

CAD model zupčanika s ravnim zubima s greškama ozubljenja

Mihoci, Marko

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:469160>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Marko Mihoci

Zagreb, 2025.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

CAD model zupčanika s ravnim zubima s greškama ozubljenja

Mentor:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing.

Student:

Marko Mihoci

Zagreb, 2025.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se profesoru prof. dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing. na mentorstvu i pomoći tijekom izrade ovog završnog rada.

Također zahvaljujem se obitelji i prijateljima koji su mi bili velika podrška i motivacija tijekom studija.

Marko Mihoci



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove.



Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 25 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marko Mihoci** JMBAG: **0035235807**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **CAD model zupčanika s ravnim zubima s greškama ozubljenja**

Naslov rada na engleskom jeziku: **CAD model of spur gear with integrated toothing errors**

Opis zadatka:

Zupčanike, kao i ostale elemente za prijenos snage, ne proizvodimo apsolutno točno. Greške nastale u proizvodnji zupčanika, premda iznosima male, mogu imati značajan utjecaj na njihov rad. Simulacijska ispitivanja neće dati točan uvid u rad zupčanika ako su korišteni CAD modeli geometrijski idealni. S druge strane, čak ni namjenski programski paketi za modeliranje zupčanika u pravilu nemaju greške integrirane u CAD model.

U radu je potrebno pobrojati i opisati statičke greške ozubljenja kod čelnika s ravnim zubima. Za odabrane dimenzije zupčanika i kvalitetu izrade potrebno je odrediti područje dopuštenih odstupanja debljine zuba na diobenom promjeru te, unutar tih granica, stohastički dodijeliti grešku svakom zubu, pazeći pri tome da suma svih debljina zuba, širina uzubina i njihovih dodijeljenih grešaka na diobenom promjeru bude jednaka opsegu diobene kružnice. Greške uzdužne linije boka i greške profila zanemariti. Navedeno programirati u odabranom programskom paketu, greške integrirati u CAD model čelnika s ravnim zubima, a rezultate prikazati odgovarajućim mjerama u crtežu.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu, norme kao i možebitno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predvideni datumi obrane:

1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE	V
POPIS OZNAKA	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY	IX
1. UVOD.....	1
2. OSNOVNA GEOMETRIJA ZUPČANIKA S RAVNIM ZUBIMA	3
2.1. Evolventa	4
2.2. Podnožje zuba	5
2.3. Debljina zuba	6
3. NAČINI PROIZVODNJE ČELNIKA S RAVNIM ZUBIMA	7
3.1. Obrada odvajanjem čestica s geometrijski definiranom oštricom	7
3.1.1. Profilni postupci.....	8
3.1.1.1. Provlačenje.....	8
3.1.1.2. Profilno pločasto glodalo	8
3.1.1.3. Prstasto profilno glodalo	8
3.1.2. ODVALNI POSTUPCI	9
3.1.2.1. Blanjanje	9
3.1.2.2. Dubljenje.....	9
3.1.2.3. Odvalno glodanje	10
3.1.2.4. Brijanje (grecanje)	11
3.2. Obrada odvajanjem čestica s geometrijski nedefiniranom oštricom	11
3.2.1. Brušenje	11
3.2.1.1. Nekontinuirano profilno brušenje	12
3.2.1.2. Nekontinuirano odvalno brušenje	12
3.2.1.3. Kontinuirano profilno brušenje.....	13
3.2.1.4. Kontinuirano odvalno brušenje.....	13
3.2.2. Lepanje.....	14
3.2.3. Honanje	14
3.2.4. Superfinaš	14
3.3. Postupci oblikovanja	15
3.3.1. Štancanje	15
3.3.2. Lijevanje	15
3.3.2.1. Gravitacijski lijev.....	15
3.3.2.2. Tlačno lijevani zupčanici	15
3.3.2.3. Precizni lijev (Lost-wax casting technique).....	15
3.3.3. Sinteriranje	16
3.3.4. Kovanje u ukovnjima	16
3.3.5. Injekcijsko prešanje	16

3.3.6. Prešanje	16
3.3.7. Valjanje	16
3.3.8. Laštenje utiskivanjem	17
3.3.9. Ekstruzija	18
3.3.10. Hladno izvlačenje.....	18
4. GREŠKE PROIZVODNJE ZUPČANIKA	19
4.1. Greške boka zuba	19
4.2. Greška debljine zuba	20
4.3. Greške koraka	21
4.4. Greške centričnosti i aksijalnosti	22
4.5. Sustav tolerancija	22
5. PROGRAMSKI KÔD	25
5.1. Generiranje točaka idealnog zupčanika	25
5.1.1. Generiranje točaka evolvente boka zuba	27
5.1.1.1. Generiranje točaka evolvente lijevog boka zuba	27
5.1.1.2. Generiranje točaka evolvente desnog boka zuba	28
5.1.2. Generiranje točaka tjemena zuba	28
5.1.3. Generiranje točaka podnožja zuba	29
5.2. Spajanje točaka i stvaranje (.dxf) datoteke.....	29
5.3. Integriranje stohastičke greške boka zupčanika.....	29
5.4. Integriranje zaobljenja podnožja boka zuba.....	30
6. CAD model zupčanika.....	32
6.1. Zupčanik 1.....	32
6.2. Zupčanik 2.....	33
7. ZAKLJUČAK.....	34
LITERATURA.....	35
PRILOZI.....	36

POPIS SLIKA

Slika 1 Vrste zupčanika.....	2
Slika 2 Geometrijske oznake na čelnicima s ravnim zubima.....	3
Slika 3 Konstrukcija evolvente	4
Slika 4 Podnožje zuba	5
Slika 5 Debljina zuba na bilo kojem promjeru.....	6
Slika 6 Profilno pločasto glodalo	8
Slika 7 Prstasto profilno glodalo	9
Slika 8 Blanjanje	9
Slika 9 Dubljenje.....	10
Slika 10 Odvalno glodanje	10
Slika 11 Zub alata za grecanje.....	11
Slika 12 Grecanje	11
Slika 13 Nekontinuirano profilno brušenje	12
Slika 14 Nekontinuirano odvalno brušenje	13
Slika 15 Kontinuirano profilno brušenje.....	13
Slika 16 Kontinuirano odvalno brušenje.....	14
Slika 17 Honanje	14
Slika 18 Štancanje	15
Slika 19 Hladno valjanje	17
Slika 20 Toplo valjanje	17
Slika 21 Ekstruzija	18
Slika 22 Odstupanje bočne linije.....	19
Slika 23 Odstupanje profila zuba	20
Slika 24 Odstupanje debljine zuba	20
Slika 25 Mjera preko nekoliko zubi	21
Slika 26 Odstupanje temeljnog koraka.....	21
Slika 27 Odstupanje diobenog koraka.....	22
Slika 28 Izbor kvalitete obrade.....	23
Slika 29 Položaj odstupanja slovničkih oznaka kvalitete	24
Slika 30 Dijagram toka programskog kôda.....	26
Slika 31 Generiranje točaka evolvente boka zuba	27
Slika 32 Generiranje točaka na tjemenoj kružnici	28
Slika 33 Generiranje točaka podnožja zuba	29
Slika 34 Generiranje točaka zaobljenja podnožja zuba.....	31

POPIS TABLICA

Tablica 4-1 Prikaz vrijednosti tolerancija debljine zuba	24
Tablica 6-1 Prikaz odabranih vrijednosti tolerancijskih polja za zupčanik 1	32
Tablica 6-2 Prikaz odabranih vrijednosti tolerancijskih polja za zupčanik 2	33

POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE

1-100 Zupčanik 1

1-200 Zupčanik 2

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_{ev}	mm	Razmak između idealnih evolventi
A_s	mm	Odstupanje od idealne lučne debljine zuba
A_{tBb}	mm	Odstupanje koraka na zahvatnoj liniji
A_{to}	mm	Odstupanje od lučne udaljenosti diobenog koraka
A_{wd}	mm	Donje odstupanje od nazivne mjere preko nekoliko zubi
A_{wg}	mm	Gornje odstupanje od nazivne mjere preko nekoliko zubi
A_β	mm	Razmak između teoretskih linija boka zuba
b	mm	Širina zuba
c	mm	Tjemena zračnost
d	mm	Diobeni promjer
d_a	mm	Tjemeni promjer
d_f	mm	Podnožni promjer
e	mm	Širina uzubine
h	mm	Visina zuba
h_a	mm	Visina tjemena zuba
h_f	mm	Visina podnožja zuba
h^*		Faktor tjemene visine
m	mm	Modul
p	mm	Korak
r	mm	Polumjer zaobljenja
r_a	mm	Polumjer tjemene kružnice
r_b	mm	Polumjer temeljne kružnice
r_f	mm	Polumjer podnožne kružnice
r_i	mm	Polumjer točke
r_s	mm	Polumjer temeljne kružnice
r_y	mm	Polumjer točke na evolventi
s	mm	Debljina zuba
T	mm	Iznos odstupanja
w	mm	Stvarna udaljenost između bokova zubi
z		Broj zubi
α	°	Kut zahvatne linije
α_i	rad	Apsolutni kut točke
α_y	rad	Kut evolvente
ζ	rad	Relativni kut između dviju točaka
ξ	rad	Relativni kut između središta zaobljenja i točke
φ	rad	Kut simetrala zubi zupčanika
ψ	rad	Kut odvaljivanja generatriše

ω	rad	Relativni kut greške
ω_s	rad	Kut debljine zuba na temeljnom promjeru

SAŽETAK

Ovaj završni rad sadrži opis programskog kôda pomoću kojega se izrađuje CAD model zupčanika s ravnim zubima s greškama ozubljenja. U uvodnom dijelu, opisana je osnovna geometrija zupčanika, nakon čega slijede proizvodni procesi. Potom su navedene sve greške ozubljenja zupčanika koje nastaju tijekom proizvodnje. Naposljetku, opisan je programski kôd napisan u programskom paketu Python koji na temelju ulaznih podataka određenih geometrijskih značajki zupčanika, stvara CAD model zupčanika s ravnim zubima s integriranim greškama ozubljenja.

Ključne riječi: zupčanik s ravnim zubima, greške ozubljenja, CAD model, Python kôd

SUMMARY

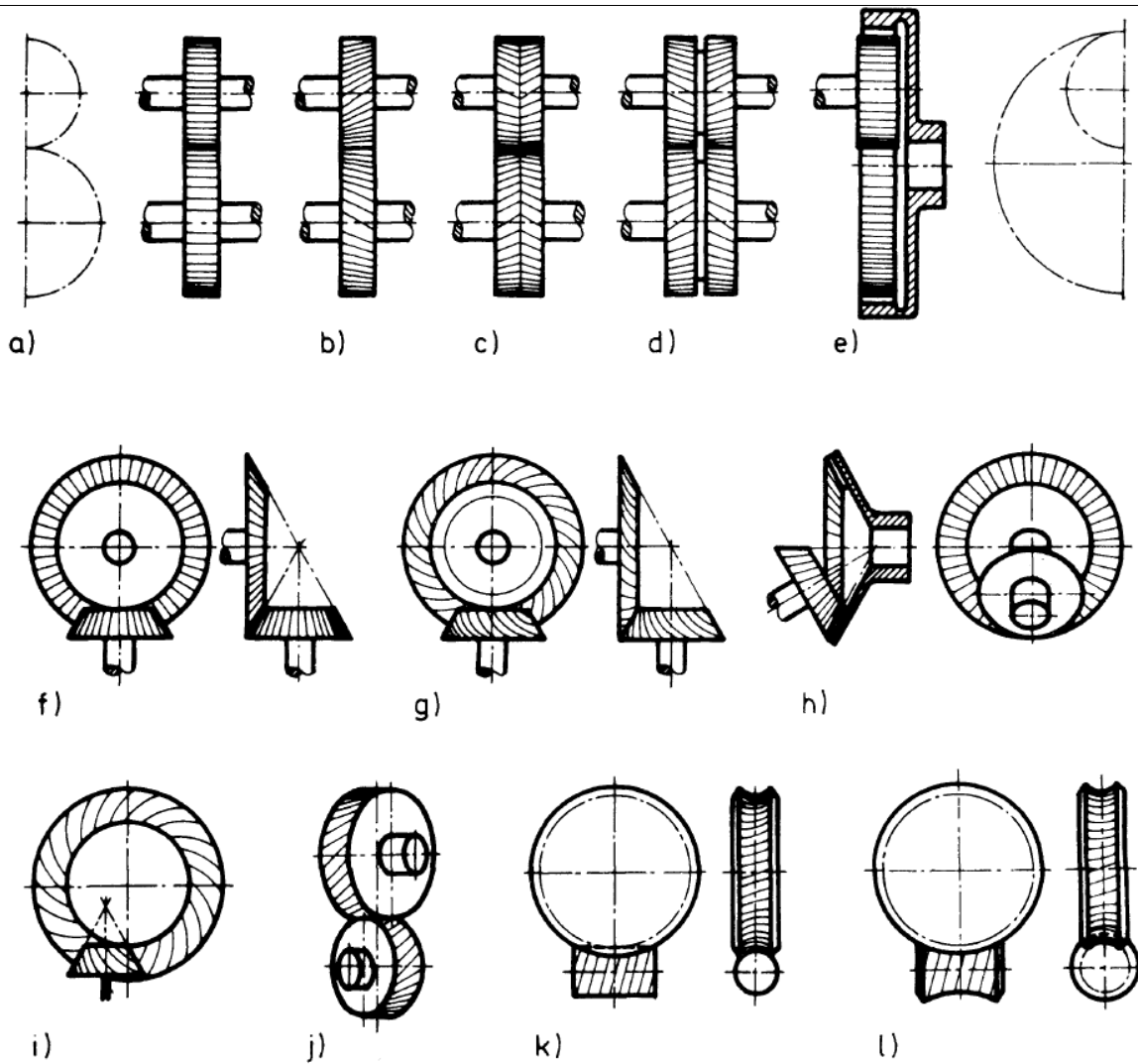
This thesis contains a description of the program code used to make a CAD model of a spur gear with tothing errors. In the introductory part, the basic geometry of gears is described, followed by manufacturing processes. Then, all gear tothing errors that occur during manufacturing are listed. Finally, a program code written in the Python program package is described which, based on the input data of certain geometric features of the gear, creates a CAD model of a spur gear with integrated tothing errors.

Key words: spur gear, tothing errors, CAD model, Python code

1. UVOD

Zupčanici su strojni dijelovi cilindričnog ili stožastog oblika koji na obodu imaju zube pomoću čijeg oblika, prenose okretni moment i kružno gibanje na drugi zupčanik. Zupčanici su smješteni unutar zupčaničkog prijenosnika koji može sadržavati više zupčanika te primarno služe za redukciju (smanjenje) ili multiplikaciju (povećanje) broja okretaja s pogonskog stroja na gonjeni, odnosno, radni stroj. U ovisnosti o svrsi zupčaničkog prijenosnika, željenim karakteristikama te smještaju vratila jednog para zupčanika, postoji nekoliko vrsta zupčanika koji su ujedno prikazani i na slici 1 [1];

- a) Čelnici s ravnim zubima,
- b) Čelnici s kosim zubima,
- c) Čelnici s strelastim zubima,
- d) Čelnici s strelastim zubima i istekom za nož,
- e) Čelnici s unutrašnjim ozubljenjem,
- f) Stožnici s ravnim ili kosim zubima,
- g) Stožnici s zakrivljenim zubima,
- h) Stožnici s unutrašnjim ozubljenjem,
- i) Hipoidni zupčanici,
- j) Vijčanici,
- k) Pužni prijenosnici s cilindričnim pužem,
- l) Pužni prijenosnici s globoidnim pužem.

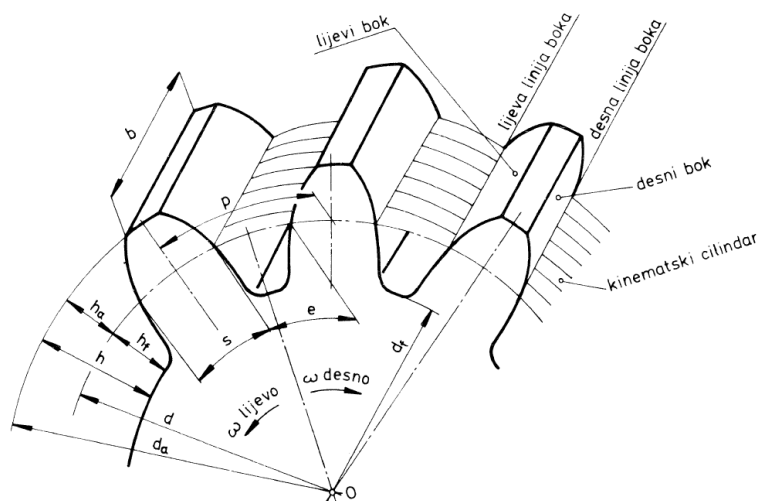


Slika 1 Vrste zupčanika

Zupčanički prijenosnici su vrlo rasprostranjeni zbog visokog stupnja iskorištenja, velike trajnosti i velikog raspona snaga. Kako bi se postigao miran rad, visok stupanj iskorištenja te male dimenzije zupčanika, potrebna je visoka točnost obrade.

2. OSNOVNA GEOMETRIJA ZUPČANIKA S RAVNIM ZUBIMA

Na slici 2 [1], prikazani su osnovni pojmovi geometrije čelnika s ravnim evolventnim ozubljenjem. Kinematski cilindar, promjera d , je zamišljen cilindar koji prolazi kroz kinematski pol, gdje je kinematski pol diralište dviju kinematskih kružnica u zupčanom paru. Zub zupčanika se dijeli na lijevi i desni bok. Bok zupčanika, sastoji se od evolventnog dijela, koji je u kontaktu s drugim zupčanikom i služi za prijenos snage, te neevolventnog dijela. Korak p je lučna mjera udaljenosti istih bokova susjednih zuba koja mora biti konstantna po cijelom zupčaniku te mora biti jednaka zbroju debljine zuba s i širine uzubine e . Ukupna visina zupčanika h je zbroj tjemene visine h_a i visine podnožja zuba h_f . Zbrajanjem dvije tjemene visine i diobenog promjera d , dobiva se tjemeni promjer d_a , a oduzimanjem dvije visine podnožja od diobenog promjera, podnožni promjer d_f .



Slika 2 Geometrijske oznake na čelnicima s ravnim zubima

Na temelju relacije da korak mora biti jednak po cijelom obodu dolazi se do izraza:

$$d \cdot \pi = p \cdot z. \quad (1)$$

Dijeljenjem koraka p brojem π , dobiva se modul zupčanika m , pa je konačan izraz za diobeni promjer:

$$d = m \cdot z. \quad (2)$$

Modul zupčanika je vrlo bitna veličina jer se gotovo sve geometrijske karakteristike zuba izražavaju pomoću njega. Pa je tako tjemena visina izražena kao:

$$h_a = h^* \cdot m, \quad (3)$$

gdje je h^* faktor tjemene visine zuba te prema preporuci norme ISO 53:1998 iznosi 1. Dok je visina podnožja izražena kao:

$$h_f = h_a + c, \quad (4)$$

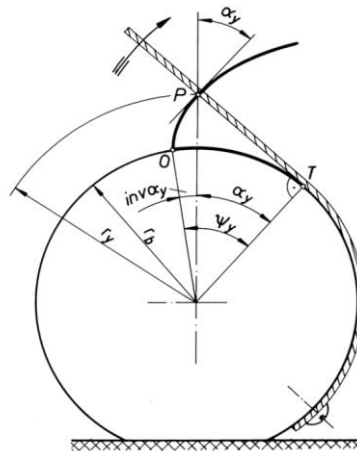
Gdje je c tjemena zračnost, koja prema preporuci norme ISO 53:1998 iznosi 0,25 m .

Na diobenom promjeru zuba, debljina zuba je jednaka širini uzubine te njihov zbroj mora biti jednak koraku. Prema tome iznos debljine zuba i širine uzubine na diobenom promjeru iznosi:

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{m\pi}{2}. \quad (5)$$

2.1. Evolventa

Evolventa je krivulja koja nastaje valjanjem pravca (generatrise) po obodu temeljne kružnice polumjera r_b . Može se vizualizirati ocrtavanjem putanje napetog užeta koje je omotano oko cilindra kao što je prikazano na slici 3 [2].



Slika 3 Konstrukcija evolvente

Evolventa se može izračunati prema izrazu:

$$ev \alpha_y = \tan \alpha_y - \widehat{\alpha}_y, \quad (6)$$

gdje je $\tan \alpha_y$ duljina kružnog luka od ishodišta O do točke T .

Također, evolventa se može prikazati i parametarski prema izrazima [3]:

$$x = r_b \cdot (\sin \psi_y - \psi_y \cdot \cos \psi_y), \quad (7)$$

$$y = r_b \cdot (\cos \psi_y + \psi_y \cdot \sin \psi_y), \quad (8)$$

gdje se ψ_y nalazi u rasponu od [3]:

$$0 \leq \psi_y \leq \sqrt{\frac{r_a^2}{r_b^2} - 1}. \quad (9)$$

Još jedna važna relacija vidljiva iz slike 3 je:

$$r_b = r_y \cdot \cos \alpha_y. \quad (10)$$

2.2. Podnožje zuba

Podnožje zuba, neevolventni dio boka zuba koji ne služi u prijenosu snage, je kompleksna krivulja nastala relativnim gibanjem alata prilikom obrade, koja se aproksimira kao kružni luk \widehat{AE} , s središtem kružnice u točki D, koje je s donje strane tangentno s podnožnim promjerom u točki A, a s gornje dužinom \overline{BE} koja je tangentna na evolventu u točki B. Također, pomoću slike 4 [4], mogu se izvesti koordinate važnih točaka [4]:

$$x_A = r_f \sin \left(\zeta + \frac{\omega_s}{2} \right), \quad (11)$$

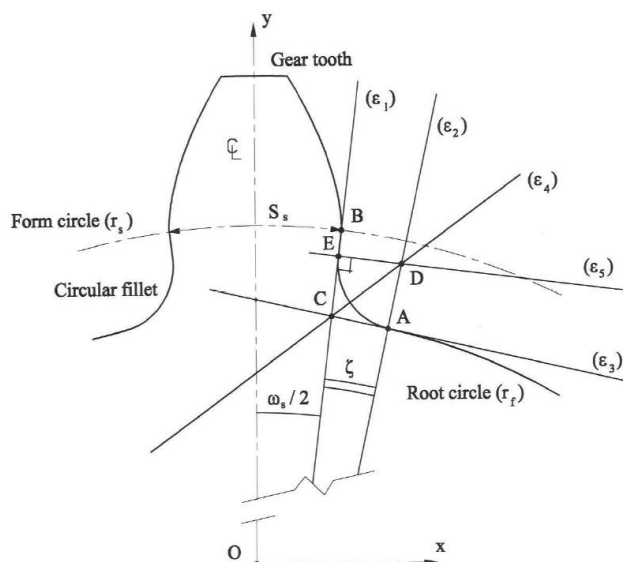
$$y_A = r_f \cos \left(\zeta + \frac{\omega_s}{2} \right), \quad (12)$$

$$x_B = r_s \sin \left(\frac{\omega_s}{2} \right), \quad (13)$$

$$y_B = r_s \cos \left(\frac{\omega_s}{2} \right), \quad (14)$$

$$x_D = r_s \cdot \frac{\tan \left(\zeta + \frac{\omega_s}{2} \right)}{\cos \frac{\omega_s}{2} + \sin \frac{\omega_s}{2} \cdot \tan \left(\zeta + \frac{\omega_s}{2} \right)}, \quad (15)$$

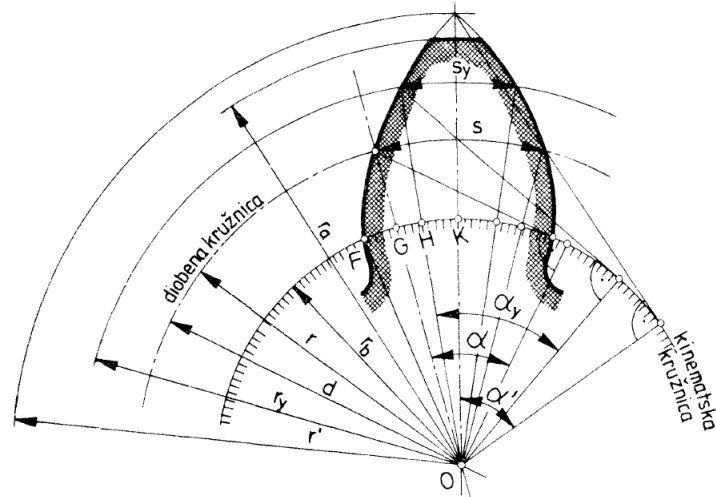
$$y_D = r_s \cdot \frac{1}{\cos \frac{\omega_s}{2} + \sin \frac{\omega_s}{2} \cdot \tan \left(\zeta + \frac{\omega_s}{2} \right)}, \quad (16)$$



Slika 4 Podnožje zuba

2.3. Debljina zuba

Debljina zuba ovisi isključivo o profilu krivulje, u ovom slučaju evolvente, te promjera. Na slici 5 [1], prikazane su potrebne veličine kako bi se izvela formula za debljinu zuba na bilo kojem promjeru većem od temeljnog.



Slika 5 Debljina zuba na bilo kojem promjeru

Konačan izraz glasi:

$$s_y = d_y \cdot \left(\frac{s}{d} + ev \alpha - ev \alpha_y \right), \quad (17)$$

gdje veličine bez indeksa y označavaju vrijednosti veličina na diobenom promjeru.

3. NAČINI PROIZVODNJE ČELNIKA S RAVNIM ZUBIMA

Zubi kao glavni element zupčanika postavljaju visoke zahtjeve kod proizvodnje. Oni imaju vrlo složenu geometriju što dodatno otežava preciznu proizvodnju te kontrolu kvalitete. Proizvodnja zupčanika zahtijeva visoku točnost izrade kako bi se osigurao miran i tihi rad prijenosnika te kako bi se osigurala njegova trajnost. Također, dijelovi zuba imaju različite namjene pa prema tome zub mora imati različita svojstva materijala, npr. površina boka zuba mora biti tvrda kako bi se smanjilo trošenje tijekom klizanja bokova zupčanika dok korijen zuba mora biti čvrst kako bi mogao podnijeti opterećenje. Kako bi se navedeni zahtjevi ispunili, zupčanicu se najčešće proizvode u više etapa;

- Početno oblikovanje,
- Promjena svojstva materijala (promjena strukture, smanjenje zaostalih naprezanja),
- Obrada tijela zupčanika te izrada ozubljenja,
- Promjena svojstva materijala (cementiranje),
- Fina obrada tijela zupčanika i ozubljenja,
- Kontrola kvalitete [2].

Postoji puno kombinacija različitih tehnologija kojima je moguće proizvesti zupčanike. Za metalne zupčanike, najučestaliji postupci su postupci obrade odvajanjem čestica, lijevanja i hladnog deformiranja, dok je polimerne zupčanike moguće napraviti aditivnom tehnologijom i injekcijskim prešanjem. Preciznost izrade ovisi o posmaku alata gdje se teoretski profil zuba aproksimira pomicanjem alata, točnosti izrade alata te njegovog trošenja i preciznosti prihvata.

3.1. Obrada odvajanjem čestica s geometrijski definiranom oštricom

Obrada odvajanjem čestica s geometrijski definiranom oštricom je proces obrade u kojem dolazi do relativnog gibanja alata, koji ima geometrijski definiranu oštricu, i obratka koji su u fizičkom kontaktu. Postoje dva oblika alata kod izrade zupčanika. Jedan oblik alata odgovara obliku uzubine, dok kod drugog oblika, alat poprima oblik profila zuba kod zubne letve.

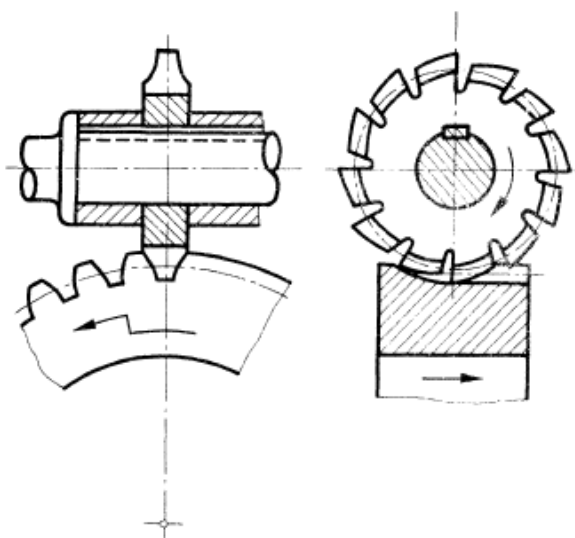
3.1.1. Profilni postupci

3.1.1.1. Provlačenje

Postupak obrade kod kojeg se alat u obliku profilirane igle provlači kroz obradak kako bi se dobilo unutarnje ozubljenje, odnosno alat u obliku profiliranog slijeda prstena koji se provlači s vanjske strane kako bi se dobilo vanjsko ozubljenje. Alat na sebi ima profilirane oštrice smještene jedne iznad druge koje se progresivno povećavaju za debljinu strugotine do konačnog oblika ozubljenja. Provlačenjem se režu svi zubi odjednom.

3.1.1.2. Profilno pločasto glodalo

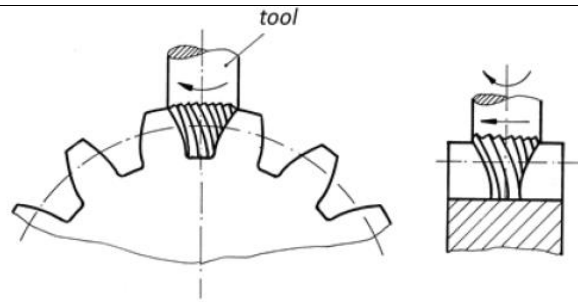
Kod profilnog pločastog glodala, uzubine se glodaju obodno te individualno po cijeloj širini zupčanika, pomoću alata u obliku diska čije oštrice poprimaju oblik uzubine. Režno gibanje se vrši rotacijom alata dok se posmično gibanje vrši pomicanjem alata ili obratka u uzdužnom smjeru obratka što je vidljivo na slici 6 [1]. Nakon završetka obrade jedne uzubine, obradak se rotira za jedan korak te glodanje počinje iznova.



Slika 6 Profilno pločasto glodalo

3.1.1.3. Prstasto profilno glodalo

Razlika ovog procesa u odnosu na profilno pločasto glodalo je oblik alata, koji je prilagođen čeonom glodanju uzubine. Na slici 7 [2], prikazana su glavna gibanja tijekom obrade, gdje se režno gibanje ostvaruje rotacijom prstastog glodala oko svoje osi dok se jedno posmično gibanje ostvaruje posmakom alata ili obratka u uzdužnom smjeru osi obratka, a drugo posmično gibanje rotacijom obratka oko vlastite osi za jedan korak nakon obrade pojedine uzubine.

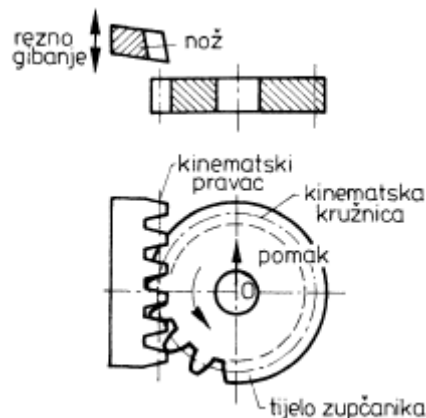


Slika 7 Prstasto profilno glodalo

3.1.2. ODVALNI POSTUPCI

3.1.2.1. Blanjanje

Proces obrade koji simulira zahvat zupčane letve sa zupčanikom, gdje zupčana letva ima potreban oblik oštrice za rezanje. Režno gibanje se vrši gibanjem zupčane letve u uzdužnom smjeru zupčanika, dok se obradak okreće oko vlastite osi u intervalima kada se ne vrši rezanje što je vidljivo na slici 8 [1]. Ovim postupkom mogu se izraditi samo zupčanici s vanjskim ozubljenjem. Rezanje se vrši samo pri gibanju prema dolje. Blanjanjem se postiže visoka točnost profila boka zuba.

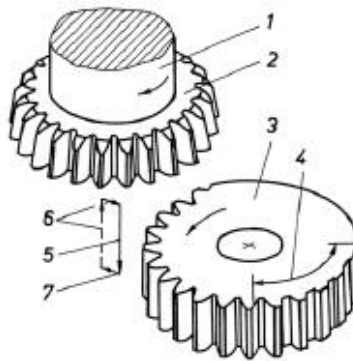


Slika 8 Blanjanje

3.1.2.2. Dubljenje

Kod dubljenja, postupak obrade je isti kao i kod blanjanja osim što alat nije zupčana letva nego zupčanik s noževima koji se osim glavnog reznog gibanja gore-dolje u uzdužnom smjeru i rotira oko svoje osi. Ovim postupkom moguće je proizvesti zupčanike s vanjskim i unutarnjim ozubljenjem. Na slici 9 [2] je prikazan proces dubljenja gdje su redom od 1 do 7 označeni: vreteno alata, alat u obliku zupčanika, obradak, početni rezovi, rezni hod, hod vraćanja alata u početni položaj za rezanje i hod odvajanja alata od obratka. Također je strelicama koje nisu

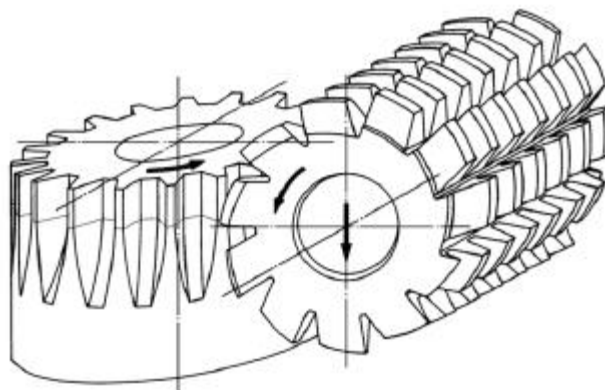
označene brojem prikazana rotacija alata i obratka oko vlastite osi. Ovo je druga najčešća metoda izrade zupčanika nakon odvalnog glodanja.



Slika 9 Dubljenje

3.1.2.3. Odvalno glodanje

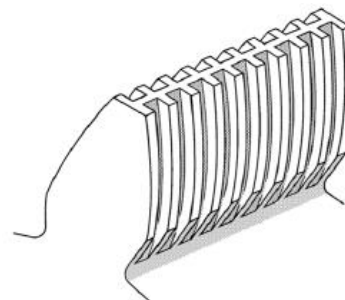
Postupak obrade kod kojeg alat poprima oblik pužnog kola čiji profil oštrice odgovara obliku zuba kod zubne letve koji je isprekidan uzdužnim utorima. Obrada se vrši rotacijom glodala oko svoje osi, posmakom u uzdužnom smjeru zupčanika te zakretanjem zupčanika oko svoje osi kao što je prikazano na slici 10 [2]. Odvalnim glodanjem, izrađuju se zupčanici s vanjskim ili unutarnjim ozubljenjem te pužna kola. Kako bi se povećala trajnost alata i osigurala visoka preciznost, odvalno glodanje se odvija u dvije etape: gruba i fina obrada. Ovo je najčešće korištena metoda pri izradi zupčanika zbog visoke produktivnosti i fleksibilnosti.



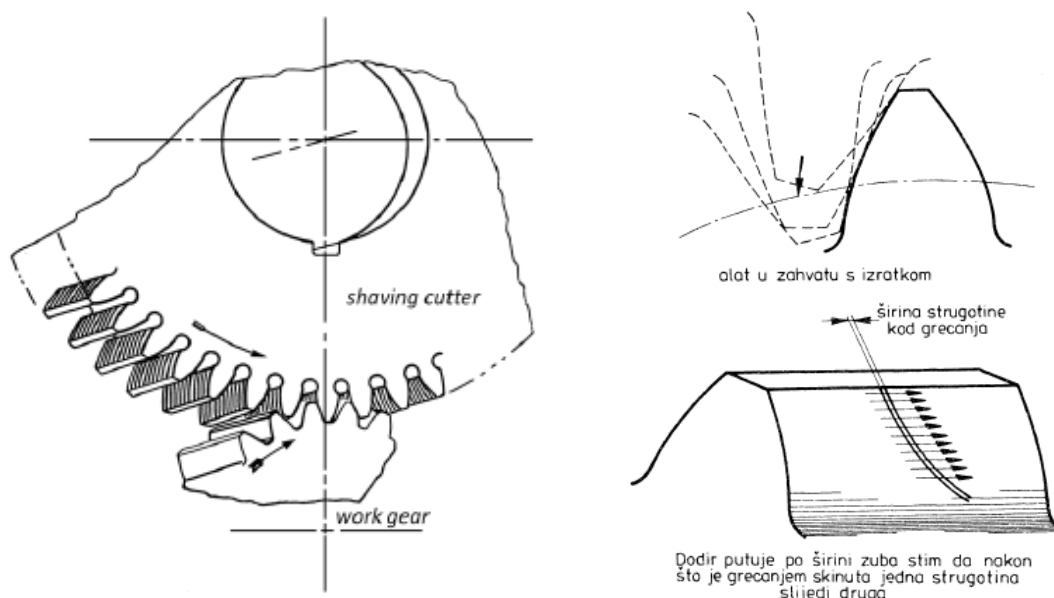
Slika 10 Odvalno glodanje

3.1.2.4. Brijanje (grecanje)

Grecajem zubi, postiže se poboljšanje kvalitete površinske obrade te točnosti profila boka zuba toplinski neobrađenih zupčanika. Alat ima oblik zupčanika ili zubne letve na čijim su zubima narezani kanalići koji su okomiti ili zakošeni na uzdužnu liniju boka kao što je prikazano na slici 11 [2]. Grecaje se odvija na način da je obradak zakošen u odnosu na alat te se kombinacijom rotacije obratka i translacije (ili rotacije u slučaju alata u obliku zupčanika) alata dolazi do bočnog klizanja čime se skida vrlo fina strugotina kao što je prikazano na slici 12 [2] [1].



Slika 11 Zub alata za grecaje



Slika 12 Grecaje

3.2. Obrada odvajanjem čestica s geometrijski nedefiniranom oštricom

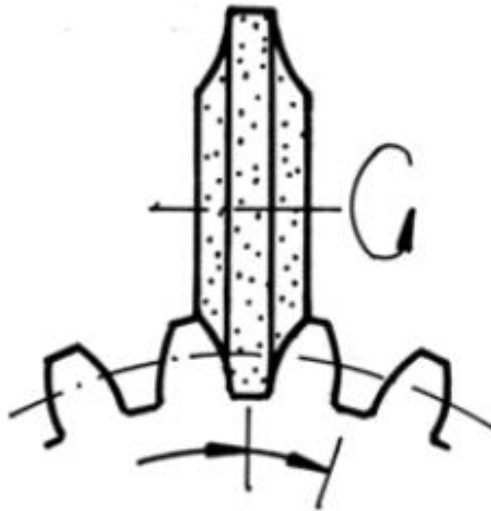
Obrada odvajanjem čestica s geometrijski nedefiniranom oštricom je proces obrade u kojem dolazi do relativnog gibanja alata koji ima geometrijski nedefiniranu oštricu i obratka koji su u fizičkom kontaktu. Koristi se za finu obradu te služi kako bi se povećala točnost oblika i pozicije boka zuba te kvaliteta površine što utječe na tihi rad zupčanika.

3.2.1. Brušenje

Brušenje je postupak kojim se postiže viša kvaliteta površinske obrade te smanjenje grešaka ozubljenja nastalih tijekom proizvodnje. Brušenje može biti profilno ili odvalno te kontinuirano ili nekontinuirano.

3.2.1.1. Nekontinuirano profilno brušenje

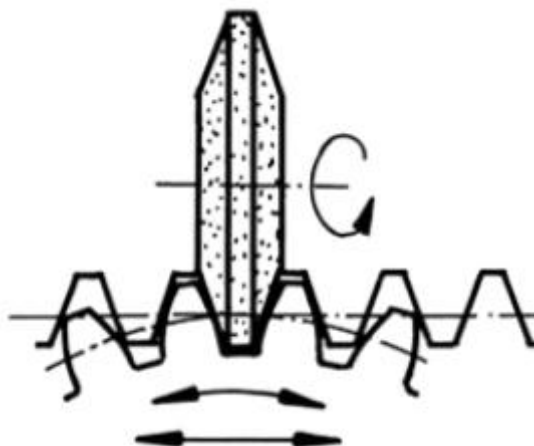
Kod nekontinuiranog profilnog brušenja alat je brusna ploča koja je oblikovana kao profil boka zuba. Ovim postupkom, obrađuju se svaki bok zuba zasebno ili oba susjedna boka zuba zajedno. Glavno režno gibanje vrši brusna ploča rotiranjem oko vlastite osi dok su posmak brusne ploče u uzdužnom smjeru osi obratka te rotacija obratka za jedan korak, posmična gibanja kao što je prikazano na slici 13 [2].



Slika 13 Nekontinuirano profilno brušenje

3.2.1.2. Nekontinuirano odvalno brušenje

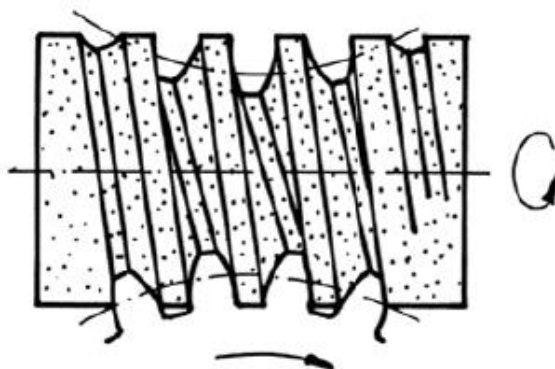
Nekontinuirano odvalno brušenje je postupak u kojem se brusna ploča u obliku zuba zubne letve, valja po kinematskom pravcu te time simulira zahvat zupčanika. U ovom postupku se koriste četiri različita gibanja, a to su rotacijsko gibanje brusne ploče oko vlastite osi što predstavlja glavno režno gibanje, gibanje u uzdužnom smjeru alata i gibanje uzduž širine zupčanika i rotacija obratka oko vlastite osi što je vidljivo na slici 14 [2]. Ovim postupkom se također obrađuje svaka uzubina zasebno.



Slika 14 Nekontinuirano odvalno brušenje

3.2.1.3. Kontinuirano profilno brušenje

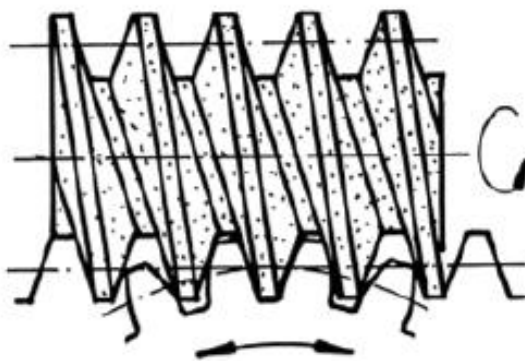
Kontinuirano profilno brušenje je postupak kod kojeg alat ima oblik globoidnog pužnog kola s profilom zuba koji odgovara uzubini zupčanika. Glavno rezo gibanje se vrši rotacijom globoidnog pužnog kola oko vlastite osi, a posmična gibanja su rotacija obratka i posmak alata ili obratka u uzdužnom smjeru obratka što je vidljivo na slici 15 [2].



Slika 15 Kontinuirano profilno brušenje

3.2.1.4. Kontinuirano odvalno brušenje

Kod kontinuiranog odvalnog brušenja alat ima oblik pužnog kola s profilom zuba zubne letve na čijim bokovima se nalaze abrazivne čestice. Glavno rezo gibanje se vrši rotacijom pužnog kola oko vlastite osi dok su posmična gibanja: rotacija obratka i posmak alata ili obratka u uzdužnom smjeru obratka kao što je prikazano na slici 16 [2]. Također je moguće obrađivati susjedne bokove zuba istovremeno.



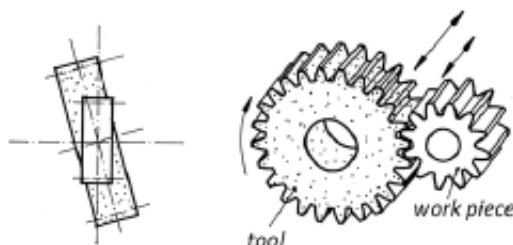
Slika 16 Kontinuirano odvalno brušenje

3.2.2. *Lepanje*

Postupak poliranja odnosno poboljšavanja kvalitete površinske obrade toplinski obrađenih zupčanika gdje dva zupčanika u zahvatu imaju konstantnu dobavu tekućine za lepanje. Ta tekućina se sastoji od ulja u kojem se nalaze sitne abrazivne čestice. Danas se rijetko koristi zbog boljeg razvoja honanja.

3.2.3. *Honanje*

Honanje je postupak poliranja koji se najviše primjenjuje kod kaljenih zupčanika. Poboljšava točnost izrade i površinsku kvalitetu. Postupak je vrlo sličan grecanju te je prikazan na slici 17 [2].



Slika 17 Honanje

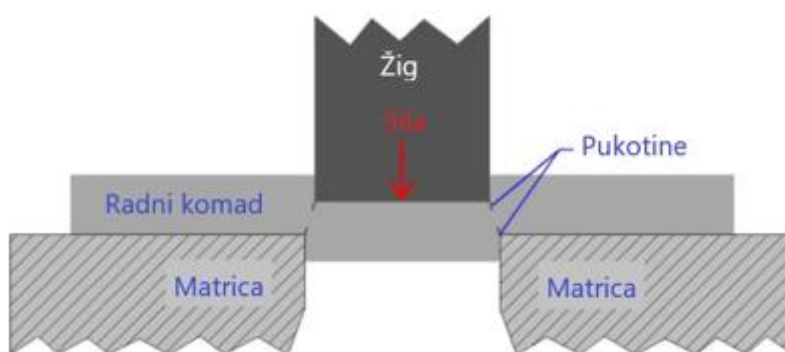
3.2.4. *Superfinaš*

Superfinaš je postupak vibracijskog poliranja mehaničkim i kemijskim metodama. Obratci se stavljaju u spremnike pune mješavine: vode, posebnih kemijskih sredstava i abrazivnih dijelova. Taj spremnik zatim vibrira, čime se relativnim gibanjem abrazivnih čestica i obratka, skida materijal s površine.

3.3. Postupci oblikovanja

3.3.1. Štancanje

Postupak kod kojeg se utiskivanjem alata (žiga) u obliku zupčanika kroz tanki lim dobiva gotov zupčanik, što je vidljivo na slici 18 [5]. Takvi zupčanici nemaju visoku točnost i mogu biti samo malih širina.



Slika 18 Štancanje

3.3.2. Lijevanje

Pod lijevanjem se podrazumijeva dobivanje gotovog zupčanika s ozubljenjem. Ključni nedostaci lijevanja su skupljanje materijala pri hlađenju što znatno utječe na preciznost zupčanika i lošija strukturalna svojstva što utječe na opteretivost zupčanika.

3.3.2.1. Gravitacijski lijev

Postupak kojim se dobivaju zupčanici namijenjeni grubim strojevima (poljoprivredni, ručni pogoni). Tekući metal se ulijeva u najčešće pješčani kalup te se hladi do sobne temperature. Nakon hlađenja, kalup se uništava i izvadi se gotov zupčanik. Ti zupčanici su neprecizni, imaju kosinu radi vađenja modela te se različito deformiraju tijekom hlađenja.

3.3.2.2. Tlačno lijevani zupčanici

Metalni materijali slabe opteretivosti i niskog tališta, ili plastični materijali, tlačno se lijevaju u metalne kalupe. Ovim postupkom postiže se vrlo visoka točnost izrade i kvaliteta površine koje su slične normalnoj obradi.

3.3.2.3. Precizni lijev (*Lost-wax casting technique*)

Postupak započinje ulijevanjem materijala s niskim talištem u keramički kalup (negativ), te se taj model nakon skrućivanja koristi kako bi se dobio kalup od vatrostalnog materijala.

Zagrijavanjem, tali se model od lako taljivog materijala koji iscure iz kalupa te se potom u kalup ulijeva materijal zupčanika. Odljevci dobiveni ovom metodom mogu imati visoku tvrdoću.

3.3.3. Sinteriranje

Kalup (negativ) se puni metalnim prahom za sinteriranje te se preša pomoću čepa koji također ima oblik negativa. Time se dobiva komprimirani metalni prah u obliku zupčanika (briket) koji se vadi iz negativa te peče na temperaturi od 1300 °C do 1700°C. Točnost izrade je jednaka glodanim zupčanicima srednje kvalitete. Glavni nedostaci sinteriranja su visoka cijena metalnog praha i alata te manja opteretivost zupčanika.

3.3.4. Kovanje u ukovnjima

Obuhvaća četiri operacije: sabijanje, pretkovanje, gotovo kovanje i skidanje srha. Kovanje zupčanika vrši se na toplo dok se završno kovanje vrši hladno, čime se može postići visoka točnost. Također mogu podnijeti veće opterećenje zbog bolje orijentacije kristalnih zrna, optimalne krivulje u korijenu zuba ili na ostalim funkcionalnim površinama.

3.3.5. Injekcijsko prešanje

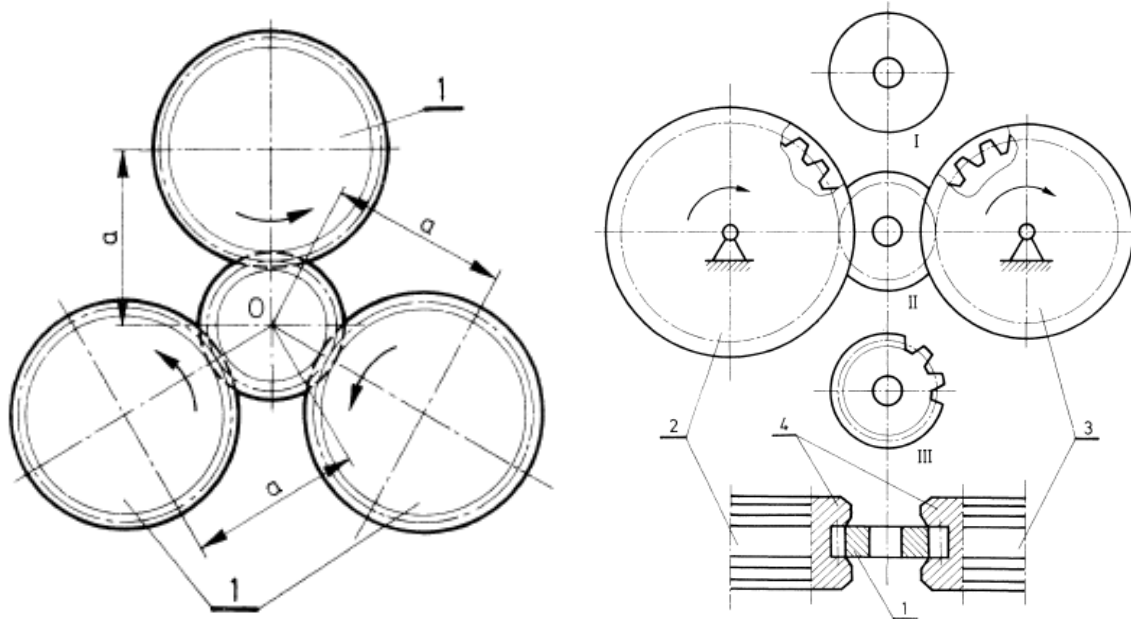
Injekcijsko prešanje je postupak ubrizgavanja polimera određene viskoznosti u kalupnu šupljinu te se hlađenjem dobiva gotov model.

3.3.6. Prešanje

Prešanje na hladno se izvodi u četiri postupka: prešanje s tečenjem prema naprijed, prešanje s tečenjem prema nazad, prešanje s poprečnim tečenjem i kombinirano prešanje s tečenjem. Hladnim prešanjem dobiva se veća točnost izrade.

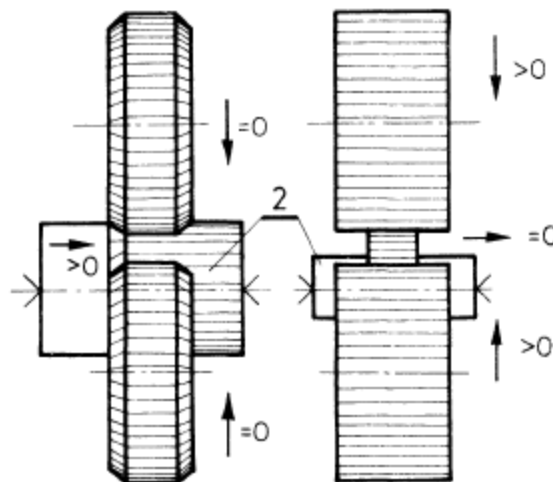
3.3.7. Valjanje

Proces koji brzo oblikuje uzubinu, valjanjem pod visokim tlakom s alatom u obliku zupčanika. Valjanje zupčanika se može izvoditi na toplo i na hladno. Hladno valjanje se vrši pomoću tri gonjena valjka (slika 19 [1] lijevo), tangencijalnog valjanja s dva valjka (slika 19 desno), planetarnog valjanja ili Roto-Flo postupka, dok se toplo valjanje izvodi kao protočno ili utisno valjanje.



Slika 19 Hladno valjanje

Razlika između protočnog i utisnog valjanja su iznosi posmaka valjaka i obratka kao što je vidljivo na slici 20 [1], gdje lijeva slika prikazuje protočno valjanje, a desna slika utisno. Točnost ovih postupka je niska pa je potrebna završna mehanička obrada. Hladnim valjanjem postiže se veća čvrstoća na savijanje, povećana otpornost na trošenje te veća zamorna čvrstoća.



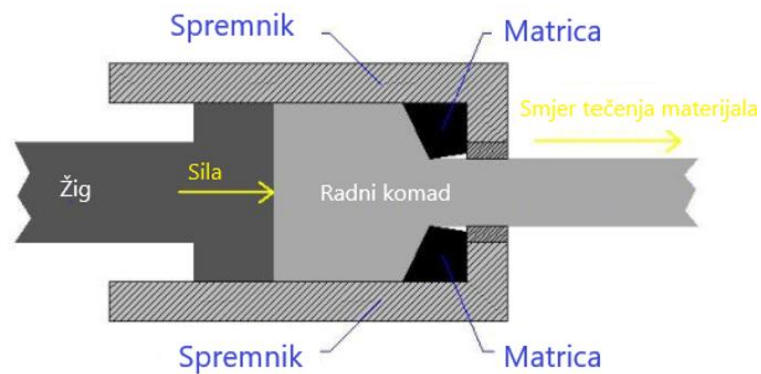
Slika 20 Toplo valjanje

3.3.8. Laštenje utiskivanjem

Nezakaljeni zupčanik koji se centrira sam, valja se u zahvatu s najčešće 3 zakaljena i brušena zupčanika pod opterećenjem.

3.3.9. Ekstruzija

Kod ekstruzije, sirovac se tlači žigom kroz matricu koja ima oblik negativnog profila zupčanika te se nakon postupka dobiva dugačka šipka s vanjskim ozubljenjem koju je potrebo odrezati na željene širine zupčanika. Izgled procesa je prikazan na slici 21 [5]. Ekstruzija se može izvoditi u toplom i hladnom stanju. Hladna ekstruzija ima veću preciznost s obzirom da se izradak ne mora hladiti pa se time ne mijenjaju dimenzije te se također, može više opteretiti zbog povoljnije orijentacije kristalnih zrna.



Slika 21 Ekstruzija

3.3.10. Hladno izvlačenje

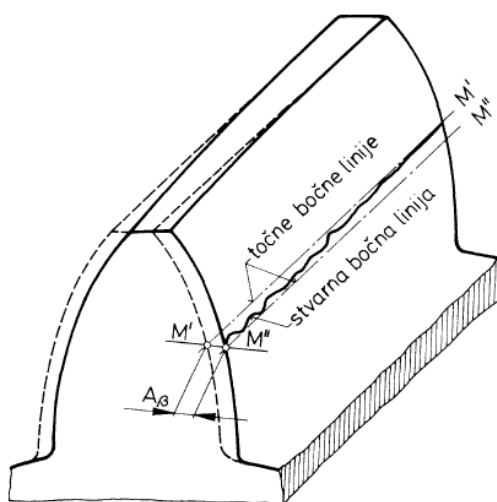
Hladno izvlačenje je postupak provlačenja žice kroz negativni profil zupčanika. S obzirom da je žica dugačka, potrebno je naknadno rezanje na odgovarajuće širine zupčanika.

4. GREŠKE PROIZVODNJE ZUPČANIKA

U prijašnjem poglavlju bili su navedeni načini proizvodnje ozubljenja zupčanika. S obzirom na kompleksnost geometrije ozubljenja, nepreciznost alata i strojeva, potkradaju se greške, odnosno odstupanja od teoretskog oblika, koje uvelike utječu na opteretivost, trajnost i tihi rad zupčanika. Dopusštena odstupanja tih grešaka, određena su sustavom tolerancija. Kod zupčanika, kvaliteta proizvodnje prikazuje se u 12 kategorija kvalitete gdje kvaliteta 12 dozvoljava najveća odstupanja, a kvaliteta 1 najmanja. Greške geometrije, odnosno statičke greške, kod izrade zupčanika su: greške boka zuba, greška debljine zuba, greške koraka te odstupanje od centričnosti i aksijalnosti.

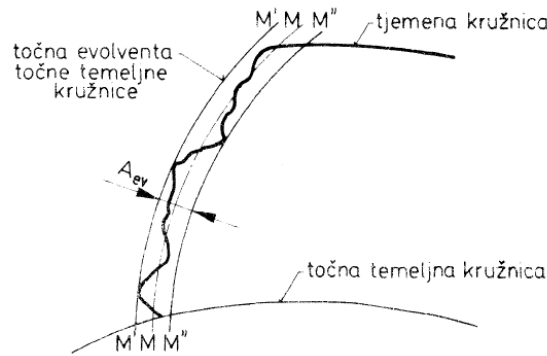
4.1. Greške boka zuba

Kod boka zuba čelnika s ravnim zubima, mogu se pronaći dvije vrste grešaka, a to su greške bočne linije zuba i greške profila zuba, odnosno evolvente. Odstupanje bočne linije je dozvoljeni razmak (A_{β}) između dviju teoretskih i paralelnih linija boka, koje su na slici 22 [1] označene s M' i M'' , između kojih se nalazi stvarna bočna linija.



Slika 22 Odstupanje bočne linije

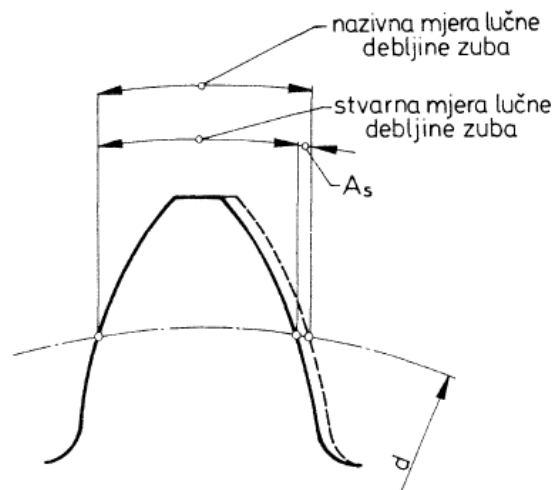
Odstupanje od idealnog profila zuba, odnosno idealne evolvente, je dozvoljen razmak (A_{ev}) između dva idealna evolventna profila, koji su na slici 23 [1] označeni s M' i M'' , između kojih se nalazi stvarni profil zuba.



Slika 23 Odstupanje profila zuba

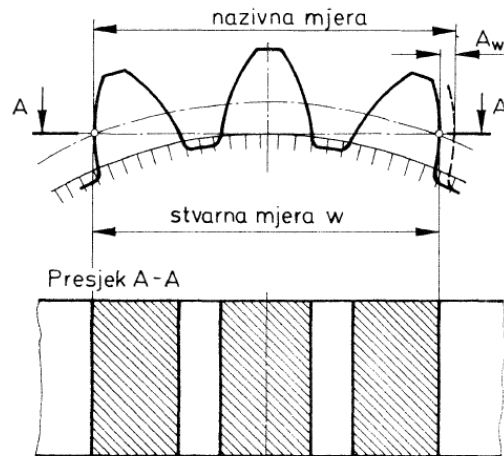
4.2. Greška debljine zuba

Greška debljine zuba definira se kao odstupanje (A_s) od idealne lučne debljine zuba na diobenom promjeru što je prikazano na slici 24.



Slika 24 Odstupanje debljine zuba

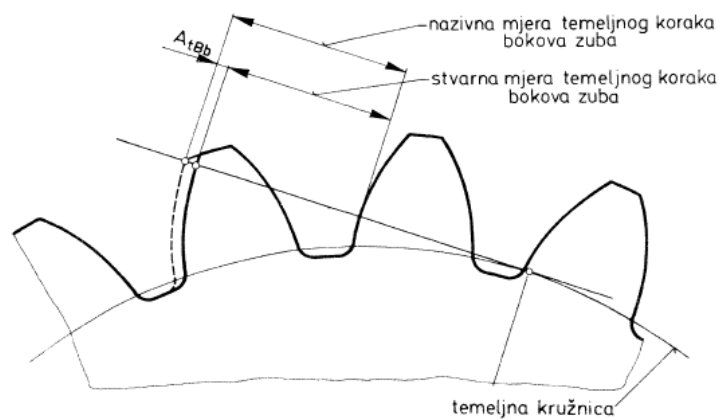
Kako je nepraktično mjeriti lučnu debljinu zuba, odstupanje (A_w) od nazivne mjere se određuje mjerom preko nekoliko zubi. Dobivena mjera (w) je stvarna udaljenost između dviju okomica raznostranih bokova različitih zuba, što je prikazano na slici 25 [1].



Slika 25 Mjera preko nekoliko zubi

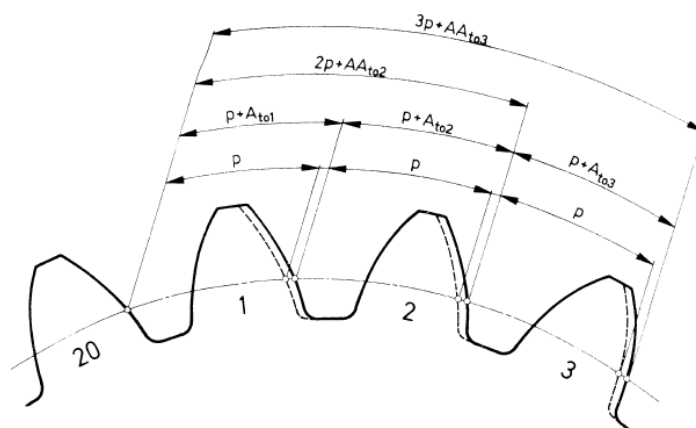
4.3. Greške koraka

Greške koraka podijeljene su na greške temeljnog i diobenog koraka. Odstupanje temeljnog koraka definira se kao razlika koraka (A_{tBb}) između stvarne i nazivne udaljenosti, istostranih bokova dva različita zuba, na zahvatnoj liniji kao što je prikazano na slici 26 [1].



Slika 26 Odstupanje temeljnog koraka

Odstupanje diobenog koraka je razlika (A_{to}) između stvarne i nazivne lučne udaljenosti diobenog koraka, što je prikazano na slici 27 [1]. Na slici 27, također je prikazano ukupno odstupanje više koraka, tzv. zbirno odstupanje.



Slika 27 Odstupanje diobenog koraka

4.4. Greške centričnosti i aksijalnosti

Ova odstupanja predstavljaju odstupanja položaja osi zupčanika zbog grešaka u bokovima zubi te vlastite osi. Odstupanje od centričnosti određuje se mjerenjem radijalne točnosti vrtnje, odnosno mjerenjem promjene položaja vrha komparatora u radijalnom smjeru u odnosu na os zupčanika. Za razliku od centričnosti, odstupanje od aksijalnosti, određuje se mjerenjem aksijalne točnosti vrtnje, odnosno mjerenjem promjene položaja vrha komparatora na čeonj površini zupčanika u odnosu na ravninu okomitu na os zupčanika.

4.5. Sustav tolerancija

Kako je već spomenuto, sustav tolerancija profila zupčanika podijeljen je u 12 kategorija kvalitete gdje kvaliteta 1 označava najmanja odstupanja, a kvaliteta 12 najveća. Kvaliteta zupčanika odabire se na temelju primjene, obodne brzine te načinu obrade, što je prikazano na slici 28 [1].

Kvaliteta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primjena		etalon zupčanici	razni instrumenti diobeni aparati i sl.	precizni prijenosnici i mjenjači brzina	automobili	kamioni	opće strojarstvo		poljoprivredni i drugi grubi strojevi			
Obodna brzina			preko $20 \frac{m}{s}$		20 do $6 \frac{m}{s}$		6 do $3 \frac{m}{s}$			$3 \frac{m}{s}$ i manje		
Način obrade		brušenje	brijanje (prije termičke obrade)		precizno rezanje	srednje fino rezanje		prosječno rezanje				

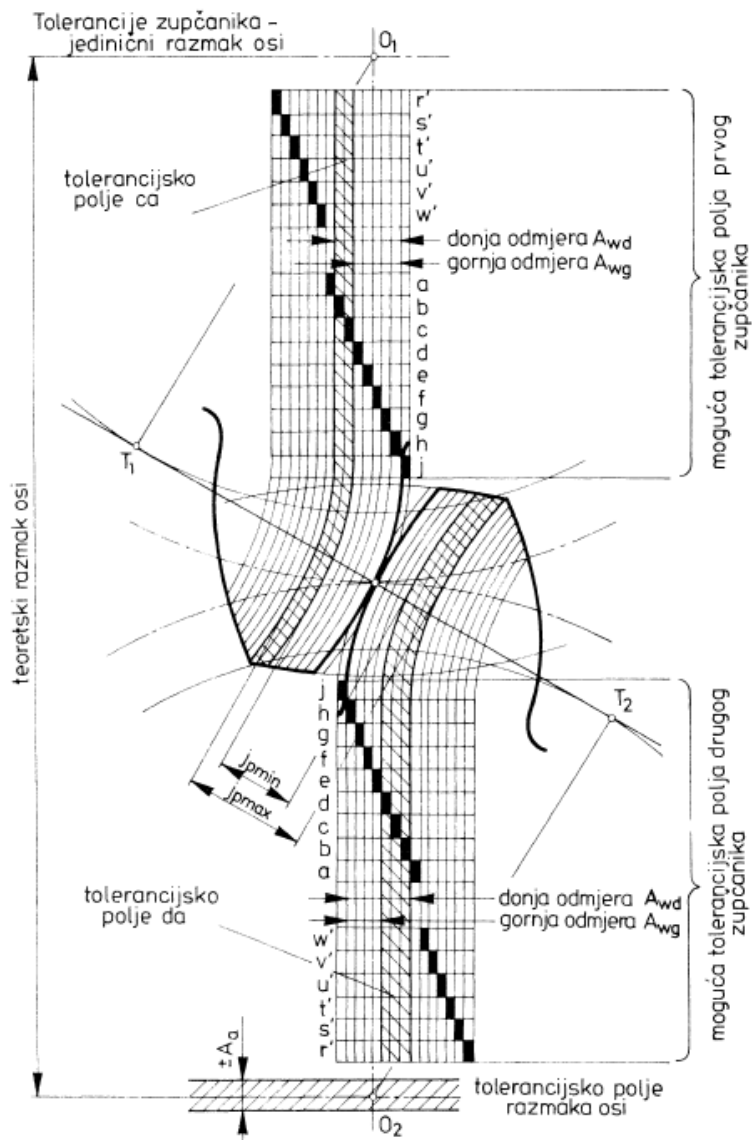
Slika 28 Izbor kvalitete obrade

Odabirom kvalitete izrade zupčanika određujemo veličine tolerancija mogućih odstupanja mjere preko nekoliko zubi koja se ograničava gornjim (A_{wg}) i donjim (A_{wd}) odstupanjem. Kako bi se definiralo dopušteno odstupanje mjere preko nekoliko zubi, potrebno je odabrati tolerancijsko polje u odabranoj kvaliteti koje se definira pomoću dvije slovne oznake, što je vidljivo na slici 29 [1]. Vrijednosti tolerancijskih polja ovise o kvaliteti izrade, modulu zupčanika i o diobenom promjeru. Također, za granična odstupanja debljine zuba na diobenom promjeru, koriste se iste vrijednosti kao i za odstupanja mjere nekoliko zubi [1]. U tablici 4-1 [6], prikazane su vrijednosti graničnih odstupanja za kvalitetu izrade 9, te njihovu ovisnost o modulu i promjeru diobene kružnice zupčanika.

Tablica 4-1 Prikaz vrijednosti tolerancija debljine zuba

Standardni modul m_n [mm]	Promjer diobenog kruga d [mm]							K v a l i t e t a 9										
	...4	4...36	36...100	100...196	196...326	326...484	484...	Granična odstupanja										
								j	h	g	f	e	d	c	b	a	z'	y'
1							+24	0	-48	-96	-144	-192	-240	-288	-336	-432	-528	-624
2							+26	0	-52	-104	-156	-208	-260	-312	-364	-468	-572	-676
3							+27	0	-54	-108	-162	-216	-270	-324	-378	-486	-594	-702
4							+29	0	-58	-116	-174	-232	-290	-348	-406	-522	-638	-754
5							+31	0	-62	-124	-186	-248	-310	-372	-434	-558	-682	-806
6							+33	0	-66	-132	-198	-264	-330	-396	-462	-594	-726	-858
7							+35	0	-70	-140	-210	-280	-350	-420	-490	-630	-770	-910
8							+36	0	-72	-144	-216	-288	-360	-432	-504	-648	-792	-936
9							+38	0	-76	-152	-228	-314	-380	-456	-532	-684	-836	-988
10							+40	0	-80	-160	-240	-320	-400	-480	-560	-720	-880	-1040
11							+42	0	-84	-168	-252	-336	-420	-504	-588	-756	-924	-1092
12							+44	0	-88	-176	-264	-352	-440	-528	-616	-792	-968	-1144

Razlomci standardnih modula zaokružuju se po sljedećem principu:
 od 0,5 do 1,49 – 1
 od 1,5 do 2,49 – 2
 od 2,5 do 3,49 – 3 itd.



Slika 29 Položaj odstupanja slovnih oznaka kvalitete

5. PROGRAMSKI KÔD

U ovom poglavlju biti će opisan kôd za izradu zupčanika s integriranim greškama u programskom jeziku Python. Zadaća originalnog kôda [7] je bila napraviti (.dxf) dokument idealnog zupčanika bez zaobljenja korijena zuba. Navedenom programu je integrirana stohastička greška debljine zuba te je dodano zaobljenje korijena zuba. Na slici 30, prikazan je dijagram toka programskog kôda s integriranim zaobljenjima korijena zuba te stohastičkom greškom debljine zuba.

5.1. Generiranje točaka idealnog zupčanika

Program započinje računanjem osnovnih geometrijskih karakteristika zupčanika koje su opisane u 2. poglavlju ovog rada. Nakon proračunavanja istih, određeni su kutovi svake simetrale zuba zupčanika pomoću izraza:

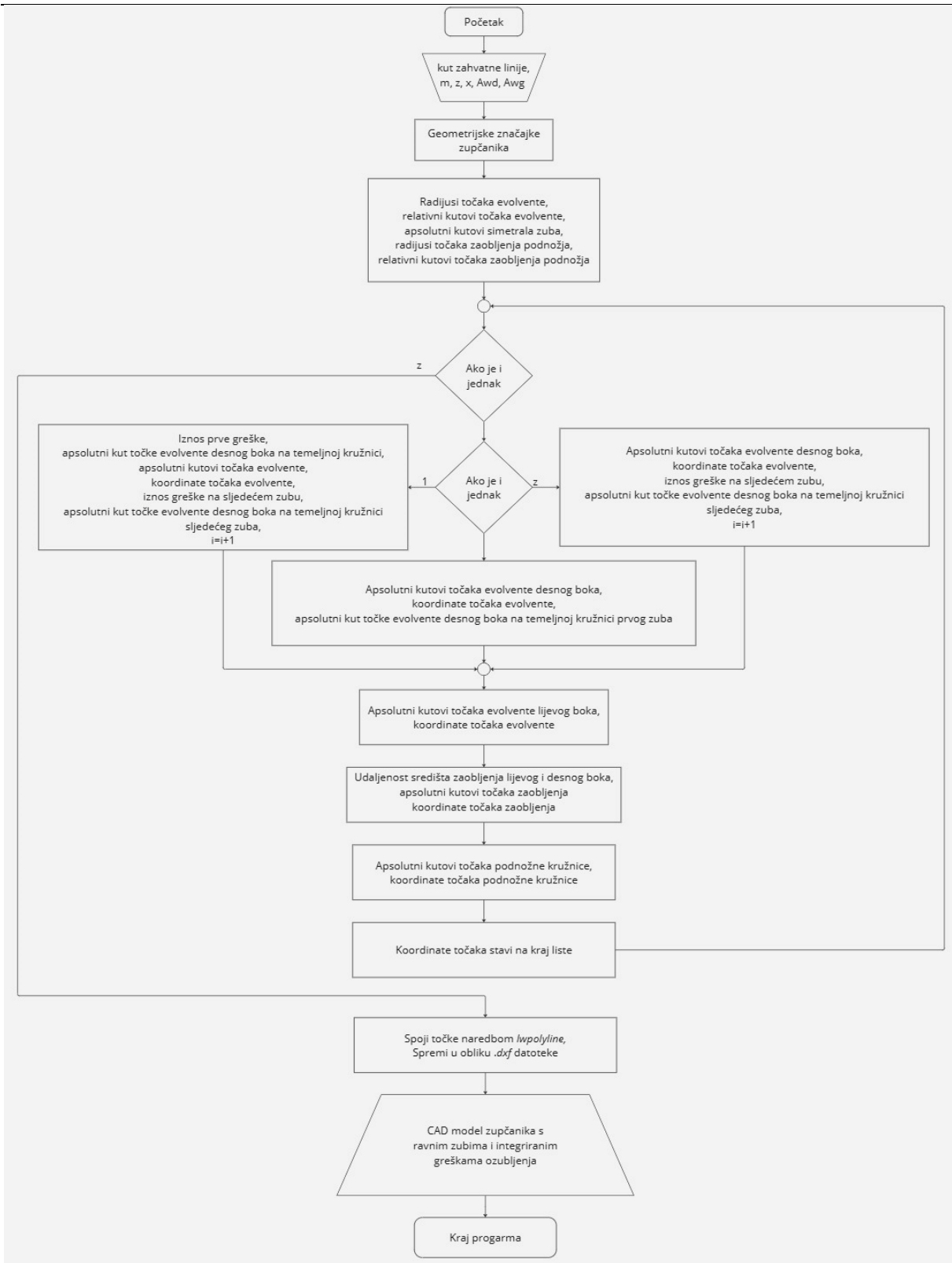
$$\varphi = \frac{2\pi \cdot x}{z}, \quad (18)$$

gdje x označava poredak određenog zuba, a z ukupan broj zubi zupčanika.

Temeljem tih kutova sastavljena je lista simetrala gdje svaki član liste sadrži kut otklona od osi x (nadalje apsolutni kut) te simetrale. Npr. za zupčanik s 20 zubi lista bi izgledala:

$$\left[\frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{10}, \frac{3\pi}{10}, \frac{4\pi}{10}, \frac{5\pi}{10}, \dots, 2\pi \right]. \quad (19)$$

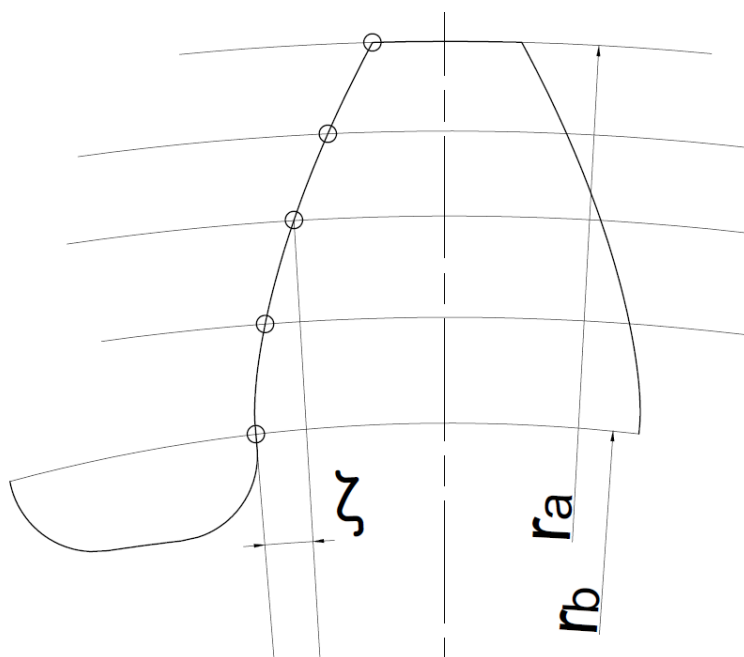
Kako bi se generirale točke cijelog zupčanika, napravljena je *for* petlja gdje se za svaku simetralu generiraju točke: oba evolventna dijela boka tog zuba, tjemnog promjera te podnožnog promjera (između trenutnog i sljedećeg zuba).



Slika 30 Dijagram toka programskog kôda

5.1.1. Generiranje točaka evolvente boka zuba

Kako bi se odredile točke evolvente prvo je bilo potrebno odrediti željenu preciznost evolvente, odnosno željeni broj točaka koje opisuju evolventu, te raspodijeliti raspon između temeljne i tjemene kružnice na željeni broj točaka koje su radijalno ekvidistantne. Time su dobiveni radijusi na kojima će se točke, koje opisuju evolventu, nalaziti. Zatim su se pomoću izraza za opis krivulje evolvente (6) i dobivenih radijusa, odredila presjecišta. Presjecišta, prikazana na slici 31, odnosno točke na evolventi zabilježene su pomoću liste gdje je svaki član liste relativni kut (ζ), odnosno kut između početne točke evolvente na temeljnoj kružnici i točke na jednom od radijusa.



Slika 31 Generiranje točaka evolvente boka zuba

5.1.1.1. Generiranje točaka evolvente lijevog boka zuba

Kako bi se generirale točke lijevog boka zuba bilo je potrebno napraviti listu apsolutnih kutova (α_i) točaka evolvente koji se računaju na način da se simetrali zuba pribroji vrijednost pola debljine zuba na diobenoj kružnici i relativni kut između točaka na diobenoj i temeljnoj kružnici koje se nalaze na evolventi, čime se dolazi do početne točke evolvente na temeljnoj kružnici. Od te točke se za svaku točku na evolventi oduzme njezin relativni kut (ζ). Poznavajući radijuse točaka evolvente i njihove apsolutne kutove (α_i), moguće je izračunati kartezijske koordinate svake točke pomoću izraza:

$$x_i = r_i \cdot \cos \alpha_i, \quad (20)$$

$$y_i = r_i \cdot \sin \alpha_i, \quad (21)$$

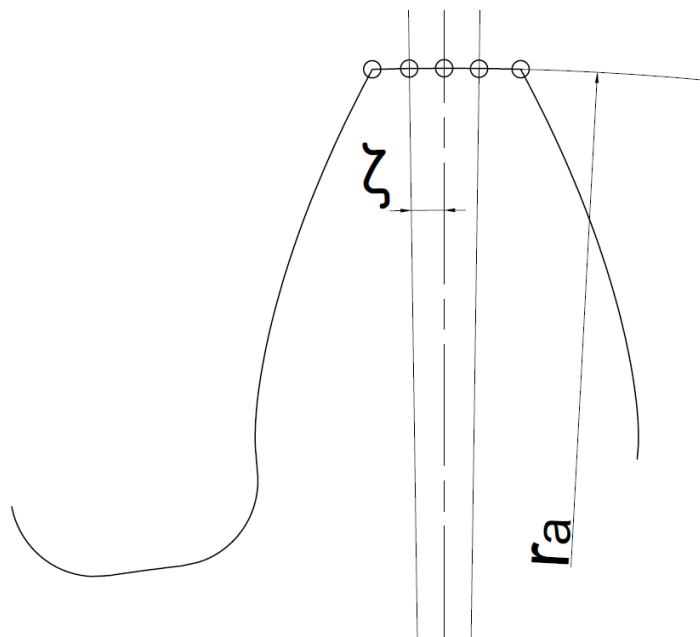
koje se zatim spremaju u posebnu listu.

5.1.1.2. Generiranje točaka evolvente desnog boka zuba

Razlika u odnosu na generiranje točaka lijevog boka zuba je u tome da se od simetrale zuba oduzme vrijednost pola debljine zuba na diobenoj kružnici i kut između točaka diobene i temeljne kružnice evolvente, te se relativni kutovi (ζ) točaka pribrajaju toj vrijednosti kako bi se dobili apsolutni kutovi (α_i).

5.1.2. Generiranje točaka tjemena zuba

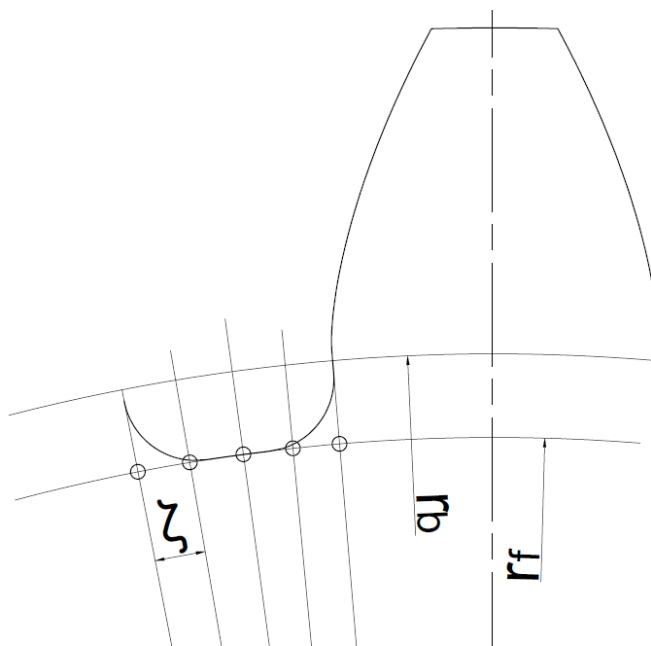
Točke na tjemenoj kružnici, prikazane na slici 32, generiraju se na način da se uzmu apsolutni kutovi krajnjih točaka evolventnih bokova na temeljnoj kružnici te se njihova lučna udaljenost podjeli cirkularno ekvidistantno na željeni broj točaka, odnosno na željenu točnost krivulje. Time se dobiva apsolutni iznos kuta pojedine točke te poznavajući radijus tjemene kružnice, mogu se izračunati koordinate točaka pomoću izraza (20) i (21), koje se spremaju u posebnu listu.



Slika 32 Generiranje točaka na tjemenoj kružnici

5.1.3. Generiranje točaka podnožja zuba

Podnožnje zuba se u originalnom programskom kôdu generira na način da se uzmu apsolutni kutovi točaka evolvente na temeljnoj kružnici trenutnog i sljedećeg zuba te se cirkularno ekvidistantno podjele na željeni broj točaka kao što je prikazano na slici 33. Također, poznavajući apsolutne kutove svake točke te radijusa podnožne kružnice, moguće je pomoću izraza (20) i (21) izračunati koordinate tih točaka te ih spremiti u posebnu listu.



Slika 33 Generiranje točaka podnožja zuba

5.2. Spajanje točaka i stvaranje (.dxf) datoteke

Sve prethodno navedene točke se za svaki zub, dodaju u konačnu listu točaka, redosljedom suprotnom od kazaljke na satu. Kada se generira lista svih točaka zupčanika, pomoću biblioteke *ezdxf*, sve točke se spajaju naredbom *lwpolyline* (*lightweight polyline*) u zatvoreni oblik. Nakon spajanja, zupčanik se sprema u obliku (.dxf) datoteke.

5.3. Integriranje stohastičke greške boka zupčanika

Kako bi se integrirale nasumične greške debljine zuba bilo je potrebno dodati funkciju koja nasumično odabire brojeve između dviju zadanih vrijednosti tolerancija. Funkcija radi na način da se zadaju gornje i donje odstupanje debljine zuba na diobenom promjeru te se nasumično odredi broj između tih vrijednosti koji se zatim preračuna u kut pomoću izraza:

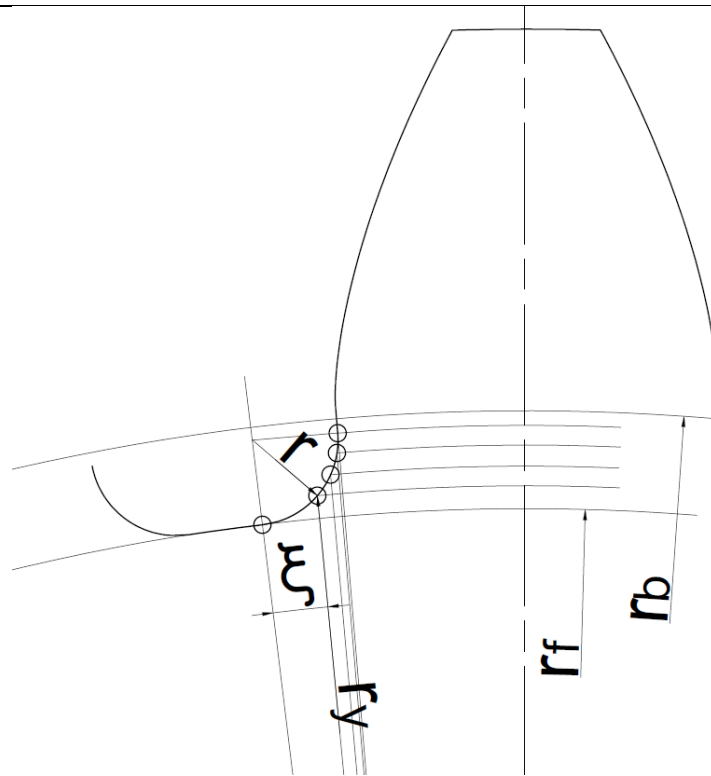
$$\omega = \tan^{-1} \frac{T}{r}, \quad (22)$$

gdje T predstavlja iznos odstupanja u mm, a r radijus diobene kružnice u mm.

Inicijalnom dijelu programa zaduženom za generiranje točaka evolvente desnog boka zuba opisanog u poglavlju 5.1.1.2, dodan je pomak desnog boka zuba pribrajanjem relativnog kuta odstupanja (ω) za taj zub, polovici debljine zuba na diobenom promjeru, čime se pomiče početna točka evolvente na temeljnoj kružnici i time cijeli bok evolvente. Uvjet da zbroj svih širina uzubina i debljina zuba mora biti jednak opsegu kružnice na diobenom promjeru je zadovoljen na način da su zubi jednoliko razmaknuti pomoću simetrala zbog čega se dodijeljeni pomak boka zuba, pribraja širini uzubine prije tog zuba.

5.4. Integriranje zaobljenja podnožja boka zuba

Zaobljenja podnožja boka zuba, napravljena su na sličan način kao i evolventni dio boka zuba. Prvo su određeni radijusi na kojima će se nalaziti točke koji su radijalno ekvidistantni i imaju željenu točnost što je vidljivo na slici 34. Zatim se za svaki zub pronalazi središte zaobljenja na način da se apsolutnom kutu točke evolvente na temeljnoj kružnici oduzme (desni bok zuba) ili pribroji (lijevi bok zuba) relativni kut koji odgovara radijusu zaobljenja. Zatim se poznavanjem radijusa zaobljenja (r), radijusa podnožne kružnice (r_f) i polumjera neke točke (r_y), kosinusovim poučkom može izračunati relativni kut (ζ) između središta zaobljenja i te točke na kružnici. Oduzimanjem ili pribrajanjem relativnog kuta (ζ), apsolutnom kutu središta zaobljenja, dobiva se apsolutni kut te točke zaobljenja koji se sprema u listu. Također, bilo je potrebno prilagoditi i točke podnožne kružnice koje nisu više ograničene točkama evolvente nego završecima zaobljenja na podnožnoj kružnici.



Slika 34 Generiranje točka zaobljenja podnožja zuba

6. CAD model zupčanika

U prilogu se nalaze crteži dvaju zupčanika dobivenih modificiranim programskim kôdom opisanim u prethodnom poglavlju na kojima su prikazane mjere preko nekoliko zubi na nasumičnim mjestima.

Za izradu oba zupčanika koristile su se točnosti evolventnih bokova te zaobljenja podnožja u iznosu od 50 točaka, dok se za tjemeni i podnožni promjer koristila točnost od 20 točaka. Također pomaci profila nisu bili razmatrani.

6.1. Zupčanik 1

Za izradu ovog zupčanika odabrani su sljedeći parametri:

- $m = 5$ mm
- $z = 24$
- $\alpha = 20^\circ$
- Kvaliteta 9
 - Tolerancijska polja g , e čije su vrijednosti u μm prikazane u tablici 6-1

Tablica 6-1 Prikaz odabranih vrijednosti tolerancijskih polja za zupčanik 1

Standardni modul m_n [mm]	Promjer diobenog kruga d [mm]							K v a l i t e t a 9											
	...4	4...36	36...100	100...196	196...326	326...484	484...	Granična odstupanja											
								j	h	g	f	e	d	c	b	a	z'	y'	x'
1								+24	0	-48	-96	-144	-192	-240	-288	-336	-432	-528	-624
2								+26	0	-52	-104	-156	-208	-260	-312	-364	-468	-572	-676
3								+27	0	-54	-108	-162	-216	-270	-324	-378	-486	-594	-702
4								+29	0	-58	-116	-174	-232	-290	-348	-406	-522	-638	-754
5								+31	0	-62	-124	-186	-248	-310	-372	-434	-558	-682	-806
6								+33	0	-66	-132	-198	-264	-330	-396	-462	-594	-726	-858
7								+35	0	-70	-140	-210	-280	-350	-420	-490	-630	-770	-910
8								+36	0	-72	-144	-216	-288	-360	-432	-504	-648	-792	-936
9								+38	0	-76	-152	-228	-314	-380	-456	-532	-684	-836	-988
10								+40	0	-80	-160	-240	-320	-400	-480	-560	-720	-880	-1040
11								+42	0	-84	-168	-252	-336	-420	-504	-588	-756	-924	-1092
12								+44	0	-88	-176	-264	-352	-440	-528	-616	-792	-968	-1144

Razlomci standardnih modula zaokružuju se po sljedećem principu:

od 0,5 do 1,49 – 1
od 1,5 do 2,49 – 2
od 2,5 do 3,49 – 3 itd.

6.2. Zupčanik 2

Za izradu ovog zupčanika odabrani su sljedeći parametri:

- $m = 4$ mm
- $z = 27$
- $\alpha = 20^\circ$
- Kvaliteta 9
 - Tolerancijska polja h, f čije su vrijednosti u μm prikazane u tablici 6-2

Tablica 6-2 Prikaz odabranih vrijednosti tolerancijskih polja za zupčanik 2

Standardni modul m_n [mm]	Promjer diobenog kruga d [mm]							K v a l i t e t a 9											
	...4	4...36	36...100	100...196	196...326	326...484	484...	Granična odstupanja											
								j	h	g	f	e	d	c	b	a	z'	y'	x'
1								+24	0	-48	-96	-144	-192	-240	-288	-336	-432	-528	-624
2								+26	0	-52	-104	-156	-208	-260	-312	-364	-468	-572	-676
3								+27	0	-54	-108	-162	-216	-270	-324	-378	-486	-594	-702
4								+29	0	-58	-116	-174	-232	-290	-348	-406	-522	-638	-754
5								+31	0	-62	-124	-186	-248	-310	-372	-434	-558	-682	-806
6								+33	0	-66	-132	-198	-264	-330	-396	-462	-594	-726	-858
7								+35	0	-70	-140	-210	-280	-350	-420	-490	-630	-770	-910
8								+36	0	-72	-144	-216	-288	-360	-432	-504	-648	-792	-936
9								+38	0	-76	-152	-228	-314	-380	-456	-532	-684	-836	-988
10								+40	0	-80	-160	-240	-320	-400	-480	-560	-720	-880	-1040
11								+42	0	-84	-168	-252	-336	-420	-504	-588	-756	-924	-1092
12								+44	0	-88	-176	-264	-352	-440	-528	-616	-792	-968	-1144

Razlomci standardnih modula zaokružuju se po sljedećem principu:

od 0,5 do 1,49 – 1
 od 1,5 do 2,49 – 2
 od 2,5 do 3,49 – 3 itd.

7. ZAKLJUČAK

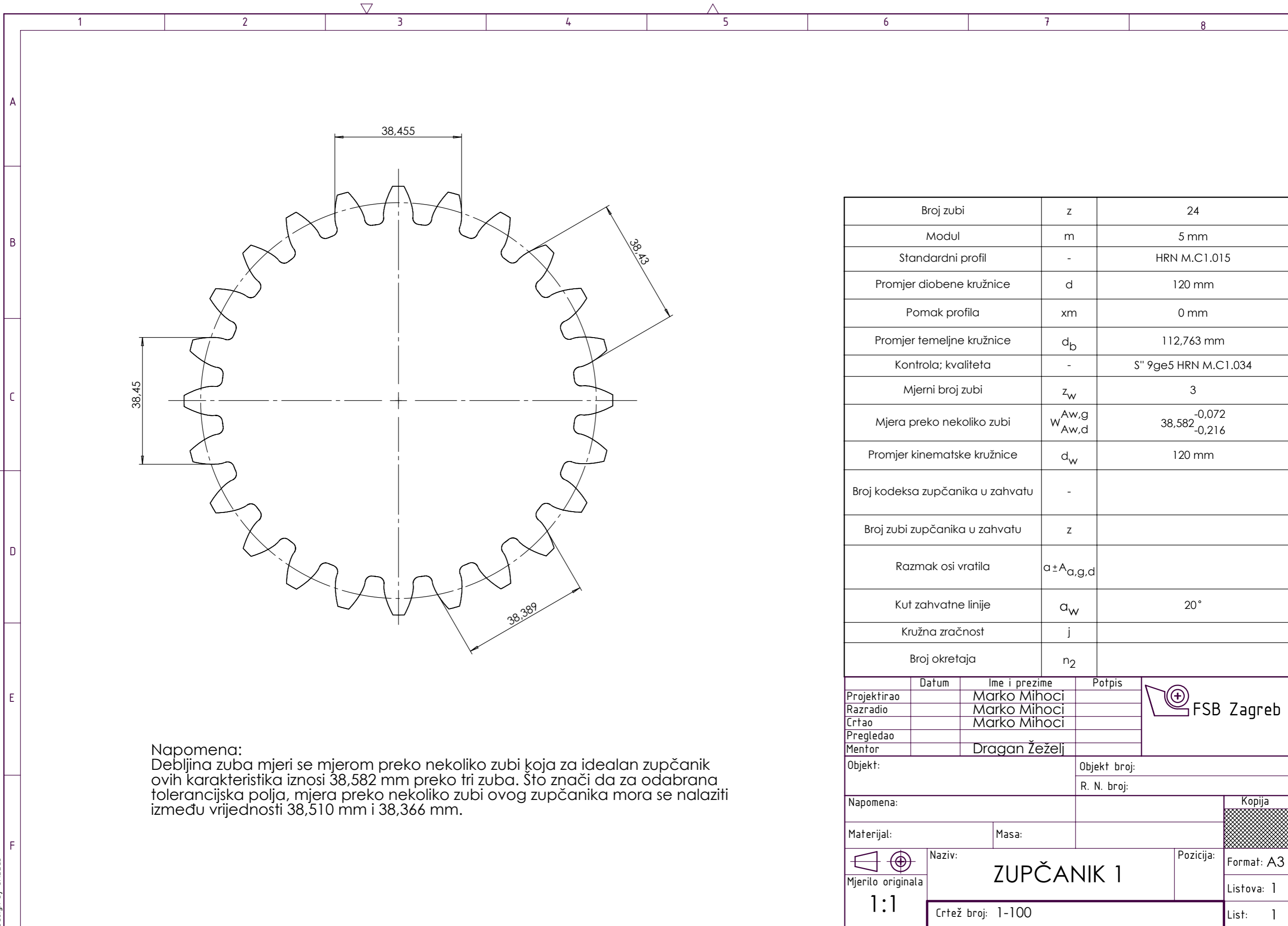
Modificiran je postojeći programski kôd koji izrađuje CAD model zupčanika s ravnim zubima, na način da su integrirane nasumično dodijeljene greške debljine pojedinog zuba unutar odabranih granica kvalitete proizvodnje. Model je izrađen pomoću točaka koje su spojene funkcijom *lwpolyline* što ne daje točni oblik krivulja, nego aproksimaciju čija se točnost može povećati ili smanjiti promjenom broja točaka. Također, dodano je zaobljenje podnožja boka zuba što predstavlja aproksimaciju kompleksne krivulje koju radi alat prilikom izrade zupčanika. Iz crteža je vidljivo da programski kôd uspješno izrađuje zupčanike s integriranim stohastičkim greškama debljine zuba.

LITERATURA

- [1] E. Oberšmit, Ozubljenja i zupčanici, Zagreb: SNL, 1982.
- [2] H. Linke, J. Börner i R. Heß, Cylindrical Gears, München: Hanser, 2016.
- [3] M. Shaker, T. Zou, J. Angeles i A. Morozov, »OPTIMIZATION OF TOOTH-ROOT PROFILE FOR MAXIMUM LOAD-CARRYING CAPACITY: SPUR AND BEVEL GEARS,« u *CCToMM Mechanisms, Machines, and Mechatronics*, Ottawa, 2015.
- [4] V. Spitas, T. Costopoulos i C. Spitas, »Increasing the Strength of Standard Involute Gear Teeth with Novel Circular Root Fillet Design,« *American Journal of Applied Sciences*, pp. 1058-1064, Lipanj 2005.
- [5] Z. Keran, »Predavanje o tehnologiji oblikovanja deformiranjem,« Zagreb, 2022.
- [6] M. Opalić i P. Rakamarić, Reduktor, Zagreb.
- [7] A. Spike, T. Bah, J. Weigert i J. Flierl, »GitHub,« 18. Svibanj 2015. [Mrežno]. Available: <https://gist.github.com/koppi/2e45f344106474961909>. [Pokušaj pristupa 23. Siječanj 2025.].
- [8] D. W. Dudley, Dudley's Handbook Of Practical Gear Design And Manufacture, Boca Raton: CRC Press, 1984.
- [9] C. Glinsky, »Math of involute curves for mechanical gears,« Drivetrain Hub, Kolovoz 2018.. [Mrežno]. Available: <https://drivetrainhub.com/notebooks/gears/geometry/Chapter%201%20-%20Involute.html>. [Pokušaj pristupa 18 Siječanj 2025.].

PRILOZI

I. Tehnička dokumentacija

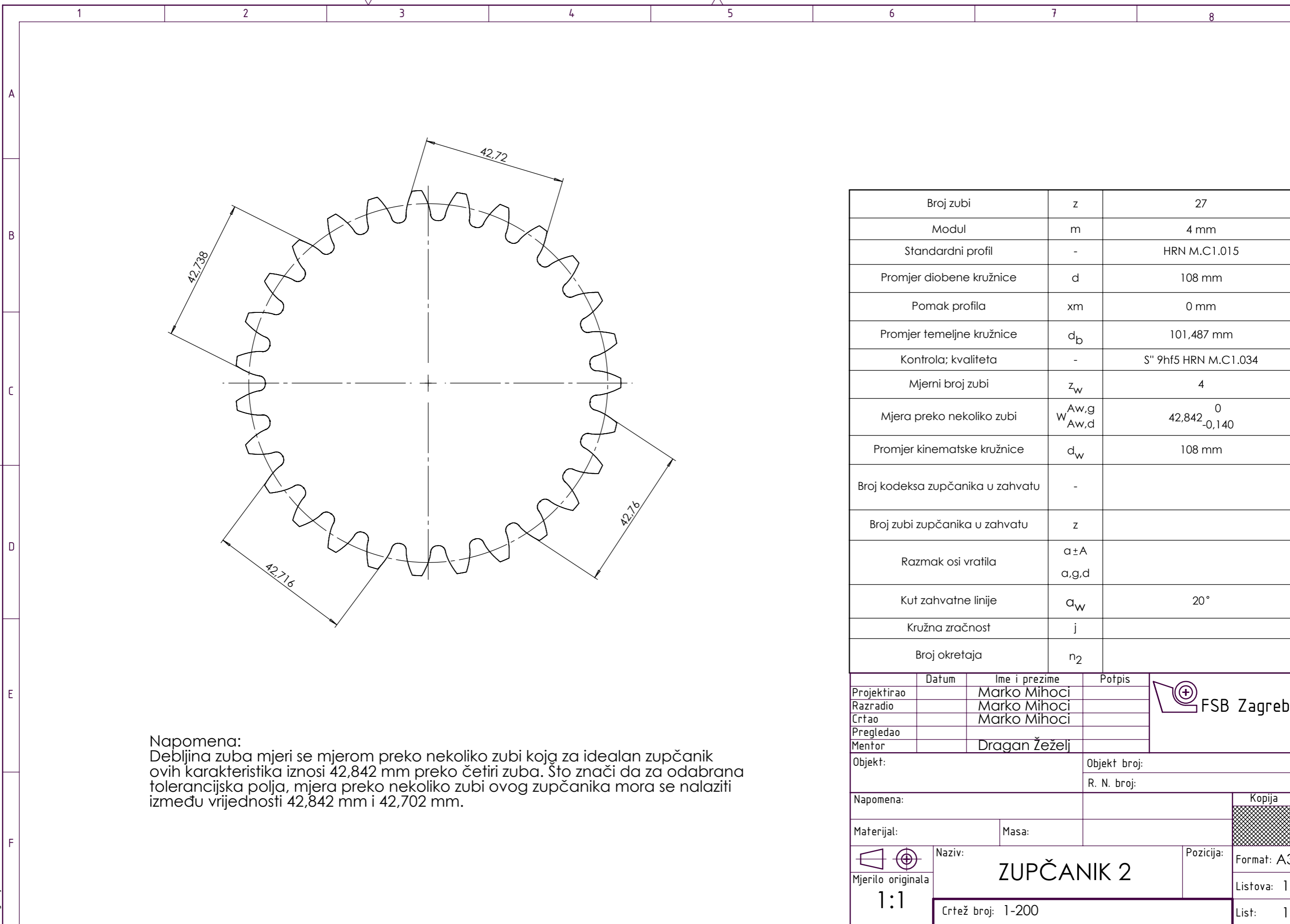


Napomena:
 Debljina zuba mjeri se mjerom preko nekoliko zubi koja za idealan zupčanik ovih karakteristika iznosi 38,582 mm preko tri zuba. Što znači da za odabrana tolerancijska polja, mjera preko nekoliko zubi ovog zupčanika mora se nalaziti između vrijednosti 38,510 mm i 38,366 mm.

Broj zubi	z	24
Modul	m	5 mm
Standardni profil	-	HRN M.C1.015
Promjer diobene kružnice	d	120 mm
Pomak profila	xm	0 mm
Promjer temeljne kružnice	d_b	112,763 mm
Kontrola; kvaliteta	-	S" 9ge5 HRN M.C1.034
Mjerni broj zubi	z_w	3
Mjera preko nekoliko zubi	$W_{Aw,g}$ $W_{Aw,d}$	38,582 ^{-0,072} -0,216
Promjer kinematske kružnice	d_w	120 mm
Broj kodeksa zupčanika u zahvatu	-	
Broj zubi zupčanika u zahvatu	z	
Razmak osi vratila	$a \pm A_{a,g,d}$	
Kut zahvatne linije	α_w	20°
Kružna zračnost	j	
Broj okretaja	n_2	

Projektirao	Datum	Ime i prezime	Potpis	
Razradio		Marko Mihoci		
Crtao		Marko Mihoci		
Pregledao				
Mentor		Dragan Žeželj		
Objekt:		Objekt broj:		
		R. N. broj:		
Napomena:				Kopija
Materijal:		Masa:		
	Naziv:		Pozicija:	
Mjerilo originala	ZUPČANIK 1		Format: A3	
1:1	Crtež broj: 1-100		Listova: 1	
			List: 1	





Napomena:
 Debljina zuba mjeri se mjerom preko nekoliko zubi koja za idealan zupčanik ovih karakteristika iznosi 42,842 mm preko četiri zuba. Što znači da za odabrana tolerancijska polja, mjera preko nekoliko zubi ovog zupčanika mora se nalaziti između vrijednosti 42,842 mm i 42,702 mm.

Broj zubi	z	27
Modul	m	4 mm
Standardni profil	-	HRN M.C1.015
Promjer diobene kružnice	d	108 mm
Pomak profila	xm	0 mm
Promjer temeljne kružnice	d _b	101,487 mm
Kontrola; kvaliteta	-	S ¹¹ 9hf5 HRN M.C1.034
Mjerni broj zubi	z _w	4
Mjera preko nekoliko zubi	$W_{Aw,g}$ $W_{Aw,d}$	$42,842^0_{-0,140}$
Promjer kinematske kružnice	d _w	108 mm
Broj kodeksa zupčanika u zahvatu	-	
Broj zubi zupčanika u zahvatu	z	
Razmak osi vratila	a±A a,g,d	
Kut zahvatne linije	α _w	20°
Kružna zračnost	j	
Broj okretaja	n ₂	

	Datum	Ime i prezime	Potpis
Projektirao		Marko Mihoci	
Razradio		Marko Mihoci	
Crtao		Marko Mihoci	
Pregledao			
Mentor		Dragan Žeželj	



Objekt:	Objekt broj:
	R. N. broj:

Napomena:	Kopija
-----------	--------

Materijal:	Masa:
------------	-------

 Mjerilo originala 1:1	Naziv:	Pozicija:	Format: A3
	ZUPČANIK 2		Listova: 1
	Crtež broj: 1-200		List: 1

Design by CADLab

