

# Numeričko modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita s polilaktičnom matricom ojačanom recikliranim karbonskim i lanenim vlaknima

---

**Zečević, Antonio**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:228603>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Antonio Zečević**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Izv. prof, dr. sc. Tomislav Lesičar  
Dr. sc. Ante Jurčević, mag.ing. mech.

Student:

Antonio Zečević

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru izv. prof. dr. sc. Tomislavu Lesičaru na svojoj pruženoj pomoći, vremenu, savjetima te konstruktivnim kritikama prilikom izrade ovog rada.

Također se zahvaljujem svom komentoru dr. sc. Anti Jurčeviću na izdvojenom vremenu, pomoći te svim sugestijama koje su uvelike unaprijedile ovaj rad te olakšale njegovu izradu.

Zahvalio bih se i kolegi Tomislavu Polančecu pri formiranju teme ovog rada te savjetima prilikom njegove izrade.

Isto tako, zahvalio bih se svojoj obitelji na svojoj potpori i podršci tijekom mog dosadašnjeg studiranja.

Na kraju, zahvaljujem se svojoj djevojci kao najvećoj potpori te svim prijateljima i kolegama koji su me pratili i bili podrška tijekom studiranja.

Antonio Zečević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:



Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Antonio Zečević** JMBAG: 0035221766

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita s polilaktičnom matricom ojačanom recikliranim karbonskim i lanenim vlaknima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical modelling of Constitutive Behaviour of Composite with Poly-Lactic Matrix Reinforced by Recycled Carbon and Flax Fibres**

Opis zadatka:

Primjena polimernih materijala ojačanih karbonskim vlaknima je u modernoj industriji izrazito popularna. U usporedbi s konvencionalnim metalnim materijalima, polimerni materijali ojačani vlaknima imaju povoljna materijalna svojstva, kao što su visoka čvrstoća, mala masa, smanjenje buke i vibracija. S obzirom na sve veću potražnju za ugljičnim vlaknima, u proizvodnji novih kompozitnih materijala sve više se koriste reciklirana ugljična vlakna jer su jeftinija, ekološki prihvatljivija, a vrlo su sličnih materijalnih karakteristika kao i nova vlakna. U ovom radu razmatrat će se kompozit s polilaktičnom PLA (Poly-Lactic Acid) matricom, ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima i vlaknima lana. Kompozit se proizvodi ubacivanjem vlakana u bubanj i miješanjem, kako bi vlakna bila nasumično usmjerena. Potom se izmiješana vlakna u preši spajaju s polimerom. Ovakav kompozit najčešće se koristi u autoindustriji za izradu dijelova unutrašnjosti vozila i dijelove koji nisu opterećeni. Ugljična vlakna korištena za kompozit u ovom radu su duljine 12 mm i promjera 6-8  $\mu\text{m}$ , dok su vlakna lana duljine 10 mm i promjera 11-17  $\mu\text{m}$ .

Potrebno je:

1. Proučiti literaturu vezanu uz numeričko modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala i modeliranje oštećenja.
2. Odrediti parametre elastičnog i elastoplastičnog ponašanja razmatranog kompozitnog materijala.
3. Odrediti parametre lomnog ponašanja razmatranog kompozitnog materijala.
4. Ispitati utjecaj različitih udjela vlakana na konstitutivno ponašanje kompozitnog materijala.

Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

26. rujna 2024.

Datum predaje rada:

28. studeni 2024.

Predviđeni datum obrane:

5., 6. i 9.12.2024.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar

Dr. sc. Ante Jurčević, mag. ing. mech.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY .....	XI
1. UVOD.....	1
2. KOMPOZITNI MATERIJALI.....	3
2.1. Vlaknima ojačani kompozitni materijali.....	4
2.2. Hibridni kompoziti.....	5
2.2.1. Tipovi hibridnih kompozita .....	6
2.3. PLA matrica .....	8
2.4. Reciklirana ugljična vlakna (rCF).....	9
2.5. Lanena vlakna .....	11
3. ELASTOPLASTIČNO PONAŠANJE I LOM MATERIJALA.....	12
3.1. Elastoplastično ponašanje materijala .....	12
3.2. Stvarno i inženjersko naprezanje .....	14
3.3. Granica i ploha tečenja materijala.....	16
3.4. Oštećenje i lom materijala.....	18
4. METODA NUMERIČKOG MODELIRANJA.....	21
4.1. Metoda konačnih elemenata.....	21
4.2. Osnovni heksaedarski elementi.....	23
5. NUMERIČKO MODELIRANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA.....	26
5.1. Uvod.....	26
5.1.1. Ispitivanje savijanjem u tri točke .....	26
5.2. Eksperimentalni podaci i materijal .....	28
5.2.1. Ispitivani materijal .....	28
5.2.2. Rezultati eksperimenta.....	31

---

5.3. Numerička analiza.....	34
5.3.1. Modeliranje ispitnog sklopa.....	34
5.3.2. Materijalni parametri elastičnosti.....	39
5.3.2.1. Modul elastičnosti.....	39
5.3.2.2. Poissonov koeficijent.....	40
5.3.3. Modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita pomoću Ramberg-Osgood modela.....	42
5.3.3.1. Validacija numeričkom analizom materijalnih parametara Ramberg-Osgood materijalnog modela.....	45
5.3.4. Modeliranje elastoplastičnog i lomnog konstitutivnog ponašanja materijala.....	49
5.3.4.1. Validacija numeričkom analizom materijalnih parametara elastoplastičnog i lomnog konstitutivnog ponašanja materijala.....	52
6. ODREĐIVANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA PRIMJENOM HOMOGENIZACIJE SREDNJEG POLJA.....	58
6.1. Reprezentativni volumenski element.....	58
6.2. Homogenizacija prvog reda i Mori-Tanaka model.....	62
6.3. Analiza elastoplastičnog konstitutivnog ponašanja materijala programskim paketom <i>Digimat</i> .....	65
7. ZAKLJUČAK.....	71
LITERATURA.....	73

---

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Struktura kompozitnog materijala [3] .....	4
Slika 2.	Raspored vlakana unutar kompozita [2] a) kontinuirana, b) slučajno usmjerena diskontinuirana, c) ortogonalno raspoređena, d) višesmjerno usmjerena .....	4
Slika 3.	Hibridni kompoziti [5].....	6
Slika 4.	Primjena hibridnih kompozita u automobilske industriji [4].....	7
Slika 5.	Kemijska struktura PLA [7] .....	9
Slika 6.	Reciklirana ugljična vlakna [8] .....	10
Slika 7.	Lanena vlakna [10].....	11
Slika 8.	Dijagram naprezanje-deformacija za jednoosni vlačni test [13] .....	13
Slika 9.	Početni i stvarni poprečni presjek epruvete kod vlačnog pokusa [14] .....	15
Slika 10.	Stvarno i inženjersko naprezanje [14] .....	16
Slika 11.	Grafički prikaz von Misesove i Trescine plohe tečenja [15].....	17
Slika 12.	Grafički prikaz von Misesove i Trescine plohe tečenja u devijatorskoj $\pi$ ravnini [15] .....	17
Slika 13.	Grafički prikaz energije loma u dijagramu naprezanje-deformacija [17] .....	20
Slika 14.	Mreža konačnih elemenata modela automobilske naplatke .....	21
Slika 15.	Osnovni heksaedarski element [18] .....	23
Slika 16.	C3D8 element [19] .....	25
Slika 17.	<i>Hourglass</i> efekt [20].....	25
Slika 18.	Ispitivanje savijanjem u tri točke [21] .....	27
Slika 19.	Shematski prikaz stroja za proizvodnju slojeva vlakana [23] .....	29
Slika 20.	Sloj vlakana [1] .....	29
Slika 21.	Završeni uzorci kompozita [1] a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5 .....	31
Slika 22.	Naprezanja i deformacije kompozita dobiveni eksperimentom [1] a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5 .....	32
Slika 23.	Modelirani ispitni uzorak – dimenzije.....	35
Slika 24.	Dimenzije krutih valjaka – a) oslonac, b) element za opterećenje .....	36



Slika 25.	Modelirani ispitni sklop.....	36
Slika 26.	Rubni uvjeti i opterećenje.....	38
Slika 27.	Mreža konačnih elemenata ispitnog uzorka .....	39
Slika 28.	Dijagrami naprezanje-deformacija – prosječne vrijednosti: a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5 .....	44
Slika 29.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model.....	46
Slika 30.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 2 (75 % rCF i 25% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model.....	47
Slika 31.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model.....	47
Slika 32.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model.....	48
Slika 33.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model.....	48
Slika 34.	Ekvivalentna von Mises naprezanja prema Ramberg-Osgood materijalnom modelu uzorka 3 .....	49
Slika 35.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala.....	52
Slika 36.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (75% rCF i 25% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala.....	53
Slika 37.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala.....	53
Slika 38.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala.....	54
Slika 39.	Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala.....	54
Slika 40.	Lom uzorka 1.....	55
Slika 41.	Lom uzorka 2.....	55
Slika 42.	Lom uzorka 3.....	56

---

Slika 43.	Lom uzorka 4.....	56
Slika 44.	Lom uzorka 5.....	57
Slika 45.	RVE uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) .....	59
Slika 46.	RVE uzorka 2 (75% rCF i 25% lanenih vlakana) .....	60
Slika 47.	RVE uzorka 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) .....	60
Slika 48.	RVE uzorka 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) .....	61
Slika 49.	RVE uzorka 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) .....	61
Slika 50.	Mori-Tanaka homogenizacijski model [27] .....	64
Slika 51.	Usporedba ovisnosti modula elastičnosti o volumnom udjelu vlakana – Digimat i eksperimentalno.....	66
Slika 52.	Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) .....	67
Slika 53.	Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 2 (75% rCF i 25% lanenih vlakana) .....	67
Slika 54.	Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) .....	68
Slika 55.	Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) .....	68
Slika 56.	Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) .....	69

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Promatrani uzorci .....	2
Tablica 2. Dimenzije oslonaca i elemenata za opterećenje [21] .....	27
Tablica 3. Dimenzije ispitnog uzorka.....	28
Tablica 4. Broj slojeva i debljina pojedinog uzorka [1] .....	30
Tablica 5. Savojni modul i čvrstoća te lomne deformacije – eksperimentalni rezultati [1]...	33
Tablica 6. Moduli elastičnosti ispitnih uzoraka [1].....	40
Tablica 7. Poissonovi koeficijenti materijala i ispitnih uzoraka .....	41
Tablica 8. Materijalni parametri $n$ i $\alpha$ .....	45
Tablica 9. Materijalni parametri loma.....	51
Tablica 10. Mehanička svojstva materijalnih faza kompozita .....	65

---

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$m^2$	trenutna površina poprečnog presjeka epruvete
$A_0$	$m^2$	početna površina poprečnog presjeka epruvete
$\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$	-	tenzori koncentracije
$b$	m	širina
$E$	MPa	Youngov modul elastičnosti
$F$	N	sila
$G$	$J/m^2$	brzina oslobođenja energije loma
$G_C$	$J/m^2$	kritična brzina oslobođenja energije loma
$h$	m	visina uzorka
$K_I$	$MPa\sqrt{mm}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja
$K_{IC}$	$MPa\sqrt{mm}$	lomna žilavost
$L$	m	udaljenost oslonaca
$l$	m	duljina uzorka
$L$	m	trenutna duljina epruvete
$L_0$	m	početna duljina epruvete
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$n$	-	eksponent očvršćenja
$N_i$	-	funkcija oblika
$u, v, w$	-	komponente pomaka u $x, y, z$ smjeru koordinatne osi
$\mathbf{v}$	-	vektor lokalnih čvornih stupnjeva slobode konačnog elementa
$\mathbf{V}$	-	vektor globalnih čvornih stupnjeva slobode konačnog elementa
$V$	$m^3$	volumen
$V_M$	%	volumni udio matrice u kompozitu
$V_V$	%	volumni udio vlakana u kompozitu
$x, y, z$	-	Kartezijeve koordinate

---

$\alpha$	-	koeficijent pomaka granice tečenja
$\varepsilon$	-	deformacija
$\varepsilon_e$	-	elastična (povratna) deformacija
$\varepsilon^e$	-	inženjerska deformacija
$\varepsilon_p$	-	plastična (nepovratna) deformacija
$\varepsilon_t$	-	stvarna deformacija
$\eta$	-	triaksijalnost naprezanja
$\nu$	-	Poissonov koeficijent
$\nu_K$	-	Poissonov koeficijent kompozita
$\nu_M$	-	Poissonov koeficijent matrice
$\nu_V$	-	Poissonov koeficijent vlakana
$\sigma$	MPa	naprezanje
$\sigma_0$	MPa	naprezanje granice tečenja
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	MPa	Glavna naprezanja
$\sigma^e$	MPa	inženjersko naprezanje
$\sigma_t$	MPa	stvarno naprezanje

---

## SAŽETAK

Primjena polimernih materijala ojačanih raznim vlaknima u modernoj industriji izrazito je popularna. U usporedbi s konvencionalnim metalnim materijalima, polimerni materijali ojačani vlaknima imaju povoljna materijalna svojstva, kao što su visoka čvrstoća, mala masa te odlično prigušenje buke i vibracija. S obzirom na sve veću potražnju za ugljičnim vlaknima te istovremeno sve većom brigom za okoliš, u proizvodnji se sve više koriste reciklirana ugljična vlakna koja su jeftinija te kao što je spomenuto ekološki prihvatljivija, a istovremeno su sličnih materijalnih karakteristika kao i novo proizvedena vlakna. S druge strane, dostupnost lanenih vlakana na visokoj je razini, a njihova prerada predstavlja jednostavniji proces kada se uspoređuju s drugim vlaknima. Spadaju među najčvršća prirodna vlakna, čija čvrstoća, zbog upijanja vlage, u mokrom stanju poprima još veće vrijednosti. U ovom radu razmatran je kompozit s polilaktičnom PLA (*eng. Poly-Lactic Acid*) matricom, ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima te vlaknima lana. Optimalna mehanička svojstva kompozitnih materijala ovise o odabiru orijentacije vlakana, mehaničkim svojstvima i udjelu materijalnih faza kompozita. Matrica osigurava kompaktnost dok vlakna povećavaju čvrstoću samog kompozita i njegovu nosivost.

Zahvaljujući naprednim numeričkim metodama, kao što je u ovom radu korištena metoda konačnih elemenata, moguće je odrediti materijalno ponašanje kompozita s različitim udjelom vlakana. U konvencionalnoj primjeni vrlo je bitno poznavati konstitutivno ponašanje materijala od kojih se izrađuju različiti proizvodi, kako bi se ti proizvodi što točnije numerički opisali i promatrali. Stoga se ovaj radi bavi numeričkim modeliranjem konstitutivnog ponašanja kompozita s polilaktičnom matricom ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima i vlaknima lana.

Kompozitni materijali, promatrani materijal te njegove materijalne faze opisane su u drugom poglavlju. Zatim je dan pregled modeliranja elastoplastičnog ponašanja materijala te loma materijala. Potom je opisana numerička metoda korištena za dobivanje materijalnih parametara, a zatim i provedena sama numerička analiza u programskom paketu *Abaqus*, te su prikazani dobivenim rezultati na temelju kojih je donesen zaključak.

---

Ključne riječi: kompozit, metoda konačnih elemenata, numeričko modeliranje, Abaqus, elastoplastičnost, konstitutivno ponašanje materijala

---

**SUMMARY**

The application of polymer materials reinforced with various fibers is highly popular in modern industry. Compared to conventional metallic materials, fiber-reinforced polymer materials possess favorable material properties, such as high strength, low weight, and excellent noise and vibration damping. Due to the increasing demand for carbon fibers and the growing concern for the environment, recycled carbon fibers, which are cheaper and, as mentioned, more environmentally friendly, are increasingly being used in production. At the same time, they have material characteristics similar to newly produced fibers. On the other hand, flax fibers are readily available and easier to process compared to other fibers. They are among the strongest natural fibers, with strength that increases in wet conditions due to moisture absorption. This paper examines a composite with a polylactic acid (PLA) matrix, reinforced with recycled carbon fibers and flax fibers. The optimal mechanical properties of composite materials depend on the choice of fiber orientation, mechanical properties, and the proportion of material phases in the composite. The matrix provides compactness, while the fibers increase the strength and load-bearing capacity of the composite itself.

Thanks to advanced numerical methods, such as the finite element method used in this study, it is possible to determine the material behavior of composites with different fiber proportions. In conventional applications, it is essential to understand the constitutive behavior of materials used to manufacture various products to describe and observe these products as accurately as possible numerically. Therefore, this study focuses on the numerical modeling of the constitutive behavior of a composite with a polylactic acid matrix reinforced with recycled carbon fibers and flax fibers.

Composite materials, observed material of this thesis, and its material phases are described in the second chapter. Then, an overview of the modeling of elastoplastic behavior and material fracture is given. Next, the numerical method used to obtain material parameters is described, followed by the numerical analysis conducted in the Abaqus software package, and the obtained results are presented, upon which the conclusion is drawn.



---

Key words: composite, finite element method, numerical modeling, Abaqus, elastoplasticity, constitutive material behavior

## 1. UVOD

Kompozitni materijali s polimernom matricom ojačanom vlaknima postali su ključni u autoindustriji zbog svojstava kao što su visoka čvrstoća, mala masa te mogućnost odličnog ublažavanja buke i vibracija. U usporedbi s konvencionalnim materijalima, kompoziti nude fleksibilnost u smislu razvoja i implementacije takvih materijala u razne komponente, a često su i jeftiniji za proizvodnju što omogućuje veću ekonomičnost u serijskoj proizvodnji dijelova automobila. Zbog svoje male mase, kompoziti, kao što je u ovom radu promatrani kompozit s PLA matricom ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima te lanenim vlaknima, pridonose smanjenju potrošnje goriva, što je značajno u kontekstu povećanja energetske učinkovitosti vozila i smanjenja emisije CO<sub>2</sub>. Uvođenje prirodnih vlakana, poput lana, uz reciklirana ugljična vlakna predstavlja dodatni ekološki korak prema održivoj proizvodnji, jer smanjuje ovisnost o novim sintetičkim materijalima, a isto tako smanjuje otpad te količinu utrošene energije za proizvodnju novih ugljičnih vlakana.

Kombinacija recikliranih i prirodnih vlakana u kombinaciji s PLA matricom omogućava balansiranje troškova i performansi. Reciklirana ugljična vlakna, iako nešto slabija u odnosu na ona nova, zadržavaju slična mehanička svojstva, dok lanena vlakna doprinose ekološkoj prihvatljivosti i poboljšavaju sposobnost apsorpcije vibracija i buke. Takvi kompoziti često se koriste za komponente unutrašnjosti automobila, poput panela i obloga vrata gdje nisu nosivi ili strukturni dijelovi već upravo zbog svojih apsorpcijskih svojstava i male mase imaju veliku prednost nad nekim konvencionalnim materijalima. Održiva proizvodnja kompozita s prirodnim vlaknima doprinosi i razvoju ekološke svijesti te smanjuje ukupni ugljični otisak vozila.

Za uspješnu primjenu ovih kompozita u automobilskoj industriji, nužno je razumjeti njihovo konstitutivno ponašanje. To znači da je pri njihovoj numeričkoj analizi, koja se najčešće koristi u fazi razvoja, potrebno točno definirati materijalne parametre kao što su modul elastičnosti, vlačna čvrstoća, granica tečenja, zakon tečenja materijala, parametri oštećenja i loma materijala te sposobnost apsorpcije energije. Numeričko modeliranje omogućava precizne simulacije stvarnih uvjeta opterećenja, a metode poput metode konačnih elemenata pružaju uvid u

ponašanje materijala pod različitim uvjetima opterećenja. Takva analiza omogućuje inženjerima da bolje predvide pouzdanost materijala i njegovu dugotrajnost, što je ključno za sigurnost i funkcionalnost gotovog proizvoda.

Primjena metode konačnih elemenata u istraživanju kompozita s PLA matricom ojačanog recikliranim ugljičnim vlaknima i lanenim vlaknima, omogućuje detaljno proučavanje utjecaja orijentacije i udjela vlakana na mehanička svojstva materijala. Različite orijentacije vlakana značajno utječu na ponašanje kompozita pod opterećenjem, budući da orijentacija vlakana može povećati nosivost te otpornost na razne vrste opterećivanja ili pojačati sposobnost prigušenja vibracija. Cilj numeričke analize je otkriti optimalnu orijentaciju vlakana i udio komponenti koji kompozitu daju optimalne performanse za danu primjenu, a pritom zadovoljiti kriterije male mase i ekološke održivosti.

U ovom radu promatran je upravo spomenuti kompozit koji je podvrgnut testu savijanja u tri točke kako bi se pronašli materijalni parametri koji prate realne uvjete opterećenja. Za usporedbu rezultata korišteni su podaci dostupni u [1]. Razmatrano je pet uzoraka s različitim udjelima vlakana, prikazanim u tablici 1.

**Tablica 1. Promatrani uzorci**

<b>Uzorak</b>	<b>Volumni udio recikliranih ugljičnih vlakana [%]</b>	<b>Volumni udio lanenih vlakana [%]</b>
<b>1</b>	100	0
<b>2</b>	75	25
<b>3</b>	50	50
<b>4</b>	25	75
<b>5</b>	0	100

Pri čemu su navedeni uzorci kombinirani sa 70% volumnog udjela PLA matrice dok je ostalih 30% volumena kompozita kombinirano sukladno prema tablici 1.

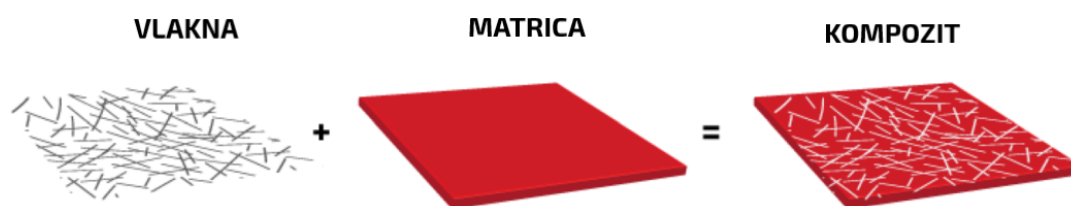
---

## 2. KOMPOZITNI MATERIJALI

Kompoziti ili kompozitni materijali spadaju u skupinu heterogenih materijala s jasno definiranim materijalnim fazama od kojih su sačinjeni. Ovi materijali nastaju umjetnim spajanjem dvaju ili više kemijski različitih materijala s jasno definiranom granicom između njih, s ciljem dobivanja takvih svojstava kakva ne posjeduje niti jedna komponenta sama po sebi [2]. Komponente kompozita zadržavaju vlastita mehanička svojstva za razliku od metalnih legura. Matrica i ojačalo dva su osnovna konstituenta kompozitnog materijala.

Matrica ima funkciju da drži ojačala zajedno, osigurava dobro prijanjanje, štiti ojačala od vanjskih utjecaja, a također ima bitnu funkciju u prijenosu opterećenja na ojačala te kompozitnom materijalu daju vanjsku formu. Ojačalo s druge strane treba biti nosivi element kompozita te uz to mora poboljšati mehanička svojstva kompozita, tj. mora imati dovoljno visoku čvrstoću, modul elastičnosti odnosno krutost te otpornost na trošenje. Matrica može biti metalna, polimerna ili keramička.

Ojačala s druge strane mogu biti različita te doći u obliku vlakana ili čestica. Spajanjem različitih materijala u kompozitni materijal dobivamo potpuno novi materijal poboljšanih svojstava među kojima su: veća čvrstoća i krutost, veća specifična krutost, otpornost na trošenje, dobra kemijska postojanost te otpornost na povišene temperature. Kompoziti osim prednosti također imaju i svoje nedostatke među kojima je i krhkost. Naime, kompozitni materijali krhkiji su od konvencionalnih materijala kao npr. metala i zbog toga su podložniji pojavi oštećenja. Otkrivanje oštećenja i pukotina jedan je od najvećih nedostataka kompozitnih materijala, pogotovo jer se oštećenje u većini slučajeva javlja unutar same strukture kompozitnog materijala. Osim o svojstvima matrice i ojačala, mehanička svojstva kompozita također ovise i o obliku, volumenu te raspodjeli komponenti koje ga sačinjavaju [2].

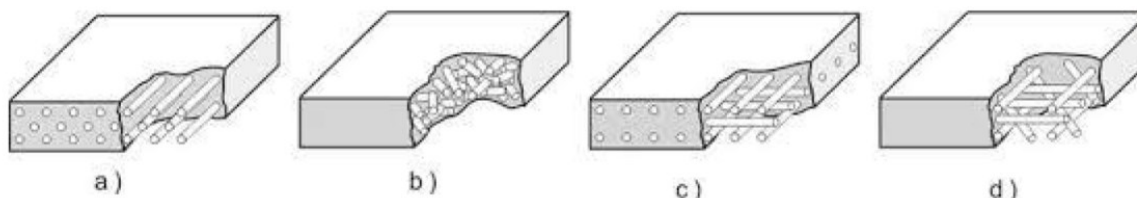


Slika 1. Struktura kompozitnog materijala [3]

## 2.1. Vlaknima ojačani kompozitni materijali

Kompozitni materijali najčešće su ojačani vlaknima čija je funkcija povećati čvrstoću i krutost gotovog kompozita. Prema dimenzijama, vlakna za ojačavanje kompozita moguće je podijeliti na vlakna, žice i viskere. Vlakna imaju značajno bolja mehanička svojstva u usporedbi s ostalim vrstama ojačala koja u sebi imaju veći udio kristalnih nesavršenosti. Jedna od bitnih prednosti vlakana jest činjenica da nesavršenost, koja može uzrokovati pukotinu ili lom vlakna, zbog prisustva drugih vlakana neće propagirati kroz cijelo tkanje. Osim o svojstvima konstituenata, svojstva kompozita ovise također i o prijenosu opterećenja s matrice na ojačala, a prijenos direktno ovisi o veličini kontaktne površine između komponenti, tj. što je vlakno manjeg promjera, bolji će biti prijenos opterećenja s matrice na ojačala. Vlakna unutar kompozita mogu biti različito usmjerena kao što je prikazano na slici 2., pa tako mogu biti:

- kontinuirana u jednom smjeru,
- slučajno usmjerena diskontinuirana,
- ortogonalno raspoređena,
- višesmjerno usmjerena.



Slika 2. Raspored vlakana unutar kompozita [2]

- a) kontinuirana, b) slučajno usmjerena diskontinuirana, c) ortogonalno raspoređena, d) višesmjerno usmjerena

U matricu se najteže ugrađuju kontinuirana vlakna ali imaju najbolja svojstva, dok se diskontinuirana vlakna s velikim omjerom duljine i promjera lakše ugrađuju u matricu, a pritom se dobivaju materijali s visokom čvrstoćom i krutosti. Vlakna s obzirom na materijal od kojeg su izrađena mogu biti staklena, aramidna ili ugljična.

## 2.2. Hibridni kompoziti

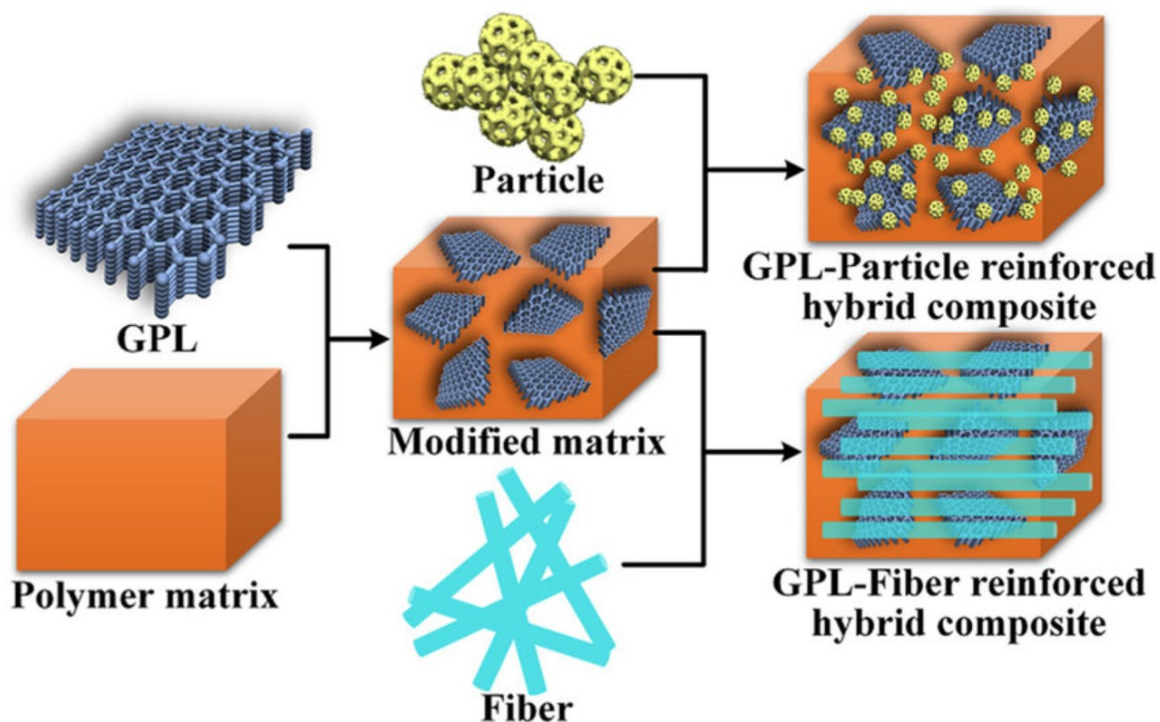
Kompoziti su postali preferirani materijal za smanjenje mase u raznim grana industrije, a prije svega u automobilske i zračne industriji. Hibridni kompozitni materijali koriste se u mnogim inženjerskim primjenama zbog svojih svestranih svojstava kao što su mala masa, dobar omjer čvrstoće i mase, tj. specifična čvrstoća, niska cijena, lakoća razvoja strukture te visoka čvrstoća. Automobilska industrija koristi kompozite i hibridne kompozite u mnogim unutarnjim i vanjskim primjenama. S obzirom na jednostavnost proizvodnih metoda, hibridni kompoziti razvijaju se tamo gdje mogu pridonijeti poboljšanju funkcionalnih zahtjeva jednostavnom zamjenom postojećih materijala.

Hibridni kompoziti, dobiveni miješanjem prirodnih i sintetičkih vlakana u polimernoj matrici, pokazuju bolja mehanička svojstva u odnosu na postojeće kompozite [4]. U ovom radu promatran je upravo jedan takav hibridni kompozit koji se, kao što je već navedeno, sastoji od polimerne PLA matrice, sintetičkih recikliranih ugljičnih vlakana te prirodnih lanenih vlakana.

Kombinacija funkcionalnih anorganskih materijala s funkcionalnim organskim i biološkim komponentama omogućila je hibridnim kompozitima vrlo važnu ulogu u različitim disciplinama znanosti i inženjerstva. U hibridnoj smjesi nalaze se dva ili više čvrstih materijala koji su usko povezani jedni s drugima. Postoje dvije vrste miješanih ili hibridnih ojačanja, a to su prirodna ili sintetička ojačanja.

Prirodna vlakna općenito imaju prednosti nad sintetičkim i mineralnim vlaknima zbog svoje male gustoće, ekološke prihvatljivosti, netoksičnosti, obnovljivosti, relativne neabrazivnosti, visoke specifične čvrstoće, modula elastičnosti te jednostavnosti proizvodnje i obrade. Unatoč mnogim prednostima, prirodna vlakna imaju nekoliko ograničenja poput niske čvrstoće, krhkosti, visoke apsorpcije vlage i lakozapaljivosti. Kako bi se prevladali ovi nedostaci, koriste

se hibridizacijske tehnike, kojom se sintetičko ojačanje kombinira s prirodnim vlaknima u polimernoj matrici, čime se formira hibridni kompozit. U većini slučajeva, hibridizacija se provodi kako bi se dobila nova klasa materijala koja zadržava prednosti svojih sastavnih materijala i, ponekad, prevladava neka od njegovih nedostataka. Još jedna izrazita prednost odnosi se na troškove, s obzirom na to da je jedno od dvaju ojačanja općenito jeftinije od drugoga [4].



Slika 3. Hibridni kompoziti [5]

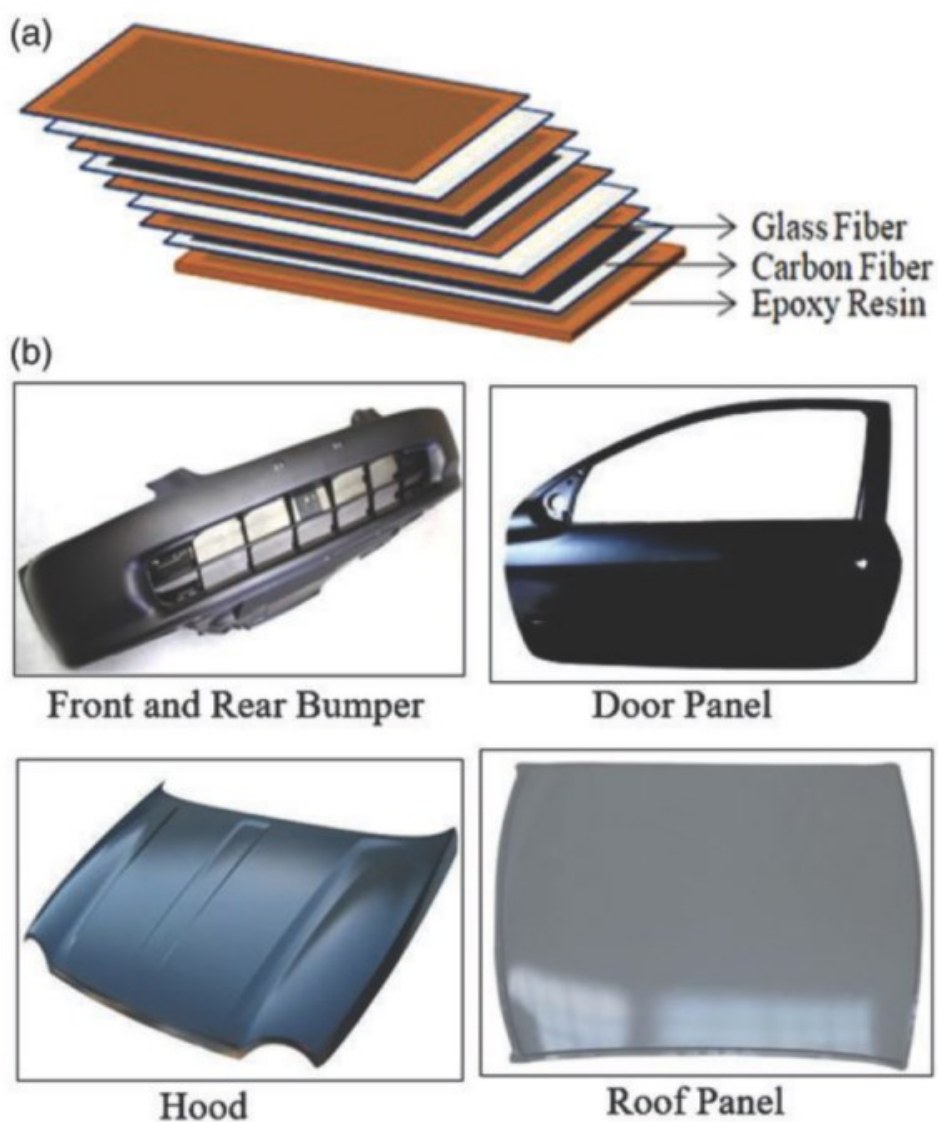
### 2.2.1. Tipovi hibridnih kompozita

Potražnja za hibridnim kompozitnim materijalima uvelike je potaknuta razvojem automobilske i transportne industrije, zrakoplovstva i obrane, pomorstva, energetike i industrije sportske opreme. Iako je klasifikacija hibridnih kompozita vrlo opsežna, metoda proizvodnje hibridnog kompozita smatra se glavnim kriterijem za njihovu klasifikaciju. S obzirom na način na koji su sastavni materijali raspoređeni, hibridni kompoziti klasificiraju se na sljedeći način [4]:

1. *Interply* hibridi kod kojih se dva (ili više) slojeva ne miješaju s hibridima koji imaju ista ojačanja.
2. *Interply* hibridi kod kojih su dvije (ili više) vrste vlakana izmiješane unutar istih slojeva.
3. Izmiješani hibridi kod kojih su sastavna vlakna nasumično raspoređena, tako da u materijalu nema koncentracije niti jedne vrste vlakana.

4. Selektivni hibridi kod kojih su ojačanja smještena samo na onim mjestima gdje je potrebna dodatna čvrstoća, preko osnovnog sloja s ojačanjima.
5. Super hibridni kompoziti koji sadrže metalne folije ili slojeve metalnih kompozita složene u određenoj orijentaciji.

Na slici 4. prikazan je jedan hibridni kompozit često korišten u automobilskoj industriji, koji kombinira staklena i ugljična vlakna u epoksi matrici, te njegove primjene u raznim dijelovima automobila.



Slika 4. Primjena hibridnih kompozita u automobilskoj industriji [4]



U konkretnom slučaju, ovdje promatrani hibridni kompozit koji kombinira reciklirana ugljična vlakna i lanena vlakna već se koristi za sportske proizvode zbog svojih kombiniranih svojstava čvrstoće i prigušenja vibracija i buke. Ovakav kompozit može imati i do četiri puta veći koeficijent prigušenja od kompozita koji sadrži samo ugljična vlakana. Istovremeno, lanena vlakna sudjeluju u reduciranju krhkosti recikliranih ugljičnih vlakana ali i samog kompozita.

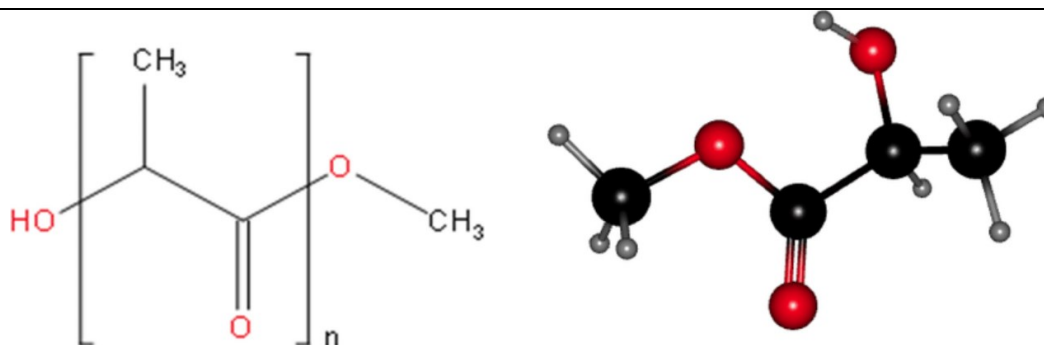
### 2.3. PLA matrica

Polilaktid (PLA) je biorazgradivi, alifatski poliestar dobiven iz mliječne kiseline. Ima slična mehanička svojstva kao polietilen-tereftalat (PET), ali znatno nižu maksimalnu temperaturu kontinuirane upotrebe. PLA proizvodi mogu se reciklirati nakon upotrebe bilo ponovnim topljenjem i obradom materijala ili hidrolizom u mliječnu kiselinu, osnovnu kemijsku komponentu. PLA se može reciklirati na tradicionalne načine, kompostirati kao i svaki drugi organski materijal, spaliti u spalionici ili uvesti u klasični sustav gospodarenja otpadom.

Kao što je već spomenuto, PLA je biorazgradivi, alifatski poliestar dobiven iz mliječne kiseline iz obnovljivih izvora, poput kukuruznog škroba ili šećerne trske. Laktid je ciklički dimer mliječne kiseline i dobiva se kombiniranim procesom oligomerizacije i ciklizacije [6].

Fizikalna, termalna i mehanička svojstva PLA i njegovih kopolimera ovise o molekularnoj masi, njezinoj distribuciji i sastavu. U čvrstom stanju može biti amorfan ili polukristal, ovisno o stereokemijskom sastavu i toplinskoj povijesti. Raznolikost PLA s različitim fizikalnim svojstvima može se lako postići kontrolom polimerizacije različitih optičkih monomera kako bi se oblikovali različiti stereokemijski sastavi.

PLA je vrlo svestran i ekološki prihvatljiv polimer. Zbog svoje obnovljivosti, biorazgradivosti, prozirnosti, obradivosti i mehaničkih svojstava, sve se više koristi u situacijama gdje ponovna upotreba i obnova proizvoda nisu izvedive s nekim drugim materijalom. S obzirom na to da troškovi proizvodnih procesa PLA opadaju, ovaj polimer pronalazi sve veću primjenu u različitim proizvodima [6].



Slika 5. Kemijska struktura PLA [7]

#### 2.4. Reciklirana ugljična vlakna (rCF)

Ugljična vlakna preferirani su materijal za ojačanje polimernih kompozita jer kombiniraju visoku čvrstoću i malu masu u usporedbi s metalnim ili keramičkim vlaknima. Globalna potražnja za ugljičnim vlaknima je s 33 000 tona, u 2010. godini, porasla na 72 000 tona u 2017. i uz daljnji rast od 9 – 12% u zadnjih nekoliko godina. Ovaj rast potražnje proizvoda od ugljičnih vlakana dolazi s povećanjem razine otpada koji proizlazi iz isteka roka trajanja karbonskih tkanja, proizvodnih rezova, materijala za testiranje i komponenti s krajem životnog vijeka u zrakoplovnoj, automobilskoj i energetskej industriji [1].

Zbog energetske intenzivne proizvodnje novih ugljičnih vlakana, sve je isplativije reciklirati i ponovno koristiti ugljična vlakna. U idealnom slučaju, reciklirana ugljična vlakna (rCF) zamijenila bi nova vlakna kako bi se uštedjelo više energije i smanjili troškovi proizvodnje. Međutim, uslijed toplinskih, mehaničkih i kemijskih procesa postupka recikliranja, oštećenja vlakana i ostaci smole smanjuju vlačnu čvrstoću na oko 80% u usporedbi s novim vlaknima.

Kod mehaničkog recikliranja, kompoziti sačinjanih od ugljičnih vlakana se drobe i prosijavaju, čime se dobiva praškasti oblik koji se može dalje koristiti za injekcijsko prešanje. Kod kemijskog recikliranja, matrica se uklanja različitim otapalima, dok kod toplinske metode kao što su piroliza ili postupak fluidiziranim slojem koristi se toplinska energija. Piroliza je najraširenija metoda, ali vlakna obnovljena ovim postupkom obično su kontaminirana ostacima čađe iz matrice, što može degradirati svojstva vlakana. Nakon postupka recikliranja, većina rCF dolazi u kratkom i diskontinuiranom obliku, s dužinom vlakana koja se kreće od 0,1 mm do 60 mm.

Jedan od načina daljnje obrade ovih kratkih vlakana jest njihova pretvorba u netkane materijale. Netkani materijali su vrsta tkanine u kojoj su vlakna spojena toplinskim, mehaničkim ili kemijskim tretmanima. Za rCF, mokro lijevanje bilo bi prikladno za proizvodnju netkanih materijala. Metoda koja proizlazi iz procesa proizvodnje papira u kojem su vlakna dispergirana u vodenoj otopini. Kaša od vlakana stavlja se na žičanu mrežu kako bi se isušila tekućina, ostavljajući vlakana da formiraju mrežu. Ovaj postupak prikladan je gotovo za sva vlakna, posebno za krhkija. Osim toga, mokro okruženje također osigurava sigurnije okruženje u proizvodnom procesu, budući da rCF obnovljena pirolizom mogu sadržavati fine čestice čađe koje mogu kontaminirati zrak i opremu. Nedostaci ovakvog postupka bili bi relativno mala debljina tako dobivenih netkanih materijala i veći tlak potreban za prilagodbu debljine kompozita i povećanje volumenskog udjela vlakana [1].



**Slika 6. Reciklirana ugljična vlakna [8]**

## 2.5. Lanena vlakna

Lanena vlakna dobivaju se iz kore stabljike biljke lana. Lanena vlakna raspoređena su u obliku tankih filamenata, grupiranih u longitudinalne vitke snopove raspoređene kružno. Laneno vlakno je mekano, sjajno i fleksibilno, čvršće od pamučnog vlakna, ali manje elastično. Ekstrakcija vlakna odvija se u tri faze. Prvo se uklanja kora. Zatim se kora struže kako bi se uklonila većina vanjske kore. Na kraju se preostali materijal kore pere, suši i uklanja guma kako bi se dobilo vlakno pogodno za tkanje. Najbolje vrste lana koriste se za lanene tkanine kao što su stolnjaci, čipke i platna [9].

Laneno vlakno posjeduje nekoliko prednosti, uključujući svoju dugu duljinu, dobra mehanička svojstva, nisku gustoću, visoku otpornost i čvrstoću. Laneno vlakno je vrlo svestrano s vlačnom čvrstoćom koja dostiže čak i 1500 MPa i tlačnom čvrstoćom od 1200 MPa. Često se koristi u odjeći, kompozitima i papiru za cigarete. Osim toga, lanena vlakna koriste se u automobilskoj industriji za ojačanje, posebno u proizvodnji i razvoju skrivenih unutarnjih dijelova kao što su vrata, stražnji nasloni, stražnje police, instrument ploče itd., kao i kod strukturnih komponenti podova i dijelova ispod poklopca motora [9].

Nadalje, u ovom radu promatranom materijalu lanena vlakna dodana su s ciljem kompenzacije krhkosti recikliranih ugljičnih vlakana. Lan je jedan od najjačih prirodnih vlakana i već se koristi u raznim kompozitima. S vlačnom čvrstoćom od 1500 MPa i modulom elastičnosti od 45 000 MPa, njegova svojstva usporediva su s onima staklenih vlakana [1].



Slika 7. Lanena vlakna [10]

---

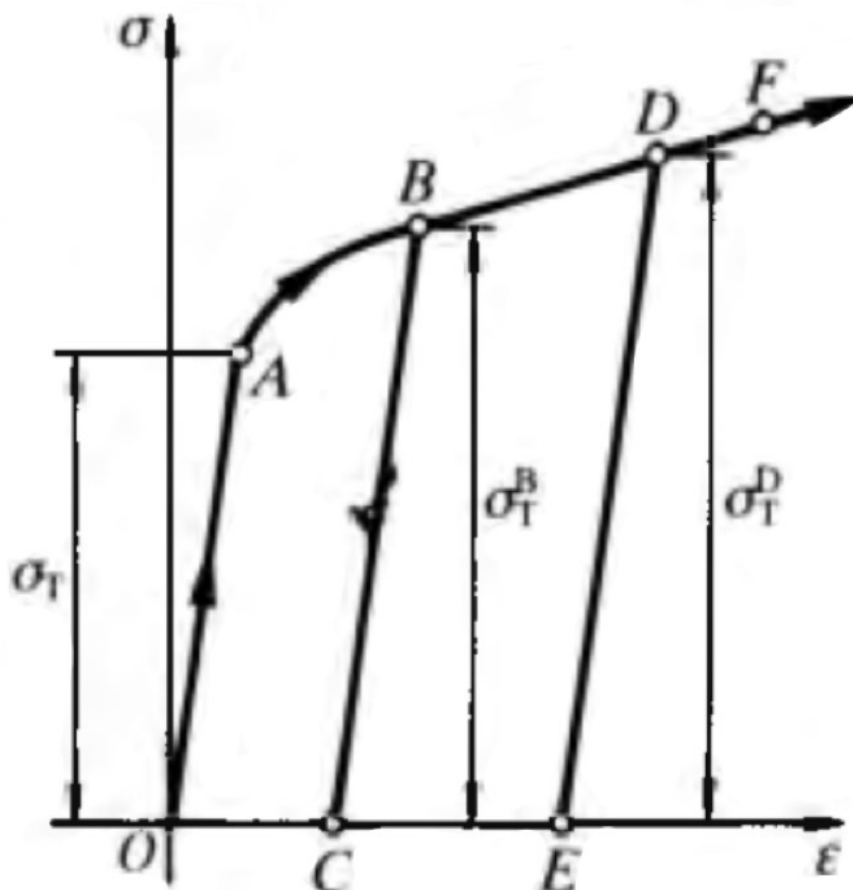
### 3. ELASTOPLASTIČNO PONAŠANJE I LOM MATERIJALA

#### 3.1. Elastoplastično ponašanje materijala

Tri glavne vrste deformacija koje se javljaju u inženjerskim materijalima su elastična, plastična i puzajuća deformacija. Elastična deformacija povezana je s istežanjem, ali ne i prekidanjem kemijskih veza. Suprotno tome dvije neelastične vrste deformacija uključuju procese u kojima atomi mijenjaju svoje relativne položaje, kao što su klizanje kristalnih ravnina ili pomicanje lančanih molekula. Ako je neelastična deformacija vremenski ovisna, klasificira se kao puzanje, za razliku od plastične deformacije, koja nije vremenski ovisna.

U inženjerskim problemima i analizi često su potrebne jednadžbe koje opisuju odnos naprezanja i deformacije, poznate kao jednadžbe naprezanja i deformacije ili konstitutivne jednadžbe. Primjerice, u osnovnoj mehanici materijala pretpostavlja se elastično ponašanje s linearnim odnosom naprezanja i deformacija pri malim deformacijama. Složenije geometrije i opterećenja mogu se analizirati primjenom istih osnovnih pretpostavki u obliku teorije plastičnosti. Danas se to često postiže korištenjem numeričkih metoda [11].

Teorija plastičnosti grana je mehanike koja se bavi proučavanjem naprezanja i deformacija u tijelu, trajno deformiranom pod djelovanjem niza primijenjenih sila. Teorija se temelji na određenim eksperimentalnim opažanjima o makroskopskom ponašanju materijala u ravnotežnim stanjima kombiniranih naprezanja. Dobiveni rezultati zatim se idealiziraju u matematičke formulacije za opis ponašanja materijala. Za razliku od elastičnih tijela, kod kojih stanje deformacije ovisi samo o konačnom stanju naprezanja, deformacije koja se događaju u plastičnom tijelu određena je cjelokupnom poviješću opterećenja. Jednostavnije, može se reći da je teorija plastičnosti grana mehanike koja se bavi proučavanjem materijala kod kojih nakon određenog naprezanja ili deformacije dolazi do pojave trajne (plastične) deformacije, odnosno dolazi do plastičnog tečenja. Plastično tečenje zapravo je nepovratan proces kod kojega deformacije u materijalu ostaju i nakon rasterećenja [12].



Slika 8. Dijagram naprezanje-deformacija za jednoosni vlačni test [13]

Prilikom jednoosnog vlačnog testa na epruvetu djeluje opterećenje nametnuto u aksijalnom smjeru pri čemu sila raste linearno od nule do sile koja uzrokuje naprezanja  $\sigma_0$ . Potom se uzorak rasterećuje do vrijednosti naprezanja od 0 MPa i zatim ponovno opterećuje silom koja uzrokuje naprezanje u točki  $F$ .

Područje dijagrama na slici 8. između točaka  $O$  i  $A$  iskazano je pravcem koji predstavlja linearnu vezu između naprezanja i deformacija. Ponašanje materijala u tom području predstavlja linearno elastično ponašanje materijala. Deformacije kojima materijal podliježe u tom području su elastične što znači da nakon rasterećenja takve deformacije iščezavaju, tj. povratne su. Linearna veza između naprezanja i deformacija za male deformacije u tom području iskazuje se Hookeovim zakonom

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E, \quad (3.1)$$

pri čemu je  $E$  modul elastičnosti, a  $\sigma$  predstavlja naprezanje u aksijalnom smjeru dok  $\varepsilon$  označava deformaciju u aksijalnom smjer.

Daljnjim povećanjem opterećenja, a samim time i naprezanja, iznad točke  $A$  vidljiva je nelinearna veza između naprezanja i deformacija. Ukoliko bi se ispitni uzorak rasteretio u bilo kojem trenutku kada naprezanja pređu vrijednost naprezanja u točki  $A$ , rasterećenje bi pratilo pravac linearno elastičnog ponašanja materijala. Kada bi se uzorak potpuno rasteretio, mogla bi se očitati neka vrijednost deformacija koja tada predstavlja trajnu ili plastičnu deformaciju. Ponašanje materijala kada naprezanje prijeđe vrijednost naprezanja u točki  $A$  naziva se elastoplastično ponašanje materijala. Deformacija bilo koje točke krivulje u tom području sastoji se od trajne (plastične)  $\varepsilon_p$  i povratne (elastične) deformacije  $\varepsilon_e$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p. \quad (3.2)$$

Točka  $A$  od koje počinje plastično područje u kojemu se javljaju plastične deformacije i počinje tečenje materijala naziva se inicijalnom granicom tečenja materijala.

Granica tečenja  $\sigma_{0.2}$  naziva se konvencionalnom granicom tečenja materijala te se definira kao naprezanje koje uzrokuje trajnu (plastičnu) deformaciju od 0.2%. Rasterećenje se uvijek zbiva po pravcu ( $BC$ , odnosno  $DE$ ). Ukoliko se materijal u točki  $B$  rastereti do  $C$  i potom ponovno optereti, on se ponaša linearno sve dok naprezanje ne postigne vrijednost koju je imalo neposredno prije rasterećenja ( $\sigma_T^B$ ). Tada je to naprezanje nova granica tečenja nastala zbog očvršćenja materijala deformiranjem [13].

### 3.2. Stvarno i inženjersko naprezanje

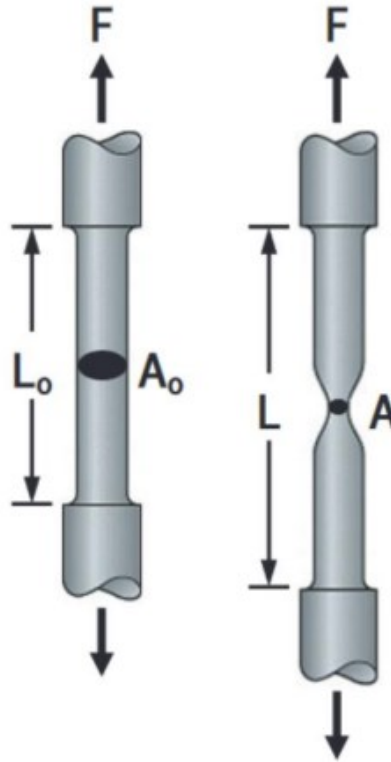
Prilikom statičkog vlačnog ispitivanja očitavaju se primijenjena sila i promjena duljine mjernog dijela uzorka. Te se vrijednosti pretvaraju u odnos naprezanja i deformacije te se prikazuju kao dijagram naprezanje-deformacija. Prilikom računanja naprezanja najčešće se uzima u obzir pretpostavka da se tijekom deformiranja poprečni presjek epruvete ne mijenja te se naprezanje dijeli s nominalnom površinom  $A_0$ . Tako dobiveno naprezanje naziva se nominalno ili inženjersko naprezanje i računa se kao

$$\sigma^e = \frac{F}{A_0}, \quad (3.3)$$

dok se inženjerska deformacija može računati prema sljedećem izrazu

$$\varepsilon^e = \frac{L - L_0}{L_0}, \quad (3.4)$$

gdje je  $L$  krajnja duljina mjernog dijela epruvete, a  $L_0$  početna duljina mjernog dijela epruvete kao što je prikazano na slici 9.



Slika 9. Početni i stvarni poprečni presjek epruvete kod vlačnog pokusa [14]

Ako se pri računanju naprezanja uzima u obzir i smanjenje poprečnog presjeka epruvete, tj. koristi se stvarna veličina poprečnog presjeka onda se dobiva Cauchyjevo ili stvarno naprezanje koje se računa kao

$$\sigma_t = \frac{F}{A}. \quad (3.5)$$

Pritom se može dobiti i stvarna deformacija preko

$$\varepsilon_t = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L}. \quad (3.6)$$

Ovisnost stvarne deformacije o inženjerskoj dobiva se integriranjem prethodnog izraza, tj.

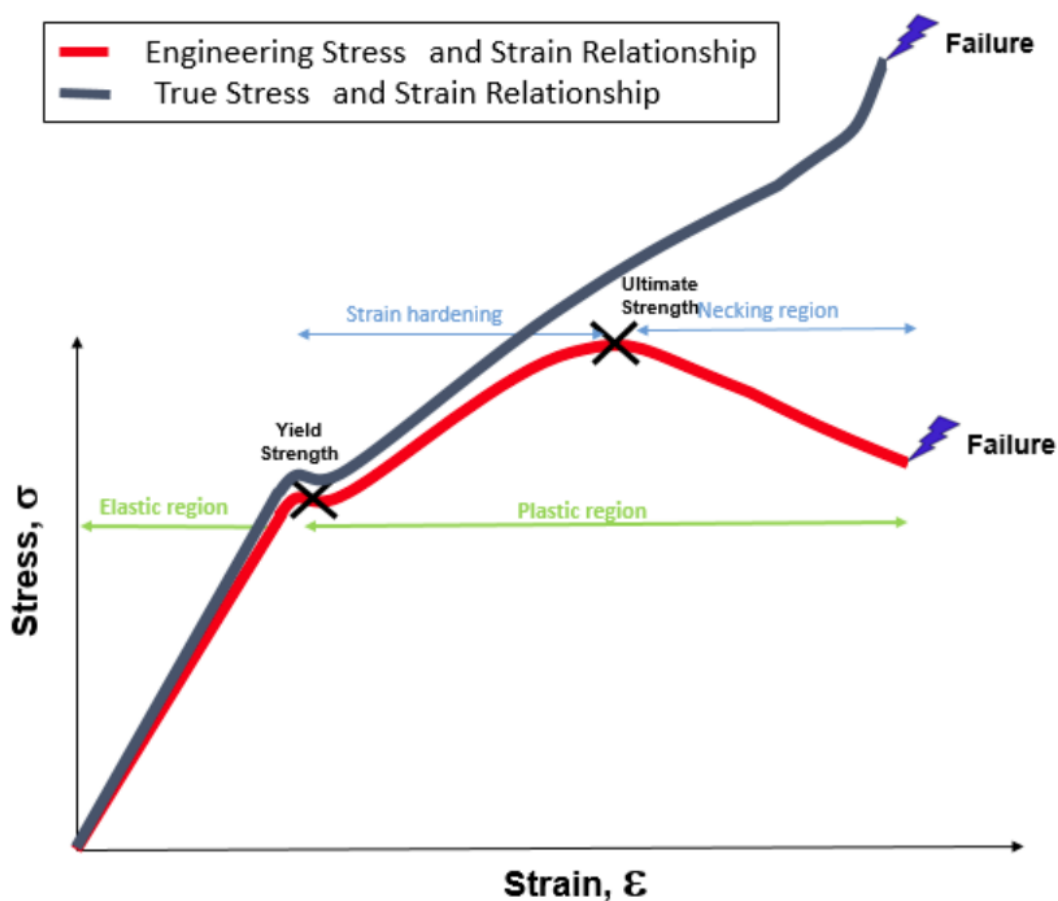
$$\varepsilon_t = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon^e). \quad (3.7)$$



Isto tako, stvarno naprezanje može se izraziti preko inženjerskog napreznja i inženjerske deformacije kao

$$\sigma_t = \sigma^e(1 + \varepsilon^e). \quad (3.8)$$

Razlika između stvarnog i inženjerskog napreznja prikazano je na slici 10.



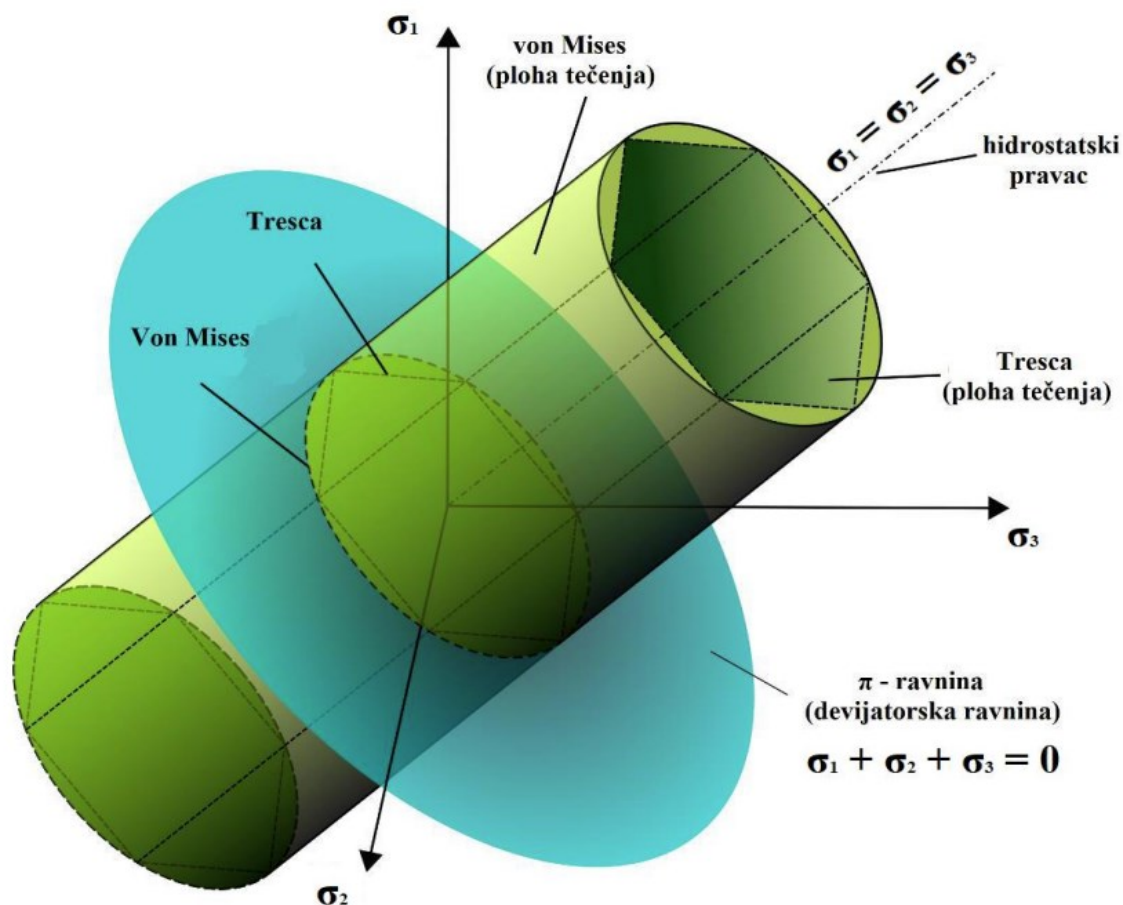
Slika 10. Stvarno i inženjersko naprezanje [14]

### 3.3. Granica i ploha tečenja materijala

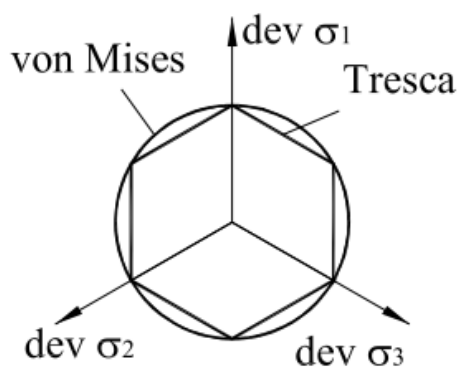
Granica tečenja može se predstaviti u prostoru glavnih napreznja kao ploha tečenja. Dva najčešća korištena kriterija tečenja, prikazana slikom 11., su:

1. von Misesov kriterij tečenja koji kaže da će do tečenja doći samo onda kada druga invarijanta devijatorskog dijela Cauchyjevog tenzora napreznja dosegne kritičnu vrijednost. Ploha tečenja u tom slučaju ima oblik kružnog cilindra,

2. Trescin kriterij tečenja koji kaže da do tečenja materijala dolazi kada maksimalno posmično naprezanje dosegne kritičnu vrijednost. Ploha tečenja u tom slučaju ima oblik šesterostrane prizme.



Slika 11. Grafički prikaz von Misesove i Trescine plohe tečenja [15]



Slika 12. Grafički prikaz von Misesove i Trescine plohe tečenja u devijatorskoj  $\pi$  ravnini [15]

Von Misesov kriterij tečenja glasi

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2)] \quad (3.8)$$

dok Trescin kriterij tečenja glasi

$$\sigma_y = \max\{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|\}. \quad (3.9)$$

Pravac koji prolazi središtem ovih ploha i na kojemu su sva tri glavna napreznja jednaka naziva se hidrostatički pravac koji s glavne tri koordinatne osi zatvara jednak kut. Ravnina okomita na taj pravac koja prolazi kroz ishodište naziva se  $\pi$  ravnina te se može zapisati izrazom

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0. \quad (3.10)$$

Devijatorske ravnine su sve ravnine paralelne s  $\pi$  ravninom. Kada se  $\pi$  ravninu presiječe plohom tečenja dobiva se krivulja koju nazivamo krivuljom tečenja. Sve točke  $\pi$  ravnine imaju srednje normalno napreznje koje je jednako nuli. Stanje plastične deformacije odgovara za sve točke koje se nalaze na plohi tečenja, ili izvan nje, dok za točke unutar plohe tečenja vrijedi elastična deformacija.

### 3.4. Oštećenje i lom materijala

S obzirom da je cilj ovog rada opisati potpuno ponašanje zadanog materijala, također je potrebno opisati oštećenje te lom materijala.

Lom materijala ozbiljan je problem u industrijskom svijetu te je potrebna teorijska i praktična osnova za konstruiranje otpornosti na lom. Mehanika loma bavi se osnovnim pitanjima kao što su: koliko opterećenje može podnijeti struktura ili komponenta s postojećom pukotinom ili prilikom kojeg opterećenja nastaje pukotina i lom, kako vrijeme opterećivanja utječe na pukotinu itd. Lom se može proučavati na različitim razinama pri čemu se može promatrati kao odvajanje atomskih ravnina. Na razini mikrostrukture materijala, lom se može proučavati oko zrna u polikristalnom materijalu ili vlakana u kompozitu kako bi se razumjela njegova fizikalna priroda. Iz inženjerske perspektive, materijal se tretira kao kontinuum, a analizom napreznja, deformacija i energije deformiranja pokušava se predvidjeti i kontrolirati lom [16].

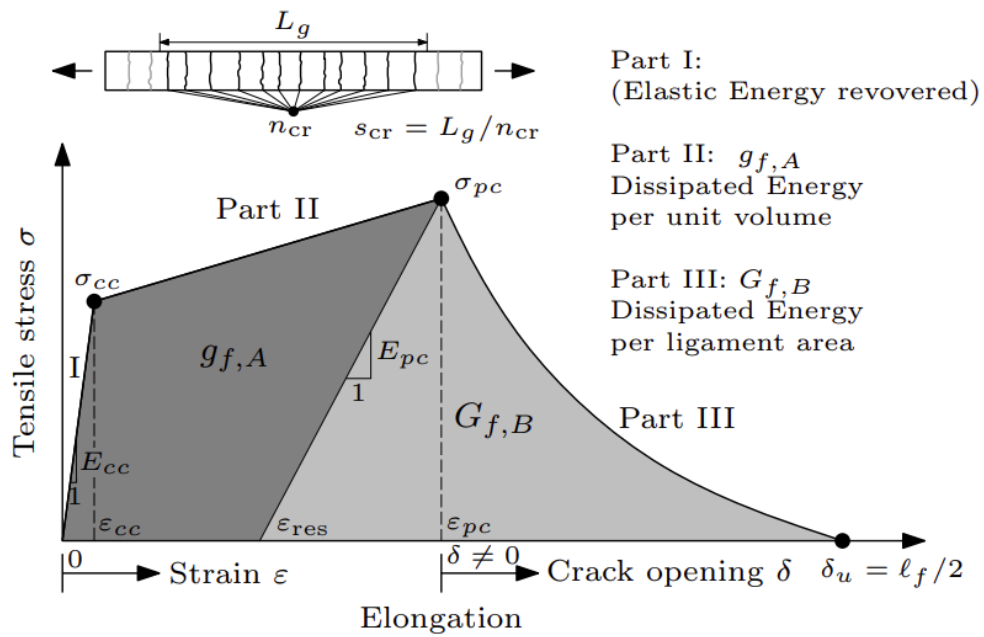
Svaki materijal posjeduje karakterističnu otpornost na lom poznatu kao lomna žilavost,  $K_{1C}$ . Kada je primijenjeno opterećenje takvo da je faktor intenzivnosti naprezanja  $K_I \geq K_{1C}$  tada dolazi do propagacije pukotine.

Alternativni kriterij loma temelji se na skalarnoj veličini  $G$ , tj. brzini oslobađanja energije deformiranja po jedinici površine pukotine, odnosno energiji koja se oslobađa po jedinici površine nove pukotine. Dok se pukotina širi u komponenti, rad koji izvode vanjske sile i energija deformacija pohranjena prije loma opskrbljuju pukotinu energijom. Mehanizmi stvaranja energije loma uključuju plastičnu deformaciju ispred pukotine u metalima, mikropukotine u keramičkim materijalima, izvlačenje vlakana i druge procese trenja u kompozitnim materijalima, te površinsku energiju u svim materijalima. Komponenta površinske energije općenito je mala u odnosu na ostale komponente, osim kod staklastih materijala. U energijskoj metodi, kriterij loma može se izraziti kao [16]:

$$G \geq G_C,$$

gdje je  $G$  dostupna brzina oslobađanja energije, a  $G_C$  kritična vrijednost brzine oslobađanja energije deformiranja po jedinici površine.

Kao što je spomenuto, kako bi pukotina napredovala, energija se mora dovesti do njenog vrha. Ova energija dolazi do vrha pukotine kroz elastičnost materijala i raspršuje se putem nepovratne deformacije, topline, zvuka i površinske energije.  $G$  uvijek je pozitivna veličina, što znači da tijelo gubi energiju tijekom rasta pukotine. Sva energija koja se raspršuje tijekom loma dolazi do pukotine iz energije deformacije pohranjene u tijelu prije loma. Na slici 13. grafički je prikazana energija loma u dijagramu naprezanje-produljenje.

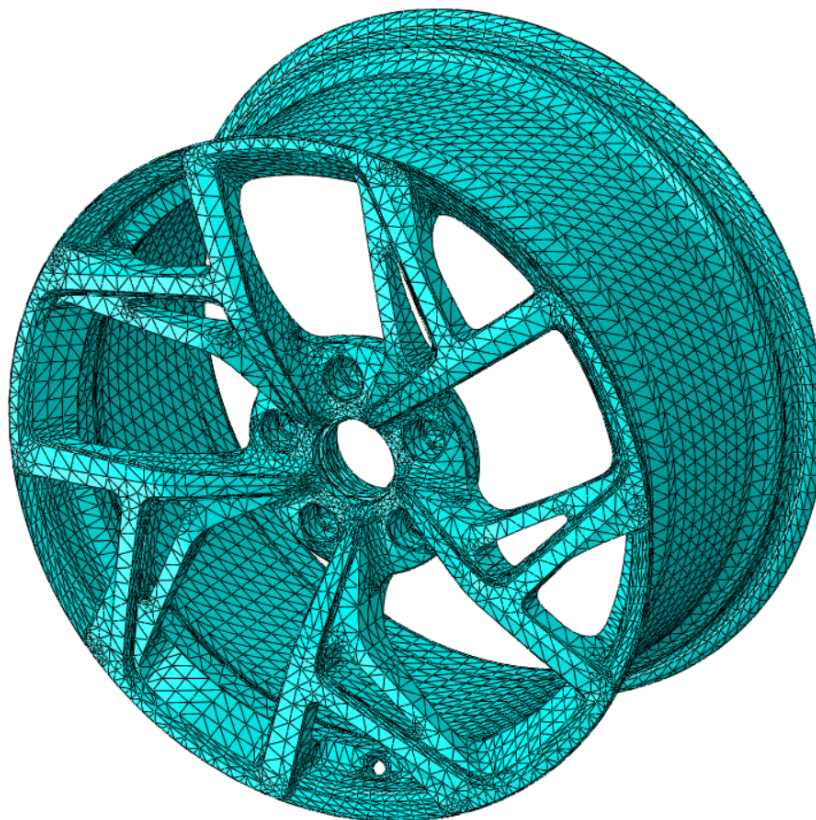


Slika 13. Grafički prikaz energije loma u dijagramu naprezanje-deformacija [17]

## 4. METODA NUMERIČKOG MODELIRANJA

### 4.1. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata, primijenjena u ovom radu, jedna je od najzastupljenijih numeričkih metoda za opisivanje konstitutivnog ponašanja materijala te analizu naprezanja i deformacija različitih konstrukcijskih komponenti i materijala. Numeričke metode općenito se koriste iz razloga što se kontinuumski sustav opisan pomoću složenih diferencijalnih jednažbi može na temelju diskretizacije konačnim elementima, opisati pomoću sustava jednostavnijih algebarskih jednažbi. Naime, klasične metode rješavanja problema kontinuumskih sustava koriste diferencijalne jednažbe čije analitičko rješenje je moguće dobiti samo za jednostavnije proračunske modele.



Slika 14. Mreža konačnih elemenata modela automobilske naplatke

Fizička diskretizacija kontinuuma ono je na čemu se temelji metoda konačnih elemenata. Slobodno gibanje razmatranog kontinuuma s beskonačno puno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretiziranim modelom međusobno povezanih elemenata koji u tom slučaju

imaju konačan broj stupnjeva slobode gibanja. Područje kontinuuma postaje mreža konačnih elemenata jer se njegovo područje dijeli na konačan broj manjih elemenata, tj. na konačan broj konačnih elemenata. Čvorovi međusobno povezuju konačne elemente u cjelinu. Raspodjela polja pomaka, deformacije, naprezanja i ostalih veličina, tj. raspodjela zavisnih varijabli u svakom elementu opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Čvorne vrijednosti jedne varijable moguće je dalje primjenom teorijskih relacija preračunati u vrijednosti druge varijable. Kako bi diskretizirani model što bolje opisao ponašanje realnog kontinuuma ove interpolacijske funkcije moraju zadovoljiti odgovarajuće uvjete. Metoda konačnih elemenata vrlo je zastupljena u strojarstvu gdje se koristi za razne statičke i dinamičke probleme u mehanici deformabilnih tijela te za proračune čvrstoće, strujanja, analizu elektromagnetskih polja i sl.

Jednadžbe konačnog elementa moguće je izvesti pomoću dva pristupa, a to su varijacijska formulacija i rješavanje diferencijalnih jednadžbi metodom težinskog reziduala. U slučaju kada je varijacijska formulacija previše složena ili kada ne postoji funkcija za opisivanje zadanog problema koristi se metoda rješavanja diferencijalnih jednadžbi metodom težinskog reziduala. Kod metode težinskih reziduala, pretpostavljeno rješenje se ubacuje u diferencijalnu jednadžbu, pri čemu nastaje odgovarajući rezidual, tj. ostatak. Točno rješenje dobiva se kada je rezidual jednak nuli. Minimiziranjem reziduala dolazi se do sustava algebarskih jednadžbi, pri čemu su nepoznanice parametri u čvorovima.

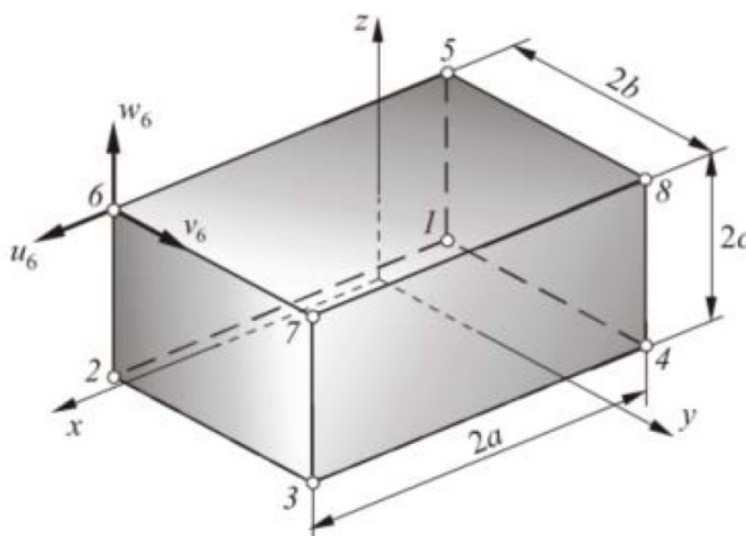
Konvergenciju rješenja, tj. točnost rješenja diskretiziranog modela i približavanje točnosti analitičkom rješenju, postiže se povećavanjem ukupnog broja elemenata čime se također povećava i složenost numeričkog modela te produljuje vrijeme potrebno za dobivanje točnog rješenja.

S obzirom da čak i neki jednostavniji problemi zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem konačnih elemenata, odnosno javlja se sustav algebarskih jednadžbi sa značajnim brojem nepoznanica, nužno je korištenje računala za njegovo rješavanje. Pritom se koriste različiti računalni programi koji koriste metodu konačnih elemenata, a jedan od njih je i *Abaqus* u kojemu je i napravljen jedan dio numeričkog proračuna. Svaka numerička metoda u konačnici nikada nije jednako točna kao analitička, pa je stoga bitno napomenuti da su sva rješenja

približna te da se samo uz pravilan odabir numeričkog modela i pravilnu diskretizaciju konačnim elementima može dobiti zadovoljavajuće rješenje.

#### 4.2. Osnovni heksaedarski elementi

Prilikom numeričke analize ovog rada u programskom paketu *Abaqus* za izradu mreže konačnih elemenata korišten je osnovni heksaedarski element. Ovim elementom moguće je vrlo dobro opisati zadanu strukturu tanke pravokutne ploče. Za trodimenzijsku analizu heksaedarski elementi, uz tetraedarske, najčešće su korišteni elementi. Kao što je vidljivo na slici 15. stupnjevi slobode gibanja heksaedarskog elementa komponente su Kartezijevog koordinatnog sustava [18].



Slika 15. Osnovni heksaedarski element [18]

Nepotpuni polinom trećeg stupnja opisuje raspodjelu pomaka  $u$ ,  $v$  i  $w$  osnovnog heksaedarskog elementa

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz \quad (4.1)$$

$$v = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}zx + a_{16}xyz \quad (4.2)$$

$$w = a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}z + a_{21}xy + a_{22}yz + a_{23}zx + a_{24}xyz \quad (4.3)$$



Korištenje upravo ovakve raspodjele pomaka omogućuje zadovoljavanje potrebnih kriterija za monotonu konvergenciju rješenja. Uvrštavanjem rubnih uvjeta za čvorove u prethodne izraze izvodi se kvadratna matrica čiji broj redaka odgovara broju stupnjeva slobode elemenata. Kako bi odredili funkcije oblika standardnim postupkom potrebno je odrediti inverznu matricu kvadratne matrice. S obzirom na složenost opisanog postupka izračunavanja funkcija oblika, koriste se jednodimenzijски Lagrangeovi polinomi za jednostavnije određivanje funkcija oblika. Postupak je isti kao kod određivanja funkcija oblika za dvodimenzijске pravokutne konačne elemente, osim što je ovdje riječ o trodimenzijском elementu pa su funkcije oblika jednake umnošku linearnih jednodimenzijских polinoma u smjeru tri koordinatne osi [18].

Funkcije oblika moguće je kraće zapisati uvođenjem prirodnih koordinata  $\xi = \frac{x}{a}$ ,  $\eta = \frac{y}{b}$  i  $\zeta = \frac{z}{c}$ . Funkcije oblika u tom slučaju glase

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i), \quad i = 1\dots 8, \quad (4.4)$$

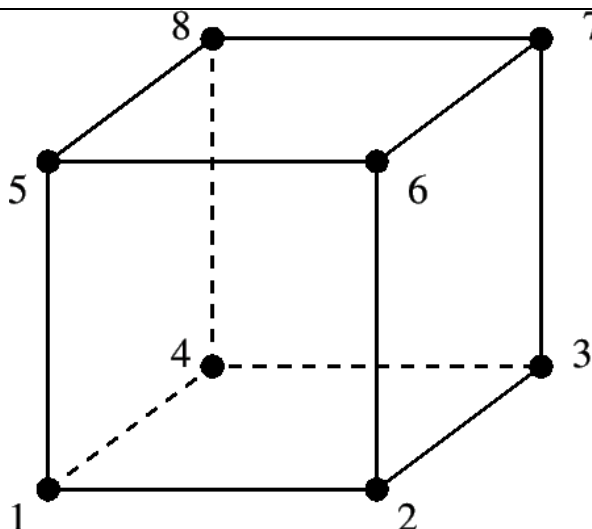
gdje su  $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ,  $\zeta_i$  prirodne koordinate čvorova. Ako je vektor stupnjeva slobode gibanja

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8], \quad (4.5)$$

matrica funkcija oblika jednaka je

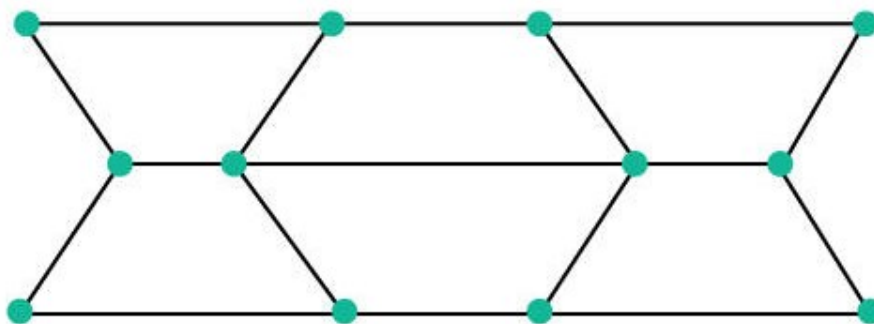
$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_3 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

U programskom paketu *Abaqus* u konkretnom slučaju za numeričku analizu zadanog materijala korišten je element oznake C3D8, prikazan na slici 16. Riječ je dakle o heksaedarskom elementu s potpunom integracijom koji sadrži osam čvorova i osam točaka integracije.



Slika 16. C3D8 element [19]

Iako je inače moguće koristiti C3D8R element koji ima samo jednu točku integracije i time smanjuje vrijeme analize, on nije korišten kako bi se izbjegao efekt pješčanog sata (*eng. Hourglass Effect*). Kako je promatran slučaj savijanja tanke pravokutne ploče gdje je ovaj efekt posebno izražen, bilo je potrebno koristiti element s potpunom integracijom. *Hourglass* efekt može uzrokovati pretjerano povećanje ili smanjenje krutosti u određenim smjerovima, budući da matrica krutosti nije u mogućnosti pravilno prikazati otpornost elemenata na deformaciju, tj. pravilno opisati krutost elementa. Osim toga, može doći do nefizikalnog gubitka energije, što rezultira izraženim deformacijama oblika pješčanog sata kao što je prikazano na slici 17.

Slika 17. *Hourglass* efekt [20]

---

## 5. NUMERIČKO MODELIRANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA

### 5.1. Uvod

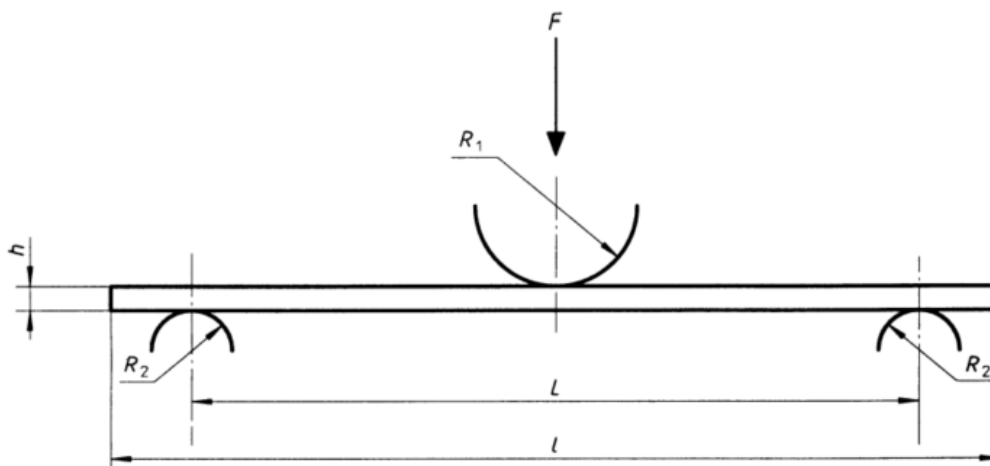
U ovom poglavlju razmatran je zadani slučaj ispitivanja uzorka, tj. savijanja tanke pravokutne ploče. Bilo je potrebno modelirati ispitni sklop te pomoću podataka iz [1] pokušati reproducirati konstitutivno ponašanje kompozita s PLA matricom ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima i lanenim vlaknima. Prema ispitivanju iz [1] modelirano je ispitivanje uzorka savijanjem u tri točke prema standardu BS EN ISO 14125.

#### 5.1.1. Ispitivanje savijanjem u tri točke

Ispitivanje savijanjem u tri točke najčešće je korištena metoda ispitivanja savojne krutosti, tj. savojne čvrstoće, savojnog modula i žilavosti materijala. U ovom testu, uzorak (najčešće pravokutna ili cilindrična ploča/štap) je jednostavno, slobodno oslonjen na dvije točke duž svoje duljine, dok se opterećenje nameće na sredini između tih oslonaca, stvarajući pritom silu savijanja. Prema [21] ova metoda ispitivanja prikladna je za kompozite ojačane vlaknima, izrađene od termo-polimera i termo-reaktivnog polimera. Metoda se izvodi pomoću uzorka koji mogu biti oblikovani prema odabranim dimenzijama, obrađeni iz središnjeg dijela standardnog višenamjenskog ispitnog uzorka (prema normi ISO 3167) ili izrezani iz poluproizvoda ili gotovih proizvoda. Metoda specificira preferirane dimenzije uzorka jer ispitivanja provedena na uzorcima drugih dimenzija ili uzorcima pripremljenim pod različitim uvjetima mogu dovesti do rezultata koji nisu usporedivi. Pored toga, ostali čimbenici, kao što su brzina ispitivanja i kondicioniranje uzorka, također mogu utjecati na rezultate.

Ispitni uzorak, prema već spomenutoj normi, oslonjen je kao greda te se savija konstantnom brzinom sve dok ne pukne ili dok deformacija ne postigne unaprijed određenu vrijednost. Tijekom postupka mjeri se sila primijenjena na uzorak i progib. Nadalje, metoda se koristi za ispitivanje savojnog ponašanja uzorka i za određivanje savojne čvrstoće, savojnog modula i drugih aspekata odnosa savojnog naprezanja i deformacije pod definiranim uvjetima. Geometrija ispitivanja definirana je na način kako bi se ograničila smična deformacija i izbjegao smični lom. Nominalno naprezanje mjeri se na vanjskoj površini ispitnog uzorka na

sredini raspona, tj. na mjestu gdje se nameće vanjska sila. Na slici 18. prikazan je shematski prikaz ispitnog postava s dimenzijama.



Slika 18. Ispitivanje savijanjem u tri točke [21]

Pri čemu su dimenzije elemenata za opterećenje i potpornih elemenata prema normi [21] propisane tablicom 2.

Tablica 2. Dimenzije oslonaca i elemenata za opterećenje [21]

Dimenzija	Vrijednost [mm]
$R_1$	$5 \pm 0,2$
$R_2$ za $h \leq 3$ mm	$2 \pm 0,2$
$R_2$ za $h \geq 3$ mm	$5 \pm 0,2$

Ostale dimenzije prema [21] zadane su putem sljedeće tablice

**Tablica 3. Dimenzije ispitnog uzroka**

<b>Materijal</b>	<b>Duljina uzorka (l)</b>	<b>Udaljenost oslonaca (L)</b>	<b>Širina uzorka (b)</b>	<b>Debljina uzorka (h)</b>
Klasa 3				
Poprečno (90°) usmjereni kompoziti; kontinuirano usmjereni kompoziti (0°) te višesmjerno usmjereni kompoziti s omjerom $5 < E_{f1}/G_{13} \leq 15$	60	40	15	2
Tolerancije	- 0 + 10	± 1	± 0,5	± 0,2

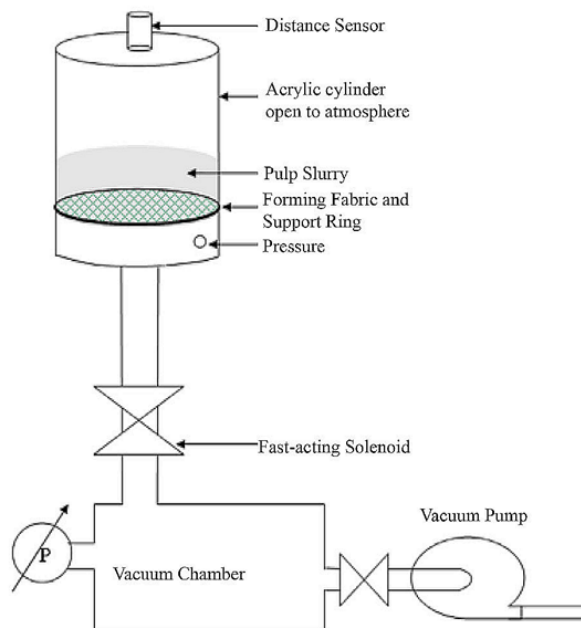
Napomena: - Kako bi se smanjila varijabilnost podataka za uzorke koji koriste gruba ojačanja, može se koristiti širina uzorka od 25 mm; Sve dimenzije su u mm

## 5.2. Eksperimentalni podaci i materijal

U [1] provedeno je ispitivanje uzoraka različitih udjela vlakana prikazanih u tablici 1. Za svaki volumni udio vlakana ispitano je pet uzoraka testom savijanja u tri točke kako bi se uklonila mogućnost statističke pogreške.

### 5.2.1. Ispitivani materijal

Kao što je već spomenuto korištena su reciklirana ugljična vlakna i vlakna lana za ojačanje, dok je za matricu korišten polimer PLA. Reciklirana ugljična vlakna obnovljena su metodom pirolize te su isječena na duljinu od 12 mm s promjerom od 6-8  $\mu\text{m}$ . Vlakna lana korištena za izradu materijala duljine su 10 mm i promjera 11-17  $\mu\text{m}$ . Vlakna mase 2 g raspršena su u 2 litre vode pomoću dezintegratora tijekom 10 000 okretaja pri brzini od 3000 okretaja u minuti. Nakon toga, ova raspršena smjesa izlivena je u stroj za proizvodnju slojeva vlakana, prikazan slikom 19. Ovaj stroj sastoji se od baze s poroznom mrežicom koje je povezana na odvodnu cijev, dok se metalni cilindar puni raspršinom vlakana [1].



**Slika 19. Shematski prikaz stroja za proizvodnju slojeva vlakana [23]**

Odlievanjem vode, vlakna se skupljaju na mrežici na dnu stroja i formiraju okrugli sloj vlakana promjera 16 cm. Ovaj sloj nalazi se na filter papiru te se pritišće papirnom rolom kako bi se uklonila suvišna voda i izravnala površina. Na kraju, tako dobiveni slojevi ostavljeni su da se suše konvekcijom zraka tijekom 24 sata na sobnoj temperaturi. Potom su dobiveni slojevi vlakana kao na slici 20, koja prikazuje jedan sloj s 75% recikliranih ugljičnih vlakana i 25% lanenih vlakana [1].



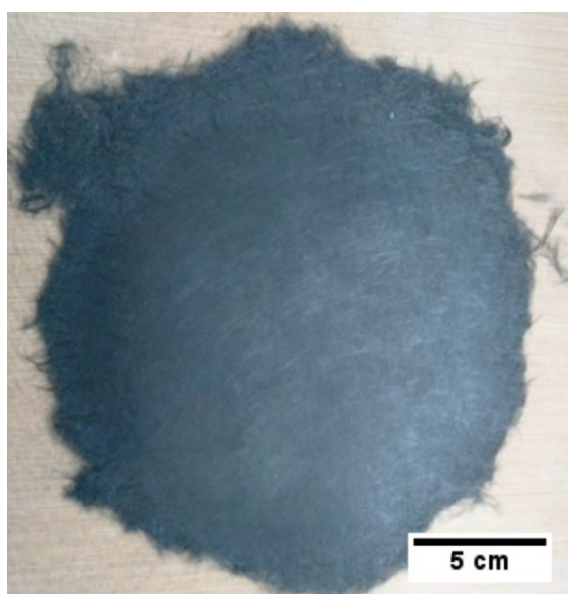
**Slika 20. Sloj vlakana [1]**

Kako bi se od ovakvih slojeva i PLA matrice formirao kompozitni materijal, korištena je preša. Nekoliko slojeva vlakana i PLA matrica stavljeno je između dvije ploče PTFE-a (politetrafluoretilen) prije nego ih se stavilo u vruću prešu. PTFE je poslužio kako se kompozit ne bi zalijepio za čelične ploče stroja. Nakon zatvaranja preše, primijenjen je tlak od 2 bara, a ploče su zagrijavane brzinom od približno 25 °C/min dok nije postignuta temperatura do 160 °C. Ova temperatura održavana je 10 minuta uz stalni tlak, nakon čega su ploče ohlađene na 50 °C i uzorak je uklonjen. Kako bi se postigla ciljana debljina uzoraka od 2 mm korišten je različit broj slojeva prikazanih u tablici 4.

**Tablica 4. Broj slojeva i debljina pojedinog uzorka [1]**

<b>Broj uzorka</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Broj slojeva	20	22	26	25	30
Debljina [mm]	1,95	1,98	2,09	1,95	2,03

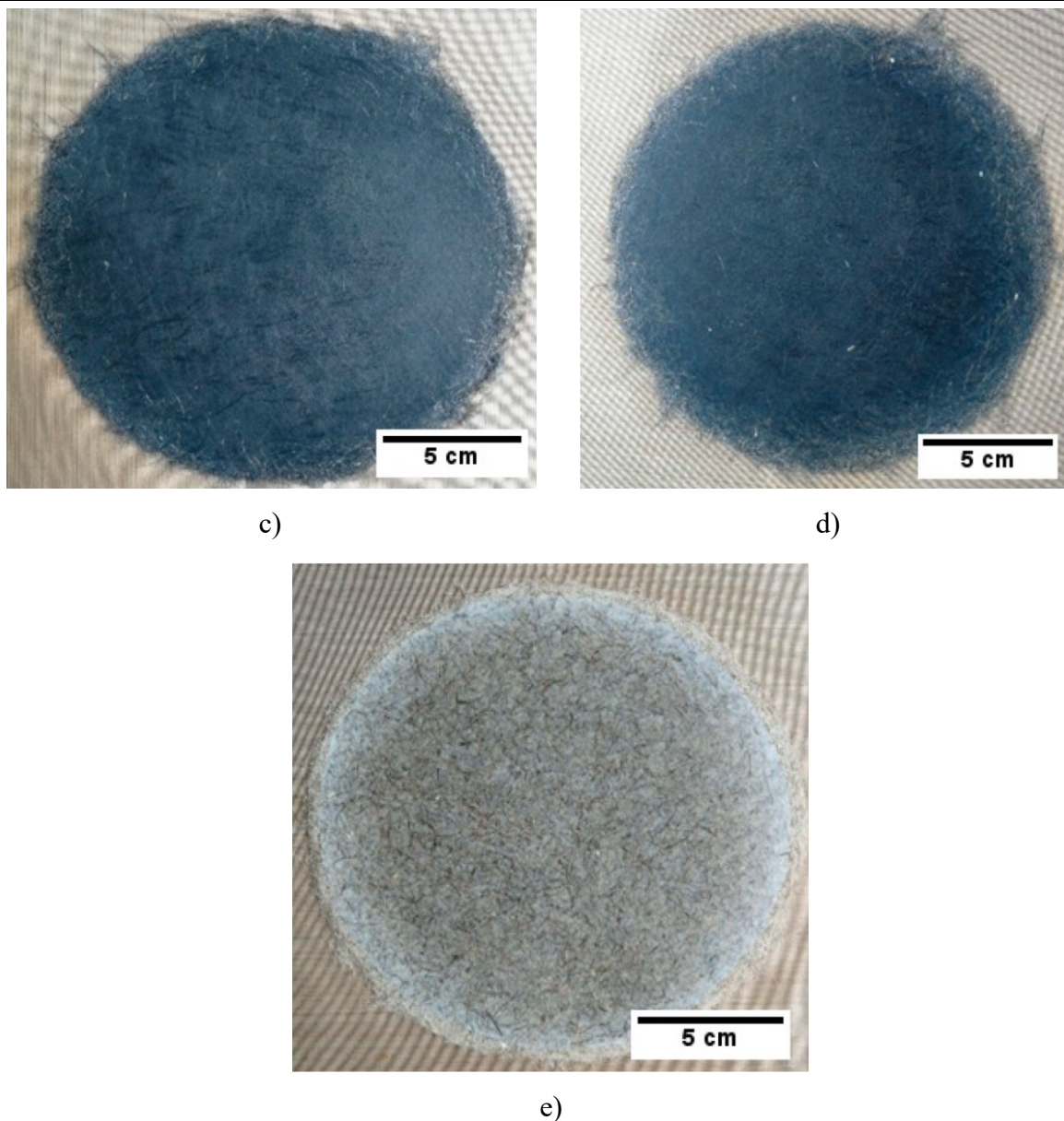
Završeni kompoziti vidljivi su na slici 21., pri čemu je pod a) uzorak sa 100% recikliranih ugljičnih vlakana, uzorak pod b) sa 75% recikliranih ugljičnih i 25% lanenih vlakana itd. prema tablici 1.



a)



b)

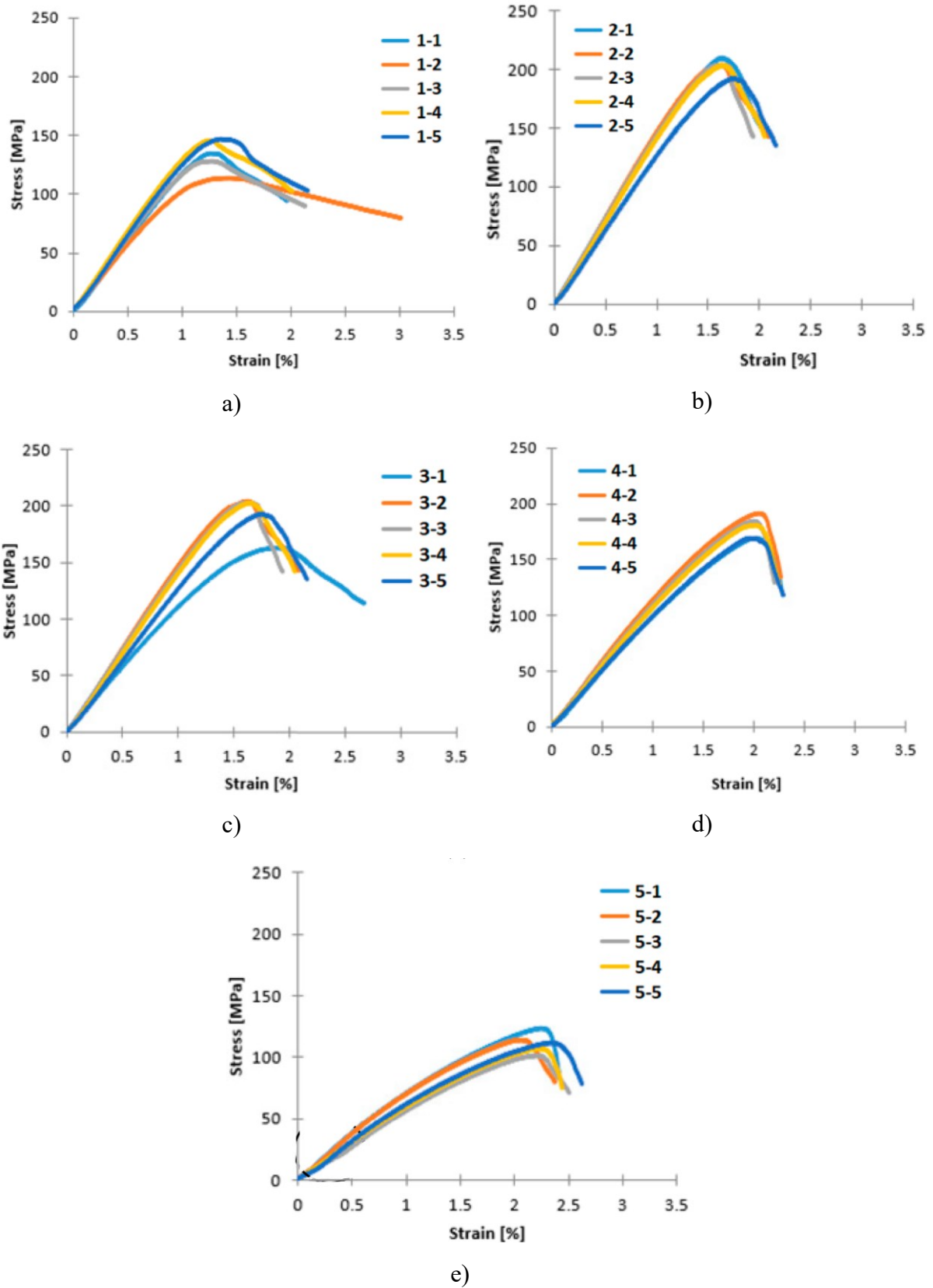


Slika 21. Završeni uzorci kompozita [1]  
a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5

### 5.2.2. Rezultati eksperimenta

Nakon provedenih ispitivanja dobiveni su dijagrami naprezanja i deformacija prikazani na slici 22. Na slici je vidljivo pet krivulja jer su ispitivanja provedena na pet različitih uzoraka istog volumenskog udjela vlakana sukladno tablici 1. Na x osi nalazi se deformacija [%], dok je na y osi naprezanje [MPa].





Slika 22. Naprezanja i deformacije kompozita dobiveni eksperimentom [1]  
 a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5

Vrijednosti savojnog modula, savojne čvrstoće i lomne deformacije dobiveni eksperimentalnim putem prikazani su u tablici 5. Prikazane vrijednosti su prosječne vrijednosti dobivenih eksperimentalnih rezultata.

**Tablica 5. Savojni modul i čvrstoća te lomne deformacije – eksperimentalni rezultati [1]**

<b>Uzorak</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Savojni modul [MPa]	12200	13980	13120	10470	6170
Savojna čvrstoća [MPa]	133,77	202,61	198,66	179,00	111,61
Lomna deformacija [%]	2,26	2,08	2,04	2,26	2,47

Dobiveni eksperimentalni podaci iz [1] korišteni su prilikom numeričkog modeliranja kompozita pomoću programskog paketa *Abaqus*.

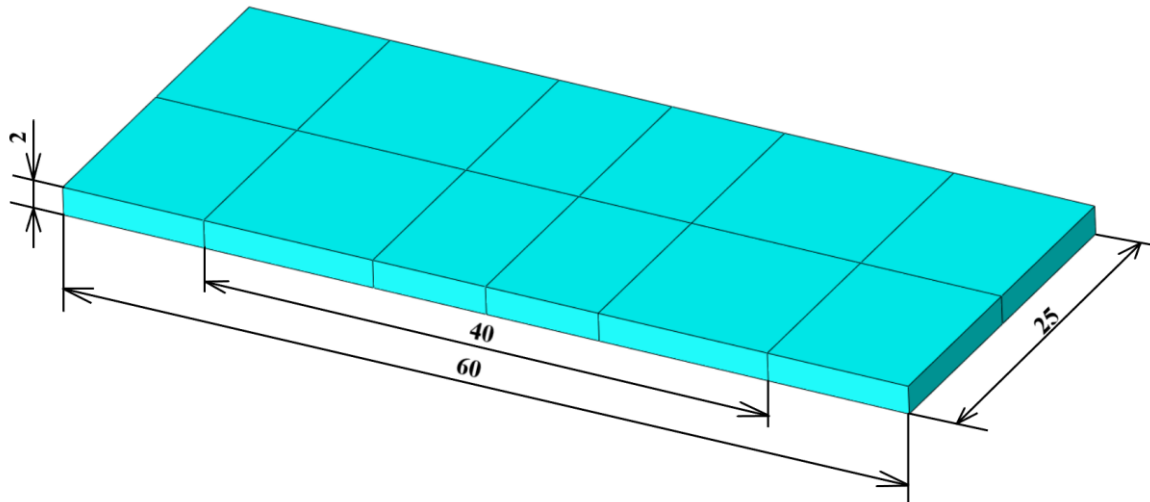
---

### 5.3. Numerička analiza

U nastavku je detaljno opisan postupak kojim je numerički modelirano konstitutivno ponašanje zadanog kompozitnog materijala s PLA matricom ojačanom recikliranim ugljičnim i lanenim vlaknima. Da bi numeričke simulacije što vjernije prikazale ponašanje ovakvog kompozita, potrebno je što preciznije definirati konstitutivno ponašanje materijala.

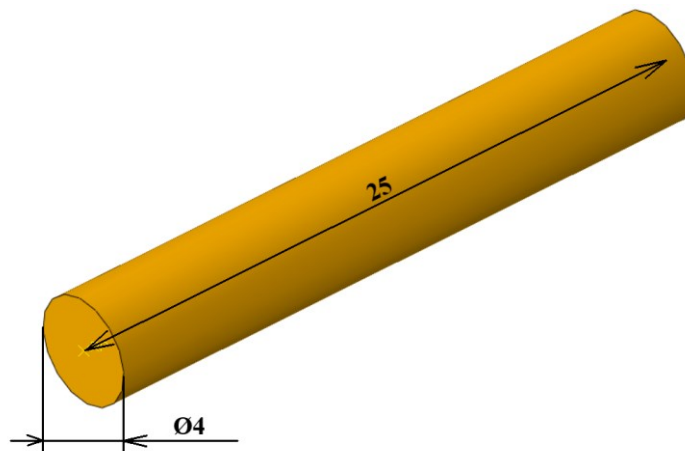
#### 5.3.1. Modeliranje ispitnog sklopa

Prvi korak podrazumijeva modeliranje ispitnog postava prema tablici 3., tj. prema uputama iz norme [21]. Kao što je vidljivo u napomeni tablice 3. moguće je radi smanjenja varijabilnosti rezultata koristiti širinu uzorka od 25 mm, što je i učinjeno. Samo modeliranje ispitnog sklopa napravljeno je u *Abaqusu*. Ispitni uzorka modeliran je kao 3D deformabilno tijelo (*3D Deformable*) s pripadajućim dimenzijama prikazanim na slici 23. Uz ispitni uzorak modelirana su još i dva valjka koji predstavljaju oslonce i element za opterećenje, prema dimenzijama na slici 24. Valjci su modelirani kao tip diskretno krutog tijela (*Discrete Rigid Type*). Kada model sadrži dijelove koji su u međusobnom kontaktu, kruti dio predstavlja ona komponenta koja ima toliko veću krutost od ostatka modela da se njegova deformacija može smatrati zanemarivom. Tako i u ovom slučaju cilindri su nekoliko puta veće krutosti od ispitnog uzorka da se praktički niti ne deformiraju, a osim toga njihova deformacija nije potrebna. Postoje dvije vrste krutih tijela u *Abaqusu*, a to su diskretno kruta i analitički kruta tijela čija je osnovna razlika ta što diskretno kruta tijela mogu biti različitih oblika, dok analitički kruta tijela moraju biti isključivo glatkog oblika.

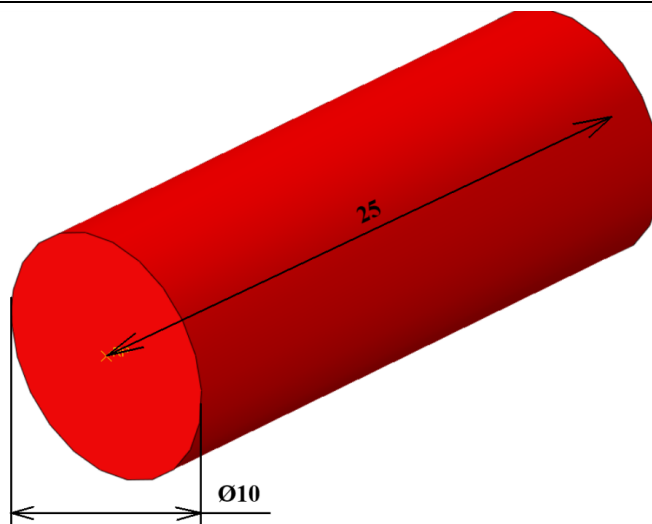


**Slika 23. Modelirani ispitni uzorak – dimenzije**

Kao što je vidljivo model ispitnog uzorka je podijeljen na particije kako bi se kasnije prilikom generiranja mreže konačnih elemenata na različite dijelove uzorka mogla zadati različita veličina konačnih elemenata.



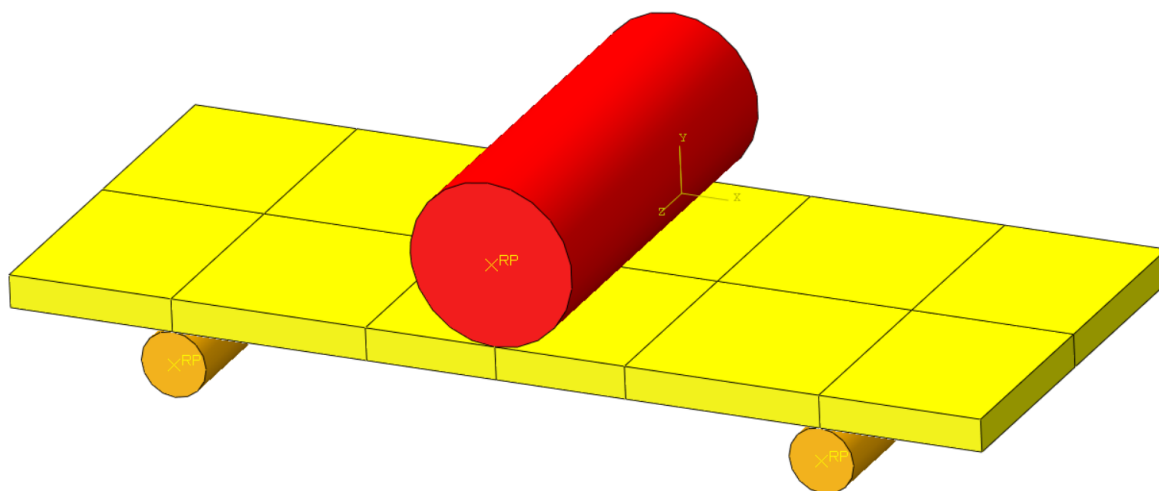
a)



b)

Slika 24. Dimenzije krutih valjaka – a) oslonac, b) element za opterećenje

Sljedeće je bilo potrebno modelirati ispitni sklop, odnosno pozicionirati valjke na odgovarajuća mjesta prema tablici 3. Modelirani ispitni sklop prikazan je na slici 25.



Slika 25. Modelirani ispitni sklop

Nadalje, potrebno je definirati kontakte između oslonaca i ispitnog uzorka te elementa za opterećenje i ispitnog uzorka. Kontakti se zadaju u *Interaction* modulu, gdje se prvo definira svojstvo interakcije elemenata i uzorka. Za tip interakcije odabran je kontakt (*Contact*) te je u izborniku pod mehaničkim interakcijama odabrano tangencijalno (*Tangential Behavior*) i normalno ponašanje (*Normal Behavior*). U *Abaqusu* normalno ponašanje odnosi se na interakciju između površina u smjeru okomitom na njihovo sučelje. Ova značajka definira kako

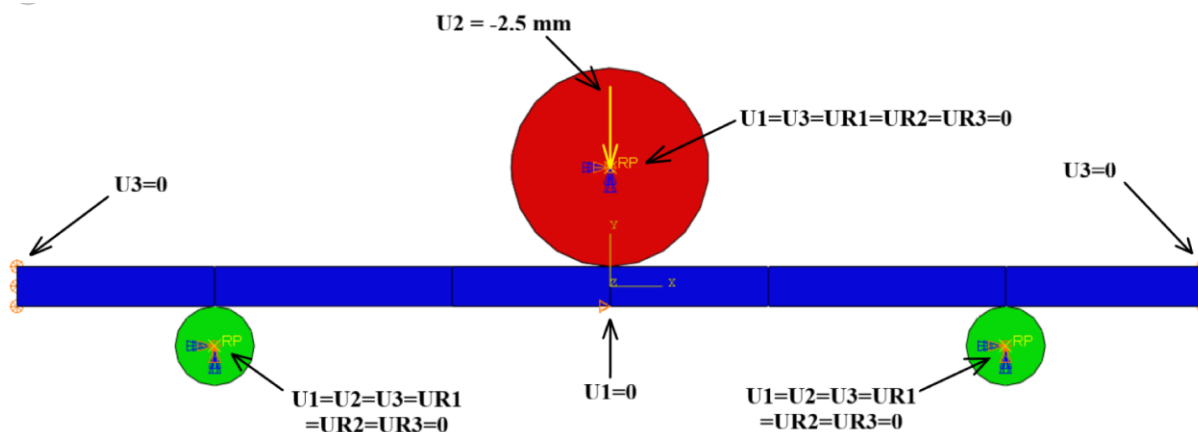
će površine reagirati kada dođu u međusobni kontakt. Tangencijalno ponašanje definira odnos između posmičnih i normalnih sila površina u kontaktu, tj. pomoću tangencijalnog ponašanja definira se trenje prilikom kontakta. Kod značajke *Normal Behavior* moguće je odabrati kako će površine u kontaktu reagirati, konkretno kod *Pressure-Overclosure* opcije odabran je *Hard Contact*. *Hard Contact* minimizira prodiranje *slave* površine u *master* površinu i ne dopušta prijenos sila kroz kontakt. Ovaj pristup osigurava da površine ne prodiru jedna u drugu kada su u kontaktu te da se razdvoje kada kontaktni tlak dosegne nulu. Kod tangencijalnog ponašanja odabrana je opcija bez trenja (*Frictionless*). To nije najkorektniji pristup, ali za potrebe ove analize gdje se ne razmatra utjecaj kontaktnih svojstava, i gdje su valjci potpuno kruti elementi, osigurat će zadovoljavajuće rezultate.

Potom je bilo potrebno dodijeliti svojstvo interakcije na površine u kontaktu. To je napravljeno pomoću *Surface-to-surface* opcije. Prvo je potrebno odabrati *master* površinu, što su u ovom slučaju površine valjaka u kontaktu s ispitnim uzorkom. *Master* površina u pravilu je ona površina, tj. onaj materijal koji ima veću krutost. Za *slave* površinu odabrana je gornja, odnosno donja površina ispitnog uzorka.

U modulu *Step* zadaje se tip numeričke analize koja se provodi. U konkretnom slučaju korištena je statička analiza (*Static, General*) gdje je bilo potrebno zadati dovoljan broj iteracija. *Nlgeom*, tj. velike deformacije nisu uključene u analizu jer su deformacije relativno male čak i pri lomu materijala, a uz to ostavljanje isključenog *Nlgeom*-a smanjuje potrebno vrijeme računanja numeričke analize. Također, zadano je da se opterećenje povećava linearno unutar numeričke analize kako se ne bi uzrokovale nestabilnosti.

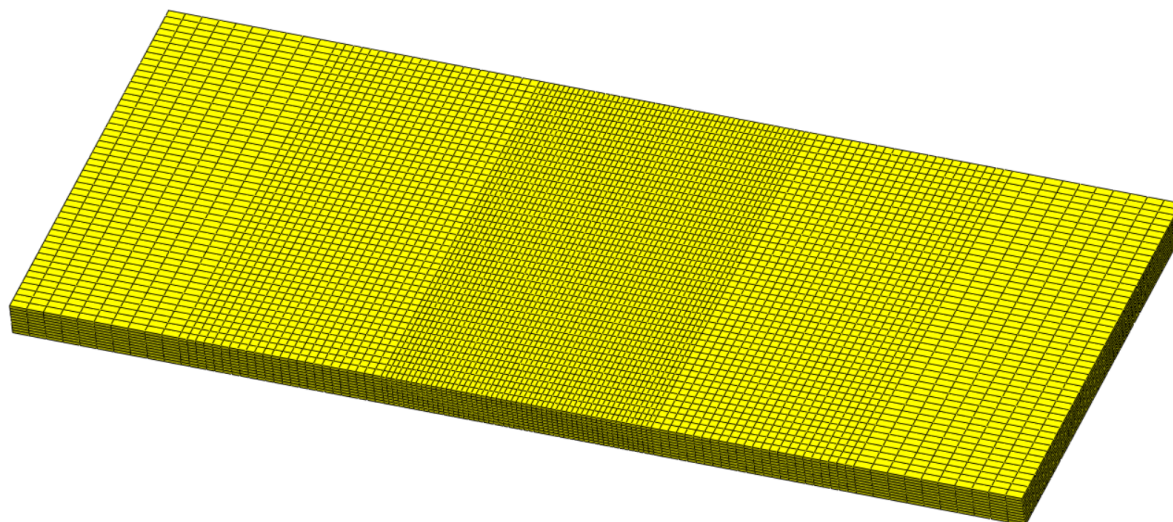
Sljedeće što je bilo potrebno definirati su rubni uvjeti i opterećenje. Oslonci, odnosno donji valjci su pomoću referentne točke u sredini prednje plohe uklješteni, tj. onemogućeni su im pomaci u smjeru sve tri koordinatne osi i rotacije oko sve tri koordinatne osi. Gornjem valjku, odnosno elementu za opterećenje su također pomoću referentne točke onemogućene rotacije oko sve tri koordinatne osi. Pomaci u smjeru  $y$  osi su ostali dozvoljeni, jer će se u tom smjeru opterećivati uzorak, dok su pomaci u smjeru  $x$  i  $z$  osi onemogućeni. Kako bi se spriječilo gibanje uzorka, na lijevom i desnom središnjem vertikalnom bridu onemogućeni su pomaci u smjeru osi  $z$ . Uz to, onemogućen je još pomak u smjeru osi  $x$  na bridu u sredini uzorka. Ispitni uzorak

je opterećivan putem nametnutog pomaka koji je dodijeljen gornjem valjku. Iako je u [1] uzorak opterećivan s 10 kN, numerički to uzrokuje probleme i dovodi do prekomjernih distorzija elemenata zbog čega se dobivaju nerealni rezultati. Zbog toga je nametnuti pomak numerički stabilnija opcija. Na slici 26. prikazani su rubni uvjeti i opterećenje ispitnog sklopa.



Slika 26. Rubni uvjeti i opterećenje

Za kraj, bilo je potrebno generirati mrežu konačnih elemenata. Kao što je spomenuto korišteni su heksaedarski elementi oznake C3D8 te su na uzorku napravljene particije koje su poslužile za lakše generiranje mreže konačnih elemenata. Središnja particija diskretizirana je pomoću elemenata veličine 0,3 mm. Lijeva i desna središnja particija diskretizirane su pomoću elemenata veličine 0,5 mm, dok su rubne particije diskretizirane pomoću elemenata veličine 1 mm. Po visini uzorka generirano je 10 elemenata. Ukupno je za diskretizaciju ispitnog uzorka generirano 61 000 elemenata. Iako je riječ o krutim tijelima, i za valjke je generirana mreža konačnih elemenata oznake R3D4 koji ne sudjeluju u numeričkoj analizi. Na slici 27. vidljiva je mreža konačnih elemenata ispitnog uzorka.



Slika 27. Mreža konačnih elemenata ispitnog uzorka

### 5.3.2. Materijalni parametri elastičnosti

#### 5.3.2.1. Modul elastičnosti

Kako bi se opisalo linearno elastično ponašanje materijala dovoljno je poznavati Youngov modul elastičnosti  $E$  i Poissonov koeficijent  $\nu$ . Iako je u [1] dobivena vrijednost savojnog modula elastičnosti, njegova će se vrijednost za potrebe ovog rada direktno iskoristiti kao vrijednost Youngovog modula elastičnosti. Naime, modul elastičnosti dobiva se iz jednoosnog vlačnog ispitivanja, primjenjivanjem vlačne sile na ispitni uzorak i mjerenjem naprezanja i deformacija. U ispitivanju savijanjem, umjesto toga, uzorak se savija, ali se materijal u donjem dijelu gdje se prema normi [21] mjere naprezanja i deformacije nalazi pod vlačnim opterećenjem. Prema tome, savojni modul dobiven u [1] može se direktno koristiti kao modul elastičnosti za opisivanje elastičnog ponašanja uzorka. Za modeliranje ovog specifičnog opterećenja, tj. savijanja u tri točke može se reći da je materijal izotropan. U tablici 6. prikazani su moduli elastičnosti pojedinih uzoraka.



Tablica 6. Moduli elastičnosti ispitnih uzoraka [1]

Uzorak	Modul elastičnosti [MPa]
1	12 200
2	13 980
3	13 120
4	10 470
5	6 170

### 5.3.2.2. Poissonov koeficijent

Kao što je već spomenuto za opisivanje elastičnog ponašanja materijala potrebno je poznavati Youngov modul elastičnosti  $E$  i Poissonov koeficijent  $\nu$ . Nakon određivanja modula elastičnosti potrebno je odrediti i Poissonov koeficijent. U znanosti o materijalima i mehanici deformabilnih tijela, Poissonov koeficijent predstavlja mjeru Poissonovog efekta, tj. deformacije (širenja ili skupljanja) materijala u smjerovima okomitim na specifični smjer opterećenja. S obzirom kako Poissonov koeficijent nije poznat iz [1], u ovom radu njegova će se vrijednost odrediti pomoću pravila mješavina za kompozitni materijal. Pravilo mješavina za kompozitni materijal kaže da je neko svojstvo kompozita, u ovom slučaju Poissonovog koeficijenta, jednako zbroju umnoška volumnog udjela matrice ili vlakana i tog svojstva. Konkretno, Poissonov koeficijent kompozita može se izračunati pomoću izraza,

$$\nu_K = V_M \cdot \nu_M + V_V \cdot \nu_V, \quad (5.1)$$

pri čemu je:

$\nu_K$  – Poissonov koeficijent kompozita,

$V_M$  – volumni udio matrice u kompozitu,

$V_V$  – volumni udio vlakana u kompozitu,

$\nu_M$  – Poissonov koeficijent matrice te

$\nu_V$  – Poissonov koeficijent vlakana.

Poissonov koeficijent vlakana računa se kao

$$\nu_V = V_{\text{RCF}} \cdot \nu_{\text{RCF}} + V_L \cdot \nu_L, \quad (5.2)$$

pri čemu je:

$V_{\text{RCF}}$  – volumni udio recikliranih ugljičnih vlakana u vlaknima,

$V_L$  – volumni udio lanenih vlakana u vlaknima,

$\nu_{\text{RCF}}$  – Poissonov koeficijent recikliranih ugljičnih vlakana te

$\nu_L$  – Poissonov koeficijent lanenih vlakana.

Korištenjem izraza (5.1) i (5.2) dobiva se

$$\nu_K = V_M \cdot \nu_M + (V_{\text{RCF}} \cdot \nu_{\text{RCF}} + V_L \cdot \nu_L). \quad (5.3)$$

Poissonovi koeficijenti komponenti kompozita uzeti su iz kataloga navedenih proizvođača matrice i vlakana korištenih u [1]. U tablici 7. prikazane su vrijednosti Poissonovih koeficijenata za pojedine komponente te izračunate vrijednosti Poissonovih koeficijenata za ispitne uzorke.

**Tablica 7. Poissonovi koeficijenti materijala i ispitnih uzoraka**

Materijal/uzorak	Poissonov koeficijent [-]
PLA matrica	0,38
Reciklirana ugljična vlakna	0,23
Lanena vlakna	0,35
Uzorak 1	0,335
Uzorak 2	0,344
Uzorak 3	0,353
Uzorak 4	0,362
Uzorak 5	0,371

### 5.3.3. Modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita pomoću Ramberg-Osgood modela

Ramberg-Osgood materijalni model često se koristi za prikaz cikličkih i monotonih krivulja naprezanje-deformacija. Ovaj model daje opis ponašanja nekog elastoplastičnog materijala, bez jasno izražene točke tečenja. Matematički izraz je relativno jednostavnog oblika te povezuje ukupnu deformaciju i naprezanje.

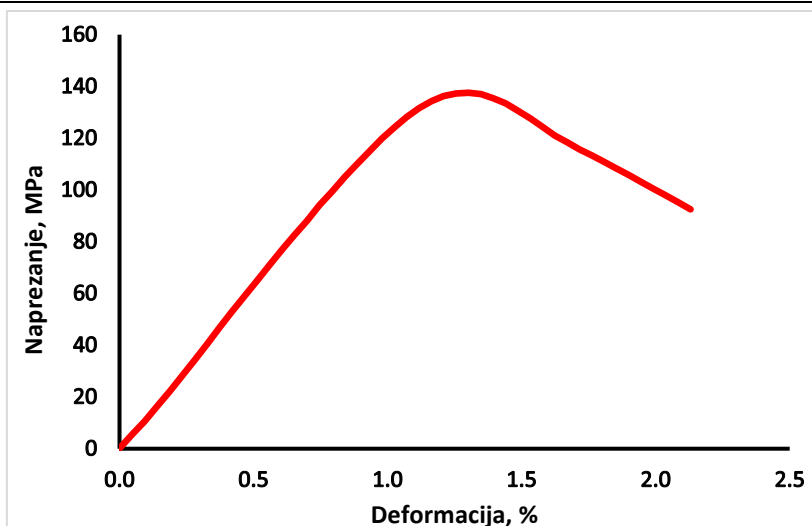
Ramberg-Osgood materijalni model u programskom paketu *Abaqus* javlja se prilikom zadavanja materijalnih karakteristika u modulu *Property* kao *Deformation Plasticity*. Ovakav model svoju primjenu najčešće nalazi prilikom razvijanja plastičnog modela za potrebe mehanike loma duktilnih materijala. S obzirom da Ramberg-Osgood model potpuno opisuje konstitutivno ponašanje nekog elastoplastičnog materijala, nije potrebno kombinirati ga s drugim materijalnim modelima.

Ramberg-Osgood materijalni model za jednodimenzijski problem prema [19] glasi

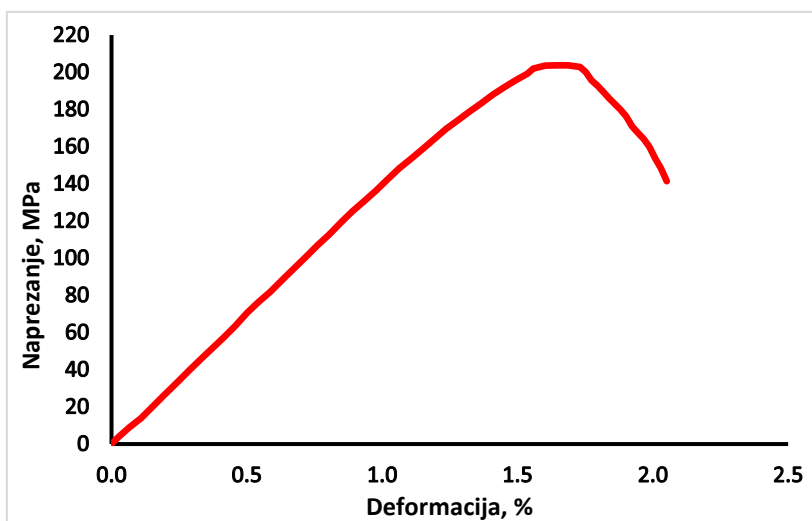
$$E\varepsilon = \sigma + \alpha \left( \frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^{n-1} \sigma, \quad (5.4)$$

pri čemu je  $\alpha$  koeficijent „yield“ offset,  $\sigma_0$  granica tečenja, a  $n$  eksponent očvršćenja. Materijalno ponašanje koje ovakav model opisuje nelinearno je pri svim vrijednostima naprezanja. Međutim, za uobičajene vrijednosti eksponenta očvršćenja ( $n \approx 5$ ), nelinearnost postaje značajna tek kada naprezanje dosegne ili premaši granicu tečenja  $\sigma_0$ .

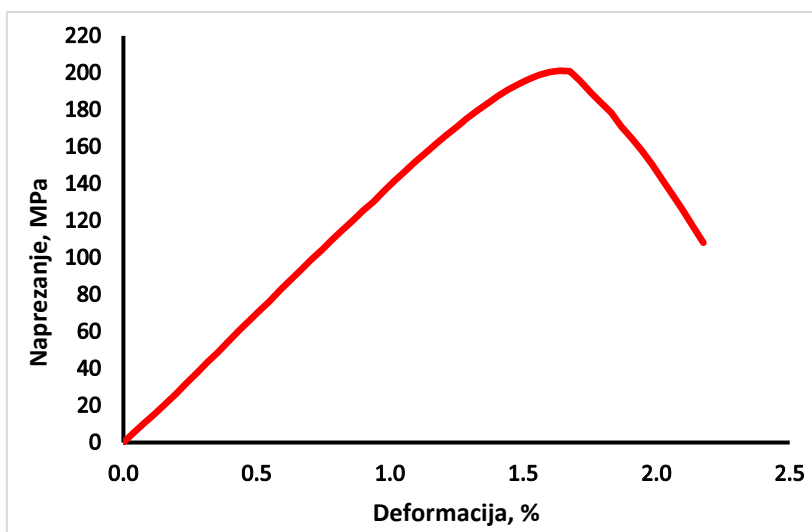
Prije određivanja parametara Ramberg-Osgoodova materijalnog modela, bilo je potrebno odrediti točke u eksperimentalnom dijagramu naprezanje-deformacija kompozitnog materijala. Za to su poslužili dijagrami naprezanje-deformacija sa slike 22. Točke krivulja određene su pomoću programskog paketa *WebPlotDigitizer*, u kojemu je moguće zadati mjerilo na apscisi i ordinati, a potom odrediti točke svake pojedine krivulje. Tako dobivene točke, odnosno krivulje, prvo su pretvorene iz inženjerskog u stvarno naprezanje i deformacije, a potom su krivulje uprosječene korištenjem *MatLab* programskog paketa te su dobiveni sljedeći dijagrami.



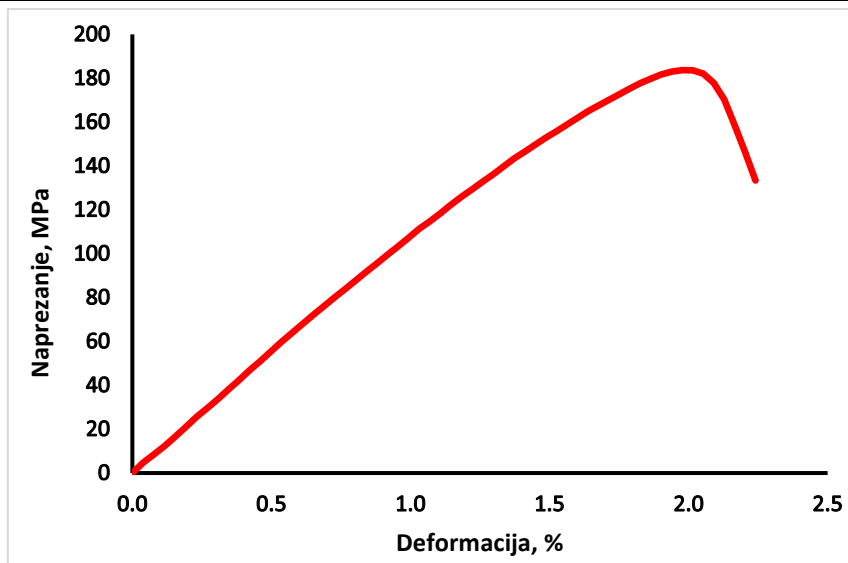
a)



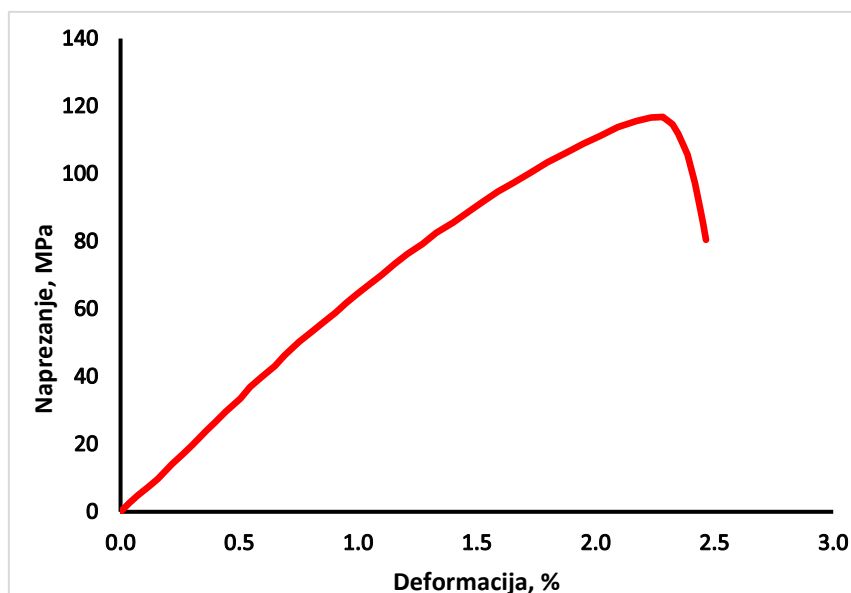
b)



c)



d)



e)

Slika 28. Dijagrami naprezanje-deformacija – prosječne vrijednosti:  
a) uzorak 1, b) uzorak 2, c) uzorak 3, d) uzorak 4, e) uzorak 5

Za određivanje parametara  $n$  i  $\alpha$  Ramberg-Osgood materijalnog modela potrebno je poznavati granicu tečenja materijala  $\sigma_0$ . U ovom je radu za određivanje vrijednosti granice tečenja iskorišten *Calibrations* modul, koji je dostupan unutar programskog paketa *Abaqus*. U *Calibrations* modul potrebno je unijeti skup točaka za naprezanja i deformacije materijala. Na temelju toga moguće je odrediti vlačnu čvrstoću kao točku s najvećim naprezanjem, prikazati dijagram naprezanje-deformacija te isto tako odrediti granicu tečenja.

Nakon definiranih granica tečenja za pojedine uzorke, moguće je numerički odrediti parametre Ramberg-Osgood materijalnog modela pomoću programskog paketa *Excel*. Deformacija svake točke Ramberg-Osgood materijalnog modela određena je jednadžbom za identične vrijednosti napreznja kao u eksperimentalnim podacima. Krajnja vrijednost eksponenta očvršćenja  $n$  dobiva se pretpostavkom njegove početne vrijednosti, a potom se eksponent  $n$  optimira pomoću *GRG Nonlinear* algoritma u *Excelu*, sve dok se ne postigne najbliža moguća aproksimacija eksperimentalne krivulje. Prilikom korištenja *GRG Nonlinear* algoritma potrebno je izračunati grešku koja predstavlja apsolutno odstupanje između izračunate vrijednosti deformacije i eksperimentalno dobivene vrijednosti deformacije. Zatim se sve apsolutne greške zbrajaju, nakon čega algoritam prilagođava vrijednost eksponenta  $n$  tako da minimizira ukupnu apsolutnu grešku. Izračunate vrijednosti materijalnih parametara  $\alpha$  i  $n$  za svih pet uzoraka prikazane su u tablici 8.

**Tablica 8. Materijalni parametri  $n$  i  $\alpha$**

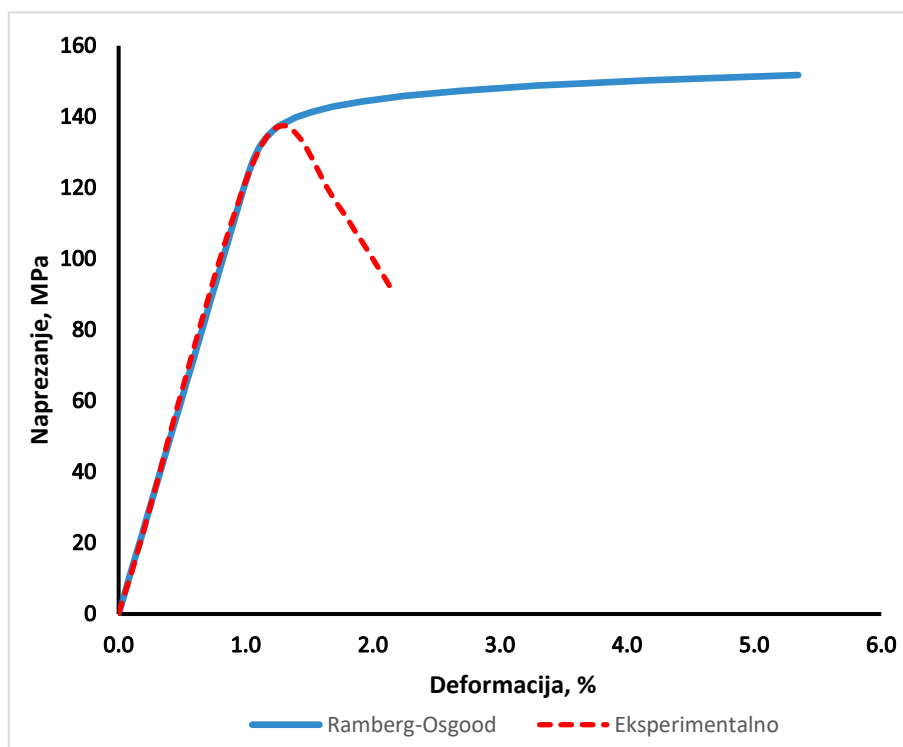
Uzorak	Granica tečenja, $\sigma_0$ [MPa]	Eksponent očvršćenja, $n$	Koeficijent, $\alpha$
1	124,03	34,361	0,0039
2	133,51	9,857	0,0024
3	158,44	3,543	0,0164
4	140,08	11,034	0,0075
5	85,54	9,256	0,0151

#### 5.3.3.1. Validacija numeričkom analizom materijalnih parametara Ramberg-Osgood materijalnog modela

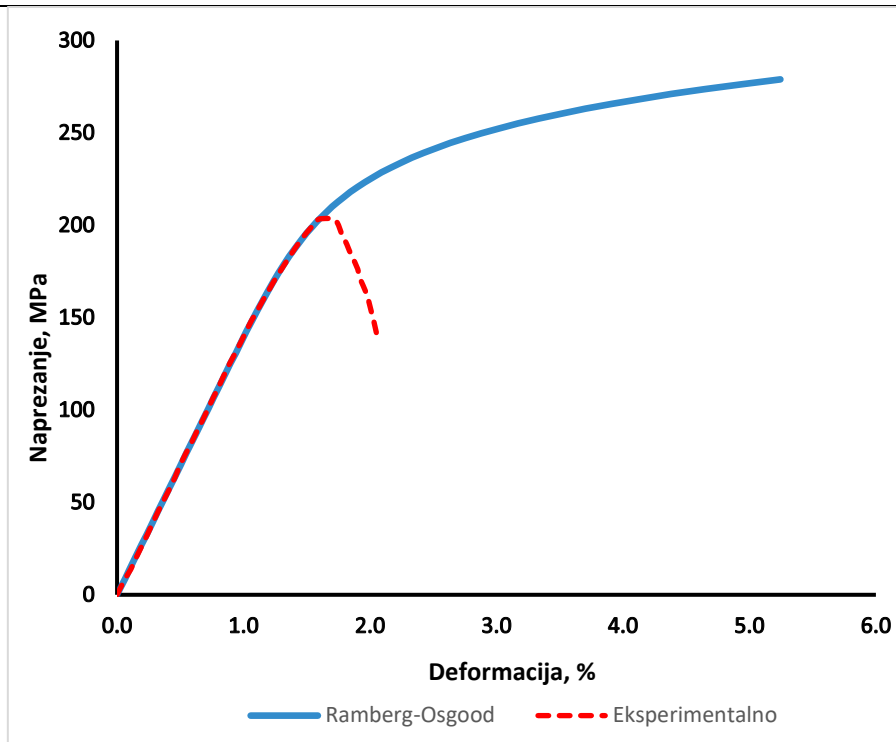
Numerička simulacija provedena je na geometriji ispitnog sklopa prikazanoj na slici 25. Kao što je već spomenuto Ramberg-Osgood materijalni model u *Abaqusu* zadaje se u mehaničkim svojstvima materijala pomoću *Deformation Plasticity* opcije. Potrebno je, za potpuno opisivanje ovog materijalnog modela, upisani vrijednosti Youngovog modula elastičnosti  $E$ , Poissonovog koeficijent  $\nu$ , napreznja tečenja odnosno granicu tečenja  $\sigma_0$ , eksponenta očvršćenja  $n$  te parametra  $\alpha$  koji predstavlja „yield“ offset. Rubni uvjeti, opterećenje i mreža

konačnih elemenata korišteni su kao što je opisano u poglavlju 5.3.1. te prikazano na slici 26. i slici 27.

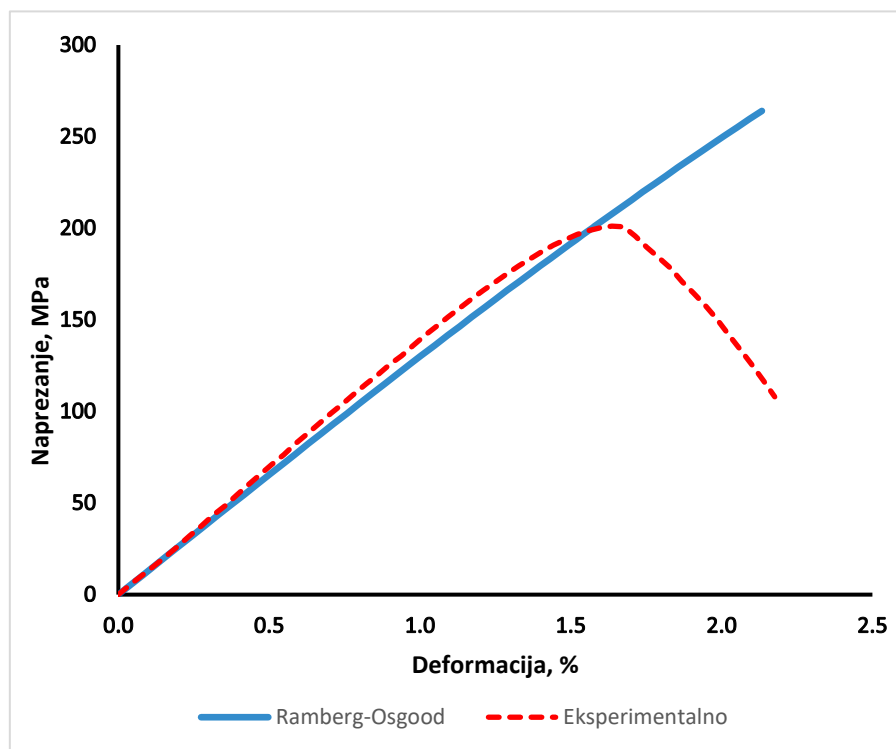
Nakon provedene numeričke analize za sve uzorke dobiveni su sljedeći dijagrami prikazani na slikama 29. – 33., a na slici 34. prikazano je stanje naprezanja jednog uzorka. Naprezanje i deformacija su, kao što je spomenuto prije, računati na sredini vanjske površine uzorka.



**Slika 29. Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model**

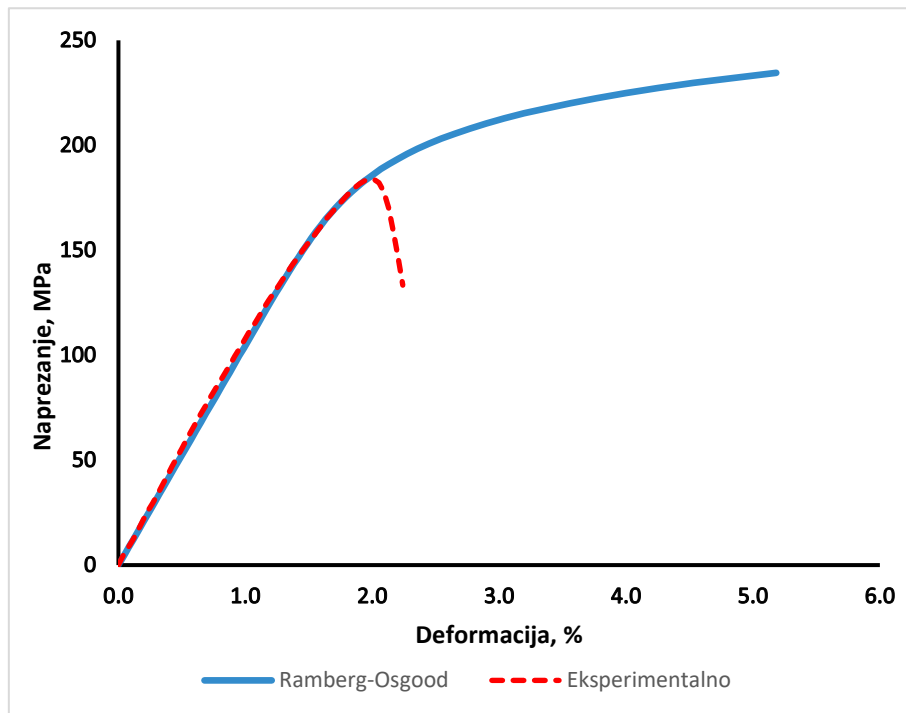


Slika 30. Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 2 (75 % rCF i 25% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model

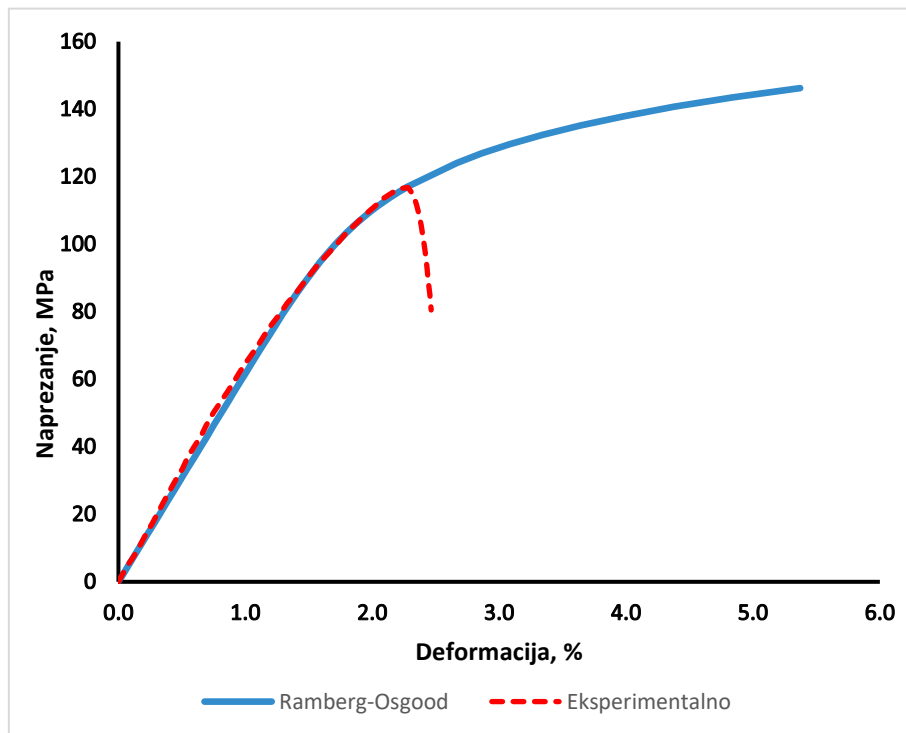


Slika 31. Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model

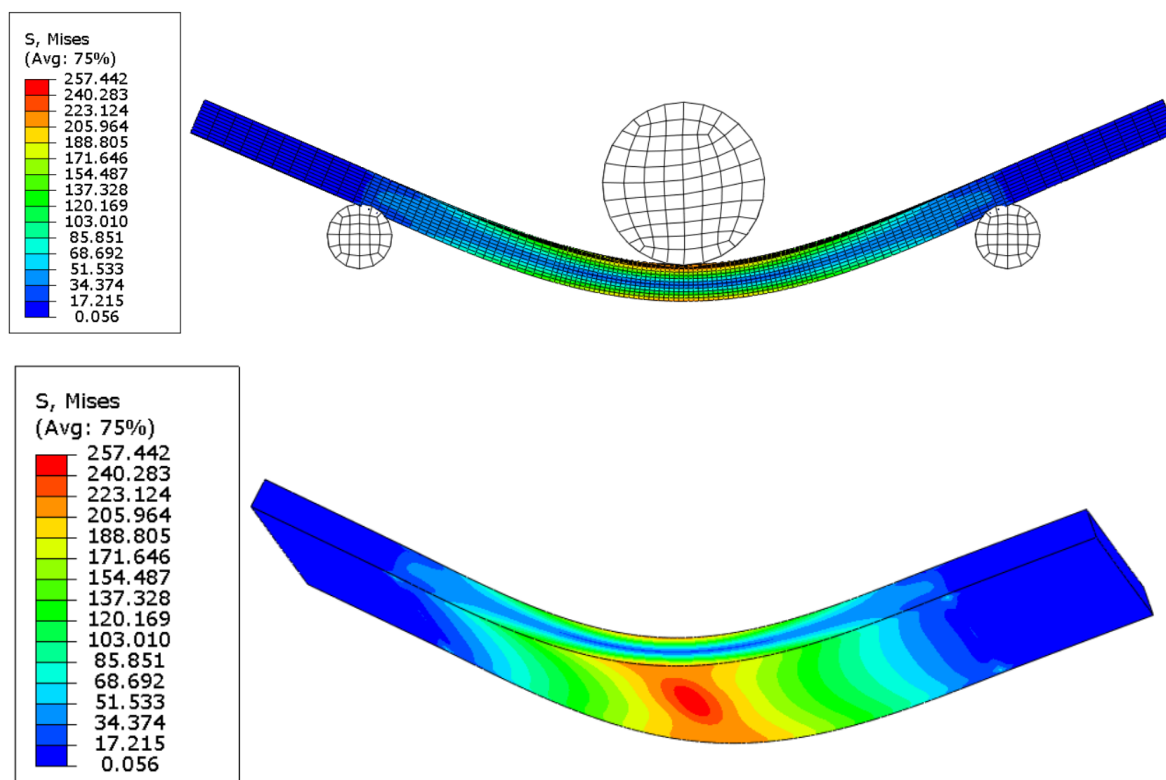




Slika 32. Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model



Slika 33. Dijagram naprezanja i deformacija uzorka 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) – Ramberg-Osgood model



**Slika 34.** Ekvivalentna von Mises naprezanja prema Ramberg-Osgood materijalnom modelu uzorka 3

Kao što je vidljivo, Ramberg-Osgood materijalni model izvrsno opisuje elastoplastično ponašanje materijala. Ramberg-Osgood model u ovom je slučaju zapravo moguće koristiti kada naprezanje u materijalu ne prelazi vlačnu čvrstoću materijala jer nakon nje dolazi do pojave pukotina te konačno i do loma materijala.

#### **5.3.4. Modeliranje elastoplastičnog i lomnog konstitutivnog ponašanja materijala**

U ovom poglavlju je detaljno objašnjeno kako je numerički modelirano elastoplastično i lomno konstitutivno ponašanje materijala.

Za potpuno opisivanje ponašanja materijala potrebno je materijalu, u ovom slučaju promatranom kompozitu, zadati materijalna svojstva u *Property* modulu unutar *Abaqusa*. Kako bi se opisalo elastično ponašanje materijala potrebno je poznavati Youngov modul elastičnosti  $E$  i Poissonov koeficijent  $\nu$ , kao što je već spomenuto. Youngovi moduli elastičnosti svih pet

uzoraka korišteni su kao što je prikazano u tablici 6., a Poissonovi koeficijenti prema tablici 7. Isto tako, kao što je već opisano i spomenuto, korištena je izotropna vrsta elastičnog ponašanja materijala.

Za opisivanje plastičnog ponašanja materijala potrebno je poznavati točke plastičnosti. Prvu točku plastičnosti zapravo predstavlja granica tečenja pri kojoj kreće tečenje materijala, tj. dolazi do pojave plastičnih deformacija. Plastična deformacija pri granici tečenja je jednaka nuli. Granice tečenja korištene su za sve uzorke kako je i prikazano u tablici 8. Od granice tečenja do vlačne čvrstoće sve točke predstavljaju točke plastičnosti te opisuju plastično ponašanje materijala pri opterećenju. Tako je za svaki uzorak pojedinačno iz eksperimentalnog dijela ispitivanja definirano više desetaka točaka plastičnosti kako bi se plastično ponašanje materijala što bolje opisalo.

Nakon opisivanja plastičnosti, potrebno je definirati parametre loma ispitnog materijala. Za opisivanje loma materijala korišten je model oštećenja za duktilne metale (*Damage for Ductile Metals*). Iako se razmatrani kompozit ne može direktno svrstati pod duktilne materijale, za potrebe ovog rada njegovo ponašanje poistovjetit će se s ponašanjem izotropnih duktilnih materijala. Korišten je podmodel duktilnog oštećenja (*Ductile Damage*) unutar modela *Damage for Ductile Metals*. Za potpuno opisivanje duktilnog oštećenja potrebno je poznavati deformaciju pri kojoj dolazi do pojave pukotina, tj. oštećenja (*Fracture Strain*), triaksijalnost naprežanja (*Stress Triaxiality*) te brzinu deformacije (*Strain Rate*). *Fracture Strain* predstavlja ekvivalentnu plastičnu deformaciju pri kojoj dolazi do pojave oštećenja. Do pojave oštećenja dolazi pri vlačnoj čvrstoći materijala te je stoga plastična deformacija pri vlačnoj čvrstoći upravo deformacija od koje započinje oštećenje materijala. *Stress Triaxiality* u [19] definiran je kao omjer između hidrostatskog naprežanja i ekvivalentnog von Misesovog naprežanja. S obzirom kako je riječ o čistom savijanju ispitnog uzorka, dominira jedno glavno naprežanje u smjeru osi  $x$ . Stoga je i ekvivalentno naprežanje  $\sigma_{\text{Mises}} = \sigma_x$ . Prema tome skalarna vrijednost  $\eta$ , koja predstavlja triaksijalnost naprežanja jednaka je

$$\eta = -\frac{p}{q} = \frac{\frac{1}{3} \text{tr}(\sigma_{ij})}{\sigma_{\text{Mises}}} = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})}{\sigma_{\text{Mises}}} = \frac{1}{3}. \quad (5.5)$$

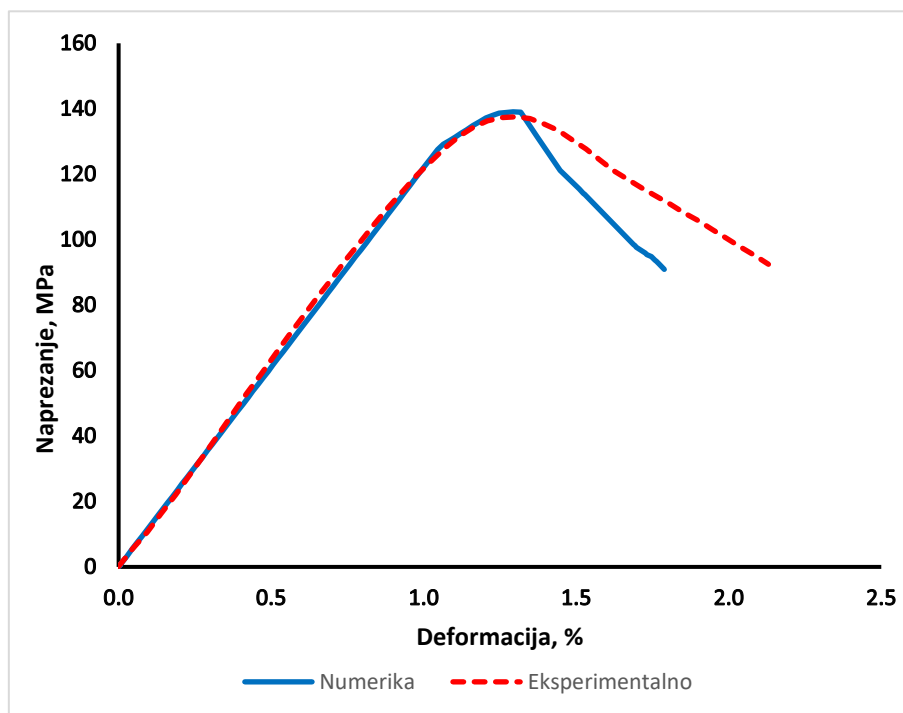
Brzina deformacije zadaje se ukoliko postoji više parametara kojima se opisuju oštećenje i lom materijala, u protivnom je brzina deformacije jednaka nuli. Uz ova tri parametra, potrebno je pod opcijama dodati i opciju propagacije oštećenja (*Damage Evolution*). Za opisivanje propagacije oštećenja moguće je zadati parametar pomaka pri kojem dolazi do loma materijala ili energiju loma. S obzirom da je jednostavnije izračunati energiju loma iz dijagrama naprezanje-deformacija, taj je parametar zadan za opisivanje loma materijala. U poglavlju 3.4. opisano je što energija loma predstavlja te je na slici 13. dan njezin grafički prikaz u dijagramu naprezanje-deformacija. Pomoću programskog paketa *Matlab* izračunata je površina ispod krivulja naprezanje-deformacija u dijagramima na slici 28., pri čemu je uzeto područje od vlačne čvrstoće pa sve do loma uzorka. Te je površine, za potrebe zadavanja energije loma u *Abaqusu*, potrebno pomnožiti s karakterističnom veličinom elementa mreže konačnih elemenata diskretiziranog modela. To je nužno napraviti radi objektivnosti, jer se promjenom veličine elementa mijenja i površina po kojoj se može osloboditi energija deformiranja prilikom pojave oštećenja. Karakterističnu veličinu elementa moguće je dobiti kao treći korijen iz volumena konačnog elementa ili jednostavnim očitavanjem iz *Message Filea*. Uz samu vrijednost energije loma odabran je eksponencijalni način omekšanja materijala te maksimalna degradacija elemenata. Maksimalna degradacija elemenata zatim je postavljena prilikom generiranja mreže konačnih elemenata, uz dozvoljavanje brisanja elemenata kako bi se i vizualno uočio lom materijala. Maksimalna degradacija postavljena je na 0,95, a predstavlja vrijednost pri kojoj dolazi do brisanja onih elemenata u kojima se krutost smanjila za 95% u odnosu na početnu vrijednost. U tablici 9. prikazani su materijalni parametri koji opisuju oštećenje i lom zadanog kompozitnog materijala.

**Tablica 9. Materijalni parametri loma**

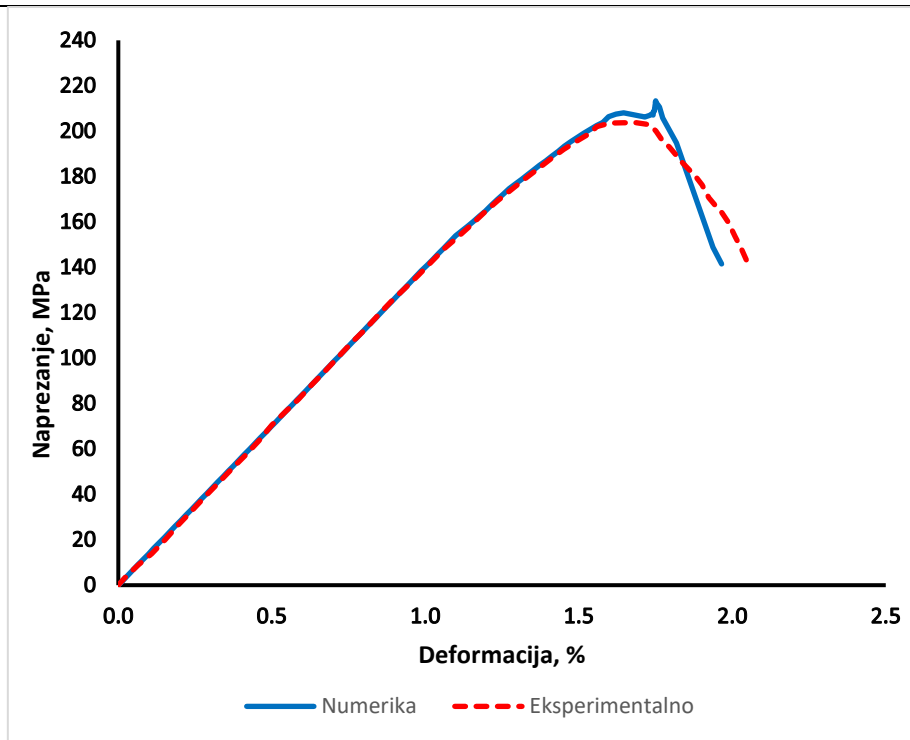
Uzorak	<i>Fracture Strain</i> [-]	<i>Stress Triaxiality</i> [-]	<i>Strain Rate</i> [s <sup>-1</sup> ]	Energija loma [J/mm <sup>2</sup> ]
1	0,00174842	0,33	0	0,4
2	0,00230428	0,33	0	0,241
3	0,00169616	0,33	0	0,32
4	0,00222844	0,33	0	0,164
5	0,0039058	0,33	0	0,0701

### 5.3.4.1. Validacija numeričkom analizom materijalnih parametara elastoplastičnog i lomnog konstitutivnog ponašanja materijala

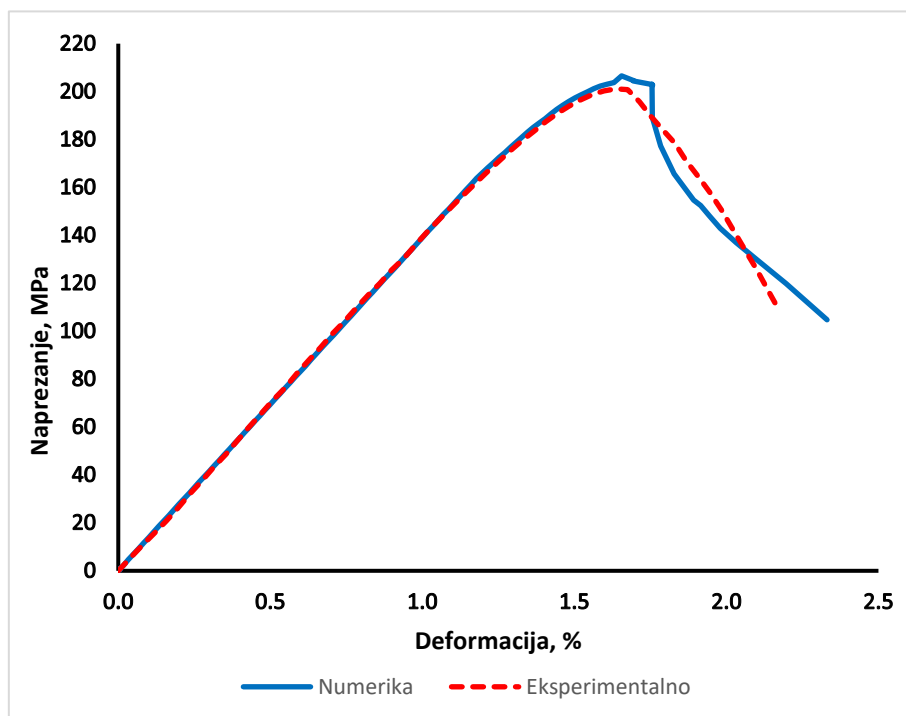
Nakon provedenih numeričkih analiza za svaki pojedini uzorak pomoću opisanih parametara dobiveni su sljedeći dijagrami na slikama 35. – 39.



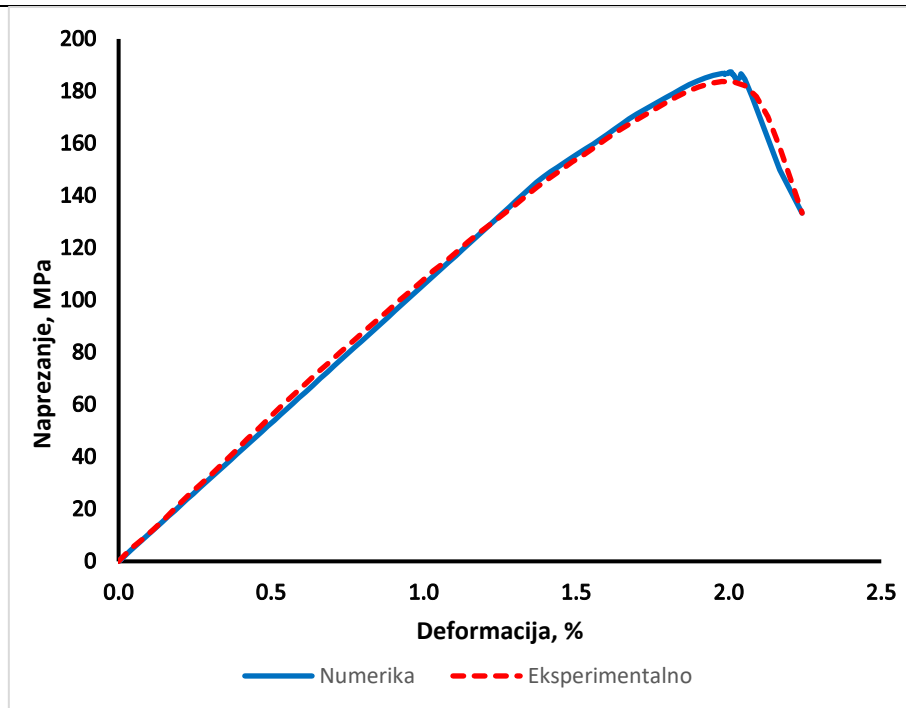
**Slika 35. Dijagram naprežanja i deformacija uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala**



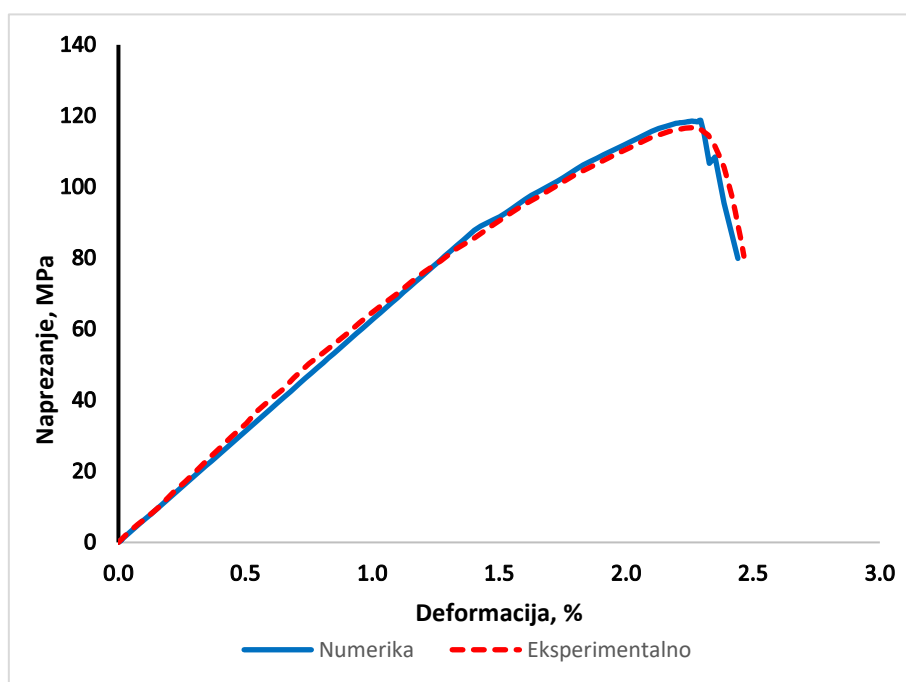
Slika 36. Dijagram napreznja i deformacija uzorka 1 (75% rCF i 25% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala



Slika 37. Dijagram napreznja i deformacija uzorka 1 (50% rCF i 50% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala

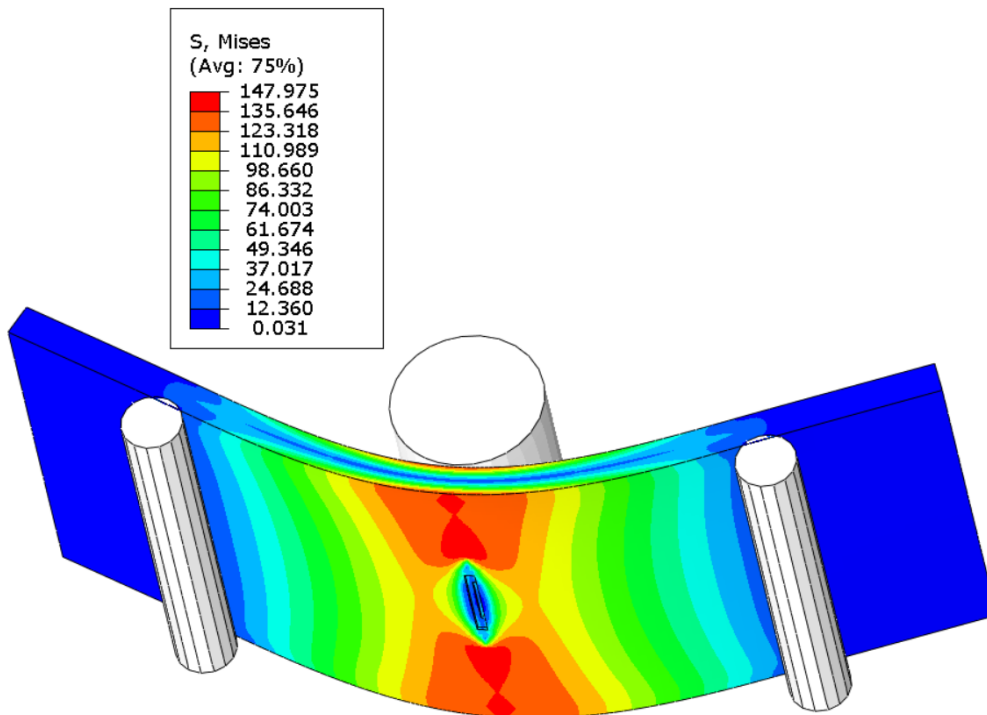


Slika 38. Dijagram napreznja i deformacija uzorka 1 (25% rCF i 75% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala

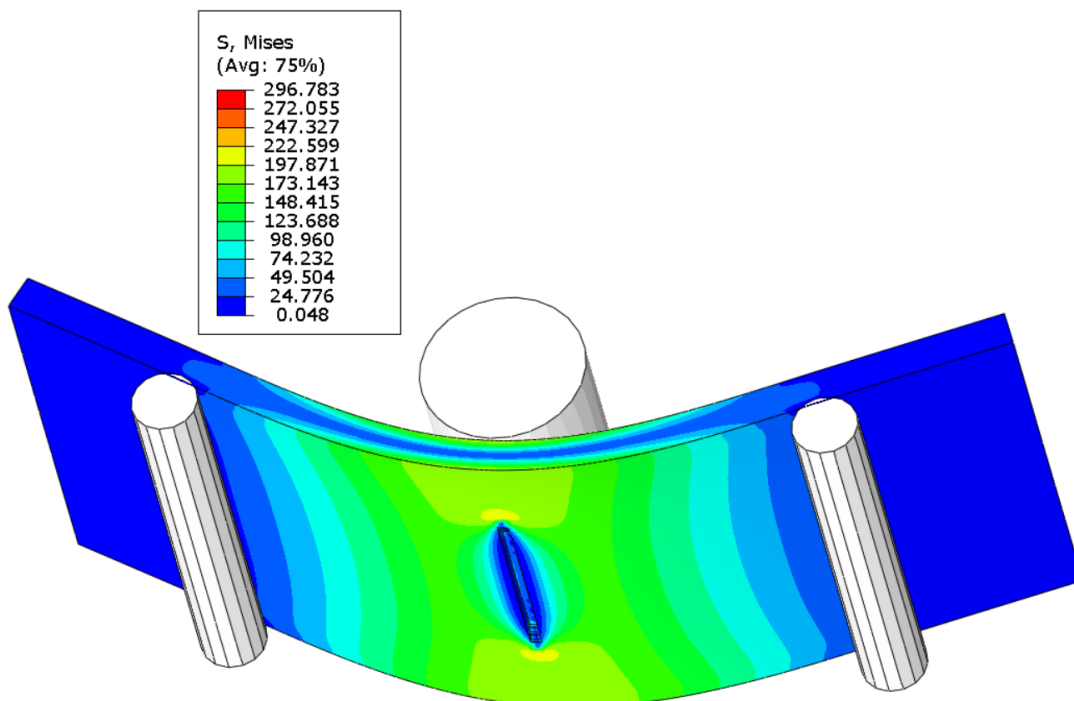


Slika 39. Dijagram napreznja i deformacija uzorka 1 (0% rCF i 100% lanenih vlakana) – potpuno konstitutivno ponašanje materijala

Na slikama 40. – 44. prikazani su lomovi uzoraka.

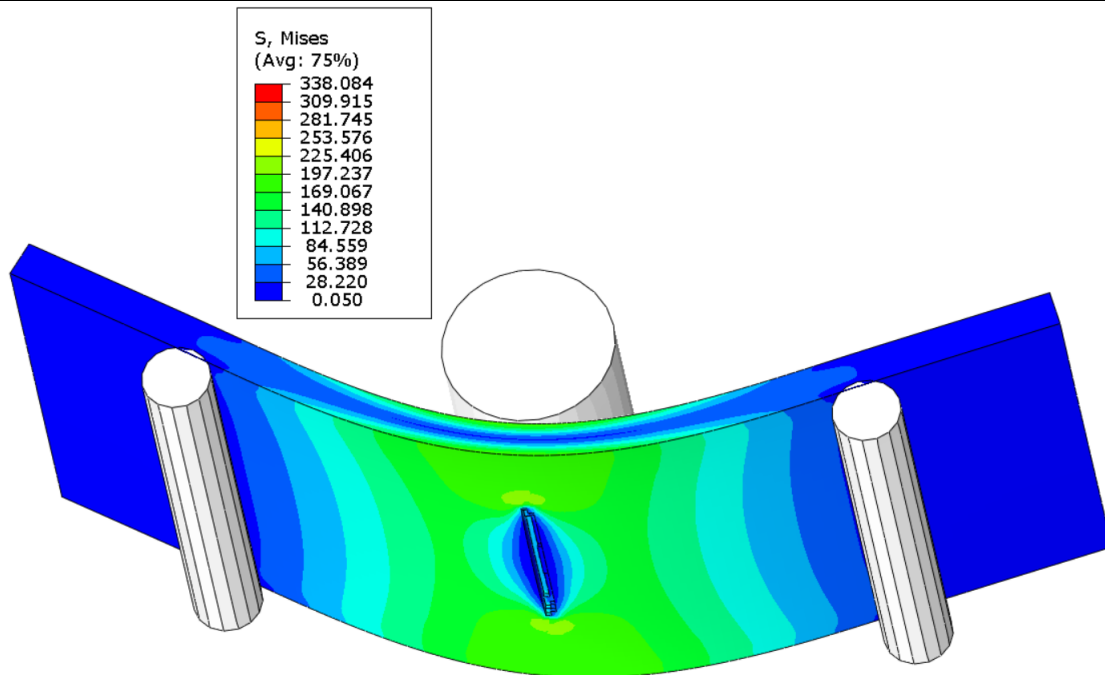


Slika 40. Lom uzorka 1

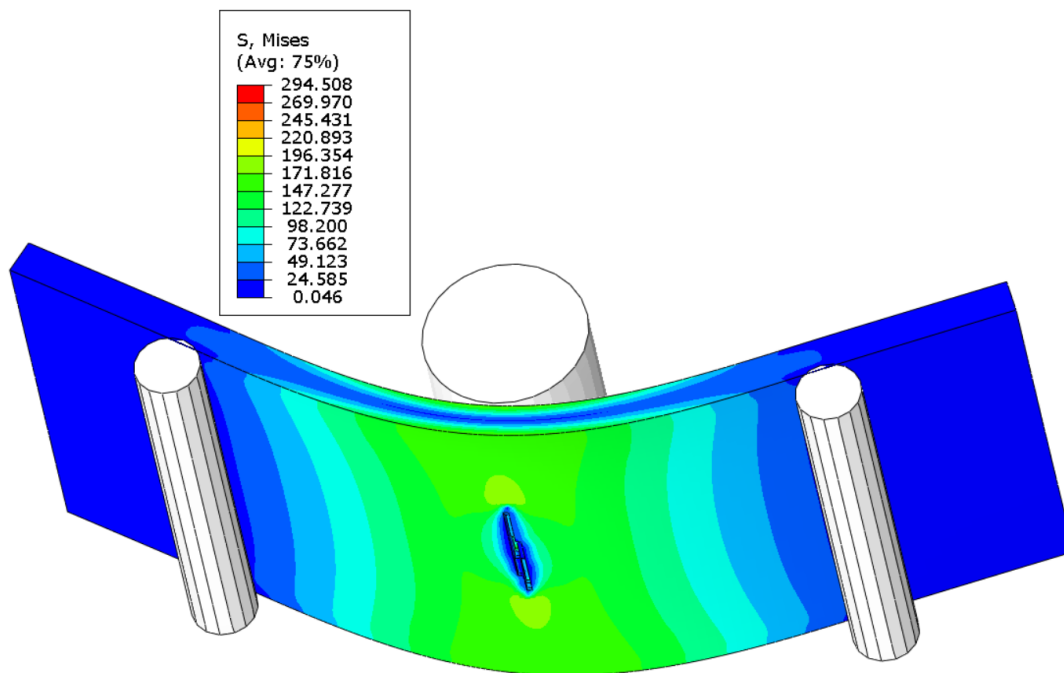


Slika 41. Lom uzorka 2

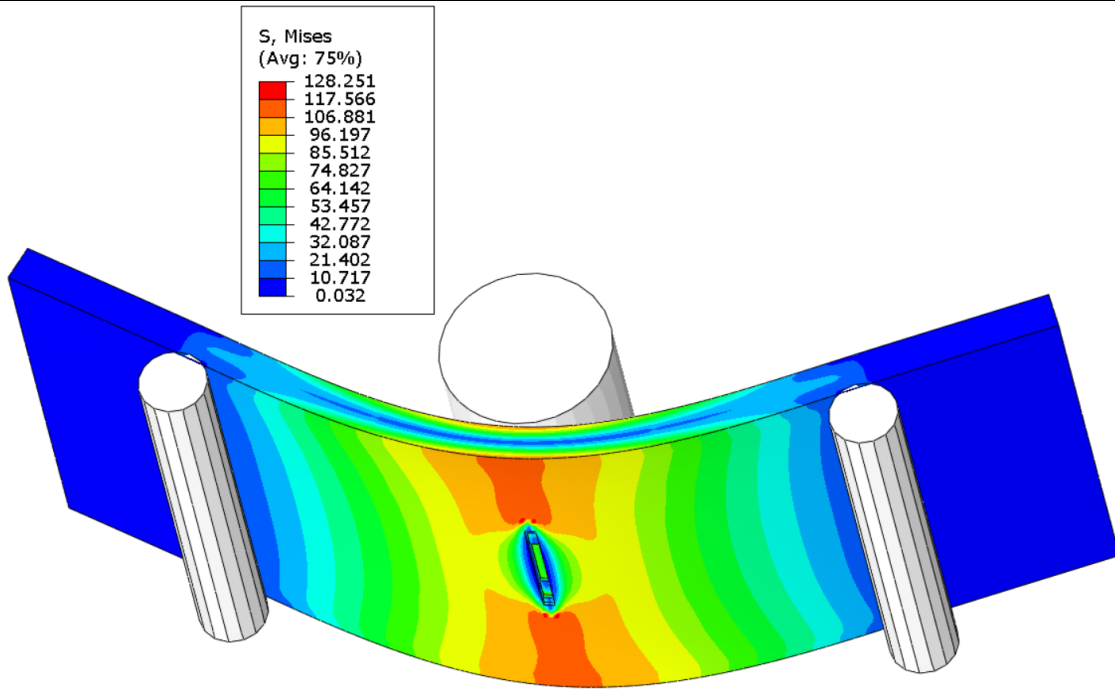




Slika 42. Lom uzorka 3



Slika 43. Lom uzorka 4



Slika 44. Lom uzorka 5

---

## 6. ODREĐIVANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA PRIMJENOM HOMOGENIZACIJE SREDNJEG POLJA

U ovom poglavlju razmatran je slučaj određivanja konstitutivnog ponašanja materijala primjenom homogenizacije prvog reda. Za primjenu homogenizacije potrebno je izraditi RVE, tj. reprezentativni volumenski element. Izrada RVE-a i homogenizacije provedena je u programskom paketu *Digmat*.

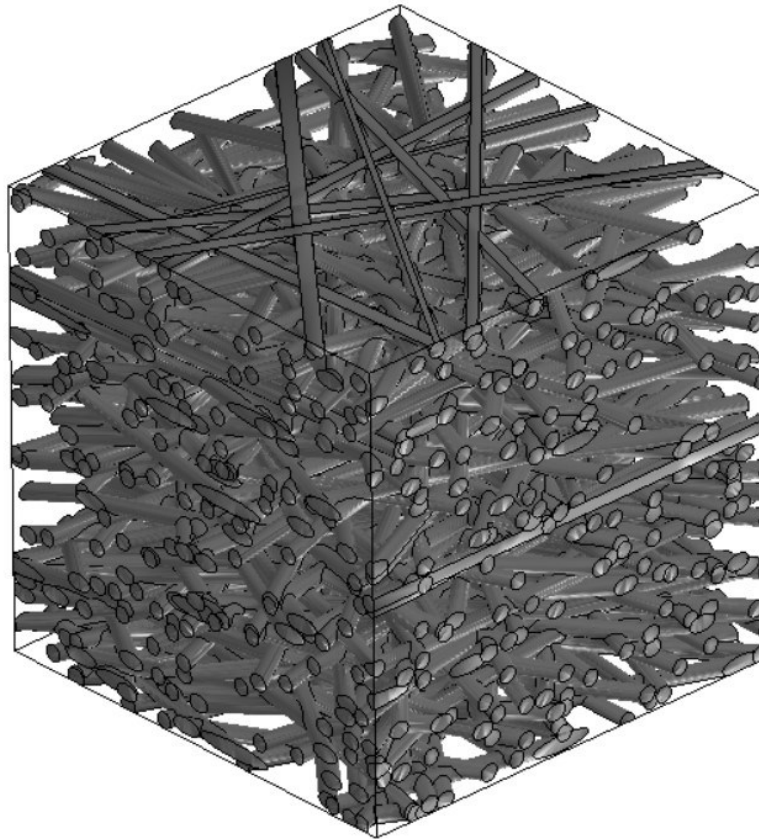
### 6.1. Reprezentativni volumenski element

Reprezentativni volumenski element (RVE) koncept je koji se koristi pri analizi mikrostrukture materijala čija je mehanička svojstva potrebno odrediti. RVE predstavlja najmanji volumen koji se može koristiti za opisivanje različitih svojstava materijala kao što su npr. mehanička, toplinska te elektromagnetska. RVE je dakle minimalni volumen nekog heterogenog materijala koji sadrži sve geometrijske i metalografske informacije za opisivanje homogeniziranog ponašanja materijala [2].

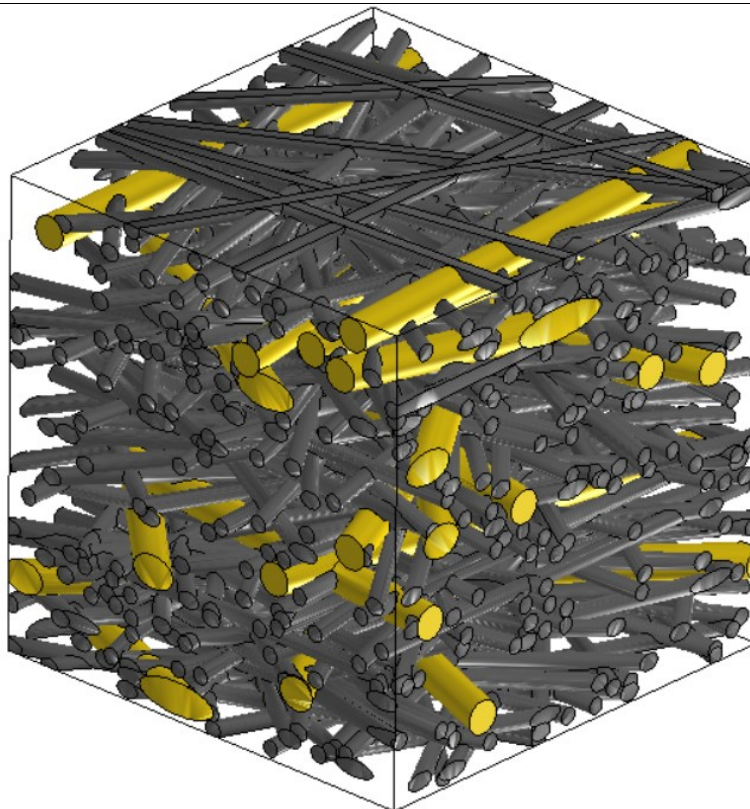
Prilikom definiranja veličine RVE-a bitno je voditi brigu da RVE mora biti statistički reprezentativan uzorak mikrostrukture. Veličina RVE-a varira od područja primjene, materijala, a katkada i od jednog do drugog svojstva. Tako je ponekad dovoljan bilo koji volumenski udio RVE-a u ukupnom uzorku kako bi opisali ponašanje nekog materijala. S druge strane, opisivanje ponašanja nekog materijala složenije mikrostrukture zahtijeva veći volumenski udio RVE-a u materijalu kako bi on bio reprezentativan [2].

U programskom paketu *Digmat* napravljeno je pet uzoraka, tj. pet mikrostrukture različitih volumenski udjela vlakana prema tablici 1. Određena je veličina RVE-a od 0,2 mm visine, širine i duljine, tj. kvadar duljina stranica 0,2 mm. Ova veličina uzorka je dovoljna jer je uočeno da daljnje povećanje ne dovodi do značajnih promjena u homogeniziranim rezultatima, a daljnje povećanje veličine RVE-a povećava kompleksnost generiranja geometrije zbog sve veće količine vlakana u matrici. U programskom paketu *Digmat* potrebno je odrediti oblik, veličinu i volumni udio vlakana u materijalu. Vlakna, prilikom proizvodnje uzoraka sačinjenih od promatranog kompozitnog materijala, međusobno se miješaju i nakon toga tlače zajedno s matricom. Stoga je, u programskom paketu *Digmat*, zadano da se vlakna smiju međusobno

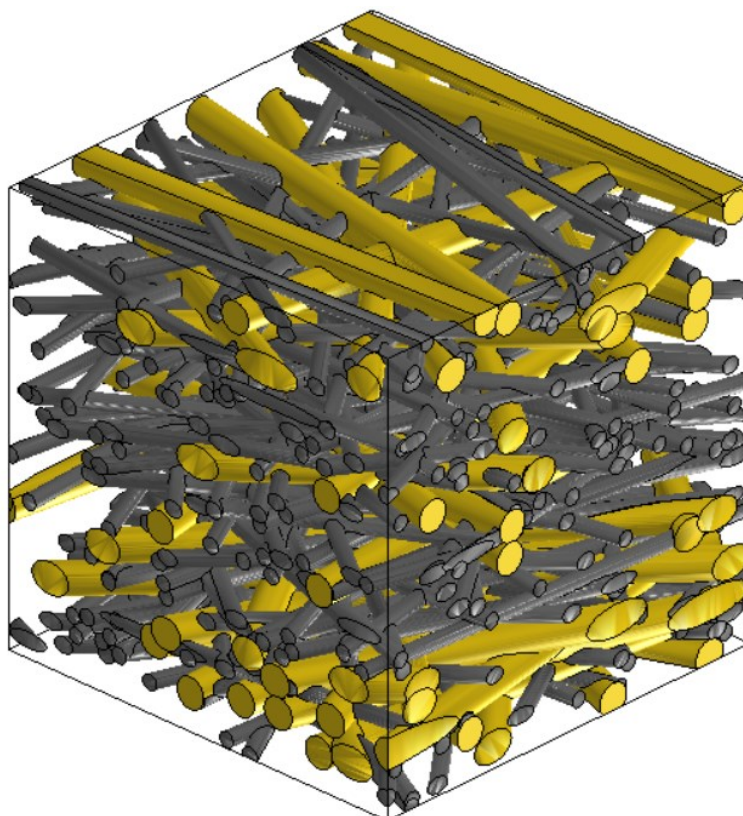
ispreplitati kako bi generirana mikrostruktura što vjernije odražavala stvarnu mikrostrukturu materijala. Na sljedećim slikama prikazana je generirana mikrostruktura uzoraka, pri čemu su žutom bojom prikazana lanena vlakna, a sivom reciklirana ugljična vlakna u PLA matrici.



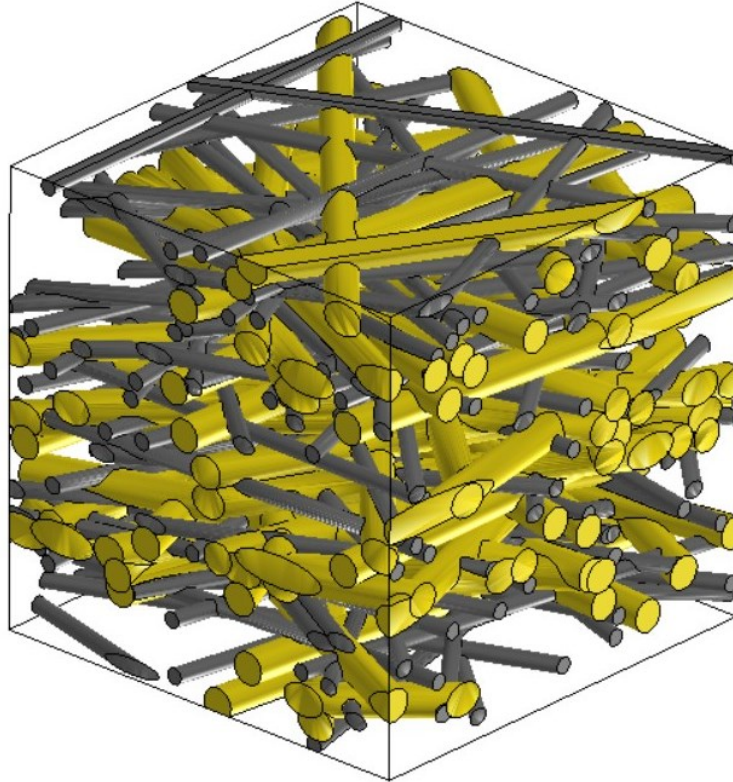
**Slika 45. RVE uzorka 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana)**



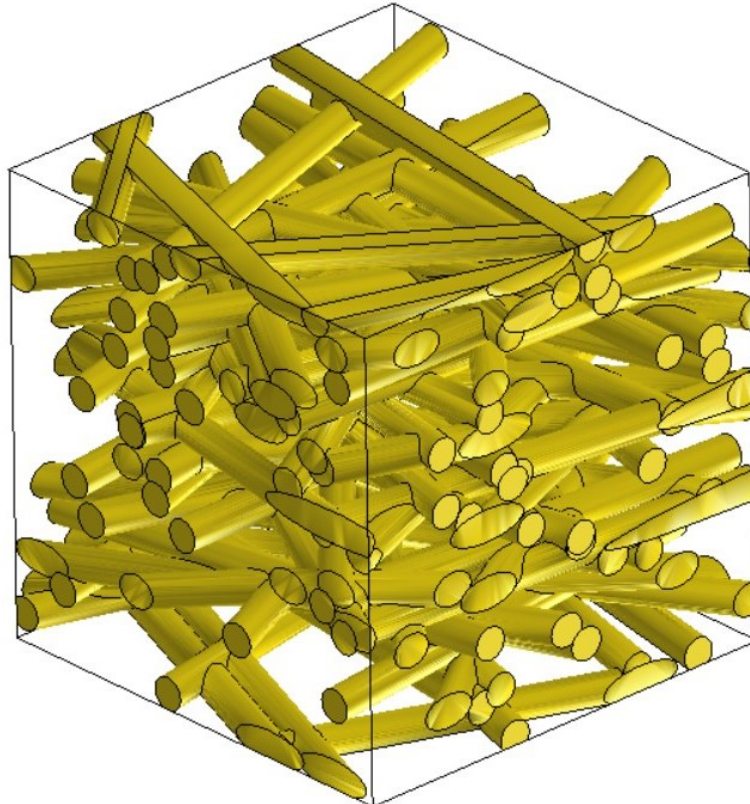
Slika 46. RVE uzorka 2 (75% rCF i 25% lanenih vlakana)



Slika 47. RVE uzorka 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana)



**Slika 48. RVE uzorka 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana)**



**Slika 49. RVE uzorka 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana)**

---

## 6.2. Homogenizacija prvog reda i Mori-Tanaka model

Metoda homogenizacije temelji se na matematičkom osrednjavanju s ciljem opisivanja mehaničkog ponašanja heterogenog materijala. Računalna homogenizacija ima za cilj definiranje konstitutivnog modela heterogenog materijala, čija se makroskopska svojstva, relevantna za inženjerske primjene, mogu procijeniti računalnim metodama. U tom kontekstu, računalna homogenizacija predstavlja pristup za određivanje mehaničkih svojstava materijala na makroskopskoj razini [2].

Modeliranje i predviđanje elastoplastičnog konstitutivnog ponašanja materijala te mehanizama nastanka oštećenja i loma, posebno u kompozitima, predstavljaju izuzetno složen problem. Analitički i empirijski modeli nude djelomično učinkovit pristup za predviđanje svojstava kompozita na temelju poznatih mehaničkih svojstava njegovih sastavnih dijelova, osobito kod jednostavnih konfiguracija materijalnih faza. Čak i napredni analitički modeli homogenizacije kompozita ojačanih vlaknima često su ograničeni na specifične slučajeve, koji moraju zadovoljiti brojne unaprijed definirane uvjete [23].

Homogenizacija je metoda modeliranja koja pretvara heterogeni materijal u konstitutivno ekvivalentan homogeni, pri čemu ukupna pohranjena energija ostaje jednaka u oba sustava. Prednost ove metode je u tome što ne nameće ograničenja na specifične materijalne modele niti na male deformacije, jer nije potrebno postavljati pretpostavke o konstitutivnim relacijama na makrorazini.

Matematički model računalne homogenizacije prvog reda temelji se na uprosječavanju tenzora makrodeformacije ili makrogradijenta deformacije te virtualnog rada reprezentativnog volumenskog elementa. Važno je napomenuti da računalna homogenizacija prvog reda može opisati samo jednostavne slučajeve opterećenja, bez pojave velikih gradijenata.

Glavna prednost ove metode uključuje mogućnost da korisnik, bilo putem mikroskopskog snimanja ili iz idealizirane geometrije i ponašanja njenih sastavnih dijelova, procijeni mehanička svojstva materijala te prilagodi mikrostrukturu heterogenog materijala s ciljem postizanja optimalnih svojstava. Dodatna prednost je izbjegavanje eksplicitnog opisivanja svih

heterogenosti materijala na mikrostrukturnoj razini, čime se smanjuju vrijeme i troškovi povezani s eksperimentalnim ispitivanjima i proizvodnim procesima [24].

Prvotno razvijeni koncepti računalne homogenizacije temelje se na standardnoj lokalnoj mehanici kontinuum, gdje ponašanje materijalne točke ovisi samo o prvom gradijentu polja pomaka, što se naziva homogenizacijom prvog reda. Tehnika homogenizacije prvog reda uzima u obzir utjecaj heterogene mikrostrukture eksplicitnim modeliranjem mikrosastavnica, ne uzimajući u obzir apsolutnu veličinu mikrostrukture. Posljedično, geometrijski efekti veličine ne mogu se uzeti u obzir. S matematičkog stajališta, pristup homogenizacije prvog reda temelji se na intrinzičnoj pretpostavci uniformnosti makroskopskih polja naprežanja i deformacija dodijeljenih reprezentativnom volumenskom elementu. Zbog pretpostavke uniformnosti, homogenizacija prvog reda prikladna je za probleme s malim gradijentima, gdje makroskopska polja ne mogu značajno varirati [25].

Na temelju teorije prosječnog polja, *mean-field*, homogenizacija predstavlja određivanje makroskopskih ili efektivnih svojstava heterogenih materijala na temelju analize reprezentativnog volumenskog elementa (RVE) i izračunava se kao prosjek odgovarajućih mikropolja. Korištenjem ove metode pretpostavlja se da su makroskopska, tj. efektivna svojstva jednaka prosječnim mehaničkim svojstvima RVE-a. U smislu naprežanja i deformacija, koncept homogenizacije može se formulirati na sljedeći način:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_{\omega} \boldsymbol{\sigma} dV, \quad (6.1)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{V} \int_{\omega} \boldsymbol{\varepsilon} dV, \quad (6.2)$$

pri čemu je  $\omega$  domena, a  $V$  volumen po kojem se provodi homogenizacija.

Jednadžbe (6.1) i (6.2) ne rješavaju problem homogenizacije, odnosno vezu između heterogenog i homogenog volumena, koji uzima u obzir svojstva sastavnih materijalnih faza. Kako bi se uspostavila veza između sastavnih faza, uveden je koncentracijski tenzor. On se može matematički izraziti prema naprežanjima i deformacijama na sljedeći način,

$$\sigma_{\omega_k} = \mathbf{A}_k \bar{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (6.3)$$



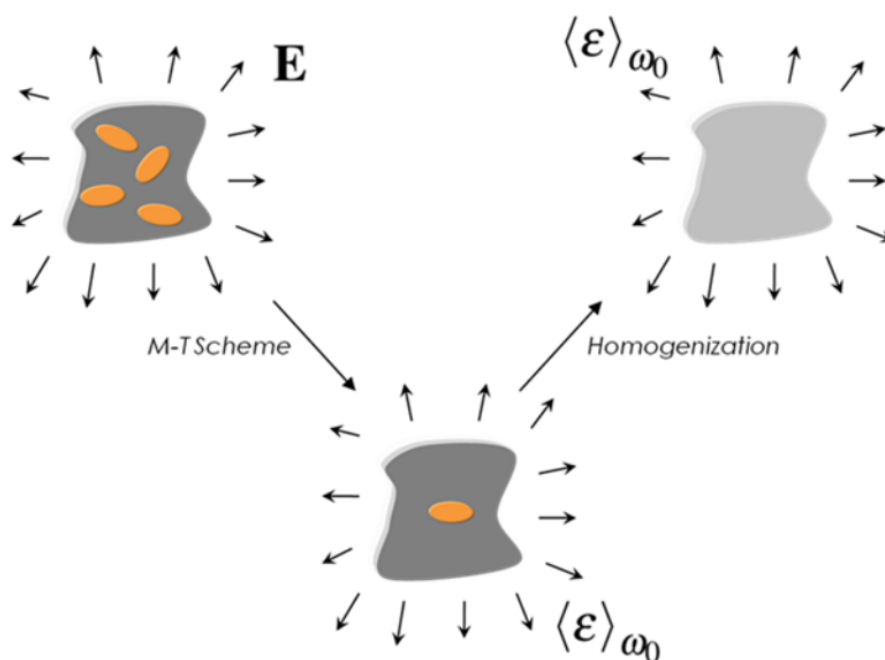
$$\varepsilon_{\omega_k} = \mathbf{B}_k \bar{\varepsilon}, \quad (6.4)$$

gdje su  $\mathbf{A}_k$  i  $\mathbf{B}_k$  tenzori koncentracije četvrtog reda. Dakle, prosjeci polja naprezanja i deformacija sastavnih materijalnih faza povezani su ovim tenzorima. Postoje različiti modeli homogenizacije, od kojih svaki počiva na određenim pretpostavkama, a metode se razlikuju u odabiru ovih koncentracijskih tenzora. Unutar *MF* modula programskog paketa *Digmat* moguće je odabrati neki od homogenizacijskih modela, ali za potrebe ove analize korišten je Mori-Tanaka model.

Mori-Tanaka model, prikazan slikom 50., predložen je 1973. godine, a temelji se na poznatoj analitičkoj metodi mikromehanike kontinuuma, tj. Eshelbyjevom rješenju. Mori-Tanaka vrlo je uspješan model u predviđanju efektivnih svojstava dvofaznih kompozita [26]. Ovim modelom utvrđeno je da je tenzor koncentracije deformacija koji povezuje volumen prosjeka deformacija svih materijalnih faza s prosječnom deformacijom dan sljedećom jednačbom

$$\mathbf{B}^\varepsilon = \mathbf{H}^\varepsilon(I, C_0, C_1), \quad (6.5)$$

pri čemu je  $C_0$  uniformna krutost matrice RVE-a,  $C_1$  uniformna krutost ojačanja te  $I$  oblik ojačanja materijala [27].



Slika 50. Mori-Tanaka homogenizacijski model [27]

Jednostavno objašnjeno, Mori-Tanaka model govori da se svako ojačanje u RVE-u ponaša izolirano u stvarnoj matrici.

### 6.3. Analiza elastoplastičnog konstitutivnog ponašanja materijala programskim paketom *Digmat*

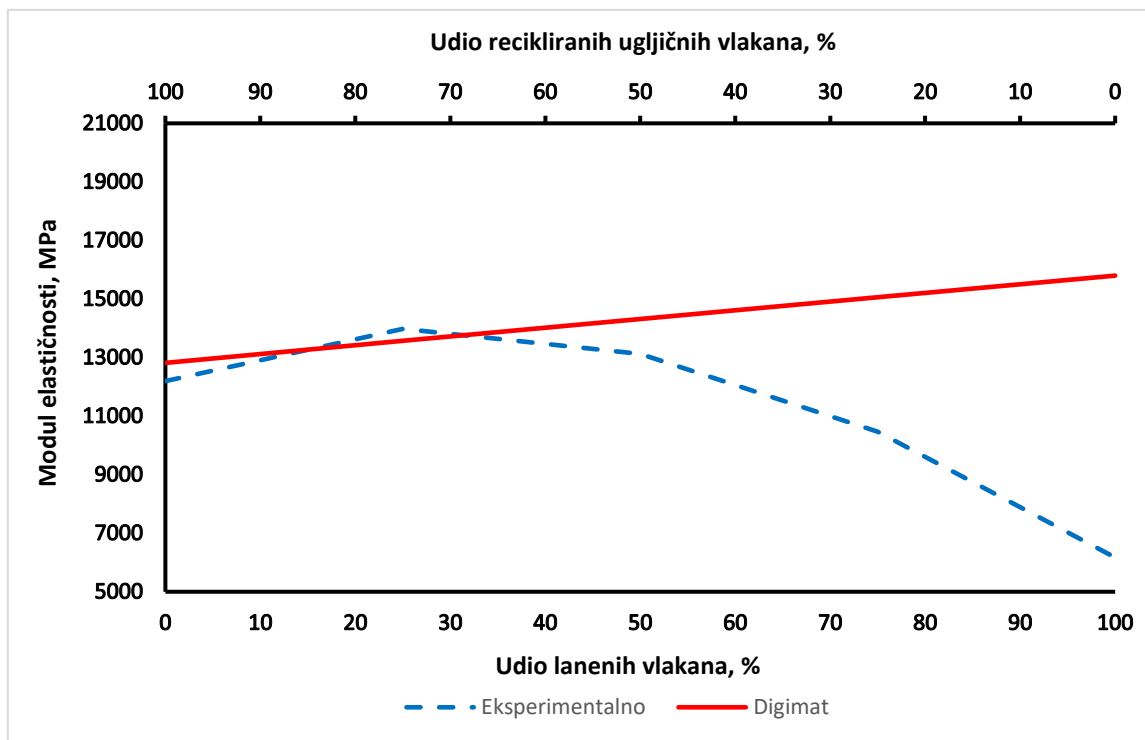
Za modeliranje elastoplastičnog konstitutivnog ponašanja materijala pomoću programskog paketa *Digmat* potrebno je poznavati mehanička svojstva materijalnih faza promatranog kompozitnog materijala. Za određivanje karakteristika materijalnih faza korišteni su katalogi proizvođača matrice i vlakana navedenih u [1]. Za dobivanje homogeniziranog konstitutivnog ponašanja kompozitnog materijala korištena su sljedeća svojstva materijalnih faza prikazana tablicom 10.

Tablica 10. Mehanička svojstva materijalnih faza kompozita

Materijal	Modul elastičnosti [MPa]	Poissonov koeficijent [-]	Vlačna čvrstoća [MPa]	Lomna deformacija [%]
PLA	3280	0,38	49,5	5
rCF	35 000	0,23	330	2,5
Lanena vlakna	45 000	0,35	900	3,5
Svojstva plastičnosti matrice	Granica tečenja [MPa]	Modul očvršćenja [MPa]	EkspONENT očvršćenja [-]	Linearni modul očvršćenja [MPa]
	36,5	350	0,15	350

Analiza je provedena nametanjem pomaka isključivo u jednom smjeru – smjeru osi  $x$ . Deformacije su ograničene na 2,5% s obzirom da proizvođač recikliranih ugljičnih vlakana navodi tu vrijednost kao prosječnu vrijednost deformacije pri kojoj dolazi do loma, a i deformacije dobivene eksperimentalnim putem ne prelaze 2,5%. Nakon provedene analize u programskom paketu *Digmat* dobiveni su moduli elastičnosti za zadani smjer opterećivanja. Dobivene vrijednosti modula elastičnosti kompozitnog materijala se naravno mijenjaju s promjenom udjela ugljičnih, tj. lanenih vlakana. Ta ovisnost je prikazana dijagramom na slici

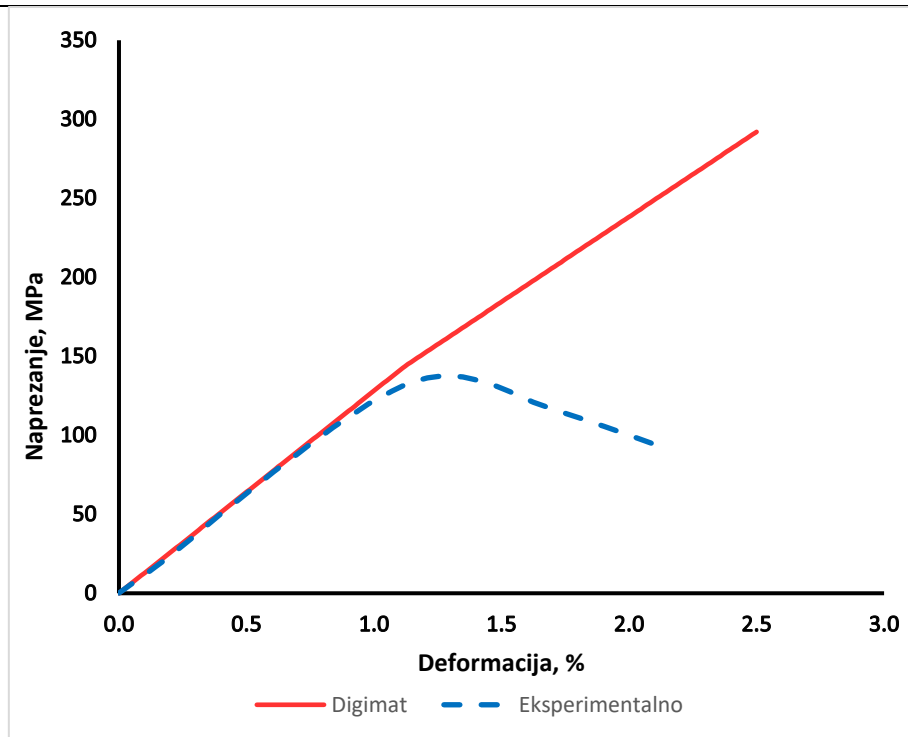
51. Uz to, na slici je vidljiva i ovisnost modula elastičnosti o volumnim udjelima vlakana za slučaj eksperimentalne analize. Ovdje je korisno napomenuti da su eksperimentalne vrijednosti dobivene primjenom savojnog, a ne uzdužnog opterećenja.



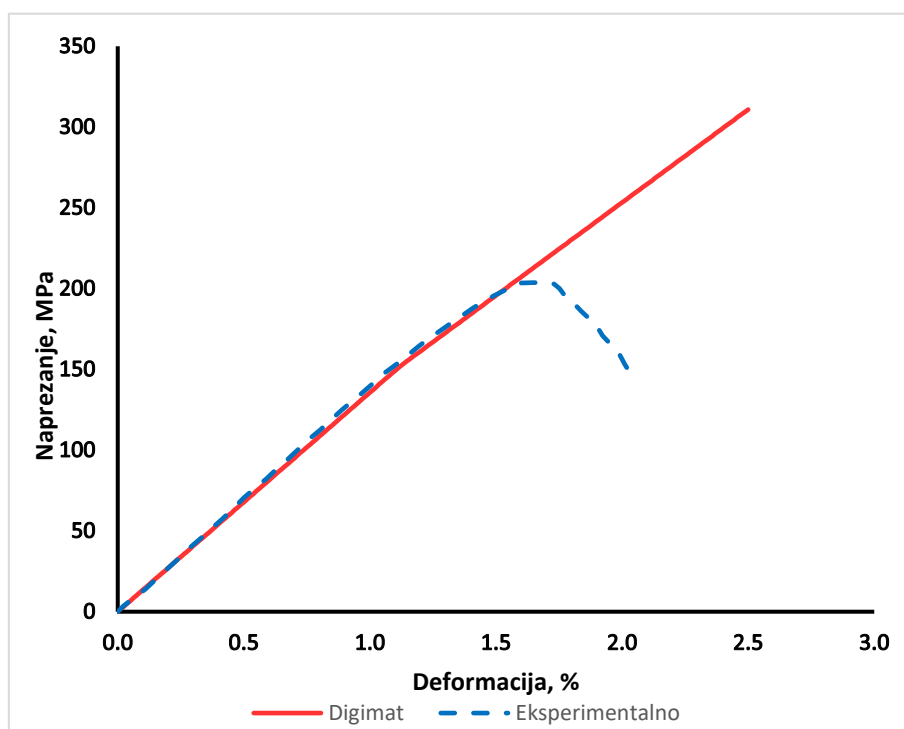
**Slika 51. Usporedba ovisnosti modula elastičnosti o volumnom udjelu vlakana – Digimat i eksperimentalno**

Kao što je vidljivo iz dijagrama na slici 51. vrijednosti modula elastičnosti dobivene programskim paketom *Digimat* pokazuju relativno dobro poklapanje s eksperimentalno dobivenim vrijednostima modula elastičnosti pri visokim volumnim udjelima recikliranih ugljičnih vlakana, naročito kada je volumni udio rCF vlakana 50% - 100%.

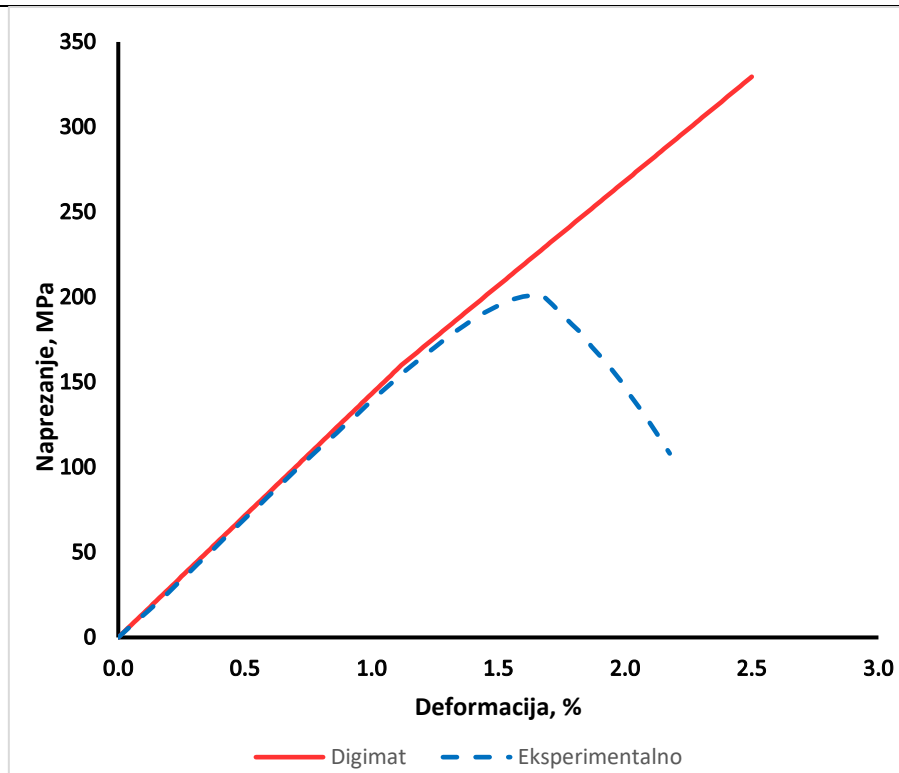
Osim vrijednosti modula elastičnosti za RVE dobiveni su i dijagrami naprezanje-deformacija za svaki uzorak te su prikazani na slikama 52. - 56. i uspoređeni s eksperimentalnom dobivenim dijagramima naprezanje-deformacija.



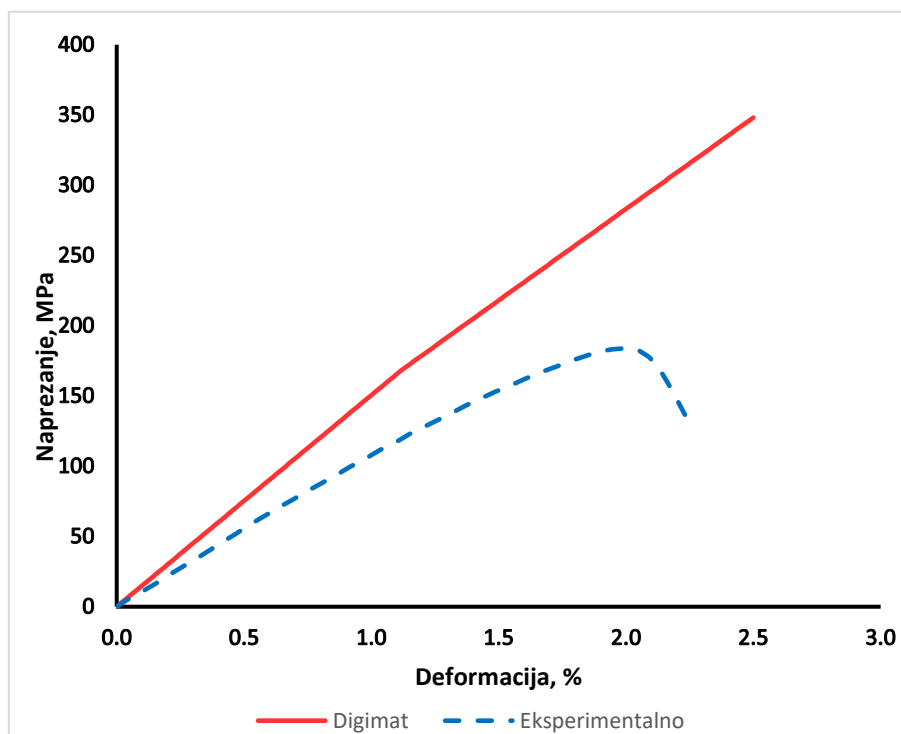
Slika 52. Usporedba napreznja i deformacija za uzorak 1 (100% rCF i 0% lanenih vlakana)



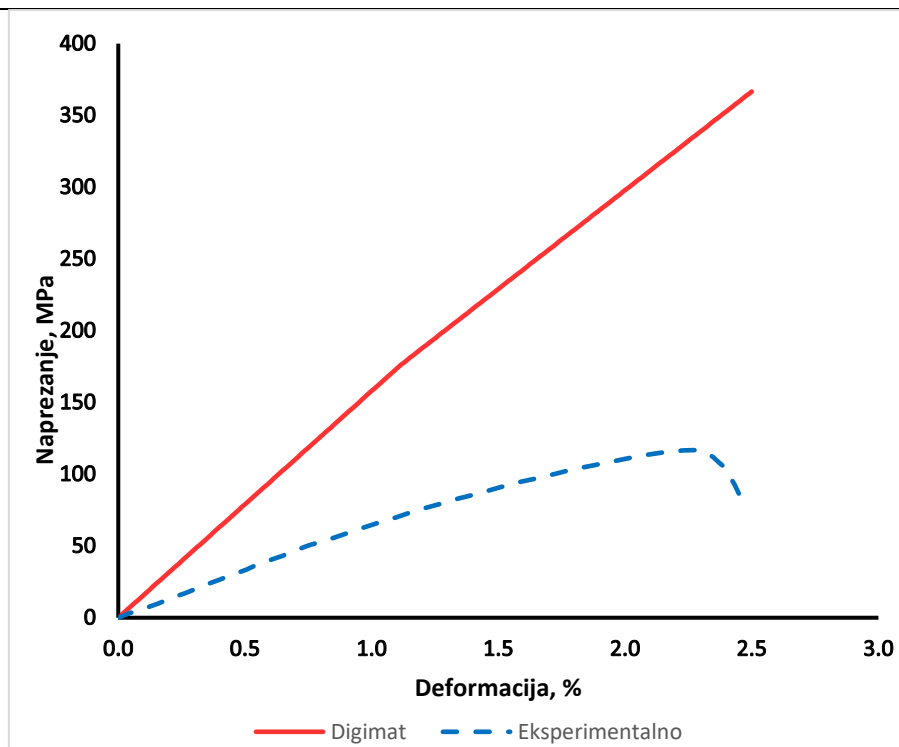
Slika 53. Usporedba napreznja i deformacija za uzorak 2 (75% rCF i 25% lanenih vlakana)



Slika 54. Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 3 (50% rCF i 50% lanenih vlakana)



Slika 55. Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 4 (25% rCF i 75% lanenih vlakana)



Slika 56. Usporedba naprezanja i deformacija za uzorak 5 (0% rCF i 100% lanenih vlakana)

Kao i kod vrijednosti modula elastičnosti i ovdje je vidljivo da se pri većem volumnom udjelu recikliranih ugljičnih vlakana, te u intervalu do vršne vrijednosti naprezanja, eksperimentalne krivulje naprezanje-deformacija relativno dobro poklapaju s krivuljama naprezanje-deformacija dobivenim pomoću programskog paketa *Digimat*. Ova razlika nije neočekivana, s obzirom da modul elastičnosti proizlazi upravo iz dijagrama naprezanje-deformacija. S druge strane, za visoke volumne udjele lanenih vlakana krivulje naprezanje-deformacija koje su dobivene unutar programskog paketa *Digimat* pokazuju značajno odstupanje od krivulja naprezanje-deformacija koje su dobivene eksperimentalnim putem. Razlika nije karakteristična samo za određeni interval, već je izražena duž čitavog dijagrama.

Iz svih prethodnih dijagrama vidljivo je da krutost kompozitnog materijala ostaje praktički konstantna, tj. ne mijenja se s povećanjem deformacije. Razlog tome jest zanemarivanje nastanka i razvoja oštećenja svih materijalnih faza kompozita, koja tijekom analize zadržavaju inicijalnu vrijednost modula elastičnosti. Za još kvalitetnije opisivanje mehaničkog ponašanja razmatranog kompozitnog materijala nužno je poznavanje i lomnih parametara njegovih mikrokonstituenata. Međutim, te vrijednosti u velikoj većini slučajeva nisu poznate, a sam

---

proračun oštećenja na mikrostrukturnoj razini uvelike povećava složenost numeričkog proračuna.

---

## 7. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedeno je numeričko modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita s PLA matricom ojačanom recikliranim ugljičnim vlaknima i vlaknima lana. Korištenjem numeričkih postupaka i dostupnih eksperimentalnih podataka, analizirana su mehanička svojstva i samo ponašanje zadanog kompozita. Kombinacija recikliranih sintetičkih i prirodnih vlakana u hibridnim kompozitnim materijalima udovoljava suvremenim zahtjevima za ekološki prihvatljivim materijalima uz očuvanje zahtjeva na čvrstoću i krutost te malu masu. Glavni cilj rada bio je odrediti materijalne parametre konstitutivnog ponašanja promatranog kompozitnog materijala kako bi se osigurala njegova praktična upotreba i olakšala numerička analiza komponenti izrađenih od ovog materijala.

Dostupna eksperimentalna analiza provedena je ispitivanjem uzoraka s različitim omjerima vlakana metodom savijanja u tri točke. Rezultati su pokazali da udio vlakana značajno utječe na ponašanje kompozita pod opterećenjem. Reciklirana ugljična vlakna zadržavaju dobra mehanička svojstva i doprinose visokoj čvrstoći kompozita, dok lanena vlakna povećavaju otpornost na vibracije i smanjuju krhkost.

Prema dostupni podacima iz eksperimentalnog ispitivanja kreiran je numerički model na kojem su provedene numeričke analize u programskom paketu *Abaqus*. Numerička analiza omogućila je precizno modeliranje konstitutivnog ponašanja kompozita pod definiranim uvjetima opterećenja. Validacija modela i materijalnih parametara za promatranih pet kombinacija volumnih udjela vlakana pokazala je pouzdanost numeričkog postupka u modeliranju elastoplastičnog i lomnog konstitutivnog ponašanja materijala. Numeričke metode otvaraju vrata optimizaciji proizvoda prema specifičnim zahtjevima čime se doprinosi energetske učinkovitosti i smanjenju troškova, a pravilno i detaljno opisivanje konstitutivnog ponašanja materijala pomoću materijalnih parametara u tome igra ključnu ulogu.

Uz određivanje i validaciju materijalnih parametara konstitutivnog ponašanja materijala, provedeno je i određivanje konstitutivnog ponašanja materijala primjenom postupka homogenizacije mikrostrukture u programskom paketu *Digimat*. Zadavanjem mehaničkih svojstava svakoj materijalnoj fazi kompozita, za svaku promatranu kombinaciju volumnih



---

udjela vlakana u matrici dobivene su vrijednost modula elastičnosti i krivulje naprezanje-deformacija. Primjena metode homogenizacije pokazala je dobro poklapanje vrijednosti modula elastičnosti i krivulje naprezanje-deformacija s eksperimentalno dobivenim podacima za visoke volumne udjele recikliranih ugljičnih vlakana. S druge strane, numeričko modeliranje konstitutivnog ponašanja razmatranog kompozita s visokim udjelom lanenih vlakana primjenom metode homogenizacije nije rezultiralo dobrim poklapanjem eksperimentalnih i numeričkih vrijednosti.

Praktične primjene u ovom radu promatranog kompozita već su evidentne u raznim granama industrije. Njihova kombinacije male mase, ekološke prihvatljivosti i dobrih mehaničkih svojstava čini ih konkurentnima u odnosu na tradicionalne materijale. Posebno se ističe njihova mogućnost smanjena ugljičnog otiska i troškova proizvodnje.

Ovaj rad predstavlja doprinos razumijevanju konstitutivnog ponašanja hibridnih kompozita te pruža osnovu za daljnja istraživanja i razvoj ovakvih materijala. Kombinacija recikliranih ugljičnih i lanenih vlakana u PLA matrica nudi održivo rješenje za modernu industriju, spajajući ekološke i tehničke prednosti.

---

**LITERATURA**

- [1] Tse, B., Yu, X., Gong, H., Soutis, C.: Flexural Properties of Wet-Laid Hybrid Nonwoven Recycled Carbon and Flax Fibre Composites in Poly-Lactic Acid Matrix, 2018.
- [2] Zečević, A.: Mikromehaničko modeliranje kompozita ojačanog vlaknima, 2023.
- [3] <https://romeorim.com/wp-content/uploads/2018/07/FiberMatrixComposite3.png>
- [4] Ravishankar, B., Nayak, S.K., Abdul Kader, M.: Hybrid composites for automotive applications – A review, 2019.
- [5] Zhou, Z., Ni, Y., Tong, Z., Zhu, S., Sun, J., Xu, X.; Accurate nonlinear stability analysis of functionally graded multilayer hybrid composite cylindrical shells subjected to combined loads, 2019.
- [6] Pang, X., Zhuang, X., Tang, Z., Chen, X.: Polylactic acid (PLA): Research, development and industrialization, 2010.
- [7] Martinez, K., Arias-Tapia, M., Useche, J., Macias, D.E.: Thermoplastic Starch (TPS)/Polylactic Acid (PLA) Blending Methodologies: A Review, 2022.
- [8] <https://www.accessscience.com/content/briefing/aBR0711181>
- [9] <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/flax-fiber>
- [10] <https://5.imimg.com/data5/YR/WS/MY-34565195/flax-fiber-500x500.jpg>
- [11] Dowling, N.E.: Mechanical Behavior of Materials, Fourth Edition, 2013.
- [12] Chakrabarty, J.: Theory of Plasticity, Third edition, 2006.
- [13] Hrvatska tehnička enciklopedija
- [14] <https://yasincapar.com/engineering-stress-strain-vs-true-stress-strain/>
- [15] Tonković, Z.: Mehanika oštećenja i mehanika loma, Nelinearna formulacija metode konačnih elemenata, materijali s predavanja, Zagreb, 2014.
- [16] Zehnder, A.T.: Fracture Mechanics, 2012.
- [17] Xu, M., Wille, K.: Fracture Energy of UHP-FRC under Direct Tensile Loading Applied at Low Strain Rates, 2015.
- [18] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2004.
- [19] Abaqus Manual
- [20] <https://skill-lync.com/blogs/technical-blogs/mechanical-what-is-hourglass-effect-working-fixes>
- [21] BS EN ISO 14125
- [22] Singh, F., Green, S.: Forming fabric weave-scale variations in paper fines content, 2015.

- 
- [23] Srivastava, V.K., Gabbert, U., Berger, H., Singh, S.: Analysis of particles loaded fiber composites for the evaluation of effective material properties with the variation of shape and size, 2011.
- [24] Yvonnet, J.: Computational Homogenization of Heterogeneous Materials with Finite Elements, 2019.
- [25] Lesičar, T.: Multiscale modeling of heterogeneous materials using second-order homogenization, 2015.
- [26] Orban, Y.A., Manea, D.L., Aciu, C.: Study of methods for simulating multiphase construction materials, 2017.
- [27] Digimat 2023.1 MF User's Guide