

# Testni primjer za strukturnu optimizaciju

---

**Palaversa, Marin**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2012**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:986615>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-12**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



# 1. Uvod

Početak nastanka svakog novog broda je njegovo projektiranje – faza u kojoj se ljudska kreativna energija pretače u niz linija, brojeva i slova koji opisuju konstrukciju budućeg broda. Razlikujemo tri osnovne faze projektiranja: fazu konceptualnog projektiranja, preliminarnog projektiranja i projektiranja detalja. Upravo u fazama konceptualnog i preliminarnog projektiranja racionalni pristup nalazi svoju najčešću primjenu.

Kako je opisano u literaturi (Hughes, 1988), šest je osnovnih koraka (faza) u racionalnom pristupu projektiranju od kojih se u dvije računa odziv brodske konstrukcije ili dijela konstrukcije i to u drugoj (proračun globalnog odziva) i trećoj (proračun odziva podstruktura). Pošto brod sa stanovišta čvrstoće predstavlja orebrenu ljusku, proizlazi da je kod proračuna odziva brodske konstrukcije (pomaka, deformacija, naprezanja) uslijed vanjskog opterećenja najvažnije dobiti točan matematički model odnosa između opločenja i njegovog ukrepljenja. Takvo tijelo čije su dimenzije poprečnog presjeka male (ali nisu zanemarive) u odnosu na njegovu dužinu te koje može prihvaćati opterećenje u smjeru vlastite uzdužne osi, ali i pod nekim kutom na nju naziva se greda. Ukrepe broskog opločenja se, sa stanovišta čvrstoće, najčešće promatraju kao grede i primarna im je zadaća da povećaju čvrstoću brodske oplate.

U drugoj polovici prošlog stoljeća došlo je do velikog razvoja računala zbog čega su ona postala dostupnija, brža i jeftinija. Tako su se numeričke metode za proračun čvrstoće konstrukcija počele sve više upotrebljavati u inženjerskoj praksi, a istraživanja su vodila ka njihovom razvoju i sve većoj točnosti. To nije zaobišlo niti brodograđevnu struku pa se danas i na našem fakultetu upotrebljava čitav niz računalnih programa koji s više ili manje uspjeha rješavaju probleme čvrstoće i vibracija broda i to, u pravilu, metodom konačnih elemenata.

Cilj ovog rada je ispitati točnost i međusobno usporediti dvije formulacije grednog konačnog elementa i to: hibridni gredni konačni element (*hibridna greda* u daljnjem tekstu) i ekscentrični gredni konačni element (*ekscentrična greda* u daljnjem tekstu). Glavna razlika između njih leži u načinu na koji je određen odnos između grednog nosača (ukrepe) i pripadajućeg opločenja. Pošto je ovo, sa stanovišta čvrstoće,

temeljni odnos u brodskoj konstrukciji, dobro modeliranje ovog odnosa je izravno povezano s uspješnošću formulacije da postigne točan rezultat.

Kako bi se ispitala točnost svake od formulacija te kako bi se međusobno usporedile, prvo je izrađen model ukrepljenog panela (*jednostavni model* u daljnjem tekstu) s dvije različite gustoće mreže, tri slučaja opterećenja te tri skupine rubnih uvjeta. Nakon toga je za svaki ovakav model izrađen po još jedan model s jako gustom mrežom koji je služio kao referentni model s najtočnijim rezultatima. Sve je ovo opisano u trećem poglavlju.

U drugom dijelu trećeg poglavlja formulacije su uspoređene na primjeru broda za prijevoz putnika i vozila (*ropax* u daljnjem tekstu). Model RoPax-broda nije izrađen u okviru ovog rada već je preuzet iz europskog projekta EU FP6 IMPROVE. U ovom poglavlju više nije bilo referentnog modela već su formulacije međusobno uspoređene na modelima s jednakom gustoćom mreže, a za referentne rezultate su odabrani rezultati dobiveni po formulaciji modificirane ekscentrične grede pošto je ona za jednostavni model dala najtočnije rezultate.

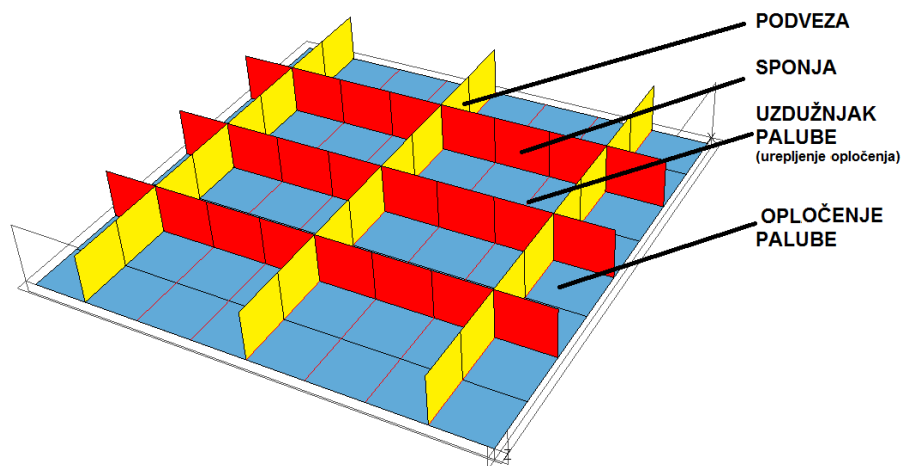
Na kraju je izvršena optimizacija na modelu ropax da bi se nakon toga izvršio proračun odziva na optimalnom modelu pomoću sve tri formulacije te je prikazana usporedba parametara podobnosti.

Za izradu modela, proračune odziva i optimizacije koristili smo se računalnim programom MAESTRO.

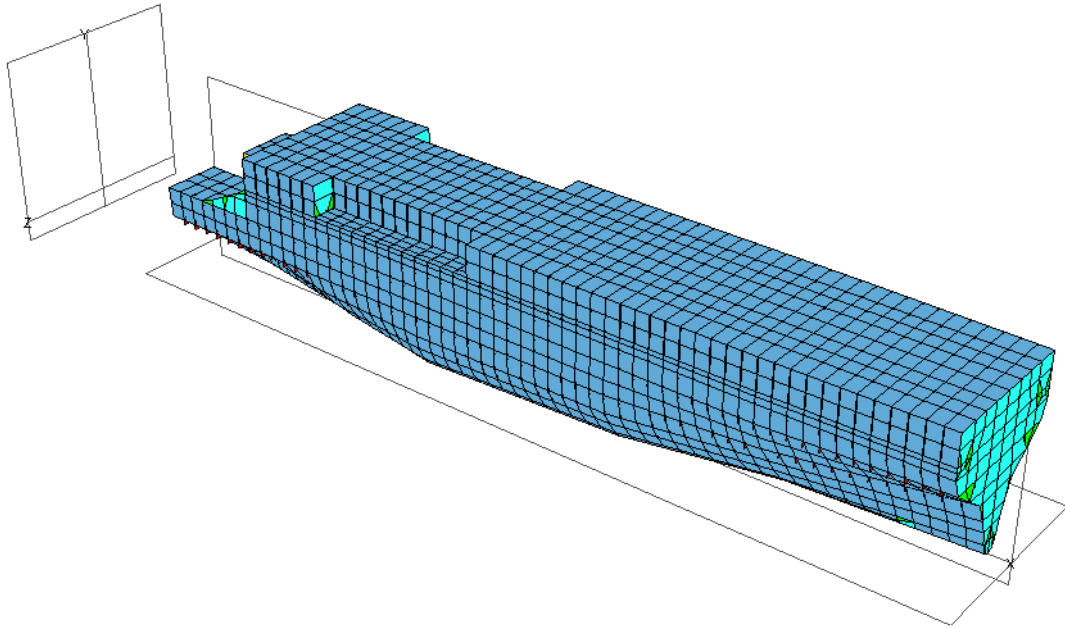
## 2. Teorijske osnove

### 2.1. Uvod

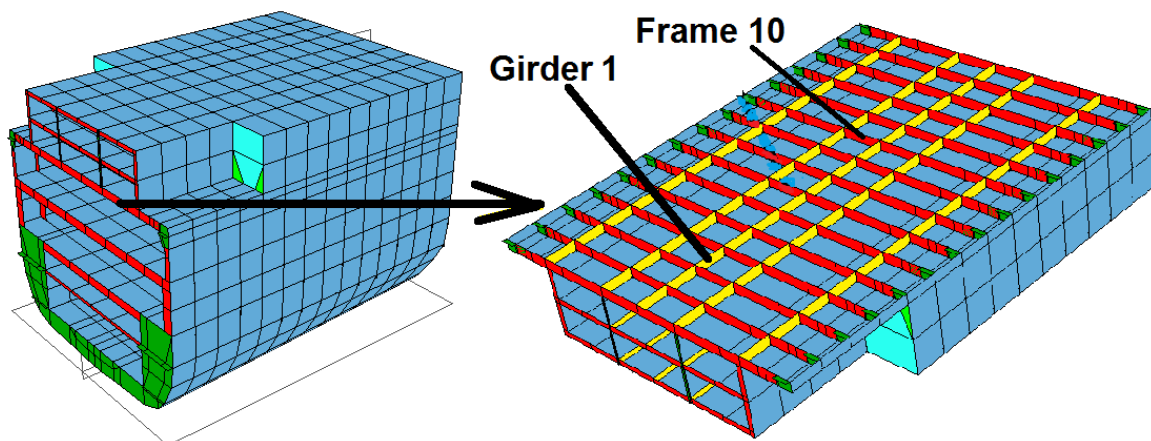
Kao što je rečeno u prethodnom poglavlju, temeljni odnos u čvrstoći brodskih konstrukcija je odnos između opločenja i ukrepa odnosno jakih nosača koji ga ukrepljuju (učvršćuju). Kod modeliranja konstrukcije u MAESTRO-u (slika 1) ovaj odnos postaje očit kroz problem modeliranja međudjelovanja grednog elementa (kojim su predstavljeni jaki nosač – npr. sponje i podveze kod modeliranja palube) i elementa ukrepljenog panela (kojim se modelira opločenje s ukrepama). Glavna zadaća grednog nosača je prihvaćanje opterećenja koje djeluje okomito na njegovu uzdužnu os dok je glavna zadaća ukrepljenog panela da prenosi opterećenje koje djeluje u njegovoj središnjoj ravnini. Međutim, isto kao što će gredni nosač prihvatiti dio opterećenja koje djeluje aksijalno, ukrepljeni panel će prihvatiti dio opterećenja koje djeluje okomito na njegovu središnju ravninu. I jedno i drugo je posljedica činjenice što su gredni nosač i ukrepljeni panel međusobno povezani. Kao što je naglašeno u uvodu, postavlja se pitanje kako najbolje modelirati sva međudjelovanja koja se ovdje javljaju.



Slika 1: Dio palube broda za prijevoz putnika i vozila s naznačenim elementima  
Uzmimo za primjer brod za prijevoz putnika i vozila čiji je model prikazan na slici 2. Ako na tom brodu uočimo jedan njegov modul i na njemu odaberemo jednu palubu (slika 3), onda možemo promotriti što se događa s jednim, nasumično odabranim uzdužnim nosačem (npr. nosačem koji je na slici 3 označen s *girder 1*).

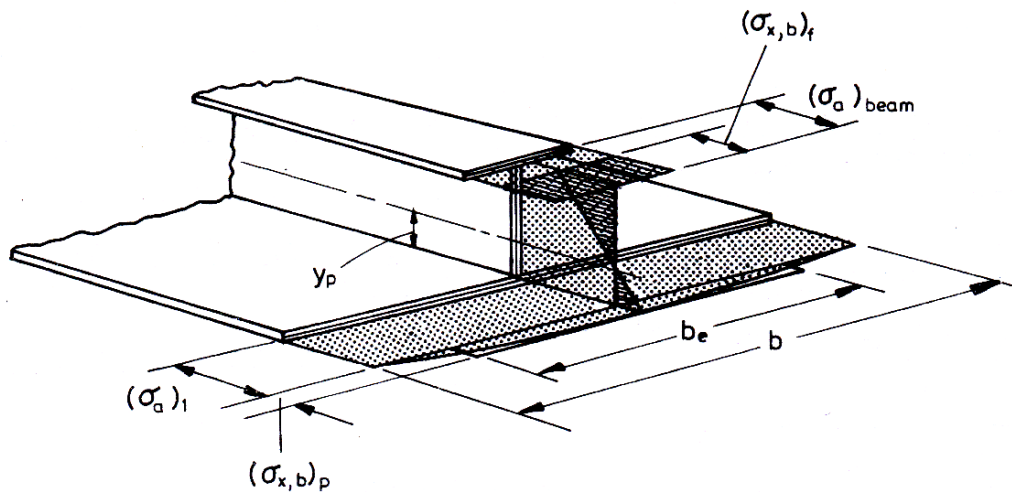


Slika 2: Model broda za prijevoz putnika i vozila u MAESTRO-u



Slika 3: Model modula 1 s izdvojenom 1. palubom broda za prijevoz putnika i vozila u MAESTRO-u

Pošto paluba predstavlja gornji pojas brodskog trupa kao grede, ona će prihvatiti dio opterećenja koje djeluje na cijeli brod i koje će se manifestirati kroz deformacije i naprezanja čija će veličina ovisiti o dimenzijama poprečnog presjeka palube, materijalu od kojeg je paluba izrađena te njoj udaljenosti od neutralne linije. To naprezanje je na slici 4 označeno sa  $\sigma_a$  i njegova vrijednost je konstantna po poprečnom presjeku. Ova naprezanja proizlaze, dakle, iz primarne čvrstoće broda.



Slika 4: Raspodjela naprezanja na poprečnom presjeku grede s ukrepljenim panelom (izvor: lit. [1])

Ako se na istoj palubi nalaze npr. putnici, oprema ili automobili, onda će oni generirati opterećenje koje će biti pod nekim kutom različitim od 0 usmjereno na uzdužnu os grede. To će izazvati njezino savijanje uslijed čega će doći do raspodjele naprezanja prikazane slikom 4 (gdje su  $\sigma_{x,b}$  naprezanja uslijed tog savijanja). Iz slike je vidljivo da, iako manja, ova naprezanja u ukrepljenom panelu nikako ne mogu biti zanemarena.

Možemo zaključiti da ukrepljeni panel i na njega zavareni gredni nosač međudjeluju: lokalno opterećenje će izazvati savijanje grednog nosača u kojem će sudjelovati i ukrepljeni panel određene širine kao donji pojas takve grede dok će dio opterećenja koje je posljedica sudjelovanja opločenja u primarnoj čvrstoći broda i koje djeluje u njegovoj središnjoj ravnini djelovati i na gredni nosač, i to aksijalno u smjeru njegove središnje osi. U modeliranju ovog međudjelovanja postoje dva pristupa s dva različita gredna elementa: hibridna greda i ekscentrična greda (gdje razlikujemo običnu i modificiranu ekscentričnu gredu).

## 2.2. Hibridna greda

Ovaj gredni element se naziva hibridnim jer se aksijalna i savojna krutost računaju na temelju različitih poprečnih presjeka pa se tako kod proračuna aksijalne krutosti

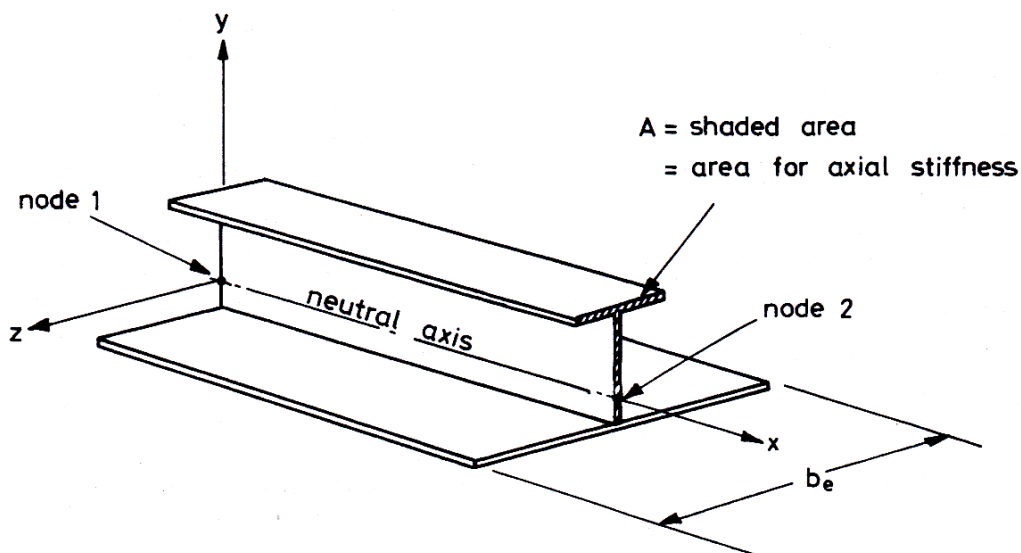
$$\alpha = \frac{AE}{L}$$

površina poprečnog presjeka  $A$  (zasjenjena površina na slici 5) računa na temelju poprečnog presjeka grednog nosača (bez dijela ukrepljenog panela pripadajuće sunosive širine) dok se savojna krutost

$$\beta = \frac{EI_e}{L^3}$$

računa na temelju momenta inercije ukupnog poprečnog presjeka (poprečni presjek grednog nosača i poprečni presjek opločenja pripadajuće sunosive širine). Ostale veličine koje se pojavljuju u gornjim jednadžbama su modul elastičnosti  $E$  i dužina promatranog elementa  $L$ .

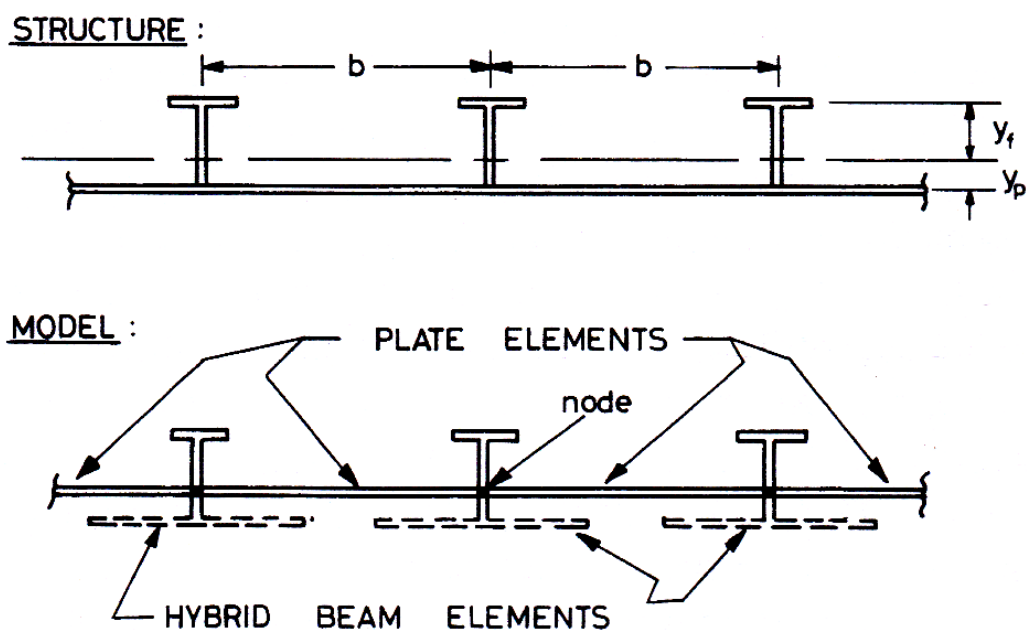
Čvorovi konačnog elementa se nalaze u težištu (u neutralnoj liniji) ukupnog poprečnog presjeka kako je prikazano na slici 5.



Slika 5: Hibridni gredni element s označenim čvorovima, zasjenjenom površinom poprečnog presjeka grednog nosača i sunosivom širinom ukrepljenog panela (izvor: lit. [1])

U uvodu ovog poglavlja opisano je međudjelovanje grednog nosača i pripadajućeg dijela ukrepljenog panela. Prvo takvo međudjelovanje se odnosi na sudjelovanje dijela ukrepljenog panela (sunosive širine  $b_e$ ) u savijanju grednog nosača, a što se očituje kroz pojavu dodatnih naprezanja i deformacija u panelu. U formulaciji hibridne grede ovo međudjelovanje se uzima u obzir činjenicom da se moment inercije računa na temelju površine ukupnog poprečnog presjeka (gredni nosač + dio ukrepljenog panela sunosive širine  $b_e$ ) te oko njegovog težišta zbog čega i dio krutosti ukrepljenog panela sudjeluje u ukupnoj krutosti konstrukcije.

Drugo međudjelovanje je prijenos deformacija i naprezanja iz ukrepljenog panela na gredni nosač uslijed aksijalnog opterećenja zbog sudjelovanja u primarnoj čvrstoći. Kako se može vidjeti na slici 6, u matematičkom modelu (donji dio slike) stvarne konstrukcije (gornji dio slike) element ukrepljenog panela je pomaknut u težište ukupnog poprečnog presjeka. Više je razloga tome. Prvi razlog je taj što u metodi konačnih elemenata opterećenje djeluje samo u čvorovima pa je važno da svi elementi modela imaju čvor na mjestu na kojem djeluje opterećenje (u stvarnosti opterećenje iz primarne čvrstoće i djeluje u ravnini ukrepljenog panela, a na uzdužne nosače samo ako se prostiru dovoljnom dužinom broda). Drugi razlog je što je kod proračuna momenta inercije (za izračun savojne krutosti) taj dio već uzet u obzir pa ovime konstrukcija neće izgubiti dio krutosti kod savijanja. I treći razlog je što na ovakav način ukrepljeni panel pridonosi aksijalnoj krutosti grede, a pošto je matematički smješten u neutralnoj liniji, ne sudjeluje dodatno i u savijanju. Ovo međudjelovanje (za razliku od prvog) je jasno vidljivo i kod sastavljanja globalne matrice krutosti gdje se matrici krutosti grede dodaju i članovi matrice krutosti elementa kojim je modeliran ukrepljeni panel (membranskog elementa).



Slika 6: Prikaz stvarne konstrukcije i matematičkog modela konstrukcije s hibridnim grednim elementima (izvor: lit. [1])

Matrica krutosti hibridnog grednog elementa prikazana je na slici 7.



$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 12b & 6bL & 0 & -12b & 6bL \\ 0 & 6bL & 4bL^2 & 0 & -6bL & 2bL^2 \\ -\alpha & 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -12b & -6bL & 0 & 12b & -6bL \\ 0 & 6bL & 2bL^2 & 0 & -6bL & 4bL^2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{AE}{L} \quad b = \frac{EI}{L^3}$$

Slika 7: Matrica krutosti hibridnog grednog konačnog elementa (izvor: lit. [1])

## 2.3. Ekscentrična greda

U ovom potpoglavlju će biti iznesena teorija ekscentričnog grednog konačnog elementa. U radu smo se koristili s dva različita tipa tog elementa: običnom ekscentričnom gredom (eng. native eccentric beam) i modificiranom (ili kompatibilnom) ekscentričnom gredom. Teorijska osnova modificiranog (kompatibilnog) ekscentričnog grednog konačnog elementa dana je u literaturi (Fricke, 1999). Ovdje ćemo se služiti nazivom modificirana ekscentrična greda (eng. modified eccentric beam) prema terminologiji MAESTRO-a iako se u navedenom članku upotrebljava naziv kompatibilna ekscentrična greda (eng. compatible eccentric beam).

### 2.3.1. Obična ekscentrična greda

Ovaj gredni konačni element se sastoji samo od grednog nosača bez pripadajućeg dijela opločenja s ukrepama pa se parametri aksijalne i savojne krutosti računaju na temelju površine i momenta inercije poprečnog presjeka grednog nosača (bez opločenja!) što ovaj gredni konačni element matematički razlikuje od hibridnog. Parametar aksijalne krutosti tada glasi:

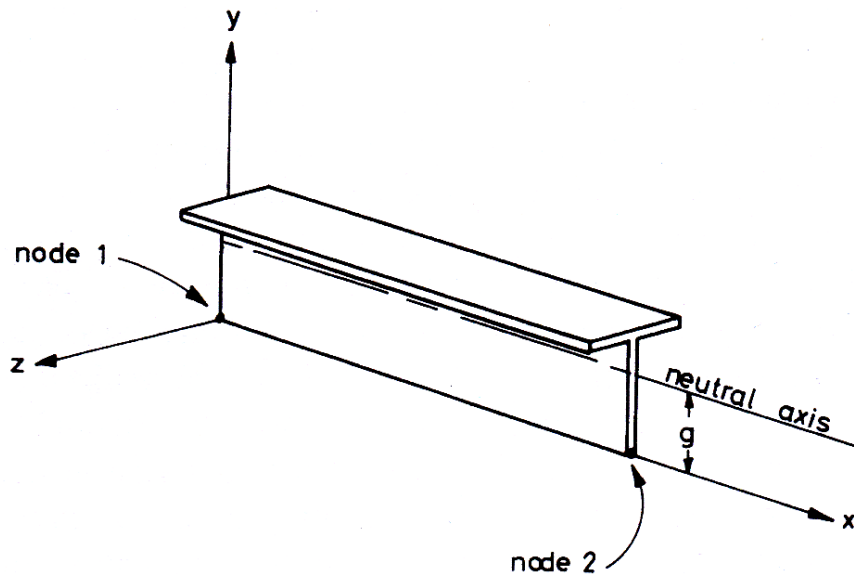
$$\alpha = \frac{AE}{L}$$

gdje je  $A$  površina poprečnog presjeka grede.

Parametar savojne krutosti se računa prema izrazu:

$$\beta = \frac{EI}{L^3}$$

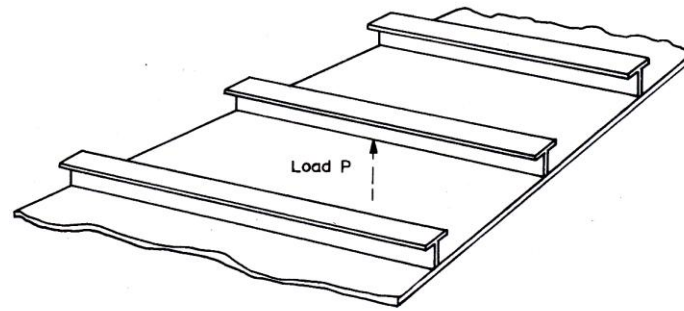
gdje je  $I$  moment inercije poprečnog presjeka grednog nosača oko njegove vlastite težišne osi (prema slici 8).



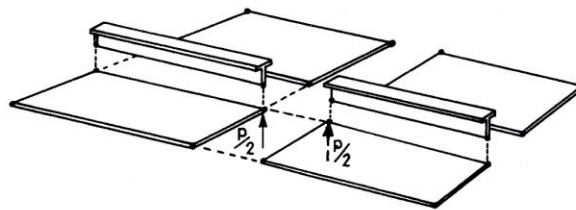
Slika 8: Ekscentrični gredni konačni element (izvor: lit. [1])

Kod modeliranja konstrukcije ovakvim elementima, čvorovi su postavljeni na mjestu gdje se u stvarnoj konstrukciji spaja gredni nosač s opločenjem kako se vidi sa slika 8 i 9. Ovakav položaj čvorova ima za posljedicu da se opločenje i u matematičkom modelu (što je razlikuje od hibridne grede prema slici 6) nalazi na istom mjestu kao i u stvarnoj konstrukciji i na onom mjestu na kojem opterećenje stvarno djeluje.

Položaj čvorova u *peti* grede za posljedicu ima pojavu ekscentričnosti (po čemu je formulacija i dobila ime), odnosno postojanje neke udaljenosti između čvorova i težišta konačnog elementa kako se vidi na slici 8. Zbog postojanja te udaljenosti, javljaju se dodatne komponente aksijalne sile i momenta savijanja, odnosno nove komponente aksijalnog pomaka i kuta zakreta (Hughes, 1988). Matrica krutosti ovog konačnog elementa prikazana je na slici 10.



(a) BEAMS ATTACHED TO PLATING



(b) STRUCTURAL MODEL USING ECCENTRIC BEAM ELEMENT

Slika 9: Modeliranje konstrukcije ekscentričnim grednim konačnim elementom (izvor: lit. [1])

$$\mathbf{k}_{ecc}^e = \begin{bmatrix}
 \alpha & & & & & & \\
 0 & 12b & & & & & \\
 -g\alpha & 6bL & 4bL^2 + g^2\alpha & & & & \\
 -\alpha & 0 & g\alpha & \alpha & & & \\
 0 & -12b & -6bL & 0 & 12b & & \\
 g\alpha & 6bL & 2bL^2 - g^2\alpha & -g\alpha & -6bL & 4bL^2 + g^2\alpha &
 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{AE}{L} \qquad b = \frac{EI}{L^3}$$

Slika 10: Matrica krutosti ekscentričnog grednog konačnog elementa (izvor: lit. [1])

### 2.3.2. Modificirana (kompatibilna) ekscentrična greda

Modificirana ekscentrična greda je rezultat pokušaja da se promjenom svojstava ekscentričnog grednog elementa postignu rezultati koji će po svojoj točnosti biti usporedivi s rezultatima koje daje hibridni gredni element. Naime, zbog dodatnih članova u matrici krutosti (što je posljedica činjenice da je neutralna linija grednog elementa udaljena za neku vrijednost  $g$  od osi koja prolazi kroz čvorove elementa), ekscentrični gredni element daje općenito lošije rezultate od hibridnog (kako je pokazano u literaturi [1] i [2]), posebno kod proračuna naprezanja. S druge strane,

željelo se sačuvati prednosti koje ima uporaba ekscentrične grede prvenstveno u smislu lakše i brže izrade modela (nije potrebno računati i unositi sunosivu širinu).

Modificirana ekscentrična greda ima, u odnosu na običnu ekscentričnu gredu, sljedeće dvije značajke:

1. ima pretpostavljenu linearnu funkciju pomaka u uzdužnom smjeru (obična ekscentrična greda ima kubnu)
2. neutralna linija je pomaknuta iz težišta u os koja prolazi kroz čvorove

Zbog pretpostavljene linearne funkcije pomaka gredni element sada pri deformiranju bolje geometrijski prati ravninske elemente (npr. membranski CSSR koji se upotrebljava u MAESTRO-u) kojima se modelira opločenje spojeno s gredom, a pomakom neutralne linije iz težišne u čvornu os distribucija naprezanja se bliži distribuciji koja bi se ostvarila za slučaj sunosive širine  $b_e/b = 1$ . U ovisnosti o tome kolika je stvarna sunosiva širina modificirana ekscentrična greda će davati bolje ili lošije rezultate – za sunosivu širinu  $b_e/b = 1$  bi trebala dati potpuno točan rezultat, a smanjivanjem sunosive širine bi greška trebala rasti.

Matrica krutosti s izrazima za savojnu i aksijalnu krutost je prikazana na slici 11.

$$[K] = \begin{bmatrix} a & & & & & & \\ 0 & 12b & & & & & \text{symm.} \\ -e \cdot a & 6bL & 4bL^2 & & & & \\ -a & 0 & e \cdot a & a & & & \\ 0 & -12b & -6bL & 0 & 12b & & \\ e \cdot a & 6bL & 2bL^2 & -e \cdot a & -6bL & 4bL^2 & \end{bmatrix}$$

$$b = E(I_{st} + A_{st} \cdot e^2)/L^3 \quad a = A_{st} \cdot E/L$$

Slika 11: Matrica krutosti modificiranog ekscentričnog grednog konačnog elementa (izvor: lit. [2])

### 3. Usporedba formulacija

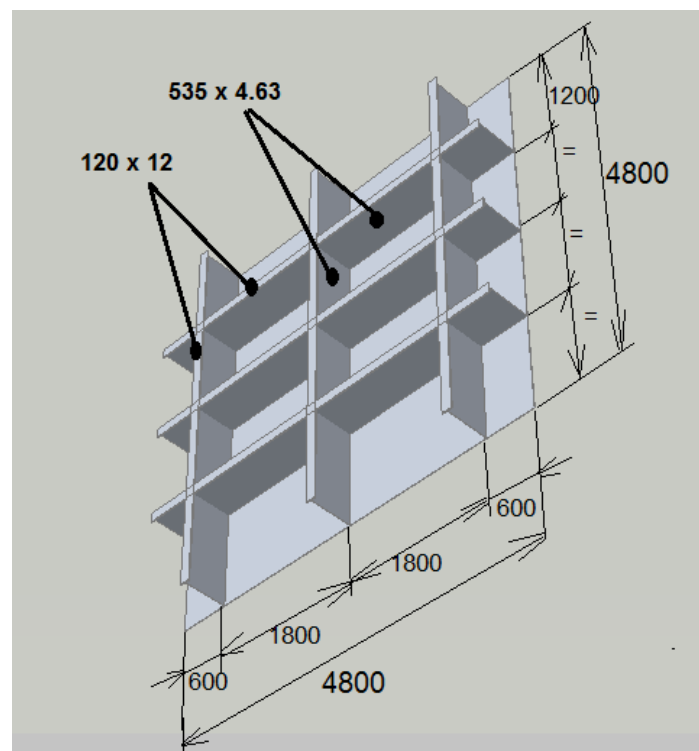
#### 3.1. Uvod

U ovom poglavlju se uspoređuju formulacije grednog konačnog elementa opisane u prethodnom poglavlju. Usporedba se vrši na dva modela: jednostavnom modelu i modelu stvarnog broda. Formulacije su uspoređene na temelju izračunatih pomaka, naprezanja i parametara podobnosti. U zadnjem potpoglavlju prikazana je usporedba izvršena nakon optimizacije modela stvarnog broda.

#### 3.2. Jednostavni model

##### 3.2.1. Opis modela

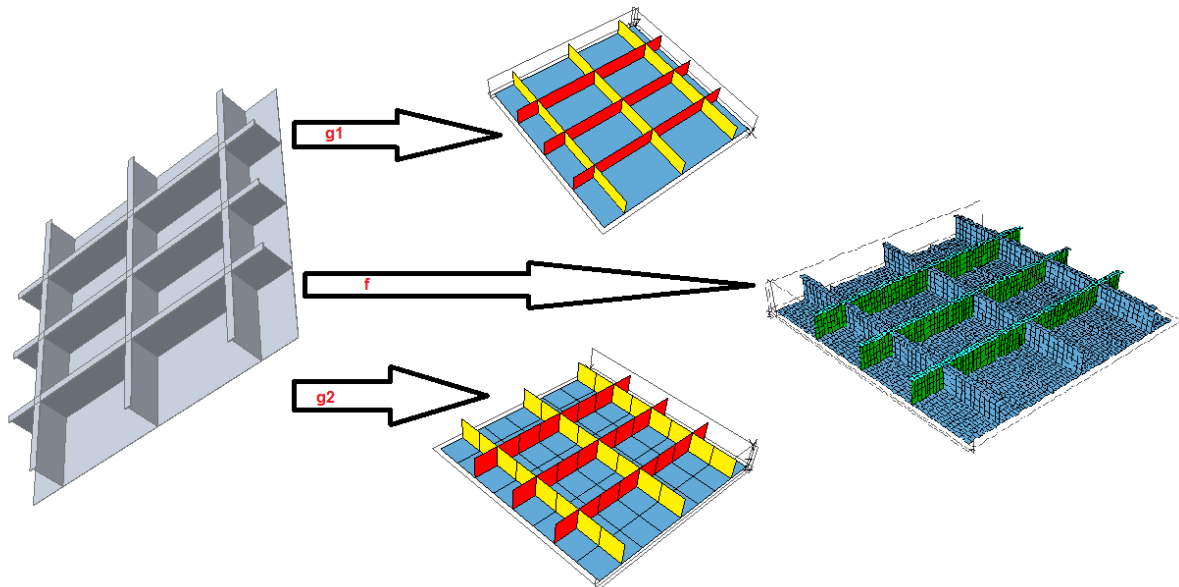
Jednostavni model, prikazan na slici 12, je ukrepljeni panel stranica duljine 4800 mm i debljine opločenja 6 mm. Panel ima tri uzdužnjaka međusobno razmaknuta za 1800 mm te od svakog kraja panela odmaknuta za 600 mm. Također ima i tri poprečnjaka na međusobnoj udaljenosti od 1200 mm za koliko su odmaknuti i od krajeva panela. Uzdužnjaci i poprečnjaci su jednakog poprečnog presjeka (T 535x4.63/120x12).



Slika 12: Topologija i glavne dimenzije modela ukrepljenog panela (jednostavnog modela)

### 3.2.2. Proračunski modeli

Kako je napisano u Uvodu, svi proračuni su provedeni u MAESTRO-u (ver. 8.9.3) zbog čega su na početku izrađena tri proračunska modela (slika 13) prema modelu prikazanom na slici 12.

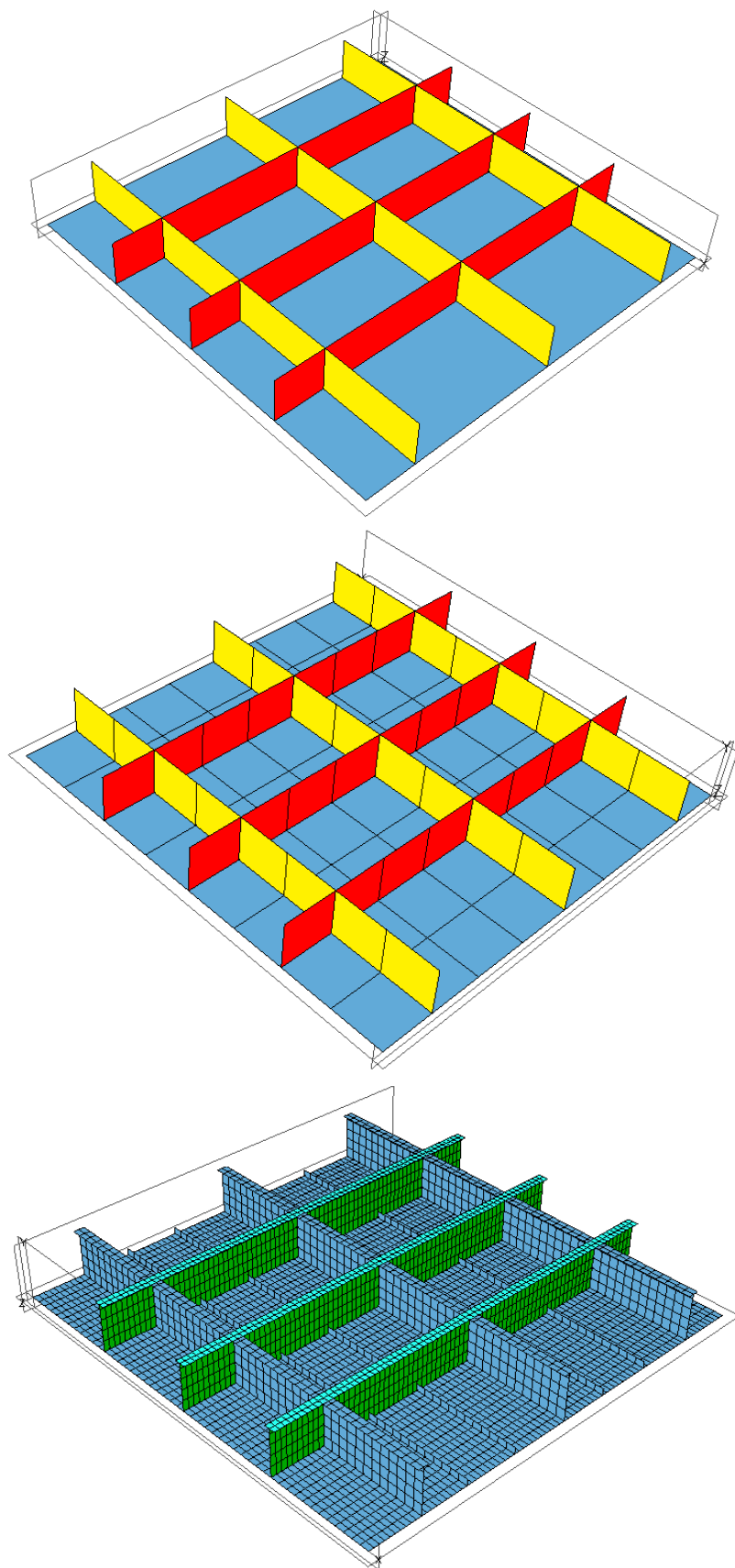


Slika 13: Proračunski modeli u MAESTRO-u

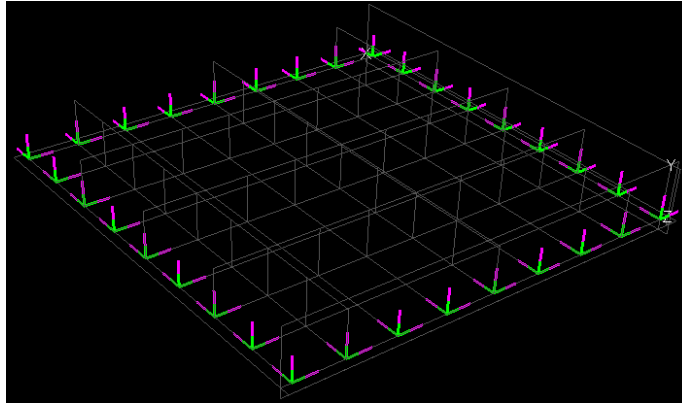
Proračunski modeli se međusobno razlikuju po gustoći mreže konačnih elemenata. Prvi model, s najmanjom gustoćom mreže (u daljnjem tekstu će se označivati i s g1 i nazivati *jako grubi model*), modeliran je samo jednim konačnim elementom između uzdužnjaka i poprečnjaka. Drugi model (g2, *grubi model*) modeliran je s tri elementa između uzdužnjaka i poprečnjaka, a treći model (koji je i referentni model) modeliran je elementima dimenzija 60x100 mm (trideset elemenata između uzdužnjaka i poprečnjaka). Svi modeli su prikazani na slici 14.

### 3.2.3. Rubni uvjeti

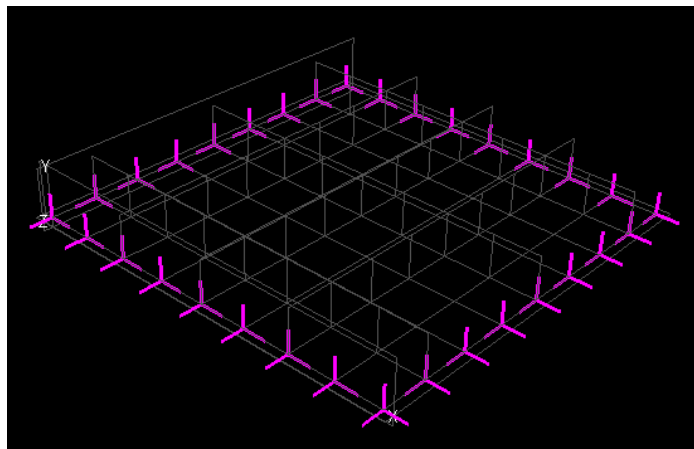
Tri su skupine rubnih uvjeta definirane za ovaj model. Prva skupina rubnih uvjeta (u daljnjem tekstu *upeti krajevi*) sastoji se od spriječenih translacijskih i rotacijskih pomaka u svim čvorovima kako je prikazano na slici 15. Druga skupina rubnih uvjeta (u daljnjem tekstu *zglobni krajevi*) sastoji se od spriječenih translacijskih pomaka u svim čvorovima dok su rotacijski pomaci neograničeni (slika 16). I treća skupina rubnih uvjeta je definirana oko dva ruba (paralelna osi z i x) dok su suprotni rubovi slobodni kako je prikazano na slici 17.



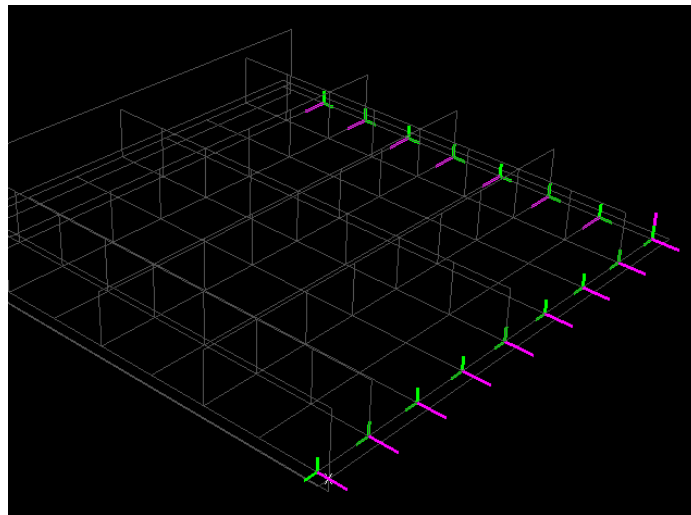
Slika 14: Proračunski modeli g1, g2 i f s prikazanom gustoćom mreže konačnih elemenata



Slika 15: Prva skupina rubnih uvjeta (upeti krajevi) za model g2 (ljubičasto – spriječeni translacijski pomak; zeleno – spriječeni rotacijski pomak)



Slika 16: Druga skupina rubnih uvjeta (zglobni krajevi) za model g2 (ljubičasto – spriječeni translacijski pomak)

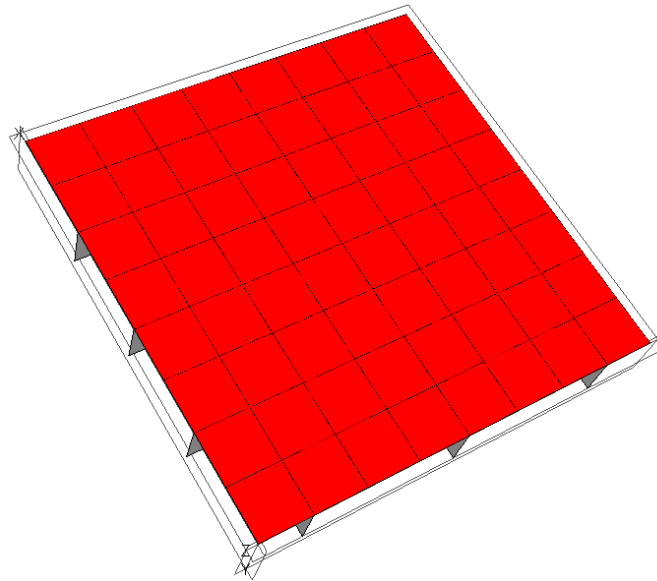


Slika 17: Treća skupina rubnih uvjeta za model g2 (ljubičasto – spriječeni translacijski pomak; zeleno – spriječeni rotacijski pomak)

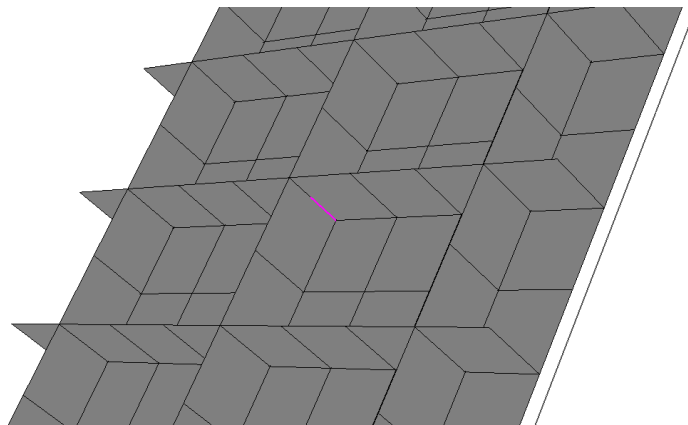


### 3.2.4. Slučajevi opterećenja

Dva su slučaja opterećenja definirana za prve dvije skupine rubnih uvjeta. Prvi slučaj opterećenja se sastoji od jednoliko raspoređenog tlaka (slika 18), a drugi od koncentrirane sile (slika 19). Tlak je veličine  $0.01 \text{ N/mm}^2$ , a koncentrirana sila je ekvivalentna tlaku i iznosi  $230\,400 \text{ N}$ . I tlak i sila djeluju okomito na površinu opločenja ukrepljenog panela.

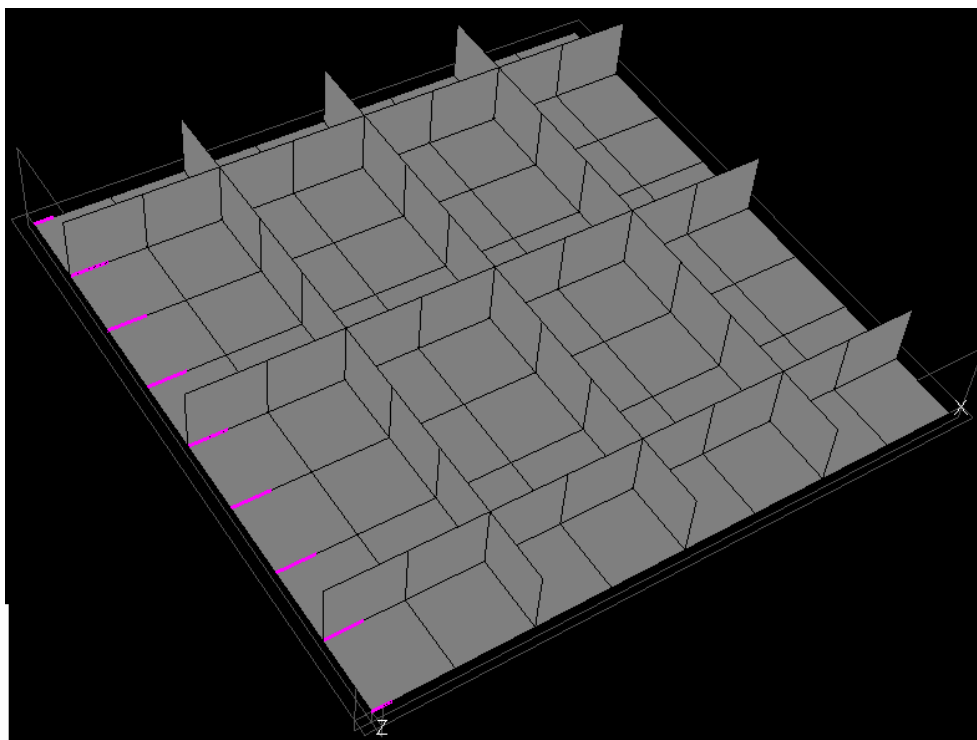


Slika 18: Prvi slučaj opterećenja za model g2



Slika 19: Drugi slučaj opterećenja za model g2

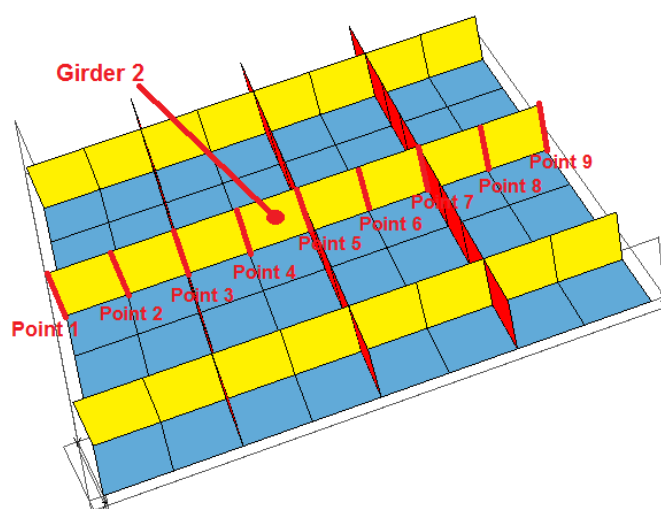
Za treću skupinu rubnih uvjeta definiran je jedan slučaj opterećenja. On se sastoji od sile jednoliko raspoređene po jednom rubu modela koja je ekvivalentna tlaku i sili definiranim za prve dvije skupine rubnih uvjeta. Ovaj slučaj opterećenja je prikazan na slici 20.



Slika 20: Slučaj opterećenja definiran za treću skupinu rubnih uvjeta

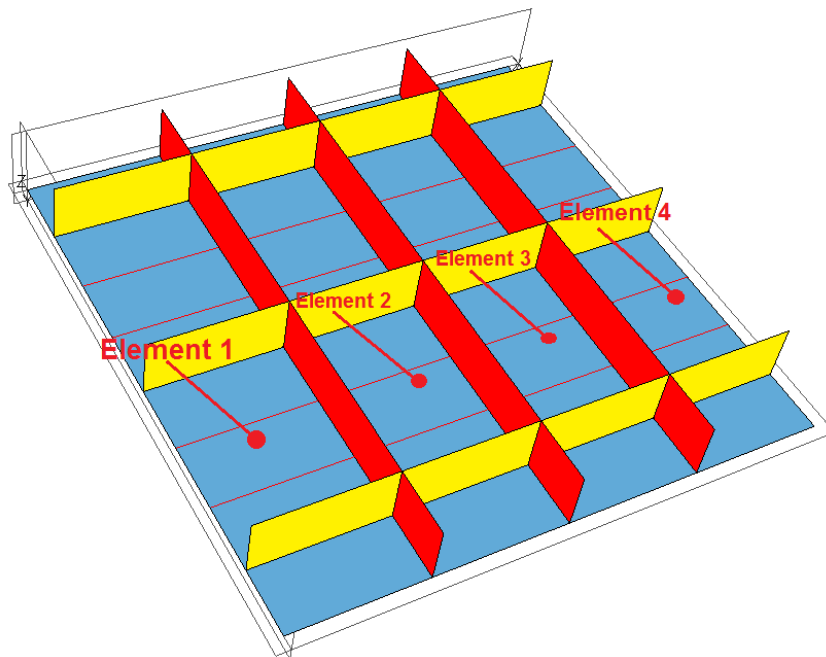
### 3.2.5. Proračun i rezultati

Na temelju gore opisanih modela izvršen je proračun u MAESTRO-u i to upotrebljavajući tri različite formulacije grednog konačnog elementa: hibridnu, običnu ekscentričnu i modificiranu ekscentričnu koje su opisane u prethodnom poglavlju. U nastavku su prikazani dobiveni rezultati za sve kombinacije rubnih uvjeta i slučajeva opterećenja. Naprezanja i pomaci su očitani na mjestima kontrolnih točki duž grednog nosača kako je prikazano slikom 21. Parametri



Slika 21: Mjesta očitavanja naprezanja i pomaka (eng. point – točka)

podobnosti su očitani po elementima uz gredni nosač kako je prikazano slikom 22.



Slika 22: Elementi po kojima su prikazani parametri podobnosti

Usporedba formulacija se vrši na temelju odstupanja iznosa naprezanja, pomaka i parametara podobnosti modela g1 i g2 od iznosa tih veličina izračunatih za model f. U nastavku su prikazani dobiveni rezultati i to: iznos naprezanja u pojasu grede ( $\sigma_F$ ) i pripadajućem oploćenju ( $\sigma_P$ ), vertikalni pomak na mjestu kontrolne točke ( $DY$ ), grafički prikaz raspodjele naprezanja po poprečnim presjecima na mjestima kontrolnih točaka te vertikalnih pomaka duž grede, odstupanja iznosa naprezanja i vertikalnih pomaka za modele g1 i g2 za sve tri formulacije od iznosa naprezanja i vertikalnih pomaka za model f (modeli su prikazani na slici 13) te parametri podobnosti za modele g1 i g2 sa svojim odstupanjima u odnosu na model f.

#### a.) Upeti krajevi

##### a.1. Jednoliko raspoređeni tlak

U tablici na slici 23 su prikazani vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž odabranog uzdužnjaka. Na slici 24 su prikazana odstupanja vertikalnih pomaka modela g1 i g2 od modela f.

U tablici na slici 25 su prikazani parametri podobnosti za model g1 za sve tri formulacije i njihova odstupanja od modela f.

Model/Kontrolna točka	POMAK Y (DY) [ $\times 10^{-2}$ mm]								
	Uzdužnjak 2								
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9
g1 - hibridna	0		20,0437		28,5958		20,0437		0
g1 - obična eksc.	0		26,0238		36,1605		26,0238		0
g1 - mod. eksc.	0		6,5799		11,5342		6,5799		0
g2 - hibridna	0	9,1941	18,1963	24,9932	26,4632	24,9932	18,1963	9,1941	0
g2 - obična eksc.	0	9,5553	18,1738	24,5217	25,6749	24,5217	18,1738	9,5553	0
g2 - mod. eksc.	0	2,4713	7,0813	10,6504	11,8722	10,6504	7,0813	2,4713	0
f	0	7,7958	16,3140	21,1883	22,7261	21,1633	16,2726	7,7220	0

Slika 23: Vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Model/Kont. točka	POMAK Y (DY) - ODSTUPANJE (u odnosu na model f) [%]									
	Uzdužnjak 2									
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9	Prosječno
g1 - hibrid	0,00		22,86		25,83		23,17		0,00	23,95
g1 - native ecc.	0,00		59,52		59,11		59,92		0,00	59,52
g1 - modified ecc.	0,00		-59,67		-49,25		-59,56		0,00	-56,16
g2 - hibrid	0,00	17,94	11,54	17,96	16,44	18,10	11,82	19,06	0,00	16,12
g2 - native ecc.	0,00	22,57	11,40	15,73	12,98	15,87	11,68	23,74	0,00	16,28
g2 - modified ecc.	0,00	-68,30	-56,59	-49,73	-47,76	-49,68	-56,48	-68,00	0,00	-56,65

Slika 24: Odstupanje vertikalnih pomaka u odnosu na vertikalne pomake finog modela po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	Parametri podobnosti (PYTP, PYCP)							
Broj elementa	g (g1-eksc.)	Odstupanje od f [%]	g (g1-m.eksc.)	Odstupanje od f [%]	D (f)	g (f)	g (g1-hib.)	Odstupanje od f [%]
1	0,915	-455,06	0,923	-459,57	134,776	0,165	0,992	-501,61
2	0,908	-366,33	0,908	-366,33	-126,728	0,195	0,992	-409,56
3	0,908	-366,33	0,908	-366,33	-126,728	0,195	0,992	-409,56
4	0,915	-455,06	0,923	-459,57	134,776	0,165	0,992	-501,61

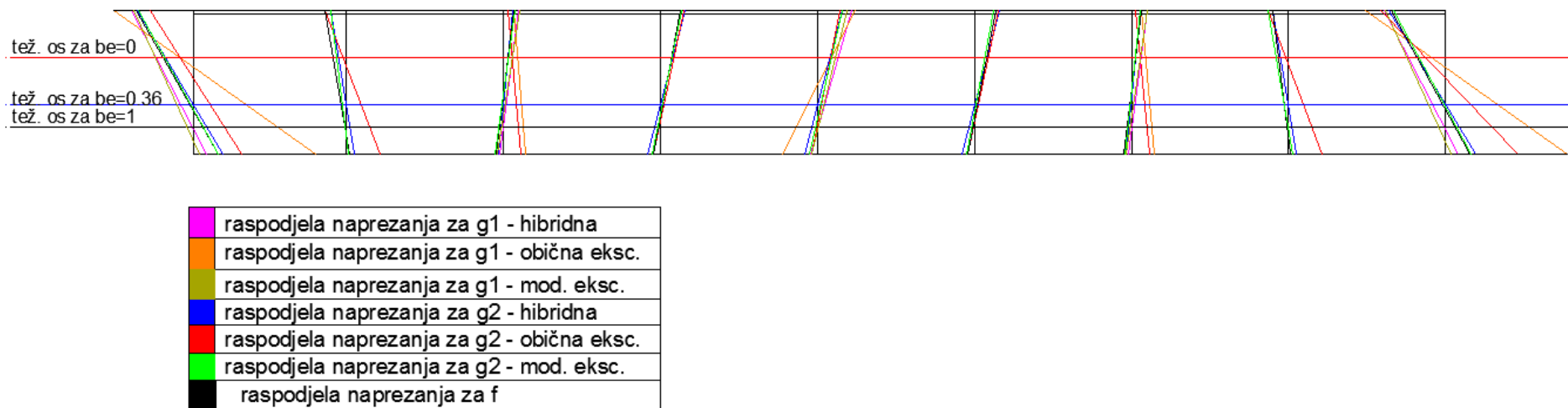
Slika 25: Parametri podobnosti po elementima duž uzdužnjaka (upeti krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Parametar podobnosti  $g$  je određen kao

$$g = \frac{C - \gamma D}{C + \gamma D}$$

gdje je  $C$  dozvoljeno naprezanje u materijalu,  $D$  stvarno naprezanje u materijalu i  $\gamma$  faktor sigurnosti (ovdje je faktor sigurnosti određen  $\gamma = 1.25$ ).

Na slici 26 je prikazana raspodjela naprežanja po poprečnim presjecima duž odabranog uzdužnjaka za sva tri modela i sve tri formulacije grednog konačnog elementa. U tablicama na slikama 27 i 28 je prikazan iznos naprežanja po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka te odstupanje naprežanja u odnosu na referentni model. Na kraju je izračunato i prosječno odstupanje. Slika 29 prikazuje pregibnu liniju grede prema podacima iz tablice sa slike 23.



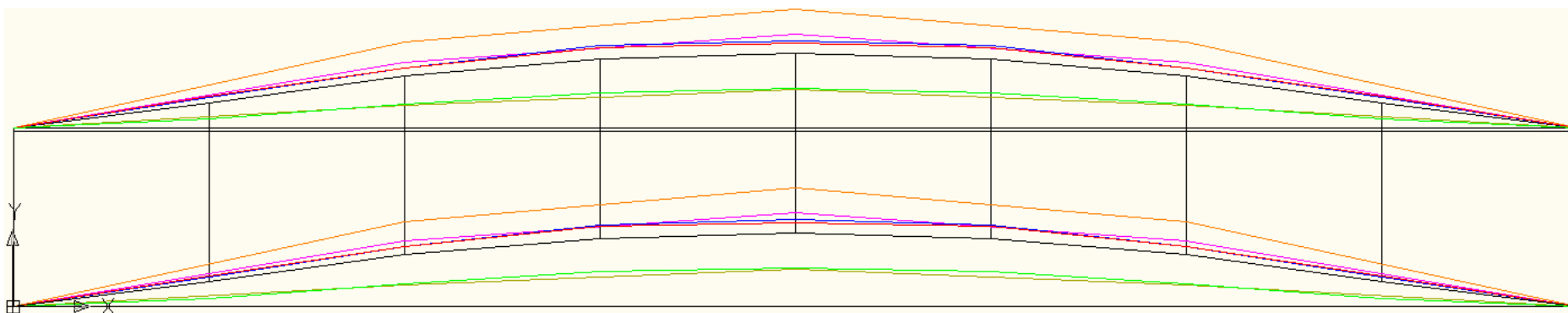
Slika 26: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duř uzdušnjaka (upeti krajevi, prvi slućaj opterećenja)

Uzdušnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ], FU=7																
Kontrolna toćka	Toćka 1		Toćka 2		Toćka 3		Toćka 4		Toćka 5		Toćka 6		Toćka 7		Toćka 8		Toćka 9	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2
<b>g1 - hibridna</b>	22,81	-110,50			-5,73	27,75			-12,55	60,82			-5,73	27,75			22,81	-110,50
<b>g1 - obićna eksc.</b>	217,50	-143,76			40,44	18,35			-62,43	68,37			40,44	18,35			217,50	-143,76
<b>g1 - mod. eksc.</b>	9,99	-106,44			-9,99	29,06			-9,99	52,57			-9,99	29,06			9,99	-106,44
<b>g2 - hibridna</b>	52,66	-101,30	14,47	-27,84	-8,50	16,35	-23,19	44,61	-22,86	43,98	-23,19	44,61	-8,50	16,35	14,47	-27,84	52,66	-101,30
<b>g2 - obićna eksc.</b>	129,45	-115,69	60,63	-36,64	31,41	8,16	-12,00	42,03	-10,13	41,41	-12,00	42,31	31,41	8,16	60,63	-36,64	129,45	-115,69
<b>g2 - mod. eksc.</b>	26,19	-103,52	-3,14	-27,18	-12,46	18,60	-10,59	43,17	-10,59	41,19	-10,59	43,17	-12,46	18,60	-3,14	-27,18	26,19	-103,52
<b>f</b>	42,58	-103,38	6,81	-36,85	-13,14	18,28	-11,61	35,77	-13,09	44,22	-11,78	37,41	-14,51	16,74	3,68	-27,73	42,54	-96,38

Slika 27: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duř uzdušnjaka (upeti krajevi, prvi slućaj opterećenja), FU – faktor uvećanja (izraćunata naprezanja su za iznos podijeljen s FU manja od prikazanih)

Uzdužnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) - ODSTUPANJE (u odnosu na model f) [ % ]																				
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9		Prosječno odstupenje			
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP	SigF		
g1 - hibridna	-4,51	-3,24			1,38	6,11			0,22	9,72			1,47	7,77								
g1 - obična eksc.	380,24	-23,90			70,16	0,03			-100,17	15,89			65,18	0,75					380,60	-30,08	199,27	14,13
g1 - mod. eksc.	-3,25	-1,34			1,02	7,29			1,01	4,23			1,32	9,10					-3,25	-4,73	1,97	5,34
g2 - hibridna	5,30	0,86	6,92	2,90	1,28	-0,73	-9,84	4,69	-7,26	-0,10	-9,55	3,65	1,50	-0,16	18,07	-0,05			5,33	-2,20	7,23	1,70
g2 - obična eksc.	112,40	-5,86	203,91	0,09	45,30	-1,92	-0,17	3,13	0,97	-1,12	-0,09	2,36	42,30	-1,78	399,61	-5,01			112,53	-9,87	101,92	3,46
g2 - mod. eksc.	-4,29	-0,06	-1,95	3,03	0,28	0,14	0,40	3,80	0,86	-1,20	0,46	2,83	0,75	0,88	-2,48	0,23			-4,28	-3,26	1,75	1,72

Slika 28: Odstupanje naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka u odnosu na naprezanja finog modela (upeti krajevi, prvi slučaj opterećenja)



Slika 29: Raspodjela vertikalnih pomaka po dužini uzdužnjaka (upeti krajevi, prvi slučaj opterećenja)

## a.2. Koncentrirana sila

Model/Kontrolna točka	POMAK Y (DY) [ $\times 10^{-1}$ mm]								
	Uzdužnjak 2								
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9
g1 - hibridna	0		4,8828		12,2468		4,8828		0
g1 - obična eksc.	0		6,7170		16,9062		6,7170		0
g1 - mod. eksc.	0		2,1481		4,7060		2,1481		0
g2 - hibridna	0	1,8695	5,0354	9,6990	13,1130	9,6990	5,0354	1,8695	0
g2 - obična eksc.	0	1,8718	4,8426	9,4041	12,9183	9,4041	4,8426	1,8718	0
g2 - mod. eksc.	0	0,6794	2,3906	4,4459	5,4656	4,4486	2,3960	0,6794	0
f	0	1,6018	4,2410	8,2612	12,7540	8,2539	4,2293	1,5841	0

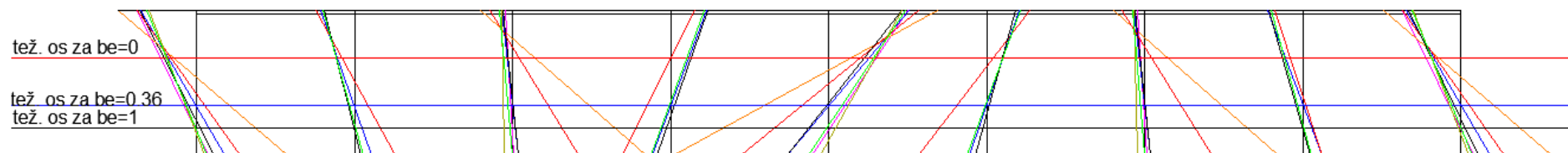
Slika 30: Vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)

Model/Kont. točka	POMAK Y (DY) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [%]									
	Uzdužnjak 2									
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9	Prosječno
g1 - hibridna	0		15,13		-3,98		15,45		0	11,52
g1 - obična eksc.	0		58,38		32,56		58,82		0	49,92
g1 - mod. eksc.	0		-49,35		-63,10		-49,21		0	-53,89
g2 - hibridna	0	16,71	18,73	17,40	2,81	17,51	19,06	18,02	0	15,75
g2 - obična eksc.	0	16,85	14,19	13,83	1,29	13,94	14,50	18,16	0	13,25
g2 - mod. eksc.	0	-57,59	-43,63	-46,18	-57,15	-46,10	-43,35	-57,11	0	-50,16

Slika 31: Odstupanje vertikalnih pomaka u odnosu na vertikalne pomake finog modela po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	Parametri podobnosti (PYTP, PYCP)							
	Broj elementa	g (g1-eksc.)	Odstupanje od f [%]	g (g1-m.eksc.)	Odstupanje od f [%]	D (f)	g (f)	g (g1-hib.)
1	0,420	31,52	0,475	22,66	-44,996	0,614	0,923	-50,37
2	0,350	-137,24	0,370	-150,37	139,642	0,148	0,923	-525,32
3	0,350	-137,29	0,370	-150,41	139,65	0,148	0,923	-525,43
4	0,420	31,78	0,475	22,95	-44,662	0,616	0,923	-49,81

Slika 32: Parametri podobnosti po elementima duž uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)



	raspodjela naprezanja za g1 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g1 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g1 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g2 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za f

Slika 33: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)

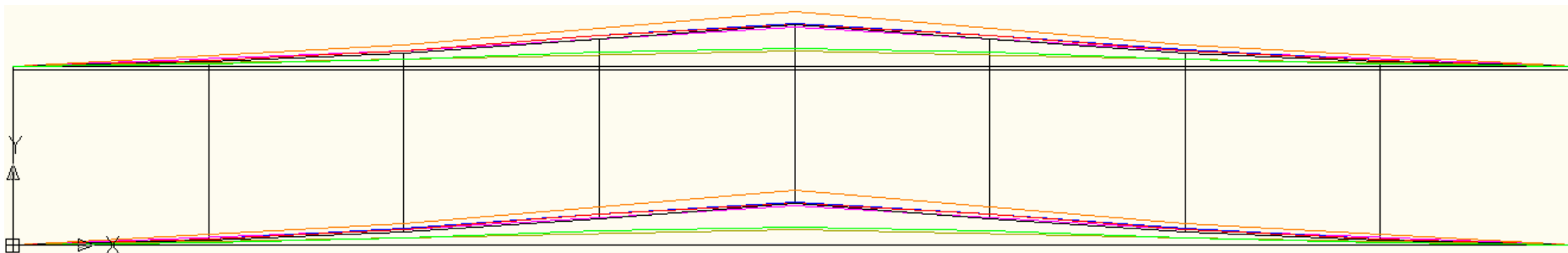
Uzdužnjak 2	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ], FU=2																	
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2
g1 - hibridna	18,51	-89,69			2,32	-11,23			-24,84	120,34			2,32	-11,23			18,51	-89,69
g1 - obična eksc.	138,27	-117,90			203,28	-48,16			-235,10	164,98			203,28	-48,16			138,27	-117,90
g1 - mod. eksc.	12,09	-72,57			-12,09	-16,83			-12,09	111,37			-12,09	-16,83			12,09	-72,57
g2 - hibridna	43,46	-83,61	26,70	-51,37	8,73	-16,79	-28,76	55,32	-63,50	122,16	-25,67	49,39	8,73	-16,79	28,07	-54,01	43,46	-83,61
g2 - obična eksc.	66,24	-89,70	61,04	-58,63	101,11	-34,33	73,26	35,99	-133,43	136,48	73,26	35,99	101,11	-34,33	61,04	-58,63	66,24	-89,70
g2 - mod. eksc.	16,99	-75,00	13,20	-48,25	-0,05	-19,09	-30,14	51,09	-30,14	116,32	-30,14	51,09	-0,05	-19,09	13,20	-48,25	16,99	-75,00
f	27,09	-86,03	11,62	-50,80	10,75	-22,33	-17,32	44,22	-63,77	111,47	-21,40	56,34	8,25	-14,46	10,40	-46,49	27,13	-79,60

Slika 34: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja), FU – faktor uvećanja (izračunata naprezanja su za iznos podijeljen s FU manja od prikazanih)



Uzdužnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [ % ]																		
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9		Prosječno odstupanje	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP	SigF
g1 - hibridna	-2,49	-1,62			-0,77	2,38			6,45	4,07			-0,71	1,07			-2,50	-4,84	2,59	2,80
g1 - obična eksc.	241,46	-18,59			1549,66	-23,71			-268,81	33,70			2043,98	-47,79			241,09	-24,14	869,00	29,59
g1 - mod. eksc.	-2,85	4,83			-10,93	1,76			4,17	-0,04			-12,67	-1,18			-2,85	2,73	6,69	2,11
g2 - hibridna	11,17	1,00	14,74	-0,25	-0,70	1,77	-8,08	5,91	0,11	4,99	-2,18	-2,59	0,21	-1,16	20,29	-3,72	11,14	-1,79	7,63	2,57
g2 - obična eksc.	40,73	-1,63	110,44	-3,84	361,73	-7,85	163,04	-2,85	-62,03	13,03	137,90	-5,53	484,01	-20,08	126,40	-6,51	40,64	-4,84	169,66	7,35
g2 - mod. eksc.	-2,70	4,09	0,76	1,03	-0,02	1,18	-9,49	3,38	6,76	2,15	-5,23	-2,03	-0,02	-2,61	1,51	-0,77	-2,70	1,85	3,25	2,12

Slika 35: Odstupanje naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka u odnosu na naprezanja finog modela (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)



Slika 36: Raspodjela vertikalnih pomaka po dužini uzdužnjaka (upeti krajevi, drugi slučaj opterećenja)

## b.) Zglobni krajevi

### b.1. Jednoliko raspoređeni tlak

Model/Kontrolna točka	POMAK Y (DY) [ $\times 10^{-1}$ mm]								
	Uzdužnjak 2								
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9
g1 - hibridna	0		5,7255		7,8325		5,7255		0
g1 - obična eksc.	0		5,4338		7,3876		5,4338		0
g1 - mod. eksc.	0		3,4653		4,9114		3,4653		0
g2 - hibridna	0	3,3017	5,8876	7,5612	8,0235	7,5612	5,8876	3,3017	0
g2 - obična eksc.	0	2,4342	4,3529	5,5991	5,9042	5,5991	4,3529	2,4342	0
g2 - mod. eksc.	0	1,7319	3,2411	4,2203	4,5479	4,2203	3,2411	1,7319	0
f	0	2,7600	4,6117	5,6979	6,0459	5,6979	4,6117	2,7600	0

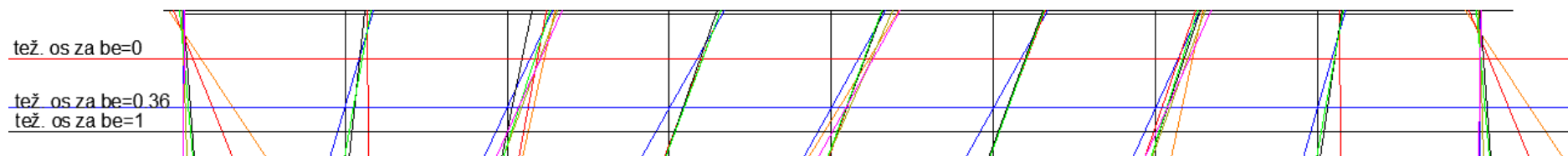
Slika 37: Vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Model/Kont. točka	POMAK Y (DY) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [%]									
	Uzdužnjak 2									
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9	Prosječno
g1 - hibridna	0,00		24,15		29,55		24,15		0,00	25,95
g1 - obična eksc.	0,00		17,83		22,19		17,83		0,00	19,28
g1 - mod. eksc.	0,00		-24,86		-18,76		-24,86		0,00	-22,83
g2 - hibridna	0,00	19,63	27,67	32,70	32,71	32,70	27,67	19,63	0,00	27,53
g2 - obična eksc.	0,00	-11,80	-5,61	-1,73	-2,34	-1,73	-5,61	-11,80	0,00	-5,81
g2 - mod. eksc.	0,00	-37,25	-29,72	-25,93	-24,78	-25,93	-29,72	-37,25	0,00	-30,08

Slika 38: Odstupanje vertikalnih pomaka u odnosu na vertikalne pomake finog modela po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	Parametri podobnosti (PYTP, PYCP)							
	Broj elementa	g (g1-eksc.)	Odstupanje od f [%]	g (g1-m.eksc.)	Odstupanje od f [%]	D (f)	g (f)	g (g1-hib.)
1	0,939	-779,83	0,939	-779,83	151,753	0,107	0,986	-824,28
2	0,887	-261,78	0,887	-261,78	-113,981	0,245	0,972	-296,69
3	0,887	-261,78	0,887	-261,78	-113,981	0,245	0,972	-296,69
4	0,939	-779,83	0,939	-779,83	151,753	0,107	0,986	-824,28

Slika 39: Parametri podobnosti po elementima duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)



	raspodjela naprezanja za g1 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g1 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g1 - mod. eksc.
	raspojela naprezanja za g2 - hibridna
	raspojela naprezanja za g2 - obična eksc.
	raspojela naprezanja za g2 - mod. eksc.
	raspojela naprezanja za f

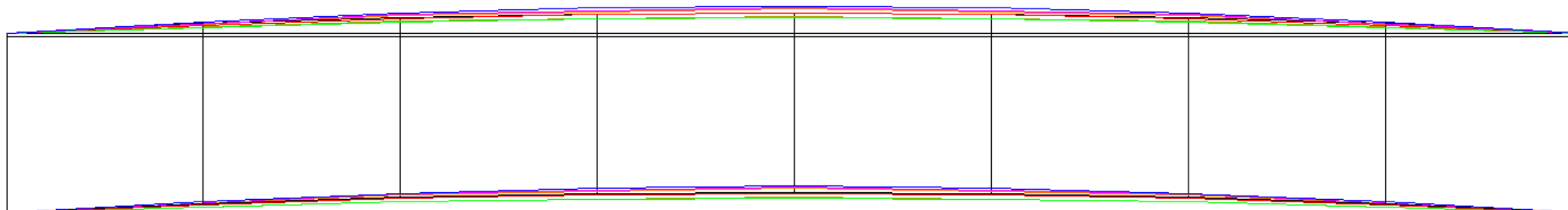
Slika 40: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ], FU=8																	
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2
<b>g1 - hibridna</b>	-1,04	5,04			-33,82	163,86			-41,87	202,86			-33,82	163,86			-1,04	5,04
<b>g1 - obična eksc.</b>	247,68	-42,24			45,42	141,70			-70,98	198,30			45,42	141,70			247,68	-42,26
<b>g1 - mod. eksc.</b>	12,09	-1,75			-12,09	148,78			-12,09	181,29			-12,09	148,78			12,09	-1,75
<b>g2 - hibridna</b>	0,19	-0,33	-44,11	84,86	-69,53	133,77	-84,31	162,21	-82,85	159,40	-84,31	162,21	-69,53	133,77	-44,11	84,86	0,19	-0,39
<b>g2 - obična eksc.</b>	148,92	-29,49	67,46	64,69	32,01	116,86	-15,03	152,38	-8,00	148,96	-15,03	152,38	32,01	116,86	67,46	64,69	148,92	-29,49
<b>g2 - mod. eksc.</b>	29,09	-8,64	-3,86	77,10	-14,07	125,38	-11,16	151,38	-11,16	148,57	-11,16	151,38	-14,07	125,38	-3,86	77,10	29,09	-8,64
<b>f</b>	30,43	1,15	8,88	57,98	-14,95	132,94	-11,53	143,62	-12,77	153,93	-11,71	145,50	-14,95	132,94	5,41	70,87	30,43	1,15

Slika 41: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja), FU – faktor uvećanja (izračunata naprezanja su za iznos podijeljen s FU manja od prikazanih)

Uzdužnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) - (u odnosu na model f) [ % ]																		
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9		Prosječno odstupanje	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP	SigF
g1 - hibridna	-0,46	7,26			-18,16	16,22			-40,62	27,44			-18,16	16,22			-0,46	7,26	15,57	14,88
g1 - obična eksc.	752,49	-678,00			78,05	3,98			-137,73	24,33			78,05	3,98			752,49	-678,66	359,77	277,79
g1 - mod. eksc.	-3,10	-1,88			0,98	7,54			0,27	13,71			0,98	7,54			-3,10	-1,88	1,69	6,51
g2 - hibridna	-0,08	-0,18	-112,07	16,74	-108,00	0,36	-226,37	8,94	-193,53	2,41	-222,43	7,93	-108,00	0,36	-171,70	7,13	-0,08	-0,22	126,92	4,92
g2 - obična eksc.	246,77	-334,25	189,49	3,19	42,77	-6,01	-1,94	3,96	1,27	-2,05	-1,81	3,07	42,77	-6,01	328,95	-2,40	246,77	-334,25	122,51	77,24
g2 - mod. eksc.	-0,55	-31,32	-2,36	10,82	0,35	-3,03	0,15	3,48	0,60	-2,20	0,22	2,61	0,35	-3,03	-2,81	2,89	-0,55	-31,32	0,88	10,08

Slika 42: Odstupanje naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka u odnosu na naprezanja finog modela (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)



Slika 43: Raspodjela vertikalnih pomaka po dužini uzdužnjaka (zglobni krajevi, prvi slučaj opterećenja)

## b.2. Koncentrirana sila

Model/Kontrolna točka	POMAK Y (DY) [/3 mm]								
	Uzdužnjak 2								
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9
g1 - hibridna	0		4,1045		7,2559		4,1045		0
g1 - obična eksc.	0		4,0706		7,8635		4,0706		0
g1 - mod. eksc.	0		2,6124		4,0535		2,6124		0
g2 - hibridna	0	2,3351	4,4990	6,6814	7,9770	6,6814	4,4990	2,3351	0
g2 - obična eksc.	0	1,6655	3,3071	5,1858	6,4247	5,1858	3,3071	1,6655	0
g2 - mod. eksc.	0	1,2962	2,5783	3,6604	4,1250	3,6604	2,5785	1,2984	0
f	0	1,7338	3,2404	4,9434	6,4758	4,9434	3,2404	1,7338	0

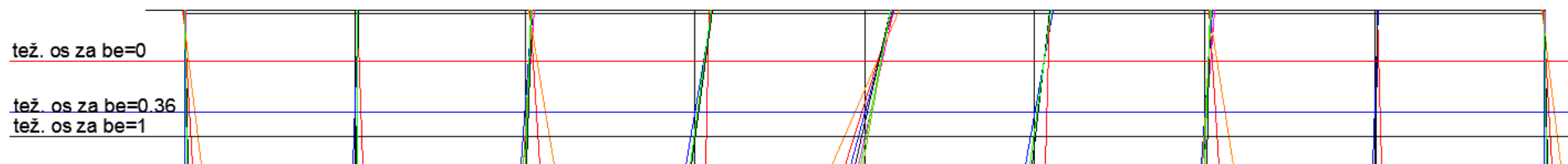
Slika 44: Vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)

Model/Kont. točka	POMAK Y (DY) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [%]									
	Uzdužnjak 2									
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9	Prosječno
g1 - hibridna	0,00		26,67		12,05		26,67		0,00	21,79
g1 - obična eksc.	0,00		25,62		21,43		25,62		0,00	24,22
g1 - mod. eksc.	0,00		-19,38		-37,40		-19,38		0,00	-25,39
g2 - hibridna	0,00	34,68	38,84	35,16	23,18	35,16	38,84	34,68	0,00	34,36
g2 - obična eksc.	0,00	-3,93	2,06	4,90	-0,79	4,90	2,06	-3,93	0,00	2,41
g2 - mod. eksc.	0,00	-25,24	-20,43	-25,95	-36,30	-25,95	-20,43	-25,11	0,00	-25,63

Slika 45: Odstupanje vertikalnih pomaka u odnosu na vertikalne pomake finog modela po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	Parametri podobnosti (PYTP, PYCP)							
Broj elementa	g (g1-eksc.)	Odstupanje od f [%]	g (g1-m.eksc.)	Odstupanje od f [%]	D (f)	g (f)	g (g1-hib.)	Odstupanje od f [%]
1	0,577	31,08	0,598	28,59	16,6976	0,837	0,953	-13,89
2	0,369	-229,43	0,377	-236,55	150,1248	0,112	0,837	-647,59
3	0,369	-229,43	0,377	-236,55	150,1248	0,112	0,837	-647,59
4	0,577	31,08	0,598	28,59	16,6976	0,837	0,953	-13,89

Slika 46: Parametri podobnosti po elementima duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)



	raspodjela naprezanja za g1 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g1 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g1 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g2 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za f

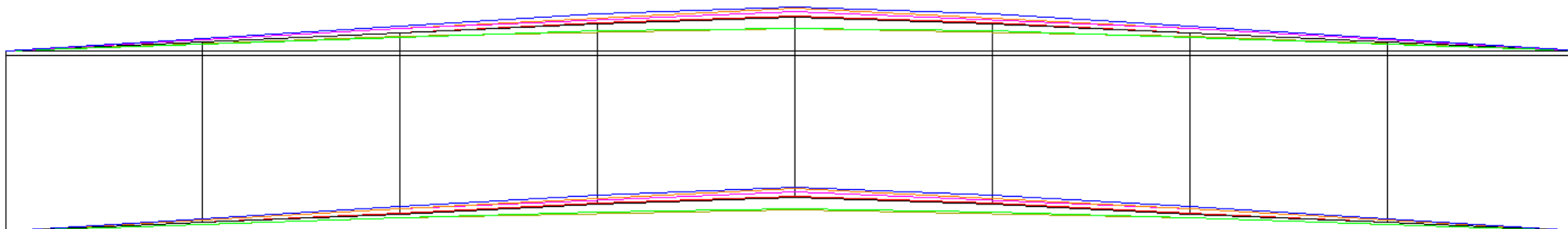
Slika 47: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)

Uzdužnjak 2	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ], FU=2																	
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2
g1 - hibridna	-0,39	1,91			-14,07	68,19			-41,84	202,70			-14,07	68,19			-0,39	1,91
g1 - obična eksc.	115,23	-19,82			203,84	30,71			-234,52	243,86			203,84	30,71			115,23	-19,82
g1 - mod. eksc.	13,08	-2,27			-13,08	49,98			-13,08	182,80			-13,08	49,98			13,08	-2,27
g2 - hibridna	-0,54	1,03	-13,17	25,34	-27,23	52,39	-65,40	125,82	-100,78	193,89	-65,40	125,82	-27,23	52,39	-13,17	25,34	-0,54	1,03
g2 - obična eksc.	54,97	-9,75	53,36	14,98	105,05	31,64	75,01	103,76	-136,16	206,44	75,01	103,76	105,05	31,64	53,36	14,98	54,97	-9,75
g2 - mod. eksc.	14,82	-2,67	14,40	18,29	1,60	42,23	-30,82	114,49	-30,82	181,36	-30,82	114,49	1,60	42,23	14,40	18,29	14,82	-2,67
f	20,01	0,30	11,14	17,33	11,51	49,36	-16,94	109,29	-65,52	180,65	-21,31	122,05	11,51	49,36	10,26	21,59	20,01	0,30

Slika 48: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja), FU – faktor uvećanja (izračunata naprezanja su za FU manja od prikazanih)

Uzdužnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [ % ]																		
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9		Prosječno odstupanje	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP	SigF
<b>g1 - hybrid</b>	-0,17	4,33			-13,31	11,07			6,44	10,53			-13,31	11,07			-0,17	4,33	6,68	8,26
<b>g1 - native ecc.</b>	233,29	-563,30			1449,76	-4,94			-257,39	36,31			1449,76	-4,94			233,29	-563,30	724,70	234,56
<b>g1 - modified ecc.</b>	-1,93	-8,26			-11,89	0,27			4,45	0,92			-11,89	0,27			-1,93	-8,26	6,42	3,60
<b>g2 - hybrid</b>	-0,23	1,06	-12,24	4,99	-39,01	1,37	-79,58	8,10	-23,08	6,05	-57,55	1,65	-39,01	1,37	-12,80	1,88	-0,23	1,06	29,30	3,06
<b>g2 - native ecc.</b>	40,86	-138,35	86,08	-0,86	363,36	-4,83	173,23	-2,23	-62,46	12,54	144,25	-6,62	363,36	-4,83	95,34	-1,95	40,86	-138,35	152,20	34,51
<b>g2 - modified ecc.</b>	-1,64	-11,23	1,80	0,43	-0,59	-2,60	-10,74	2,32	6,95	0,30	-5,85	-3,02	-0,59	-2,60	2,47	-1,19	-1,64	-11,23	3,58	3,88

Slika 49: Odstupanje naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka u odnosu na naprezanja finog modela (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)



Slika 50: Raspodjela vertikalnih pomaka po dužini uzdužnjaka (zglobni krajevi, drugi slučaj opterećenja)

c.) Treća skupina rubnih uvjeta

Model/Kontrolna točka	POMAK Y (DY) [mm]								
	Uzdužnjak 2								
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9
g1 - hibridna	0,00		0,00		0,00		0,00		0,00
g1 - obična eksc.	-0,8030		-0,4114		-0,1515		0,0055		0,0580
g1 - mod. eksc.	-0,8086		-0,4112		-0,1493		0,0088		0,0617
g2 - hibridna	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
g2 - obična eksc.	-0,7829	-0,5878	-0,4173	-0,2723	-0,1534	-0,0609	0,0053	0,0451	0,0584
g2 - mod. eksc.	-0,7834	-0,5881	-0,4173	-0,2722	-0,1533	-0,0606	0,0056	0,0454	0,0586
f	-2,5612	-2,1282	-1,7229	-1,3449	-0,9919	-0,6698	-0,3726	-0,1464	0,1339

Slika 51: Vertikalni pomaci po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta)

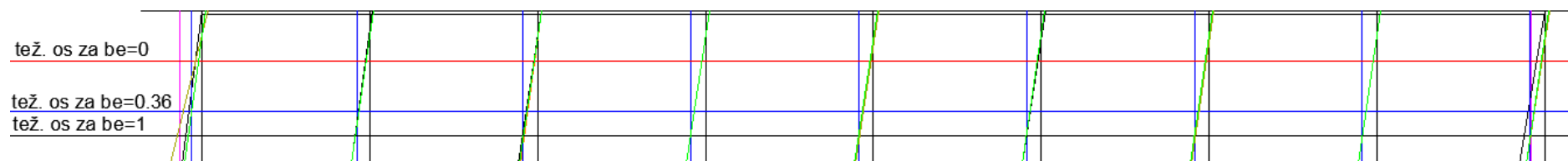
Model/Kont. točka	POMAK Y (DY) - ODSUPANJE (u odnosu na model f) [%]									
	Uzdužnjak 2									
	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5	Točka 6	Točka 7	Točka 8	Točka 9	Prosječno
g1 - obična eksc.	-68,65		-76,12		-84,73		1,47		-56,67	57,53
g1 - mod. eksc.	-68,43		-76,13		-84,95		2,36		-53,90	57,15
g2 - obična eksc.	-69,43	-72,38	-75,78	-79,75	-84,54	-90,91	1,43	30,81	-56,40	62,06
g2 - mod. eksc.	-69,41	-72,36	-75,78	-79,76	-84,55	-90,95	1,50	30,99	-56,20	62,39

Slika 52: Odstupanje vertikalnih pomaka u odnosu na vertikalne pomake finog modela po kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta)

Uzdužnjak 2	Parametri podobnosti (PYTP, PYCP)							
Broj elementa	g (g1-eksc.)	Odstupanje od f [%]	g (g1-m.eksc.)	Odstupanje od f [%]	D (f)	g (f)	g (g1-hib.)	Odstupanje od f [%]
1	0,177	19,98	0,351	-58,50	-119,757	0,222	0,183	17,40
2	0,316	-16,49	0,316	-16,49	-107,793	0,271	0,461	-70,04
3	0,302	-12,65	0,295	-10,12	-108,491	0,268	0,436	-62,68
4	0,289	-123,07	0,289	-123,07	-144,93	0,129	0,412	-218,62

Slika 53: Parametri podobnosti po elementima duž uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta)





	raspodjela naprezanja za g1 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g1 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g1 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - hibridna
	raspodjela naprezanja za g2 - obična eksc.
	raspodjela naprezanja za g2 - mod. eksc.
	raspodjela naprezanja za f

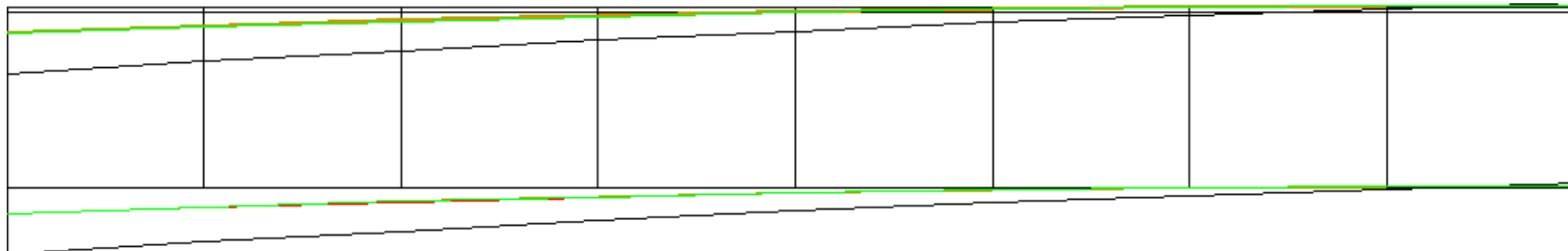
Slika 54: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta)

Uzdužnjak 2	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ], FU=20																	
	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9	
Kontrolna točka	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2
<b>g1 - hibridna</b>	-157,76	-157,76			-102,07	-102,07			-100,20	-100,20			-100,20	-100,20			-101,79	-101,79
<b>g1 - obična eksc.</b>	-228,46	44,58			-119,66	23,79			-126,15	31,60			-132,10	34,49			-132,80	34,79
<b>g1 - mod. eksc.</b>	-227,76	41,46			-130,46	23,76			-130,02	36,02			-130,02	34,21			-132,37	34,62
<b>g2 - hibridna</b>	-71,39	-71,39	-93,69	-93,69	-102,25	-102,25	-103,79	-103,79	-104,43	-104,43	-104,92	-104,92	-105,46	-105,46	-105,85	-105,85	-105,85	-105,85
<b>g2 - obična eksc.</b>	-121,19	24,01	-132,35	26,14	-133,59	26,26	-134,33	26,76	-135,39	27,38	-135,85	27,56	-136,38	27,73	-136,62	27,78	-136,62	27,78
<b>g2 - mod. eksc.</b>	-121,14	22,40	-132,21	24,38	-134,29	24,62	-135,24	25,41	-135,66	26,18	-135,66	26,04	-135,92	25,98	-136,31	26,06	-136,59	26,11
<b>f</b>	-141,81	0,79	-136,30	21,21	-140,13	25,87	-139,85	29,26	-140,93	30,87	-139,54	29,86	-140,27	26,38	-139,19	24,08	-193,24	0,89

Slika 55: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta), *FU* – faktor uvećanja (izračunata naprezanja su za *FU* manja od prikazanih)

Uzdužnjak 2		NAPREZANJA X (SigX) - Odstupanje (u odnosu na model f) [ % ]																		
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8		Točka 9		Prosječno odstupanje	
Model	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP2	SigF2	SigP	SigF
g1 - hibridna	-7,55	-13401,22			11,80	-214,80			12,32	-181,03			12,18	-204,60			20,50	-5011,28	12,87	3802,59
g1 - obična eksc.	-59,41	1045,95			7,44	-0,82			5,63	0,32			3,28	4,51			17,68	565,44	18,69	323,41
g1 - mod. eksc.	-58,75	903,27			3,83	-0,82			4,28	2,55			4,04	4,32			17,74	560,12	17,73	294,22
g2 - hibridna	15,09	-2760,82	12,46	-215,95	11,76	-215,47	11,39	-200,87	11,51	-194,74	11,08	-201,50	11,14	-224,28	10,79	-243,01	20,37	-5417,85	12,84	1074,94
g2 - obična eksc.	7,50	298,53	1,63	2,59	2,65	0,17	2,26	-0,97	2,26	-1,32	1,53	-0,90	1,61	0,60	1,07	1,81	17,03	358,23	4,17	73,90
g2 - mod. eksc.	7,51	259,38	1,69	1,55	2,38	-0,51	1,90	-1,42	2,16	-1,69	1,60	-1,42	1,79	-0,17	1,20	0,91	17,04	315,89	4,14	64,77

Slika 56: Odstupanje naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka u odnosu na naprezanja finog modela (treća skupina rubnih uvjeta)

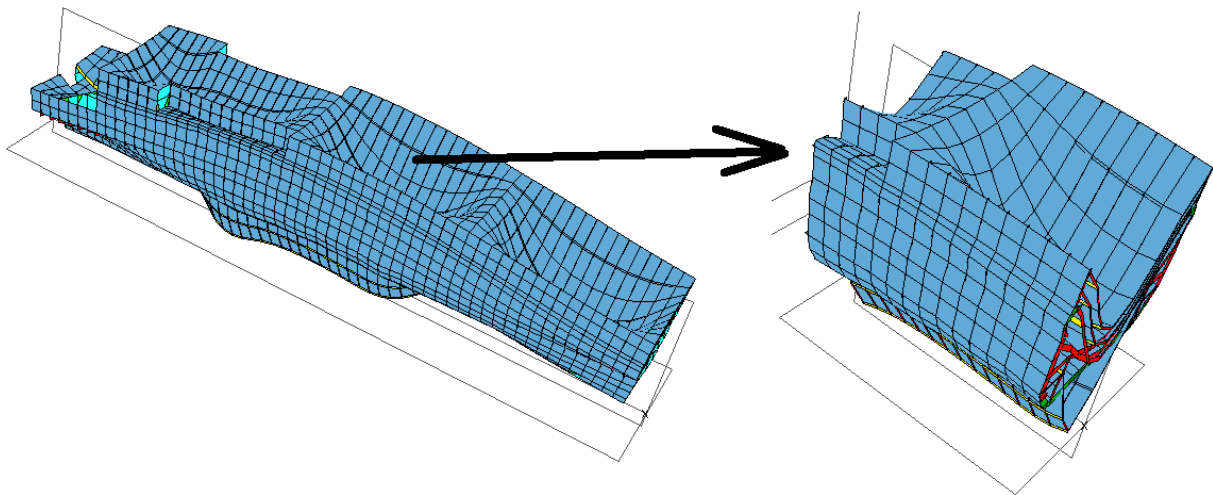


Slika 57: Raspodjela vertikalnih pomaka po dužini uzdužnjaka (treća skupina rubnih uvjeta)

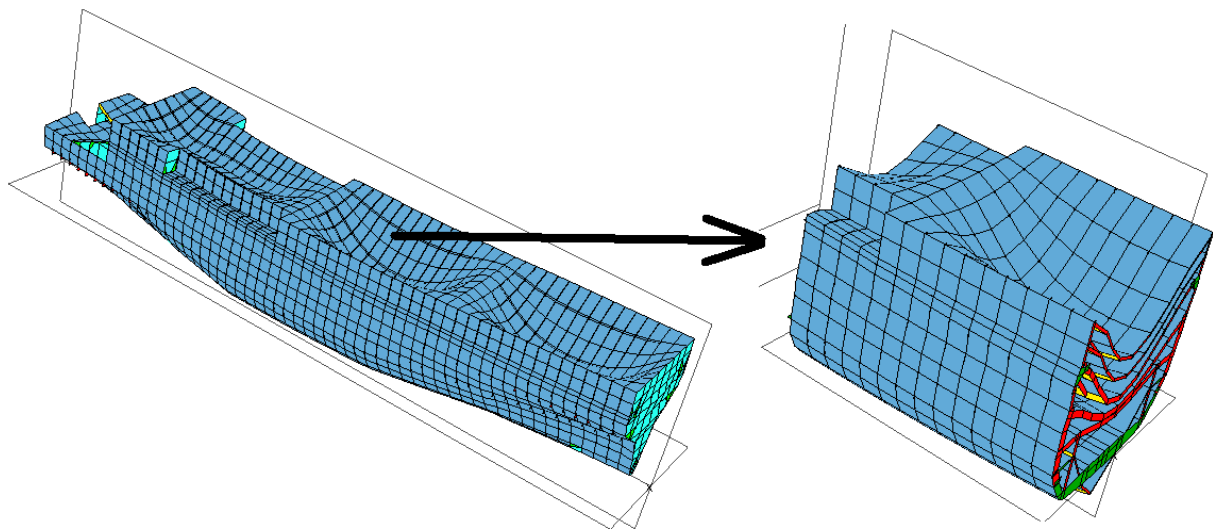
### 3.3. Model stvarnog broda

#### 3.3.1. Opis modela i slučajevi opterećenja

Model stvarnog broda odnosi se na model broda za prijevoz putnika i vozila koji nije izrađen kao dio ovog rada već je preuzet iz EU FP6 IMPROVE projekta. Model je prikazan na slici 2. Za prikazani model određena su dva slučaja opterećenja: slučaj opterećenja za brod u pregibu (slika 58) te slučaj opterećenja za brod u progibu (slika 59).



Slika 58: Prvi slučaj opterećenja: brod u pregibu

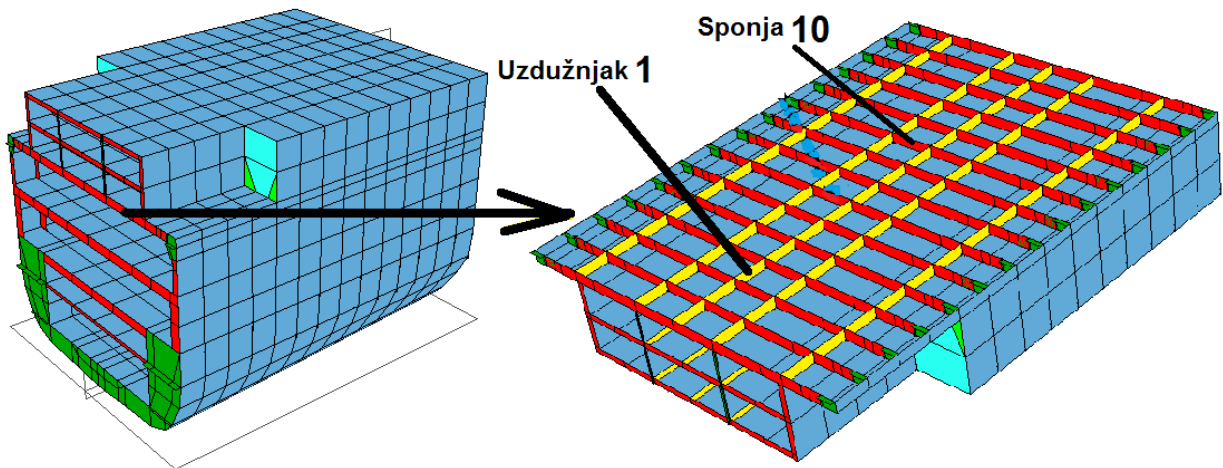


Slika 59: Drugi slučaj opterećenja: brod u progibu

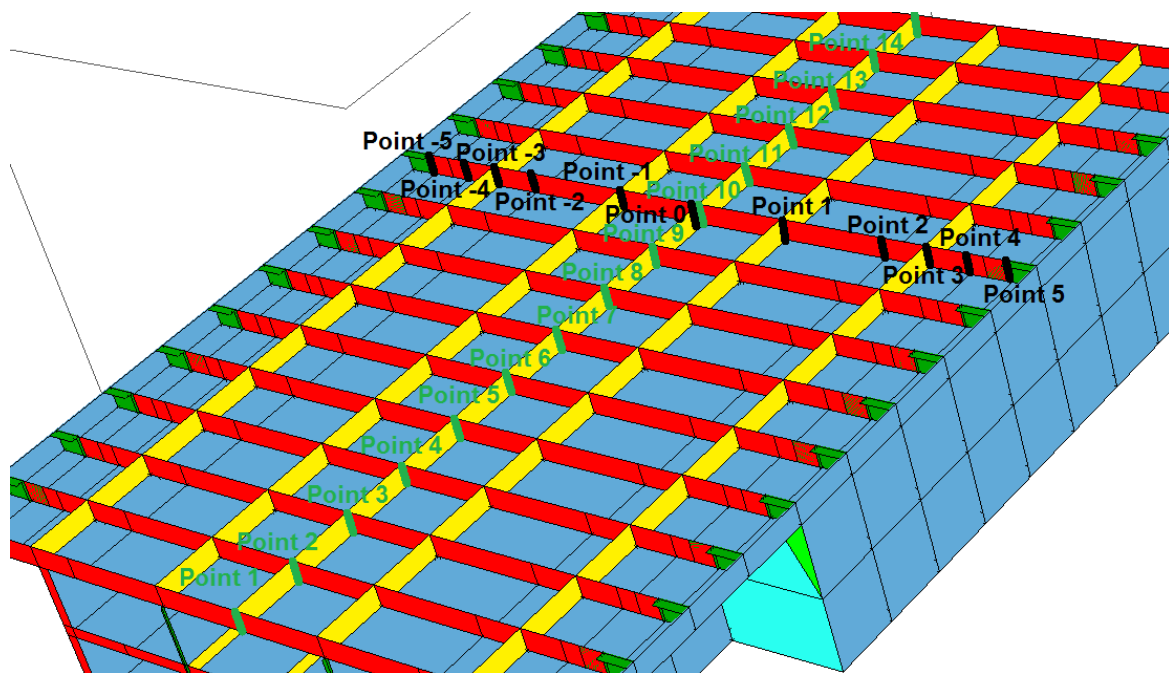
#### 3.3.2. Proračun i rezultati

U nastavku su prikazani rezultati proračuna i to izračunata naprezanja, odstupanje izračunatih naprezanja po formulacijama obične ekscentrične grede i hibridne grede od naprezanja izračunatih po formulaciji modificirane ekscentrične grede te

raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima duž grede. Izračunata naprezanja su prikazana duž odabranog uzdužnjaka i sponje na jednoj palubi broda (slika 60) po točkama prikazanim na slici 61.

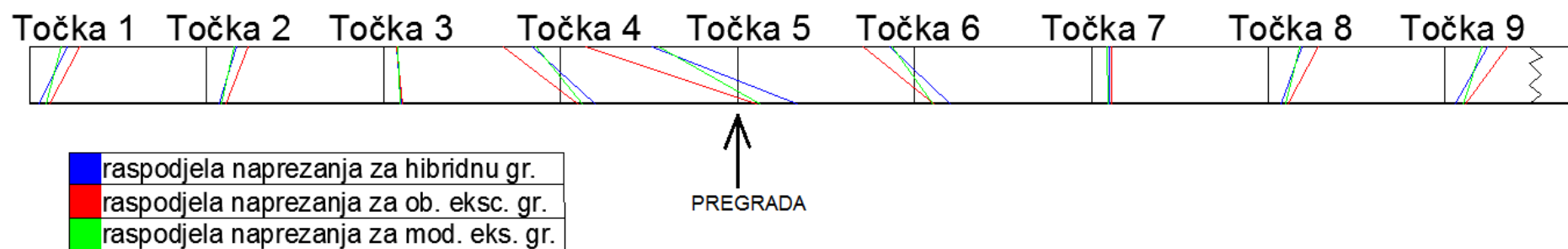


Slika 60: Odabrani uzdužnjak i sponja jedne palube broda za prijevoz putnika i vozila



Slika 61: Kontrolne točke duž odabranog uzdužnjaka i sponje (eng. point - točka)

a.) Prvi slučaj opterećenja: brod u pregibu



Slika 62: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (prvi slučaj opterećenja) – od točke 1 do 9

Uzdužnjak 1	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ]													
	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7	
	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1
ropax - hibridna	14,87	59,21	19,02	46,31	27,84	20,95	53,80	-45,25	94,23	-135,33	55,92	-39,38	28,99	28,50
ropax - obična eks.	31,67	78,70	30,68	65,39	29,47	20,98	27,32	-90,09	29,20	-239,52	30,69	-81,36	31,40	32,38
ropax - mod. eks.	25,50	48,99	22,99	43,39	26,02	21,55	34,09	-39,03	34,99	-123,83	28,53	-34,87	25,66	25,44

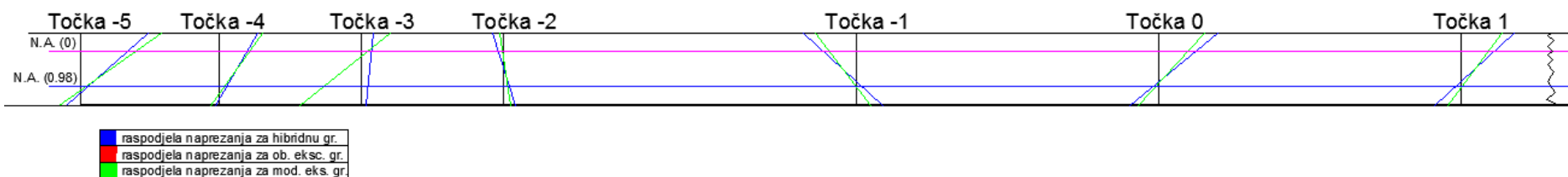
Slika 63: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (prvi slučaj opterećenja) – od točke 1 do 7 (\* - SigX1 za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)

Točka 8		Točka 9		Točka 10		Točka 11		Točka 12		Točka 13		Točka 14		Točka 15	
SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP2**	SigF2
19,94	53,84	15,08	66,92	18,95	58,89	19,35	57,36	23,10	47,66	20,37	52,14	19,47	51,95	13,14	66,24
31,91	79,64	31,86	97,67	31,61	89,78	31,21	82,28	30,59	72,01	30,10	72,09	29,34	73,77	30,05	84,52
27,95	49,51	29,45	58,72	31,74	56,90	32,46	53,60	32,88	50,20	32,24	49,62	30,59	50,64	30,59	53,81

Slika 64: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (prvi slučaj opterećenja) – od točke 8 do 15 (\*/\*\* - SigX1/SigX2 za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)

Uzdužnjak 1	NAPREZANJA X (SigX) - Odstupanje (u odnosu na mod. eksc. gredu) [ % ]															
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8	
Model	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1
ropax - hibridna	-2,64	5,25	-1,40	1,33	0,83	-0,25	13,24	-3,07	67,90	-5,35	22,84	-2,16	1,60	1,46	-2,43	2,00
ropax - obična eks.	3,26	20,30	4,37	14,11	1,66	-0,24	-2,31	-50,15	-2,05	-95,22	0,99	-46,15	2,99	3,76	1,93	20,62
	Točka 9		Točka 10		Točka 11		Točka 12		Točka 13		Točka 14		Točka 15		Prosječno odstupanje	
	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP2**	SigF2	SigP	SigF
	-3,13	3,98	-3,25	0,87	-3,33	1,71	-2,92	-1,03	-3,19	1,13	-3,01	0,57	-3,19	6,51	<b>8,99</b>	<b>2,44</b>
	1,11	27,57	-0,05	22,07	-0,51	18,74	-0,91	13,31	-0,85	13,89	-0,51	14,34	-0,22	20,52	<b>1,58</b>	<b>25,40</b>

Slika 65: Odstupanje naprezanja u odnosu na naprezanja mod. eksc. grede na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (prvi slučaj opterećenja; \*/\*\* -  $SigX1/SigX2$  za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)



Slika 66: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž sponje (prvi slučaj opterećenja) – od točke -5 do 1

Sponja 10	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ]											
Kontrolna točka	Točka -5		Točka -4		Točka -3		Točka -2		Točka -1		Točka 0	
Model	SigP2	SigF2	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1
ropax - hibridna	-23,16	106,81	-6,21	60,15	8,02	18,28	20,15	-17,08	42,88	-84,05	-45,32	93,52
ropax - obična eks.	-524,38	185,72	-294,11	110,93	-98,03	46,12	43,07	-0,24	301,13	-85,90	-327,80	95,63
ropax - mod. eksc.	-14,87	113,93	-14,87	68,40	-2,33	27,15	10,80	-5,05	22,48	-64,56	-31,89	71,71

Slika 67: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž sponje (prvi slučaj opterećenja) – od točke -5 do 0

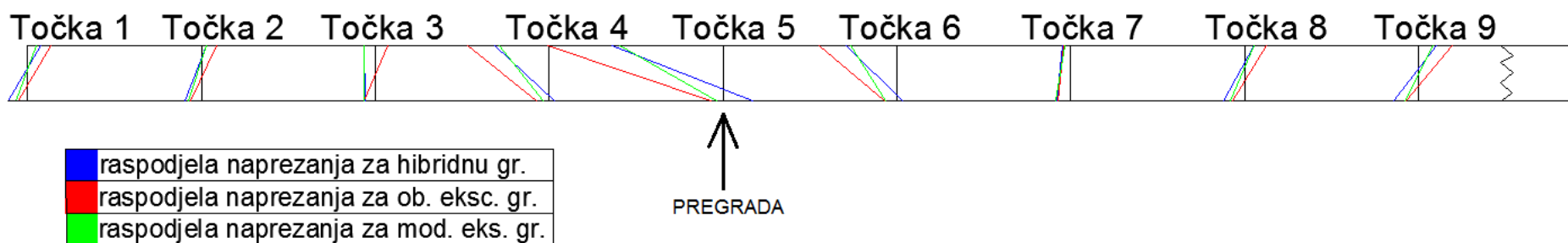
Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5	
SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2
-42,79	83,49	-19,91	15,96	-7,74	-19,63	6,64	-61,98	23,75	-109,08
-300,07	85,43	-40,93	-0,65	100,54	-47,17	298,44	-112,60	530,16	-187,86
-22,31	64,02	-10,55	3,97	2,66	-28,41	15,35	-70,17	15,35	-116,35

Slika 68: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž sponje (prvi slučaj opterećenja) – od točke 0 do 5

Sponja 10	NAPREZANJA (SigX) - ODSUPANJE (u odnosu na mod. eksk. gredu) [%]											
	Točka -5		Točka -4		Točka -3		Točka -2		Točka -1		Točka 0	
Kontrolna točka	SigP2	SigF2	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1
ropax - hibridna	5,50	-2,84	-1,54	-3,09	15,17	-2,54	7,41	17,32	16,56	10,80	8,12	12,10
ropax - obična eks.	7647,87	49,80	2350,89	29,35	1712,46	13,72	54,75	-0,10	1588,13	12,09	1294,33	13,57
	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Prosječno odstupanje	
	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP	SigF
	16,72	10,80	7,51	20,48	12,89	-2,58	-1,60	-3,08	5,53	-2,90	<b>8,96</b>	<b>8,05</b>
	1590,12	12,16	50,13	0,32	1576,60	13,26	2342,10	28,97	7566,20	49,13	<b>2524,87</b>	<b>20,22</b>

Slika 69: Odstupanje naprezanja u odnosu na naprezanja mod. eksk. grede na kontrolnim točkama duž sponje (prvi slučaj opterećenja)

b.) Drugi slučaj opterećenja: brod u progibu



Slika 70: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (drugi slučaj opterećenja) – od točke 1 do 9

Uzdužnjak 1	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ]													
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7	
Model	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1
ropax - hibridna	-30,83	21,57	-26,74	8,37	-17,14	-18,67	8,98	-86,96	48,61	-178,25	8,53	-82,14	-21,57	-12,72
ropax - obična eks.	-15,84	37,72	-17,31	24,25	-18,82	20,28	-21,23	-131,81	-20,00	-283,04	-19,83	-125,38	-20,12	-12,03
ropax - mod. eksc.	-19,34	14,04	-21,27	7,70	-17,68	-17,93	-9,89	-81,02	-10,24	-165,97	-18,36	-74,19	-23,67	-9,38

Slika 71: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (drugi slučaj opterećenja) – od točke 1 do 7 (\* - SigX1 za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)

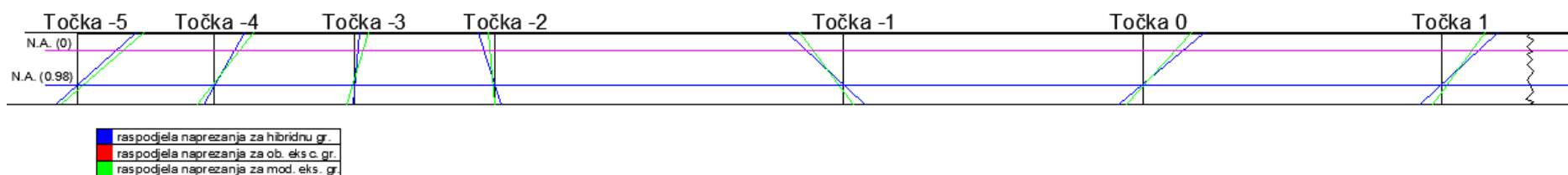
Točka 8		Točka 9		Točka 10		Točka 11		Točka 12		Točka 13		Točka 14		Točka 15	
SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP2**	SigF2
-33,11	14,42	-39,11	28,50	-35,11	20,49	-33,91	18,82	-29,00	9,07	-30,52	13,87	-30,06	14,12	-36,16	27,88
-19,98	35,83	-19,93	54,61	-19,67	46,92	-19,28	39,61	-18,95	29,65	-18,39	30,28	-18,10	32,67	-18,46	42,89
-22,24	15,81	-20,86	23,94	-18,13	20,62	-16,65	16,18	-15,39	12,01	-14,88	11,10	-15,73	12,48	-15,73	17,51

Slika 72: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (drugi slučaj opterećenja) – od točke 8 do 15 (\*/\*\* - SigX1/SigX2 za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)



Uzdužnjak 1	NAPREZANJA X (SigX) - ODSUPANJE (u odnosu na mod. eks. gredu) [ % ]															
Kontrolna točka	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Točka 6		Točka 7		Točka 8	
Model	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1
ropax - hibridna	-7,80	4,92	-2,93	0,31	0,22	-0,33	7,29	-2,72	118,82	-5,61	5,32	-3,74	0,81	-1,93	-6,89	-0,54
ropax - obična eks.	1,22	27,06	1,37	22,17	-0,51	18,39	-10,35	-35,17	-8,10	-84,96	-0,67	-36,81	1,29	-1,45	0,86	19,30
	Točka 9		Točka 10		Točka 11		Točka 12		Točka 13		Točka 14		Točka 15		Prosječno odstupanje	
	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP1*	SigF1	SigP2**	SigF2	SigP	SigF
	-14,57	2,31	-13,99	-0,05	-14,96	1,31	-10,92	-0,94	-13,65	1,47	-11,66	0,79	-19,99	7,03	<b>16,65</b>	<b>2,27</b>
	0,38	29,78	-0,71	25,47	-1,30	24,42	-1,87	18,54	-1,84	22,26	-1,16	22,48	-1,37	26,46	<b>2,20</b>	<b>27,65</b>

Slika 73: Odstupanje naprezanja u odnosu na naprezanja mod. eks. grede na kontrolnim točkama duž uzdužnjaka (drugi slučaj opterećenja; \*/\*\* - SigX1/SigX2 za običnu ekscentričnu gredu – naprezanja iz pripadajućeg membranskog elementa)



Slika 74: Raspodjela naprezanja po poprečnim presjecima na kontrolnim točkama duž sponje (drugi slučaj opterećenja) – od točke -5 do 1

Sponja 10	NAPREZANJA X (SigX) [N/mm <sup>2</sup> ]											
Kontrolna točka	Točka -5		Točka -4		Točka -3		Točka -2		Točka -1		Točka 0	
Model	SigP2	SigF2	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1
ropax - hibridna	-33,76	93,49	-17,28	48,12	-2,53	8,21	10,49	-25,85	34,67	-90,73	-38,30	99,06
ropax - obična eks.	-529,96	172,64	-302,96	98,91	-108,46	35,81	32,72	-9,26	290,06	-92,71	-318,61	101,30
ropax - mod. eks.	-27,04	107,30	-27,04	62,78	-13,48	22,05	0,93	-10,28	14,68	-70,20	-25,78	78,00

Slika 75: Iznos naprezanja na kontrolnim točkama duž sponje (drugi slučaj opterećenja) – od točke -5 do 0

Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5	
SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2
-34,68	90,75	-10,50	25,88	2,51	-8,17	17,28	-48,14	33,75	-93,47
-290,64	92,72	-32,73	9,25	108,27	-35,76	303,15	-98,98	529,85	-172,61
-14,69	70,21	-0,95	10,30	13,47	-22,00	27,04	-62,80	27,04	-107,29

Slika 76: Iznos naprežanja na kontrolnim točkama duž sponje (drugi slučaj opterećenja) – od točke 0 do 5

Sponja 10	NAPREZANJA (SigX) - Odstupanje (u odnosu na mod. eksk. gredu) [%]											
Kontrolna točka	Točka -5		Točka -4		Točka -3		Točka -2		Točka -1		Točka 0	
Model	SigP2	SigF2	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1
ropax - hibridna	3,57	-5,12	-2,65	-4,78	-0,87	-2,19	46,12	16,67	20,08	11,29	7,92	11,39
ropax - obična eks.	4193,89	44,74	1315,35	24,23	325,25	9,51	478,70	-0,39	2314,74	12,65	1539,95	12,88
	Točka 1		Točka 2		Točka 3		Točka 4		Točka 5		Prosječno odstupanje	
	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP1	SigF1	SigP2	SigF2	SigP	SigF
	20,07	11,29	45,00	16,65	-0,87	-2,19	-2,65	-4,78	3,56	-5,12	<b>13,94</b>	<b>8,32</b>
	2322,58	12,65	466,84	-0,40	324,39	9,51	1317,13	24,26	4192,26	44,72	<b>1708,28</b>	<b>17,81</b>

Slika 77: Odstupanje naprežanja u odnosu na naprežanja mod. eksk. grede na kontrolnim točkama duž sponje (drugi slučaj opterećenja)

### 3.4. Optimirani model

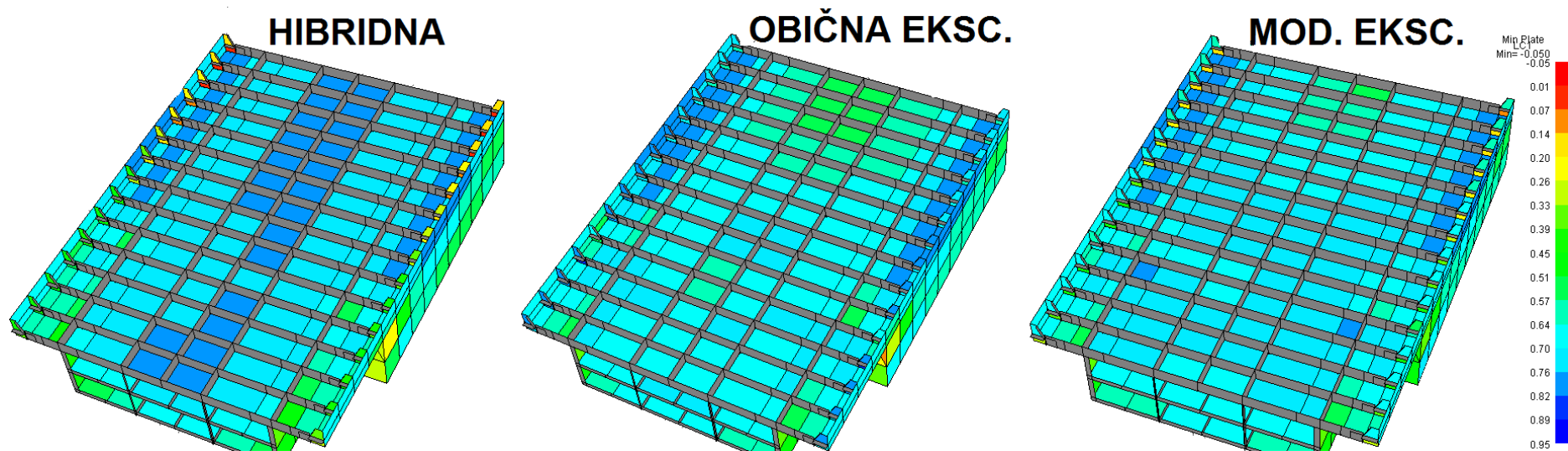
Nakon usporedbe formulacija grednog konačnog elementa izvršena je optimizacija na osnovnom modelu (MAESTRO ver. 10.0.1). Zatim je na optimiranom modelu izvršen novi proračun (MAESTRO ver. 8.9.3) i to za sve tri formulacije grednog konačnog elementa. Usporedba formulacija za različite kriterije podobnosti prikazana je slikama u nastavku. Na svakoj slici se nalaze tri prikaza: parametri podobnosti na modelu na kojem je proračun izvršen hibridnom gredom, parametri podobnosti na modelu na kojem je proračun izvršen običnom ekscentričnom gredom te parametri podobnosti na modelu na kojem je proračun izvršen modificiranom ekscentričnom gredom.

Tablica 1: Parametri podobnosti za opločenje prikazani u ovom radu

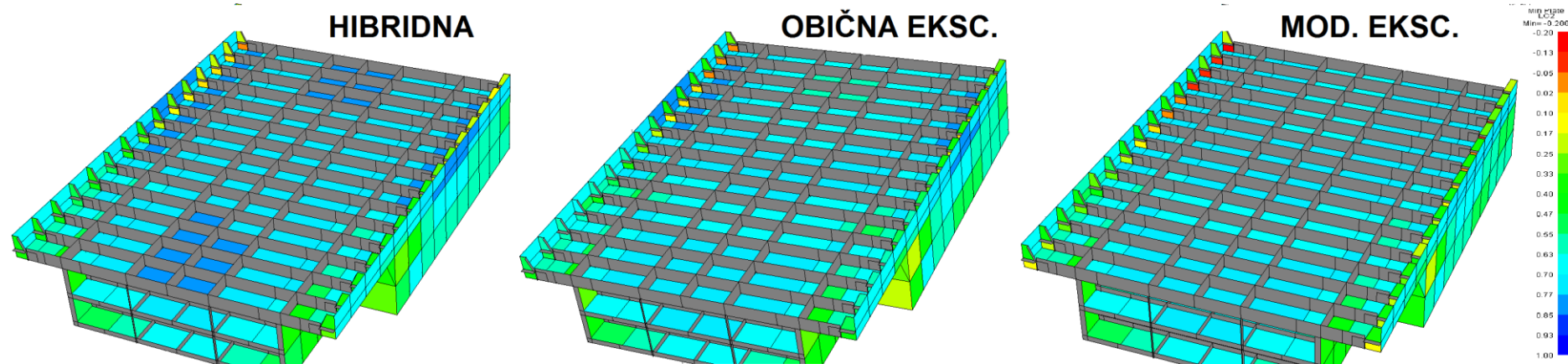
KRATICA	PUNI NAZIV NA ENGL.	OBJAŠNJENJE
PCMY	Panel Collapse, Membrane Yield	računa ekvivalentno naprezanje po von Misesu prema srednjem normalnom uzdužnom, normalnom poprečnom i smičnom naprezanju u panelu te ga provjerava prema granici tečenja materijala panela
PYTF	Panel Yield, Tension in Flange	ukupno naprezanje u pojasu ukrepe se provjerava prema granici tečenja materijala ukrepe
PYCF	Panel Yield, Compression in Flange	
PYTP	Panel Yield, Tension in Plate	ukupno naprezanje na spoju ukrepe i opločenja se provjerava prema granici tečenja ili materijala ukrepe ili materijala opločenja ovisno o tome koja je vrijednost manja
PYCP	Panel Yield, Compression in Plate	

Tablica 2: Parametri podobnosti za gredu prikazani u ovom radu

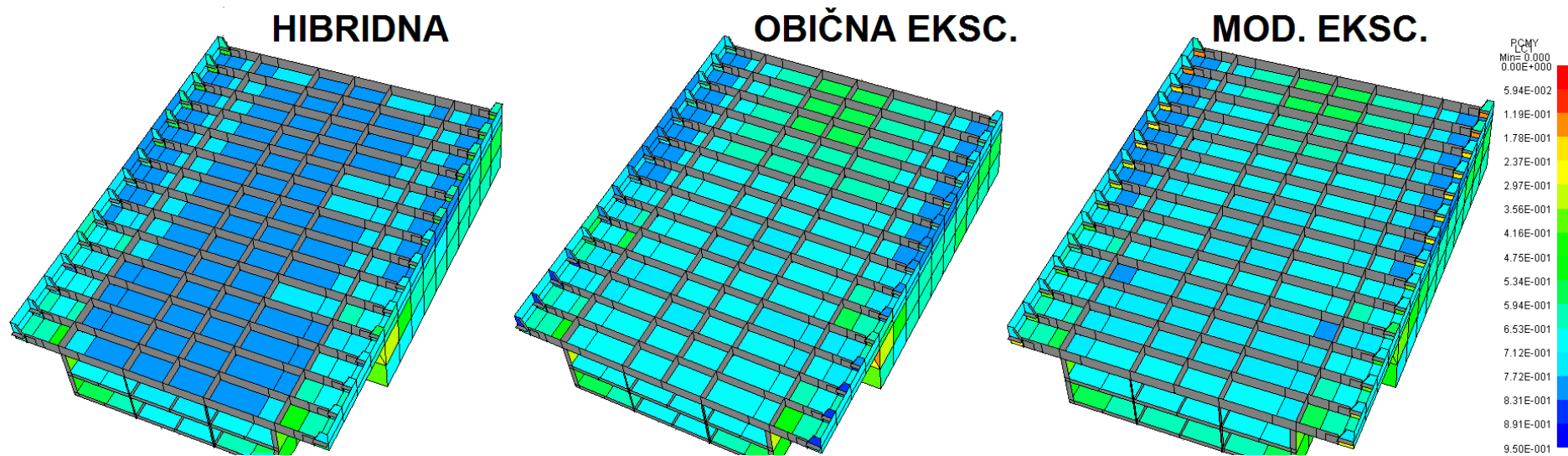
KRATICA	PUNI NAZIV NA ENGL.	OBJAŠNJENJE
GYCF	Girder Yield, Compression in Flange	savajno naprezanje u gornjem ili donjem pojasu grede provjerava prema granici tečenja materijala grede
GYCP	Girder Yield, Compression in Plate	
GYTF	Girder Yield, Tension in Flange	



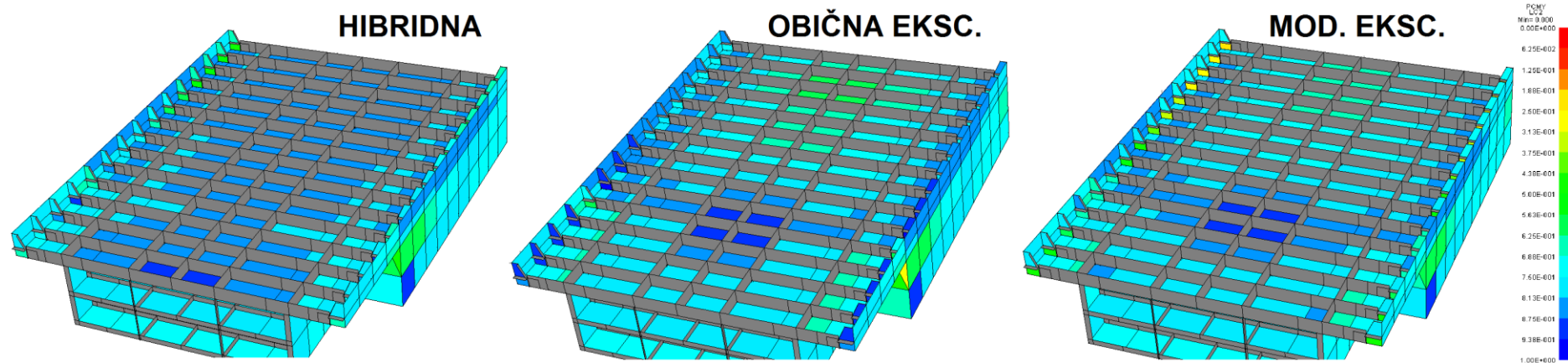
Slika 78: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za opločenje za prvi slučaj opterećenja



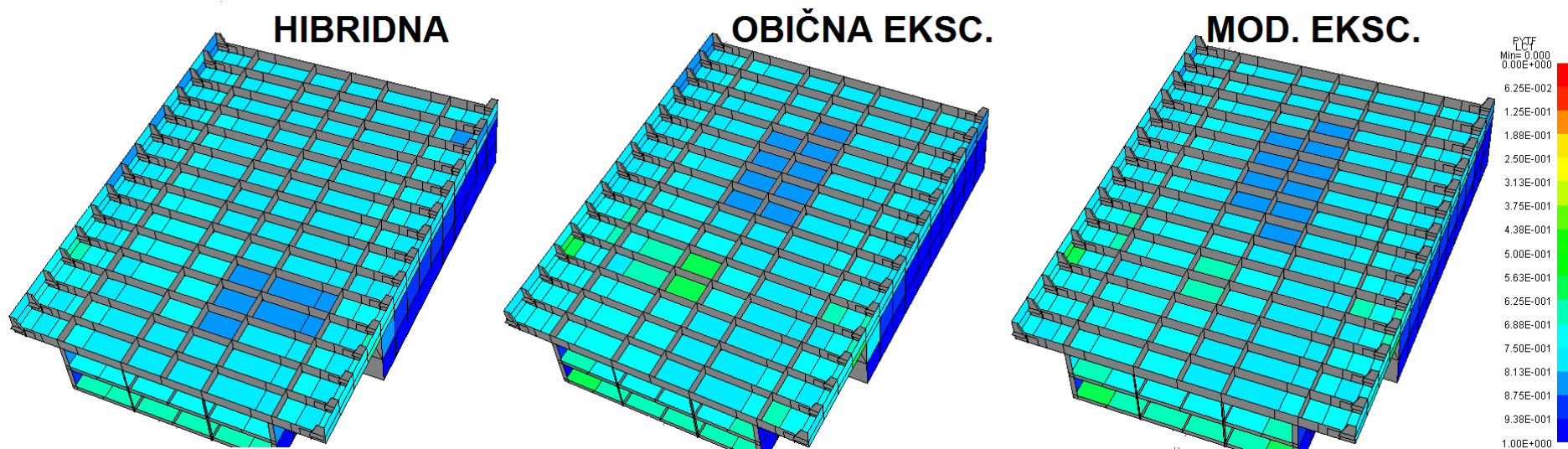
Slika 79: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za opločenje za drugi slučaj opterećenja



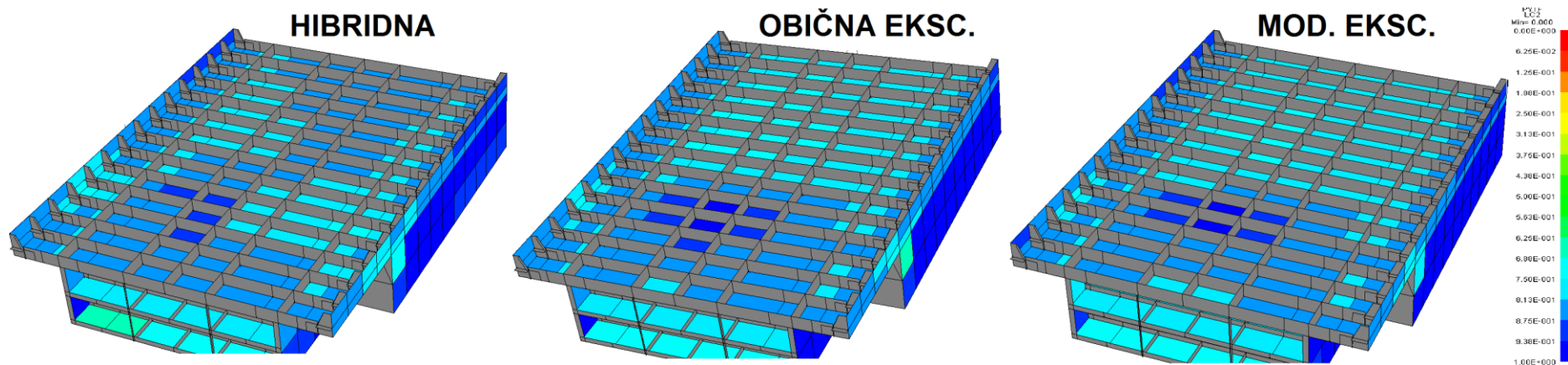
Slika 80: Vrijednosti parametra podobnosti PCMY za prvi slučaj opterećenja



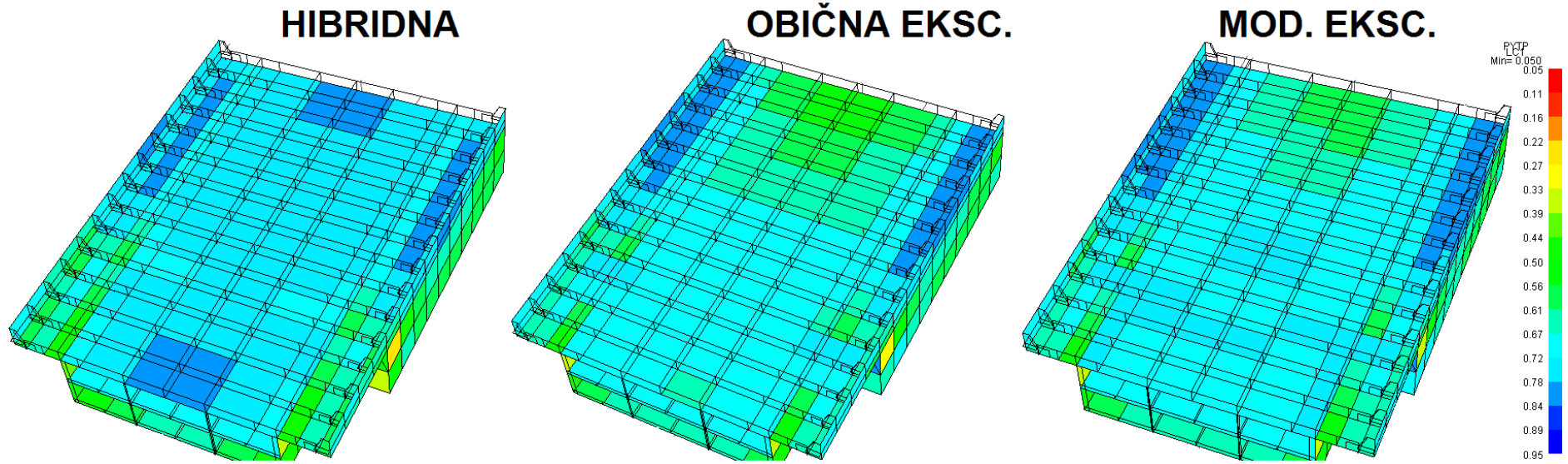
Slika 81: Vrijednosti parametra podobnosti PCMY za drugi slučaj opterećenja



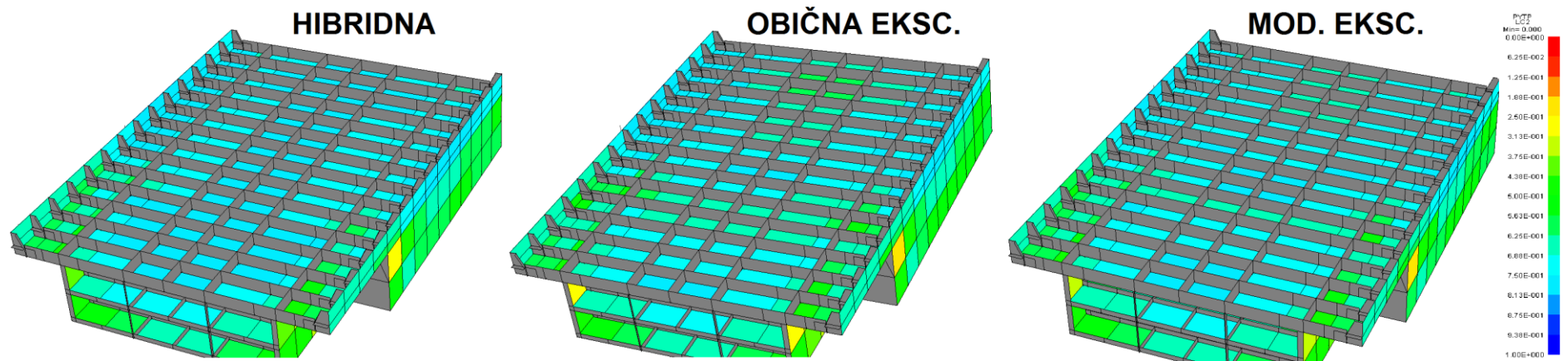
Slika 82: Vrijednosti parametra podobnosti PYTF za prvi slučaj opterećenja



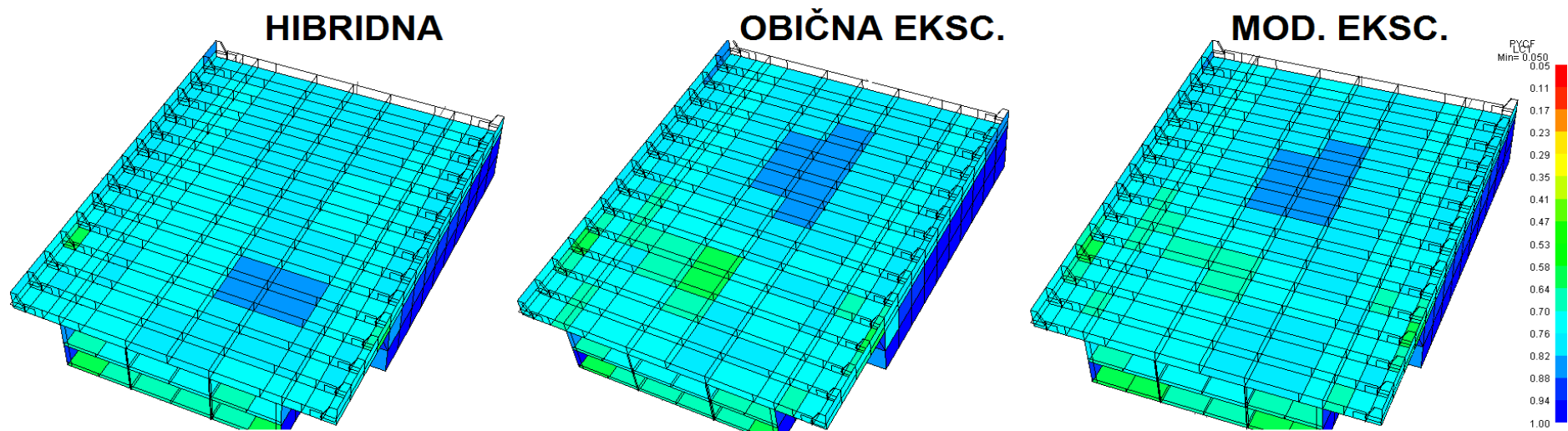
Slika 83: Vrijednosti parametra podobnosti PYTF za drugi slučaj opterećenja



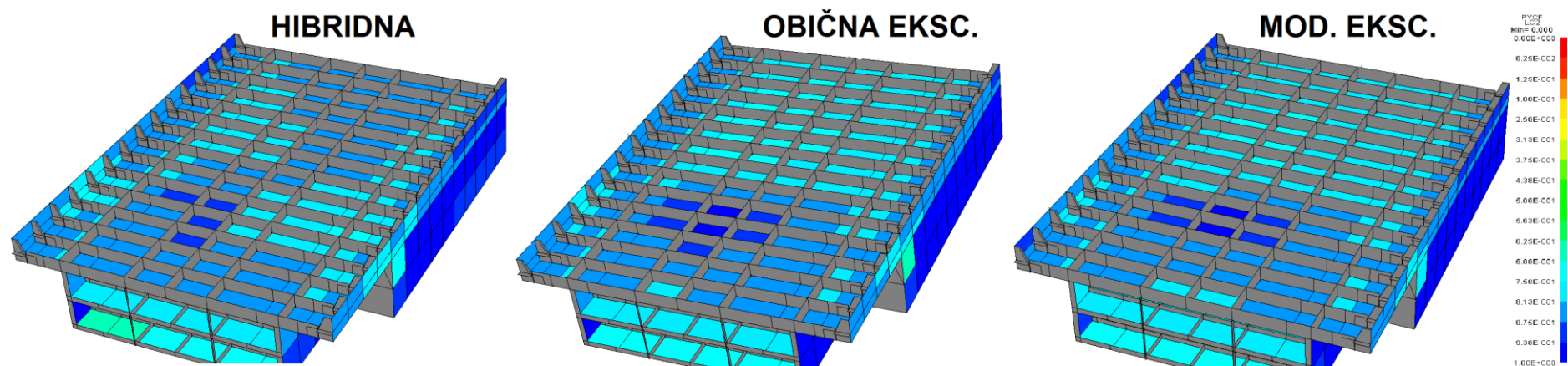
Slika 84: Vrijednosti parametra podobnosti PYTP za prvi slučaj opterećenja



Slika 85: Vrijednosti parametra podobnosti PYTP za drugi slučaj opterećenja

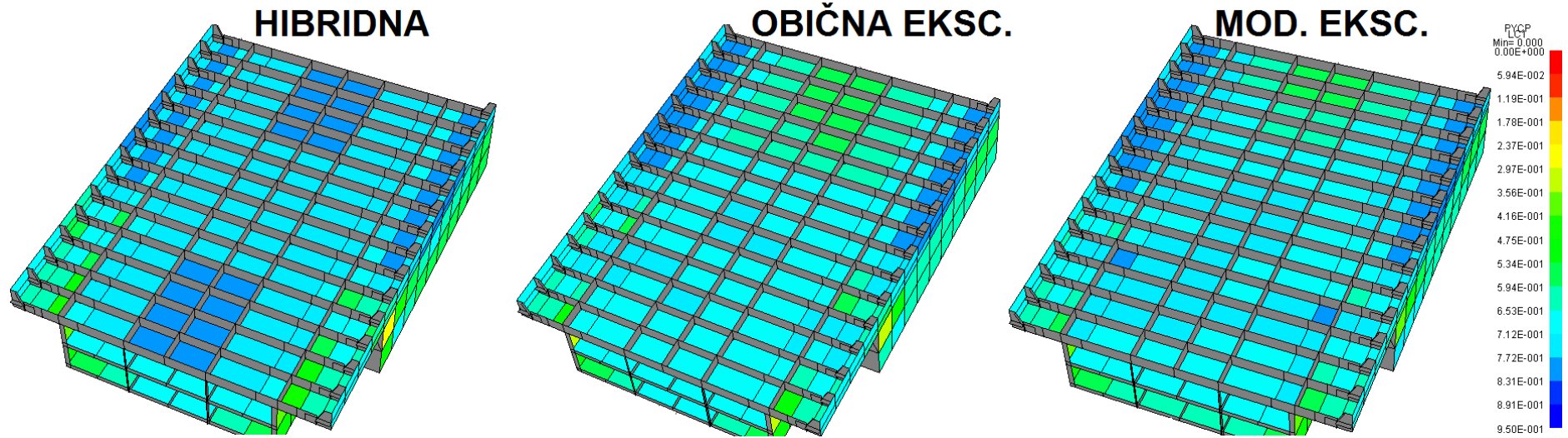


Slika 86: Vrijednosti parametra podobnosti PYCF za prvi slučaj opterećenja

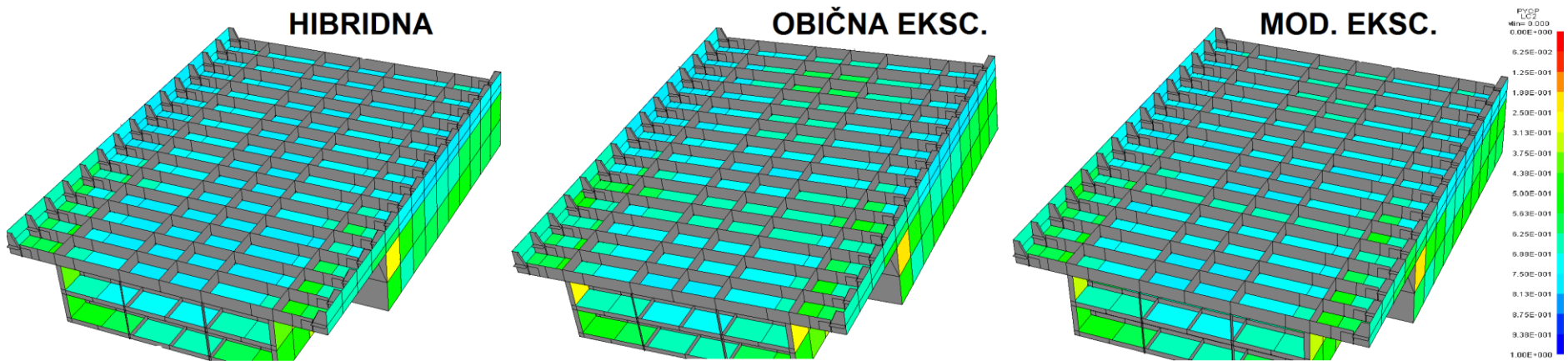


Slika 87: Vrijednosti parametra podobnosti PYCF za drugi slučaj opterećenja

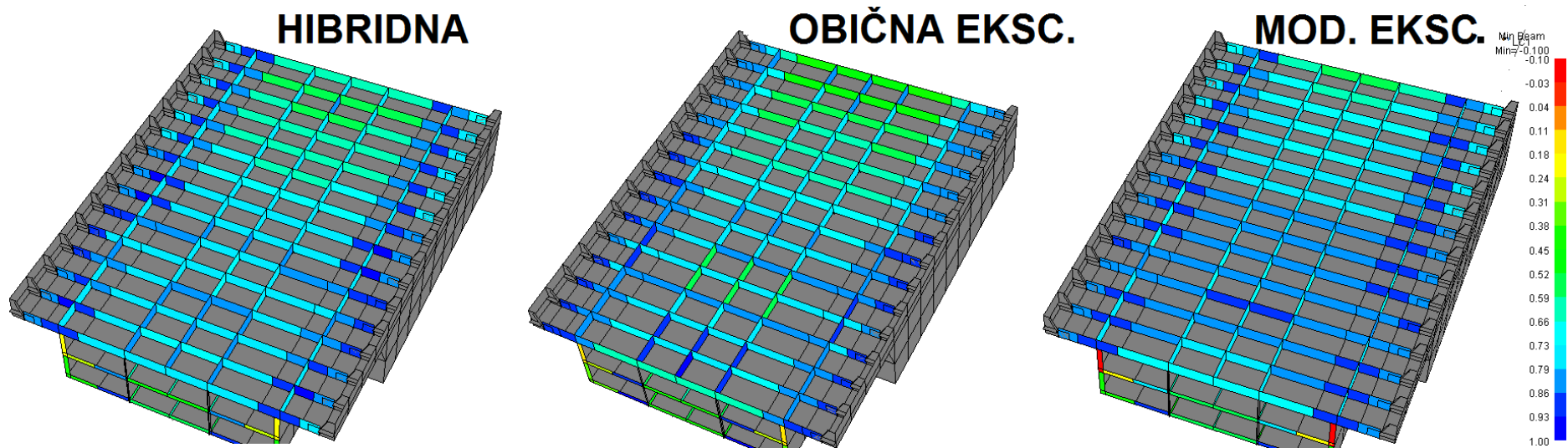




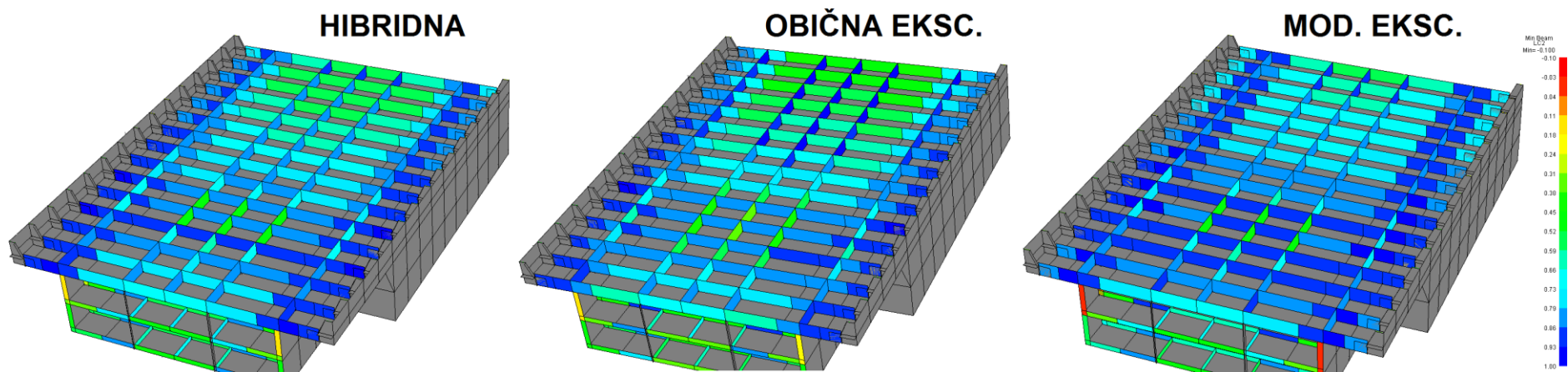
Slika 88: Vrijednosti parametra podobnosti PYCP za prvi slučaj opterećenja



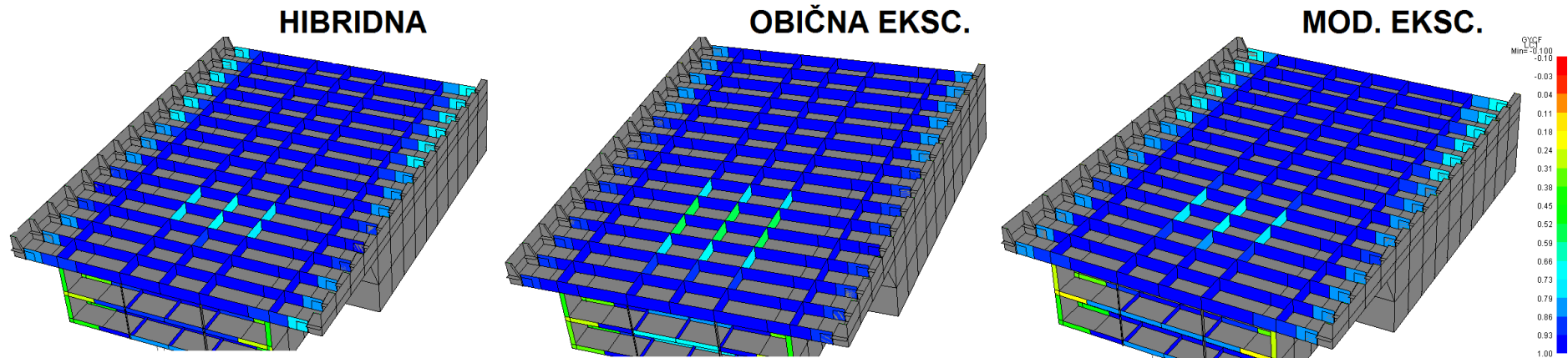
Slika 89: Vrijednosti parametra podobnosti PYCP za drugi slučaj opterećenja



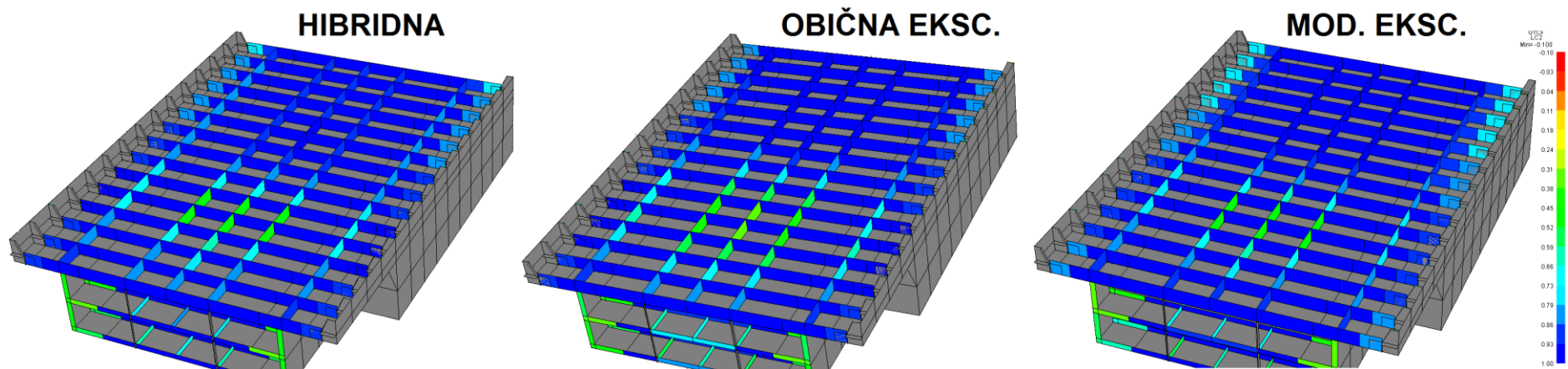
Slika 90: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za gredu za prvi slučaj opterećenja



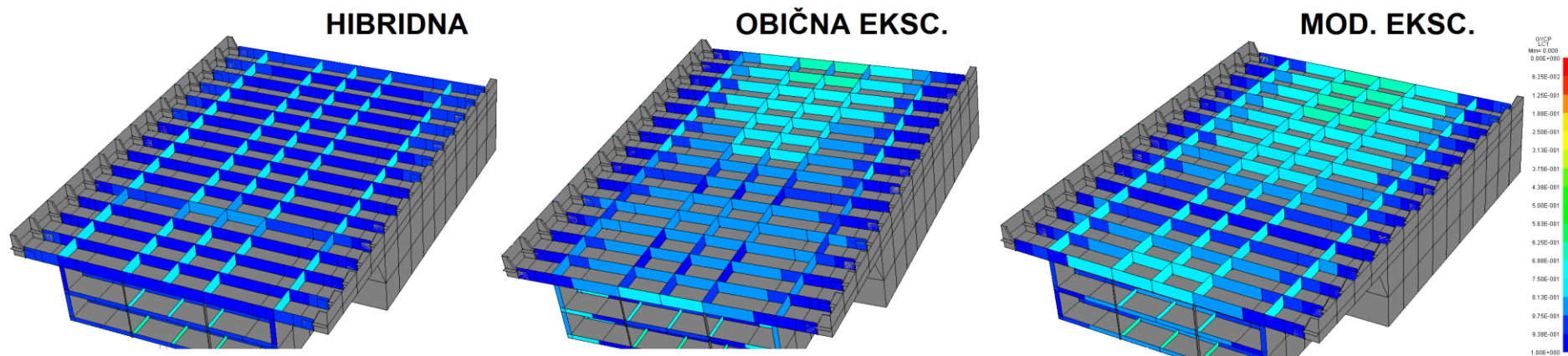
Slika 91: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za gredu za drugi slučaj opterećenja



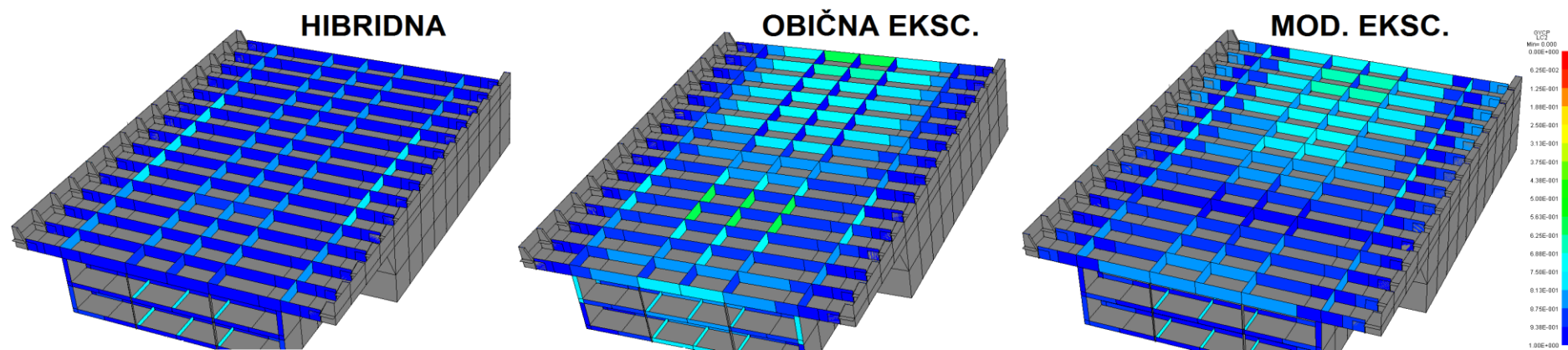
Slika 92: Vrijednosti parametra podobnosti GYCF za prvi slučaj opterećenja



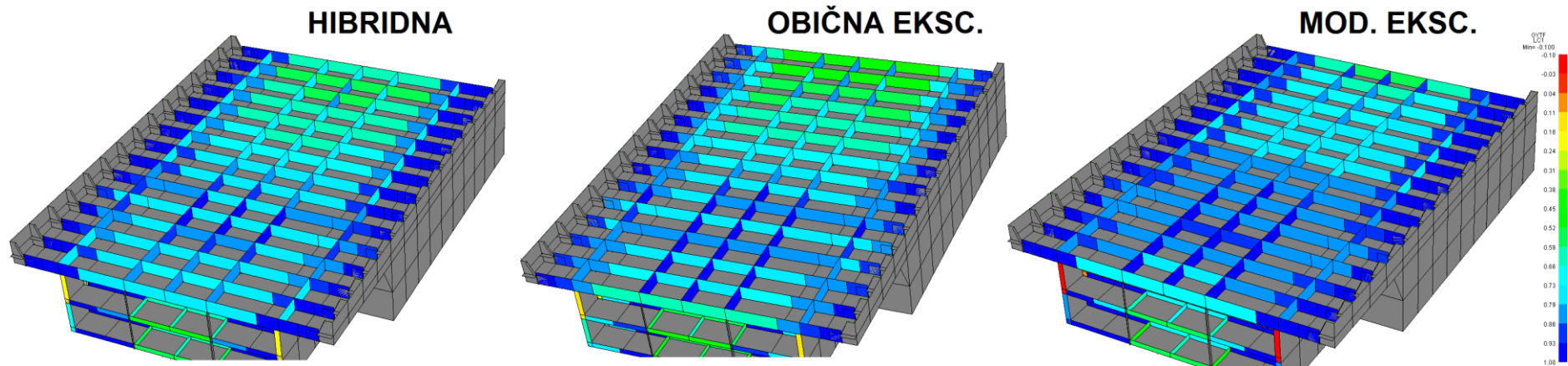
Slika 93: Vrijednosti parametra podobnosti GYCF za drugi slučaj opterećenja



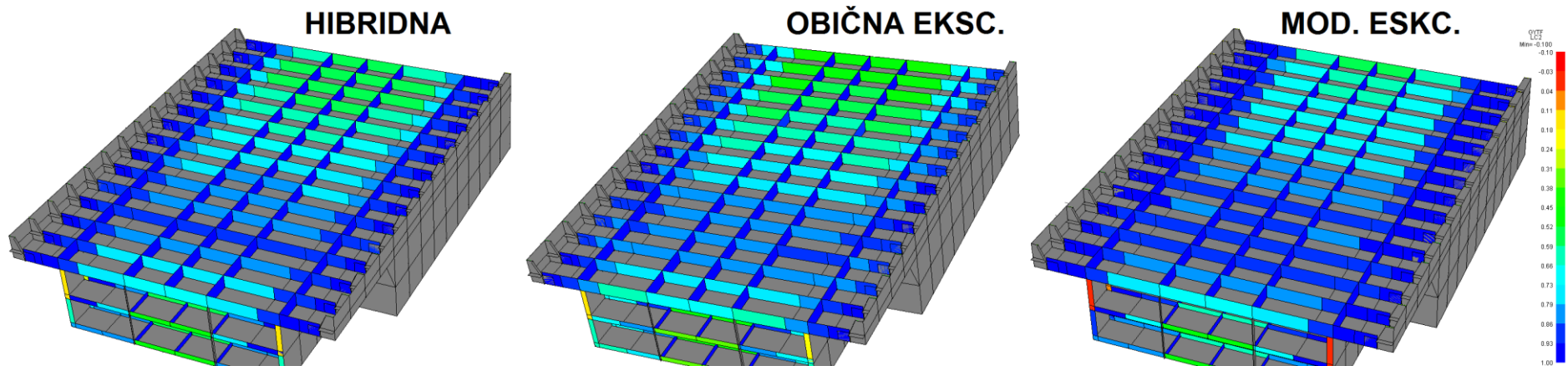
Slika 94: Vrijednosti parametra podobnosti GYCP za prvi slučaj opterećenja



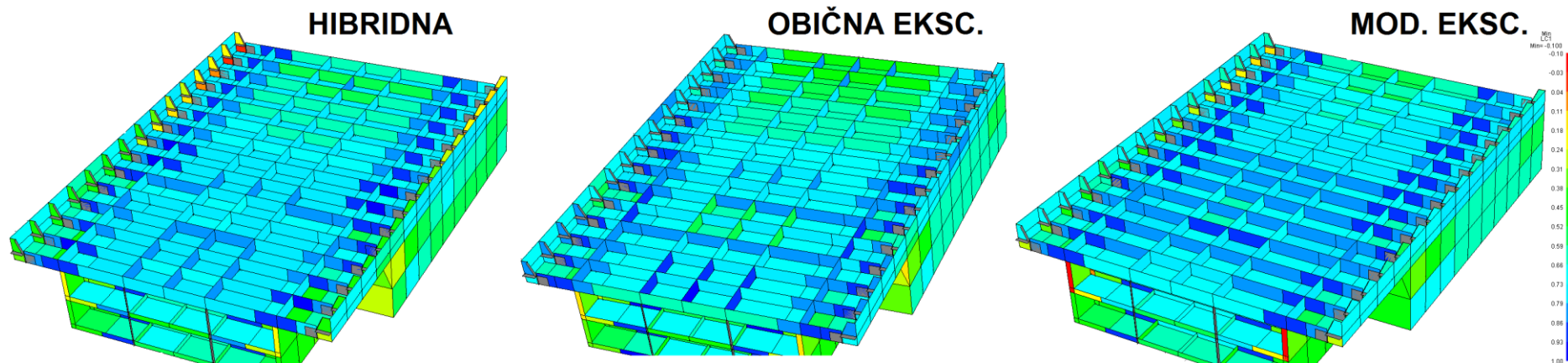
Slika 95: Vrijednosti parametra podobnosti GYCP za drugi slučaj opterećenja



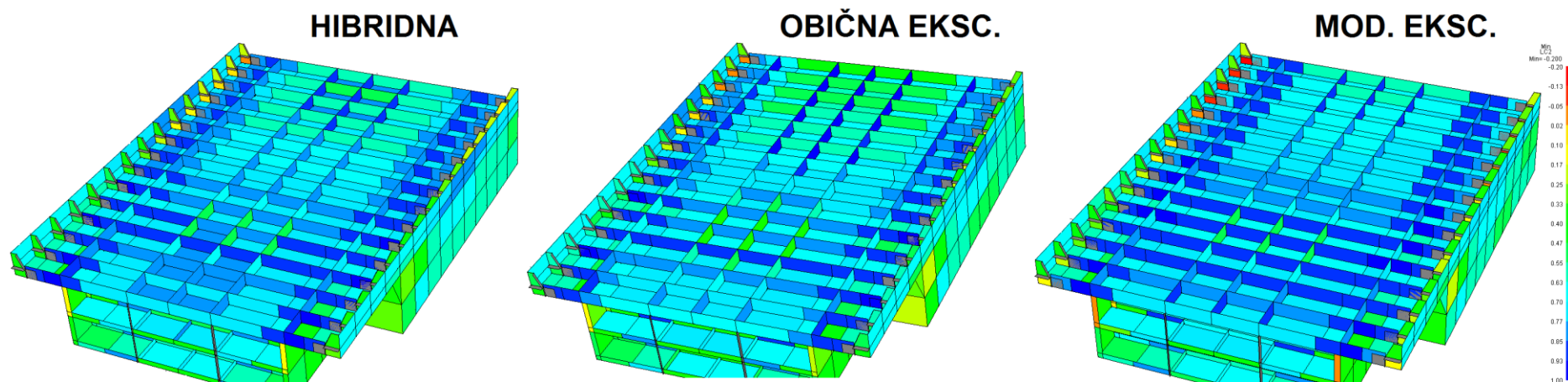
Slika 96: Vrijednosti parametra podobnosti GYTF za prvi slučaj opterećenja



Slika 97: Vrijednosti parametra podobnosti GYTF za drugi slučaj opterećenja



Slika 98: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za prvi slučaj opterećenja

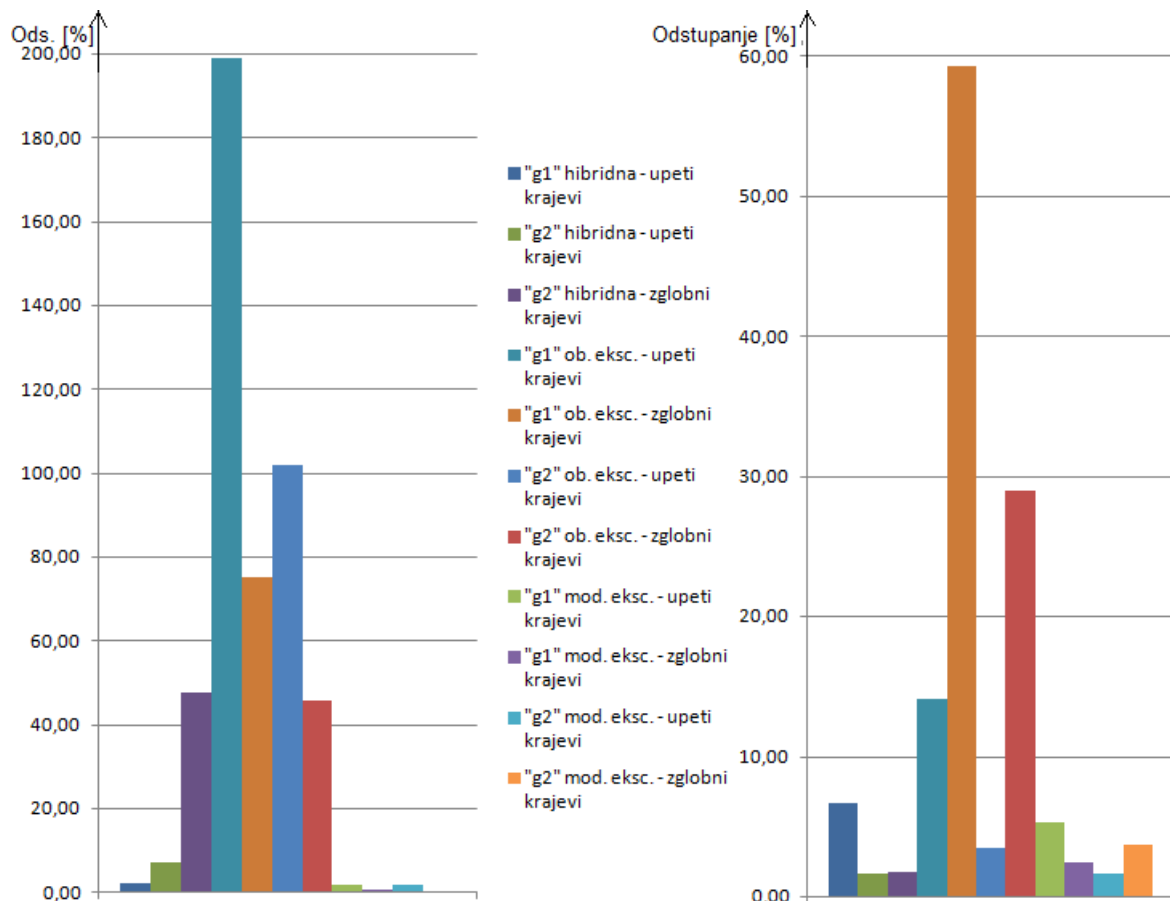


Slika 99: Najmanja vrijednost parametara podobnosti za drugi slučaj opterećenja

## 4. Zaključak

### Naprezanja

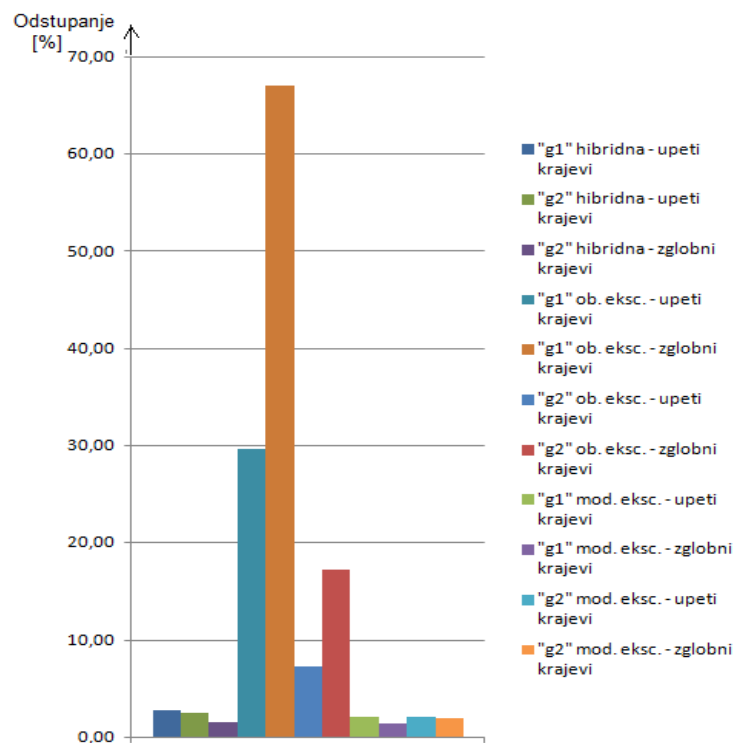
Uporabom modificirane ekscentrične grede ukupno se postižu najtočnija naprezanja iako je razlika u odnosu na hibridnu gredu mala.



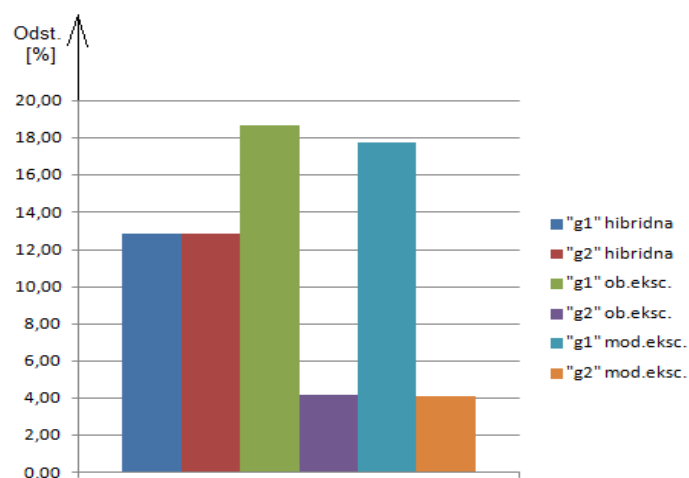
Slika 100: Odstupanja naprezanja (u odnosu na model f) u donjem ( $\sigma_P$ ) i gornjem ( $\sigma_F$ ) pojasu za jednostavni model za obje skupine rubnih uvjeta za prvi slučaj opterećenja (jednoliko raspoređeni tlak)

Kako se može vidjeti na dijagramima sa slike 100, sve formulacije grednog konačnog elementa točnija naprezanja računaju u vlastitom (gornjem) pojasu, nego u donjem pojasu odnosno pripadajućem opločenju. Hibridna i modificirana ekscentrična greda u većini slučajeva i u donjem pojasu postižu dovoljno točne rezultate (s odstupanjima +/- 10%) dok obična ekscentrična greda daje neprihvatljivo pogrešan iznos naprezanja.

Za slučaj treće skupine rubnih uvjeta kod jednostavnog modela hibridna greda daje pogrešne rezultate u gornjem pojasu zbog čvorova postavljenih u težište ukupnog poprečnog presjeka (kako je objašnjeno u potpoglavlju 2.2.) što se vidi i iz raspodjele napreznjanja po poprečnim presjecima na slici 54. Međutim, napreznjanja u donjem pojasu (*SigP*) su tek nešto iznad prihvatljive pogreške +/- 10% kako se vidi na dijagramu sa slike 102.



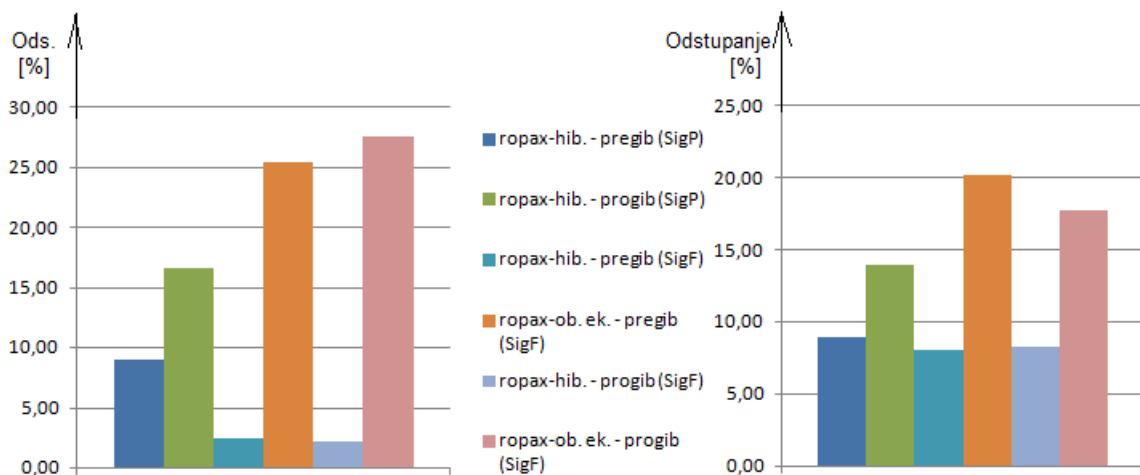
Slika 101: Odstupanja napreznjanja (u odnosu na model f) u gornjem (*SigF*) pojasu za jednostavni model za obje skupine rubnih uvjeta za drugi slučaj opterećenja (koncentrirana sila)



Slika 102: Odstupanja napreznjanja (u odnosu na model f) u donjem (*SigP*) pojasu za jednostavni model za treću skupinu rubnih uvjeta



Budući da se pokazalo da je uporabom obične ekscentrične grede pogreška kod proračuna naprezanja u donjem pojasu neprihvatljivo velika, kod modela ropax je izostavljena usporedba te formulacije s ostale dvije za naprezanja u donjem pojasu (*SigP*). Kod ovog modela su za referentne rezultate izabrani rezultati proračuna naprezanja modificirane ekscentrične grede te su odstupanja hibridne i obične ekscentrične grede u odnosu na ovu prikazana na dijagramima sa slike 103.



Slika 103: Odstupanje naprezanja hibridne i obične ekscentrične grede u odnosu na modificiranu ekscentričnu gredu u donjem (*SigP*) i gornjem (*SigF*) pojasu za odabrani uzdužnjak (lijevo) i sponju (desno) za oba slučaja opterećenja broda

Kako se može vidjeti s dijagrama na slici 103 hibridna i modificirana ekscentrična greda postižu dovoljno točne rezultate proračuna naprezanja (+/- 10%) u gotovo svim prikazanim slučajevima.

U okviru primjera obrađenih u ovom radu:

- obična ekscentrična greda nije uspjela postići rezultate proračuna naprezanja koji bi ulazili unutar prihvatljive pogreške (+/- 10%) posebno u smislu naprezanja u donjem pojasu
- hibridna greda postiže dobre rezultate u gotovo svim primjerima, ali zbog potrebe za određivanjem i unosom sunosive širine, njezina upotreba je složenija od upotrebe ekscentričnih grednih elemenata
- modificirana ekscentrična greda postiže rezultate koji su usporedivi (a često i bolji) od rezultata hibridne grede te zadržava prednost lakoće uporabe koju ima obična ekscentrična greda

## Vertikalni pomaci

Kod izračuna vertikalnih pomaka proračun običnom ekscentričnom gredom i hibridnom gredom daje najtočnije rezultate. Na slici 104 navedene su formulacije koje za različite kombinacije rubnih uvjeta i opterećenja za jednostavni model daju najtočnije rezultate.

RUBNI UVJETI	VERTIKALNI POMAK	
	UPETI g1	HIB
KRAJEVI g2	HIB	OB. EKS.
ZGLOBNI g1	OB. EKS.	HIB
KRAJEVI g2	OB. EKS.	OB. EKS.
<b>SLUČAJ</b>	TLAK	KONC.
<b>OPTEREĆENJA</b>		SILA

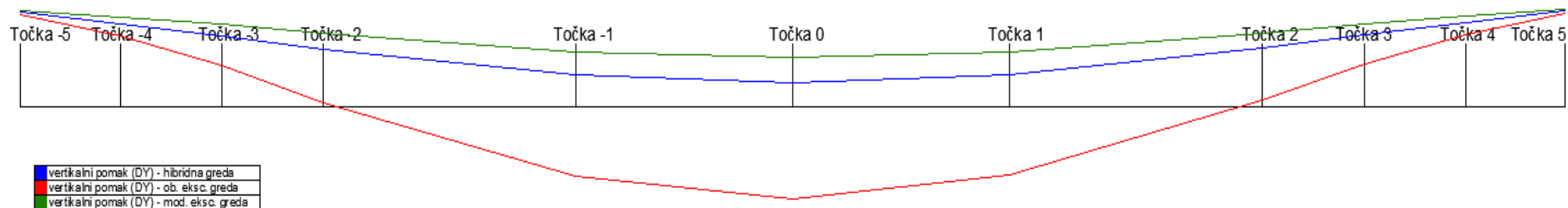
Slika 104: Gredne formulacije koje daju najtočnije rezultate za različite kombinacije rubnih uvjeta i opterećenja za jednostavne modele g1 i g2

Kako se može vidjeti sa slike obična ekscentrična greda daje točnije iznose vertikalnih pomaka za zglobne krajeve, a hibridna za upete krajeve.

Modificirana ekscentrična greda daje lošije rezultate, a odstupanje je najčešće na nekonzervativnu stranu odnosno modificiranom ekscentričnom gredom se dobiju pomaci manji od stvarnih što se može vidjeti i kod modela ropax za odabranu sponju za dva slučaja opterećenja kako je prikazano slikama 105 i 107.

U okviru primjera obrađenih u ovom radu:

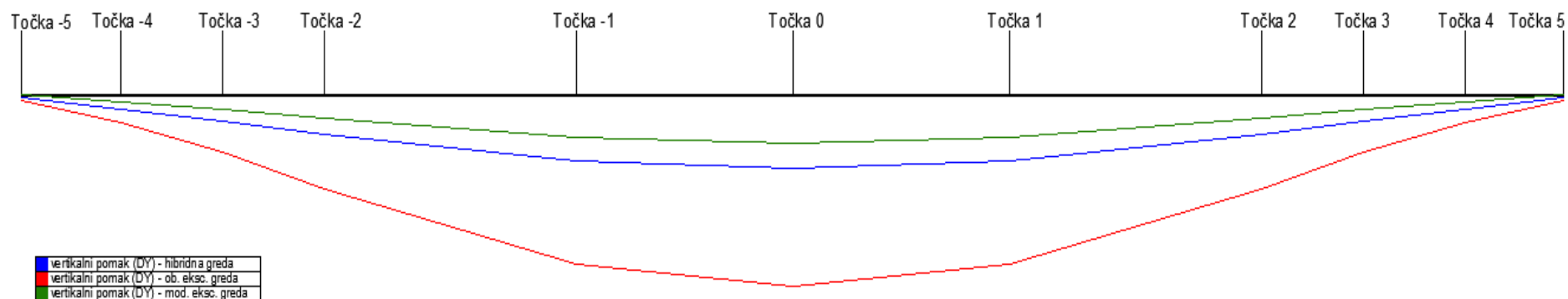
- obična ekscentrična greda postiže dobre rezultate posebno s gušćom mrežom konačnih elemenata gdje su izračunati vertikalni pomaci često bliži referentnom iznosu od pomaka izračunatih hibridnom gredom
- hibridna greda postiže dobre rezultate i utjecaj gustoće mreže na ukupnu pogrešku je malen
- modificirana ekscentrična greda postiže najlošije rezultate od testiranih formulacija te ima tendenciju odstupanja na nekonzervativnu stranu



Slika 105: Vertikalni pomaci duž sponje 10 modela ropax za prvi slučaj opterećenja

Sponja 10	POMAK Y (DY) [mm]											
	Kontrolna točka	Točka -5	Točka -4	Točka -3	Točka -2	Točka -1	Točka 0	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5
ropax - hibridna		68,48	60,46	51,81	41,95	23,37	18,03	23,74	42,68	52,65	61,38	69,44
ropax - obična eksc.		66,51	51,25	30,25	3,71	-49,76	-66,06	-49,13	4,91	31,61	52,69	67,93
ropax - mod. eksc.		70,08	65,52	59,94	53,13	40,05	36,09	40,37	53,76	60,66	66,29	70,86

Slika 106: Iznos vertikalnog pomaka duž sponje 10 modela ropax za prvi slučaj opterećenja po kontrolnim točkama kako su definirane u trećem poglavlju



Slika 107: Vertikalni pomaci duž sponje 10 modela ropax za drugi slučaj opterećenja

Sponja 10	POMAK Y (DY) [mm]											
	Kontrolna točka	Točka -5	Točka -4	Točka -3	Točka -2	Točka -1	Točka 0	Točka 1	Točka 2	Točka 3	Točka 4	Točka 5
ropax - hibridna		-48,19	-56,17	-64,77	-74,59	-93,17	-98,64	-93,18	-74,60	-64,78	-56,18	-48,20
ropax - obična eksc.		-50,45	-65,66	-86,56	-112,99	-166,33	-182,81	-166,34	-113,00	-86,57	-65,67	-50,46
ropax - mod. eksc.		-46,47	-50,76	-56,19	-62,92	-76,07	-80,20	-76,07	-62,93	-56,20	-50,77	-46,47

Slika 108: Iznos vertikalnog pomaka duž sponje 10 modela ropax za drugi slučaj opterećenja po kontrolnim točkama kako su definirane u trećem poglavlju

## **Parametri podobnosti**

Ekscentrični gredni elementi pokazuju bolje slaganje s referentnim modelom posebno pri djelovanju koncentrirane sile kod jednostavnog modela.

Kako se može vidjeti i na primjeru modela ropax, nakon izvršene optimizacije te proračuna pomoću sve tri gredne formulacije, model na kojem je proračun izvršen hibridnom gredom generalno pokazuje najveće vrijednosti parametra podobnosti dok modeli s ekscentričnim gredama pokazuju manje vrijednosti parametra podobnosti. Međutim pošto kod modela ropax više nije bilo referentnog modela, nije bilo moguće niti utvrditi stvarne vrijednosti parametra podobnosti te odstupanja spomenutih vrijednosti od stvarnih.

## Literatura

[1] Hughes, O. F.: *Ship Structural Design: A Rationally-Based, Computer-Aided, Optimization Approach*, SNAME, Jersey City, New Jersey, 1988.

[2] Fricke, W.: A New Beam Element for Finite Element Modelling of Stiffened Plate Fields, *Schiffstechnik/Ship Technology Research Vol. 46* , 144-152., 1999.

[3] *MAESTRO Help Version 8.9.3.*, Optimum Structural Design Inc., 2008.

[4] Gupta, A. K., Ma, P. S.: Error in eccentric beam formulation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 11* , 1473-1477, 1977.