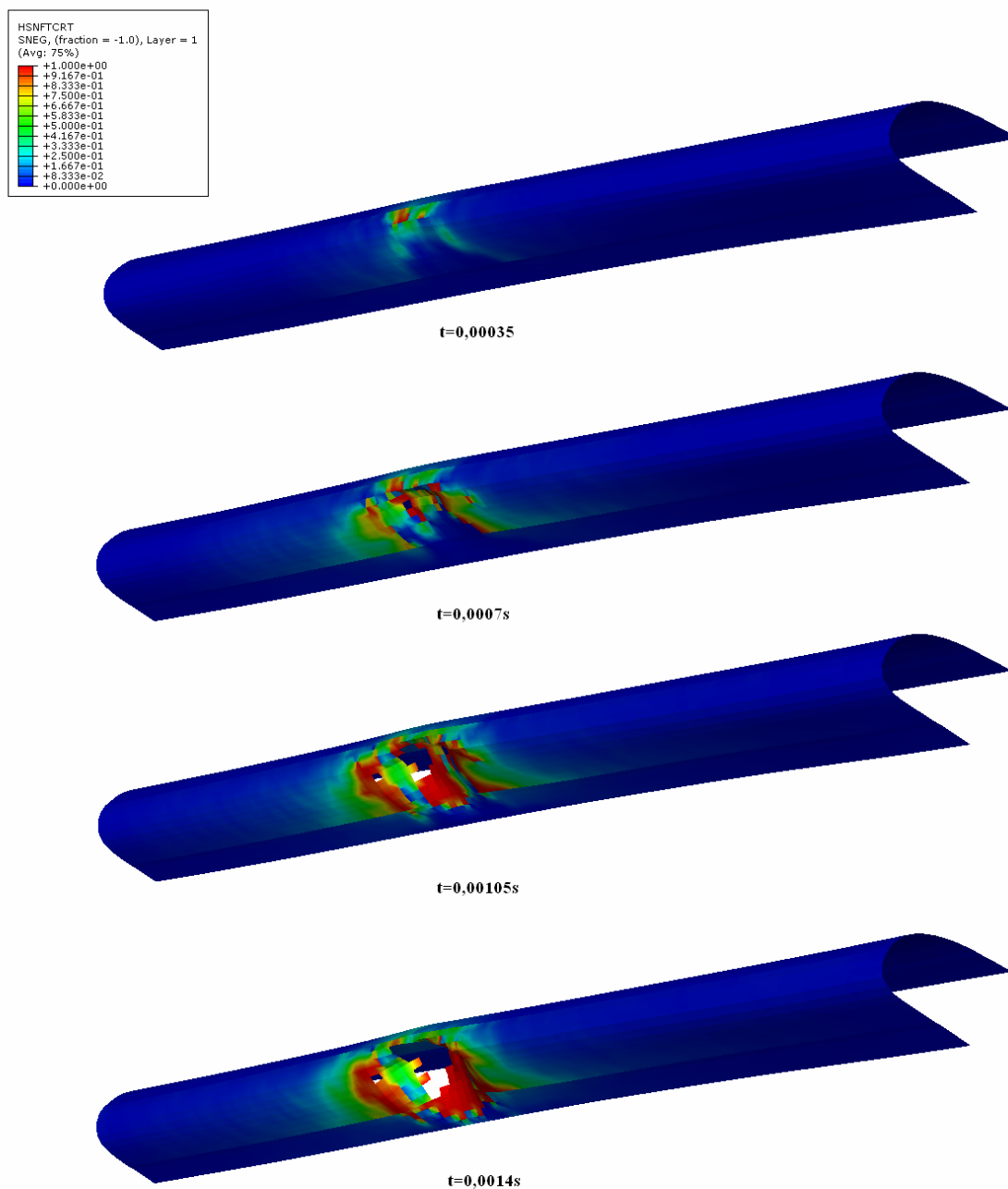
## 4. Rezultati analize



Slika 4.20 Vrijednost indeksa Hashinog kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplata za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 40°

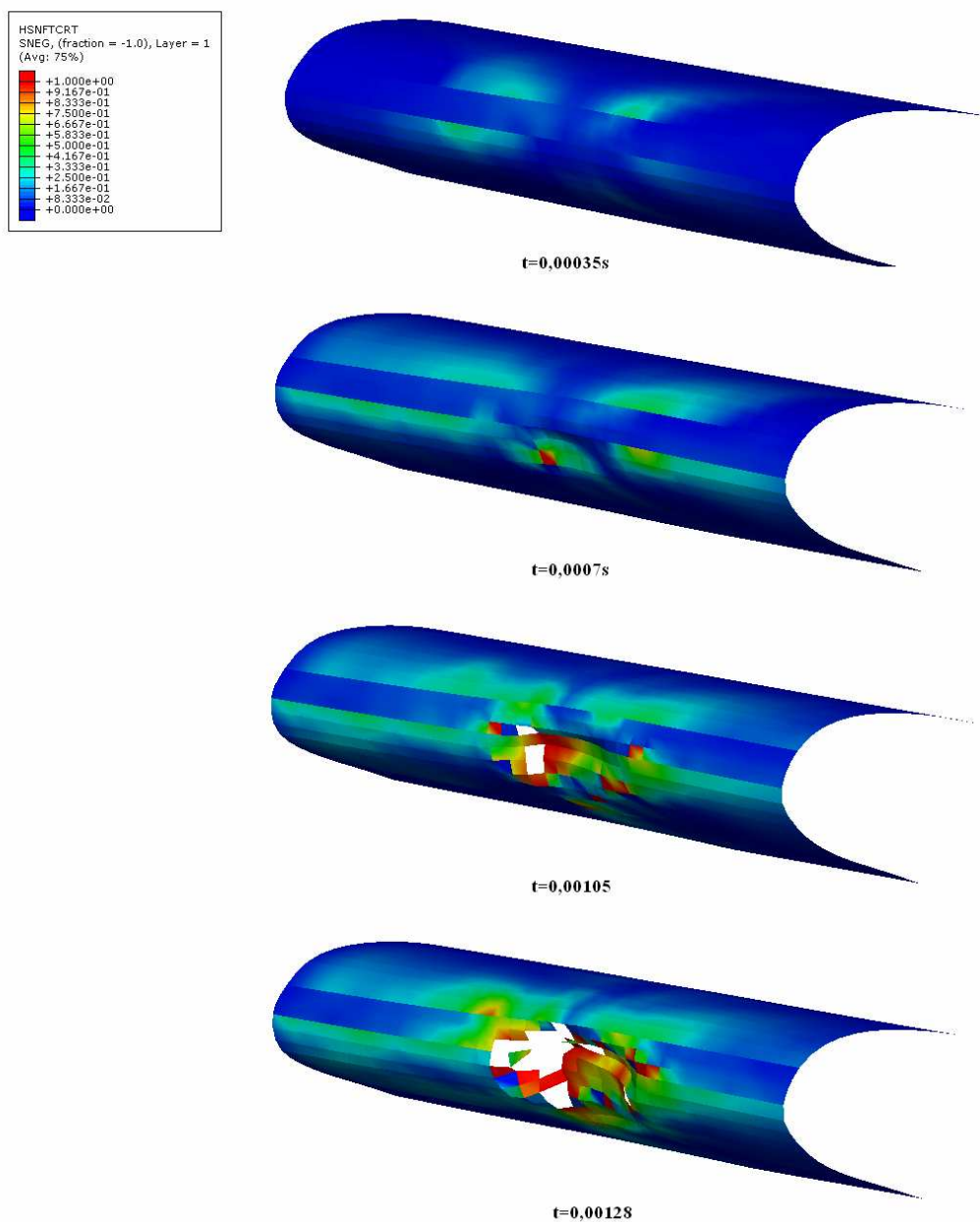


## 4. Rezultati analize



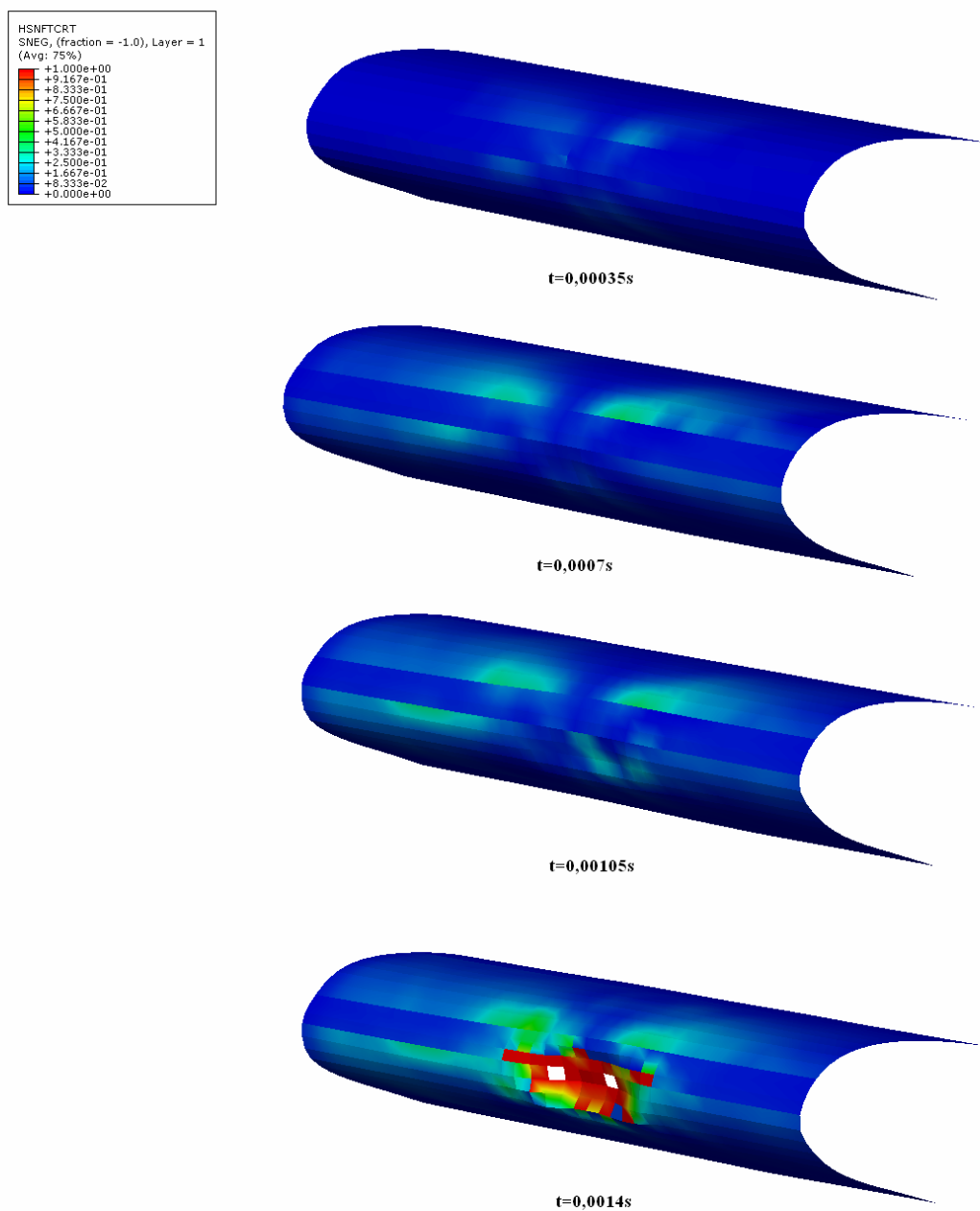
Slika 4.21 Vrijednost indeksa Hashinogv kriterija popuštanja u prvom sloju vanjske oplata sandwich konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 60°

## 4. Rezultati analize



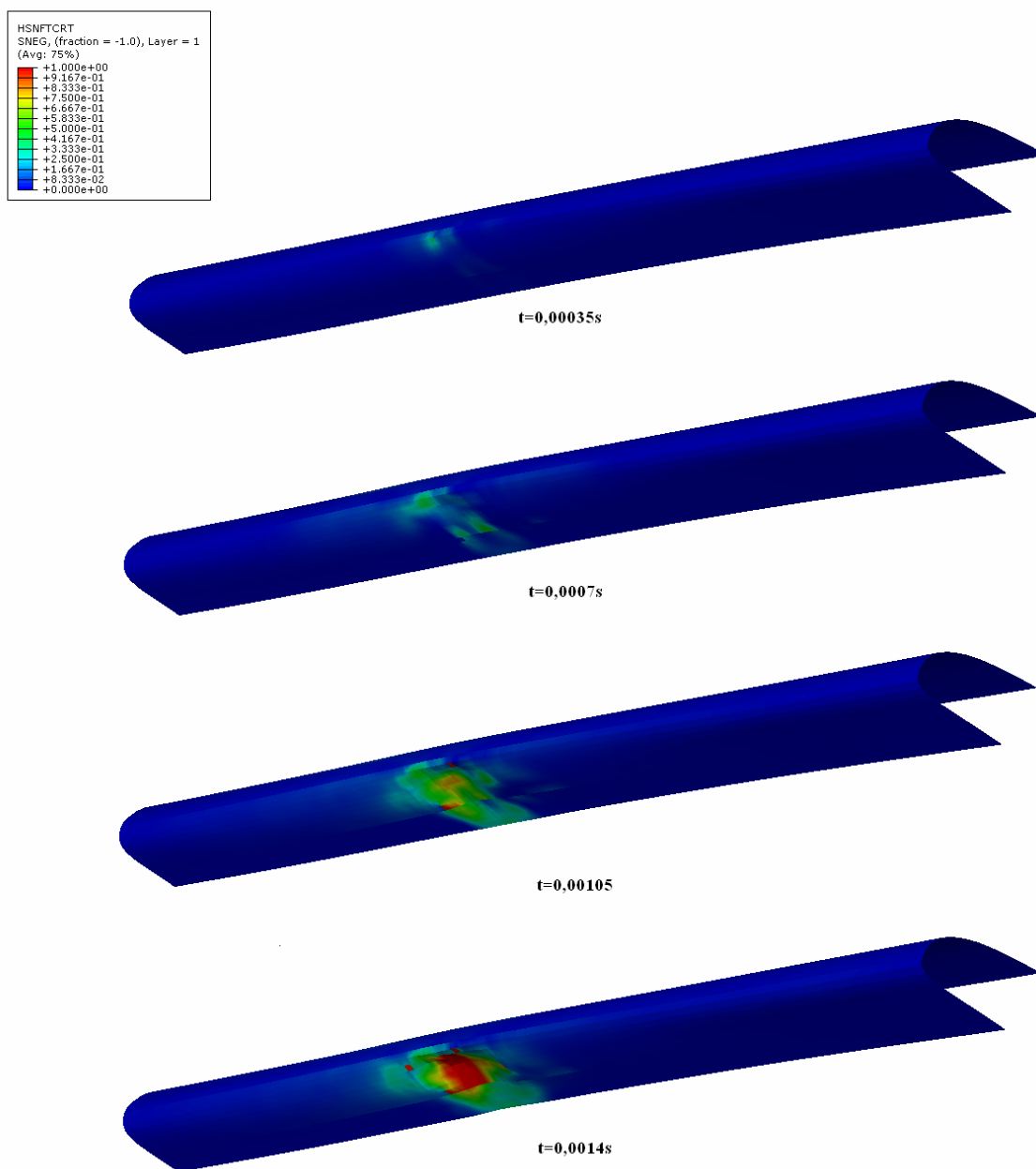
Slika 4.22 Vrijednost indeksa Hashinog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 40°

## 4. Rezultati analize



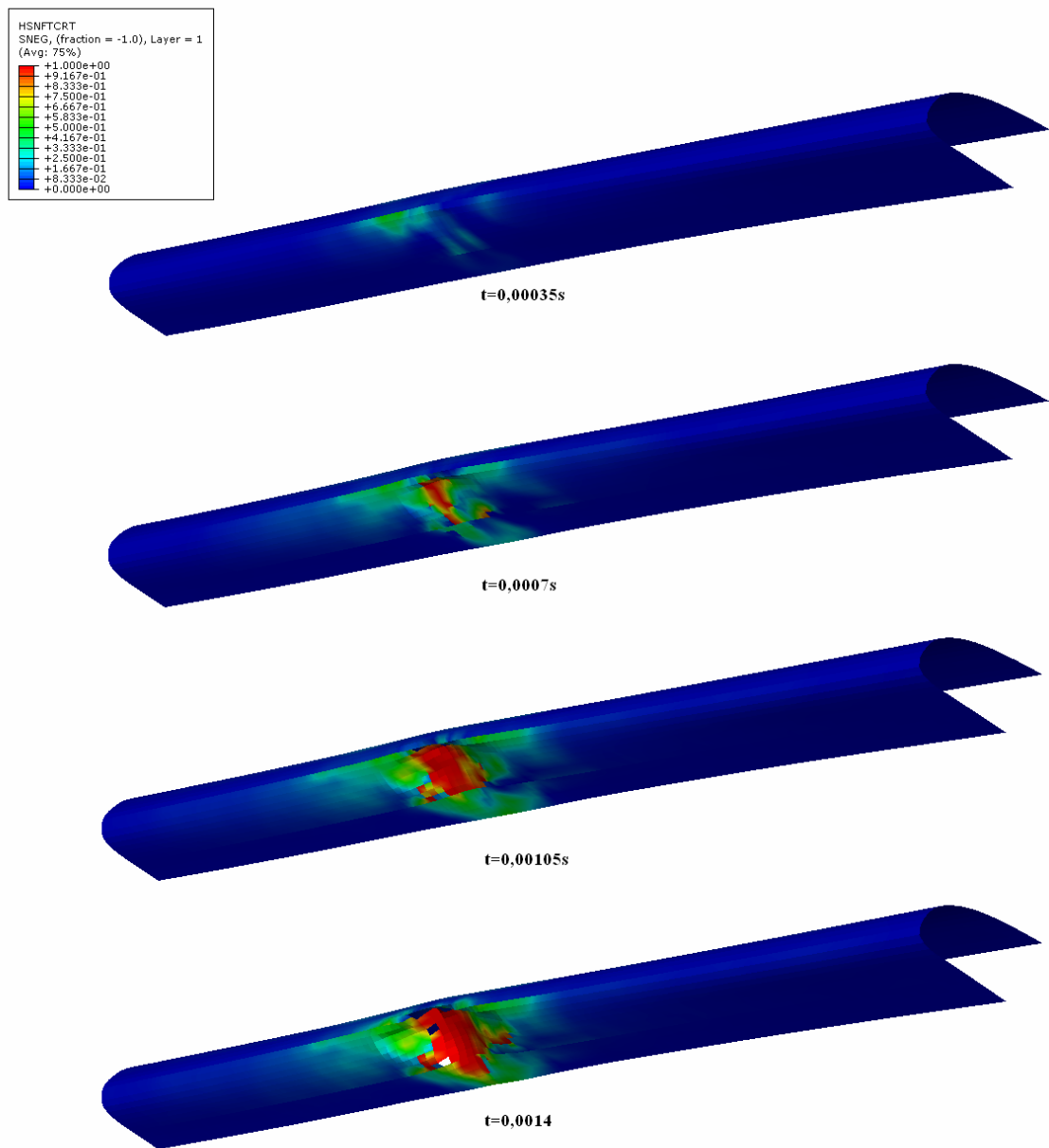
Slika 4.23 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 1 pod kutem od 60°

## 4. Rezultati analize



Slika 4.24 Vrijednost indeksa Hashinogovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 40°

## 4. Rezultati analize



Slika 4.25 Vrijednost indeksa Hashinovog kriterija popuštanja u prvom sloju unutarnje oplata *sandwich* konstrukcije za slučaj udara u mjesto 2 pod kutem od 60°

Za prikaz raspodjele indeksa Hashinovog kriterija popuštanja odabran je kriterij popuštanja po načinu vlačnog opterećenja vlakna zato što većina slojeva u ovoj analizi najprije popušta po njemu. Iznos indeksa popuštanja računa se za svaki jednosmjereni sloj, a kada indeks postane jednak jedinici dolazi do popuštanja sloja po načinu popuštanja čiji je indeks popuštanja prvi dosegao jediničnu vrijednost.

---

**4. Rezultati analize**

Slikama 4.18 do 4.25 prikazana je raspodjela indeksa popuštanja prema Hashinovom kriteriju za prve slojeve. Numeracija slojeva određuje se u odnosu na normale konačnih elemenata. Prvi slojevi vanjske oplata *sandwich* konstrukcije su oni slojevi koji su u doticaju sa saćastom jezgrom, a prvi slojevi unutarnje oplata su slojevi na onoj strani koja nije u doticaju sa saćastom jezgrom. Iz navedenih slika je vidljivo da dolazi do popuštanja cijelih konačnih elemenata, kako po vanjskoj tako i po unutarnjoj oplati *sandwich* konstrukcije, što znači da su svi slojevi kompozita postigli vrijednost indeksa popuštanja jednaku jedinici po jednom od četiri načina popuštanja koje pokriva Hashinov kriterij popuštanja. Zanimljivo je da u slučaju udara ptice pod kutem od  $40^\circ$  ne dolazi do popuštanja elemenata kompozitnih oplata *sandwich* konstrukcije. Vrijednosti indeksa popuštanja sa slika 4.20 i 4.24 indiciraju da je došlo do popuštanja prvih slojeva po načinu vlačnog opterećenja vlakna, no nije zadovoljen uvjet popuštanja svakog sloja kojim se određuje popuštanje konačnog elementa. Kada bi se vrijeme analize produljilo zasigurno bi i u ovom slučaju opterećenja došlo do popuštanja konačnih elemenata oplata *sandwich* konstrukcije.

## 5. Zaključak

U ovom radu analiziran je udar ptice u zakrilce velikog putničkog aviona. Masa ptice odnosno udarača koji se koristio u numeričkim analizama u ovom radu zadan je zrakoplovnim propisima, a analizirala su se udarna oštećenja na dva različita mjesta na zakrilcu i za dva različita kuta otklona zakrilca. Pri tome je u svim slučajevima opterećenja početna brzina ptice bila 100 m/s, što otprilike odgovara brzini slijetanja zrakoplova Airbus A319/320, na čijem su se zakrilcu analizirala udarna oštećenja u ovom radu.

Na osnovu dobivenih rezultata može se zaključiti da će pri udaru ptice u napadni rub zakrilca doći do probijanja sandwich konstrukcije napadnog ruba i daljnjeg prodiranja ptice u zakrilce. Na osnovu toga se može zaključiti da udar ptice u zakrilce velikog putničkog aviona može ozbiljno narušiti sigurnost leta. Za detaljniju analizu nastalih oštećenja nastalih pri udaru ptice u zakrilce trebalo bi analizirati proboj ptice kroz *sandwich* konstrukciju napadnog ruba i udar u prednju ramenjaču, no takva bi analiza trajala, pa ovaj slučaj nije razmatran u okviru ovog rada.

Točnost rezultata dobivenih pri simulacijama udara ptice uvelike ovisi o materijalu koji je dodijeljen udaraču. U analizama u okviru ovog rada korišten je hiperelastični materijal, no na osnovu dobivenih rezultata može se zaključiti da ovaj materijal nije idealan izbor. Da bi se unaprijedila točnost analize u ovom radu potrebno je materijalu udarača zadati kriterij pri kojemu on popušta kako bi se realnije simulirao udar ptice. No, nažalost ABAQUS nema mogućnosti definiranja kriterija popuštanja za hiperelastičan materijal. Ovaj se nedostatak u literaturi [14] riješio ugradnjom konstitutivnog materijalnog modela u ABAQUS no takav bi pristup prelazio okvire ovog rada.

## Literatura

- [1] Airbus Customer Services: Flight Operations Briefing Notes, Birdstrike Threat Awareness
- [2] Airbus 319 Structural Repair Manual
- [3] www.airliners.net
- [4] ABAQUS analysis user manual
- [5] Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures MIL-HDBK-5J, Department of Defense Handbook, Atlantic City, 2003.
- [6] Springer, G.S.: *Mechanics of Composite Structures*, Cambridge University Press, 2003.
- [7] Meo, M., Vignjević, R., Maengo, M.: *Numerical simulations of low-velocity impact on an aircraft sandwich panel*, Composite Structures 62 (2003) 353–360
- [8] Gay, D., Hoa, S.V., Tsai, S.W.: *Composite Materials: Design and application*, CRC Press
- [9] Smojver, I.: *Mehanika kompozitnih materijala*, Zagreb 2007.
- [10] Bathe, K.J.: *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [11] Ianucci, L., Willows, M.L.: *An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials—Part I: Numerical models*, Composites: Part A 37 (2006) 2041–2056
- [12] A. F. Johnson, M. Holzapfel: *Modeling soft body impact on composite structures*, Composite Structures 61, 2003, 103-113
- [13] A, Leung, K. Simmonds, M. Chase, A. Geltmacher: *Finite Element Modeling of the Impact Loading on Tissue Simulants*, Proceedings of 2004 ABAQUS User's Conference, 2004, 409-420
- [14] E Kirtil, D. Pestal, A. Kollofrath, N. Gähricke, J. Mendler, *Simulating the Impact Behaviour of Composite Aircraft Structures*, Proceedings of 2003 ABAQUS User's Conference, 2003, 1-15