

# Proračun čvrstoće i stabilnosti spremnika za šljunak

---

**Kobas, Goran**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2011**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:876290>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-20**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Goran Kobas**

Zagreb, 2011.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Jurica Sorić, dipl. ing.

Student:

Goran Kobas

Zagreb, 2011.

## **Izjava**

Izjavljujem pod punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam diplomski rad izradio samostalno, koristeći stečeno znanje tijekom studija na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu.

Zahvaljujem se voditelju rada prof. dr. sc. Jurici Soriću na pomoći i korisnim savjetima i također bi se zahvalio dr. sc. Ivici Skozritu na nesebično utrošenom vremenu, strpljenju, pomoći i korisnim savjetima prilikom izrade diplomskog rada.

Goran Kobas



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

|  |        |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje |        |
| Datum  | Prilog |
| Klasa:   |        |
| Ur.broj:   |        |

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Goran Kobas**

Mat. br.:0035151072

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće i stabilnosti spremnika za šljunak**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength and stability computation of gravel container**

Opis zadatka:

Provesti linearnu analizu napreznja i deformacija spremnika za šljunak specifične težine  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$  prema priloženoj skici. Potrebno je konstruirati postolje zajedno s pripadnim proračunom čvrstoće i stabilnosti. Na temelju kriterija čvrstoće i minimalne mase, izvršiti optimizaciju konstrukcije. Prikazati raspodjelu pomaka i ekvivalentnih napreznja po konturi spremnika.

Proračun provesti numerički primjenom metode konačnih elemenata. Na karakterističnim dijelovima spremnika definiranim na skici, izračunate vrijednosti usporediti s analitičkim rješenjima. Za usvojenu izvedbu konstrukcije potrebno je priložiti crteže.


U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
28. travnja 2011

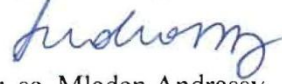
Rok predaje rada:  
30. lipnja 2011.

Predviđeni datum obrane:  
06. – 08. srpnja 2011.

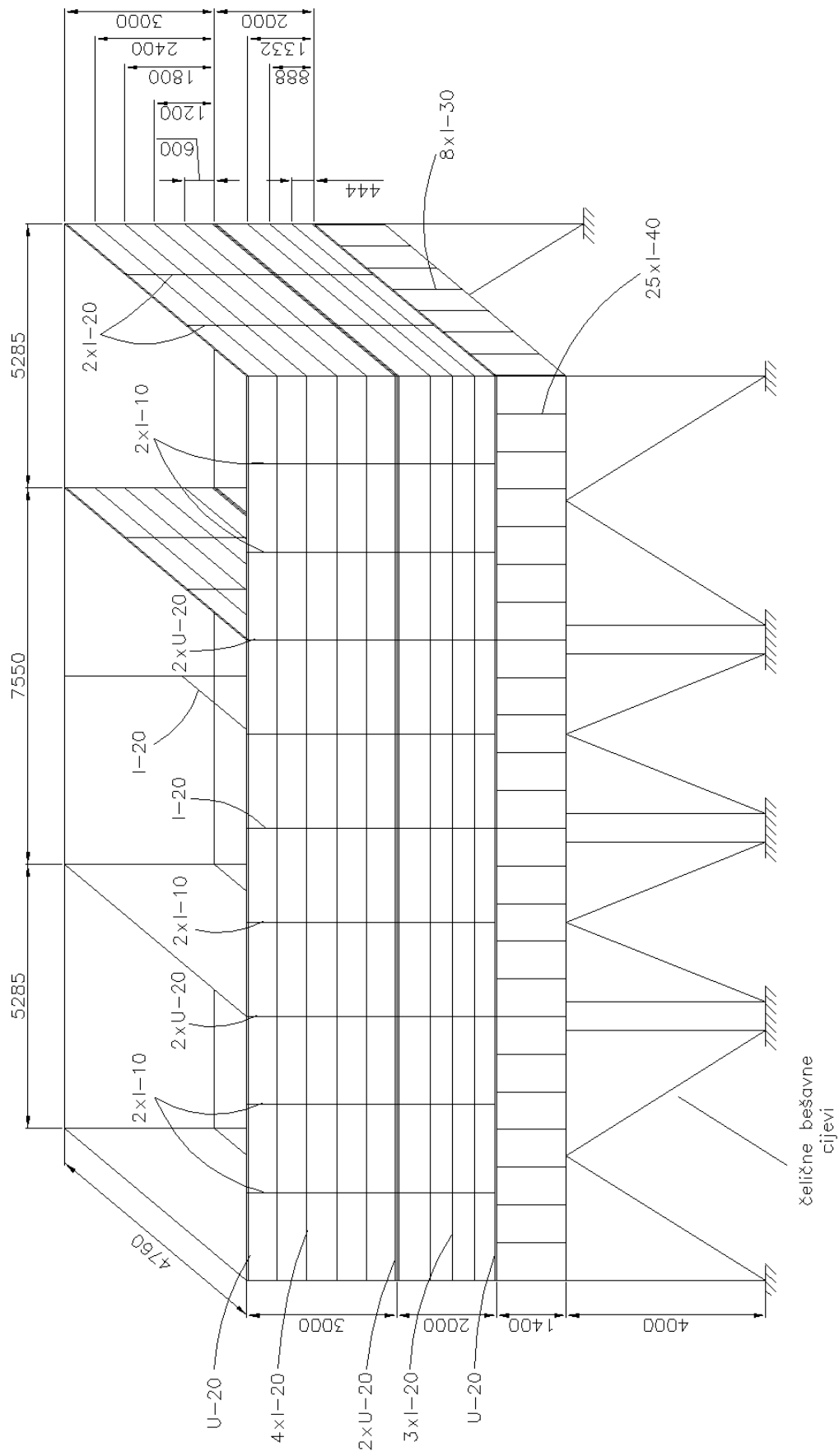
Zadatak zadao:

  
Prof. dr. sc. Jurica Sorić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Mladen Andrassy

# Spremnik za šljunak.



## SADRŽAJ

|   |    |
|---|----|
| SADRŽAJ.....  | I  |
| POPIS SLIKA.....  | IV |
| POPIS TABLICA.....  | IX |
| POPIS OZNAKA.....   | X  |
| SAŽETAK.....  | XI |
| 1. UVOD.....  | 1  |
| 1.1. Opis problema.....   | 1  |
| 1.2. Opis korištenih konačnih elemenata.....                              | 2  |
| 1.2.1. Prostorni gredni elementi.....                                     | 5  |
| 1.2.2. Ljuskasti elementi.....  | 7  |
| 2. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA.....                                   | 12 |
| 2.1. Izračunavanje progiba konzole.....                                   | 12 |
| 2.1.1. Analitičko računanje progiba konzole.....                          | 12 |
| 2.1.2. Numeričko određivanje progiba korištenjem Abaqusa.....             | 13 |
| 2.1.3. Numeričko određivanje progiba na ploči ojačanoj sa T-profilom..... | 14 |
| 2.2. Numeričko određivanje progiba ploče.....                             | 17 |
| 2.2.1. Progib ploče.....  | 17 |
| 2.2.2. Progib ploče ojačane s I-profilom.....                             | 19 |
| 2.2.3. Progib ploče ojačane s 2 I-profila.....                            | 20 |
| 3. ANALIZA SPREMNIKA.....   | 23 |
| 3.1. Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima.....                  | 24 |
| 3.1.1. Puno opterećenje spremnika.....                                    | 24 |
| 3.1.2. Opterećenje ispunjenim desnim košom.....                           | 27 |
| 3.1.3. Opterećenje ispunjenim srednjim košom.....                         | 29 |
| 3.1.4. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.....                | 31 |

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 3.2.   | Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima.....                                 | 34 |
| 3.2.1. | Puno opterećenje spremnika .....  | 34 |
| 3.2.2. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....   | 37 |
| 3.2.3. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom .....   | 39 |
| 3.2.4. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom .....                                | 41 |
| 3.3.   | Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima.....                                 | 43 |
| 3.3.1. | Puno opterećenje spremnika .....  | 43 |
| 3.3.2. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....   | 46 |
| 3.3.3. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom .....   | 48 |
| 3.3.4. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom .....                                | 50 |
| 3.4.   | Spremnik ojačan sa I-30, I-20 i I-10 profilima.....                                 | 52 |
| 3.4.1. | Puno opterećenje spremnika .....  | 52 |
| 3.4.2. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....   | 55 |
| 3.4.3. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom .....   | 57 |
| 3.4.4. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom .....                                | 59 |
| 4.     | ANALIZA STABILNOSTI POSTOLJA .....  | 62 |
| 4.1.   | Uvod u računanje stabilnosti konstrukcije .....                                     | 62 |
| 4.2.   | Verifikacija primijenjenog algoritma pri razmatranju stabilnosti konstrukcije ..... | 64 |
| 4.2.1. | Izvijanje štapa .....   | 64 |
| 4.2.2. | Izvijanje okvirnih konstrukcija .....   | 68 |
| 4.2.3. | Izvijanje prostornih okvirnih konstrukcija .....                                    | 72 |
| 4.3.   | Gubitak stabilnosti konstrukcije spremnika .....                                    | 80 |
| 4.3.1. | Proračun postolja.....  | 80 |
| 4.3.2. | Analiza stabilnosti 1 .....   | 81 |
| 4.3.3. | Analiza stabilnosti 5 .....   | 84 |
| 4.3.4. | Analiza stabilnosti 6.....  | 86 |
| 5.     | RAČUNANJE MASE KONSTRUKCIJE.....  | 90 |
| 5.1.   | Računanje mase ploča .....  | 90 |



---

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 5.2.   | Računanje mase profila .....                         | 90  |
| 5.3.   | Računanje mase postolja .....                        | 91  |
| 5.4.   | Ukupna masa konstrukcije .....                       | 92  |
| 6.     | PRIBLIŽNA ANALITIČKA ANALIZA ČVRSTOĆE SPREMNIKA..... | 93  |
| 6.1.   | Proračunski model spremnika .....                    | 93  |
| 6.1.1. | Proračun donjeg dijela koša A .....                  | 93  |
| 6.1.2. | Kontrola čelične ploče na dnu koša .....             | 94  |
| 6.1.3. | Kontrola čvrstoće prednjih i bočnih ploča .....      | 96  |
| 6.1.4. | Kontrola bočne stijene donjeg dijela koša .....      | 97  |
| 6.1.5. | Proračun srednjeg dijela koša B.....                 | 99  |
| 6.1.6. | Kontrola gornjeg dijela koša C .....                 | 102 |
| 7.     | ZAKLJUČAK.....                                       | 105 |
|        | PRILOZI .....  | 107 |
|        | LITERATURA .....                                     | 108 |

## POPIS SLIKA

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Slika 1.  | Model spremnika .....  | 1  |
| Slika 2.  | Najčešće korištene skupine elemenata [3] .....   | 3  |
| Slika 3.  | a) linearni element, b) kvadratni element i c) modificirani tetraedarski element [3]<br>.....  | 4  |
| Slika 4.  | Definiranje grednih konačnih elemenata [3] .....   | 5  |
| Slika 5.  | B31 – prostorni gredni konačni element [3] .....   | 6  |
| Slika 6.  | Poprečni presjek I-profila [3] .....   | 6  |
| Slika 7.  | Proizvoljan poprečni presjek [3] .....   | 7  |
| Slika 8.  | Razlika između ljuskastih elemenata i kontinuumskih (3D) ljuskastih elemenata<br>[3] .....   | 8  |
| Slika 9.  | Definiranje ljuskastih konačnih elemenata [3] .....  | 8  |
| Slika 10. | S4 - ljuskasti konačni element: a) definicija čvorova, b) broj i položaj točaka<br>integracije kod S4 elementa i c) broj i položaj točaka integracije kod S4R elementa [3] ..... | 11 |
| Slika 11. | Prikaz geometrije (gredni element i 3D prikaz I-profila) .....   | 13 |
| Slika 12. | Rubni uvjeti i opterećenje .....   | 13 |
| Slika 13. | Prikaz mreže konačnih elemenata (20 elemenata) .....   | 14 |
| Slika 14. | Deformirani oblik konzole .....  | 14 |
| Slika 15. | Prikaz geometrije (ploča i gredni element i 3D prikaz modela) .....  | 15 |
| Slika 16. | Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja .....   | 15 |
| Slika 17. | Prikaz mreže konačnih elemenata (20 elemenata) .....   | 15 |
| Slika 18. | Deformirani oblik konzole .....  | 16 |
| Slika 19. | Usporedni prikaz rezultata .....   | 16 |
| Slika 20. | Rubni uvjeti i opterećenje na 1/4 ploče .....  | 17 |
| Slika 21. | Prikaz mreže konačnih elemenata na 1/4 ploče .....   | 18 |
| Slika 22. | Deformirani oblik 1/4 ploče .....  | 18 |
| Slika 23. | Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus .....   | 18 |
| Slika 24. | Rubni uvjeti i opterećenje .....   | 19 |
| Slika 25. | Prikaz mreže konačnih elemenata .....  | 19 |
| Slika 26. | Deformirani oblik ploče .....  | 20 |
| Slika 27. | Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus .....   | 20 |
| Slika 28. | Rubni uvjeti i opterećenje .....   | 21 |

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Slika 29. | Prikaz mreže konačnih elemenata .....                            | 21 |
| Slika 30. | Deformirani oblik ploče.....                                     | 21 |
| Slika 31. | Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus .....             | 22 |
| Slika 32. | Prikaz modela spremnika.....                                     | 24 |
| Slika 33. | Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika .....              | 25 |
| Slika 34. | Prikaz rubnog uvjeta uklještenja.....                            | 25 |
| Slika 35. | Mreža konačnih elemenata .....                                   | 26 |
| Slika 36. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 26 |
| Slika 37. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 27 |
| Slika 38. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 27 |
| Slika 39. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....                        | 28 |
| Slika 40. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 28 |
| Slika 41. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 29 |
| Slika 42. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 29 |
| Slika 43. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom.....                       | 30 |
| Slika 44. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 30 |
| Slika 45. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 31 |
| Slika 46. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 31 |
| Slika 47. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.....              | 32 |
| Slika 48. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 32 |
| Slika 49. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 33 |
| Slika 50. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 33 |
| Slika 51. | Prikaz modela spremnika.....                                     | 34 |
| Slika 52. | Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika .....              | 34 |
| Slika 53. | Mreža konačnih elemenata .....                                   | 35 |
| Slika 54. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 35 |
| Slika 55. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 36 |
| Slika 56. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 36 |
| Slika 57. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....                        | 37 |
| Slika 58. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 37 |
| Slika 59. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 38 |
| Slika 60. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 38 |
| Slika 61. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom.....                       | 39 |
| Slika 62. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 39 |

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Slika 63. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 40 |
| Slika 64. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 40 |
| Slika 65. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.....              | 41 |
| Slika 66. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 41 |
| Slika 67. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 42 |
| Slika 68. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 42 |
| Slika 69. | Prikaz modela spremnika.....                                     | 43 |
| Slika 70. | Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika .....              | 43 |
| Slika 71. | Mreža konačnih elemenata .....                                   | 44 |
| Slika 72. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 44 |
| Slika 73. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 45 |
| Slika 74. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 45 |
| Slika 75. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....                        | 46 |
| Slika 76. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 46 |
| Slika 77. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 47 |
| Slika 78. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 47 |
| Slika 79. | Opterećenje ispunjenim srednjim košom.....                       | 48 |
| Slika 80. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 48 |
| Slika 81. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 49 |
| Slika 82. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 49 |
| Slika 83. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.....              | 50 |
| Slika 84. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 50 |
| Slika 85. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 51 |
| Slika 86. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 51 |
| Slika 87. | Prikaz modela spremnika.....                                     | 52 |
| Slika 88. | Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika .....              | 52 |
| Slika 89. | Mreža konačnih elemenata .....                                   | 53 |
| Slika 90. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 53 |
| Slika 91. | Raspodjela naprezanja na pločama.....                            | 54 |
| Slika 92. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 54 |
| Slika 93. | Opterećenje ispunjenim desnim košom .....                        | 55 |
| Slika 94. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka ..... | 55 |
| Slika 95. | Raspodjela naprezanja na pločama .....                           | 56 |
| Slika 96. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                | 56 |

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Slika 97.  | Opterećenje ispunjenim srednjim košom.....   | 57 |
| Slika 98.  | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka .....                   | 57 |
| Slika 99.  | Raspodjela naprezanja na pločama .....   | 58 |
| Slika 100. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                                  | 58 |
| Slika 101. | Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom .....                               | 59 |
| Slika 102. | Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka .....                   | 59 |
| Slika 103. | Raspodjela naprezanja na pločama .....   | 60 |
| Slika 104. | Raspodjela naprezanje na grednim elementima .....                                  | 60 |
| Slika 105. | Prikaz deformiranog oblika cijelog spremnika.....                                  | 61 |
| Slika 106. | Prikaz deformiranog oblika donjeg dijela spremnika.....                            | 61 |
| Slika 107. | Primjeri izvijanja štapa [5].....  | 64 |
| Slika 108. | Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja .....                            | 66 |
| Slika 109. | Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja .....                            | 66 |
| Slika 110. | Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja .....                            | 67 |
| Slika 111. | Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja .....                            | 68 |
| Slika 112. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 69 |
| Slika 113. | Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti .....                      | 70 |
| Slika 114. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 70 |
| Slika 115. | Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti .....                      | 71 |
| Slika 116. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 71 |
| Slika 117. | Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti .....                      | 72 |
| Slika 118. | Geometrija modela.....   | 72 |
| Slika 119. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 73 |
| Slika 120. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost) .....   | 73 |
| Slika 121. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost)..... | 74 |
| Slika 122. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost) .....   | 74 |
| Slika 123. | Prikaz geometrije .....  | 75 |
| Slika 124. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 75 |
| Slika 125. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost) .....   | 76 |
| Slika 126. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost)..... | 76 |
| Slika 127. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost).....    | 76 |
| Slika 128. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (sedma i osma vlastita vrijednost).....    | 77 |
| Slika 129. | Prikaz geometrije .....  | 77 |
| Slika 130. | Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata.....                  | 78 |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Slika 131. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost) .....    | 78  |
| Slika 132. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost) ..... | 79  |
| Slika 133. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost) .....    | 79  |
| Slika 134. | Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (sedma i osma vlastita vrijednost) .....    | 79  |
| Slika 135. | Proračunska shema postolja .....  | 80  |
| Slika 136. | Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem .....                                       | 81  |
| Slika 137. | Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost) .....                          | 82  |
| Slika 138. | Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost) .....                         | 83  |
| Slika 139. | Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost) .....                         | 83  |
| Slika 140. | Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost) .....                       | 83  |
| Slika 141. | Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem .....                                       | 84  |
| Slika 142. | Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost) .....                          | 84  |
| Slika 143. | Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost) .....                         | 85  |
| Slika 144. | Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost) .....                         | 86  |
| Slika 145. | Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost) .....                       | 86  |
| Slika 146. | Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem .....                                       | 87  |
| Slika 147. | Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost) .....                          | 87  |
| Slika 148. | Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost) .....                         | 88  |
| Slika 149. | Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost) .....                         | 88  |
| Slika 150. | Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost) .....                       | 89  |
| Slika 151. | Presjek donjeg dijela koša A .....  | 93  |
| Slika 152. | Poprečni presjek nosača .....   | 94  |
| Slika 153. | Prikaz dijela donje ploče .....   | 95  |
| Slika 154. | Raspodjela naprezanja na nosaču (spoj profila i ploče) .....                        | 96  |
| Slika 155. | Raspodjela naprezanja na prednjim i bočnim pločama .....                            | 97  |
| Slika 156. | Presjek stijene donjeg dijela koša .....  | 98  |
| Slika 157. | Srednji dio koša B .....  | 99  |
| Slika 158. | Okvir srednjeg dijela koša B .....  | 99  |
| Slika 159. | Presjek okvira .....  | 100 |
| Slika 160. | Raspodjela naprezanja na ploči B dijela koša .....                                  | 102 |
| Slika 161. | Gornji dio koša C .....   | 102 |
| Slika 162. | Presjek okvira .....  | 103 |
| Slika 163. | Raspodjela naprezanja na gornjem dijelu koša C .....                                | 104 |

## POPIS TABLICA

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Tablica 1.  | Čelični I-profil (geometrijske značajke) [1] .....  | 12 |
| Tablica 2.  | Rezultati dobiveni analitički te korištenjem programskog paketa Abaqus.....                                 | 16 |
| Tablica 3.  | Pomaci za pravokutne ploče s uklještenim rubovima opterećenim konstantnim površinskim opterećenjem [5]..... | 17 |
| Tablica 4.  | Čelični I-profil ( geometrijske značajke) [1] .....   | 23 |
| Tablica 5.  | Čelični U-profil ( geometrijske značajke) [1].....  | 23 |
| Tablica 6.  | Primjeri okvirnih nosača te izrazi za računanje kritične sile izvijanja [6].....                            | 68 |
| Tablica 7.  | Provedene analize stabilnosti .....   | 80 |
| Tablica 8.  | Računanje mase ploča.....   | 90 |
| Tablica 9.  | Računanje mase profila – početna konstrukcija.....  | 90 |
| Tablica 10. | Računanje mase profila – optimirana konstrukcija.....   | 91 |
| Tablica 11. | Računanje mase postolja – početna konstrukcija.....   | 91 |
| Tablica 12. | Računanje mase postolja – optimirana konstrukcija.....  | 91 |
| Tablica 13. | Ukupna masa konstrukcije .....  | 92 |

**POPIS OZNAKA**

|                     |   |
|---------------------|---|
| $a, b$              | dimenzije ploče,  |
| $d$                 | promjer,  |
| $E$                 | modul elastičnosti,   |
| $F, P$              | koncentrirana sila,   |
| $F_{kr}, P_{kr}$    | kritična sila izvijanja,  |
| $h$                 | visina ploče spremnika,   |
| $I$                 | moment inercije (tromosti),   |
| $\mathbf{K}$        | tangentna matrica krutosti,   |
| $\mathbf{K}_0$      | matrica krutosti u početnom stanju koja uključuje efekte predopterećenja, |
| $\mathbf{K}_\Delta$ | matrica krutosti početnih naprezanja,                                     |
| $l, L$              | duljina,  |
| $p$                 | opterećenje spremnika,  |
| $p_0$               | kontinuirano površinsko opterećenje,                                      |
| $\mathbf{Q}$        | inkrement opterećenja,  |
| $R_e$               | granica tečenja,  |
| $R_m$               | vlačna čvrstoća,  |
| $R_{kr}$            | kritično opterećenje,   |
| $R$                 | opterećenje korišteno u analizi,  |
| $R_r$               | opterećenje konstrukcije zadano zadatkom,                                 |
| $S$                 | faktor sigurnosti,  |
| $\mathbf{v}$        | vektor netrivialnih pomaka,   |
| $\mathbf{v}_i$      | vlastiti vektori koji određuju oblik gubitka stabilnosti,                 |
| $w$                 | progib,   |
| $\gamma$            | specifična gustoća,   |
| $\varphi$           | kut trenja,   |
| $\lambda_i$         | vlastite vrijednosti,   |
| $\lambda_k$         | vlastita vrijednost konstrukcije,   |
| $\nu$               | Poissonov faktor,   |
| $\rho$              | gustoća materijala i  |
| $\sigma_{dop}$      | dopušteno naprezanje.   |



## SAŽETAK

Provedena je analiza čvrstoće i stabilnosti spremnika za šljunak. Konstrukcija spremnika napravljena je od čeličnih limova Č 0361 (RSt 37-2 [1]) koji su ojačani s čeličnim profilima. Spremnik se sastoji od tri dijela (koša) i nalazi se na postolju napravljenom od vertikalnih cijevi.

Prije samog proračuna čvrstoće opisani su korišteni konačni elementi u analizi provedenoj pomoću programskog paketa Abaqus [2]. Za numeričku analizu korišteni su gredni i ljuskasti konačni elementi. Za obje vrste konačnih elemenata napravljena je verifikacija elemenata (provjera veza između grednih i ljuskastih konačnih elemenata) na primjeru konzole i ploče ojačane I-profilima. Za ploču ojačanu I-profilima napravljena je provjera konvergencije progiba i usvojena je mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran model spremnika. Potom je napravljena analiza čvrstoće spremnika. Provedene su četiri analize čvrstoće spremnika. Na temelju svake numeričke analize radile su se promjene u konstrukciji modela. U konstrukciji su bile napravljene sljedeće promjene: postavljeni su dodatni I-profil na prednjim pločama, promijenjen je raspored horizontalnih profila i na kraju zamijenjeni su svi I-40 profili sa I-30 profilima. Za svaku analizu razmatrana su 4 slučaja opterećenja spremnika: puno opterećenje spremnika, opterećenje ispunjenim desnim košom, opterećenje ispunjenim srednjim košom i opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom. Po završetku analize čvrstoće spremnika i odabira optimalnih dimenzija ploča i profila uslijedila je analiza stabilnosti konstrukcije. Opisan je način računanja vlastitih vrijednosti pri gubitku stabilnosti konstrukcija. Napravljena je verifikacija primijenjenog algoritma pri razmatranju stabilnosti konstrukcije. Analiza je napravljena za 1D, 2D i 3D konstrukcije (izvijanje štapa, izvijanje okvirnih konstrukcija i izvijanje prostornih konstrukcija). U svakoj provjeri je napravljena usporedba analitički dobivenih rezultata (vlastitih vrijednosti) sa rezultatima dobivenim numeričkom analizom u Abaqusu. Nakon toga je provedena analiza stabilnosti konstrukcije. Analiza je provedena za 8 slučajeva gdje se mijenjao poprečni presjek cijevi, odnosno, promjer cijevi korištenih u konstrukciji. Provjera se radila prema proračunskom modelu u Abaqusu, računanjem vlastitih vrijednosti. Iz vlastitih vrijednosti se dalje računalo kritično opterećenje konstrukcije pomoću kojeg se izračunao faktor sigurnosti konstrukcije. Usvojena je konstrukcija postolja sa faktorom sigurnosti  $S > 5$ . Na kraju je napravljena usporedba mase početne konstrukcije s masom odabrane optimalne konstrukcije.

## 1. UVOD

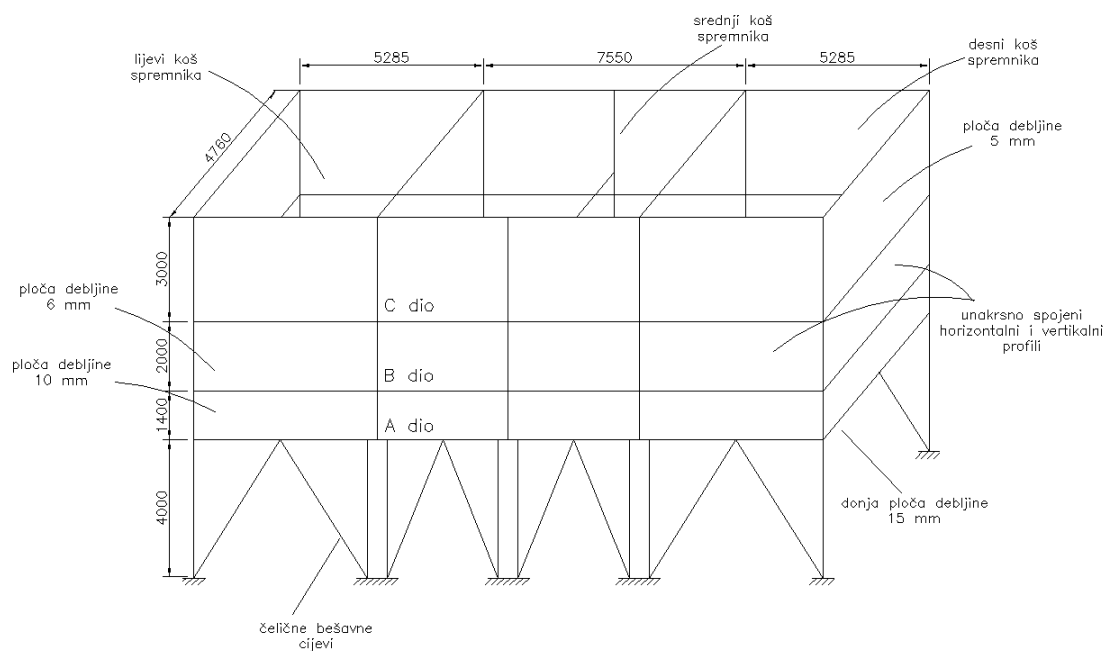
### 1.1. Opis problema

U radu je potrebno provesti analizu čvrstoće i stabilnosti spremnika za šljunak uzimajući u obzir kriterij čvrstoće i minimalne mase konstrukcije (odnosno minimalnog utroška materijala) za zadano opterećenje. Spremnik je diskretiziran s grednim i ljuskastim konačnim elementima. Na slici 1. je prikazan model spremnika. Spremnik volumena 518 m<sup>3</sup> je napravljen iz čeličnog lima Č 0361 (RSt 37-2 [1]), gdje je donja ploča od čeličnog lima debljine 15 mm dok su prednje i bočne strane izrađene od čeličnog lima debljine 5 mm, 6 mm i 10 mm. Sve vanjske strane i pregrade u spremniku ojačane su uzdužnim i poprečnim čeličnim profilima. Korišteni su slijedeći čelični profili: I-10, I-20, U-20, I-30 i I-40.

Za analizu konstrukcije spremnika korišten je programski paket Abaqus [2] u kojem su se za diskretizaciju spremnika definirale dimenzije, rubni uvjeti i opterećenja konstrukcije kao i karakteristične vrijednosti materijala spremnika poput modula elastičnosti i Poissonovog faktora.

Analiza je napravljena na četiri modela spremnika:

1. spremnik sa I-40, I-20 i I-10 profilima,
2. spremnik sa I-40, I-20 i I-10 profilima,
3. spremnik sa I-40, I-20 i I-10 profilima i
4. spremnik sa I-30, I-20 i I-10 profilima.



Slika 1. Model spremnika

Materijal spremnika je konstrukcijski čelik Č 0361 (RSt 37-2 [1]) sa sljedećim svojstvima:

- granica tečenja:  $R_e = 235$  MPa,
- vlačna čvrstoća:  $R_m = 370...450$  MPa,
- dopušteno naprezanje:  $\sigma_{dop} = 0,75 \cdot R_e = 170$  MPa,
- modul elastičnosti:  $E = 210000$  MPa,
- Poissonov faktor:  $\nu = 0,3$  i
- gustoća:  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>.

Spremnik je predviđen za pohranjivanje šljunka. U radnim uvjetima djeluje statičko opterećenje (opterećenje tereta i vlastite težine). Razmatrat će se 4 slučaja opterećenja spremnika: puno opterećenje spremnika, opterećenje ispunjenim desnim košom, opterećenje ispunjenim srednjim košom i opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.

Šljunak ima sljedeća svojstva:

- specifična gustoća:  $\gamma = 17$  kN/m<sup>3</sup>,
- kut trenja:  $\varphi = 30^\circ$  i
- formula za opterećenje na bočnim pločama:  $p = \gamma \cdot h \cdot \text{tg}^2(45 - \varphi / 2)$  [7],

gdje je:  $h$  - visina spremnika (A dio + B dio + C dio).

Najveće opterećenje javlja se na dnu spremnika i računa se prema izrazu  $p = \gamma \cdot h$ . Nakon uvrštavanja najveći tlak iznosi 0,102 MPa.

## 1.2. Opis korištenih konačnih elemenata

U numeričkoj analizi korišteni su konačni elementi iz baze programskog paketa Abaqus [2]. U analizi su korišteni prostorni gredni te ljuskasti konačni elementi. Slijedi opis korištenih konačnih elemenata.

### Definicija elemenata koje koristi programski paket Abaqus

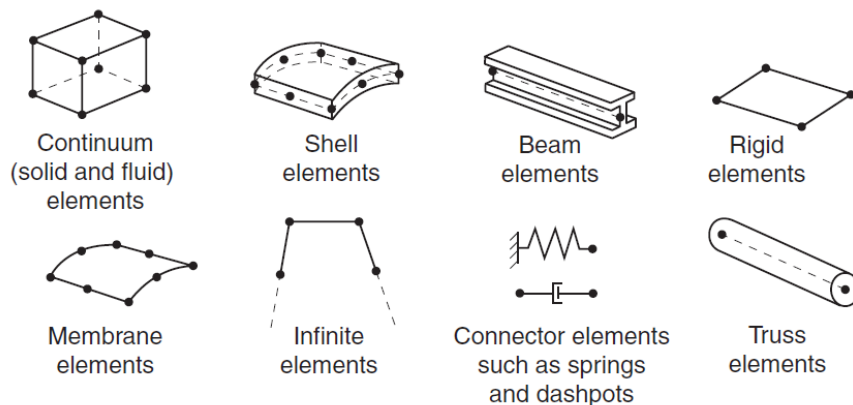
Elementi su opisani s 5 glavnih karakteristika:

- skupina (grupa),
- stupnjevi slobode,
- broj čvorova,
- formulacija i
- integracija.

Svaki element u programskom paketu Abaqus ima jedinstven naziv (ime), kao što su npr. T2D2, S4R, C3D8I, i C3D8R. Naziv elementa sadrži svaku od 5 karakteristika elementa.

### Skupina (grupa)

Slika 2. prikazuje skupine elemenata koji se najčešće primjenjuju pri analizi naprezanja. Tip geometrije elementa je jedna od glavnih razlika između skupina elemenata.



Slika 2. Najčešće korištene skupine elemenata [3]

Prvo slovo (slova) u nazivu elementa ukazuje na skupinu kojoj element pripada. Na primjer, S4R je luskasti element, B31 je gredni element dok je C3D8 je element za analizu 3D kontinuuma.

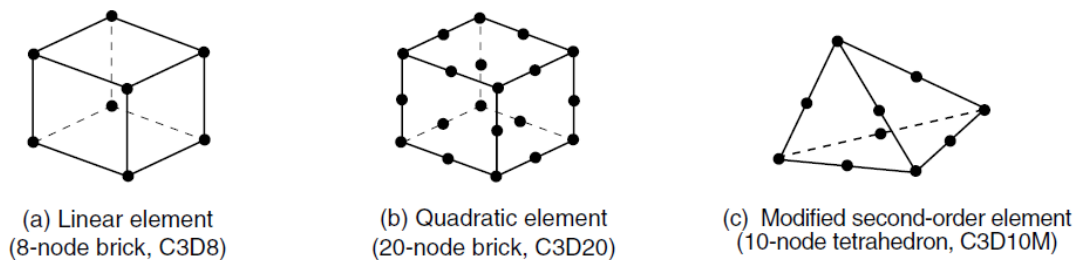
### Stupnjevi slobode

Stupnjevi slobode su osnovne varijable koje se računaju u analizi. Za analizu naprezanja i pomaka stupnjevi slobode su translacije (pomaci), a za ljuske, cijevi i gredne elemente i rotacije u svakom čvoru.

### Broj čvorova i red interpolacije

Translacije (pomaci) ili neki drugi stupnjevi slobode računaju se u čvorovima elemenata. Na bilo kojoj drugoj točki na elementu, pomaci se dobivaju interpoliranjem čvornih pomaka. Stupanj interpolacije se određuje po broju čvorova u elementu. Elementi koji imaju čvorove samo na rubovima, kao što je kvadar sa 8 čvorova (slika 3.a) koriste linearnu interpolaciju te se često zovu linearni elementi ili elementi prvog reda.

U Abaqus/Standardu [2] elementi sa čvorovima na sredini stranica, kao što je kvadar sa 20 čvorova (slika 3.b), koriste kvadratnu interpolaciju te se često zovu kvadratni elementi ili elementi drugog reda. Modificirani trokutni ili tetraedarski elementi sa čvorovima na sredini stranica, kao što je tetraedar sa 10 čvorova (slika 3.c), koriste modificiranu interpolaciju drugog reda te se često nazivaju modificirani elementi drugog reda.



Slika 3. a) linearni element, b) kvadratni element i c) modificirani tetraedarski element [3]

Broj čvorova u elementu je definiran u samom nazivu elementa. Kvadar sa 8 čvorova se naziva C3D8 dok se ljuskasti element sa 4 čvora naziva S4R.

Skupina grednih elemenata koristi malo drugačiju konvenciju. Stupanj interpolacije je definiran u nazivu elementa, tako da je trodimenzionalan gredni element prvog reda nazvan B31, dok je element drugog reda nazvan B32. Slična konvencija se koristi kod osnosimetričnih ljuskastih i membranskih elemenata.

### Formulacija

Formulacija elementa odnosi se na matematičku teoriju koja se koristi da bi se definiralo ponašanje elementa. Elementi koji se koriste u programskom paketu Abaqus [2], a služe za analizu naprezanja i pomaka (deformacija) se baziraju na Lagrangeovoj formulaciji.

Kako bi mogli opisati više različitih tipova ponašanja u programskom paketu Abaqus neke skupine elemenata sadrže elemente sa nekoliko različitih formulacija. Na primjer, konvencionalni ljuskasti elementi imaju tri skupine elemenata: prva skupina elemenata je za analizu ljuski opće namjene, druga skupina je za analizu tankih ljuski i treća skupina je za analizu debelih ljuski. Abaqus također nudi ljuskaste elemente za analizu kontinuuma koji imaju definirano povezivanje čvorova poput elemenata za analizu kontinuuma, ali su formulirani tako da opisuju ponašanje ljusaka sa samo jednim elementom po debljini ljuske.

### Integracija

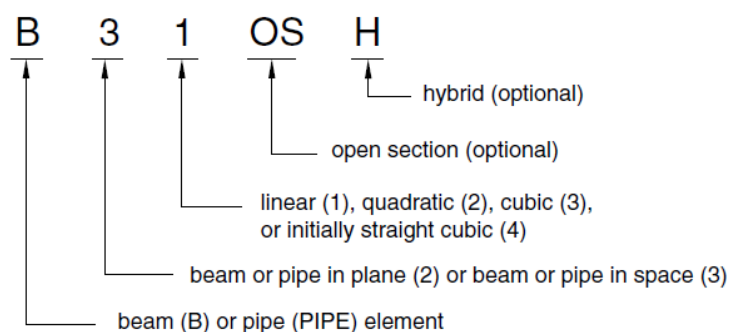
Programski paket Abaqus koristi numeričke tehnike za integriranje veličina po volumenu svakog elementa, čime omogućuje općenitost u ponašanju materijala. Koristeći Gaussove krivulje za većinu elemenata, programski paket Abaqus provjerava ponašanje materijala u svakoj točki integracije u svakom elementu. Neki elementi za analizu kontinuuma u Abaqus mogu koristiti punu ili reduciranu integraciju, to je izbor koji može imati značajan utjecaj na točnost rezultata koju daju elementi koji se koriste za rješavanje problema. Slovo R na kraju naziva elementa označava da li se koristi reducirana integracija. Na primjer, CAX4R je osnosimetrični element sa 4 čvora kod kojeg se koristi reducirana integracija. Reduciranom

integracijom dobivamo točnije rezultate te nam se značajno smanjuje vrijeme računanja, posebice u tri dimenzije.

### 1.2.1. Prostorni gredni elementi

Teorija grednih konačnih elemenata koristi jednodimenzijsku aproksimaciju trodimenzijskog kontinuuma. Redukcija dimenzija je direktan rezultat pretpostavke o vitkosti, odnosno dimenzije poprečnog presjeka su male u odnosu na duljinu u smjeru osi grede.

U Abaqusu gredni konačni element je jednodimenzijski linijski element u trodimenzijom prostoru ili u  $X$ - $Y$  ravnini, čija krutost je povezana sa deformacijom linije. Deformacija se sastoji od aksijalnog produljenja, savijanja grede te uvijanja. Glavna prednost grednih elemenata je njihova geometrijska jednostavnost te to što nemaju puno stupnjeva slobode. Elementi su definirani određenim simbolima koji su opisani na slici 4., svako slovo (slova) i broj definiraju određeno svojstvo konačnog elementa.



Slika 4. Definiranje grednih konačnih elemenata [3]

Na primjer, B21H je ravninski gredni konačni element koji koristi linearnu interpolaciju i hibridnu formulaciju.

#### Timoshenkov gredni element

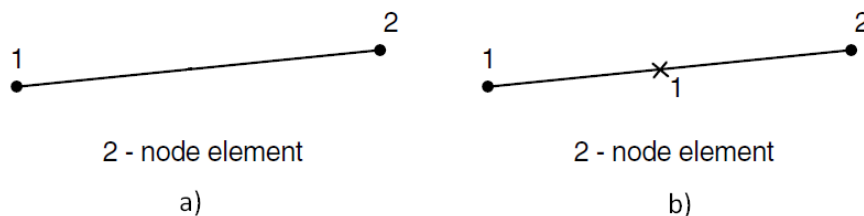
Timoshenkov gredni element (B21, B22, B31, B31OS, B32 i B32OS) omogućava smičnu deformaciju poprečnog presjeka. Mogu se koristiti za debele i za vitke grede. Za grede napravljene od istog materijala smična teorija može dati dobre rezultate za poprečne presjeke dimenzija do  $1/8$  aksijalne duljine. Za sve manje vrijednosti omjera poprečnog presjeka u odnosu na aksijalnu duljinu grede rezultati neće biti dovoljno točni.

#### Prostorni gredni element

Prostorni gredni elementi sadrže 6 stupnjeva slobode (3 translacije i 3 rotacije), a to su:

- B31 - prostorni gredni element sa 2 čvora koji koristi linearnu interpolaciju,

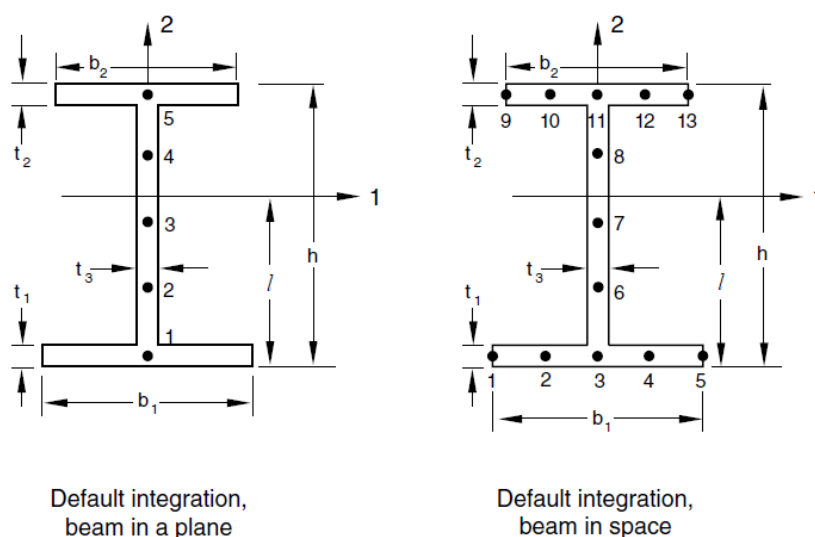
- B31H - prostorni gredni element sa 2 čvora koji koristi linearnu interpolaciju i hibridnu formulaciju,
- B32 - prostorni gredni element sa 3 čvora koji koristi kvadratnu interpolaciju i hibridnu formulaciju
- B32H - prostorni gredni element sa 3 čvora koji koristi kvadratnu interpolaciju i hibridnu formulaciju



Slika 5. B31 – prostorni gredni konačni element [3]

Na slici 5.a) je prikazan prostorni gredni konačni element B31, dok je na slici 5.b) prikazan položaj tačke integracije B31 konačnog elementa.

### Zadavanje karakteristika poprečnog presjeka I-profila

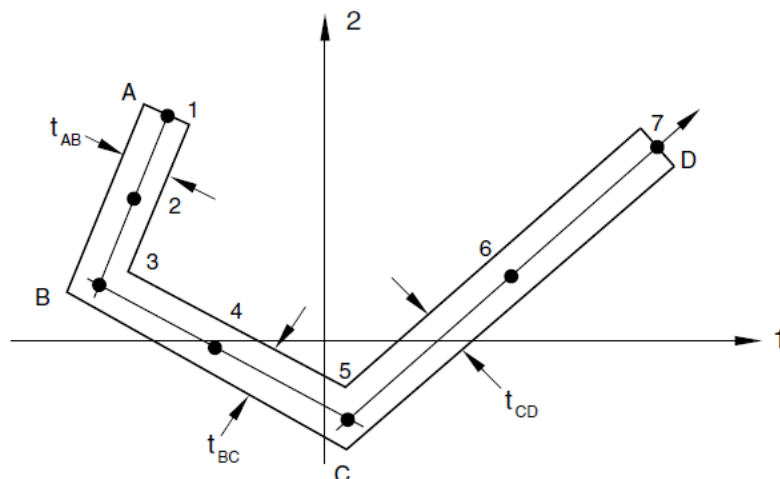


Slika 6. Poprečni presjek I-profila [3]

I-profil (slika 6.) definiamo sa slijedećim ulazni podacima:  $l$ ,  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$ . Dimenzija  $l$  daje mogućnost pomicanja centra poprečnog presjeka bilo gdje po osi simetrije (glavna os 2). Negativna vrijednost dimenzije  $l$  pokazuje da je centar poprečnog presjeka ispod donjeg ruba što može biti potrebno kada se modelira ljuska ojačana grednim konačnim elementom.

### Proizvoljan poprečni presjek (*arbitrary section*)

Zadavanje poprečnog presjeka U-profila napravljeno je primjenom proizvoljnog poprečnog presjeka.



Slika 7. Proizvoljan poprečni presjek [3]

Kako sam naziv kaže proizvoljni poprečni presjek omogućava jednostavno modeliranje proizvoljne geometrije poprečnog presjeka. Poprečni presjek se definira serijom točaka (slika 7.) koje spajamo ravnim linijama, a za svaku liniju neovisno se zadaje njezina debljina.

### 1.2.2. Ljuskasti elementi

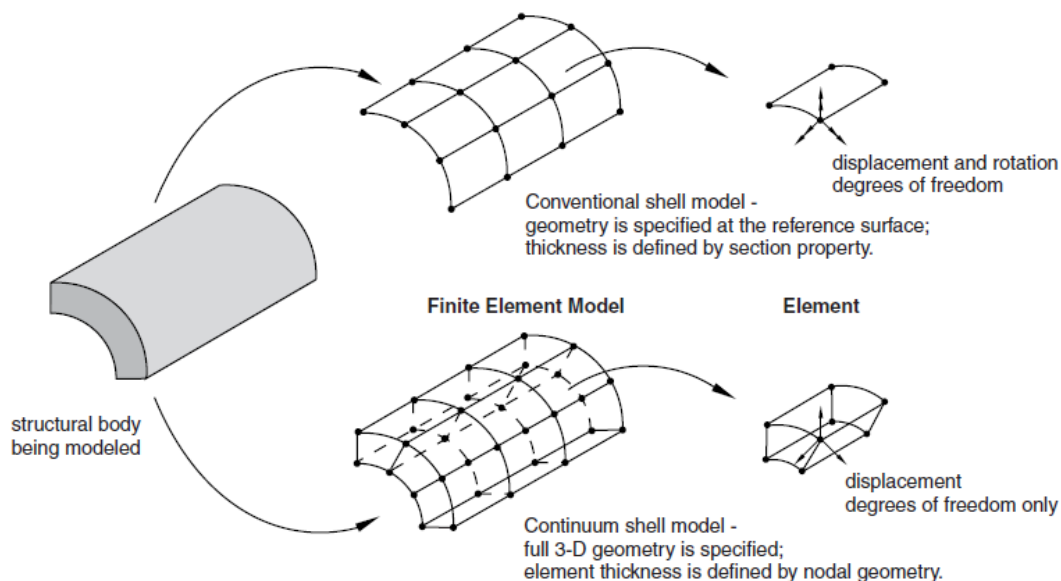
Modeliranje ljuskastim elementima se sastoji od:

- odabira odgovarajućeg ljuskastog elementa,
- definiranja geometrije ljuske  $i$
- definiranja postavki “*shell sectiona*”.

Ljuskasti elementi se koriste za modeliranje konstrukcijskih elemenata koji imaju jednu dimenziju, debljinu, puno manju u usporedbi sa ostalim dimenzijama. Ljuskasti elementi diskretiziraju tijelo definiranjem geometrije srednje plohe te se sama debljina definira preko postavke “*section property*”. Ljuskasti elementi za stupnjeve slobode imaju pomake i rotacije.

Kontinuumski (3D) ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzijsko tijelo. Debljina je definirana samom geometrijom. Kontinuumski (3D) ljuskasti elementi imaju samo pomake za stupnjeve slobode, izgledaju kao trodimenzijski elementi, ali njihovo ponašanje je vrlo slično ljuskastim elementima. Slika 8. prikazuje razliku između ljuskastih elemenata i kontinuumskih (3D) ljuskastih elemenata.

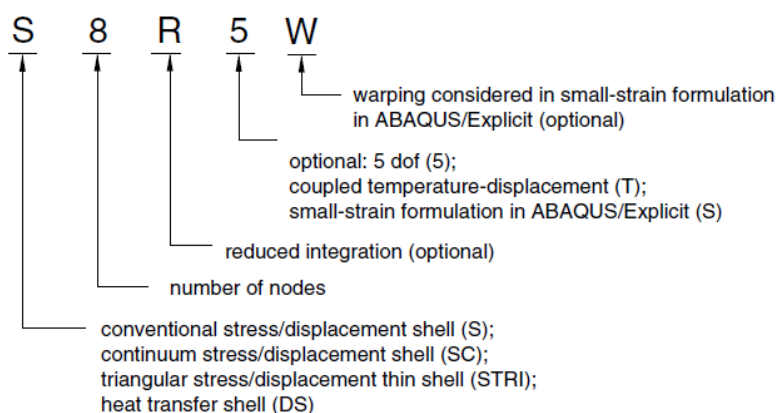




Slika 8. Razlika između ljuskastih elemenata i kontinuumskih (3D) ljuskastih elemenata [3]

### Definiranje ljuskastih elemenata

Elementi su definirani određenim simbolima koji su opisani na slici 9., svako slovo (slova) i broj definiraju određeno svojstvo samog elementa.



Slika 9. Definiranje ljuskastih konačnih elemenata [3]

### Ljuskasti elementi

Ljuskasti elementi za analizu naprezanja i pomaka koji se koriste u programskom paketu Abaqus [2] mogu biti korišteni za trodimenzijsku ili osnosimetričnu analizu. U Abaqus/Standardu elementi koriste linearnu ili kvadratnu interpolaciju i dopuštaju zadavanje mehaničkog i/ili toplinskog opterećenja dok u Abaqus/Explicitu koriste linearnu interpolaciju i dopuštaju zadavanje mehaničkog opterećenja. Ovi se elementi mogu koristiti pri statičkim i pri dinamičkim analizama.

### **Debelostjeni ljuskasti elementi**

U Abaqus/Standardu debelostjene ljuske su potrebne u slučajevima gdje je važna poprečna elastičnost i gdje je interpolacija drugog reda poželjna. Ovo vrijedi za ljuske čija je debljina veća od 1/15 karakteristične duljine. Abaqus/Standard za problem s debelostjenim ljuskama koristi elemente S8R i S8RT.

### **Tankostjeni ljuskasti elementi**

U Abaqus/Standardu tankostjene ljuske su potrebne u slučajevima gdje je zanemariva poprečna elastičnost i gdje se Kirchhoffovo ograničenje mora točno zadovoljiti. Ovo vrijedi za homogene ljuske čija je debljina manja od 1/15 karakteristične duljine, no debljina može biti i veća od 1/15 duljine elementa.

Abaqus/Standard ima dvije vrste tankostjenih ljuskastih elemenata: oni koji rješavaju teoriju tankostjenih ljusaka (Kirchhoffovo ograničenje je zadovoljeno analitički) i oni koji konvergiraju prema teoriji tankostjenih ljusaka kako se smanjuje debljina (Kirchhoffovo ograničenje je zadovoljeno numerički).

### **Ljuskasti elementi za male deformacije**

U Abaqus/Standard trodimenzijski debelostjeni i tankostjeni elementi STRI3, S4R5, STRI65, S8R, S8RT, S8R5 i S9R5 se koriste za proizvoljno velike rotacije, ali pri malim deformacijama. Promjena u debljini prilikom deformiranja se zanemaruje kod ovih elemenata.

### **Usporedba ljuskastih elemenata sa 5 stupnjeva slobode sa ljuskastim elementima sa 6 stupnjeva slobode**

U Abaqus/Standardu postoje 2 tipa ljuskastih elemenata, a to su elementi sa 5 stupnjeva slobode (3 komponente pomaka i 2 rotacijske komponente) i elementi sa 6 stupnjeva slobode (3 komponente pomaka i 3 rotacijske komponente) u svim čvorovima. Elementi sa 5 stupnjeva slobode (S4R5, STRI65, S8R5, S9R5) su puno ekonomičniji. No, mogu se koristiti isključivo za tankostjene ljuske (ne mogu se koristiti za debelostjene ljuske). Pri korištenju ljuskastih elemenata sa 5 stupnjeva slobode, Abaqus/Standard automatski počinje primjenjivati 3 rotacijske komponente pri svakom čvoru koji:

- ima kinematski rubni uvjet primijenjen na rotacijske stupnjeve slobode,
- se koristi pri MPC (multi-point) ograničenju,

- se dijeli sa grednim elementom ili ljuskastim elementom koji koriste 3 rotacijska stupnja slobode u svakom čvoru i
- je opterećen momentima.

Kod svih elemenata koji koriste 3 rotacijska stupnja slobode u svakom čvoru (nevažno da li se primjenjuju prilikom ranije navedenih slučajeva ili su uvijek aktivni) pojavljuje se singularnost u svakom čvoru gdje se pretpostavi da je površina kontinuirano zakrivljena.

### **Reducirana integracija**

Mnogi ljuskasti elementi u programskom paketu Abaqus koriste reduciranu integraciju za računanje krutosti. Matrice masa i opterećenja i dalje koriste potpunu integraciju. Reduciranom integracijom dobivamo točnije rezultate te nam se značajno smanjuje vrijeme računanja, posebice u tri dimenzije.

Kod primjene reducirane integracije na elementima prvog reda potrebna je *hourglass* kontrola. Ukoliko se primijeti da dolazi do *hourglassinga*, potrebno je ili napraviti finiju mrežu konačnih elemenata ili koncentrirano opterećenje ravnomjerno raspodijeliti na više čvorova. Elementi drugog reda gdje je primijenjena reducirana integracija nemaju taj problem te se stoga preporuča korištenje tih elemenata. Elementi prvog reda se preporučaju kada se predviđaju vrlo velike deformacije.

### **Degenerirani elementi**

Elementi S4, S4R, S4R5, S4RS, S8R5 i S9R5 mogu se degenerirati u trokutne elemente. Međutim, za elemente S4 (element S4 degeneriran u trokutni element pri membranskim deformacija ima preveliku krutost), S4R i S4RS preporuča se korištenje S3R i S3RS elemenata. Točnost rezultata znatno je smanjena pri degeneriranju elemenata u trokutne i stoga se koriste samo u posebnim slučajevima kao što je mehanika loma i oštećenja. Elementi S8R i S8RT ne mogu biti degenerirani u trokutne elemente.

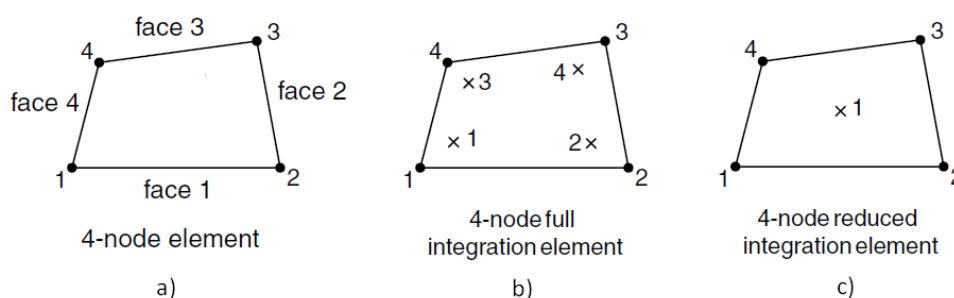
### **S4R element**

S4R je dvostruko zakrivljeni četverokutni ljuskasti element sa četiri čvora u vrhovima elementa. Svaki čvor ima 6 stupnjeva slobode (3 komponente pomaka i 3 rotacijske komponente). Oznaka R nam govori da je na element primijenjena reducirana integracija, odnosno da sadrži samo jednu točku integracije. Služi za analizu tankostjenih i debelostjenih ljusaka.

## Korištenje S4 elemenata

Element S4 je ljuskasti konačni element za generalnu namjenu. Element nema *hourglass* efekt niti kod membranskog niti kod savojnog naprezanja te stoga, element ne zahtjeva *hourglass* kontrolu. Element S4 sadrži 4 točke integracije po elementu za razliku od jedne točke integracije kod S4R elementa i kod S4 elementa samo računanje traje duže. S4 element je kompatibilan sa S4R i S3R elementima.

Na slici 10.a). je prikazan ljuskasti konačni element S4. Na slici 10.b). je prikazan broj i položaj točaka integracije S4 konačnog elementa dok je na slici 10.c). prikazan broj i položaj točaka integracije S4R konačnog elementa.



**Slika 10. S4 - ljuskasti konačni element: a) definicija čvorova, b) broj i položaj točaka integracije kod S4 elementa i c) broj i položaj točaka integracije kod S4R elementa [3]**

## 2. VERIFIKACIJA KONAČNIH ELEMENATA

Napravljena je provjera konačnih elemenata koji se koriste u programskom paketu Abaqus [2] za rješavanje problema čvrstoće na ploči ojačanoj sa I-profilima.

### 2.1. Izračunavanje progiba konzole

Verifikacija je napravljena u nekoliko koraka:

1. analitičko računanje progiba konzole gdje je kao poprečni presjek zadan I-10 profil,
2. provjera progiba I-10 profila korištenjem programskog paketa Abaqus i
3. provjera progiba na ploči ojačanoj sa T-profilom takvih dimenzija da odgovara I-10 profilu

#### 2.1.1. Analitičko računanje progiba konzole

Izračunata je vrijednost progiba konzole analitičkom metodom gdje je kao poprečni presjek zadan I-10 profil. Konzola je ukliještena sa lijeve strane i opterećena silom na desnom rubu.

Zadano:

$$l = 1000 \text{ mm}; \quad F = 450 \text{ N}; \quad E = 210000 \text{ MPa} \quad \text{i} \quad \nu = 0,3.$$

Tablica 1. Čelični I-profil (geometrijske značajke) [1]

|  | Oznaka   | Mjere    |          |          |          | Presjek               | Duljinska gustoća | Statičke veličine                       |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------------|-------------------|---|
|  | I-profil | $h$ , mm | $b$ , mm | $d$ , mm | $t$ , mm | $S$ , mm <sup>2</sup> | $\rho_1$ , kg/m   | $I_y$ , 10 <sup>4</sup> mm <sup>4</sup> |
|  | 10       | 100      | 50       | 4,5      | 6,8      | 1060                  | 8,32              | 171                                     |

Progib konzole  $w$  računat je iz slijedećeg izraza [1]:

$$w = \frac{F}{EI_y} \cdot \frac{l^3}{3} = \frac{450 \cdot 1000^3}{210000 \cdot 171 \cdot 10^4 \cdot 3} = 0,418 \text{ mm}$$

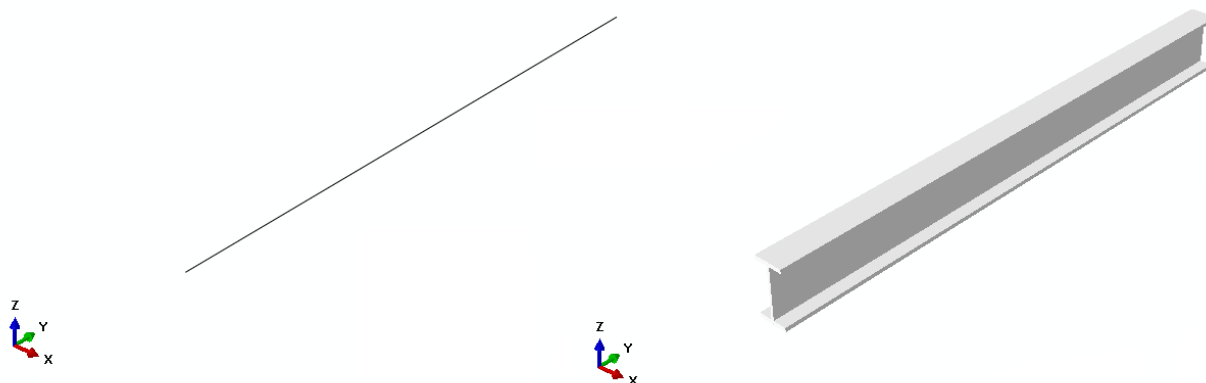
### 2.1.2. Numeričko određivanje progiba korištenjem Abaqusa

Vrijednost progiba izračunata je uz pomoć programskog paketa Abaqus [2]. Konzola je ukliještena sa lijeve strane i opterećene silom na desnom rubu, zadan je I-10 poprečni presjek.

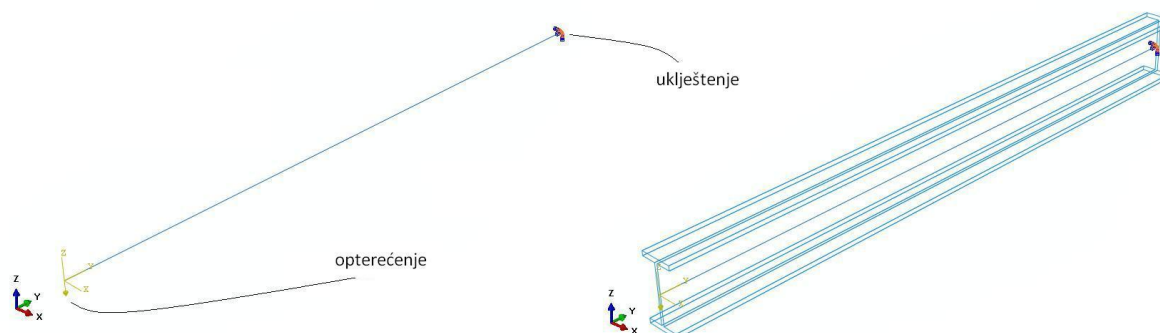
Zadano:

$$l = 1000 \text{ mm}; \quad F = 450 \text{ N}; \quad E = 210000 \text{ MPa} \quad \text{i} \quad \nu = 0,3.$$

Na slici 11. je prikazana geometrija zadana u Abaqus-u, a na slici 12. su prikazani rubni uvjeti i opterećenje koje djeluje na konzolu.

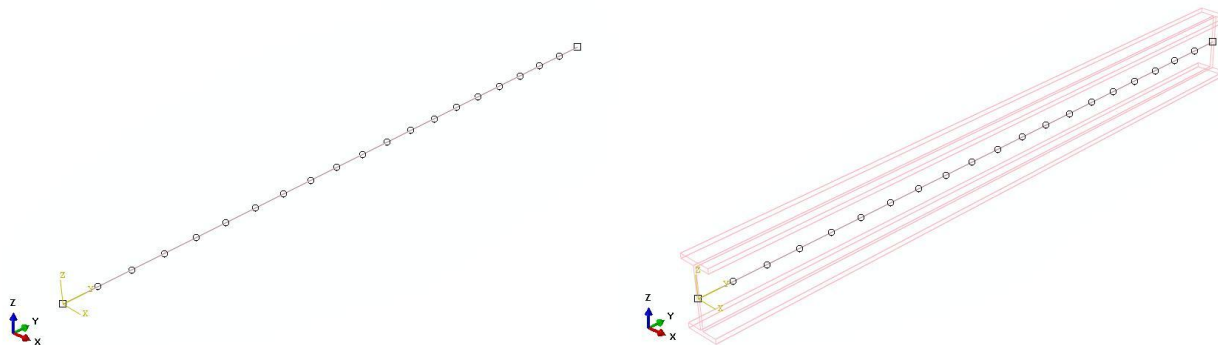


Slika 11. Prikaz geometrije (gredni element i 3D prikaz I-profila)



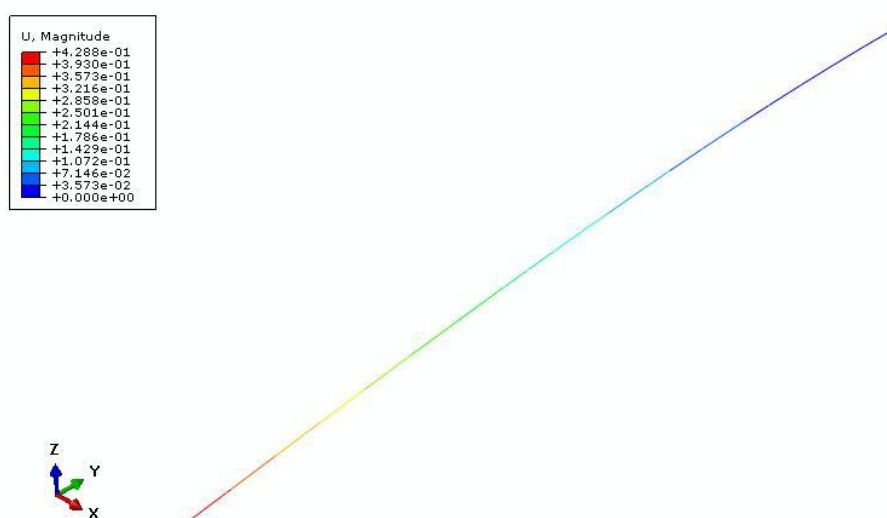
Slika 12. Rubni uvjeti i opterećenje

Slika 13. prikazuje mrežu konačnih elemenata. U ovom primjeru je napravljena analiza sa mrežama konačnih elemenata različitih gustoća (broj elemenata: 2, 3, 5, 10, 20 i 40). Prikazana je mreža od 20 konačnih elemenata.



Slika 13. Prikaz mreže konačnih elemenata (20 elemenata)

Na slici 14. je prikazan deformirani oblik konzole. Najveći progib iznosi 0,429 mm.



Slika 14. Deformirani oblik konzole

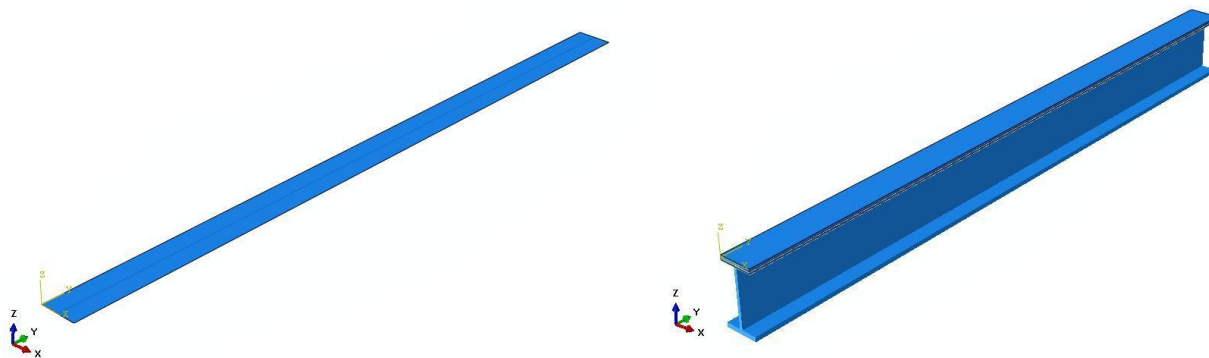
### 2.1.3. Numeričko određivanje progiba na ploči ojačanoj sa T-profilom

Napravljena je analiza progiba ploče ojačane T-profilom tako da zajedno čine I-profil dimenzijama isti kao standardni I-10 profil. Konzola je ukliještena sa lijeve strane i opterećena silom na desnom rubu.

Zadano:

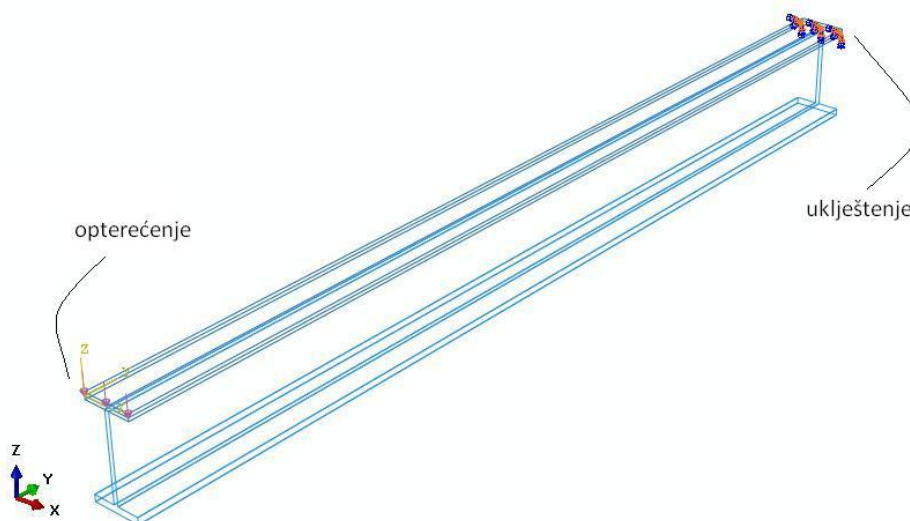
$$l = 1000 \text{ mm}; \quad F = 450 \text{ N}; \quad E = 210000 \text{ MPa} \quad \text{i} \quad \nu = 0,3.$$

Model je sastavljen od ploče i grednog elementa koji su međusobno povezani opcijom *Tie Constraint*. *Tie Constraint* je opcija iz programskog paketa Abaqus kojom povezujemo stupnjeve slobode između konačnih elemenata, u ovom slučaju, grednih i ljuskastih konačnih elemenata. Geometrija modela je prikazana na slici 15.



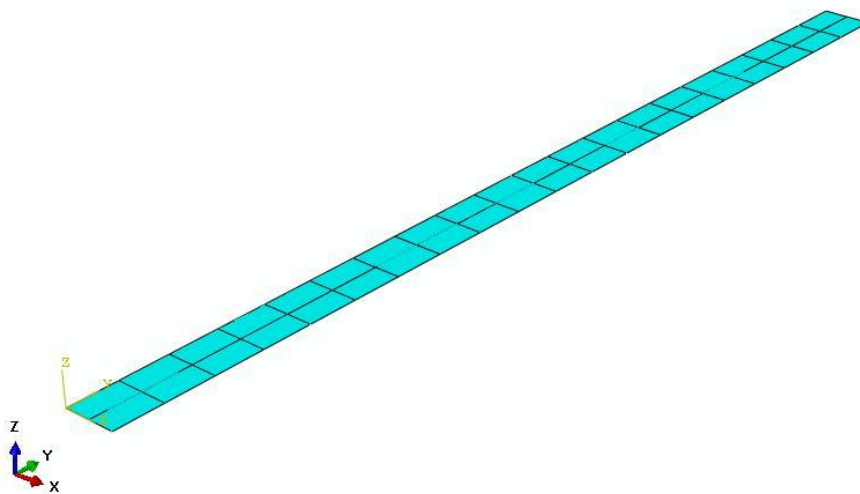
Slika 15. Prikaz geometrije (ploča i gredni element i 3D prikaz modela)

Na slici 16. su prikazani rubni uvjet i opterećenje koje djeluje na konzolu.



Slika 16. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja

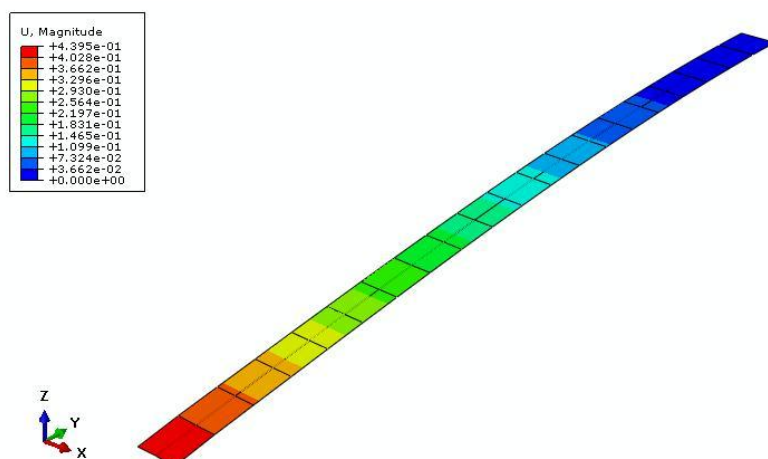
Slika 17. prikazuje mrežu konačnih elemenata. U zadatku je napravljena analiza sa mrežama konačnih elemenata različitih gustoća (broj elemenata po duljini: 2, 3, 5, 10, 20 i 40). Ovdje konkretno je prikazana samo jedna od analiziranih mreža.



Slika 17. Prikaz mreže konačnih elemenata (20 elemenata)



Na slici 18. je prikazan deformirani oblik konzole. Najveći progib iznosi 0,439 mm.



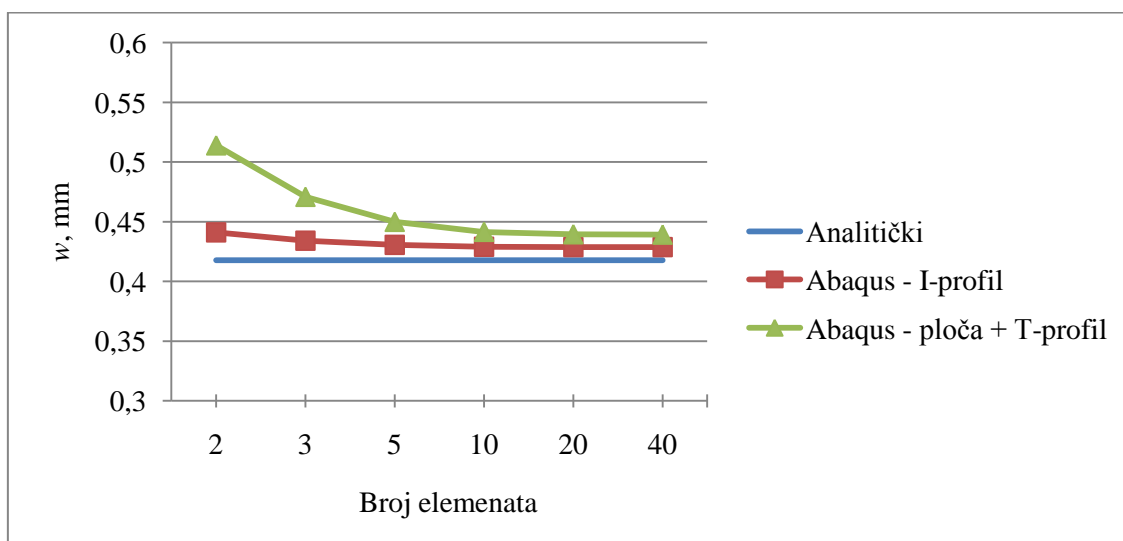
Slika 18. Deformirani oblik konzole

Rezultati dobiveni analitički te korištenjem programskog paketa Abaqus prikazani su tablicom 2. i dijagramom na slici 19.

Tablica 2. Rezultati dobiveni analitički te korištenjem programskog paketa Abaqus

| Broj elemenata po duljini | Analitičko rješenje, mm | Abaqus - I-profil, mm | Abaqus - ploča + T-profil, mm | Greška, % (prvi i treći slučaj) |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 2                         | 0,4177                  | 0,4411                | 0,5141                        | 18,76                           |
| 3                         |                         | 0,4342                | 0,4709                        | 11,3                            |
| 5                         |                         | 0,4306                | 0,4499                        | 7,16                            |
| 10                        |                         | 0,4291                | 0,4415                        | 5,4                             |
| 20                        |                         | 0,4288                | 0,4395                        | 4,96                            |
| 40                        |                         | 0,4287                | 0,4392                        | 4,9                             |

Sa dijagrama na slici 19. može se vidjeti da rezultati konvergiraju već kod mreže sa 10 grednih konačnih elemenata, a u slučaju računanja progiba ploče sa T-profilom kod mreže sa 10 grednih 10x2 ljuskastih konačnih elemenata.



Slika 19. Usporedni prikaz rezultata

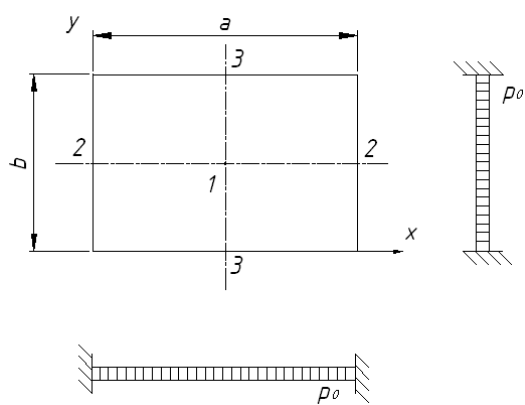
## 2.2. Numeričko određivanje progiba ploče

Napravljena je usporedba rezultata (progiba) ploče ojačane s I-profilom dobivenih korištenjem programskog paketa Abaqus [2] te rezultat preuzetih računanjem iz programskog paketa MSC FEA (Nastran) [4].

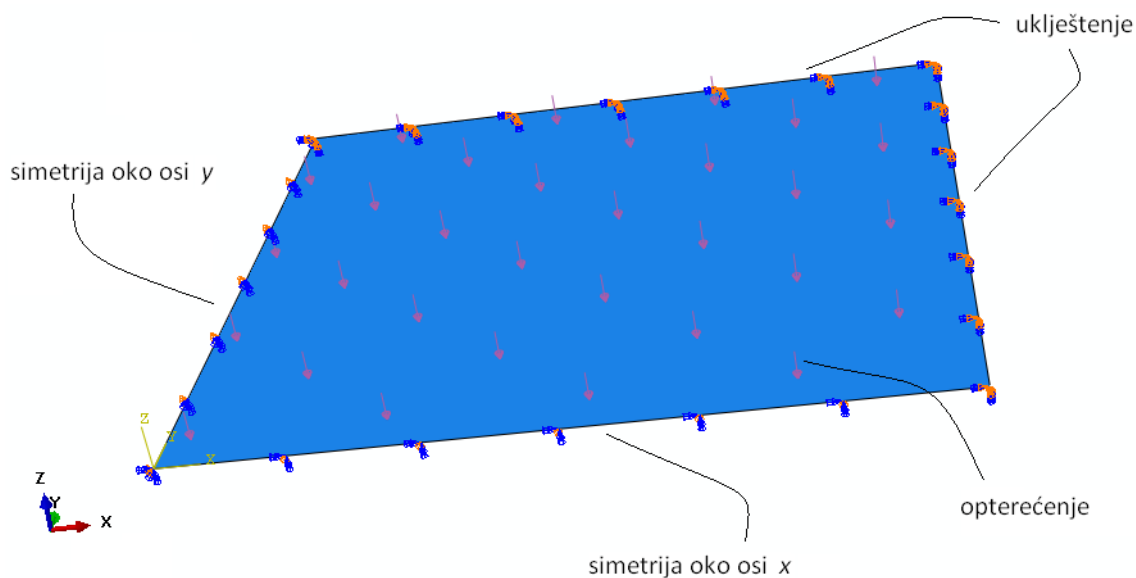
### 2.2.1. Progib ploče

Ploča kvadratnog oblika, duljine stranica 1000 mm, ukliještena je i opterećena konstantnim opterećenjem od 0,102 MPa. Za ploču je izračunato analitičko rješenje dobiveno pomoću izraza navedenog u tablici 3. i iznosi  $w = 2$  mm.

Tablica 3. Pomoci za pravokutne ploče s ukliještenim rubovima opterećenim konstantnim površinskim opterećenjem [5]

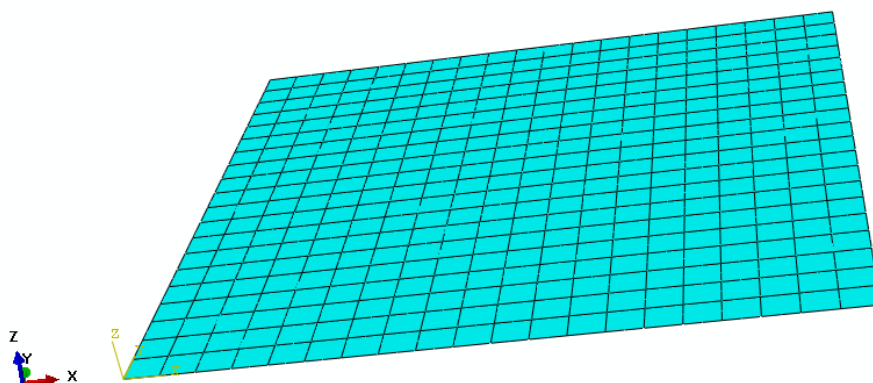
|             |  |       |                              |
|-------------|--|-------|------------------------------|
| $\nu = 0,3$ |  | $a/b$ | $w_1 / \frac{p_0 a^4}{Eh^3}$ |
|             |  | 1,00  | -0,0139                      |
|             |  | 1,10  | -0,0113                      |
|             |  | 1,20  | -0,0091                      |

Ploča je dvostruko simetrična te radi smanjenja samog proračunskog modela modelira se samo četvrtina ploče. Geometrija ploče sa rubnim uvjetima i zadanim opterećenjem je prikazana na slici 20.



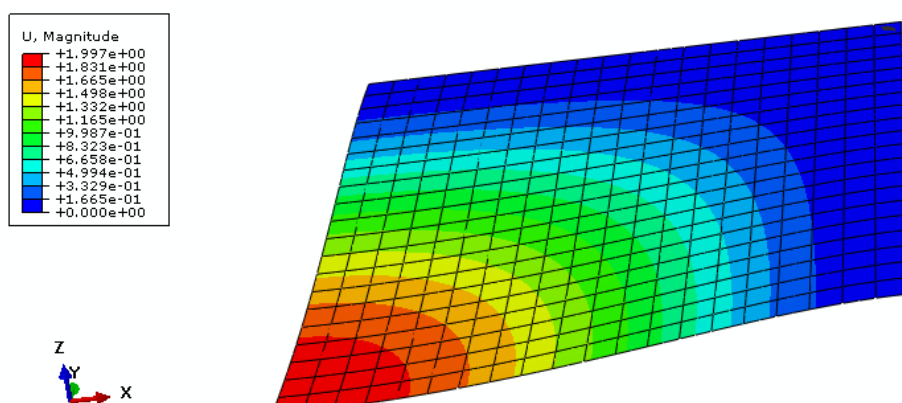
Slika 20. Rubni uvjeti i opterećenje na 1/4 ploče

Slika 21. prikazuje mrežu konačnih elemenata (mreža je gustoće 24x24 elemenata).



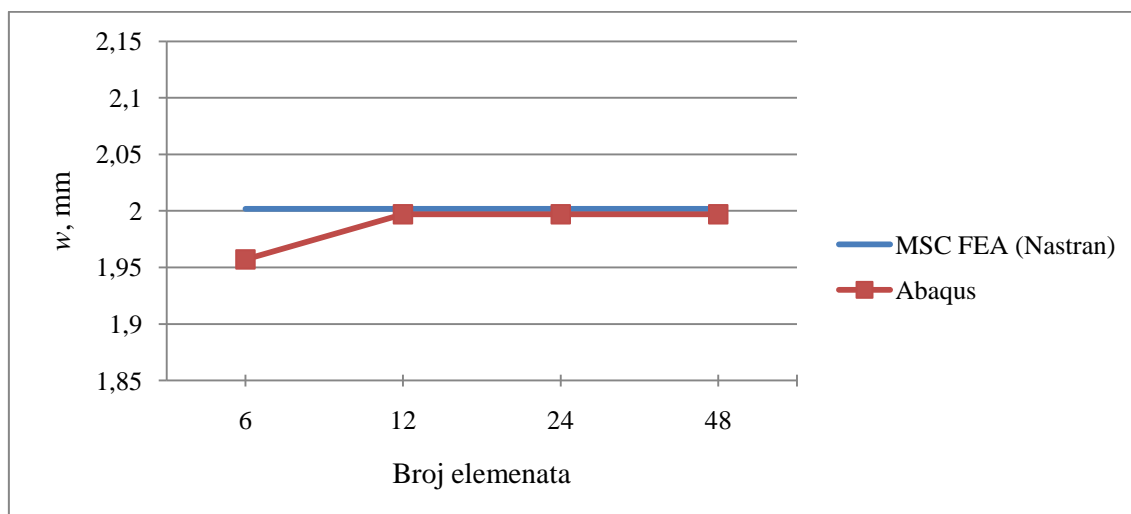
Slika 21. Prikaz mreže konačnih elemenata na 1/4 ploče

Na slici 22. je prikazan dobiveni progib na 1/4 ploče. Najveći progib iznosi 1,997 mm.



Slika 22. Deformirani oblik 1/4 ploče

Na slici 23. prikazana je usporedba rezultata (progiba) dobivenih programskim paketom Abaqus [2] i programskim paketom MSC FEA (Nastran) [4]. Rješenje (progib) dobiveno MSC FEA (Nastranom) za jednu gustoću mreže iznosi:  $w = 2,002$  mm .

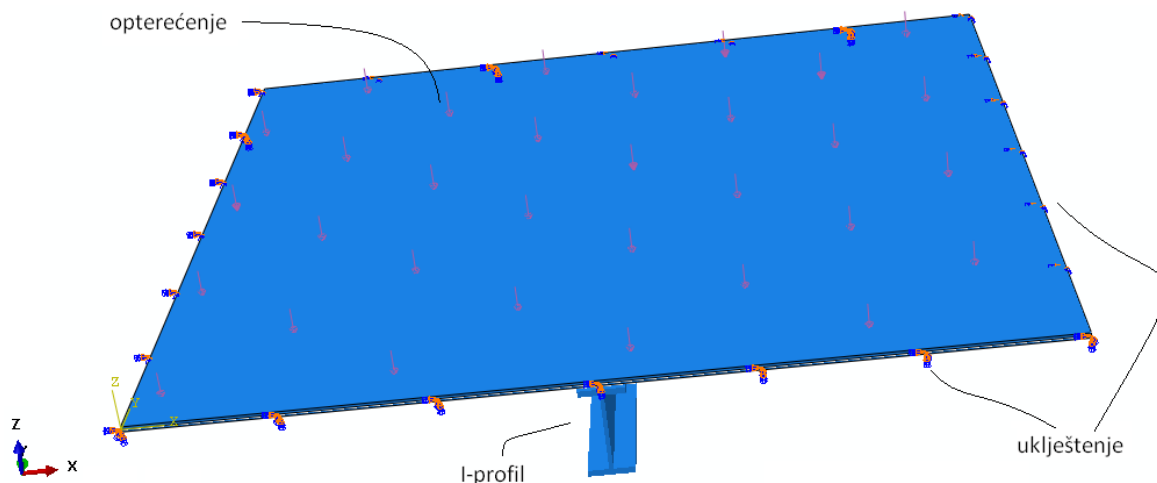


Slika 23. Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus

Iz dijagrama se vidi da je već kod mreže gustoće 12x12 rješenje konvergiralo te da nije potrebno dodatno progušćivanje mreže konačnih elemenata.

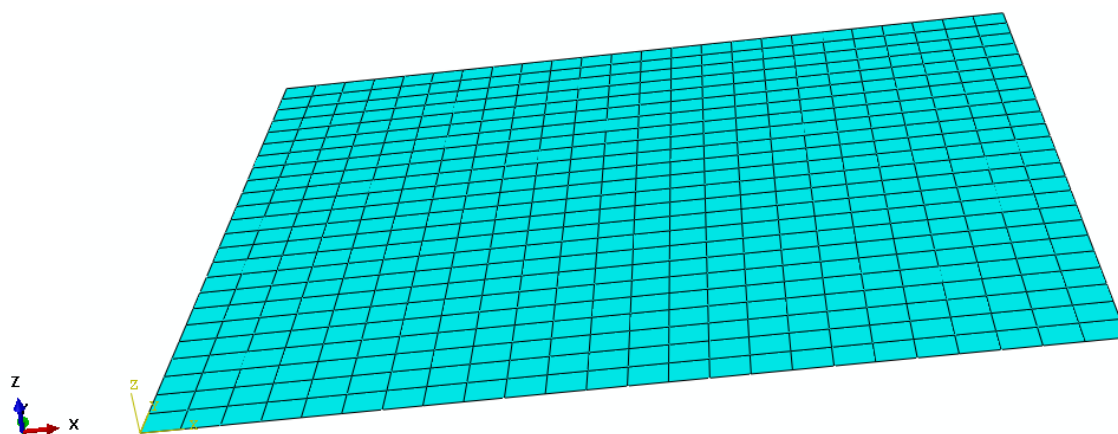
### 2.2.2. Progib ploče ojačane s I-profilom

Ploča kvadratnog oblika, duljine stranica 1000 mm, je ukliještena, na sredini ojačana I-profilom i opterećena konstantnim opterećenjem od 0,102 MPa. Geometrija ploče sa rubnim uvjetima i zadanim opterećenjem je prikazana na slici 24.



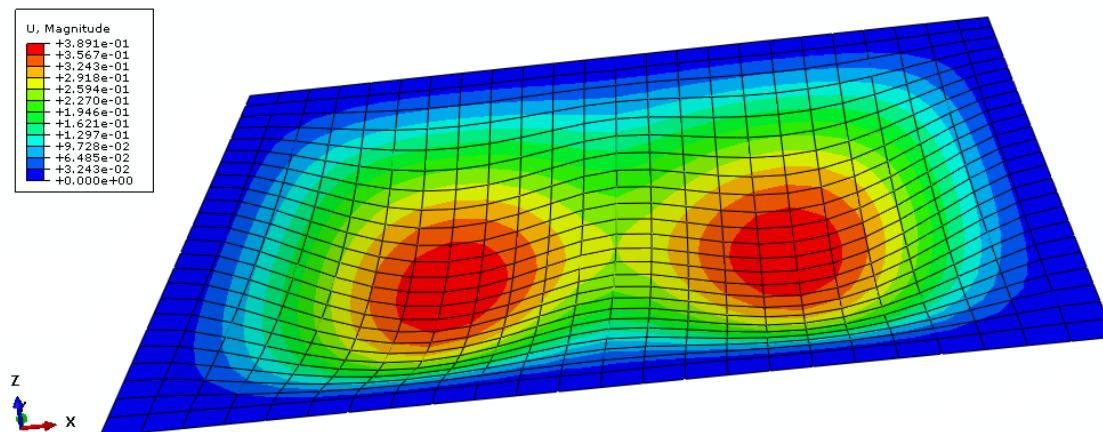
Slika 24. Rubni uvjeti i opterećenje

Na slici 25. je prikazana mreža konačnih elemenata (24x24 elemenata). Analiza je provedena sa nekoliko različitih gustoća mreže konačnih elemenata (3x3, 6x6, 12x12, 24x24 i 48x48 konačnih elemenata).



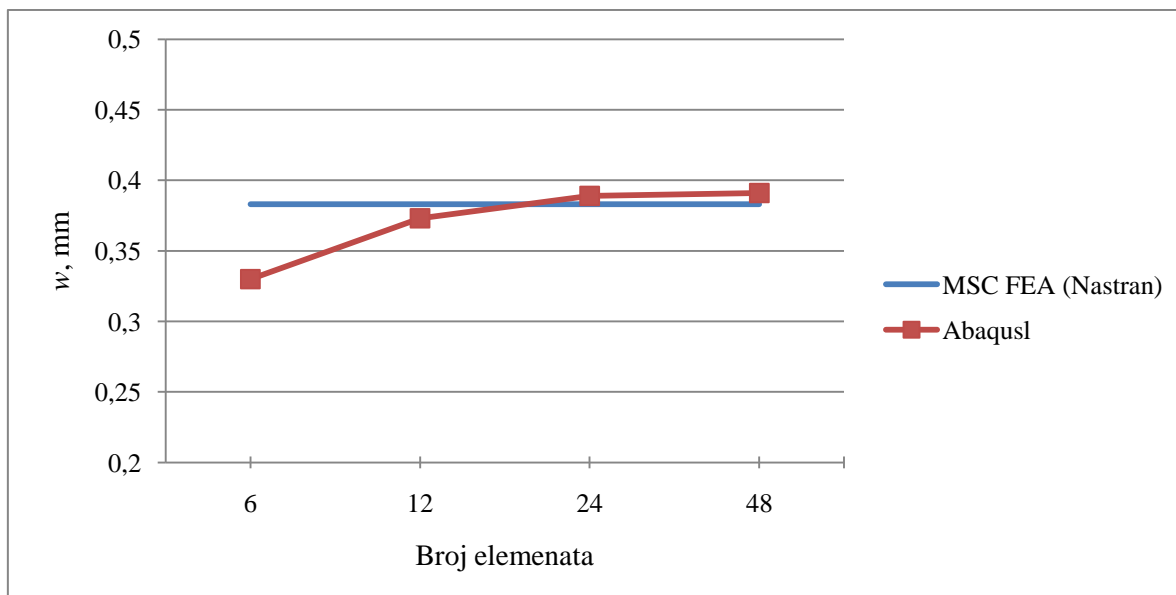
Slika 25. Prikaz mreže konačnih elemenata

Na slici 26. je prikazan deformirani oblik ploče. Najveći progib nalazi se na 2 mjesta simetrično u odnosu na I-profil s kojim je ojačana ploča te iznosi 0,389 mm.



Slika 26. Deformirani oblik ploče

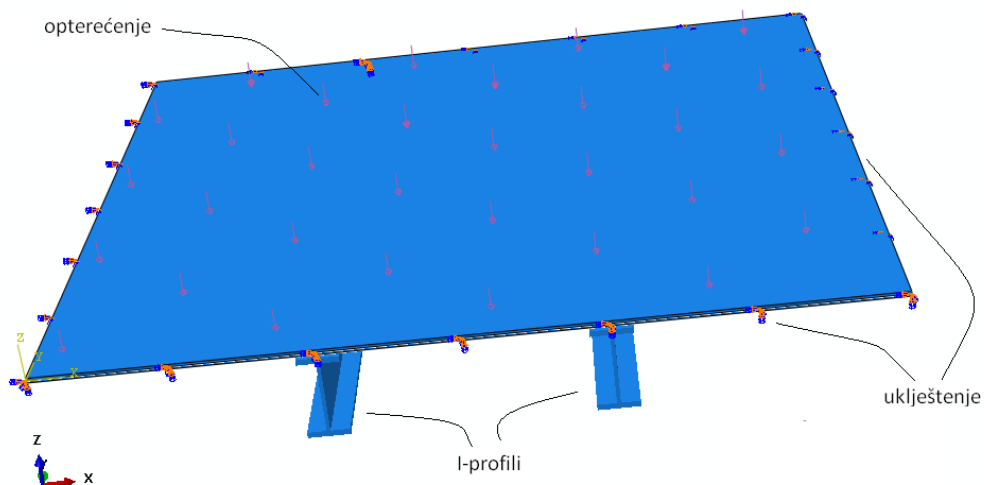
Na slici 27. je prikazana usporedba rezultata (progiba) dobivenih programskim paketom Abaqus [2] i programskim paketom MSC FEA (Nastran) [4]. Rješenje (progib) dobiveno MSC FEA (Nastranom) za jednu gustoću mreže iznosi:  $w = 0,383$  mm .



Slika 27. Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus

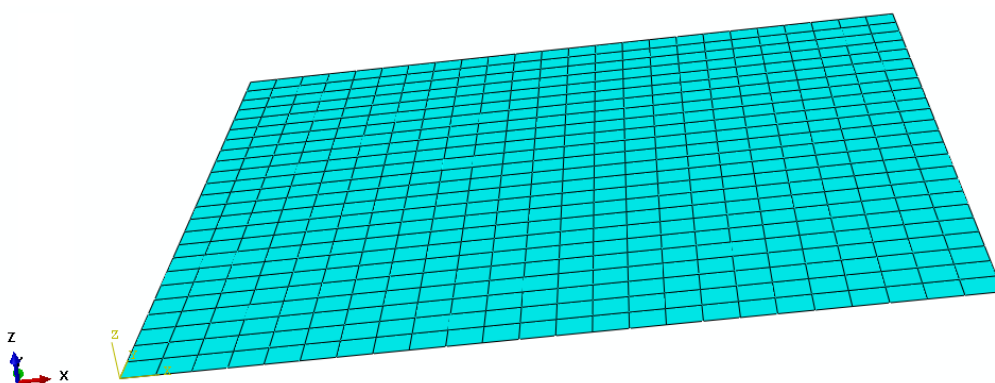
### 2.2.3. Progib ploče ojačane s 2 I-profila

Ploča kvadratnog oblika, duljine stranica 1000 mm, ukliještena je i ojačana sa 2 I-profila te opterećena konstantnim opterećenjem od 0,102 MPa. Geometrija ploče sa rubnim uvjetima i zadanim opterećenjem je prikazana na slici 28.



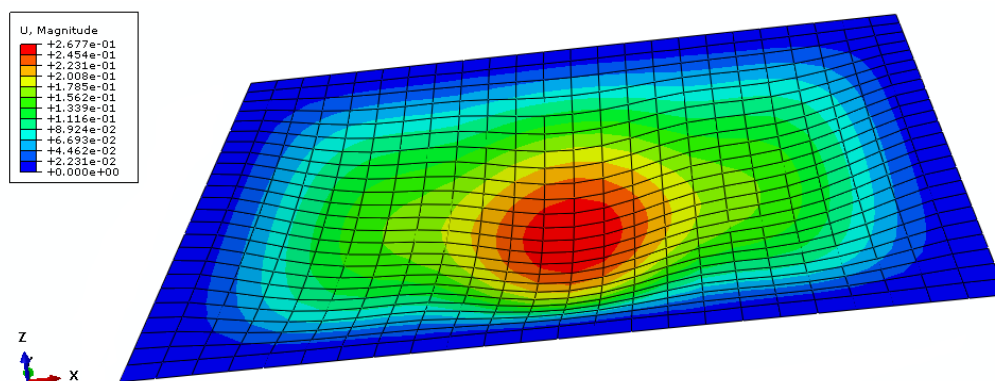
Slika 28. Rubni uvjeti i opterećenje

Na slici 29. prikazana je mreža konačnih elemenata (24x24 elemenata). Analiza je provedena sa nekoliko različitih gustoća mreže konačnih elemenata (3x3, 6x6, 12x12, 24x24 i 48x48 elemenata).



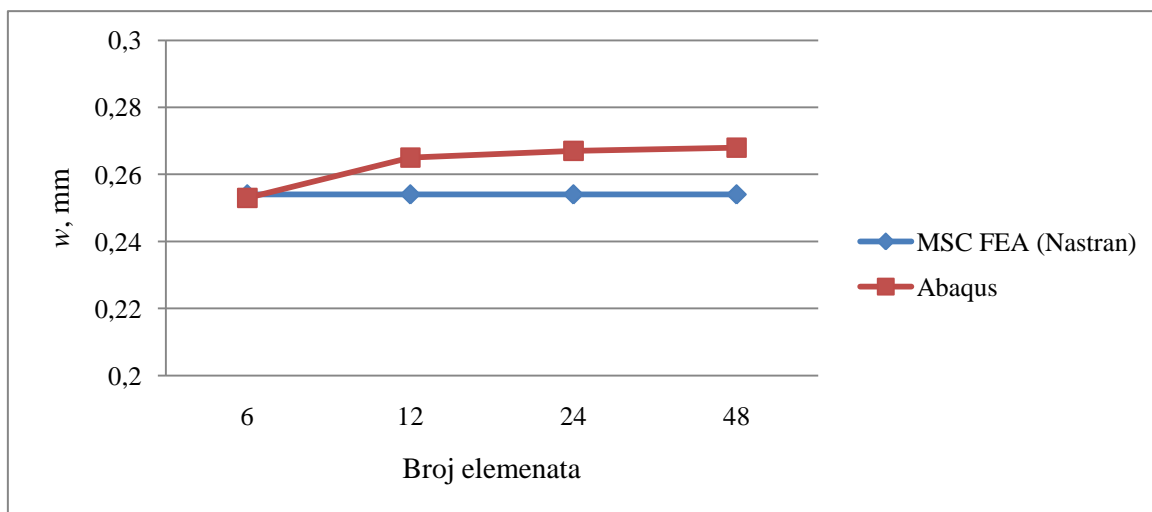
Slika 29. Prikaz mreže konačnih elemenata

Na slici 30. prikazan je progib ploče. Najveći progib nalazi se na sredini ploče, između 2 I-profila s kojima je ojačana ploča te progib iznosi 0,267 mm.



Slika 30. Deformirani oblik ploče

Na slici 31. je prikazana usporedba rezultata (progiba) dobivenih programskim paketom Abaqus [2] i programskim paketom MSC FEA (Nastran) [4]. Rješenje (progib) dobiveno MSC FEA (Nastranom) za jednu gustoću mreže iznosi:  $w = 0,254 \text{ mm}$ .



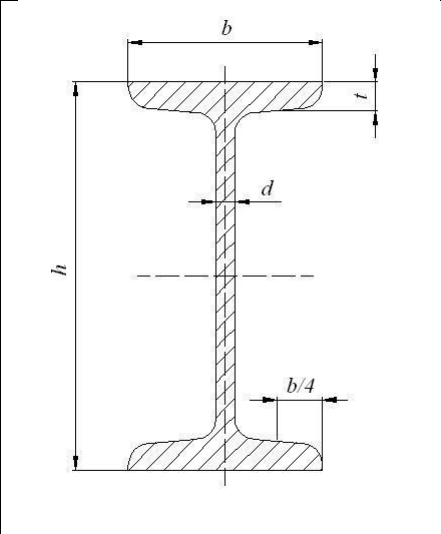
**Slika 31. Usporedba rezultata MSC FEA (Nastran) i Abaqus**

U ovim primjerima vidi se da rezultat (progib) konvergira kod mreže konačnih elemenata 12x12, tako da je odabrano da će se za daljnju analizu spremnika koristiti ta gustoća mreže.

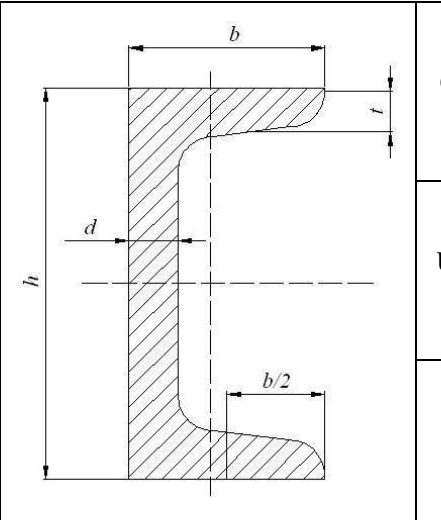
### 3. ANALIZA SPREMNIKA

Napravljena je analiza spremnika sastavljenog od ploča ojačanih I-profilima. S obzirom da je spremnik simetričan u odnosu na uzdužnu os, a pretpostavlja se simetrično opterećenje, analiza je provedena na jednoj polovici spremnika. Čelične ploče korištene za modeliranje spremnika su debljina 5, 6, 10 i 15 mm, a za ojačanje spremnika korišteni su slijedeći profili: I-10, I-20, I-30, I-40 i U-20. Karakteristike profila dane su tablicama 4. i 5.

Tablica 4. Čelični I-profil ( geometrijske značajke) [1]

|  | Oznaka   | Mjere    |          |          |          | Presjek               | Duljinska gustoća |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------------|-------------------|
|  | I-profil | $h$ , mm | $b$ , mm | $d$ , mm | $t$ , mm | $S$ , mm <sup>2</sup> | $\rho_l$ , kg/m   |
|  | 10       | 100      | 50       | 4,5      | 6,8      | 1060                  | 8,32              |
|  | 20       | 200      | 90       | 7,5      | 11,3     | 3350                  | 26,3              |
|  | 30       | 300      | 125      | 10,8     | 16,2     | 6910                  | 54,2              |
|  | 40       | 400      | 155      | 14,4     | 21,6     | 11800                 | 92,6              |

Tablica 5. Čelični U-profil ( geometrijske značajke) [1]

|  | Oznaka   | Mjere    |          |          |          | Presjek               | Duljinska gustoća |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|-----------------------|-------------------|
|   | U-profil | $h$ , mm | $b$ , mm | $d$ , mm | $t$ , mm | $S$ , mm <sup>2</sup> | $\rho_l$ , kg/m   |
|   | 20       | 200      | 75       | 8,5      | 11,5     | 3220                  | 25,3              |



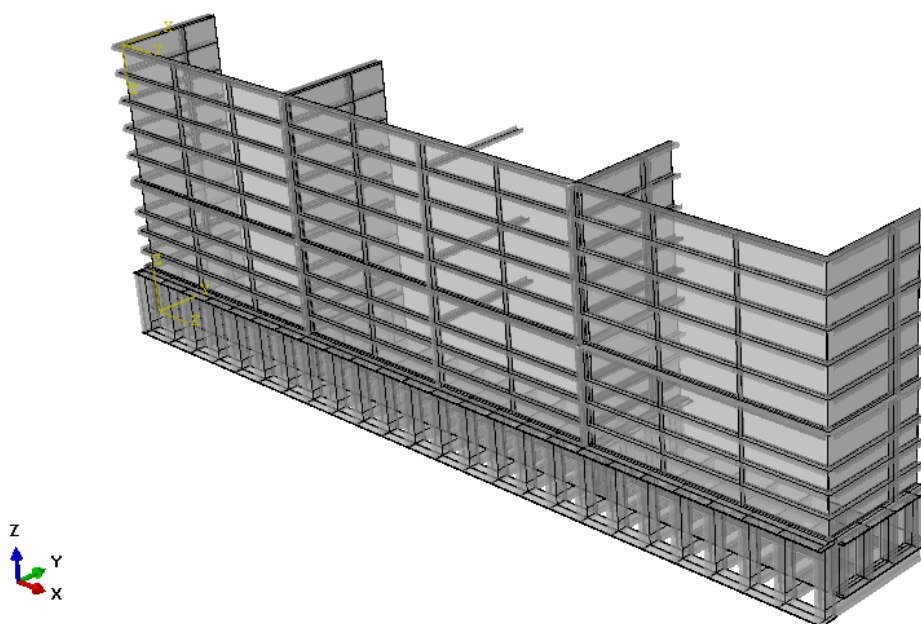
Rezultati analize čvrstoće zadane konstrukcije su napravljeni za četiri varijante ojačanja spremnika, od kojih je svaka varijanta napravljena za slijedeća četiri slučaja opterećenja:

1. puno opterećenje spremnika,
2. opterećenje ispunjenim desnim košom,
3. opterećenje ispunjenim srednjim košom i
4. opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom.

### 3.1. Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima

Spremnik je napravljen tako da je donja ploča ojačana kombinacijom I-20 i I-40 profila. Prednje i bočne stranice A-dijela spremnika su ojačane I-30 i I-40 profilima, dok su prednje i bočne stranice B i C-dijela spremnika ojačane kombinacijom I-10, I-20 i U-20 profila. Spremnik je podijeljen unutarnjim pločama na 3 koša, od kojih su krajnji lijevi i desni koš istih dimenzija dok je srednji dio spremnika veći. Na pregradnim pločama ojačanja su postavljena tako da se nalaze s unutarnje strane lijevog i desnog koša spremnika.

Na slici 32. prikazan je proračunski model spremnika. Kao što je ranije rečeno, provedena je analiza za četiri slučaja opterećenja spremnika.

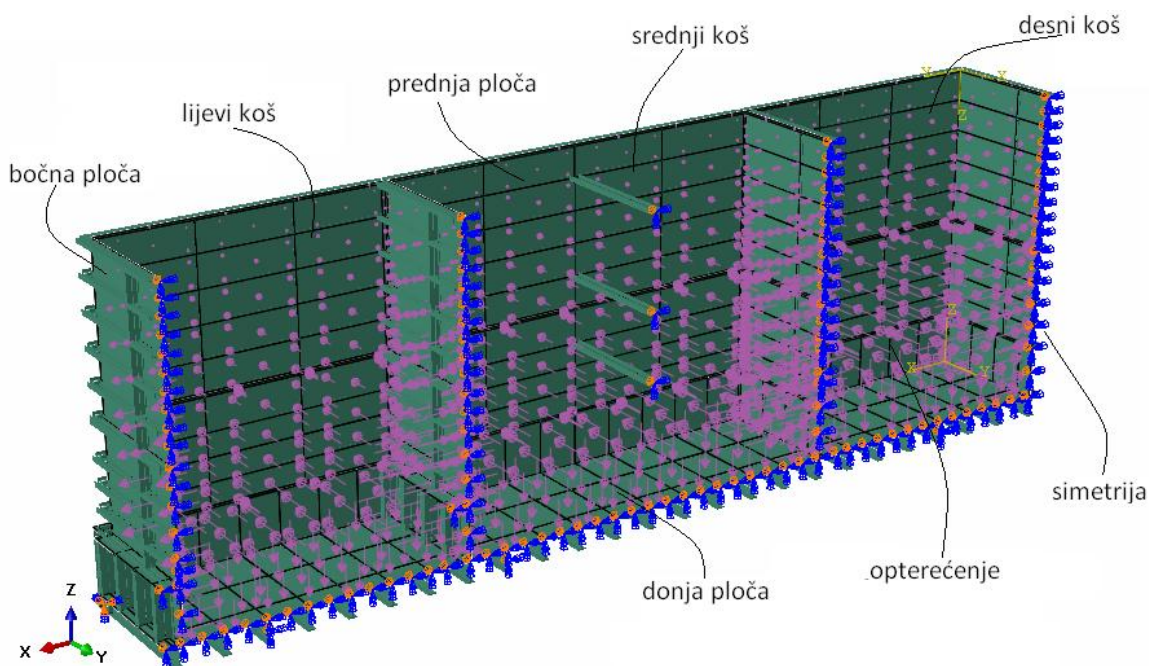


Slika 32. Prikaz modela spremnika

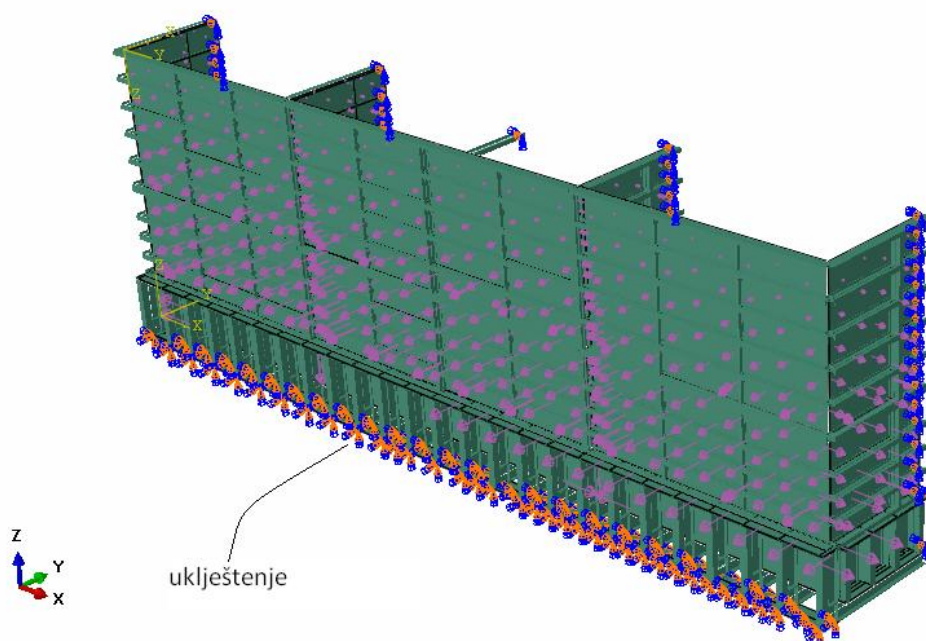
#### 3.1.1. Puno opterećenje spremnika

Na slici 33. je prikazano opterećenje koje djeluje na spremnik i rubni uvjet simetrije. Na donju ploču djeluje konstantno opterećenje iznosa 0,102 MPa dok na bočne stranice djeluje

opterećenje zadano izrazom  $p = \gamma \cdot h \cdot \text{tg}^2(45 - \varphi/2)$ , gdje je  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ ,  $\varphi = 30^\circ$ , gdje  $h$  predstavlja visinu spremnika. Na slici 34. prikazano je uklještenje konstrukcije. Konstrukcija je uklještena na donjem limu koji povezuje bočne I-40 profile A-dijela spremnika.

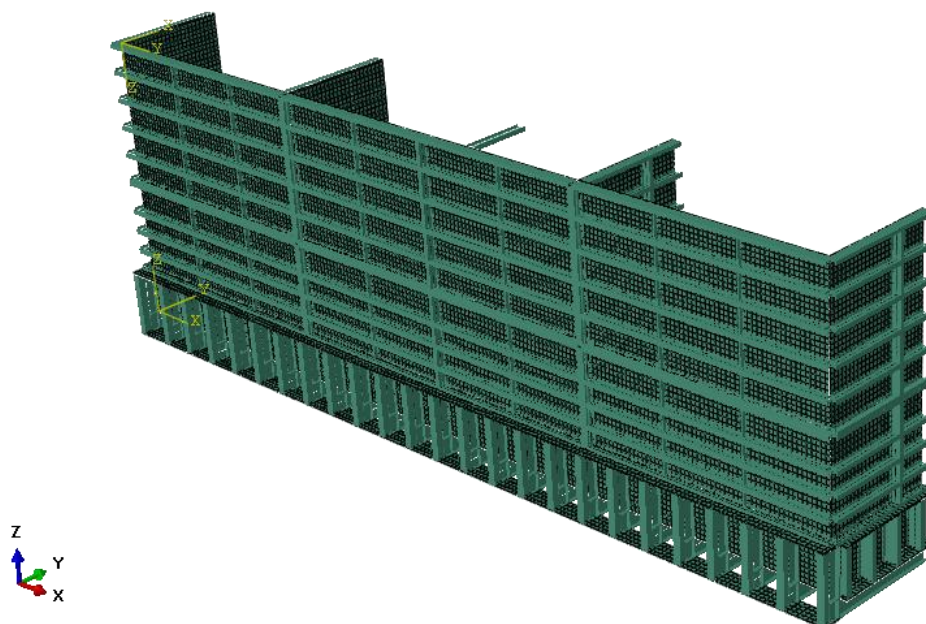


Slika 33. Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika



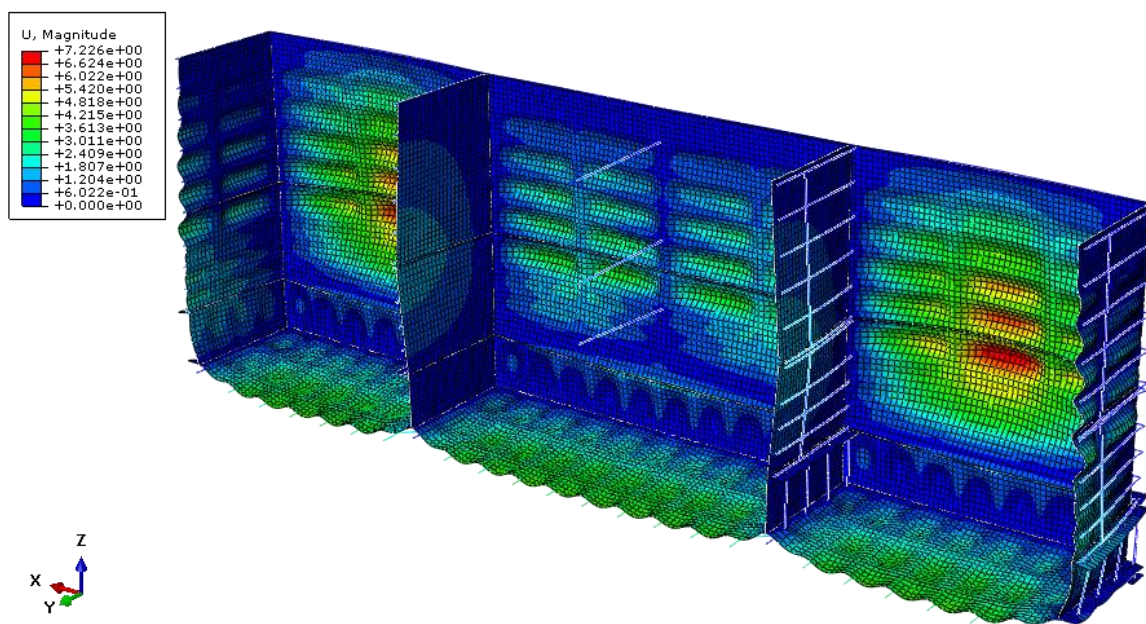
Slika 34. Prikaz rubnog uvjeta uklještenja

Na slici 35. je prikazana mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran spremnik. Analiza čvrstoće spremnika je provedena samo na ovoj mreži, jer se pri verifikaciji elemenata odredila potrebna gustoća mreže.



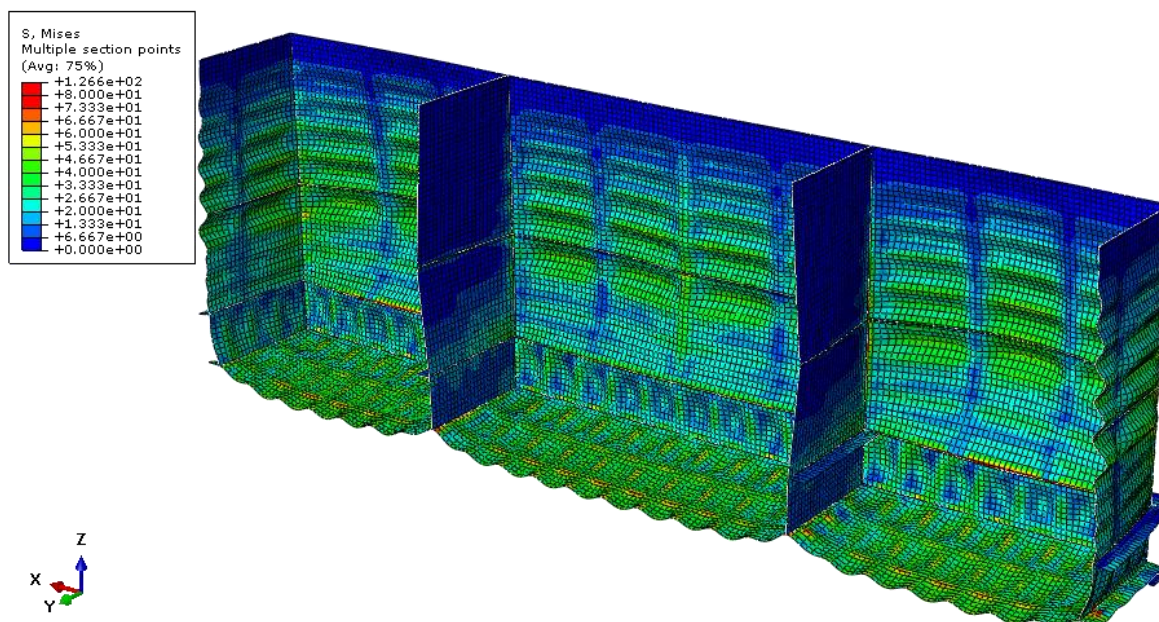
Slika 35. Mreža konačnih elemenata

Slika 36. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Sa slike vidimo da se najveći pomak nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči i iznosi 7,23 mm. Na donjoj ploči najveći pomak iznosi 4,15 mm.



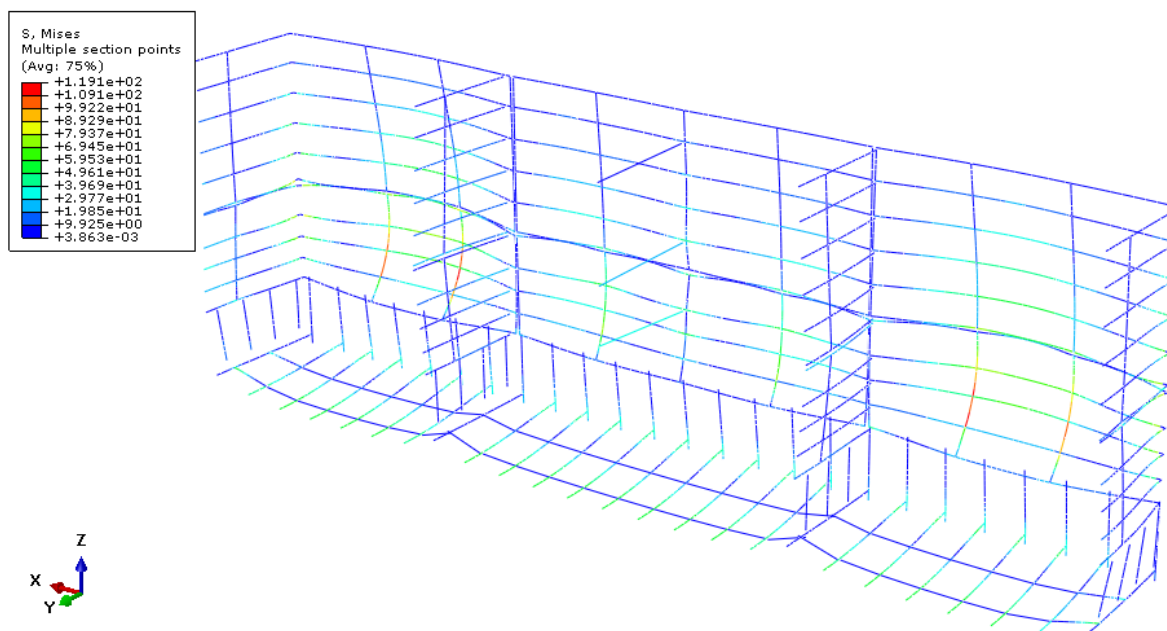
Slika 36. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Slika 37. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama, dok je na slici 38. prikazana raspodjela naprezanja samo na grednim elementima (čeličnim profilima). Na slici 37. najveće naprezanje iznosi 126 MPa i javlja se na donjoj ploči spremnika.



Slika 37. Raspodjela napreznja na pločama

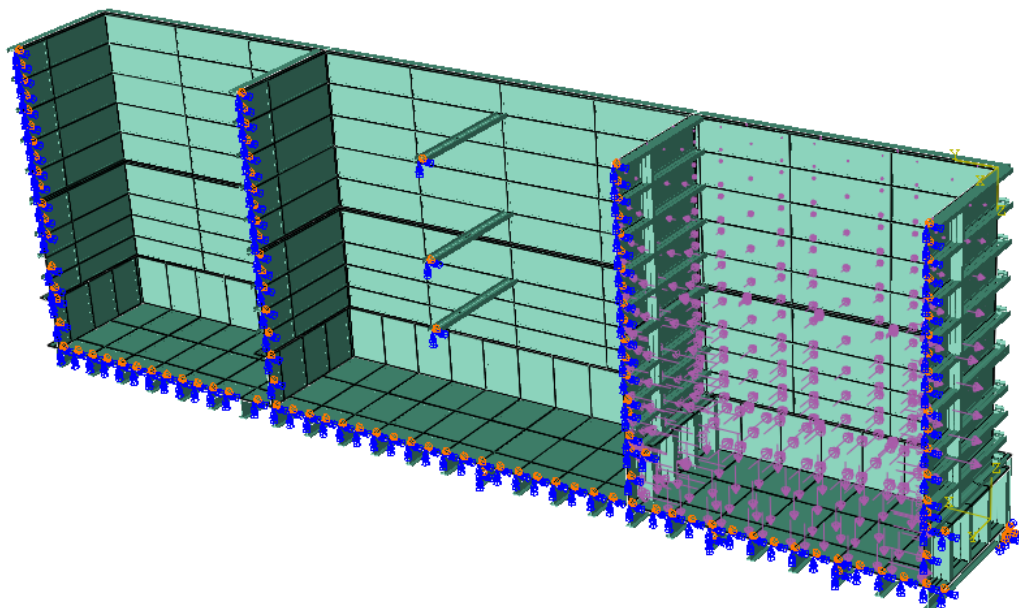
Najveće napreznje na grednim elementima (slika 38.) se također javlja na mjestima gdje dolazi do najvećeg pomaka i to napreznje iznosi 119 MPa.



Slika 38. Raspodjela napreznje na grednim elementima

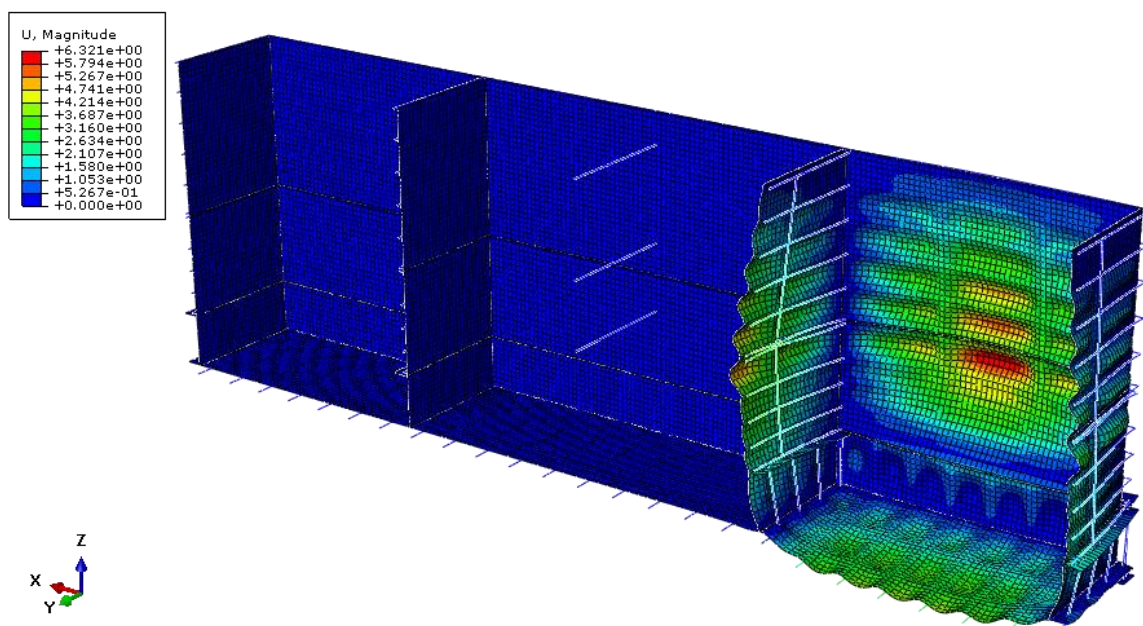
### 3.1.2. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Analiza čvrstoće konstrukcije je provedena na spremniku kojem je desni koš ispunjen šljunkom, a ostala dva koša su prazna. Slika 39. prikazuje opterećenje spremnika.



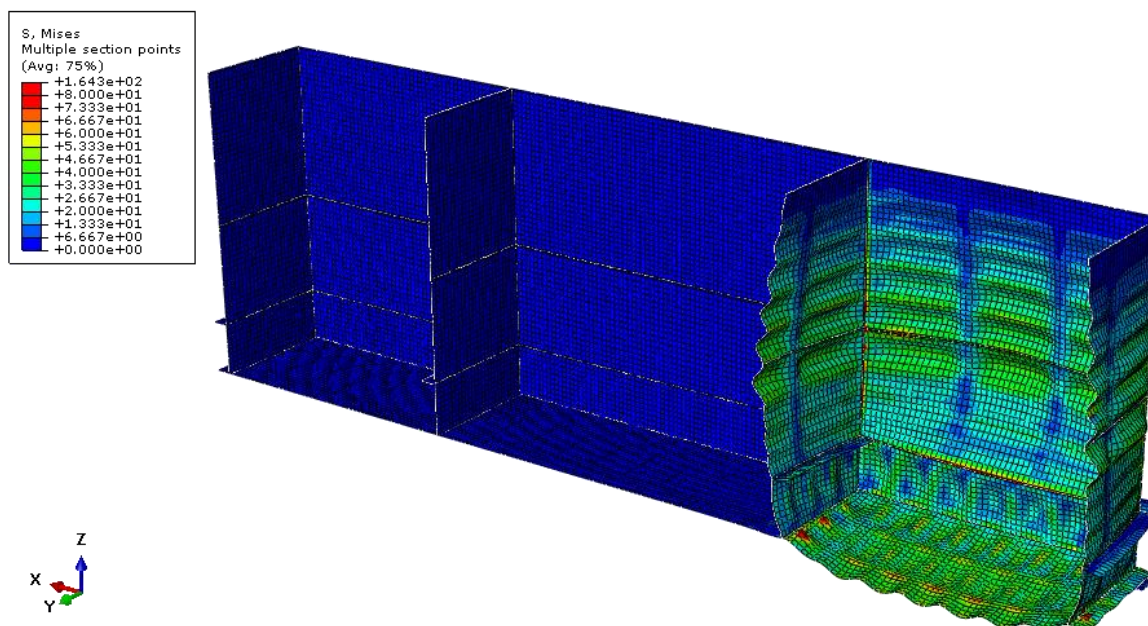
Slika 39. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Na slici 40. je prikazan deformirani oblik konstrukcije pri zadanom opterećenju prikazanom na slici 39. U ovom slučaju najveći pomak se nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči i iznosi 6,32 mm, dok je na donjoj ploči najveći pomak 4,12 mm.



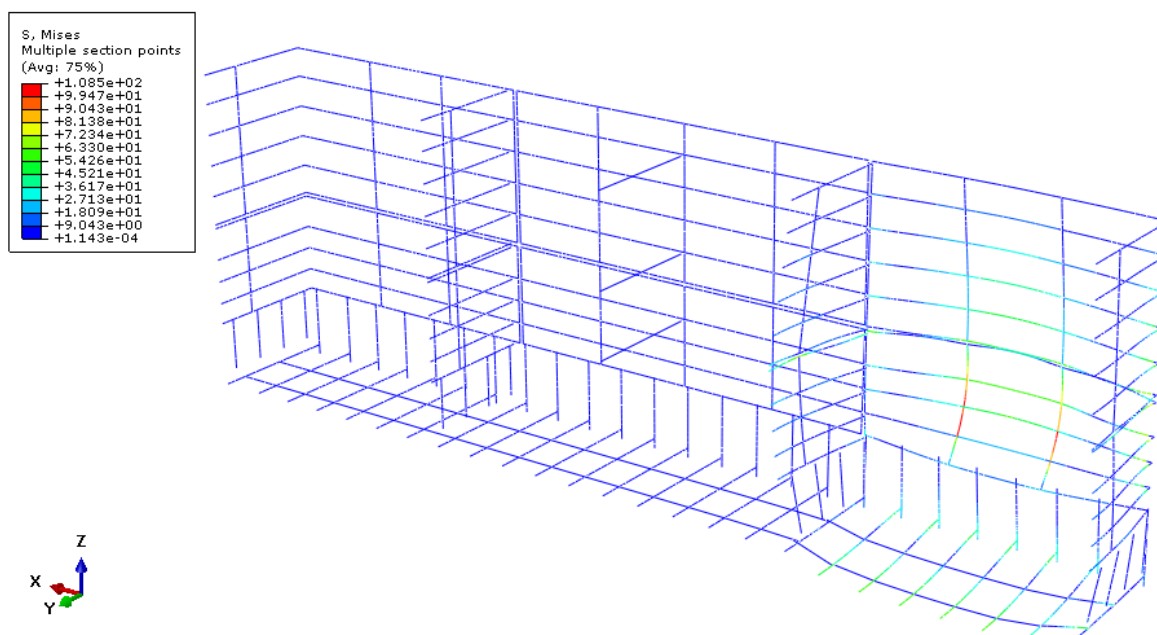
Slika 40. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Slika 41. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama, a najveće naprezanje se javlja na prednjoj ploči i iznosi 164 MPa.



Slika 41. Raspodjela naprezanja na pločama

Na slici 42. prikazana je raspodjela naprezanja na grednim elementima (čeličnim profilima), a najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka te ono iznosi 109 MPa.

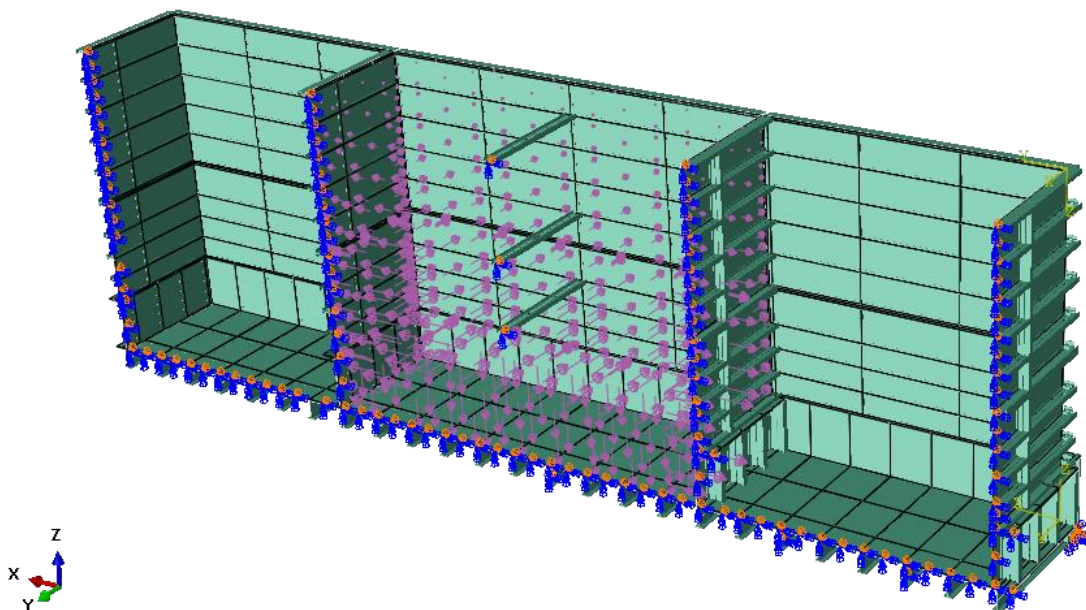


Slika 42. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

### 3.1.3. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

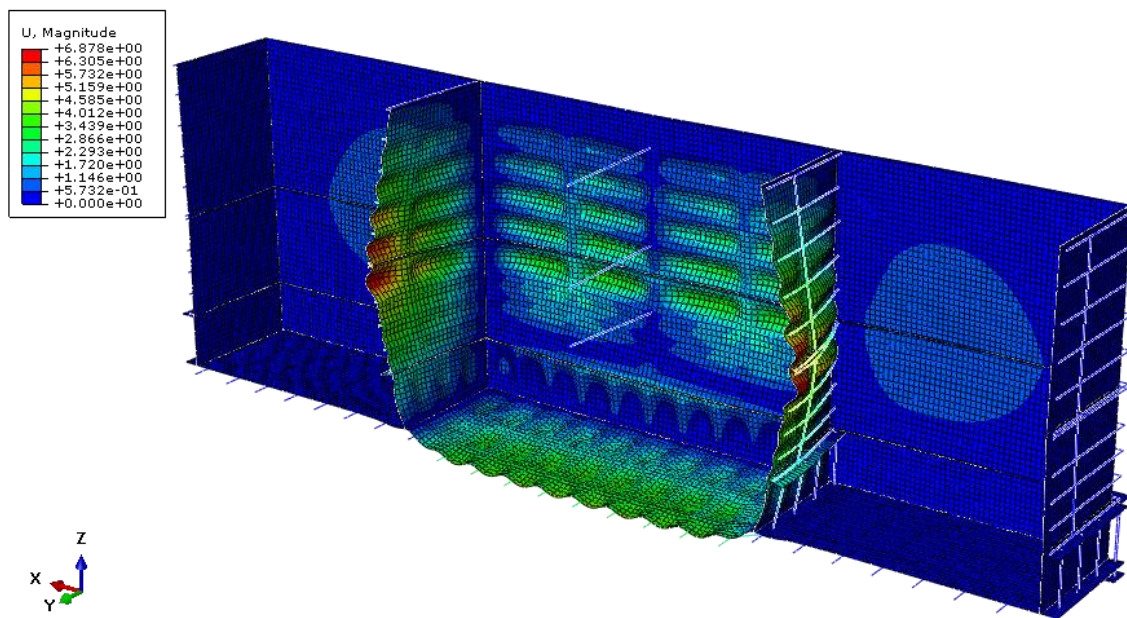
Nad spremnikom je provedena analiza čvrstoće konstrukcije, pri čemu je srednji koš spremnika ispunjen šljunkom, dok su lijevi i desni koš prazni.

Na slici 43. je prikazano opterećenje spremnika.



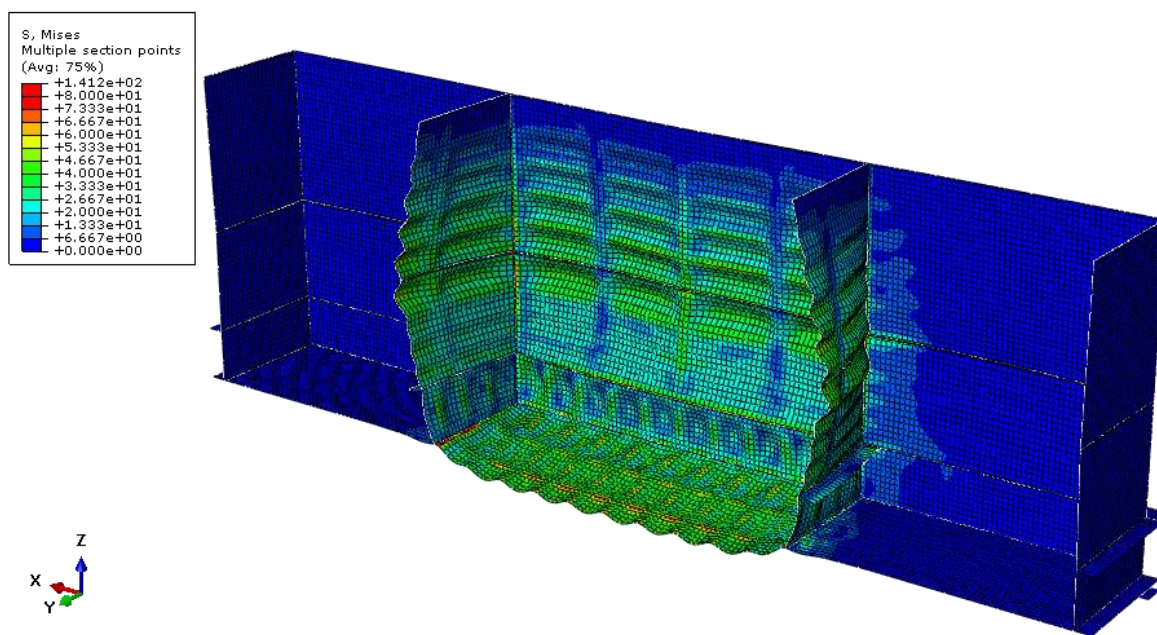
Slika 43. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Slika 44. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Najveći pomaci pod ovim opterećenjem se nalaze na bočnim, vertikalnim pločama i iznose 6,88 mm. Na donjoj ploči najveći pomak iznosi 4,2 mm.



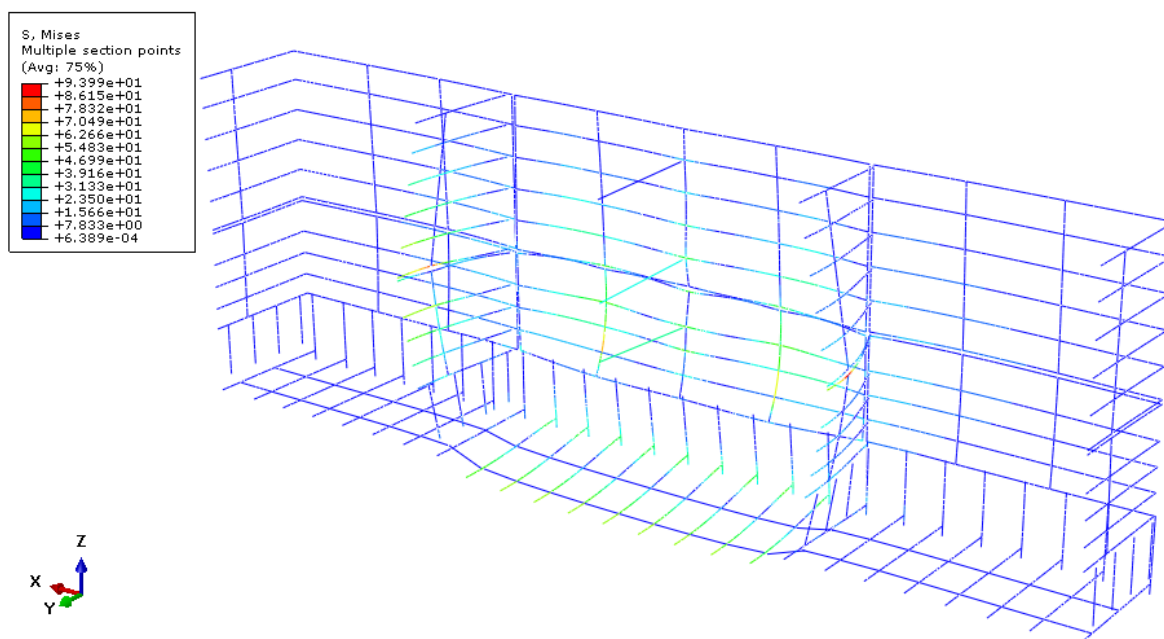
Slika 44. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Na slikama 45. i 46. prikazana je raspodjela naprezanja na konstrukciji u slučaju kada je samo srednji koš ispunjen šljunkom. Slika 45. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama. Najveće se naprezanje javlja na bočnoj ploči i iznosi 141 MPa.



Slika 45. Raspodjela naprezanja na pločama

Slikom 46. prikazana je raspodjela naprezanja na grednim elementima. Najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka i iznosi 94 MPa.

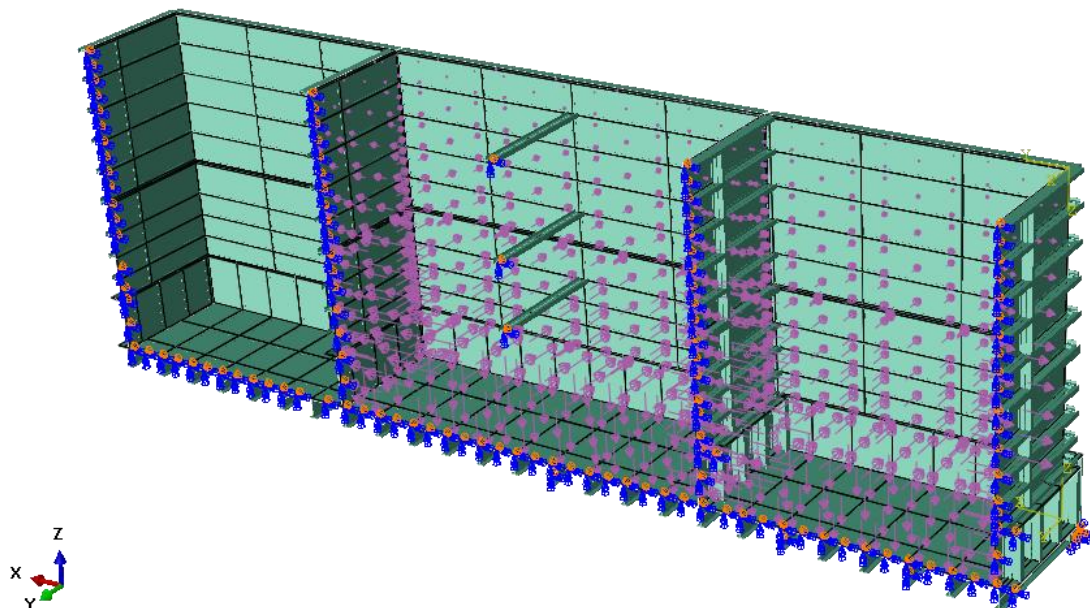


Slika 46. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

### 3.1.4. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

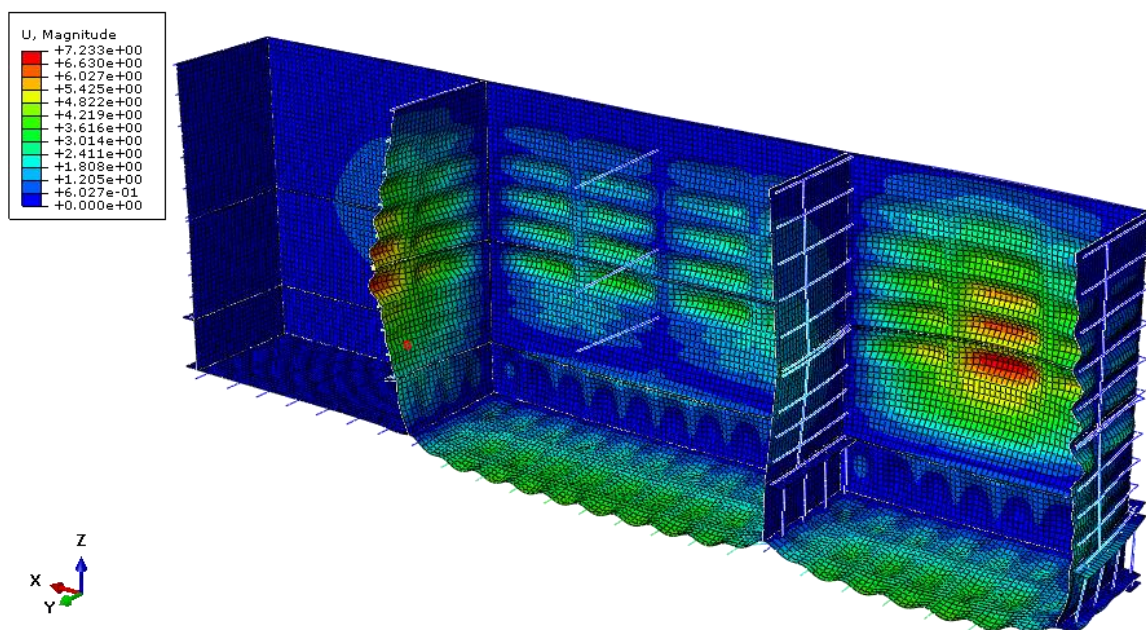
Provedena je analiza čvrstoće konstrukcije u kojoj su desni i srednji koš spremnika ispunjeni šljunkom dok je lijevi koš prazan. Na slici 47. prikazano je opterećenje spremnika.





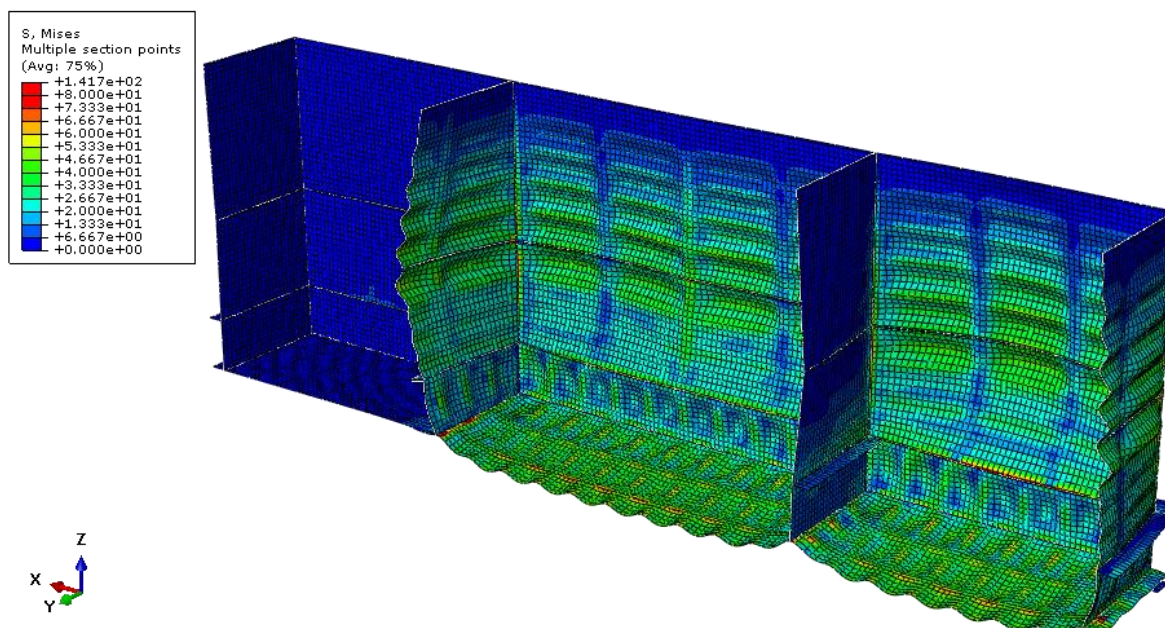
Slika 47. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 48. Najveći pomak se nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči desnog koša i iznosi 7,23 mm, dok je na bočnoj stranici srednjeg koša najveći pomak u iznosu 6,83 mm. Najveći pomak na donjoj ploči iznosi 4,18 mm.



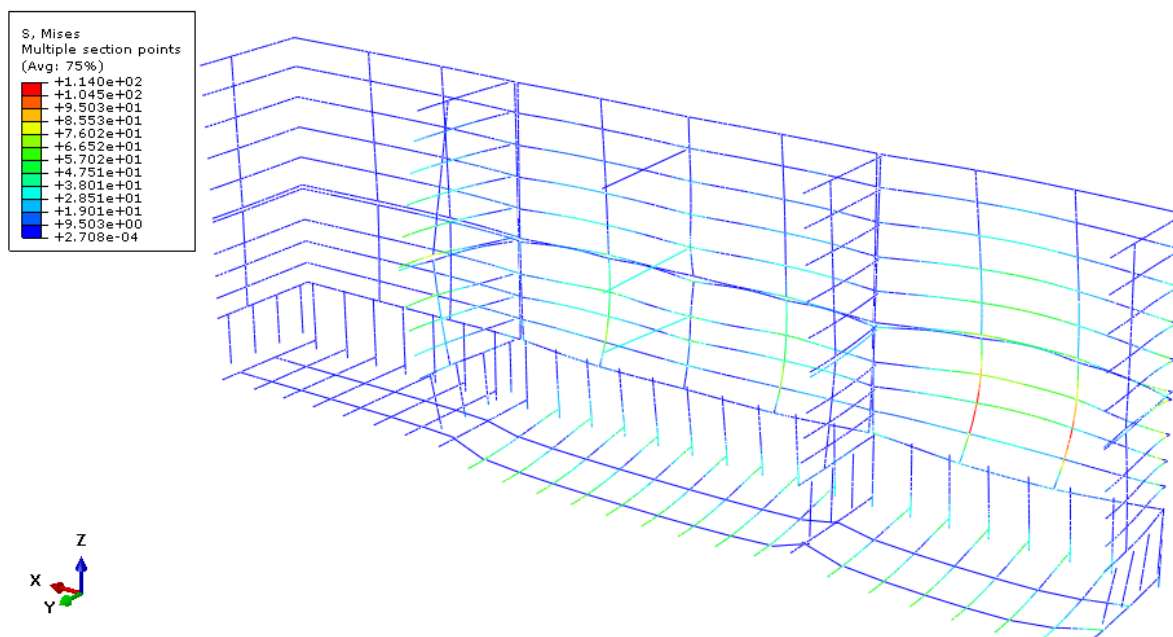
Slika 48. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Raspodjela naprezanja na konstrukciji prikazana je na slikama 49. i 50. Slika 49. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama s najvećim naprezanjem od 142 MPa koje se javlja na prednjoj, vertikalnoj ploči.



Slika 49. Raspodjela napreznja na pločama

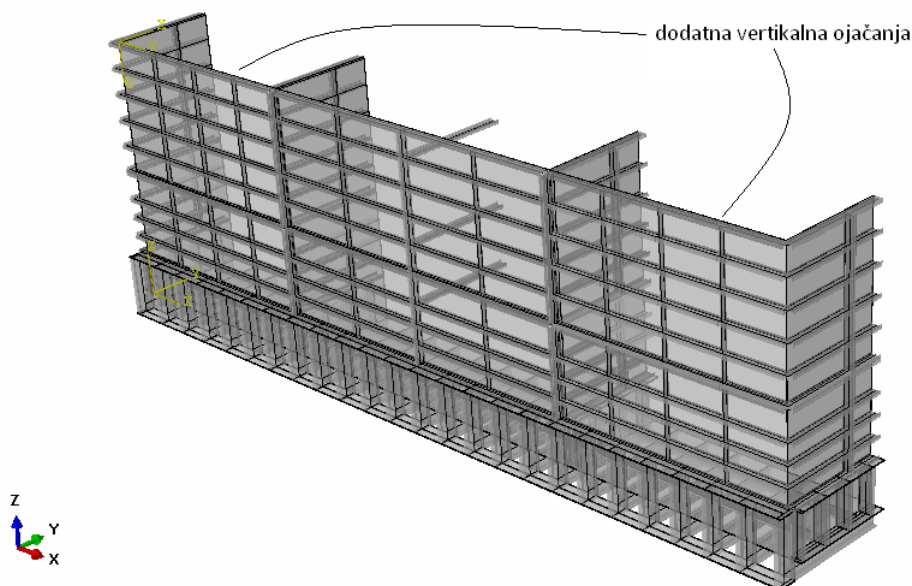
Na slici 50. prikazana je raspodjela napreznja na grednim elementima. Najveće napreznje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka i ono iznosi 114 MPa.



Slika 50. Raspodjela napreznje na grednim elementima

### 3.2. Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima

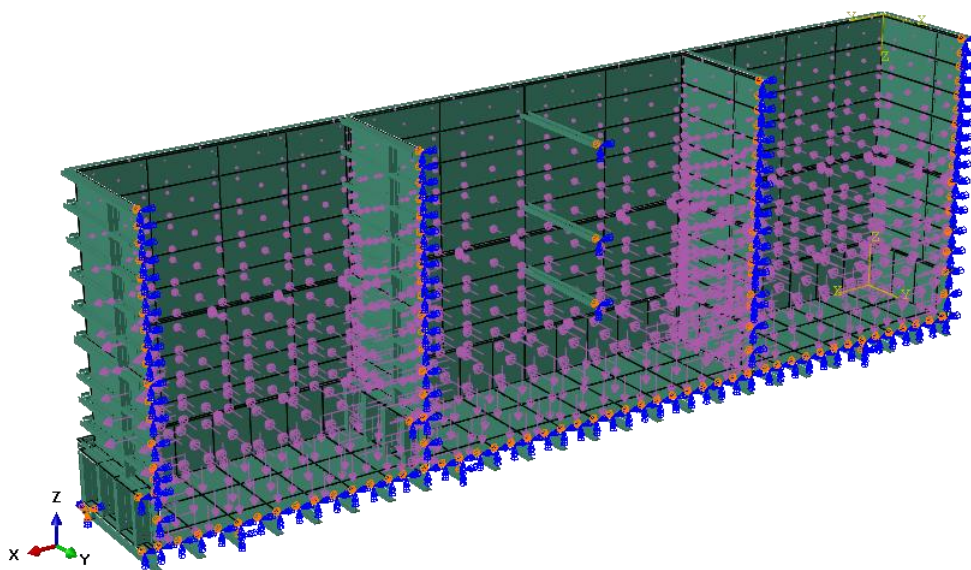
Na slici 51. prikazan je proračunski model spremnika. U odnosu na prethodni model, na ovom modelu spremnika dodana su dodatna vertikalna ojačanja (profili). Ojačanja se nalaze na prednjoj, vertikalnoj stranici spremnika kako je prikazano na slici. Provedena je analiza za četiri slučaja opterećenja spremnika.



Slika 51. Prikaz modela spremnika

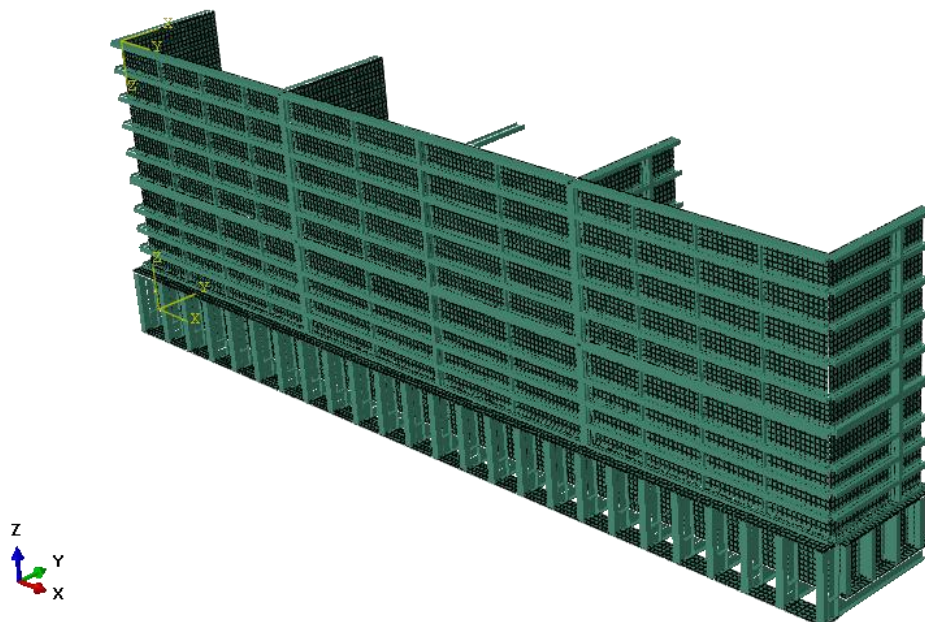
#### 3.2.1. Puno opterećenje spremnika

Opterećenje koje djeluje na spremnik kao i rubni uvjet simetrije i uklještenja su isti kao i u prethodnom modelu.



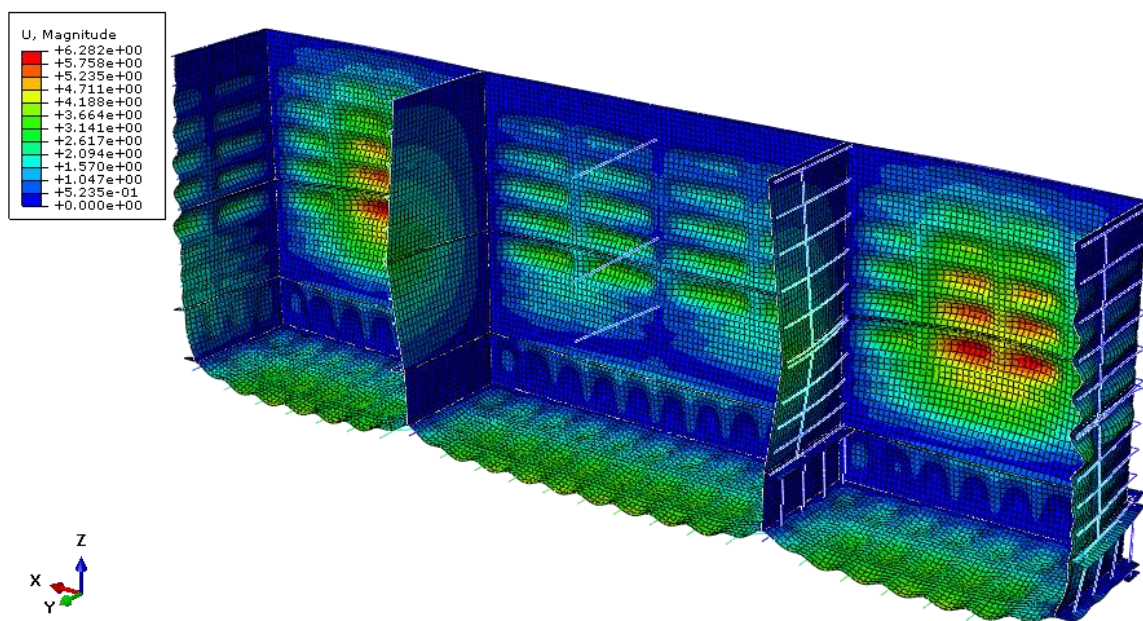
Slika 52. Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika

Na slici 53. je prikazana mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran spremnik. Pri verifikaciji elemenata odredila se potrebna gustoća mreže tako da je analiza čvrstoće spremnika provedena samo na ovoj mreži.



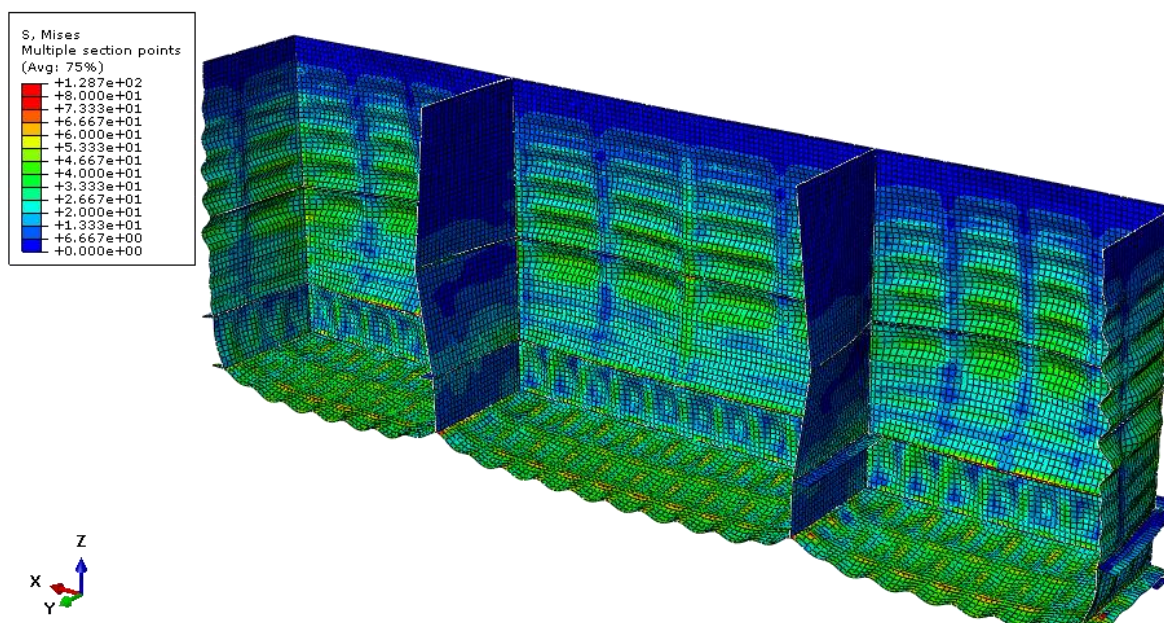
Slika 53. Mreža konačnih elemenata

Slika 54. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Sa slike vidimo da se najveći pomak nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči i iznosi 6,28 mm. Na donjoj ploči najveći pomak iznosi 4,16 mm.



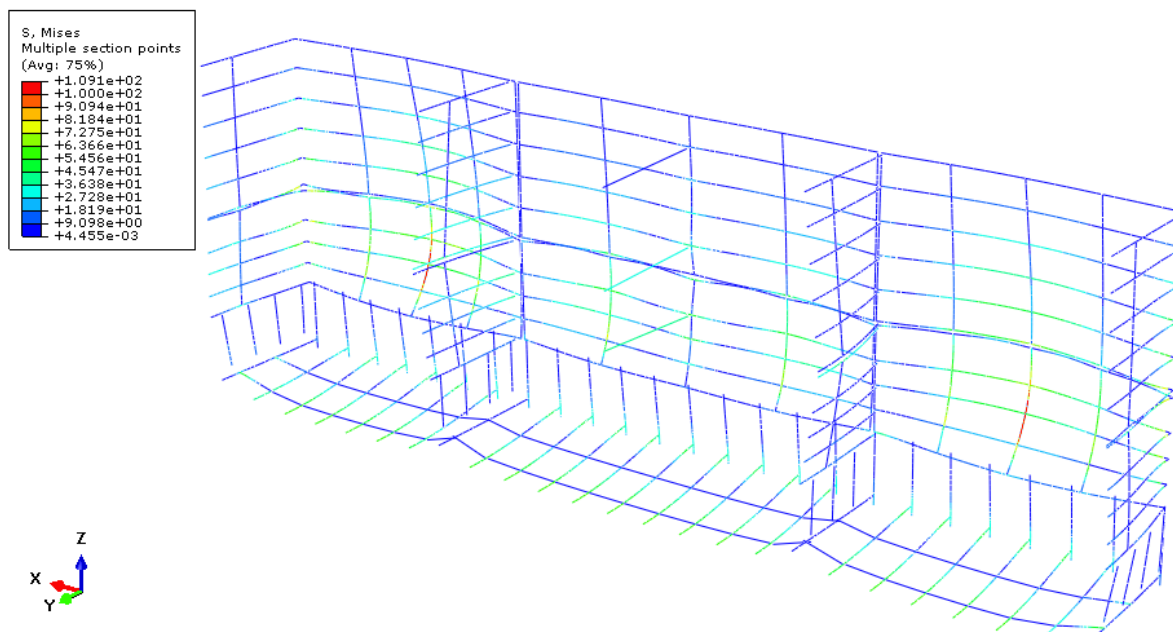
Slika 54. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Na sljedećim slikama prikazana je raspodjela napreznja na pločama (slika 55.) te raspodjela napreznja na grednim elementima (slika 56.). Na slici 55. najveće napreznje iznosi 129 MPa i javlja se na donjoj ploči.



Slika 55. Raspodjela napreznja na pločama

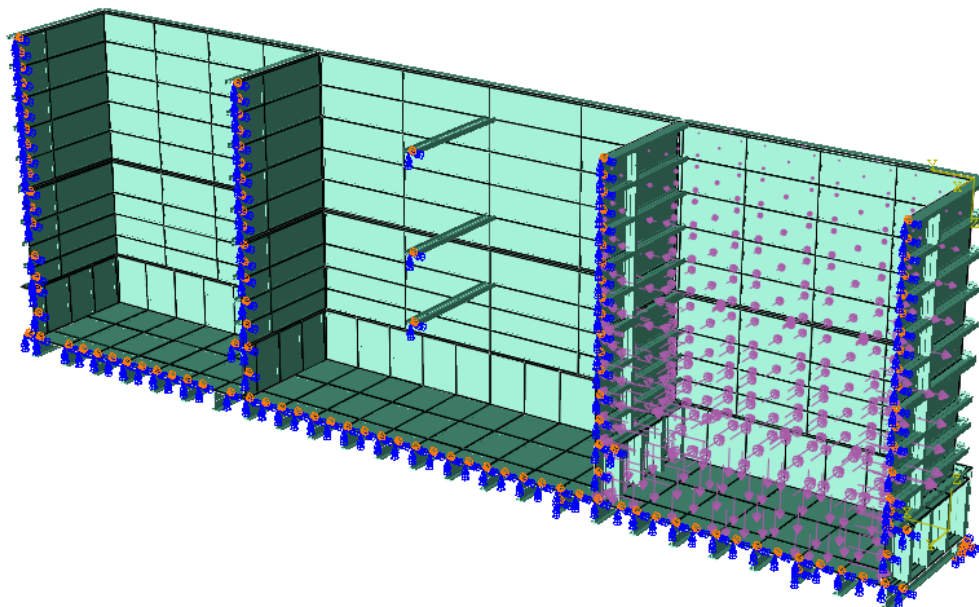
Na prednjoj, vertikalnoj stranici javlja se najveće napreznje na grednim elementima (slika 56.) i to napreznje iznosi 109 MPa.



Slika 56. Raspodjela napreznje na grednim elementima

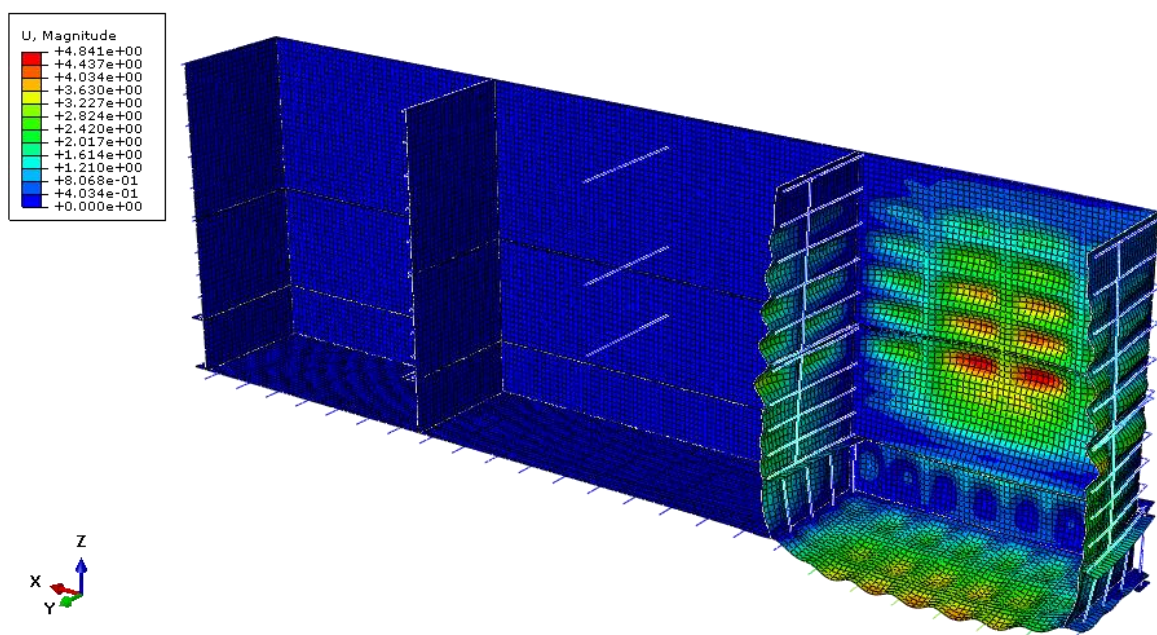
### 3.2.2. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Provedena je analiza čvrstoće konstrukcije kod koje je desni koš spremnika ispunjen šljunkom, a ostala dva koša su prazna. Slika 57. prikazuje opterećenje spremnika.



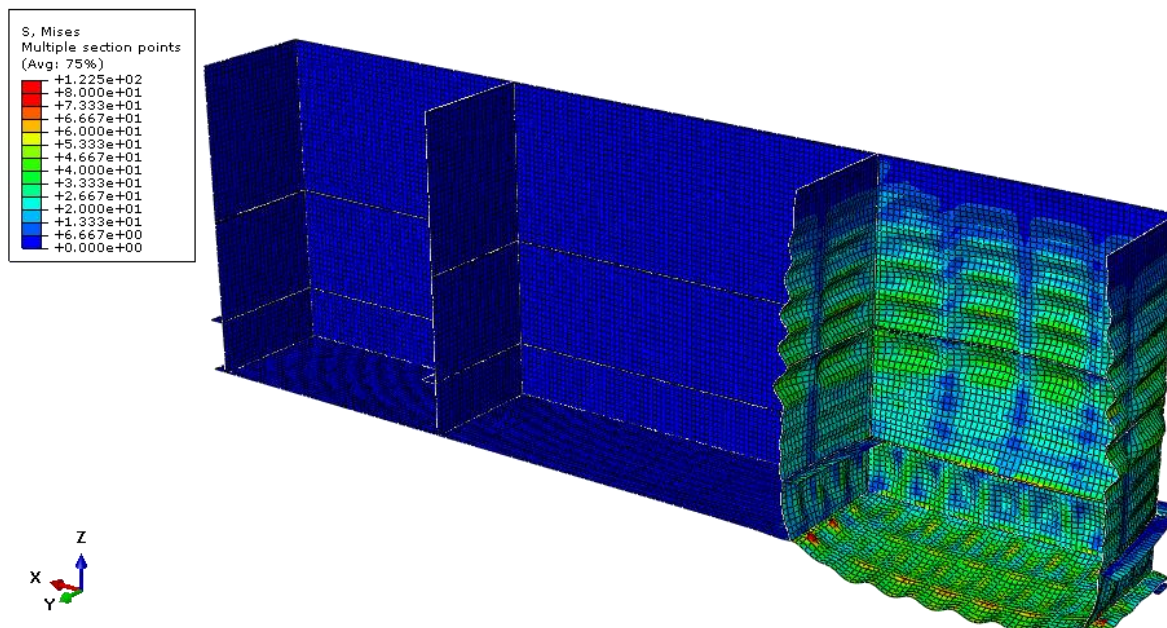
Slika 57. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 58. U ovom slučaju najveći pomak se nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči i iznosi 4,84 mm, dok je na donjoj ploči najveći pomak 4,12 mm.



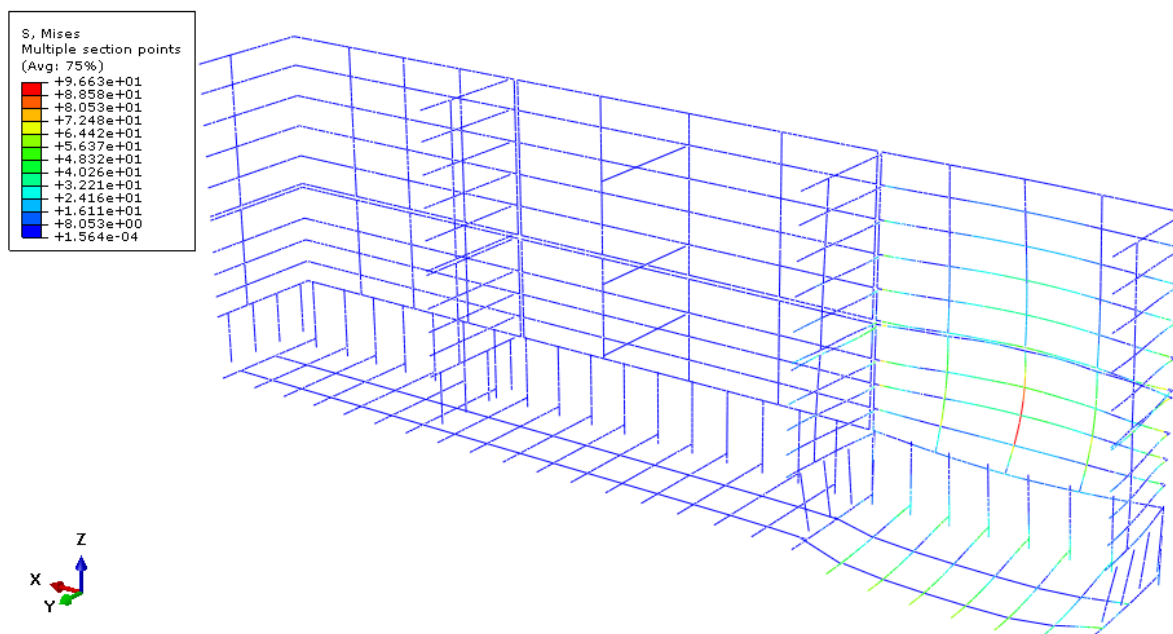
Slika 58. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Slikom 59. prikazana je raspodjela napreznaja na pločama, a najveće se napreznaje javlja na donjoj ploči i iznosi 123 MPa.



Slika 59. Raspodjela napreznaja na pločama

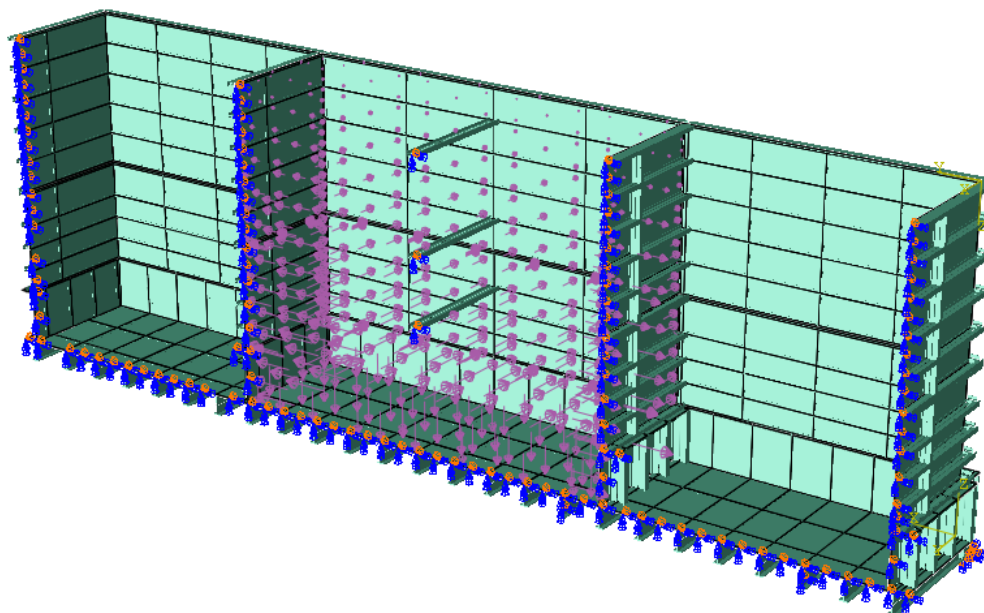
Raspodjela napreznaja na gređnim elementima prikazan je na slici 60., a najveće napreznaje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka te ono iznosi 97 MPa.



Slika 60. Raspodjela napreznaje na gređnim elementima

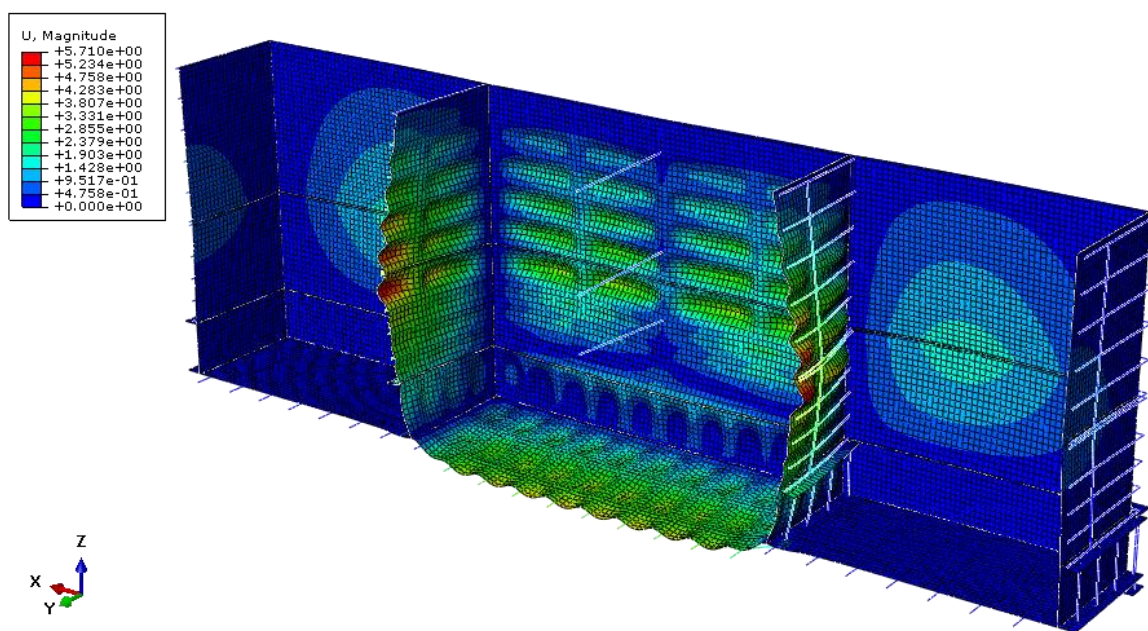
### 3.2.3. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Nad spremnikom je provedena analiza čvrstoće konstrukcije, gdje je srednji koš spremnika ispunjen šljunkom, dok su lijevi i desni koš prazni. Na slici 61. je prikazano opterećenje spremnika.



Slika 61. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

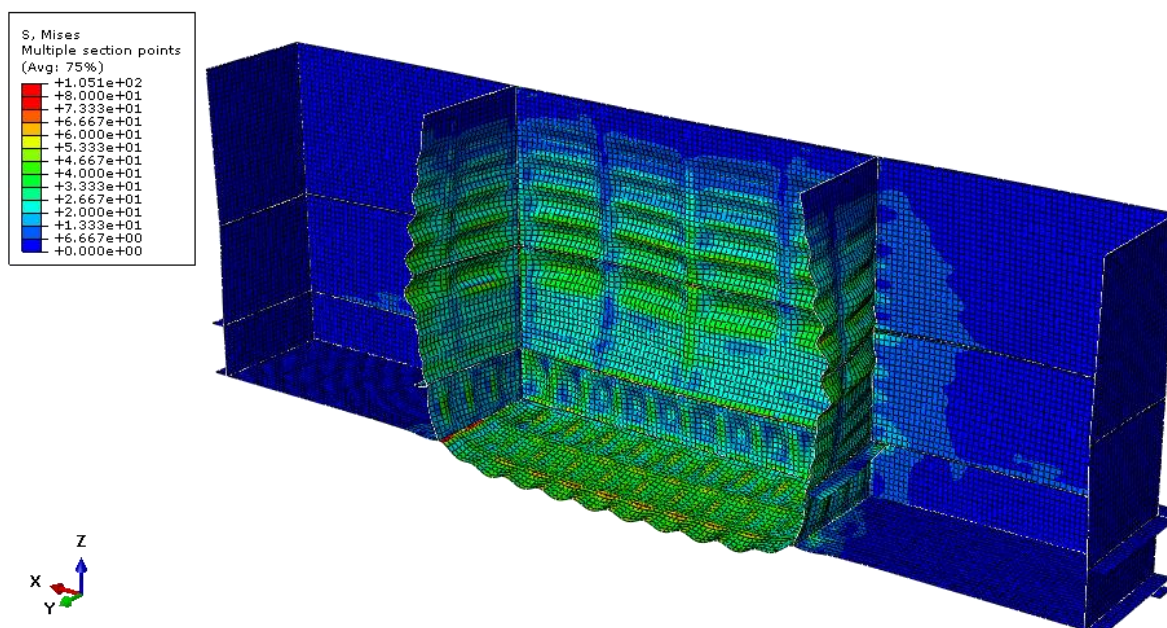
Slika 62. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Najveći pomaci pod ovim opterećenjem se nalaze na bočnim, vertikalnim pločama i iznose 5,71 mm. Na donjoj ploči najveći pomak iznosi 4,2 mm.



Slika 62. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

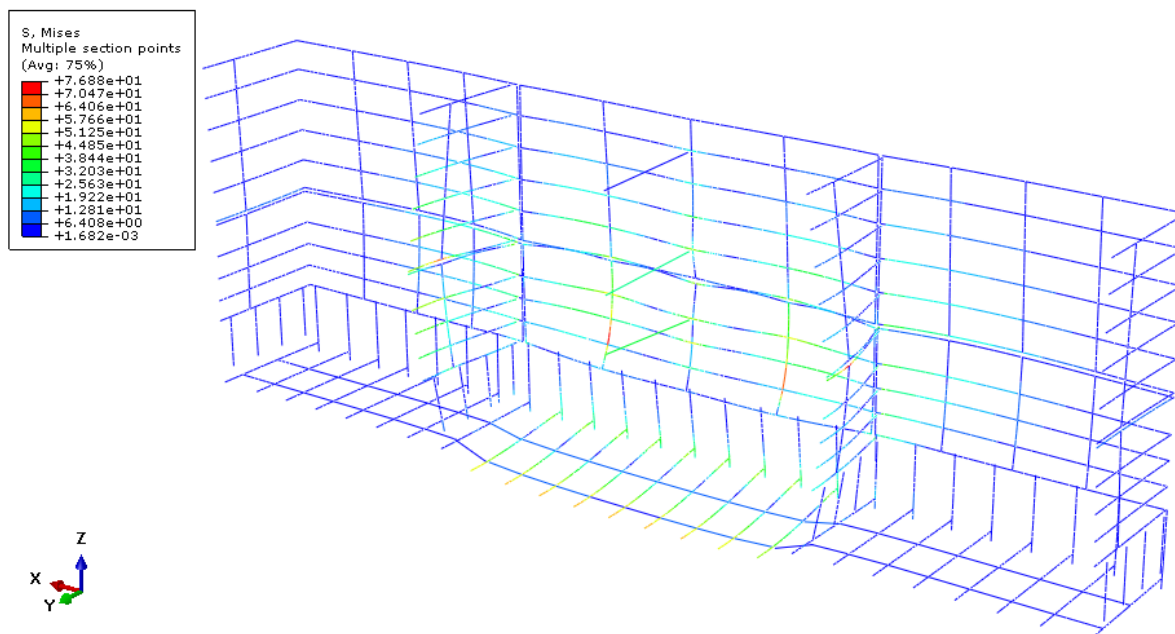


Na slikama 63. i 64. prikazana je raspodjela napreznja na konstrukciji u slučaju kada je samo srednji koš ispunjen šljunkom. Raspodjela napreznja na pločama prikazana je na slici 63. Najveće se napreznje javlja na donjoj ploči i iznosu 105 MPa.



Slika 63. Raspodjela napreznja na pločama

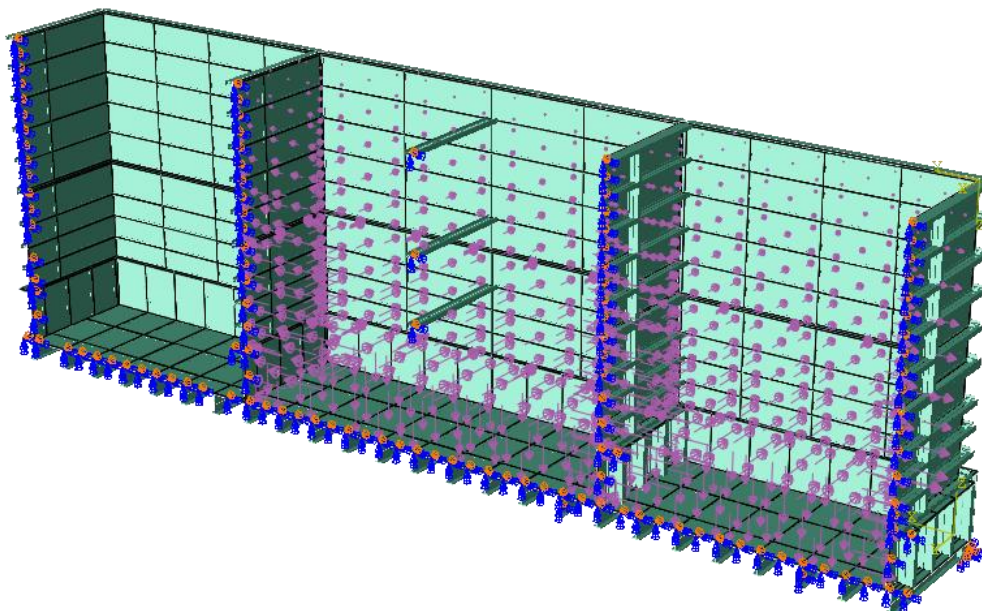
Na slici 64. prikazana je raspodjela napreznja na grednim elementima (čeličnim profilima). Najveće napreznje se javlja na elementima s prednje, vertikalne strane i iznosi 77 MPa.



Slika 64. Raspodjela napreznje na grednim elementima

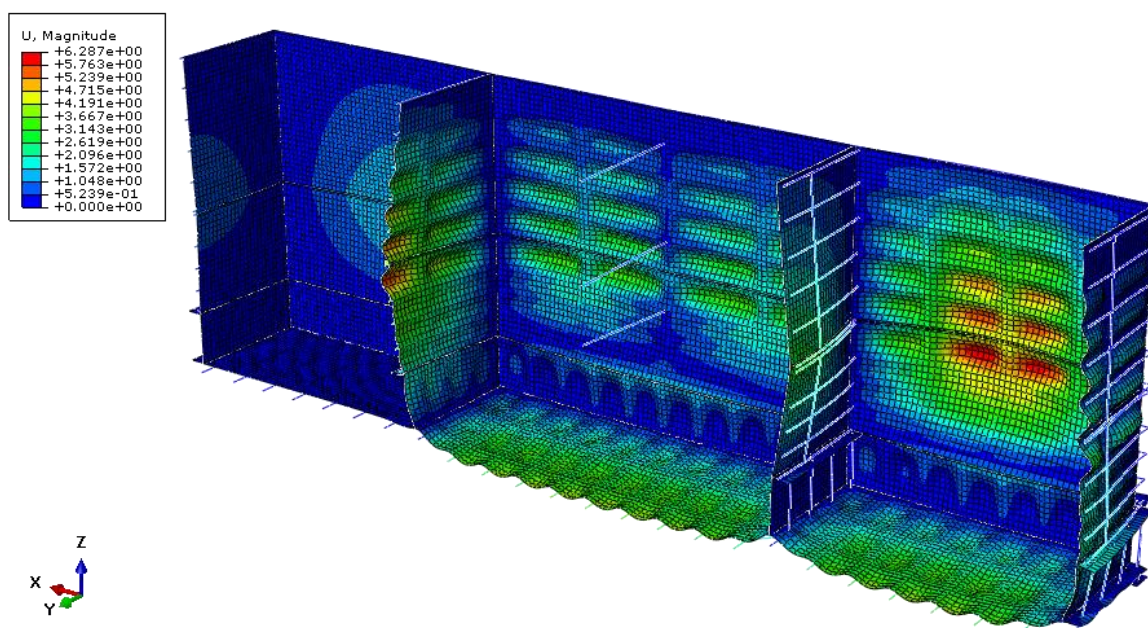
### 3.2.4. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Analiza čvrstoće konstrukcije provedena je na spremniku kojem su desni i srednji koš ispunjeni šljunkom dok je lijevi koš prazan. Slika 65. prikazuje opterećenje spremnika.



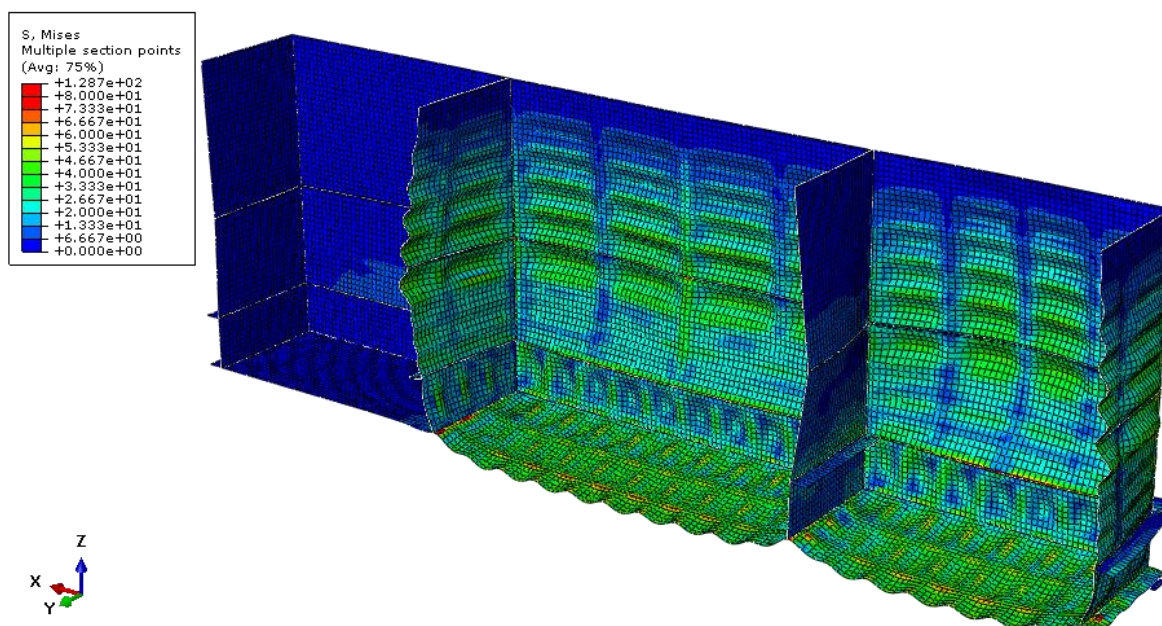
Slika 65. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 66., a najveći pomak se nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči desnog koša i iznosi 6,29 mm. Na bočnoj stranici srednjeg koša najveći pomak iznosi 5,66 mm, a najveći pomak na donjoj ploči iznosi 4,18 mm.



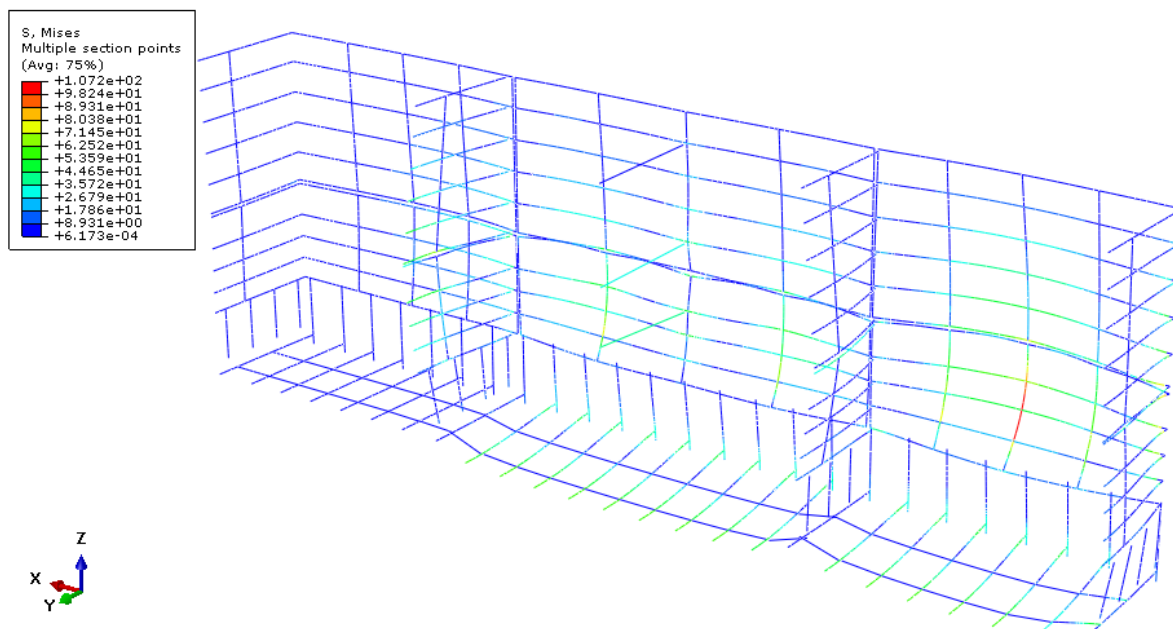
Slika 66. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Raspodjela naprezanja na konstrukciji prikazana je na slikama 67. i 68. Slika 67. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama. Najveće naprezanje se javlja na donjoj ploči i iznosi 129 MPa.



Slika 67. Raspodjela naprezanja na pločama

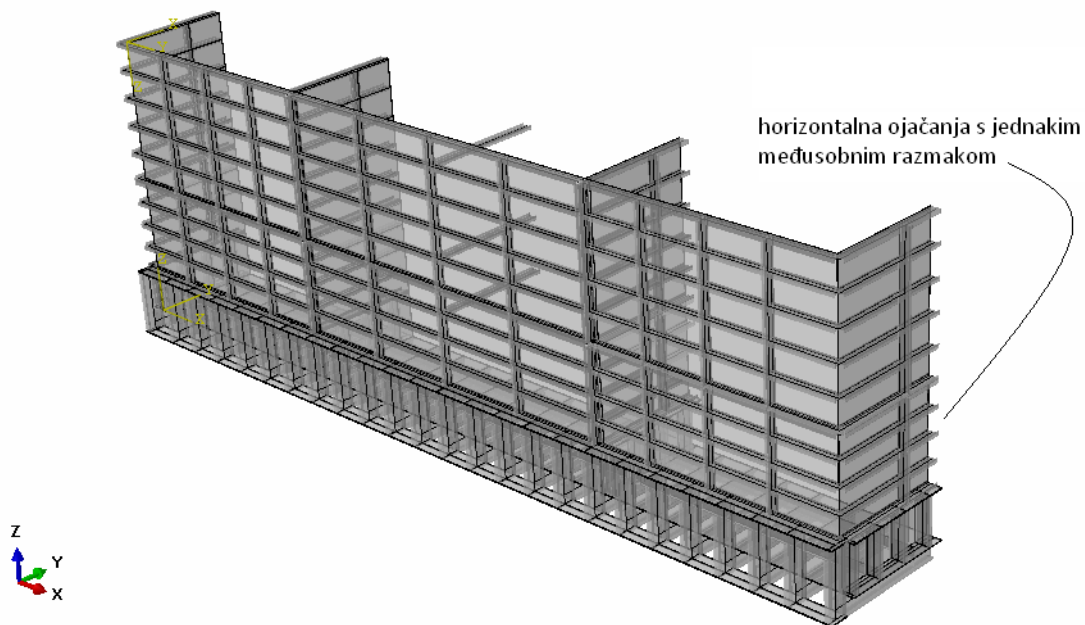
Na slici 68. prikazana je raspodjela naprezanja na grednim elementima. Najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka i ono iznosi 107 MPa.



Slika 68. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

### 3.3. Spremnik ojačan sa I-40, I-20 i I-10 profilima

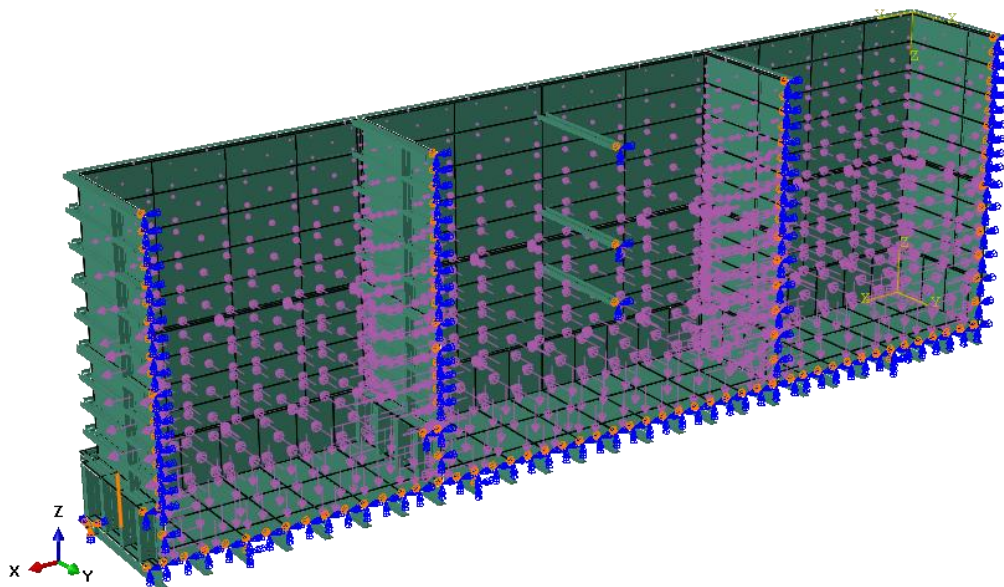
Na slici 69. prikazan je proračunski model spremnika. Na ovom modelu spremnika horizontalna ojačanja (profili) na B dijelu spremnika pozicionirana su tako da imaju jednak međusobni razmak. Provedena je analiza za četiri slučaja opterećenja spremnika.



Slika 69. Prikaz modela spremnika

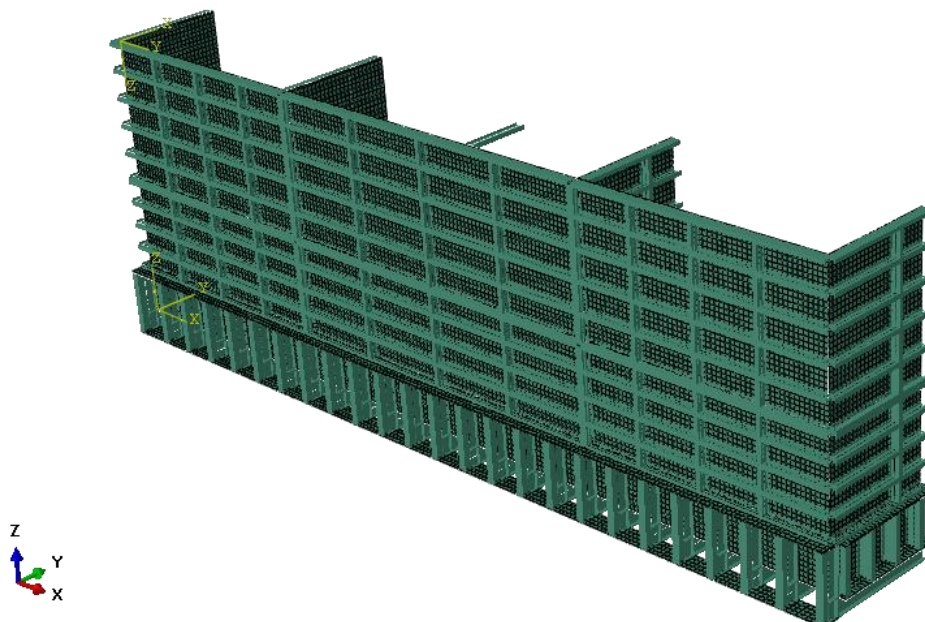
#### 3.3.1. Puno opterećenje spremnika

Opterećenje, rubni uvjet simetrije i uklještenja su isti kao i u prethodnom modelu.



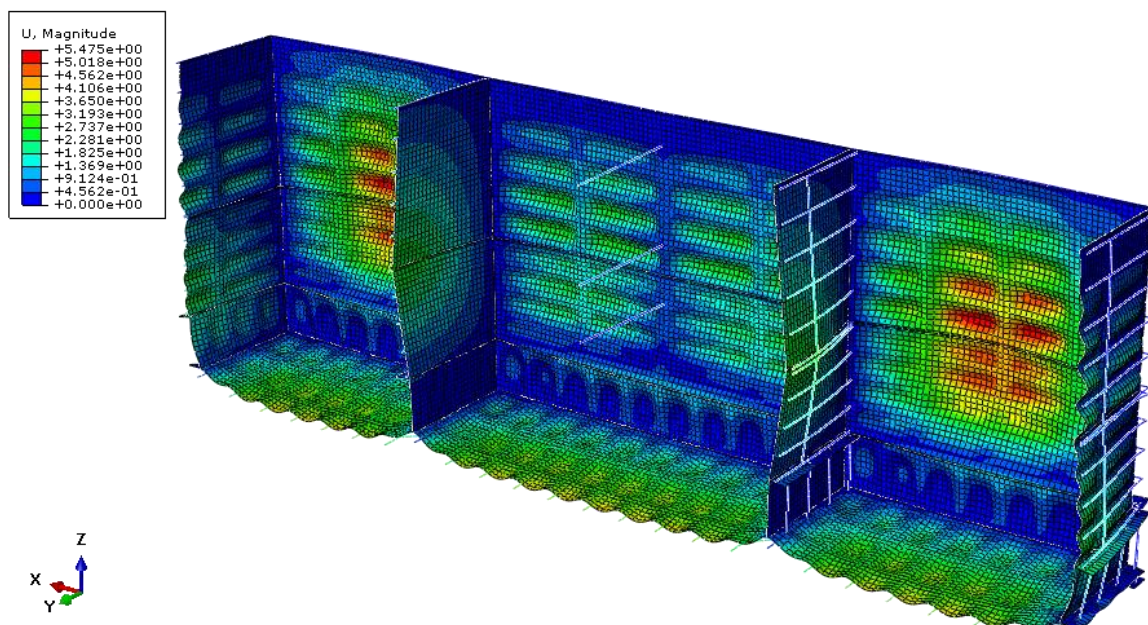
Slika 70. Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika

Slikom 71. prikazana je mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran spremnik. Analiza čvrstoće spremnika je provedena samo na ovoj mreži, jer se pri verifikaciji elemenata odredila potrebna gustoća mreže.



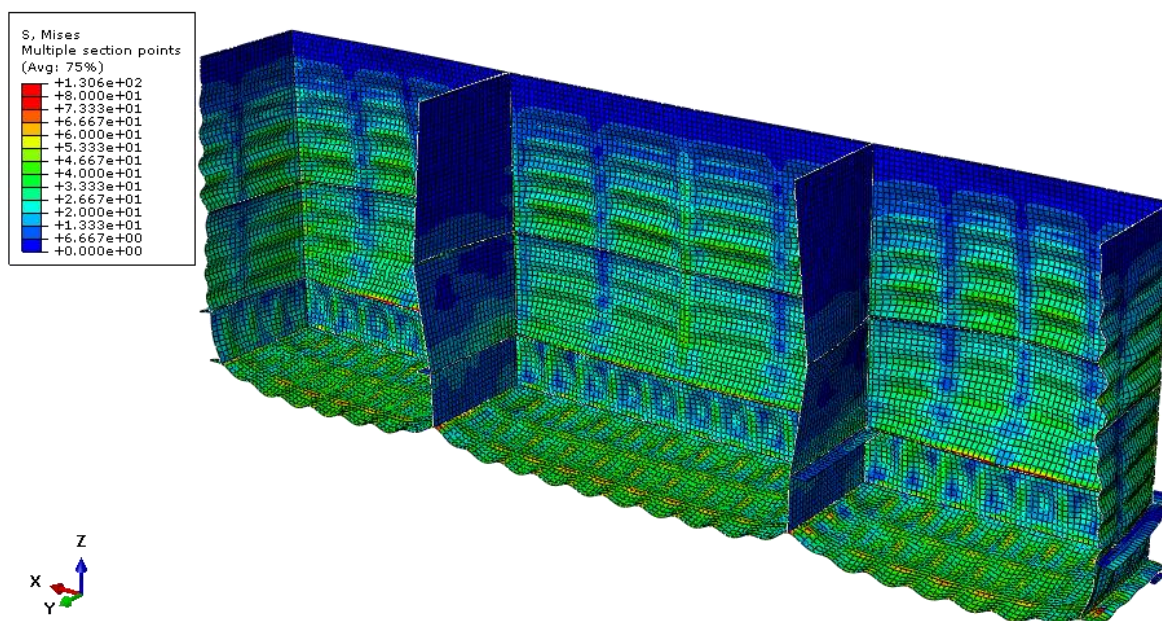
Slika 71. Mreža konačnih elemenata

Slika 72. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Najveći se pomak nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči i iznosi 5,48 mm, dok je na donjoj ploči najveći pomak 4,13 mm.



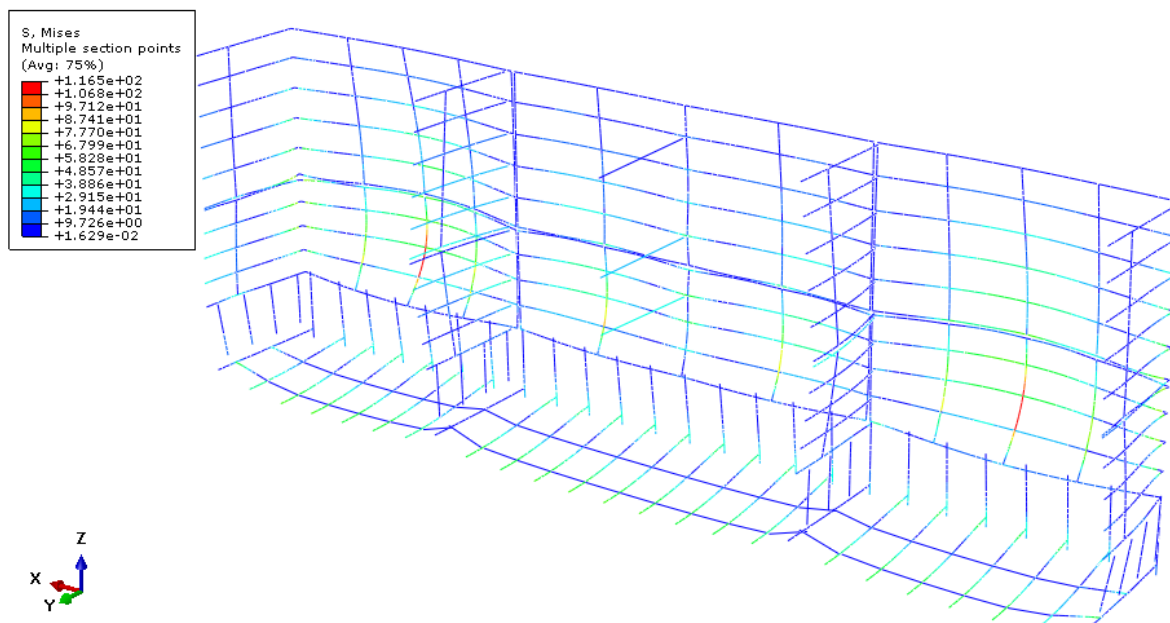
Slika 72. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Na slici 73. prikazana je raspodjela naprezanja na pločama, a na slici 74. je prikazana raspodjela naprezanja samo na grednim elementima. Najveće naprezanje na slici 73. iznosi 131 MPa i javlja se na prednjoj ploči.



Slika 73. Raspodjela naprezanja na pločama

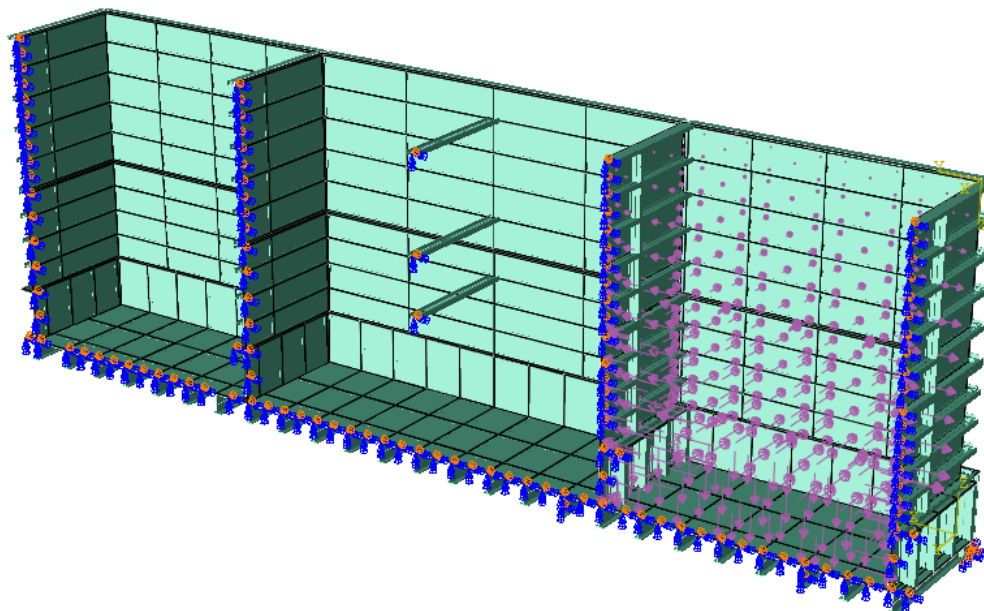
Najveće naprezanje na grednim elementima (slika 74.) se također javlja na mjestima gdje dolazi do najvećeg pomaka, i to naprezanje iznosi 117 MPa.



Slika 74. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

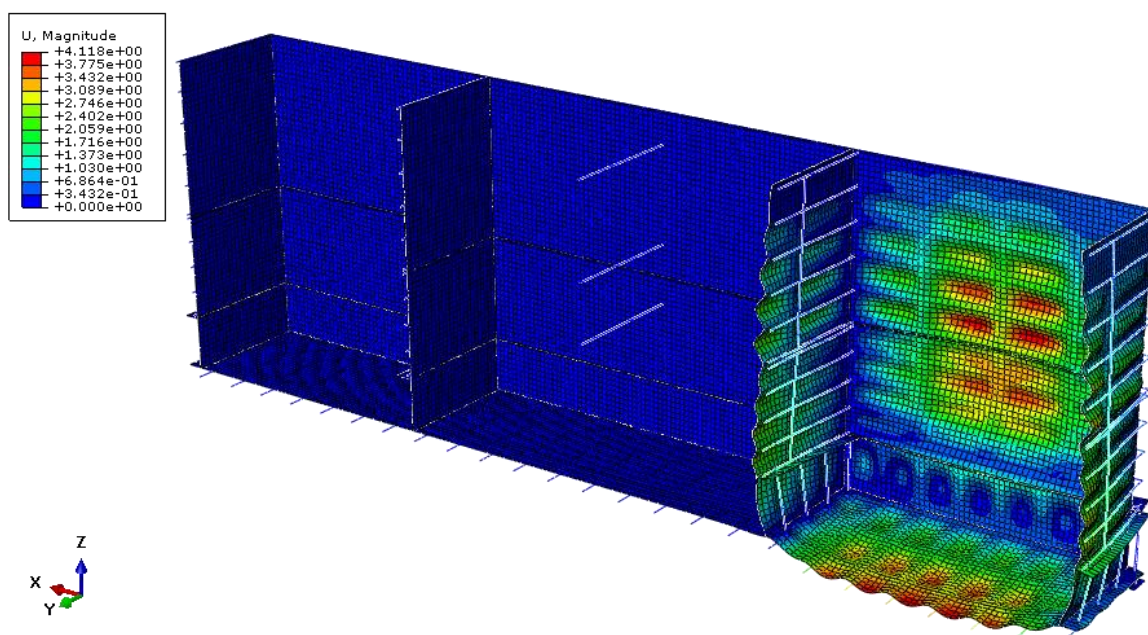
### 3.3.2. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Analiza čvrstoće konstrukcije provedena je na spremniku kod kojeg je desni koš ispunjen šljunkom, a ostala dva koša su prazna. Slika 75. prikazuje opterećenje spremnika.



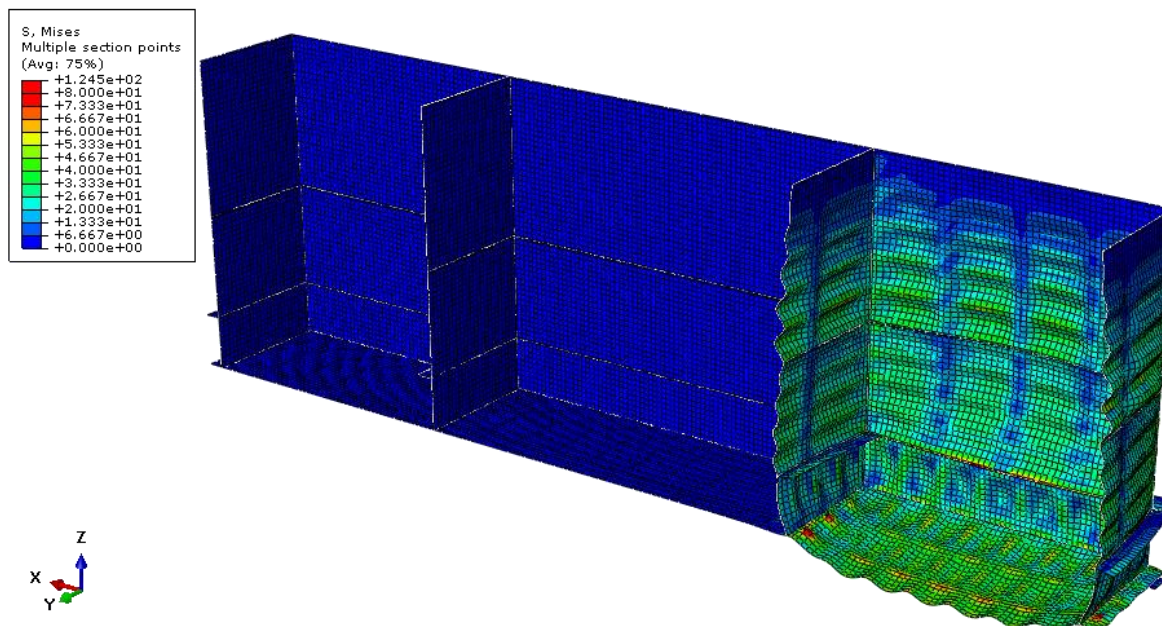
Slika 75. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 76. U ovom slučaju najveći pomak se nalazi na donjoj ploči i iznosi 4,12 mm, a na prednjoj, vertikalnoj ploči najveći pomak iznosi 4,02 mm.



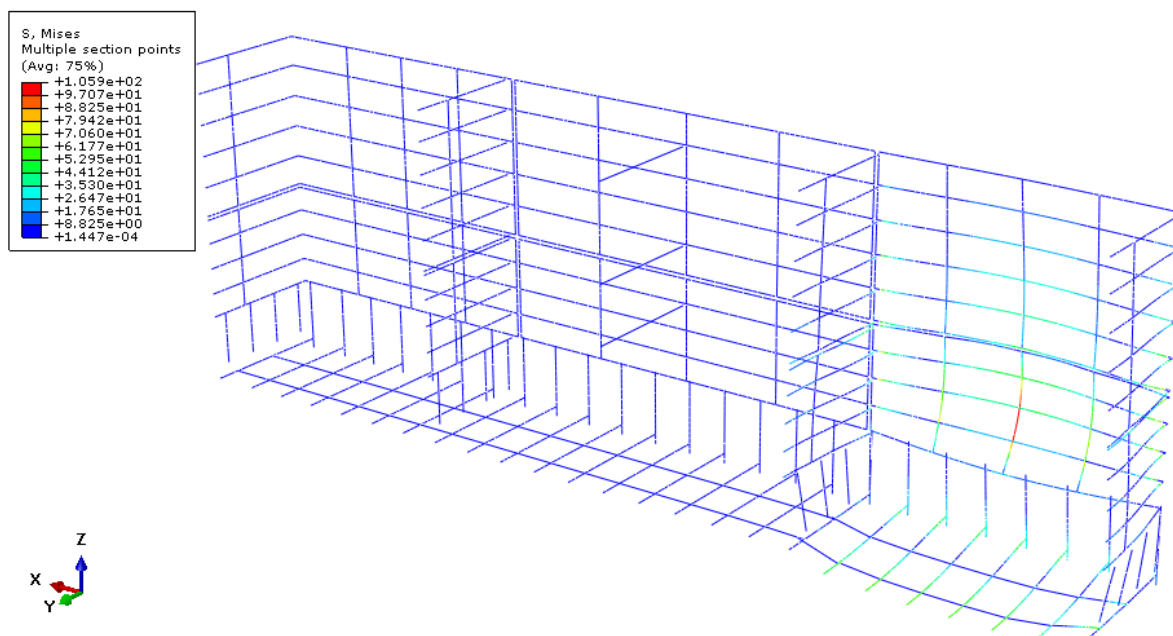
Slika 76. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Slika 77. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama, a najveće naprezanje se javlja na donjoj ploči i iznosi 125 MPa.



Slika 77. Raspodjela naprezanja na pločama

Raspodjela naprezanja na grednim elementima prikazana je na slici 78. Najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka te ono iznosi 106 MPa.

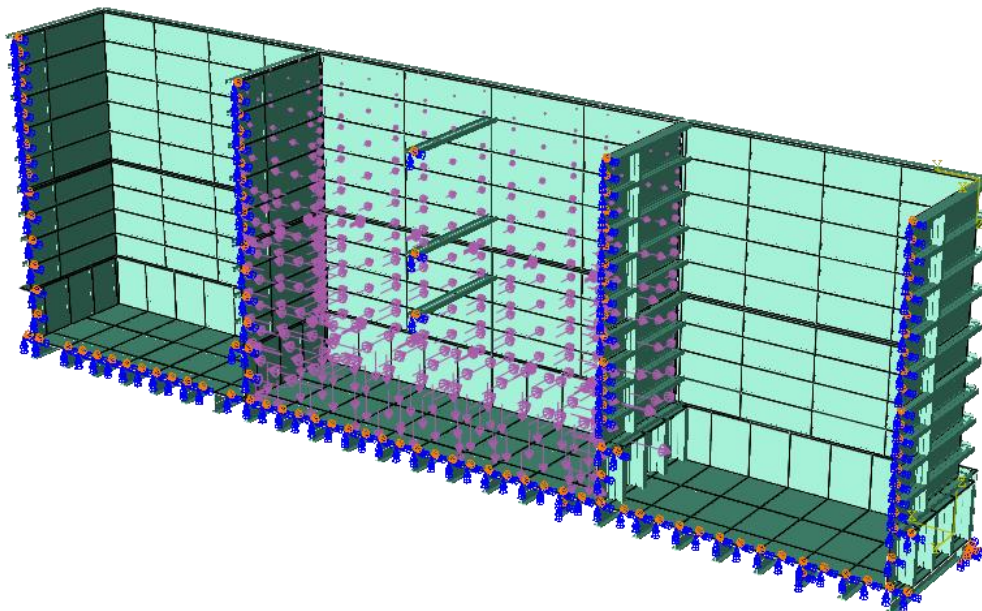


Slika 78. Raspodjela naprezanje na grednim elementima



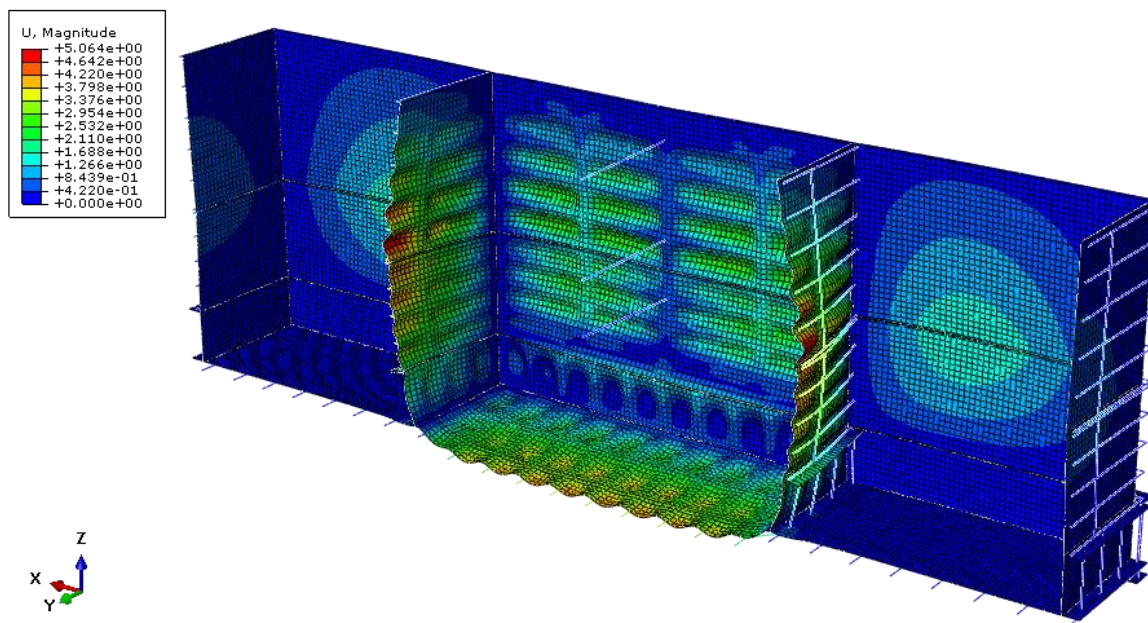
### 3.3.3. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Nad spremnikom je provedena analiza čvrstoće konstrukcije, gdje je srednji koš spremnika ispunjenim šljunkom, dok su lijevi i desni koš prazni. Na slici 79. je prikazano opterećenje spremnika.



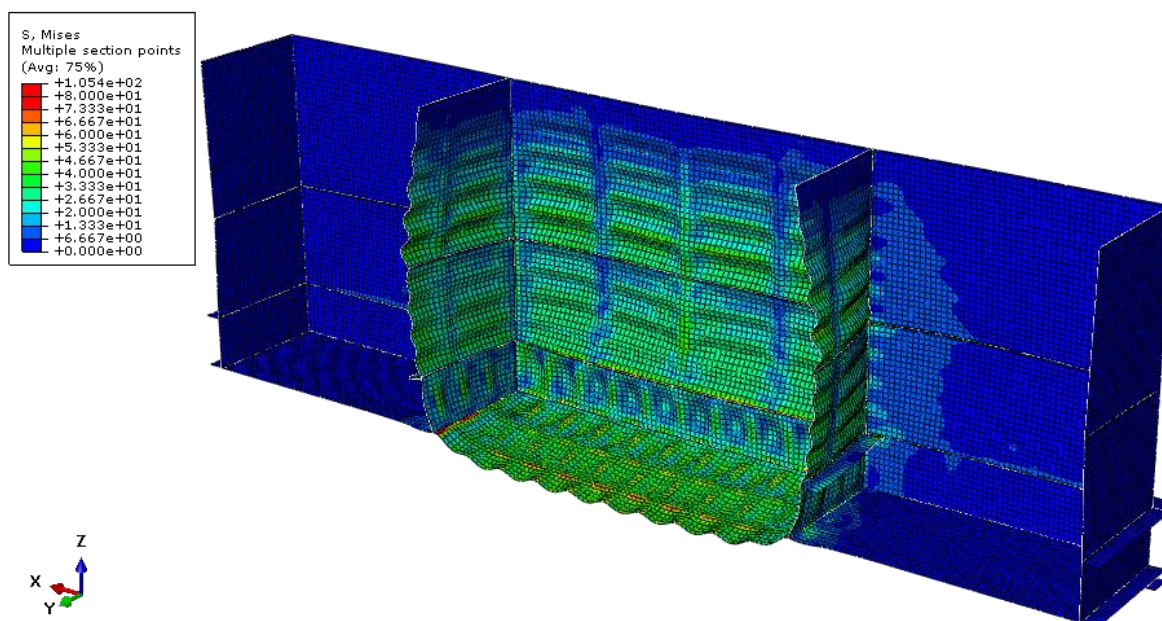
Slika 79. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Slika 80. prikazuje deformirani oblik konstrukcije. Najveći pomaci pod ovim opterećenjem se nalaze na bočnim, vertikalnim pločama i iznose 5,06 mm, dok na donjoj ploči najveći pomak iznosi 4,17 mm.



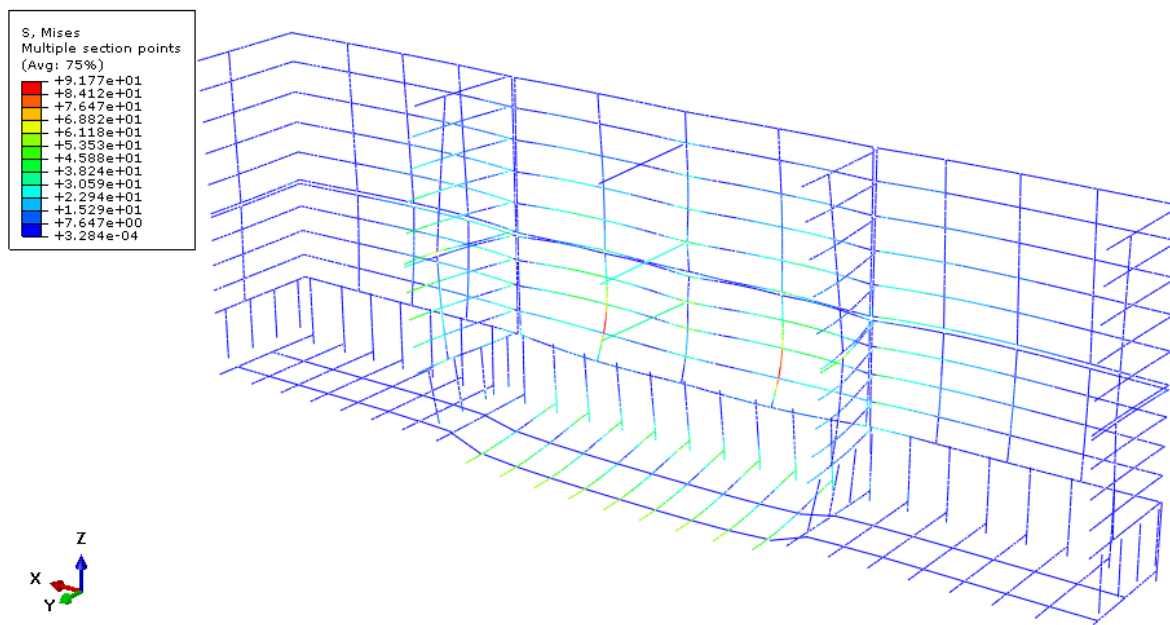
Slika 80. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Na slikama 81. i 82. prikazana je raspodjela napreznja na konstrukciji u slučaju kada je samo srednji koš ispunjen šljunkom. Raspodjela napreznja na pločama prikazana je na slici 81., a najveće se napreznje javlja na donjoj ploči i iznosi 105 MPa.



Slika 81. Raspodjela napreznja na pločama

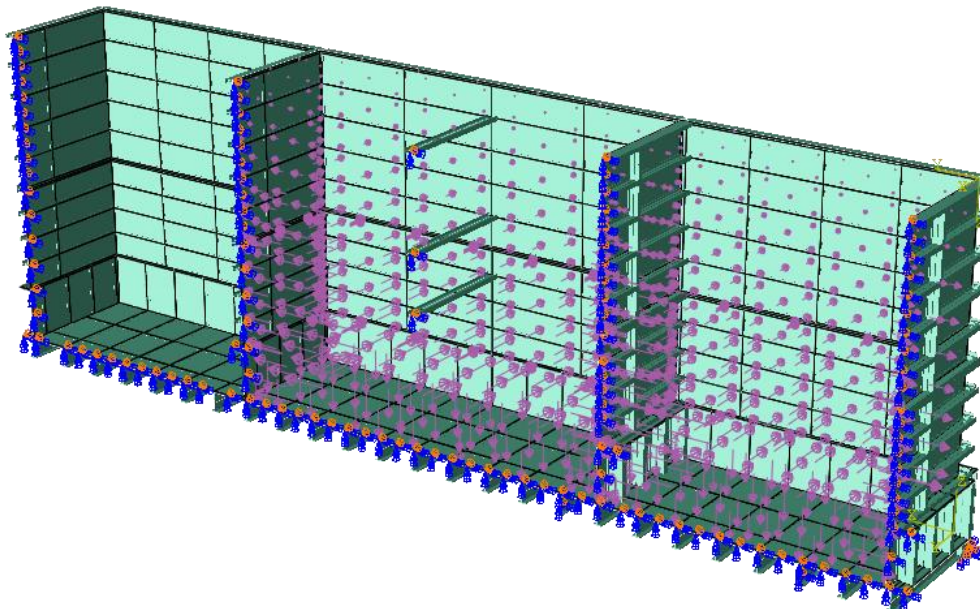
Na slici 82. prikazana je raspodjela napreznja na grednim elementima. Najveće napreznje iznosi 92 MPa i javlja se na elementima na prednjoj, vertikalnoj strani.



Slika 82. Raspodjela napreznje na grednim elementima

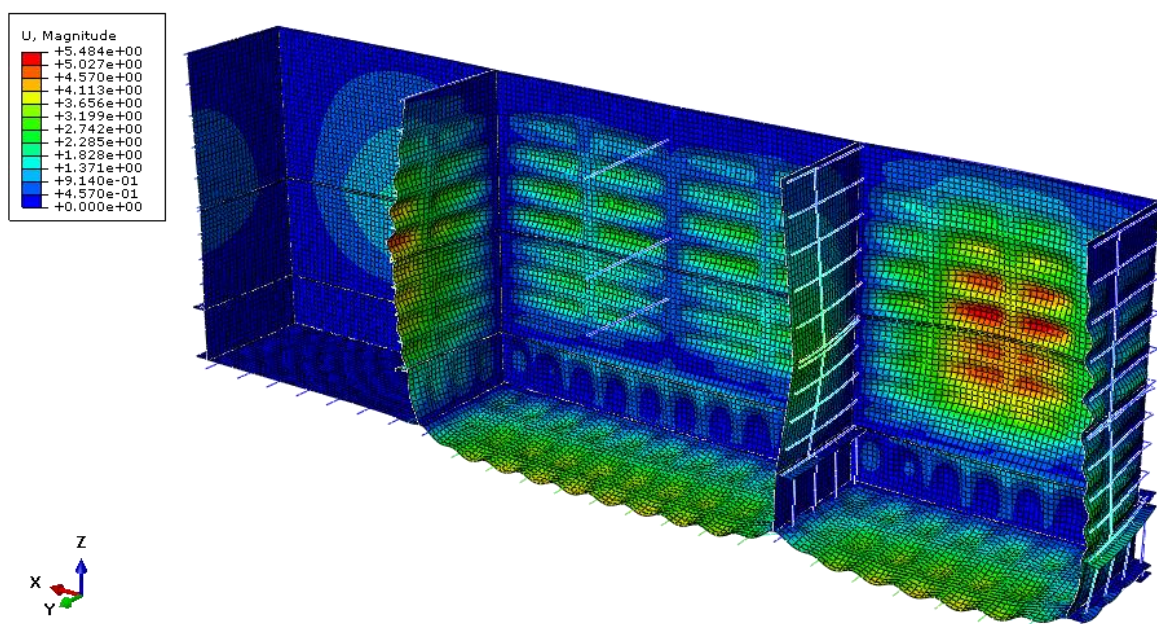
### 3.3.4. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Provedena je analiza čvrstoće konstrukcije u kojoj su desni i srednji koš spremnika ispunjeni šljunkom, dok je lijevi koš prazan. Slika 83. prikazuje opterećenje spremnika.



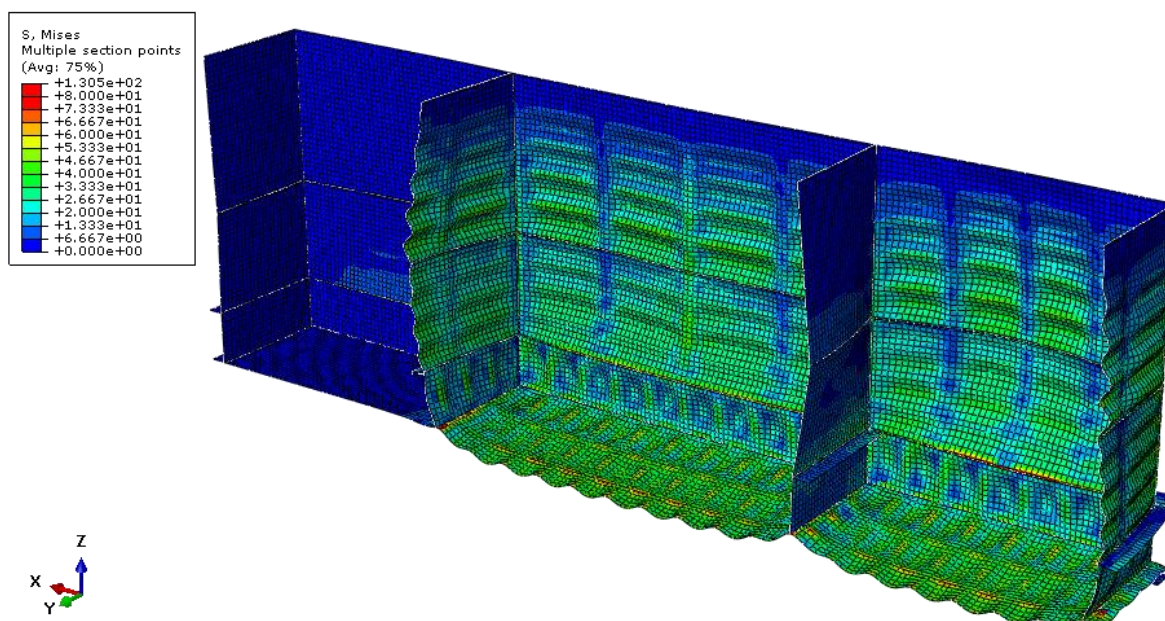
Slika 83. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Slika 84. prikazuje deformirani oblik konstrukcije, a najveći pomak se nalazi na prednjoj, vertikalnoj ploči desnog koša i iznosi 5,48 mm. Na bočnoj stranici srednjeg koša najveći pomak iznosi 5 mm, a najveći pomak na donjoj ploči iznosi 4,15 mm.



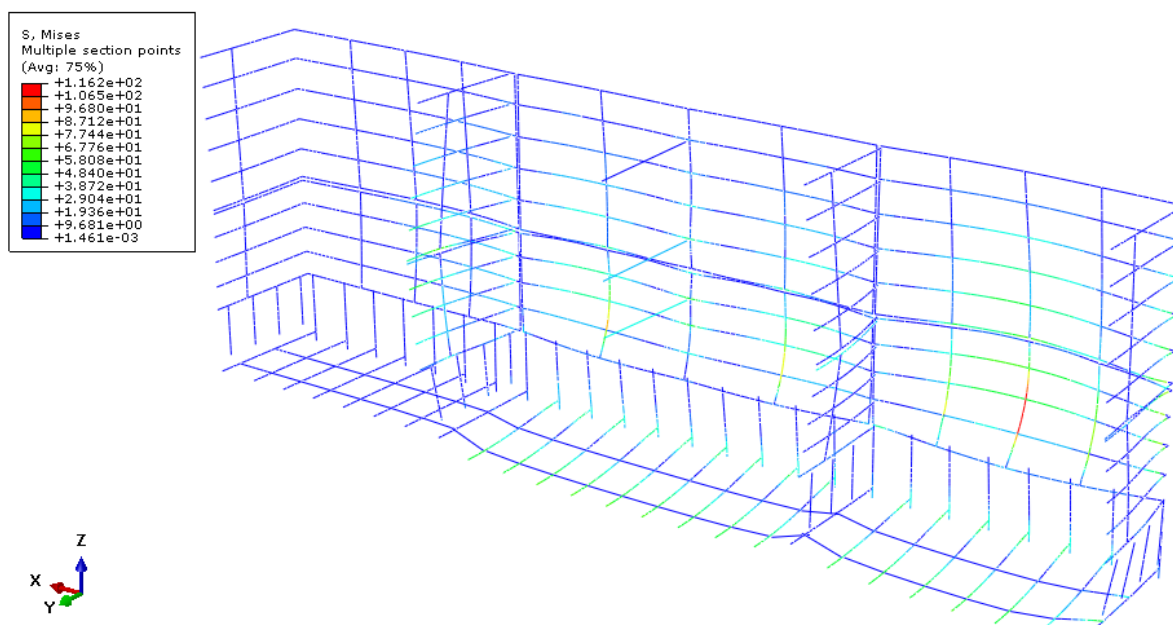
Slika 84. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Raspodjela naprezanja na konstrukciji prikazana je na slikama 85. i 86. Slika 85. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama, gdje se najveće naprezanje javlja na donjoj ploči i iznosi 131 MPa.



Slika 85. Raspodjela naprezanja na pločama

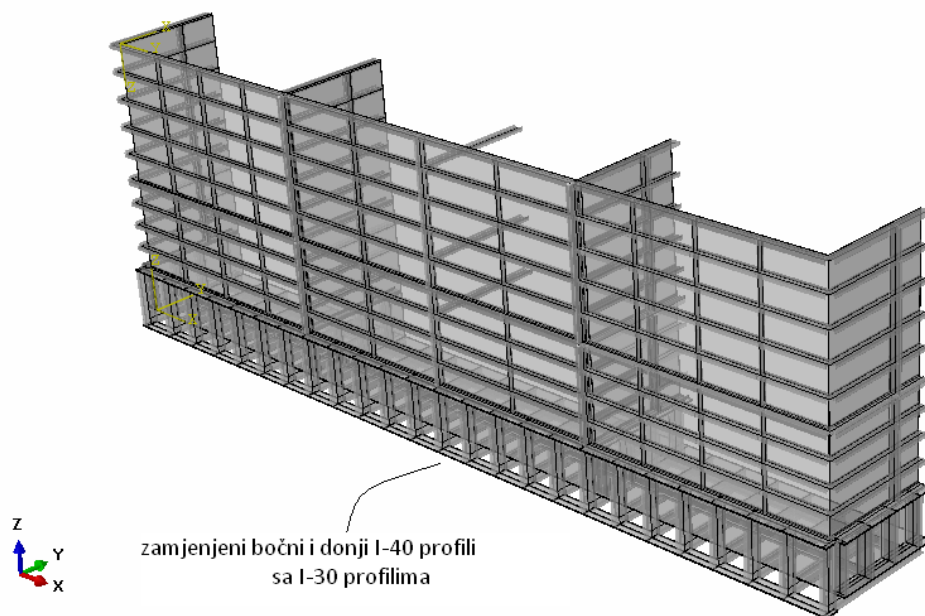
Raspodjela naprezanja na grednim elementima prikazana je na slici 86. Najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka i ono iznosi 116 MPa.



Slika 86. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

### 3.4. Spremnik ojačan sa I-30, I-20 i I-10 profilima

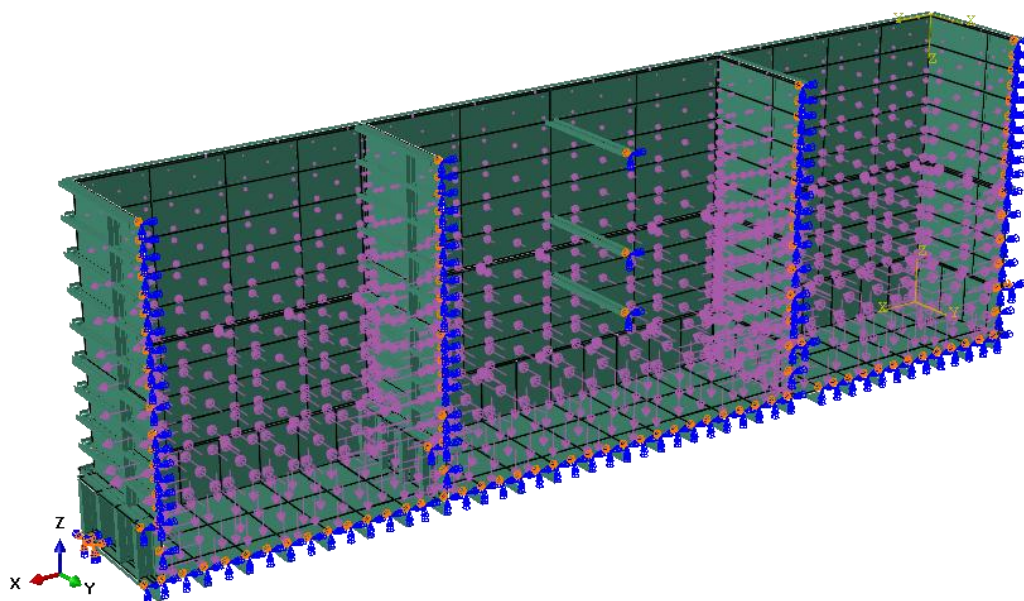
Na slici 87. prikazan je proračunski model spremnika. Na ovom modelu spremnika svi I-40 profili zamijenjeni su sa I-30 profilima. Provedena je analiza za četiri slučaja opterećenja spremnika.



Slika 87. Prikaz modela spremnika

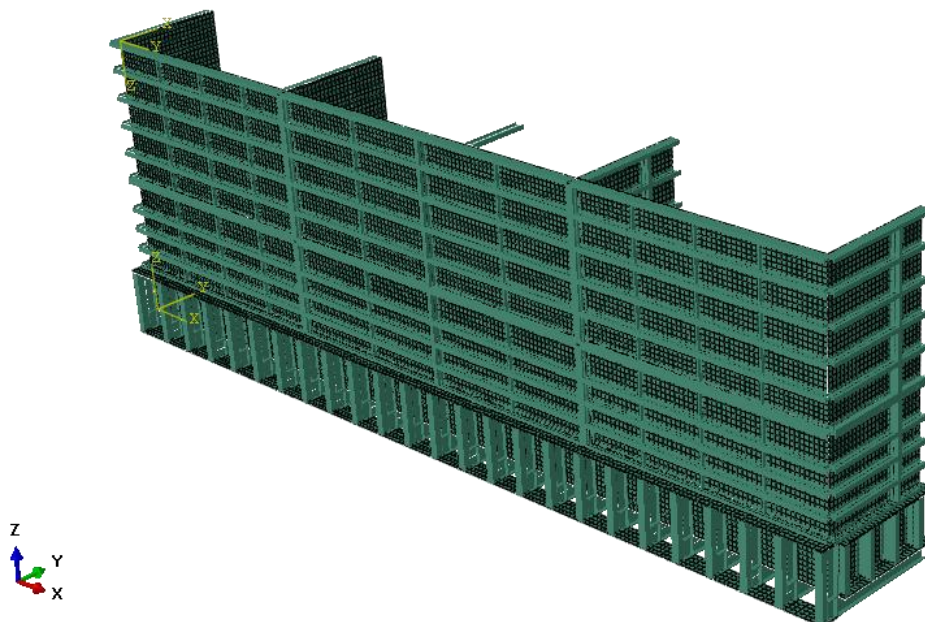
#### 3.4.1. Puno opterećenje spremnika

Na spremnik djeluju isto opterećenje, rubni uvjet simetrije i uklještenja, kao i u prethodnom modelu spremnika.



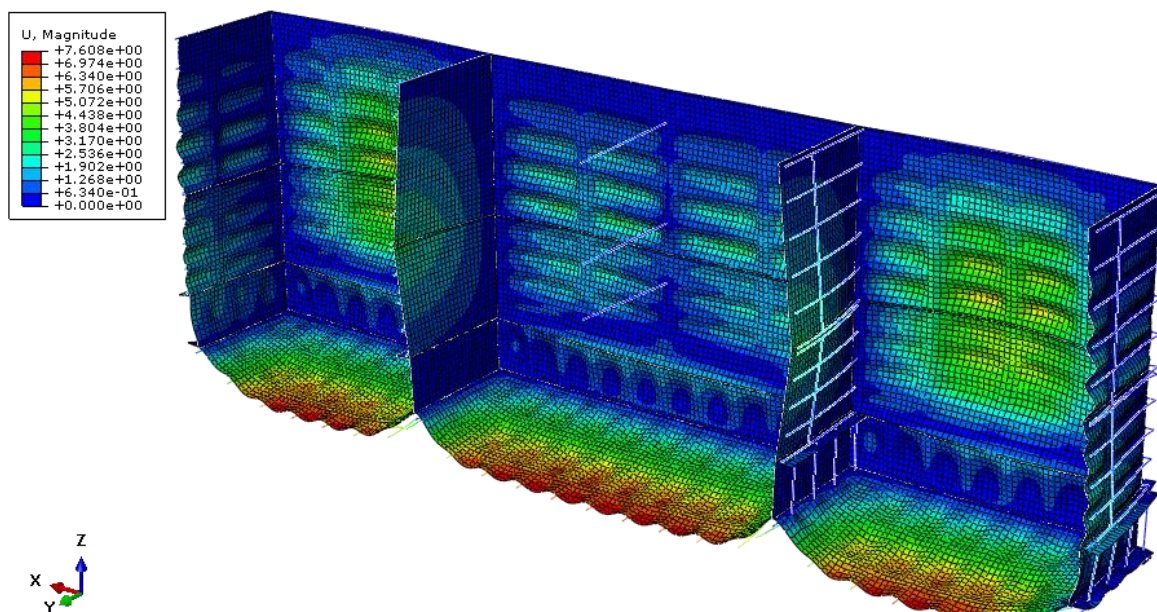
Slika 88. Rubni uvjet simetrije i opterećenje spremnika

Na slici 89. je prikazana mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran spremnik. Pri verifikaciji elemenata odredila se potrebna gustoća mreže, te je analiza čvrstoće spremnika provedena samo na ovoj mreži.



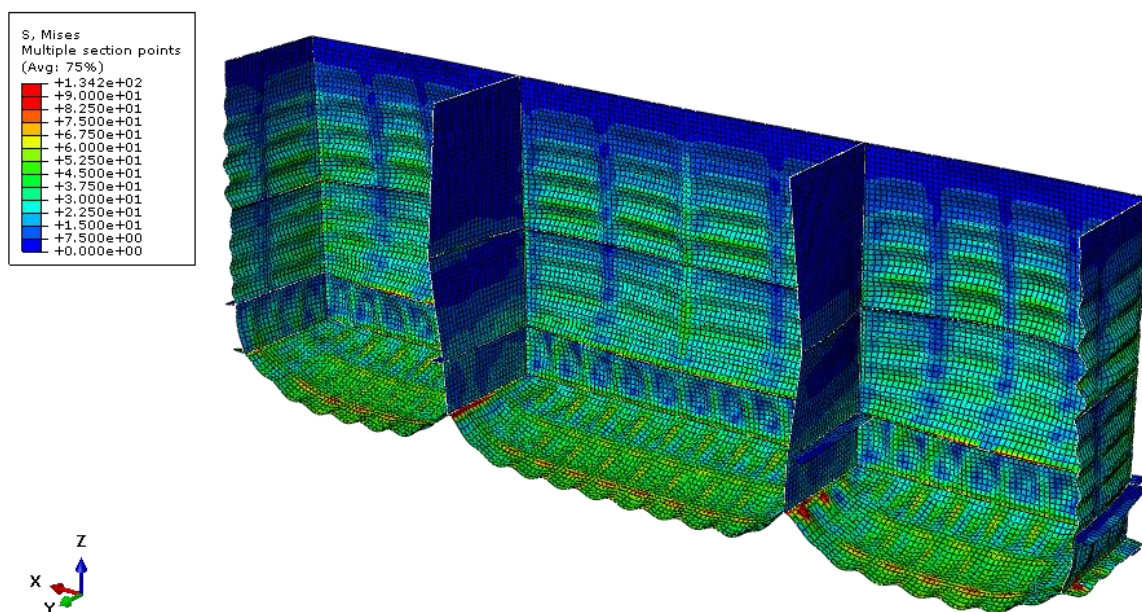
Slika 89. Mreža konačnih elemenata

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 90. Sa slike vidimo da se najveći pomak nalazi na donjoj ploči i iznosi 7,61 mm, dok na prednjoj, vertikalnoj ploči najveći pomak iznosi 5,46 mm.



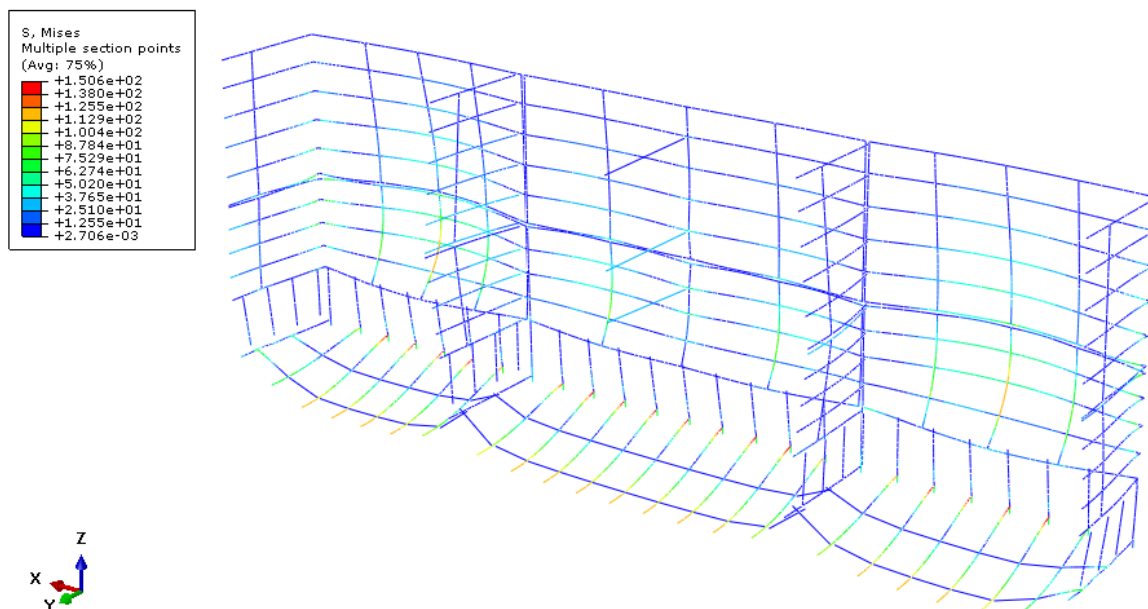
Slika 90. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Raspodjela naprezanja na pločama prikazana je na slici 91., dok je raspodjela naprezanja na grednim elementima prikazana na slici 92. Najveće naprezanje na slici 91. javlja se na donjoj ploči i iznosi 134 MPa.



Slika 91. Raspodjela naprezanja na pločama

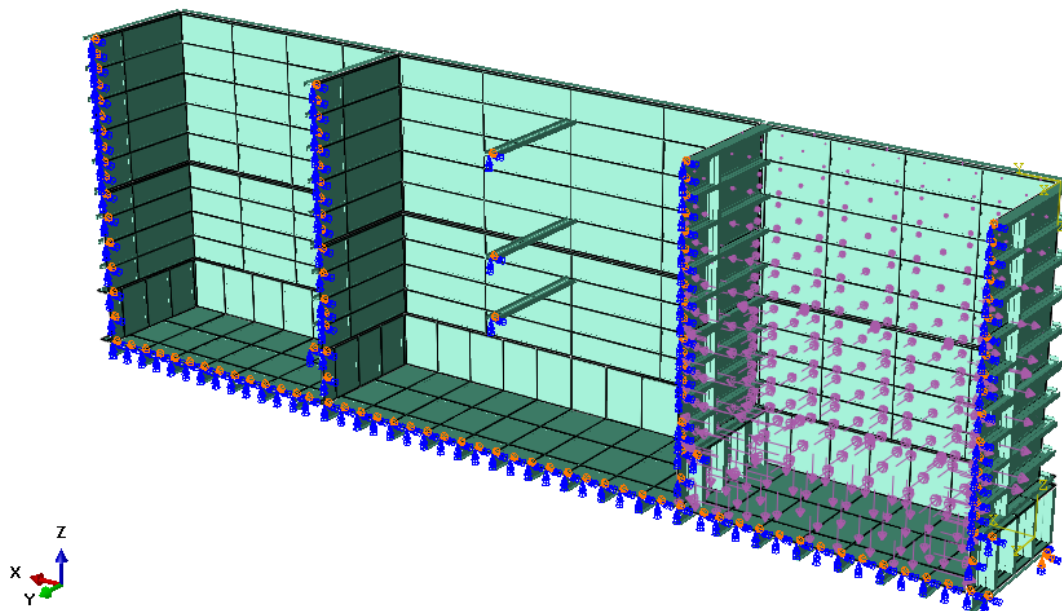
Najveće naprezanje na grednim elementima (slika 92.) je ujedno i najveće naprezanje na konstrukciji. Javlja se na spoju horizontalnih i vertikalnih I-30 profila, te iznosi 151 MPa.



Slika 92. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

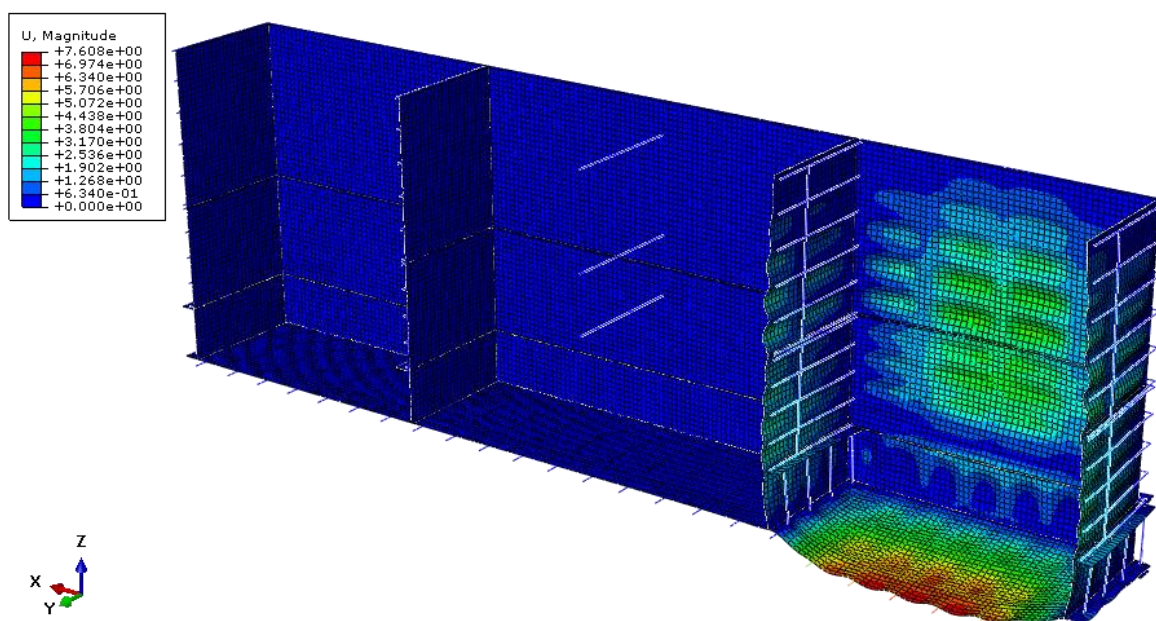
### 3.4.2. Opterećenje ispunjenim desnim košom

Provedena je analiza čvrstoće konstrukcije kod koje je desni koš spremnika ispunjen šljunkom, a ostala dva koša su prazna. Slika 93. prikazuje opterećenje spremnika.



Slika 93. Opterećenje ispunjenim desnim košom

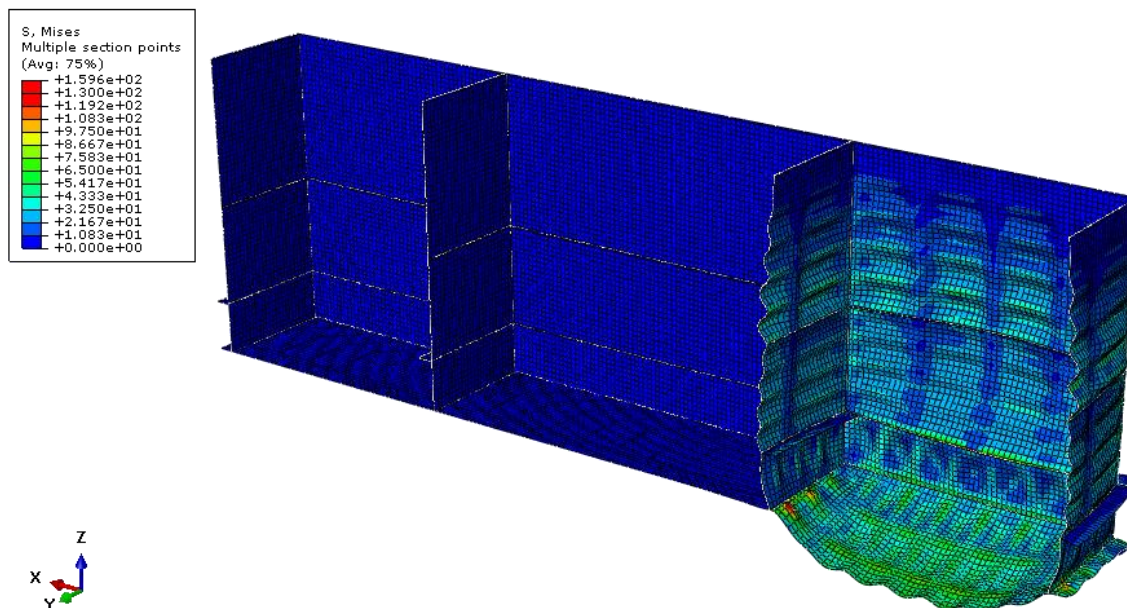
Na slici 94. je prikazan deformirani oblik konstrukcije pri opterećenju prikazanom na slici 93. U ovom slučaju najveći pomak se nalazi na donjoj ploči i iznosi 7,61 mm. Na prednjoj, vertikalnoj ploči najveći pomak iznosi 4,03 mm.



Slika 94. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

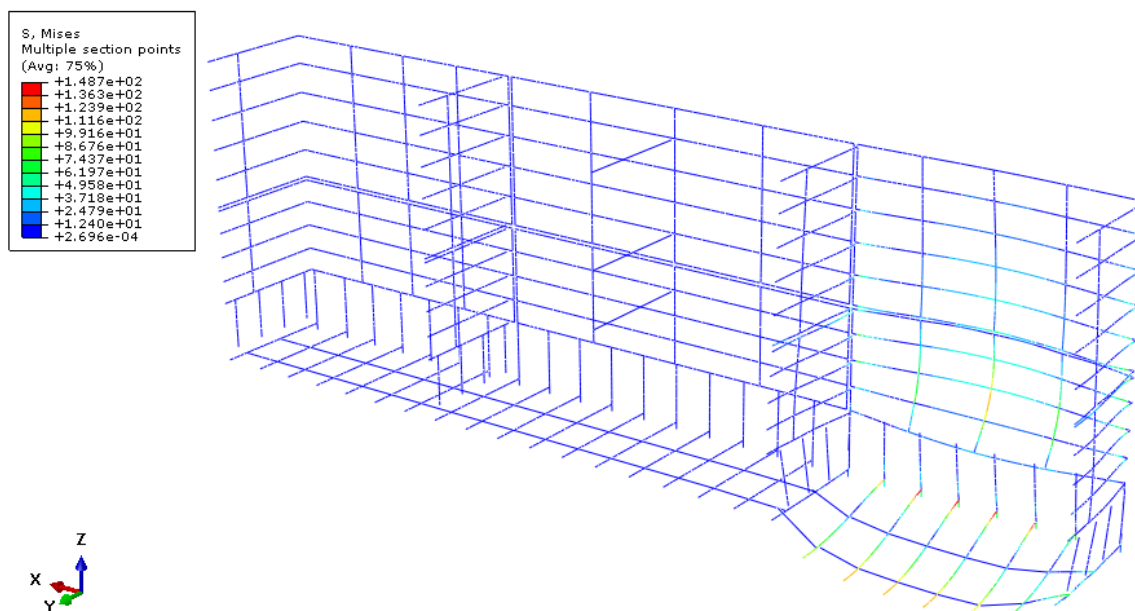


Raspodjela napreznja na pločama prikazana je na slici 95., a najveće napreznje se javlja na donjoj ploči i iznosi 160 MPa.



Slika 95. Raspodjela napreznja na pločama

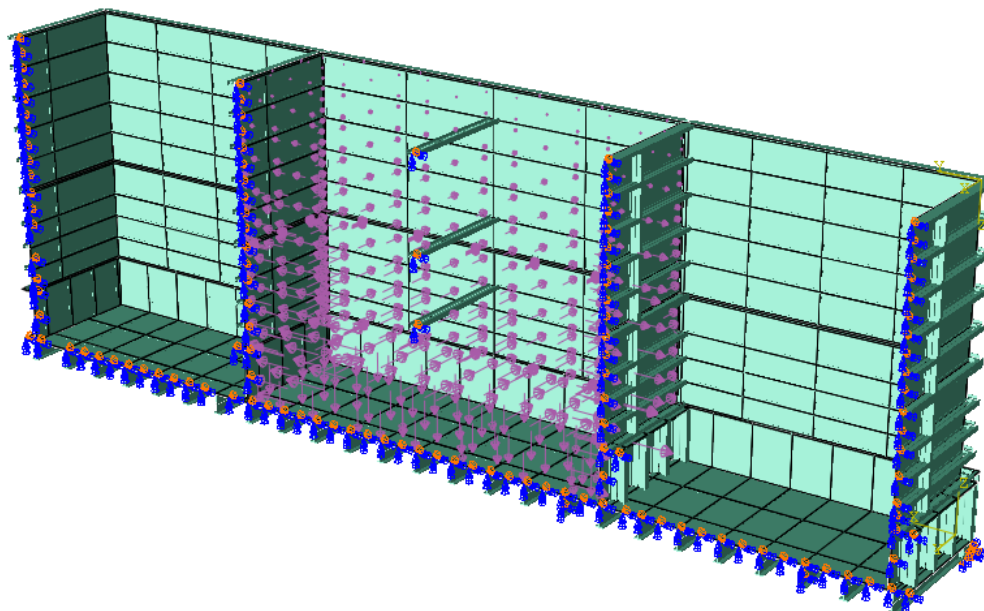
Slika 96. prikazuje raspodjelu napreznja na grednim elementima (čeličnim profilima), a najveće napreznje iznosi 149 MPa i javlja se na elementima gdje dolazi do najvećeg pomaka.



Slika 96. Raspodjela napreznje na grednim elementima

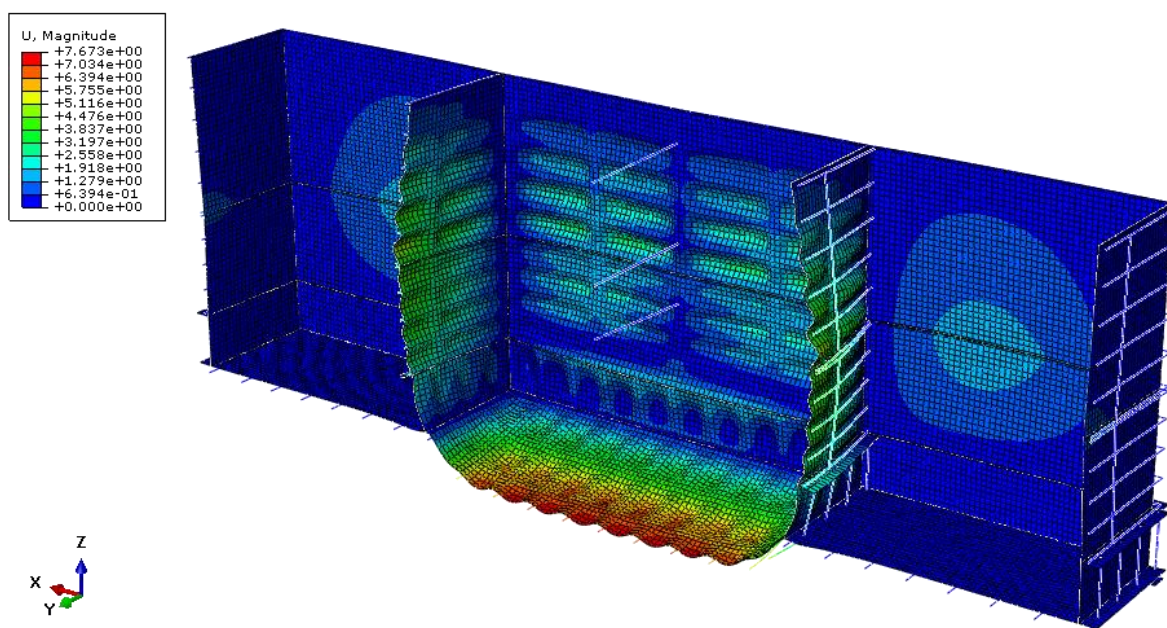
### 3.4.3. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Analiza čvrstoće konstrukcije je provedena na spremniku gdje je srednji koš ispunjen šljunkom, dok su lijevi i desni koš prazni. Na slici 97. je prikazano opterećenje spremnika.



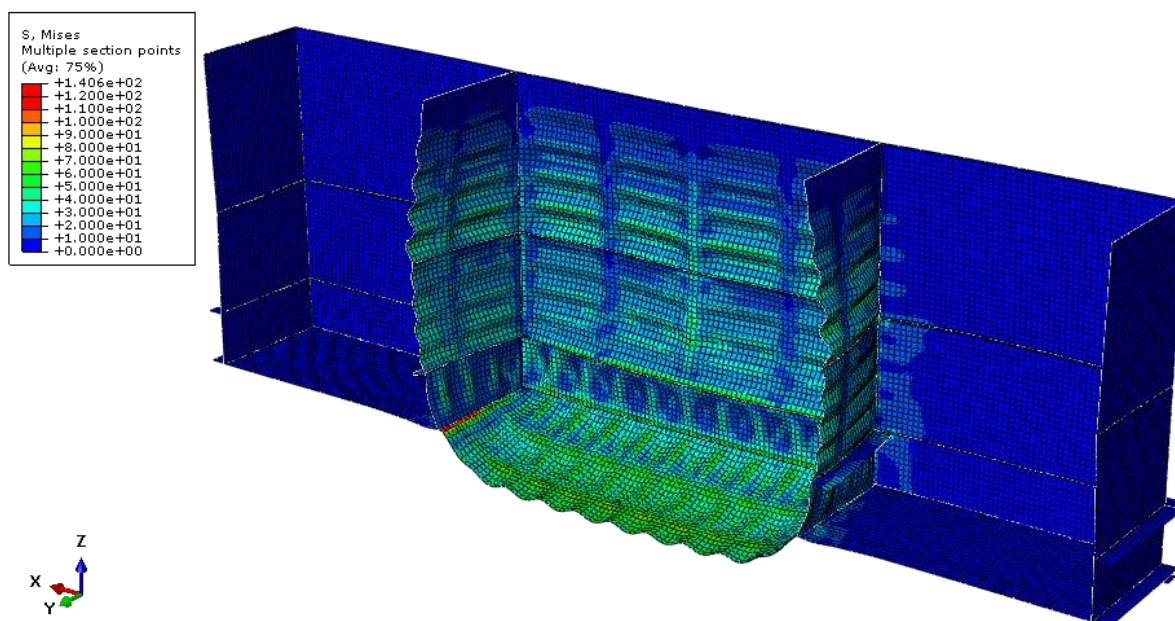
Slika 97. Opterećenje ispunjenim srednjim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 98. Najveći pomak pod ovim opterećenjem se nalazi na donjoj ploči i iznosi 7,67 mm, dok na bočnim, vertikalnim pločama najveći pomak iznosi 5,03 mm.



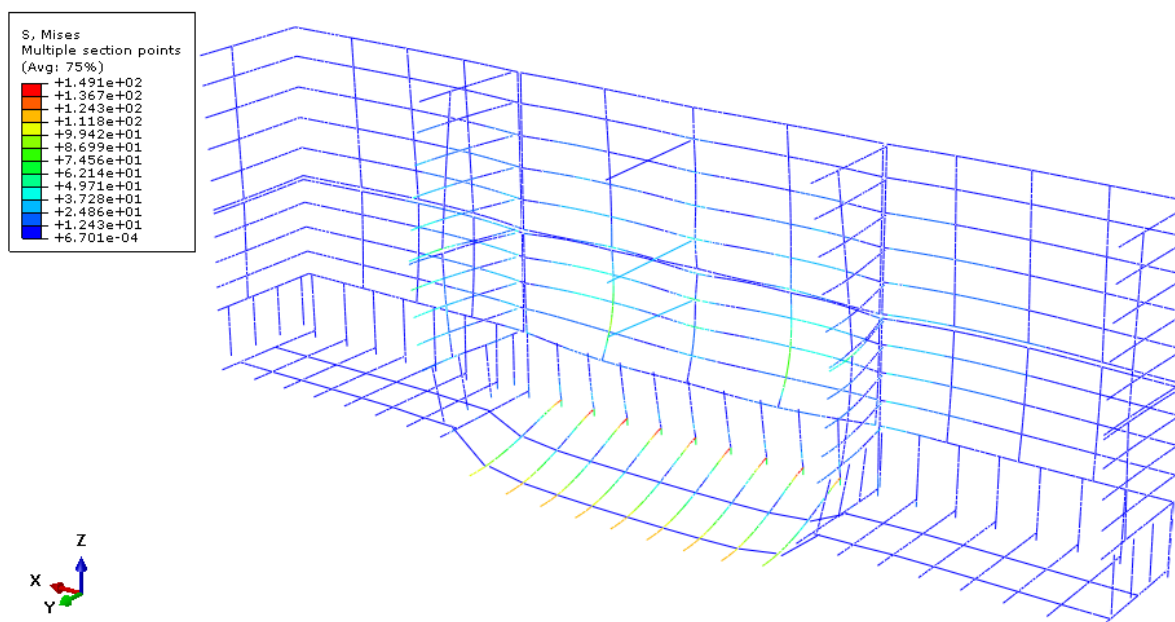
Slika 98. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Na slikama 99. i 100. prikazana je raspodjela napreznja na konstrukciji u slučaju kada je samo srednji koš ispunjen šljunkom. Slika 99. prikazuje raspodjelu napreznja na pločama, a najveće se napreznje javlja na donjoj ploči i iznosi 141 MPa.



Slika 99. Raspodjela napreznja na pločama

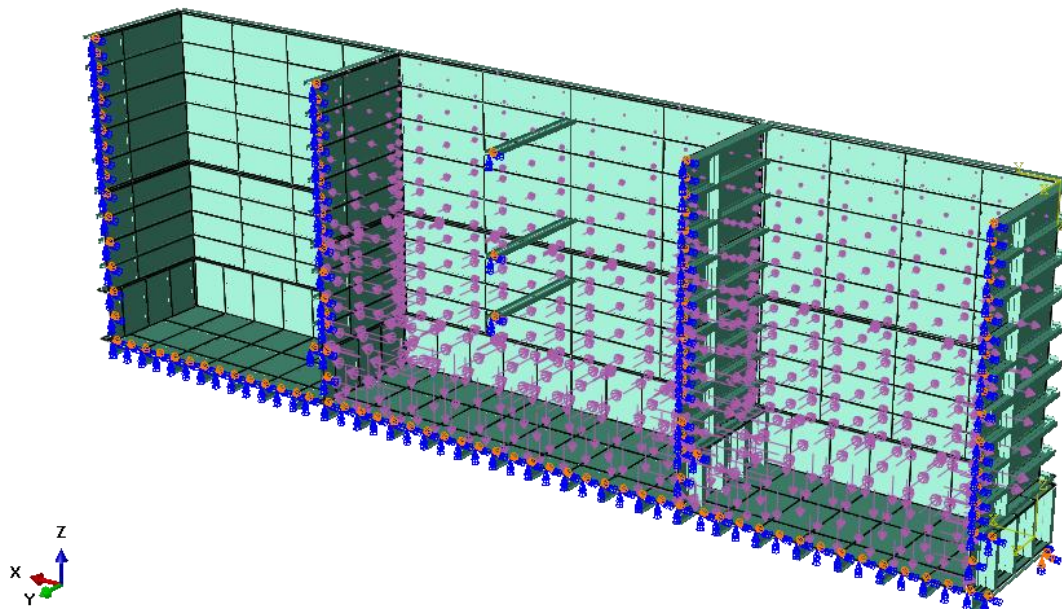
Raspodjela napreznja na grednim elementima prikazana je na slici 100. Najveće napreznje iznosi 149 MPa, a javlja se na donjim I-30 profilima.



Slika 100. Raspodjela napreznje na grednim elementima

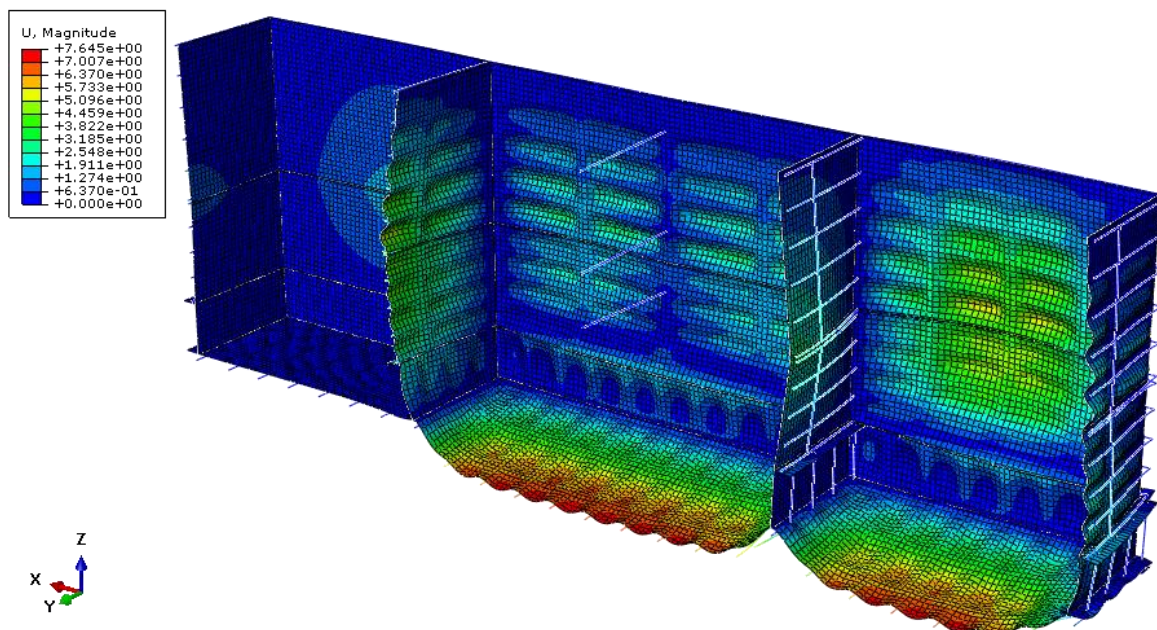
### 3.4.4. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Nad spremnikom je provedena analiza čvrstoće konstrukcije, gdje su desni i srednji koš spremnika ispunjeni šljunkom, dok je lijevi koš prazan. Slika 101. prikazuje opterećenje spremnika.



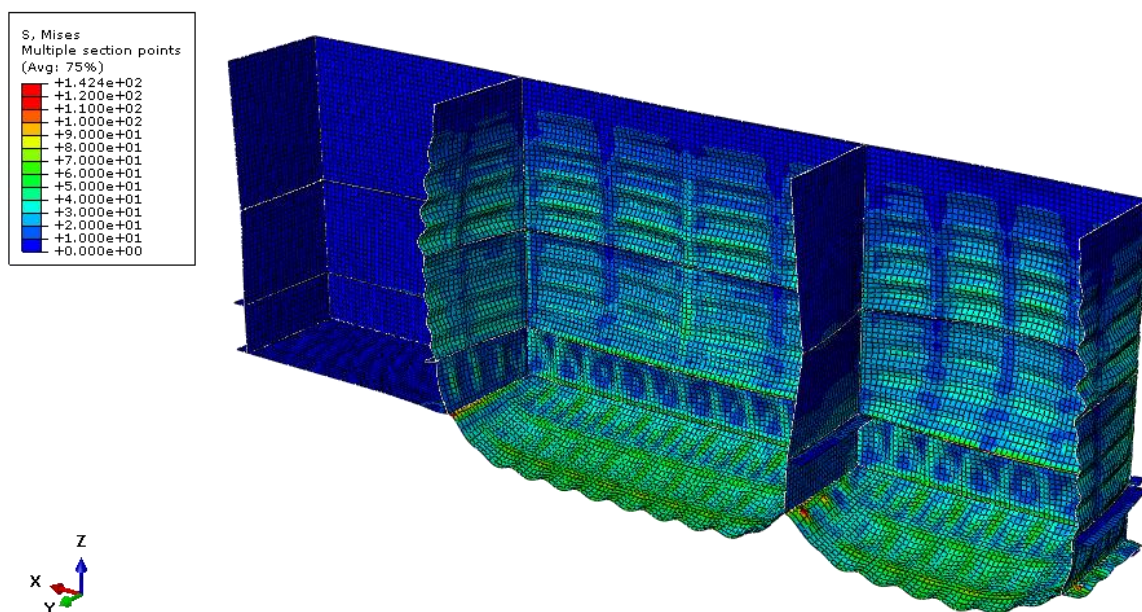
Slika 101. Opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom

Deformirani oblik konstrukcije prikazan je na slici 102. Najveći pomak se nalazi na donjoj ploči i iznosi 7,65 mm, dok na prednjoj, vertikalnoj stranici desnog koša najveći pomak iznosi 5,48 mm.



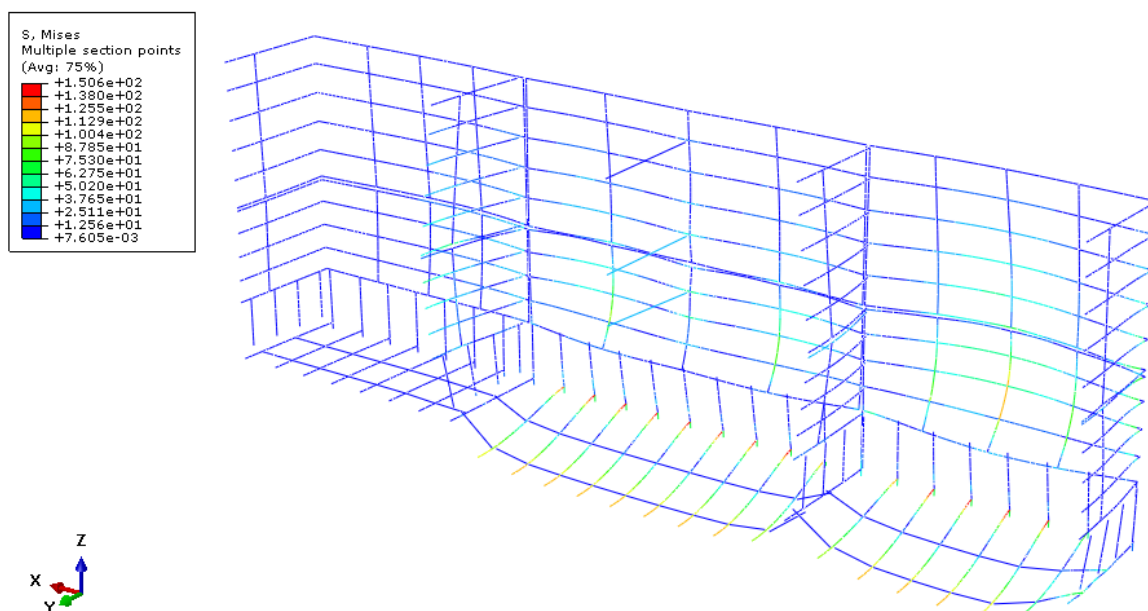
Slika 102. Deformirani oblik konstrukcije i prikaz maksimalnog pomaka

Raspodjela naprezanja na konstrukciji prikazana je na slikama 103. i 104. Slika 103. prikazuje raspodjelu naprezanja na pločama, s najvećim naprezanjem od 142 MPa koje se javlja na donjoj ploči.



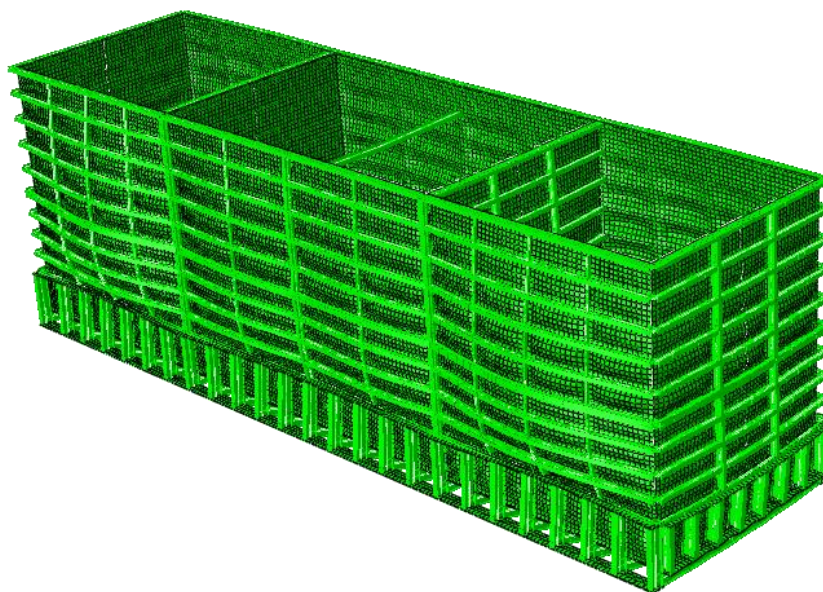
Slika 103. Raspodjela naprezanja na pločama

Raspodjela naprezanja na grednim elementima prikazana je na slici 104. Najveće naprezanje se javlja na elementima gdje dolazi i do najvećeg pomaka i ono iznosi 151 MPa.

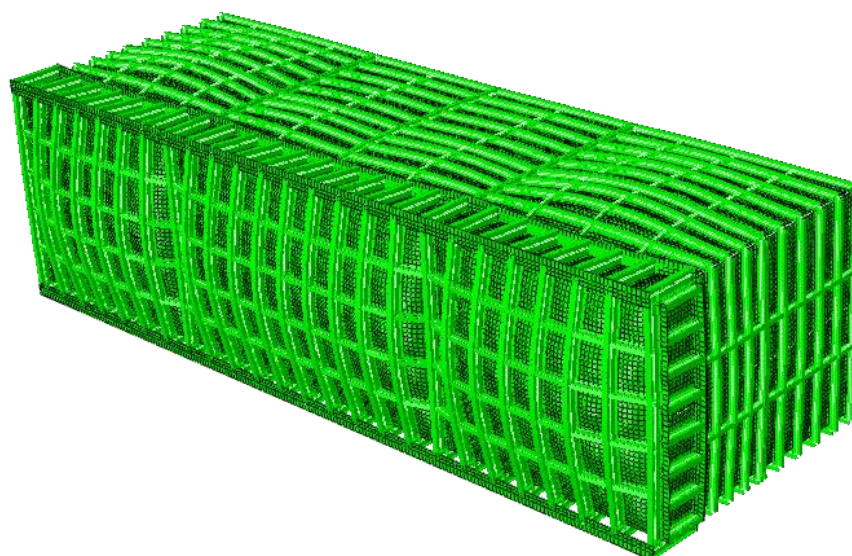


Slika 104. Raspodjela naprezanje na grednim elementima

Deformirani oblik cijelog spremnika prikazan je na slici 105., a na slici 106. prikazan je deformirani oblik donjeg dijela spremnika.



Slika 105. Prikaz deformiranog oblika cijelog spremnika



Slika 106. Prikaz deformiranog oblika donjeg dijela spremnika

## 4. ANALIZA STABILNOSTI POSTOLJA

### 4.1. Uvod u računanje stabilnosti konstrukcije

Razmatra se stabilnost konstrukcija u svrhu određivanja točnosti metode koju koristimo u programskom paketu Abaqus [2]. Počinje se sa jednostavnim primjerom izvijanja štapa te dok se provjeri točnost tog postupka, prelazi se na složenije oblike konstrukcija (2D okvirne konstrukcije i prostorne konstrukcije).

#### Računanje vlastitih vrijednosti pri izvijanju (*Eigenvalue buckling prediction*)

Analiza vlastitih vrijednosti pri izvijanju:

- koristi se pri određivanju kritičnog opterećenja kod “krutih” konstrukcija,
- je postupak linearne perturbacije,
- može biti prvi korak u analizi neopterećene konstrukcije ili se primjenjuje kada konstrukcije bude preopterećena,
- radi samo sa simetričnim matricama i
- ne može se koristiti u primjeni podmodeliranja.

#### Problem vlastitih vrijednosti pri izvijanju

Kod problema vlastitih vrijednosti pri izvijanju tražimo opterećenje za koje matrica krutosti postaje singularna tako da problem ima netrivialna rješenja.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{v} = 0$$

$\mathbf{K}$  je tangentna matrica krutosti kada se primjeni opterećenje dok  $\mathbf{v}$  je vektor netrivialnih pomaka. Primijenjeno opterećenje može biti tlak, koncentrirana sila ili toplinska opterećenja. Vlastite vrijednosti pri izvijanju najčešće koristimo kod računanja kritičnog opterećenja na izvijanje. „Krate“ konstrukcije su primarno opterećene aksijalnim ili membranskim opterećenjem. Javljaju se jako male deformacije prije nego li dođe do izvijanja. Osnovni primjer je Eulerov štap koji se ponaša vrlo kruto prije nego li se dosegne kritično opterećenje pri kojem dolazi do iznenadnog izvijanja te dolazi do gubitka stabilnosti. Međutim, čak i kad dolazi do nelinearne deformacije prije kolapsa, računanje problema vlastitih vrijednosti može dati korisne procjene gubitka stabilnosti konstrukcije.

## Problem vlastitih vrijednosti

Inkrement opterećenja,  $\mathbf{Q}$ , je definiran u početnom koraku računanja vlastitih vrijednosti kod izvijanja. Iznos inkrementa opterećenja nije bitan pošto će biti skaliran s faktorom opterećenja,  $\lambda_i$ , koji se javlja kod problema vlastitih vrijednosti:

$$\mathbf{K}_0 + \lambda_i \mathbf{K}_\Delta \mathbf{v}_i = 0,$$

gdje je:

$\mathbf{K}_0$  - matrica krutosti u nedeformiranom (početnom) stanju koja uključuje efekte predopterećenja (ukoliko postoje),

$\mathbf{K}_\Delta$  - matrica krutosti početnih naprezanja,

$\lambda_i$  - vlastite vrijednosti  $i$

$\mathbf{v}_i$  - vlastiti vektori koji određuju oblik gubitka stabilnosti.

Kritično opterećenje pri izvijanju je  $\mathbf{P} + \lambda_i \mathbf{Q}$ . Traži se najmanja vrijednost  $\lambda_i$ . Predopterećenje  $\mathbf{P}$  i inkrement opterećenja  $\mathbf{Q}$  mogu biti različiti. Na primjer,  $\mathbf{P}$  može biti toplinsko opterećenje uzrokovano promjenom temperature dok  $\mathbf{Q}$  može biti tlačno opterećenje.

Vlastiti vektori koji određuju oblik gubitka stabilnosti,  $\mathbf{v}_i$ , su normirani vektori i ne prikazuju stvaran iznos pomaka pri kritičnom opterećenju. Normirani su tako da maksimalni pomak je iznosa 1,0. Oblici gubitka stabilnosti dobiveni analizom su najkorisniji dobiveni rezultat s obzirom da predviđaju najvjerojatniji gubitak stabilnosti konstrukcije.

## Odabir metode pri rješavanju problema vlastitih vrijednosti pri izvijanja

Abaqus/Standard nudi *Lanczos* i *Subspace* iteracijsku metodu za rješavanje problema vlastitih vrijednosti. *Lanczos* metoda je brža ukoliko se traži veći broj vlastitih vrijednosti pri modelu s puno stupnjeva slobode. *Subspace* metoda je brža samo kada se traži manji broj (manje od 20) vlastitih vrijednosti. *Subspace* metoda je generički odabrana. Kod različitih koraka analize (*steps*) može se koristiti druga metoda iteracije.

*Lanczos* metoda se ne može primjenjivati za analizu izvijanja kod kojih je matrica krutosti beskonačna, kao što je to u sljedećim slučajevima:

- model sadrži *hybrid* elemente ili *connector* elemente,



- model sadrži *distributing coupling constraints*, definirani izravno ili pomoću *distributing coupling* elemenata (DCOUP2D i DCOUP3D),
- model sadrži *contact pairs* ili *contact* elemente,
- model koji je bio predopterećen preko opterećenja izvijanja i
- model koji ima *rigid body modes*.

U tim slučajevima Abaqus/Standard će izbaciti grešku i prekinuti analizu.

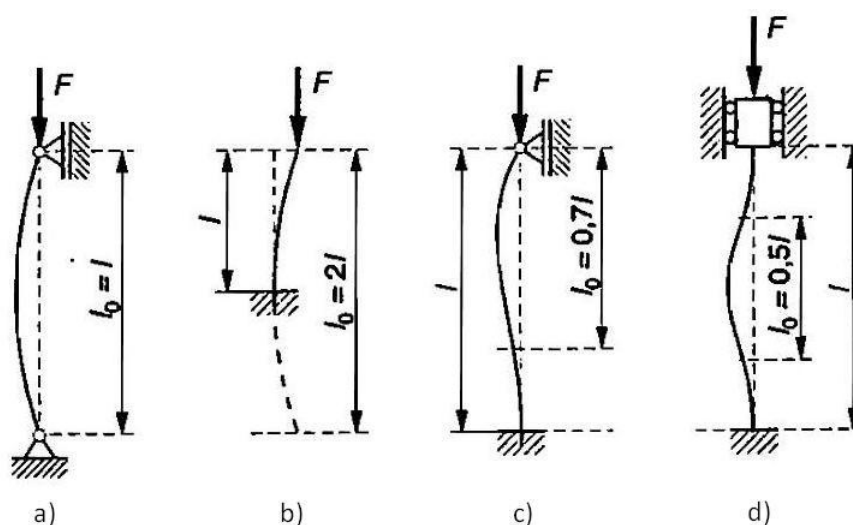
### Pojava negativnih vlastitih vrijednosti

Ponekad se javljaju negativne vlastite vrijednosti pri analizi vlastitih vrijednosti kod izvijanja. U većini slučajeva negativna vlastita vrijednost ukazuje na to da kada bi opterećenje bilo zadano u suprotnom smjeru da bi u tom slučaju došlo do izvijanja, što nema fizikalnog značenja.

## 4.2. Verifikacija primijenjenog algoritma pri razmatranju stabilnosti konstrukcije

### 4.2.1. Izvijanje štapa

Određivanje vlastite vrijednosti, odnosno, gubitka stabilnosti konstrukcije napravljeno je tako da se vlastita vrijednost izračunala analitičkim postupkom, a zatim i numeričkim postupkom pomoću programskog paketa Abaqus [2]. Usporedbom vlastitih vrijednosti dobivenih analitičkim i numeričkim postupkom provjeravamo točnost primijenjenog algoritma. Analitičko rješenje je izračunato koristeći primjere (slika 107.) iz Inženjerskog priručnika [5]:



Slika 107. Primjeri izvijanja štapa [5]

## Analitičko rješenje

Zadano:

$$d = 20 \text{ mm}; \quad F = 1 \text{ N}; \quad l = 1000 \text{ mm}; \quad E = 210000 \text{ MPa} \quad \text{i} \quad \nu = 0,3.$$

Kritična slika pri izvijanju računa se preko izraza iz 4 :

$$F_{kr} = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2} = \lambda \cdot F$$

Kada je sila  $F$  jedinična sila izraz za  $F_{kr}$  postaje izraz za vlastitu vrijednost  $\lambda = F_{kr}$  :

- za slučaj a):

$$\lambda = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2} = \pi^2 \frac{210000 \cdot 7853,98}{1000^2} = 16278,29;$$

- za slučaj b):

$$\lambda = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2} = \pi^2 \frac{210000 \cdot 7853,98}{2000^2} = 4069,57;$$

- za slučaj c):

$$\lambda = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2} = \pi^2 \frac{210000 \cdot 7853,98}{700^2} = 33221 \text{ i}$$

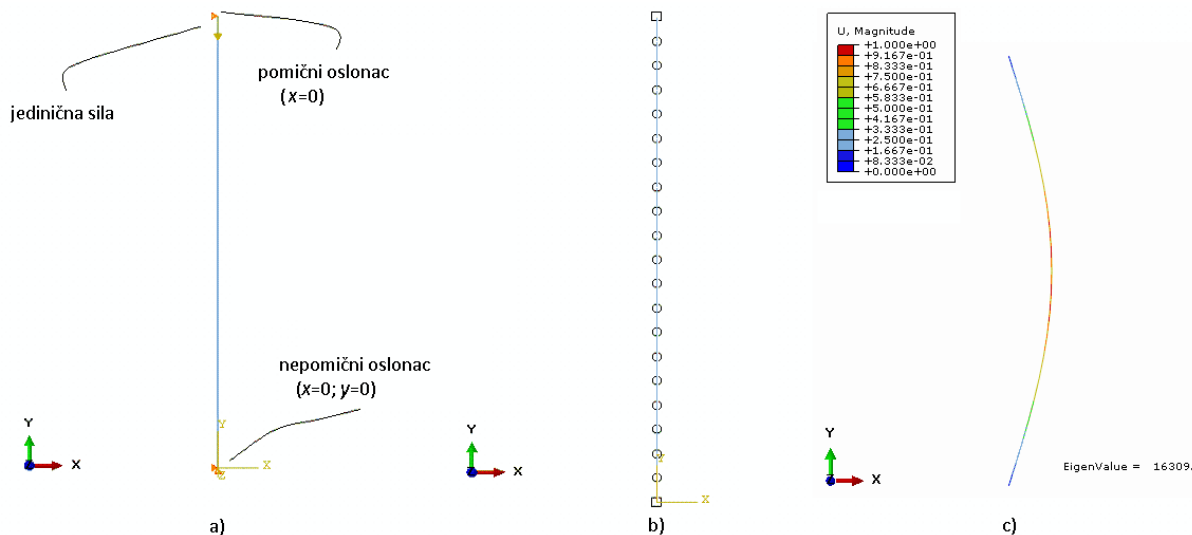
- za slučaj d):

$$\lambda = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_0^2} = \pi^2 \frac{210000 \cdot 7853,98}{500^2} = 65113,16.$$

## Numeričko rješenje pomoću programskog paketa Abaqus [2]

### Numeričko rješenje za slučaj a)

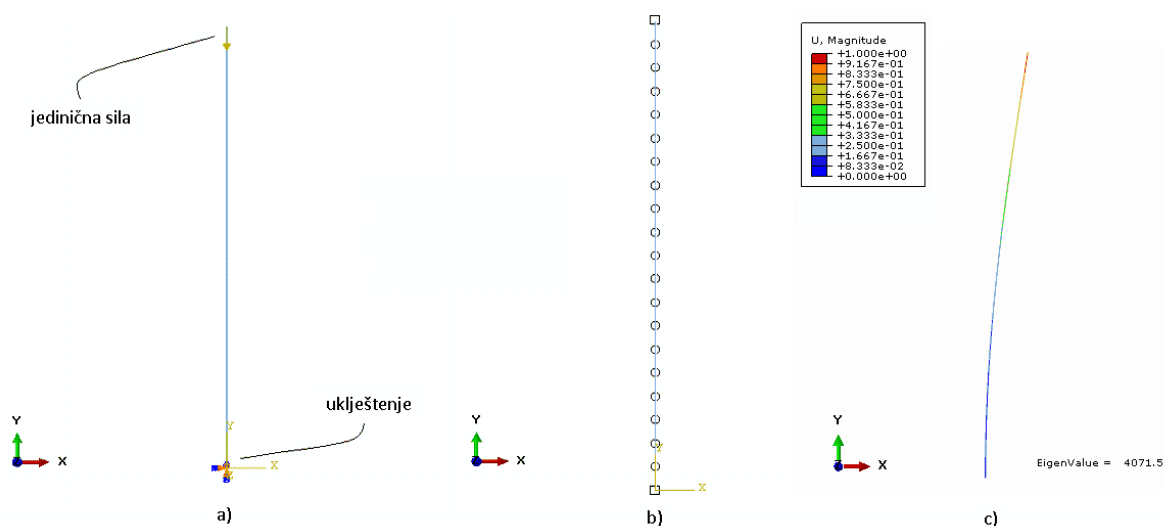
Radi se analiza vlastitih vrijednosti i gubitka stabilnosti na štapu koji je na donjem kraju vezan nepomičnim osloncem dok je na drugom kraju vezan pomičnim osloncem ( $x=0$ ) te opterećen silom  $F$ . Na slici 108.a). prikazana je geometrija, rubni uvjeti i opterećenje. Na slici 108.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Model je diskretiziran s grednim konačnim elementima prvog reda te je napravljena analiza modela sa mrežom od 20 konačnih elemenata. Rezultati analize odnosno iznos vlastite vrijednosti te prikaz gubitka stabilnosti prikazani su na slici 108.c). Vlastita vrijednost iznosi 16309 i razlika je u odnosu na analitičko rješenje 0,19%.



Slika 108. Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja

### Numeričko rješenje za slučaj b)

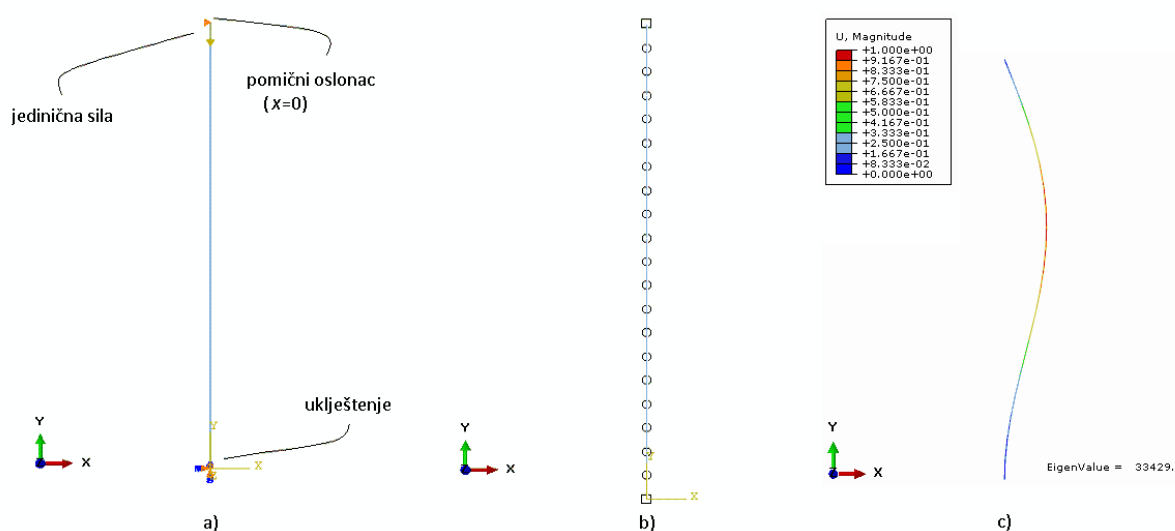
Provedena je analiza vlastitih vrijednosti i prikazan je oblik gubitka stabilnosti na štapu koji je ukliješten sa donje strane te sa druge strane je opterećen silom  $F$ . Na slici 109.a). prikazana je geometrija te sami rubni uvjeti i opterećenja. Na slici 109.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Diskretizacija je napravljena sa grednim konačnim elementima prvog reda te je provedena analiza na modelu sa mrežom od 20 konačnih elemenata. Na slici 109.c). prikazani su rezultati analize odnosno iznos vlastite vrijednosti te prikaz gubitka stabilnosti. Vlastita vrijednost iznosi 4071,5 i razlika je u odnosu na analitičko rješenje 0,05%.



Slika 109. Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja

### Numeričko rješenje za slučaj c)

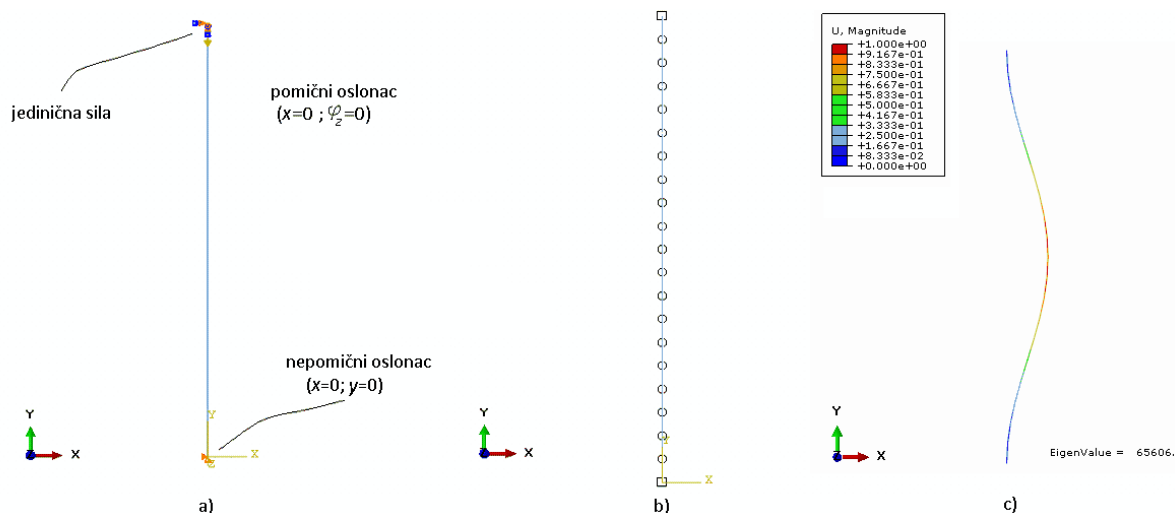
Radi se analiza vlastite vrijednosti i gubitka stabilnosti na štapu koji je uklješten sa donje strane dok je sa druge strane vezan pomičnim osloncem ( $x = 0$ ) te opterećen silom  $F$ . Na slici 110.a). prikazani su rubni uvjeti, mreža konačnih elemenata i opterećenje. Na slici 110.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Model je diskretiziran sa grednim konačnim elementima prvog reda te je analiza provedena na mreži od 20 konačnih elemenata. Rezultati analize i prikaz oblika gubitka stabilnosti prikazani su na slici 110.c). Vlastita vrijednost iznosi 33429. Razlika u odnosu na analitičko rješenje iznosi 0,62%.



Slika 110. Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja

### Numeričko rješenje za slučaj d)

Provedenom analizom stabilnosti dobivene su vlastite vrijednosti i prikazan je oblik gubitka stabilnosti na štapu koji je uklješten na donjem kraju dok je na drugom kraju vezan pomičnim osloncem ( $x = 0$ ;  $\varphi_z = 0$ ) te opterećen silom  $F$ . Na slici 111.a). je prikazana geometrija, rubni uvjeti i opterećenje. Na slici 111.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Diskretizacija je napravljena sa grednim konačnim elementima prvog reda te je analiziran model sa mrežom od 20 konačnih elemenata. Rezultati analize odnosno iznos vlastite vrijednosti te prikaz gubitka stabilnosti prikazani su na slici 111.c). Vlastita vrijednost iznosi 65606 te je razlika u odnosu na analitičko rješenje 0,75%.



Slika 111. Prikaz rubnih uvjeta, mreže i rezultata izvijanja

#### 4.2.2. Izvijanje okvirnih konstrukcija

Napravljena je provjera za tri primjera okvirnog nosača, analitičkom metodom i numeričkom metodom koristeći programski paket Abaqus [2].

Analitičko rješenje je izračunato koristeći izraze iz tablice 6.

Tablica 6. Primjeri okvirnih nosača te izrazi za računanje kritične sile izvijanja [6]

| Slučaj             | a)   | b)  | c)   |
|--------------------|--|---|--|
| Model              |  |   |  |
| Teorijski rezultat | Chajes (1974) and Renton (1967)<br>$P_{cr} = 25.2 \frac{EI}{L^2}$ $\rho = \frac{P_{cr}}{\pi^2 EI} = 2.55329$ | Chajes (1974) and Renton (1967)<br>$P_{cr} = 7.34 \frac{EI}{L^2}$ $\rho = \frac{P_{cr}}{\pi^2 EI} = 0.7437$ | Timoshenko and Gere (1963)<br>$P_{cr} = 1.82 \frac{EI}{L^2}$ $\rho = \frac{P_{cr}}{\pi^2 EI} = 0.1844$ |

#### Analitičko rješenje

Zadano:

$$d = 20 \text{ mm}; \quad P = 1 \text{ N}; \quad L = 1000 \text{ mm}; \quad E = 210000 \text{ MPa} \text{ i } \nu = 0,3.$$

Kritična sila izvijanja kod okvirnih konstrukcija izračunava se analitičkom metodom koristeći izraze iz tablice 6.

$$P_{kr} = 7,34 \frac{E \cdot I_{\min}}{L^2} = \lambda \cdot P$$

Kada je sila  $P$  jedinična sila izraz  $P_{kr}$  postaje izraz za vlastitu vrijednost  $\lambda$ :

- za slučaj a):

$$\lambda = 25,2 \frac{E \cdot I_{\min}}{L^2} = 25,2 \frac{210000 \cdot 7853,98}{1000^2} = 41563,26;$$

- za slučaj b):

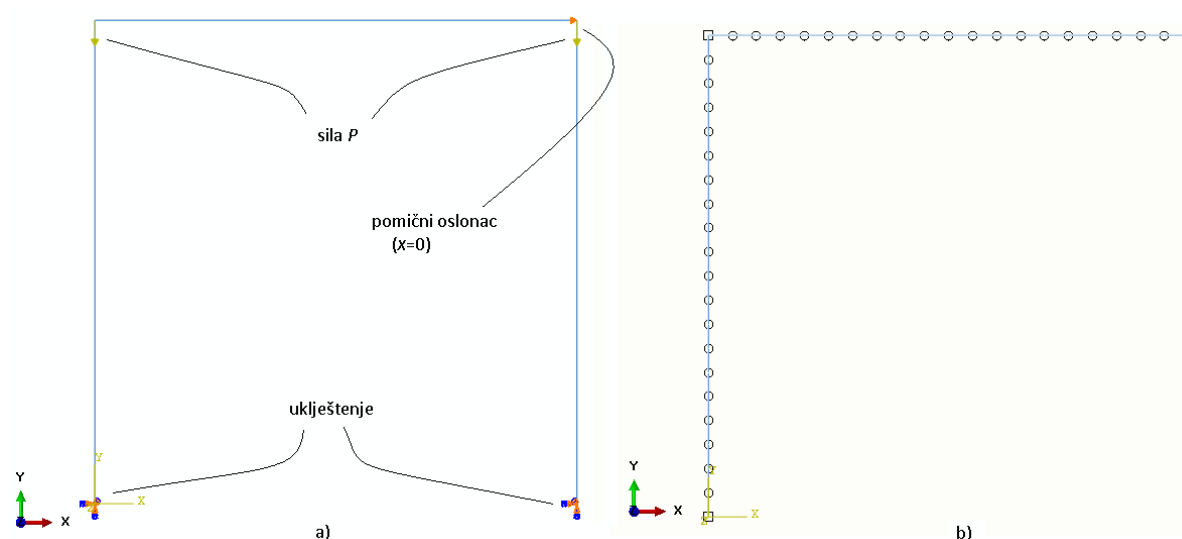
$$\lambda = 7,34 \frac{E \cdot I_{\min}}{L^2} = 7,34 \frac{210000 \cdot 7853,98}{1000^2} = 12106,12 \text{ i}$$

- za slučaj c):

$$\lambda = 1,82 \frac{E \cdot I_{\min}}{L^2} = 1,82 \frac{210000 \cdot 7853,98}{1000^2} = 3001,79.$$

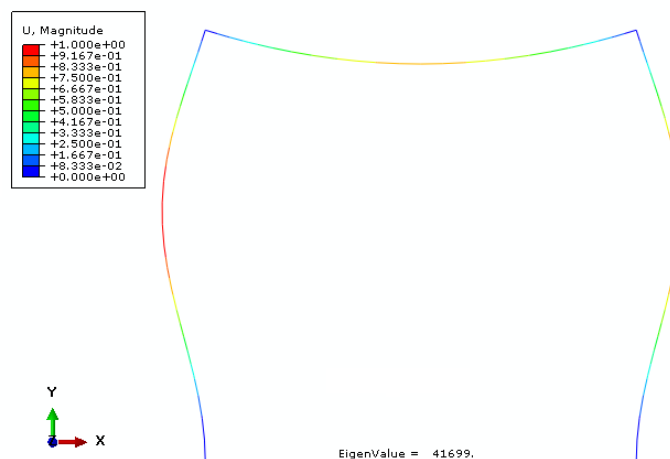
### Numeričko rješenje za slučaj a)

Provedena je analiza vlastitih vrijednosti i prikaz gubitka stabilnosti na okvirnom nosaču prema tablici 6.a). Na slici 112.a). prikazani su rubni uvjeti i opterećenja. Na slici 112.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Radi se o grednim konačnim elementima prvog reda te je napravljena analiza modela sa mrežom od 20 konačnih elemenata po svakom elementu u konstrukciji.



Slika 112. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata

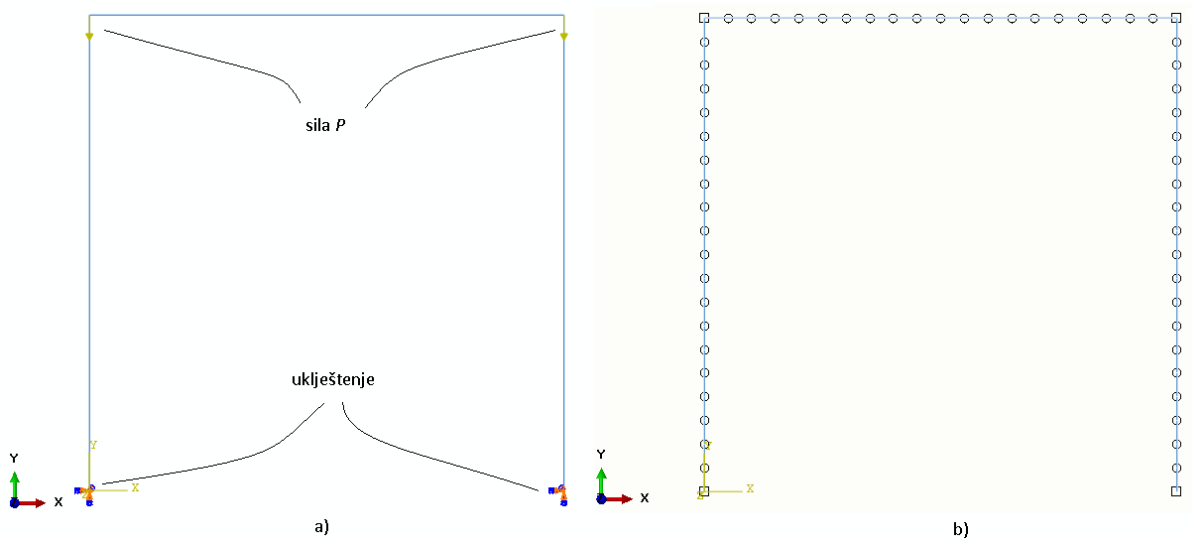
Rezultati analize odnosno iznos vlastite vrijednosti i prikaz gubitka stabilnosti prikazani su na slici 113. Vlastita vrijednost iznosi 41699 te je razlika u odnosu na analitičko rješenje 0,32%.



Slika 113. Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti

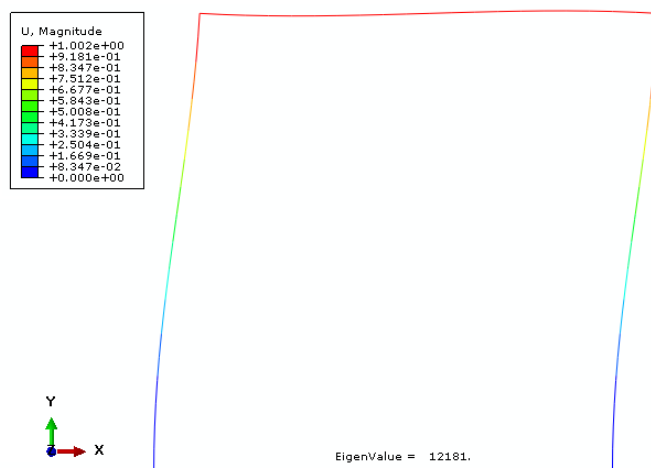
### Numeričko rješenje za slučaj b)

Numeričkom analizom dobivene su vlastite vrijednosti i prikazan je gubitak stabilnosti na okvirnom nosaču prema tablici 6.b). Na slici 114.a). prikazani su rubni uvjeti i opterećenje. Na slici 114.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Mreža je diskretizirana sa grednim konačnim elementima prvog reda i analiziran je model sa mrežom od 20 konačnih elemenata po svakom elementu u konstrukciji.



Slika 114. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata

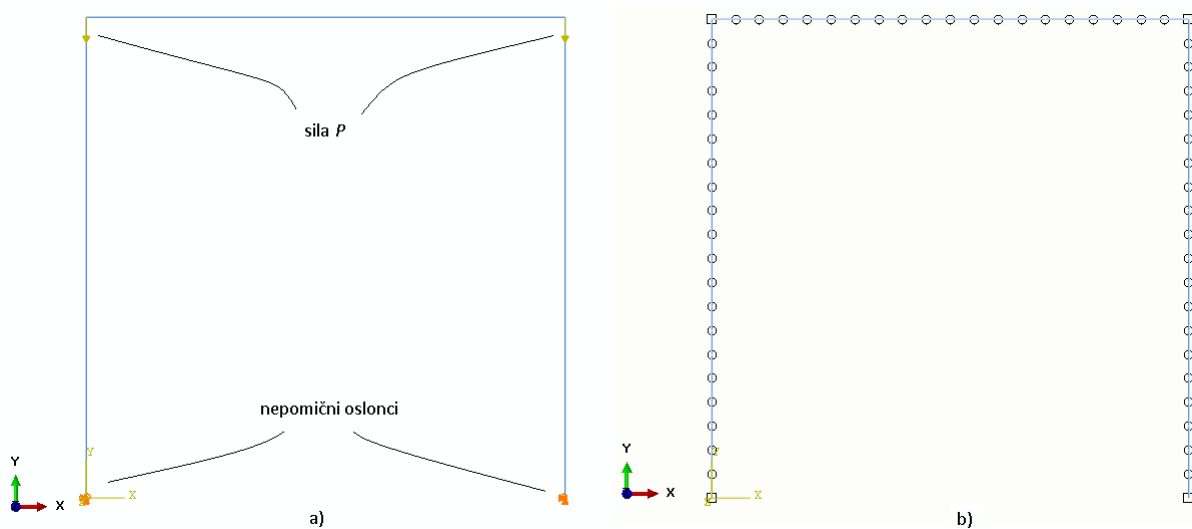
Na slici 115. prikazani su rezultati analize odnosno iznos vlastite vrijednosti i prikaz gubitka stabilnosti. Vlastita vrijednost iznosi 12181 i razlika u odnosu na analitičko rješenje je 0,61%.



Slika 115. Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti

### Numeričko rješenje za slučaj c)

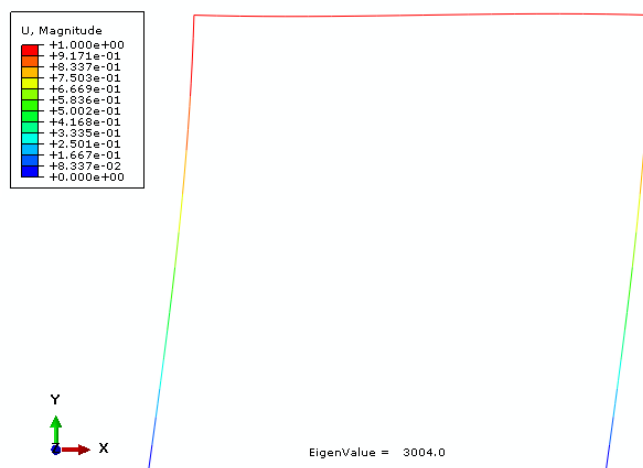
Provedena je numerička analiza vlastitih vrijednosti i prikazan je oblik gubitka stabilnosti na okvirnom nosaču prema tablici 6.c). Na slici 116.a). prikazani su rubni uvjeti i opterećenja. Na slici 116.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Diskretizacija je napravljena sa grednim konačnim elementima prvog reda te je napravljena analiza modela sa mrežom od 20 konačnih elemenata po svakom elementu u konstrukciji.



Slika 116. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata

Slika 117. prikazuje iznos vlastite vrijednosti i prikaz oblika gubitka stabilnosti. Vlastita vrijednost iznosi 3004. Razlika u odnosu na analitičko rješenje je 0,073%.





Slika 117. Prikaz gubitka stabilnosti i iznos vlastite vrijednosti

#### 4.2.3. Izvijanje prostornih okvirnih konstrukcija

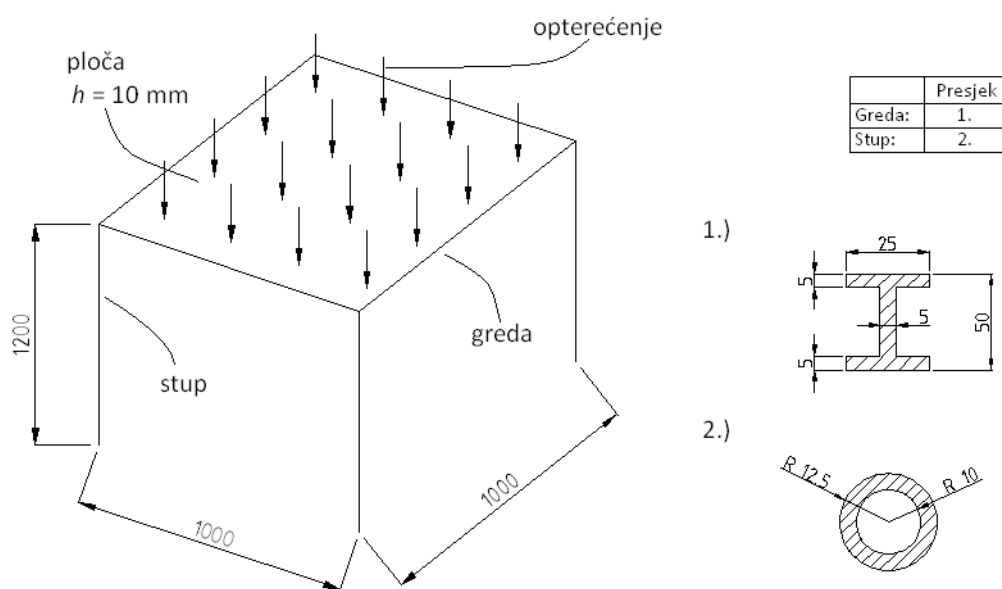
Provedene su analize na prostornim okvirnim konstrukcijama za nekoliko različitih slučajeva.

##### Primjer 1.

U programskom paketu Abaqus [2] provedena je analiza vlastitih vrijednosti  $\lambda_k$  i prikazani su oblici gubitka stabilnosti za okvir prema slici 118. Na gredne elemente je dodana ploča debljine  $h = 10$  mm. Okvir je diskretiziran s grednim konačnim elementima dok je ploča diskretizirana s ljuskastim konačnim elementima.

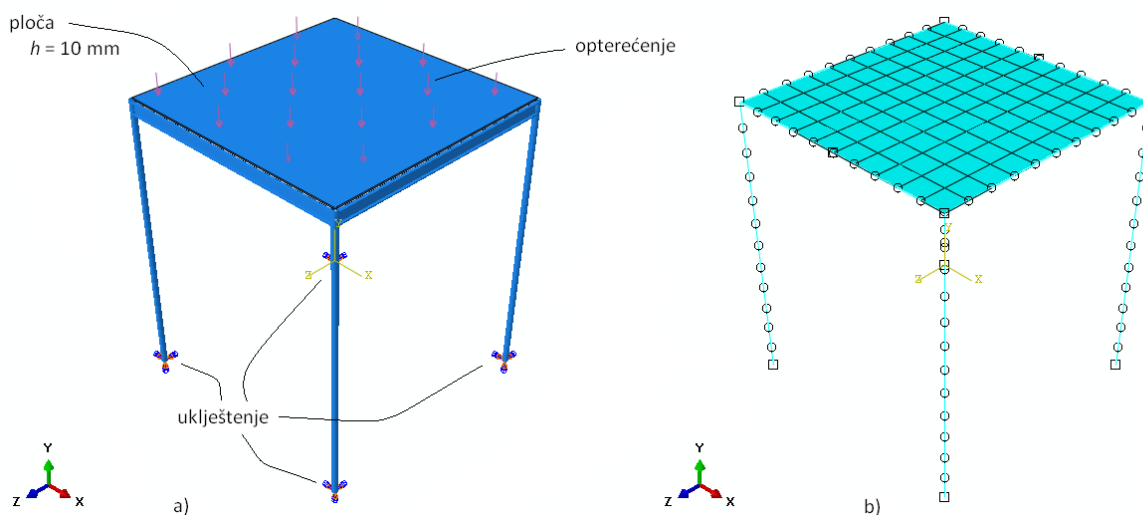
Zadano:

$$p = 0,102 \text{ MPa}; \quad h = 10 \text{ mm}; \quad E_{\text{ploče}} = 30000 \text{ MPa}; \quad E_{\text{stap/greda}} = 210000 \text{ MPa} \text{ i } \nu = 0,3.$$



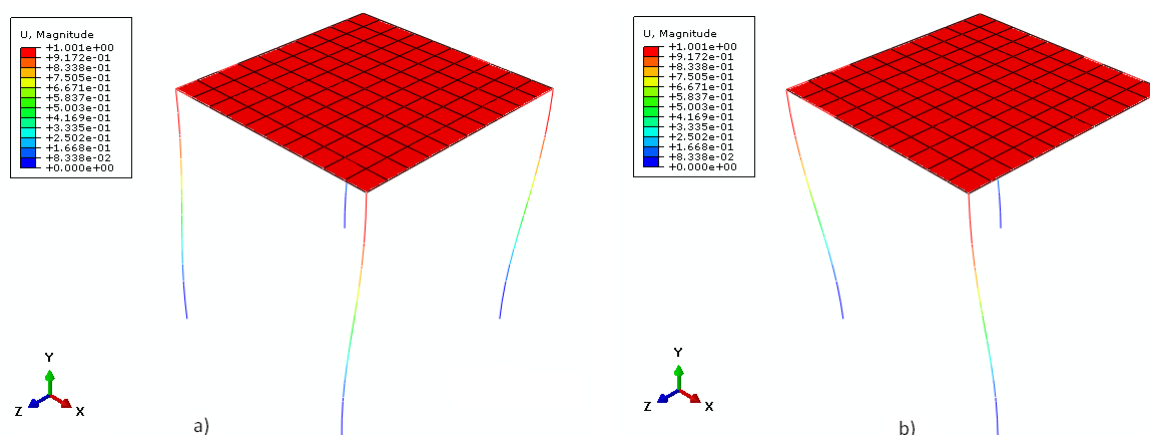
Slika 118. Geometrija modela

Slika 119.a). prikazuje rubne uvjete i opterećenje konstrukcije. Na slici 119.b). je prikazana mreža konačnih elemenata. Stupovi i grede su diskretizirani su sa grednim konačnim elementima (stupovi sa mrežom od 12 elemenata, grede sa mrežom od 10 elemenata) dok je ploča diskretizirana sa ljuskastim konačnim elementima gustoće mreže 10x10.



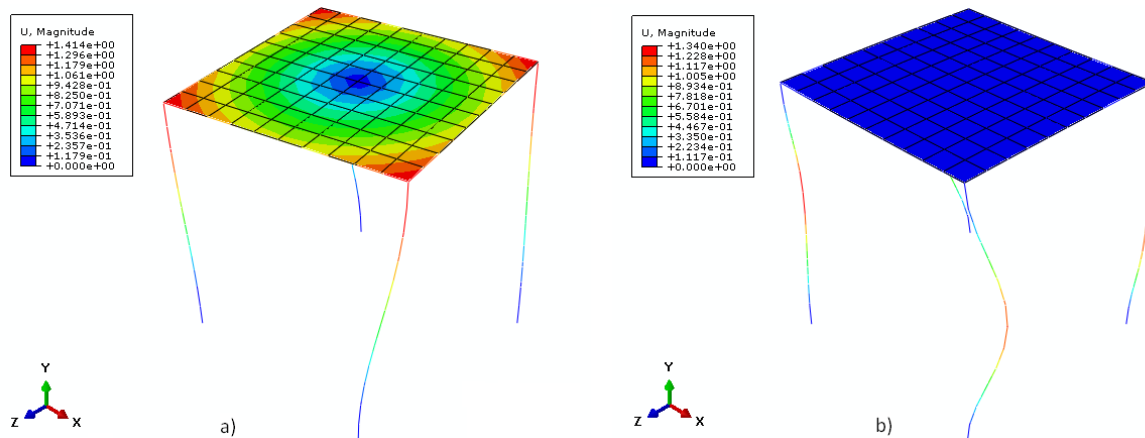
**Slika 119. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata**

Oblici gubitka stabilnosti prikazani su na sljedećim slikama. Slika 120.a). prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti i vlastita vrijednost iznosi  $\lambda_1 = 0,62536$ , dok je na slici 120.b). prikazan drugi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_2 = 0,62536$ .



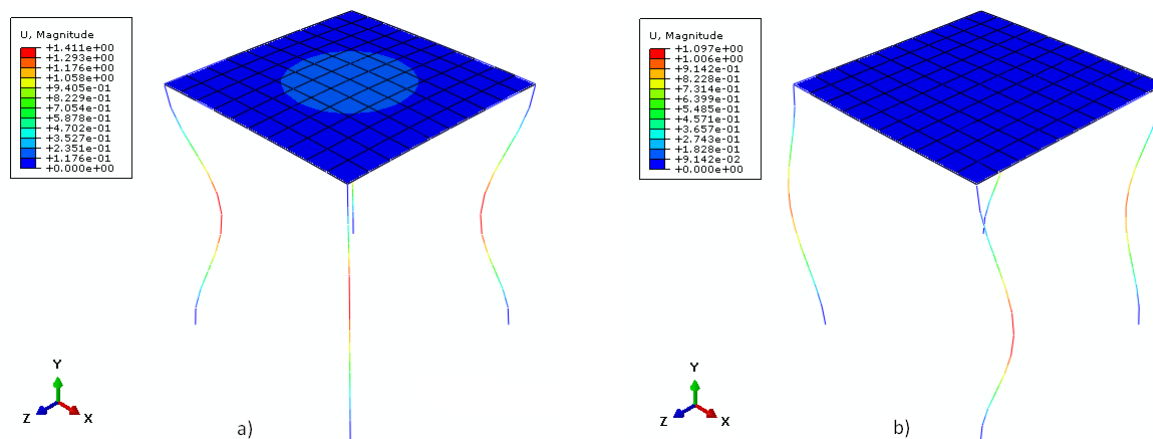
**Slika 120. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost)**

Slika 121.a). prikazuje treći oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_3 = 0,74247$ . Na slici 121.b). je prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_4 = 2,490$ .



Slika 121. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost)

Slika 122.a) prikazuje peti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_5 = 2,4916$ , dok je na slici 122.b) prikazan šesti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_6 = 2,4941$ .



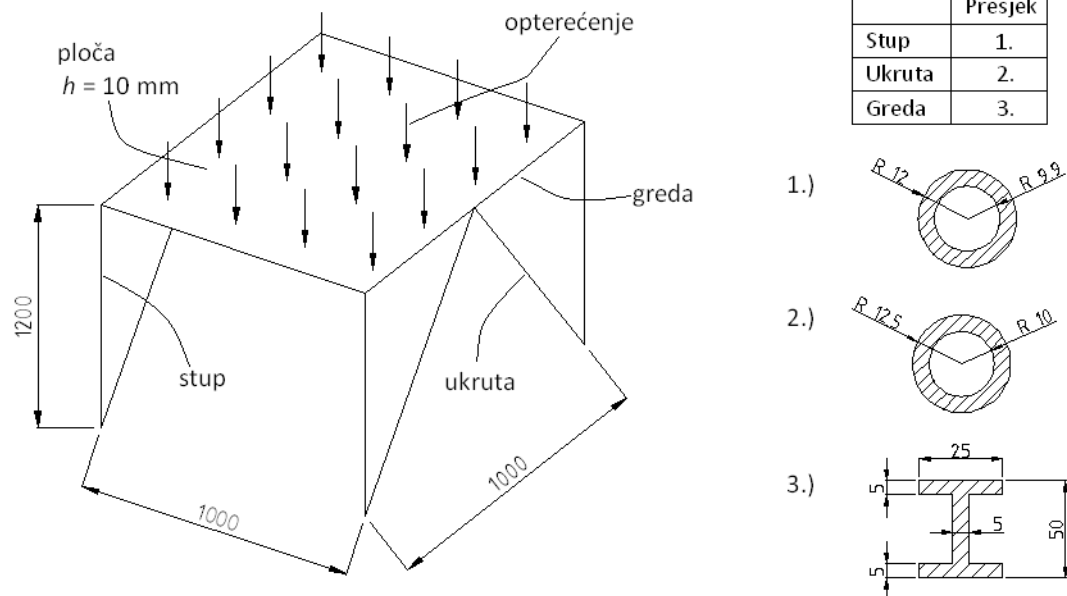
Slika 122. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost)

## Primjer 2.

U programskom paketu Abaqus [2] provedena je analiza vlastitih vrijednosti  $\lambda_k$  i prikazani su oblici gubitka stabilnosti za okvir prema slici 123. Na gredne elemente je dodana ploča debljine  $h = 10$  mm. Primjer je sličan prethodnome samo što ovaj okvir ima dodatne 4 ukrute kao ojačanja na bočnim stranicama. Okvir je diskretiziran s grednim konačnim elementima dok je ploča diskretizirana s ljuskastim konačnim elementima.

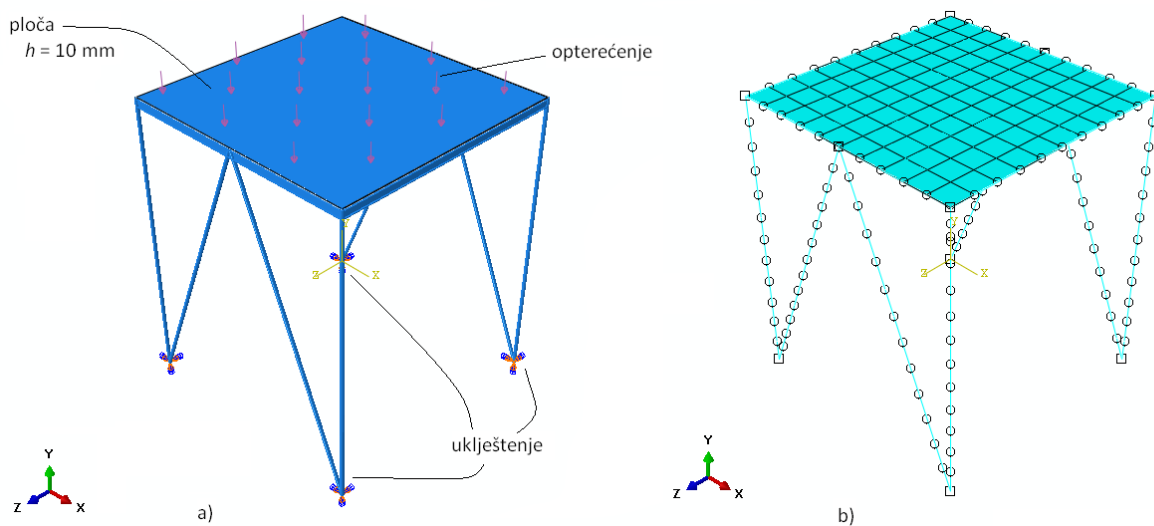
Zadano:

$$p = 0,102 \text{ MPa}; \quad h = 10 \text{ mm}; \quad E_{\text{ploče}} = 30000 \text{ MPa}; \quad E_{\text{štap/greda}} = 210000 \text{ MPa} \quad \text{i} \quad \nu = 0,3.$$



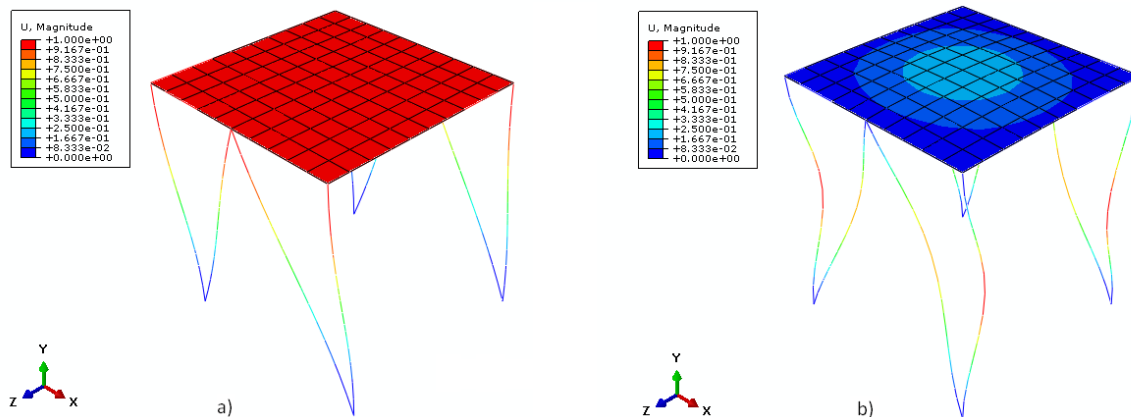
Slika 123. Prikaz geometrije

Slika 124.a). prikazuje rubne uvjete i opterećenje konstrukcije. Mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 124.b). Grednim konačnim elementima su diskretizirani stupovi, grede i ukrute (stupovi sa mrežom od 12 konačnih elemenata, grede sa mrežom od 10 konačnih elemenata, a ukrute imaju mrežu od 13 konačnih elemenata) dok je ploča diskretizirana sa mrežom 10x10 ljuskastim konačnih elemenata.



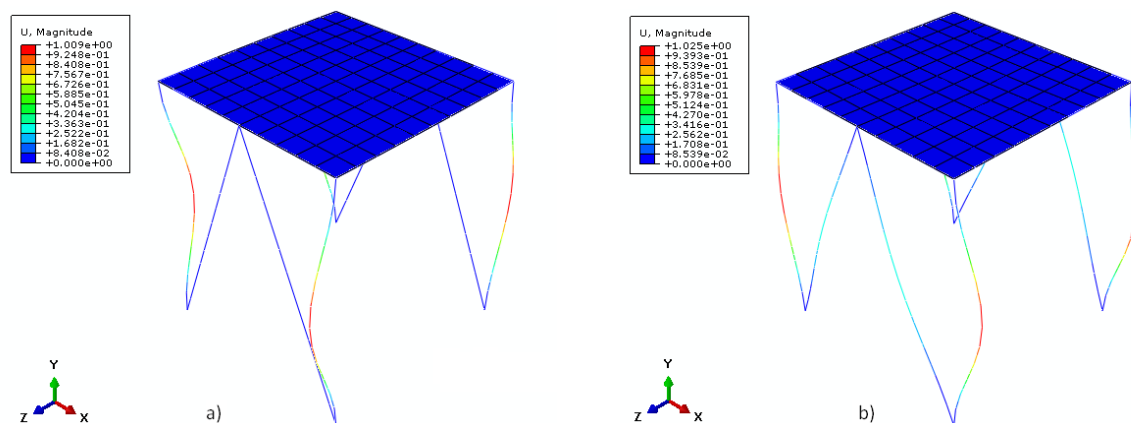
Slika 124. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata

Oblici gubitka stabilnosti prikazani su na sljedećim slikama. Slika 125.a). prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti i vlastitu vrijednost koja iznosi  $\lambda_1 = 0,91301$ , dok je na slici 125.b). prikazan drugi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_2 = 3,5252$ .



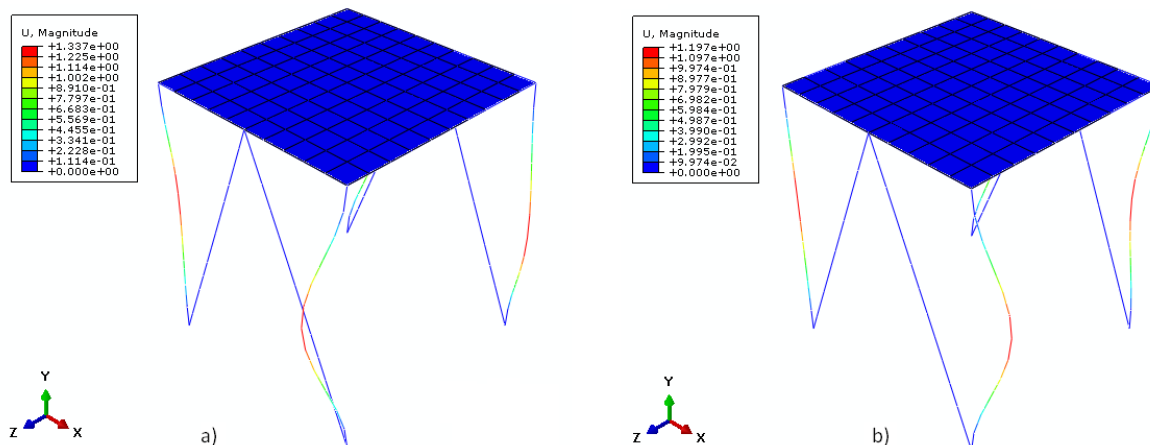
Slika 125. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost)

Slika 126.a). prikazuje treći oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_3 = 3,5509$ . Na slici 126.b). je prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_4 = 3,5794$ .



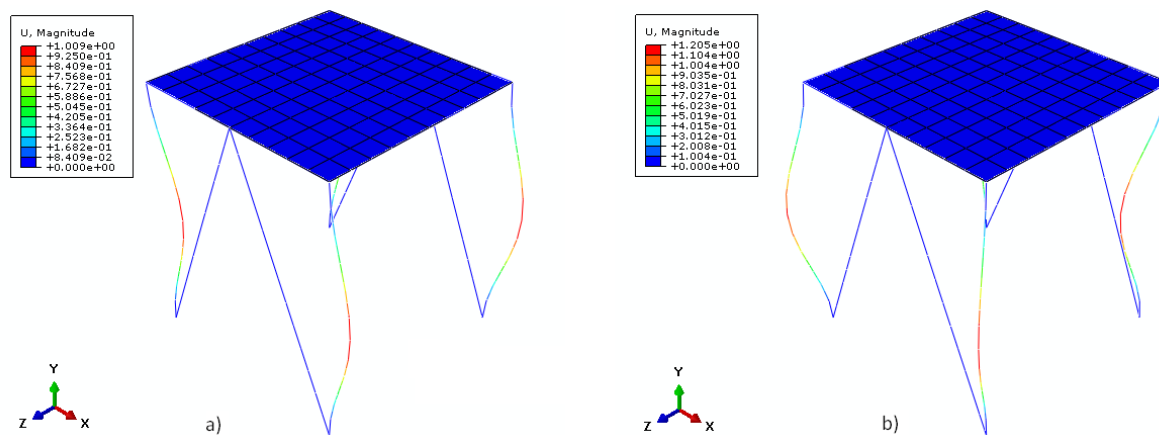
Slika 126. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost)

Slika 127.a). prikazuje peti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_5 = 3,5810$ , dok je na slici 127.b). prikazan šesti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_6 = 3,5813$ .



Slika 127. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost)

Slika 128.a). prikazuje sedmi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_7 = 3,5829$ , dok je na slici 128.b). prikazan osmi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_8 = 3,5839$ .



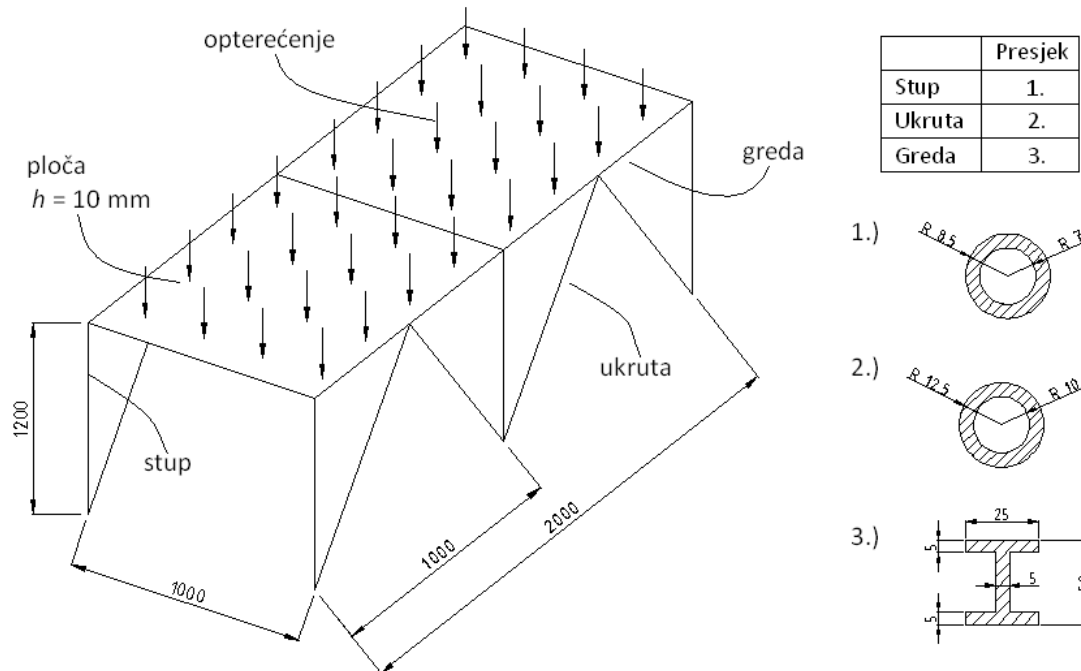
Slika 128. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (sedma i osma vlastita vrijednost)

### Primjer 3.

U programskom paketu Abaqus [2] provedena je analiza vlastitih vrijednosti  $\lambda_k$  i prikazani su oblici gubitka stabilnosti za okvir prema slici 129. Na gredne elemente je dodana ploča debljine  $h = 10$  mm. Okvir je diskretiziran s grednim konačnim elementima dok je ploča diskretizirana s ljuskastim konačnim elementima.

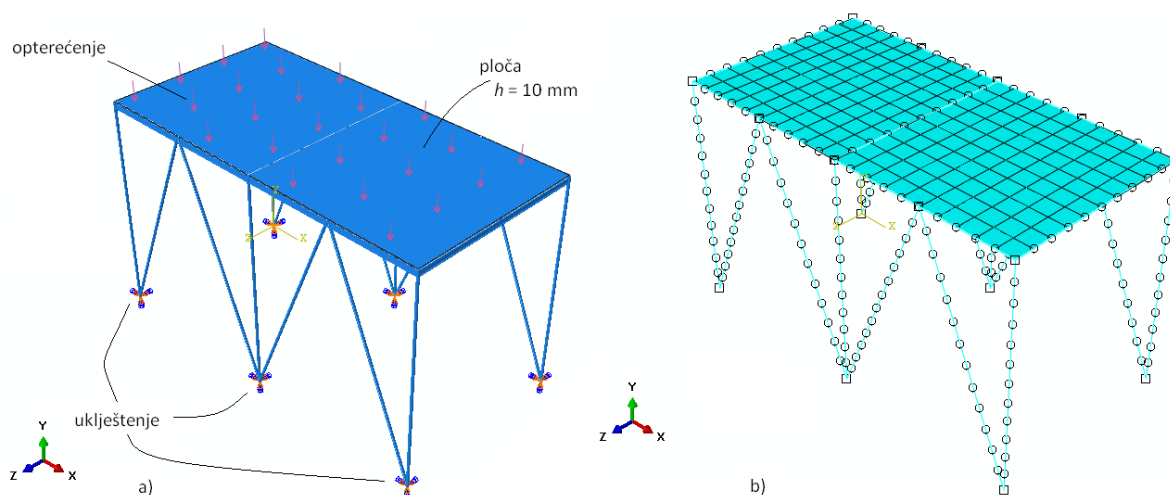
Zadano:

$$p = 0,102 \text{ MPa}; \quad h = 10 \text{ mm}; \quad E_{\text{ploče}} = 30000 \text{ MPa}; \quad E_{\text{stup/greda}} = 210000 \text{ MPa} \text{ i } \nu = 0,3.$$



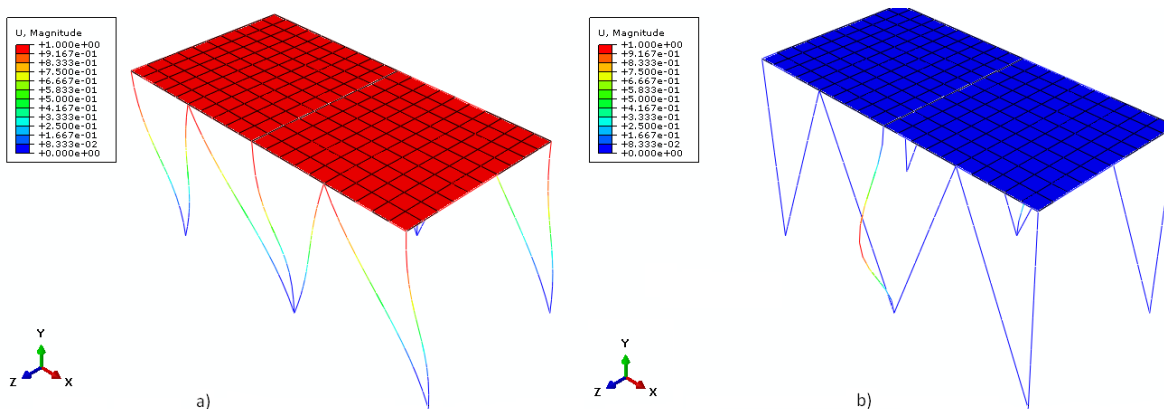
Slika 129. Prikaz geometrije

Slika 130.a). prikazuje rubne uvjete i opterećenje konstrukcije. Na slici 130.b). prikazana je mreža konačnih elemenata. Stupovi i grede su diskretizirani sa grednim konačnim elementima (stupovi sa mrežom od 12 elemenata, grede sa mrežom od 10 elemenata i ukrute sa mrežom od 13 konačnih elemenata) dok je ploča diskretizirana sa mrežom 20x10 ljuskastim konačnim elementima.



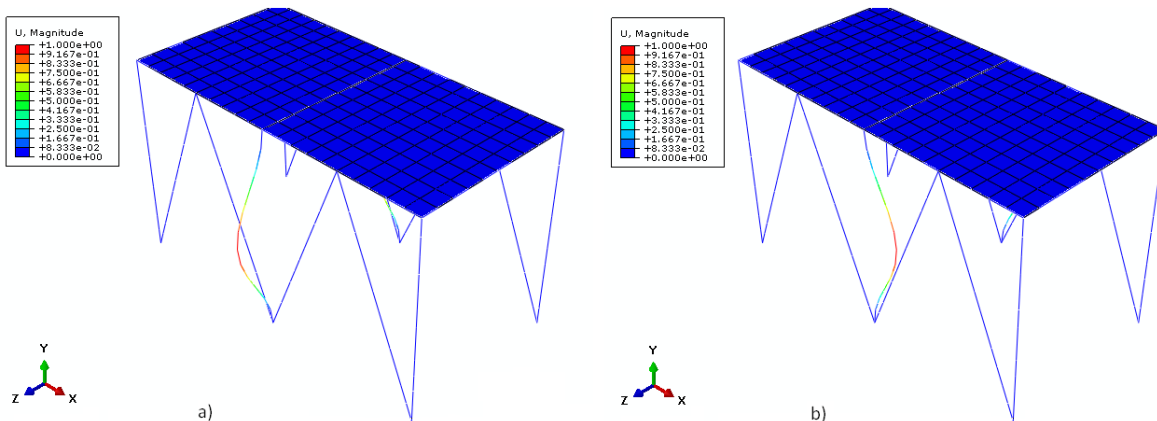
**Slika 130. Prikaz rubnih uvjeta, opterećenja i mreže konačnih elemenata**

Oblici gubitka stabilnosti prikazani su na sljedećim slikama. Slika 131.a). prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti i vlastitu vrijednost koja iznosi  $\lambda_1 = 0,50553$ , dok je na slici 131.b). prikazan drugi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_2 = 0,53303$ .



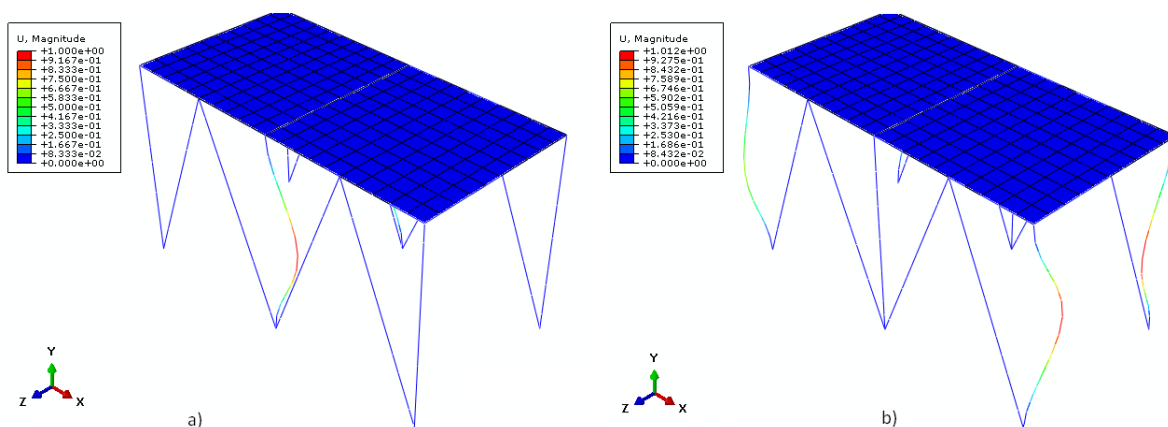
**Slika 131. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (prva i druga vlastita vrijednost)**

Slika 132.a). prikazuje treći oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_3 = 0,53394$ . Na slici 132.b). je prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_4 = 0,53431$ .



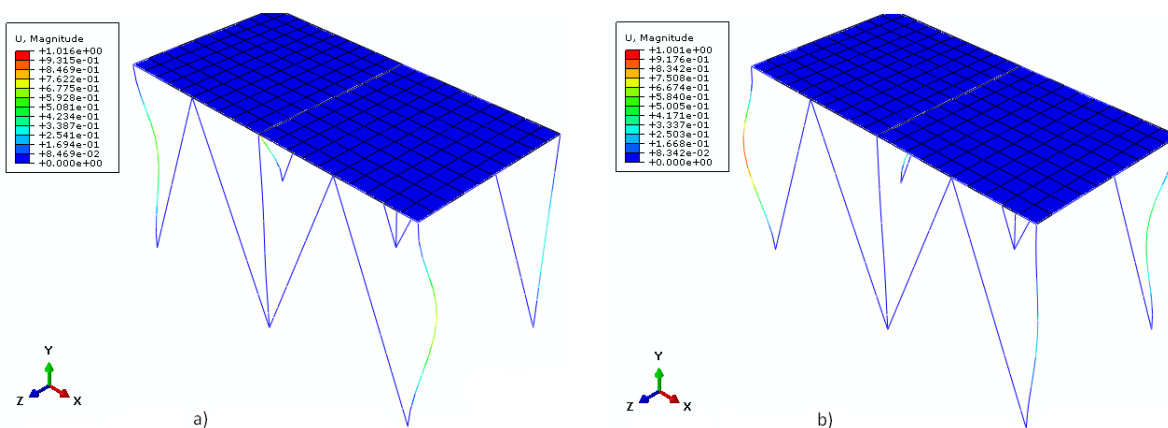
Slika 132. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (treća i četvrta vlastita vrijednost)

Slika 133.a). prikazuje peti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_5 = 0,53431$ , dok je na slici 133.b). prikazan šesti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_6 = 1,1021$ .



Slika 133. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (peta i šesta vlastita vrijednost)

Slika 134.a). prikazuje sedmi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_7 = 1,1024$ , dok je na slici 134.b). prikazan osmi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_8 = 1,1046$ .



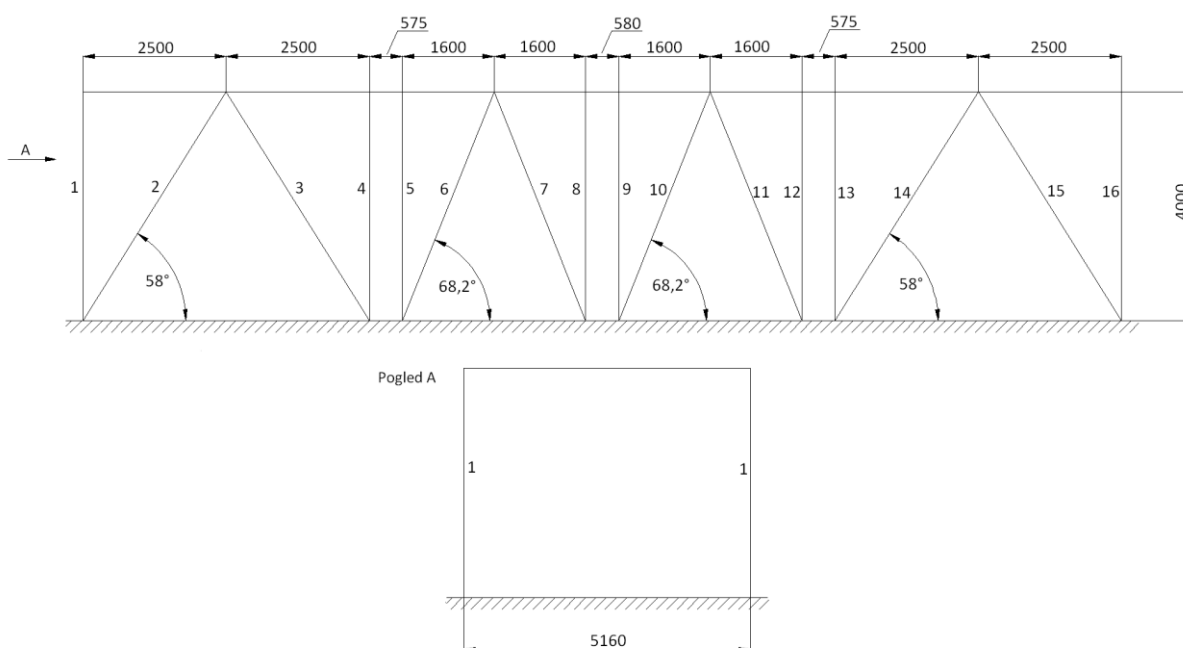
Slika 134. Prikaz gubitka stabilnosti konstrukcije (sedma i osma vlastita vrijednost)



### 4.3. Gubitak stabilnosti konstrukcije spremnika

#### 4.3.1. Proračun postolja

Postolje se sastoji od 2 uzdužna reda nogu cijevnog poprečnog presjeka. Analiza se provodila korištenjem slijedećih profila cijevi:  $\varnothing 323,9 \times 7,1$ ,  $\varnothing 273 \times 7,1$ ,  $\varnothing 267 \times 8$ ,  $\varnothing 219,1 \times 7,1$  i  $\varnothing 168,3 \times 7,1$ . Na slici 135. su prikazane noge te njihov raspored i dimenzije korištene u analizi.



Slika 135. Proračunska shema postolja

Provedeno je 8 analiza stabilnosti gdje su korišteni različiti profili cijevi kako je prikazano tablicom 7. Sa rasporedom cijevi 323 - 273 - 267 označava se koje su se cijevi u analizi koristile tako da prvi broj (323) označava promjer cijevi nogu označenih sa 1 i 16. Drugi broj (273) označava promjer cijevi nogu označenih sa 2, 3, 14, 15. Dok zadnji broj (267) označava promjer cijevi koji se koristi za sve ostale noge.

Tablica 7. Provedene analize stabilnosti

| Analiza stabilnosti | Raspored cijevi | Kritično opterećenje, $N/mm^2$ |
|---------------------|-----------------|--------------------------------|
| 1                   | 323 - 273 - 267 | 2,0629                         |
| 2                   | 267 - 267 - 267 | 1,9368                         |
| 3                   | 219 - 219 - 219 | 0,97162                        |
| 4                   | 168 - 168 - 168 | 0,43533                        |
| 5                   | 219 - 219 - 168 | 0,60769                        |
| 6                   | 219 - 168 - 168 | 0,51050                        |
| 7                   | 267 - 219 - 168 | 0,73593                        |
| 8                   | 273 - 267 - 219 | 1,2687                         |

Kritično opterećenje je dobiveno iz analize stabilnosti. Analiza je napravljena tako da je konstrukcija opterećena sa opterećenjem od  $1 \text{ N/mm}^2$  i kao rezultat analize dobivena je vlastita vrijednost konstrukcije  $\lambda_k$ . Nakon toga, po slijedećem izrazu, računalo se kritično opterećenje:

$$R_{kr} = \lambda_k \cdot R,$$

gdje su  $R_{kr}$  – kritično opterećenje,

$\lambda_k$  – vlastita vrijednost konstrukcije i

$R$  – opterećenje korišteno u analizi.

S obzirom da je u analizama stabilnosti vrijednost opterećenje  $R$  iznosila  $1 \text{ N/mm}^2$ , dobivena vlastita vrijednost ujedno je i kritično opterećenje konstrukcije.

Slijedi prikaz nekoliko provedenih analiza stabilnosti.

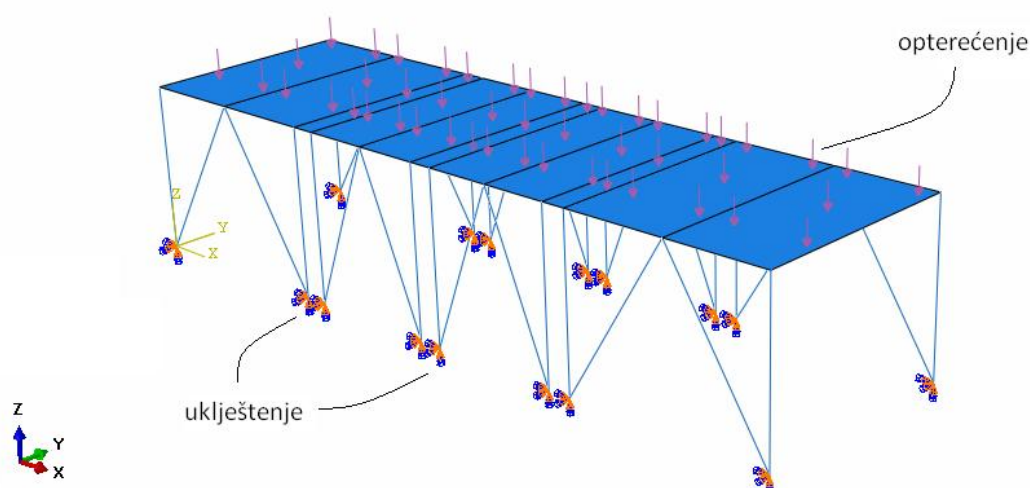
#### 4.3.2. Analiza stabilnosti 1

Model se sastoji od ploče postavljene na nogama kako je prikazano na slici 135. Na ploču djeluje opterećenje koji iznosi  $1 \text{ N/mm}^2$ , a na donjem kraju noge su uklještene.

Korišteni su slijedeći profili cijevi:

- noge 1 i 16 (krajnja lijeva i desna noga) -  $\text{Ø}323,9 \times 7,1$ ;
- noge 2, 3, 14, 15 -  $\text{Ø}273 \times 7,1$  i
- ostale noge -  $\text{Ø}267 \times 8$ .

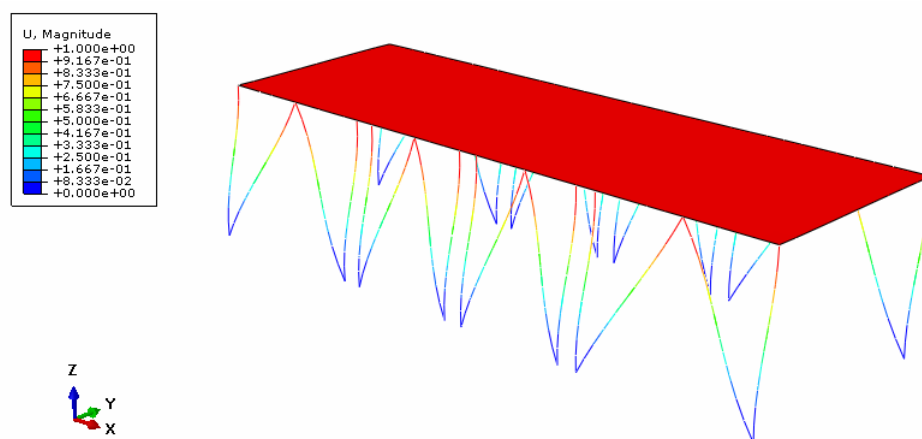
Slika 136. prikazuje konstrukciju sa postavljenim rubnim uvjetima te opterećenjem.



Slika 136. Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem

Na slijedećim slikama prikazani su rezultati analize, odnosno prikazani su oblici gubitka stabilnosti sa pripadajućim vlastitim vrijednostima. Kako je ranije navedeno, u analizi je korištena jedinična vrijednost opterećenja konstrukcije tako da vlastita vrijednost ujedno predstavlja i kritičnu vrijednost opterećenja konstrukcije.

Slika 137. prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti i prvu vlastitu vrijednost koja iznosi  $\lambda_k = 2,0629$ .



Slika 137. Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost)

Prva vlastita vrijednost iznosi:

$$\lambda_k = 2,0629 \text{ ,}$$

opterećenje korišteno u analizi je

$$R = 1 \text{ N/mm}^2 \text{ i}$$

opterećenje konstrukcije zadano zadatkom iznosi:

$$R_r = 0,102 \text{ N/mm}^2.$$

Računa se kritično opterećenje po izrazu:

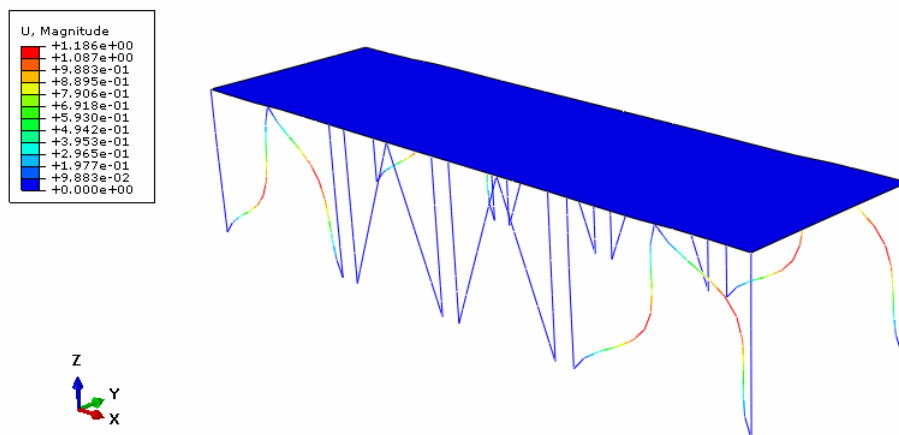
$$R_{kr} = \lambda_k \cdot R = 2,0629 \text{ N/mm}^2.$$

Faktor sigurnosti  $S$  mora biti veći od 5, a u ovome slučaju iznosi:

$$S = \frac{R_{kr}}{R_r} = 20,22.$$

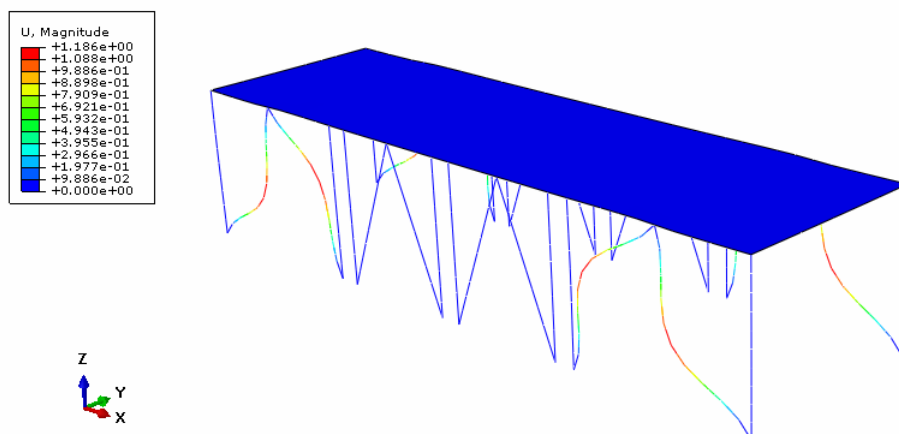
Prva vlastita vrijednost ove konstrukcije iznosi 2,0629 što znači da vrijednost kritičnog opterećenja je također 2,0629 N/mm<sup>2</sup>. Opterećenje konstrukcije iznosi 0,102 N/mm<sup>2</sup>, što znači da u ovom slučaju faktor sigurnosti iznosi  $S = 20,22$ .

Na slici 138. je prikazan drugi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_k = 5,0491$ . Noge 1 i 16 su cijevi većeg promjera u odnosu na ostale tako da se gubitak stabilnosti javlja u početku na nogama 2, 3, 14 i 15.



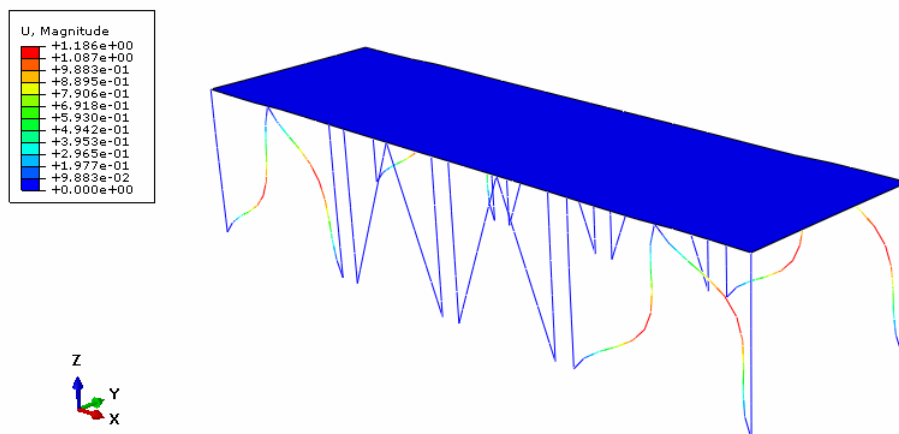
Slika 138. Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost)

Treći oblik gubitka stabilnosti prikazan je na slici 139. i vlastita vrijednost iznosi  $\lambda_k = 5,0573$ .



Slika 139. Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost)

Na slici 140. je prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_k = 5,0573$ .



Slika 140. Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost)

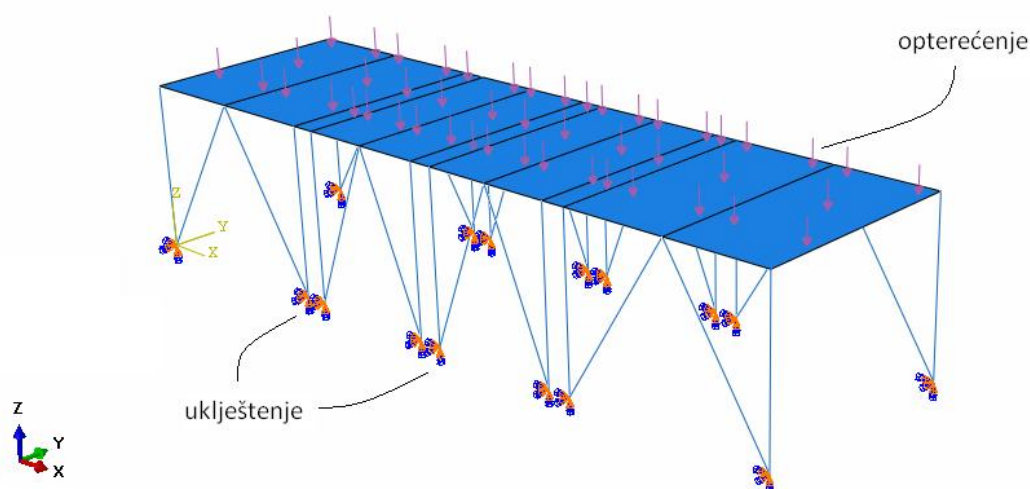
### 4.3.3. Analiza stabilnosti 5

Model se sastoji od ploče postavljene na nogama kako je prikazano na slici 135. Na ploču djeluje tlak koji iznosi  $1 \text{ N/mm}^2$ , a na donjem kraju noge su uklještene.

Korišteni su slijedeći profili cijevi:

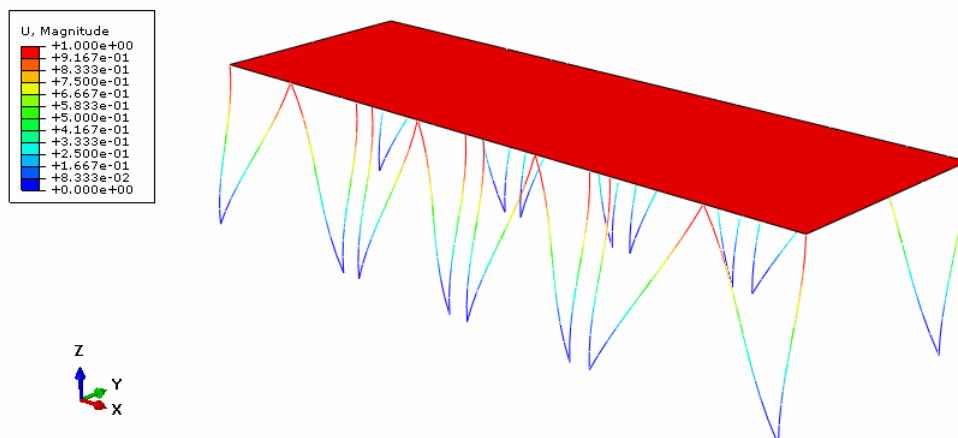
- noge 1 i 16 u ranijem modelu su bile  $\text{Ø}323,9 \times 7,1$ , te su zamijenjene sa  $\text{Ø}219,1 \times 7,1$ ;
- noge 2, 3, 14, 15 u ranijem modelu su bile  $\text{Ø}273 \times 7,1$ , te su zamijenjene sa  $\text{Ø}219,1 \times 7,1$  i
- ostale noge u ranijem modelu su bile  $\text{Ø}267 \times 8$ , te su zamijenjene sa  $\text{Ø}168,3 \times 7,1$ .

Slika 141. prikazuje konstrukciju sa postavljenim rubnim uvjetima i opterećenjem.



Slika 141. Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem

Na slijedećim slikama prikazani su rezultati analize odnosno prikazani su oblici gubitka stabilnosti sa pripadajućim vlastitim vrijednostima. Slika 142. prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti i prvu vlastitu vrijednost koja iznosi  $\lambda_k = 0,60769$ .



Slika 142. Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost)

Prva vlastita vrijednost iznosi:

$$\lambda_k = 0,60769 \text{ ,}$$

opterećenje korišteno u analizi je

$$R = 1 \text{ N/mm}^2 \text{ i}$$

opterećenje konstrukcije zadano zadatkom iznosi:

$$R_r = 0,102 \text{ N/mm}^2.$$

Računa se kritično opterećenje po izrazu:

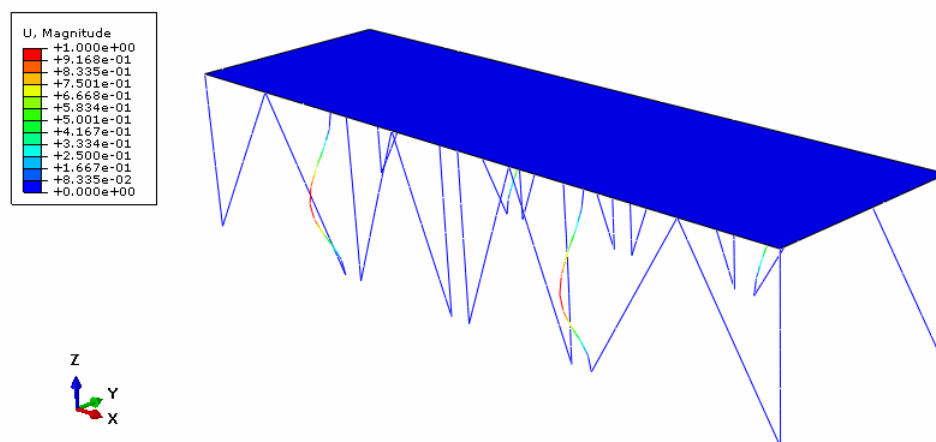
$$R_{kr} = \lambda_k \cdot R = 0,60769 \text{ N/mm}^2.$$

Faktor sigurnosti  $S$  mora biti veći od 5, a u ovome slučaju iznosi:

$$S = \frac{R_{kr}}{R_r} = 5,96.$$

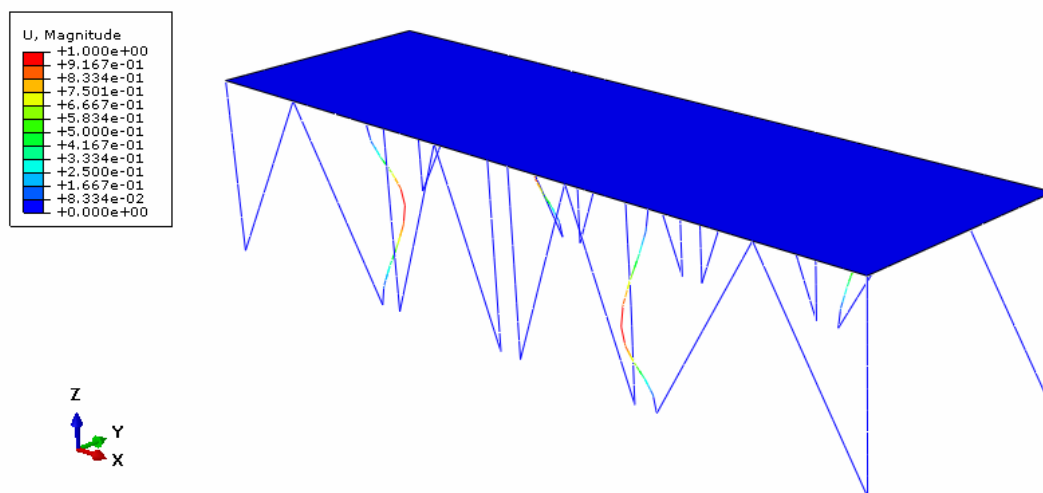
Ovom analizom izračunata vlastita vrijednost iznosi 0,60769, a vrijednost kritičnog opterećenja također iznosi 0,60769 N/mm<sup>2</sup>. Opterećenje konstrukcije je zadano zadatkom i iznosi 0,102 N/mm<sup>2</sup>, a faktor sigurnosti dobiven ovom analizom iznosi  $S = 5,96$ .

Slika 143. prikazuje drugi oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_k = 1,7156$ . U odnosu na raniji model, noge 1, 2, 3, 14, 15 i 16 su cijevi većeg promjera u odnosu na ostale tako da se u ovom modelu gubitak stabilnosti javlja u početku na nogama 4 i 13.

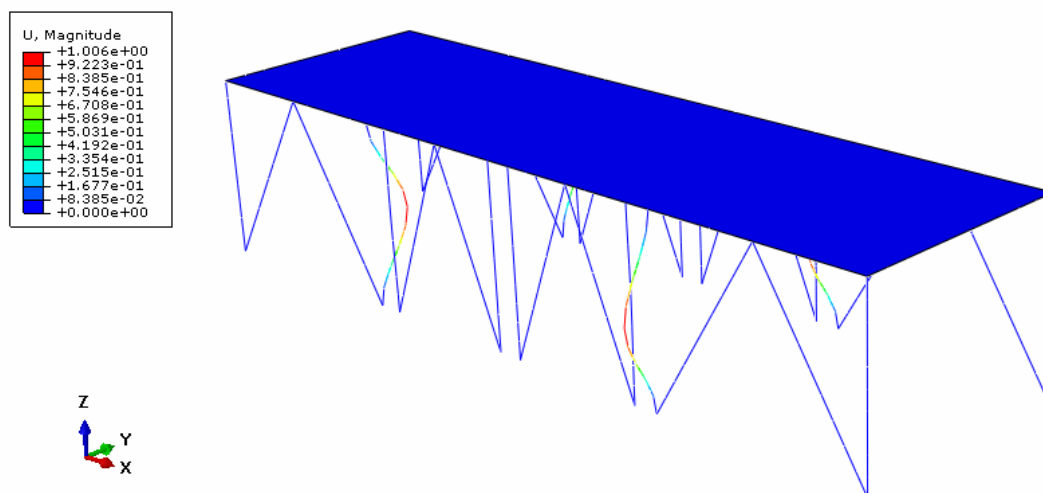


**Slika 143. Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost)**

Na slici 144. prikazan je treći oblik gubitka stabilnosti sa vlastitom vrijednosti  $\lambda_k = 1,7158$ , dok je na slici 145. prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti i  $\lambda_k = 1,7173$ .



Slika 144. Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost)



Slika 145. Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost)

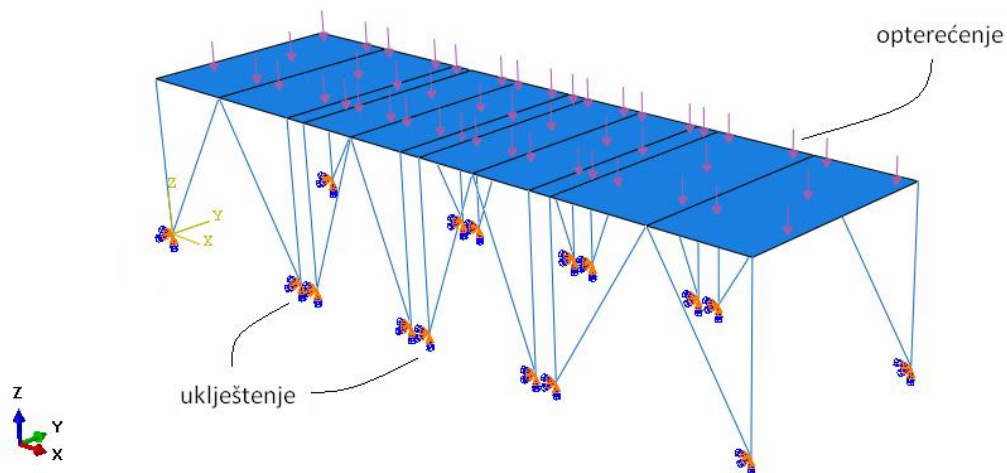
#### 4.3.4. Analiza stabilnosti 6

Model se sastoji od ploče postavljene na nogama kako je prikazano na slici 135. Na ploču djeluje tlak koji iznosi  $1 \text{ N/mm}^2$ , a na donjem kraju noge su uklještene.

Korišteni su slijedeći profili cijevi:

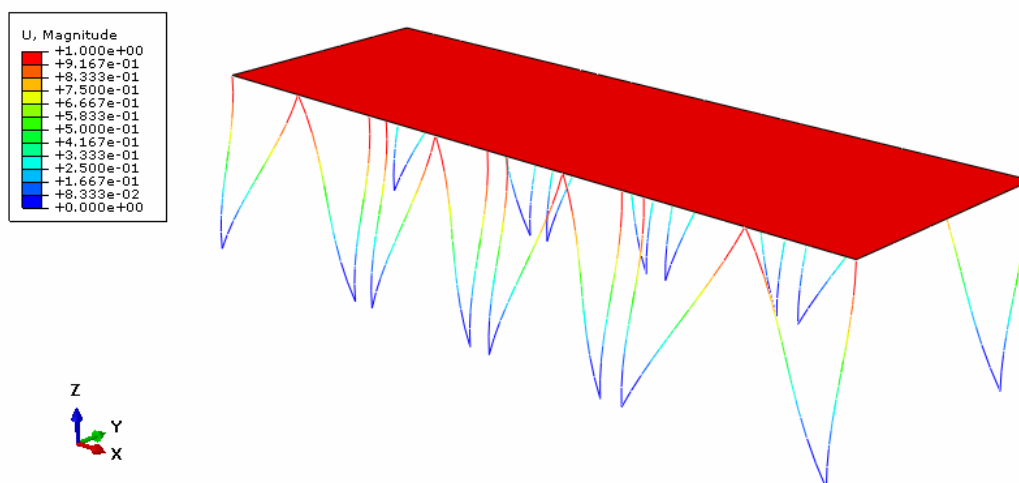
- noge 1 i 16 su ostale iste kao i u ranijem modelu  $\text{Ø}219,1 \times 7,1$ ;
- noge 2, 3, 14, 15 u ranijem modelu su bile  $\text{Ø}219,1 \times 7,1$ , te su zamijenjene sa  $\text{Ø}168,3 \times 7,1$  i
- ostale noge su iste kao i u ranijem modelu  $\text{Ø}168,3 \times 7,1$ .

Slika 146. prikazuje konstrukciju sa postavljenim rubnim uvjetima i opterećenjem.



Slika 146. Model sa rubnim uvjetima i opterećenjem

Slika 147. prikazuje prvi oblik gubitka stabilnosti sa prvom vlastitom vrijednosti koja iznosi  $\lambda_k = 0,51050$ .



Slika 147. Oblik gubitka stabilnosti (prva vlastita vrijednost)

Prva vlastita vrijednost iznosi:

$$\lambda_k = 0,51050 \text{ ,}$$

opterećenje korišteno u analizi je

$$R = 1 \text{ N/mm}^2 \text{ i}$$

opterećenje konstrukcije zadano zadatkom iznosi:

$$R_r = 0,102 \text{ N/mm}^2.$$

Računa se kritično opterećenje po izrazu:

$$R_{kr} = \lambda_k \cdot R = 0,51050 \text{ N/mm}^2.$$

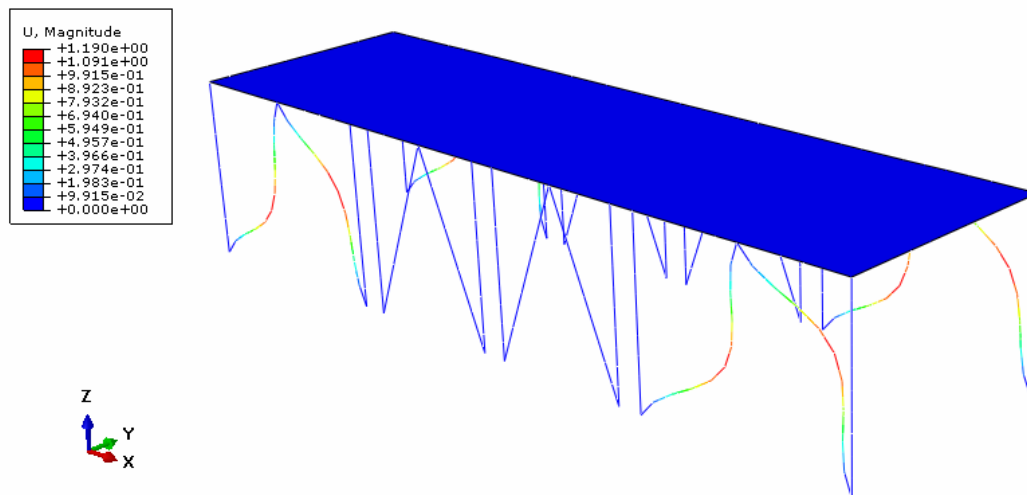
Faktor sigurnosti  $S$  mora biti veći od 5, a u ovome slučaju iznosi:

$$S = \frac{R_{kr}}{R_r} = 5,004.$$



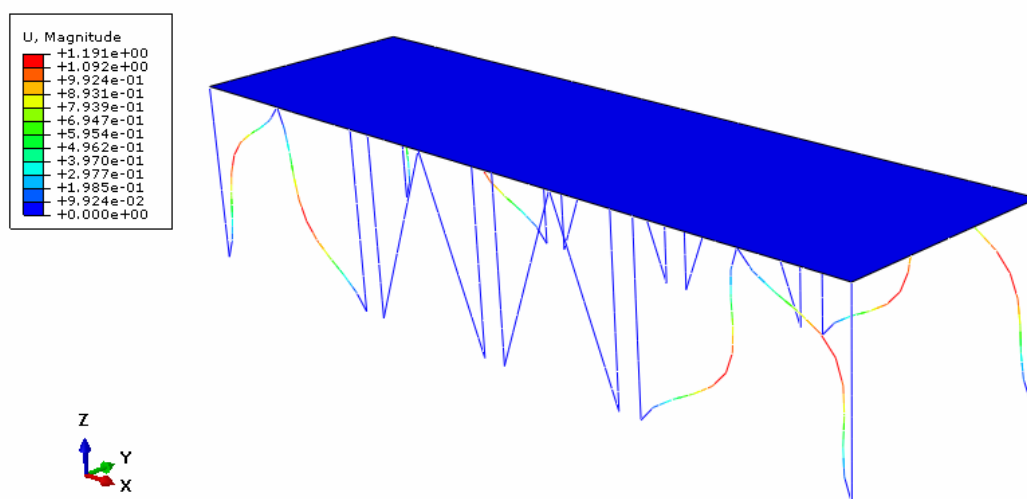
Vlastita vrijednost dobivena ovom analizom iznosi 0,51050. Vrijednost kritičnog opterećenja je također 0,51050 N/mm<sup>2</sup>. Opterećenje konstrukcije zadane zadatkom iznosi 0,102 N/mm<sup>2</sup>, a faktor sigurnosti dobiven analizom iznosi  $S = 5,004$ .

Slika 148. prikazuje drugi oblik gubitka stabilnosti i drugu vlastitu vrijednost  $\lambda_k = 1,2741$ .



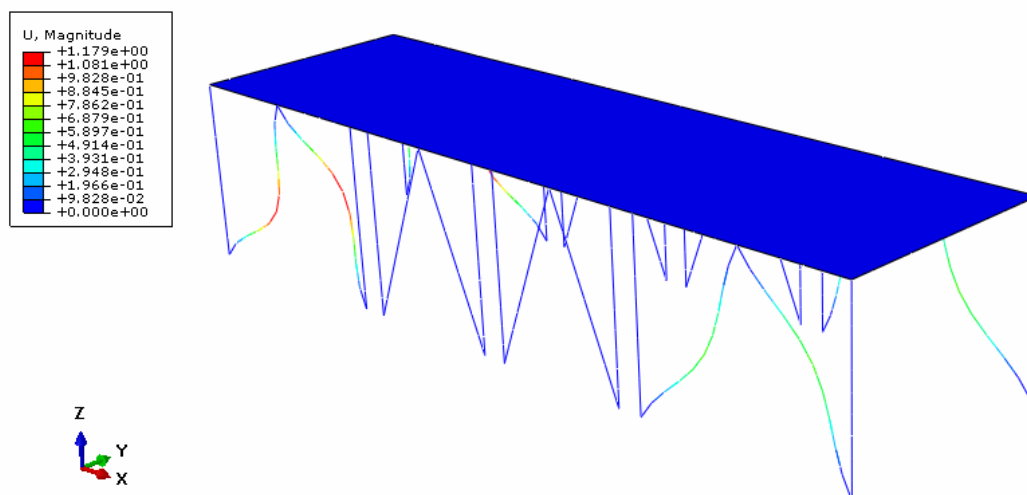
**Slika 148. Oblik gubitka stabilnosti (druga vlastita vrijednost)**

Na slici 149. prikazan je treći oblik gubitka stabilnosti i treća vlastita vrijednost  $\lambda_k = 1,2741$ .



**Slika 149. Oblik gubitka stabilnosti (treća vlastita vrijednost)**

Na slici 150. je prikazan četvrti oblik gubitka stabilnosti sa četvrtom vlastitom vrijednošću koja iznosi  $\lambda_k = 1,2746$ .



Slika 150. Oblik gubitka stabilnosti (četvrta vlastita vrijednost)

Od provedenih analiza stabilnosti konstrukcije zadnje prikazana analiza sa dobivenim faktorom sigurnosti  $S = 5,004$  je odabrana za optimalnu konstrukciju postolja.

## 5. RAČUNANJE MASE KONSTRUKCIJE

Optimiziranjem konstrukcije pokušalo se također minimizirati utrošak materijala. Masa konstrukcije izračunata je za tri cjeline (mase ploča, mase profila i masa postolja).

### 5.1. Računanje mase ploča

Radi boljeg pregleda, dimenzije ploča, volumen i mase prikazani su tablicom 8., gdje su:  $\rho$  - gustoća čelika,  $d$  - duljina ploče,  $s$  - širina ploče,  $b$  - debljina ploče i  $V$  - volumen ploče.

Tablica 8. Računanje mase ploča

| $\rho$ , kg/m <sup>3</sup> |               | Broj ploča | $d$ , m | $s$ , m | $b$ , m | $V$ , m <sup>3</sup> |
|----------------------------|---------------|------------|---------|---------|---------|----------------------|
| 7850                       | Donja ploča   | 1          | 18,12   | 4,76    | 0,015   | 1,293768             |
|                            | Bočna ploča   | 4          | 4,76    | 1       | 0,01    | 0,1904               |
|                            |               | 4          | 4,76    | 2       | 0,006   | 0,22848              |
|                            |               | 4          | 4,76    | 3       | 0,005   | 0,2856               |
|                            | Prednja ploča | 2          | 18,12   | 1       | 0,01    | 0,3624               |
|                            |               | 2          | 18,12   | 2       | 0,006   | 0,43488              |
|                            |               | 2          | 18,12   | 3       | 0,005   | 0,5436               |
| <b>Ukupni volumen</b>      |               |            |         |         |         | 3,339128             |
| <b>Ukupna masa ploča</b>   |               |            |         |         |         | 26212,15 kg          |

### 5.2. Računanje mase profila

Masa profila je izračunata za početnu raspodjelu profila i za zadnje optimiranu konstrukciju. U tablici 9. je prikazana ukupna masa profila početne konstrukcije, dok je ukupna masa profila optimirane konstrukcije prikazana tablicom 10., gdje su:  $\rho_l$  - duljinska masa profila,  $d$  - duljina profila,  $d_{uk}$  - ukupna duljina profila i  $m$  - masa profila.

Tablica 9. Računanje mase profila – početna konstrukcija

| Profili             | $\rho_l$ , kg/m |  | Profili | Broj serija | Broj redova | $d$ , m | $d_{uk}$ , m | $m$ , kg  |  |
|---------------------|-----------------|--|---------|-------------|-------------|---------|--------------|-----------|--|
| I-10                | 8,32            |  | I-10    | 2           | 6           | 6       | 72           | 599,04    |  |
| I-20                | 26,3            |  | I-20    | 2           | 6           | 6       | 72           | 1893,6    |  |
| U-20                | 25,3            |  |         | 2           | 7           | 18,12   | 253,68       | 6671,784  |  |
| I-30                | 54,2            |  | U-20    | 4           | 7           | 4,76    | 133,28       | 3505,264  |  |
| I-40                | 92,6            |  |         | 2           | 4           | 18,12   | 144,96       | 3667,488  |  |
|                     |                 |  | U-20    | 2           | 4           | 6       | 48           | 1214,4    |  |
|                     |                 |  |         | 4           | 4           | 4,76    | 76,16        | 1926,848  |  |
|                     |                 |  | I-30    | 4           | 8           | 1       | 32           | 1734,4    |  |
|                     |                 |  | I-40    | 2           | 24          | 1,4     | 67,2         | 6222,72   |  |
|                     |                 |  |         | 1           | 24          | 4,76    | 114,24       | 10578,624 |  |
| <b>Masa profila</b> |                 |  |         |             |             |         |              | 38014,168 |  |

Tablica 10. Računanje mase profila – optimirana konstrukcija

| Profili | $\rho_l$ , kg/m |  | Profili | Broj serija | Broj redova | $d$ , m | $d_{uk}$ , m        | $m$ , kg         |  |
|---------|-----------------|--|---------|-------------|-------------|---------|---------------------|------------------|--|
| I-10    | 8,32            |  | I-10    | 2           | 8           | 6       | 96                  | 798,72           |  |
| I-20    | 26,3            |  | I-20    | 2           | 6           | 6       | 72                  | 1893,6           |  |
| U-20    | 25,3            |  |         | 2           | 7           | 18,12   | 253,68              | 6671,784         |  |
| I-30    | 54,2            |  |         | 4           | 7           | 4,76    | 133,28              | 3505,264         |  |
|         |                 |  | U-20    | 2           | 4           | 18,12   | 144,96              | 3667,488         |  |
|         |                 |  |         | 2           | 4           | 6       | 48                  | 1214,4           |  |
|         |                 |  |         | 4           | 4           | 4,76    | 76,16               | 1926,848         |  |
|         |                 |  | I-30    | 4           | 8           | 1       | 32                  | 1734,4           |  |
|         |                 |  |         | 2           | 24          | 1,3     | 62,4                | 3382,08          |  |
|         |                 |  |         | 1           | 24          | 4,76    | 114,24              | 6191,808         |  |
|         |                 |  |         |             |             |         | <b>Masa profila</b> | <b>30986,392</b> |  |

### 5.3. Računanje mase postolja

Ukupna masa postolja je također izračunata za početnu raspodjelu promjera nogu i za zadnju optimiranu konstrukciju postolja. U tablici 11. je prikazana ukupna masa postolja početne konstrukcije dok je ukupna masa postolja optimirane konstrukcije prikazana tablicom 12., gdje su:  $\rho_l$  - duljinska masa cijevi,  $d$  - duljina cijevi,  $d_{uk}$  – ukupna duljina cijevi i  $m$  - masa cijevi.

Tablica 11. Računanje mase postolja – početna konstrukcija

| Profili cijevi          | $\rho_l$ , kg/m |                    | Broj serija | Broj komada | $d$ , m | $d_{uk}$ , m | $m$ , kg             |                 |
|-------------------------|-----------------|--------------------|-------------|-------------|---------|--------------|----------------------|-----------------|
| $\phi 323,9 \times 7,1$ | 55,6            | noge 1 i 16        | 2           | 2           | 4       | 16           | 889,6                |                 |
| $\phi 273 \times 7,1$   | 46,7            | noge 2, 3, 14 i 15 | 2           | 4           | 4,717   | 37,736       | 1762,271             |                 |
| $\phi 267 \times 8$     | 50,9            | ostale noge        | 2           | 6           | 4       | 48           | 2443,2               |                 |
|                         |                 |                    | 2           | 4           | 4,308   | 34,464       | 1754,218             |                 |
|                         |                 |                    |             |             |         |              | <b>Masa postolja</b> | <b>6849,289</b> |

Tablica 12. Računanje mase postolja – optimirana konstrukcija

| Profili cijevi          | $\rho_l$ , kg/m |                    | Broj serija | Broj komada | $d$ , m | $d_{uk}$ , m | $m$ , kg             |                |
|-------------------------|-----------------|--------------------|-------------|-------------|---------|--------------|----------------------|----------------|
| $\phi 219,1 \times 7,1$ | 37,2            | noge 1 i 16        | 2           | 2           | 4       | 16           | 595,2                |                |
| $\phi 168,3 \times 7,1$ | 28,3            | noge 2, 3, 14 i 15 | 2           | 4           | 4,717   | 37,736       | 1067,929             |                |
|                         |                 | ostale noge        | 2           | 6           | 4       | 48           | 1358,4               |                |
|                         |                 |                    | 2           | 4           | 4,308   | 34,464       | 975,3312             |                |
|                         |                 |                    |             |             |         |              | <b>Masa postolja</b> | <b>3996,86</b> |

## 5.4. Ukupna masa konstrukcije

Tablica 13. prikazuje ukupnu masa početne i optimirane konstrukcije.

**Tablica 13. Ukupna masa konstrukcije**

|                   | Početna konstrukcija | Optimirana konstrukcija |
|-------------------|----------------------|-------------------------|
| Masa ploča, kg    | 26212,15             | 26212,15                |
| Masa profila, kg  | 38014,168            | 30986,392               |
| Masa postolja, kg | 6849,289             | 3996,86                 |
| Ukupna masa       | 71075,6              | 61195,4                 |

Ukupna masa profila pri optimiranoj konstrukciji manja je u odnosu na početnu konstrukciju za oko 7 tona. Ukupna masa postolja također je smanjena za otprilike 3 tone. Gledajući ukupnu masu konstrukcije (mase ploča, profila i postolja) masa optimirane konstrukcije za 14 % je manja u odnosu na početnu konstrukciju.

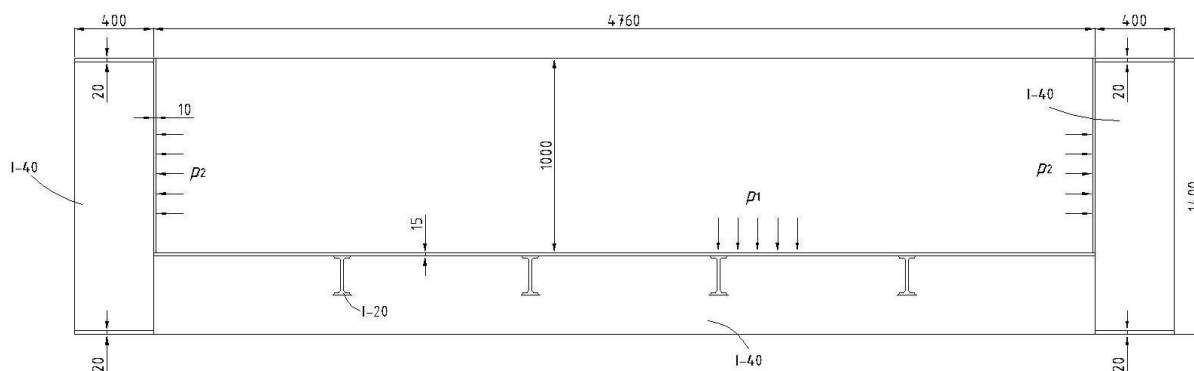
## 6. PRIBLIŽNA ANALITIČKA ANALIZA ČVRSTOĆE SPREMNIKA

Radi usporedbe s provedenom numeričkom analizom u programskom paketu Abaqus [2], ovdje je opisana približna analitička analiza čvrstoće spremnika prema [7].

### 6.1. Proračunski model spremnika

#### 6.1.1. Proračun donjeg dijela koša A

Poprečni presjek donjeg dijela koša prikazan je na slici 151.



Slika 151. Presjek donjeg dijela koša A

Tlak  $p_1$  na dno koša iznosi:

$$p_1 = \gamma \cdot h = 17000 \cdot 6 = 102000 \text{ Pa} = 0,102 \text{ MPa.}$$

Razmatra se poprečni presjek jednog nosača, odnosno, poprečnog presjeku I-profila pridružen je poprečni presjek dna ploče kako je prikazano na slici 152. Kontinuirano opterećenje  $q_1$  koje otpada na jedan nosač iznosi:

$$q_1 = p_1 \cdot l_1 = 102 \cdot 0,775 = 79,05 \text{ kN/m.}$$

Uzdružni nosači računaju se kao slobodno oslonjene grede na oba kraja, pa je maksimalni moment savijanja:

$$M_{\max} = \frac{q_1 \cdot l^2}{8} = 79,05 \cdot \frac{4,76^2}{8} = 223,9 \text{ kNm.}$$

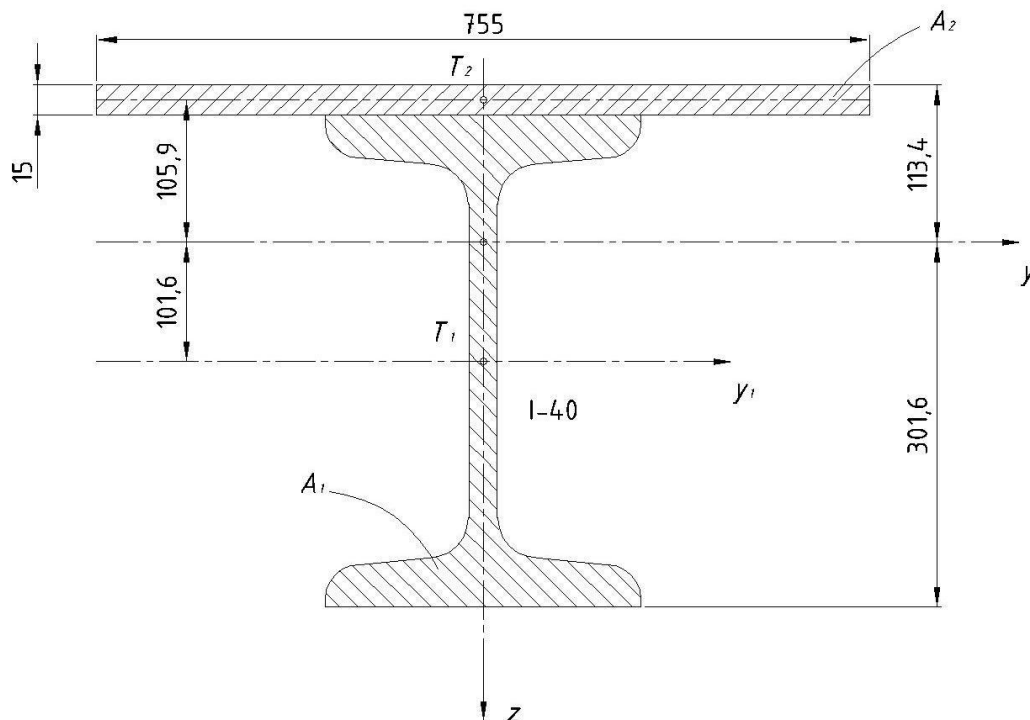
Poprečni presjek jednog nosača I-40 ojačanog pločom prikazan je na slici 152.

Podaci za I-40 profil prema [1]:

$$I_{y1} = 29210 \text{ cm}^4,$$

$$A_1 = 118 \text{ cm}^2 \text{ i}$$

$$A_2 = 75,5 \cdot 1,5 = 113,25 \text{ cm}^2.$$



Slika 152. Poprečni presjek nosača

Položaj težišta presjeka iznosi:

$$z_T = \frac{A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2}{A_1 + A_2} = \frac{118 \cdot 20 + 113,25 \cdot 40,75}{118 + 113,25} = 30,16 \text{ cm.}$$

Moment tromosti i moment otpora presjeka iznose:

$$I_y = 29210 + 118 \cdot 10,16^2 + 75,5 \cdot \frac{1,5^3}{12} + 113,25 \cdot 10,59^2 = 54113 \text{ cm}^4 \text{ i}$$

$$W_y = \frac{I_y}{z_{\max}} = \frac{54113}{30,16} = 1794 \text{ cm}^3.$$

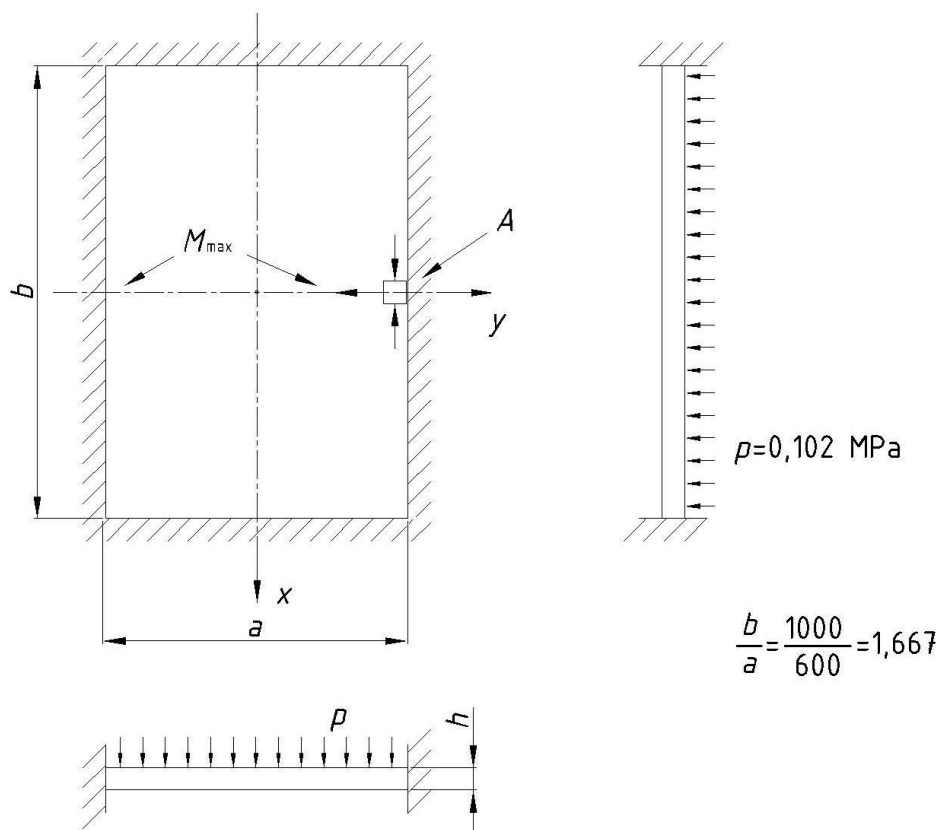
Maksimalno naprežanje na donjem pojasu nosača iznosi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{223900}{1794 \cdot 10^{-6}} = 124,8 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa.}$$

Maksimalno naprežanje na donjem pojasu nosača iznosi 124,8 MPa te s obzirom na dopušteno naprežanje koje iznosi 170 MPa, zadovoljava kriterij čvrstoće spremnika.

### 6.1.2. Kontrola čelične ploče na dnu koša

Dno koša sastoji se od roštilja sastavljenog od I-profila preko kojeg je postavljena čelična ploča debljine  $h = 15 \text{ mm}$ . Dimenzije otvora (slika 153.) na sredini dna iznose  $a = 0,6 \text{ m}$  i  $b = 1,0 \text{ m}$ .



Slika 153. Prikaz dijela donje ploče

Ploča se može smatrati ukliještenom po rubu. Prema tablici na str. 635 literature [5] maksimalni moment savijanja javlja se na sredini veće stranice i iznosi:

$$M_y = 0,0792 \cdot p \cdot a^2.$$

Iz toga slijedi maksimalno naprezanje prema [10]:

$$\sigma_{y, \max} = \frac{6M_y}{h^2} = 0,475 \cdot p \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 = 0,475 \cdot 0,102 \cdot \left(\frac{600}{15}\right)^2 = 77,52 \text{ MPa}.$$

Ploča zajedno s poprečnim profilima I-40 sudjeluje u globalnom savijanju pa se u ploči javlja naprezanje  $\sigma_x$  koje iznosi:

$$\sigma_x = \frac{M_{\max}}{I_y} \cdot 11,34 \quad (\text{vidjeti sliku 152}).$$

Nakon uvrštavanja slijedi:

$$\sigma_x = \frac{223900}{54113} \cdot 11,34 = 46,92 \text{ MPa}.$$

Prema tome, element A (slika 153.) napregnut je dvoosno. Ekvivalentno naprezanje iznosi:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3, \text{ gdje su } \sigma_1 = \sigma_{y, \max} = 77,52 \text{ MPa i} \\ \sigma_3 = -\sigma_x = -46,92 \text{ MPa}.$$

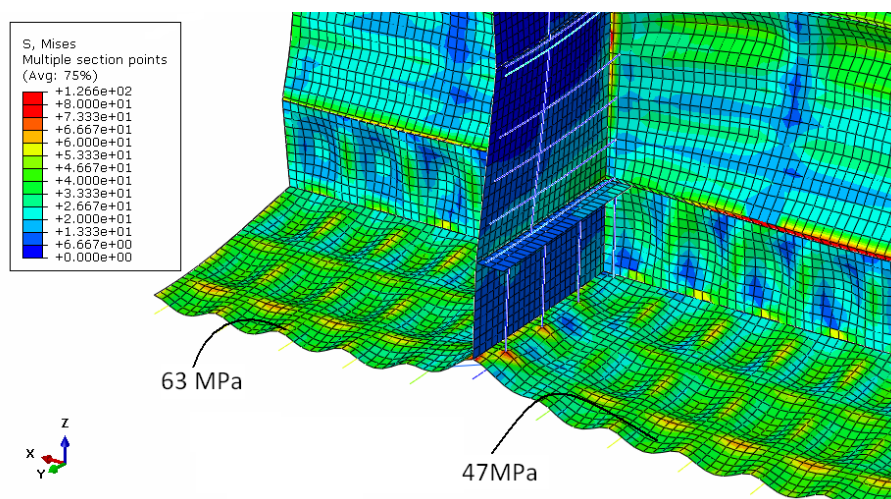


Nakon uvrštavanja slijedi:

$$\sigma_{\text{ekv}} = 77,52 - (-46,92) = 124,5 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa}$$

Maksimalno naprezanje na donjoj čeličnoj ploči iznosi 124,5 MPa te s obzirom na dopušteno naprezanje koje iznosi 170 MPa, kriterij čvrstoće spremnika je zadovoljen.

Napravljena je usporedba rješenja dobivenih približnom analitičkom metodom i rješenja dobivenih numeričkom metodom koristeći programski paket Abaqus [2]. Analitički izračunato naprezanje na nosaču iznosi 124,8 MPa, a numerički dobiveno naprezanje korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 63 MPa. Na ploči prikazanoj na slici 153. analitički izračunato naprezanje iznosi 124,5 MPa, a naprezanje dobiveno korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 47 MPa. Rezultati numeričke analize prikazani su na slici 154.



Slika 154. Raspodjela naprezanja na nosaču (spoj profila i ploče)

### 6.1.3. Kontrola čvrstoće prednjih i bočnih ploča

Prednje i bočne vertikalne ploče opterećene su na savijanje opterećenjem  $p$  koje je raspoređeno po trapezoidnom zakonu. Opterećenje se računa prema izrazu:

$$p = \gamma \cdot h \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \text{ gdje je } \varphi = 30^\circ,$$

$$p = \gamma \cdot h \cdot \text{tg}^2 30^\circ = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h.$$

Maksimalna vrijednost opterećenja iznosi:

$$p_{\text{max}} = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 6 = 34000 \text{ Pa} = 0,034 \text{ MPa}.$$

Prednja, vertikalna ploča spremnika ojačana je I-40 profilima postavljenima tako da je ploča podijeljena na dijelove veličine 1000x600 mm pa je maksimalno naprezanje prema [5]:

$$\sigma_{\max} = 0,4446 \cdot p \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 = 0,4446 \cdot 0,034 \cdot \left(\frac{600}{10}\right)^2 = 54,4 \text{ MPa.}$$

Bočna, vertikalna ploča spremnika ojačana je I-30 profilima postavljenima tako da je ploča podijeljena na dijelove veličine 1000x657 mm. U tom slučaju je  $\frac{b}{a} = \frac{1000}{657} = 1,522$ , pa je prema citiranoj tablici [5] maksimalni moment:

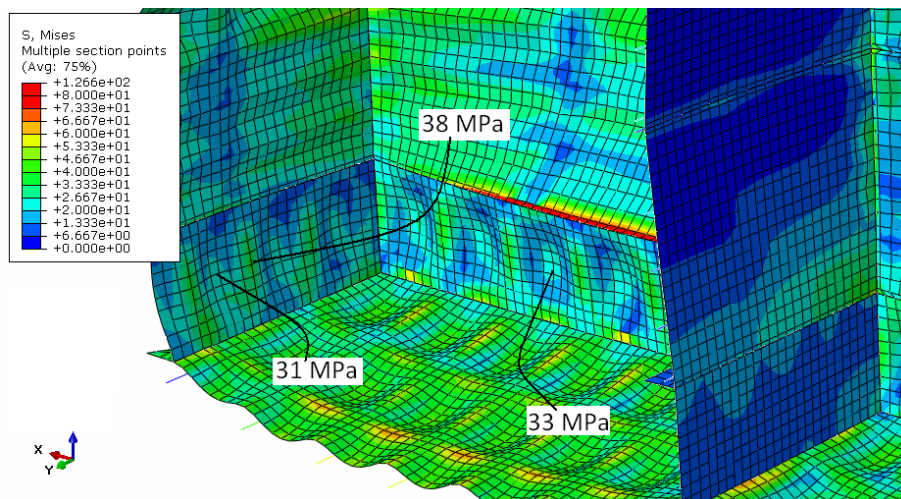
$$M_{\max} = 0,0760 \cdot p \cdot a^2,$$

odnosno,

$$\sigma_{\max} = 0,456 \cdot p \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^2 = 0,456 \cdot 0,034 \cdot \left(\frac{657}{10}\right)^2 = 66,9 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa.}$$

Kriterij čvrstoće je i ovdje zadovoljen s obzirom da je maksimalno naprezanje 66,9 MPa, a dopušteno naprezanje iznosi 170 MPa.

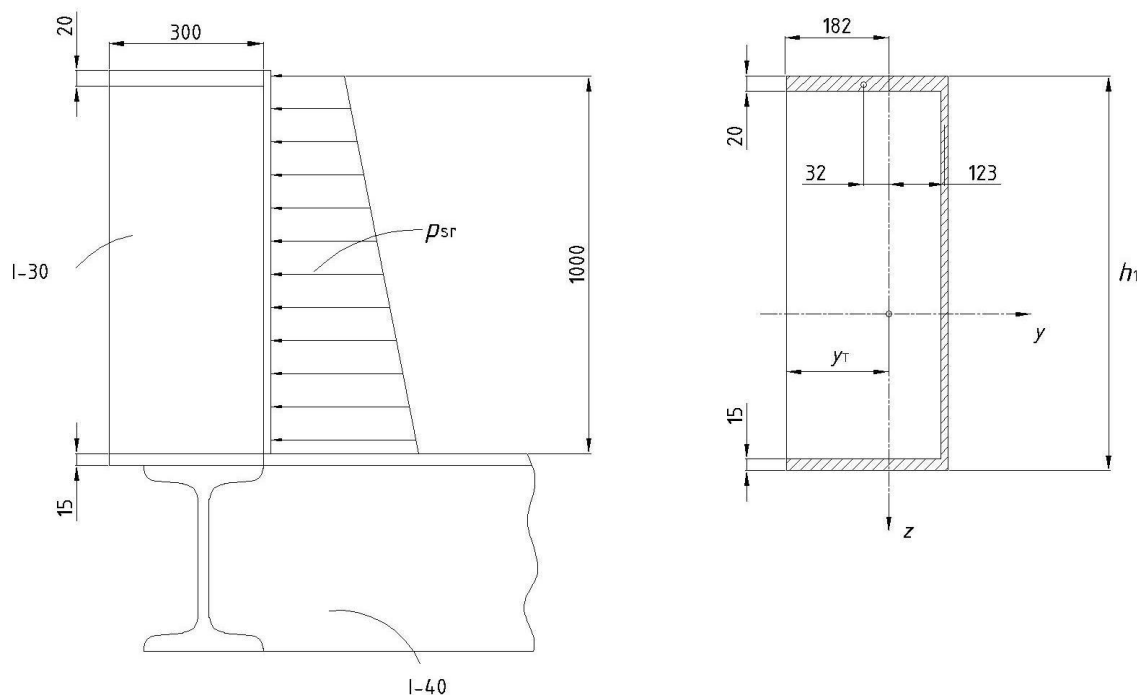
Analitički izračunato naprezanje na prednjoj ploči iznosi 54,4 MPa, a najveće naprezanje na prednjoj ploči dobiveno numeričkom analizom korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 33 MPa. Analitički izračunato naprezanje na bočnoj ploči iznosi 66,9 MPa, a naprezanje dobiveno korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 31 MPa. Rezultati numeričke analize prikazani su na slici 155.



Slika 155. Raspodjela naprezanja na prednjim i bočnim pločama

#### 6.1.4. Kontrola bočne stijene donjeg dijela koša

Bočna stijena donjeg dijela koša opterećena je na savijanje u horizontalnoj ravnini. Presjek stijene donjeg dijela koša prikazan je na slici 156.



Slika 156. Presjek stijene donjeg dijela koša

Položaj težišta presjeka iznosi:

$$y_T = \frac{60 \cdot 15 + 45 \cdot 15 + 100 \cdot 30,5}{60 + 45 + 100} = 18,2 \text{ cm.}$$

Moment tromosti i moment otpora presjeka iznose:

$$I_z = \frac{2 \cdot 30^3}{12} + 60 \cdot 3,2^2 + \frac{1,5 \cdot 30^3}{12} + 45 \cdot 3,2^2 + 100 \cdot 12,3^2 = 24079 \text{ cm}^4 \text{ i}$$

$$W_z = \frac{I_z}{y_T} = \frac{24079}{18,2} = 1323 \text{ cm}^3.$$

Srednje opterećenje na bočnu stijenu računa se na polovici visine ploče i iznosi:

$$p_{sr} = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 5,5 = 31166 \text{ Pa i}$$

$$q = p_{sr} \cdot h_1 = 31166 \cdot 1 = 31,17 \text{ kN/m.}$$

Moment savijanja u horizontalnoj ravnini prema [1] iznosi:

$$M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{31,17 \cdot 4,76^2}{8} = 88,28 \text{ kNm.}$$

Maksimalno naprezanje iznosi:

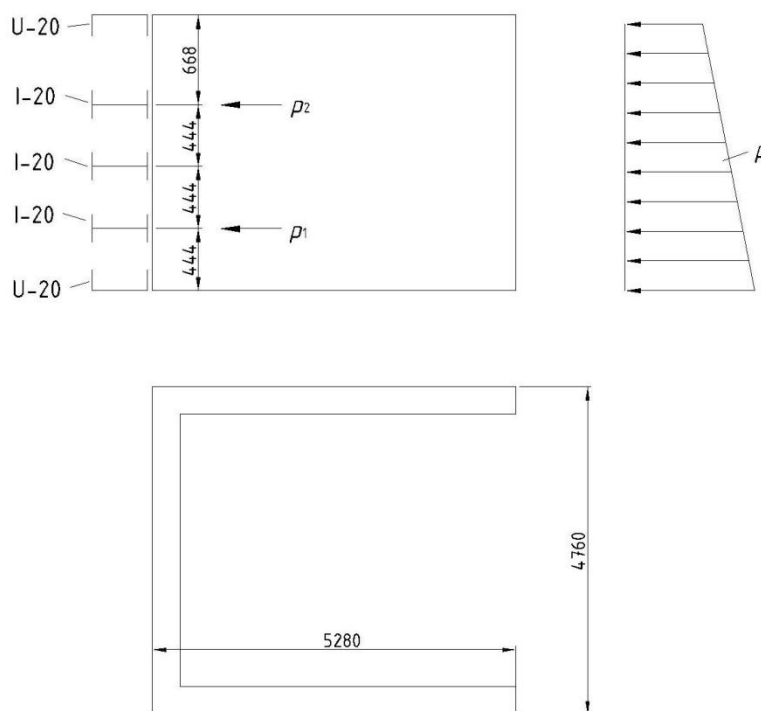
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{88280}{1323 \cdot 10^{-6}} = 66,73 \text{ MPa} < \sigma_{dop} = 170 \text{ MPa.}$$

Maksimalno naprezanje iznosi 66,73 MPa, pa uzimajući u obzir da dopušteno naprezanje iznosi 170 MPa, kriterij čvrstoće je zadovoljen.

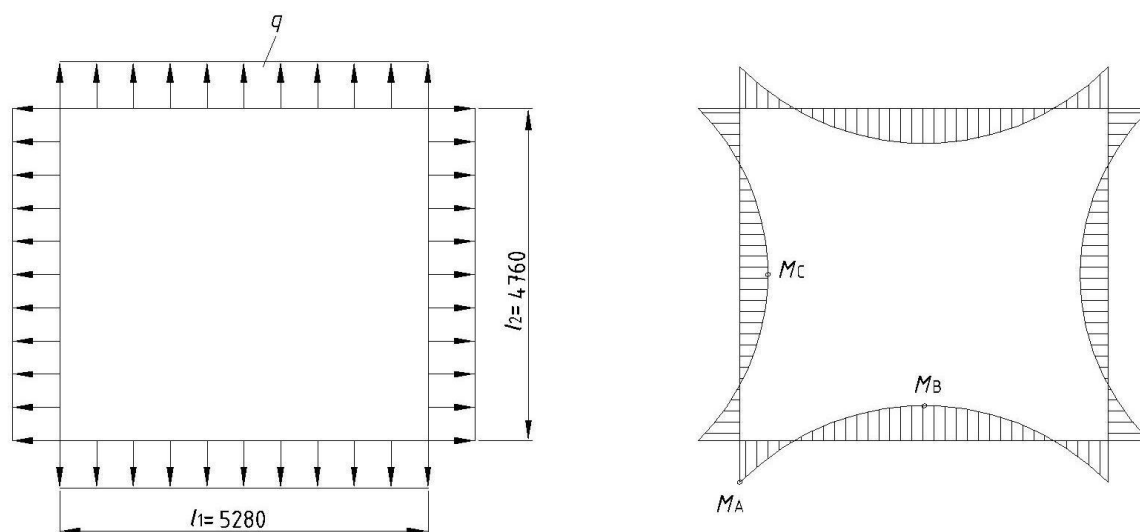
Analitički izračunato naprežanje na stijeni iznosi 66,73 MPa, a numerički dobiveno najveće naprežanje korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 38 MPa (slika 155.).

### 6.1.5. Proračun srednjeg dijela koša B

Na slici 158. je prikazan okvir srednjeg dijela koša B. Okvir je ojačan profilima I-20 i U-20 te opterećen s tlakom  $p$  po trapezoidnom zakonu. Srednji dio koša izrađen je u radionici posebno za svaki bunker a zatim na gradilištu spojen s ostalim dijelovima vijcima i zatim zavaren. Stoga se svaki dio može računati kao okvir prema slici 158.



Slika 157. Srednji dio koša B



Slika 158. Okvir srednjeg dijela koša B

Prema tablicama iz literature [8]:

$$M_A = \frac{1+k^3}{1+k} \cdot \frac{q \cdot l_2^2}{12}, \quad \text{gdje je } k = \frac{l_1}{l_2} = \frac{5280}{4760} = 1,11, \quad ,$$

iz toga slijedi:

$$M_A = \frac{1+1,11^3}{1+1,11} \cdot \frac{5,28^2}{12} \cdot q = 2,115 \cdot q,$$

$$M_B = 1,37 \cdot q, \quad \left( M_B = \frac{q \cdot l_1^2}{8} - M_A \right),$$

$$M_C = 0,717 \cdot q, \quad \left( M_C = \frac{q \cdot l_2^2}{8} - M_A \right).$$

Maksimalni moment se nalazi na mjestu A na slici 158. i glasi:

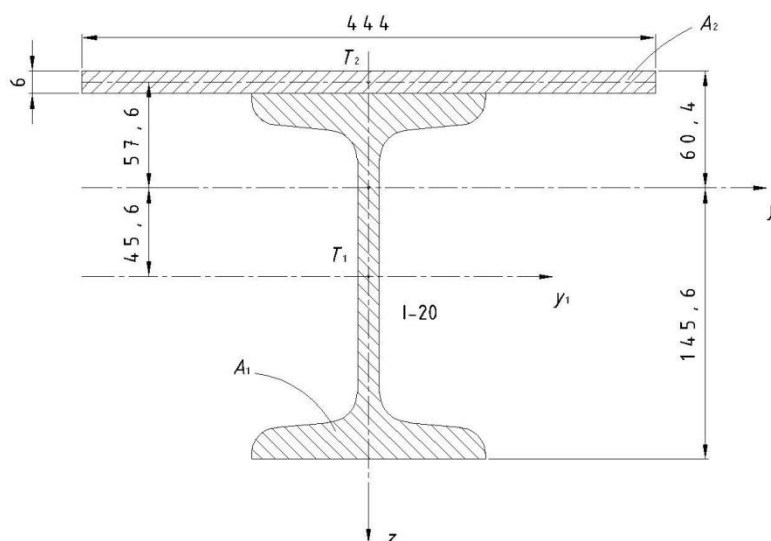
$$M_{\max} = 2,115 \cdot q.$$

Bočni tlak se računa na dva mjesta, kod prvog i zadnjeg I-profila na bočnoj ploči, te ti tlakovi iznose:

$$p_1 = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 4,556 = 25817 \text{ Pa i}$$

$$p_2 = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 3,668 = 20785 \text{ Pa.}$$

Napravljena je kontrola donjeg dijela okvira koji se sastoji od I-20 profila s pripadnim pojasom debljine 6 mm i širine 444 mm. Presjek okvira je pokazan na slici 159.



Slika 159. Presjek okvira

Moment tromosti i moment otpora presjeka iznose:

$$I_y = \frac{44,4 \cdot 0,6^3}{12} + 44,4 \cdot 0,6 \cdot 5,74^2 + 33,5 \cdot 4,56^2 + 2140 = 3714 \text{ cm}^4 \text{ i}$$

$$W_y = \frac{I_y}{z_T} = \frac{3714}{14,56} = 255,1 \text{ cm}^3.$$

Opterećenje na jednom nosaču iznosi:

$$q = p \cdot 0,444 = 25817 \cdot 0,444 = 11460 \text{ N/m}.$$

Maksimalni moment iznosi:

$$M_{\max} = 2,115 \cdot q = 2,115 \cdot 11460 = 24240 \text{ Nm}.$$

Maksimalno naprezanje na nosaču:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{24240}{255,1 \cdot 10^{-6}} = 95 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa}$$

S obzirom da maksimalno naprezanje iznosi 95 MPa, što je manje od dopuštenog naprezanja koje iznosi 170 MPa, kriterij čvrstoće je zadovoljen.

Slijedi kontrola naprezanja na dnu ploče. Maksimalni tlak iznosi:

$$p_{\max} = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 5 = 28330 \text{ Pa},$$

Te iz njega slijede naprezanja:

$$\sigma_{\max} = 0,5 \cdot p \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 = 0,5 \cdot 28330 \cdot \left(\frac{444}{6}\right)^2 = 77,57 \text{ MPa} = \sigma_{y, B},$$

$$\sigma_{x, B} = \frac{M_{\max}}{I_y} \cdot z_B = -\frac{24240}{3714} \cdot 6,04 = -39,42 \text{ MPa}.$$

Evivalentno naprezanje iznosi:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 77,57 - (-39,42) = 117 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa}.$$

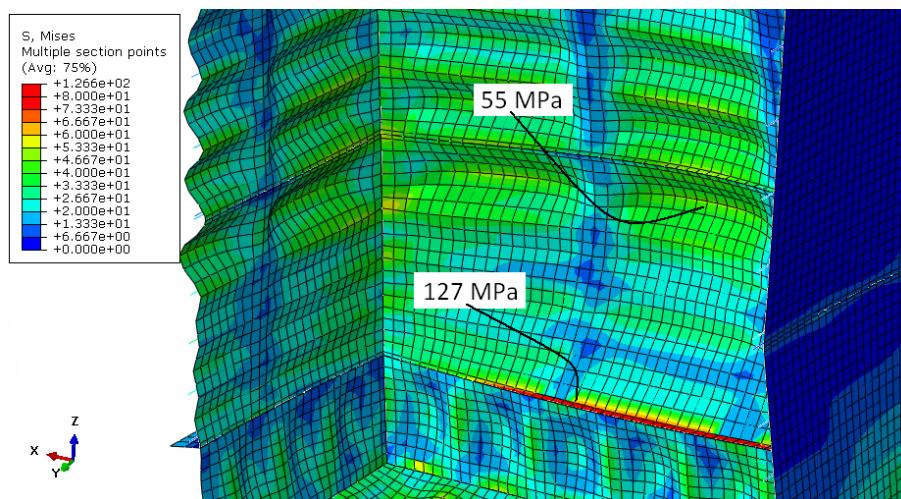
Naprezanje na dnu ploče iznosi 117 MPa i manje je od dopuštenog naprezanja te iz toga slijedi, da je kriterij čvrstoće zadovoljen.

Kontrola naprezanja na vrhu ploče:

$$\sigma_{\max} = 0,5 \cdot p \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 = 0,5 \cdot 20785 \cdot \left(\frac{668}{6}\right)^2 = 128,8 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa}.$$

Dopušteno naprezanje iznosi 170 MPa i veće je od naprezanje na vrhu ploče koje iznosi 128,8 MPa te je kriterij čvrstoće zadovoljen.

Analitički izračunato naprezanje na dnu ploče B dijela koša iznosi 117 MPa, a najveće naprezanje dobiveno numeričkom analizom korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 127 MPa. Analitički izračunato naprezanje na vrhu ploče B dijela koša iznosi 128,8 MPa, a najveće naprezanje dobiveno korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 55 MPa. Rezultati numeričke analize prikazani su na slici 160.

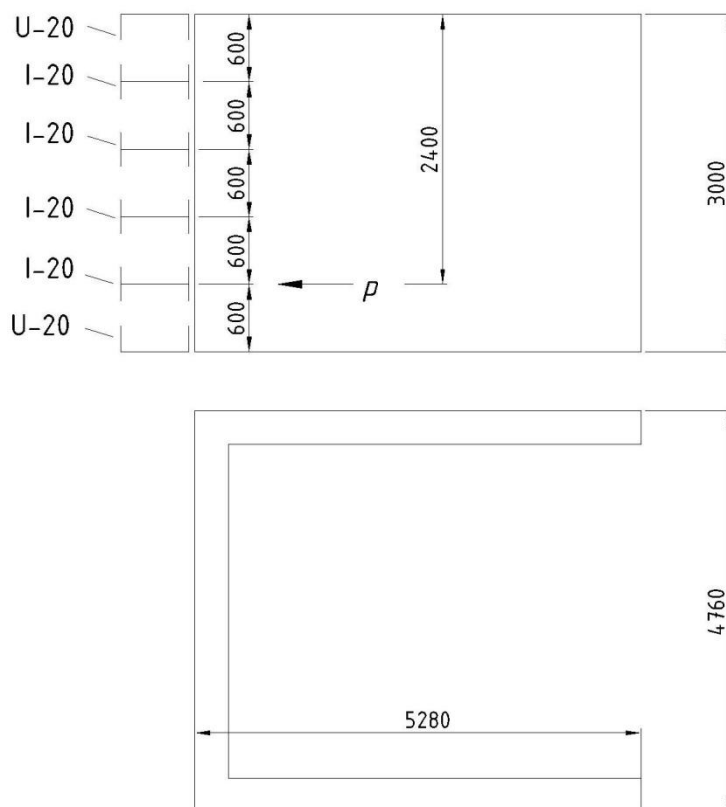


Slika 160. Raspodjela naprezanja na ploči B dijela koša

### 6.1.6. Kontrola gornjeg dijela koša C

Na slici 161. je prikazan okvir srednjeg dijela koša C. Okvir je ojačan profilima I-20 i U-20 i opterećen s tlakom  $p$  po trapezoidnom zakonu. Presjek gornjeg dijela koša prikazan je na slici 161. Donji I-20 profil sa pripadnim dijelom lima debljine 5 mm predstavlja okvir opterećen prema slici 161. Opterećenje iznosi:

$$q = p \cdot 0,6 = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot h \cdot 0,6 = \frac{1}{3} \cdot 17000 \cdot 2,4 \cdot 0,6 = 8160 \text{ N/m}$$

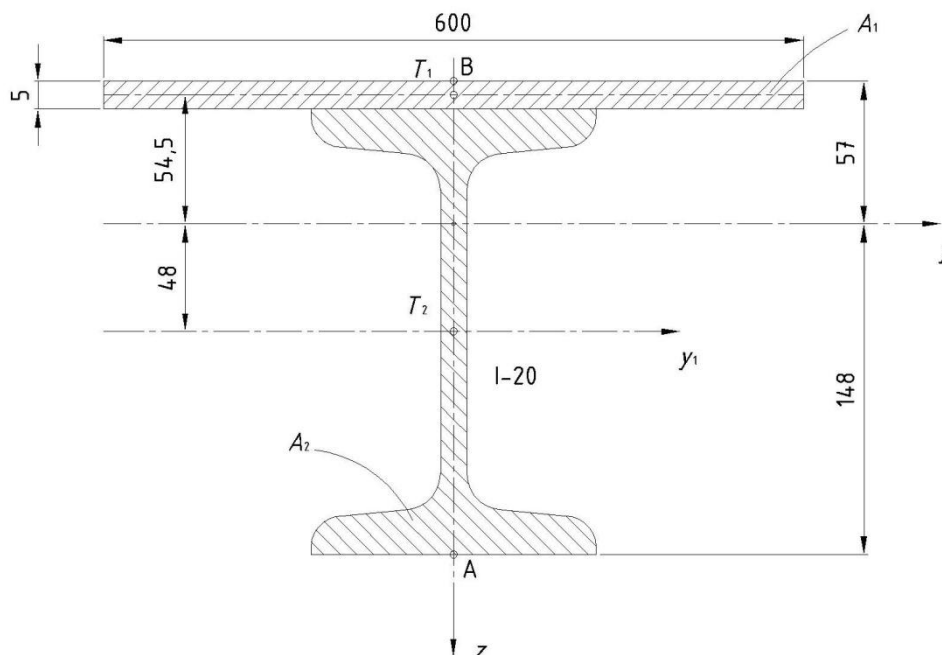


Slika 161. Gornji dio koša C

Maksimalni moment savijanja iznosi:

$$M_{\max} = 2,115 \cdot q = 2,115 \cdot 8160 = 17258 \text{ Nm.}$$

Presjek okvira je prikazan na slici 162.



Slika 162. Presjek okvira

Podaci za I-20 profil prema [1]:

$$I_{y2} = 2140 \text{ cm}^4,$$

$$A_2 = 33,5 \text{ cm}^2 \text{ i}$$

$$A_1 = 60 \cdot 0,5 = 30 \text{ cm}^2.$$

Položaj težišta presjeka iznosi:

$$z_T = \frac{30 \cdot 20,25 + 33,5 \cdot 10}{30 + 33,5} = 14,8 \text{ cm.}$$

Moment tromosti i moment otpora presjeka iznose:

$$I_y = \frac{60 \cdot 0,5^3}{12} + 60 \cdot 0,5 \cdot 5,45^2 + 33,5 \cdot 4,8^2 + 2140 = 3803 \text{ cm}^4 \text{ i}$$

$$W_y = \frac{I_y}{z_T} = \frac{3803}{14,8} = 257 \text{ cm}^3.$$

Najveće naprezanje u točki A iznosi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{17258}{257 \cdot 10^{-6}} = 67,15 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa.}$$

Naprezanje u točki A iznosi 67,15 MPa i manje je od dopuštenog naprezanja što znači da je kriterij čvrstoće zadovoljen.



Naprezanje u točki B (slika 162.) iznosi:

$$\sigma_{x, B} = \frac{M_{\max}}{I_y} \cdot z_B = -\frac{17258}{3803 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,057 = -25,87 \text{ MPa}$$

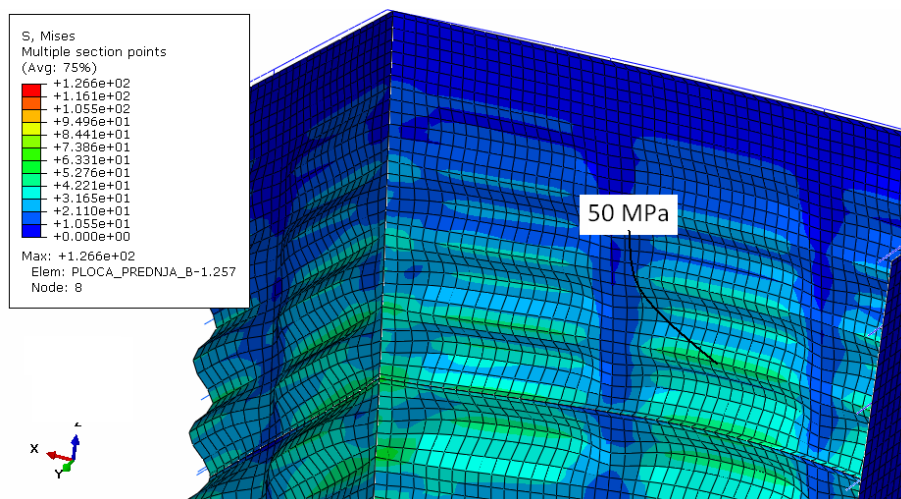
$$\sigma_{y, \max} = 0,5 \cdot p \cdot \left(\frac{l}{h}\right)^2 = 0,5 \cdot 13600 \cdot \left(\frac{600}{5}\right)^2 = 97,92 \text{ MPa} = \sigma_{y, B}$$

Ekvivalentno naprezanje iznosi:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{y, B} - \sigma_{x, B} = 97,92 - (-25,87) = 123,79 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} = 170 \text{ MPa}$$

Ekvivalentno naprezanje iznosi 123,79 MPa te je naprezanje manje od dopuštenog. Stoga, kriterij čvrstoće je zadovoljen i za naprezanje u točki B.

Analitički izračunato naprezanje na ploči C dijela koša iznosi 123,79 MPa, a najveće naprezanje dobiveno numeričkom analizom korištenjem programskog paketa Abaqus iznosi 50 MPa te raspodjela naprezanja je prikazana na slici 163.



Slika 163. Raspodjela naprezanja na gornjem dijelu koša C

## 7. ZAKLJUČAK

U radu je provedena numerička analiza čvrstoće i stabilnosti spremnika za šljunak korištenjem programskog paketa Abaqus [2]. Na primjerima konzole i ploče ojačane I-profilima napravljena je verifikacija korištenih konačnih elemenata i konvergencija progiba. Kod konzole uspoređivao se rezultat maksimalnog progiba dobivenog analitičkom metodom s rezultatom progiba dobivenog numeričkom analizom konzole. Konzola je modelirana na dva načina: u prvom slučaju je konzola modelirana kao gredni element kojem su za dimenzije poprečnog presjeka dodijeljene karakteristike I-10 profila, a u drugom slučaju konzola je zadana kao spoj ploče i T-profila tako da njihov poprečni presjek po dimenzijama odgovara poprečnom presjeku I-10 profila. Konvergencija progiba analizirana je za tri različita modela ploče: ploča ukliještena po rubovima i opterećena kontinuiranim opterećenjem, ploča ukliještena po rubovima, ojačana I-profilom na sredini i opterećena kontinuiranim opterećenjem i ploča ukliještena po rubovima, ojačana s 2 I-profila jednako razmaknuta i opterećena kontinuiranim opterećenjem. Na temelju dobivenih rezultata usvojena je mreža konačnih elemenata kojom je diskretiziran model spremnika.

Kod proračuna čvrstoće spremnika prikazane su četiri provedene numeričke analize. Za svaku analizu napravljena su četiri slučaja opterećenja spremnika: puno opterećenje spremnika, opterećenje ispunjenim desnim košom, opterećenje ispunjenim srednjim košom i opterećenje ispunjenim desnim i srednjim košom. U prvoj analizi čvrstoće spremnika, konstrukcije zadane zadatkom, dobivena raspodjela naprezanja zadovoljava kriterij čvrstoće no dobivene pomake na prednjoj vertikalnoj ploči potrebno je smanjiti i stoga je na prednjoj ploči dodan još jedan red vertikalnih I-10 profila. Nakon provedene druge analize čvrstoće spremnika dobivena naprezanja zadovoljavaju kriterij čvrstoće no najveće pomake na prednjoj, vertikalnoj ploči dodatno treba smanjiti. Stoga, na idućem modelu je promijenjen međusobni razmak horizontalnih ojačanja. Trećom analizom čvrstoće spremnika dobivena naprezanja i pomaci zadovoljavaju kriterij čvrstoće. U svrhu smanjenja mase konstrukcije svi I-40 profili zamijenjeni su sa I-30 profilima. Rezultati naprezanja i pomaka dobiveni četvrtom analizom čvrstoće spremnika zadovoljavaju kriterij čvrstoće. Za optimalnu konstrukciju spremnika odabran je model na kojem je provedena četvrta analiza čvrstoće. Pri punom opterećenju spremnika najveće naprezanje javlja se na donjim I-30 profilima i iznosi 151 MPa, a najveći pomak se javlja na donjoj ploči i iznosi 7.61 mm (donja ploča je debljine 15 mm).

Nakon analize čvrstoće spremnika napravljena je analiza stabilnosti konstrukcije. Provedena je verifikacija primijenjenog algoritma pri razmatranju stabilnosti konstrukcije. Pri izvijanju štapa izračunata je vlastita vrijednost analitičkim postupkom, a nakon toga je vlastita vrijednost izračunata numeričkom analizom uz pomoć programskog paketa Abaqus. Uzeta su 4 uobičajena slučaja izvijanja štapa. Dobile rezultate (vlastite vrijednosti) analitičkom metodom usporedili smo s rezultatima dobivenim numeričkom analizom u svrhu provjere primijenjenog algoritma. Zatim je napravljena provjera okvirnih konstrukcija. Analitički su izračunate vlastite vrijednosti, a zatim je napravljena numerička analiza korištenjem programskog paketa Abaqus. Rezultate (vlastite vrijednosti) dobivene analitičkim postupkom smo ponovno usporedili sa rezultatima dobivenim numeričkom analizom. Za prostorne (3D) konstrukcije napravljena je numerička analiza te su prikazani oblici gubitka stabilnosti. Nakon verifikacije algoritma, napravljena je analiza stabilnosti konstrukcije. Napravljeno je osam slučajeva, gdje se mijenjao poprečni presjek cijevi, odnosno, promjer cijevi. Na temelju vlastitih vrijednosti dobivenih numeričkom analizom izračunato je kritično opterećenje iz kojeg je dobiven faktor sigurnosti konstrukcije. Faktor sigurnosti, prema kojem je odabrana optimalna konstrukcija postolja, mora biti veći od 5. U ovom zadatku odabrana konstrukcija postolja ima faktor sigurnosti  $S = 5,004$ .

Napravljena je usporedba mase početne konstrukcije sa masom optimalne konstrukcije. Masa konstrukcije je izračunata za tri cjeline: mase ploča, mase profila i masa postolja. Ukupna masa ploča iznosi 26,21 tone kod obje konstrukcije. Masa profila početne konstrukcije iznosi 38 tona dok je masa profila optimalne konstrukcije manja za 7 tona. Masa postolja početne konstrukcije iznosi 6,85 tona, a masa postolja optimirane konstrukcije manja je za 3 tone. Optimalna konstrukcija ima ukupnu masu za 10 tona manju u odnosu na masu početne konstrukcije, odnosno, utrošak materijala optimalne konstrukcije je manji za 14%.

## **PRILOZI**

- I. CD-R disc
- II. Tehnička dokumentacija

## LITERATURA

- [1] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Kratis, Zagreb, 1997.
- [2] Abaqus, "Abaqus Software", Version 6.10-1, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2010.
- [3] Abaqus, "Abaqus Documentation", Version 6.10-1, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2010.
- [4] MSC FEA 2005r2, "MSC.Software Corporation", 2006.
- [5] Inženjerski priručnik: IP1, Školska knjiga, Zagreb, 1996.
- [6] [http://www.bradford.ac.uk/staff/vtoropov/burgeon/thesis\\_sameh/chap3.pdf](http://www.bradford.ac.uk/staff/vtoropov/burgeon/thesis_sameh/chap3.pdf)
- [7] Alfirević, I., Sorić, J.: Proračun čvrstoće baterije bunkera za kameni agregat
- [8] Pisarenko, G.S., Jakovljević, A.P., Matveev, V.V.: Spravočnik po soprotivlenio materialov, Izdateljstvo Naukova dumka, Kijev, 1975.
- [9] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [10] Alfirević, I.: Linearna analiza konstrukcija, Krinen d.o.o., Zagreb, 2003.
- [11] Alfirević, I.: Nauka o čvrstoći I, Tehnička knjiga, Zagreb, 1995.