

# Analiza polja brzine strujanja iza prepreke iz tehničkog teksta

---

Jalušić, Boris

Undergraduate thesis / Završni rad

2008

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:665634>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-15**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **Analiza polja brzine iza prepreke iz tehničkog tekstila**

ZAVRŠNI RAD

Boris Jalušić

Zagreb, 2008.

Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **Analiza polja brzine iza prepreke iz tehničkog tekstila**

ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada:  
Doc. dr. sc. Ivo Džijan

Boris Jalušić

Zagreb, 2008.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne radove  
Studij strojarstva

Inženjersko modeliranje i računalne simulacije



Zagreb, 15. listopada 2007.

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum - 5 -03- 2008	Prilog
Klasa: 602-04/08-6/5	
Ur.broj: 15-1703-08-34	

## ZAVRŠNI RAD

Student: **Boris Jalušić**

Mat. br.: 0035151639

Naslov: **Analiza polja brzine iza prepreke iz tehničkog tekstila**

Opis zadatka:

Prepreke iz tehničkog tekstila se koriste u hortikulturi za zaštitu biljaka od vjetra, za sprečavanje erozije ili taloženja čestica pijeska, zemlje ili snijega u određenim područjima usljed djelovanja vjetra.

U završnom radu treba izvršiti numeričku simulaciju turbulentnog nestrujavanja na prepreke napravljene od 10 različitih tehničkih tekstila s različitim omjerom površine otvora i ukupne površine prepreke, a dobivene rezultate treba usporediti s eksperimentalno dobivenim rezultatima prikazanim u članku: Dierickx, W., Gabriels, D., Cornelis, W., "A Wind Tunnel Study On Wind Speed Reduction Of Technical Textiles Used As A Windscreen".

Rad treba sadržavati:

1. Uvod u kojem će se kratko opisati primjene tehničkih tekstila, te prednosti i nedostatke simulacije metodama računalne dinamike fluida u odnosu na eksperimentalni pristup.
2. Osnovne jednačbe koje se rješavaju u numeričkoj simulaciji i model turbulencije.
3. Kratki opis metode konačnih volumena.
4. Rezultate numeričke simulacije primjenom računalnog programa FLUENT, te usporedbu s rezultatima mjerenja.
5. Prikaz i diskusiju rezultata usporedbe, te zaključke.

Rezultate proračuna prikazati odgovarajućim tablicama, dijagramima i slikama.

Zadatak zadan:

15. listopada 2007.

Zadatak zadao:

*Ivo Džijan*

Doc. dr. sc. Ivo Džijan

Referada za diplomske i završne ispite

Rok predaje rada:

Listopad 2008.

Predsjednik Središnjeg povjerenstvo /  
voditelj studija ili smjera:

*Zdravko Virag*

Prof. dr. sc. Zdravko Virag

Obrazac DS - 3/PDS -3

## *Izjava*

*Izjavljujem pod punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam završni rad izradio samostalno, isključivo znanjem stečenim na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, uz pomoć Doc. dr. sc. Ive Džijana kojem se ovim putem zahvaljujem, te literaturom navedenom u popisu referenci.*

*U Zagrebu, veljača 2008.*

**SADRŽAJ:**

<b>POPIS SLIKA .....</b>	<b>II</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>IV</b>
<b>POPIS OZNAKA .....</b>	<b>V</b>
<b>1. UVOD.....</b>	<b>1</b>
1.1. TEHNIČKI TEKSTIL I NJEGOVA UPORABA .....	1
1.2. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA.....	3
<b>2. OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE FLUIDA.....</b>	<b>6</b>
2.1. OPĆI OBLIK ZAKONA OČUVANJA .....	6
2.2. ZAKON OČUVANJA MASE (JEDNADŽBA KONTINUITETA).....	7
2.3. ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA.....	8
2.4. ZAKON OČUVANJA ENERGIJE.....	9
2.5. KONSTITUTIVNE (DOPUNSKE JEDNADŽBE .....	11
2.6. SKUP OSNOVNIH JEDNADŽBI DINAMIKE FLUIDA .....	12
<b>3. TURBULENCIJA I MODELIRANJE TURBULENCIJE.....</b>	<b>14</b>
3.1. TURBULENTNO STRUJANJE.....	14
3.2. OPISIVANJE TURBULENCIJE I REYNOLDSOVE JEDNADŽBE .....	17
3.3. MODELI TURBULENCIJE .....	20
3.3.1. $k - \varepsilon$ MODEL.....	21
3.3.2. RUBNI UVJETI ZA $k - \varepsilon$ JEDNADŽBE .....	25
<b>4. METODA KONAČNIH VOLUMENA .....</b>	<b>27</b>
4.1. UVOD .....	27
4.2. DISKRETIZACIJA OPĆEG ZAKONA OČUVANJA.....	28
4.3. SIMPLE ALGORITAM.....	32
<b>5. NUMERIČKA SIMULACIJA STRUJANJA .....</b>	<b>38</b>
5.1. OPIS PROBLEMA I PROVEDENOG EKSPERIMENTA .....	38
5.2. OPIS NUMERIČKIH SIMULACIJA .....	41
<b>6. PRIKAZ I DISKUSIJA REZULTATA .....</b>	<b>49</b>
6.1. PREPREKA A .....	50
6.2. PREPREKA B.....	54
6.3. PREPREKA C.....	58
6.4. PREPREKA D I PREPREKA E .....	62
6.5. PREPREKA F .....	66
6.6. PREPREKA G I PREPREKA H.....	70
6.7. PREPREKA I I PREPREKA J.....	74
6.8. SVE PREPREKE .....	78
<b>7. ZAKLJUČAK .....</b>	<b>83</b>
<b>LITERATURA.....</b>	<b>84</b>

*Popis slika*

Slika 3.1 Granični sloj uz ravnu ploču .....	15
Slika 3.2 Rezultati mjerenja tlaka .....	15
Slika 3.3 Profili brzine u okrugloj cijevi .....	16
Slika 3.4 Uz definiciju osrednjene vrijednosti .....	17
Slika 3.5 Dijagram graničnog sloja .....	24
Slika 4.1 Prikaz standardnih oznaka čvorova i stranica .....	27
Slika 4.2 Mreža konačnih volumena .....	28
Slika 4.3 Shema centralne diferencije .....	30
Slika 4.4 Upwind shema diferencije .....	31
Slika 4.5 Raspodjela tlaka po čvorovima .....	33
Slika 4.6 Mreža prema Harlowu i Welchu .....	34
Slika 5.1 Komponente zračnog tunela.....	39
Slika 5.2 Prikaz zračnog tunela s točkama za mjerenje brzine .....	40
Slika 5.3 Strukturirana mreža konačnih volumena .....	41
Slika 5.4 Uvećan dio strukturirane mreže konačnih volumena.....	41
Slika 5.5 Druga mreža korištena za numeričku simulaciju.....	42
Slika 5.6 Uvećan dio druge mreže korištene za numeričku simulaciju .....	42
Slika 5.7 Zadavanje rubnih uvjeta u Gambitu.....	42
Slika 5.8 Zadavanje kontinuuma u Gambitu.....	43
Slika 5.9 Usporedba profila brzina.....	44
Slika 5.10 Odabir modela strujanja i vrste rješavača .....	44
Slika 5.11 Definicija viskoznog modela .....	45
Slika 5.12 Definiranje svojstva medija .....	45
Slika 5.13 Definiranje referentne točke tlaka.....	46
Slika 5.14 Rubni uvjet za brzinu na ulazu.....	46
Slika 5.15 Referentne vrijednosti .....	46
Slika 5.16 Definiranje parametara za rubni uvjet porous-jump .....	48
Slika 6.1 Prepreka A – 0.25 H - Određivanje mjerene brzine.....	49
Slika 6.2 Prepreka A – 0.25 H.....	50
Slika 6.3 Prepreka A – 0.5 H.....	50
Slika 6.4 Prepreka A – 1 H.....	51
Slika 6.5 Prepreka A – 1.5 H.....	51
Slika 6.6 Prepreka A – Polje apsolutne vrijednosti brzine.....	52
Slika 6.7 Prepreka A – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine .....	52
Slika 6.8 Prepreka A – Strujnice u polju koeficijenta tlaka .....	53
Slika 6.9 Prepreka B – 0.25 H.....	54
Slika 6.10 Prepreka B – 0.5 H.....	54
Slika 6.11 Prepreka B – 1 H.....	55
Slika 6.12 Prepreka B – 1.5 H.....	55
Slika 6.13 Prepreka B – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine.....	56
Slika 6.14 Prepreka B – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine.....	56
Slika 6.15 Prepreka B – Strujnice u polju koeficijenta tlaka .....	56
Slika 6.16 Prepreka C – 0.25 H.....	58
Slika 6.17 Prepreka C – 0.5 H.....	58
Slika 6.18 Prepreka C – 1 H.....	59
Slika 6.19 Prepreka C – 1.5 H.....	59
Slika 6.20 Prepreka C – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine.....	60
Slika 6.21 Prepreka C – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine.....	60

Slika 6.22 Prepreka C – Strujnice u polju koeficijenta tlaka .....	60
Slika 6.23 Prepreka D – 0.25 H.....	62
Slika 6.24 Prepreka D – 0.5 H.....	62
Slika 6.25 Prepreka D – 1 H.....	63
Slika 6.26 Prepreka D – 1.5 H.....	63
Slika 6.27 Prepreka D – Polje apsolutne vrijednosti brzine.....	64
Slika 6.28 Prepreka D – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine .....	64
Slika 6.29 Prepreka D – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine.....	65
Slika 6.30 Prepreka D – Strujnice u polju koeficijenta tlaka .....	65
Slika 6.31 Prepreka F – 0.25 H .....	66
Slika 6.32 Prepreka F – 0.5 H .....	66
Slika 6.33 Prepreka F – 1 H .....	67
Slika 6.34 Prepreka F – 1.5 H .....	67
Slika 6.35 Prepreka F – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine .....	68
Slika 6.36 Prepreka F – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine .....	68
Slika 6.37 Prepreka F – Strujnice u polju koeficijenta tlaka.....	68
Slika 6.38 Prepreka G – 0.25 H.....	70
Slika 6.39 Prepreka G – 0.5 H.....	70
Slika 6.40 Prepreka G – 1 H.....	71
Slika 6.41 Prepreka G – 1.5 H.....	71
Slika 6.42 Prepreka G – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine .....	72
Slika 6.43 Prepreka G – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine.....	72
Slika 6.44 Prepreka G – Strujnice u polju koeficijenta tlaka .....	72
Slika 6.45 Prepreka J – 0.25 H.....	74
Slika 6.46 Prepreka J – 0.5 H.....	74
Slika 6.47 Prepreka J – 1 H.....	75
Slika 6.48 Prepreka J – 1.5 H.....	75
Slika 6.49 Prepreka J – Polje apsolutne vrijednosti brzine .....	76
Slika 6.50 Prepreka J – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine.....	76
Slika 6.51 Prepreka J – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine.....	77
Slika 6.52 Prepreka J – Strujnice u polju koeficijenta tlaka.....	77
Slika 6.53 Numerička simulacija – 0.25 H.....	78
Slika 6.54 Numerička simulacija – 0.5 H.....	78
Slika 6.55 Numerička simulacija – 1 H.....	79
Slika 6.56 Numerička simulacija – 1.5 H.....	79
Slika 6.57 Eksperiment – 0.25 H.....	80
Slika 6.58 Eksperiment – 0.5 H.....	80
Slika 6.59 Eksperiment – 1 H.....	81
Slika 6.60 Eksperiment – 1.5 H.....	81



***Popis tablica***

Tablica 1.1 Područja primjene geotekstila i odgovarajući europski standardi .....	2
Tablica 2.1 Koeficijenti difuzije i izvorski članovi za jednadžbe očuvanja .....	13
Tablica 3.1 Usporedba karakteristika turbulentnih vrtloga .....	17
Tablica 3.2 Koef. difuzije i izvorski članovi za jednadžbe turbulentnog strujanja .....	23
Tablica 5.1 Karakteristike testiranih tehničkih tekstila .....	38
Tablica 5.2 Eksperimentalno izmjerene brzine u tunelu bez prepreke .....	40
Tablica 5.3 Vrijednosti konstante $C_2$ za različite prepreke .....	47

**Popis oznaka**

$\rho$ ,	$kg / m^3$	-	Gustoća
$\varphi$ ,		-	Fizikalno svojstvo
$t$ ,	$s$	-	Vrijeme
$f_i$ ,	$m / s^2$	-	Specifične masene sile
$V_M$ ,	$m^3$	-	Materijalni volumen
$\sigma_i$ ,	$N / m^2$	-	Vektor naprezanja
$\sigma_{ji}$ ,	$N / m^2$	-	Tenzor naprezanja
$v_i$ ,	$m / s$	-	Brzina u smjeru $i$ -te osi
$u$ ,	$J / kg$	-	Specifična unutarnja energija
$k$ ,	$J / kg$	-	Specifična kinetička energija
$p$ ,	$Pa$	-	Tlak
$T$ ,	$K$	-	Temperatura
$c_v$ ,	$J / kgK$	-	Specifični toplinski kapacitet pri $v$ =konst.
$R$ ,	$J / kgK$	-	Individualna plinska konstanta
$R_m$ ,	$J / kmolK$	-	Opća (molarna) plinska konstanta (8314)
$\lambda$ ,	$W / m^2 K$	-	Koeficijent toplinske vodljivosti
$\delta_{ij}$ ,		-	Jedinični tenzor
$\Sigma_{ji}$ ,	$N / m^2$	-	Tenzor viskoznih naprezanja
$\mu$ ,	$Pas$	-	Dinamička viskoznost
$\mu_v$ ,	$Pas$	-	Volumenska viskoznost
$D_{ji}$ ,	$1 / s$	-	Tenzor brzine deformacije
$\lambda_t$ ,		-	Faktor trenja
$Re$ ,		-	Reynoldsova značajka
$f$ ,	$Hz$	-	Frekvencija
$\bar{k}$ ,	$m^2 / s^2$	-	Kinetička energija turbulencije
$\mu_t$ ,	$Pas$	-	Turbulentna viskoznost
$\bar{\varepsilon}$ ,	$m^2 / s^3$	-	Brzina disipacije kin. energije turbulencije
$v_t$ ,	$m / s$	-	Karakteristična brzina turbulentnih pulsacija
$l_t$ ,	$m$	-	Turbulentna duljina puta miješanja
$C_\mu$ ,		-	Konstanta razmjernosti (0.09)
$C_1$ ,		-	Konstanta $k - \varepsilon$ modela (1.44)
$C_2$ ,		-	Konstanta $k - \varepsilon$ modela (1.92)
$\sigma_k$ ,		-	Schmitov broj za $\bar{k}$ (1)
$\sigma_\varepsilon$ ,		-	Schmitov broj za $\bar{\varepsilon}$ (1.3)
$\tau_w$ ,	$N / m^2$	-	Smično naprezanje
$\kappa$ ,		-	Von Karmanova konstanta
$u^+$ ,		-	Bezdimenzijska brzina
$y^+$ ,		-	Bezdimenzijska udaljenost od stijenke

$v_\tau$ ,	$m/s$	-	Brzina trenja
$u$ ,	$m/s$	-	Brzina u $x$ smjeru
$v$ ,	$m/s$	-	Brzina u $y$ smjeru
$\alpha$ ,		-	Koeficijent udaljenosti shema diferencije
$a^u$ ,		-	Koeficijenti za brzine u $x$ smjeru
$a^v$ ,		-	Koeficijenti za brzine u $y$ smjeru
$u_{nb}$ ,	$m/s$	-	Brzine u $x$ smjeru na stranicama KV
$v_{nb}$ ,	$m/s$	-	Brzine u $y$ smjeru na stranicama KV
$p^*$ ,	$Pa$	-	Trenutna vrijednost tlaka
$p'$ ,	$Pa$	-	Vrijednost korekcije tlaka
$u^*$ ,	$m/s$	-	Trenutna vrijednost brzine u $x$ smjeru
$u'$ ,	$m/s$	-	Vrijednost korekcije brzine u $x$ smjeru
$v^*$ ,	$m/s$	-	Trenutna vrijednost brzine u $y$ smjeru
$v'$ ,	$m/s$	-	Vrijednost korekcije brzine u $y$ smjeru
$a_p$ ,		-	Koeficijenti za korekciju tlaka
$R_m$ ,	$kg/s$	-	Maseni rezidual
$\alpha_u$ ,		-	Faktor podrelaksacije brzine $u$
$\alpha_v$ ,		-	Faktor podrelaksacije brzine $v$
$\alpha_p$ ,		-	Faktor podrelaksacije tlaka
$L$ ,	$m$	-	Duljina cijevi
$D$ ,	$m$	-	Promjer cijevi
$\nu$ ,	$m^2/s$	-	Kinematička viskoznost
$R_c$ ,	$\%$	-	Koeficijent smanjenja brzine
$u_\infty$ ,	$m/s$	-	Brzina neporemećene struje zraka
$u_\tau$ ,	$m/s$	-	Smanjena brzina struje zraka
$A$ ,	$\%$	-	Poroznost
$H$ ,	$m$	-	Visina prepreke
$\Delta m$ ,	$m$	-	Debljina poroznog medija
$C_2$ ,		-	Konstanta za rubni uvjet porous-jump
$C$ ,		-	Konstanta za izračun $C_2$
$A_p$ ,	$m^2$	-	Ukupna površina ploče
$A_f$ ,	$m^2$	-	Površina otvora na ploči
$A_r$ ,	$m^2$	-	Površina otvora na ploči
$D$ ,	$kg/s$	-	Difuzijska vodljivost
$F$ ,	$kg/s$	-	Jačina konvekcije
$Pe$ ,		-	Pecletov broj $C_p$
$C_p$ ,		-	Bezdimenzijski koeficijent tlaka
$C_R$ ,		-	Koeficijent relativnog smanjenja brzine

## *Sažetak*

U ovom završnom radu napravljena je numerička simulacija turbulentnog nastrujavanja na prepreku napravljenu od tehničkog tekstila s različitim omjerima površine otvora i ukupne površine prepreke. Rezultati numeričkih simulacija su uspoređeni s eksperimentalnim rezultatima u [5].

Mreže konačnih volumena korištene za numeričku simulaciju napravljene su u predprocesoru Gambitu, dok se kao numerički rješavač strujanja koristio Fluent. U uvodnom dijelu ovog završnog rada opisani su tehnički tekstili i njihova primjena, a zatim su dani osnovni zakoni dinamike fluida. U radu je također kratko opisana metoda konačnih volumena, SIMPLE algoritam te turbulentno strujanje i  $k - \varepsilon$  model turbulencije zbog njihovog korištenja u samoj numeričkoj simulaciji.

Nadalje dan je pregled rada u vidu opisa izrade mreže konačnih volumena te zadavanja parametara numeričke simulacije. U samoj numeričkoj simulaciji mjereno je smanjenje brzine strujanja nakon prepreke od tehničkog tekstila analogno s eksperimentom [5]. Napravljeno je 10 numeričkih simulacija i dan je slikovni pregled rezultata, dani su dijagrami komparacije numeričke simulacije i eksperimenta te slike dobivenih polja strujanja za svaku prepreku.

# 1. UVOD

## 1.1. TEHNIČKI TEKSTIL I NJEGOVA UPORABA

Tekstili koji se upotrebljavaju u industriji zovu se tehnički tekstili. Pojam obuhvaća brojne vrste tekstila iz različitih visokokvalitetnih *high-tech* vlakana. *High-tech* vlakna pri promjenama okolišnih uvjeta dulje zadržavaju fizikalna svojstva. Iznimno su čvrsta, imaju veliku vlačnu čvrstoću, a ujedno su elastična i lagana.

Razvoj visokokvalitetnih vlakana započeo je u prvoj polovici XX. stoljeća i to industrijskom proizvodnjom vlakana od rajona, acetata, najlona, poliestera itd., koja su zamijenila do tada upotrebljavana prirodna vlakna. Drugu prekretnicu obilježila je nova generacija vlakana s poboljšanom čvrstoćom i otpornošću (staklena, keramička, aramidna, ugljična vlakna) koja su na tržištu dostupna posljednjih desetljeća. Na prijelazu tisućljeća pojavila se treća generacija vlakana. Trenutačni predmet istraživanja su naime tzv. *pametna vlakna* s fizikalnim i kemijskim svojstvima koja će uporabi tekstila u industriji u budućnosti dati posve novu dimenziju (npr. ugljične nanocjevčice).

Tehnički se tekstili od 1980. predstavljaju na sajmovima *Techtextil* u Frankfurtu i Osaki. Razvrstani su u 12 skupina: agrotekstili, tekstili za građevinsku industriju, tekstilnu industriju, geotekstile, tekstile za domaćinstvo i dom, industrijske tekstile, medicinske tekstile, tekstile za automobilsku industriju i druga transportna sredstva, ekološke tekstile, tekstile za ambalažu, zaštitne tekstile, tekstile za šport. Industrija danas nudi brojna vlakna koja su osnova za izradu različitih tehničkih tekstila. U uporabljiv završni proizvod vlakna se povezuju međusobno i s drugim komponentama na različite načine: lijepljenjem, pletenjem, tkanjem, toplinskom obradom itd. Pojavljuju se u obliku kompozita, membrana, trodimenzijskih tkanina i netkanih tekstila, pametnih tekstila, biomimetičkih tekstila.

Membrane su sastavljene od tkanine koja osigurava čvrstoću i prevlake koja poboljšava otpornost i produljuje trajnost (nudi zaštitu od vlage, ultraljubičastog zračenja, požara, mikroba itd.). Suvremeni sintetički tehnički tekstili uspješna su zamjena za pamučne. Lakši su, čvršći, otporni na gnjiljenje, sunčevu svjetlost i vrijeme. U membranama se upotrebljavaju: pamučne, politetrafluoretilen (PTFE), etilen-tetrafluoretilen (ETFE), polivinilklorid (PVC), poliesterske tkanine i polipropilen (PP).

Pamučne su tkanine impregnirane i većinom nemaju dodatnih obloga. Impregnacija omogućava otpornost na požar i mikrobe, kratko su vrijeme i vodonepropusne. Do određene temperature pamučne su tkanine otporne i na toplinu i uobičajenu koncentraciju kemikalija. Većinom se te tkanine upotrebljavaju za unutarnje prostore ili za povremene i pomične zgrade koje su izložene malim opterećenjima.

Geotekstili ili slični proizvodi industrije tehničkog tekstila imaju veliku geotehničku primjenu a mogu se uspješno koristiti i u drugim područjima. Najčešće se izrađuju od polipropilena ili poliestera. Izraz geotekstil definira se kao "bilo koji tekstilni materijal, koji se upotrebljava za filtraciju, drenažu, separaciju/razdvajanje, pojačavanje i stabilizaciju kao integralni dio građevinskih struktura iz zemlje, kamenja i drugih konstrukcijskih materijala".

Geotekstili omogućuju uštede: mineralnih resursa (količine zemlje i ostalih građevinskih materijala koje zamjenjuje geotekstil) i troškova gradnje (cijena geotekstila u odnosu na ostale materijale, transport do mjesta ugrađivanja, brzina i jednostavnost ugrađivanja), dobivaju se sustavi s poboljšanim karakteristikama (bolja i efikasnija drenaža, izolacija, bolje mehaničke karakteristike cijelog sustava), a često se postižu i određene ekološke prednosti (smanjuje se upotreba potrebnih površina, omogućavaju se konstrukcijska rješenja za smanjenje buke, manje je zahvata u prirodne eko-sustave, smanjivanje transporta materijala u vrijeme gradnje, smanjivanje upotrebe materijala kojih nema u okolici i nisu obnovljivi).

Područja primjene geotekstilnih materijala su brojna i vrlo raznolika zbog čega ih je jako teško sistematizirati. Obično se navode prema područjima primjene za koja već postoje zakonske norme i standardi [3].

<i>Područje primjene</i>	<i>Standard</i>
Putovi i ostale prometnice	EN 13249
Željeznički kolosjeci	EN 13250
Zemljane strukture, temelji i zidovi	EN 13251
Drenažni sustavi	EN 13252
Kontrola erozije izvana	EN 13253
Rezervoari i nasipi	EN 13254
Kanali	EN 13255
Tuneli i podzemne strukture	EN 13256
Odlaganje otpada u krutom stanju	EN 13257
Odlaganje otpada u tekućem stanju	EN 13258

**Tablica 1.1 Područja primjene geotekstila i odgovarajući europski standardi**

Iz navedenih područja uporabe i činjenice što se geotekstil i njemu slični materijali ugrađuju sa zemljanim materijalima, jasno je da svi ti materijali moraju imati sposobnost dugog opstanka u mokrom stanju te da moraju biti vodopropusni. U prvom su slučaju to rešetke, mreže i veoma propusni netkani tekstil koji kod upotrebe nema ulogu zadržavanja vode, u drugom slučaju su to skoro nepropusni materijali (geomembrane) koji imaju zadatak da propuštaju vodu u kontroliranim količinama. U trećem slučaju radi se o potpuno nepropusnim materijalima (bitumenizirani materijali) koji ne dozvoljavaju nikakav protok vode. S obzirom na vodu i njenu ulogu, kod geotekstila se razlikuju materijali koji su već prilikom polaganja i tijekom upotrebe stalno u mokrom stanju od onih koji se polažu u suhom stanju i povremeno su u mokrom stanju ovisno o atmosferskim prilikama i padalinama.

Funkcije koje u fazi ugradnje i upotrebe preuzimaju geotekstilni materijali su mehaničkog i hidrauličkog karaktera. Od mehaničkih funkcija to su separacija, zaštita i ojačavanje, a od hidrauličkih filtracija i drenaža. To su osnovne funkcije koje preuzimaju geotekstilni materijali i zastupljene su i u njihovoj definiciji. Zbog svakodnevnog širenja područja upotrebe geotekstila tim se funkcijama dodaju izolacija i brtvljenje, pakiranje i zaštita od erozije. Geotekstilni materijali kod ugradnje i prilikom upotrebe preuzimaju najčešće nekoliko spomenutih funkcija. Uglavnom se radi o kombiniranju pojedinih već poznatih zahtjeva.

Geotekstili mogu biti korišteni kao prepreke za sprečavanje velikih šteta prouzrokovanih vjetrom. Vjetar može ozbiljno oštetiti konstrukcije i biljke, a također lako može premjestiti čestice zemlje na mjesta gdje su one štetne. Konstrukcije se moraju izraditi dovoljno čvrste da izdrže sile vjetra, a geotekstili se obično koriste kao prepreke da bi se suzbili štetni utjecaji vjetra na biljke i zemlju.

Prepreku vjetru bi mogli definirati kao jednodijelni element ili sustav elemenata koji svojom prisutnošću u polju strujanja vjetra smanjuje njegov utjecaj, ne samo na samom mjestu postavljanja prepreke nego i na određenom području nizvodno od prepreke.

Prepreke vjetru koriste se također i u hortikulturi za zaštitu biljaka osjetljivih na vjetar kao što su voćke i povrće. Kao posljedica promjene polja strujanja zraka, pojavljuje se i promjena mikroklima: smanjenje brzine isparavanja vode, povećavanje temperature i sl. Prepreke su korisne i za sprečavanje erozije uzrokovane vjetrom i za sprečavanje taloženja čestica tla na mjestima gdje one onemogućavaju rad čovjeka. Odabir tehničkih tekstila za prepreke vjetru temelji se većinom na njihovim fizičkim karakteristikama.

Za razliku od tehničkih prepreka od geotekstila prirodne prepreke vjetru bolje su integrirane sa okolišem, ali imaju nekoliko nedostataka. Ne mogu biti odmah korištene tj. treba im vremena da narastu, zahtijevaju održavanje, dom su štetnih glodavaca i zahtijevaju u pravilu više prostora i time smanjuju korisni prostor.

## **1.2. RAČUNALNA DINAMIKA FLUIDA**

Računalna dinamika fluida (eng. Computational Fluid Dynamics) analiza je problema strujanja fluida, prijelaza topline i drugih sličnih pojava numeričkom simulacijom rađenom na računalu. Ima široko područje primjene u industriji kao i izvan nje. Primjenjuje se u rješavanju problema:

- aerodinamike letjelica i vozila
- hidrodinamike brodova
- elektrana (izgaranje u motorima i plinske turbine)
- turbostrojeva (strujanje unutar rotacijskih dijelova)
- kemijskog inženjerstva (miješanje i razdvajanje, kalupljenje polimera)
- unutarnje i vanjske okoline zgrada (udari vjetra, zagrijavanje, ventilacija)
- hidrologije i oceanografije (tokovi rijeka, estuariji, oceani)
- meteorologije (predviđanje vremena)
- biomedicinskog inženjerstva (strujanje krvi kroz arterije i vene)

Postoji nekoliko prednosti računalne dinamike fluida u odnosu na eksperimentalne pristupe rješavanju problema fluida:

- znatno smanjenje troškova i vremena projektiranja
- mogućnost proučavanja velikih sistema
- mogućnost proučavanja pod opasnim uvjetima i uvjetima preopterećenosti
- smanjena potrošnja energije
- mogućnost prikazivanja kompletne i detaljne slike strujanja

Neki od nedostataka računalne dinamike fluida su:

- ograničenje na probleme za koje postoji pouzdan matematički model
- kod traženja ograničenog broja parametara može biti i skuplji od eksperimenta

Kod složenih problema potrebno je kombinirati rješenja dobivena računalnom analizom s eksperimentom.

Današnji programski paketi za rješavanje problema fluida sastoje se od tri glavna elementa: predprocesora, procesora i postprocesora.

Predprocesiranje se sastoji od definiranja geometrije područja proračuna (domene), stvaranja geometrijske mreže (podjela područja proračuna na veliki broj podpodručja koja se ne preklapaju, tzv. konačnih volumena), biranja fizičkog ili kemijskog problema koji se modelira, definiranja svojstva fluida, definiranja rubnih uvjeta na rubovima domene. Rješenje strujanja dato je u čvoru svakog konačnog volumena. Općenito, što je veći broj ćelija odnosno konačnih volumena to je veća točnost rješenja. Optimalne mreže često nisu jednolike, to jest gušće su na mjestima gdje dolazi do velikih promjena mjerene veličine a rijetke na mjestima gdje je ta promjena mala. Radi se na izradi prilagodljivih mreža koje će same prepoznati mjesta velikih gradijenata mjernih veličina i automatski pogustiti mrežu, ali u današnje vrijeme korisnik još uvijek mora sam prepoznati ta mjesta i na temelju toga izraditi mrežu. Više od 50% vremena u izradi projekta posvećuje se definiranju područja proračuna i izradi odgovarajuće mreže.

Procesor je naziv za numerički rješavač kojim se rješavaju algebarske jednadžbe koje opisuju promatrani problem. Postoje tri najčešće primjenjive tehnike numeričkog rješavanja, to su: metoda konačnih volumena, metoda konačnih elemenata i spektralne metode. Numeričke metode koje su osnova rješavača temelje se na slijedećim koracima:

- aproksimacija nepoznate varijable strujanja srednjom vrijednosti neke jednostavne funkcije
- diskretizacija zamjenom aproksimativnih vrijednosti u osnovne jednadžbe strujanja
- rješavanje algebarskih jednadžbi

Glavna razlika među tehnikama numeričkog rješavanja povezana je s aproksimacijom nepoznate varijable i njezinom kasnijom diskretizacijom.

Metoda konačnih volumena je originalno nastala kao posebna formulacija metode konačnih razlika. Ovom metodom promjena nepoznate varijable strujanja  $\varphi$  opisuje se vrijednostima varijable u toj i/ili susjednim točkama. Najzastupljenija je u rješavanju problema strujanja fluida i implementirana je u rješavač. Osnovna razlika ove metode naspram ostalih je da su osnovne jednadžbe strujanja integrirane po svim konačnim volumenima unutar područja proračuna, tako da se rezultirajuće algebarske jednadžbe također odnose na pojedini konačni volumen.

Metoda konačnih elemenata koristi jednostavne funkcije oblika (razlikuju se od elementa do elementa) kojima se opisuje raspodjela tražene varijable  $\varphi$  po elementu. Te funkcije aproksimativne su i ne opisuju realnu raspodjelu varijable po elementu te se njihovim uvođenjem uvodi i određena greška koja se mjeri rezidualima. Funkcije oblika sa uvrštenim zadanim koordinatama zamijene se s promjenama tražene varijable u osnovnim jednadžbama koje opisuju strujanje i dobije se opet sustav algebarskih jednadžbi koji je rješiv.



Spektralne metode zamjenjuju nepoznate vrijednosti  $\varphi$  srednjim vrijednostima izraženim preko razvoja u Taylorov red ili Chebyshevim polinomima. Za razliku od metode konačnih razlika i elemenata promjene se ne opisuju samo lokalno već su one valjane na cijelom proračunskom području.

Postprocesor služi kao krajnji alat kojim se prikazuju dobiveni rezultati tj. rješenja. Današnji paketi opremljeni su s velikim brojem alata za prikazivanje podataka pa je moguće prikazati geometrijsku domenu i mrežu, rezultate u vektorskom prikazu ili pomoću kontura u 2D ili 3D.

## 2. OSNOVNE JEDNADŹBE DINAMIKE FLUIDA

Da bi se izvele osnovne jednađbe dinamike fluida koristit će se slijedeće relacije:

Gaussov teorem:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dV = \int_{S_M(t)} \varphi n_j dS \quad (2.1)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV \quad (2.2)$$

Raspis materijalne derivacije fizikalnog svojstva:

$$\rho \frac{D\varphi}{Dt} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

U relacijama (2.1), (2.2) i (2.3)  $\rho$  označava gustoću fluida, a  $\varphi$  masenu gustoću fizikalnog svojstva.

### 2.1. OPĆI OBLIK ZAKONA OČUVANJA

Opći oblik ovog zakona za materijalni volumen (volumen koji se tijekom gibanja sastoji stalno od jednih te istih čestica) može se prikazati slijedećom jednađbom:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS + \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.4)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva  $\varphi$  unutar materijalnog volumena može se prikazati kao zbroj površinskih i volumenskih izvora ili ponora. Površinske izvore/ponore predstavlja prvi integral desne strane dok volumenske predstavlja drugi integral desne strane jednađbe. U jednađbi (2.4)  $n_j$  označava vektor normale na površinu  $S_M$ .

Površinski izvori/ponori mogu se raspisati malo drugačije uvođenjem koeficijenta difuzije  $\Gamma$  i primjenom relacije (2.1)

$$\int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS = \int_{S_M(t)} \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j dS = \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dV \quad (2.5)$$

Raspisivanjem lijeve strane jednačbe (2.4) korištenjem (2.2) i (2.3) dobiva se:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \left[ \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \right] dV \quad (2.6)$$

Uvrštavanjem izraza (2.5) i (2.6) u (2.4) opći zakon očuvanja prelazi u oblik:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] dV = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.7)$$

Primjenom (2.1) na drugi integral u izrazu (2.7) može se dobiti:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{S_M(t)} \left[ \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] n_j dS = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.8)$$

Izraz (2.8) predstavlja integralni oblik općeg zakona očuvanja, prvi član odgovara lokalnoj promjeni fizikalnog svojstva  $\varphi$ , drugi član predstavlja promjenu zbog konvekcije i difuzije, a član na desnoj strani je izvorski član.

Ako se promatra diferencijalno mali materijalni volumen (tj.  $\lim V_{M(t)} \rightarrow dV_{M(t)}$ ) dobije se diferencijalni oblik zakona:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi \quad (2.9)$$

## 2.2. ZAKON OČUVANJA MASE (JEDNADŽBA KONTINUITETA)

Zakon očuvanja mase materijalnog volumena glasi: Brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka je nuli. Matematički zapisano:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho dV = 0 \quad (2.10)$$

Materijalni volumen koji odgovara volumenu čestice fluida promjenjiv je pa je stoga i diferencijal  $dV$  promjenjiv, vrijedi:

$$\frac{1}{dV} \frac{D(dV)}{Dt} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

Raspisivanjem (2.10) pomoću relacije (2.2) te uvrštavanjem (2.11) dobiva se:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho dV = \int_{V_M(t)} \left( \frac{D\rho}{Dt} dV + \rho \frac{D(dV)}{Dt} \right) = \int_{V_M(t)} \left( \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) dV = 0 \quad (2.12)$$

U graničnom slučaju kada se materijalni volumen smanji na česticu fluida izraz (2.12) prelazi u oblik:

$$\left( \frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) dV_M = 0 \quad (2.13)$$

Iz izraza (2.13) vidi se da zbroj članova u zagradi treba biti jednak nuli da bi relacija vrijedila:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.14)$$

Sažimanjem izraza (1.14) dobiva se diferencijalni oblik zakona očuvanja mase:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.15)$$

### 2.3. ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA

Zakon očuvanja količine gibanja za materijalni volumen glasi: Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen.

U strujanju fluida u polju masene sile  $f_i$  materijalni volumen  $V_M$  odijeljen je od okolnog fluida materijalnom površinom  $S_M$ . Na svaku česticu fluida djeluje elementarna masena sila  $\rho f_i dV$ , a na svaki djelić površine  $S_M$  elementarna površinska sila  $\sigma_i dS$ , pri čemu je vektor naprezanja  $\sigma_i$  definiran s pomoću tenzora naprezanja relacijom  $\sigma_i = n_j \sigma_{ji}$ . Količina gibanja čestice fluida je  $\rho v_i dV$ .

Matematički zapis zakona:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho v_i dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} \sigma_i dS = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{S_M(t)} n_j \sigma_{ji} dS \quad (2.16)$$

Primjenom relacije (2.2) na lijevu stranu jednačbe i prikazom površinskih sila preko volumenskog integrala pomoću relacije (2.1) dobiva se izraz:

$$\int_{V_M(t)} \rho \frac{Dv_i}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} dV \quad (2.17)$$

U graničnom slučaju kada se materijalni volumen smanji na česticu fluida izraz (2.17) prelazi u diferencijalni oblik:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.18)$$

Ako se izraz (2.18) pomnoži s volumenom čestice fluida, dobije se drugi Newtonov zakon za gibanje čestice fluida, u kojem je lijeva strana jednačbe jednaka umnošku mase čestice fluida i njena ubrzanja (materijalna derivacija brzine), a desna strana je jednaka zbroju masenih i površinskih sila koje djeluju na česticu fluida.

Drugačijim zapisom materijalne derivacije brzine na lijevoj strani jednačbe pomoću (1.3) dobiva se diferencijalni zapis zakona količine gibanja:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.19)$$

## 2.4. ZAKON OČUVANJA ENERGIJE

Zakon očuvanja energije za materijalni volumen glasi: Brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena.

Ako se sa  $u$  označi specifična unutarnja energija čestice fluida, tada je zbroj kinetičke i unutarnje energije čestice fluida mase  $dm = \rho dV$  jednak:

$$\rho dV \frac{v^2}{2} + \rho dVu = \rho \left( \frac{v^2}{2} + u \right) dV \quad (2.20)$$

Energija materijalnog volumena jednaka je zbroju (integralu) energija svih čestica unutra materijalnog volumena, a brzina promjene te energije označuje se materijalnom derivacijom toga integrala. Brzina promjene energije u materijalnom volumenu:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \left( \frac{v^2}{2} + u \right) dV = \frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho e dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{De}{Dt} dV \quad (2.21)$$

Za zbroj specifične kinetičke i unutarnje energije uvedena je oznaka  $e$ .

Snaga masenih sila na česticu fluida izražava se skalarnim produktom masene sile na česticu fluida  $\rho f_i dV$  i njene brzine  $v_i$ , a ukupna snaga masenih sila u materijalnom volumenu jednaka je integralu tih elementarnih snaga unutar materijalnog volumena  $\int_{V_M(t)} \rho f_i v_i dV$ .

Vanjske površinske sile djeluju po materijalnoj površini  $S_M$ , a definirane su vektorom naprezanja  $\sigma_i$ , koji je jednak skalarnom umnošku jediničnog vektora normalne  $n_j$  na materijalnu površinu i tenzora naprezanja  $\sigma_{ji}$  u točki materijalne površine  $\sigma_i = n_j \sigma_{ji}$ . Snaga elementarne sile dobije se skalarnim množenjem elementarne površinske sile  $\sigma_i dS$  s vektorom brzine  $v_i$  pomicanja materijalne površine (jednaka brzini strujanja fluida). Ukupna snaga površinskih sila dobije se integriranjem elementarnih snaga po čitavoj materijalnoj površini:

$$\int_{S_M(t)} \sigma_i v_i dS = \int_{S_M(t)} n_j \sigma_{ji} v_i dS = \int_{V_M(t)} \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV \quad (2.22)$$

Treći uzrok promjeni energije materijalnog volumena je izmjena topline kroz materijalnu površinu. Ako se s  $q_i$  označi vektor površinske gustoće toplinskog toka, onda je toplinski tok kroz elementarni dio materijalne površine razmjernan normalnoj komponenti tog vektora i elementarnoj površini  $dS$ . Ukupna snaga toplinskog toka jednaka je integralu tih elementarnih tokova kroz cijelu materijalnu površinu:

$$- \int_{S_M(t)} q_i n_i dS = - \int_{V_M(t)} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (2.23)$$

Toplinski tok se uzima s negativnim predznakom jer pozitivna normalna komponenta vektora površinske gustoće toplinskog toka označuje odvođenje topline iz materijalnog volumena što znači smanjenje ukupne energije materijalnog volumena.

Korištenjem (2.21), (2.22) i (2.23) te izraza za snagu masenih sila dobiva se matematički zapis zakona očuvanja energije:

$$\int_{V_M(t)} \rho \frac{De}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \rho f_i v_i dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} dV - \int_{V_M(t)} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dV \quad (2.24)$$

Sažimanjem materijalnog volumena na česticu fluida i dijeljenjem izraza (2.24) s volumenom čestice fluida dobije se diferencijalni oblik:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho f_i v_i + \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.25)$$

Raspisivanjem materijalne derivacije na lijevoj strani pomoću (2.3) dobije se diferencijalni oblik zakona očuvanja energije:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j e)}{\partial x_j} = \rho f_i v_i + \frac{\partial(\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

Često se umjesto energijske jednačbe (2.26) koristi temperaturna jednačba koja se dobije oduzimanjem jednačbe mehaničke energije (skalarni umnožak jednačbe količine gibanja s vektorom brzine) i energijske jednačbe i ima oblik:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j T)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\lambda}{c_v} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_v} \sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (2.27)$$

## 2.5. KONSTITUTIVNE (DOPUNSKE JEDNADŽBE

*Odnosi za savršeni plin*

Za toplinsko i kalorički savršeni plin vrijede dvije jednačbe stanja.

Toplinska jednačba stanja:

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (2.28)$$

Kalorička jednačba stanja:

$$u = c_v T \quad (2.29)$$

*Fourierov zakon toplinske vodljivosti*

Fourierov zakon uspostavlja linearnu vezu između vektora površinske gustoće toplinskog toka i gradijenta temperature, koja uz pretpostavku izotropnosti materijala poprima oblik:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.30)$$

U izrazu (2.30)  $\lambda$  označava toplinsku provodnost fluida, pozitivna je veličina i funkcija je lokalnog termodinamičkog stanja. Predznak minus na desnoj strani jednačbe označuje da će toplina spontano prelaziti s mjesta više temperature na mjesto niže temperature, tj. u smjeru suprotnom gradijentu temperature. To pokazuje da su vektori toplinskog toka i gradijenta temperature suprotno usmjereni kolinearni vektori.

*Newtonov zakon viskoznosti*

Newtonov zakon viskoznosti uspostavlja linearnu vezu između simetričnog tenzora naprežanja i tenzora brzine deformacije. Tenzor naprežanja se može prikazati u obliku:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} \quad (2.31)$$

$\delta_{ji}$  označava jedinični tenzor, a  $\Sigma_{ji}$  simetrični tenzor viskoznih naprežanja, koji se uz pretpostavku izotropnosti modelira izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} = 2\mu D_{ji} + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) D_{kk} \delta_{ji} \quad (2.32)$$

U izrazu (2.32)  $\mu$  označava dinamičku viskoznost,  $\mu_v$  volumensku viskoznost, a  $D_{ji}$  tenzor brzine deformacije.

Utjecaj volumenske viskoznosti je značajan u strujanjima s značajnim gradijentima gustoće fluida (eksplozije, udarni valovi). Volumenska viskoznost jednoatomnih plinova jednaka je nuli, a u strujanjima gdje je brzina promjene volumena čestica fluida (odnosno gustoće fluida) mala koeficijent volumenske viskoznosti se može zanemariti. Za takav slučaj tenzor viskoznih naprežanja dan je izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = 2\mu D_{ji} \quad (2.33)$$

**2.6. SKUP OSNOVNIH JEDNAČBI DINAMIKE FLUIDA***Jednačba kontinuiteta*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.34)$$

*Jednačba količine gibanja*

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \Sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} = 2\mu D_{ji} + \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) D_{kk} \delta_{ji} \quad (2.36)$$



*Energijska jednađzba*

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( \frac{v^2}{2} + u \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho v_j \left( \frac{v^2}{2} + u \right) \right] = \rho f_i v_i - \frac{\partial (p v_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial (\Sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.37)$$

*Temperaturna jednađzba*

$$\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j T)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\lambda}{c_v} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_v} \left[ -p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (2.38)$$

*Toplinska jednađzba stanja*

$$p = \rho R T \quad (2.39)$$

*Kalorička jednađzba stanja*

$$u = c_v T \quad (2.40)$$

Sve jednađzbe očuvanja mogu se prikazati pomoću općeg zakona očuvanja (2.9) koji je još naziva i općom konvekcijsko-difuzijskom jednađzkom. U općem obliku zakona očuvanja pojavljuje se nestacionarni član, konvektivni član, difuzijski član i izvorski član u kojem se nalazi sve ono što ne pripada prethodnim članovima. U tablici 2.1 prikazani su koeficijenti difuzije i izvorni članovi za pojedine jednađzbe očuvanja.

	$\varphi$	$\Gamma$	$S_\varphi$	Broj jednađzbe
Jednađzba kontinuiteta	1	0	0	(2.34)
Jednađzba količine gibanja	$v_i$	$\mu$	$\rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_v - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ji}$	(2.35)
Temperaturna jednađzba	$T$	$\frac{\lambda}{c_v}$	$\frac{1}{c_v} \left[ -p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right]$	(2.38)

**Tablica 2.1 Koeficijenti difuzije i izvorski članovi za jednađzbe očuvanja**

Jednađzba količine gibanja je vektorska jednađzba te se može razložiti na 3 skalarne jednađzbe, dok su jednađzba kontinuiteta, energijska jednađzba, toplinska jednađzba stanja i kalorička jednađzba stanja skalarne jednađzbe. Navedeni sustav jednađzbi sustav je od 7 jednađzbi u kojima se pojavljuje 7 nepoznatih polja ( $\rho, v_j, p, u, T$ ). Uz zadane početne i rubne uvjete, ovaj sustav jednoznačno opisuje problem strujanja newtonskog savršenog plina. Zbog nelinearnost jednađzbi teško se nalazi analitičko rješenje sustava jednađzbi, te se za njegovo rješavanje primjenjuje računalna dinamika fluida te njezine numeričke metode.

### 3. TURBULENCIJA I MODELIRANJE TURBULENCIJE

#### 3.1. TURBULENTNO STRUJANJE

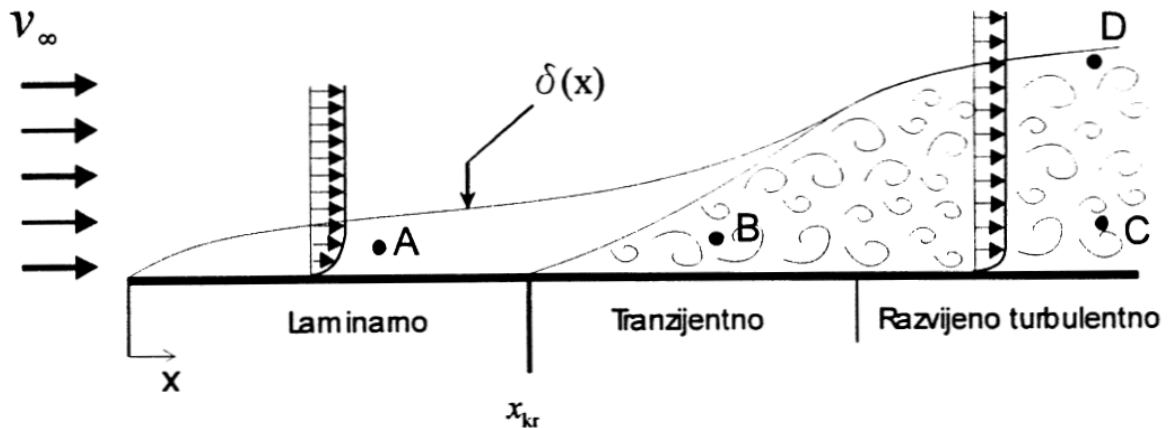
Turbulentno strujanje fluida najčešći je oblik strujanja u prirodi i pojavljuje se uvijek pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja. Neki od primjera turbulentnog strujanja su: strujanje zraka oko automobila, aviona ili vlaka, strujanje vode oko brodskog trupa, strujanja u vodovodnim i plinskim cijevnim mrežama. Sama riječ turbulentan (nemiran, buran, pun poremećaja) dobro opisuje prirodu ovog strujanja. Reynolds je svojim eksperimentom u kojem je kroz sredinu prozirne cijevi puštao tanki mlaz obojene tekućine pokazao karakter strujanja u ovisnosti od Reynoldsovog broja kojeg je mijenjao pomoću ventila na kraju cijevi. Pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja mlaz ostaje miran i ravan (laminarno strujanje), povećanjem Reynoldsovog broja mlaz počinje gubiti stabilnost i pojavljuje se periodičko iskrivljavanje mlaza. Daljnjim povećanjem Reynoldsovog broja nestabilnost se naglo povećava i mlaz obojene tekućine ispunjava čitav presjek cijevi iz čega je očito da postoji poprečno gibanje čestica fluida. Reynoldsov broj kod kojeg se pojavljuje prva nestabilnost naziva se kritičnim Reynoldsovim brojem. Vrijednost mu nije strogo određena već ovisi od oblika ulaza u cijev, hrapavosti stijenke cijevi, čistoći fluida, vanjskim utjecajima.

U prirodi se može ostvariti samo ono stacionarno strujanje fluida koje je stabilno u odnosu na male perturbacije. Matematičko ispitivanje stabilnosti rješenja vrši se perturbiranjem Navier-Stokesovih jednadžbi (jednadžbi količine gibanja) za newtonovski fluid tj. dodaje se mali harmonički poremećaj njihovom osnovnom stacionarnom rješenju. Ako perturbacija slabi u vremenu strujanje je stabilno i ostaje stacionarno. Takvo strujanje nazivamo laminarnim. Ako pak perturbacije ne slabe, već se povećavaju, strujanje postaje nestacionarno bez obzira na stacionarne rubne uvjete i poprima kaotičan karakter. Takvo strujanje nazivamo turbulentnim.

Turbulentno strujanje je kaotično strujanje fluida u kojem sve promjenjive veličine pokazuju slučajne promjene po vremenskoj i prostornim koordinatama, pri čemu je moguće razlučiti njihove statistički osrednjene vrijednosti. Izrazito je nestacionarno, karakterizirano je intenzivnim miješanjem fluida na razini većih ili manjih čestica. Intenzivno miješanje na nivou čestica daje turbulentnom strujanju difuzijski karakter s logičnom posljedicom povećanja disipacije energije. Prema tome može se zaključiti da turbulentno strujanje ima tri osnovne karakteristike: nestacionarnost, difuzijski karakter, povećanje disipacije energije.

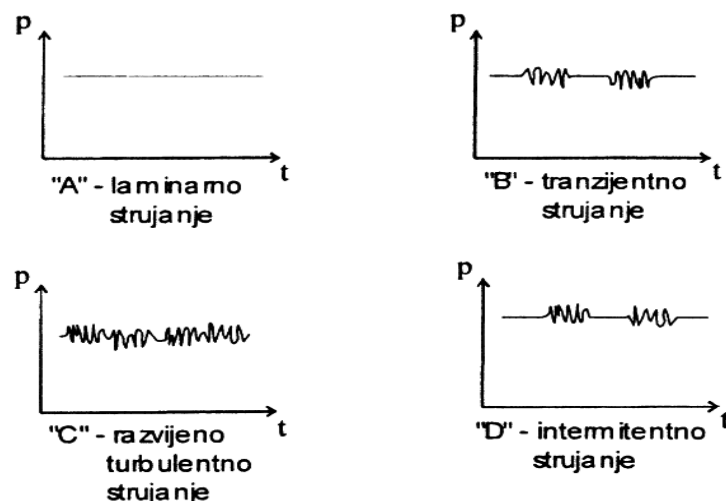
##### *Nestacionarnost*

Nestacionarnost strujanja može se objasniti na graničnom sloju uz ravnu ploču. Na početku ploče razvija se laminarni granični sloj, koji pri određenoj vrijednosti Reynoldsova broja postaje nestabilan. U presjeku  $x = x_{kr}$  periodički se relativno rijetko pojavljuju nestabilnost strujanja. Daljnjim udaljavanjem u smjeru strujanja pulsacije postaju sve češće i sve gušće u prostoru (razvijeno turbulentno strujanje). Slika 3.1 prikazuje tri područja na koja se može podijeliti strujanje uz ravnu ploču.



Slika 3.1 Granični sloj uz ravnu ploču

Na dijagramima na slici 3.2 prikazani su mjereni podaci tlaka u 4 točke označene na slici 3.1. Točka A je u laminarnom području graničnog sloja, točka B u prijelaznom (tranzijentnom), dok su točke C i D u području razvijene turbulencije.



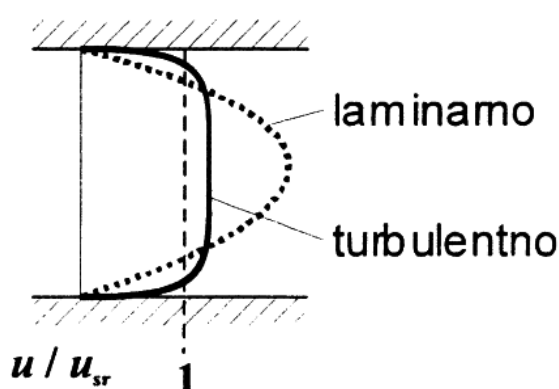
Slika 3.2 Rezultati mjerenja tlaka

U točki B tlak je u nekim vremenskim periodima približno stalan, a u nekim periodima je nestacionaran (za vrijeme dok nestabilnost prolazi točkom). Tlak u točki C pokazuje stalne slučajne pulsacije, dok u točki D postoje vremenski periodi s bitno smanjenim pulsacijama tlaka, iz čega se može zaključiti da je rub graničnog sloja nestabilan. Rub graničnog sloja u razvijenom turbulentnom strujanju pokazivati će slučajne promjene i u svakom trenutku izgledati drukčije. Točka D će se u nekim trenucima nalaziti unutar graničnog sloja, a u nekim izvan. Tada govorimo da se u točki D pojavljuje intermitirajuća turbulencija.

#### Difuzijski karakter

Prijenos fizikalne veličine u strujanju fluida odvija se putem konvekcije (čestica svojim premještanjem prenosi i fizikalno svojstvo) i putem difuzije. Difuzija je posljedica kaotičnog gibanja atoma i molekula putem kojeg se fizikalno svojstvo širi po prostoru. Difuzija se pojavljuje u slučaju postojanja gradijenata fizikalnih veličina. Difuzijski

procesu nazivaju se i spontani, jer se odvijaju sami od sebe sve dok postoji gradijent fizikalne veličine. U turbulentnom strujanju čestice fluida se gibaju kaotično u svim smjerovima. Čestice toplijeg fluida ulaziti će među čestice hladnijeg fluida, a isto vrijedi i za čestice hladnijeg fluida, koje će prodirati među čestice toplijeg fluida. Turbulentna difuzija ima porijeklo u konvektivnom prijenosu fizikalnog svojstva uslijed gibanja čestica u poprečnom smjeru u odnosu na smjer glavnog strujanja. U realnim strujanjima postoji i molekularna difuzija (uslijed toplinske provodnosti) i turbulentna difuzija (uslijed turbulentnog miješanja čestica). U razvijenom turbulentnom strujanju turbulentna difuzija može biti puno jača od molekularne. Uslijed viskoznosti među slojevima fluida javlja se smično naprezanje putem kojeg se količina gibanja prenosi s bržeg na sporiji sloj. Ako se radi o turbulentnom strujanju brže čestice uskaču među sporije i time im povećavaju količinu gibanja, dok uskakanje sporijih čestica među brže uzrokuju smanjenje njihove količine gibanja. Molekularna viskoznost definira viskozna naprezanja, odnosno molekularnu difuziju količine gibanja. Za turbulentnu difuziju količine gibanja odgovorna je turbulentna viskoznost koja uzrokuje turbulentna naprezanja. Molekularna viskoznost fizikalno je svojstvo fluida, a turbulentna viskoznost naravno nije zbog njene ovisnosti o režimu strujanja (u laminarnom strujanju je jednaka nuli). U uvjetima veće difuzije i profil brzine u strujanju kroz okruglu cijev je ujednačeniji (difuzija ima tendenciju ujednačavanja profila)



Slika 3.3 Profili brzine u okrugloj cijevi

#### *Povećana disipacija energije*

Iz slike 3.3 s profilima brzina za laminarno i turbulentno strujanje vidljivo je da je gradijent brzine na stijenci cijevi kod turbulentnog strujanja veći što znači da će biti veće i smično naprezanje. Veće smično naprezanje povlači za sobom i veću disipaciju energije (brža pretvorba mehaničke u unutarnju energiju). To nam pokazuje i Darcy-Weissbachov izraz za pad tlaka (pad tlaka mjeri gubitak energije, a razmjernan je smičnom naprezanju na stijenci) za strujanje u cijevima:

$$\Delta p = \lambda_t \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v_{sr}^2}{2} \quad (3.1)$$

Kod laminarnog strujanja faktor trenja je

$$\lambda_t = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{v_{sr}D} \quad (3.2)$$

pa se iz relacije (3.2) vidi da je pad tlaka linearno razmjernan srednjoj brzini strujanja. Kod potpuno razvijenog turbulentnog strujanja faktor trenja je konstantan što znači da će pad tlaka biti razmjernan kvadratu srednje brzine.

Pri turbulentnom strujanju uslijed slučajnih pulsacija dolazi do pojave kako velikih tako i malih vrtloga pa slijedeća tablica pokazuje usporedbu najvažnijih karakteristika kod istih.

	<i>VELIKI VRTLOZI</i>	<i>MALI VRTLOZI</i>
Dimenzija	$L$	$l$
Brzina	$u$	$v_l$
Frekvencija	$f$ (mala)	$f_l$ (velika)
Kinetička energija	$\frac{u^2}{2}$ (velika)	$\frac{v_l^2}{2}$ (mala)
Reynoldsov broj	$\frac{u \cdot L}{\nu}$ (veliki)	$\frac{v_l \cdot \lambda}{\nu}$ (mali)
Utjecaj viskoznosti	mali	veliki
Disipacija energije	mala	velika

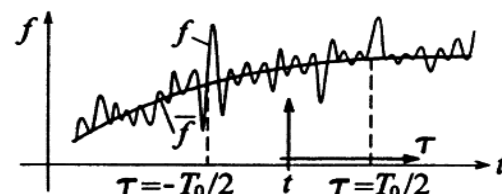
**Tablica 3.1** Usporedba karakteristika turbulentnih vrtloga

### 3.2. OPISIVANJE TURBULENCIJE I REYNOLDSOVE JEDNADŽBE

U razvijenom turbulentnom strujanju sve veličine pokazuju pulsacije u širokom spektru frekvencija i u širokom spektru valnih duljina. Pri numeričkom rješavanju Navier-Stokesovih jednadžbi za slučaj razvijenog turbulentnog strujanja diskretizacija područja proračuna bi trebala biti tako sitna da se obuhvate i najmanje amplitude pulsacija, a vremenski korak integracije tako fini da se obuhvate i najviše frekvencije turbulentnih pulsacija, što je vrlo zahtjevno sa stajališta kapaciteta i brzine računanja računala. Inženjera obično zanimaju integralne veličine poput protoka, ukupne sile tlaka, ukupne viskozne sile na neku površinu i sl. One također pokazuju slučajne promjene u vremenu, a inženjera će zanimati ne njihova trenutna vrijednost već srednja vrijednosti i eventualno amplituda odstupanja od prosječne vrijednosti. Danas se najčešće koristi vremensko uprosječenje (Reynoldsovo osrednjavanje). Ako se uzme da je  $f$  neka veličina u turbulentnom strujanju, ona se može prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti  $\bar{f}$  i pulsirajućeg dijela  $f'$ .

Vremenski osrednjena vrijednost  $\bar{f}$  u razdoblju  $T_0$  je po definiciji:

$$\bar{f}(x_i, t) = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) \cdot d\tau \quad (3.3)$$



**Slika 3.4** Uz definiciju osrednjene vrijednosti

$T_0$  mora biti odabrano tako da vrijedi  $\overline{\overline{f}} = \overline{f}$  tj. da osrednjavanje osrednjene veličine bude jednako osrednjennoj veličini.

Za dobro odabrano područje vrijedi:  $\overline{f'} = \overline{f - \overline{f}} = \overline{f} - \overline{\overline{f}} = \overline{f} - \overline{f} = 0$  tj. vremenski osrednjena vrijednost pulsirajućeg dijela bilo koje fizikalne veličine jednaka je nuli. Osrednjena vrijednost prostorne derivacije veličine  $f$  je:

$$\frac{\overline{\partial f}}{\partial x_i} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \frac{\partial f(x_i, t - \tau)}{\partial x_i} \cdot d\tau = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) \cdot d\tau \right) = \frac{\partial \overline{f}}{\partial x_i} \quad (3.4)$$

Osrednjena vrijednost vremenske derivacije veličine  $f$  je:

$$\frac{\overline{\partial f}}{\partial t} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \frac{\partial f(x_i, t - \tau)}{\partial t} \cdot d\tau = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) \cdot d\tau \right) = \frac{\partial \overline{f}}{\partial t} \quad (3.5)$$

Gornja dva izraza pokazuju da je osrednjena vrijednost derivacije jednaka derivaciji osrednjene vrijednosti.

Ako uzmemo  $f$  i  $g$  kao dvije veličine u kvazistacionarnom turbulentnom strujanju, pri čemu ih možemo zapisati kao  $f = \overline{f} + f'$  i  $g = \overline{g} + g'$  za njih vrijede relacije:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{f \cdot g'}} &= \overline{\overline{f}} \cdot \overline{\overline{g'}} = 0 \\ \overline{f \cdot g} &= \overline{f \cdot (\overline{g} + g')} = \overline{f \cdot \overline{g}} + \overline{f \cdot g'} = \overline{f} \cdot \overline{g} \\ \overline{f \cdot g} &= \overline{(\overline{f} + f') \cdot (\overline{g} + g')} = \overline{f} \cdot \overline{g} + \overline{f' \cdot g'} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Osrednjena vrijednost umnoška dvaju pulsirajućih članova nije jednaka nuli. U konzervativnom obliku jednadžbe količine gibanja pojavljuje se umnožak  $v_i v_j$  čija je osrednjena vrijednost:

$$\overline{v_i v_j} = \overline{v_i} \overline{v_j} + \overline{v'_i v'_j} \quad (3.7)$$

Član  $\overline{v'_i v'_j}$  označuje dvostruku korelaciju brzina u točki, fizikalno gledano taj će član opisivati turbulentnu difuziju količine gibanja, odnosno prijelaz količine gibanja uslijed miješanja čestica.

Kontrakcijom indeksa u izrazu (3.7) i dijeljenjem s 2 dobije se:

$$\frac{\overline{v^2}}{2} = \frac{\overline{v_i^2}}{2} + \frac{\overline{v_i'^2}}{2} \quad (3.8)$$

Ako se slika strujanja u turbulentnom strujanju gleda kao zbroj vremenski osrednjenog glavnog strujanja opisanog poljem brzine  $\bar{v}_i$  i pulsirajućeg strujanja opisanog poljem brzine  $v'_i$  fizikalno značenje članova jednadžbe (3.8) je sljedeće:

$$\frac{\overline{v^2}}{2} - \text{osrednjena vrijednost ukupne specifične kinetičke energije strujanja}$$

$$\frac{\overline{v_i^2}}{2} - \text{specifična kinetička energija glavnog (osrednjenog) strujanja}$$

$$\frac{\overline{v_i'^2}}{2} - \text{osrednjena vrijednost kin. energije pulsirajućeg strujanja ili kin. energija turbulencije}$$

Ako se promatra nestlačivo turbulentno strujanje ( $\rho = konst.$ ) i ako se zanemari utjecaj masenih sila  $f_i = 0$  strujanje se može opisati jednadžbom kontinuiteta i jednadžbom količine gibanja u kojima su nepoznanice polje brzine  $v_i$  i polje tlaka  $p$ . Prema već izloženom ove veličine mogu se prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela:  $v_i = \bar{v}_i + v'_i$  i  $p = \bar{p} + p'$ .

Osrednjena jednadžba kontinuiteta i osrednjena jednadžba količine gibanja tada su dane sljedećim izrazima:

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.9)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{v'_i v'_j} \right]$$

Skup vremenski osrednjenih jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja naziva se Reynoldsovim jednadžbama. Iz osrednjene jednadžbe količine gibanja jasno je vidljivo da se ne može gledati samo osrednjeno strujanje, a da se pritom ne vodi računa o pulsirajućem strujanju, jer se u jednadžbi pojavljuje član koji je predstavnik pulsirajućeg strujanja ( $-\rho \overline{v'_i v'_j}$ ).

Taj član označuje turbulentnu difuziju količine gibanja i naziva se turbulentnim ili Reynoldsovim naprezanjima. Tenzor Reynoldsovih naprezanja simetričan je tenzor i sadrži 6 nepoznanica.

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = \begin{bmatrix} -\rho \overline{v'_1 v'_1} & -\rho \overline{v'_1 v'_2} & -\rho \overline{v'_1 v'_3} \\ -\rho \overline{v'_2 v'_1} & -\rho \overline{v'_2 v'_2} & -\rho \overline{v'_2 v'_3} \\ -\rho \overline{v'_3 v'_1} & -\rho \overline{v'_3 v'_2} & -\rho \overline{v'_3 v'_3} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Reynoldsove jednadžbe sadrže više nepoznanica nego što ima jednadžbi pa sustav nema jednoznačno rješenje. Prikazivanjem stohastičke prirode turbulentnog strujanja vremenski osrednjenim poljima brzine i tlaka izgubio se dio informacija koje sadrže Navier-Stokesove jednadžbe. Da bi se povratile izgubljene informacije potrebno je poznavati beskonačno mnogo korelacija brzine i tlaka. Iskustvo pak s druge strane pokazuje da je dovoljno poznavati konačan broj korelacija da bi se proračunale karakteristike polja zanimljive sa stajališta inženjerske prakse i na tome se temelje modeli turbulencije.

Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednažbi i broj nepoznatih polja zaustavljajući se pritom na određenoj korelaciji. Sve više korelacije modeliraju se pomoću nižih koje su obuhvaćene modelom turbulencije. Opći zahtjevi koji se postavljaju na model turbulencije su univerzalnost, točnost i jednostavnost.

### 3.3. MODELI TURBULENCIJE

Modeli turbulencije dijele se s obzirom na red korelacije brzina za koju se rješava transportna jednažba na modele prvog, drugog i trećeg reda. Modeli prvog reda najjednostavniji su i kod njih se modelira dvojnja korelacija brzina tj. tenzor Reynoldsovih naprežanja i to uglavnom prema Boussinesquovoj hipotezi prema slijedećoj relaciji:

$$-\rho \overline{v'_i v'_j} = -\mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (3.11)$$

gdje je  $\mu_t$  koeficijent turbulentne viskoznosti koji nije fizikalno svojstvo fluida već je funkcija uvjeta strujanja, a u laminarnom strujanju je jednak nuli. Član s kinetičkom energijom turbulencije  $\bar{k} = \overline{v'_i v'_i} / 2$  dodan je u cilju zadovoljavanja jednažbe (3.8) za slučaj kontrakcije indeksa. Hipotezom Boussinesqa šest komponenti tenzora Reynoldsovih naprežanja modelirano je nepoznatim poljem koeficijenta turbulentne viskoznosti.

Ako hipotezu Boussinesqa (3.8) uvrstimo u Reynoldsove jednažbe (3.6) one prelaze u oblik:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} &= 0 \\ \rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_j \bar{v}_i) &= -\frac{\partial \left( \bar{p} + \frac{2}{3} \rho \bar{k} \right)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Reynoldsove jednažbe imaju isti oblik kao i polazne Navier-Stokesove jednažbe s razlikom da se u Reynoldsovim jednažbama pojavljuju vremenski osrednjene vrijednosti, umjesto tlaka pojavljuje se efektivni tlak ( $\bar{p}_e = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho \bar{k}$ ), a umjesto viskoznosti efektivna viskoznost ( $\mu_e = \mu + \mu_t$ ).



3.3.1.  $k - \varepsilon$  MODEL

$k - \varepsilon$  model turbulencije integriran je u većini današnjih programskih paketa za numeričku simulaciju turbulentnog strujanja.

Postoji više načina za modeliranje koeficijenta turbulentne viskoznosti, a najjednostavniji od njih je Prandtlov koji se temelji na analogiji s molekularnom viskoznošću. Prema kinetičkoj teoriji plinova viskoznost fluida je manifestacija molekularnog gibanja i razmjerna je gustoći fluida, slobodnoj putanji molekula i karakterističnoj brzini molekula, pa se prema tome turbulentna viskoznost može definirati sljedećim izrazom:

$$\mu_t \approx \rho l_t v_t \quad (3.13)$$

u kojem je  $l_t$  duljina puta miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju, a  $v_t$  karakteristična brzina turbulentnih pulsacija.

Dvije karakteristične veličine (karakteristična brzina turbulentnih pulsacija  $v_t$  i duljina puta miješanja čestica fluida  $l_t$ ) definiraju su u ovisnosti o kinetičkoj energiji turbulencije  $\bar{k}$  i brzini njene disipacije  $\bar{\varepsilon}$  sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} v_t &= \sqrt{\bar{k}} \\ l_t &= \frac{\bar{k}^{\frac{3}{2}}}{\bar{\varepsilon}} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ako se uvrste izrazi za brzinu turbulentnih pulsacija i duljinu puta miješanja u izraz za turbulentnu viskoznost dobiva se:

$$\mu_t \approx \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (3.15)$$

Izraz (3.15) još uvijek je približna vrijednost i potrebno ga je pomnožiti s određenom konstantom razmjernosti, što je u ovom slučaju  $C_\mu$ .

$$\mu_{\mu} = C \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (3.16)$$

Konstanta razmjernosti za razvijeno turbulentno strujanje i iznosi  $C_\mu = 0.09$ .

Na temelju karakterističnih veličina turbulencije može se definirati i Reynoldsov broj oblika:

$$Re_t = \frac{v_t l_t}{\nu} = \frac{\rho v_t l_t}{\mu} = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (3.17)$$

Za  $Re_t \gg 1$  turbulentno strujanje je potpuno razvijeno.

Ako opću transportnu jednadžbu (2.9) za fizikalno svojstvo  $\varphi$  napišemo za  $\bar{k}$  dobiva se:

$$\frac{\partial(\rho\bar{k})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_j\bar{k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial\bar{k}}{\partial x_j} \right] + \rho G - \rho\bar{\varepsilon} \quad (3.18)$$

Ako se pak opća transportna jednadžba (2.9) za fizikalno svojstvo  $\varphi$  napiše za  $\bar{\varepsilon}$  dobiva se:

$$\frac{\partial(\rho\bar{\varepsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_j\bar{\varepsilon})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_1\rho G \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} - C_2\rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} \quad (3.19)$$

U jednadžbama (3.18) i (3.19)  $\sigma_k$  i  $\sigma_\varepsilon$  označuju Schmitove brojeve koji su definirani prema slijedećim relacijama:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \frac{\mu}{\mu_k} \\ \sigma_\varepsilon &= \frac{\mu}{\mu_\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Za Schmitove brojeve se uzimaju konstantne vrijednosti  $\sigma_k = 1$  i  $\sigma_\varepsilon = 1.3$  koje su određene eksperimentalno.

$G$  u jednadžbama (3.18) i (3.19) označava nastajanje turbulentne kinetičke energije i definirano je slijedećim izrazom

$$G = -\overline{v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\mu_t \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (3.21)$$

Članovi  $-\rho\bar{\varepsilon}$  i  $-\rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}}$  u jednadžbama označuju disipaciju i to je razlog zašto imaju negativan predznak.

$C_1$  i  $C_2$  u jednadžbama također su konstantne vrijednosti određene eksperimentalno i iznose:

$$C_1 = 1.44 \quad C_2 = 1.92$$

Korištenjem  $k-\varepsilon$  modela turbulencije procesor računalnog programa rješava donji sustav jednačbi (jednačbu kontinuiteta, jednačbu količine gibanja u svim smjerovima te jednačbe za turbulentnu kinetičku energiju  $\bar{k}$  i disipaciju turbulentne kinetičke energije  $\bar{\varepsilon}$ ). Procesor rješava i energijsku jednačbu, ali ona nije navedena u donjem sustavu jer njeno rješavanje nije bilo potrebno u ovom problemu.

*Jednačba kontinuiteta*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.22)$$

*Jednačba količine gibanja*

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \bar{v}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\left(\bar{p} + \frac{2}{3}\rho \bar{k}\right)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.23)$$

*Jednačba za  $\bar{k}$*

$$\frac{\partial(\rho \bar{k})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \bar{k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] + \rho G - \rho \bar{\varepsilon} \quad (3.24)$$

*Jednačba za  $\bar{\varepsilon}$*

$$\frac{\partial(\rho \bar{\varepsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \bar{\varepsilon})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_1 \rho G \frac{\bar{\varepsilon}}{k} - C_2 \rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k} \quad (3.25)$$

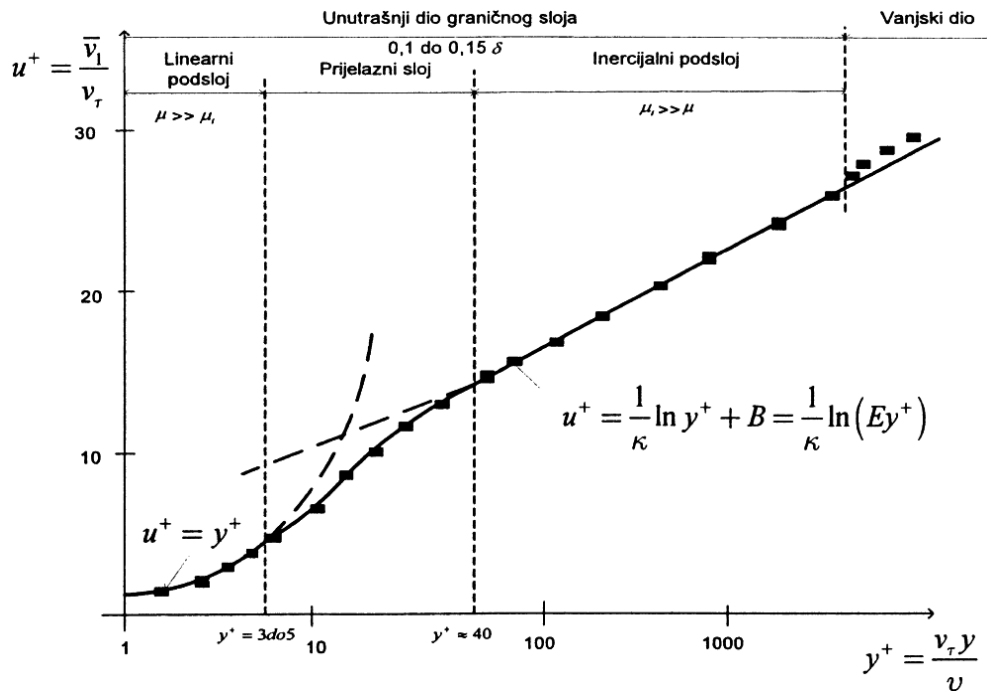
Sve jednačbe gornjeg sustava mogu se također prikazati pomoću općeg zakona očuvanja (2.9) (općom konveksijsko-difuzijskom jednačbom). U tablici 3.2 prikazani su koeficijenti difuzije i izvorni članovi za jednačbe turbulentnog strujanja.

	$\varphi$	$\Gamma$	$S_\varphi$	Broj jednačbe
Jednačba kontinuiteta	1	0	0	(3.19)
Jednačba količine gibanja	$v_i$	$\mu_e$	$-\frac{\partial \bar{p}_e}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_e \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right)$	(3.20)
Jednačba za $\bar{k}$	$\bar{k}$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\rho G - \rho \bar{\varepsilon}$	(3.21)
Jednačba za $\bar{\varepsilon}$	$\bar{\varepsilon}$	$\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_1 \rho G \frac{\bar{\varepsilon}}{k} - C_2 \rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{k}$	(3.22)

**Tablica 3.2** Koef. difuzije i izvorski članovi za jednačbe turbulentnog strujanja

$k-\varepsilon$  model ne vrijedi u svim područjima koja se javljaju kod turbulentnog strujanja.

Slika 3.5 prikazuje dijagram graničnog sloja u blizini čvrste stijenke bez gradijenata tlaka uz pretpostavku ravninskog strujanja s izobraženim profilom brzine.



Slika 3.5 Dijagram graničnog sloja

Na slici vidljivo je da se granični sloj može podijeliti na linearni, prijelazni i inercijalni podsloj. U linearnom podsloju molekularna viskoznost je puno veća od turbulentne (linearni profil brzine), dok je u inercijalnom podsloju molekularna viskoznost zanemariva u odnosu na turbulentnu (logaritamski profil brzine). Postojanje ovih dvaju područja linearnog i logaritmičkog profila brzine potvrđeno je mjerenjima u graničnom sloju uz stijenku i u cjevovodima. Rezultati mjerenja obično se prikazuju u bezdimenzijskom obliku. Bezdimenzijske veličine i ostale veličine sa slike 3.5 dane su slijedećim izrazima:

Brzina trenja

$$v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.26)$$

Bezdimenzijska brzina i bezdimenzijska udaljenost od stijenke

$$u^+ = \frac{v_t}{v_\tau} \quad (3.27)$$

$$y^+ = \frac{\rho y v_\tau}{\mu} \quad (3.28)$$

Linearni profil poklapa se s mjerenjima do vrijednosti  $y^+$  3 do 5. Područje u kojem se mjerenja dobro poklapaju s logaritamskim profilom brzine  $y^+$  ide od 40 do nekoliko tisuća.

$k-\varepsilon$  model turbulencije ne vrijedi u laminarnom i prijelaznom podsloju, stoga je potrebno voditi računa o izradi mreže konačnih volumena u blizini stijenke. Prvi čvor mreže konačnih volumena uvijek treba ići u područje inercijalnog podsloja tj.  $y^+$  mora biti veći od 40 (prema dijagramu graničnog sloja). Preporuka u Fluentu je da bi  $y^+$  trebao biti u rasponu od 30 do 300.

### 3.3.2. RUBNI UVJETI ZA $k-\varepsilon$ JEDNADŽBE

$k-\varepsilon$  model vrijedi za visoke vrijednosti Reynoldsovog broja koji je definiran prema (3.17).  $Re_t$  predstavlja odnos koeficijenta turbulentne i molekularne viskoznosti. U blizini zida  $k$  teži k nuli, a  $\varepsilon$  ka nekoj konačnoj vrijednosti, tj.  $Re_t$  se smanjuje te dolazi u područje u kojem se ne može primijeniti  $k-\varepsilon$  model. Ovaj problem se rješava ili formulacijom specijalnog modela turbulencije koji vrijedi za granični sloj ili premošćivanjem područja u kojem  $k-\varepsilon$  model ne vrijedi pomoću zidnih funkcija. Zidne funkcije temelje se na eksperimentalno potvrđenom postojanju područja u graničnom sloju s logaritamskim profilom brzine koji je opisan na slijedeći način:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3.29)$$

U jednadžbi (3.29)  $\kappa$  označava von Karmanovu konstantu a  $E$  integracijsku konstantu koja je ovisna o hrapavosti stijenke. Uz pretpostavku da su generiranje i disipacija turbulentne kinetičke energije približno jednaki može se pokazati da vrijedi:

$$v_\tau = C_\mu^{1/4} \sqrt{\bar{k}} \quad (3.30)$$

Iz jednadžbe (3.26) i relacija (3.27), (3.28) i (3.29) može se izvesti izraz za smično naprezanja ne zidu oblika:

$$\tau_{w\mu} = \rho v_\tau^2 = \rho C_\mu^{1/4} \sqrt{\bar{k}} \frac{\kappa v_t}{\ln(Ey^+)} \quad (3.31)$$

Pri korištenju zidnih funkcija difuzijski protok  $\bar{k}$  se uzima jednak nuli tj. normalna derivacija  $\bar{k}$  na zidu jednaka je nuli.

Generacija turbulentne kinetičke energije u blizini područja zida računa se prema slijedećem izrazu:

$$G \approx \tau_w \frac{\partial v_t}{\partial y} \quad (3.32)$$

Izraz (3.32) predstavlja aproksimaciju dominantnog člana ukupne generacije turbulentne kinetičke energije koji vrijedi u blizini zida, jer je smično naprezanje u tom području približno konstantne vrijednosti.

Ako se koriste zidne funkcije ne rješava se jednačba za  $\bar{\varepsilon}$  za konačni volumen uz zid već se  $\bar{\varepsilon}$  u centru konačnog volumena (čvor P) izjednači s:

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{C_\mu^{3/4} \bar{k}_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (3.33)$$

Gornji rubni uvjeti vrijede kada je prvi čvor unutar inercijalnog podsloja, tj. kad je  $y^+$  veći od trideset.

## 4. METODA KONAČNIH VOLUMENA

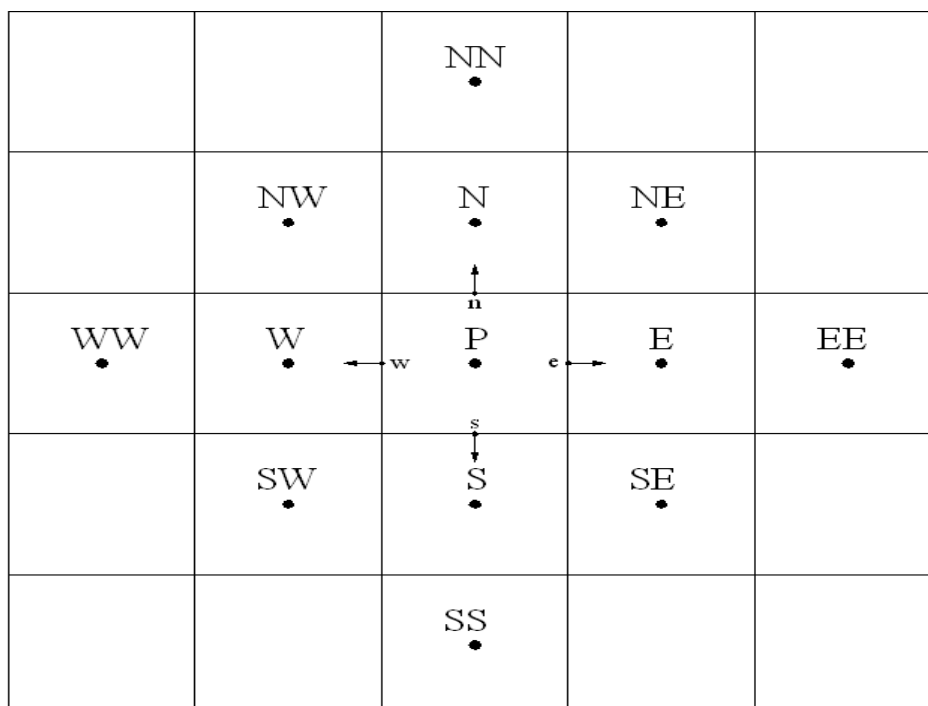
### 4.1. UVOD

Metoda konačnih volumena najzastupljenija je metoda rješavanja problema strujanja fluida. Temelji se na diskretizaciji domene (proračunskog područja) u konačan broj konačnih volumena koji se međusobno ne preklapaju. Čvor u kojem se računaju vrijednosti fizikalnog svojstva trebao bi se nalaziti u težištu svakog pojedinog volumena, stranica treba presijecati spojnicu susjednih čvorova u sredini, a spojnica sjeći stranicu u sredini. Ispunjavanje ovih zahtjeva povećava točnost interpolacije. Protok kroz granicu dvaju susjednih konačnih volumena mora biti definiran istim izrazom (samo različitog predznaka) da bi bilo ispunjeno svojstvo konzervativnosti. Polazi se od integralne forme zakona očuvanja, budući da se rješava integralna forma implicitno su zadovoljene bilance fizikalnih svojstava na razini konačnog volumena te domene u cjelini.

Mogući načini formiranja računalne mreže konačnih volumena su:

- najprije se napravi mreža konačnih volumena te se čvorovi smjeste u njihova središta (uobičajen način)
- najprije se definiraju čvorovi te se mreža konačnih volumena kreira naknadno tako da stranica konačnog volumena leži na sredini između dva čvora

Metoda konačnih volumena ne postavlja ograničenja na oblik konačnog volumena te većina komercijalnih programa računalne dinamike fluida podupire mogućnost upotrebe različitih tipova konačnih volumena. Na slici 4.1 prikazana je jedna strukturirana mreža sa standardnim oznakama čvorova i stranica konačnog volumena prema stranama svijeta.

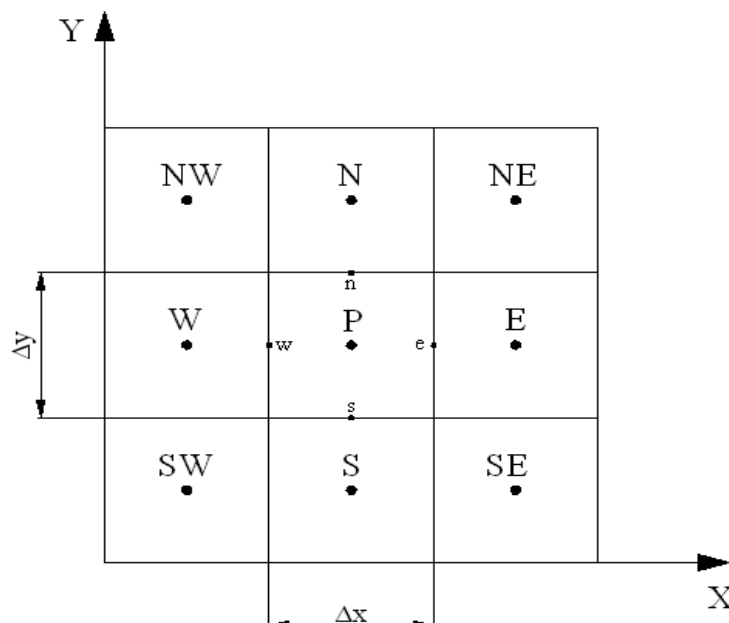


Slika 4.1 Prikaz standardnih oznaka čvorova i stranica

## 4.2. DISKRETIZACIJA OPĆEG ZAKONA OČUVANJA

Metoda konačnih volumena temelji se na diferencijalnom obliku općeg zakona očuvanja prikazanom jednažbom (2.9).

Ako se promotri 2D domena diskretizirana s pravokutnom mrežom (slika 4.2) na kojoj se fizikalno svojstvo mijenja s prostornim i vremenskom koordinatom može se pokazati kako se opći zakon očuvanja koji je opisan parcijalnom diferencijalnom jednažbom (2.9) uz uvođenje određenih aproksimacija može prikazati algebarskom jednažbom.



Slika 4.2 Mreža konačnih volumena

Ako fizikalno svojstvo označimo s  $\varphi$  u starom vremenskom trenutku ono će imati oznaku  $\varphi^o$ , a u novom  $\varphi^n$ . Brzinu u smjeru osi  $x$  označimo s  $u$ , a u smjeru  $y$  s  $v$ . Raspisivanjem općeg zakona očuvanja po prostornim koordinatama dobije se:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = S_\varphi \quad (4.1)$$

Iz izraza (4.1) potrebno je dobiti integralni oblik jednažbe za konačni volumen s čvorom P u njegovom težištu. Interpolacijom vrijednosti fizikalnog svojstva u čvoru P s pomoću susjednih čvorova na stranicama konačnog volumena, integriranjem po prostornim i vremenskoj koordinati te raspisivanjem integrala kojih je to moguće dobije se:

$$\int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \left[ (\rho\varphi_P)^n - (\rho\varphi_P)^o \right] dx dy + \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} \left( \rho u\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right) \Big|_w^e dy dt + \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta t} \left( \rho v\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial y} \right) \Big|_s^n dx dt = \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} S_\varphi dx dy dt \quad (4.2)$$



Da bi se riješili integrali u jednadžbi (4.2) moraju se uvesti određene aproksimacije pomoću srednjih vrijednosti funkcija. Prema definiciji srednja vrijednost neke funkcije  $f$  dana je izrazom:

$$\int_0^{\Delta x} f(x) dx = \bar{f} \Delta x \quad (4.3)$$

Usvajanjem slijedećih oznaka za aproksimacije i pravila može se izvesti konačna jednadžba po konačnom volumenu s nepoznatim vrijednostima  $\varphi$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$  u točkama  $e$ ,  $w$ ,  $s$  i  $n$  na granicama konačnog volumena.

- srednja vrijednost po površini  $\Delta x \Delta y$
- ~ srednja vrijednost po  $\Delta x \Delta y \Delta t$
- ^ srednja vrijednost po  $\Delta x \Delta t$  ili  $\Delta y \Delta t$

$$\begin{aligned} \widehat{u\varphi} &= \hat{u}\hat{\varphi} \\ \left(\widehat{u\varphi}\right)_e &= u_e \varphi_e \\ \left(\widehat{\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}}\right)_e &= \Gamma_e \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ako se uzme još da su gustoća  $\rho$  i koeficijenti difuzije  $\Gamma$  konstantne vrijednosti dobiva se slijedeći izraz:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y + \left[ \rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e \right] \Delta y - \left[ \rho u_w \varphi_w - \Gamma_w \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_w \right] \Delta y + \\ + \left[ \rho v_n \varphi_n - \Gamma_n \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_n \right] \Delta x - \left[ \rho v_s \varphi_s - \Gamma_s \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_s \right] \Delta x = \tilde{S}_\varphi \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (4.5)$$

U izrazu (4.5) članovi s uglatim zagradama označavaju protok fizikalnog svojstva kroz stranicu konačnog volumena koji se označava s  $J$  i može se napisati u ovom obliku:

$$J_e = \left[ \rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e \right] \Delta y \quad (4.6)$$

Izraz (4.6) označava protok fizikalnog svojstva kroz stranicu na kojoj se nalazi točka  $e$  i može se napisati kraće pomoću masenog protoka tj. jačine konvekcije  $F$  i difuzijske vodljivosti  $D$  kako slijedi:

$$J_e = F_e \varphi_e - D_e \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e \quad (4.7)$$

Analogno vrijedi i za ostale stranice.

Općenito Pecletov broj definira se kao odnos masenog protoka i difuzijske vodljivosti:

$$Pe = \frac{F}{D} = \frac{\rho v^n \Delta A}{\Gamma \frac{\Delta A}{s}} = \frac{\rho v^n s}{\Gamma} \quad (4.8)$$

gdje je  $v^n$  projekcija vektora brzine u smjeru vanjske normale na stranicu konačnog volumena,  $s$  udaljenost središta stranice konačnog volumena od čvorova konačnog volumena, a  $\Delta A$  površina stranice konačnog volumena.

Jednadžba (4.5) se može pomoću (4.7) kraće zapisati:

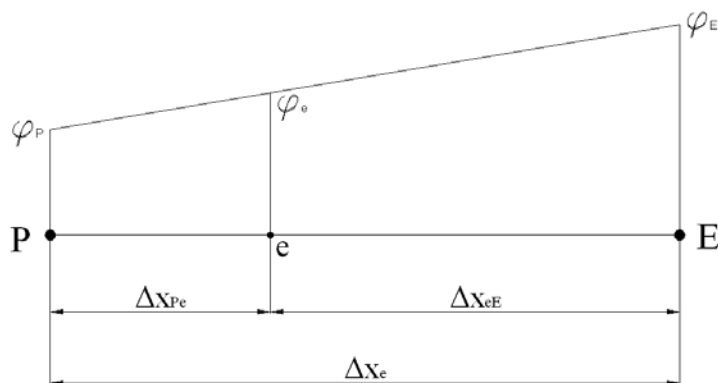
$$\rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y + J_e - J_w + J_n - J_s = \tilde{S}_\varphi \Delta x \Delta y \quad (4.9)$$

Primjenom određene sheme diferencije potrebno je definirati vrijednosti  $\varphi$  i derivacija  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$  na granicama konačnih volumena s pomoću čvornih vrijednosti. Nelinearni izvorski članovi  $\tilde{S}_\varphi$  se lineariziraju u obliku:

$$\tilde{S}_\varphi = A\varphi_P + B \quad (4.10)$$

Često primjenjivane sheme za određivanje tih vrijednosti su shema centralne diferencije i uzvodna (upwind) shema.

*Shema centralne diferencije*



**Slika 4.3 Shema centralne diferencije**

$$\varphi_e = \frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} \varphi_P + \frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} \varphi_E \quad (4.11)$$

uz  $\frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} = \alpha$  i  $\frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} = (1-\alpha)$  slijedi:

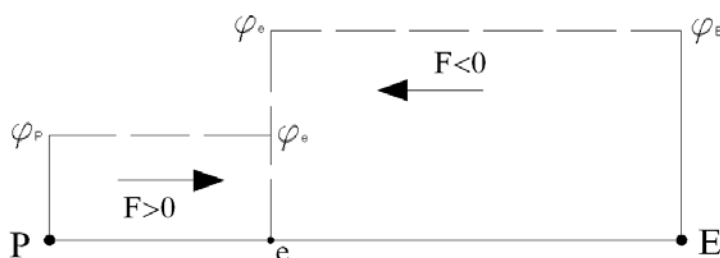
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \alpha\varphi_P + (1-\alpha)\varphi_E \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e &= \varphi_E - \varphi_P \end{aligned} \quad (4.12)$$

Kad je  $\alpha = 0.5$  točka  $e$  na jednakoj je udaljenosti od čvorova P i E i tada su vrijednosti na granicama konačnog volumena definirane na slijedeći način:

$$\varphi_e = \frac{1}{2}(\varphi_P + \varphi_E) \quad (4.13)$$

Schema centralne diferencije je drugog reda točnosti ali može unijeti numeričku nestabilnost u rezultate.

*Uzvodna (upwind) shema diferencije*



Slika 4.4 Upwind shema diferencije

$$\varphi_e = \varphi_P \text{ za } F > 0, \quad \varphi_e = \varphi_E \text{ za } F < 0 \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e = \varphi_E - \varphi_P \quad (4.14)$$

Uzvodna shema diferencije prvog je reda točnosti pa stoga unosi dodatnu netočnost u vidu lažne numeričke difuzije.

Postoje i sheme višeg reda koje uzimaju u obzir veći broj računalnih točaka (linear upwind shema, "quick" shema) pa su stoga i točnije, ali vrijeme rješavanja s tim shemama se produljuje.

### 4.3. SIMPLE ALGORITAM

Pri rješavanju nekog problema strujanja cilj je dobivanje rješenja za cjelokupno polje strujanja. U općem slučaju nije poznato polje brzine strujanja, a isto vrijedi i za polje tlaka. SIMPLE algoritam naziv je za algoritam koji iz jednadžbe kontinuiteta i jednadžbi količine gibanja dolazi do rješenja tih dvaju polja.

SIMPLE algoritam će se pokazati na 2D laminarnom stacionarnom strujanju. Jednadžbe za takvo strujanje glase:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

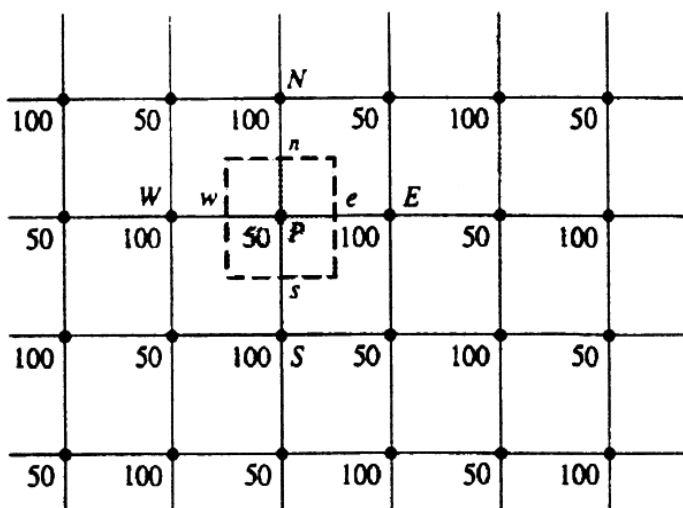
Pri rješavanju sustava jednadžbi (4.15) nailazi se na slijedeće probleme:

- konvektivni članovi u jednadžbama količine gibanja sadrže nelinearne članove
- najsloženiji problem predstavlja tlak koji se pojavljuje u obje jednadžbe količine gibanja, a ne pojavljuje se u jednadžbi kontinuiteta iz koje bi ga trebalo izračunati

U općem slučaju ne poznaje se unaprijed gradijent tlaka, ako se radi o stlačivom strujanju jednadžba kontinuiteta bi se mogla upotrijebiti kako transportna jednadžba za gustoću, a energijska jednadžba kao transportna za temperaturu, tada bi se tlak mogao odrediti pomoću jednadžbe stanja  $p = p(\rho, T)$ . To nije slučaj kod nestlačivog strujanja jer je gustoća konstantna i ne pojavljuje se u jednadžbi kontinuiteta. U tom slučaju tlak i brzine međusobno su vezani u jednadžbama i predstavljaju ograničenje za dobivanje rješenje.

Problemi s nelinearnosti članova te povezanosti tlaka i brzina u jednadžbama (4.15) rješavaju se primjenom iterativnog postupka. Jedan od takvih postupaka je i SIMPLE algoritam koji su razvili Patankar i Spalding 1972. [2]. Na početku se pretpostavljaju početne vrijednosti polja tlaka i brzina. U iterativnom postupku se te pretpostavljene vrijednosti korigiraju sve dok se ne zadovolje zadani uvjeti konvergencije.

Potrebno je provesti analizu o poziciji čvorova u kojima će se bilježiti brzine, a u kojima tlak. To se može provesti na jednostavnom primjeru. Mjerne točke za tlak i brzine stavimo u čvorove svakog konačnog volumena na mreži. Pretpostavimo sada da smo nekako dobili krajnje neregularnu raspodjelu tlaka sa vrijednostima prikazanima na slici 4.5.



Slika 4.5 Raspodjela tlaka po čvorovima

Ako se napišu izrazi za gradijente tlaka za označeni konačni volumen s pomoću interpoliranih vrijednostima tlakova u čvorovima na sredini stranica konačnog volumena dobije se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\Delta x} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2}\right)}{\Delta x}$$

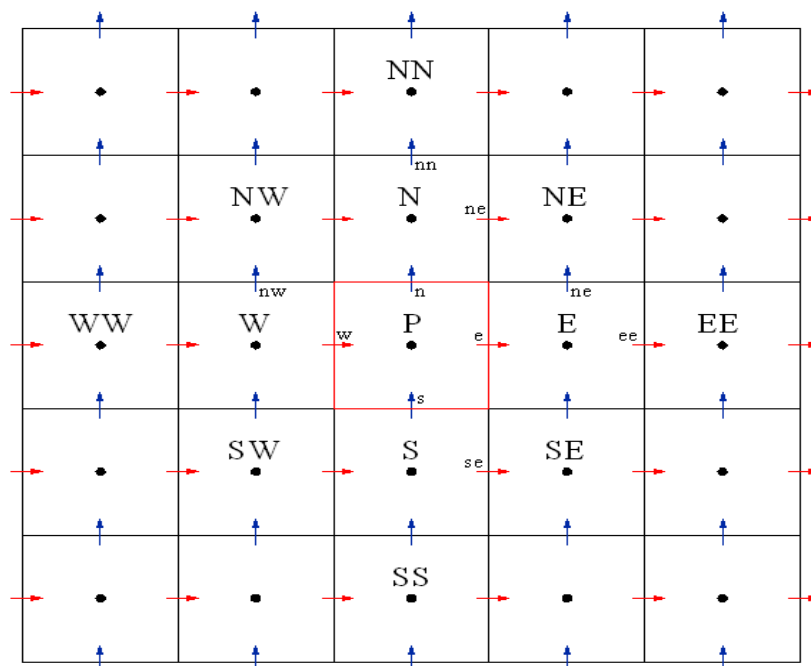
$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_W}{2\Delta x} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_n - p_s}{\Delta y} = \frac{\left(\frac{p_N + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_S}{2}\right)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_N - p_S}{2\Delta x} \quad (4.17)$$

Površina označenog konačnog volumena jednaka je  $\Delta x \Delta y$ .

U jednadžbama (4.16) i (4.17) uopće se ne pojavljuje tlak u čvoru P. Ako se u jednadžbe ubace odgovarajuće vrijednosti tlaka u čvorovima jasno je vidljivo da su svi gradijenti tlaka jednaki nuli. Kao rezultat toga ovakva raspodjela tlaka dala bi nam i nulte vrijednosti gradijenata u jednadžbama količine gibanja što nije fizikalno pošto je sa slike vidljivo da postoji razlika tlakova. Lijek za to je mreža koju su predložili Harlow i Welch [2], oni su mjerne točke za skalarne vrijednosti (tlak, gustoća, temperatura) postavili u čvorove koji su u težištu konačnog volumena, a čvorove za mjerenje brzina na središtu stranica konačnih volumena.



Slika 4.6 Mreža prema Harlowu i Welchu

U čvorovima označenim s crvenim strelicama pamti se brzina  $u$ , a u čvorovima označenim s plavim strelicama brzina  $v$ . Površina označenog crvenog konačnog volumena također je jednaka je  $\Delta x \Delta y$ .

Na slici 4.6 konačni volumeni za brzinu razlikuju se od onoga za tlak (crveni), konačni volumen za brzinu  $u$  u središtu ima crvenu strelicu, a konačni volumen za brzinu  $v$  plavu strelicu. Ako sad napišemo izraze za gradijente tlaka npr. za konačni volumen za brzinu  $u$  oni glase:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_E - p_P}{\Delta x} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\Delta y} \quad (4.19)$$

Uz pomoć mreže konačnih volumena na slici 4.6 mogu se sada napisati jednadžbe količine gibanja za čvorove  $e$ ,  $w$ ,  $n$  i  $s$  u malo drukčijem obliku.

$$\begin{aligned} a_p^u u_e &= \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} - (p_E - p_P) \Delta y \\ a_p^u u_w &= \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} - (p_P - p_W) \Delta y \\ a_p^v v_s &= \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} - (p_P - p_S) \Delta x \\ a_p^v v_n &= \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} - (p_N - p_P) \Delta x \end{aligned} \quad (4.20)$$

U sustavu jednažbi (4.20)  $\sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb}$  označava sumu četiri susjedne brzine u smjeru brzine  $u$  pomnožene određenim koeficijentima. Analogno vrijedi i za  $\sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb}$ .

Kako je već napisano SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algoritam započinje pretpostavljanjem vrijednostima brzina i tlaka koje možemo označiti sa zvjezdicom. Tada možemo zapisati jednažbe za tlak i brzinu pomoću pretpostavljenih (trenutnih) vrijednosti i korekcija označenih s crticom.

$$\begin{aligned} p &= p^* + p' \\ u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad (4.21)$$

Promotrimo li zadnju jednažbu sustava jednažbi (4.20) i u nju uvrstimo trenutne vrijednosti brzina i tlakova dobiva se:

$$a_p^v (v_n - v'_n) = \sum_{nb} a_{nb}^v \cdot (v_{nb} - v'_{nb}) - \left[ (p_N - p_P) - (p'_N - p'_P) \right] \Delta x \quad (4.22)$$

Ako od ove jednažbe oduzmemo zadnju jednažbu sustava (4.20) dobije se izraz koji definira korekciju brzine  $v'_n$ :

$$v'_n = -\frac{\Delta x}{a_p^v} (p'_N - p'_P) \quad (4.23)$$

Analogno:

$$\begin{aligned} v'_s &= -\frac{\Delta x}{a_p^v} (p'_P - p'_S) \\ u'_e &= -\frac{\Delta y}{a_p^u} (p'_E - p'_P) \\ u'_w &= -\frac{\Delta y}{a_p^u} (p'_P - p'_W) \end{aligned}$$

Jednažba kontinuiteta za konačni volumen označen na slici 4.6 crvenom bojom glasi:

$$\rho u_e \Delta y - \rho u_w \Delta y + \rho v_n \Delta x - \rho v_s \Delta x = 0 \quad (4.24)$$

Kraće se ona može zapisati pomoću masenih protoka (jačina konvekcija) u obliku:

$$F_e + F_w + F_n + F_s = 0 \quad (4.25)$$

Uvrštavanjem jednadžbi za tlak i brzina pomoću zbroja njihovih trenutnih vrijednosti i vrijednosti njihovih korekcija i uvrštavanjem izraza za korekciju brzina dobiva se jednadžba za korekciju tlaka slijedećeg oblika:

$$p'_p \left( \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{ue}} + \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{uw}} + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vn}} + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vs}} \right) = \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{ue}} p'_E + \frac{\rho \Delta y^2}{a_p^{uw}} p'_W + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vn}} p'_N + \frac{\rho \Delta x^2}{a_p^{vs}} p'_S - (F_e^* - F_w^* + F_n^* - F_s^*) \quad (4.26)$$

Jednadžba za korekciju tlaka može se prikazati i u skraćenom obliku:

$$a_p p'_p = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b^* \quad (4.27)$$

gdje je:

$$b^* = -(F_e^* - F_w^* + F_n^* - F_s^*)$$

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb}$$

Kriterij po kojem se jasno vidi da li numerički postupak konvergira ili divergira je maseni rezidual ili kriterij odstupanja od jednadžbe kontinuiteta. Definiran je slijedećim izrazom:

$$R_m = \sum_{sviKV} |b^*| \quad (4.28)$$

U komercijalnim paketima računalne dinamike fluida on se obično prikazuje normiran s masenim protokom na ulazu u domenu proračuna pa tada govorimo o normiranom masenom rezidualu. Proračun se vrši sve dok se njegova vrijednost ne spusti ispod unaprijed zadane vrijednosti od strane korisnika. Postoje i drugi reziduali koji prikazuju odstupanje od jednadžbi količine gibanja, jednadžbe za  $\varepsilon$  i  $k$  kod turbulentnog strujanja, ali njih ovdje nećemo prikazati.

### *SIMPLE ALGORITAM*

- I. pretpostavi polje brzine i tlaka
- II. izračunaj koeficijente  $a^u$  i riješi jednadžbu količine gibanja za x smjer  $\Rightarrow u^*$
- III. izračunaj koeficijente  $a^v$  i riješi jednadžbu količine gibanja za y smjer  $\Rightarrow v^*$
- IV. izračunaj jednadžbe za podrelaksaciju brzina (promjena unutar trenutne iteracije)
- V. izračunaj  $a_p$  i  $b^*$  i riješi jednadžbu za korekciju tlaka  $\Rightarrow p'$
- VI. izračunaj jednadžbu za podrelaksaciju tlaka
- VII. korigiraj brzine  $u = u^* + u'$ ,  $v = v^* + v'$
- VIII. provjeri rezidualne (ako su ispod zadane vrijednosti prekini iterativni postupak, u protivnom vrati se na točku II. )



Jednadžbe za podrelaksaciju brzina:

$$\begin{aligned}u &= u + \alpha_u (u - u^*) \\v &= v + \alpha_v (v - v^*)\end{aligned}\tag{4.29}$$

Jednadžba za podrelaksaciju tlaka:

$$p = p^* + \alpha_p p' \tag{4.30}$$

Faktori podrelaksacija brzina  $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$  vrijednosti su između 0 i 1 dok se za faktor podrelaksacije tlaka  $\alpha_p$  uzima vrijednost 0.3.

Faktori podrelaksacije služe tome da se tlak i brzine ne korigiraju odmah za cijelu vrijednost korekcije jer bi se u tom slučaju moglo dogoditi da postupak postane nestabilan.

## 5. NUMERIČKA SIMULACIJA STRUJANJA

### 5.1. OPIS PROBLEMA I PROVEDENOG EKSPERIMENTA

Zadatak je bio napraviti numeričku simulaciju strujanja zraka oko prepreke od tehničkog tekstila i dobivene rezultate usporediti s rezultatima eksperimenta iz [5]. Svi podaci koji su bili potrebni za numeričku simulaciju te mjereni podaci uzeti su iz članka [5]. Testirano je 10 različitih tehničkih tekstila koji su služili kao prepreke struji zraka. Najvažniji parametar koji je uzet u obzir je njihova poroznost izražena u postocima, tj. suma površina otvora tj. rupa u odnosu na cjelokupnu površinu prepreke. Cilj je bio prikazati njihovu efikasnost smanjivanja brzine vjetrova. Karakteristike tehničkih tekstila dane su u tablici 5.1.

Oznaka tekstila	Poroznost A (%)	Koeficijent smanjenja brzine $R_c$ (%)
A	0.0	100.0
B	6.0	97.9
C	15.8	93.5
D	24.0	88.8
E	25.8	87.6
F	35.7	80.4
G	46.6	70.8
H	49.1	68.4
I	57.5	59.4
J	62.6	53.8

**Tablica 5.1 Karakteristike testiranih tehničkih tekstila**

Za tekstile nisu navedena njihova komercijalna imena već su označeni velikim slovima od A-J.

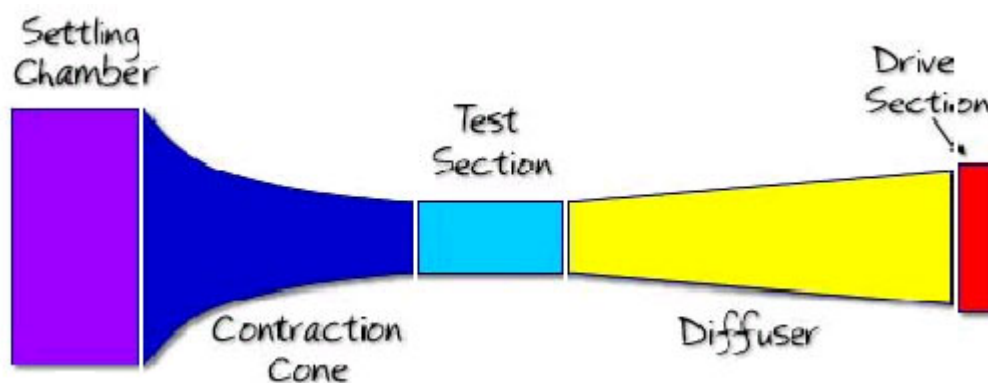
U tablici 5.1 prikazan je i koeficijent smanjenja brzine koji je postotna razlika neporemećene brzine strujanja zraka i reducirane brzine  $u_r$  iza prepreke kada je prepreka postavljena preko cijelog polja strujanja pri potpuno razvijenom turbulentnom strujanju i uz isti ukupni gubitak visine energije strujanja.

$$R_c = \frac{u_\infty - u_r}{u_\infty} \cdot 100 \quad (5.1)$$

Koeficijent smanjenja brzine se može izračunati iz veličine poroznosti A prema Dierickx-u [5].

$$R_c = -0.007A^2 - 0.3A + 100 \quad (5.2)$$

Zračni tuneli se koriste za modelska ispitivanja pojava u tunelu. Mjerenja se provode pomoću sondi i procesiraju pomoću računala. Većina zračnih tunela sastoji se od pet komponenti kako prikazuje slika 5.1, imena komponenti dana su na engleskom jeziku.



**Slika 5.1** Komponente zračnog tunela

Settling Chamber – Ujednačava (izravnava) strujanje zraka

Contraction Cone – Veliki volumen zraka male brzine smanjuje na mali volumen zraka velike brzine bez pojave turbulencije

Test Section – Dio u kojem se obavljaju mjerenja

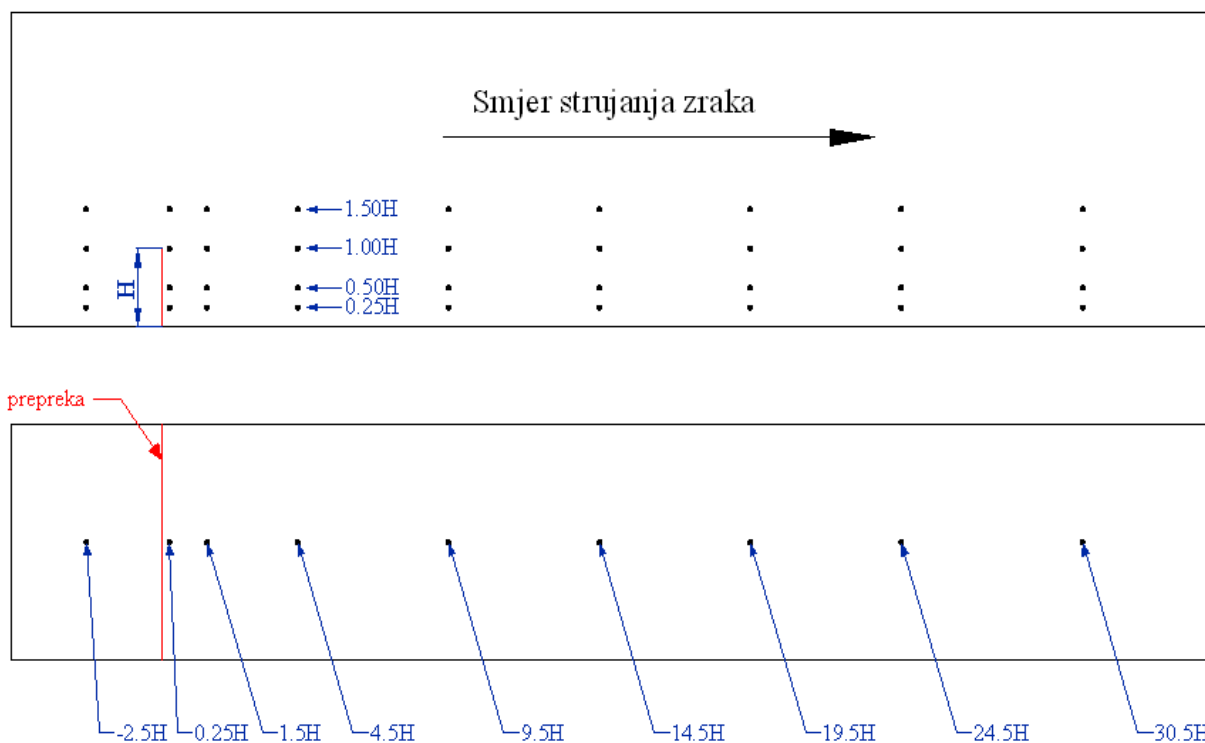
Diffuser – Usporava brzinu strujanja zraka u tunelu

Drive Section – Pogonska jedinica koja ostvaruje strujanje zraka kroz zračni tunel

Zračni tuneli mogu biti otvorenog ili zatvorenog tipa. Kod tunela otvorenog tipa zrak ulazi na jednoj strani a izlazi na drugoj, dok se kod tunela zatvorenog tipa zrak s izlaza vraća na ulaz tunela.

Zračni tunel u kojem je rađen eksperiment dužine je 10 m, širine 1.2 m s pomičnim stropom kojim se može regulirati njegova visina od 1.8-3.2 m. Za potrebe ovog eksperimenta visina tunela bila je podešena na 2 m. Strujanje zraka generirano je aksijalnim ventilatorom promjera 1.8 m kojeg pogoni električni motor snage 150 kW. Prilikom testiranja korištena je neporemećena struja zraka brzine 6.7 m/s. Prirodu strujanja možemo opisati Reynoldsovim brojem ( $Re = uL/\nu$ ) ako za  $L$  uzmemo aritmetički srednju vrijednost visine i širine tunela ( $L = 1.6$  m), a za kinematičku viskoznost zraka  $\nu = 14.6 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s može se lako zaključiti da se radi o turbulentnom strujanju ( $Re = 734246.6$ ). Prema podacima iz članka [5] granični sloj u tunelu visine je od 15-20 cm. Za analizu smanjenja brzine korištene su prepreke visine 10 cm pa je iz toga jasno da su mjerenja provedena u području graničnog sloja. Svaka vrijednost izmjerene brzine srednja je vrijednost 30 mjerenja zabilježenih svake sekunde.

Brzina strujanja zraka je mjerena u vertikalnoj ravnini tunela koja sadrži uzdužnu os tunela na mjestima koja su od prepreke udaljena u smjeru strujanja za -2.5 H, 0.25 H, 1.5 H, 4.5 H, 9.5 H, 14.5 H, 19.5 H, 24.5 H, 30.5 H u točkama koje su na visinama mjereno od poda tunela 0.25 H, 0.5 H, 1 H, 1.5 H. Dakle, ukupno su provedena mjerenja u 36 točaka, koje su prikazane na slici 5.2.



**Slika 5.2 Prikaz zračnog tunela s točkama za mjerenje brzine**

Izračun relativnog smanjenja brzine zraka u postocima temelji se na poznavanju brzine strujanja u označenim točkama za slučaj bez prepreke. Zbog toga su eksperimentalno izmjerene brzine u slučaju strujanja zraka u tunelu bez prepreke čije su konstantne vrijednosti u visini dane u tablici 5.2:

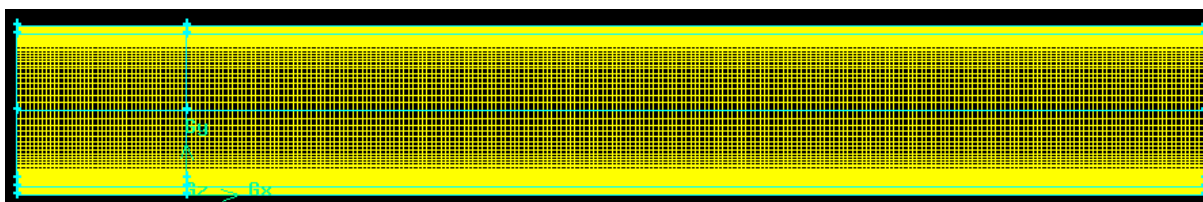
<i>Visina</i>	<i>Brzina</i>
0.25 H	5.1 m/s
0.50 H	5.9 m/s
1.00 H	6.7 m/s
1.50 H	6.7 m/s

**Tablica 5.2 Eksperimentalno izmjerene brzine u tunelu bez prepreke**

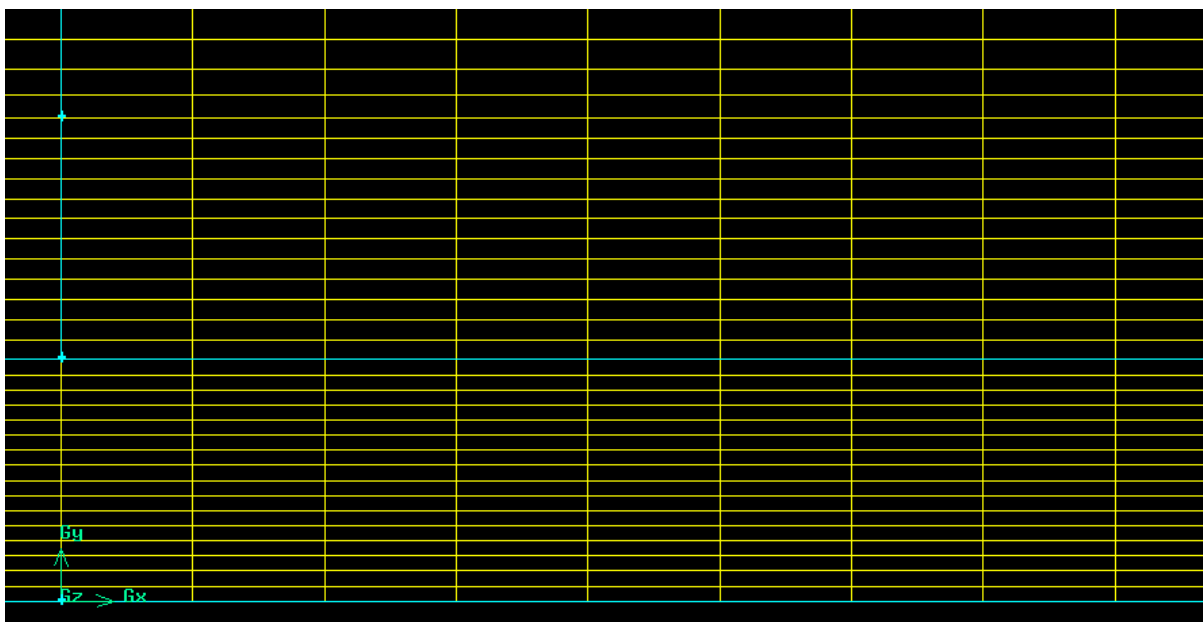
## 5.2. OPIS NUMERIČKIH SIMULACIJA

Mreže konačnih volumena koje su poslužile za numeričko rješavanje problema turbulentnog nastrujavanja na prepreke od tehničkih tekstila izrađene su u Gambit-u koji služi kao predprocesor za Fluent. Pošto je strujanje promatrano kao ravninsko mreže su bile dvodimenzijske.

Prva korištena mreža bila je kvadratna strukturirana i koristila je za dobivanje profila brzine. Prilikom izrade strukturirane mreže konačnih volumena trebalo se voditi računa o tome da se prvi čvor volumena do gornje i donje stijenke smjesti u inercijalni podsloj graničnog sloja zbog toga jer je za rješavanje u Fluentu korišten  $k-\varepsilon$  model turbulencije. Visina prvih volumena bila je  $0.08 H$ , a bezdimenzijska udaljenost  $y^+$  je tada bila oko 70 što zadovoljava i može se primjeniti  $k-\varepsilon$  model turbulencije. Područje proračuna za rješavanje je odabrano tako da su se sve veličine mogle zapisati u ovisnosti od visine prepreke, pa je dijagrame bilo lakše izraditi u bezdimenzijskom obliku. U  $x$  smjeru domena se protezala od  $-20 H$  do  $120 H$ , a u  $y$  smjeru od  $0$  do  $20 H$ . Na slikama 5.3 i 5.4 prikazana je cjelokupna strukturirana mreža i uvećan dio mreže kako bi se vidjela veličina prvog volumena uz donju stijenku.

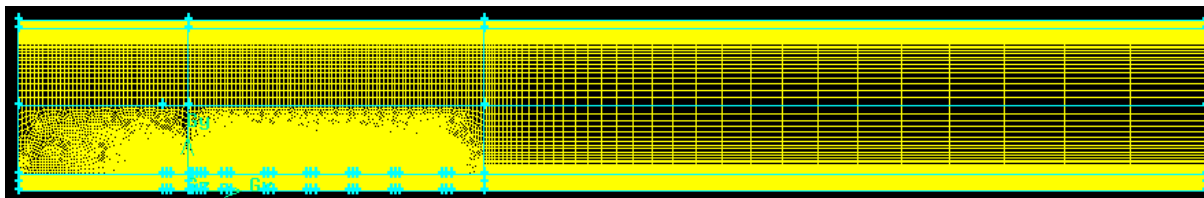


Slika 5.3 Strukturirana mreža konačnih volumena

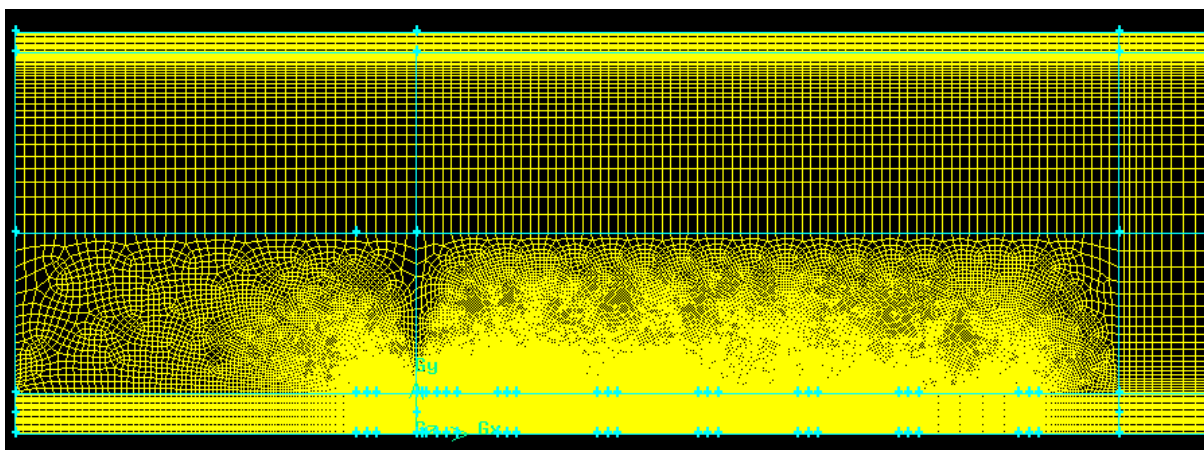


Slika 5.4 Uvećan dio strukturirane mreže konačnih volumena

Druga korištena mreža je u većem dijelu područja proračuna kvadratna strukturirana, a u području oko prepreke je nestrukturirana, s većom gustoćom čvorova (dobivena pomoću "pave" funkcije). U  $x$  smjeru domena se također protezala od  $-20 H$  do  $120 H$ , a u  $y$  smjeru od  $0$  do  $20 H$ . Visina prvih volumena uz stijenke bila je jednaka kao na prvoj mreži. Slika 5.5 prikazuje drugu mrežu, a slika 5.6 uvećani dio druge mreže oko prepreke.

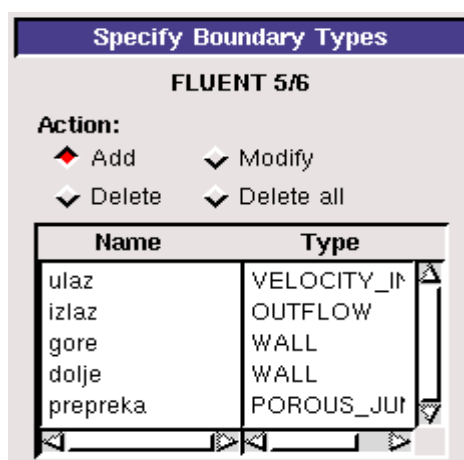


Slika 5.5 Druga mreža korištena za numeričku simulaciju



Slika 5.6 Uvećani dio druge mreže korištene za numeričku simulaciju

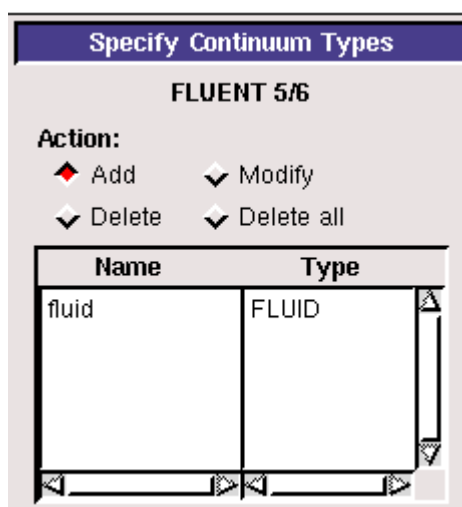
Nakon što je izrađena mreža konačnih volumena zadani su rubni uvjeti u Gambitu putem izbornika prikazanog na slici 5.7.



Slika 5.7 Zadavanje rubnih uvjeta u Gambitu

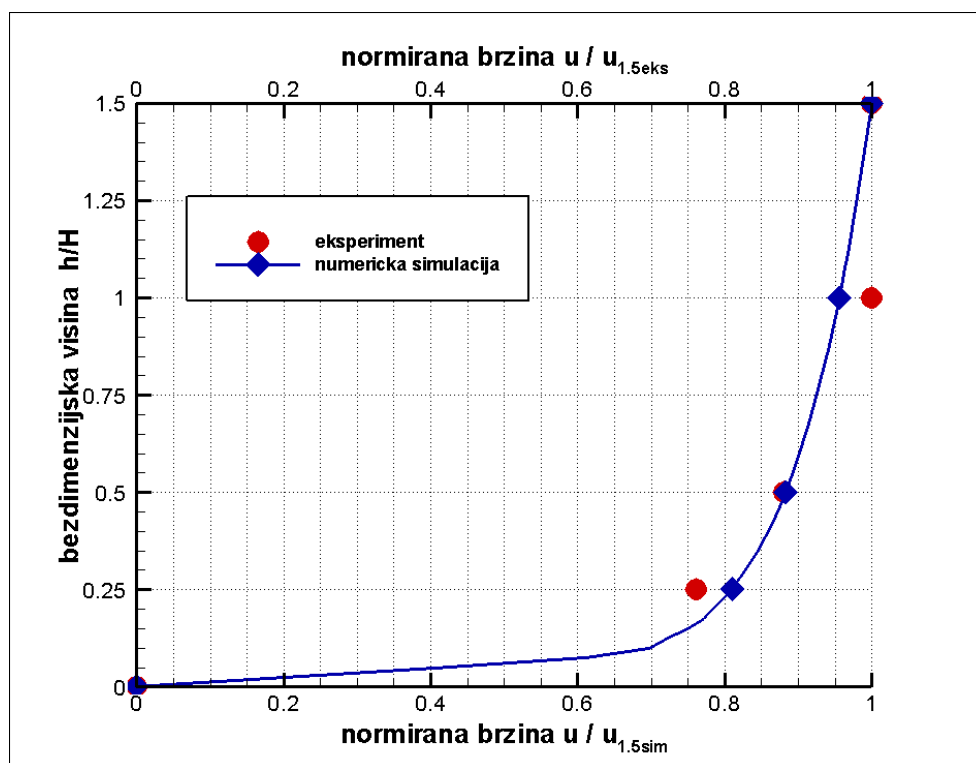
Na ulazu, koji se nalazi na lijevom kraju mreže, zadana je brzina strujanja (velocity inlet) u skladu s eksperimentom (6.7 m/s). Na izlazu je zadan rubni uvjet istjecanja na kraju domene (outflow) (na  $x = 120 H$ ). Gore i dolje označavaju gornju i donju stijenku tunela. Rubni uvjeti na stijenci zadani su kao nepropusni zid (wall). Kod druge mreže je prepreka zadana preko rubnog uvjeta pada tlaka kroz poroznu površinu (porous-jump) visine  $H$  na mjestu  $x = 0$ .

U Gambitu je zadan i kontinuum kao fluid u cijelom području proračuna, a njegova svojstva su zadana kasnije u Fluentu. (vidjeti sliku 5.12)



Slika 5.8 Zadavanje kontinuuma u Gambitu

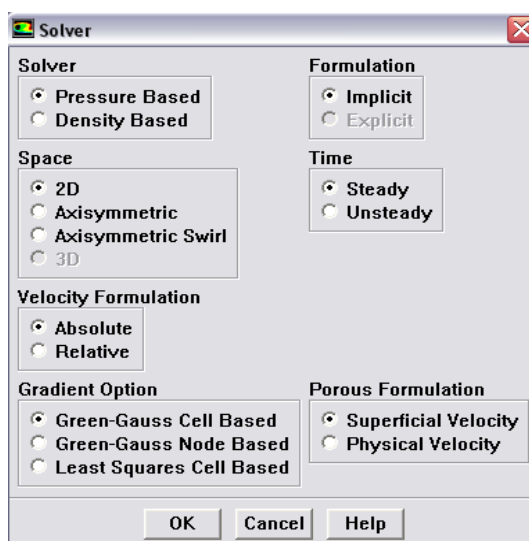
Bilo je nekoliko pokušaja za dobivanje profila prikazanog u tablici 5.2, ali točan profil na kraju nije dobiven. Teškoće u dobivanju ovakvog profila su u tome da je zadan samo s 4 točke i da je u tunelu dobiven određenom kombinacijom podne hrapavosti s ciljem modeliranja atmosferskog graničnog sloja. Jasno je da se profil brzine u atmosferskom graničnom sloju razlikuje od razvijenog profila brzine u kanalu koji je korišten u numeričkoj simulaciji. Na slici 5.9 prikazan je dijagram s profilima brzina definiranih u 4 mjerne točke prema eksperimentu i onom koji je dobiven numeričkom simulacijom na prvoj mreži bez prepreke. Oba profila normirana su brzinama u točkama na visini  $1.50 H$  od stijenke da bi se mogli uspoređivati u bezdimenzijskom obliku.



Slika 5.9 Usporedba profila brzina

Pri numeričkoj simulaciji korištena je jednakost Reynoldsovih brojeva na bazi visine. Visina proračunskog područja (domene) bila je 10 puta veća od visine tunela u kojem su dobiveni eksperimentalni rezultati, pa je stoga viskoznost pomnožena s 10 da bi se očuvala jednakost Reynoldsovih brojeva ( $Re_H = 9.178 \cdot 10^5$ ). Za izračun Reynoldsovog broja u oba slučaja korištena je brzina neporemećene struje zraka 6.7 m/s. Kao što je vidljivo profili se poklapaju u dvije točke dok u dvije točke imamo odstupanje od otprilike 5%. Profil označen plavom bojom korišten je u daljnjim numeričkim simulacijama s preprekom. Nakon dobivenog profila pristupa se rješavanju problema nastrojavanja na prepreke od tehničkog tekstila pomoću Fluent.

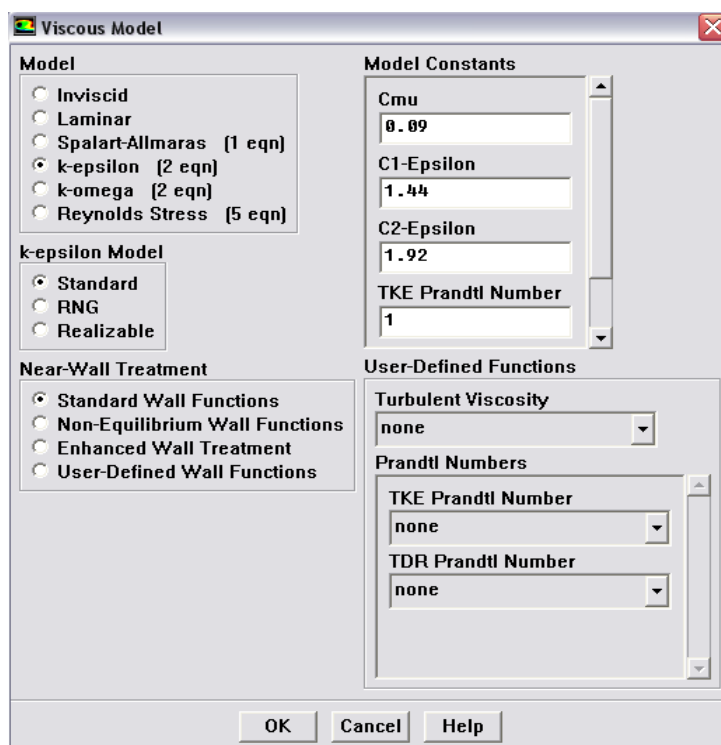
Nakon učitavanja mreže u Fluent učitava se i profil brzine dobiven na prijašnjoj mreži. U Fluentu se najprije podesi načina rješavanja koji će se koristiti.



Slika 5.10 Odabir modela strujanja i vrste rješavača

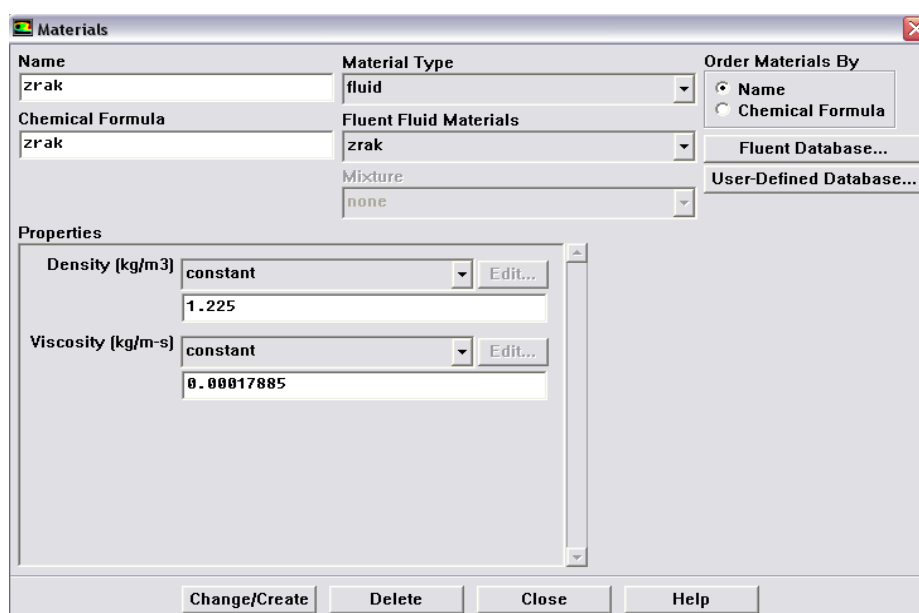


Za numeričku simulaciju korišteno je 2D stacionarno rješavanje, koje iz jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja prvo izračunava tlak. Pošto se rješava turbulentno strujanje potrebno je na izborniku za viskozni model odabrati k-epsilon model. Konstante k-epsilon modela na slici 5.11 moguće je mijenjati, ali za to treba imati puno iskustva u rješavanju.



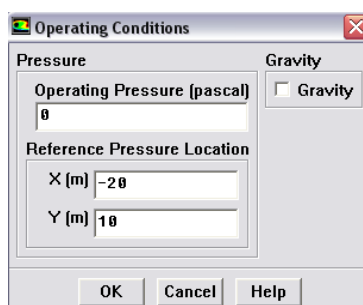
Slika 5.11 Definicija viskoznog modela

Nakon toga definiraju se svojstva medija za koji se računaju polja strujanja, u ovom slučaju to je zrak. Na slici 5.12 prikazane su vrijednosti gustoće i dinamičke viskoznosti medija, vrijednost dinamičke viskoznosti podešena je tako da odgovara Reynoldsovom broju na bazi visine iz eksperimenta.



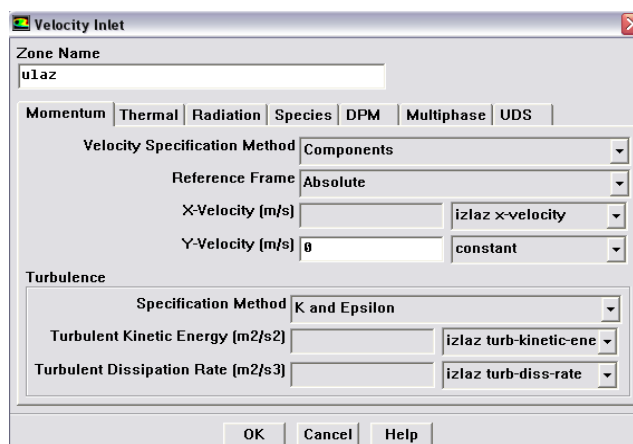
Slika 5.12 Definiranje svojstva medija

Slijedeće što se mora definirati je točka od koje će se mjeriti pad tlaka, definirana je kako prikazuje slika 5.13.



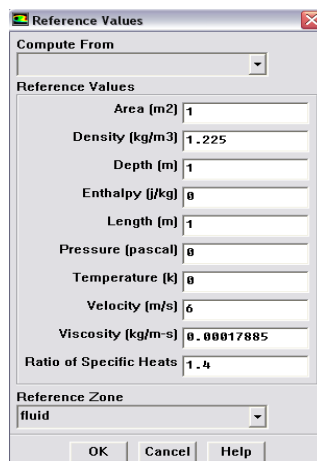
Slika 5.13 Definiranje referentne točke tlaka

Nakon toga definiraju se rubni uvjeti, dolje i gore definira se kao wall, za fluid se odabire zrak, izlaz je zadan kao outflow, na ulazu se učitaju profili brzine, kinetičke energije turbulencije i disipacije kinetičke energije turbulencije koji su dobiveni numeričkom simulacijom strujanja zraka u tunelu bez prepreke. Za prepreku se odabire rubni uvjet pada tlaka kroz poroznu površinu (porous-jump).



Slika 5.14 Rubni uvjet za brzinu na ulazu

Proračuni su završavali kada su reziduali svih jednadžbi bili manji od  $10^{-5}$ . Referentne vrijednosti pomoću kojih se računa, mjeri i crta definirane su kako prikazuje slika 5.15.



Slika 5.15 Referentne vrijednosti

Rubni uvjet pada tlaka kroz poroznu površinu (porous-jump) je 1D pojednostavljenje modela poroznog medija. Najčešće se koristi za modeliranje pada tlaka kroz porozne prepreke i filtre. Koristi se kad je god to moguće umjesto modela poroznog medija jer je robusniji i njegovim korištenjem se brže dolazi do rješenja polja strujanja.

Rubni uvjet pada tlaka kroz poroznu površinu (porous-jump) modelira prepreku od tehničkog tekstila pomoću slijedeće jednadžbe:

$$\Delta p = -\left(\frac{\mu}{\alpha}u + C_2 \frac{1}{2}\rho u^2\right)\Delta m \quad (5.3)$$

U jednadžbi (5.3)  $\Delta p$  označava pad tlaka kroz prepreku,  $\Delta m$  označava debljinu poroznog medija,  $\mu$  dinamičku viskoznost fluida,  $u$  brzinu u smjeru normale na porozni medij,  $\rho$  gustoću medija,  $\alpha$  permeabilnost medija a  $C_2$  konstantu koja se računa u ovisnosti o poroznosti. Za debljinu poroznog medija uzeta je vrijednost 0.001 m koja nema utjecaja na konačnu vrijednost pada tlaka  $\Delta p$ . Potrebno je odrediti  $\alpha$  i  $C_2$  jer Fluent traži da se te vrijednosti zadaju od strane korisnika.

Izraz za  $C_2$  definiran je u Fluentu (iz primjera proračuna strujanja kroz ravnu ploču s otvorima) kao:

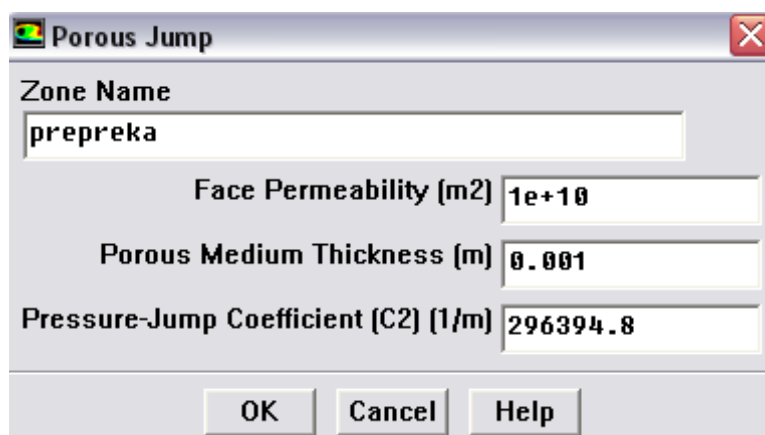
$$C_2 = \frac{1}{C^2} \frac{\left(\frac{100}{A}\right)^2 - 1}{\Delta m} \quad (5.4)$$

U jednadžbi (5.4) koeficijent  $C = 0.98$  se odabire za ovaj slučaj strujanja kroz ravnu ploču s otvorima, a  $A$  označava poroznost u postocima. U tablici 5.3 prikazana je vrijednost konstante  $C_2$  za različite prepreke korištene pri numeričkoj simulaciji.

<i>Prepreka</i>	$C_2$
A	$\infty$
B	296394.843
C	40668.141
D	17035.725
E	14601.349
F	7128.567
G	3753.628
H	3277.783
I	2108.053
J	1615.813

**Tablica 5.3 Vrijednosti konstante  $C_2$  za različite prepreke**

Permeabilnost medija  $\alpha$  u ovom slučaju je bez značaja (radi se o tankoj poroznoj prepreci), pa je njen utjecaj sveden na minimum uzimanjem preporučene vrijednosti iz Fluenta  $\alpha = 1 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$ . Prethodnom provjerom je potvrđeno da  $\alpha$  nema bitni utjecaj na strujanje preko prepreke.

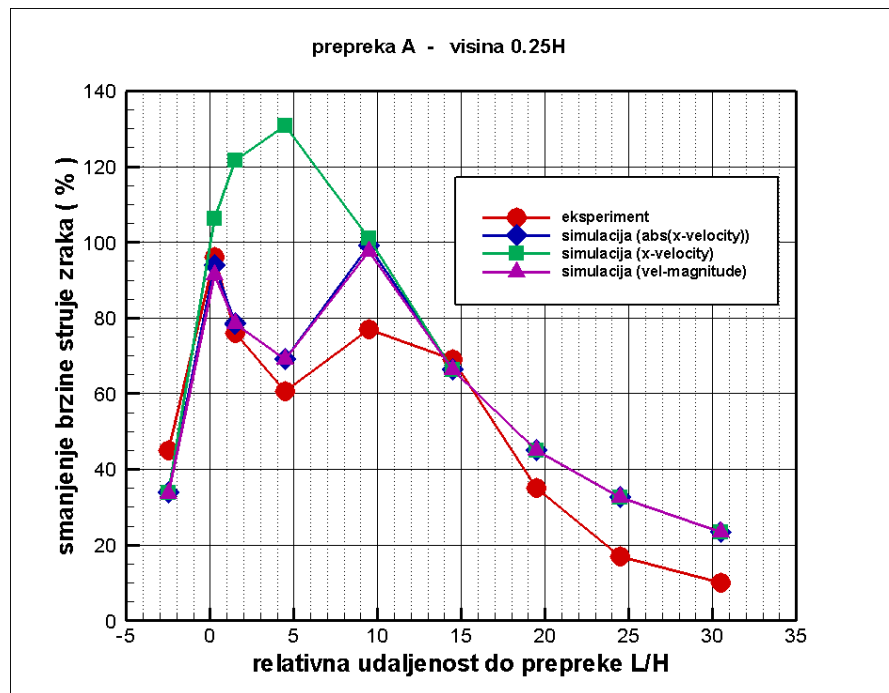


**Slika 5.16** Definiranje parametara za rubni uvjet porous-jump

U Fluentu korišten je osnovni pristup za tretiranje turbulencije po kojem u zoni poroznog medija nema nastajanja turbulencije ni njene disipacije. Ovaj pristup se često koristi kad je permeabilnost medija velika. Pošto je debljina prepreka bila mala odabir pristupa za tretiranje turbulencije u zoni poroznog medija nije od velikog značaja za točnost rezultata.

## 6. PRIKAZ I DISKUSIJA REZULTATA

U ovom dijelu prikazat će se dijagrami smanjenja brzine strujanja u području strujanja iza prepreke. Na svakom dijagramu uspoređene su vrijednosti dobivene eksperimentom i vrijednosti dobivene numeričkom simulacijom. Iz članka [5] nije bilo sasvim jasno koja je brzina mjerena u eksperimentu, ali se iz dijagrama za prepreku A na slici 6.1 može vidjeti da je vjerojatno mjerena apsolutna vrijednost brzine u  $x$  smjeru pa je u svim daljnjim grafovima crtana samo ta komponenta brzine.



Slika 6.1 Prepreka A – 0.25 H - Određivanje mjerene brzine

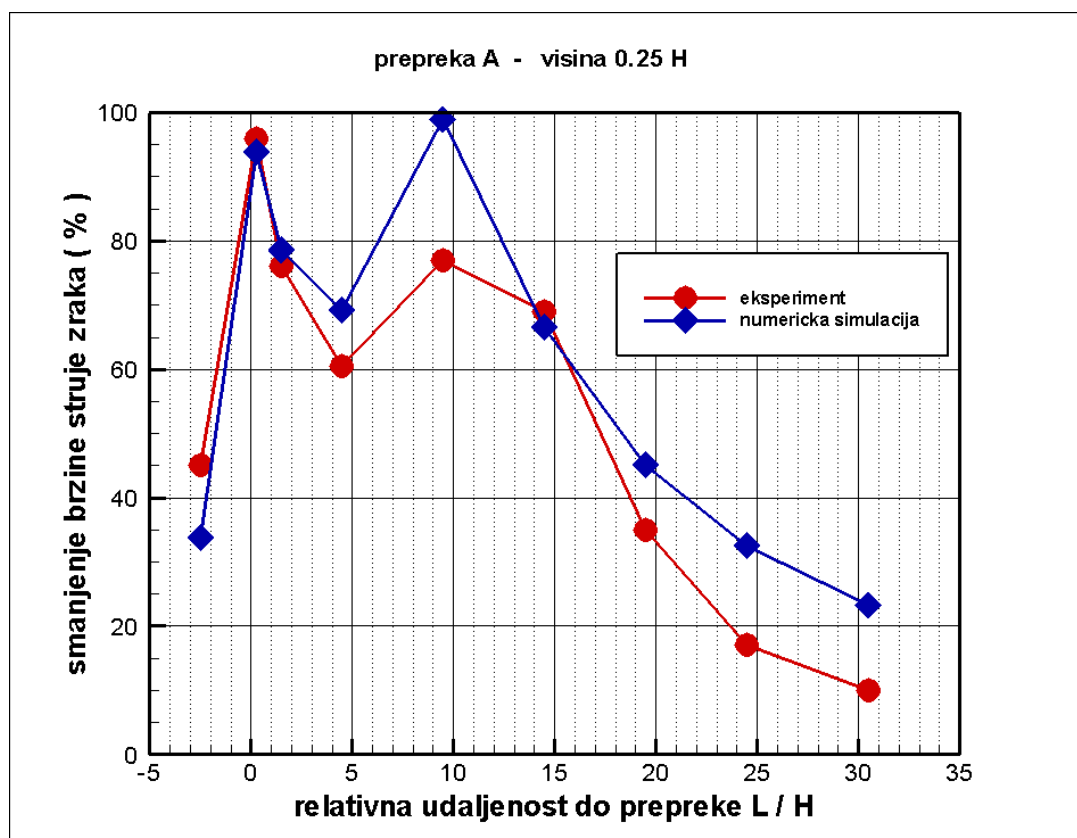
Prikazat će se i polja bezdimenzijskog koeficijenta tlaka i koeficijenta relativnog smanjenja brzine za prepreke koji su definirani izrazima (6.1) i (6.2)

$$C_p = \frac{2(p - p_u)}{\rho u^2} \quad (6.1)$$

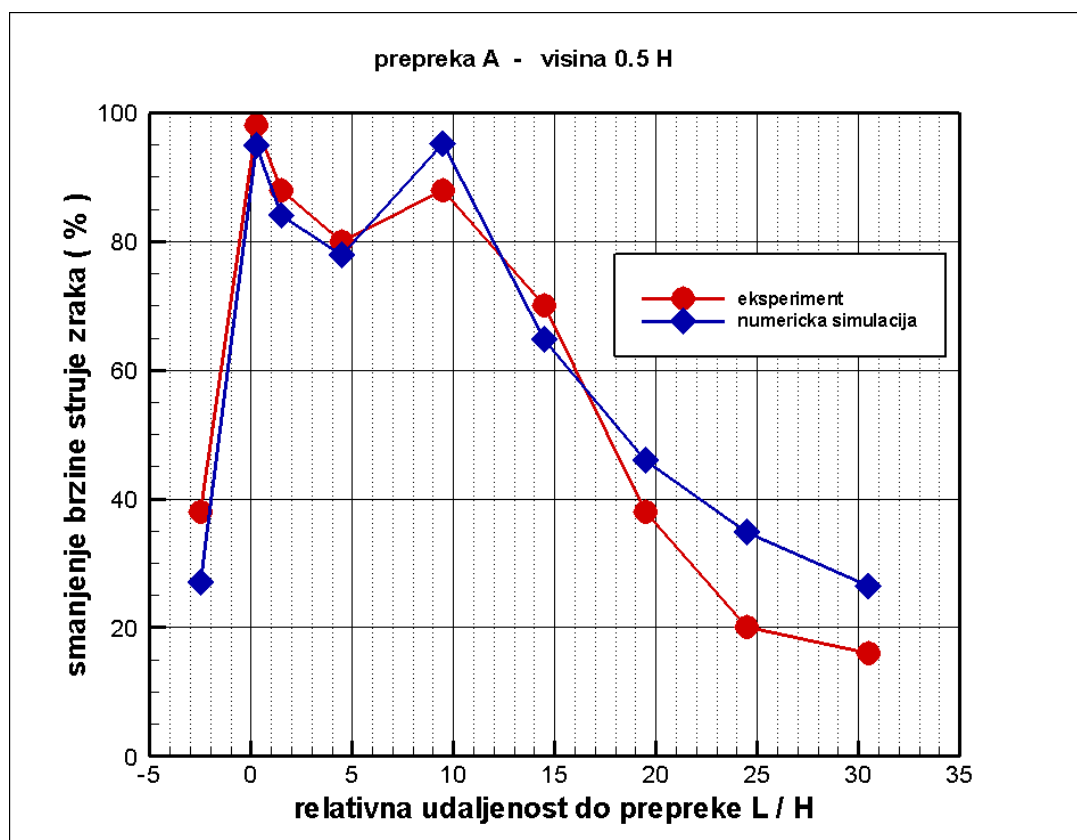
U relaciji (6.1)  $p$  označava tlak u polju strujanja,  $p_u$  zadani tlak na ulazu,  $\rho$  gustoću fluida a  $u$  brzinu neporemećene struje zraka u  $x$  smjeru. Za izračun bezdimenzijskog koeficijenta tlaka korištene su vrijednosti gustoće  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$  i brzine u  $x$  smjeru  $u = 6 \text{ m/s}$  prikazane su na slici 5.15. Vrijednost tlaka na ulazu bila je jednaka nuli.

$$C_R = \left(1 - \frac{u_r}{u}\right) \cdot 100 \quad (6.2)$$

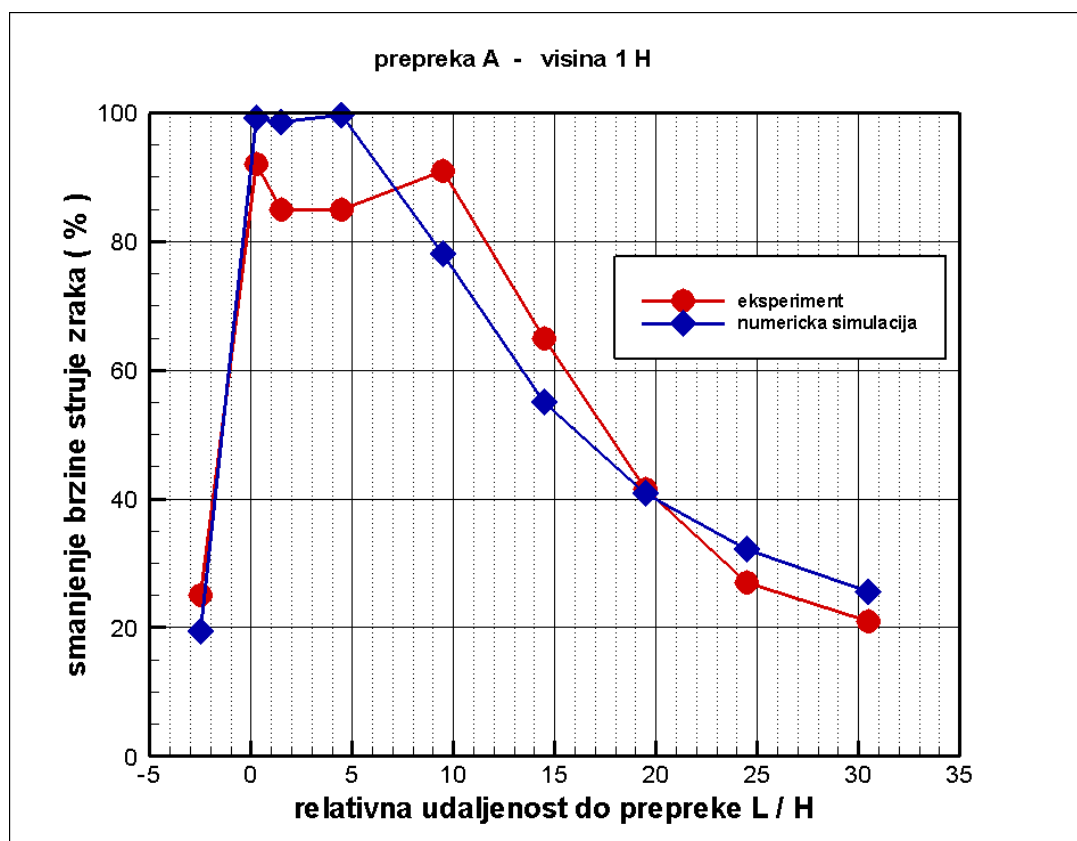
U izrazu (6.2)  $u$  označava  $x$  komponentu brzine strujanja dobivenu numeričkom simulacijom bez prepreke, a  $u_r$   $x$  komponentu smanjene brzine strujanja dobivenu numeričkom simulacijom uz prisustvo prepreke u polju strujanja.

6.1. *PREPREKA A*

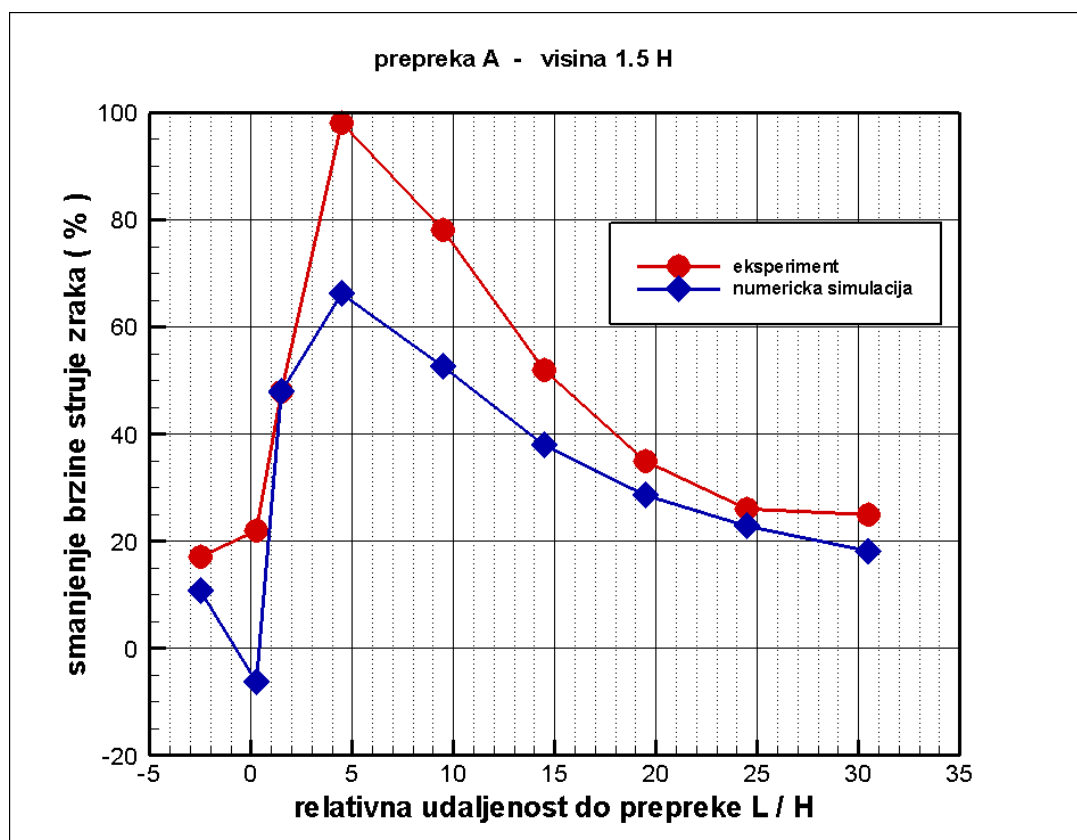
Slika 6.2 Prepreka A – 0.25 H



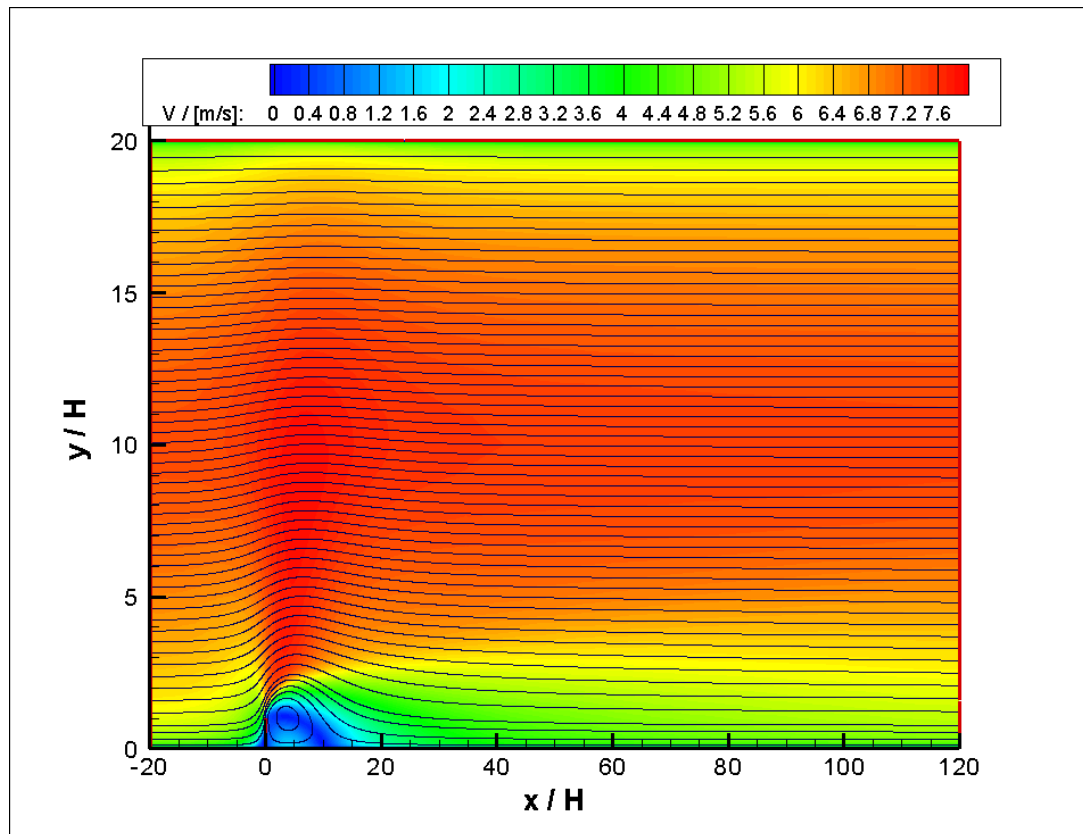
Slika 6.3 Prepreka A – 0.5 H



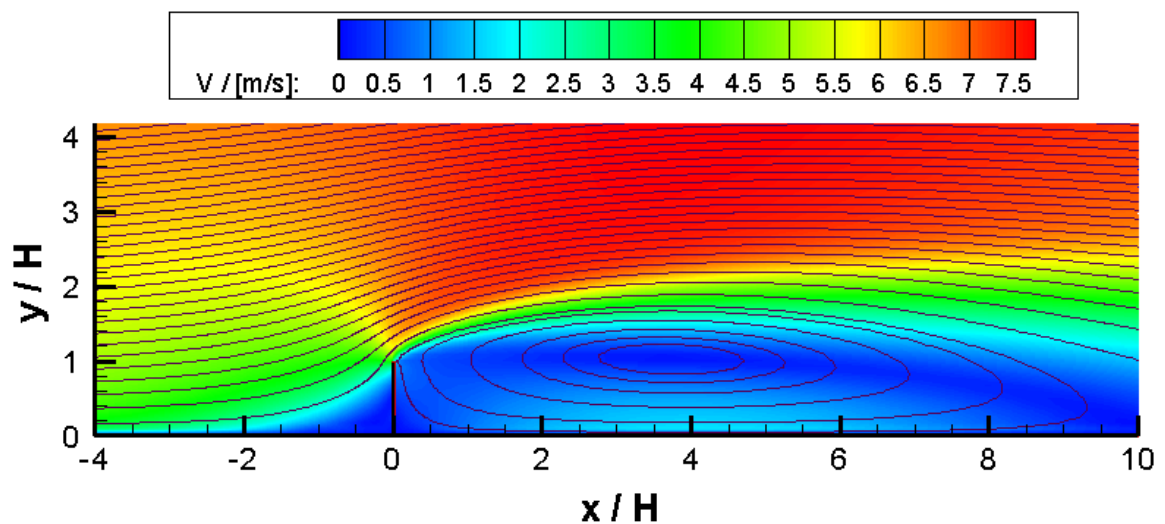
Slika 6.4 Prepreka A – 1 H



Slika 6.5 Prepreka A – 1.5 H

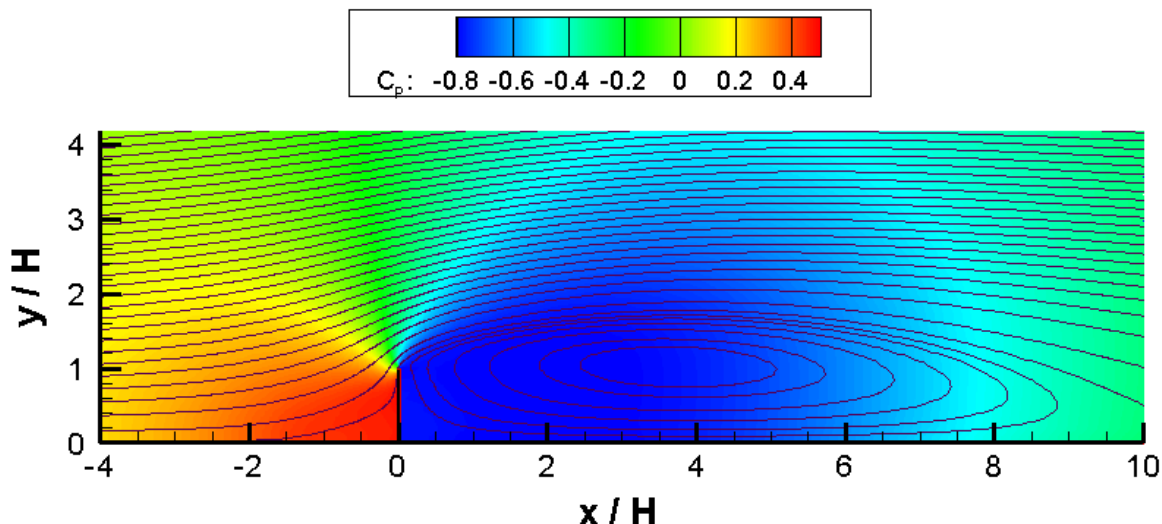


Slika 6.6 Prepreka A – Polje apsolutne vrijednosti brzine



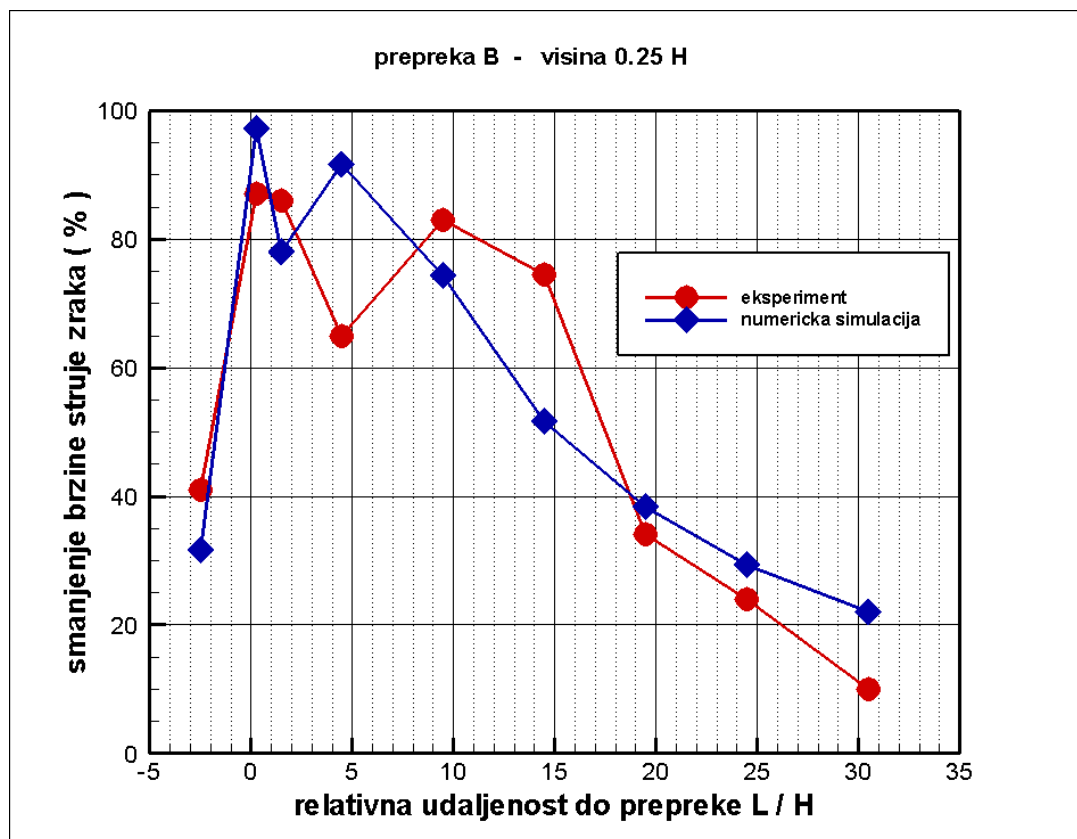
Slika 6.7 Prepreka A – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine



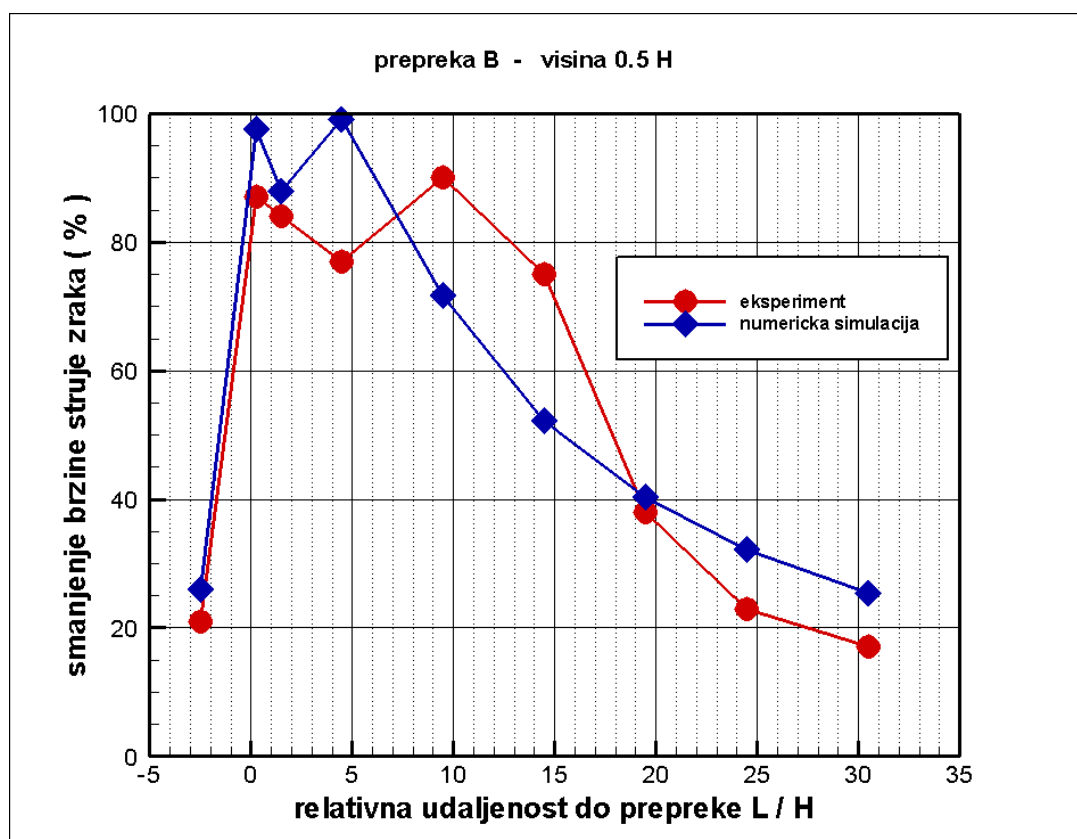


Slika 6.8 Prepreka A – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

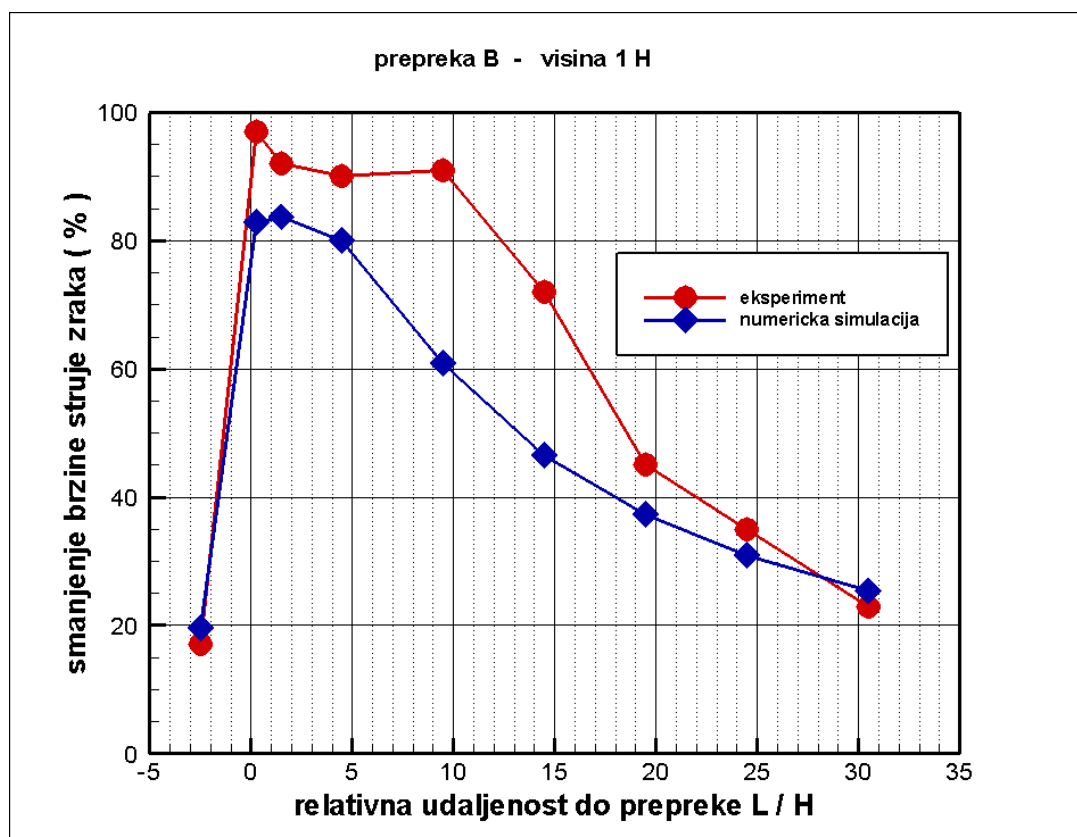
Zbog optjecanja pune prepreke s gornje strane, iza prepreke se pojavljuje jedan vrtlog unutar kojeg zrak na manjim visinama struji u suprotnom smjeru. Posljedica takvog strujanja je i veliko smanjenje brzine strujanja ispred prepreke, naročito na manjim visinama kao što se može vidjeti na slikama 6.2 i 6.3. Neslaganje rezultata eksperimentalnih mjerenja i numeričke simulacija se može objasniti različitom visinom središta vrtloga. Središte vrtloga pri numeričkoj simulaciji se nalazi na visini prepreke, što se može potvrditi rezultatima na slici 6.4 na kojoj se vidi da je brzina na visini  $1 H$  i na udaljenosti  $4.5 H$  od prepreke približno jednaka nuli. Na slici 6.5 se vidi da je pri eksperimentu brzina na visini  $1.5 H$  i na jednakoj udaljenosti približno jednaka nuli što ukazuje da je središte vrtloga bilo na toj visini. Na slici 6.10 dobivenoj numeričkom simulacijom dobro se vidi središte vrtloga koje je približno na visini prepreke. Vrtlog koji se pojavljuje iza prepreke je najvećih dimenzija kod prepreke A što je i za očekivati jer kroz prepreku nema prolaza struje zraka. Na slici 6.5 u točki neposredno iza prepreke na udaljenosti  $0.25 H$  dobiveno je numeričkom simulacijom povećanje brzine strujanja, dok je eksperimentom dobiveno smanjenje iste. Razlog tome je također pojava višeg vrtloga kod eksperimenta u odnosu na numeričku simulaciju. Na mjestu mjerne točke brzine prije prepreke ( $-2.5H$ ) postoji smanjenje brzine strujanja zraka i ono je najveće na najnižoj visini od  $0.25 H$ . Kod prepreke A na manjim visinama ( $0.25 H$ ,  $0.5 H$ ) smanjenje brzine strujanja je veliko do točke na udaljenosti od prepreke  $9.5H$  kada dolazi do njenog opadanja. Na većim visinama ( $1 H$ ,  $1.5H$ ) točka na kojoj dolazi do opadanja smanjenja brzine strujanja nalazi se na udaljenosti  $4.5 H$  od prepreke.

6.2. *PREPREKA B*

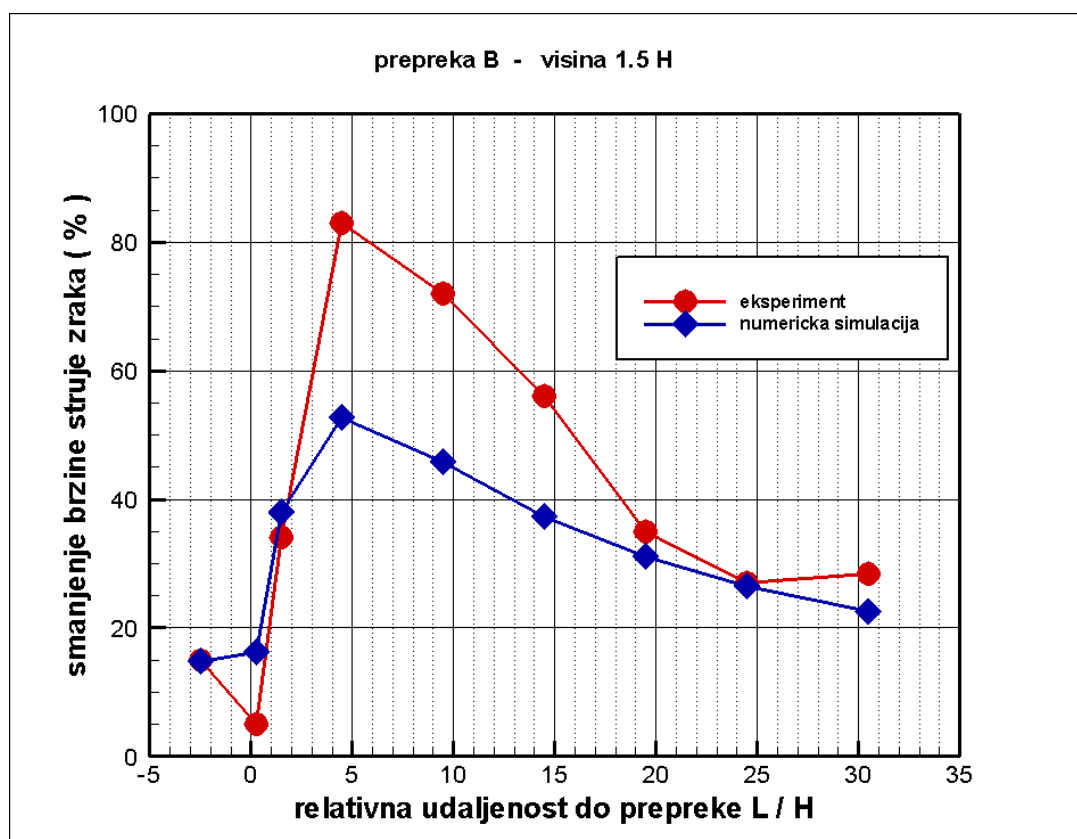
Slika 6.9 Prepreka B – 0.25 H



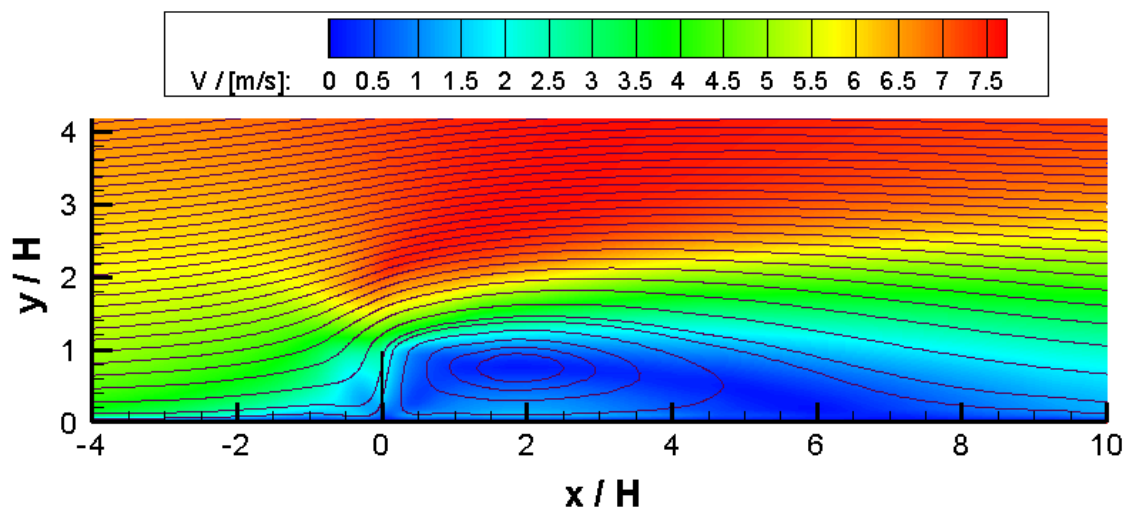
Slika 6.10 Prepreka B – 0.5 H



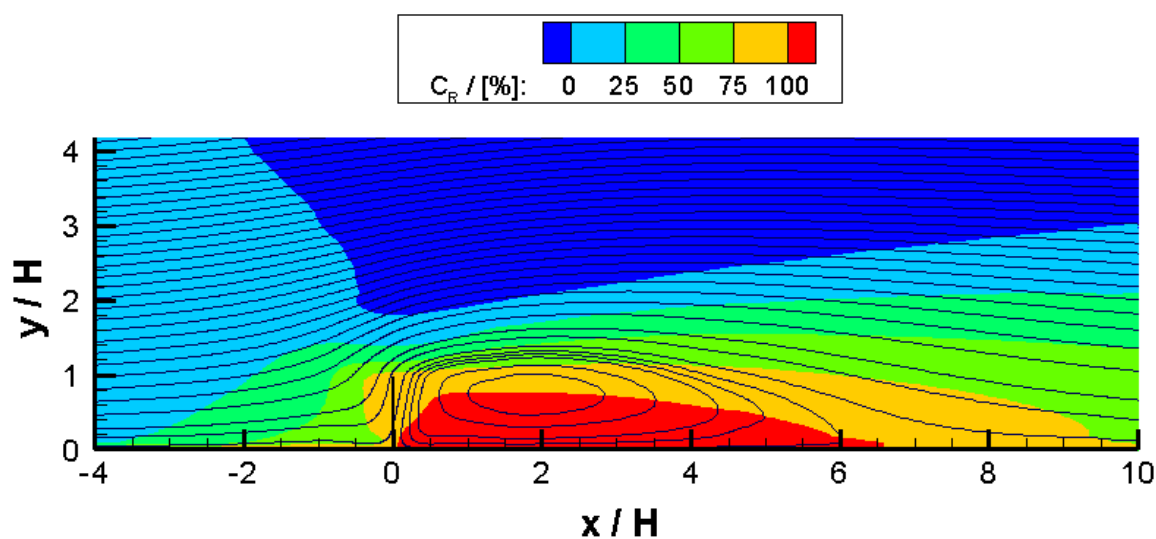
Slika 6.11 Prepreka B – 1 H



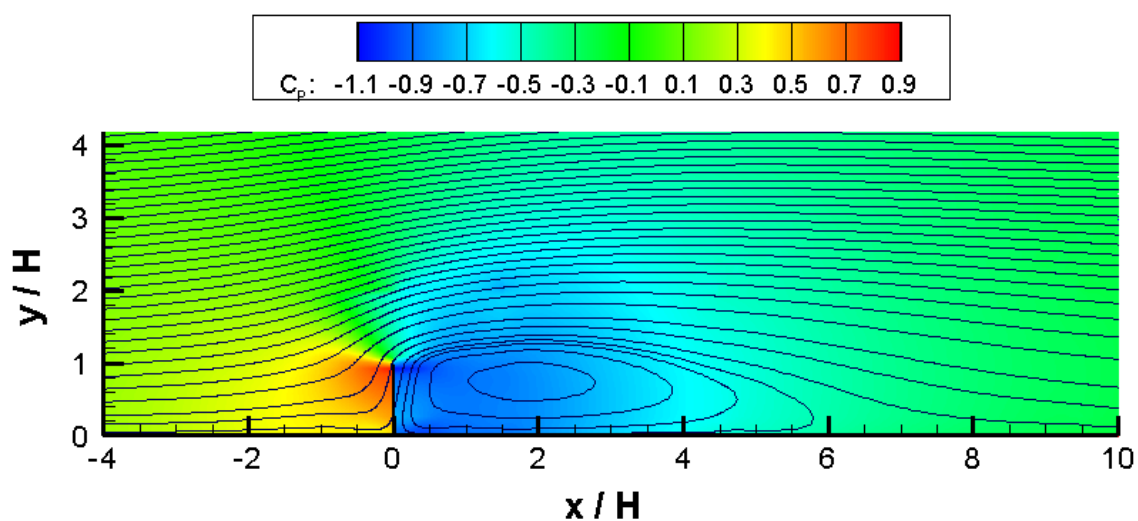
Slika 6.12 Prepreka B – 1.5 H



Slika 6.13 Prepreka B – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine

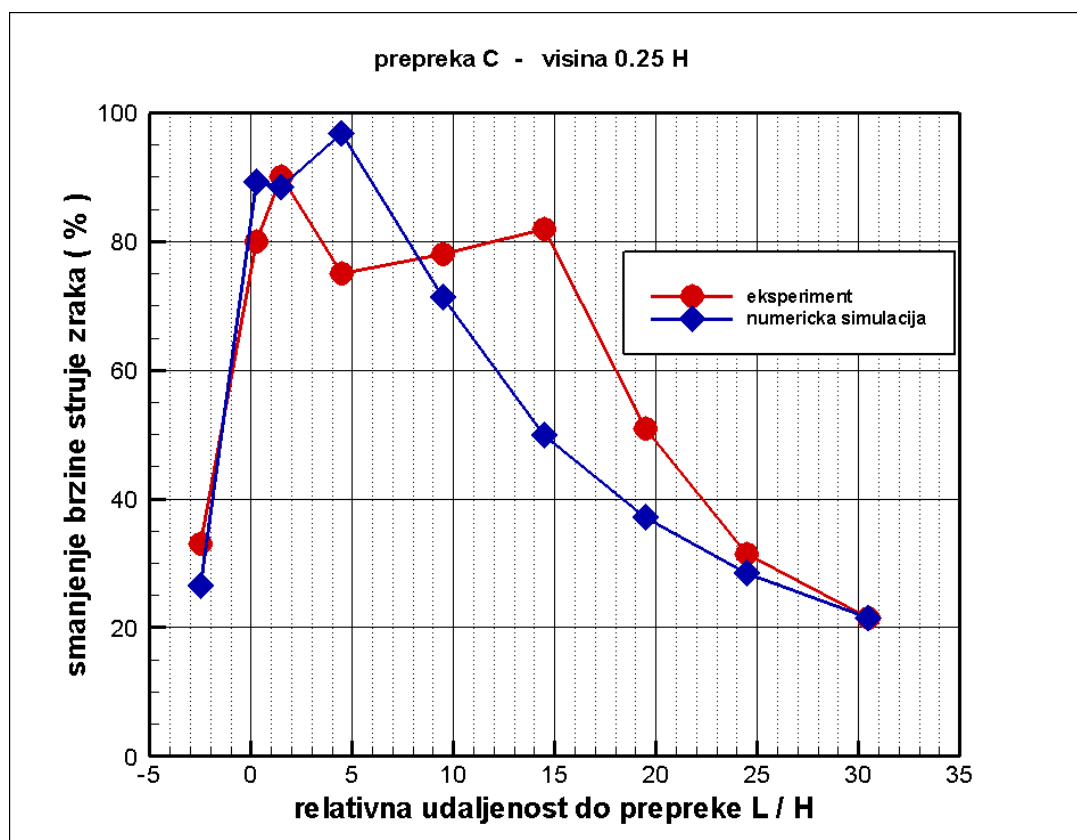


Slika 6.14 Prepreka B – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine

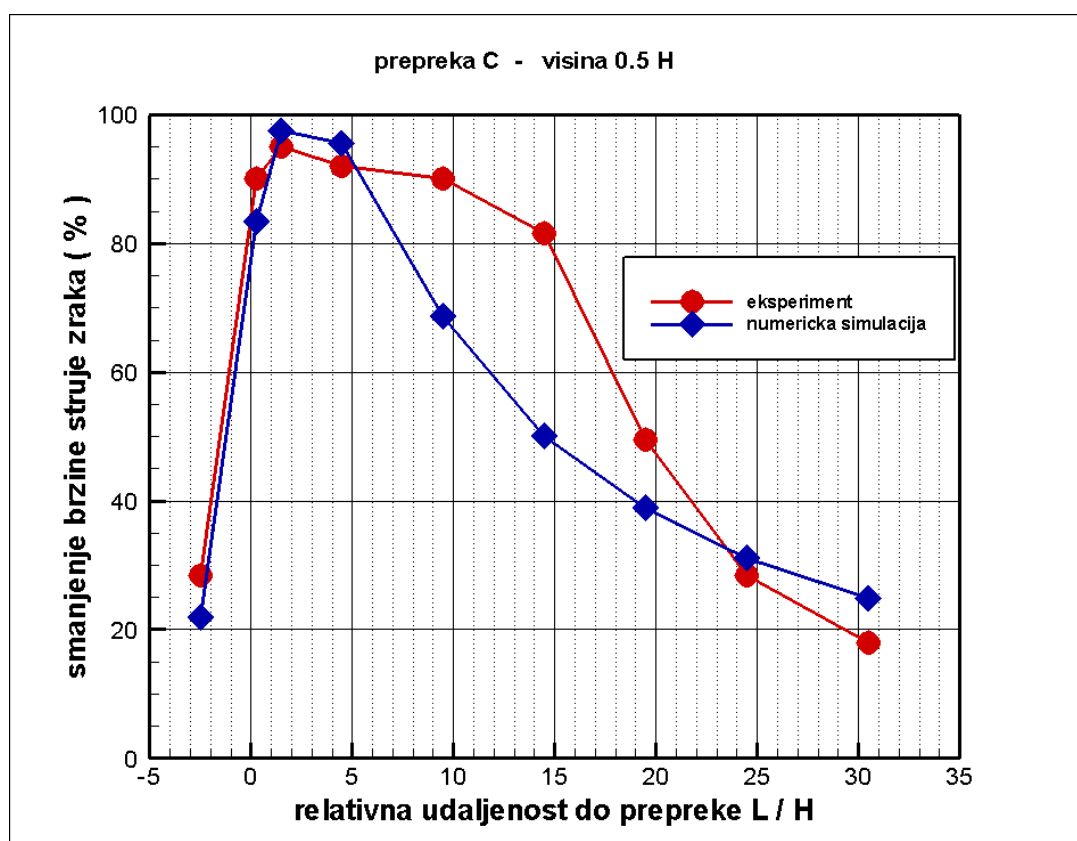


Slika 6.15 Prepreka B – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

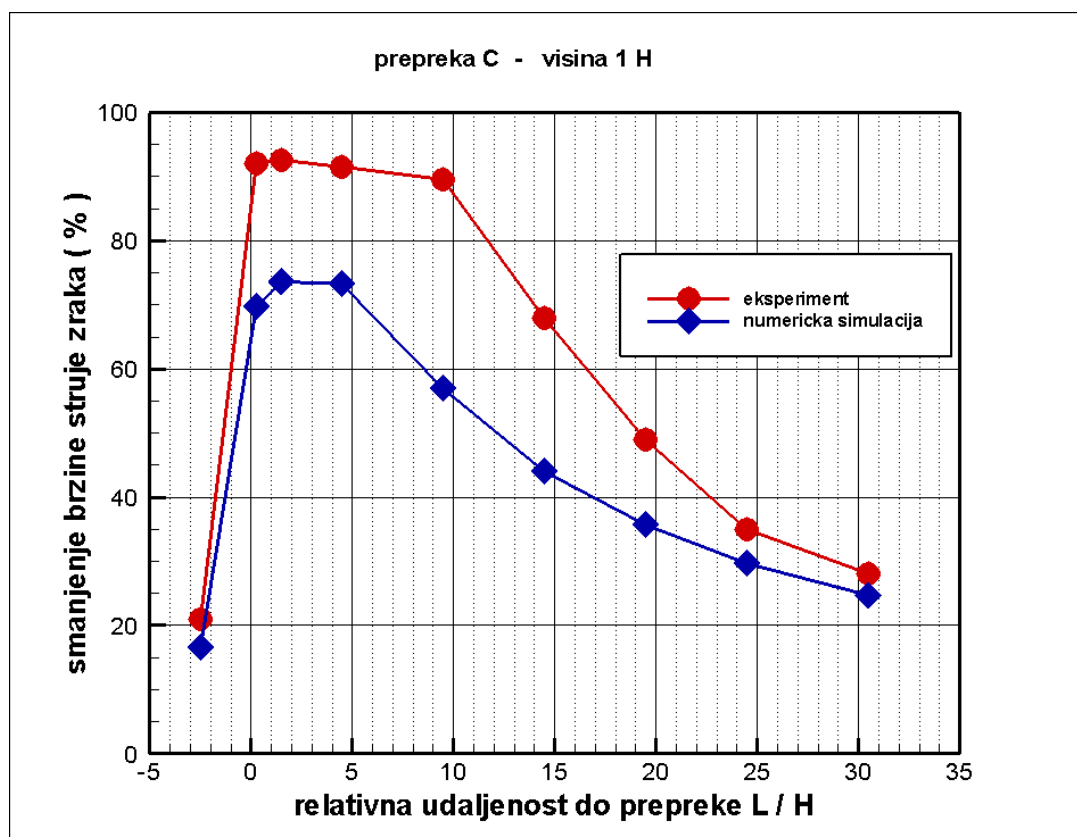
Prepreka B ima poroznost od 6%, kod nje zrak struji oko prepreke i kroz otvore koji postoje na njoj. Nakon prepreke stvara se vrtlog manjih dimenzija nego kod nastrujavanja na prepreku A. Središte vrtloga i njegove dimenzije vide se na slikama 6.13, 6.14 i 6.15. Kod prepreke B središte vrtloga više nije na visini  $1 H$  kao kod prepreke A već se spustilo na neku visinu između  $0.5 H$  i  $1 H$ . Smanjenje brzine strujanja u mjernim točkama prije prepreke ( $-2.5H$ ) manje je nego kod prepreke A. Na nižim visinama ( $0.25H$ ,  $0.5H$ ) do mjernih točaka  $4.5H$  od prepreke numeričkom simulacijom su dobivene najveće vrijednosti smanjenja brzine strujanja, poslije toga počinje postepen pad vrijednosti smanjenja brzine. Najveća smanjenja brzine strujanja dobivena numeričkom simulacijom su na visini  $0.5 H$  na udaljenostima  $0.25 H$  i  $4.5 H$  od prepreke. Na dijagramima se jasno vidi tendencija porasta postotnog smanjenja brzine strujanja do neke određene udaljenosti od prepreke pa smanjenja istog sve do zadnje mjerne točke što je u skladu s eksperimentalno dobivenim podacima. Na slici 6.14 prikazano je polje koeficijenta relativnog smanjenja brzine definiranog jednačinom (6.2) i na njoj se vide područja postotnog smanjenja brzine u odnosu na brzine koje su dobivene numeričkom simulacijom u tunelu bez prepreke. Tamnoplava boja označava područje u kojem se vrijednost brzine povećala. Svjetloplava, tamnozeleno, svjetlozeleno i narančasto boja označavaju područja u kojima se vrijednost brzine smanjila za 0-25%, 25-50%, 50-75% i 75-100%. Crvena boja označava područje u kojem je brzina poprimila negativan predznak, tj. strujanje je bilo u smjeru suprotnom od osi  $x$ . Na liniji koja odvaja narančastu i crvenu liniju brzina strujanja je jednaka 0 tj. na njoj je postignuto stopostotno smanjenje brzine strujanja. Sa slike 6.14 vidi se da ta linija prolazi kroz središte vrtloga koji se javlja nakon prepreke. Na slici 6.15 prikazane su strujnice te konture bezdimenzijskog koeficijenta tlaka koji je kod prepreke B u rasponu od  $-1.1$  do  $0.9$ .

6.3. *PREPREKA C*

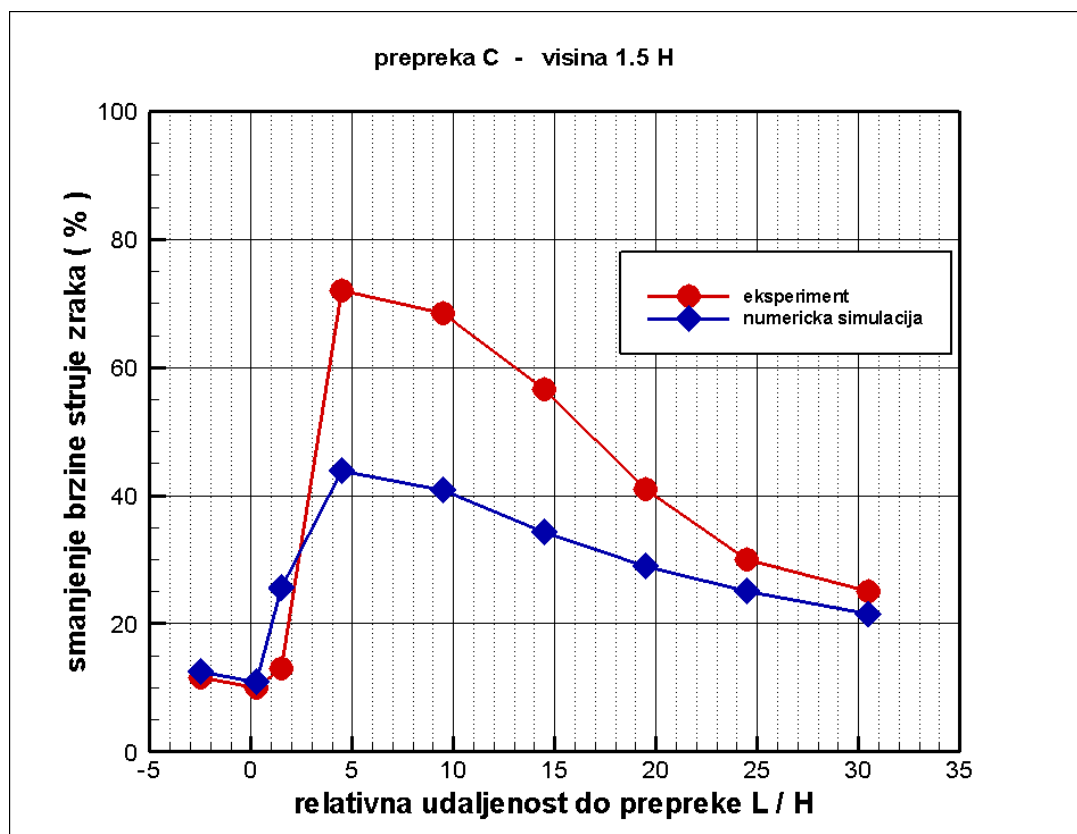
Slika 6.16 Prepreka C – 0.25 H



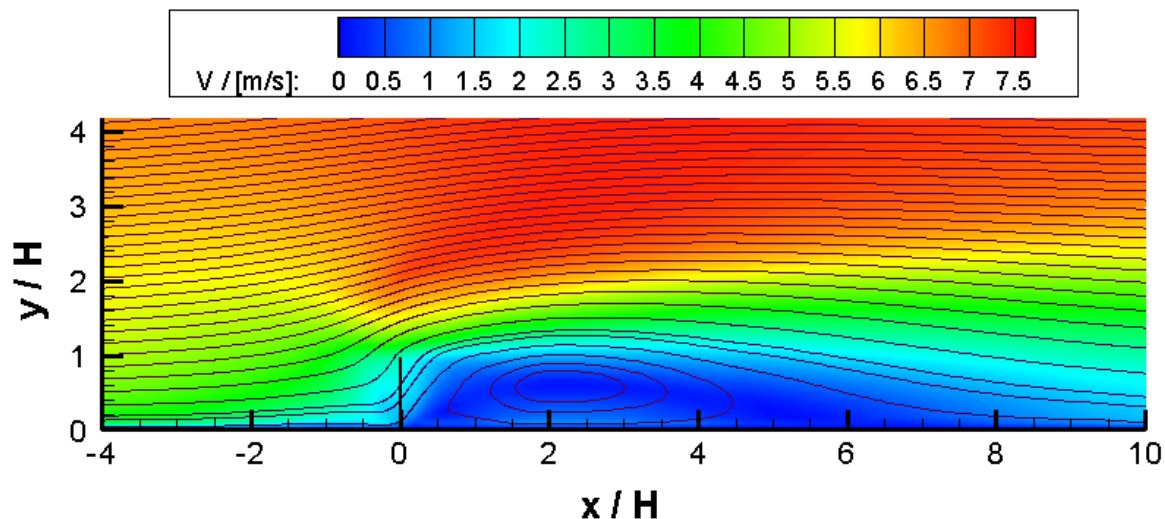
Slika 6.17 Prepreka C – 0.5 H



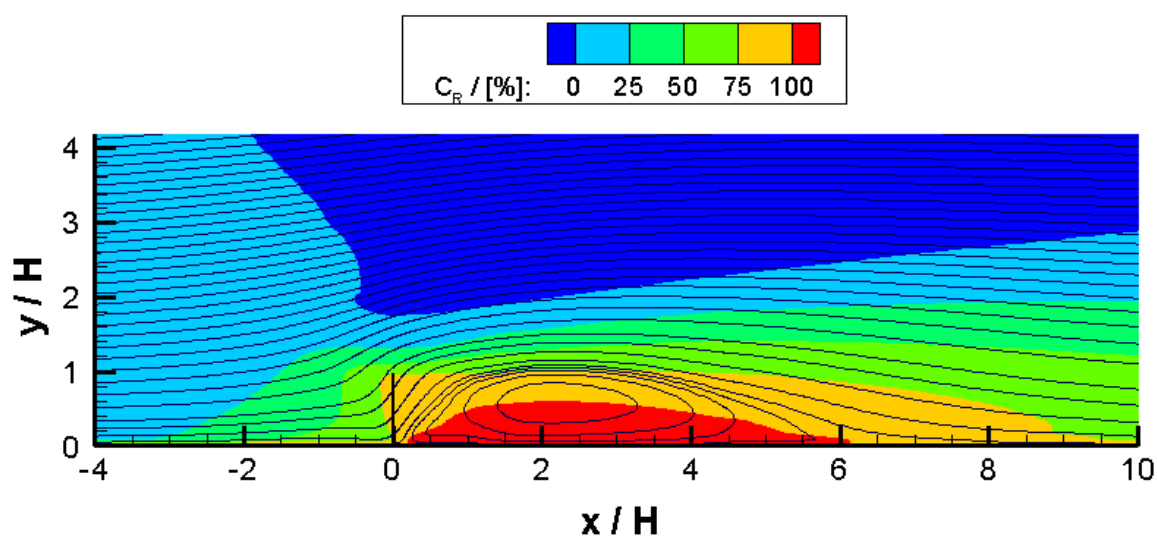
Slika 6.18 Prepreka C – 1 H



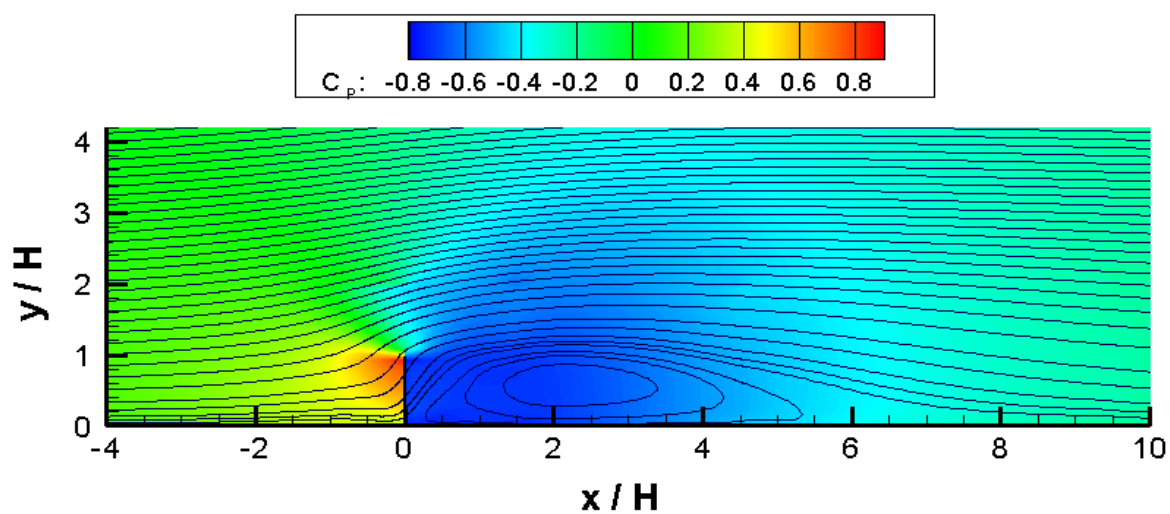
Slika 6.19 Prepreka C – 1.5 H



Slika 6.20 Prepreka C – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine



Slika 6.21 Prepreka C – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine

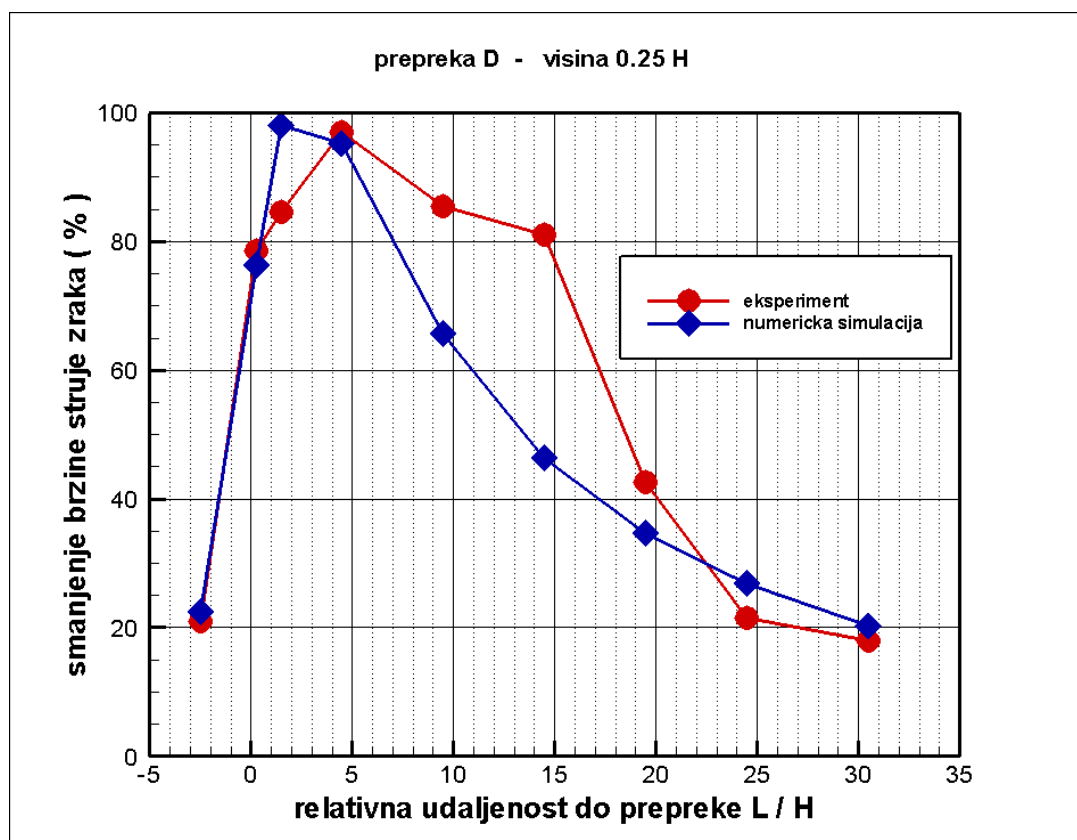


Slika 6.22 Prepreka C – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

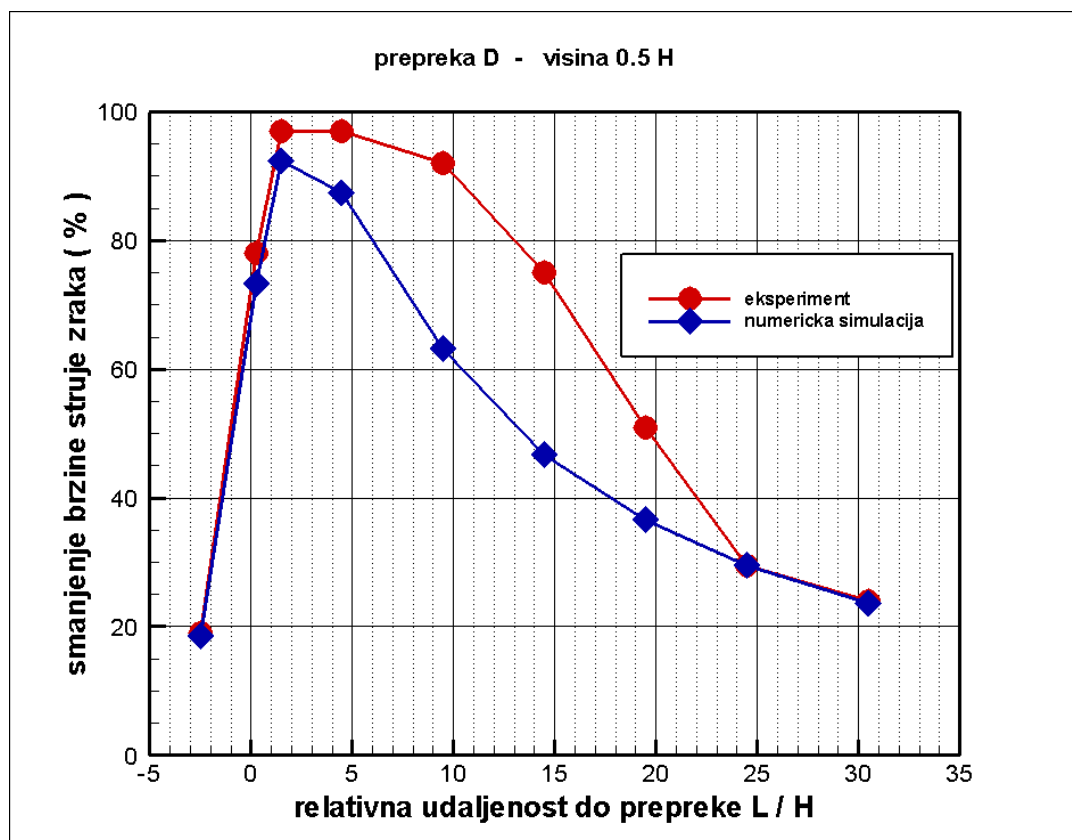


Prepreka C ima poroznost 15.8%, za nju se može zaključiti sve isto kao i za prepreku B. Smanjenje brzine strujanja u točkama prije prepreke ( $-2.5H$ ) manje je nego kod prve dvije prepreke. Postotno smanjenje brzine strujanja iza prepreke manjih je vrijednosti nego kod prepreka A i B. S preprekom C mogu se ostvariti velika smanjenja brzine strujanja na manjim visinama ( $0.25 H$ ,  $0.5 H$ ) kao što je vidljivo na slikama 6.16 i 6.17. Najveće smanjenje brzine strujanja dobiveno je na manjim visinama ( $0.25H$ ,  $0.5H$ ) na udaljenostima do  $4.5H$  od prepreke, nakon te udaljenosti dolazi do opadanja vrijednosti smanjenja brzine strujanja. Vrtlog koji nastaje iza prepreke C manji je nego u slučaju prepreke B što pokazuje da će se njegove dimenzije smanjivati s povećanjem poroznosti prepreke. Smanjivanjem dimenzija vrtloga spušta se i njegovo središte. Središte vrtloga kod ove prepreke je otprilike na visini pola prepreke što je vidljivo na slici 6.20. Smanjenjem dimenzija vrtloga te spuštanjem njegovog središta smanjuje se i područje crvene boje na slici 6.21 koje označava dio u kojem postoji brzina strujanja suprotna od smjera osi  $x$ . Sa slike 6.21 se također može vidjeti da u području iza prepreke prevladavaju vrijednosti relativnog koeficijenta brzine strujanja 50-100% (svjetlozelena i narančasta boja). Bezdimenzijski koeficijent tlaka kod prepreke C u rasponu je od  $-0.8$  do  $0.9$  što je također manje nego u slučaju B pa se iz toga može zaključiti da će i bezdimenzijski koeficijent tlaka padati s povećanjem poroznosti prepreke što je i logično.

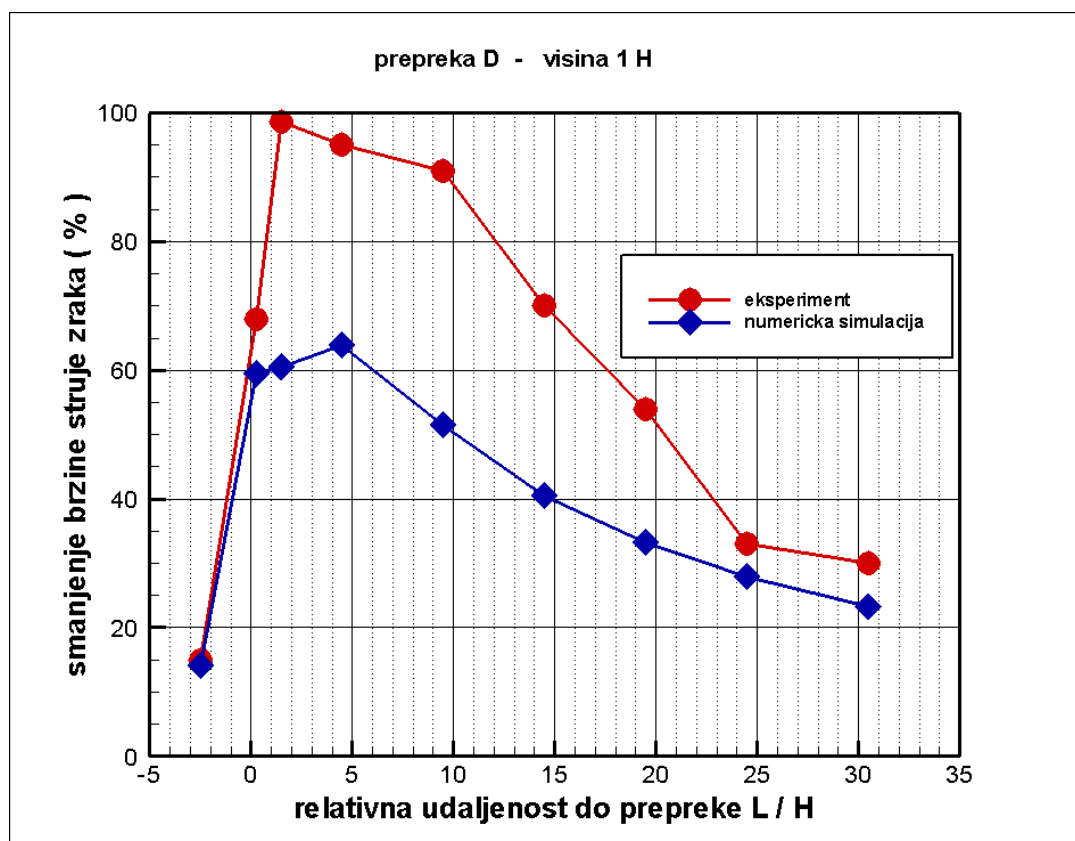
## 6.4. PREPREKA D I PREPREKA E



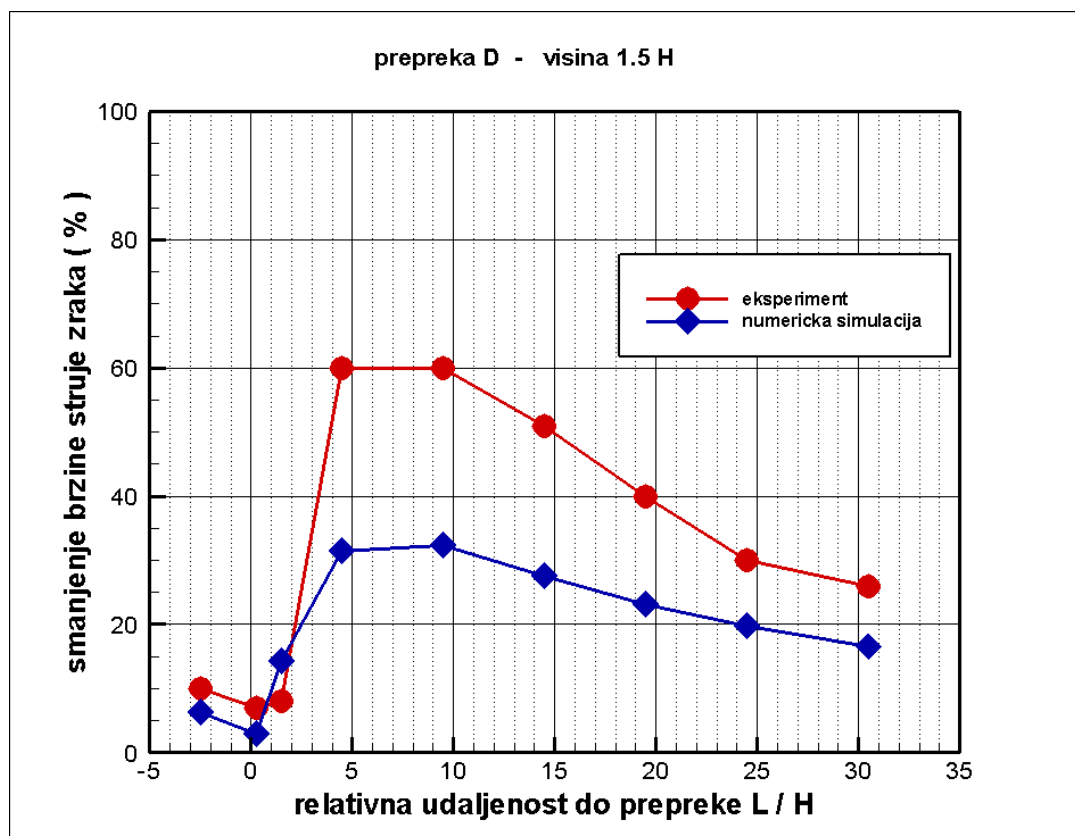
Slika 6.23 Prepreka D – 0.25 H



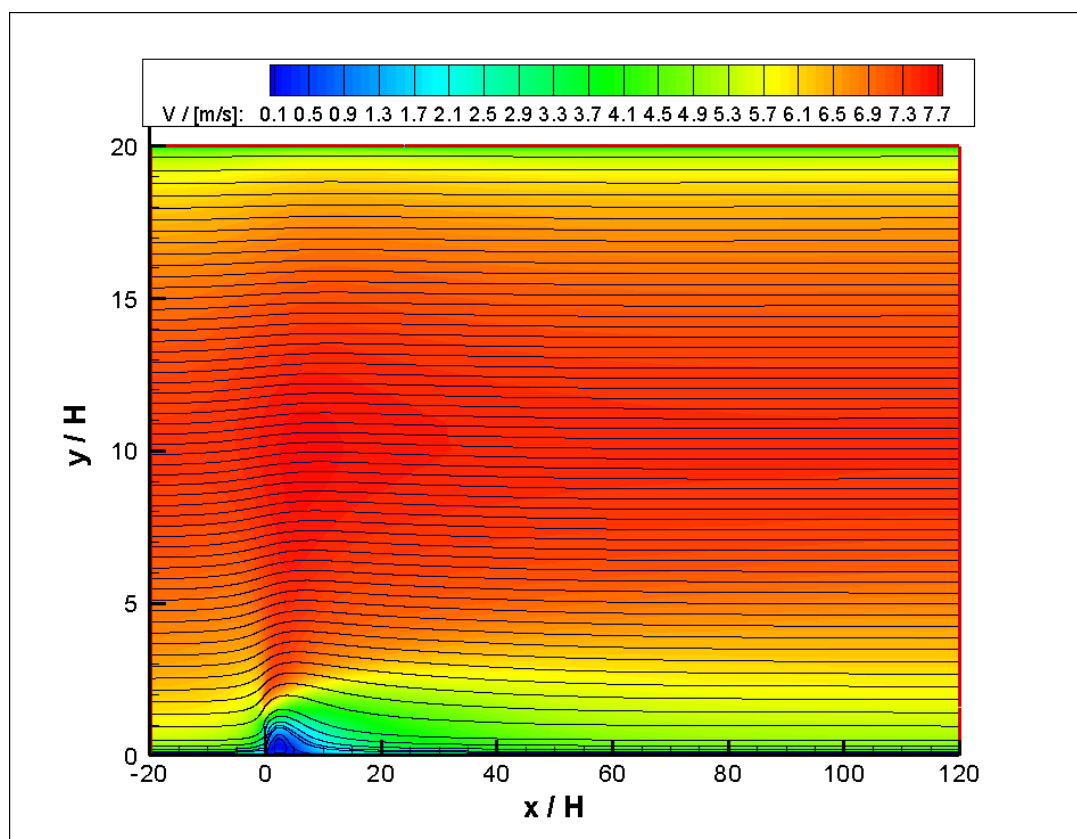
Slika 6.24 Prepreka D – 0.5 H



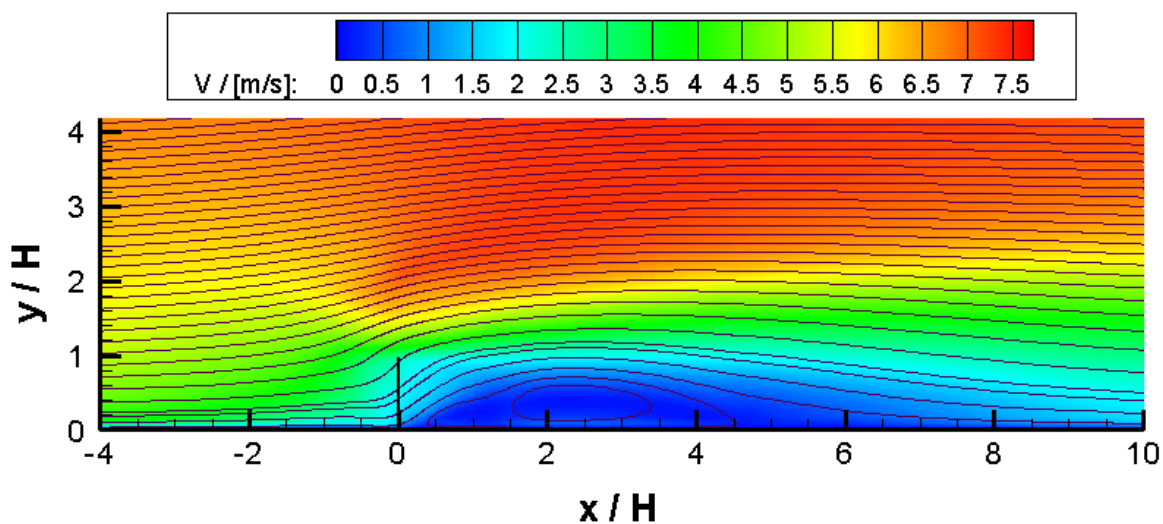
Slika 6.25 Prepreka D – 1 H



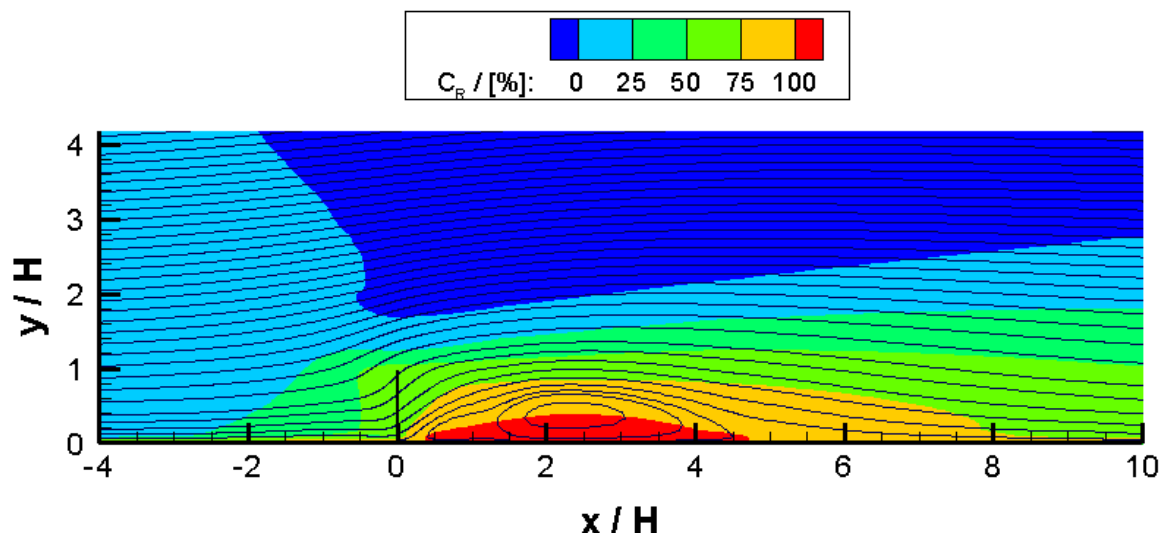
Slika 6.26 Prepreka D – 1.5 H



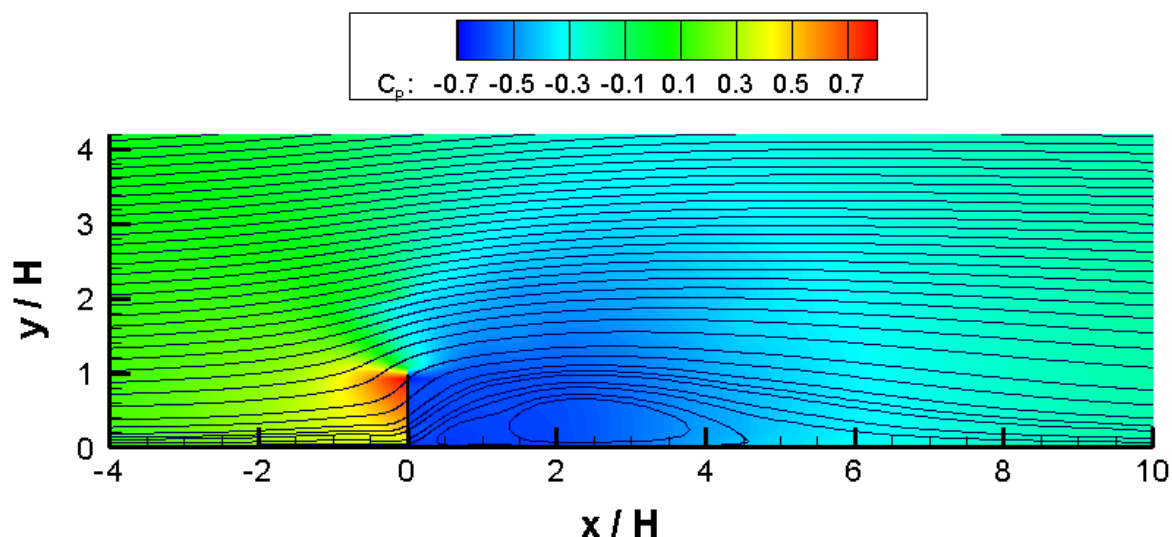
Slika 6.27 Prepreka D – Polje apsolutne vrijednosti brzine



Slika 6.28 Prepreka D – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine

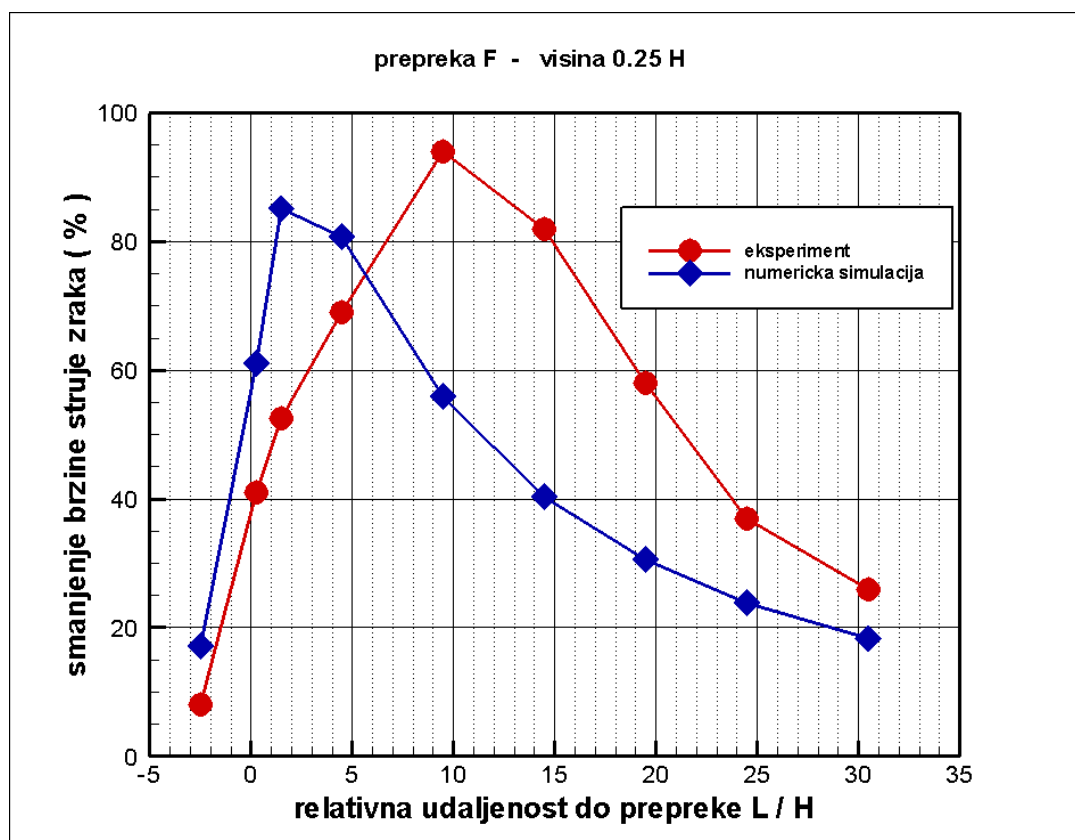


Slika 6.29 Prepreka D – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine

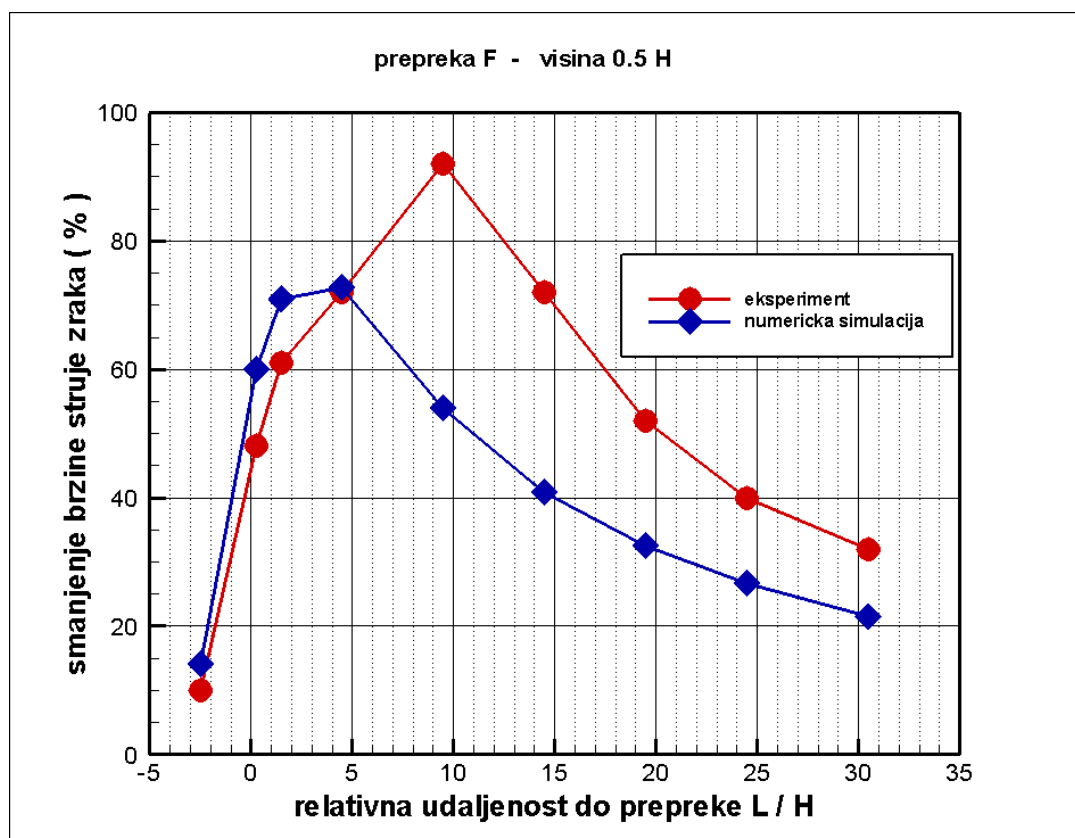


Slika 6.30 Prepreka D – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

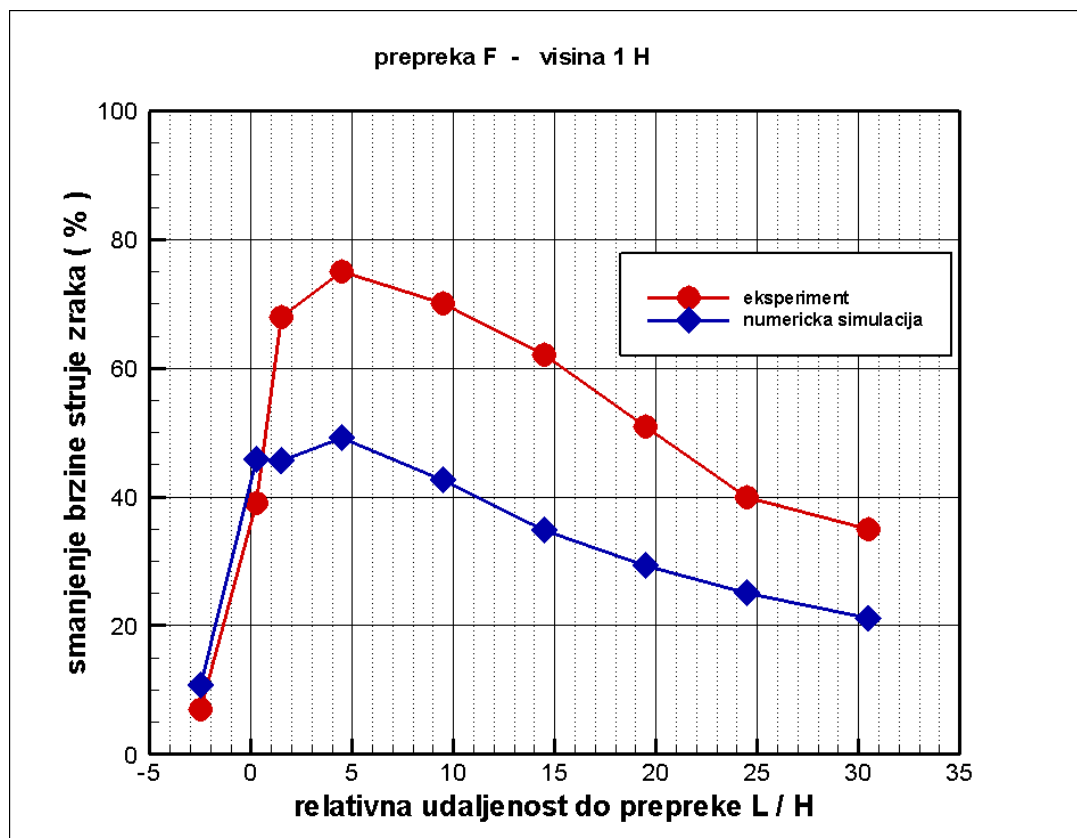
Prepreka D poroznosti je 24%, dok je prepreka E poroznosti 25.8%, zbog jako male razlike u poroznosti rezultati numeričke simulacije su jako slični pa su oni dani samo za prepreku D. Na slici 6.27 prikazano je polje apsolutne vrijednosti brzine strujanja i ako se ono uspoređi sa slikom 6.6 kod prepreke A može se lako uočiti smanjenje vrtloga koje se dobije u odnosu na punu prepreku ako se koriste prepreke poroznosti otprilike 25%. Na slici 6.28 vidi se veličina vrtloga i njegovo središte koje je za prepreke D i E na nekoj visini između  $0.25 H$  i  $0.5H$ . S preprekama D i E može se još uvijek postići veliko smanjenje brzine strujanja na manjim visinama ( $0.25 H$ ,  $0.5 H$ ) što je vidljivo na slikama 6.23 i 6.24. Na višim visinama ( $1 H$ ,  $1.5 H$ ) na udaljenostima od prepreke  $4.5 H$  i  $9.5 H$  dolazi do odstupanja čak i do 40% od eksperimentalno mjerenih podataka, znači da je visina vrtloga koja se pojavila u eksperimentu bila veća od visine istog koja se javila u numeričkoj simulaciji. Usporedbom dijagrama vidljivo je da se i kod eksperimenta i kod numeričke simulacije vrijednost postotnog smanjenja brzine strujanja povećava do udaljenosti  $4.5H$  od prepreka, a tada dolazi dok njezinog opadanja. Bezdimenzijski koeficijent tlaka za prepreke D i E u rasponu je od  $-0.7$  do  $0.8$ .

6.5. *PREPREKA F*

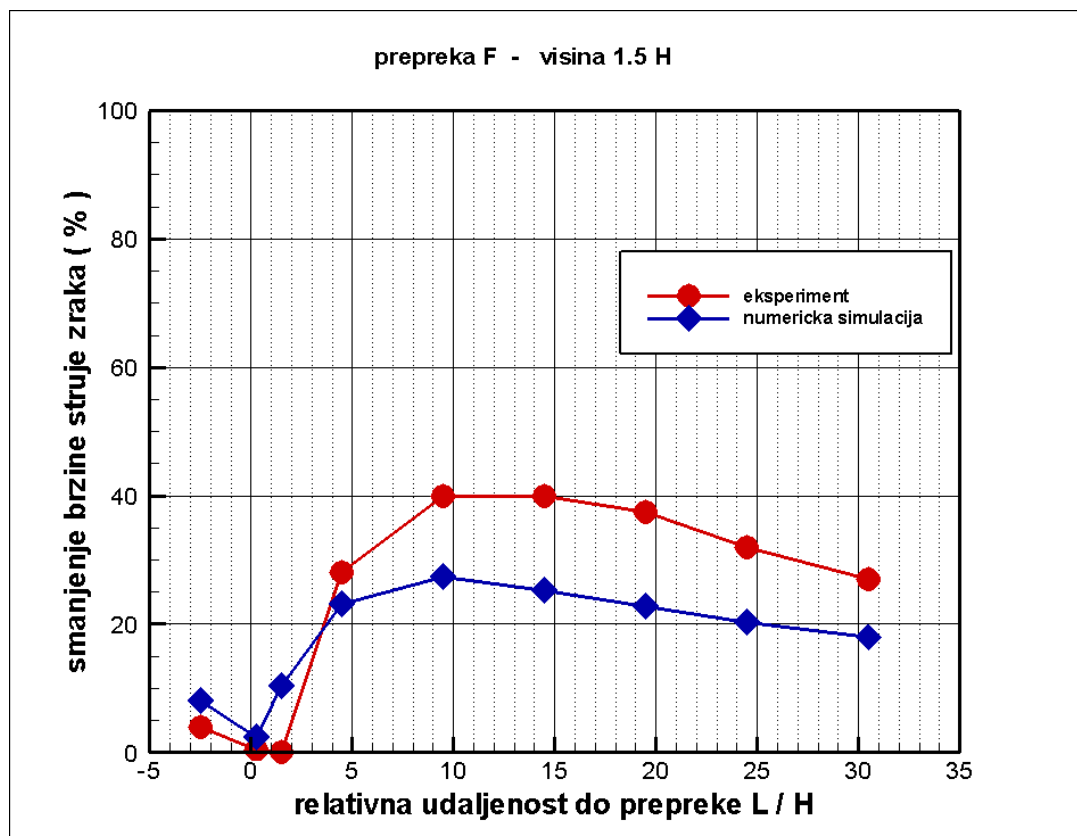
Slika 6.31 Prepreka F – 0.25 H



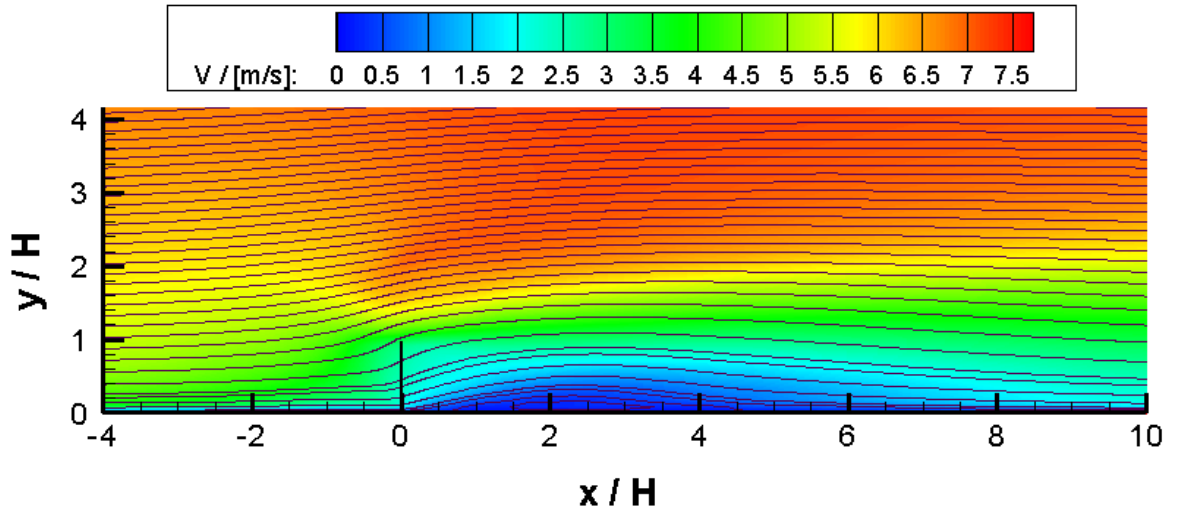
Slika 6.32 Prepreka F – 0.5 H



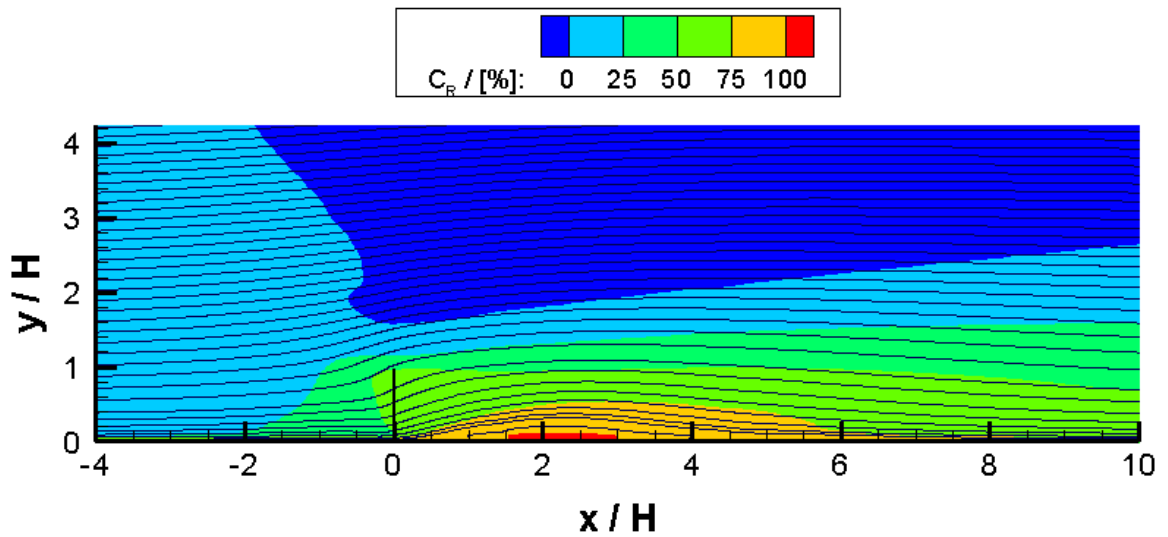
Slika 6.33 Prepreka F – 1 H



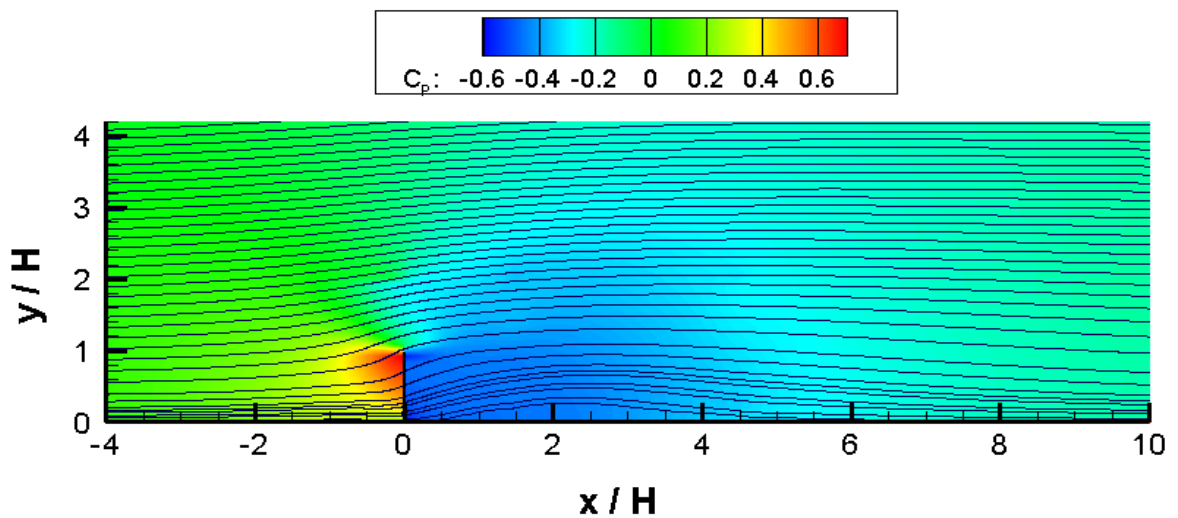
Slika 6.34 Prepreka F – 1.5 H



Slika 6.35 Prepreka F – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine



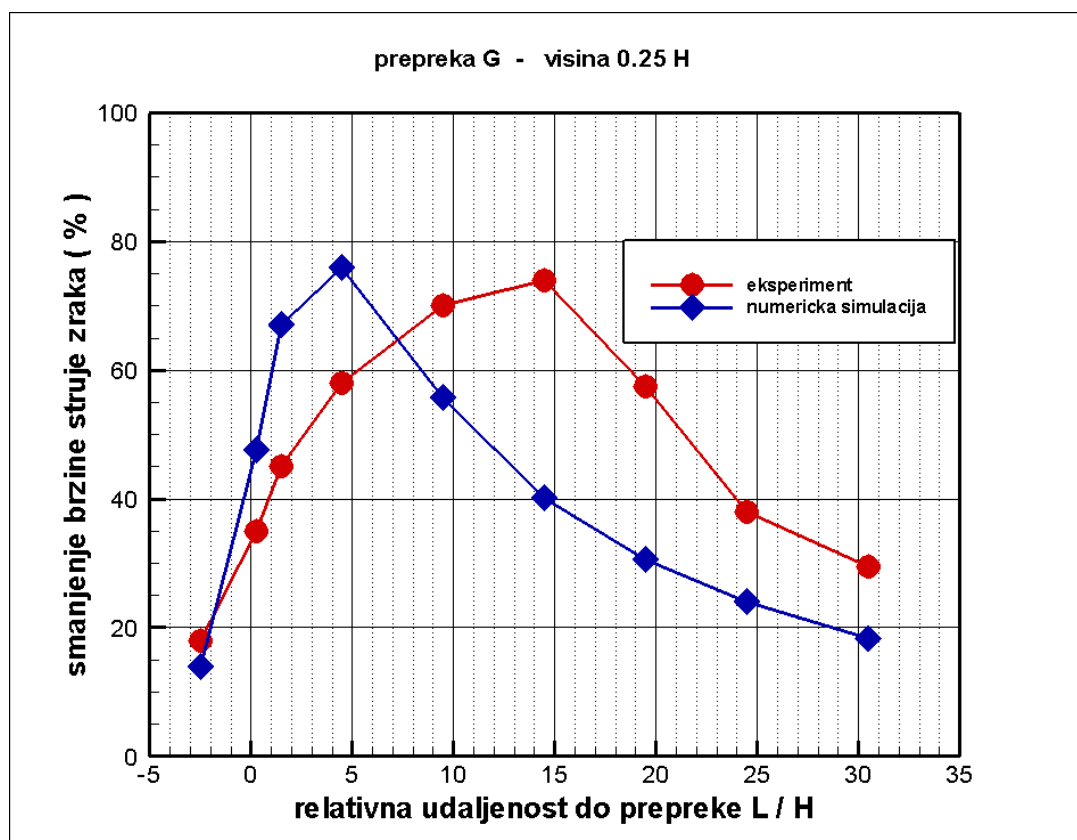
Slika 6.36 Prepreka F – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine



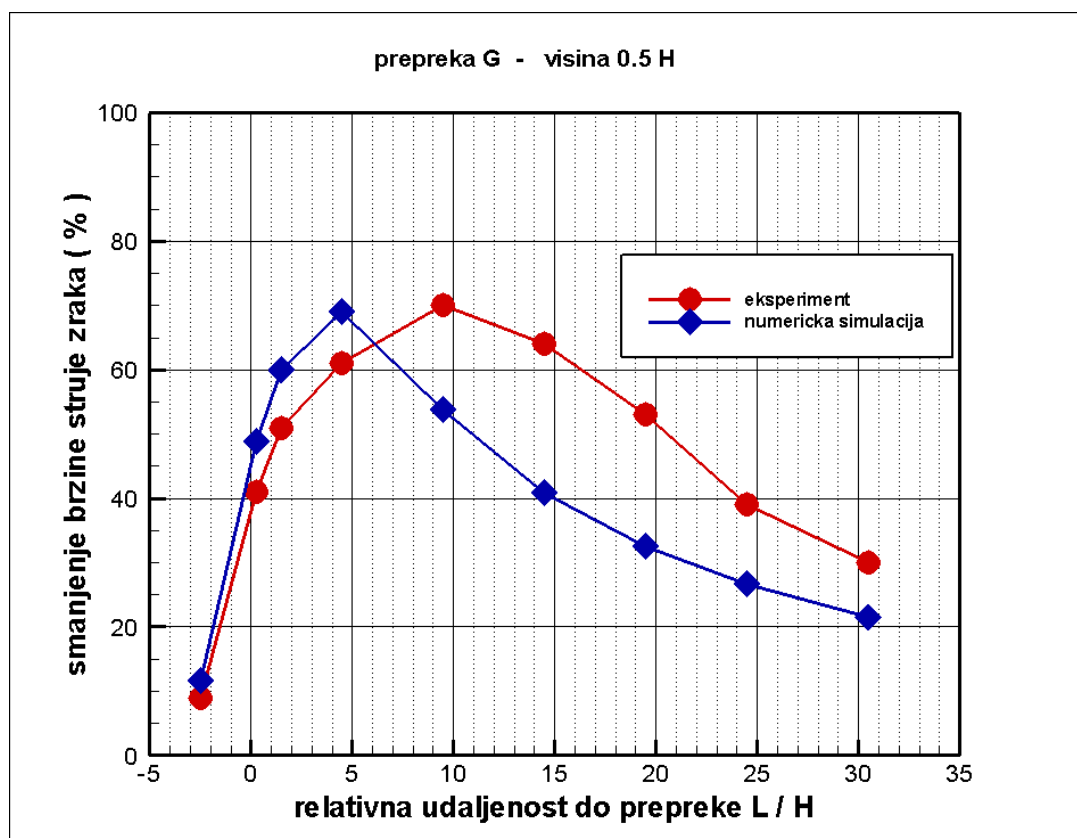
Slika 6.37 Prepreka F – Strujnice u polju koeficijenta tlaka



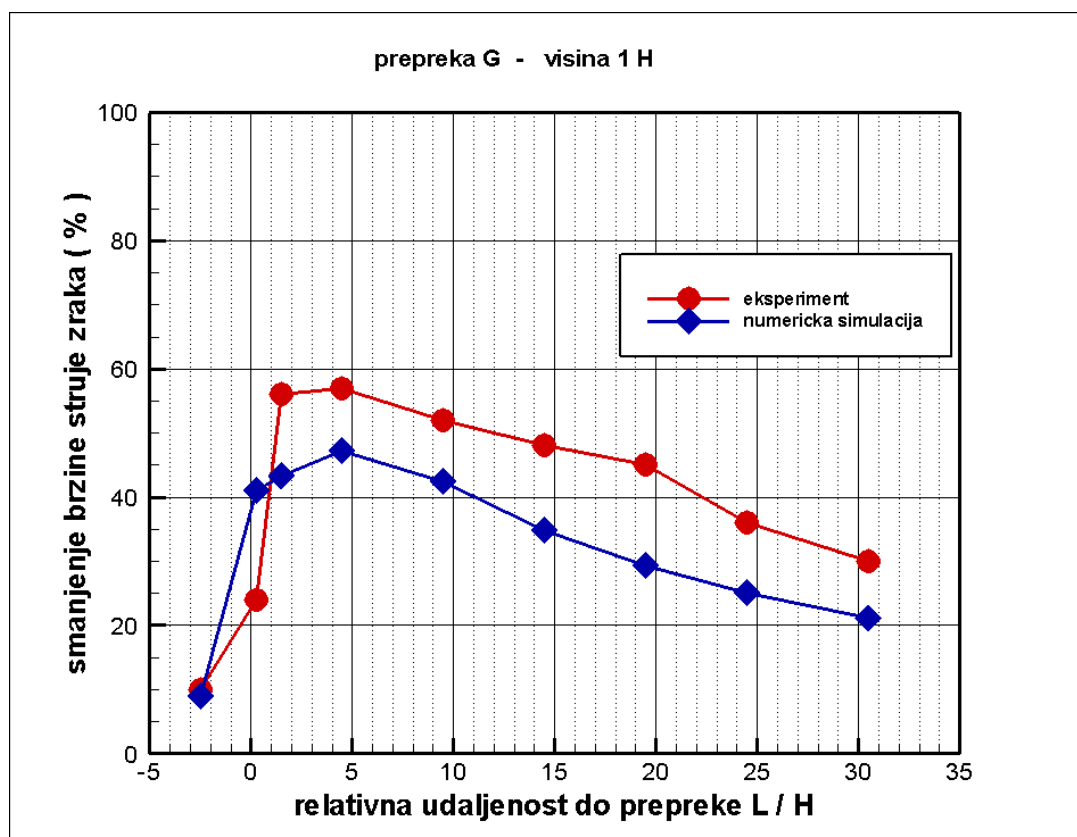
Prepreka F ima poroznost 35.7%, kod nje je visina vrtloga nakon prepreke jako malena ali on ipak postoji. Na slici 6.36 vidi se još uvijek crveno područje koje označava da postoji brzina strujanja u suprotnom smjeru od osi  $x$  i to je dokaz da postoji i mali vrtlog. Najveća odstupanja rezultata eksperimenta sa rezultatima dobivenih numeričkom simulacijom zabilježena su na manjim visinama (0.25 H, 0.5 H) na udaljenosti 9.5 H od prepreke što se vidi na slikama 6.31 i 6.32. Poklapanje rezultata na manjim visinama nije najbolje, postoje velike razlike i to na udaljenostima većim od 4.5 H od prepreke. Usporedbom rezultata na visini 1 H također se da zaključiti da su odstupanja rezultata velika. Očito je da je vrtlog u eksperimentu bio dosta veći sa višim središtem i u tome se može tražiti razlog neslaganja rezultata. Na slici 6.34 može se vidjeti da rezultati na visini 1.5 H odstupaju manje od rezultata na ostalim visinama pa je za očekivati da će se oni s povećanjem poroznosti prepreke sve bolje i bolje poklapati. Usporedbom slika 6.36 i 6.29 vidljivo je da su područja narančaste i crvene boje koje označuju koeficijent relativnog smanjenja brzine manja kod prepreke F pa se stoga može zaključiti da će se ona povećanjem poroznosti prepreke i dalje smanjivati, tj. smanjivat će se i vrijednost koeficijenta relativnog smanjenja brzine nakon prepreke. Bezdimenzijski koeficijent tlaka za prepreku F je u rasponu od -0.6 do 0.7 što je manje nego za prepreku D i E pa se može zaključiti da će s povećanjem poroznosti njegova vrijednost i dalje opadati.

6.6. *PREPREKA G I PREPREKA H*

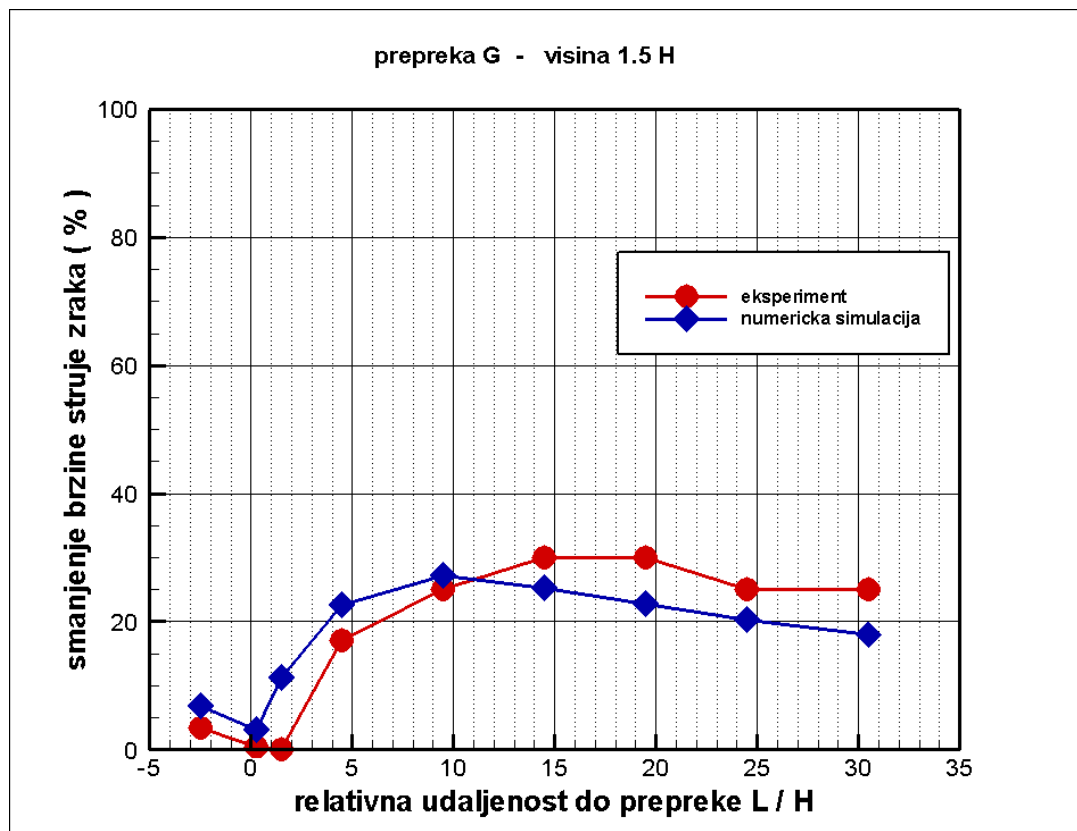
Slika 6.38 Prepreka G – 0.25 H



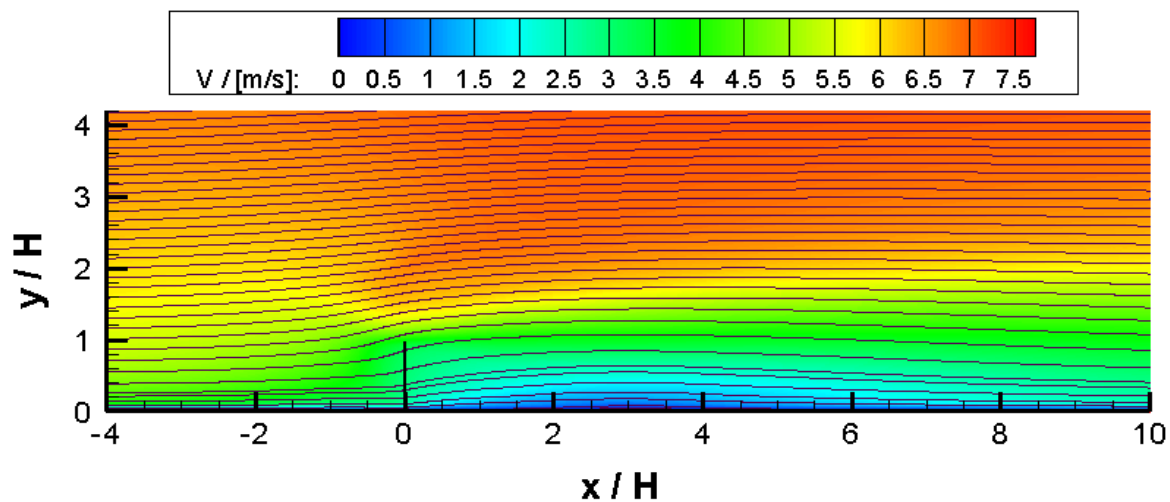
Slika 6.39 Prepreka G – 0.5 H



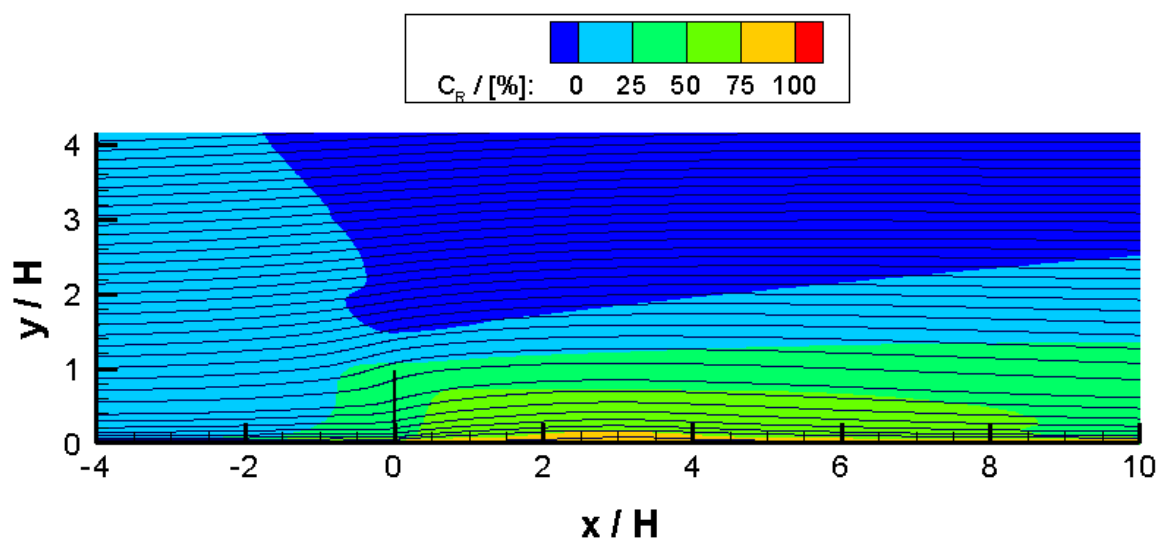
Slika 6.40 Prepreka G – 1 H



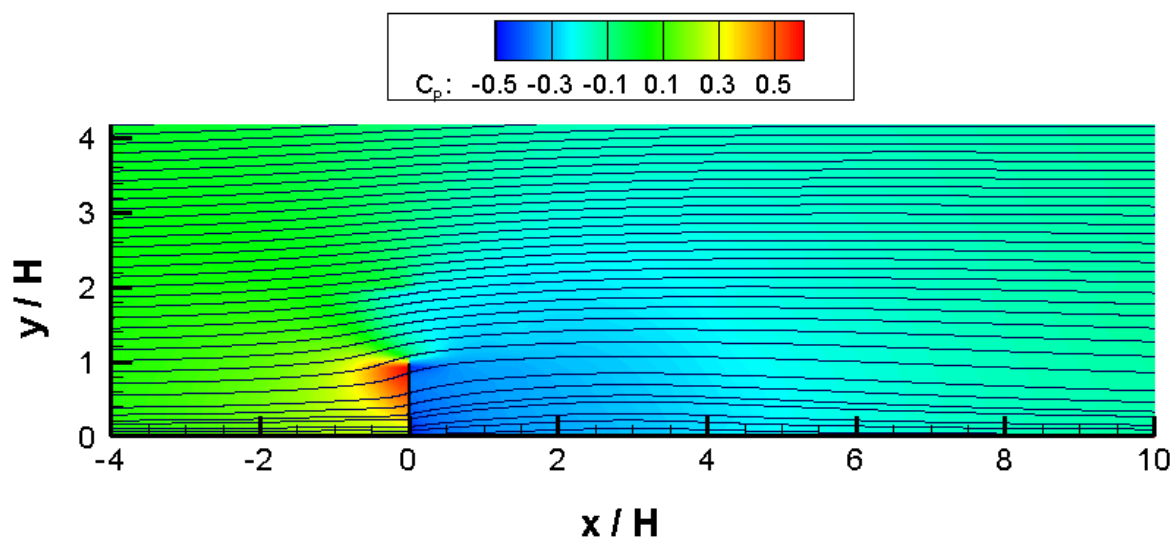
Slika 6.41 Prepreka G – 1.5 H



Slika 6.42 Prepreka G – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine



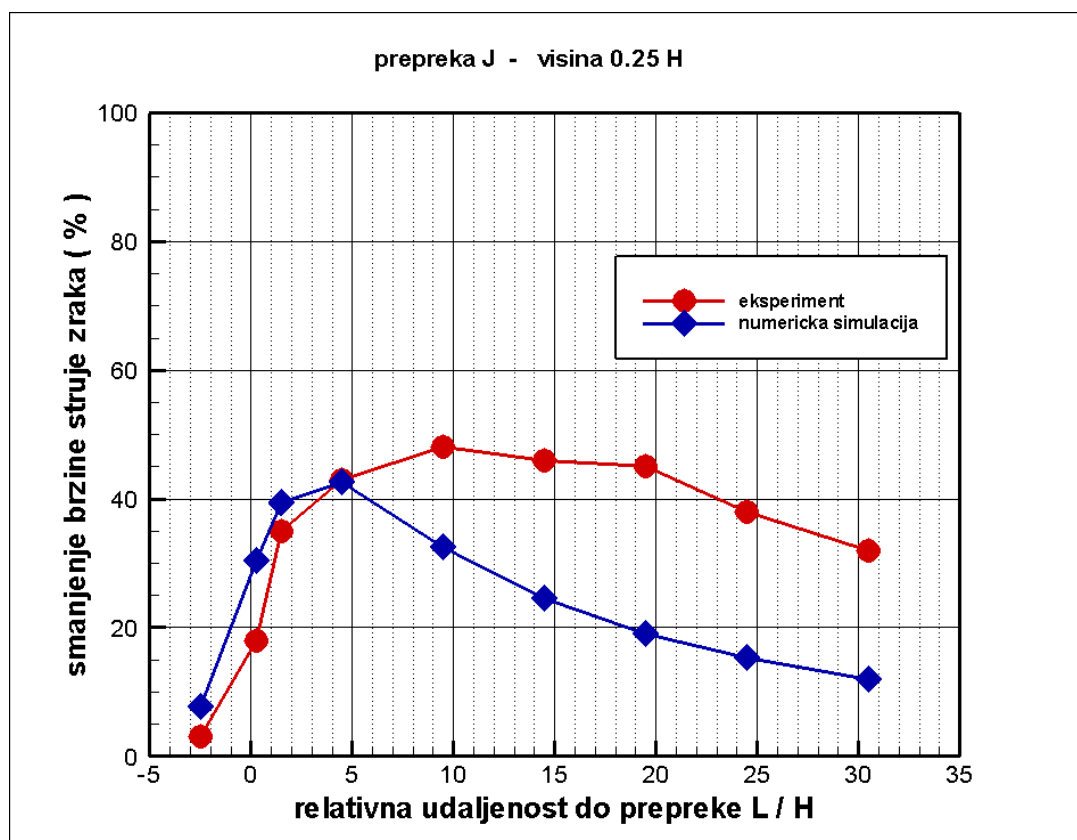
Slika 6.43 Prepreka G – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine



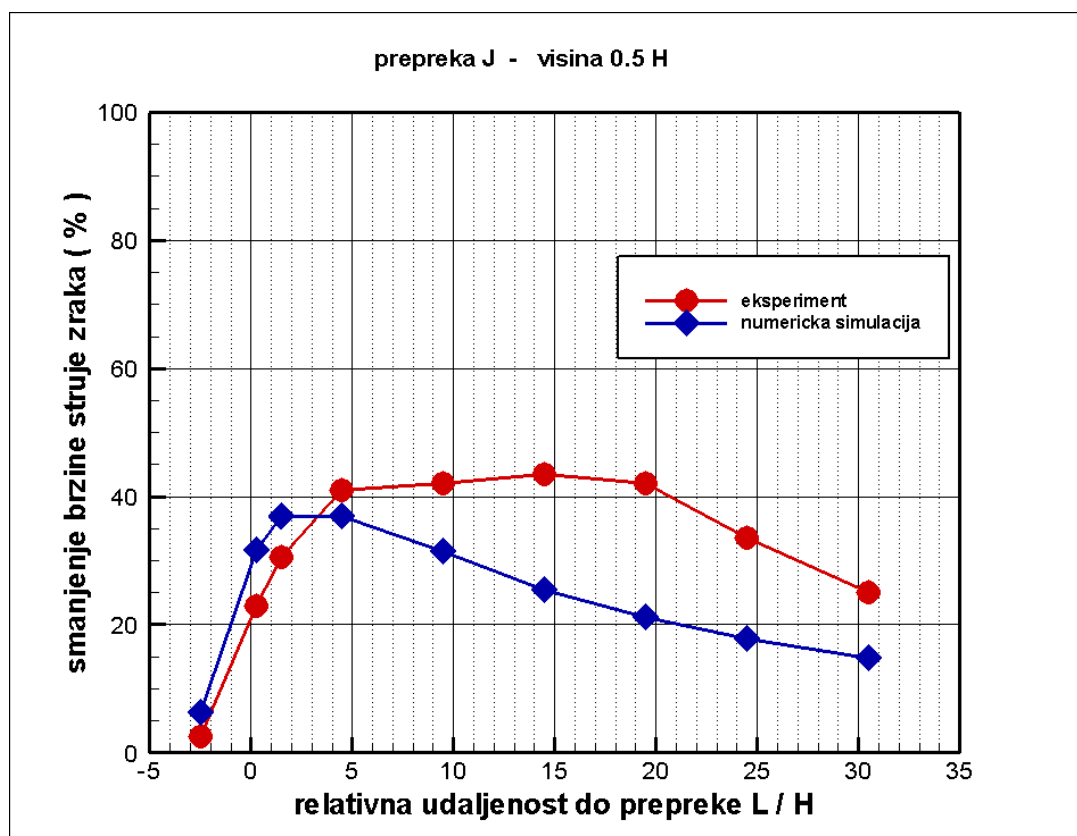
Slika 6.44 Prepreka G – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

Prepreka G ima poroznost 46.6%, dok prepreka H ima poroznost 49.1%. Zbog malene razlike u poroznosti ove dvije prepreke (2.5%) rezultati dobiveni numeričkom simulacijom su slični pa su oni prikazani samo za prepreku G. Na najmanjoj visini čiji graf prikazuje slika 6.38 postoji najveće odstupanje u rezultatima i to na udaljenosti od prepreke 14.5 H. Na visini 0.5 H odstupanja rezultati se relativno dobro slažu do udaljenosti 4.5 H od prepreke kada dolazi do malo većeg odstupanja koje se vidi na slici 6.39. Na većim visinama (1 H, 1.5 H) slaganja rezultata su bolja kao što prikazuju slike 6.40 i 6.41. Time je potvrđeno da se povećanjem poroznosti smanjuju razlike u rezultatima što je i bilo za očekivati. Na slici 6.43 više nema crvenog područja kod kojeg je brzina strujanja suprotna od smjera osi  $x$ , pa se može zaključiti da kod prepreka G i H više nema pojave vrtloga. Dakle vrtlog nestaje kod prepreke neke poroznosti između 35.7% i 46.6%. Na slici 6.43 može se vidjeti da iza prepreke prevladava područje zelene boje pa je koeficijent relativnog smanjenja brzine kod ove prepreke u velikom dijelu područja nakon prepreke iznosa 25-75%. Raspon koeficijenta bezdimenzijskog tlaka za prepreku G ide od -0.5 do 0.6 što je manje nego kod prepreke F.

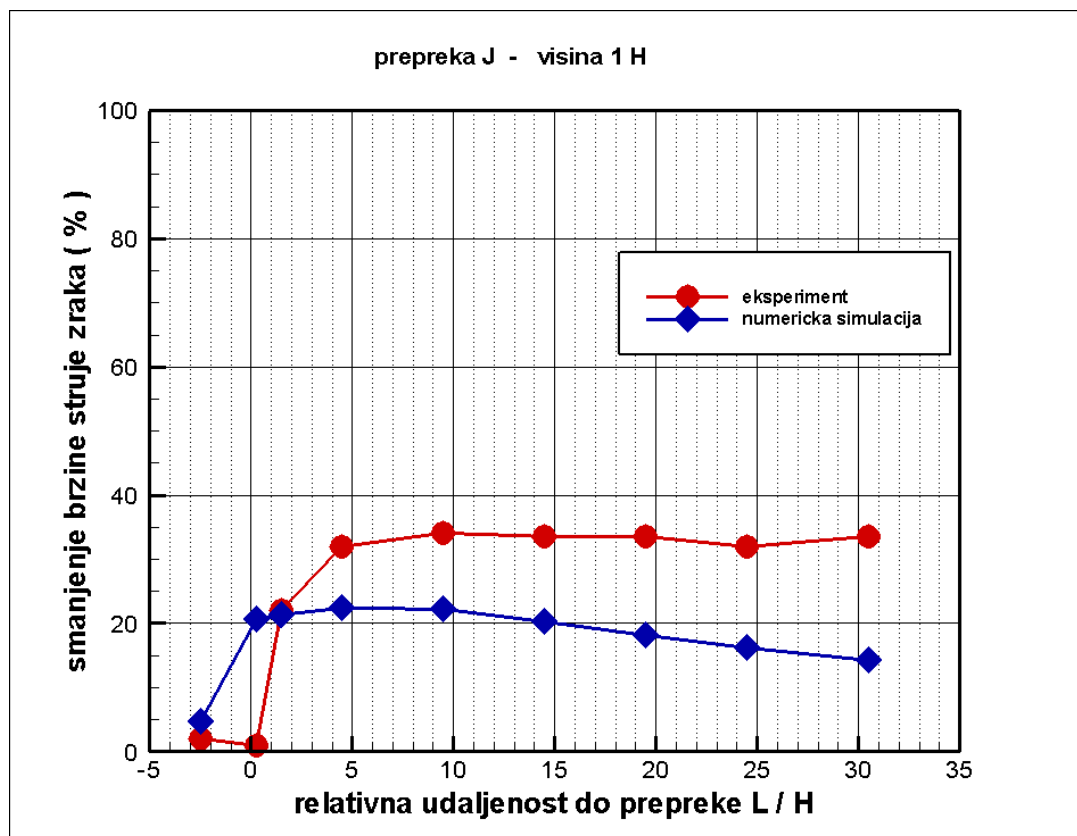
## 6.7. PREPREKA I I PREPREKA J



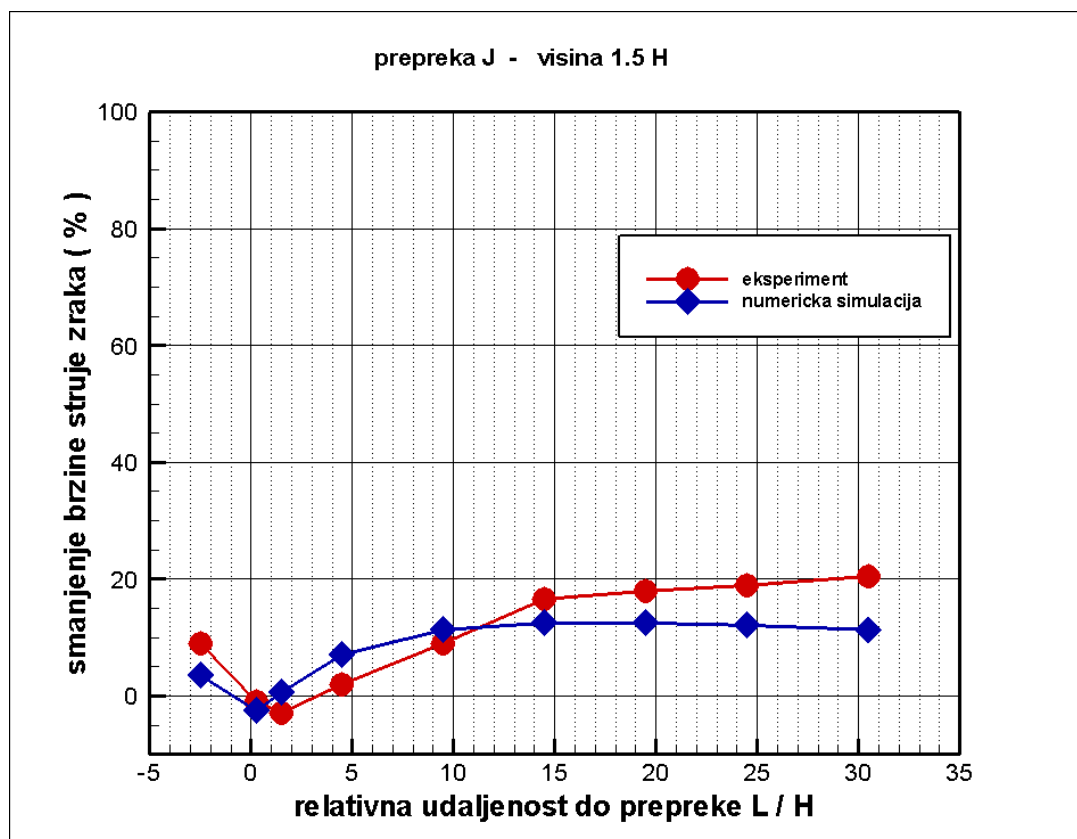
Slika 6.45 Prepreka J – 0.25 H



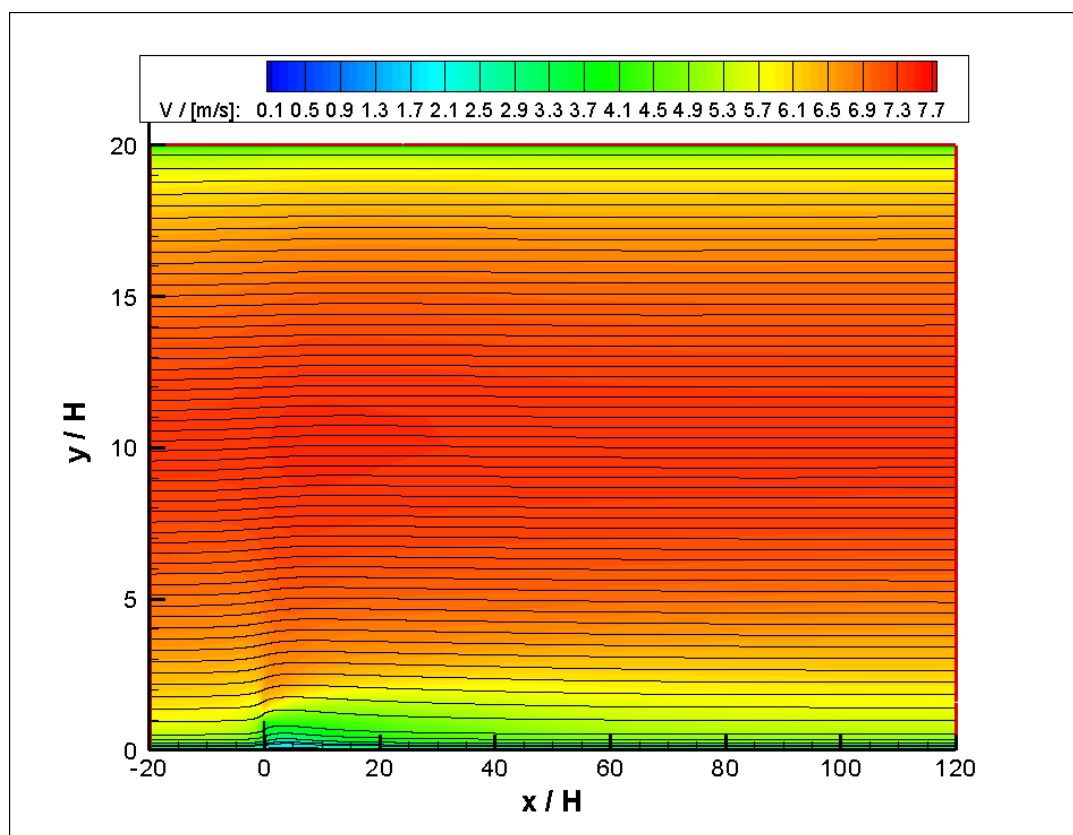
Slika 6.46 Prepreka J – 0.5 H



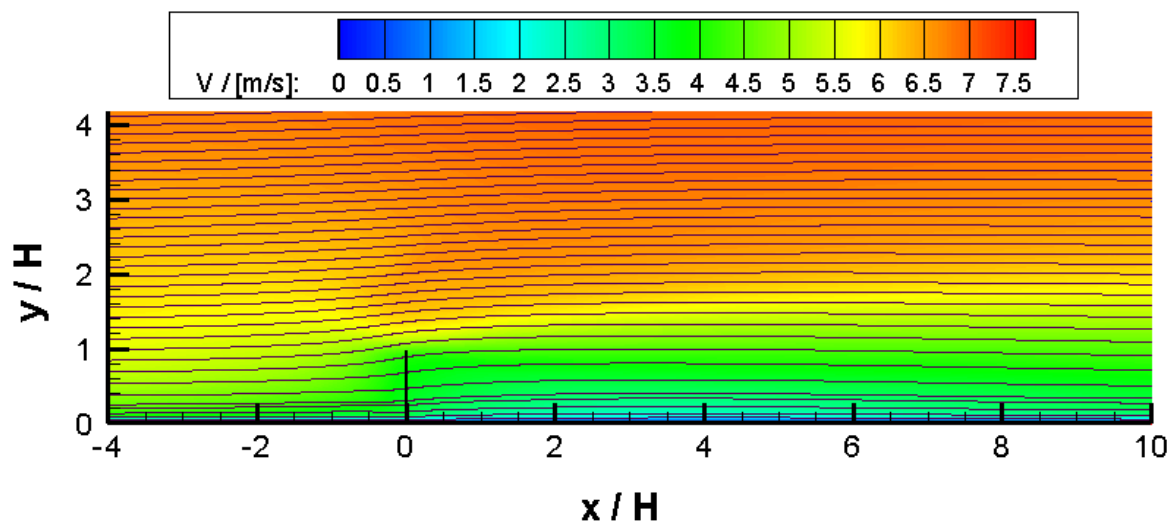
Slika 6.47 Prepreka J – 1 H



Slika 6.48 Prepreka J – 1.5 H

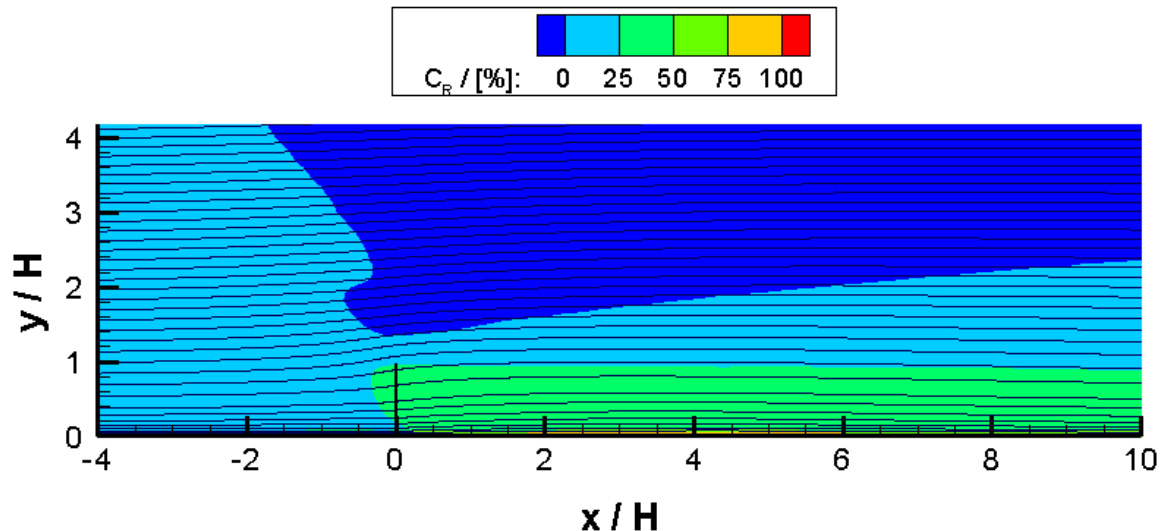


Slika 6.49 Prepreka J – Polje apsolutne vrijednosti brzine

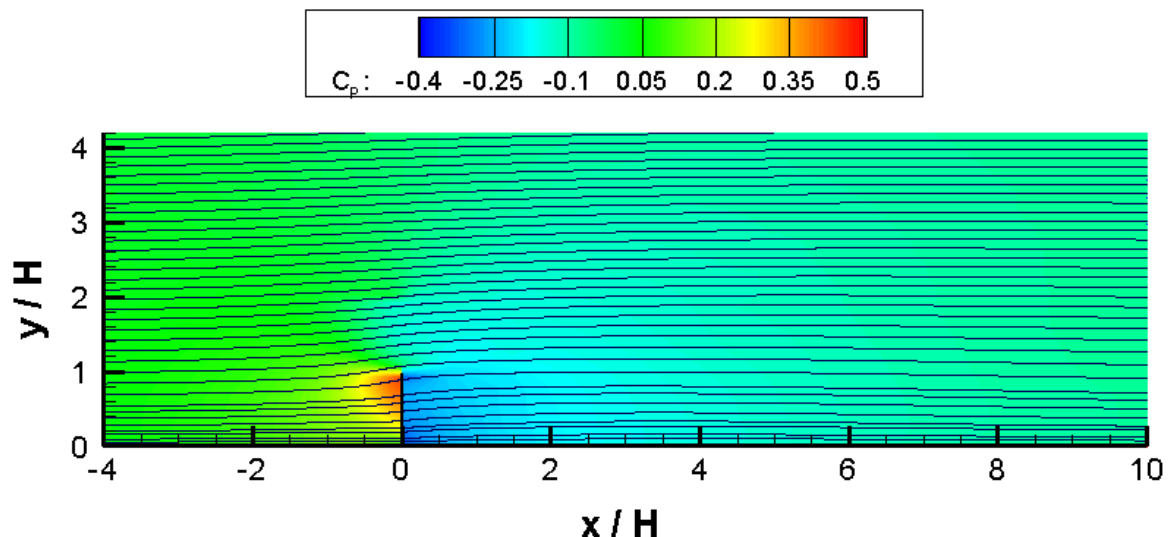


Slika 6.50 Prepreka J – Strujnice u polju apsolutne vrijednosti brzine





Slika 6.51 Prepreka J – Strujnice u polju koeficijenta relativnog smanjenja brzine

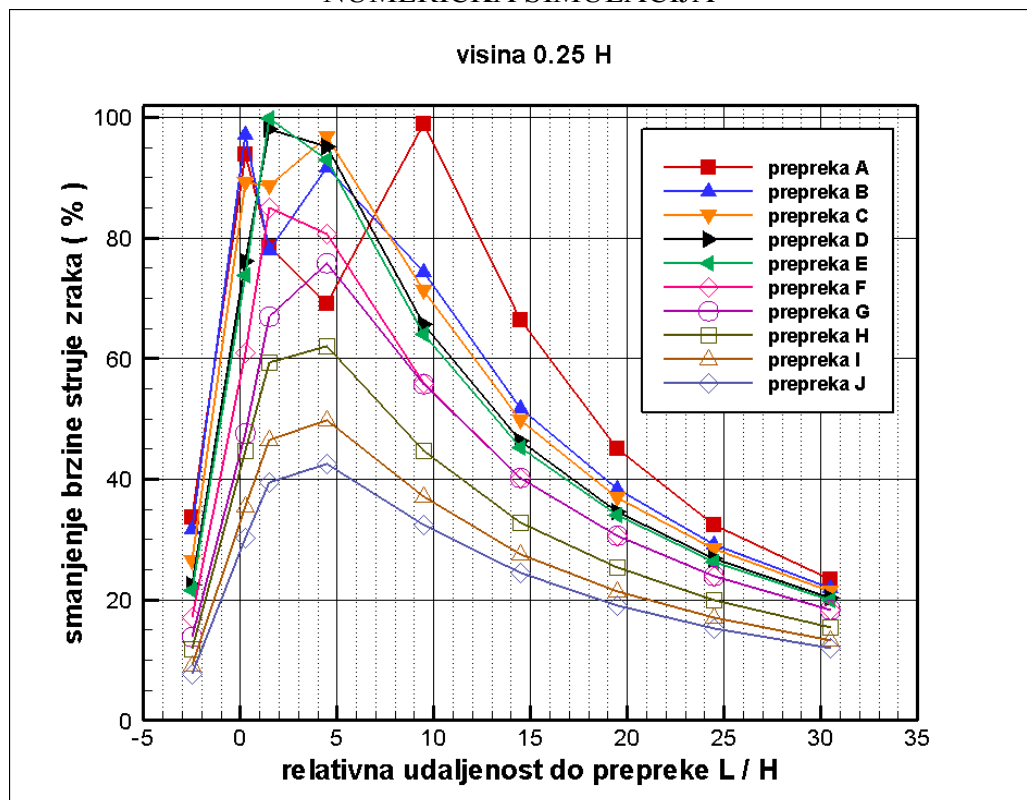


Slika 6.52 Prepreka J – Strujnice u polju koeficijenta tlaka

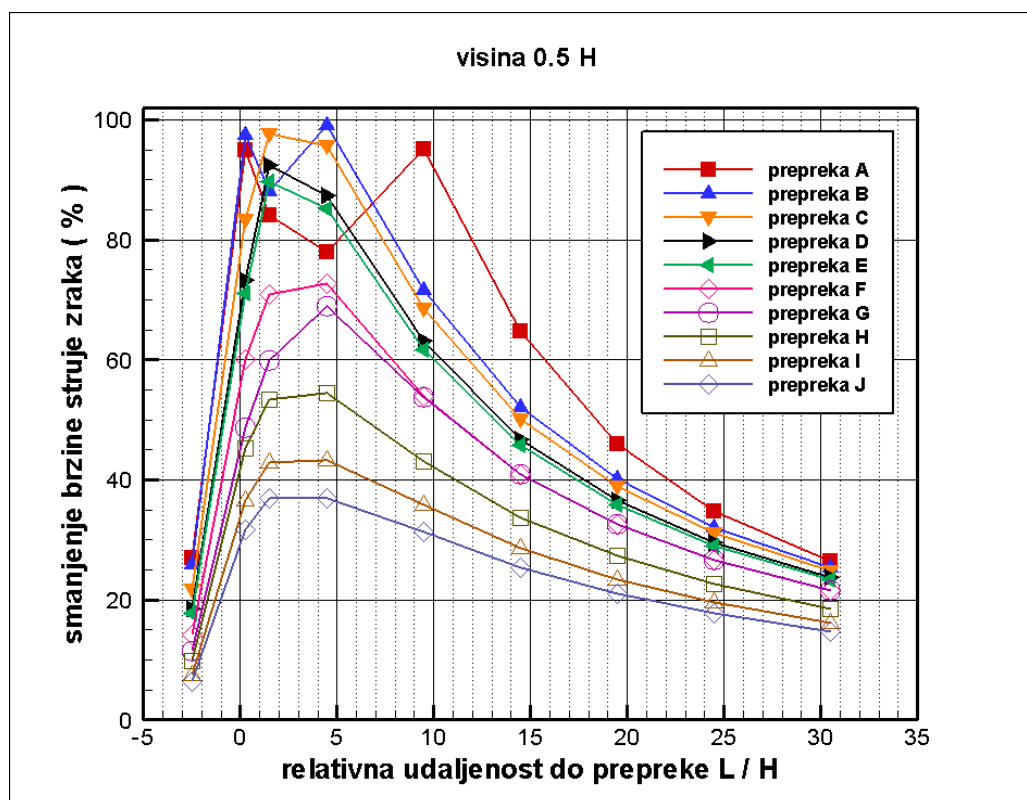
Prepreka I ima poroznost 57.5%, a prepreka J poroznost 62.6%. Ove dvije prepreke imaju sličnu vrijednosti poroznosti i dobiveni rezultati su vrlo slični pa su oni dani samo za prepreku J jer ona ima najveću poroznost od svih promatranih prepreka. Na manjim visinama (0.25 H, 0.5 H) rezultati dobiveni numeričkom simulacijom se dobro poklapaju s eksperimentom do udaljenosti od prepreke 4.5 H, tada dolazi do većih odstupanja od rezultata što se može vidjeti na slikama 6.45 i 6.46. Na visini 1 H postoje relativno velika odstupanja rezultata numeričke simulacije od eksperimenta kako prikazuje slika 6.47. Na visini 1.5 H poklapanja rezultata su i najbolja što je i za očekivati jer je ona iznad visine prepreke, a prepreka je velike poroznosti. Analizom rezultata numeričke simulacije može se zaključiti da je maksimalna vrijednost smanjenja brzine strujanja za prepreku J ne prelazi 50%. Slika 6.49 prikazuje konture apsolutne vrijednosti brzine strujanja za prepreku J na kojoj se vidi da vrtloga iza prepreke nema. Na slici 6.51 vidi se da je potpuno nestalo narančasto područje iza prepreke koje je još postojalo kod prepreke G. Raspon bezdimenzijskog koeficijenta tlaka za prepreke I i J dobiven je od -0.4 do 0.5.

## 6.8. SVE PREPREKE

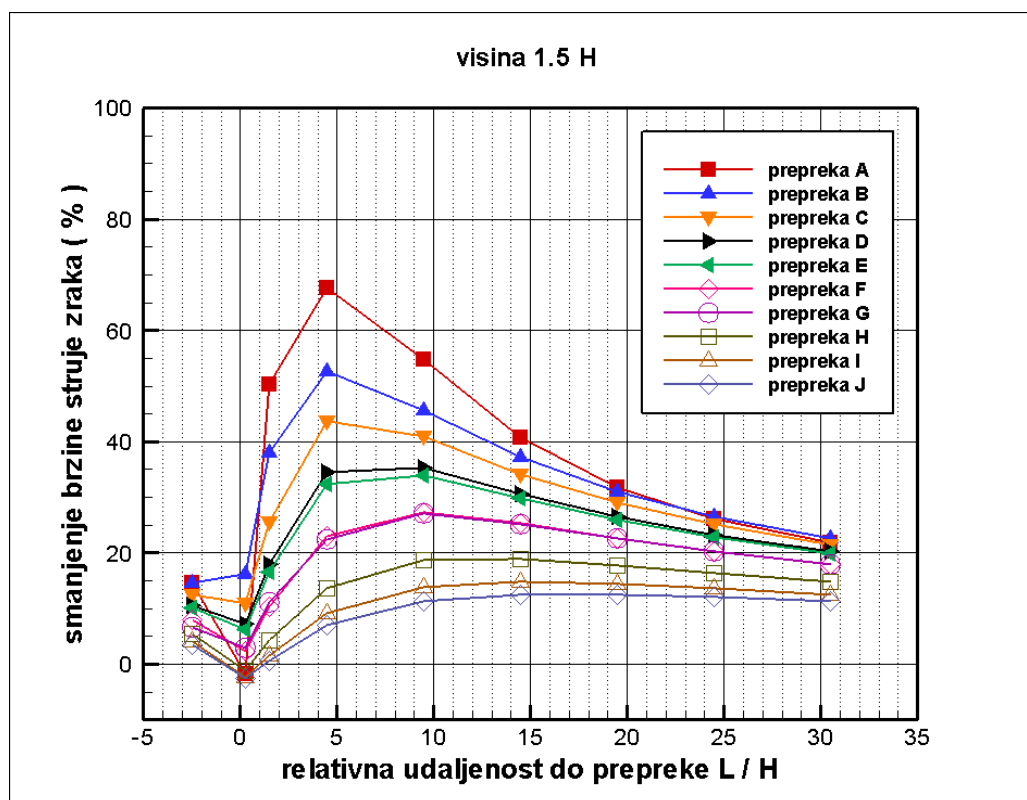
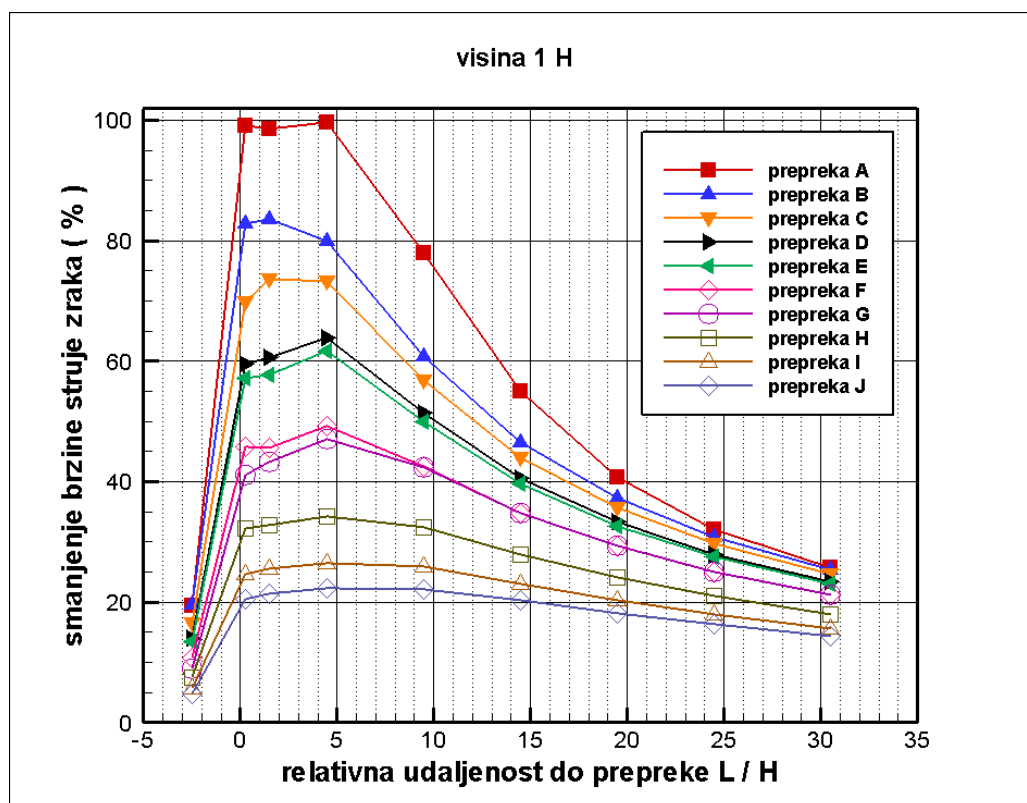
## NUMERIČKA SIMULACIJA



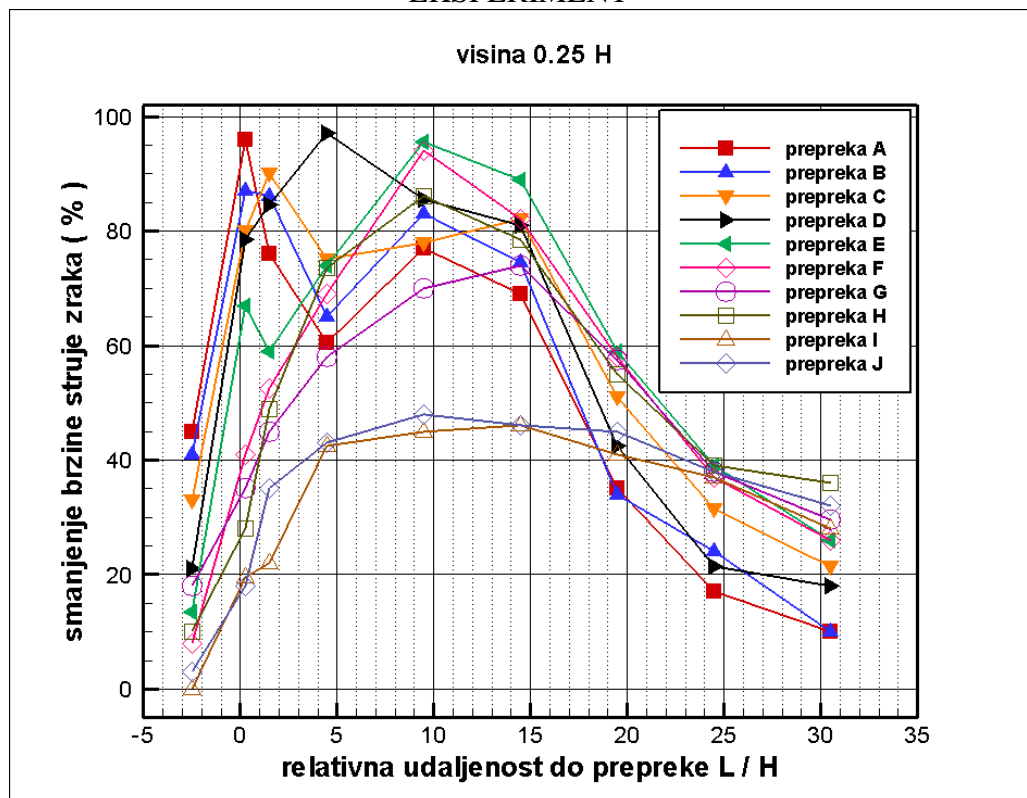
Slika 6.53 Numerička simulacija – 0.25 H



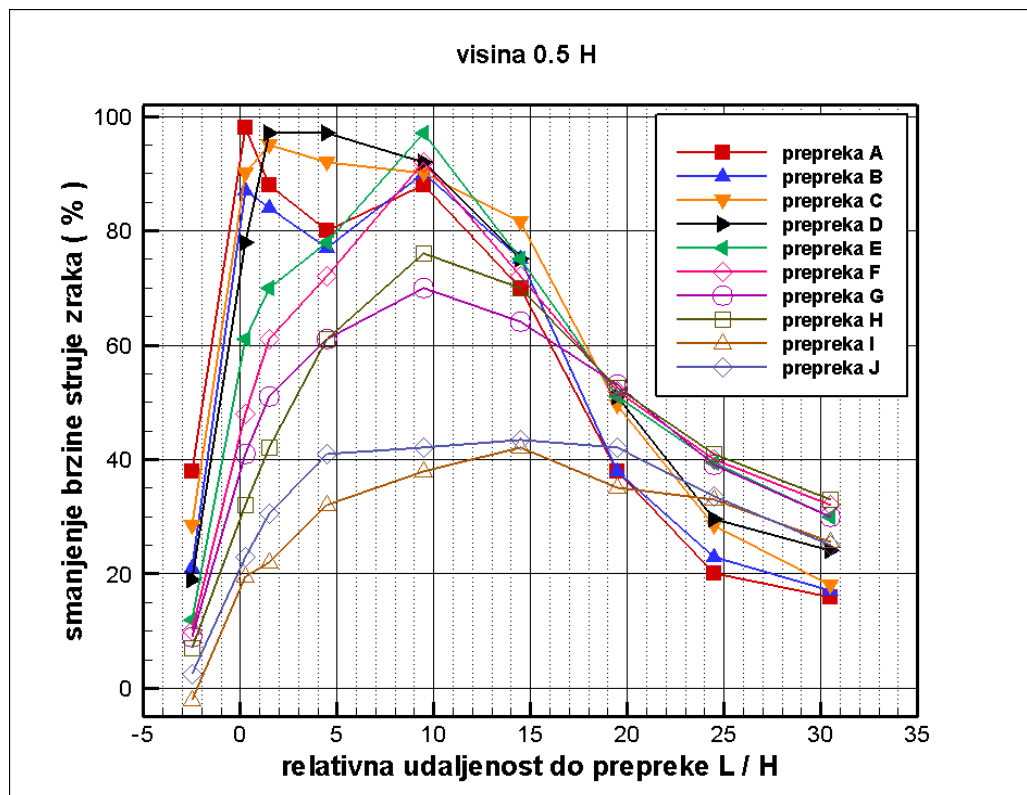
Slika 6.54 Numerička simulacija – 0.5 H



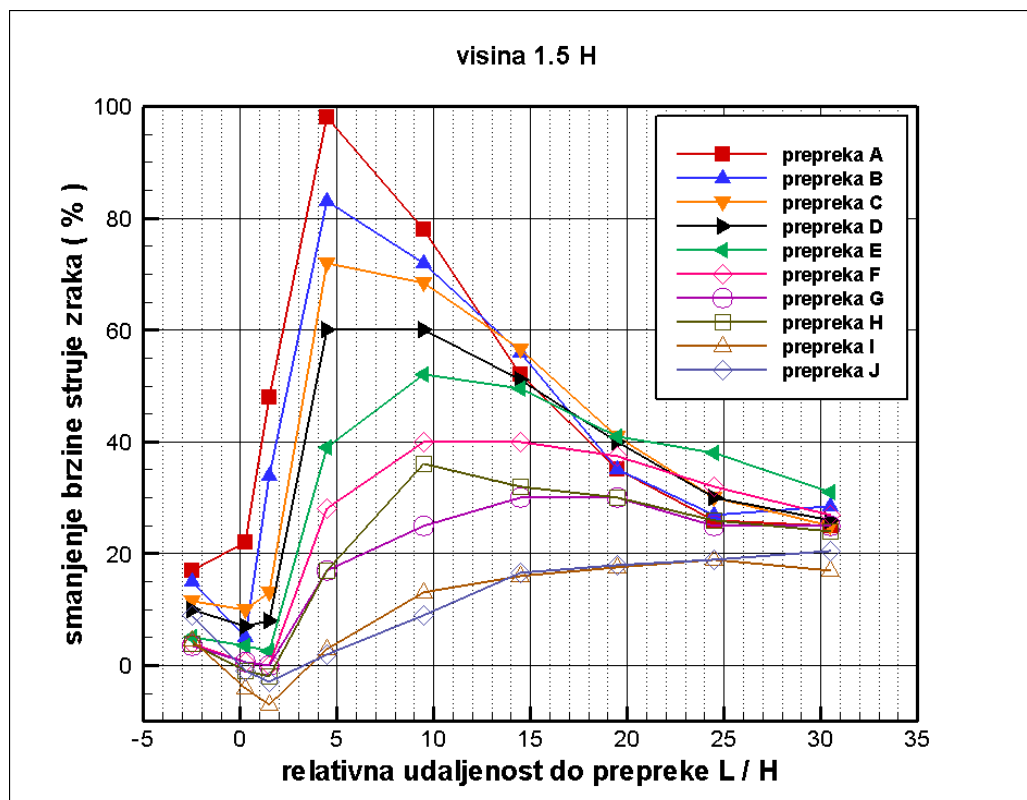
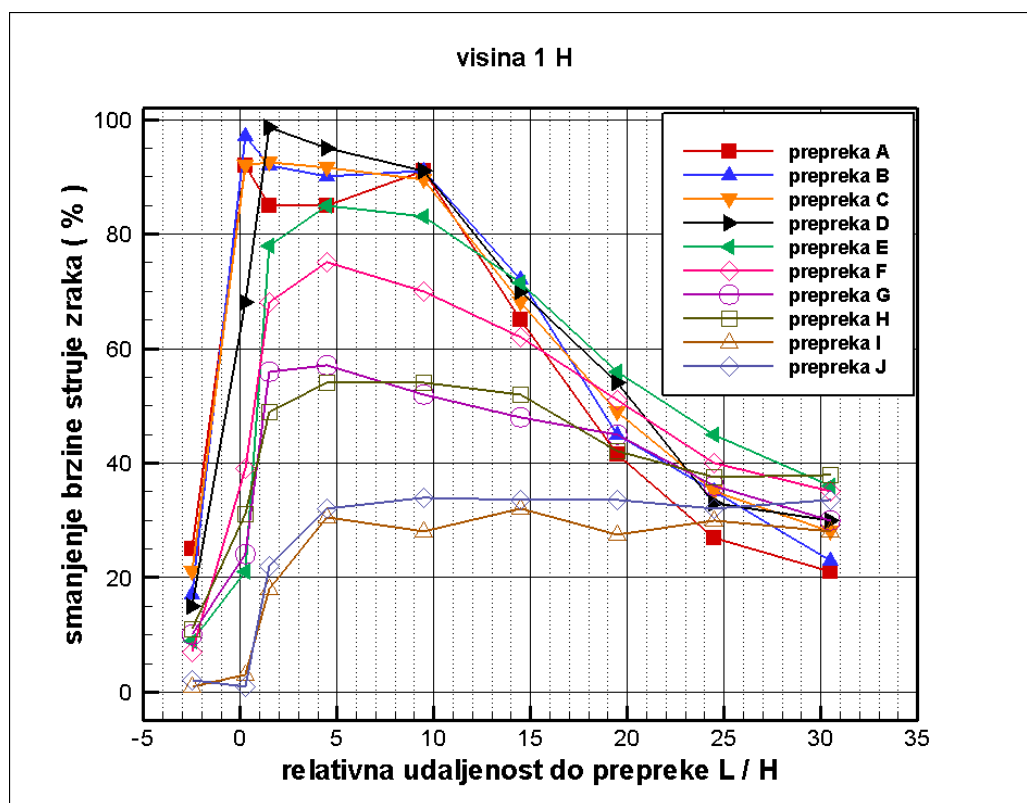
## EKSPERIMENT



Slika 6.57 Eksperiment – 0.25 H



Slika 6.58 Eksperiment – 0.5 H



Na prethodnim dijagramima prikazano je relativno smanjenje brzine strujanja zraka u odnosu na udaljenost od prepreke za svih 10 prepreka različite poroznosti. Dijagrami su prikazani za sve 4 visine na kojima su se nalazile mjerne točke za brzinu strujanja. Vidljivo je da se rezultati mjereni eksperimentalno i oni dobiveni numeričkom simulacijom ne poklapaju. Na nekim mjestima odstupanja su čak i veća od 40%.

Na prethodnim dijagramima također se jasno vidi da prepreke s manjim koeficijentom smanjenja brzine tj. većom poroznosti rezultiraju manjim smanjenjem brzine strujanja nakon prepreke. Promatrani tehnički tekstili imali su poroznost od 0 do 62.6%. Svi oni kojima je koeficijent smanjenja brzine iznad 70% ostvaruju smanjenje brzine strujanja od 30% i to na visinama od 0.25 H do 1 H i na udaljenostima 5 H do 20 H. Svi tehnički tekstili osim H, I i J pokazuju znatno smanjenje brzine (više od 40%) na visinama do 1H do udaljenosti od prepreke 5H. Na udaljenostima višim od 5H smanjenje brzine počinje opadati, ali se do udaljenosti od 20 H još uvijek drži iznad 30% za sve tehničke tekstile s koeficijentom smanjenja brzine iznad 70%. Prema navedenim tvrdnjama može se zaključiti da kriterij odabira korištenja određenog tehničkog tekstila može biti njegov koeficijent smanjenja brzine. Puni tekstili (A) imaju najveći koeficijent smanjenja brzine pa s tim i najveće smanjenje brzine strujanja na malim udaljenostima iza prepreke. Međutim kod njih je intenzitet turbulencije najveći zbog pojave vrlo velikog vrtloga te se na malim visinama pojavljuju brzine strujanja u suprotnom smjeru. Stoga se ti materijali pokazuju manje učinkovitijim u vidu zaštite vegetacije od vjetra od onih s poroznošću od 20% kojima je koeficijent smanjenja brzine 90%.

## 7. ZAKLJUČAK

Cilj ovog završnog rada bio je pokazati koliko i kako poroznost prepreke utječe na smanjenje brzine strujanja nakon prepreke. Usporedbom dijagrama smanjenja brzine strujanja dobivenih numeričkom simulacijom i eksperimentalno mjerenih podataka može se zaključiti da je u većini slučajeva dobiveno manje smanjenje brzine strujanja nakon udaljenosti 4.5 H od prepreke nego je bilo izmjereno eksperimentalno. Kod većine prepreka dobiveno je veće smanjenje brzine strujanja na nižim visinama (0.25 H, 0.5 H) do udaljenosti od prepreke 4.5 H.

Modeliranje prepreke pomoću rubnog uvjeta pada tlaka kroz poroznu površinu mijenjanjem samo jedne varijable ( $C_2$ ) očito ne opisuje dovoljno dobro problem strujanja u eksperimentu. Smanjivanjem konstante  $C$  u (5.4) tj. povećavanjem  $C_2$  može se dobiti veće smanjenje brzine strujanja nakon udaljenosti 4.5 H od prepreke i time približiti eksperimentalno mjerenim vrijednostima, ali će se tada u većini slučajeva povećati odstupanja na udaljenostima manjim od 4.5 H od prepreke.

Nakon provedenih numeričkih simulacija može se zaključiti sljedeće:

- 1) Dobiveni su dobri trendovi rasta i pada smanjenja brzine zraka nakon prepreke
- 2) Odstupanje profila brzina u slučaju bez prepreke bilo je oko 5%
- 3) Odstupanje smanjenja brzine zraka na manjim visinama (0.25 H, 0.5 H) do udaljenosti od prepreke 4.5 H bilo je u većini prepreka do 20%, a nakon 4.5 H do 30%
- 4) Odstupanje smanjenja brzine zraka na većim visinama (1 H, 1.5 H) kod većine prepreka je do 30%

Mogući razlozi neslaganja rezultata numeričke simulacije i eksperimenta:

- 1) Numeričkom simulacijom se ne može dobiti atmosferski granični sloj
- 2) Definiranje koeficijenta  $C_2$  u modelu "porous-jump"
- 3) Korištenje  $k-\varepsilon$  modela turbulencije i standardnih zidnih funkcija koji unose određenu pogrešku u rezultate.

***Literatura***

- [1] Koprivec, Lj., "Uporaba Tehničkih Tekstila U Visokogradnji", Građevinar, 2006., 58., str 899-907
- [2] Versteeg, H. K., Malalasekera, W., "An Intoduction To Computational Fluid Dynamics", Longman Scientific & Technical, 1995.
- [3] Dimitrovski, K., "Geotekstil – Područje U Ekspanziji", Tekstil, 2002., 51., str 14-21
- [4] Anderson, J.D., "Computation Fluid Dynamics – The Basis With Application", McGraw – Hill, 1995
- [5] Dierickx, W., Gabriels, D., Cornelis, W., "A Wind Tunnel Study On Wind Speed Reduction Of Technical Textiles Used As A Windscreen", Geotextiles and Geomembranes, 2001., 19., str 59-73
- [6] Materijali Za Pripremanje Ispita Iz Kolegija Mehanika Fluida 2, Prof. Zdravko Virag, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje
- [7] Džijan, I., "Numerička Metoda Za Analizu Strujanja Fluida Na Nestrukturiranoj Mreži", Doktorski Rad, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2004.
- [8] FLUENT, CFD Analysis Software Documentation,  
web-stranica: <http://cfd.mae.wvu.edu/~wade/fluent/index.htm>