

# Određivanje koeficijenta intezivnosti naprezanja eksperimentalnim mjerenjem polja pomaka i deformacija oko vrška pukotine pomoću digitalne korelacije slike (DIC)

---

Sivonjić, Ljiljana

Master's thesis / Diplomski rad

2011

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:763264>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-31**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

**DIPLOMSKI RAD**

Voditelji rada:

**Prof. dr. sc. Janoš Kodvanj**

**Mag.ing,mech. Zvonimir Tomičević**

**Ljiljana Sivonjić**

**Zagreb, 2011.**

## **IZJAVA**

Izjavljujem da sam rad samostalno izradila koristeći se stečenim znanjem, navedenom literaturom i opremom Laboratorija za eksperimentalnu mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu.

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Janošu Kodvanju, na uloženom trudu, podršci, usmjeravanju u radu te ugodnoj suradnji pri izradi završnog rada.

Također zahvaljujem asistentu Zvonimiru Tomičeviću na pomoći kod korištenja kidalice.

## SAŽETAK

U radu je digitalnom korelacijom slike (DIC ) provedeno eksperimentalno mjerenje polja pomaka i polja deformacija oko vrška pukotine u svrhu određivanja koeficijenta intezivnosti naprezanja  $K_I$ .

Mjerenja su provedena na epruveti za savijanje u tri točke (SE(B) epruveti) izradne iz AlCu5BiPb propisanih dimenzija prema standardu ASTM E 1820. Provedena su tri mjerenja CAMOUNT kamerom sa tri različita opterećenja. Koeficijent intezivnosti naprezanja određen je iz trećeg mjerenja provedenog CMOOUNT kamerom s objektivom 50 mm i 2 distantna prstena od 40 mm i 20 mm te opterećenjem od 2400 N.

**SADRŽAJ**

POPIS SLIKA	V
POPIS TABLICA	VI
POPIS OZNAKA	VII
1. UVOD	1
2. MEHANIKA LOMA	2
3. NASTANAK I ŠIRENJE PUKOTINE	5
3.1 Kriterij maksimalnog cirkularnog naprezanja	7
3.2 Kriterij minimuma gustoće energije deformiranja	8
3.3. Kriterij maksimuma faktora oslobođene energije	8
4. LINEARNO – ELASTIČNA MEHANIKA LOMA	9
4.1 Analiza naprezanja u blizini vrška pukotine	12
5. ELASTIČNO – PLASTIČNA MEHANIKA LOMA	16
5.1 Irwinova aproksimacija plastične zone	16
5.2 Parametri mehanike loma	16
5.2.1 Otvaranje vrška pukotine (CTOD)	16
5.2.1.1 Veza između J i CTOD	18
5.2.2 Određivanje kritičnog otvaranja pukotine	19
5.2.3 Faktor intezivnosti naprezanja	21
5.2.3.1 Metoda korelacije pomaka	22
5.2.3.2 Metoda J-integrala računatog s ekvivalentnim površinskim integralom	23
5.2.4 Brzina širenja pukotine	27
6. DIGITALNA KORELACIJA SLIKE (DIC)	31
6.1 Diferencijalno digitalno praćenje slike (DDIT)	34
6.2 Rezolucija DIC/DDIT	35
7. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE PARAMETARA LOMA	36
7.1 Određivanje koeficijenta intezivnosti naprezanja prema normi ASTM E 1820	36
7.2 Određivanje parametara loma iz polja pomaka	37
7.2.1 Priprema eksperimenta	37
7.2.1.1 Odabir ispitnog uzorka	37
7.2.1.2 Iniciranje pukotine	38

---

7.2.2	Mjerenje polja pomaka i polja deformacija	39
7.2.2.1	Stereometrijsko mjerenje optičkim sustavom ARAMIS	40
7.2.2.2	Ravninsko mjerenje polja pomaka oko vrška pukotine	41
7.2.3	Opterećenje uzorka tijekom mjerenja polja pomaka	43
8.	REZULTATI I ANALIZA MJERENJA	46
8.1	Rezultati stereometrijskog mjerenja	46
8.2	Mjerenje objektivom 50 mm	47
8.2.1	Opterećenje silom 400 N	47
8.2.2	Opterećenje silom 1400 N	47
8.2.3	Opterećenje silom 2400 N	48
8.3	Mjerenje objektivom 50 mm s dva distantna prstena	49
8.3.1	Opterećenje silom 400 N	49
8.3.2	Opterećenje silom 1400 N	50
8.3.3	Opterećenje silom 2400 N	51
9.	ZAKLJUČAK	53
10.	LITERATURA	55
11.	PRILOG	56

## POPIS SLIKA

Slika	2.1	<i>Wöhlerova krivulja</i> dinamičke čvrstoće	3
Slika	2.2	Tipično mjesto loma trupa brodova klase <i>Liberti</i> te inicijalna pukotina koja je uzrokovala krhki lom trupa	3
Slika	3.1	Tvrda uključina kao izvor ispodpovršinskog začeca pukotine Cr-Mo čelika	5
Slika	3.2	Tri primjera trostrukog začeca mikropukotina na jednom izvoru kod Cr-Mo čelika ASTM A295	6
Slika	3.3	Opći izgled površine loma usljed umora materijala	6
Slika	3.4	Prikaz zamornih lomova: a) aksijalno opterećenje, b) istosmjerno savijanje, c) izmjenično savijanje, d) kružno savijanje, e) torzija	6
Slika	3.5	Problem pukotine pod kutom $\beta$ u odnosu na smjer nominalnog naprezanja	7
Slika	4.1	Griffithova pukotina-pukotina duljine $2a$ u beskonačnoj ploči, opterećena okomito na smjer pukotine	9
Slika	4.2	Energija deformiranja ploče s pukotinom u ovisnosti o duljini pukotine	11
Slika	4.3	Definicija koordinatnih osi	12
Slika	4.4	Osnovni tipovi opterećenja s odgovarajućim tipovima pukotine	13
Slika	5.1	Dijagram naprezanje-deformacija ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) idealno elasto-plastični materijala	16
Slika	5.2	Prikaz modela otvaranja vrha pukotine	17
Slika	5.3	Otvaranje vrha pukotine kod savijanja epruvete u tri točke	17
Slika	5.4	Otvaranje vrška pukotine – veza $J$ -integral i $CTOD$	19
Slika	5.5	Otvaranje vrška pukotine – veza $J$ -integral i $CTOD$	20
Slika	5.6	Izoparametarski 8-čvorni kvadratni element i singularni izoparametarski četvrtinski element	21
Slika	5.7	Izoparametarski singularni element oko vrška pukotin	22
Slika	5.8	Krivulje oko vrška pukotine	24
Slika	5.9	Ramberg-Osgood dijagram	26
Slika	5.10	Krivulja rasta pukotine u metalima	28
Slika	6.1	Osnovni koncept $DIC$ metode	33
Slika	6.2	Intezitet profila markera za DDIT	34
Slika	6.3	Intezitet markera odgovara Gausovoj raspodjeli	35
Slika	7.1	SE(B) epruveta	36
Slika	7.2	C(T) epruveta	36
Slika	7.3	DC(T) epruveta	36
Slika	7.4	Ispitni uzorak – SE(B) epruveta	37
Slika	7.5	Servohidraulička kidalica <i>WALTER+BAI AG</i>	38
Slika	7.6	Sinusoidni oblik opterećenja	38
Slika	7.7	Usporedba uzoraka rastera	39
Slika	7.8a	Aramis sustav za snimanje	39
Slika	7.8b	CMONT kamera	40
Slika	7.9	Standardni kalibar	40
Slika	7.10	Raster na površini SE(B) epruvete	40
Slika	7.11	Polirana epruveta	40
Slika	7.12	Raster za mjerenje CMONT kamerom sa dva distantna prstena	41
Slika	7.13	Raster za stereometrijsko 3D mjerenje	42
Slika	7.14	Ultrasonična kada	42
Slika	7.15	Airbrush <i>IWATA HP-SB PLUS</i>	43
Slika	7.16	Uređaj za savijanje u tri točke	43
Slika	7.17	Statička kidalica Beta 50-5 MESSPHYSIK	44
Slika	7.18	Dijagram sile i pomaka	45
Slika	7.19	Dijagram sile i vremena	45
Slika	8.1	Pomak u smjeru osi $x$	46

---

Slika	8.2	Pomak u smjeru osi y	46
Slika	8.3	MISESS deformacije	46
Slika	8.4	Pomak u smjeru osi x	47
Slika	8.5	Pomak u smjeru osi y	47
Slika	8.6	Pomak u smjeru osi x	48
Slika	8.7	Pomak u smjeru osi y	48
Slika	8.8	Pomak u smjeru osi x	48
Slika	8.9	Pomak u smjeru osi y	48
Slika	8.10	Pomak u smjeru osi x	49
Slika	8.11	Pomak u smjeru osi y	49
Slika	8.12	Deformacije pri opterećenju od 400 N	49
Slika	8.13	Pomak u smjeru osi x	50
Slika	8.14	Pomak u smjeru osi y	50
Slika	8.15	Deformacije pri opterećenju od 1400 N	50
Slika	8.16	Pomak u smjeru osi x	51
Slika	8.17	Pomak u smjeru osi y	51
Slika	8.18	Deformacije pri opterećenju od 2400 N	51
Slika	8.19	Dijagram ovisnosti pomaka i vremena	52

#### POPIS TABLICA

Tablica	7.1	Dimenzije mjernog uzorka	37
Tablica	8.1	Vrijednosti faktora intezivnosti naprezanja za različita opterećenja	52



**POPIS OZNAKA**

$F$	[N]	sil
$\sigma_c$	[N/mm <sup>2</sup> ]	kritično vlačno naprezanje
$\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje
$E$	[GPa]	modul elastičnosti
$\nu$	[%]	Poissonov faktor
$a$	[mm]	duljina pukotine
$r$	-	koeficijent asimetrije ciklusa naprezanja
$\sigma_{\min}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	minimalno naprezanje ciklusa naprezanja
$\sigma_{\max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	maksimalno naprezanje ciklusa naprezanja
$\sigma_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]	srednje naprezanje ciklusa
$\sigma_C$	[N/mm <sup>2</sup> ]	kritično vlačno naprezanje
$N$	-	broj ciklusa
$m$	-	eksponent Wöhlerove krivulje
$\sigma_{pr}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	statičko naprezanje
NP	-	nepolirane epruvete
P	-	polirane epruvete
$k$	-	koeficijent smjera
$G$	[MPa $\sqrt{m}$ ]	modul smicanja
$u_x$	[mm]	pomak
$r$	mm	koordinata
$\theta$	°	Koordinata, smjer širenja pukotine
$K_I$	[MPa $\sqrt{m}$ ]	faktor intezivnosti naprezanja
$K_{IC}$	[MPa $\sqrt{m}$ ]	kritična vrijednost koeficijenta intezivnosti naprezanja

## 1. UVOD

Ponašanje elemenata konstrukcije podvrgnutih dinamičkom opterećenju najvažniji je problem pri procesu konstruiranja, posebice zbog utvrđene ovisnosti fenomena zamora o karakteristikama materijala, geometriji dijelova, opterećenja i utjecaja okoline.

Istraživanje u cilju osiguravanja funkcioniranja elemenata konstrukcije bez loma, kao njegovih komponenti zasebno, tako i cjelokupnog sustava, sa definiranim uvjetima rada, trajnošću, uvodi koncept pouzdanosti i koncept vjerojatnosti. Iako je bolje reći da strojni dio ne doživi lom, nego o očekivanju da strojni dio neće otkazati.

U tom smjeru uvodi se proučavanje nastajanja širenja i razvoja pukotine u materijalu sve do loma konstrukcije. Lomna žilavost  $K_{IC}$  je važno mehaničko svojstvo materijala koje najbolje definira njegovu otpornost prema nestabilnom rastu pukotine. Ona predstavlja kritičnu vrijednost koncentracije naprezanja na vršku pukotine pri kojoj nastupa nestabilan rast pukotine pod uvjetima ravninskog stanja deformacija.

U ovom radu korištena je digitalna korelacija slike (DIC), optička metoda praćenja i obrade slike za precizno 2D i 3D mjerenja pomaka i deformacija iz digitalnih slika u svrhu određivanja faktora intezivnosti naprezanja.

## 2. MEHANIKA LOMA

*Mehanika loma (Fracture mechanics)* je znanstvena disciplina koja se bavi problemima pukotina: proučava nastajanje, razvoj i širenje pukotina, lom, te proučava utjecaj pukotina na ponašanje materijala i konstrukcija. Također, mehanika loma se bavi i proučavanjem deformacija nastalih pod djelovanjem opterećenja.

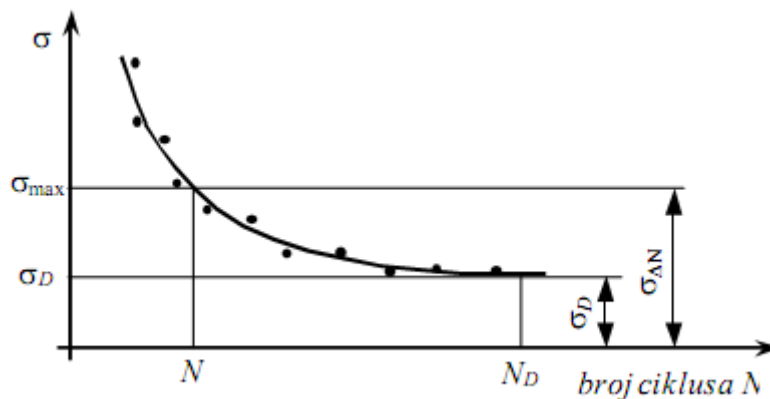
Razvoj mehanike loma započinje još na prijelazu iz 19. u 20. stoljeće kada je zapaženo da se dijelovi strojeva ili konstrukcija, a koji su podvrgnuti vremenski promjenjivim opterećenjima, lome pri naprezanjima koja su znatno manja od same statičke čvrstoće materijala. Ovakvi lomovi, za razliku od lomova pri statičkom opterećenju, redovito nastupaju bez prethodne plastične deformacije samog materijala i to bez obzira na vrstu i značajke samog materijala, kao i na vrstu naprezanja.

Ovaj je problem bio osobito izražen kod vagonskih osovina njemačkih državnih željeznica, gdje je dolazilo do loma pri višestruko manjim naprezanjima od statičke čvrstoće, a lomovi su nastupali pri statičkom opterećenju.

Ovaj problem je uočio i analizirao inženjer Wöhler, koji je utvrdio sljedeće:

- a) osovine vagona su uz statičko, bile podvrgnute i vremenski promjenjivim naprezanjima. Ova vremenski promjenjiva naprezanja uzrokuju stvaranje i širenje pukotine, što je nazvao umorom materijala. Ovaj proces umaranja traje sve do konačnog loma, koji nastupa kada preostali presjek, nezahvaćen pukotinom, postane toliko malen da nastaje njegov statički lom.
- b) trajnost osovina, izražena u broju doživljenih ciklusa naprezanja, je veća što je manji intenzitet (*nivo*) naprezanja. Pri tome postoji vrijednost maksimalnog naprezanja ciklusa za koju je trajnost praktički neograničena. Ova vrijednost nazvana je trajnom dinamičkom čvrstoćom.

Prethodno opisana ovisnost dana je tzv. *Wöhlerovom krivuljom* (slika 2.1).

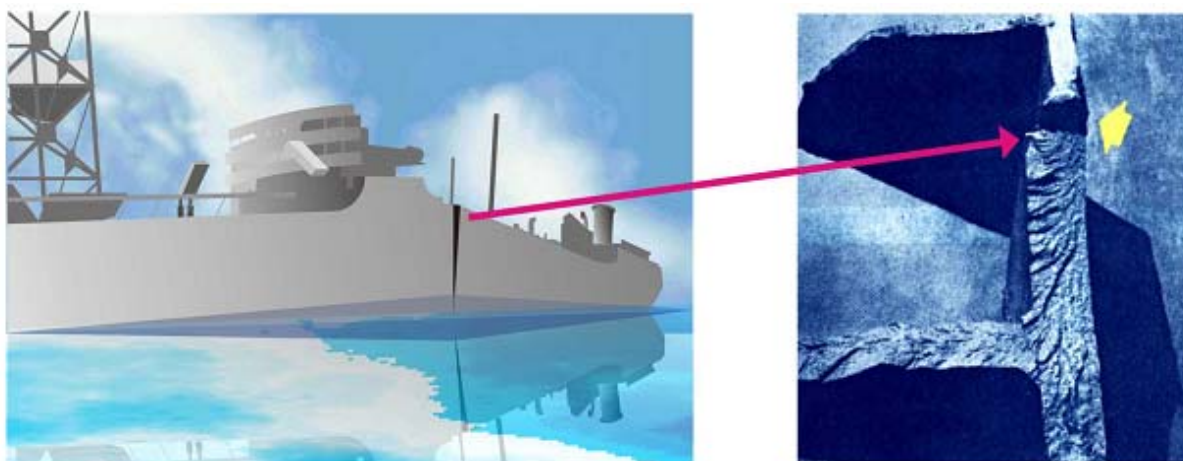


Slika 2.1 Wöhlerova krivulja dinamičke čvrstoće

gdje je:

- $N$  broj ciklusa promjenjivog opterećenja;
- $N_D$  broj ciklusa trajne čvrstoće;
- $\sigma_D$  trajna čvrstoća;
- $\sigma$  statička čvrstoća.

Analiza lomova trupa nastalih na trupu trgovačkih brodova klase *Liberti*, proizvedenih prije i tijekom drugog svjetskog rata u SAD, također su doprinjeli razvoju *Mehanike loma*. Nažalost, ovi brodovi zavarene čelične konstrukcije su proizvedeni u relativno velikom broju (4694 broda) od kojih je čak 233 broda doživjelo havariju - lom trupa na dva dijela (slika 2.2).

Slika 2.2 Tipično mjesto loma trupa brodova klase *Liberti* te inicijalna pukotina koja je uzrokovala krhki lom trupa

Analiza je pokazala da je potrebno otkriti sve prisutne kritične pukotine koje uzrokuju ovakve katastrofalne lomove. Kako je veoma teško otkriti prisutnost kritičnih pukotina u materijalu, a ponekad i nemoguće, pa i s veoma osjetljivim metodama ispitivanja, potrebno je pronaći odgovarajuće parametre koji karakteriziraju ponašanje materijala u prisutnosti pukotine što je ujedno i osnovni zadatak *Mehanike loma*.

Ovisno o ponašanju materijala *Mehanika loma* se dijeli na:

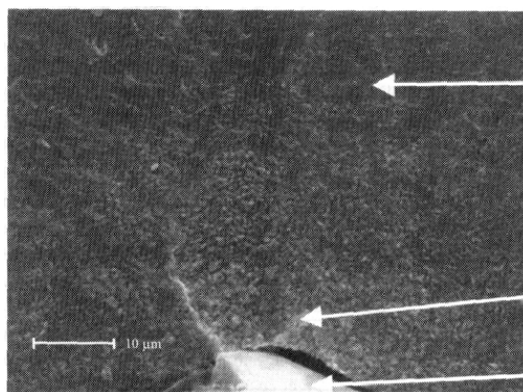
- *Mehaniku loma* pri linearno-elastičnom ponašanju materijala, krhki lom.
- *Mehaniku loma* pri elasto-plastičnom ponašanju materijala.

### 3. NASTANAK I SMJER ŠIRENJA PUKOTINE

Pukotine nastaju na slobodnoj površini i mogu se izazvati na više načina, zbog čega je važno utvrditi stanje površine materijala pri ispitivanju otpornosti na umor. Općenito se može reći da je kod čvršćih materijala veći utjecaj stanja površine na umor. Niska umorna čvrstoća materijala posljedica je površinskih slojeva oksida nastalih kovanjem ili valjanjem. Ti su slojevi često neduktilni, lako pucaju pa tako postaju izvorni elementi koncentracije naprezanja. Gubitak ugljika u površinskom sloju, posebno izražen kod otkivaka, drugi je najčešći uzrok smanjenja zamorne čvrstoće. Ovaj se gubitak može donekle izbjeći skidanjem razugljičenog sloja strojnom obradom odvajanjem čestica (npr. tokarenjem), s tim da treba imati na umu da već sam proces skidanja strugotine ima važan utjecaj na smanjenje umorne čvrstoće. Ponovno pougljičenje, kao i površinsko valjanje i prskanje metalnim granulatnom, može povisiti i otpornost materijala na cikličko opterećenje.

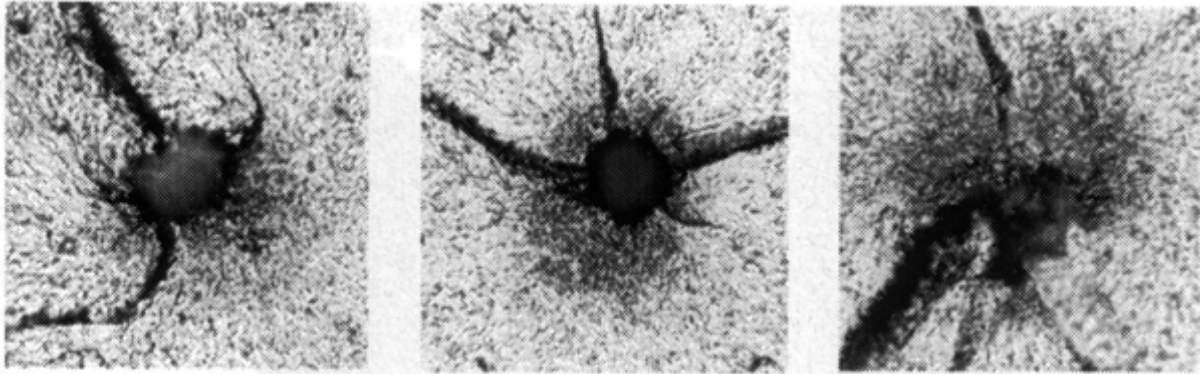
Inicijatori umornog loma mogu se pojaviti i na drugim formacijama na površini materijala ili u njenoj blizini. Početak pukotine može dolaziti od prsnute čestice (tvrde uključine ili izlučine) na površini ili pod površinom elementa.

Kada je izvor pukotine pod površinom, onda je to isključivo na mjestima kaverni ili uključina, (slika 3.1). Kod sivog lijeva začeca pukotine je redovito na kraju grafitnog listića, koji je dio njegove strukture i predstavlja koncentrador naprezanja.



Slika 3.1 Tvrda uključina kao izvor ispodpovršinskog začeca pukotine Cr-Mo čelika

Kada je izvor pukotine mekana intergranularna zona u kojoj se formira tzv. trostruka točka od koje se iniciraju tri mikropukotine - svaka u svome smjeru, (slika 3.2).

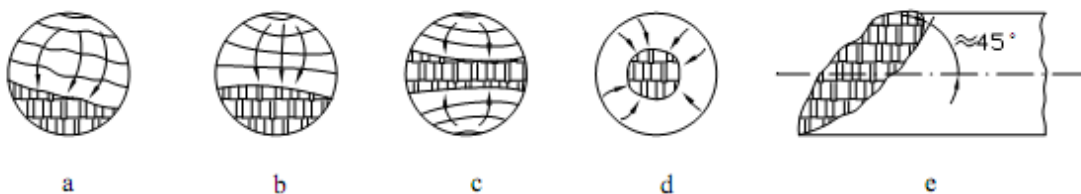


Slika 3.2 Tri primjera trostrukog začeća mikropukotina na jednom izvoru kod Cr-Mo čelika ASTM A295

Površina loma uzrokovana umorom materijala ima dvije jasno izražene zone : zonu statičkog loma i zonu širenja pukotine. Opći izgled površine loma i izgled površine loma za različite načine opterećenja prikazani su na slici 3.3. i 3.4.



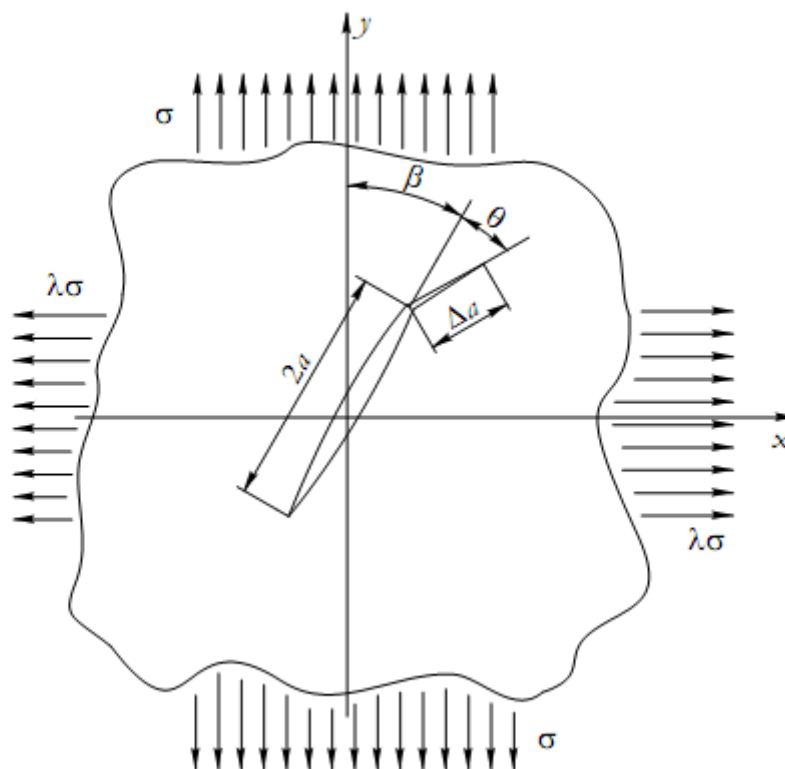
Slika 3.3 Opći izgled površine loma usljed umora materijala



Slika 3.4 Prikaz zamornih lomova: a) aksijalno opterećenje, b) istosmjerno savijanje, c) izmjenično savijanje, d) kružno savijanje, e) torzija

Jednom inicirana pukotina na površinskom kliznom pojasu će se nastaviti širiti. Smjer širenja pukotine ovisi o stanju naprezanja u blizini vrška pukotine. Razvijeno je niz kriterija za predviđanje smjera širenja pukotine u polju naprezanja mješovitog tipa (kombinacija opterećenja tipa *I* i tipa *II*).

Većina kriterija za predviđanje smjera širenja pukotine prvotno je razvijena za statičko opterećenje. Kako ne postoje kriteriji razvijeni posebno za promjenjivo opterećenje, te iako postoje značajne razlike u smjerovima širenja pukotine kod statičkog i promjenjivog opterećenja, koriste se statički kriteriji za predviđanje širenja pukotine i kod promjenjivog opterećenja.



Slika 3.5 Problem pukotine pod kutom  $\beta$  u odnosu na smjer nominalnog naprezanja

Najčešće korišteni kriteriji za predviđanje širenja pukotine su:

- kriterij maksimalnog cirkularnog naprezanja;
- kriterij minimuma gustoće energije deformiranja;
- kriterij maksimuma faktora oslobođene energije.

### 3.1 Kriterij maksimalnog cirkularnog naprezanja

Jedan od prvih pokušaja predviđanja smjera širenja pukotine u slučaju kombiniranog opterećenja tipovima *I* i *II* bio je onaj Erdogana i Siha. Oni su istraživali širenje pukotine u



ploči iz krhkog materijala, te su predložili kriterij po kojem je pravac širenja pukotine okomit na pravac maksimalnog cirkularnog naprezanja.

Matematički se ovaj kriterij može pisati u obliku:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \quad (3.1)$$

### 3.2 Kriterij minimuma gustoće energije deformiranja

Prema kriteriju minimuma gustoće energije deformiranja, pravac širenja pukotine prolazi kroz točku na kružnici koja je opisana oko vrška pukotine, a u kojoj je energija deformiranja minimalna.

Matematički oblik tog kriterija glasi:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (3.2)$$

gdje je:  $S$  faktor gustoće energije deformiranja.

### 3.3 Kriterij maksimuma faktora oslobođene energije

Kriterij prema kojemu je pravac širenja pukotine u smjeru maksimuma faktora oslobođene energije predložen je nakon analize utjecaja malog virtualnog produljenja pukotine.

Matematički se ovaj kriterij može pisati u obliku:

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} < 0 \quad (3.3)$$

Irwin je definirao faktor oslobođene energije kao mjeru energije dostupne za produljenje pukotine. Za linearno elastične materijale u mješovitom polju naprezanja, ukoliko je produljenje pukotine u ravnini originalne pukotine, ovisnost faktora oslobođene energije i faktora intenziteta naprezanja se može opisati izrazom

$$G = G_I + G_{II} = \frac{K_I^2}{E} + \frac{K_{II}^2}{E} \quad (3.4)$$

#### 4. LINEARNO - ELASTIČNA MEHANIKA LOMA

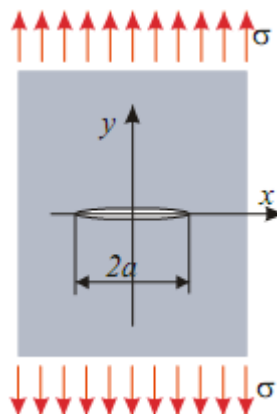
Linearno elastična mehanika loma (*LEML*) temelji se na pretpostavci da je materijal izotropan i linearno elastičan. Osim toga, za razvoj pukotine i pojavu loma, veoma bitna je raspodjela naprezanja u blizini vrška pukotine.

Dr. Griffith je prvi pokazao da postojanje pukotina u materijalu pridonosi koncentraciji naprezanja kao i smanjenje čvrstoće, greške u kristalnoj rešetki, dislokacije. Dr. Griffith se u svojim istraživanjima bavio i problemom ukupne energije ploče s pukotinom, kao i problemom krhkog loma te je postavio rješenje koje za nestabilan rast pukotine tj. za krhki lom glasi

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (4.1)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{(1-\nu^2)\pi a}} \quad (4.2)$$

- gdje je:
- $a$  duljina pukotine,
  - $E$  modul elastičnosti,
  - $\gamma$  energija površinske napetosti po jedinici debljine ploče (potrebna energija da se stvore dvije nove površine prijeloma),
  - $\nu$  Poissonov koeficijent,
  - $\sigma_c$  kritična veličina vlačnog naprezanja pri kojemu se lom dalje odvija bez dodatnog utroška energije.



Slika 4.1 Griffithova pukotina-pukotina duljine  $2a$  u beskonačnoj ploči, opterećena okomito na smjer pukotine

Do rješenja zadatka beskonačne elastične ploče s eliptičnim otvorom, koja je napregnuta u beskonačnosti jednoliko raspoređenim naprezanjem  $\sigma$  (slika 4.1) Griffith je došao na način tako da manja os elipse teži u nulu. Tako se dobiva raspodjela naprezanja u beskonačnoj ploči s zarezom duljine  $2a$ .

Teorija Griffith je dala dobro objašnjenje za čvrstoću krhkih materijala, ali njena primjena na materijale izraženom plastičnošću zahtjeva odgovarajuću modifikaciju koju daje Irwin a prema njemu je kritična vrijednost naprezanja za materijale sa središnjim pukotinama

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EG_c}{\pi a}} \quad (4.3)$$

pri čemu je

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (4.4)$$

$$G = \frac{K^2}{E}(1-\nu^2) \quad (4.5)$$

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (4.6)$$

gdje je

- G jedinica povećanja duljine pukotine,
- K faktor intezivnosti naprezanja,
- $\nu$  poissonov koeficijent,
- E modul elastičnosti.

U eksperimentu koji je izveo Irwin, zaključeno je da se značajna energija troši na razvoj plastične deformacije oko vrška pukotine, gdje je lokalno prekoračena granica tečenja pa ukupna energija pri lomu mora biti značajno veća od površinske energije. Energija plastične deformacije i energija površinske deformacije karakteriziraju otpornost materijala na lom i ne ovisi o početnoj duljini pukotine. Ukoliko je pri tome područje plastične deformacije maleno prema duljini pukotine i širini ploče moguće je koristiti relacije linearne elastičnosti. To znači da je Griffith kriterij moguće proširiti uvođenjem energije potrebne za rad plastične deformacije koja predhodi nestabilnom razvoju pukotine (slika 4.2).

Ukupna potencijalna energija ploče s pukotinom glasi

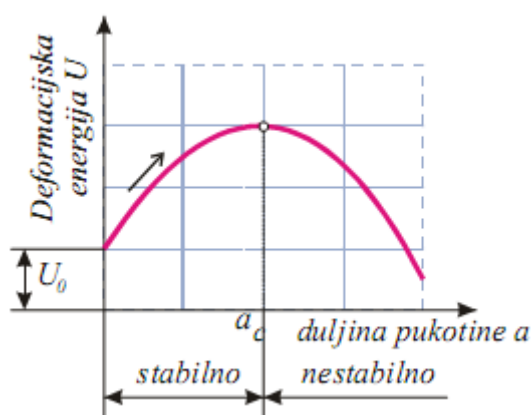
$$U = U_o - U_a + U_\gamma \quad (4.7)$$

gdje je  $U_o$  energija deformiranja ploče prije stvaranja pukotine,

$U_a$  gubitak energije nastao relaksacijom naprežanja,

$U_\gamma$  porast energije, nastao stvaranjem površinske napetosti na novim slobodnim plohama

$$U = U_o - (1 - \nu^2) \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} 4a\gamma \quad (4.8)$$



Slika 4.2 Energija deformiranja ploče s pukotinom u ovisnosti o duljini pukotine

Uvjet prelaska između stabilnog i nestabilnog širenja pukotine glasi:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 0 \quad (4.9)$$

gdje je  $U$  ukupna potencijalna energija ploče s pukotinom,

$a$  duljina pukotine.

Posljedice krhkog loma na konstrukcije su često katastrofalne, što je pokazalo poznavanje mehaničkih svojstava konstrukcijskih materijala, te je radi toga potrebno pronaći mogućnosti izbjegavanja krhkog loma.

Iz tog razloga se proučavaju uvjeti koji pogoduju nastanku krhkog loma:

1. velike brzine djelovanja opterećenja, što uzrokuje onemogućavanje nastanka plastične deformacije;

2. izražena koncentracija naprezanja na mjestima geometrijskih diskontinuiteta;
3. upotreba konstrukcijskih materijala na temperaturama nižim od temperature plastičnosti.

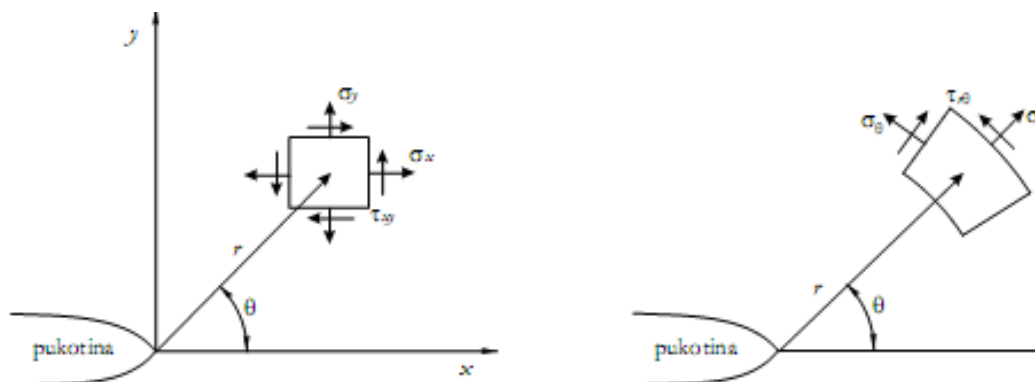
Pošto su problem krhkog i kvazi krhkog loma zasnovani na globalnom pristupu i ne mogu se primijeniti na analizu lokalnog ponašanja, bilo je potrebno mehaniku loma usmjeriti na analizu naprezanja oko vrška pukotine.

#### 4.1 Analiza naprezanja u blizini vrška pukotine

Ako se postavi polarni koordinatni sustav s ishodištem u vrhu pukotine tada se polje naprezanja linearno elastičnog tijela s pukotinom može opisati izrazom

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (4.10)$$

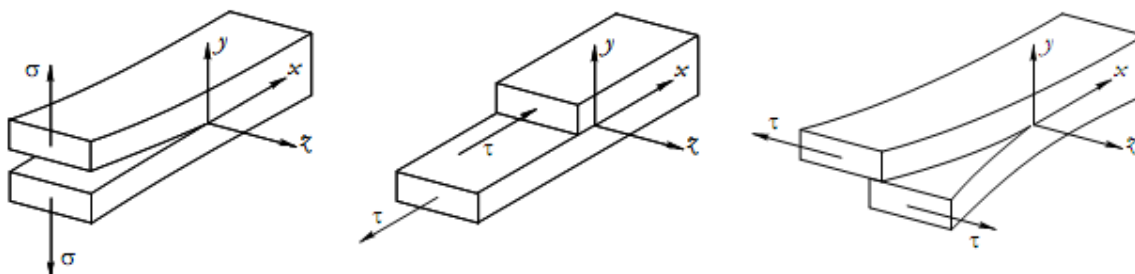
gdje je  $\sigma_{ij}$  tenzor naprezanja,  
 $r$  i  $\theta$  definiraju točku u polarnim koordinatama u odnosu na vrh pukotine (slika 4.3),  
 $k$  konstanta,  
 $f_{ij}$  i  $g_{ij}$  bezdimenzijske funkcije ovisne o  $\theta$ .



Slika 4.3 Definicija koordinatnih osi

Dijelovi izraza višeg reda ovise o geometriji. Rješenje za bilo koju geometriju uvijek sadrži izraz proporcionalan  $1/\sqrt{r}$ .

Kada  $r \rightarrow 0$  prvi dio izraza (7) teži u beskonačnost, a ostali dijelovi izraza su konstantni ili teže nuli. Dakle, izraz (7) opisuje singularnost napreznja, budući je  $r = 0$  asimptota napreznja. Poznata su tri glavna tipa otvaranja pukotine, prikazana na slici 4.4. To su tip *I* ili odcjepni tip, tip *II* ili klizni tip i tip *III* ili rascjepni tip.



a) tip *I* – odcjepni  
(eng. opening)

b) tip *II* – klizni  
(eng. in-plane shear)

c) tip *III* – rascjepni  
(eng. out-of-plane-shear)

Slika 4.4 Osnovni tipovi opterećenja s odgovarajućim tipovima pukotine

Svaki način otvaranja pukotine proizvodi  $1/\sqrt{r}$  singularitet u vršku pukotine, a konstanta  $k$  i funkcija  $f_{ij}$  ovise o načinu otvaranja pukotine.

Konstanta  $k$  se zamjenjuje s faktorom intenzivnosti napreznja (*FIN*)  $K$ ,

$$K = k\sqrt{2\pi} \quad (4.11)$$

Faktoru intenzivnosti napreznja dodaju se indeksi tako da se naznači način otvaranja pukotine. Sada se polje napreznja oko vrška pukotine za izotropni linearno elastični materijal može opisati slijedećim izrazima

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta), \quad (4.12)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (4.13)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (4.14)$$

U slučaju kad postoji više načina otvaranja pukotine, tada se zbrajanjem dobiva polje napreznja

$$\sigma_{ij}^{(ukupno)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (4.15)$$

Analitičko rješenje raspodjele naprezanja oko vrška pukotine dodano je izrazima

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] - \left[ K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \right\}, \quad (4.16)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \left[ K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \right\}, \quad (4.17)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \left[ K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \right\}. \quad (4.18)$$

Za stanje ravninske deformacije

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y) \quad (4.19)$$

u polarnom koordinatnom sustavu stanje naprezanja oko vrška pukotine je

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( K_I \cos \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \right), \quad (4.20)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left( 1 - 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right], \quad (4.21)$$

$$\tau_{r,\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} + K_{II} \left( 1 - 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (4.22)$$

Prethodni izrazi vrijede u okolini bliskoj vršku pukotine. Ova mogućnost opisivanja stanja oko vrška pukotine samo s jednim parametrom važna je karakteristika mehanike loma.

Pomaci su također u potpunosti opisani faktorom intenzivnosti naprezanja

$$u = \frac{1}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} \left( \kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left( \kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]}, \quad (4.23)$$

$$v = \frac{1}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi} \left[ K_I \sin \frac{\theta}{2} \left( \kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) - K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left( \kappa + 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]}, \quad (4.24)$$

$$\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad (4.25)$$

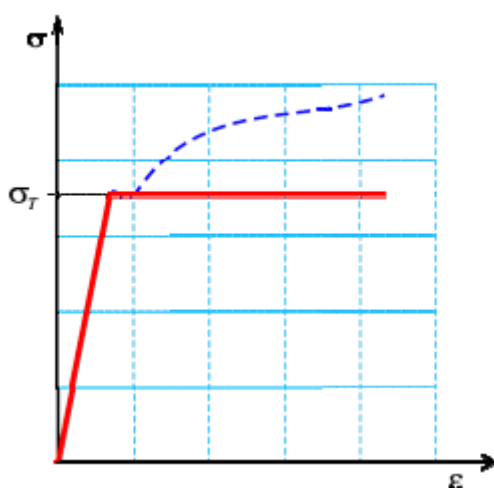
$$\kappa = 3 - 4\nu \quad (4.26)$$

## 5. ELASTIČNO-PLASTIČNA MEHANIKA LOMA

Pojava velikih plastičnih deformacija oko vrška pukotine onemogućuje opisivanje pojave oko vrška pukotine linearnom mehanikom loma. Stoga je potrebno uvesti parametre koji nisu ograničeni linearno-elastičnim ponašanjem materijala, kao što su otvaranje vrška pukotine i J integral.

### 5.1 Irwinova aproksimacija plastične zone

Irwin je 1961. godine je predložio da se duljina zone plastifikacije u smjeru širenja pukotine aproksimira tako da se pretpostavi da njezina veličina ovisi o raspodjeli elastičnih napreznja oko vrška pukotine (slika 5.1).



Slika 5.1 Dijagram napreznje-deformacija ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) idealno elasto-plastični materijala

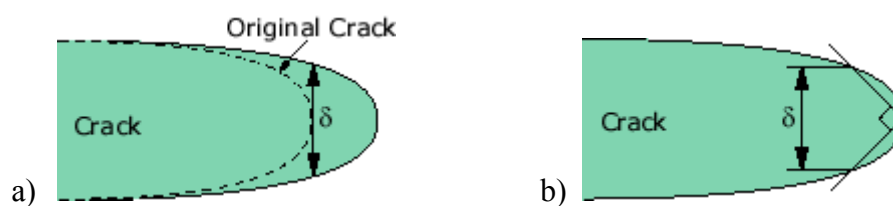
## 5.2 PARAMETRI MEHANIKE LOMA

### 5.2.1 Otvaranje vrška pukotine (CTOD)

Najvažnija karakteristika pukotine sa širom plastičnom deformacijom je postojanje konačnog otvora pri vršku pukotine za razliku od točkastog otvora kod elastične pukotine. Taj je otvor prema Burdekinu i Wellsu nazvan CTOD pomakom (*Crack Tip Opening Displacement*).

Postoje dvije zajedničke definicije otvaranja pukotine (CTOD) koje su ekvivalentne ako pukotina otupljuje u polukrugu (slika 5.2)





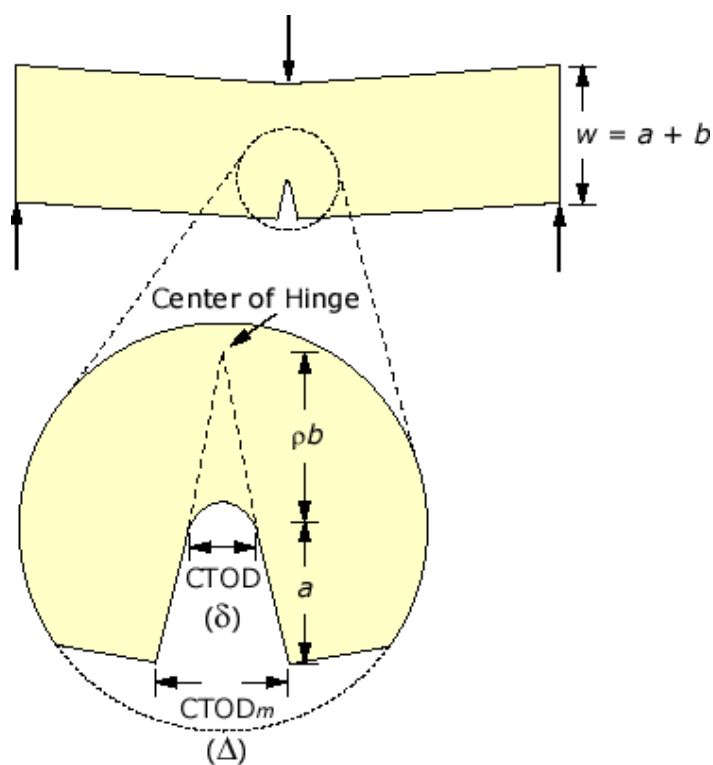
Slika 5.2 Prikaz modela otvaranja vrha pukotine

a) Izvorni oblik otvaranja vrška pukotine (slika 5.2-a)

b) Otvaranje vrška pukotine u točki gdje linija bokova pukotine zatvaraju kut od  $90^\circ$

(slika 5.2- b)

Otvaranje pukotine (*CTOD*) na rubu tri točke kod savijanja uzorka (slika 5.3)



Slika 5.3 Otvoranje vrha pukotine kod savijanja epruvete u tri točke

gdje je  $CTOD_m$  izmjerena vrijednost otvaranja vrška pukotine blizu ruba uzorka radi lakšeg pristupa,

$CTOD$  pravi pomak otvaranja pukotine,

$a$  duljina pukotine,

$B$  širina uzorka.

$$CTOD = \frac{\rho b}{a + \rho b} CTOD_m \equiv \delta = \frac{\delta b}{a + \rho b} \Delta \quad (5.1)$$

gdje je:  $\rho$  bezdimenzijski rotacijski faktor.

Pojednostavljeno 
$$\delta \approx \frac{b}{2a + b} \Delta \quad (5.2).$$

Iznad spojnica model možda neće biti točan jer je pomak uglavnom elastična. Točniji pristup je razdvajanje CTOD u elastični i plastični dio

$$\delta = \delta_{elastic} + \delta_{plastic} = \frac{K_I^2}{m\sigma_{ys}E} + \frac{\rho_{plastic}b}{a + \rho_{plastic}b} \Delta \quad (5.3)$$

gdje je:  $\sigma_{ys}$  naprezanje,

$m$  bezdimenzijska konstanta koja ovisi o svojstvu materijala i stanju naprezanja.

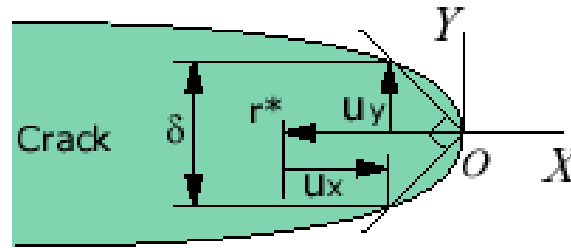
### 5.2.1.1 Veza između J i CTOD

Uzmu li se u obzir linearno-elastično tijelo s pukotinom,  $J$ -integral i  $CTOD$  (slika 5.4), moguće je napisati vezu:

$$J = \frac{K^2}{E} = m\sigma_{ys}\delta \quad (5.4)$$

$\sigma_{ys}$  i  $m$  definirani su u prethodnom poglavlju. Za ravninsko naprezanje i  $m=1$ , za pukotinu u beskonačnoj ploči pomak otvaranja pukotine,  $\delta$  definiran je izrazom

$$\delta = \frac{K_I^2}{E\sigma_y} = \frac{\pi a\sigma^2}{E\sigma_y} = \frac{G}{\sigma_y} = \frac{J}{\sigma_y} \quad (5.5)$$

Slika 5.4 Otvaranje vrška pukotine – veza  $J$ -integral i  $CTOD$ 

Shih, CF, 1981. godine, otišao je korak dalje i pokazao da postoji jedinstveni odnos između  $J$  i  $CTOD$  izvan granica  $LEML$ .

Polje pomaka je dano izrazom

$$u_i = \frac{\alpha \sigma_{ys}}{E} \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_{ys}^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} r \tilde{u}_i(\theta, n) \quad (5.6)$$

$CTOD$  se ocjenjuje od  $u_x$  i  $u_y$  do  $r = r^*$  i  $\theta = \pi$

$$\frac{\delta}{2} = u_y(r^*, \pi) = r^* - u_x(r^*, \pi) \quad (5.7)$$

$$r^* = \left( \frac{\alpha \sigma_{ys}}{E} \right)^{\frac{1}{n}} \left\{ u_x(\pi, n) + u_y(\pi, n) \right\}^{\frac{n+1}{n}} \frac{J}{\sigma_{ys} I_n} \quad (5.8)$$

Slijedi  $CTOD$ ,  $\delta$  u obliku

$$\delta = \frac{d_n}{\sigma_{ys}} J = \frac{2 \tilde{u}(\pi, n) \left\{ \frac{\alpha \sigma_{ys}}{E} [\tilde{u}_x(\pi, n) + \tilde{u}_y(\pi, n)] \right\}^{\frac{1}{n}}}{I_n \sigma_{ys}} J \quad (5.9)$$

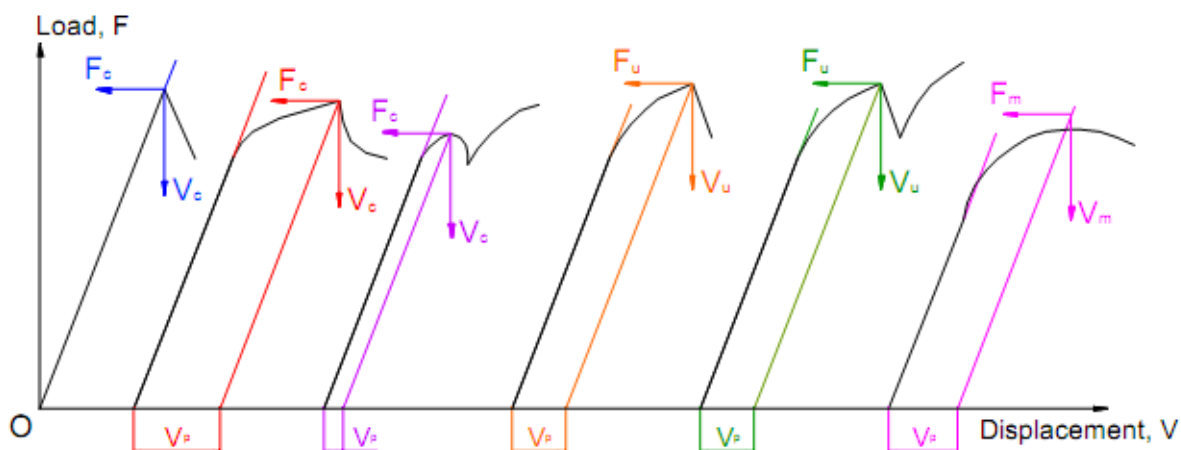
## 5.2.2 Određivanje kritičnog otvaranja pukotine

Da bi odredili kritično otvaranje vrška pukotine potrebno je utvrđivanje početka rasta pukotine tj. potrebno je utvrditi vrijednost  $\delta_t$  koristeći definicije prema BS 7448.

$\delta_c$  – vrijednost  $\delta_t$  pri inicijaciji nestabilnog rasta ili skoka pukotine ako je  $\Delta a < 0,2$  mm,

$\delta_u$  – vrijednost  $\delta_t$  pri inicijaciji nestabilnog rasta ili skoka pukotine ako je  $\Delta a > 0,2$  mm,

$\delta_m$  – vrijednost  $\delta_t$  pri dostizanju najvećeg opterećenja u zoni plastičnosti.



Slika 5.5 Otvoranje vrška pukotine – veza  $J$ -integral i  $CTOD$

Za proračun mjerodavne vrijednosti otvaranja vrška pukotine  $\delta_t$  potrebno je odrediti odgovarajuće vrijednosti sile  $F$  i pomak napadne točke  $q$  ili  $V$ .

Za dijagrame 1 - 5 prikazane na slici 5.5. vrijednosti odgovarajuće vrijednosti sile i pomaka napadne točke su ( $F_c$ ,  $V_c$ ) ili ( $F_u$ ,  $V_u$ ) ovisno o tome da li je  $\Delta a$  manje, veće ili jednako od 0,2 mm, a koje odgovaraju jednoj od slijedeće tri varijante lomu prve pojave skoka pukotine;

- prvom većem skoku pukotine prije loma, prema dijagramima 3 ili 5 prikazanim na slici 5.5., ili prije prvog dostizanja maksimalne sile, pri smanjenju najmanje za 5%;
- lomu, kada se vrijednosti skoka pukotine prije loma odgovaraju smanjenju sile manjem od 5%.

Za dijagram 6 slika 5.5, određuju se vrijednosti ( $F_m$ ,  $V_m$ ) koje odgovaraju maksimalno dostignutoj veličini sile, ako se prije toga ne pojavi lom ili skok pukotine.

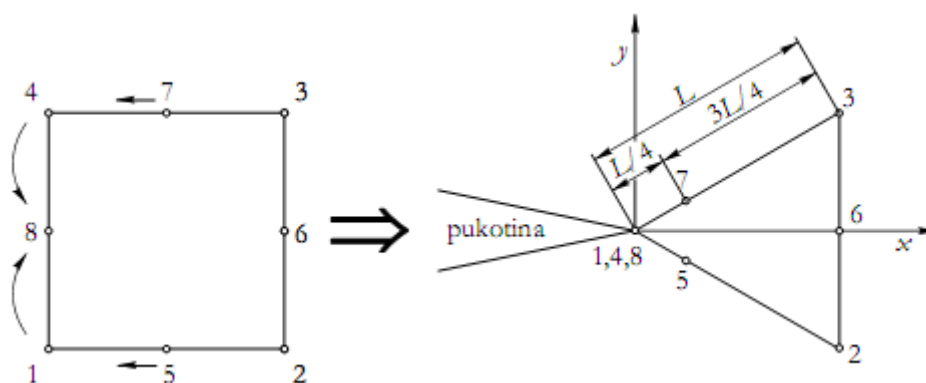
Osim kao kritična vrijednost parametra mehanike loma, otvaranje vrška pukotine može se koristiti za određivanje krivulje otpornosti materijala na rast pukotine.

### 5.2.3 Faktor intenzivnosti naprezanja

Faktor intenzivnosti naprezanja je ovisan o duljini i orijentaciji pukotine, geometriji strojnog dijela te raspodjeli opterećenja, i općenito ima oblik:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a Y} \quad (5.10)$$

gdje je  $Y$  faktor oblika, kojim se uzima u obzir utjecaj geometrije elementa, duljine pukotine i tipa opterećenja. Faktor oblika  $Y = 1$  za pukotinu u beskonačnoj ploči okomitoj na jednolično opterećenje. U literaturi se nalaze analitički i empirijski izrazi za izračunavanje faktora intenzivnosti naprezanja za uzorke jednostavne geometrije s različitim oblicima pukotina, te za različita opterećenja. Kako strojni dijelovi najčešće nisu jednostavne geometrije, te su najčešće podvrgnuti složenom stanju naprezanja, razvijene su metode izračunavanja faktora intenzivnosti naprezanja metodom konačnih elemenata (*MKE*). U početnim studijama izračunavanja faktora intenzivnosti naprezanja korištenjem metode konačnih elemenata, koristila se veoma gusta mreža elemenata da bi se riješio problem singularnosti polja naprezanja. Kako je kod elastičnih materijala nemoguće postići «  $1/\sqrt{r}$  singularnost » standardnim elementima, razvijeni su hibridni elementi, tj. singularni izoparametarski četvrtinski elementi. Singularni izoparametarski četvrtinski element je dobiven iz izoparametarskog 8-čvornog kvadratnog elementa, na način da se čvorovi 1, 4 i 8 grupiraju u vršku pukotine, a čvorovi sa sredine stranice premještaju na četvrtinu duljine stranice kao što je pokazano na slici 5.6.



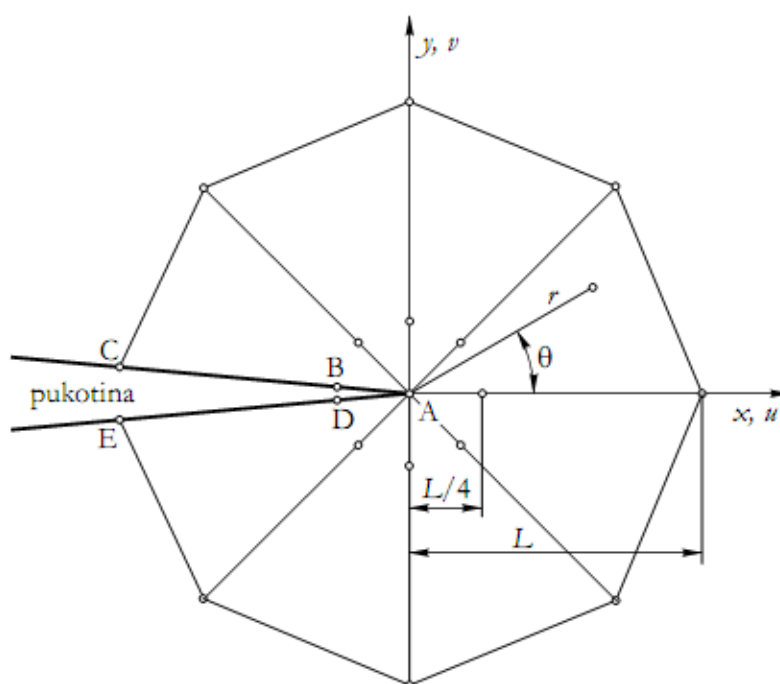
Slika 5.6 Izoparametarski 8-čvorni kvadratni element i singularni izoparametarski četvrtinski element

Postoji niz metoda za izračunavanje faktora intenziteta naprezanja korištenjem metode konačnih elemenata, a najčešće su korištene slijedeće metode

- Metoda korelacija pomaka (en. Displacement Correlation Technique – DCT);
- Faktor oslobođene potencijalne energije dobiven metodom modificiranog integrala zatvaranja pukotine (en. *Modified Crack Closure Integral Technique – MCC*);
- Metoda J-integrala dobivenog pomoću ekvivalentnog površinskog integrala (en. *Equivalent Domain Integral – EDI*).

### 5.2.3.1 Metoda korelacija pomaka

U metodi korelacije pomaka se pomaci dobiveni metodom konačnih elemenata izjednačavaju s analitičkim rješenjem izraženim preko faktora intenziteta naprezanja.



Slika 5.7 Izoparametarski singularni element oko vrška pukotine

Polje pomaka  $u$  može se definirati pomacima čvorova izoparametarskog singularnog četvrtinskog elementa (slika 5.7)

$$v = (r, \theta) = v_A + (-3v_A + 4v_B - v_C) \sqrt{\frac{r}{L}} + (2v_A + 2v_C + 4v_B) \frac{r}{L} \quad (5.11)$$

$$u(r, \theta) = u_A + (-3v_A + 4u_B - u_C) \sqrt{\frac{r}{L} + (2u_A + 2u_C - 4u_B) \frac{r}{L}} \quad (5.12)$$

Ovdje su  $u_A$  i  $v_A$  pomaci krutog tijela u x odnosno y pravcsmjeru. Relativni pomak između dvije točke simetrične u odnosu na x os iznosi

$$u^*(r, \theta) = u(r, \theta) - u(r, -\theta) \quad (5.13)$$

$$v^*(r, \theta) = v(r, \theta) - v(r, -\theta) \quad (5.14)$$

Uređivanje predhodne dvije grupe jednadžbi dovodi do

$$u^*(r, \theta) = [4(u_B - u_D) - (u_C - u_E)] \sqrt{\frac{r}{L} + [2(u_C - u_E) - 4(u_B - u_D)] \frac{r}{L}} \quad (5.15)$$

$$v^*(r, \theta) = [4(v_B - v_D) - (v_C - v_E)] \sqrt{\frac{r}{L} + [2(v_C - v_E) - (v_B - v_D)] \frac{r}{L}} \quad (5.16)$$

Analitičko rješenje relativnog pomaka glasi

$$u = K_{II} \frac{\kappa + 1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (5.17)$$

$$v = K_I \frac{\kappa + 1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (5.18)$$

Faktori intezivnosti napreznajasu definirani izrazima

$$K_I = \frac{G}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{2\pi}{L} [4(v_B - v_D) - (v_C - v_E)]} \quad (5.19)$$

$$K_{II} = \frac{G}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{2\pi}{L} [4(u_B - u_D) - (u_C - u_E)]} \quad (5.20)$$

### 5.2.3.2 Metoda J-integrala računano s ekvivalentnim površinskim integralom

Nedostatak teorijske osnove kod *CTOD* parametra elasto-plastične mehanike loma doveo je do uvođenja još jednog parametra elasto-plastične mehanike loma, tzv. *J-integrala*. Bitne odlike *J-integrala* su

1. neovisnost putanje integracije, to omogućava jednostavno numeričko, analitičko ili eksperimentalno određivanje;
2. mogućnost opisa elasto-plastičnog polja naprezanja i deformacija oko vrška pukotine;
3. mogućnost identifikacije sa brzinom oslobođene energije, energetski parametar.

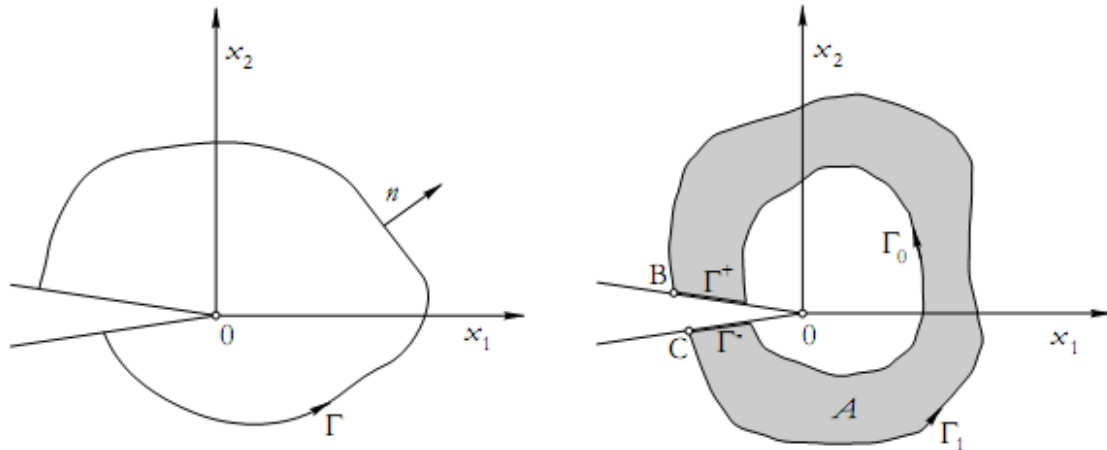
*J-integral* vrijedi u slučaju kada nema rasterećenja u području plastične deformacije, što je u pravilu ispunjeno kod vrlo malih plastičnih deformacija i malog rasta duljine pukotine.

Krivuljni *J-integral* glasi:

$$J_k = \int_{\Gamma} \left( w n_k - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_j \right) d\Gamma, k=1,2 \quad (5.21)$$

gdje je  $w$  gustoća energije deformiranja

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}. \quad (5.22)$$



a) Koordinatni sustav i krivulja  $\Gamma$  oko vrška pukotone

b) Površina  $A$  omeđena krivuljama  $\Gamma_0$  i  $\Gamma_1$

Slika 5.8 Krivulje oko vrška pukotine

Izraz (5.21) modificira se množenjem s težinskom funkcijom  $q$  koja ima vrijednost  $q = 1$  na unutarnjoj konturi  $\Gamma_0$ , a nula na vanjskoj konturi  $\Gamma_1$  (slika 5.8):



$$J_k = \int_{\Gamma_0 + \Gamma_1} \left( wn_k - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_j \right) q d\Gamma \quad (5.23)$$

Prethodni izraz se može pisati:

$$J_k = - \int_{\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma^+ \Gamma^-} \left( wn_k - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_j \right) q d\Gamma + (J_k)_{linijski} \quad (5.24)$$

U izrazu (5.24) prvi izraz na desnoj strani integrala duž zatvorene konture  $\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma^+ + \Gamma^-$  koja ne uključuje vršak pukotine, a drugi izraz s desne strane predstavlja integrale na rubovima pukotine duž linija (BO i CO). Integral duž zatvorene konture iz izraza (5.24) primjenom Stokesova teorema može se transformirati u integral površine A

$$J_k = - \int \left( w \frac{\partial q}{\partial x_k} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) dA - \int \left( \frac{\partial w}{\partial x_k} - \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_k} \right) q dA + (J_k)_{AO+BO} \quad (5.25)$$

Za linearno elastični materijal drugi izraz na desnoj strani prethodnog izraza je jednak nuli. Također  $J_1$  za linearno elastični materijal je ekvivalentan faktoru oslobođene energije izračunatom pomoću metode virtualnog produljenja pukotine

Linijski integrali  $(J_1)_{BO+CO} = 0$  i  $(J_2)_{BO+CO} = 0$  kada nema opterećenja na rubovima pukotine. Kada je opterećenje tipa I ili tipa II, kao i u slučaju opterećenja mješovitog tipa  $(J_2)_{BO+CO} \neq 0$ , budući da u tom slučaju uz singularna naprezanja oko vrška pukotine postoje i nesingularna naprezanja. Postojanje linijskog integrala različitog od nule poništava prednosti transformacije krivuljnog u površinski integral.

Računanje linijskih integrala se može izbjeći provođenjem metode dekompozicije. Ovim pristupom se polja pomaka i naprezanja rastavljaju na simetrični dio (tip I) i antisimetrični (tip II) dio. Pomoću tako rastavljenih pomaka i naprezanja mogu se dobiti dva simetrična integrala  $J_{S1}$ , i  $J_{S2}$ , te dva antisimetrična integrala  $J_{AS1}$  i  $J_{AS2}$ .

Integrali  $J_{S2} = 0$  i  $J_{AS2} = 0$  (produkt singularnog i nesingularnog naprezanja za rastavljeno simetrično i antisimetrično polje naprezanja je jednak nuli), pa je onda za linearno elastični materijal, uz uvjet da nema opterećenja na rubovima pukotine

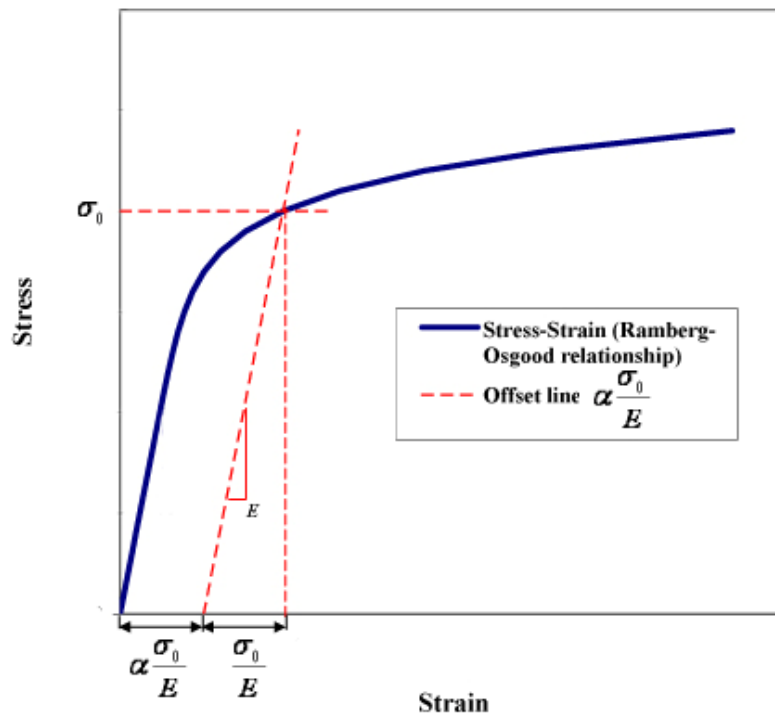
$$J_1 = J_{S1} = - \int_A \left( w(u'_i) \frac{\partial q}{\partial x_1} - \sigma_{ij}(u'_i) \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) dA \quad (5.26)$$

$$J_{II} = J_{AS1} = - \int_A \left( w(u_i^{II}) \frac{\partial q}{\partial x_1} \sigma_{ij}(u_i^{II}) \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) dA \quad (5.27)$$

Kao parametar veze između naprezanja i deformacije *J-integral* definira polje naprezanja oko vrška pukotine kod nelinearno elastičnih materijala, a njegovo ponašanje opisuje se *Ramberg-Osgood relacijom* (slika 5.9).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_0}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.28)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta); \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta) \quad (5.29)$$



Slika 5.9 Ramberg-Osgood dijagram

gdje je  $\sigma_0$  referentno naprezanje  
 $\varepsilon$  odgovarajuća deformacija,  
 $\alpha$  bezdimenzijska konstanta.

Rajs je, osim uvođenja *J-integral* neovisanog od putanje, pokazao i da je vrijednost *J-integrala* jednaka brzini oslobađanja energije u nelinearno-elastičnom tijelu.

$$J = -\frac{1}{B} \frac{d\Pi}{da} \quad (5.30)$$

gdje je  $\Pi$  potencijalna energija,  
 $a$  duljina pukotine,  
 $B$  debljina ploče.

$$\Pi = U - W; \quad U^* = \int_0^P \Delta dP; \quad J = \left( \frac{dU^*}{da} \right)_P \quad (5.31)$$

Za  $B = 1$  slijedi

$$J = \left( \frac{\partial}{\partial a} \int_0^P \Delta dP \right)_P = \int_0^P \left( \frac{\partial \Delta}{\partial a} \right)_P dP; \quad (5.32)$$

a za linearno elastičan materijal vrijedi:  $J = G = \frac{K_I^2}{E}$  (5.33)

#### 5.2.4 Brzina širenja pukotine

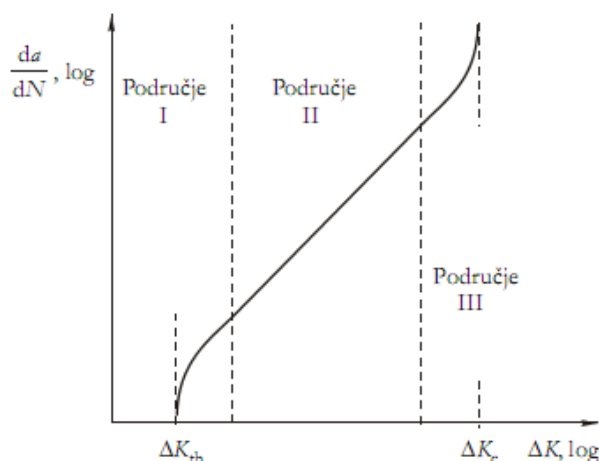
Kako je ranije navedeno, ukoliko je plastična zona ispred vrška pukotine relativno mala u odnosu na duljinu pukotine, stanje oko vrška pukotine može se opisati samo s jednim parametrom - *faktorom intenzivnosti naprezanja*.

Primjena mehanike loma u izračunavanju brzine širenja pukotine zasnovana je na principu sličnosti. Prema principu sličnosti dvije pukotine opterećene promjenjivim opterećenjem, s ciklusom jednakog konstantnog raspona faktora intenziteta naprezanja, imaju jednako polje naprezanja i deformacije oko vrška pukotine, iz čega proizlazi da će i brzina širenja tih dviju pukotina biti jednaka. Dakle, porast duljine pukotine po ciklusu je funkcija raspona faktora inteziteta naprezanja

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (5.34)$$

gdje je  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ , (5.35)

$$R = K_{\min} / K_{\max} \quad (5.36)$$



Slika 5.10 Krivulja rasta pukotine u metalima

Uočljivo je da je širenje pukotine na početku ubrzano (područje *I*), zatim prelazi u fazu stabilnog rasta (područje *II*), da bi konačno prešlo u fazu kritičnog širenja pukotine (područje *III*). U području *I* brzina širenja pukotine teži nuli kako se raspon faktora intenzivnosti naprezanja približava pragu širenja pukotine

$$\Delta K_{th} = K_{th,max} - K_{th,min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi a_{th} Y} \quad (5.37)$$

gdje je  $a_{th}$  duljina začete pukotine.

U području *II* pukotina raste linearno u log-log dijagramu, pa se može opisati jednadžbom

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (5.38)$$

gdje su  $C$  i  $m$  konstante materijala koje se eksperimentalno određuju.

U području *III* pukotina ubrzano raste kako se raspon faktora intenzivnosti naprezanja približava  $\Delta K_c$

$$\Delta K_c = K_{IC} - K_{C,min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi a_c Y} \quad (5.39)$$

gdje je:  $a_c$  kritična duljina pukotine,

$K_{IC}$  lomna žilavost.

McEvily je razvio izraz koji vrijedi za čitavu krivulju rasta pukotine koji je, za razliku od prethodnih empirijski dobivenih jednadžbi, zasnovan na jednostavnom fizikalnom modelu:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^2 \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_{IC} - K_{max}} \right) \quad (5.40)$$

Iz svih ovih jednadžbi integriranjem se može dobiti vrijeme potrebno za rast pukotine od neke proizvoljne duljine do kritične duljine. Također svi navedeni izrazi vrijede u slučaju opterećenja tipa *I*.

Ispitivanje opterećenjem mješovitog tipa (tip *I* i tip *II*) uočeno je da i mali raspon faktora intenzivnosti naprezanja tipa *II* značajno povećava brzinu širenja pukotine. Zbog toga su razvijeni modeli koji uzimaju u obzir i doprinos opterećenja tipa *II* korištenjem ekvivalentnog faktora intenzivnosti naprezanja u Parisovoj jednadžbi

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m \quad (5.41)$$

Ideja korištenja ekvivalentnog faktora intenziteta naprezanja je posebno pogodna jer je većina podataka o materijalima podvrgnutih promjenjivom opterećenju dobivena ispitivanjima opterećenjima konstantne amplitude tipa *I*, te bi bilo od velike važnosti kad bi se ti podaci mogli koristiti u konstruiranju s obzirom na umor i u slučaju opterećenja mješovitog tipa.

Za određivanje ekvivalentnog faktora intenzivnosti naprezanja može se koristiti kriterij maksimalnog cirkularnog naprezanja, te je u tom slučaju izraz:

$$\Delta K_{eq} = \cos^2 \frac{\theta_0}{2} \left( \Delta K_I \cos \frac{\theta_0}{2} - 3\Delta K_{II} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) \quad (5.42)$$

gdje je  $\theta_0$  smjer širenja pukotine dobiven iz MCN-kriterija

Tanaka je razvio model zasnovan na pretpostavci da plastične deformacije zbog promjenjivog vlačnog naprezanja ne utječu na plastične deformacije zbog promjenjivog smičnog naprezanja i obrnuto, te da je rezultirajuće polje pomaka zbroj pomaka uslijed obaju tipova opterećenja

$$\Delta K_{eq} = \sqrt[4]{\Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4} \quad (5.43)$$

Mješoviti tip opterećenja se, osim ekvivalentnim faktorom intenziteta naprezanja, može uzeti u obzir i pomoću faktora gustoće energije deformiranja, pa se u tom slučaju modificira Parisova jednačba i glasi

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta S)^n \quad (5.44)$$

pri čemu je

$$\Delta S = 2 \left[ a_{11}(\theta_0) \Delta K_I \bar{K}_I + a_{12}(\theta_0) (\Delta K_I \bar{K}_{II} + \Delta K_{II} \bar{K}_I) + a_{22}(\theta_0) \Delta K_{II} \bar{K}_{II} \right] \quad (5.45)$$

gdje je

$\theta_0$  smjer širenja pukotine;

faktori  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  su dobiveni uvrštenjem kuta  $\theta_0$  u izraze;

$\Delta K_I$  i  $\Delta K_{II}$  su rasponi

$K_I$  i  $K_{II}$  su srednje vrijednosti

## 6. DIGITALNA KORELACIJA SLIKE (DIC)

Digitalna korelacija slike je optička metoda koja služi za precizno 2D i 3D mjerenje deformacija i pomaka pomoću digitalnih slika. Precizno mjerenje pomaka i deformacija je od izrazite važnosti. Povećana složenost tehnoloških uređaja i strogi zahtjevi prostora dovode do nesavršenosti rubnih uvjeta koji moraju biti pravilno uzeti u obzir. Kako je budućnost u minimiziranju uređaja do nanometarskih veličina, to povećava poteškoće pri mjerenju pomaka, te određivanju deformacija i naprezanja.

Kao posljedica takvih zahtjeva poželjno je da metoda ima sljedeća obilježja

- ne postoji kontakt s mjernim objektom;
- ima dovoljno veliku rezoluciju mjerenja lokalnog područja;
- ima sposobnost snimanja nejednolike deformacije;
- omogućava izravno mjerenje, koje ne zahtijeva numerički ili analitički model.

Optičke metode su logično rješenje za ovakvu vrstu mjerenja. Jedan od pristupa je interferometrijski pomak (*ISDG*) koji je razvio Sharp i to laserskom tehnikom koja pruža značajne prednosti nad konvencionalnim metodama mjerenja deformacija. *ISDG* koristi dva markera na površini uzorka, a analogne su Young-ovom eksperimentu s dvije pukotine. Ova tehnika nudi vrhunsku rezoluciju i otkrivanje lokalne deformacije, ali je ograničena na jednodimenzionalna mjerenja i za provođenje je potreban viši stupanj znanja. *ISDG* također zahtijeva korištenje markera. U slučaju mehaničkog ispitivanja tankog filma gdje je debljina u mikrometarskom rasponu, tvrdoća uvlake ne dolazi u obzir, te se polažu linije. Mogući ishod je da red linija bude deblji od samog uzorka, koje bi mogle značajno izmijeniti unutarnja svojstva materijala koji se ispituje.

Digital image correlation (*DIC*) sve je popularnija tehnika, posebno u mikro i nano metodama mehaničkih ispitivanja zbog svoje relativne jednostavnosti, jednostavne implementacije i korištenja. Napredak digitalne fotografije omogućuje tehnologiju mjerenja za ovu metodu. *DIC* tehnici ispitivanja nedavno je pridružen *SEM* i *AFM*. Sposobnost metode temeljene na "box-seat" je veća za analizu događanja koja su se dogodila tijekom deformacije. Ove tehnike su primijenjive za ispitivanje mnogih materijala i sustava jer nude potpuno mjerenje i relativno veliki spektar "markera" na različitim površinama.

Nedostatak fleksibilnosti i previsoki troškovi komercijalnog *DIC* programskog paketa rezultirali su tim da se *DIC* programski paket nudi u *open-source* paketu koji je svima dostupan. Njime se mogu koristiti svi kojima je potreban ovakav program, a za uzvrat korisnici dostavljaju povratne informacije koje služe za poboljšavnaje i dopunjavanje koda.

*DIC* je prvobitno zamišljen i razvijen na University of South Carolina početkom 1980., a optimiziran je i poboljššan posljednjih godina. *DIC* je utemeljen na uvećanju koeficijenta korelacije koji se utvrđuje uvidom *piksel* polja na dvije ili više slika, te vađenje odgovarajuće funkcije deformacije na koju se odnosi (slika 6.1). Kako bi se smanjili koeficijenti korelacije za *2D* pomoću nelinearne optimizacije koristi se iterativni pristup. Koeficijent korelacije je definiran kao

$$r_{ij} \left( u, v, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 1 - \frac{\sum_i \sum_j [F(x_i, y_j) - \bar{F}] [G(x_i^*, y_j^*) - \bar{G}]}{\sqrt{\sum_i \sum_j [F(x_i, y_j) - \bar{F}]^2 \sum_i \sum_j [G(x_i^*, y_j^*) - \bar{G}]^2}} \quad (6.1)$$

U izrazu (61)  $F(x_i, y_j)$  je intenzitet piksela ili vrijednost sive skale u točki  $(x_i, y_j)$  u slici nedeformiranog uzorka.  $G(x_i^*, y_j^*)$  je vrijednost sive skale u točki  $(x_i^*, y_j^*)$  na slici deformiranog uzorka.

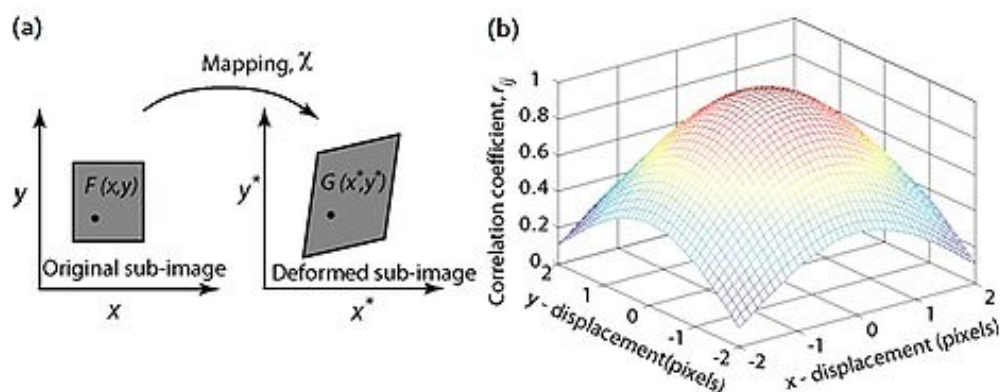
$\bar{F}$  i  $\bar{G}$  su vrijednosti intenziteta matrice. Koordinate točaka  $(x_i, y_j)$  i  $(x_i^*, y_j^*)$  su veza među deformacijama koje se događaju između dvije slike. Ako je pomak okomit na optičke osi kamere, tada se odnos između  $(x_i, y_j)$  i  $(x_i^*, y_j^*)$  može aproksimirati *2D* transformacijama kao što su:

$$x^* = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \quad (6.2)$$

$$y^* = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \quad (6.3)$$

Ovdje su  $u$  i  $v$  pomaci od centra nedeformirane slike u smjeru  $x$  i  $y$  osi. Udaljenosti od nedeformirane slike do točke  $(x, y)$  su obilježeni s  $\Delta x$  i  $\Delta y$ . Dakle, koeficijent korelacije je funkcija pomaka komponente  $(u, v)$  i gradijenata pomaka.



Slika 6.1 Osnovni koncept *DIC* metode

*DIC* se pokazao kao vrlo učinkovit u otkrivanju deformacija u mikroskopskim mehaničkim ispitivanjima, gdje se direktno primjenjuju markeri (npr. boja, toner prah) ili završna obrada poliranjem i time se osigurava potreban kontrast u cilju povezivanja slika. Međutim, ove metode za primjenu kontrasta na površini iz više se razloga ne odnose na primjenu tankih filmova. Prvo, napanje pri sobnoj temperaturi na poluvodičkim podlogama rezultira površinskim efektom ogledala s *RMS* debljinom od nekoliko nanometara. Nema naknadnog poliranja ili završne obrade koje su potrebne, osim ako se mogu riješiti strukturalna svojstva tehnikom slikanja elektrona. Za mjerenje korelacijom slike, filmovi nemaju dovoljno dobar kontrast površine. Obično se ovaj problem može zaobići primjenom rastera koji rezultira slučajnim uzorkom pjega na površini.

Prihvatljiva je primjena vrlo finog praha koji se elektrostatički drži na površini uzorka i može se digitalno pratiti. Za Al tanke filmove, korišten je prah od poliranja koje se može relativno dobro kontrolirati, iako je adhezija na Al-filmovima loša, te su čestice sklone nakupljanju. Najbolje se pokazao silicijev prah dizajniran za visoke temperature koji se primjenjuje kroz *airbrush*. Lagan sloj prekriva površinu, a grublje čestice se mogu lagano otpuhnuti. Preostale čestice će biti one s najboljim prijanjanjem na površinu i pod niskim kutem osvjetljenja čime će se pojaviti uzorak. Iako je kontrast površine prisutan, nažalost nije idealan za *DIC*. Veliki kontrast između čestica i pozadine omogućava praćenje čestice uspoređujući uzastopne digitalne fotografije snimljene tijekom deformacije. To se izravno postiže obradom fotografija digitalnom tehnikom, iako je rezolucija fotografija uvijek ograničena na veličinu jednog piksela.

Za praćenja s rezolucijom ispod jednog *piksela*, razvijen je algoritam koji koristi MATLAB, a nazvan je *Digital Differential Image Trackig (DDIT)*.

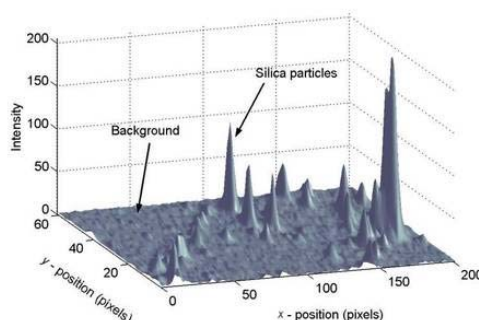
### 6.1 Diferencijalno digitalno praćenje slike (DDIT)

*DDIT* metoda iskorištava oblik čestica praha digitalno snimljenog u intenzitetu kao što je prikazano na slici 6.2. Čestice se predstavljaju kao vrhovi, a podloga kao baza. Matematički je moguće dobiti funkcije koje opisuju navedenu pojavu. *DDIT* skripta radi na način kako je shematski prikazano na slici 6.2.

Međudjelovanje *DDIT* i *DIC* metode sastoji se od:

1. slike su snimljene tijekom mehaničkih ispitivanja,
2. popis slika se generira, a za sinkronizaciju *DDIT* podataka uzimaju se slike snimljene tijekom ispitivanja.

Markeri se automatski označavaju u prvoj slici (nakon automatskog oduzimanja pozadine). Označavanje se radi algoritmom za obradu slika koji povezane komponente pretvara u binarnu sliku i nakon toga ispisuje informacije o veličini i obliku tih komponenti (npr. područje, granični okvir, težište, glavna os duljine, itd.). Čestice sa svojstvima koje nisu u skladu sa specifikacijama "*idealnog ili očekivanog*" oblika se izbacuju, a ostatak markera u prvoj slici odgovara primjeni za Gaussovu funkciju najmanjih kvadrata. Normirani ostaci vrha su izračunate funkcije za svaki vrh (obično nekoliko stotina, kao što pokazuje slika 6.2), a opet, uklanjaju se loši podaci koji bi ugrozili analizu. Ovaj proces se nastavlja za svaku sliku u nizu, a rezultat obuhvaća položaj centra vrha, koji potom (nakon obrade koristeći skripte za vizualizaciju i analizu podataka) omogućuju vizualizaciju i izlazne podatke. *DDIT* tehnika također je uspješno primijenjena na testiranje  $\text{SiO}_2$  i nodularnih Al filmova.



Slika 6.2 Intezitet profila markera za DDIT

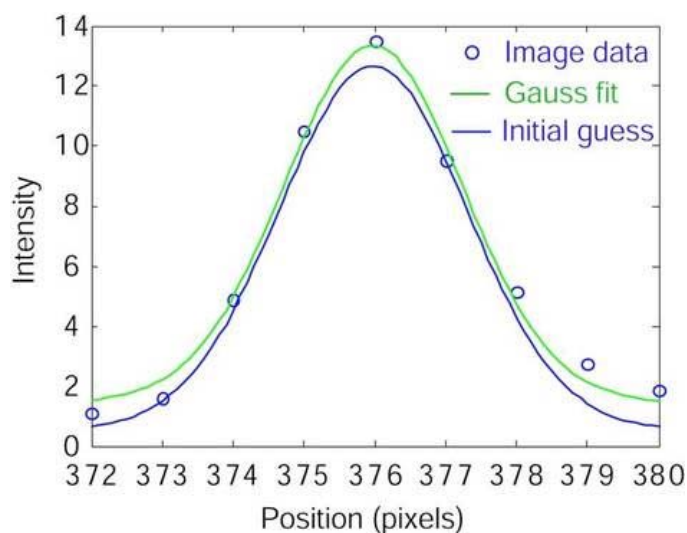
## 6.2 Rezolucija *DIC/DDIT*

Rezolucija ove metode u praksi ovisi o nizu faktora, uključujući razlučivost kamere, optičku kvalitetu objektiva, veličinu i kvalitetu markera.

Da bi se pokazalo rješenje koje se može postići koristeći postavu i tehniku opisanu u ovom dijelu koristeći i *DIC* i *DDIT* proveden je test vlačnog naprezanja. Ovaj je test proveden na krhkom, linearno-elastičnom, submikrometarskom ( $t \sim 250$  nm), samostojećem uzorku. Uzorak je analiziran pomoću obje metode. Ovakav uzorak je odabran zbog teško rješivih malih naprezanja, radi se o amorfnom materijalu minimizirane strukturne nehomogenosti.

U testu je prvotno napravljen početni raster za *DIC* metodu i automatski je označen markerima ("dobri" markeri su prikazani kao kružići), što je prikazano na slici 6.3. Deformacija je prikazana na slici 6.3, gdje su uzdužna naprezanja (prikazana plavom bojom) i poprečna naprezanja (prikazana zelenom bojom) izračunata *DIC* metodom s dvije veličine slike (15 i 25 piksela) i *DDIT* metodom.

Iz rezultata neosporno se može zaključiti da su obje metode odlične za mjerenje modula elastičnosti uzoraka, iako je rezolucija poprečne deformacije dobivene *DIC* metodom na gornjoj granici onoga što bi se željelo za mjerenje Poissonovog koeficijenta.

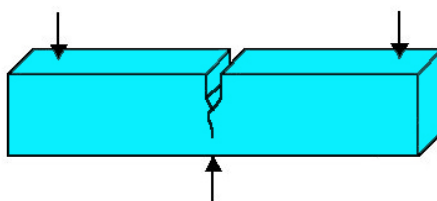


Slika 6.3 Intezitet markera odgovara Gausovoj raspodjeli

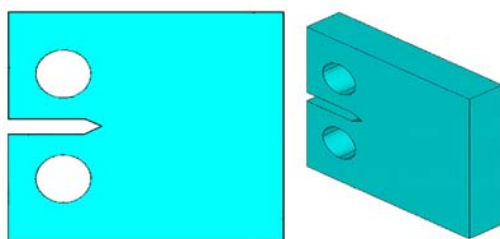
## 7. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE PARAMETARA LOMA

### 7.1 Određivanje koeficijenta intezivnosti naprezanja prema normi ASTM E 1820

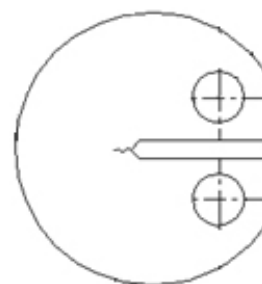
Parametar mehanike loma, koeficijent intezivnosti naprezanja može se odrediti na više načina. Jedna od standardnih metoda propisana je standardom ASTM E 1820. Određivanje koeficijenta intezivnosti pri ravninskom stanju deformiranja ispituje se na epruveti sa zarezom i iniciranom pukotinom propisane dužine. Preporučuju se epruvete za savijanje u tri točke – SE(B) (slika 7.1) te kompaktne epruvete za vlačno opterećenje C(T) (slika 7.2) i DC(T) (slika 7.3).



Slika 7.1 SE(B) epruveta



Slika 7.2 C(T) epruveta



Slika 7.3 DC(T) epruveta

SE(B) epruveta se pokazala najjednostavnijom za ispitivanje zbog načina opterećenja (savijanje), dok C(T) epruveta omogućava značajnu uštedu materijala kao i primjenu manje sile za ispitivanje. Priprema epruvete prema normi obuhvaća i iniciranje pukotine uz ograničenje, od kojih je najvažniji da faktor intezivnosti naprezanja pri iniciranju pukotine bude maksimalno  $0,8 K_{IC}$ .

Postupak ispitivanja se provodi na iniciranoj epruveti koja se statički opterećuje do loma brzinom od 0,55 do 2,75 MPa/s zapis dijagrama sila – CMOD (Crack mouth opening displacement). Koeficijent intezivnosti naprezanja izračunava se prema jednadžbi

$$K_I = \frac{F}{B\sqrt{W^2}} f\left(\frac{a_o}{W}\right) \quad (7.1)$$

$$f\left(\frac{a_o}{W}\right) = \frac{1,99 - \left(\frac{a_o}{W}\right)\left(1 - \left(\frac{a_o}{W}\right)\right)\left(2,15 - 3,931\left(\frac{a}{W}\right) + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)\right)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\lambda)(1 - \lambda)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.2)$$

Tako da se koristi sila F koja se očitava iz dijagrama F-CMOD.

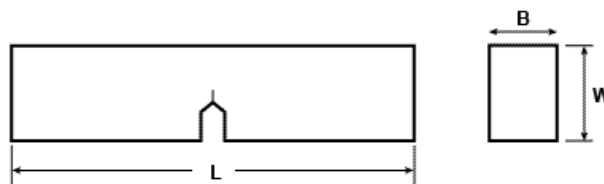
## 7.2 Određivanje parametara loma iz polja pomaka

U ovom radu potrebno je odrediti polje pomaka i deformacija na tri različita uvećanja te je potrebno odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pri različitom iznosu opterećenja. Eksperiment je podjeljen na pripremu eksperimenta i provedbu. U pripremi eksperimenta određuje se vrsta i dimenzije epruvete, način opterećenja, iniciranje pukotine, dok u provedbu eksperimenta spada određivanje polja pomaka i deformacija DIC metodom.

### 7.2.1 Priprema eksperimenta

#### 7.2.1.1 Odabir ispitnog uzorka

Za određivanje koeficijenta intezivnosti naprezanja odabrana je SE(B) epruveta. Prilikom dimenzioniranja epruvete uzeto je u obzir radno područje uređaja na kojem će se inicirati pukotina. Epruveta za savijanje u tri točke namjenjena za određivanje parametara mehanike loma izrađena je iz materijala AlCuTbPb. Oblik i dimenzije epruvete prikazane su na slici 7.4 i u tablici 7.1



Slika 7.4 Ispitni uzorak – SE(B) epruveta

Tablica 7.1 Dimenzije mjernog uzorka

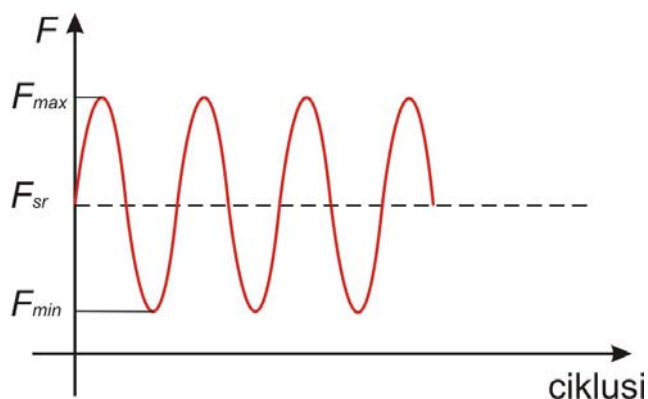
Duljina L mm	Visina W mm	Širina B mm
90	20	10

### 7.2.1.2 Iniciranje pukotine

Nakon što je odabran ipitni uzorak potrebno je inicirati pukotinu od 1 do 1,3 mm. Pukotina je inicirana na servohidrauličkoj kitalici (slika 7.5), a opterećenje je sinusoidnog oblika koje se kreće u rasponu od 240 N do 2400 N, tj. srednja vrijednost sile iznosi 1320 N a amplituda sile 1080 N (slika 7.6). Pukotina je inicirana frekvencijom od 10 Hz pri sobnoj temperaturi. Nakon 6546 ciklusa prekinuto je ciklično opterećenje SE(B) epruvete jer je nastala pukotina od 1,1 mm.



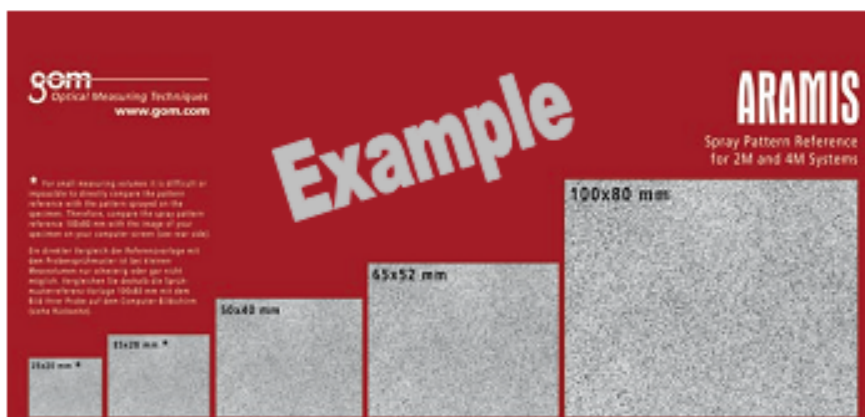
Slika 7.5 Servohidraulička kitalica *WALTER+BAI AG*



Slika 7.6 Sinusoidni oblik opterećenja

### 7.2.2 Mjerenje polja pomaka i polja deformacija

Mjerenje polja pomaka i polja deformacija provodi se u komercijalnom optičkom sustavu ARAMIS. Ovaj optički mjerni sustav temelji se na principu objektnog rastera. Sustav funkcionira na različitim uvećanjima uz uvjet da se na bijelu podlogu stohastički nanese crne točkice (slika 7.7).



Slika 7.7 Usporedba uzoraka rastera

Tijekom opterećivanja digitalnom kamerom snima se mjerni objekt te se naknadnom obradom slika određuje promjena pomaka ili raspodjele deformacija po površini. U ovom radu rađena su mjerenja na različitim uvećanjima i pri različitim opterećenjima.

Prvo mjerenje rađeno je sa standarnim optičkim posatvom Aramis sustava u kojem su korištene dvije digitalne kamere sa objektivom 50 mm ( slika 7.8a).





Slika 7.8 a Aramis sustav za snimanje



Slika 7.8b CMONT kamera

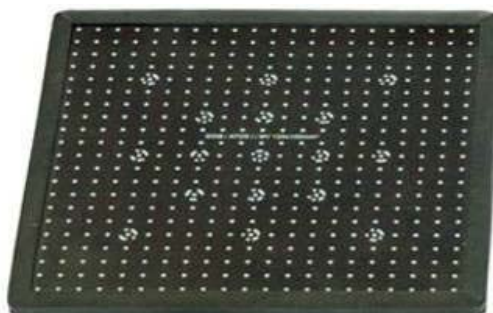
Drugo ravninsko mjerenje provedeno je jednom klasičnom CMONT kamerom s objektivom 50 mm (slika 7.8b).

Treće mjerenje je također ravninsko pri čemu su na klasičnu CMONT kameru dodana dva distantna prstena od 40 i 20 mm kako bi se postiglo veće uvećanje oko vrška pukotine.

U slijedećem poglavlju detaljno su opisana mjerenja.

#### 7.2.2.1 Stereometrijsko mjerenje optičkim sustavom ARAMIS

Prije samog mjerenja polja pomaka i deformacija potrebno je odrediti u koju grupu prema dimenzijama spada SE(B) epruveta, te prema tome namjestiti udaljenost kamera od, mjernog objekta, međusobnu udaljenost kamera, dužinu ekspozicije te nakon toga izvršiti kalibraciju sustava prema standardnom kalibru (slika 7.9).

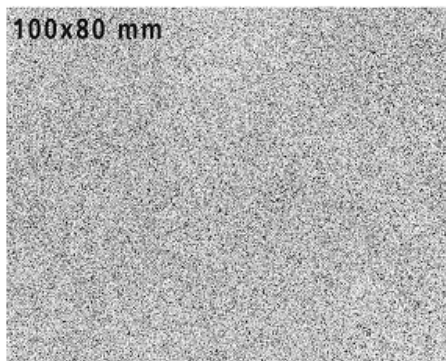


Slika 7.9 Standardni kalibar

Da bi softverski sustav Aramis mogao analizirati polje pomaka ili deformacija, na površini mjernog objekta mora biti raster (bijela površina sa stohastički nanesenim crnim točkicama) (slika 7.10). Kao raster može se koristiti i prirodna tekstura materijala. SE(B) epruveta izrađena je iz aluminijske legure te joj je površina ispolirana (slika 7.11), tako da



je na nju morao biti nanesen raster. U ovom mjerenju korišteni su standardni bijeli sprej koji je nanešen kao podloga te su nakon toga nanesene crne točkice sa crnim sprejem.



Slika 7.10 Raster na površini SE(B) epruvete

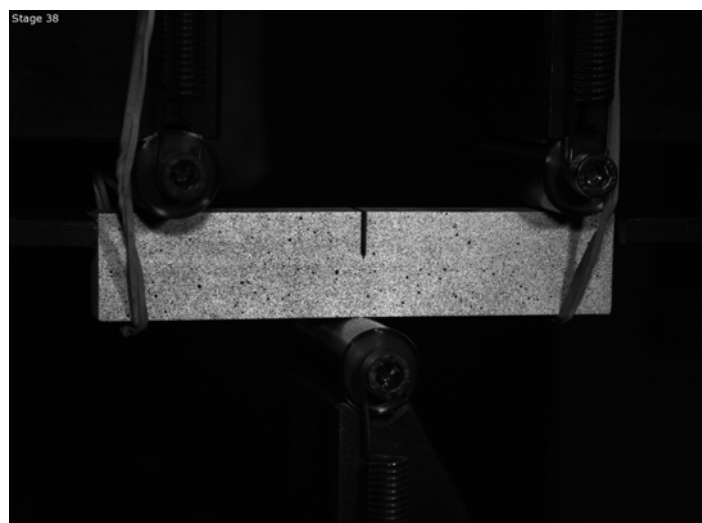


Slika 7.11 Polirana epruveta

#### 7.2.2.2 Ravninsko mjerenje polja pomaka oko vrška pukotine

2D mjerenje vršeno je klasičnim CMONT kamerama. Digitalne slike snimane su sustavom Videoextensometer NG tvrtke MESSPHYSIK koji služi za mjerenje pomaka na standardnim epruvetama kod statičkog vlačnog testa, te mjerenje progiba na statičkim testovima savijanja.

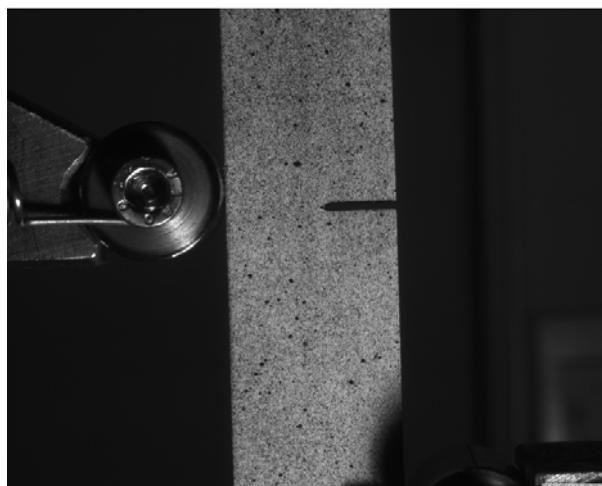
Za mjerenje pomaka sa CMONT kamerom i objektivom 50 korišten je prethodno naneseni raster za stereometrijsko 3D mjerenje (slika 7.12).



Slika 7.12 Raster za mjerenje CMONT kamerom sa dva distantna prstena

Dobivena digitalna slika pukotine je područje od 70 x 60 mm što je premalo uvećanje da bi se odredilo polje pomaka oko vrška pukotine iz kojeg bi se mogao odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja.

Prilikom trećeg mjerenja na CMONT kameru dodana su dva distantna prstena od 40 i 20 mm koji su dali dovoljno uvećanje i dobivena je slika oko vrška pukotine dimenzija 5,8 x 4,6 mm. Dodavanje distantnih prstenova omogućilo je da se više može približiti mjernom objektu (slika 7.13).



Slika 7.13 Raster za stereometrijsko 3D mjerenje

Raster korišten tijekom prva dva mjerenja više nije odgovarao. Crne točkice bile su premale da bi se na tom uvećanju moglo odrediti polje pomaka i polje deformacija. Iz tog razloga potrebno je nanijeti raster koji odgovara tom uvećanju. Za treće mjerenje korištena je smjesa titanovog dioksida, tonera i alkohola. Zrnca tonera su veličine 3 - 15  $\mu\text{m}$  što je odgovaralo ovom mjerenju.



Slika 7.14 Ultrasonična kada

Prije nanošenja smjesa je stavljena u ultrasoničnu kadu (slika 7.14) u kojoj je dobivena kompaktna smjesa te su razbijene grudice titanovog dioksida i tonera. Za nanošenje takvog rastera korišten je Airbrush *IWATA HP-SB PLUS* (slika 7.15).



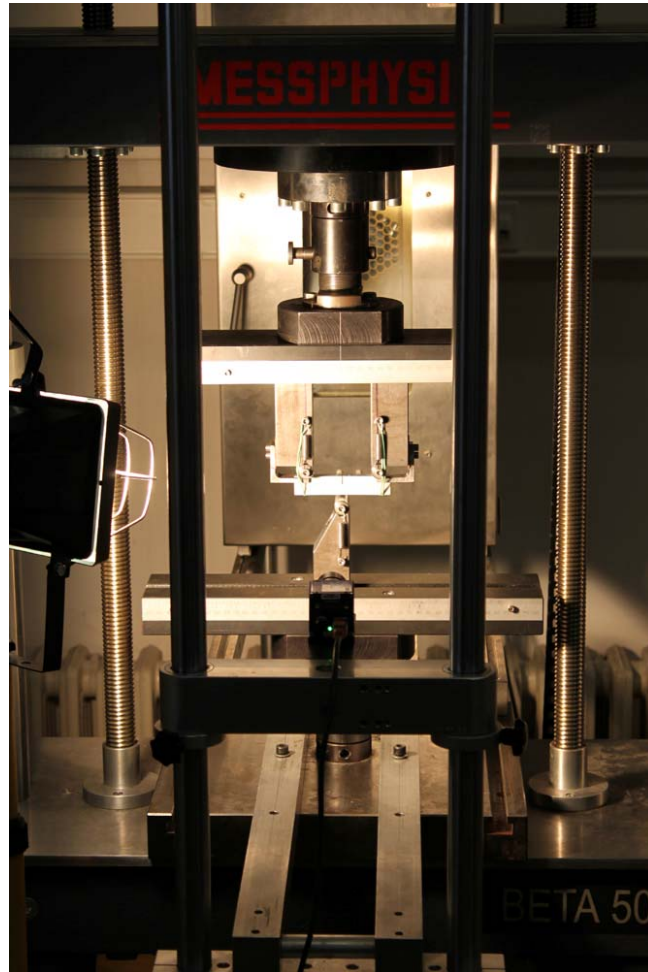
Slika 7.15 Airbrush *IWATA HP-SB PLUS*

### 7.2.3 Opterećenje uzorka tijekom mjerenja polja pomaka

Opterećenje se vršilo kvazi - statički na statičkoj kidalici Beta 50-5 MESSPHYSIK. Ispitni uzorak postavlja se u uređaj za savijanje u tri točke (slika 7.16 i 7.17) . Standardno ispitivanje savijanja u tri točke zahtjeva da se SE(B) epruveta s donje strane oslanja na dva oslonca, a da se opterećenje vrši u sredini epruvete s gornje strane. Zamjenom oslonca uređaja za savijanje taj problem je riješen čime je osigurano otvaranje pukotine te jednostavnije snimanje.



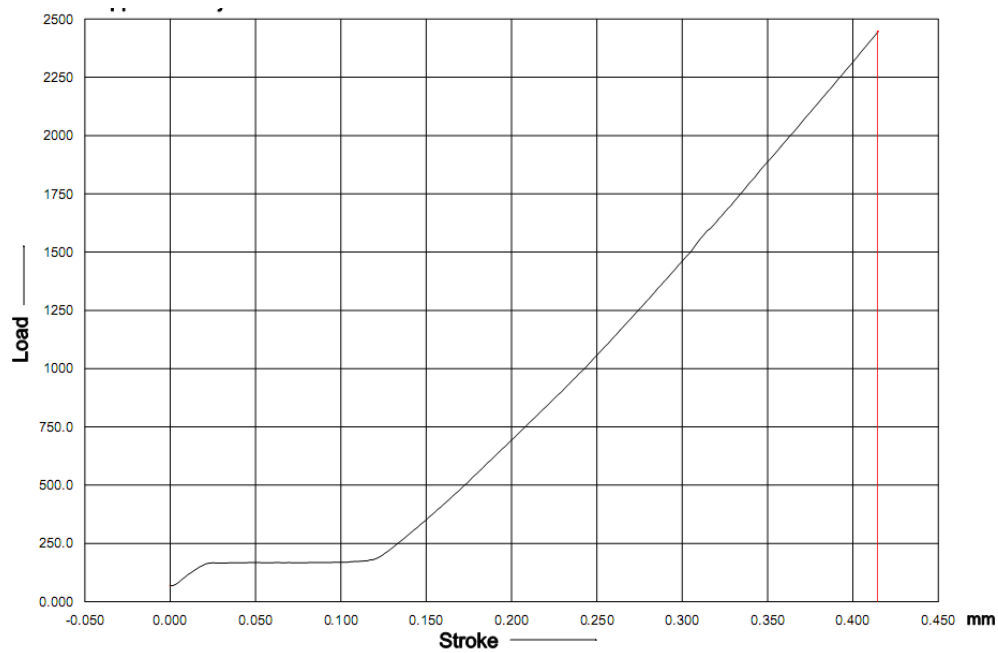
Slika 7.16 Uređaj za savijanje u tri točke



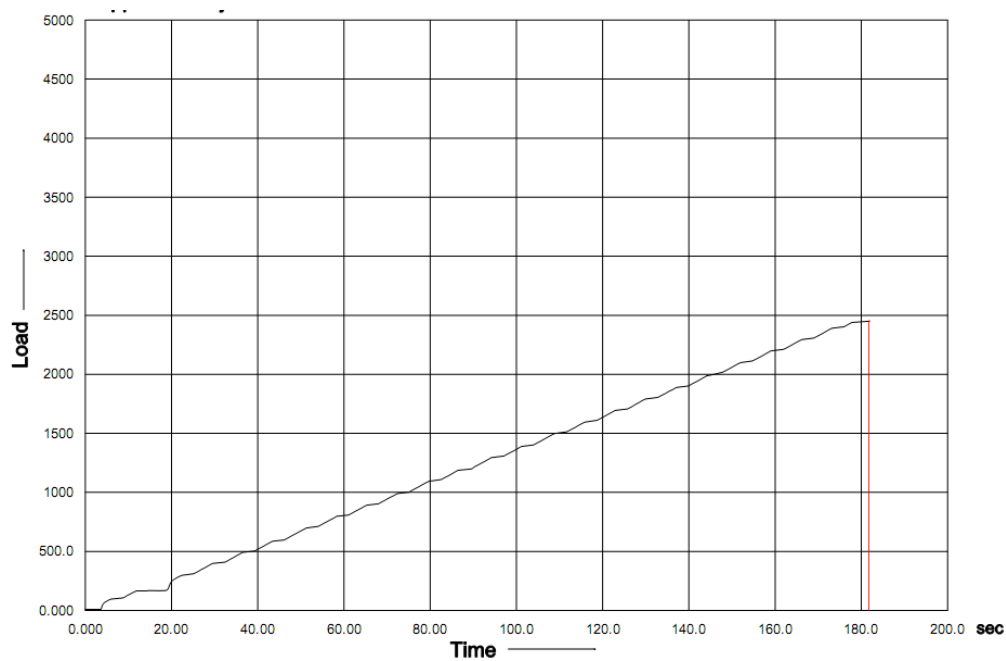
Slika 7.17 Statička kidalica Beta 50-5 MESSPHYSIK

Pripremljeni uzorak sa nanesenim rasterom opterećivao se brzinom od 20 N/s. Nakon svakih 100 N mjerenje je prekinuto tj. zaustavljeno na 2 s kako bi se procjenilo da li su uslikane slike na 400 N, 1400 N, 2400 N.

Iz slike 7.18 vidi se da se radi o linearnom odnosu sile i pomaka. Na slici 7.19 prikazano je opterećenje kao funkcija vremena.



Slika 7.18 Dijagram sile i pomaka

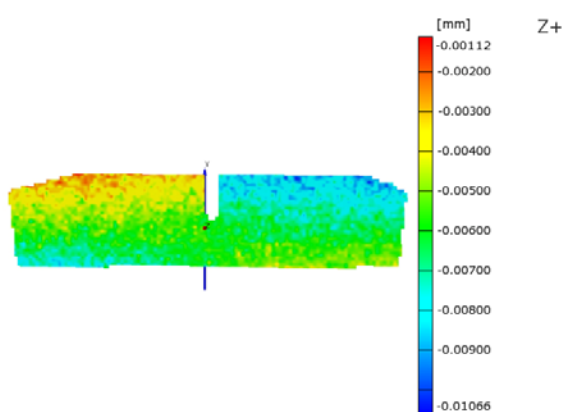


Slika 7.19 Dijagram sile i vremena

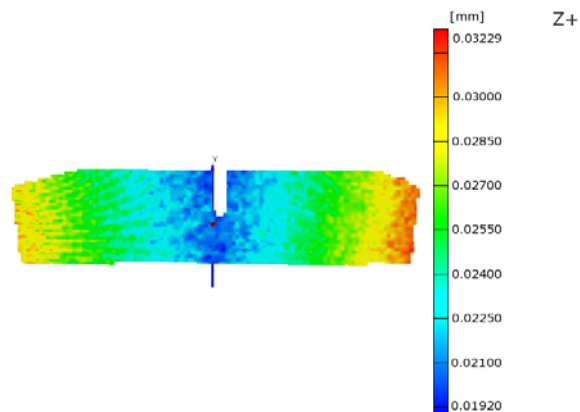
## 8. REZULTATI I ANALIZA MJERENJA

### 8.1 Rezultati stereometrijskog mjerenja

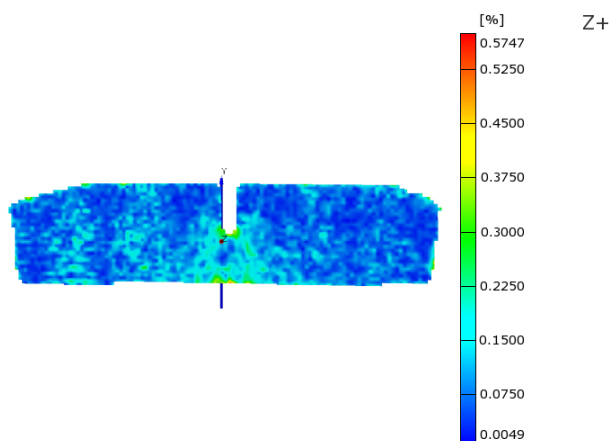
Stereometrijsko mjerenje je obuhvatilo analizu cijele SE(B) epruvete, tako da je dobiveno polje pomaka u smjeru osi x i y za cijelo područje čeone površine mjernog objekta. Iz slika 8.1 i 8.2 se vidi da je pomak po osi x asimetričan i da se kreće od -0,01066 mm do -0,00112 mm, a pomak po osi y je simetričan te se kreće od +0,01920 mm do +0,03229 mm. Na slici 8.3 nalazi se polje deformacija gdje je vidljivo da su pri maksimalnoj sili opterećenja od 2400 N deformacije male te se kreću od +0,0049 % do +0,5747 %. Za stereometrijsko mjerenje dati su rezultati maksimalnog opterećenja jer pri ostalim opterećenjima pomaci su vrlo mali. Ovim mjerenjem nije moguće odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pošto nije vidljivo polje pomaka oko vrška pukotine.



Slika 8.1 Pomak u smjeru osi x



Slika 8.2 Pomak u smjeru osi y

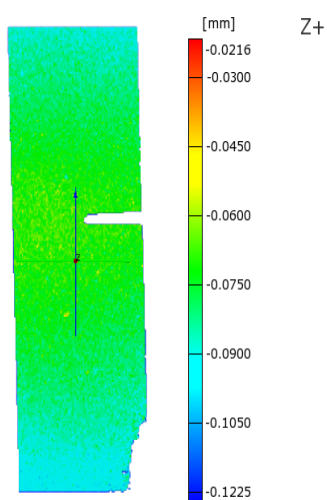


Slika 8.3 MISESS deformacije

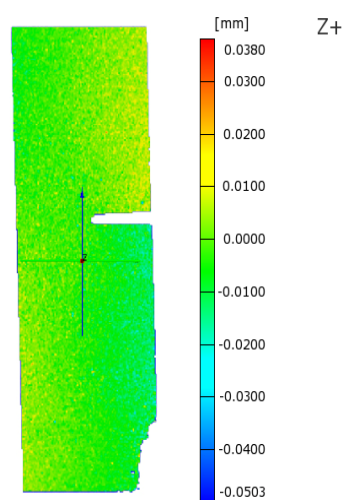
## 8.2 Mjerenje objektivom 50 mm

### 8.2.1 Opterećenje silom 400 N

Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenjem mjernog objekta silom od 400 N, objektiv analizira cijelu SE(B) epruvetu te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za cijelo područje čeone površine mjernog objekta. Iz slika 8.4 i 8.5 vidljivo je da je pomak po osi x asimetričan i kreće se od -0,1225 mm do -0,0216 mm, a pomak po osi y je simetričan i kreće se od -0,0503 mm do 0,0380 mm. Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenja silom od 400 N pomaci su vrlo mali te nije moguće odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pošto nije vidljivo polje pomaka oko vrška pukotine.



Slika 8.4 Pomak u smjeru osi x

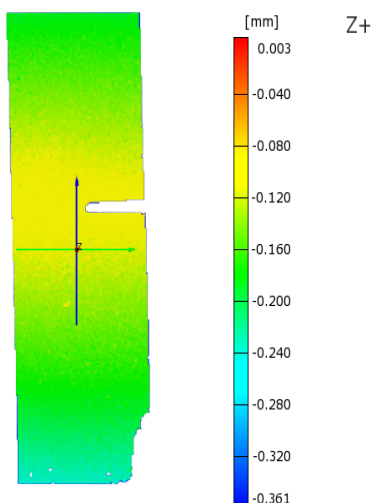


Slika 8.5 Pomak u smjeru osi y

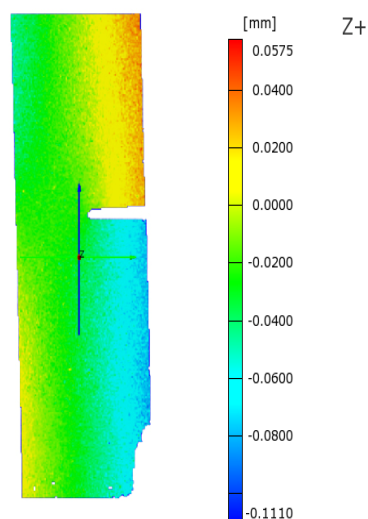
### 8.2.2 Opterećenje silom 1400 N

Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenjem mjernog objekta silom od 1400 N, objektiv analizira cijelu SE(B) epruvetu te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za cijelo područje čeone površine mjernog objekta. Iz slika 8.6 i 8.7 vidljivo je da je pomak po osi x asimetričan i kreće se od -0,361 mm do +0,003, a pomak po osi y je simetričan i kreće se od -0,1110 mm do +0,0575 mm. Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenja silom od 1400 N pomaci su i dalje vrlo mali te nije moguće odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pošto nije vidljivo polje pomaka oko vrška pukotine.





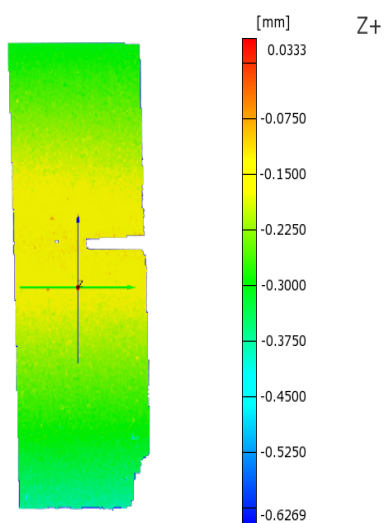
Slika 8.6 Pomak u smjeru osi x



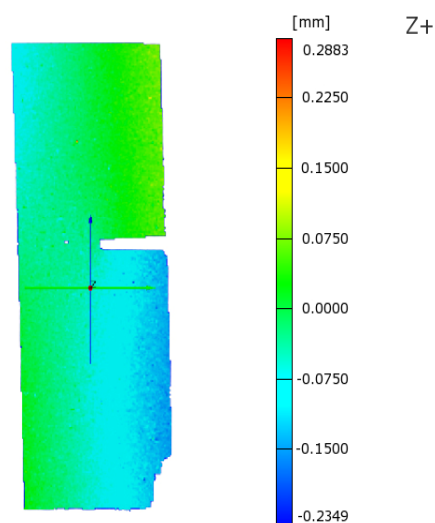
Slika 8.7 Pomak u smjeru osi y

### 8.2.3 Opterećenje silom 2400 N

Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenjem mjernog objekta silom od 2400 N, objektiv analizira cijelu SE(B) epruvetu te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za cijelo područje čelone površine mjernog objekta. Iz slika 8.8 i 8.9 vidljivo je da je pomak po osi x asimetričan i kreće se od  $-0,6269$  mm do  $+0,0333$  mm, a pomak po osi y je simetričan i kreće se od  $-0,2349$  mm do  $+0,2883$  mm. Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenja silom od 2400 N pomaci su i dalje vrlo mali te nije moguće odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pošto nije vidljivo polje pomaka oko vrška pukotine.



Slika 8.8 Pomak u smjeru osi x



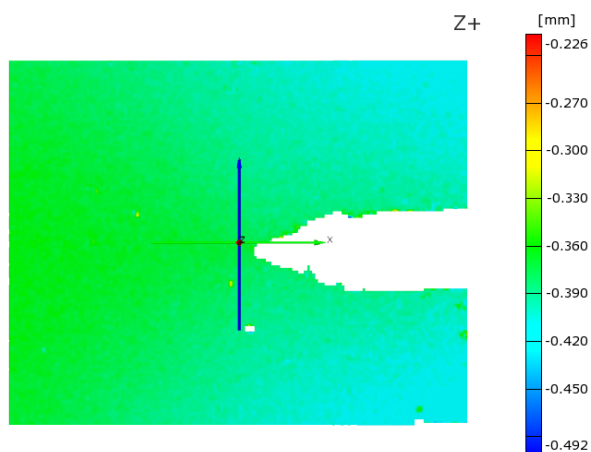
Slika 8.9 Pomak u smjeru osi y



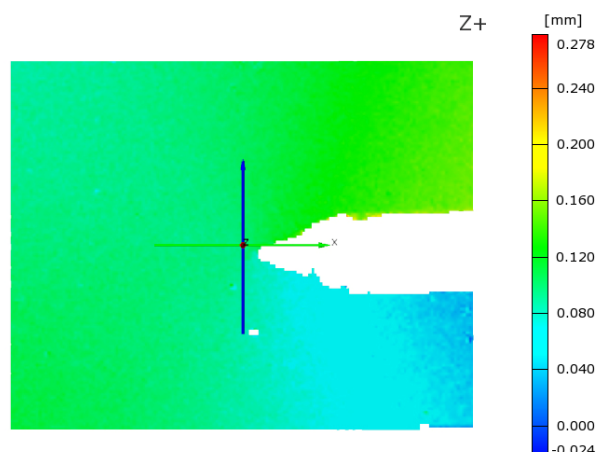
### 8.3 Mjerenje objektivom 50 mm s dva distantna prstena

#### 8.3.1 Opterećenje silom 400 N

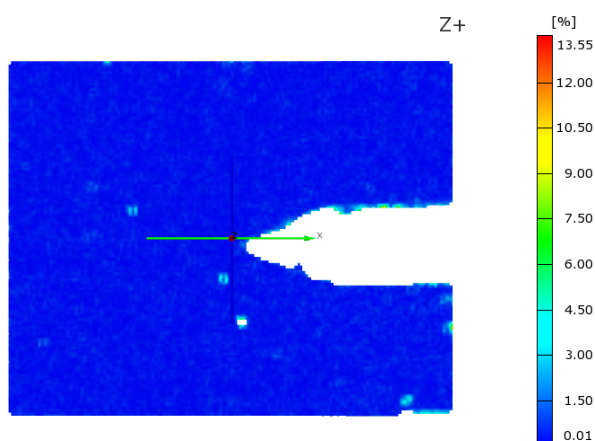
Kod mjerenja objektivom 50 mm s dva 40 + 20 mm distantna prstena i opterećenjem mjernog objekta silom od 400 N, objektiv analizira područje oko vrška pukotine SE(B) epruvete te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za područje oko vrška pukotine mjernog objekta. Iz slika 8.10 i 8.11 vidljivo je da je pomak po osi x simetričan i kreće se od -0,492 mm do -0,226 mm, a pomak po osi y je asimetričan i kreće se od -0,024 mm do +0,278 mm. Kod mjerenja objektivom 50 i opterećenja silom od 400 N pomaci su još uvijek vrlo mali te nije moguće odrediti koeficijent intezivnosti naprezanja pošto nije vidljivo polje pomaka oko vrška pukotin. Za mjerenje objektivom 50 plus dva distantna prstena i opterećenjem od 400 N dati su rezultati deformacija koje se kreću od +0,0 1 % do +13,55 % (slika 8.12).



Slika 8.10 Pomak u smjeru osi x



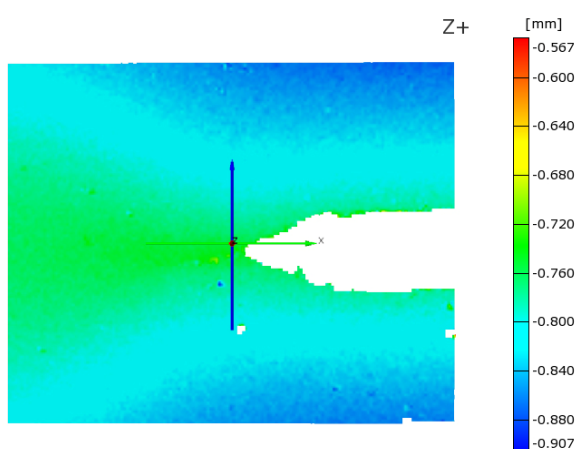
Slika 8.11 Pomak u smjeru osi y



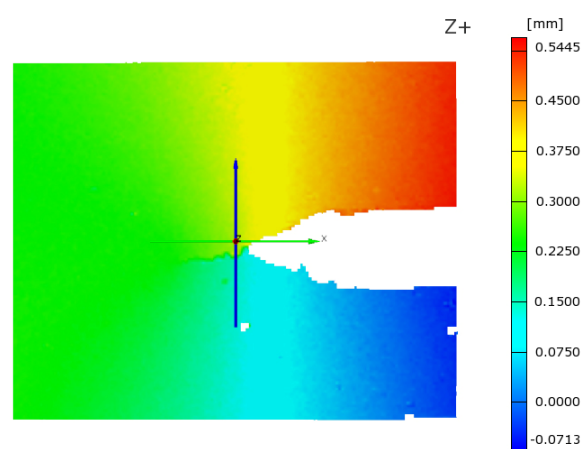
Slika 8.12 Deformacije pri opterećenju od 400 N

### 8.3.2 Opterećenje silom 1400 N

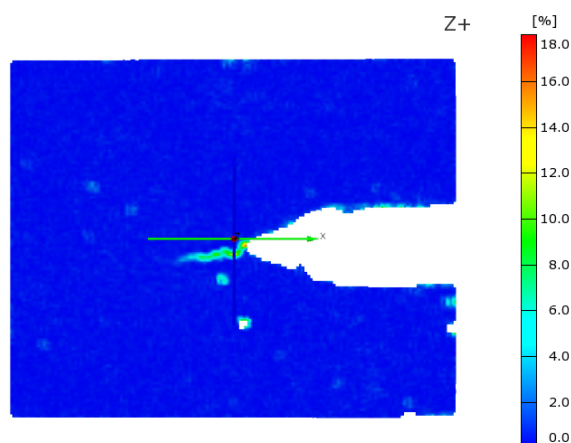
Kod mjerenja objektivom 50 mm s dva 40 + 20 mm distantna prstena i opterećenjem mjernog objekta silom od 1400 N, objektiv analizira područje oko vrška pukotine SE(B) epruvete te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za područje oko vrška pukotine mjernog objekta. Iz slika 8.13 i 8.14 vidljivo je da je pomak po osi x simetričan i kreće se od -0,907 mm do -0,567 mm, a pomak po osi y je asimetričan i kreće se od -0,0713 mm do +0,5445 mm. Kod mjerenja objektivom 50 mm i opterećenja silom od 1400 N pomaci su vidljivi ali su još uvijek nedovoljni za određivanje koeficijena intezivnosti naprezanja. Za mjerenje objektivom 50 s dva distantna prstena i opterećenjem od 1400 N dati su rezultati deformacija koje se kreću od +0,0 % do +18,0 % (slika 8.15).



Slika 8.13 Pomak u smjeru osi x



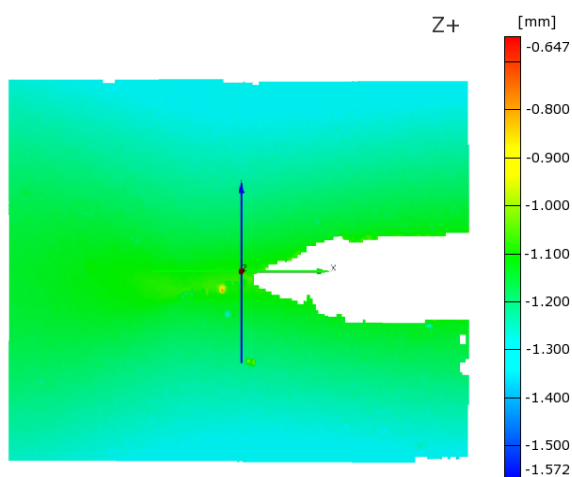
Slika 8.14 Pomak u smjeru osi y



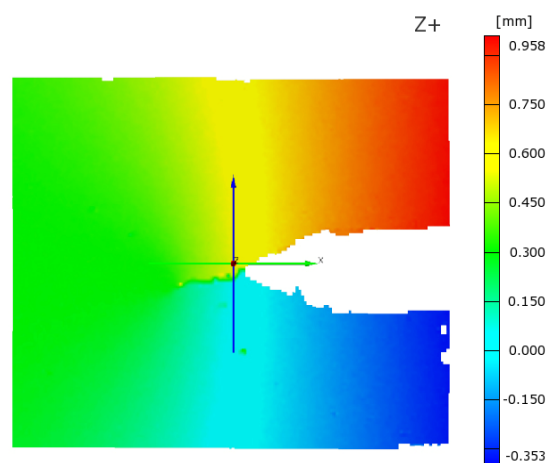
Slika 8.15 Deformacije pri opterećenju od 1400 N

### 8.3.3 Opterećenje silom 2400 N

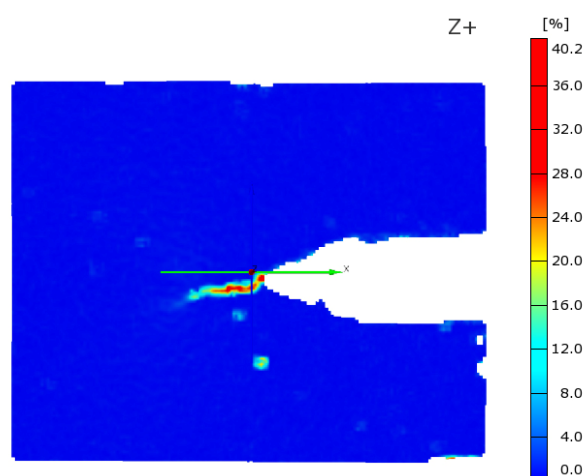
Kod mjerenja objektivom 50 mm s dva 40 + 20 mm distantna prstena i opterećenjem mjernog objekta silom od 2400 N, objektiv analizira područje oko vrška pukotine SE(B) epruvetu te se tako dobije polje pomaka u smjeru osi x i u smjeru osi y za područje oko vrška pukotine mjernog objekta. Iz slika 8.16 i 8.17 vidljivo je da je pomak po osi x simetričan i kreće se od -1,572 mm do -0,647 mm, a pomak po osi y je asimetričan i kreće se od -0,353 mm do +0,950 mm. Kod mjerenja objektivom 50 s dva distantna prstena i opterećenja silom od 2400 N pomaci su dovoljno veliki za određivanje koeficijena intezivnosti naprezanja. Za mjerenje objektivom 50 mm s dva distantna prstena i opterećenjem od 2400 N dobiveni su rezultati deformacija koje se kreću od 0,0 % do +40,2 % (slika 8.18).



Slika 8.16 Pomak u smjeru osi x

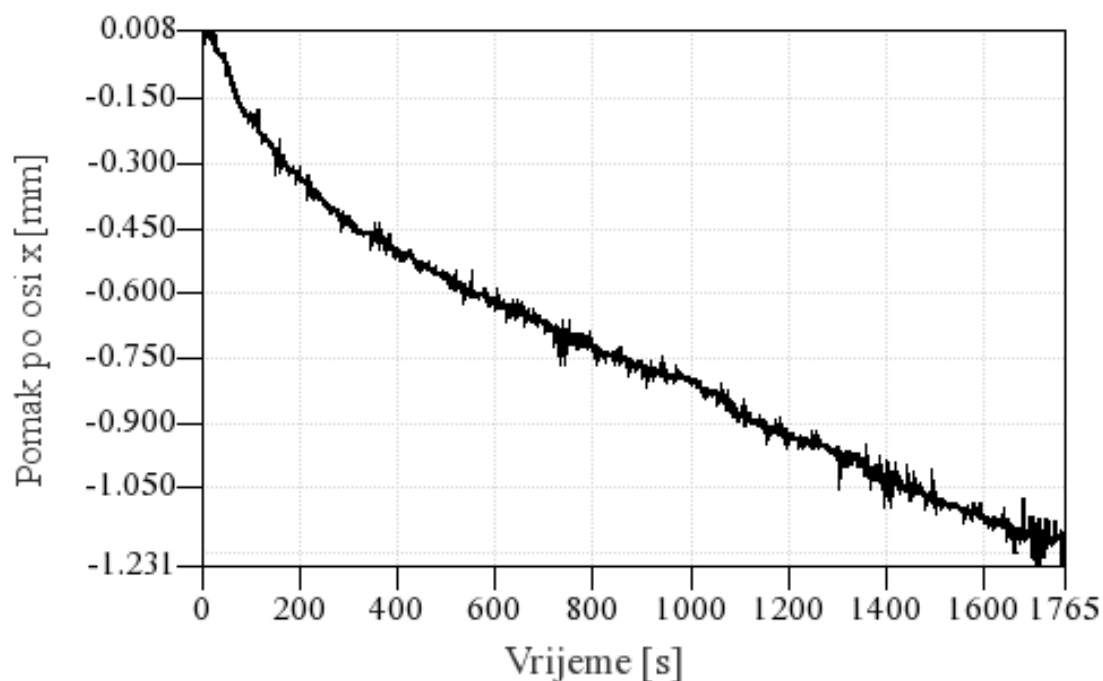


Slika 8.17 Pomak u smjeru osi y



Slika 8.18 Deformacije pri opterećenju od 2400 N

Na slici 8.19 prikazan je dijagram pomak – vrijeme, a u tablici 8.1 dane su vrijednosti faktora intezivnosti naprezanja za različita opterećenja pri snimanju objektivom 50 mm s dva distantna prstena.



Slika 8.19 Dijagram ovisnosti pomaka i vremena

Tablica 8.1 Vrijednosti faktora intezivnosti naprezanja za različita opterećenja

Sila F [N]	Pomak $u_x$ [mm]	Koordinata $\varphi$ [°]	Koordinata r [mm]	Modul smicanja G [GPa]	Poissonov koeficijent $\nu$	Faktor intezivnosti naprezanja K [MPa $\sqrt{m}$ ]
400	0,45	8	0,36	27	0,32	21,9
1400	0,825	6	0,87	27	0,32	76,7
2400	1,231	9	1,45	27	0,32	131,63

## 9. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada bilo je eksperimentalno određivanje polja pomaka i deformacija digitalnom korelacijom slika. U radu je bilo potrebno izvesti tri mjerenja polja pomaka s obzirom na uvećanje mjernog objekta. Iz polja pomaka oko vrška pukotine određen je koeficijent intenzivnosti naprezanja pri različitoj sili opterećenja.

Ispitivanja su provedena na epruveti za savijanje u tri točke (SE(B) epruveti) izrađne iz AlCu5BIPb propisanih dimenzija prema standardu ASTM E 1820. Ispitni uzorak morao je biti pripremljen za mjerenje polja pomaka i određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja tako da se inicira pukotina propisane duljine. Sinusoidalnim opterećenjem između 240 i 2400 N s frekvencijom od 10 Hz nakon 6546 ciklusa na SE(B) epruveti inicirana je pukotina duljine 1,1 mm. Opterećenje prilikom mjerenja pomaka bilo je kvazistatičko od 0 do 2400 N, a vršilo se brzinom od 20 N/s. Prije početka mjerenja pomaka i opterećivanja na mjerni objekt nanesen je raster. Na površinu se prvo nanosi bijeli sloj a nakon toga crne točkice koje su stohastički raspoređene. Optički raster korišten prilikom mjerenja pomaka je uvjetovan uvećanjem oko vrška pukotine koje se želi postići. U ovom radu raster se nanosio sprejevima crne i bijele boje za mjerenje polja pomaka i deformacija cijele površine epruvete. Za mjerenje neposredno oko vrška pukotine koristila se smjesa titanovog dioksida, laserskog tonera i alkohola koja se nanosila airbrushom.

Ako se s obzirom na čeonu stranu SE(B) epruvete kroz pukotinu provuče os x, a okomito na nju os y, može se primijetiti da je kod svih mjerenja polja pomaka pomak po osi x simetričan, a po osi y asimetričan. Na ispitnom uzorku opterećenom s maksimalnom silom od 2400 N pri snimanju s CMOUNT kamerom s objektivom 50 mm nisu vidljive velike deformacije oko vrška pukotine. Ova dva mjerenja omogućila su samo dobivanje polja pomaka i deformacija po cijeloj čeonoj površini SE(B) epruvete, ali zbog malih deformacija ali ne i izračunavanje faktora intenzivnosti naprezanja.

Koeficijent intenzivnosti naprezanja određen je iz trećeg mjerenja. Na CMOUNT kameru s objektivom 50 mm dodana su 2 distantna prstena od 40 mm i 20 mm te je dobivena slika oko vrška pukotine veličine 5,8 x 4,6 mm. Pri opterećenju od 400 N pomak po osi x u točki blizu vrška pukotine iznosio je 0,45 mm, dok pri opterećenju od 1400 N pomak je bio 0,825 mm. Pri maksimalnom opterećenju od 2400 N pomak u blizini vrška pukotine iznosio je 1,231 mm. Kod trećeg mjerenja vidljive su i deformacije oko vrška pukotine. Pri opterećenju od 400 N

deformacije su jako male i iznose oko 0,01%, dok su puno izraženije pri 1400 N i iznose 13%. Pri maksimalnom opterećenju inicirana pukotina je maksimalno otvorena te je vidljiva i maksimalna deformacija oko vrška pukotine koja iznosi 43% s obzirom na neopterećeno stanje.

Ovi rezultati pokazuju da se metoda može uspješno primijeniti na određivanje parametara mehanike loma uz pravilan odabir rastera i optičkih komponenti mjernog sustava.

**10. LITERATURA:**

- [1] M. Frantz: *Mehanička svojstva materijala*, FSB, Zagreb, 1988
- [2] B. Kraut: *Strojarski priručnik*, Axiom, Zagreb, 1977.
- [3] I. Alfirević: *Nauka o čvrstoći*, Tehnička knjiga d.d., Zagreb, 1995.
- [4] M. Husnjak: *Mehanika loma*, 2009.
- [5] Ouqi Zhang, Jason A. Poirier, James E. Barr: *Modified Locati Method in Fatigue Testing*, SAE International, Detroit, 2003.
- [6] S. Podrug: *Elementi strojeva*, Split, 2008.

## **11. PRILOG**

1. Programski kod za rad dinamičke kidalice
2. Programski kod za kvazi-statičko opterećenje na statičkoj kidalici