

# Modeliranje zamornog ponašanja densificiranog sinteriranog čelika

---

**Banić, Pavao**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:435705>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Pavao Banić**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

doc. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech.

Student:

Pavao Banić

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc.dr.sc. Tomislavu Lesičaru na pomoći pri pisanju rada. Bili ste pristupačni, strpljivi i spremni pomoći, što iznimno cijenim. Bio je užitak surađivati s Vama.

Zahvaljujem svim profesorima i asistentima na svome obrazovnome putu. Bez Vas ne bih stekao svo znanje koje imam.

Zahvaljujem svojim kolegama s kojima je bio užitak studirati, zabavljati se i ispijati kave.

Zahvaljujem svojim prijateljima koji su studentske dane učinili prekrasnim. Hvala mojim prijateljima iz Vicoło Bianca, koji su se odvažili sa mnom otići na Erasmus u Bolognu gdje smo proveli nezaboravan semestar. Hvala i prijateljima s Erasmusa, Felipeu i Vitoru, koji su me ugostili u Brazilu i priuštili mi avanturu života.

Zahvalio bih svojoj djevojci Martini na moralnoj podršci tijekom pisanja ovog rada. Učinila si da ovaj rad pišem s lakoćom. Hvala ti na svemu.

Na kraju bih se zahvalio svojoj obitelji: baki Bibi, majci Sonji, sestri Elizabeti i bratu Joži. Hvala Vam što ste me poticali sve ove godine, pružali podršku te bili čvrst i pouzdan oslonac. Hvala Vam na svojoj inspiraciji koju mi dajete i povjerenju koje imate u mene. Volim Vas sve jako.

Pavao Banić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
 Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Pavao Banić** JMBAG: 0035213965

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Modeliranje zamornog ponašanja densificiranog sinteriranog čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Modelling of Fatigue Behaviour of Densified Sintered Steel**

Opis zadatka:

Proteklih godina tehnologija metalurgije praha postaje sve popularnija, jer omogućuje niže troškove proizvodnje i visoku iskoristivost materijala u usporedbi s klasičnom metalurgijom. Jedan od učestalo korištenih materijala u metalurgiji praha je sinterirani čelik, koji se dobiva postupkom sinteriranja, gdje se praškasti materijal preko kalupa tlači u konačni oblik, nakon čega slijedi toplinska obrada. Pritom u jezgri materijala dolazi do pojave pora i manje gustoće u usporedbi s čelikom dobivenim klasičnom metalurgijom. Da bi se postigla bolja mehanička svojstva komponenta izrađenih od sinteriranog čelika podvrgnutih zamoru uslijed klizno-valjnog kontakta, provodi se densifikacija (progušćivanje) površinskog sloja. Kako bi se numeričkim simulacijama opisalo konstitutivno ponašanje komponenti od densificiranog sinteriranog čelika, potrebno je modelirati promjenjiva materijalna svojstva materijala u ovisnosti o gustoći.

U ovom diplomskom radu razmatrat će se sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C gustoće  $6,5 \text{ g/cm}^3$ , kojem je površinski sloj progušćen do gustoće  $7,5 \text{ g/cm}^3$ . U razmatranje uzeti dvije dubine densificiranog sloja: 0,5 mm i 1 mm. Potrebno je:

1. Proučiti literaturu vezanu uz numeričko modeliranje elastoplastičnog ponašanja materijala, modeliranje oštećenja i zamora materijala primjenom metode faznog polja te progušćivanje sinteriranog čelika.
2. Odrediti ovisnost parametara konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika o gustoći materijala na temelju rezultata eksperimentalnih ispitivanja provedenih za različite gustoće materijala.
3. Numeričkim modeliranjem cikličkog testa odrediti utjecaj densifikacije na zamorno ponašanje densificiranog materijala.

Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. Promjenjiva materijalna svojstva densificiranog materijala potrebno je modelirati pomoću korisničke rutine UMAT i programskog jezika FORTRAN. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

18. siječnja 2024.

Datum predaje rada:

21. ožujka 2024.

Predviđeni datumi obrane:

25. – 29. ožujka 2024.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. METALURGIJA PRAHA I SINTERIRANI ČELICI .....	3
2.1. O metalurgiji praha .....	3
2.1.1. Proizvodnja praha .....	4
2.1.2. Priprava smjese prahova i kompaktiranje .....	6
2.1.3. Sinteriranje .....	7
2.1.4. Primjena i prednosti .....	8
2.2. Sinterirani čelici .....	8
2.3. Densifikacija površine sinteriranih materijala .....	9
3. MODELIRANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA.....	11
3.1. Elastoplastično ponašanje materijala .....	11
3.2. Zamorno ponašanje materijala .....	14
3.2.1. O zamoru.....	14
3.2.2. Cikličko opterećenje .....	15
3.2.3. Niskociklički zamor .....	15
3.2.4. Visokociklički zamor .....	18
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	21
4.1. O metodi konačnih elemenata.....	21
4.2. Konačni element primijenjeni u radu .....	22
4.2.1. 2D konačni elementi .....	22
4.2.2. 3D konačni elementi .....	26
5. METODA FAZNOG POLJA .....	28
5.1. O metodi faznog polja.....	28
5.2. Sustav jednačbi .....	28
5.3. Numeričko modeliranje metode faznog polja .....	31
5.3.1. Formulacija metodom konačnih elemenata .....	31
5.3.2. Algoritam provjere konvergencije faznog polja .....	32
5.3.3. Postupak preskakanja ciklusa.....	34
6. ODREĐIVANJE MATERIJALNIH SVOJSTAVA DENSIFICIRANOG SINTERIRANOG ČELIKA .....	36
6.1. Geometrija ispitnog uzorka.....	36
6.2. Raspodjela gustoće u densificiranom uzorku.....	36
6.3. Materijalna svojstva .....	39
6.4. Parametri faznog polja .....	41
6.4.1. Modeliranje parametra zamora $\psi_{\infty}$ .....	42
7. NUMERIČKO MODELIRANJE ZAMORNOG PONAŠANJA DENSIFICIRANOG SINTERIRANOG ČELIKA .....	44
7.1. 2D model.....	44
7.2. 3D model.....	46
7.2.1. Monotono opterećenje .....	46

---

7.2.2. Cikličko opterećenje .....	48
7.2.3. Analiza rezultata .....	50
8. ZAKLJUČAK.....	54

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1. Hodogram tehnoloških operacija konvencionalnih postupaka (lijevo) i postupaka za dobivanje teorijske gustoće (desno) [4].....	3
Slika 2.2. Uređaj za vodenu atomizaciju (lijevo) i plinsku atomizaciju (desno) [4],[5] .....	5
Slika 2.3. Oblici čestica i proizvodni postupci kojima su dobiveni [3],[6].....	5
Slika 2.4. Raspodjela naprezanja u ovisnosti o dubini za zupčanike pri različitim opterećenjima [11].....	9
Slika 2.5. Utjecaj zaostalih smičnih naprezanja na smično opterećenje zupčanika [12] .....	9
Slika 2.6. Shema postupka hladnog valjanja [13] .....	10
Slika 2.7. Zupčanik s densificiranim površinskim slojem [15].....	10
Slika 3.1. von Misesova ploha tečenja [16] .....	12
Slika 3.2. Shematski prikaz nelinearnog izotropnog očvršćenja (gore) i nelinearnog kinematičkog očvršćenja (dolje) [19].....	13
Slika 3.3. Faze razvoja pukotine [22].....	14
Slika 3.4. Prikaz cikličkog opterećenja (lijevo) i stohastičkog opterećenja (desno) [23] .....	15
Slika 3.5. Petlja histereze prikazana zbrajanjem plastične i elastične deformacije [22].....	16
Slika 3.6. Ovisnost amplitude ukupne deformacije o broju ciklusa do inicijacije pukotine [22] .....	17
Slika 3.7. Prikaz Paris-Erdoganovog zakona [24].....	18
Slika 3.8. Wöhlerova krivulja ( $S - N$ krivulja) [23].....	18
Slika 3.9. Utjecaj srednjeg naprezanja $S_m$ na dinamičku izdržljivost materijala [22] .....	19
Slika 3.10. Haighov dijagram.....	20
Slika 4.1. Osnovni pravokutni konačni element [25].....	22
Slika 4.2. Osnovni prizmatični konačni element s 24 stupnja slobode [25] .....	26
Slika 5.1. Prikaz površine pukotine $\Gamma$ aproksimirane metodom faznog polja [27].....	29
Slika 5.2. Dijagram toka CCPF algoritma [27] .....	34
Slika 5.3. Postupak preskakanja ciklusa baziran na ekstrapolaciji [27].....	35
Slika 6.1. Model ispitnog uzorka .....	36
Slika 6.2. Raspodjela gustoće po poprečnom presjeku epruvete za dubinu densifikacije 0,5 mm (gore) i 1 mm (dolje) .....	37
Slika 6.3. Skica za izračun gustoće u prijelaznom području .....	38
Slika 6.4. Skica poprečnog presjeka vrata epruvete sa zonama gustoće materijala .....	38
Slika 6.5. Grafički prikaz aproksimacijske funkcije $C_1(\rho)$ .....	40
Slika 6.6. Grafički prikaz aproksimacijske funkcije $\gamma_1(\rho)$ .....	41
Slika 6.7. Aproksimacijske funkcije parametra zamora u ovisnosti o gustoći $\psi_\infty(\rho)$ za korištene amplitude cikličkog opterećenja .....	43
Slika 7.1. Rubni uvjeti i opterećenje 2D modela ispitnog uzorka.....	44
Slika 7.2. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prije loma za monotono opterećeni 2D ispitni uzorak .....	45
Slika 7.3. Lom monotono opterećenog 2D ispitnog uzorka.....	45
Slika 7.4. Rubni uvjeti i opterećenje za 3D modela ispitnog uzorka .....	46
Slika 7.5. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prije pojave oštećenja u monotono opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka.....	47
Slika 7.6. Raspodjela oštećenja na monotono opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka.....	47
Slika 7.7. Cikličko opterećenje amplitude $F = 7800$ N i omjera naprezanja $R = 0,05$ .....	48
Slika 7.8. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja u ciklički opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka za dubinu densifikacije $d = 0,5$ mm (lijevo) i $d = 1$ mm (desno) .....	48
Slika 7.9. Oštećenje ispitnog uzorka s dubinom densifikacije $d = 0,05$ mm .....	49
Slika 7.10. Oštećenje ispitnog uzorka s dubinom densifikacije $d = 1$ mm .....	49



---

Slika 7.11. Usporedba Wöhlerovog dijagrama dobivenog eksperimentalnim mjerenjima i numeričkim simulacijama za epruvetu gustoće $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$ .....	51
Slika 7.12. Wöhlerovi dijagrami za densificirane ispitne uzorke .....	52
Slika 7.13. Usporedba Wöhlerovog dijagrama osnovnog i densificiranog materijala.....	53

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 6.1. Eksperimentalno dobivene vrijednosti materijalnih parametara .....	39
Tablica 6.2. Eksperimentalno dobivene vrijednosti parametara faznog polja .....	41
Tablica 6.3. Intervali kojima su omeđeni aproksimacijski polinomi za niža opterećenja .....	42
Tablica 7.1. Usporedba broja ciklusa do zamornog loma dobivenih eksperimentom i numeričkim simulacijama za epruvetu gustoće $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$ .....	50
Tablica 7.2. Broj ciklusa do loma epruvete za densificiranu epruvetu .....	51
Tablica 7.3. Povećanje životnog vijeka densificiranog uzorka u odnosu na nedensificirani uzorak (numerički model) .....	52

## POPIS OZNAKA

Latinične Oznaka	Jedinica	Opis
2D		dvodimenzijski
3D		trodimenzijski
$a$	mm	dimenzija konačnog elementa u smjeru osi x
$\mathbf{a}$	-	vektor koeficijenata interpolacijskih polinoma polja pomaka
$b$	-	brzina promjene veličine plohe tečenja tijekom plastičnog deformiranja
$b$	mm	dimenzija konačnog elementa u smjeru osi y
$b$	-	eksponent zamorne čvrstoće
$\mathbf{b}$	N	vektor volumnih sila
$\mathbf{B}$	mm <sup>-1</sup>	matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$\mathbf{B}^v$	mm <sup>-1</sup>	matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$\mathbf{B}^\phi$	mm <sup>-1</sup>	matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i parametra oštećenja u čvorovima
$\mathbf{C}$		matrica međusobne ovisnosti stupnjeva slobode i koeficijenata interpolacijskih polinoma
$\mathbf{C}$	N	degradirana tangentna matrica elastičnosti
$c$	-	eksponent zamorne duktilnosti
$C$		prva materijalna konstanta Parisovog zakona
CCPF		Algoritam provjere konvergencije faznog polja (eng. Convergence Check Phase Field)
$C_k$	N mm <sup>-2</sup>	početna vrijednost kinematičkog modula očvršćenja $k$ -te komponente tenzora povratnih naprezanja
$d$	mm	dubina densifikacije površinskog sloja
$D$	-	oštećenje materijala
$\mathbf{D}$	-	matrica elastičnosti
$\mathbf{D}_k$		kinematički diferencijalni operator
$\tilde{D}$	-	propagacijska funkcija
$E$	N mm <sup>-2</sup>	Youngov modul elastičnosti
$\hat{F}$	-	zamorna degradacijska funkcija
$\mathbf{F}_{\text{ext}}^v$	N	vektor vanjskih sila polja pomaka
$\mathbf{F}_{\text{ext}}^\phi$	N	vektor vanjskih sila faznog polja
$\mathbf{F}_{\text{int}}^v$	N	vektor unutarnjih sila polja pomaka
$\mathbf{F}_{\text{int}}^\phi$	N	vektor unutarnjih sila faznog polja
$G_c$	N mm <sup>-1</sup>	kritična vrijednost gustoće energije loma prema Griffithu
$g(\phi)$	-	degradacijska funkcija

$H$	-	Heavisideova funkcija
$\mathcal{H}$	$\text{mm}^2$	parametar povijesti opterećenja
HCF		visoko-ciklički zamor
$\mathbf{k}$	$\text{N mm}$	matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{K}^{\text{vv}}$	$\text{N mm}^{-1}$	matrica krutosti elementa za polje pomaka
$\mathbf{K}^{\phi\phi}$	$\text{N}$	matrica krutosti elementa za fazno polje
LCF		nisko-ciklički zamor
$l$	$\text{mm}$	parametar debljine pukotinske zone
$m$	-	druga materijalna konstanta Parisovog zakona
$\mathbf{n}$	-	vektor normale na površinu tijela
nFE	-	korisnički-određeni broj izračunatih ciklusa nakon kojeg se provjerava mogućnost ekstrapolacije nekih ciklusa opterećenja
$\mathbf{N}$		matrica funkcija oblika
$N$	-	broj ciklusa u kojem se akumulirana energija računa
$N_1$	-	broj ciklusa koje je moguće preskočiti u prvome koraku
$N_f$	-	broj ciklusa do loma
$N_i$	-	broj ciklusa do inicijacije pukotine
$N_p$	-	broj ciklusa propagacije pukotine do kritične vrijednosti
$\mathbf{N}^{\text{v}}$	-	matrica funkcija oblika za polje pomaka
$\mathbf{N}^{\phi}$	-	matrica funkcija oblika za fazno polje
$q$	-	faktor sigurnosti kojim se kontrolira maksimalni broj ciklusa koji se mogu preskočiti
$Q_{\infty}$	$\text{N mm}^{-2}$	najveća moguća promjena veličine plohe tečenja
RSD		ravninsko stanje deformacija
RSN		ravninsko stanje naprezanja
$\mathbf{R}$	$\text{N}$	rezidual sila u elementu
$R$	-	omjer maksimalnog i minimalnog naprezanja
$\mathbf{R}^{\phi}$	$\text{N}$	rezidual sila faznog polja
$\mathbf{R}^{\text{v}}$	$\text{N}$	rezidual sila polja pomaka
$\mathbf{S}$	$\text{N mm}^{-2}$	devijator naprezanja
$S_a$	$\text{N mm}^{-2}$	amplituda naprezanja
$S_{a0}$	$\text{N mm}^{-2}$	amplituda naprezanja kada je srednje naprezanje jednako nuli
$S_f$	$\text{N mm}^{-2}$	trajna dinamička čvrstoća materijala
$S_f'$	$\text{N mm}^{-2}$	koeficijent zamorne čvrstoće
$S_m$	$\text{N mm}^{-2}$	srednje naprezanje
$S_{\text{max}}$	$\text{N mm}^{-2}$	maksimalno naprezanje
$S_{\text{min}}$	$\text{N mm}^{-2}$	minimalno naprezanje
$S_y$	$\text{N mm}^{-2}$	granica tečenja materijala
TH		„Threshold“ model
tol	-	zadana tolerancija

$\mathbf{t}$	N	vektor normale na površinu tijela
$u$	mm	polje pomaka u smjeru osi x lokalnog koordinatnog sustava
$v$	mm	polje pomaka u smjeru osi y lokalnog koordinatnog sustava
$\mathbf{v}$	mm	vektor stupnjeva slobode
$W$	$\text{N mm}^{-2}$	unutarnja energija deformiranja
$W^{\text{ext}}$	N m	rad vanjskih sila
$W^{\text{int}}$	N m	rad unutarnjih sila
$w$	mm	polje pomaka u smjeru osi z lokalnog koordinatnog sustava
$Y(a)$	-	geometrijska konstanta

Grčke Oznake	Jedinica	Opis
$\alpha$	$\text{N mm}^{-2}$	tenzor povratnog naprezanja
$\alpha$		matrica funkcija u interpolacijskim polinomima
$\Gamma$	$\text{mm}^2$	površina pukotine
$\gamma$	-	plastični multiplikator
$\gamma(\phi, \nabla\phi)$	-	funkcija gustoće pukotine
$\gamma_k$	-	brzina promjene kinematičkog modula očvršćenja s porastom plastične deformacije $k$ -te komponente tenzora povratnih naprezanja
$\Delta N_2$	-	broj ciklusa koje će se preskočiti i nakon kojeg će se ekstrapolirati vrijednosti akumulirane energije
$\Delta\bar{\psi}$	$\text{N mm}^{-2}$	prirast akumulirane energije
$\Delta K$	$\text{N mm}^{-1.5}$	promjena koeficijenta intenzivnosti naprezanja
$\Delta\psi$	$\text{N mm}^{-2}$	prirast gustoće energije deformiranja
$\varepsilon$	$\text{mm mm}^{-1}$	ukupna deformacija
$\boldsymbol{\varepsilon}$	$\text{mm mm}^{-1}$	tenzor deformacija
$\varepsilon_e$	mm/mm	elastična deformacija
$\varepsilon_{\text{ekv}}^p$	mm/mm	ekvivalentna plastična deformacija
$\varepsilon_f'$	mm/mm	koeficijent zamorne duktilnosti
$\varepsilon_p$	mm/mm	plastična deformacija
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$	$\text{mm mm}^{-1} \text{ s}^{-1}$	tenzor toka plastičnih deformacija
$\dot{\varepsilon}_{\text{ekv}}^p$	$\text{mm mm}^{-1} \text{ s}^{-1}$	tok ekvivalentne plastične deformacije
$\boldsymbol{\eta}$	$\text{N mm}^{-2}$	tenzor relativnih naprezanja
$\lambda$	$\text{N mm}^{-2}$	prva Lameova konstanta
$\mu$	$\text{N mm}^{-2}$	druga Lameova konstanta
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\boldsymbol{\sigma}$	$\text{N mm}^{-2}$	tenzor naprezanja

$\boldsymbol{\sigma}^*$	$\text{N mm}^{-2}$	nedegradirani Cauchyjev tenzor naprezanja
$\sigma$	$\text{N mm}^{-2}$	naprezanje
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	$\text{N mm}^{-2}$	glavna naprezanja
$\sigma_M$	$\text{N mm}^{-2}$	vlačna čvrstoća
$\sigma_Y$	$\text{N mm}^{-2}$	granica tečenja
$\sigma_Y^0$	$\text{N mm}^{-2}$	ploha tečenja prije pojave plastičnih deformacija
$\boldsymbol{\phi}$	-	vektor stupnjeva slobode faznog polja
$\phi$	-	parametar oštećenja
$\phi_i$	-	vrijednost parametra oštećenja u $i$ - toj iteraciji
$\ \phi_k\ ^c$	-	norma konvergirane raspodjele faznog polja u $k$ – tom inkrementu
$\Psi$	$\text{N mm}$	funktional unutarnje energije
$\Psi^b$	$\text{N mm}$	funktional unutarnje energije tijela
$\Psi^s$	$\text{N mm}$	funktional oštećenjem disipirane površinske energije
$\psi(\boldsymbol{\varepsilon})$	$\text{N mm}^{-2}$	gustoća energije elastičnih deformacija
$\psi_c$	$\text{N mm}^{-2}$	konstantna specifična gustoća energije pukotine
$\psi_i$	$\text{N mm}^{-2}$	gustoća energije deformiranja $i$ – toj iteraciji
$\psi_p(\boldsymbol{\varepsilon}^p)$	$\text{N mm}^{-2}$	gustoća energije plastičnih deformacija
$\bar{\psi}$	$\text{N mm}^{-2}$	akumulirana gustoća energije
$\psi^-(\boldsymbol{\varepsilon})$	$\text{N mm}^{-2}$	tlačna komponenta gustoće energije elastičnih deformacija
$\psi^+(\boldsymbol{\varepsilon})$	$\text{N mm}^{-2}$	vlačna komponenta gustoće energije elastičnih deformacija
$\bar{\psi}_\infty$	$\text{N mm}^{-2}$	parametar zamora

---

**SAŽETAK**

Tijekom prethodnih godina metalurgija praha postala je sve popularnija metoda proizvodnje materijala jer omogućuje niže troškove proizvodnje i visoku iskoristivost materijala u usporedbi s klasičnom metalurgijom. U metalurgiji praha često se koristi sinterirani čelik dobiven postupkom sinteriranja, gdje se praškasti materijal preko kalupa tlači u konačni oblik, te potom toplinski obrađuje. Pritom u jezgri materijala nastaju pore i gustoća je manja u usporedbi s čelikom dobivenim klasičnom metalurgijom. U svrhu postizanja boljih mehaničkih svojstava komponenata izrađenih od sinteriranog čelika podvrgnutih zamoru uslijed klizno-valjnog kontakta, provodi se densifikacija (progušćivanje) površinskog sloja. Kako bi se numeričkim simulacijama opisalo konstitutivno ponašanje komponenti od densificiranog sinteriranog čelika, potrebno je modelirati promjenjiva materijalna svojstva materijala u ovisnosti o gustoći. U ovom diplomskom radu razmatrat će se sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C gustoće  $6,5 \text{ g/cm}^3$ , kojem je površinski sloj progušćen do gustoće  $7,5 \text{ g/cm}^3$ . U razmatranje su uzete dvije dubine densificiranog sloja: 0,5 mm i 1 mm. U radu je:

1. određena ovisnost parametara konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika o gustoći materijala temeljem rezultata eksperimentalnih ispitivanja provedenih za tri različite gustoće materijala.
2. numeričkim modeliranjem cikličkog testa određen utjecaj densifikacije na zamorno ponašanje densificiranog materijala.

Za provedbu numeričkih simulacija primijenjen je komercijalni programski paket ABAQUS.

Ključne riječi: sinterirani čelik, densifikacija, densificirani materijal, numeričko modeliranje, metoda konačnih elemenata, metoda faznog polja, zamor, zamorno ponašanje

---

**SUMMARY**

In recent years, powder metallurgy technology has become increasingly popular, because it enables lower production costs and higher material utilization compared to classical metallurgy. One of the frequently used materials in powder metallurgy is sintered steel. It is obtained by the sintering process, where the powder material is pressed into the final shape via mold, followed by heat treatment. During the process, pores appear in the core of the material. That results in lower material density compared to steel obtained by classical metallurgy. The surface layer is usually densified to achieve better mechanical properties of components made of sintered steel subjected to fatigue due to sliding-rolling contact. In order to describe the constitutive behaviour of densified sintered steel components by numerical simulations, it is necessary to model the variable material properties depending on the density.

This thesis considers the sintered steel Astaloy Mo+0,2C with a density of  $6,5 \text{ g/cm}^3$ , whose surface layer has been densified to a density of  $7,5 \text{ g/cm}^3$ . Two depths of the densified layer were taken into consideration: 0,5 mm and 1 mm. In this paper:

1. Dependence of constitutive behaviour parameters of sintered steel on material density was determined based on the results of experimental tests carried out for three different material densities.
2. The influence of densification on the fatigue behaviour of the densified material was determined by numerical modelling of the cyclic test.

The commercial software package ABAQUS was used to perform the numerical simulations.

Key words: sintered steel, densification, densified material, numerical modelling, finite element method, phase field method, fatigue, fatigue behaviour.



## 1. UVOD

Čovjek je oduvijek u potrazi za novim načinima olakšanja i poboljšanja vlastitog života i društva u kojem živi. Inženjeri su nositelji te ideje. Zbog smanjujuće količine prirodnih resursa, njihove cijene, skupe eksploatacije, a u zadnje vrijeme i sve veće svjesnosti vlastitog negativnog utjecaja na svijet u kojem živimo, društvo sve više pažnje pridaje efikasnom i održivom korištenju resursa.

Za razvoj novih tehnologija inspiraciju ne treba nužno tražiti u nepoznatom. Često je dovoljno okrenuti se prema prošlosti i iskoristiti stare principe u nove svrhe. Tako su inženjeri inspiraciju za novu tehnologiju proizvodnje metalnih materijala pronašli u proizvodnji keramike. Sinteriranje je proces povezivanja čestica kompaktiranog praha zagrijavanjem na temperaturu nižu od temperature tališta glavnog konstituenta s ciljem dobivanja proizvoda boljih materijalnih svojstava. Sinteriranje je osnovni postupak u proizvodnji keramike koju čovjek proizvodi gotovo 26 000 godina, a počeo ju je primjenjivati u proizvodnji metalnih materijala tek u prošlom stoljeću [1]. Uvođenjem sinteriranja u proizvodnju metalnih materijala, omogućen je razvoj cijele grane metalurgije praha i primjene novih materijala u strojarstvu. Prednost materijala dobivenih metalurgijom praha leži u ekonomičnosti samog procesa. Ovom tehnologijom mogu se proizvesti materijali od inače nespojivih komponenata i međusobno netaljivih metala te se povećava iskoristivost materijala. Mana im je što su isplativi jedino u velikoserijskoj proizvodnji zbog velikih inicijalnih troškova i strogih zahtjeva kvalitete, pa ne čudi što najveći dio proizvodnje otpada na automobilsku industriju.

Mehanička svojstva materijala dobivenih procesima metalurgije praha kaskaju za onima dobivenim konvencionalnim procesima, stoga se teži razvoju procesa koji tu razliku smanjuju. Jedan od načina poboljšanja mehaničkih svojstava je densifikacija površinskog sloja sinteriranog materijala. Na taj način se u površinskom sloju, koji je u dodiru s drugim dijelovima i aktivno se troši, poboljšavaju mehanička svojstva i vijek trajanja. Istovremeno je očuvana porozna struktura unutarnjeg dijela, što rezultira manjom masom proizvoda u odnosu na onaj dobiven konvencionalnim metodama.

Tako proizvedeni dijelovi, primjerice zupčanici, često su ciklički opterećeni te je poznavanje njihovih zamornih svojstava iznimno važno za njihovu primjenu. Kod zupčanika je krah u gotovo 60 % slučajeva uzrokovan rupičenjem, pojavom površinskih kratera po bokovima zubi zupčanika [2]. Rupičenje je posljedica zamora materijala i širenja pukotine koja nastaje ispod

površine zuba. Upravo zbog učestalosti zamornog loma, važno je osmisliti numeričke modele kojima će se što preciznije modelirati ponašanje ciklički opterećenih materijala.

Jedna od popularnijih metoda za opisivanje oštećenja u materijalu razvijena u zadnjem desetljeću jest metoda faznog polja. To je kontinuumska metoda koja se koristi za modeliranje prijelaza između faza, što su u ovom slučaju oštećeni i neoštećeni materijal. Bazira se na principu minimizacije energije u sustavu, što omogućava modeliranje iniciranja, rasta ili spajanja pukotina, ako to dovodi do konfiguracije s manjom ukupnom energijom, bez potrebe za uvođenjem dodatnih kriterija oštećenja i loma. Za primjenu metode faznog polja nije potrebno znati topologiju i putanju pukotine, što olakšava njenu numeričku primjenu i čini je zanimljivom inženjerima.

U ovome radu razvijen je numerički model za opisivanje zamornog ponašanja densificiranog sinteriranog čelika iz klase Astaloy Mo+0,2C temeljen na metodi faznog polja. Određena je ovisnost parametara konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika o gustoći materijala temeljem rezultata eksperimentalnih ispitivanja provedenih za tri različite gustoće materijala. Također je određen utjecaj densifikacije na zamorno ponašanje materijala numeričkim modeliranjem jednoosnog cikličkog testa.

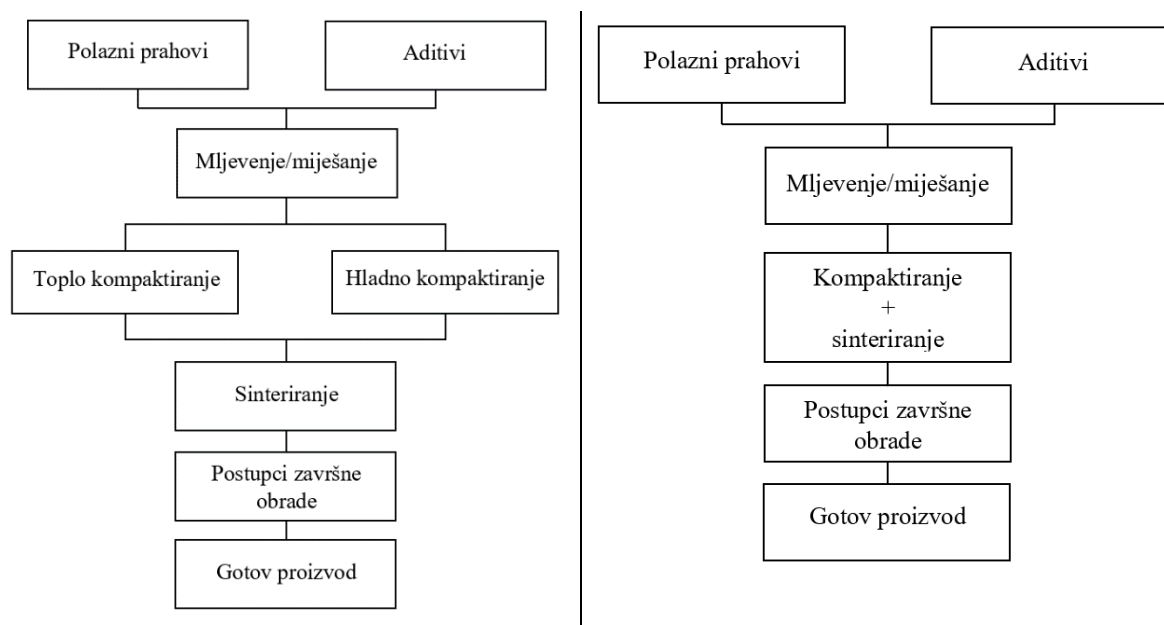
Rad je podijeljen u osam poglavlja. U prvome se poglavlju čitatelja uvodi u rad. U drugome se opisuje metalurgija praha i sinterirani čelici. U trećem poglavlju opisano je elastoplastično i zamorno ponašanje materijala. Četvrto poglavlje daje pregled metode konačnih elemenata, a peto metode faznog polja. U šestom poglavlju se piše o određivanju materijalnih svojstava densificiranog sinteriranog čelika. U sedmome poglavlju se opisuju numerički model zamornog ponašanja densificiranog sinteriranog čelika i analiziraju rezultati provedenih simulacija. U zadnjem, osmom poglavlju predstavljani su zaključci rada.

## 2. METALURGIJA PRAHA I SINTERIRANI ČELICI

### 2.1. O metalurgiji praha

Suvremenu tehnologiju teško je zamisliti bez proizvoda metalurgije praha. Njome se dobivaju gotovi proizvodi od praškastih materijala čija su mehanička svojstva i materijalne karakteristike izuzetni. Metalurgija praha je tehnologija proizvodnje praha i gotovih dijelova zagrijavanjem prethodno kompaktiranog praha na temperature niže od tališta glavnog konstituenta. Sjedinjavanjem čestica na takav način mogu se dobiti čvrsta tijela od međusobno netopivih metala u krutom i tekućem stanju te mješavine metala s nemetalnim materijalima. Inženjerske komponente dobivene metalurgijom praha imaju konačno određen oblik i svojstva te u većini slučajeva za njihovu upotrebu obično nije potrebna daljnja obrada [3],[4].

Postupci metalurgije praha mogu se podijeliti na dvije skupine: konvencionalne i na one kojima se postiže teorijska gustoća. Kod konvencionalnih postupaka faze oblikovanja i sinteriranja su zasebne, dok se kod postupaka s ciljem ostvarivanja teorijske gustoće oblikovanje i sinteriranje odvijaju u istoj fazi s istovremenom primjenom tlaka i temperature. Objema skupinama zajedničke su sljedeće osnovne tehnološke operacije u svrhu dobivanja gotovog proizvoda, a to su redom: proizvodnja praha, miješanje prahova, kompaktiranje mješavine, sinteriranje kompakta i njegova završna obrada. Redoslijed tehnoloških operacija kod konvencionalnih postupaka prikazan je hodogramom na slici 2.1[4].



**Slika 2.1. Hodogram tehnoloških operacija konvencionalnih postupaka (lijevo) i postupaka za dobivanje teorijske gustoće (desno) [4]**

### 2.1.1. *Proizvodnja praha*

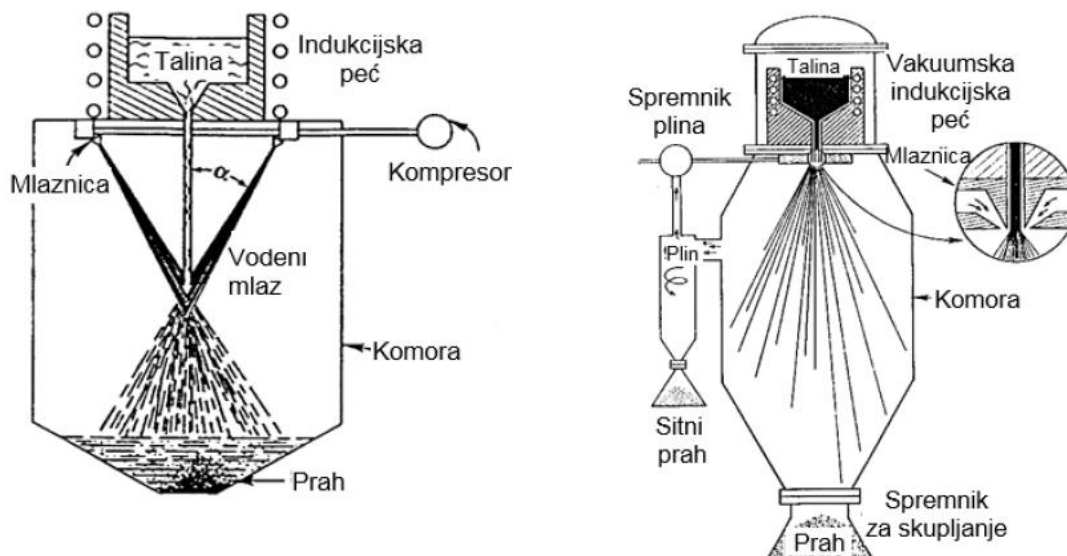
Prah se može proizvesti iz tekućeg ili krutog stanja. Metode koje se koriste su mehaničke, elektrolitičke ili kemijske prirode, a još se koristi i atomizacija vodom ili plinom.

Mehaničkim postupcima polazni materijal se usitnjava primjenom vanjskih sila udarnim djelovanjem, sječenjem, tlačenjem ili trenjem. Pri dobivanju prahova ovim putem, često se kombiniraju ova četiri načina, a čestice ovako dobivenih prahova nepravilnog su i nejednolikog oblika. Često korištena metoda jest mljevenje, a ovisno o karakteristikama materijala čiji se prah proizvodi, odabire se odgovarajući tip mlina (kuglični, vibracijski, vrtložni, atritor ili planetarni).

Elektrolitička tehnika svrstava se u fizikalne metode proizvodnje praha. Putem elektrolize dobivaju se vrlo čisti prahovi metala. Proces započinje otapanjem anode i taloženjem željenog metala u obliku grudica i pahuljica na katodu koje se kasnije lako usitne u prah. Za uspješnu provedbu procesa potrebno je pravilno usklađivanje mnogih varijabli.

Kemijski procesi koji se koriste u metalurgiji praha uključuju redukciju metalnih smjesa poput oksida, karbonata, nitrata ili halogenida, Njima se mogu dobiti prahovi od gotovo svih metala te svih veličina i oblika.

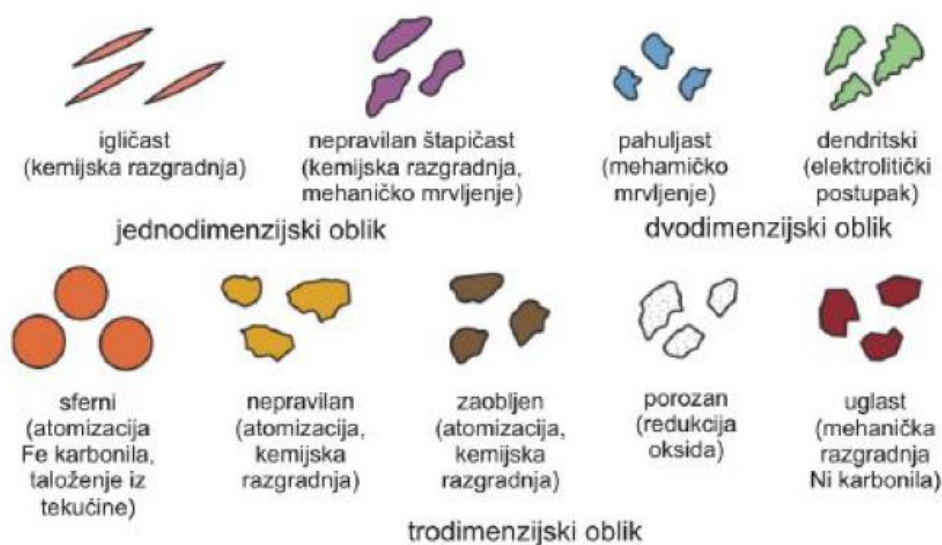
Najvažnija metoda dobivanja prahova je atomizacija. To je proces neovisan o fizikalnim i mehaničkim svojstvima čvrstog materijala i najzastupljenija je metoda proizvodnje prahova metala i predlegiranih prahova. Atomizacijom je omogućeno dobivanje prahova izravno iz taline, čime se značajno smanjuju troškovi daljnje obrade prahova. Proces se sastoji od tri faze: taljenja, atomizacije (raspršivanje taline u kapljice) te skrućivanja i hlađenja, pritom se u svakoj fazi mogu koristiti različite metode. Komercijalne metode atomizacije koje se danas koriste su centrifugalna atomizacija, atomizacija u vakuumu i najzastupljenija dvo-fluidna atomizacija u kojoj se za raspršivanje taline koristi voda ili plin. Voda je najčešći i najjednostavniji fluid za provođenje atomizacije. Koristi se za dobivanje prahova metala čije je talište ispod 1600 °C. Prah se dobiva tako da se mlaz vode pod visokim tlakom sudara pod određenim kutom s mlazom rastaljenog metala te ga raspršuje, a nastale kapljice se brzo skrućuju. Sličan se proces događa i kod plinske atomizacije gdje se rastaljeni metal, pogonjen turbulentnim strujanjem plina brzine 250 - 350 m/s i pod pritiskom od 6 do 10 bara, izlaskom iz mlaznice pretvara u fini sprej. Veličina čestica proizvedena ovim putem je oko 150 µm. Uređaji za provedbu dvo-fluidne atomizacije prikazani su na slici 2.2 [3],[4].



Slika 2.2 Uređaj za vodenu atomizaciju (lijevo) i plinsku atomizaciju (desno) [4],[5]

Prahovi se međusobno razlikuju kemijskim, fizikalnim i metalurškim svojstvima. Ona utječu na svojstva gotovog proizvoda i izbor parametara u tehnološkim procesima metalurgije praha. Čestice praha mogu se definirati kao najmanje nedjeljive cjeline, a one u metalurgiji praha mogu biti dimenzija od svega 0,01  $\mu\text{m}$  sve do 3 mm [3].

Osnovno kemijsko svojstvo je sastav praha, važno za određivanje temperature, odabir plinske atmosfere i vremena sinteriranja, a uz njega je važna i čistoća. Fizikalna svojstva su oblik (slika 2.3) i veličina čestica. Ona utječu na metalurška svojstva poput brzine tečenja čestica, nasipne gustoće i stlačivosti, koja su posebno važna u procesima miješanja i kompaktiranja [3],[4].



Slika 2.3. Oblici čestica i proizvodni postupci kojima su dobiveni [3],[6]

### 2.1.2. Priprava smjese prahova i kompaktiranje

Jednom kada se odaberu prahovi određene čistoće i veličine zrna te odgovarajući aditivi potrebni za proces oblikovanja i sinteriranja, pristupa se pripremi smjese. Glavna operacija pripreme je miješanje prahova, a još se provodi i mljevenje smjese, pročišćavanje od nečistoća, te podmazivanje kako bi se smanjilo trenje tijekom prešanja i održalo ravnomjerno tečenje praha. Miješanje je potrebno provesti kako bi se čestice dobro raspodijelile i tijekom sinteriranja mogle sjediniti u nove legure [3],[4].

Kompaktiranjem se čestice praha povezuju u željeni oblik zadovoljavajuće čvrstoće za daljnje rukovanje. Postupak se ostvaruje primjenom visokog tlaka, što uzrokuje deformacije čestica i smanjenje poroznosti. Hladno kompaktiranje provodi se na okolišnoj ili blago povišenoj temperaturi, dok se toplo kompaktiranje provodi na visokim temperaturama. Glavni je problem kompaktiranja neravnomjerni prijenos naprezanja kroz masu čestica praha, što uzrokuje nehomogenu gustoću otpreska.

Hladno prešanje u kalupu spada u konvencionalne postupke kompaktiranja. Jedan je od najčešće korištenih postupaka i najviše se rabi u velikoserijskoj proizvodnji. Provodi se dvostranom primjenom tlaka pomoću gornjeg i donjeg žiga u četiri faze:

- punjenje kalupa prahom,
- prešanje,
- rasterećenje povlačenjem žiga i
- izbacivanje „zelenog“ otpreska.

Kalupi koji se koriste za hladno prešanje izrađuju se od materijala otpornih na trošenje kao što su tvrdi metali ili alatni čelici. Ovakvim prešanjem dobiju se otpresci gustoće u vrijednosti 75 - 85 % konačne gustoće [3].

Hladno izostatičko prešanje je konvencionalni postupak koji se provodi primjenom tlaka u svim smjerovima kroz tekući medij (najčešće voda ili ulje), pri sobnoj temperaturi. Prah se nalazi u fleksibilnom kalupu koji se pomiče zajedno s otpreskom što rezultira ravnomjerno isprešanim otprescima. Ovim postupkom postižu se gustoće u rasponu od 95 do 97% teorijske gustoće i poboljšana mehanička svojstva [3],[4].

U postupke kojima se postiže teorijska gustoća ubrajamo: injekcijsko prešanje, valjanje praha, ekstrudiranje, kovanje i vruće prešanje [3],[4].

### 2.1.3. Sinteriranje

Sinteriranje (hrv. srašćivanje) najznačajnija je tehnološka operacija postupka metalurgije praha. To je toplinska obrada kompaktiranog praha na temperaturi nižoj od temperature tališta glavnog konstituenta s ciljem povezivanja čestica i poboljšanja čvrstoće. Sinteriranje obuhvaća dvije pojave, adheziju čestica (međusobno zavarivanje površina) i promjenu oblika čestica. Međusobnom interakcijom ovih dviju pojava smanjuje se udio pora i ostvaruju gotovo teorijske gustoće otpresaka. Čimbenici koji upravljaju procesom sinteriranja su:

- temperatura,
- vrijeme sinteriranja,
- gustoća otpreska,
- sastav zaštitne atmosfere u peći
- te sastav i geometrijska struktura praha.

Sinteriranje se provodi na temperaturi od 70 % do 90 % temperature tališta glavnog konstituenta i traje od nekoliko minuta do nekoliko sati ovisno o sastavu praha [4].

Sinteriranje se može provoditi u čvrstoj i rastaljenoj fazi. Kada se provodi u čvrstoj fazi, sinteriranje karakterizira jaka difuzija koja doprinosi zgušnjavanju. Prvotno se čestice povezuju formiranjem vrata na mjestu dodira, a daljnjim odvijanjem postupka dodirna površina između zrna raste i pore brzo iščezavaju. Difuzijskim gibanjem atoma na dodirnim površinama formiraju se granice zrna, materijal očvršćuje i približava se teorijskoj gustoći koja je često nedostižna [4].

Sinteriranje u rastaljenoj fazi je raširenije zbog brže difuzije atoma u prisutnosti tekuće faze te zbog potpunog zgušnjavanja bez upotrebe vanjskog pritiska. Tekuća faza može nastati zagrijavanjem praha i biti prisutna tijekom cijelog postupka ili može nastati kao posljedica taljenja određenih konstituenata praha. Zgušnjavanje se odvija u tri faze: preuređivanje, taljenje i konačna faza. U preuređivanju dolazi do zgušnjavanja uslijed djelovanja kapilarnih sila i preraspodjele manjih čestica između većih, što je posljedica prisutnosti tekuće faze. Prilikom preraspodjele dolazi do eliminacije pora. U fazi taljenja dolazi do prijenosa mase između čestica i promjene njihova oblika. Manja zrna se tale i srastaju u veća zrna, što za posljedicu ima porast gustoće, a smanjenje ukupne površine rezultira porastom čvrstoće. Konačnu fazu karakterizira sporo zgušnjavanje zbog pojave čvrste strukture. U ovoj se fazi javljaju procesi istovjetni onima u sinteriranju u čvrstoj fazi. Proces sinteriranja karakterizira povećanje gustoće, ali i značajne promjene dimenzija i volumena [3], [4].

#### **2.1.4. Primjena i prednosti**

Metalurgija praha postala je važan postupak proizvodnje suvremenih metala jer omogućuje izradu složenih dijelova od tvrdih legura i legura velike čvrstoće. Također omogućuje optimizaciju sastava i mikrostrukture materijala prema željenim svojstvima. Metalurgijom praha danas se proizvode materijali od metala s visokim talištem poput volframa i molibdena, tvrdi metali na bazi volframa, tantala i titan-karbida, metali koji se međusobno ne legiraju te materijali kontroliranog stupnja poroznosti koji se koriste za razne vrste filtera, kliznih ležajeva, poroznih elektroda, katalizatora i dr. Postupci metalurgije praha koriste se u proizvodnji visokokvalitetnih dijelova složenog oblika s velikom preciznošću. U današnje vrijeme do izražaja dolazi ekonomičnost postupka jer ima iznimnu iskoristivost inače skupih materijala i ne zahtijeva dodatnu mehaničku obradu. Glavni problem s kojim se tehnologija susreće jest ekonomska računica. Zbog visokih inicijalnih troškova (prahovi, oprema, alati i kalupi) te strogih zahtjeva kvalitete proizvoda, proizvodnja je isplativa jedino u velikoserijskoj proizvodnji. Najčešća primjena je u automobilskoj industriji na koju otpada 70 % proizvodnje metalurgije praha, a neki od proizvoda su, npr. prijenosni zupčanci i osovine [3], [4].

#### **2.2. Sinterirani čelici**

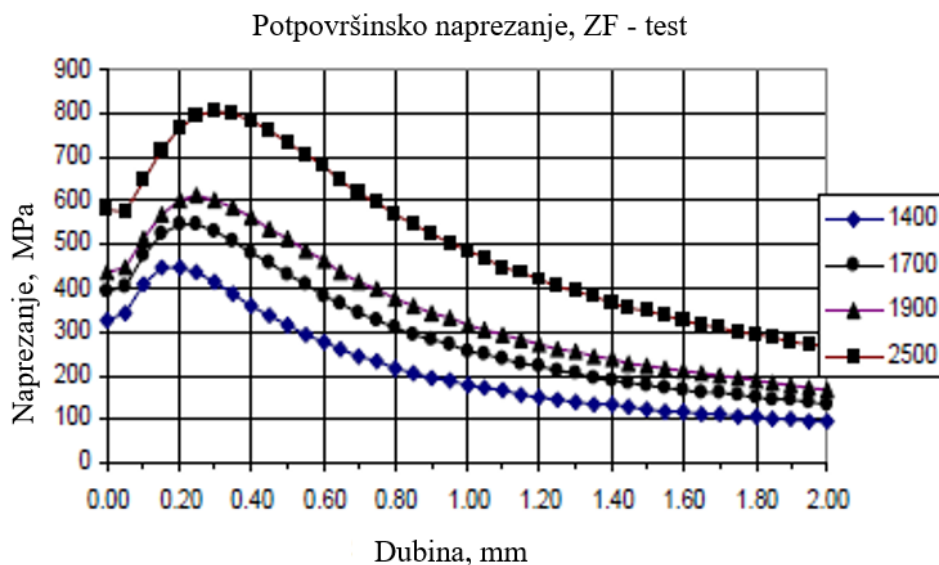
Sinterirani čelici čine najveći dio proizvodnje metalurgije praha [7]. Svojstva im znatno ovise o sastavu, gustoći, načinu proizvodnje i poroznosti. Pored ugljika, često sadrže i određenu količinu bakra koji omogućava točnost dimenzija proizvoda te ga se dodaje u željezni prah u iznosu do 10 % mase željeznog praha. Bakar se tali pri sinteriranju pa se proces odvija uz prisutnost tekuće faze, što pospješuje homogenizaciju strukture. Danas se najčešće proizvodi čelik legiran s 18 % Cr, 12 % Ni i 2 % Mo. Sinterirani čelici pokazuju bolja mehanička svojstva od onih proizvedenih drugim metodama poput lijevanja i kovanja. Važno je voditi računa o udjelu poroznosti u materijalu, koja znatno utječe na mehanička svojstva [4]. Porastom poroznosti vrijednosti vlačne čvrstoće, modula elastičnosti i tvrdoće značajno padaju [8]. Poroznost posebno loše utječe na zamorna svojstva jer pore djeluju kao koncentratori naprezanja i olakšavaju širenje pukotine kroz materijal.

Materijal korišten u ovome radu jest Astaloy Mo+0,2C. Prah je legiran s 1,5 % molibdena i 2 % bakra, a dobiven je postupkom atomizacije vodom. Legiranje molibdenom omogućuje primjenu većih tlakova pri kompaktiranju. Čelici klase Astaloy pokazuju visoku čvrstoću, a dodatkom ugljika od 0,2 do 0,6 % i dobru tvrdoću, te su svoju primjenu našli u proizvodnji zupčanika i dijelova pumpi za ulje [9].

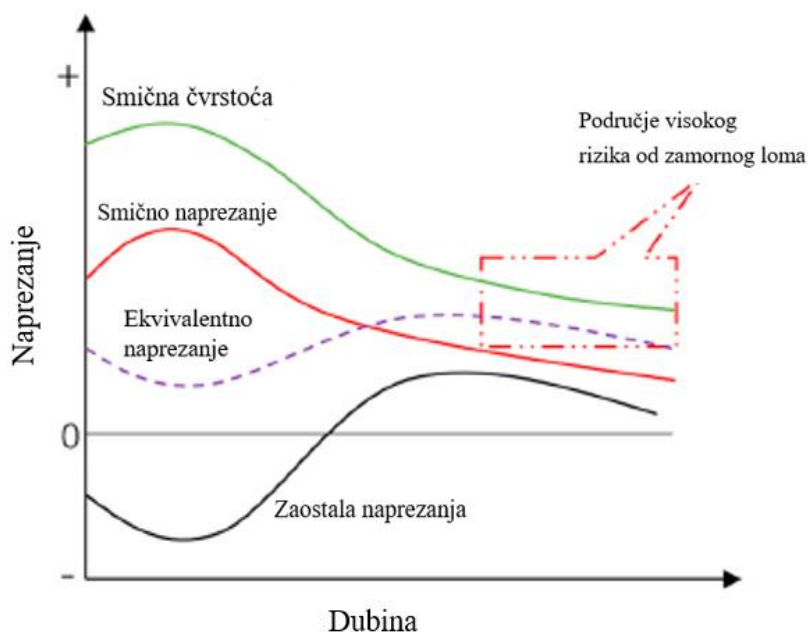


### 2.3. Densifikacija površine sinteriranih materijala

Ono što ograničava širu upotrebu sinteriranih materijala jesu njihova mehanička svojstva. Ona mogu biti bolja od onih koje pokazuju lijevano i kovano željezo, no samo kada je poroznost mala [10]. Poroznost negativno utječe na tvrdoću i čvrstoću materijala, čime ubrzava njegovo trošenje i oslabljuje mu dinamička svojstva. Zupčanici, kod kojih se najveća naprezanja javljaju ispod površine, posebno su izloženi tim negativnim utjecajima, što je prikazano na slikama 2.4 i 2.5.

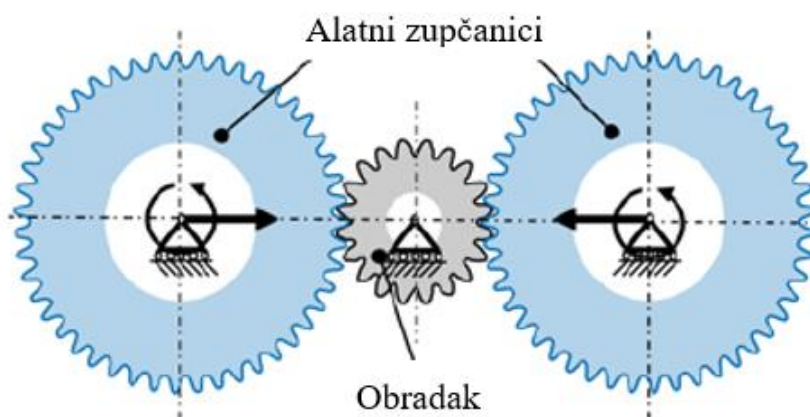


Slika 2.4. Raspodjela naprezanja u ovisnosti o dubini za zupčanike pri različitim opterećenjima [11]



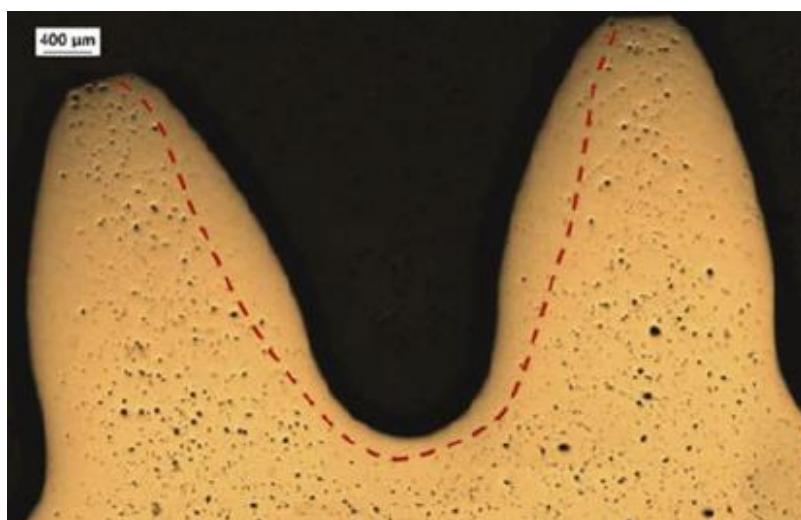
Slika 2.5. Utjecaj zaostalih smičnih naprezanja na smično opterećenje zupčanika [12]

Kako bi se negativni utjecaji reducirali, koriste se razne tehnike čiji je cilj poboljšanje površinskih svojstava materijala. Za zupčanike se često koristi tehnika hladnog valjanja, u kojoj se zupčanik dobiven postupkom metalurgije praha postavlja između dva veća zupčanika izrađena od alatnih čelika i tlačno opterećuje. Udaljenost između alatnih zupčanika smanjuje se tijekom procesa, čime se ostvaruju bolji rezultati. Postupak hladnog valjanja prikazan je na slici 2.6.



Slika 2.6. Shema postupka hladnog valjanja [13]

Hladno valjani zupčanici pokazuju znatno poboljšana mehanička svojstva u površinskom sloju. Nakon obrade vrijednosti tvrdoće i gustoće rastu te je obrada površine finija [14]. Važno je još napomenuti da svojstva i njihova prodornost u materijal proporcionalno rastu s približavanjem alatnih zupčanika. Zupčanik na kojem je proveden postupak hladnog valjanja prikazan je na slici 2.7. Ovaj postupak značajno poboljšava izdržljivost zupčanika i produljuje im vijek trajanja, što omogućuje širu primjenu.



Slika 2.7. Zupčanik s densificiranim površinskim slojem [15]

### 3. MODELIRANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA MATERIJALA

#### 3.1. Elastoplastično ponašanje materijala

Materijal čija se zamorna svojstva određuju u ovome radu, ponaša se elastoplastično. Kod malih vrijednosti naprezanja, nižih od granice tečenja, materijal se ponaša elastično i u skladu s Hookeovim zakonom:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (1)$$

Jednom kad vrijednost naprezanja prilikom opterećenja materijala prijeđe granicu tečenja  $\sigma_Y$ , materijal se počinje plastično deformirati. Osim toga, ovisnost između plastične deformacije i naprezanja postaje nelinearna i potrebno je koristiti druge modele za opisivanje ponašanja materijala.

U radu je pretpostavljeno da je materijal hiperelastičan, tj. da je naprezanje posljedica promjene gustoće unutarnje energije deformiranja  $W$  u ovisnosti o deformaciji:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}}. \quad (2)$$

Unutarnja energija deformiranja funkcija je elastične deformacije, dok se plastična deformacija promatra kao unutarnja varijabla koja se mijenja s plastičnim deformiranjem.

Čelici u plastičnom području deformiranja očvršćuju, što nazivamo deformacijskim očvršćenjem. Takvo ponašanje primjetno je sve dok inženjersko naprezanje ne dosegne vrijednost vlačne čvrstoće materijala  $\sigma_M$ , kada se u materijalu javljaju prva oštećenja. Razlikujemo tri tipa očvršćenja: izotropno, kinematičko te kombinirano. Kod izotropnog očvršćenja elastično se područje povećava s plastičnom deformacijom. Kod kinematičkog očvršćenja elastično se područje ne mijenja, već se pomiče paralelno s linijom deformacijskog očvršćenja [16]. Materijal u ovom radu pokazuje karakteristike nelinearnog izotropnog i kinematičkog očvršćenja zbog čega tip očvršćenja nazivamo kombiniranim.

Za opis kombiniranog očvršćenja u radu je korištena von Misesova funkcija tečenja:

$$f = \|\boldsymbol{\eta}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_Y(\varepsilon_{ekv}^p) \leq 0, \quad (3)$$

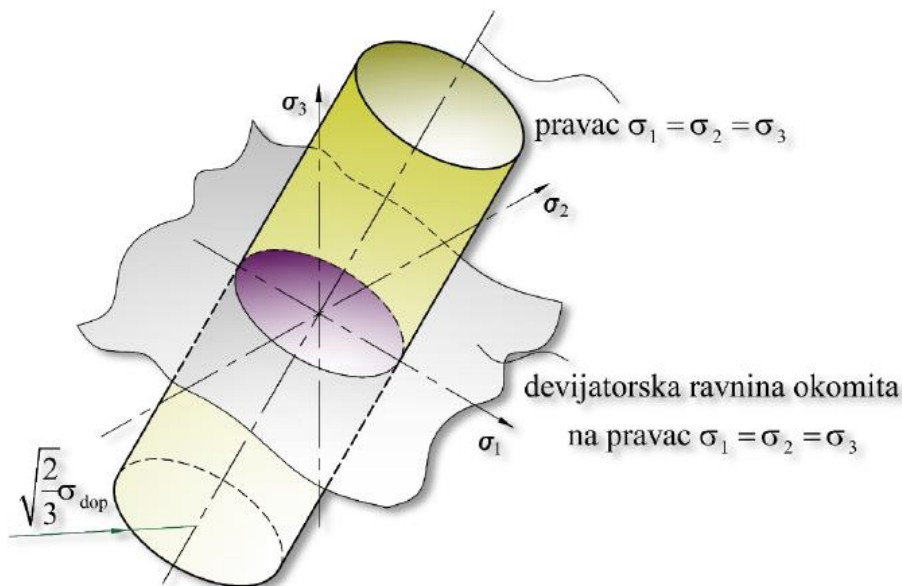
gdje je  $\boldsymbol{\eta}$  tenzor relativnog naprezanja definiran izrazom:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}, \quad (4)$$

$\sigma_Y$  opisuje plohu tečenja (slika 3.1), a  $\|\cdot\|$  je druga norma.  $\mathbf{S}$  je devijator naprezanja, što znači da vrijedi pretpostavka da plastično tečenje ne uzrokuje promjenu volumena tijela, a  $\boldsymbol{\alpha}$  je tenzor

povratnog naprezanja koji opisuje pomak elastičnog područja.  $\varepsilon_{ekv}^p$  predstavlja ekvivalentnu plastičnu deformaciju. Njena promjena računa se izrazom:

$$\dot{\varepsilon}_{ekv}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p. \quad (5)$$



Slika 3.1. von Misesova ploha tečenja [16]

U radu je korišten asociirani zakon tečenja, u kojem je plastični potencijal jednak funkciji tečenja izražen jednadžbom:

$$\dot{\varepsilon}^p = \gamma \frac{\partial f}{\partial \sigma^*}, \quad (6)$$

gdje je  $\gamma$  plastični multiplikator određen algoritmom povratnog projiciranja detaljnije opisan u [16], a  $\sigma^*$  nedegradirani Cauchyjev tenzor naprezanja.

Ploha tečenja  $\sigma_Y$  i tenzor povratnih naprezanja  $\alpha$  definirani su konstitutivnim modelom koji je ugrađen u programski paket ABAQUS [17], a razvili su ga Lemaitre i Chaboche [18]. Izotropno očvršćenje opisano je jednadžbom:

$$\sigma_Y = \sigma_Y^0 + Q_\infty (1 - \exp(-b \varepsilon_{ekv}^p)). \quad (7)$$

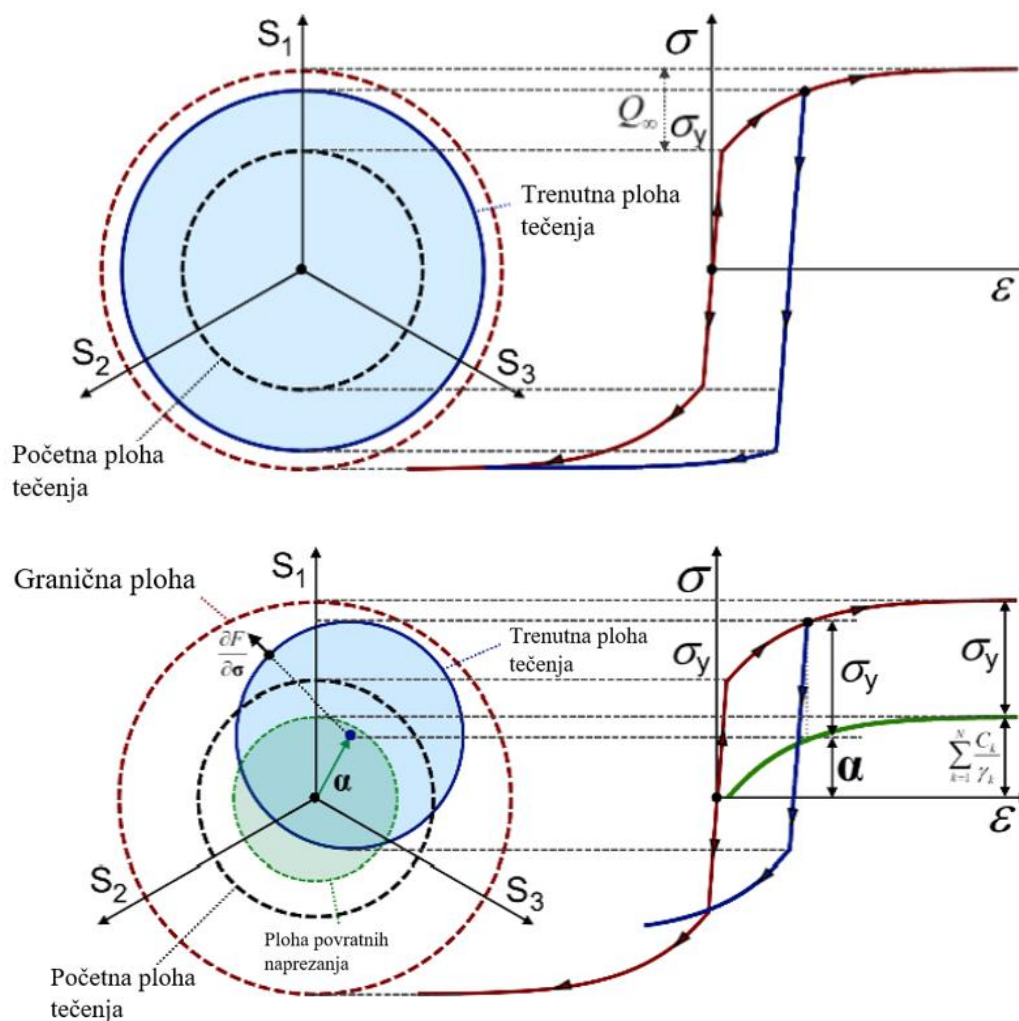
$\sigma_Y^0$  predstavlja inicijalnu granicu tečenja prije pojave plastičnih deformacija,  $Q_\infty$  je najveća moguća promjena veličine plohe tečenja, dok je  $b$  brzina promjene veličine plohe tečenja tijekom plastičnog deformiranja. Parametri  $Q_\infty$  i  $b$  određuju se iz eksperimentalnih podataka. Kinematičko očvršćenje opisano je izrazom:

$$\dot{\alpha}_k = \frac{C_k}{\sigma_Y(\varepsilon_{ekv}^p)} (\sigma^* - \alpha) \dot{\varepsilon}_{ekv}^p - \gamma_k \alpha_k \dot{\varepsilon}_{ekv}^p. \quad (8)$$

$C_k$  za svaku komponentu tenzora povratnih napreznja predstavlja početnu vrijednost kinematičkog modula očvršćenja, a  $\gamma_k$  brzinu promjene kojom se on smanjuje s porastom plastične deformacije. Zbrajanjem komponenti dobije se ukupni tenzor  $\alpha$ :

$$\alpha = \sum_k \alpha_k . \quad (9)$$

U ovome radu za vrijednost parametra  $k$  uzeto je  $k = 1$ . Izotropno i kinematičko očvršćenje prikazani su shematski u prostoru devijatorskih napreznja na slici 3.2.



**Slika 3.2. Shematski prikaz nelinearnog izotropnog očvršćenja (gore) i nelinearnog kinematičkog očvršćenja (dolje) [19]**

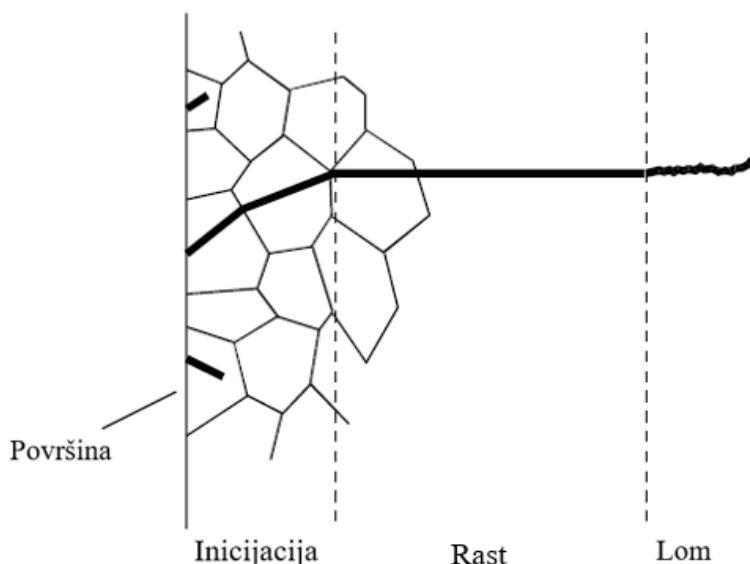
Model kombiniranog očvršćenja omogućuje modeliranje plastičnih deformacija u ciklički opterećenim metalnim materijalima sklonim niskocikličkom zamoru. Također omogućuje opis karakterističnih cikličkih pojava poput Bauschingerovog efekta, puzanja u smjeru srednje vrijednosti napreznja, relaksaciju srednje vrijednosti napreznja te stabilizaciju plastičnog očvršćenja ili omekšanja materijala [17].

## 3.2. Zamorno ponašanje materijala

### 3.2.1. O zamoru

Zamor materijala vrsta je oštećenja koje se javlja kod dinamički opterećenih materijala pri vrijednostima naprezanja nižim od vlačne čvrstoće materijala. Zamorni lom najučestaliji je oblik loma i pretpostavlja se da je uzrok gotovo 90% krahova metalnih konstrukcija [20]. Proces zamora materijala (razvoja pukotine) pri cikličkom opterećenju može se podijeliti u tri faze prikazane na slici 3.3:

1. inicijacija pukotine,
2. rast pukotine do kritične veličine,
3. nestabilni lom završnog dijela presjeka [21].



Slika 3.3. Faze razvoja pukotine [22]

Zamor je posljedica plastičnog deformiranja u području oko pukotine do kojeg dolazi tijekom njene inicijacije i rasta uslijed koncentracije naprezanja. Zamor je oblik lokaliziranog duktilnog loma. Razlikujemo niskociklički zamor materijala, kada lom nastupa nakon 100 do 10 000 ciklusa opterećenja, te visokociklički zamor, koji nastupa pri broju ciklusa opterećenja većem od 10 000.

### 3.2.2. Cikličko opterećenje

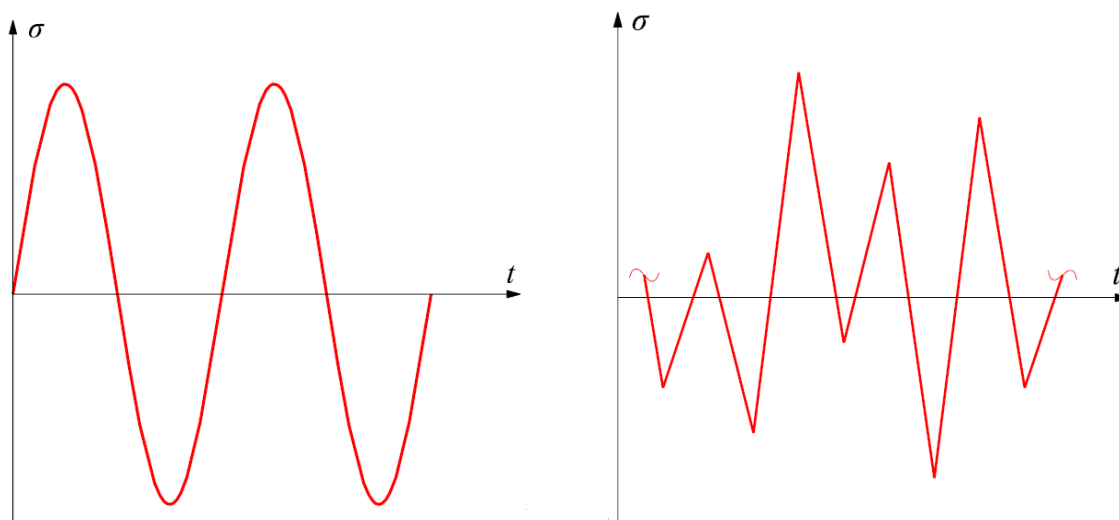
Materijali mogu biti opterećeni statički i dinamički. Statička opterećenja su ona kod kojih je iznos opterećenja konstantan, dok se kod dinamičkih taj iznos mijenja. Ako se iznos opterećenja ponavlja u pravilnim vremenskim razmacima, govorimo o cikličkim opterećenjima. Ako su vremenski razmaci nepravilni, opterećenje je stohastičko, nepredvidivo (slika 3.4). Eksperimentalna se testiranja najčešće provode cikličkim opterećenjima konstantne amplitude i srednje vrijednosti naprezanja. Najvažnije karakteristike cikličkog opterećenja su amplituda naprezanja  $S_a$ , srednje naprezanje  $S_m$  i omjer naprezanja  $R$ . Jednadžbe kojima se računaju navedene su redom:

$$S_a = \frac{|S_{\max} - S_{\min}|}{2}, \quad (10)$$

$$S_m = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}, \quad (11)$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}, \quad (12)$$

Eksperimentalna naprezanja najčešće se provode za omjere naprezanja  $R = 0$  (čisto istosmjerno cikličko opterećenje) i  $R = -1$  (čisto izmjenično cikličko opterećenje), dok su eksperimentalni podaci korišteni u ovome radu dobiveni za omjer naprezanja  $R = 0,05$ .



Slika 3.4. Prikaz cikličkog opterećenja (lijevo) i stohastičkog opterećenja (desno) [23]

### 3.2.3. Niskociklički zamor

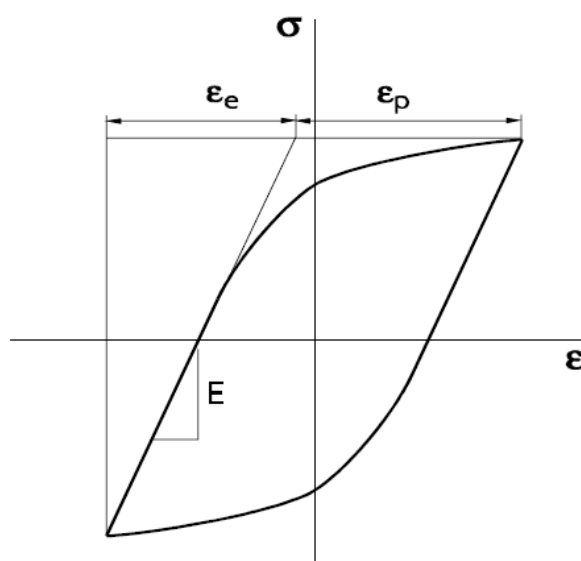
Niskociklički zamor javlja se kod većih iznosa opterećenja. Naprezanja i deformacije su u elastoplastičnom području, a metode koje se najčešće koriste za njegov proračun su  $\varepsilon - N$  metoda

za određivanje broja ciklusa do inicijacije pukotine te  $da/dN$  metoda za određivanje broja ciklusa rasta pukotine do kritične duljine.

$\varepsilon - N$  metoda počiva na zasebnom proučavanju učinaka elastičnih i plastičnih deformacija na inicijaciju pukotine (slika 3.5). Utjecaj elastičnih deformacija izvodi se iz Basquinovog zakona koji iskazuje ovisnost amplitude stvarnog naprezanja  $\sigma_a$  o broju ciklusa do nastanka pukotine  $N_i$ :

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{S_a}{E} = \frac{S_f'}{E} (2N_f)^b. \quad (13)$$

U prethodnom izrazu  $N_f$  je broj ciklusa do loma,  $S_f'$  jest koeficijent zamorne čvrstoće, a  $b$  je eksponent zamorne čvrstoće.



Slika 3.5. Petlja histereze prikazana zbrajanjem plastične i elastične deformacije [22]

Utjecaj plastičnih deformacija računa se Coffin-Mansonovom relacijom:

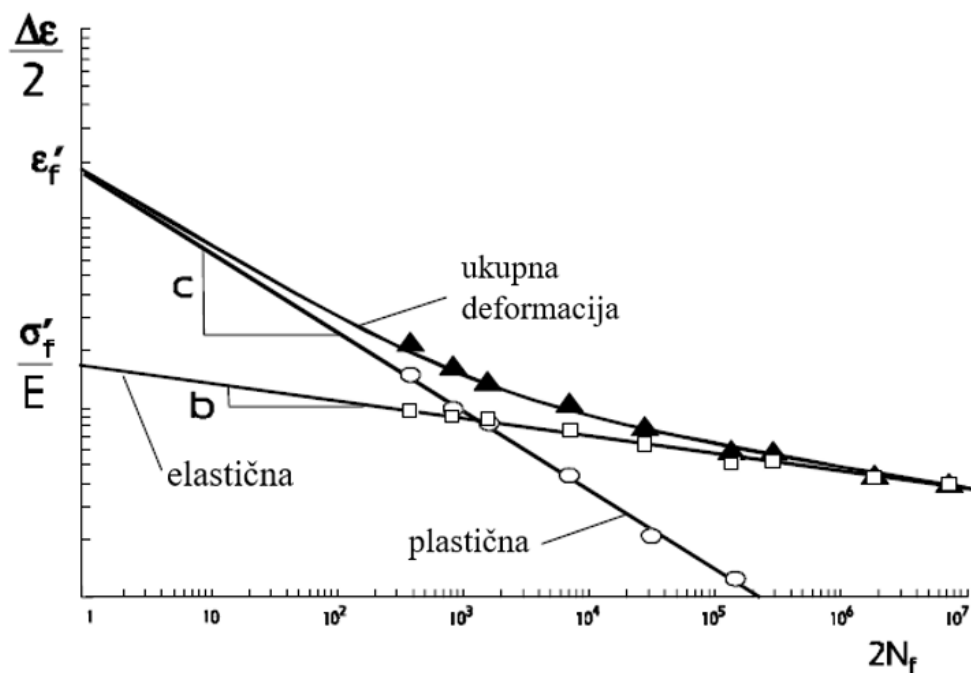
$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f' (2N_f)^c, \quad (14)$$

gdje je  $\varepsilon_f'$  koeficijent zamorne duktilnosti, a  $c$  eksponent zamorne duktilnosti. Zbrajanjem izraza (13) i (14), dobije se konačni izraz za ovisnost broja ciklusa do inicijacije pukotine o ukupnoj deformaciji:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{S_f'}{E} (2N_i)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c. \quad (15)$$

Grafički je prikazan na slici 3.6.





Slika 3.6. Ovisnost amplitude ukupne deformacije o broju ciklusa do inicijacije pukotine [22]

Kad se odredi broj ciklusa do inicijacije pukotine, dalje se broj ciklusa do dostizanja kritične veličine pukotine određuje  $da/dN$  metodom. Ona se temelji na linearno-elastičnoj mehanici loma te je ograničena na slučajeve s malom plastičnom zonom oko pukotine. Paris i Erdogan su 1960. postavili zakon koji opisuje brzinu rasta pukotine tijekom propagacijske faze (slika 3.7) [23]:

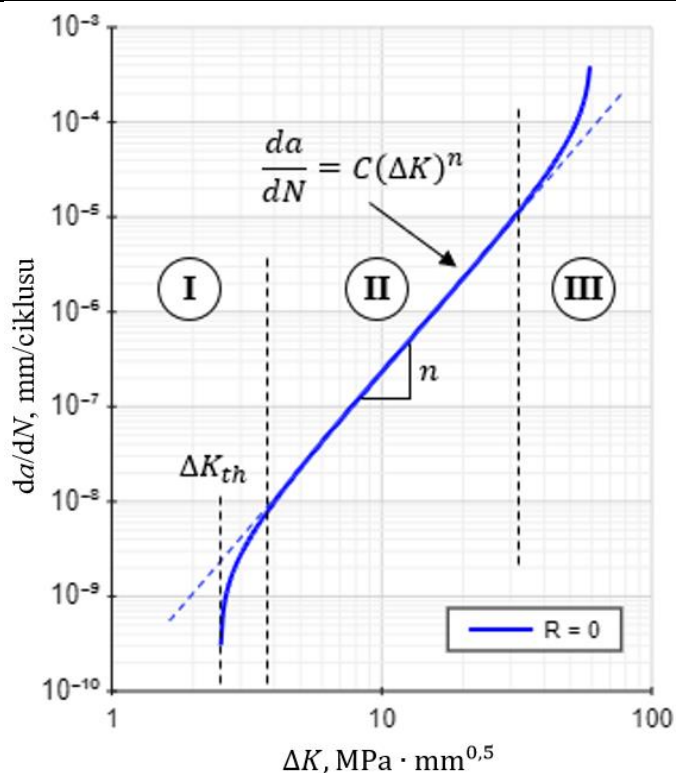
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (16)$$

Gdje su  $C$  i  $m$  materijalne konstante, a  $\Delta K$  je promjena koeficijenta intenzivnosti naprezanja koji se računa izrazom [23]:

$$K = Y(a)(2\sigma_a)\sqrt{\pi a}. \quad (17)$$

Konstanta  $Y(a)$  ovisi o geometriji konstrukcijske komponente i obliku pukotine. Integracijom Parisovog zakona dobije se broj ciklusa propagacije pukotine do kritične vrijednosti  $N_p$ , pa je ukupni broj ciklusa do loma određen izrazom:

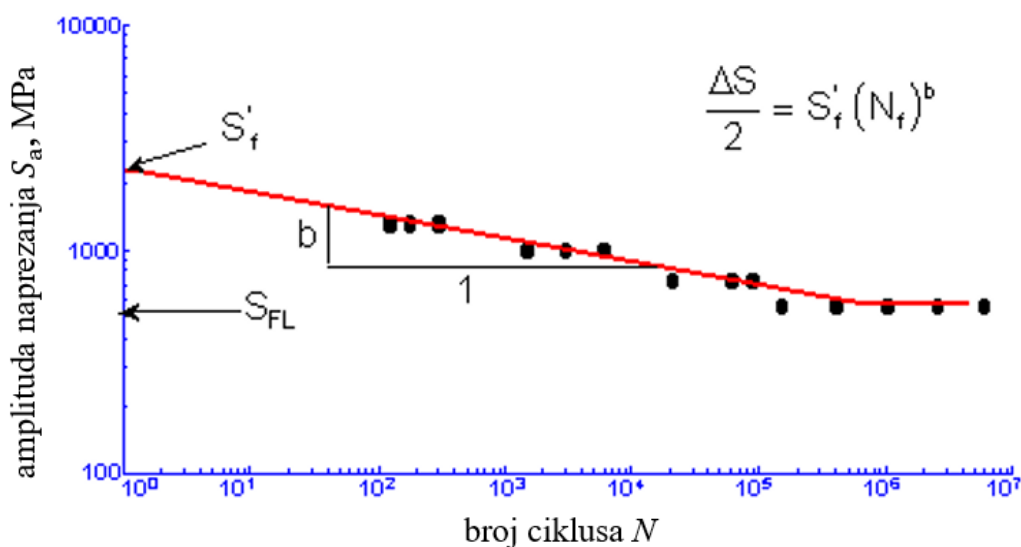
$$N_f = N_i + N_p. \quad (18)$$



Slika 3.7. Prikaz Paris-Erdoganovog zakona [24]

3.2.4. Visokociklički zamor

Visokociklički zamor javlja se kod manjih iznosa opterećenja. Naprezanja i deformacije su u elastičnom području, a za njegovo opisivanje se najčešće koristi  $S - N$  metoda čiji je grafički prikaz poznat i kao Wöhlerova krivulja (slika 3.8).



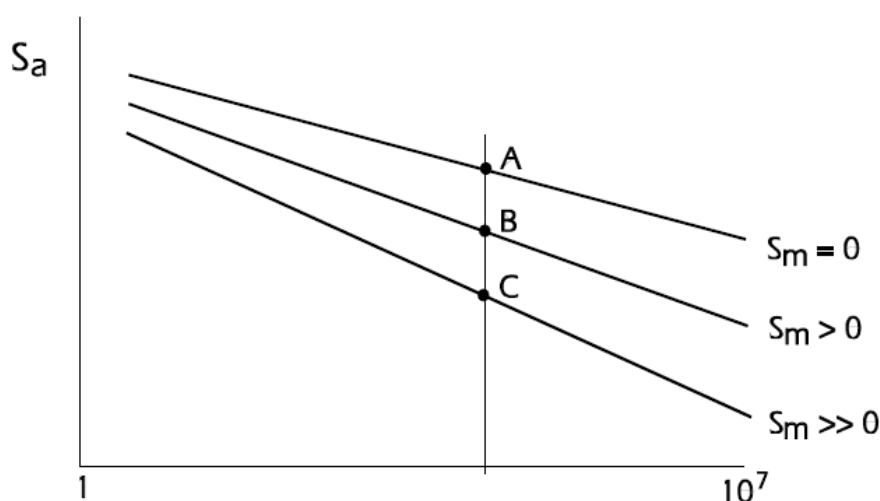
Slika 3.8. Wöhlerova krivulja ( $S - N$  krivulja) [23]

Broj ciklusa do loma  $N_f$  u ovisnosti o amplitudi naprezanja  $S_a$  u dvostrukom logaritamskom mjerilu izražen je analitički jednadžbom [23]:

$$S_a = S_f' (N_f)^b . \quad (19)$$

Iz Wöhlerovog dijagrama na slici 2.15. vidljivo je da nakon određenog broja ciklusa naprezanje pri kojem dolazi do loma epruvete postaje konstantno. Tu vrijednost naprezanja koju materijal može izdržati za neograničeni broj ciklusa nazivamo trajnom dinamičkom čvrstoćom materijala i označavamo ju sa  $S_f$ .

Na zamornu čvrstoću materijala velik utjecaj ima srednja vrijednost naprezanja  $S_m$  cikličkog opterećenja. Što je veća vrijednost  $S_m$ , to je manji životni vijek materijala, što je grafički prikazano na slici 3.9.



Slika 3.9. Utjecaj srednjeg naprezanja  $S_m$  na dinamičku izdržljivost materijala [22]

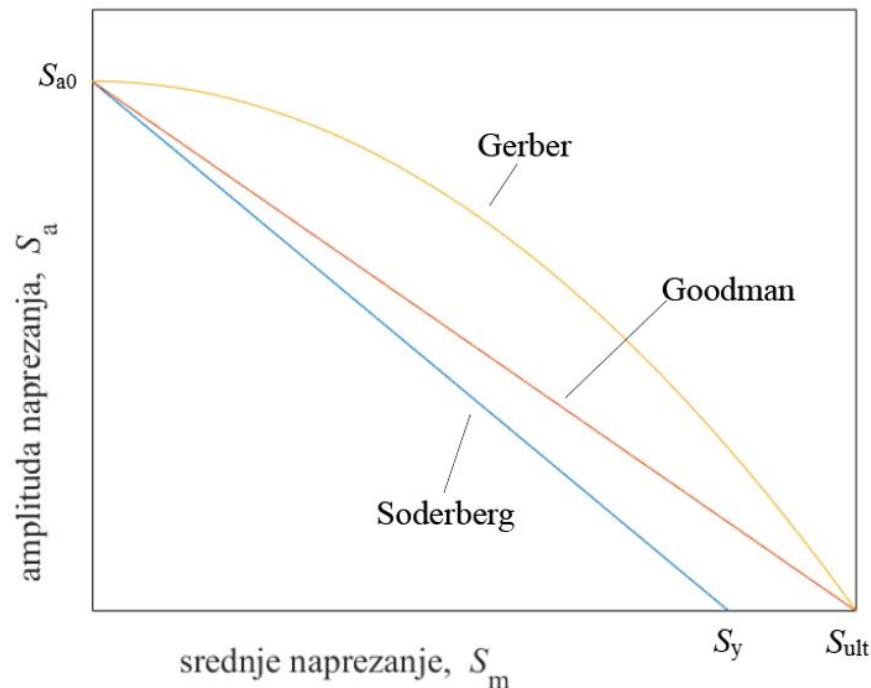
Za neku određenu vrijednost dinamičke čvrstoće, utjecaj srednjeg naprezanja može se prikazati Haighovim dijagramom (slika 3.10). U njemu je za svako srednje naprezanje prikazan iznos amplitude pri kojem dolazi do loma materijala.

Relacije kojima se određuje amplituda pri kojoj dolazi do loma za određeno srednje naprezanje predložili su Goodman i Gerber.

Goodmanova relacija glasi:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_f} = 1 . \quad (20)$$

$S_{a0}$  predstavlja amplitudu naprezanja kada je  $S_m = 0$ , a  $S_f$  je dinamička čvrstoća. Goodmanova relacija primjenjuje se za krhke materijale, dok je za duktilne konzervativna [23].



Slika 3.10. Haighov dijagram

Gerberova relacija koja se primjenjuje za duktilne materijale je:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \left(\frac{S_m}{S_f}\right)^2 = 1. \quad (21)$$

Soderbergova relacija određuje amplitudu za koju dolazi do plastičnog tečenja materijala. Dana je izrazom:

$$\frac{S_a}{S_{a0}} + \frac{S_m}{S_y} = 1, \quad (22)$$

gdje je  $S_y$  granica tečenja materijala. Zbog svoje konzervativnosti danas se rijetko koristi.

Eksperimenti se najčešće provode za konstantne iznose amplitude i srednjeg naprezanja, no u stvarnosti te vrijednosti variraju. Poznavanjem parametara kojima je opterećenje definirano (amplituda, srednje naprezanje i broj odrađenih ciklusa) te Wöhlerovog dijagrama za ispitivani materijal, Palmgren-Minerovim pravilom možemo odrediti ukupno oštećenje materijala. Pravilo glasi:

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_{f,i}}. \quad (23)$$

$D$  je ukupno oštećenje i kada je  $D = 1$  nastupa lom konstrukcije.  $n$  je broj različitih načina opterećivanja,  $n_i$  broj odrađenih ciklusa za svaki način, a  $N_{f,i}$  broj ciklusa do loma za svaki način opterećivanja konstrukcije.

## 4. METODA KONAČNIH ELEMENATA

### 4.1. O metodi konačnih elemenata

Analitičko rješavanje kontinuiranih sustava vrlo je teško i računski zahtjevno. Točno rješenje diferencijalnih jednadžbi, koje zadovoljava na području cijelog modela, moguće je dobiti samo za jednostavnije proračunske modele. Stoga se klasične metode koje direktno rješavaju sustave diferencijalnih jednadžbi zamjenjuju približnim numeričkim metodama koje sustav diferencijalnih jednadžbi zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi. Tu zamjenu dodatno olakšava prostorna diskretizacija kontinuiranog sustava. Jedna od takvih metoda je metoda konačnih elemenata [25].

Metoda konačnih elemenata promatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje diskretnim modelom podijeljenim na međusobno povezane konačne elemente s konačnim brojem stupnjeva slobode. Elementi su međusobno povezani u čvorovima, a raspodjela zavisnih varijabli se u svakome od njih opisuje interpolacijskim funkcijama. Jednom kada se izračunaju čvorne vrijednosti, ostale je moguće odrediti primjenom poznatih teorijskih relacija. Metoda ima široku primjenu u strojarstvu te se koristi za rješavanje statičkih i dinamičkih problema u mehanici deformabilnih tijela, proračun strujanja, analizu elektromagnetnih polja i rješavanje općih problema polja [25].

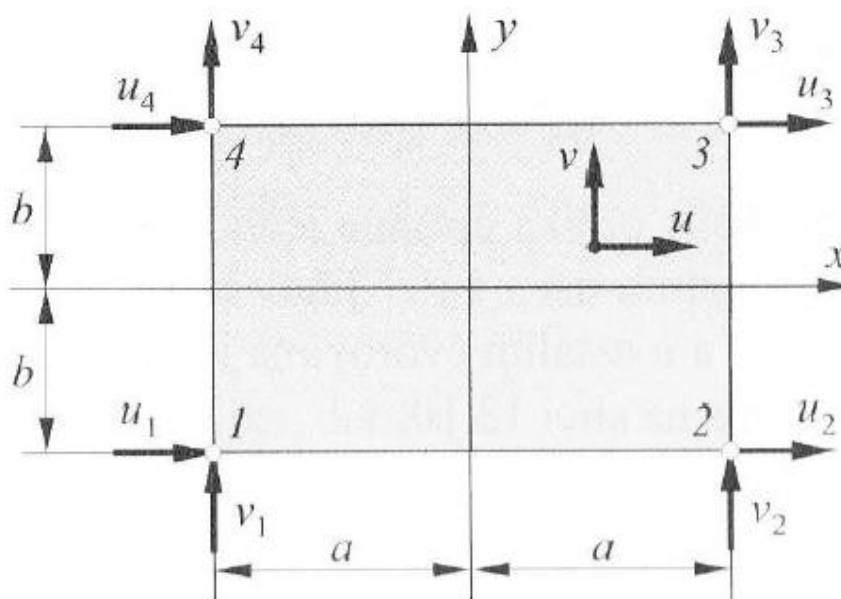
Postoje dva pristupa izvodu jednadžbi za konačni element. To su varijacijska formulacija i rješavanje diferencijalnih jednadžbi metodom težinskog reziduala. Druga metoda koristi se kada je varijacijska formulacija presložena ili ne postoji funkcional za opisivanje postavljenog problema. U metodi težinskih reziduala pretpostavljeno se rješenje uvrštava u diferencijalnu jednadžbu i pritom se javlja ostatak (rezidual). Kada je rezidual jednak nuli, rješenje je točno. Minimizacijom reziduala dobiva se sustav algebarskih jednadžbi čije su nepoznanice parametri u čvorovima [25].

Za dobivanje točnijih rezultata potrebno je pravilno provesti diskretizaciju. U pravilu to znači da će točnost rezultata rasti s porastom broja elemenata, a to za sobom povlači i veći broj jednadžbi koje je potrebno riješiti. Složeni se sustavi iz tog razloga rješavaju pomoću računala. Danas je metoda konačnih elemenata ugrađena u različite računalne programe. Postoje programi specijalizirani za analizu konačnih elemenata, ali i oni u koje je programski paket integriran kao nadogradnja CAD-u. U radu je korišten programski paket ABAQUS [17] (verzija 2020) koji je razvila francuska tvrtka *Dassault Systemes*.

## 4.2. Konačni element primijenjeni u radu

### 4.2.1. 2D konačni elementi

Za računanje polja pomaka kod dvodimenzijskih problema u radu je korišten osnovni pravokutni element s pretpostavkom ravninskog stanja deformacija, čija je oznaka CPE4 (slika 4.1). To je konačni element za rješavanje 2D problema s četiri čvora u vrhovima pravokutnika i koordinatnim sustavom postavljenim u njegovom težištu. Stranice su mu paralelne s osima koordinatnog sustava i u svakom vrhu element ima dva stupnja slobode: pomaci u smjeru osi  $x$  i osi  $y$ .



Slika 4.1. Osnovni pravokutni konačni element [25]

Vektor stupnjeva slobode izražen je na sljedeći način:

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4]. \quad (24)$$

Polje pomaka izraženo je nepotpunim polinomima drugog stupnja:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy, \\ v &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy, \end{aligned} \quad (25)$$

što u matričnom zapisu glasi:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{a} := \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta za čvorove  $x = x_i$  i  $y = y_i$ ,  $u = u_i$  i  $v = v_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) u prethodne izraze prema Slika 4.1 dobiva se sljedeći sustav jednažbi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{C} \mathbf{a}: \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Raspodjela pomaka u elementu opisana je funkcijama oblika čija se matrica računa izrazom:

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{C}^{-1}, \quad (28)$$

te glasi:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

a funkcije oblika su redom:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \\ N_2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \\ N_3 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ N_4 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

Funkcije oblika imaju vrijednost jedan u čvorovima na koje se odnose i vrijednost nula u ostalim čvorovima.

Matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima računa se deriviranjem funkcija oblika prema izrazu:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N}, \quad (31)$$

gdje je  $\mathbf{D}_k$  kinematički diferencijalni operator koji za 2D problem glasi:

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Matrica  $\mathbf{B}$  glasi:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

a za osnovni pravokutni element ona je jednaka:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & (b-y) & 0 & (b+y) & -(b+y) & (b+y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & -(a+x) & 0 & (a+x) & 0 & (a-x) \\ -(a-x) & -(b-y) & -(a+x) & (b-y) & (a+x) & (b+y) & (a-x) & -(b+y) \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Matrica krutosti konačnog elementa računa se izrazom:

$$\mathbf{k} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx dy. \quad (35)$$

Raspisan izraz za osnovni pravokutni element može se pronaći u [25].

Raspodjela deformacija po konačnom elementu opisana je jednadžbom:

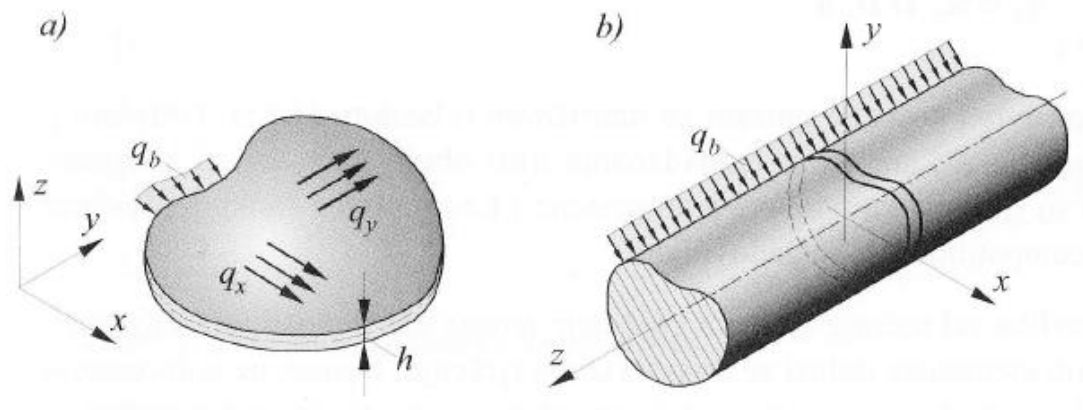
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (36)$$

a raspodjela naprezanja u konačnom elementu izrazom:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (37)$$



gdje je  $\mathbf{D}$  matrica elastičnosti. Dva često korištena posebna slučaja trodimenzijskoga stanja naprezanja su ravninsko stanje naprezanja (RSN) i ravninsko stanje deformacije (RSD) prikazana na slici 4.2.



Slika 4.2. a) ravninsko stanje naprezanja; b) ravninsko stanje deformacije [25]

RSN se često javlja kada je dimenzija konstrukcijske komponente u smjeru jedne osi mnogo manja u odnosu na dimenzije u smjeru druge dvije. Možemo reći da takav slučaj vrijedi kada je naprezanje funkcija koordinata  $x$  i  $y$ , djeluje u ravnini tijela i jednoliko je raspodijeljeno po debljini. Tada su komponente naprezanja  $\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$  jednake nuli pa su komponente tenzora naprezanja i deformacija sljedeće:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}] \quad (38)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]. \quad (39)$$

Matrica elastičnosti za slučaj RSN jednaka je:

$$\mathbf{D}_{\text{RSN}} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (40)$$

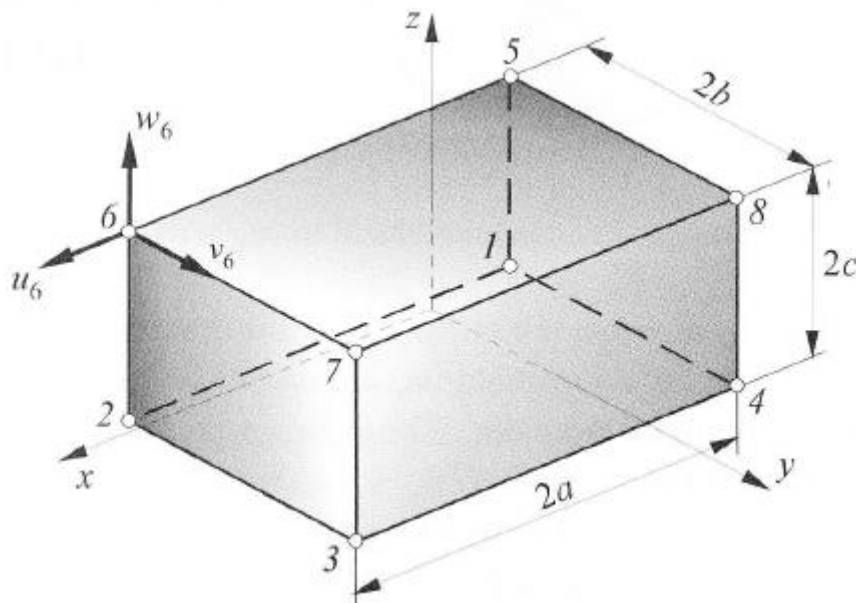
Ravninsko stanje deformacija javlja se kod tijela kod kojih je jedna dimenzija znatno veća od ostalih. RSD možemo pretpostaviti u slučaju da opterećenje djeluje okomito na uzdužnu os (neka to bude os  $z$ ) i konstantno je po duljini tijela čija je geometrija konstantna. To rezultira time da su komponente deformacija  $\varepsilon_x, \gamma_{zy}$  i  $\gamma_{zx}$  jednake nuli. Komponente tenzora naprezanja i deformacija jednake su onima za slučaj RSN, no promijenila se matrica elastičnosti koja sada ima oblik:

$$\mathbf{D}_{\text{RSD}} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Važno je napomenuti da je za RSN komponenta deformacije  $\varepsilon_z$  različita od nule, kao što i za RSD komponenta naprezanja  $\sigma_z$  ne iznosi nula. Navedene veličine ne uzimamo u obzir jer ne pridonose energiji elastičnoga deformiranja ( $\sigma_z \varepsilon_z = 0$ ).

#### 4.2.2. 3D konačni elementi

Za računanje polja pomaka kod trodimenzijskih problema u radu je korišten osnovni prizmatični element čija je oznaka u ABAQUSU C3D8 (slika 4.3). To je najjednostavniji konačni element za rješavanje 3D problema s 8 čvorova u vrhovima prizme i koordinatnim sustavom postavljenim u njegovom težištu. Stranice su mu paralelne s osima koordinatnog sustava i u svakom vrhu element ima tri stupnja slobode: pomaci u smjeru koordinatnih osi  $x$ ,  $y$  i  $z$ .



Slika 4.2. Osnovni prizmatični konačni element s 24 stupnja slobode [25]

Jednadžbe za 3D konačni element izvode se istim pristupom kao i za 2D konačni element. Zbog složenosti i dužine izraza, u radu neće biti detaljno navedeni. Vektor stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$  sastoji se od 24 komponente:

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8]. \quad (42)$$

Polje pomaka opisano je nepotpunim polinomima trećeg stupnja:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7zx + a_8xyz, \\ v &= a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}zx + a_{16}xyz, \\ w &= a_{17} + a_{18}x + a_{19}y + a_{20}z + a_{21}xy + a_{22}yz + a_{23}zx + a_{24}xyz. \end{aligned} \quad (43)$$

Izrazi za funkcije oblika mogu se pronaći u [25], a matrica funkcija oblika glasi:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix}. \quad (44)$$

Matrica  $\mathbf{B}$  određuje se prema izrazu (31), a matrica krutosti se zatim računa jednadžbom:

$$\mathbf{k} = \int_{-c}^c \int_{-b}^b \int_{-a}^a \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx dy dz. \quad (45)$$

Matrica elastičnosti za trodimenzijske probleme glasi:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}, \quad (46)$$

gdje su  $\lambda$  i  $\mu$  Laméove konstante opisane izrazima:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (47)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Polja deformacija i naprezanja u elementu računaju se prema izrazima (36) i (37).

## 5. METODA FAZNOG POLJA

### 5.1. O metodi faznog polja

Modeliranje oštećenja predstavlja jedan od najvećih izazova za inženjersku zajednicu. S obzirom na to da je većina krahova mehaničkih konstrukcija uzrokovana zamorom materijala, što predstavlja ogroman ekonomski trošak, točno modeliranje oštećenja od iznimne je važnosti. Jedna od popularnijih metoda za modeliranje ovog problema u zadnjem desetljeću je metoda faznog polja. Ona spada u kontinuumske metode koje umjesto modeliranja diskretne pukotine uvode parametar oštećenja koji opisuje glatki prijelaz stanja materijala. Metoda se uspješno koristi za modeliranje sustava s oštrim prijelazima između faza, što su u slučaju mehanike oštećenja i loma neoštećeni i oštećeni materijal. Metoda faznog polja korištena u ovome radu temelji se na varijacijskom pristupu gdje je Griffithova teorija loma [26] svedena na problem minimizacije energije. Prema njoj pukotina može nastati i širiti se krutim tijelom ako to dovodi do konfiguracije tijela s najmanjom ukupnom energijom. Pukotine tako mogu nastajati, rasti i spajati se bez potrebe za uvođenjem dodatnih kriterija oštećenja i loma. Zbog navedenog nije potrebno znati putanju pukotine i njenu topologiju, što iznimno olakšava numeričku implementaciju i metodu čini zanimljivom inženjerskoj struci [19].

### 5.2. Sustav jednadžbi

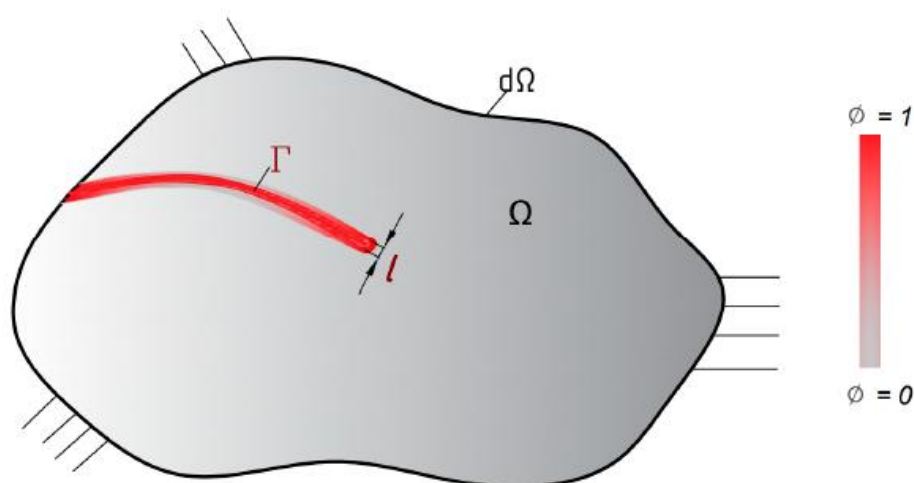
Za početak definiramo tijelo  $\Omega$  s površinom  $d\Omega$  na kojem se nalazi pukotina površine  $\Gamma(t)$  i na kojem je određeno polje pomaka  $\mathbf{u}$  (slika 5.1).

Vodeći se principom minimuma potencijalne energije tijela, definiramo funkcional unutarnje energije  $\Psi$ , koji se sastoji od unutarnje energije neoštećenog tijela  $\Psi^b$  te energije utrošene razvojem oštećenja  $\Psi^s$ :

$$\Psi = \Psi^b + \Psi^s = \int_{\Omega/\Gamma} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega + \int_{\Gamma} G_c d\Gamma. \quad (48)$$

$\psi(\boldsymbol{\varepsilon})$  u prethodnom izrazu predstavlja gustoću energije elastičnih deformacija, dok je  $G_c$  kritična vrijednost gustoće energije loma prema Griffithu.

Kako bi se izbjeglo računalno zahtjevno i komplicirano eksplicitno praćenje površine pukotine  $\Gamma(t)$ , uvodi se funkcija gustoće pukotine  $\gamma(\phi, \nabla\phi)$ , koja geometriju oštećenja aproksimira putem parametra oštećenja  $\phi$ . Parametar oštećenja  $\phi$  omeđen je vrijednostima  $\phi = 0$  (neoštećeni materijal) i  $\phi = 1$  (potpuno oštećeni materijal).  $l$  predstavlja parametar debljine difuzne zone oštećenja.



Slika 5.1. Prikaz površine pukotine  $\Gamma$  aproksimirane metodom faznog polja [27]

U ovome radu koristit će se „Threshold (TH)“ model, gdje je  $\psi_c$  specifična gustoća energije pukotine ovisna o materijalu i služi kao prag iznad čije vrijednosti započinje oštećenje u materijalu.

Pojava oštećenja u materijalu negativno utječe na svojstva materijala, pa tako smanjuje i njegovu krutost. Kako bi se to smanjenje krutosti materijala uzelo u obzir, uvodi se degradacijska funkcija  $g(\phi)$ . Ona monotono pada od vrijednosti  $g = 1$  do  $g = 0$  s porastom vrijednosti parametra oštećenja  $\phi$ . U ovome je radu definirana kvadratnom funkcijom:

$$g(\phi) = 1 - \phi^2. \quad (49)$$

Poznato nam je kako pukotina nastaje kao posljedica vlačnog opterećivanja. Kako bi se spriječila nefizikalna degradacija materijala pri tlačnom opterećenju, koristi se dekompozicija gustoće energije elastičnog deformiranja i degradira se samo pozitivni dio energije deformiranja. Tako se izraz za unutarnju energiju neoštećenog tijela  $\Psi^b$  pretvara u:

$$\Psi^b = \int_{\Omega} [g(\phi)\psi^+(\boldsymbol{\varepsilon}) + \psi^-(\boldsymbol{\varepsilon})]d\Omega. \quad (50)$$

Prethodni izraz vrijedi za krhke materijale. S obzirom da se sinterirani čelik razmatran u ovom radu ponaša elastoplastično, u izraz se dodaje član gustoće energije plastičnog deformiranja. Takva dekompozicija jasno razdvaja utjecaj plastičnog deformiranja od elastičnog, a izraz je sljedeći:

$$\Psi^b = \int_{\Omega} [g(\phi)\psi^+(\boldsymbol{\varepsilon}) + \psi^-(\boldsymbol{\varepsilon})]d\Omega + \int_{\Omega} g(\phi)\psi_p(\boldsymbol{\varepsilon}^p)d\Omega. \quad (51)$$

Varijacijom funkcionala izvodi se sljedeći sustav jednažbi napisanih u jakoj formi:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0}, \text{ na } \Omega, \quad (52)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}, \text{ na } \partial\Omega_t, \quad (53)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \text{ na } \partial\Omega_u, \quad (54)$$

$$-l^2\Delta\phi + [1 + \mathcal{H}]\phi = \mathcal{H}, \text{ na } \Omega, \quad (55)$$

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ na } \partial\Omega. \quad (56)$$

U prethodnim jednažbama  $\boldsymbol{\sigma}$  predstavlja Cauchyjev tenzor naprezanja,  $\mathbf{b}$  je vektor volumnih sila,  $\mathbf{n}$  je vektor normale na površinu tijela,  $\mathbf{t}$  je vektor površinskih sila, a  $\mathbf{u}$  je vektor pomaka. Parametar  $\mathcal{H}$  uveden je kako bi se spriječilo nefizikalno ponašanje materijala. Prema drugom zakonu termodinamike ne smije doći do zacjeljivanja pukotine rasterećenjem tijela, što znači da promjena oštećenjem disipirane  $\Psi^s$  mora biti nenegativna. Iz toga slijedi da i promjena parametra oštećenja  $\phi$  mora biti nenegativna. Tu u priču ulazi parametar  $\mathcal{H}$  koji se definira kao maksimalna vrijednost funkcije rasta pukotine  $\tilde{D}(\psi_e^+)$  tijekom povijesti deformiranja:

$$\mathcal{H}(t) := \max_{\tau \in [0,t]} \tilde{D}(\psi_e^+(\tau)). \quad (57)$$

Za „Threshold“ model funkcija rasta pukotine dana je sljedećim izrazom:

$$\tilde{D}_{\text{TH}} = \frac{\psi_e^+ + \psi_p}{\psi_c} - 1. \quad (58)$$

Budući da je u radu cilj odrediti zamorna svojstva materijala, energijski funkcional potrebno je dodatno proširiti kako bi se omogućilo iniciranje pukotine pri opterećenjima nižim od onih koja iniciraju tečenje duktilnih ili lom krhkih materijala. Potrebno je opisati učinak koji opetovano opterećivanje materijala ima na njegova svojstva, što se postiže uvođenjem još jedne degradacijske funkcije i rezultira izrazom:

$$\Psi = \int_{\Omega} \{g(\phi)[\psi_e^+(\boldsymbol{\varepsilon}) + \psi_p(\boldsymbol{\varepsilon}^p)] + \psi_e^-(\boldsymbol{\varepsilon})\}d\Omega + \int_{\Omega} \hat{F}(\bar{\psi})\psi_c[2\phi + l^2|\nabla\phi|^2]d\Omega. \quad (59)$$

Zamorna degradacijska funkcija  $\hat{F}$  izravno djeluje na energijski prag i na funkciju rasta pukotine [27]:

$$\tilde{D}_{\text{TH}} = \frac{\psi_e^+ + \psi_p}{\hat{F}(\bar{\psi})\psi_c} - 1. \quad (60)$$

Definirana je pomoću akumulirane gustoće energije koja se računa izrazom:

$$\bar{\psi}(t) = \int_0^t \psi_e(t) H(-\dot{\psi}_e) dt, \quad (61)$$

gdje je  $H(-\dot{\psi}_e)$  Heavisideova funkcija definirana tako da:

$$\begin{aligned} H(-\dot{\psi}_e) &= 1, \text{ za } \dot{\psi}_e > 0, \\ H(-\dot{\psi}_e) &= 0, \text{ za } \dot{\psi}_e \leq 0. \end{aligned} \quad (62)$$

Na ovaj način definirana akumulacija gustoće energije raste isključivo tijekom rasterećenja te ovisi samo o promjenljivoj energiji elastičnih deformacija. Energija plastičnih deformacija u tijelu je isključivo rastuća te ne pridonosi promjeni akumulirane energije. Jednadžba (61) može se zapisati inkrementalno:

$$\bar{\psi}_N = \bar{\psi}_{N-1} + \Delta\bar{\psi}, \quad (63)$$

gdje je  $N$  broj ciklusa u kojem se akumulirana energija računa.

Zamorna degradacijska funkcija mora zadovoljiti određene parametre slične onima definiranim za funkciju  $g(\phi)$ . Ona pada monotono od vrijednosti  $\hat{F}(\bar{\psi} = 0) = 1$  do  $\hat{F}(\bar{\psi} \rightarrow \infty) = 0$  [19].

U ovome radu korištena su dva oblika zamorne degradacijske funkcije  $\hat{F}$ :

$$\hat{F}_{\text{LCF}}(\bar{\psi}) = \left(1 - \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_\infty}\right)^2, \text{ za } \bar{\psi} = [0, \bar{\psi}_\infty], \quad (64)$$

kod niskocikličkog zamora te:

$$\hat{F}_{\text{HCF}}(\bar{\psi}) = \left(\log \frac{\bar{\psi}}{\bar{\psi}_\infty}\right)^2, \text{ za } \bar{\psi} = [\bar{\psi}_\infty, 10\bar{\psi}_\infty], \quad (65)$$

kod visokocikličkog zamora gdje je  $\bar{\psi}_\infty$  parametar zamora ovisan o materijalu [27].

### 5.3. Numeričko modeliranje metode faznog polja

#### 5.3.1. Formulacija metodom konačnih elemenata

Ugradnja metode faznog polja u metodu konačnih elemenata počiva na principu virtualnih radova:

$$\delta W^{\text{ext}} - \delta W^{\text{int}} = 0. \quad (66)$$

Prethodna jednadžba može se diskretizirati:

$$(\mathbf{F}_{\text{ext}}^{\text{v}} - \mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{v}}) \delta \mathbf{v} + (\mathbf{F}_{\text{ext}}^{\phi} - \mathbf{F}_{\text{int}}^{\phi}) \delta \phi = 0. \quad (67)$$

Iz varijacije funkcionala unutarnje energije:

$$\delta \Psi = \delta W^{\text{int}} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \delta \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega + \int_{\Omega} \left\{ \frac{dg(\phi)}{d\phi} (\psi_e^+ + \psi_p) + \hat{F}(\bar{\psi}) G_c \frac{\partial \gamma(\phi, \nabla \phi)}{\partial \phi} \right\} d\phi d\Omega. \quad (68)$$

dobiju se izrazi za vektore vanjskog opterećenja:

$$\mathbf{F}_{\text{ext}}^{\text{v}} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\text{v}} \mathbf{b} \, d\Omega - \int_{\partial\Omega_{\text{t}}} \mathbf{N}^{\text{v}} \mathbf{t} \, d\partial\Omega, \quad (69)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}}^{\phi} = 0,$$

te vektore unutarnjih sila:

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{v}} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}^{\text{v}})^{\text{T}} \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega, \quad (70)$$

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{\phi} = - \int_{\Omega} \left\{ l^2 (\mathbf{B}^{\phi})^{\text{T}} \mathbf{B}^{\phi} \boldsymbol{\phi} + [(1 + \mathcal{H}) \mathbf{N}^{\phi} - \mathcal{H}] \mathbf{N}^{\phi} \right\} \, d\Omega.$$

$\mathbf{N}^{\text{v}}$  i  $\mathbf{N}^{\phi}$  matrice su funkcija oblika za interpolaciju polja pomaka i faznog polja,  $\mathbf{B}^{\phi}$  i  $\mathbf{B}^{\text{v}}$  matrice su prostornih gradijenata funkcija oblika, a  $\boldsymbol{\phi}$  je vektor stupnjeva slobode faznog polja. Odgovarajući reziduali dobivaju se razlikom vanjskih i unutarnjih sila  $\mathbf{R} = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}}$ , a pripadajuće matrice krutosti računaju se izrazima:

$$\mathbf{K}^{\text{vv}} = - \frac{\partial \mathbf{R}^{\text{v}}}{\partial \mathbf{v}} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}^{\text{v}})^{\text{T}} \mathbf{C} \mathbf{B}^{\text{v}} \, d\Omega, \quad (71)$$

$$\mathbf{K}^{\phi\phi} = - \frac{\partial \mathbf{R}^{\phi}}{\partial \boldsymbol{\phi}} = \int_{\Omega} \left[ l^2 (\mathbf{B}^{\phi})^{\text{T}} \mathbf{B}^{\phi} + (1 + \mathcal{H}) \mathbf{N}^{\phi} \mathbf{N}^{\phi} \right] \, d\Omega,$$

gdje je  $\mathbf{C}$  degradirana tangenta matrica elastičnosti.

### 5.3.2. Algoritam provjere konvergencije faznog polja

Za rješavanje metode faznog polja u radu će se koristiti algoritam odvojenog rješavanja s provjerom konvergencije pojedinog sloja (engl. Convergence Check Phase Field, skraćeno CCPF) koji su razvili Lesičar i ostali [27]. CCPF se sastoji od dva sloja elemenata za rješavanje polja pomaka i faznog polja te jednog posebnog konačnog elementa koji provjerava konvergenciju rezultata. Algoritam je ugrađen u računalni paket ABAQUS i dodatno razrađen korištenjem korisničkih rutina pomoću kojih su definirana svojstva materijala, vlastiti konačni elementi i metoda faznog polja. Algoritam koristi ABAQUS-ov rješavač i kriterije konvergencije, no primjenjuje i svoje kako bi mogao koristiti veće inkremente opterećenja.

Prva razina elemenata sastoji se od već definiranih ABAQUS-ovih elemenata za računanje raspodjele pomaka, deformacija i naprezanja. Kada se u  $i$ -toj iteraciji postigne ravnotežno stanje polje pomaka i zadovolji uvjet konvergencije gustoće energije deformiranja  $\psi$  za sve integracijske točke:



$$\frac{\|\psi_i\| - \|\psi_{i-1}\|}{\|\psi_{i-1}\|} < \text{tol}, \quad (72)$$

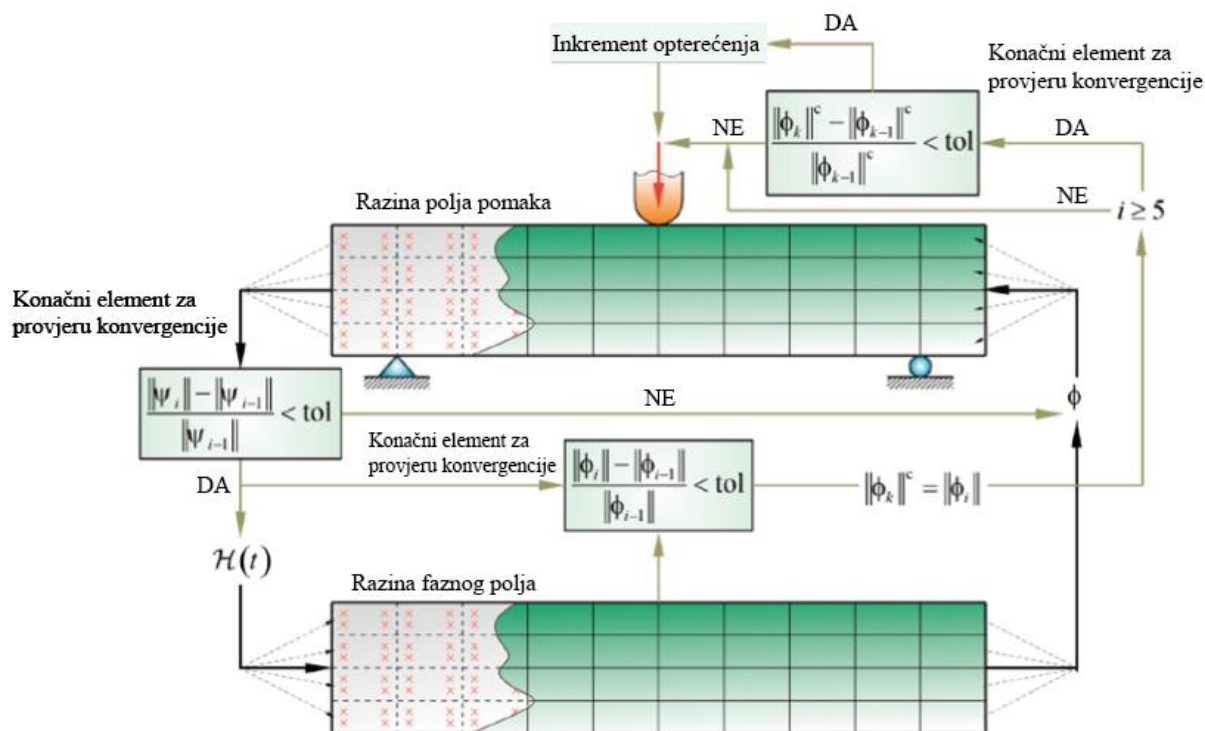
varijabla povijesti deformiranja  $\mathcal{H}$  prenosi se na drugi sloj gdje se računa nova vrijednost parametra  $\phi$ . Vrijednost parametra  $\phi$  ne mijenja se za vrijeme računanja  $\psi$ . Ukoliko nova vrijednost od  $\phi$  narušava uvjet iz jednadžbe (72), njena se vrijednost „zamrzava“, sve dok se uvjet ponovo ne zadovolji. Ako je uvjet konvergencije polja pomaka zadovoljen, slijedi provjera konvergencije faznog polja prema izrazu:

$$\frac{\|\phi_i\| - \|\phi_{i-1}\|}{\|\phi_{i-1}\|} < \text{tol}. \quad (73)$$

Tek kada su uvjeti iz (72) i (73) zadovoljeni, može se provesti konačna provjera konvergencije, a to je provjera  $L^2$  norme konvergirane raspodjele faznog polja. Ona se provodi kako bi se spriječilo prerano proglašavanje konvergencije i provedba daljnjih iteracija ako su one potrebne. Time se postiže da se u svakom inkrementu opterećenja pronade globalni minimum potencijalne energije, uz pripadnu eventualnu inicijaciju ili rast pukotina. Norma konvergirane raspodjele faznog polja  $\|\phi_i\|$  sprema se izrazom  $\|\phi_i\| = \|\phi_k\|^c$  i ubacuje u jednadžbu za provjeru konvergencije:

$$\frac{\|\phi_k\|^c - \|\phi_{k-1}\|^c}{\|\phi_{k-1}\|^c} < \text{tol}. \quad (74)$$

Jednom kad je uvjet iz (74) zadovoljen, proglašava se konvergencija i prelazi na novi inkrement. Dijagram toka CCPF algoritma prikazan je na slici 5.2.



Slika 5.2. Dijagram toka CCPF algoritma [27]

### 5.3.3. Postupak preskakanja ciklusa

Primjena metode faznog polja računalno je vrlo zahtjevna. Zbog potrebe za gustom diskretizacijom mreže i velikog broja elemenata u obje razine, simulacije jako dugo traju, posebno kod visokocikličkih problema. Kako bi se proces vremenski skratio, koristi se postupak preskakanja ciklusa razvijen od strane Lesičara i suradnika [27]. Postupak se sastoji od dvaju koraka i oba se temelje na akumuliranoj energiji  $\bar{\psi}$ . Prvi korak odvija se prije nastanka oštećenja u materijalu prema relaciji:

$$\hat{F}(\bar{\psi})\psi_c < \psi. \quad (75)$$

Konstantna promjena amplitude uzrokuje konstantan prirast gustoće energije deformiranja  $\Delta\psi$ :

$$\bar{\psi} = N_1\Delta\psi. \quad (76)$$

Uvrštavanjem izraza za zamornu degradacijsku funkciju (65) i izraza (76) u jednadžbu (75), izračunat će se broj ciklusa koji je moguće preskočiti u prvome koraku izrazom:

$$N_1 = \frac{\bar{\psi}_\infty}{\Delta\psi} 10^{-\sqrt{\frac{\psi}{\psi_c}}}. \quad (77)$$

Ako želimo biti sigurni da preskakanjem ciklusa nećemo prebrzo prijeći u fazu oštećenog materijala, možemo oduzeti proizvoljan broj ciklusa (autori preporučuju 2).  $N_1$  se računa u

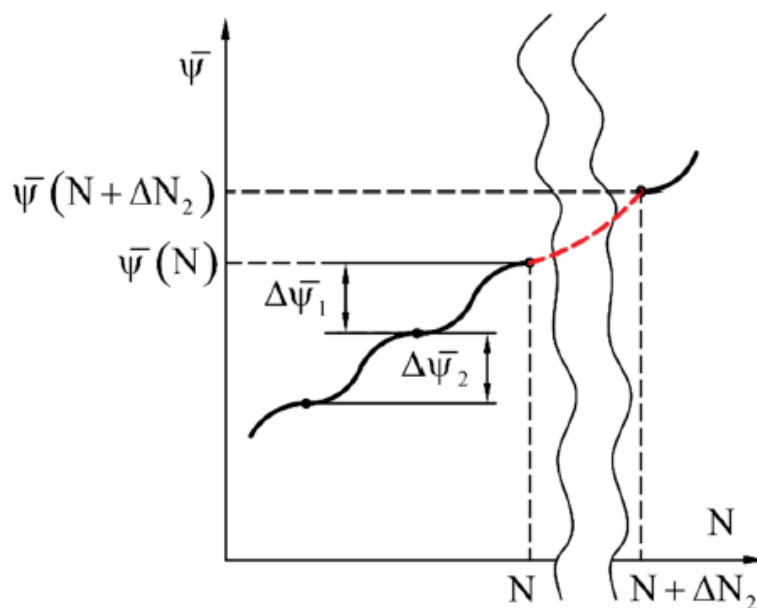
prvom inkrementu opterećenja i koristi u izrazu (76) sve do nastupanja prvih oštećenja. Tada algoritam prelazi u drugi korak. Iz prethodna dva ciklusa opterećenja odrede se prirasti akumulirane energije  $\Delta\bar{\psi}_1$  i  $\Delta\bar{\psi}_2$  te pomoću izraza:

$$\Delta N_2 = q \frac{\Delta\bar{\psi}_1}{\Delta\bar{\psi}_1 - \Delta\bar{\psi}_2}, \quad (78)$$

izračunava se broj ciklusa koje će se preskočiti i za njih ekstrapolirati vrijednosti akumulirane energije.  $q$  predstavlja faktor sigurnosti kojim se kontrolira maksimalni broj ciklusa koji se mogu preskočiti. Akumulirana energija  $\bar{\psi}$  za sljedeći ekstrapolirani ciklus opterećenja računa se izrazom:

$$\bar{\psi}(N + \Delta N_2) = \bar{\psi}(N) + \Delta\bar{\psi}_1 \Delta N_2 + \frac{1}{2} (\Delta\bar{\psi}_1 - \Delta\bar{\psi}_2) (\Delta N_2)^2. \quad (79)$$

Postupak je prikazan na slici 5.3. U cijeli postupak je još ugrađena petlja koja provjerava mogućnost ekstrapolacije nekih ciklusa opterećenja nakon korisnički određenog broja izračunatih ciklusa  $nFE$ . Parametri  $q$  i  $nFE$  utječu na točnost i brzinu cjelokupnog algoritma, stoga ih je potrebno pažljivo odabrati.

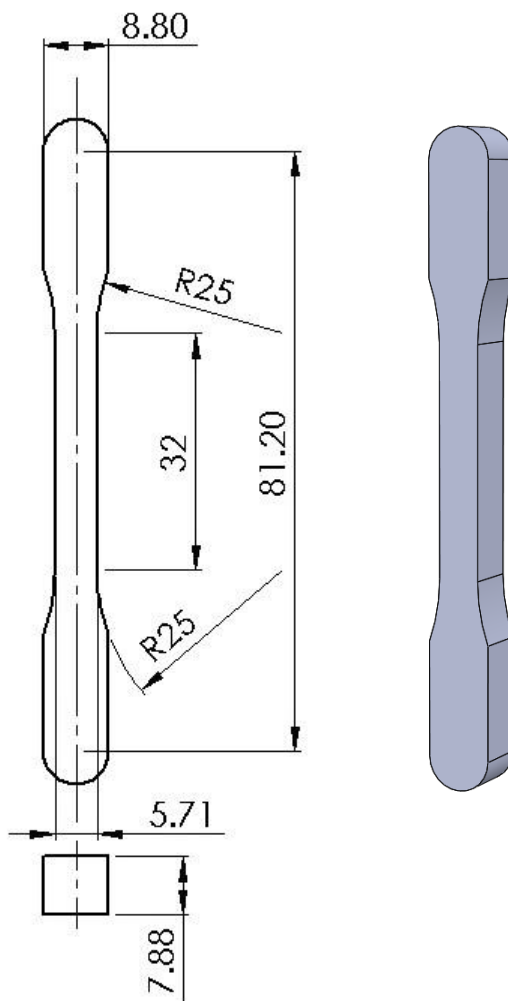


Slika 5.3. Postupak preskakanja ciklusa baziran na ekstrapolaciji [27]

## 6. ODREĐIVANJE MATERIJALNIH SVOJSTAVA DENSIFICIRANOG SINTERIRANOG ČELIKA

### 6.1. Geometrija ispitnog uzorka

Ispitni uzorak na kojem su provedeni eksperimenti izrađen je od materijala Astaloy Mo+0,2C. Na slici 6.1 prikazana je geometrija ispitnog uzorka.



Slika 6.1. Model ispitnog uzorka

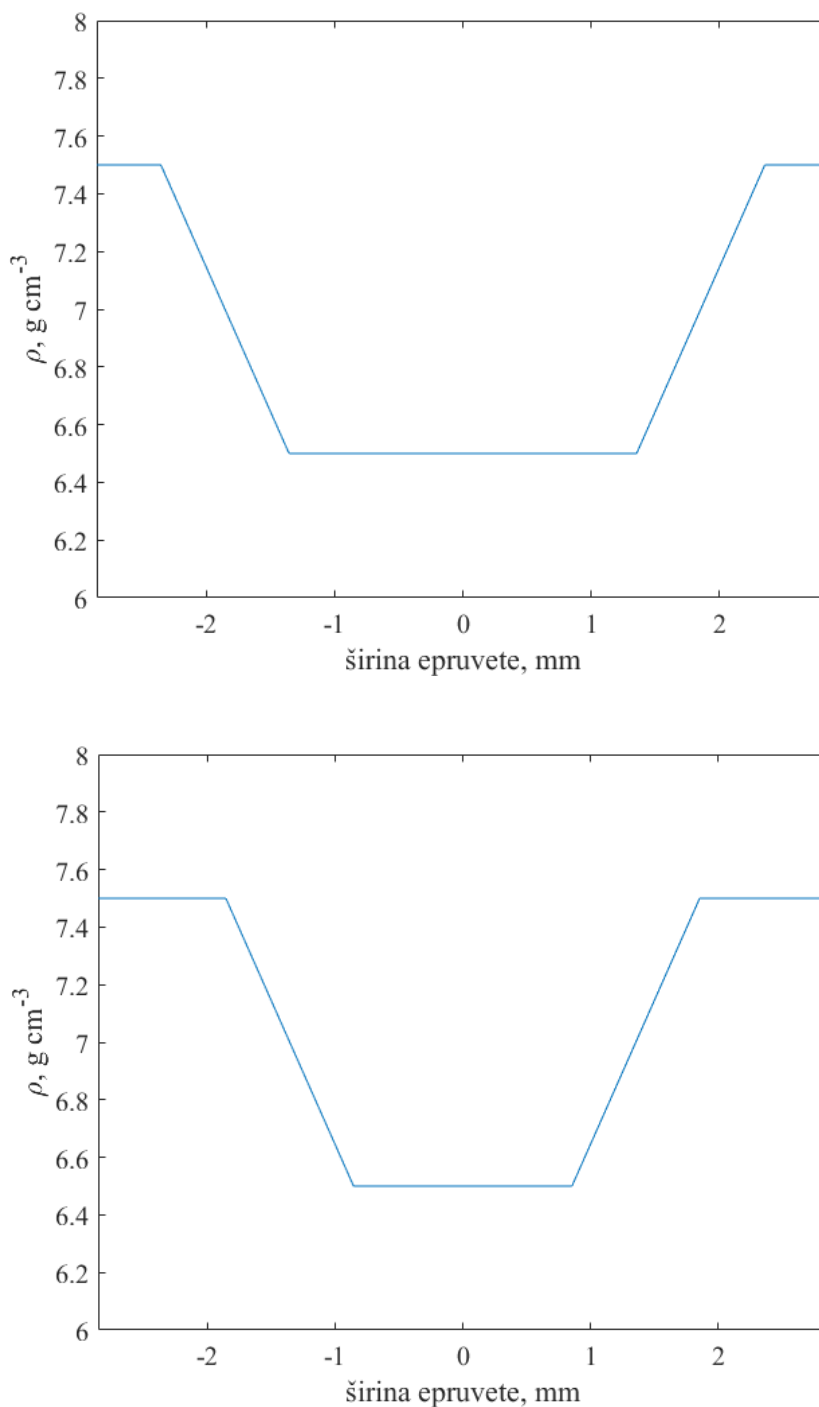
### 6.2. Raspodjela gustoće u densificiranom uzorku

U radu je odabran uzorak osnovne gustoće  $6,5 \text{ g/cm}^3$ , koja raste prema površini uzorka. Pretpostavljeno je da je gustoća površinskog sloja  $7,5 \text{ g/cm}^3$  i linearno pada do osnovne gustoće u unutrašnjosti materijala. Debljina prijelaznog područja je 1 mm, a za dubinu densifikacije površinskog sloja  $d$  uzete su dvije dubine, 1 mm i 0,5 mm. Interesno područje je vrat ispitnog uzorka i primarno će se modelirati promjena gustoće tako da densificirana i prijelazna zona

zadovoljavaju postavljene dimenzije na vratnome dijelu. Pretpostavimo da je koordinatni sustav na sjecištu simetrala ispitnog uzorka. Za 2D problem gustoća je u prijelaznom području izražena formulom:

$$\begin{aligned}\rho &= |x| + 5,145, \text{ za } d = 0,5 \text{ mm,} \\ \rho &= |x| + 5,645, \text{ za } d = 1 \text{ mm.}\end{aligned}\quad (80)$$

Raspodjela gustoće po površinskom presjeku vrata za 2D model prikazana je na slici 6.2.

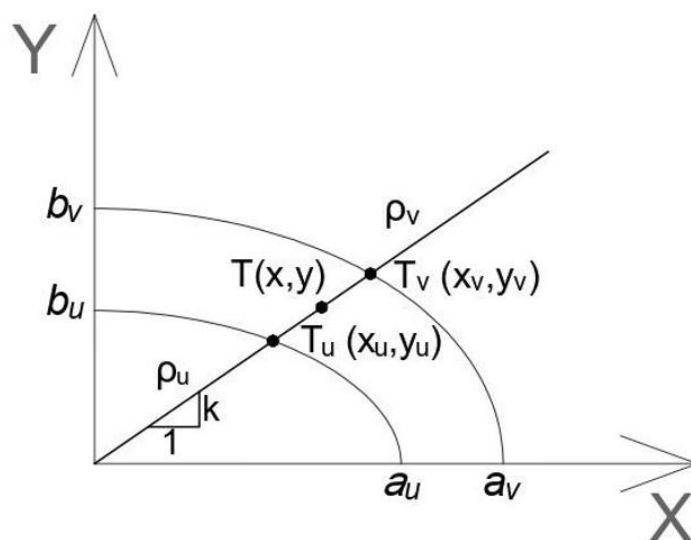


**Slika 6.2. Raspodjela gustoće po poprečnom presjeku epruvete za dubinu densifikacije 0,5 mm (gore) i 1 mm (dolje)**

Za trodimenzijsko modeliranje pretpostavljeno je da su granice nedensificiranog i prijelaznog područja opisane elipsama. Veličina velike poluosi  $a$  i male poluosi  $b$  ovisi o dubini densifikacije. Kao i za 2D problem, u densificiranom području gustoća iznosi  $7,5 \text{ g/cm}^3$ , osnovna gustoća iznosi  $6,5 \text{ g/cm}^3$ , dok se u prijelaznom području ona računa prema izrazu:

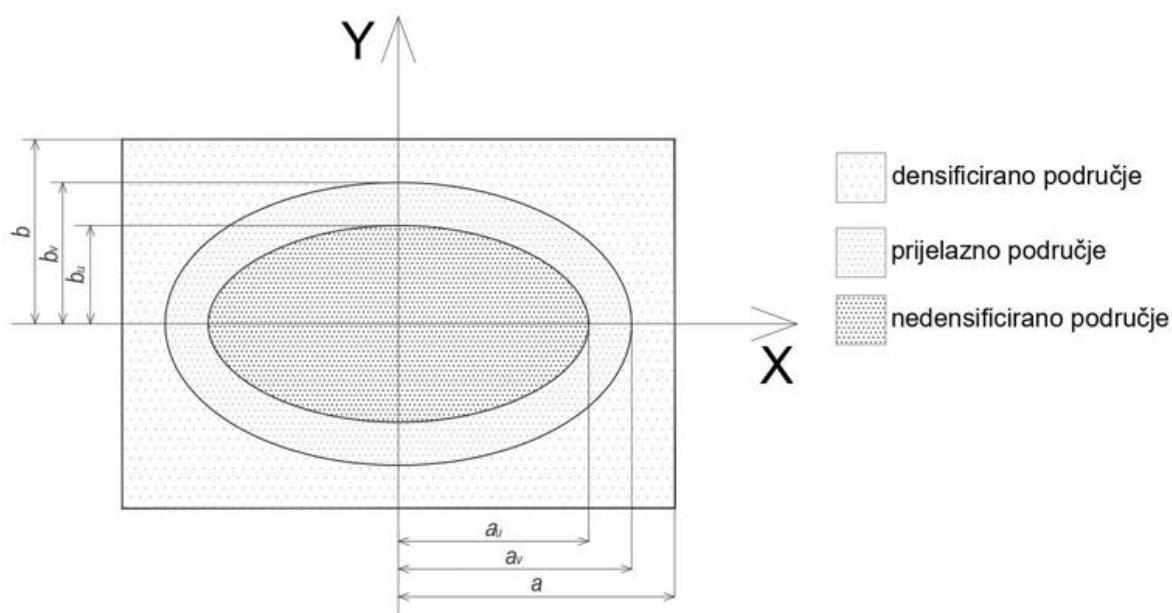
$$\rho = \rho_u + \frac{\sqrt{(x - x_u)^2 + (y - y_u)^2}}{\sqrt{(x_v - x_u)^2 + (y_v - y_u)^2}} (\rho_v - \rho_u), \tag{81}$$

izvedenom prema slici 6.3.



Slika 6.3. Skica za izračun gustoće u prijelaznom području

Skica poprečnog presjeka vrata s različitim zonama gustoće materijala prikazana je na slici 6.4.



Slika 6.4. Skica poprečnog presjeka vrata epruvete sa zonama gustoće materijala

### 6.3. Materijalna svojstva

O gustoći ovise materijalna svojstva ispitnih uzoraka na kojima su provedena testiranja. Eksperimentalni podaci dobiveni su za tri različite gustoće ispitnih uzoraka i prikazani su u tablici 6.1.

**Tablica 6.1. Eksperimentalno dobivene vrijednosti materijalnih parametara**

$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$E$ [MPa]	$\nu$ [-]	$\sigma_y$ [MPa]	$Q_\infty$ [MPa]	$b$ [-]	$\gamma_1$ [-]	$C_1$ [MPa]
6,5	98 000	0,28	165	50,9	315,31	253,162	14 802,035
6,8	115 000	0,28	175	75	478,94	295,914	29 972,75
7,1	131 000	0,28	280	102,7	395,04	306,46	36 714,58

Za dobivene vrijednosti materijalnih parametara, određene su aproksimacijske funkcije materijalnih svojstava u ovisnosti o gustoći. Za poneke parametre pretpostavljene su vrijednosti za gustoću 7,5 g/cm<sup>3</sup> kako bi se dobile aproksimacijske funkcije koje se bolje poklapaju s eksperimentalno usvojenim podacima. Za parametre nelinearnog izotropnog očvršćenja (7) i za modul elastičnosti  $E$ , preuzete su funkcije iz [28]:

$$E(\rho) = -5\,555,6 \rho^2 + 130\,556 \rho - 515\,889, \quad (82)$$

$$\sigma_y(\rho) = 5,522 \cdot 10^{12} \cdot e^{-4,001\rho} + 0,09675 \cdot e^{1,112\rho}, \quad (83)$$

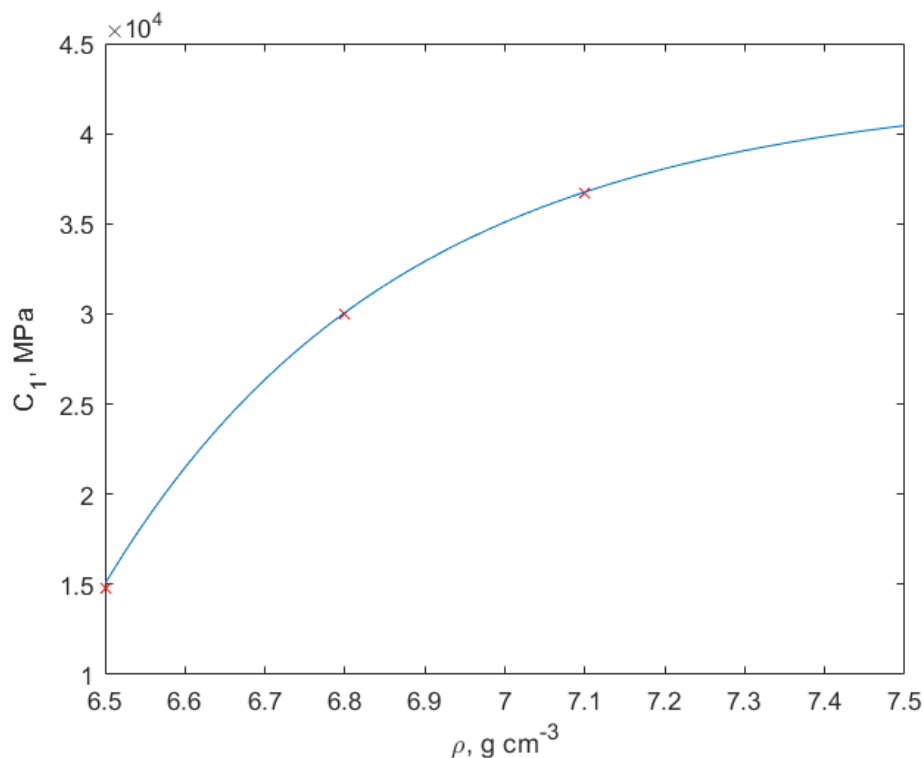
$$Q_\infty(\rho) = 20 \rho^2 - 185,667 \rho + 412,733, \quad (84)$$

$$b(\rho) = 1792,405 \rho^3 - 37\,940,2 \rho^2 + 267\,316 \rho - 626\,505. \quad (85)$$

Za određivanje zamornih svojstava materijala, potrebno je još odrediti funkcije parametara nelinearnog kinematičkog očvršćenja  $\gamma_1$  i  $C_1$ . Za to je korišten program MATLAB i njegova aplikacija *Curve Fitting*. Aproksimacijska funkcija za parametar  $C_1$ , početnu vrijednost kinematičkog modula očvršćenja, u ovisnosti o gustoći glasi:

$$C_1(\rho) = -3,382 \cdot 10^{18} \cdot \rho^{-17,328} + 42\,770, \quad (86)$$

a njen grafički prikaz nalazi se na slici 6.5.



Slika 6.5. Grafički prikaz aproksimacijske funkcije  $C_1(\rho)$

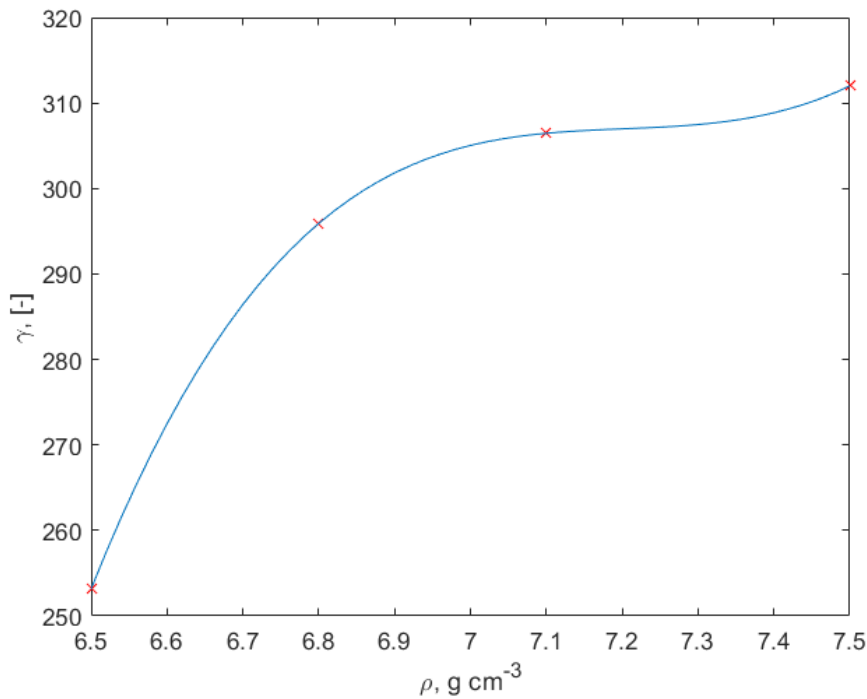
Aproksimacijska funkcija za parametar  $\gamma_1$ , brzinu promjene kinematičkog modula očvršćenja s porastom plastične deformacije, u ovisnosti o gustoći glasi:

$$\gamma_1(\rho) = 148,5 \rho^3 - 3\,208 \rho^2 + 23\,110 \rho - 55\,180, \quad (87)$$

a njen grafički prikaz nalazi se na slici 6.6. Za gustoću  $\rho = 7,5 \text{ g/cm}^3$  pretpostavljena je vrijednost  $\gamma_1 = 312$ , kako bi se funkciju moglo aproksimirati polinomom 3. stupnja i tako postići vjernije rezultate.

Materijalna svojstva modelirana su u ABAQUS-u putem UMAT rutine programirane korištenjem programskog jezika FORTRAN.





Slika 6.6. Grafički prikaz aproksimacijske funkcije  $\gamma_1(\rho)$

#### 6.4. Parametri faznog polja

Parametri faznog polja, kao i materijalna svojstva, mijenjaju se u ovisnosti o gustoći. Eksperimentalno određeni parametri faznog polja prikazani su u tablici 6.2.

Tablica 6.2. Eksperimentalno dobivene vrijednosti parametara faznog polja

$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\psi_c$ [MPa]
6,5	2,41
6,8	3,85
7,1	5,868

Iz [28] preuzeta je aproksimacijska funkcija kojom se računa specifična energija pukotine  $\psi_c$  u ovisnosti o gustoći materijala:

$$\psi_c(\rho) = 5,4881\rho + 33,3 . \quad (88)$$

### 6.4.1. Modeliranje parametra zamora $\bar{\psi}_\infty$

Bitna je i promjena u ovisnosti o gustoći i akumulirane energije koju materijal može podnijeti prije pojave prvih oštećenja. Ona je sadržana u parametru zamora  $\bar{\psi}_\infty$ . Za njeno su modeliranje korištene funkcije izvedene iz eksperimentalnih podataka. Za gustoće  $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho = 6,8 \text{ g/cm}^3$  i  $\rho = 7,1 \text{ g/cm}^3$  one glase:

$$\bar{\psi}_\infty|_{\rho=6,5} = 36,338 \cdot \Delta\psi^{-3,317}, \quad (89)$$

$$\bar{\psi}_\infty|_{\rho=6,8} = 44,981 \cdot \Delta\psi^{-4,19385}, \quad (90)$$

$$\bar{\psi}_\infty|_{\rho=7,1} = 53,624 \cdot \Delta\psi^{-5,07}. \quad (91)$$

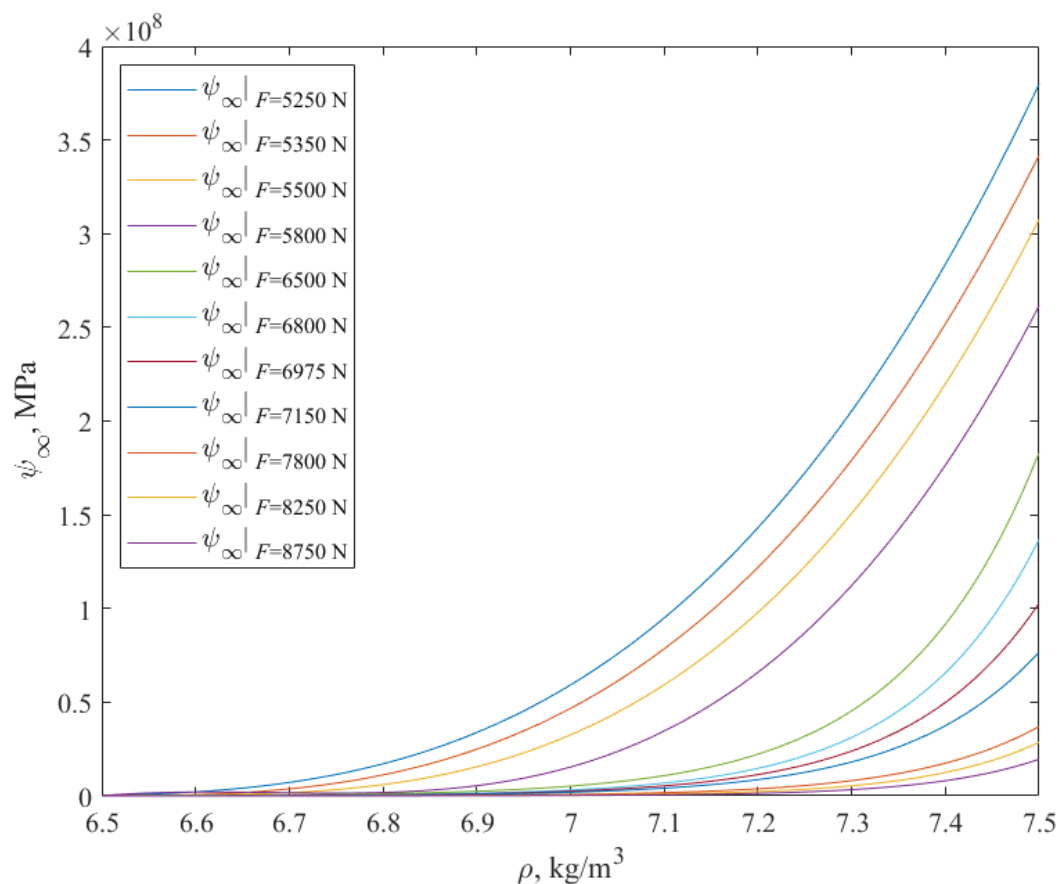
Za određivanje vrijednosti parametara zamora potrebno je odrediti i prirast akumulirane gustoće energije  $\Delta\psi$  za zadanu gustoću i opterećenje. Za njenu vrijednost uzeta je najveća vrijednost parametra povijesti opterećenja  $\mathcal{H}$  kroz jedan ciklus, a izračunata je u ABAQUS-u.

Jednom kada su izračunate vrijednosti parametara zamora za svaku korištenu gustoću i opterećenje, pristupilo se određivanju funkcija  $\bar{\psi}_\infty$  u ovisnosti o gustoći. Za svako korišteno opterećenje aproksimirana je funkcija  $\bar{\psi}_\infty(\rho)$ . Kako bi se spriječile prevelike i nefizikalne vrijednosti parametra zamora, za gustoću  $\rho = 7,5 \text{ g/cm}^3$  aproksimirane su vrijednosti koje zadovoljavaju trend rasta parametra zamora s porastom gustoće. Funkcije su aproksimirane u MATLAB-u korištenjem njegove aplikacije *Curve Fitting*. Za najniže vrijednosti opterećenja, funkcija je aproksimirana trima polinomima trećeg stupnja. Svaki od polinoma aproksimira parametar zamora u jednom od tri intervala gustoća definiranih u tablici 6.3.

**Tablica 6.3. Intervali kojima su omeđeni aproksimacijski polinomi za niža opterećenja**

Interval	Raspon gustoće $\rho$ , $\text{g/cm}^3$
I	[6,5 , 6,8)
II	[6,8 , 7,1)
III	[7,1 , 7,5]

Za ostala opterećenja parametar zamora aproksimiran je eksponencijalnom funkcijom. Prilikom aproksimacije, težilo se preciznijem modeliranju vrijednosti parametra zamora pri nižim gustoćama, na način da se bolje opisuje ponašanje materijala u području gdje se očekuje pojava prvih oštećenja i lom materijala. Aproksimacijske funkcije za narinuta opterećenja može se pronaći u tablicama koje se nalaze u prilogu I, a njihov grafički prikaz nalazi se na slici 6.7.



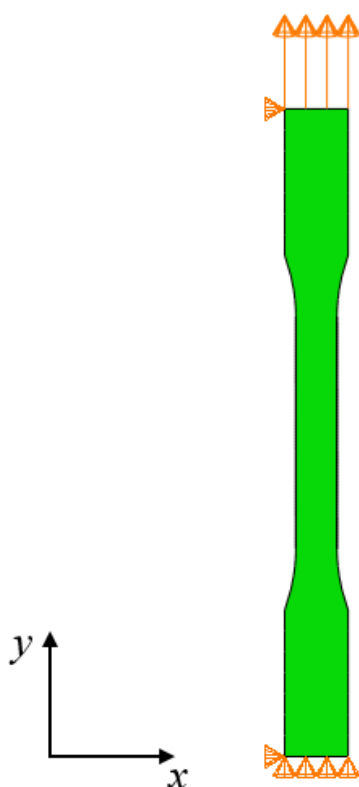
**Slika 6.7. Aproximacijske funkcije parametra zamora u ovisnosti o gustoći  $\bar{\psi}_{\infty}(\rho)$  za korištene amplitude cikličkog opterećenja**

Parametri faznog polja ugrađeni su u programski paket ABAQUS putem UEL rutine programirane korištenjem programskog jezika FORTRAN.

## 7. NUMERIČKO MODELIRANJE ZAMORNOG PONAŠANJA DENSIFICIRANOG SINTERIRANOG ČELIKA

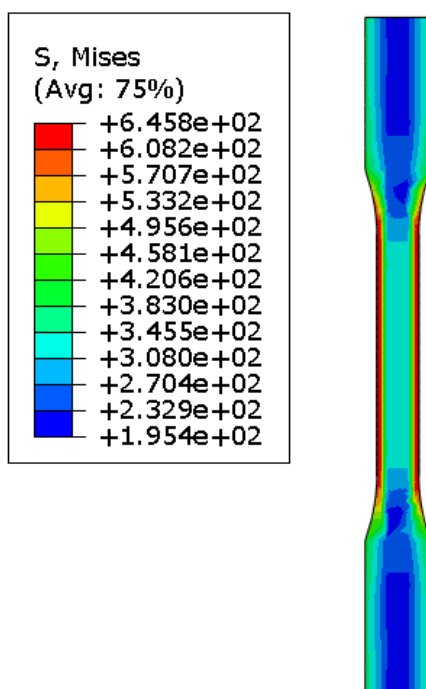
### 7.1. 2D model

Prvi korak u numeričkoj analizi modeliranja ponašanja densificiranog sinteriranog čelika bio je provjera ponašanja 2D modela pri monotonom opterećenju. Na donjoj plohi epruvete nametnuto je ograničenje pomaka u smjeru ordinate, dok su u lijevim kutevima ograničeni pomaci u smjeru apscise. Na gornjoj plohi nametnuto je opterećenje pomakom iznosa  $v = 1$  mm (slika 7.1).

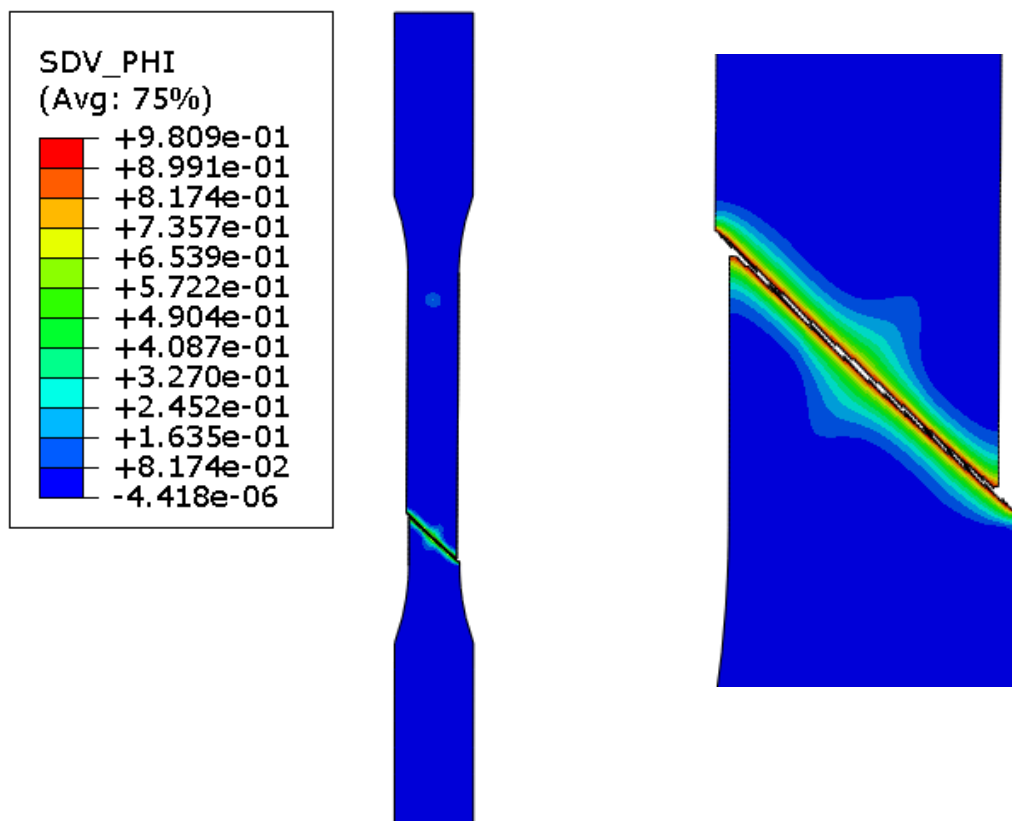


Slika 7.1. Rubni uvjeti i opterećenje 2D modela ispitnog uzorka

Za tako definirane rubne uvjete i opterećenje te uz raspodjelu gustoće prikazanu na slici 6.2, dobije se raspodjela napreznja prije loma prikazana na slici 7.2, a u konačnici i lom epruvete prikazan na slici 7.3. Lom ispitnog uzorka se u numeričkoj simulaciji odvija pod kutem od  $45^\circ$ , što odgovara duktilnom oštećenju, dok se u provedenim eksperimentima lom odvija okomito na smjer opterećenja (krhki lom).



Slika 7.2. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prije loma za monotono opterećeni 2D ispitni uzorak

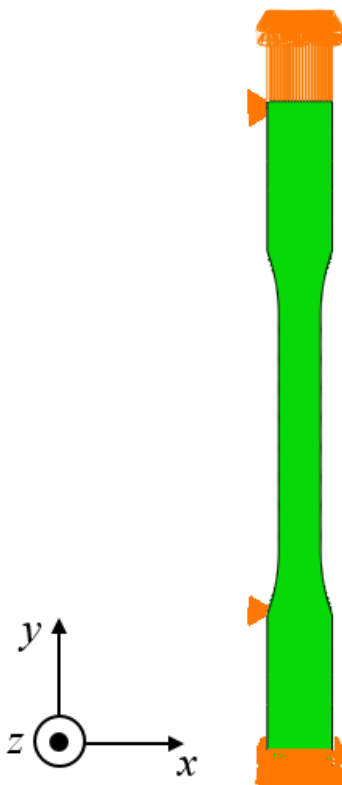


Slika 7.3. Lom monotono opterećenog 2D ispitnog uzorka

## 7.2. 3D model

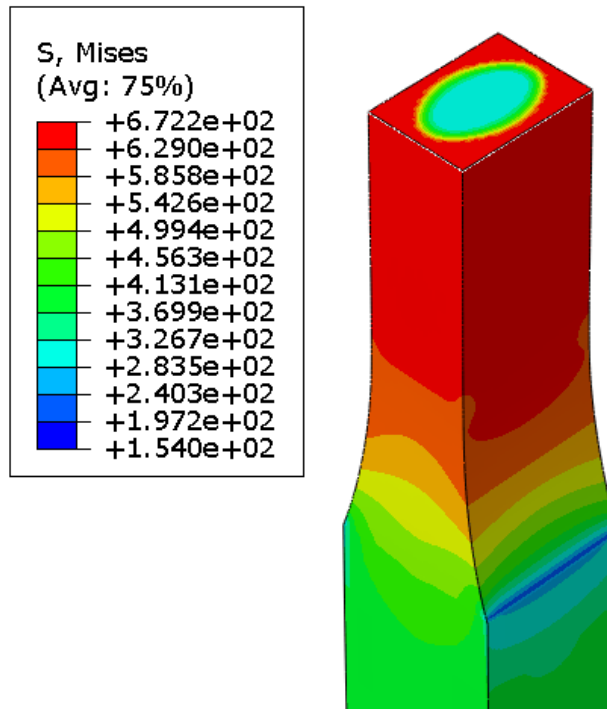
### 7.2.1. Monotono opterećenje

Osmišljeni 3D materijalni model densificiranog sinter čelika prvo je testiran monotonim opterećenjem. Na donjoj plohi modela ograničeni su pomaci u smjeru osi  $y$  i  $z$ . U smjeru osi  $x$  ograničeni su pomaci na dvjema linijama šireg dijela epruvete. Na gornjoj plohi narinuto je opterećenje pomakom u iznosu  $v = 1$  mm (slika 7.4).

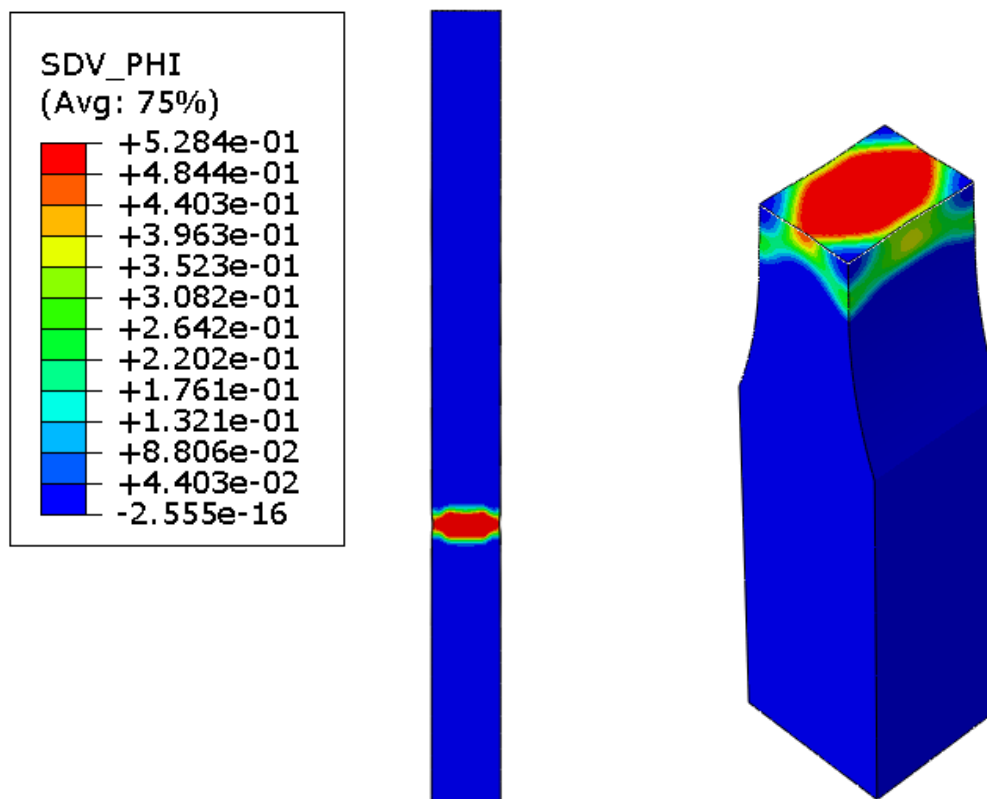


Slika 7.4. Rubni uvjeti i opterećenje za 3D modela ispitnog uzorka

Za tako definirane rubne uvjete i opterećenje te uz korištenje raspodjele gustoće prikazane na slici 6.4 za računanje materijalnih svojstava, dobije se raspodjela naprezanja prikazana na slici 7.5 prije pojave oštećenja, a zatim i oštećenje koje će uzrokovati lom epruvete na slici 7.6. Na slici se vidi oštećeni sloj materijala koji se proteže čitavim poprečnim presjekom epruvete okomito na smjer opterećenja. Takav je rezultat u skladu s provedenim eksperimentima gdje epruvete pucaju okomito na smjer opterećenja.



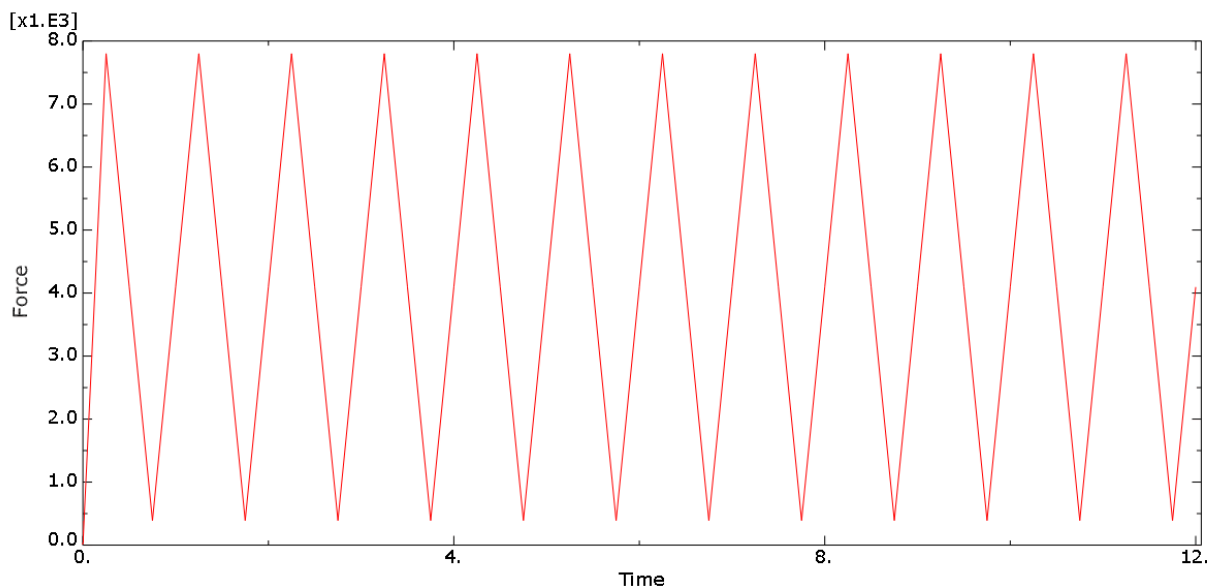
**Slika 7.5.** Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prije pojave oštećenja u monotono opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka



**Slika 7.6.** Raspodjela oštećenja na monotono opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka

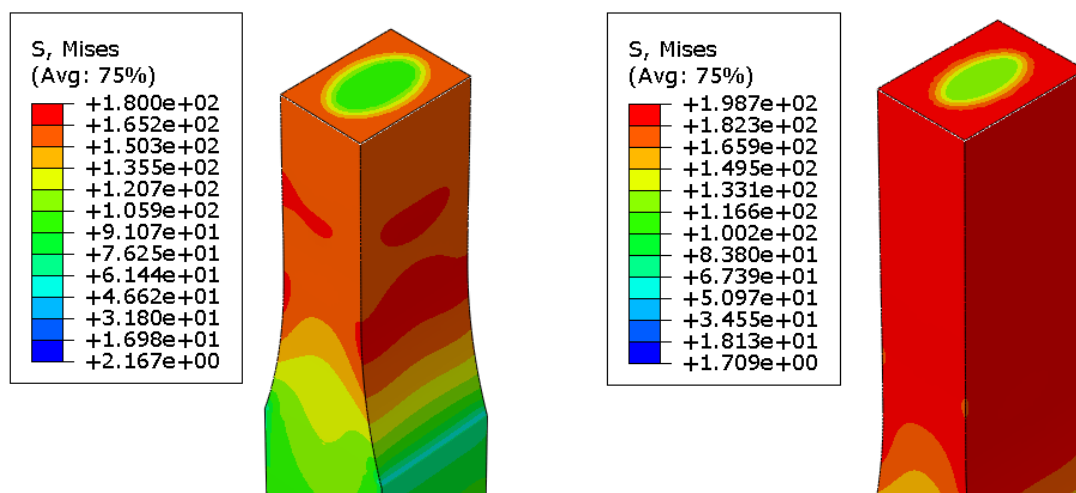
### 7.2.2. Cikličko opterećenje

Eksperimenti s cikličko opterećenim epruvetama provedeni su za 11 različitih amplituda opterećenja. Za svaku amplitudu opterećenja napravljen je zaseban numerički model. Ciklička opterećenja modelirana su da omjer naprezanja  $R$  bude jednak  $R = 0,05$ , a jedan od korištenih primjera prikazan je na slici 7.7. Na slici je prikazano tek nekoliko ciklusa.



Slika 7.7. Cikličko opterećenje amplitude  $\hat{F} = 7800$  N i omjera naprezanja  $R = 0,05$

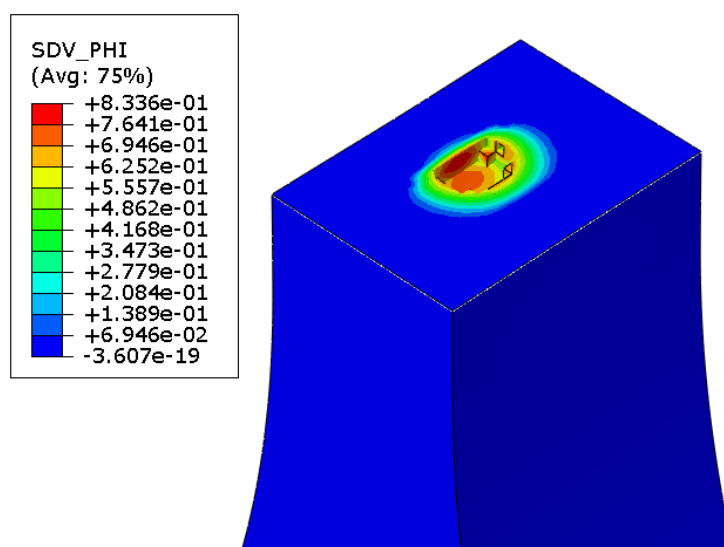
Za svaku amplitudu opterećenja pripremljene su dvije numeričke simulacije, jedna s dubinom densifikacije  $d = 1$  mm, druga s dubinom  $d = 0,5$  mm. Raspodjela naprezanja u vratu epruvete prikazana je na slici 7.8.



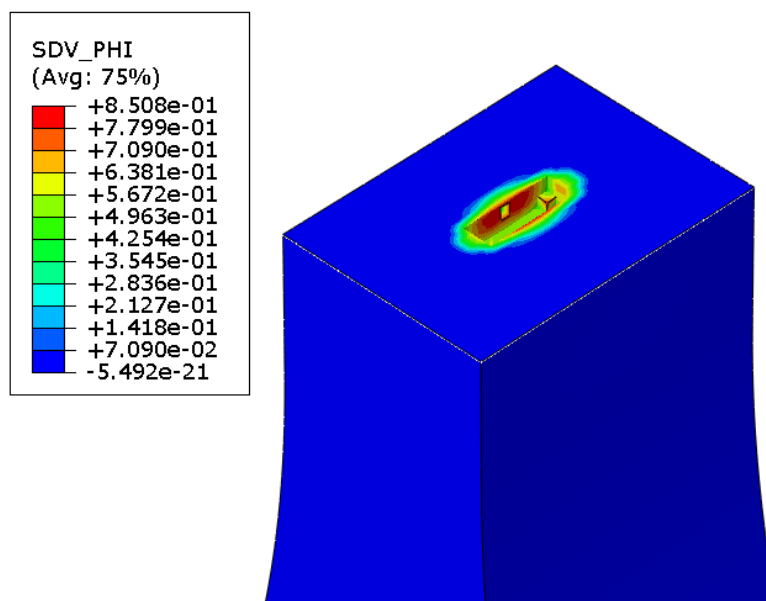
Slika 7.8. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja u ciklički opterećenom 3D modelu ispitnog uzorka za dubinu densifikacije  $d = 0,5$  mm (lijevo) i  $d = 1$  mm (desno)



Na slici 7.8 jasno je vidljiva razlika u dubini densificiranog područja za različite dubine densifikacije. Također, jasno se raspoznaju prijelazno i nedensificirano područje. Razlika u vrijednostima naprezanja javlja se zbog različitih materijalnih svojstava, koja se mijenjaju s gustoćom materijala. Stoga je naprezanje u densificiranom sloju veće od naprezanja u nedensificiranom, no isto tako u nedensificiranom području dolazi do ranije pojave plastičnih deformacija i oštećenja materijala zbog manjih vrijednosti granice tečenja i parametra zamora. Uočeno je da se u epruvetama iste dubine densifikacije oštećenja iniciraju na istim mjestima i materijal puca na isti način. Izgled oštećenja za različite dubine densifikacije prikazan je na slikama 7.9 i 7.10.



Slika 7.9. Oštećenje ispitnog uzorka s dubinom densifikacije  $d = 0,05$  mm



Slika 7.10. Oštećenje ispitnog uzorka s dubinom densifikacije  $d = 1$  mm

Zamorne pukotine u oba slučaja nastaju u nedensificiranom materijalu i rastu iz unutrašnjosti poprečnog presjeka prema površini prateći eliptične obrise različitih zona gustoće. Za niže amplitude opterećenja i manju dubinu densifikacije, pukotina se inicira na rubu nedensificirane zone. Razlog tome leži u većim deformacijama na rubu nedensificiranog područja u usporedbi sa središtem te tamo dolazi do veće akumulacije energije elastičnih deformacija.

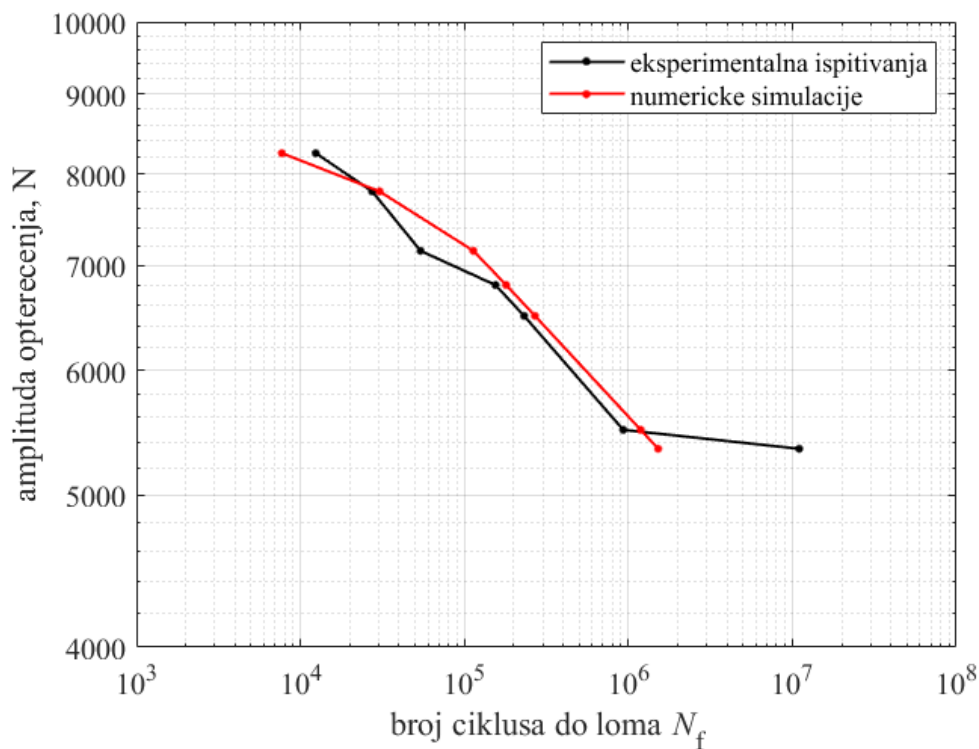
### 7.2.3. Analiza rezultata

Cilj provođenja svake od simulacija bio je saznati broj ciklusa nakon kojeg dolazi do loma epruvete. Radi kvalitetnije usporedbe rezultata, zanemareni su eksperimentalni rezultati kod kojih broj ciklusa do loma odskaje od trenda. U tablici 7.1 prikazani su rezultati dobiveni eksperimentom i numeričkim simulacijama za epruvetu gustoće  $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$ .

**Tablica 7.1. Usporedba broja ciklusa do zamornog loma dobivenih eksperimentom i numeričkim simulacijama za epruvetu gustoće  $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$**

Amplituda opterećenja, N	Sinterirani čelik gustoće $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$		
	Eksperiment	Numerička analiza	Greška, %
5350	11 014 539	1 520 511	-86,2
5500	931 146	1 189 910	27,79
6500	231 388	269 354	16,41
6800	154 927	180 041	16,21
7150	54 069	113 534	109,98
7800	27 423	30 425	10,95
8250	12 409	7708	-37,88

Grafički prikaz dobivenih rezultata nalazi se na slici 7.11. Prvi pogled na dobivene greške stvara mnogo sumnji u dobivene rezultate, no grafički prikaz taj dojam ublažuje. Numerički model dobro prati trend u srednjem pojasu amplituda. Pretpostavlja duži životni vijek materijala, no u prihvatljivoj mjeri. Jedini veći nesrazmjer tu se pojavljuje za amplitudu  $\hat{F} = 7150 \text{ N}$ , što se može pripisati nepreciznom rezultatu eksperimenta s obzirom da rezultat odskaje i od ostalih eksperimentalnih mjerenja. Za najveće i najmanje opterećenje model je konzervativan i u njemu epruveta puca ranije nego u eksperimentima. S obzirom da se teži izbjegavanju loma, ovakvo ponašanje numeričkog modela je zadovoljavajuće za navedena opterećenja.

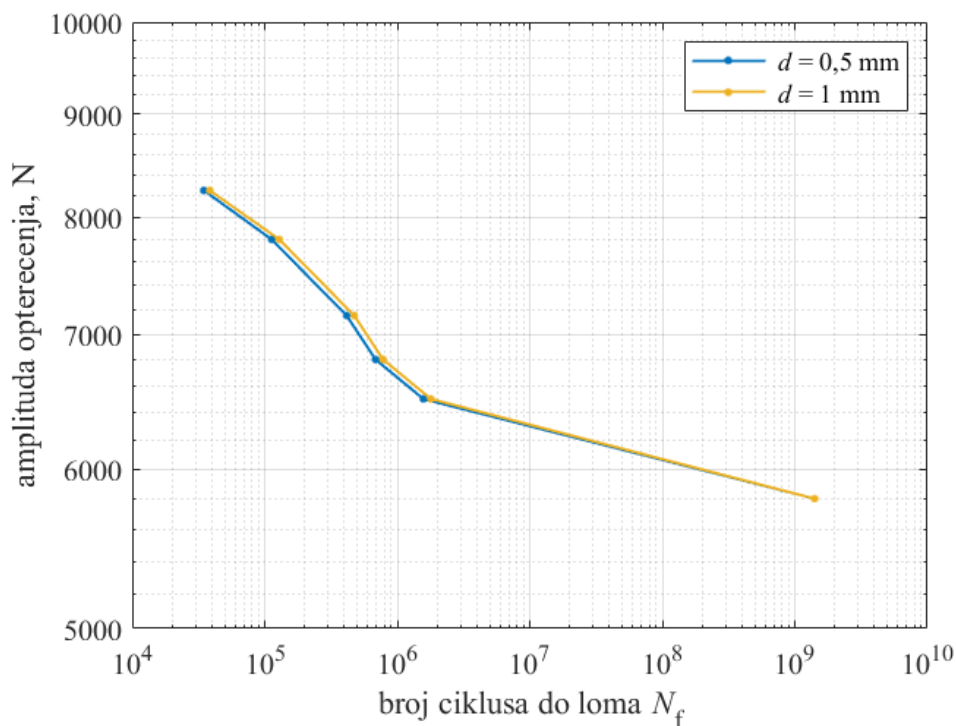


**Slika 7.11. Usporedba Wöhlerovog dijagrama dobivenog eksperimentalnim mjerenjima i numeričkim simulacijama za epruvetu gustoće  $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$**

Rezultati za model densificirane epruvete s dubinom densifikacije  $d = 0,5 \text{ mm}$  i  $d = 1 \text{ mm}$  prikazani su u tablici 7.2 i uspoređeni s rezultatima numeričkog modela za epruvetu osnovne gustoće. Wöhlerovi dijagrami za model densificirane epruvete prikazani su na slici 7.12.

**Tablica 7.2. Broj ciklusa do loma epruvete za densificiranu epruvetu**

Amplituda opterećenja, N	Densificirani sinterirani čelik		
	$\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$	$d = 0,5 \text{ mm}$	$d = 1 \text{ mm}$
5800	742 720	$1,41 \cdot 10^9$	$1,41 \cdot 10^9$
6500	269 354	1 574 255	1 794 202
6800	180 041	685 751	781 860
7150	113 534	414 839	473 429
7800	30 425	112 796	128 862
8250	7708	34 666	38 422



Slika 7.12. Wöhlerovi dijagrami za densificirane ispitne uzorke

Iz dobivenih je rezultata vidljivo da se densifikacijom značajno povećava životni vijek ispitnog uzorka, a porast je kvantificiran u tablici 7.3.

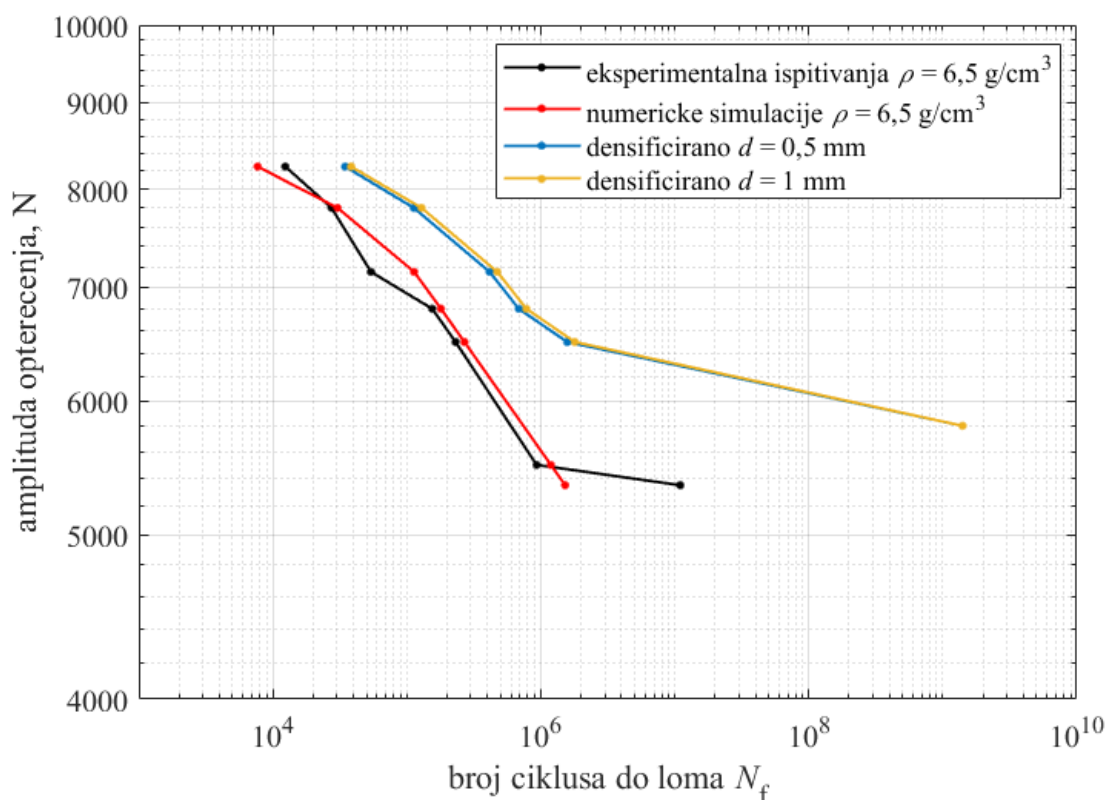
Tablica 7.3. Povećanje životnog vijeka densificiranog uzorka u odnosu na nedensificirani uzorak (numerički model)

Amplituda opterećenja, N	Faktor povećanja broja ciklusa do loma densificiranog uzorka u odnosu na nedensificirani	
	$d = 0,5$ mm	$d = 1$ mm
6500	5,845	6,661
6800	3,809	4,343
7150	3,654	4,17
7800	3,707	4,235
8250	4,497	4,985

Za vrijednost amplitude opterećenja  $\hat{F} = 5800$  N naprezanje u materijalu ne prelazi vrijednost trajne dinamičke čvrstoće te je pretpostavljeno da materijal može izdržati neograničen broj

ciklusa. To pokazuje da se densifikacijom značajno povećava trajna dinamička čvrstoća epruvete.

Za dubinu densifikacije  $d = 0,5$  mm broj ciklusa se prosječno povećao 4,302 puta uz relativno standardno odstupanje od 19,26 %, dok za dubinu densifikacije  $d = 1$  mm prosječno povećanje iznosi 4,879 puta uz relativno standardno odstupanje od 19,21 %. Ovi rezultati pokazuju da se densifikacijom iznimno poboljšava zamorno ponašanje materijala, što potvrđuje i objedinjeni prikaz dobivenih Wöhlerovih dijagrama (slika 7.13).



Slika 7.13. Usporedba Wöhlerovog dijagrama osnovnog i densificiranog materijala

Produbljenjem densificiranog sloja s  $d = 0,5$  mm na  $d = 1$  mm, broj ciklusa do zamornog loma prosječno se povećao za 13,44 % uz relativno standardno odstupanje od 9,71%.

Povećanjem dubine densifikacijskog sloja postiže se duži životni vijek epruvete, no utjecaj povećanja dubine nije toliko značajan kao utjecaj provođenja same densifikacije sinteriranog čelika.

---

## 8. ZAKLJUČAK

U radu je ispitan utjecaj densifikacije površinskog sloja na zamorna svojstva materijala. Razmatran je sinterirani čelik iz klase Astaloy Mo+0,2C, pri čemu su ispitane dvije dubine densifikacije. Korištenjem metode faznog polja, napravljen je numerički model za modeliranje zamornog ponašanja nedensificiranog i densificiranog ispitnog uzorka. Za provođenje numeričkih simulacija određena je ovisnost materijalnih parametara elastoplastičnosti i faznog polja o gustoći sinteriranog čelika. U provedenim numeričkim simulacijama monotoni i zamorni lom ispitnog uzorka poklapaju se s eksperimentalnim istraživanjima.

Usporedbom dobivenih rezultata ustanovljeno je da se densifikacijom površinskog sloja do dubine  $d = 0,5$  mm značajno povećava trajna dinamička čvrstoća materijala. Broj ciklusa do zamornog loma prosječno se povećao 4,302 puta, a dodatnim produbljivanjem do dubine  $d = 1$  mm dobije se prosječno povećanje 4,879 puta. Materijal s većom dubinom densifikacije, prema numeričkim modelima, može izdržati prosječno 13,44 % više ciklusa.

Na temelju rezultata numeričkih simulacija može se zaključiti da densifikacija površinskog sloja značajno poboljšava zamorno ponašanje materijala. Međutim, sama dubina densifikacije ne pridonosi u tolikoj mjeri poboljšanju zamornog ponašanja materijala koliko sama provedba densifikacije.

Za točnije rezultate numeričkih simulacija i točnije modeliranje promjenjivih materijalnih svojstava u ovisnosti o gustoći potrebno je provesti veći broj eksperimenata.

**LITERATURA**

- [1] <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1179/1743290112Y.0000000025#:~:text=Sintring%20is%20well%20established%20as,matured%20in%20the%20middle%201980s>  
[pristupljeno: 19.2.2024.]
- [2] <https://premium-transmission.com/blog/common-causes-gear-failure/#:~:text=Pitting%20or%20Contact%20Fatigue%2D%2060,on%20the%20gear%20tooth%20surface>. [pristupljeno:19.2.2024.]
- [3] Ćorić D. Posebni metalni materijali-III Dio, 2017.
- [4] Slokar Lj.: Metalurgija praha i sinter materijali / Slokar, Ljerka (ur.). Sisak: Metalurški fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2015. 128
- [5] German R.M.: Powder Metallurgy Science, Second edition, Metal Powder Industries Federation, 1984.
- [6] Kalpikjan S., S.R.Schmid: Manufacturing Processes for Engineering Materials, Pearson Education (5<sup>th</sup> Ed.), 2008.
- [7] <https://www.mpif.org/Resources/IndustryFacts.aspx> [pristupljeno: 12.12.2023.]
- [8] Ternero F., Rosa L.G., Urban P., Montes J.M., Cuevas F.G. Influence of the total porosity on the properties of sintered materials - A review. *Metals*, 28.4.2021.;11(5):730.
- [9] [https://www.hoganas.com/globalassets/downloads/library/pressing-and-sintering\\_iron-and-steel-powders-for-sintered-components\\_0523hog.pdf](https://www.hoganas.com/globalassets/downloads/library/pressing-and-sintering_iron-and-steel-powders-for-sintered-components_0523hog.pdf) [pristupljeno 12.12.2023.]
- [10] Flodin A., Fordén L. Root and Contact Stress Calculations in Surface-Densified PM Gears. In *Proceedings from World PM2004 Conference*, listopad 2004.; (Vol. 2, pp. 395-400).
- [11] Hanejko F., Rawlings A., Slattery R. SURFACE DENSIFICATION APPROACH TO HIGH DENSITY GEARS, 2004., Powder Metallurgy World Congress, EPMA, Beč, Austrija.
- [12] Bai H., Zhu C., Zhou Y., Chen X., Feng H., Ye W. Study on tooth interior fatigue fracture failure of wind turbine gears. *Metals*, 10.10.2020.;10(11):1497.
- [13] Frech T., Scholzen P., Löpenhaus C., Klocke F. Influence of Different Manufacturing Processes on Properties of Surface-Densified PM Gears. In *7th WZL Gear Conference in the USA 2018*. (pp. 4-1).
- [14] Peng J, Zhao Y, Chen D, Li K, Lu W, Yan B. Effect of surface densification on the microstructure and mechanical properties of powder metallurgical gears by using a surface rolling process. *Materials*. 19.10.2016.;9(10):846.

- [15] Cho H., Shin Y., Hwang S.W., Gu J.H., Baek J.H., Kim J.H., Chung S.T., Chung S.H., Park S.J. Finite element simulation of PM gear rolling process. *Powder Metallurgy*, 1.7.2015. ;58(3):202-8.
- [16] Lesičar T., *Predavanja iz kolegija Nelinearna numerička analiza konstrukcija*, Zagreb, 2022.
- [17] *ABAQUS/Standard User's Manual*, Version 6.14. Providence, RI: Dassault Systèmes Simulia Corp.
- [18] Lemaitre J., Chaboche J., *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [19] Seleš K. *Numerical phase-field modeling of damage in heterogeneous materials* (Doctoral dissertation, University of Zagreb. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture).
- [20] <https://www.hbkworld.com/en/knowledge/resource-center/articles/reliability-prediction-for-components-in-fatigue#:~:text=Fatigue%20failures%20occur%20when%20components,even%20below%20the%20yield%20strength>. [pristupljeno: 19.2.2024.]
- [21] Husnjak M., *Mehanika loma*, Zagreb: Školska knjiga, 1996.
- [22] Fe-safe. (2002). *Volume 2 – Fatigue Theory Reference Manual*. ©safe technology limited
- [23] Tonković Z., *Predavanja iz kolegija Pogonska čvrstoća*, Zagreb, 2014.
- [24] <https://mechanical.com/reference/fatigue-crack-growth> [pristupljeno 10.2.2024.]
- [25] Sorić, J. (2004). *Metoda konačnih elemenata*. Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb.
- [26] Griffith A., The phenomena of rupture and flow in solids, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* 221(582-593), 1921.
- [27] Lesičar T., Polančec T., Tonković Z. Convergence Check Phase-Field Scheme for Modelling of Brittle and Ductile Fractures. *Applied Sciences*. 30.6.2023.;13(13):7776.
- [28] Rafaj V. Modeliranje konstitutivnog ponašanja densificiranog sinteriranog čelika [Diplomski rad]. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2024.



---

**PRILOZI**

- I. Aproksimacijske funkcije parametra zamora za narinuta opterećenja

## I. Aproksimacijske funkcije parametra zamora za narinjuta opterećenja

$\bar{\psi}_{\infty}(\rho) = a\rho^3 + b\rho^2 + c\rho + d$			
$\hat{F} = 5250 \text{ N}$			
	I	II	III
$a$	$3,0811 \cdot 10^8$	$3,0811 \cdot 10^8$	$3,0811 \cdot 10^8$
$b$	$6,119 \cdot 10^7$	$3,385 \cdot 10^8$	$6,158 \cdot 10^8$
$c$	$1,033 \cdot 10^7$	$1,3024 \cdot 10^8$	$4,1653 \cdot 10^8$
$d$	$1,7 \cdot 10^5$	$1,71 \cdot 10^7$	$9,495 \cdot 10^7$
$\hat{F} = 5350 \text{ N}$			
	I	II	III
$a$	$3,0817 \cdot 10^8$	$3,0817 \cdot 10^8$	$3,0817 \cdot 10^8$
$b$	$3,501 \cdot 10^7$	$3,1236 \cdot 10^8$	$5,8972 \cdot 10^8$
$c$	$-1,5 \cdot 10^5$	$1,0271 \cdot 10^8$	$3,7333 \cdot 10^8$
$d$	$1,5 \cdot 10^5$	$1,117 \cdot 10^7$	$7,842 \cdot 10^7$
$\hat{F} = 5500 \text{ N}$			
	I	II	III
$a$	$3,7025 \cdot 10^8$	$3,7025 \cdot 10^8$	$3,7025 \cdot 10^8$
$b$	$-6,933 \cdot 10^7$	$2,633 \cdot 10^8$	$5,9652 \cdot 10^8$
$c$	$7,2 \cdot 10^6$	$6,521 \cdot 10^7$	$3,2316 \cdot 10^8$
$d$	$1,3 \cdot 10^5$	$5,99 \cdot 10^6$	$5,924 \cdot 10^7$
$\hat{F} = 5800 \text{ N}$			
	I	II	III
$a$	$4,8192 \cdot 10^8$	$4,8192 \cdot 10^8$	$4,8192 \cdot 10^8$
$b$	$-2,6124 \cdot 10^8$	$1,7249 \cdot 10^8$	$6,0622 \cdot 10^8$
$c$	$4,073 \cdot 10^7$	$1,411 \cdot 10^7$	$1,81 \cdot 10^6$
$d$	90 000	$1,81 \cdot 10^6$	$3,458 \cdot 10^7$

Amplituda opterećenja $\hat{F}$ , N	$\bar{\psi}_{\infty}(\rho) = a\rho^b$	
	$a$	$b$
6500	$1,141 \cdot 10^{-37}$	51,66
6800	$1,72 \cdot 10^{-40}$	54,74
6975	$6,47 \cdot 10^{-40}$	53,94
7150	$1,35 \cdot 10^{-39}$	53,43
7800	$3,064 \cdot 10^{-42}$	56,09
8250	$2,071 \cdot 10^{-47}$	61,87
8750	$5,474 \cdot 10^{-51}$	65,77