

Određivanje i verifikacija novog korektivnog faktora za statističku procjenu širokopojasnog spektralnog zamora

Matijević, Marko

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:535561>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-18**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Marko Matijević

Zagreb, 2023.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Određivanje i verifikacija novog korektivnog faktora za statističku procjenu širokopojasnog spektralnog zamora

Mentori:

Izv. prof. dr. sc. Zvonimir Tomičević, mag. ing. mech.

Dr. sc. Damjan Čakmak, mag. ing. mech.

Student:

Marko Matijević

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru, doc. dr. sc. Zvonimiru Tomičeviću, mag. ing. mech na iskazanom povjerenju tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem svojim roditeljima, sestrama, zaručnici Marini i svim prijateljima na potpori, razumijevanju i svakoj riječi podrške tijekom studija.

Posebnu zahvalu posvećujem komentoru dr. sc. Damjanu Čakmaku, mag. ing. mech. na iskazanom povjerenju, uloženom vremenu i dostupnosti u slobodnom vremenu. Zahvalan sam što mi je dao priliku da se nastavim baviti temama zamora materijala. Zahvaljujem na konstantnom usmjeravanju tijekom izrade ovog rada, na energičnosti, poticajima, kritikama i najviše na korektnom odnosu i utrošenom slobodnom vremenu.

Marko Matijević,

Zagreb, 9. srpnja 2023.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 23 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Marko Matijević** JMBAG: 0035211196

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Određivanje i verifikacija novog korektivnog faktora za statističku procjenu širokopojasnog spektralnog zamora**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Determination and verification of a new correction factor for statistical assessment of broadband spectral fatigue**

Opis zadatka:

Norma ASTM E1049-85 preporuča četiri načina brojanja ciklusa nepravilnih amplituda: brojanje raspona/amplituda „toka kiše“ (eng. *rainflow range/amplitude counting*), brojanje vrhova (eng. *peak counting*), brojanje raspona (eng. *range counting*) i brojanje prelaska nivoa (eng. *level crossing counting*). Metoda „toka kiše“ smatra se najfizikalnijom metodom za brojanje ciklusa nepravilnih amplituda u kontekstu predviđanja zamora budući da uzima u obzir cikluse malih i velikih amplituda naprezanja. Poznato je da metoda brojanja prelaska nivoa (tzv. uskopojasno rješenje, eng. *narrowband*) predviđa konzervativnije rezultate u odnosu na metodu „toka kiše“. Predviđanje može biti prekonzervativno u slučaju kada je povijest naprezanja širokopojasna. Ako je povijest naprezanja slučajna i stacionarna, točno zatvoreno rješenje brojanja prelaska nivoa poznato je u frekvencijskoj domeni. Referentna rješenja za metodu „toka kiše“ u frekvencijskoj domeni su samo približna i temeljena na empirijskim pretpostavkama. Stoga je kao predložak moguće usvojiti zatvoreno uskopojasno rješenje te korištenjem prikladnih spektralnih parametara predložiti novi širokopojasni korektivni faktor koji bi umanjio preveliku konzervativnost uskopojasne metode.

U ovom radu potrebno je osmisliti i parametarski testirati novi spektralni širokopojasni korektivni faktor za procjenu zamora u frekvencijskoj domeni na temelju slučajne povijesti naprezanja.

Tijekom rada potrebno je:

1. Opisati fenomen visokocikličkog zamora materijala i način procjene zamora pomoću Palmgren-Minerovog pravila u frekvencijskoj domeni (spektralne teorije) i vremenskoj domeni (tok kiše).
2. Na temelju uskopojasnog zatvorenog rješenja osmisliti i testirati novi korektivni faktor za procjenu širokopojasnog spektralnog zamora u frekvencijskoj domeni.
3. Parametarski usporediti novi spektralni korektivni faktor s uskopojasnom metodom i Tovo-Benasciutti približnim spektralnim teorijama, kao i metodom „toka kiše“ u vremenskoj domeni.
4. Procijeniti primjenjivost novog korektivnog faktora za praktičnu statističku procjenu zamora uslijed slučajnih vibracija.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

4. svibnja 2023.

6. srpnja 2023.

17. – 21. srpnja 2023.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Zvonimir Tomičević *Z.T.*

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić *T.J.*

Dr. sc. Damjan Čakmak *D.Č.*

Sadržaj

Sadržaj	I
Popis slika.....	III
Popis tablica.....	V
Popis važnijih oznaka i skraćenica.....	VI
Sažetak.....	VIII
Summary	IX
1. Uvod.....	1
2. Zamor.....	2
2.1. Definicija zamora.....	2
2.2. <i>S-N</i> metoda.....	4
3. Metode brojanja ciklusa.....	9
3.1. Brojanje raspona toka kiše (eng. <i>Rainflow Range Counting</i>).....	10
3.2. <i>Rainflow</i> metoda za ponavljajuću povijest naprezanja.....	13
3.3. Ostale metode brojanja ciklusa prema normi [4]	14
3.3.1. Metoda brojanja prelaska nivoa (LCC).....	14
3.3.2. Metoda brojanja raspona (RC)	14
3.3.3. Metoda brojanja vrhova (PC).....	15
4. Obrada signala.....	16
4.1. Slučajni signal	16
4.1.1. Gaussova raspodjela	17
4.1.1.1. Mjera iskrivljenosti (eng. skewness).....	19
4.1.1.2. Faktor zašiljenosti – kurtoza.....	20
4.1.1.3. Faktor vrha (eng. Crest factor).....	20
4.2. Spektralni parametri stohastičkog signala u frekvencijskom području.....	21
4.3. Transformacija signala između vremenske i frekvencijske domene.....	22
4.3.1. Fourierova transformacija	23
4.3.2. Diskretna Fourierova transformacija (eng. Discrete Fourier transform)	24
4.3.3. Brza Fourierova transformacija (eng. Fast Fourier Transform (FFT))	25
4.3.4. Inverzna Fourierova transformacija (eng. Inverse Fourier Transform)	25
5. Spektralne metode proračuna zamora.....	27
5.1. Metoda brojanja prelaska nivoa – NB.....	27
5.2. Tovo i Benasciutti.....	28
5.3. Ding.....	29
5.4. Spektralni korektivni faktori.....	30

5.4.1.	Korektivni faktor $\xi_{NB}^{\alpha_1}$	30
5.4.2.	Korektivni faktor ξ_{NB}^{α}	31
5.4.3.	Korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,75m}$	31
5.4.4.	Korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,752m}$	31
5.4.5.	Korektivni faktor ξ_{DGm}	32
6.	Analiza visokocikličkog zamora.....	33
6.1.	Monte Carlo simulacija.....	33
6.2.	Dijagram toka analize.....	34
6.2.1.	Vremenska domena	34
6.2.2.	Frekvencijska domena.....	34
6.2.3.	Usporedba rezultata	35
6.3.	Ulazni parametri.....	37
7.	Usporedba rezultata	39
7.1.	Usporedba za $f_1 = 1 \text{ Hz} = \text{konst.}, f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}, \Delta f_2 = 1 \text{ Hz}$	39
7.1.1.	$S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	40
7.1.2.	$S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	42
7.1.3.	$S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	43
7.2.	Usporedba za $f_1 = 1\text{-}99 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz} = \text{konst.}, \Delta f_1 = 1 \text{ Hz}$	45
7.2.1.	$S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	46
7.2.2.	$S_{PSD1} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	47
7.2.3.	$S_{PSD1} = 10 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$	49
7.3.	Ukupna relativna greška	51
8.	Zaključak	52
9.	Literatura.....	53

Popis slika

Slika 2.1 Shema transkristalnog mikroskopskog rasta pukotina Faza I (inicijacija) i Faza II (širenje i lom) [7]	2
Slika 2.2 Prikaz visokocikličkog i niskocikličkog zamora u logaritamskom mjerilu [7]	3
Slika 2.3 Simboli koji se koriste kod cikličkog naprezanja	5
Slika 2.4 <i>S-N</i> krivulja za čelični materijal [7]	6
Slika 2.5 Povijest naprezanja: a) promjenjive amplitude, b) razvrstanih ciklusa konstantnih amplituda [9]	7
Slika 3.1 Prikaz pojednostavljenja sinusoide u pravce i "zatvorenog" trokuta kao cijelog ciklusa [7] [9]	9
Slika 3.2 Slijevanje kiše niz krovove pagode [6]	10
Slika 3.3 Primjer Rainflow metode [3], [7], [9]	11
Slika 3.4 <i>Rainflow</i> metoda ("3 točke") brojanja ciklusa (prilagođeno iz [11])	12
Slika 3.5 <i>Rainflow</i> metoda za ponavljajuću povijest naprezanja (prilagođeno iz [11])	13
Slika 4.1 Gaussova funkcija gustoće vjerojatnosti s nultom srednjom vrijednošću ($\mu = 0$) i standardnom devijacijom $\sigma = 1$ (uređeno iz [12])	18
Slika 4.2 Pozitivna odnosno negativna mjera iskrivljenosti (uređeno iz [14])	19
Slika 4.3 Utjecaj kurtoze (uređeno iz [14])	20
Slika 4.4 Ekvivalentni vremenski signali i PSD signali; a) Sinusni signal, b) <i>Broad band</i> signal, c) <i>Narrow band</i> signal	23
Slika 4.5 Suma sinusoida [7]	23
Slika 6.1 Dijagram toka analize	36
Slika 6.2 a) PSD dijagram stohastičkog opterećenja, b) fragment stohastičkog signala	38
Slika 6.3 a) Ukupna povijest naprezanja, b) Histogram slučajnog procesa	38
Slika 7.1 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ -100 Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 10000$ MPa ² /Hz	40
Slika 7.2 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz	41
Slika 7.3 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ -100 Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 1000$ MPa ² /Hz	42
Slika 7.4 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz	43
Slika 7.5 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ -100 Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 100$ MPa ² /Hz	44
Slika 7.6 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz	45
Slika 7.7 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ -99 Hz, $f_2 = 100$ Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 10000$ MPa ² /Hz	46
Slika 7.8 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99$ Hz, $f_2 = 100$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz	47
Slika 7.9 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ -99 Hz, $f_2 = 100$ Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 1000$ MPa ² /Hz	48
Slika 7.10 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99$ Hz, $f_2 = 100$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz	49
Slika 7.11 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1$ -99 Hz, $f_2 = 100$ Hz, $S_{PSD1} = 10000$ MPa ² /Hz i $S_{PSD2} = 100$ MPa ² /Hz	50

Slika 7.12 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$ 50

Popis tablica

Tablica 3.1 Primjer brojanja ciklusa Rainflow metodom (prilagođeno iz [4])	12
Tablica 7.1 Granične vrijednosti signala [12].....	41
Tablica 7.2 Ukupna relativna greška svih analiza	51

Popis važnijih oznaka i skraćenica

Latinične oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
b	-	eksponent zamorne čvrstoće (Basquinov eksponent)
B'_f	$(\text{N/mm}^2)^m$	Spektralni eksponent zamorne čvrstoće
D_f	-	ukupno zamorno oštećenje
e	-	baza prirodnog logaritma ($e \cong 2.718281$)
$E[0]$	Hz	očekivani broj gore usmjerenih ništica po sekundi
$E[P]$	Hz	očekivani broj vrhova po sekundi
E_{rel}	-	relativna greška
$\text{erf}(\cdot)$	-	funkcija greške ($0 \leq \text{erf}(\cdot) \leq 1$)
f	Hz	frekvencija uzbude ($f = \Omega / (2\pi)$)
f_{Nyq}	Hz	Nyquistova frekvencija ($f_{\text{Nyq}} = f_{\text{sr}} / 2$)
f_{sr}	Hz	frekvencija uzorkovanja
i	-	imaginarna jedinica ($i = \sqrt{-1}$)
i, j, k, n	-	indeks (cijeli broj, $i, j, k, n = 1 \dots \infty$)
m	-	Spektralni zamorni eksponent ($m = -1/b$)
m_n	$(\text{N/mm}^2)^2 \text{Hz}^n$	n -ti spektralni moment
S_a	N/mm^2	amplituda inženjerskog naprezanja ($S_a = S_r / 2$)
S'_f	N/mm^2	eksponent zamorne čvrstoće
S_h	N/mm^2	povijest naprezanja
S_{PSD}	$(\text{N/mm}^2)^2/\text{Hz}$	spektralna gustoća snage naprezanja
S_r	N/mm^2	raspon inženjerskog naprezanja
$S_{\text{RMS}}, x_{\text{RMS}}$	N/mm^2	efektivna vrijednost naprezanja
t	s	vrijeme
T_f	s	vrijeme do zamornog loma
t_{max}	s	ukupno vrijeme
x	N/mm^2	varijabla naprezanja
$\mathcal{F}(\cdot)$	N/mm^2	rezultat Fourierove transformacije povijesti naprezanja
$\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$	N/mm^2	Rezultat inverzne Fourierove transformacije naprezanja

Grčke oznake

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
α_n	-	n -ti bezdimenzijski spektralni parametar
$\Gamma(\cdot)$	-	potpuna Eulerova Gama funkcija
γ, α_2	-	faktor nepravilnosti ($0 \leq \gamma \leq 1$)
δ, α_1	-	prvi bezdimenzijski spektralni parametar ($0 \leq \delta \leq 1$)

ξ	–	Korektivni faktor
κ	–	faktor spljoštenosti/zašiljenosti
λ	–	parametar spektralne širine pojasa ($\lambda = \sqrt{1-\gamma^2}$)
$\mu, \bar{x}$	N/mm ²	aritmetička sredina naprezanja
π	rad	Ludolfov broj ($\pi \cong 3.14159$)
σ	N/mm ²	standardna devijacija naprezanja
ς, S_k	–	faktor asimetrije/iskrivljenosti
$\sigma^2, \text{Var}(x)$	(N/mm ²) ²	varijanca naprezanja
φ	rad	fazni kut
$\Phi(\cdot)$	–	bezdimenzijska funkcija standardne normalne distribucije
Ω	rad/s	kružna frekvencija uzbude

Skraćenice, indeksi

Oznaka	Puno značenje
a	Amplituda
anlt	Analitički
c	Kumulativno
DFT	Diskretna Fourierova transformacija
DGm	Metoda skalirana korektivnim faktorom ξ_{DGm}
FFT	Brza Fourierova transformacija
FT	Fourierova transformacija
IFFT	Inverzna brza Fourierova transformacija
LCC	Brojanje prelaska nivoa
NB	Uskopojasno (<i>Narrow-Band</i>)
NBm	Metoda skalirana korektivnim faktorom $\xi_{NB}^{\alpha_1}$
NB _{α}	Metoda skalirana korektivnim faktorom ξ_{NB}^{α}
Nyq	Nyquist
PC	Brojanje vrhova
PSD	Spektralna gustoća snage
r	Raspon
RC	Brojanje raspona
RFC	Brojanje ciklusa tōka kiše
RL	Rice i Lalanne
RMS	Efektivna vrijednost (engl.: <i>root mean square</i>)
TB	Tovo i Benasciutti
TB075m	Metoda skalirana korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,75m}$
TB0752m	Metoda skalirana korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,752m}$

Sažetak

Ovaj rad bavi se analizom zamora materijala uslijed visokocikličkog opterećenja. Usmjeren je na razvoj i usporedbu novih korektivnih faktora koji bi kod uskopojasnog zatvorenog rješenja umanjili preveliku konzervativnost.

Na početku rada opisan je visokociklički zamor te je objašnjena $S-N$ metoda proračuna zamora za visokocikličko opterećenje. Opisane su metode brojanja ciklusa prema normi ASTM E1049-85(2011.)

Prikazan su spektralni parametri stohastičkog signala u frekvencijskoj domeni. Objašnjena je pretvorba signala iz frekvencijske u vremensku domenu. Prikazan je stohastični signal sa svim uvjetima koje treba zadovoljiti da bi bio slučajan.

U završnom dijelu rada predstavljeni su rezultati analize novih korektivnih faktora s različitim spektrom frekvencija i naprezanja. Napravljena je grafička usporedba rezultata s referentnim metodama te je prikazana prosječna relativna greška.

Ključne riječi: *zamorni lom, stohastička povijest naprezanja, vremenska domena, frekvencijska domena, korektivni faktori, metoda toka kiše, spektralne metode, uskopojasni signal, širokopojasni signal.*

Summary

This thesis deals with the analysis of material fatigue due to high cyclic loading. It is focused at the development and comparison of new corrective factors that would reduce excessive conservatism in a Narrow-band closed solution.

At the beginning of the thesis, high-cycle fatigue is described and the $S-N$ fatigue calculation method for high-cycle loads is explained. Cycle counting methods according to ASTM E1049-85 (2011) are described.

The spectral parameters of the stochastic signal in the frequency domain are presented. The signal conversion from the frequency domain to the time domain is explained. A stochastic signal is shown with all the conditions that must be met in order for it to be random.

In the final part of the paper, the results of the analysis of new corrective factors with different spectrum frequencies and stresses are presented. A graphical comparison of the results with reference methods was made and the average relative error was shown.

Keywords: *fatigue fracture, stochastic stress history, time domain, frequency domain, correction factors, rainflow method, spectral methods, Narrowband signal, Broadband signal.*

1. Uvod

Zamor materijala često uzrokuje pucanje i lom kod mehaničkih komponenti te u komponentama izloženim vremenski promjenjivim opterećenjem. Stoga je vrlo važno imati dostupne, brze i učinkovite alate za procjenu vijeka trajanja tijekom procesa konstruiranja mehaničkog dijela. Za procjenu vijeka trajanja materijala uslijed zamora koriste se metode u vremenskoj te frekvencijskoj domeni. Metode frekvencijske domene za procjenu zamora imaju za cilj znatno ubrzati proračune, budući da definiraju odziv sustava u frekvencijskoj domeni [1].

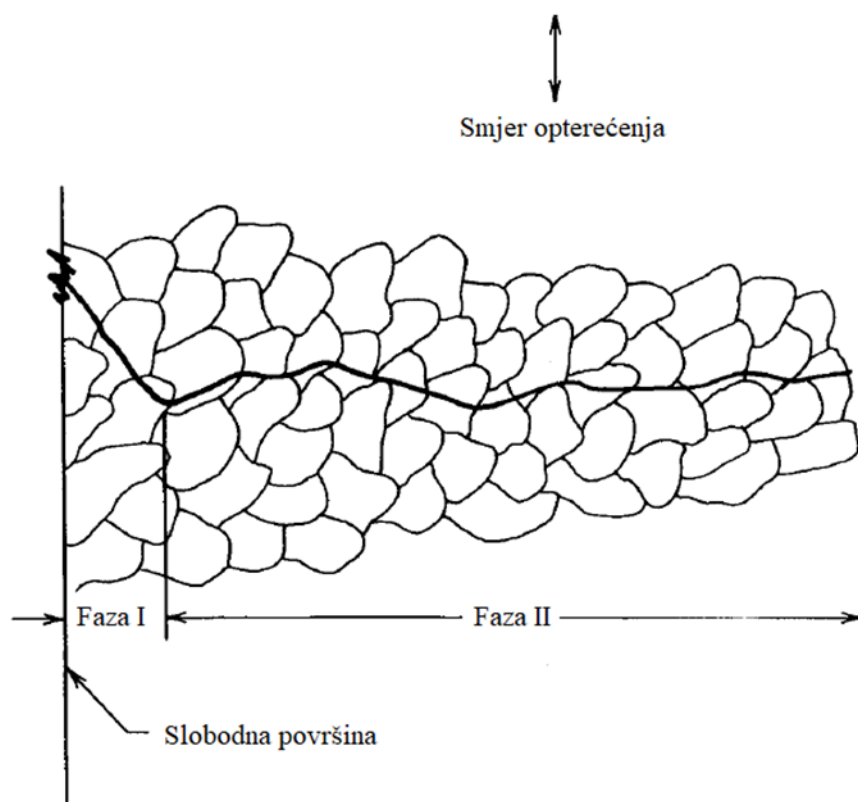
U vremenskoj domeni identifikacija ciklusa u povijesti stohastičkog opterećenja postiže se pomoću metode brojanja ciklusa. Najčešće korištena metoda za brojanje ciklusa je metoda toka kiše (eng. *Rainflow counting*) [1]. Oštećenje od svakog ciklusa se izračunava korištenjem S/N krivulje, koja prikazuje čvrstoću materijala za opterećenja konstantne amplitude [2]. Oštećenje tijekom cijelog vremenskog signala izračunava se zbrajanjem oštećenja iz svih pojedinačnih ciklusa, koristeći pravilo linearne akumulacije oštećenja Palmgren-Miner. Ovo pravilo omogućuje zbrajanje oštećenja po ciklusima, bez obzira na njihov redoslijed u opterećenju [2].

Ovaj rad na neki je način nastavak na [3] jer za vremensku domenu koristi *Rainflow* metodu brojanja ciklusa (prema normi ASTM E1049-85 [4]) te procjene zamornog oštećenja. U frekvencijskoj domeni bit će osmišljen je novi korektivni faktor za procjenu širokopojasnog spektralnog zamora u odnosu na uskopojasno rješenje.

2. Zamor

2.1. Definicija zamora

Zamor je lokalizirani proces oštećenja materijala uzrokovan dugotrajnim vremenski promjenjivim opterećenjem. To je rezultat kumulativnog procesa koji se sastoji od dvije faze: faza I inicijacija pukotine, faza II širenje pukotine i lom komponente [5]. kao što prikazuje Slika 2.1. Do loma uslijed zamora može doći iako je opterećenje puno manje od vlačne čvrstoće materijala i koje bi materijal pri istom statičkom opterećenju trebao moći izdržati. Zamor nastaje kao rezultat plastične deformacije prilikom iniciranja i propagacije pukotine. Lom uslijed zamora materijala obično počinje na mjestu najveće koncentracije naprezanja i djelovanja zareznihih faktora, no to nije redovno slučaj [6]. Jednom kada dođe do iniciranja pukotine i nastavi se cikličko opterećenje, pukotina ima tendenciju rasta [5].



Slika 2.1 Shema transkristalnog mikroskopskog rasta pukotina Faza I (inicijacija) i Faza II (širenje i lom) [7]

Vrsta zamornog loma ovisi o vrsti zamora materijala. Razlikuju se visokociklički zamor (eng. *high-cycle fatigue*) te niskociklički zamor (eng. *low-cycle-fatigue*). Razlikuju se u trenutku nastajanja zamornog loma [6].

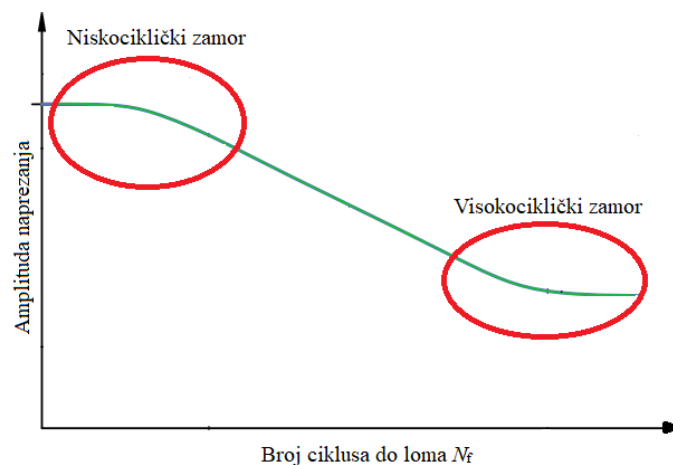
- **Visokociklički zamor**

- lom nastupa nakon velikog broja ciklusa opterećenja ($N_f > 10^5$),
- naprezanja i deformacije su u elastičnom području,
- koristi se **S - N krivulja** (Wöhler, 1860.),

- **Niskociklički zamor**

- lom nastupa nakon 10^1 - 10^5 ciklusa,
- naprezanja i deformacije su u elastoplastičnom području,
- računa se broj ciklusa do iniciranja pukotine (N_i) - **ϵ - N metoda**,
- računa se broj ciklusa rasta pukotine do kritične duljine (N_p) **da/dN** ,
- računa se broj ciklusa do loma: $N_f = N_i + N_p$ – (iniciranje i propagacija pukotine)

Slika 2.2 prikazuje područja visokocikličkog odnosno niskocikličkog zamora u odnosu na broj ciklusa do loma i amplitudu naprezanja.



Slika 2.2 Prikaz visokocikličkog i niskocikličkog zamora u logaritamskom mjerilu [7]

2.2. S-N metoda

Od sredine 19. stoljeća standardna metoda analize zamora konstrukcija, a temelji se na amplitudi odnosno rasponu naprezanja kojem je opterećena. Ova metoda se naziva *S-N* metoda te su njene glavne značajke [5]:

- Ciklička naprezanja su vodeći parametar za zamorni lom
- Glavne razlike u odnosu na druge metode su:
 - Veliki broj ciklusa do loma
 - Javlja se vrlo mala plastična deformacija zbog cikličkog opterećenja.

Tijekom ispitivanja zamora materijala ispitni uzorak je izložen konstantnim naizmjeničnim opterećenjem sve do loma. Opterećenje kojim se opterećuje ispitni uzorak definira se konstantnim rasponom naprezanja (S_r) ili konstantnom amplitudom naprezanja (S_a). Raspon naprezanja definira se kao razlika između maksimalnog naprezanja ($S_{\max}$) i minimalnog naprezanja ($S_{\min}$) u ciklusu [5]:

$$S_r = |S_{\max} - S_{\min}| = 2\sigma_a. \quad (2.1)$$

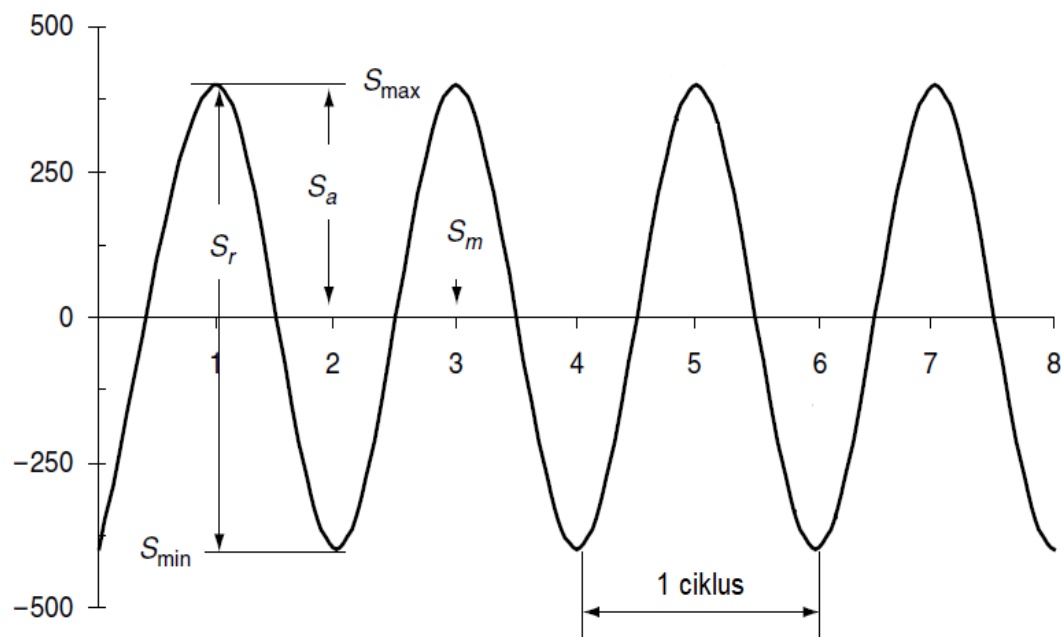
Amplituda naprezanja jednaka je polovini raspona naprezanja [5]:

$$S_a = \frac{S_r}{2} = \left| \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} \right|. \quad (2.2)$$

Standardna se vlačna naprezanja smatraju pozitivnima, a tlačna naprezanja negativnima [5]. Raspon ili amplituda naprezanja je kontrolirana (neovisna) varijabla, a broj ciklusa do loma je varijabla odgovora (ovisna). Broj ciklusa do loma označen je s N_f . Prethodno spomenute izraze prikazuje Slika 2.3.

S-N ispitivanje zamora provodi se korištenjem čistog naizmjeničnog opterećenja što znači da je opterećenje naizmjenično sa srednjim napreznjem iznosa nula, tj. da su vlačno i tlačno područje jednako zastupljeni. Srednje napreznje (S_m) definira se kao [5]:

$$S_m = \frac{(S_{\max} + S_{\min})}{2}. \quad (2.3)$$

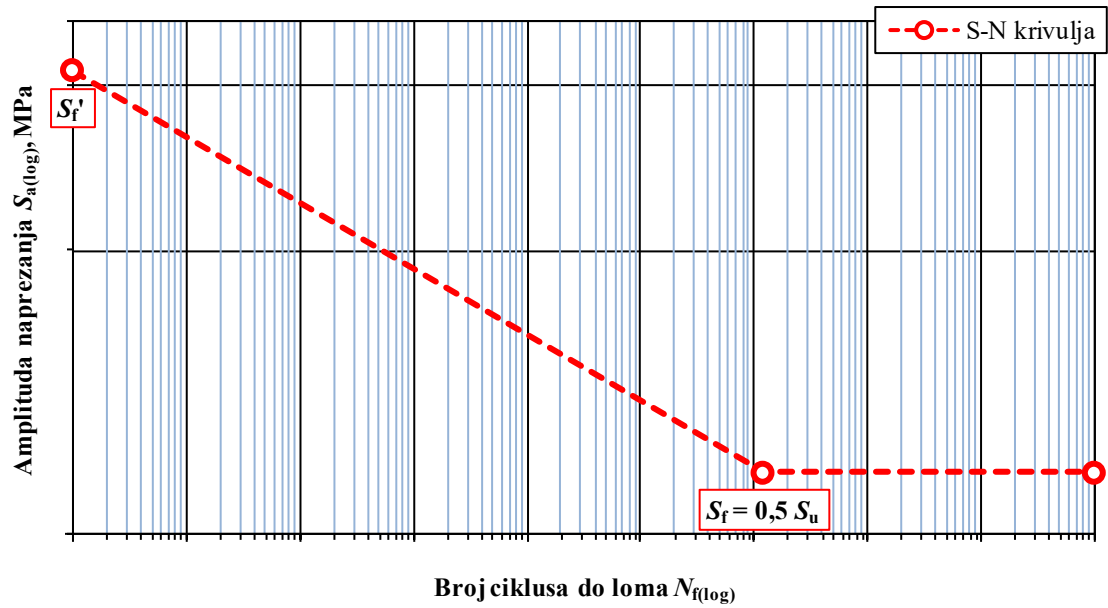


Slika 2.3 Simboli koji se koriste kod cikličkog napreznja

Realne konstrukcijske komponente obično su izložene izmjeničnim opterećenjima s utjecajem srednjeg napreznja. Za prikaz utjecaja srednjeg napreznja obično se koristi parametar R koji predstavlja omjer minimalnog i maksimalnog napreznja [5]:

$$R = \frac{S_{\min}}{S_{\max}}. \quad (2.4)$$

Podaci ispitivanja zamora često se prikazuju u logaritamskim koordinatama. Slika 2.4 prikazuje podatke o zamoru čelika u logaritamskom mjerilu. Krivulja koja prikazuje podatke naziva se $S-N$ krivulja ili Wöhlerova krivulja. Dio linije s negativnim nagibom naziva se područjem vremenske čvrstoće, a vodoravna linija označava područje trajne dinamičke izdržljivosti. Točka ove $S-N$ krivulje u kojoj se nagib mijenja predstavlja granicu izdržljivosti [5]. Y-koordinata prikazuje amplitudu napreznja ili raspon napreznja, a X-koordinata prikazuje broj ciklusa do loma. Kada vrijednost amplitude iznosi pola vlačne čvrstoće krivulja postaje vodoravna.



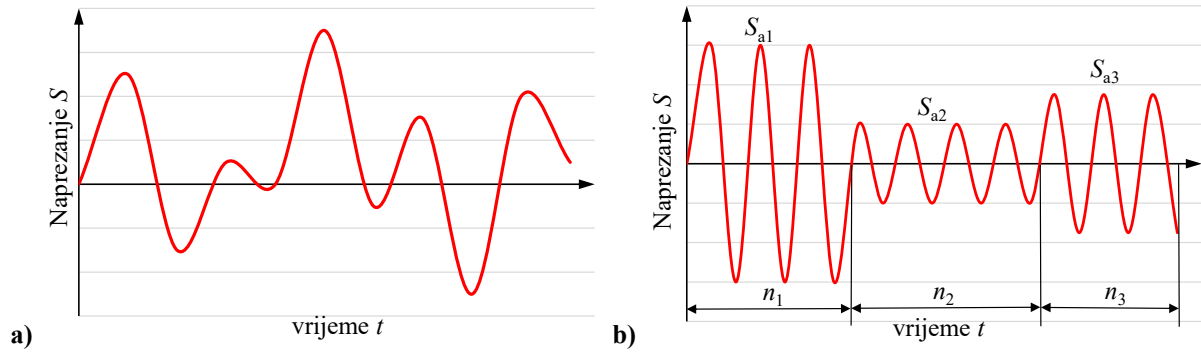
Slika 2.4 S-N krivulja za čelični materijal [7]

Standardna Wöhlerova (S-N) krivulja može se aproksimirati pomoću Basquinovog matematičkog odnosa [8]:

$$S_a = S'_{af} (N_f)^b \Leftrightarrow N_f = \left(\frac{S_a}{S'_{af}} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad S_r = S'_{rf} (N_f)^b \Leftrightarrow N_f = \left(\frac{S_r}{S'_{rf}} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad (2.5a-d)$$

gdje su: S_a i S_r amplituda, tj. raspon inženjerskog naprezanja, b je Basquinov zamorni eksponent (nagib S-N krivulje), S'_{af} je koeficijent amplitude zamorne čvrstoće, dok je S'_{rf} koeficijent raspona zamorne čvrstoće u frekvencijskom području i N_f (ili skraćeno “N”) je broj ciklusa do loma materijala.

Do sada je bilo pretpostavljeno da je opterećenje konstantne amplitude sa ili bez srednjeg naprezanja. Međutim, često se javlja da amplituda povijesti naprezanja varira. Kao proširenje uvodi se opterećenje kod kojeg se amplituda mijenja u vremenu kao što to prikazuje Slika 2.5 a).



Slika 2.5 Povijest naprezanja: a) promjenjive amplitude, b) razvrstanih ciklusa konstantnih amplituda [9]

Slika 2.5 b) prikazuje povijest naprezanja razvrstanih ciklusa konstantnih amplituda dobiven standardnom metodom brojanja ciklusa koju daje ASTM E1049-85 norma [4], a jedna od njih je i metoda toka kiše (engl. *Rainflow counting*). Povijest se sastoji od n_1 ciklusa amplitude S_1 , n_2 ciklusa amplitude S_2 , n_3 ciklusa amplitude S_3 pa sve do n_i i S_i . Kako bi se odredilo vrijeme do loma koristi se Minerovo ili Palmgren-Minerovo pravilo [8]. Uzima se u obzir broj ciklusa n_i s konstantnom amplitudom S_i te se u kombinaciji s S - N dijagramom procjenjuje vrijeme do loma za svaki pojedini blok. Zbrajanjem vrijednosti kumuliranog oštećenja svakog pojedinog bloka dobiva se ukupno oštećenje D_{RFC} . Cijeli ovaj postupak kod Palmgren-Minerovog pravila može se zapisati kao [8]:

$$D_{RFC}[S_h(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_{fi}} \Rightarrow N_{RFC} = \frac{1}{D_{RFC}} \Rightarrow T_{RFC} = t_{max} N_{RFC}, \quad (2.6a-c)$$

gdje je N_{fi} broj ciklusa do loma iz S - N dijagrama, a N_{RFC} broj ciklusa do zamornog loma. Množenjem N_{RFC} s ukupnim vremenom t_{max} dobiva se vrijeme do zamornog loma T_{RFC} . U slučaju kada je ukupno oštećenje D_{RFC} jednako 1 (100%) dolazi do loma materijala [7].

Basquinova matematička aproksimacija S - N krivulje (2.5) u frekvencijskoj domeni može se definirati izrazima [8]:

$$S_a = \left(\frac{N_f}{B'_{af}} \right)^{\frac{1}{m}} \Leftrightarrow N_f = \frac{B'_{af}}{(S_a)^m}, \quad S_r = \left(\frac{N_f}{B'_{rf}} \right)^{\frac{1}{m}} \Leftrightarrow N_f = \frac{B'_{rf}}{(S_r)^m}, \quad (2.7a-d)$$

gdje su B'_{af} i B'_{rf} , spektralni eksponenti zamorne čvrstoće, a m je inverzni negativni Basquinov eksponent. Svaki od parametara b , S'_{af} i S'_{rf} , ili m , B'_{af} i B'_{rf} su svojstveni parametri materijala te ih treba odrediti eksperimentalno [8]. Transformacije relacija jednadžbi u vremenskoj domeni (2.5) u jednadžbe u frekvencijskoj domeni (2.7) napisane su u nastavku:

$$S_r = 2S_a, \quad m = -b^{-1}, \quad S'_{rf} = 2S'_{af} = 2(B'_{af})^{\frac{1}{m}} = (B'_{rf})^{\frac{1}{m}}, \quad (2.8a-d)$$

$$B'_{rf} = 2^m B'_{af} = 2^m (S'_{af})^m = (S'_{rf})^m.$$

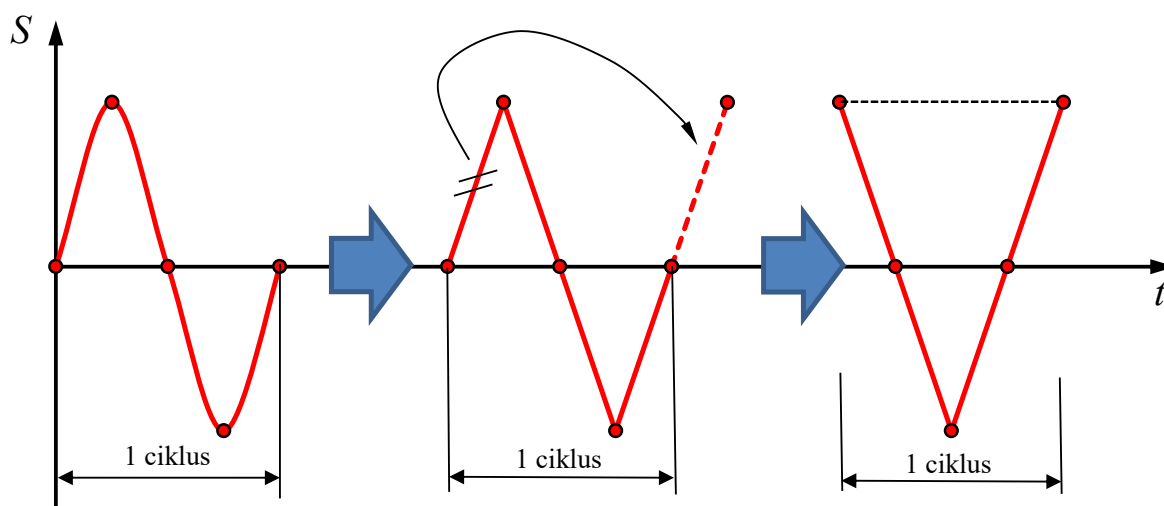
Može se primijetiti da su b i m bezdimenzijski parametri, a S'_{af} i S'_{rf} su obično u MPa, tj. N/mm². Međutim, B'_{af} i B'_{rf} su iskazani pomalo neobičnoj jedinici “MPa ^{m} ”. Dakle potrebno je obratiti dodatnu pažnju prilikom primjene transformacijskih jednažbi (2.8c-d). Nadalje Basquinov eksponent b je negativna vrijednost [8], dakle inverzni negativni Basquinov eksponent m prema jednažbi (2.8b) je pozitivna vrijednost.

3. Metode brojanja ciklusa

U prošlom poglavlju prikazan je zamor materijala, vrste analize zamora kod konstantne amplitude u vremenu te sama analiza zamornog loma. Kada je amplituda konstantnog iznosa u vremenu broj ciklusa do loma je vrlo jednostavno izraziti preko $S-N$ krivulje odnosno Wöhlerove krivulje.

Ovo se poglavlje usredotočuje na proces izdvajanja ciklusa iz složene povijesti opterećenja. Kada je amplituda varijabilna u vremenu za određivanje broja ciklusa do loma, potrebno je se služiti analizama kojima se složena povijest naprezanja razvrstava te prebrojava kako bi se dobio podatak o broju ciklusa jednake amplitude i srednjeg naprezanja te zbrajanjem tih ciklusa ukupan podatak o broju ciklusa do loma. Upravo ASTM norma [4] daje rješenja za četiri različita načina prebrojavanja ciklusa s varijabilnim amplitudama.

Za prebrojavanje ciklusa nije nužno poznavati matematičku funkciju krivulje nego je dovoljno znati lokalne ekstreme tj. *vrhove* i *udoline* (eng. *peak/valley* [4]). Vrhovi i udoline kao spajaju se pravcima te se radi pojednostavljivanja ciklusa premješta prva točka signala na zadnju točku signala, kako bi se dobio zatvorni ciklus kao što to prikazuje Slika 3.1.



Slika 3.1 Prikaz pojednostavljenja sinusoide u pravce i “zatvorenog” trokuta kao cijelog ciklusa [7] [9]

Kod metoda brojanja ciklusa razlikuju se jednoparametarske metode (engl. *one-parameter cycle counting methods*) te dvoparametarske metode (engl. *two-parameter cycle counting methods*) [7]. U jednoparametarske metode spadaju: *metoda brojanja prelaska nivoa*¹,

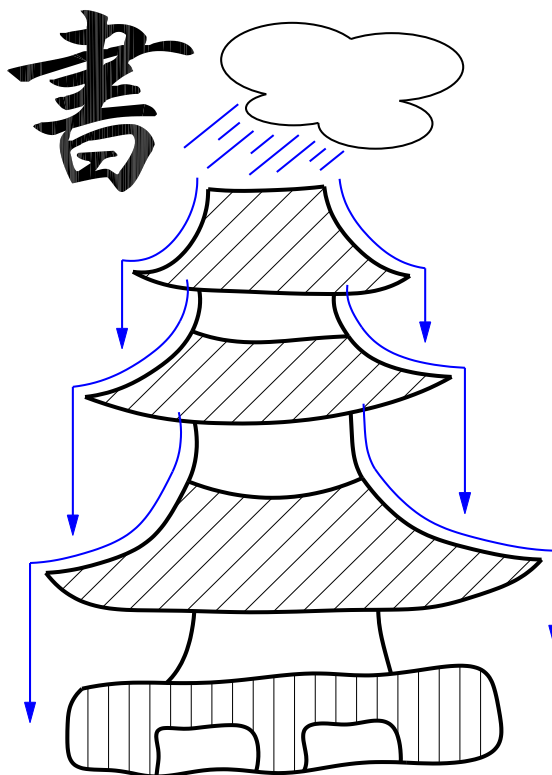
¹ engl. *Level-Crossing Counting*

*metoda brojanja raspona*² (može biti i dvoparametarska metoda ako se u obzir uzima srednje naprezanje) i *metoda brojanja vrhova*³ [5], [7], [8]. Jednoparametarske metode ne uspijevaju povezati cikluse opterećenja s lokalnim ponašanjem krivulje povijesti naprezanja za koje je poznato da imaju veliku ulogu u zamoru materijala [5]. Jednoparametarske metode uzimaju u obzir samo razlike naprezanja. U okviru ovog rada koristi metoda toka kiše⁴.

3.1. Brojanje raspona toka kiše (eng. *Rainflow Range Counting*)

Za povijest jednoosnog opterećenja u vremenu brojanje ciklusa metodom toka kiše, koju su 1968. uveli Matsuishi i Endo (1968.) [10], [11], bila je prva prihvaćena metoda korištena za izdvajanje zatvorenih ciklusa opterećenja. Smatra se najpreciznijom metodom za utvrđivanje oštećenja kompleksnog opterećenja zato što uzima u obzir imale i velike raspone naprezanja [3], [11]. Kao što je ranije napisano *Rainflow counting* metoda cikluse razvrstava dvoparametarski jer uzima u obzir razlike naprezanja i srednje naprezanje [3], [7] i [10].

Metoda toka kiše (eng. *Rainflow*) je dobila ime iz usporedbe ove metode s protokom kiše koja pada na pagodu i slijeva se niz rubove kao što to prikazuje Slika 3.2.



Slika 3.2 Slijevanje kiše niz krovove pagode⁵ [6]

² engl. *Range Counting*

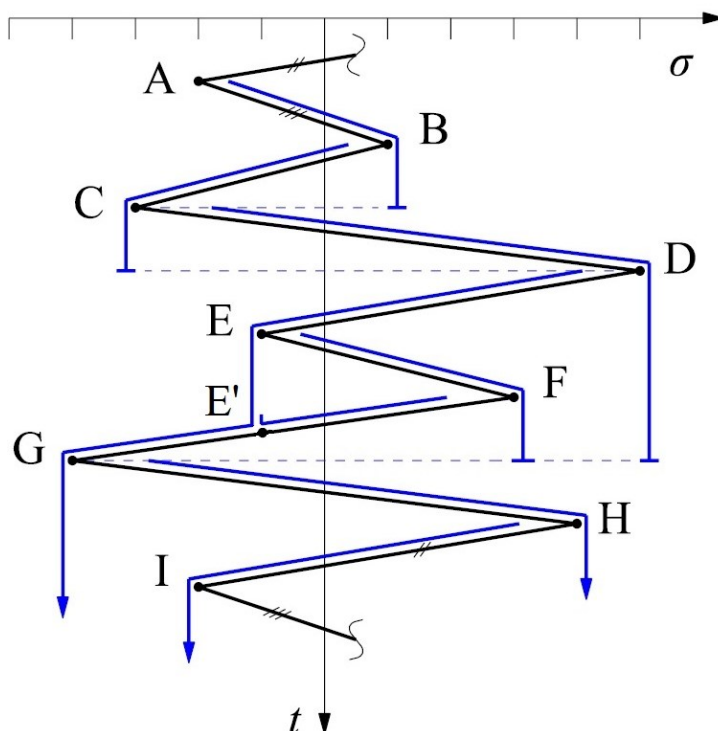
³ engl. *Peak Counting*

⁴ engl. *Rainflow Counting*

⁵ Pagoda je toranj s više katova (i krovova) izgrađen prema tradicijama podrijetlom iz drevne Istočne Azije [6]

Prije početka razvrstavanja i prebrojavanja ciklusa *Rainflow* metodom, povijest naprezanja ili deformacija zakreće se tako da vremenska os bude okrenuta prema dolje kao što to prikazuje Slika 3.3. Nekoliko pravila u *Rainflow* metodi omogućuje prepoznavanje i izdvajanje ciklusa i poluciklusa [3], [6], [11]:

- voda se spušta odozgora prema dolje (utjecaj gravitacije),
- točka A je prva na redu (nulto vrijeme), točka I je zadnja na redu (Slika 3.3),
- tek kada mlaz vode prethodnog ekstrema završi sa svojim tokom, kreće mlaz iz idućeg lokalnog ekstrema (npr. točka B je na redu prije točke C),
- voda pada dok: (1) ne *ispadne* (točke D, G i H), (2) ne *naide* na prethodni mlaz (točka F), (3) ne *prođe* kraj većeg ili jednakog maksimuma ili minimuma od onog s kojeg je krenula (točke A, B, C i E),
- pune cikluse tvore zatvorene krivulje (one koje su naišle na prethodni mlaz) (spojnica E-F),
- $\frac{1}{2}$ ciklusa tvore krivulje koje se nisu zatvorile (spojnice A-B, B-C, C-D, D-G, G-H i H-I).



Slika 3.3 Primjer Rainflow metode [3], [7], [9]

Slika 3.3 prikazuje identičan signal kao što je signal u normi [4] te je radi lakšeg razumijevanja prikazana Tablica 3.1 opisuje primjer prebrojavanja ciklusa sa slike.

Tablica 3.1 Primjer brojanja ciklusa Rainflow metodom (prilagođeno iz [4])

σ , MPa	Broj ciklusa n	Putanja
10	0	
9	0,5	D-G
8	1,0	C-D, G-H
7	0	
6	0,5	H-I
5	0	
4	1,5	B-C, E-F
3	0,5	A-B
2	0	
1	0	

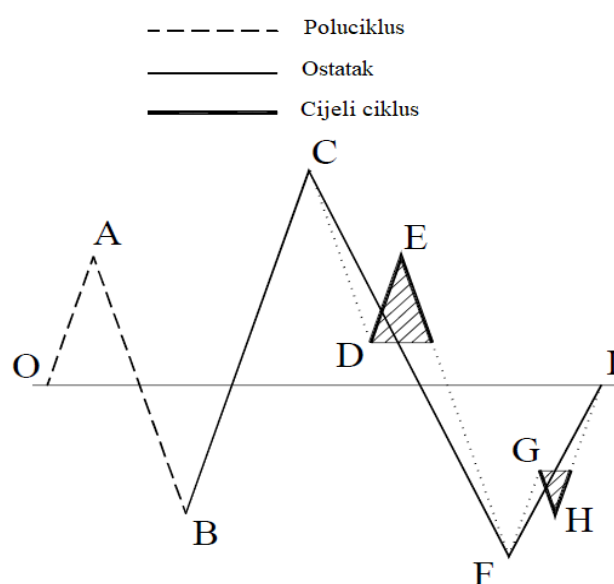
Rainflow metoda "3 točke" uspoređuje dva uzastopna raspona odjednom [11]. X predstavlja raspon koji se razmatra, a Y prethodni raspon susjedan rasponu X.

Ako je uvjet $X \geq Y$ zadovoljen moguće su dvije opcije [11]:

- Y je prvi raspon u povijesti naprezanja (tj. sadrži početnu točku O), to se računa kao poluciklus te se njegov prvi ekstrem uklanja,
- Y ne sadrži početnu točku te se računa kao jedan ciklus i njegovi se ekstremi (vrh i udolina) uklanjaju iz povijesti.

Svi rasponi koji nisu izbrojani stavljaju se u ostatak i računaju kao poluciklusi.

Slika 3.4 prikazuje Rainflow metodu brojanja ciklusa povijest naprezanja metodom "3 točke" opisanom u prošlim rečenicama.

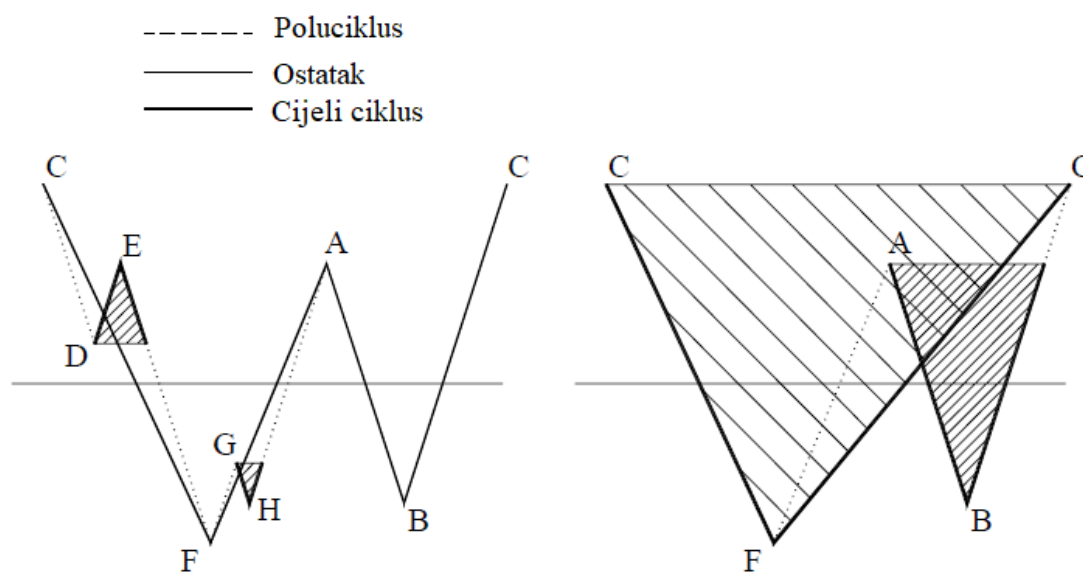


Slika 3.4 Rainflow metoda ("3 točke") brojanja ciklusa (prilagođeno iz [11])

3.2. *Rainflow* metoda za ponavljajuću povijest naprezanja

Povijest naprezanja obično je dulji vremenski signal te koliko god kompleksan bio, ciklusi tog signala se redovito ponavljaju u vremenu. U tom slučaju za prebrojavanje ciklusa koristi se pojednostavljena *Rainflow* metoda. Pravila koja definiraju cikluse i polucikluse su vrlo slična, ali nisu identična. Glavne razlike su u brojanju poluciklusa, budući da se svi cijeli ciklusi broje na sličan način objema metodama.

Obje metode daju iste rezultate u primjenama koje uključuju ponavljajuća opterećenja, tj. kada se tipični segment povijesti naprezanja opetovano primjenjuje [11]. U ovom slučaju, kada se prvi put dosegne najveći maksimum u povijesti naprezanja, obje metode su identične u svakom sljedećem ponavljanju (obje metode izdvajaju samo pune cikluse, a ne polucikluse). Prema normi ASTM [4] preporuka je za slučaj ponavljanja opterećenja započeti brojanje od najvećeg vrha ili najniže udoline u povijesti naprezanja, kao što to prikazuje Slika 3.5, svi rasponi se računaju kao puni ciklusi, uključujući najveći raspon (CF).



Slika 3.5 *Rainflow* metoda za ponavljajuću povijest naprezanja (prilagođeno iz [11])

3.3. Ostale metode brojanja ciklusa prema normi [4]

Norma [4] daje još tri načina brojanja ciklusa u vremenskoj domeni koji su ukratko opisani u nastavku. Važno je napomenuti da su u nastavku opisane jednoparametarske metode jer kod prebrojavanja ciklusa uzimaju u obzir samo jedan parametar signala što je obično razlika naprezanja

Načini brojanja ciklusa koje propisuje norma su:

- metoda brojanja prelaska nivoa⁶,
- metoda brojanja raspona⁷
- metoda brojanja vrhova⁸

3.3.1. Metoda brojanja prelaska nivoa (LCC)

Metoda brojanja prelaska nivoa je jednoparametarska metoda te uzima u obzir samo jedan parametar, a to je razlika naprezanja. Kod metode brojanja prelaska nivoa prvo se bira referentno opterećenje te se ordinata dijagrama povijesti opterećenja dijeli na unaprijed zadane korake opterećenja. Svaki puta kada krivulja povijesti naprezanja premaši zadanu razinu ispod ili iznad referentnog opterećenja brojčanik se uveća za jedan i zapiše u tablicu. Prelazak referentnog nivoa se ubraja isključivo kada rastući dio krivulje u pozitivnom ili negativnom smjeru prijeđe preko njega. Razvrstavanje ciklusa vrši se postavljanjem najrazornijeg ciklusa, a zatim ostalih ciklusa poredanih od najvećeg do najmanjeg [3], [4].

3.3.2. Metoda brojanja raspona (RC)

Za ovu metodu raspon (eng. range) se definira kao visina između uzastopnog vrha i doline. Raspon je pozitivan na rastućem dijelu krivulje, a negativan na padajućem dijelu krivulje. Ovom metodom mogu se računati pozitivni rasponi, negativni rasponi ili oboje. Ako se broje samo pozitivni ili samo negativni rasponi, tada se svaki raspon računa kao jedan ciklus. Ako se računaju i pozitivni i negativni rasponi, tada se svaki raspon računa kao poluciklus. Rasponi manji od odabrane vrijednosti obično se eliminiraju prije brojanja [4], [7].

⁶ eng. *Level-Crossing Counting*

⁷ eng. *Range Counting*

⁸ eng. *Peak Counting*

3.3.3. Metoda brojanja vrhova (PC)

Vrhovi (eng. *peaks*), tj. maksimalne vrijednosti, opterećenja iznad i doline (eng. *valleys*), tj. minimalne vrijednosti opterećenja, ispod referentne razine opterećenja identificiraju se i broje. Rezultati brojanja za vrhove i udoline obično se zapisuju odvojeno [4].

Najrazorniji ciklus konstruira se koristeći najviši vrh i najnižu dolinu, i on je prvi po redoslijedu, nakon čega slijedi drugi najveći ciklus i tako po redu dok se ne iskoriste svi brojevi vrhova/dolina [4]. Slično metodi brojanja prelaska nivoa, ciklusi koji rezultiraju metodom brojanja vrhova nisu u određenom redoslijedu i prema tome, ova metoda ne uzima u obzir učinke slijeda opterećenja [7]. Ova metoda je najkonzervativnija jer uzima u obzir najrazornijih raspona [3].

4. Obrada signala

Postupci procjene zamora koji se temelje na brojanju ciklusa i linearnim pravilima oštećenja mogu predvidjeti oštećenje uslijed zamora i vijek trajanja komponente nakon što je povijest opterećenja poznata, npr. eksperimentalno. Budući da su sve izračunate veličine strogo ovisne o izmjerenom opterećenju, one se nazivaju slučajne varijable [11]. Skup prebrojanih ciklusa i skup njihovih amplituda su slučajne varijable kao i oštećenja uslijed zamora koja uzrokuju. Pouzdani statistički podaci se postižu samo izvođenjem mnogo različitih mjerenja, koja su često skupa i dugotrajna. Jedno eksperimentalno mjerenje ne može biti dovoljno pouzdano da proizvede zadovoljavajuće statističke rezultate [11].

Ostale metodologije koje mogu smanjiti vrijeme za prikupljanje i analizu podataka, kao i koje mogu jamčiti potpun i pouzdan statistički opis slučajnog signala koji se ispituje su dobrodošle. U spektralnim metodama nepravilno opterećenje se modelira kao stacionarni Gaussov slučajni proces, opisan spektralnom gustoćom snage (eng. *Power spectral density* (PSD)) u frekvencijskom području. Prva prednost spektralnih metoda je mogućnost generiranja numeričkim simulacijama velikog broja povijesti naprezanja iste spektralne gustoće. Još jedna prednost je mogućnost korištenja točnih ili približnih analitičkih formula za povezivanje zamornog oštećenja izravno sa spektralnom gustoćom slučajnog procesa.

Spektralna gustoća snage predstavlja energiju vremenskog signala na različitim frekvencijama [3], [7], [11] te je način prikazivanja signala u frekvencijskoj domeni. Brza Fourierova transformacija (engl. *Fast Fourier Transform* (FFT)) vremenskog signala može se koristiti za dobivanje PSD naprezanja, dok se inverzna Fourierova transformacija (engl. *Inverse Fourier Transform* (IFT)) može koristiti za pretvaranje frekvencijskog signala u vremenski signal odziva.

4.1. Slučajni signal⁹

Konstrukcije i mehaničke komponente tijekom svog životnog vijeka često su podvrgnute nepravilnim opterećenjima, poput onih uzrokovanih vjetrom, valovima ili neravninama na cesti. Kako bi se procijenio životni vijek komponente potrebno je karakterizirati statističku distribuciju srednjih vrijednosti i amplituda izbrojanih ciklusa kao i ukupna oštećenja uslijed zamora koja oni uzrokuju. Pobuda i odziv, kako se navodi u području analize zamora, općenito su tipovi slučajnih (stohastičkih) procesa ovisni o vremenu koji

⁹ eng. *Random signal*

obuhvaćaju značajan raspon frekvencija i zahtijevaju ozbiljan matematički tretman [12]. Slučajni podaci za razliku od determinističkih podataka ne mogu predvidjeti buduće vrijednosti u vremenu iz prošlih vrijednosti nikakvim matematičkim izrazom, međutim u nekim situacijama može se predvidjeti ishod [7]. Primjer periodičnog determinističkog procesa je sinusna funkcija. Širokopojasna pobuda i odziv obično se definiraju u frekvencijskoj domeni pomoću spektralne gustoće snage (PSD). Prihvaćanjem dodatne pretpostavke da su amplitude normalno raspoređene dobiva se oblik definicije slučajnog procesa tipičan za analizu zamornog loma.

Pretpostavke koje se koriste u ovom poglavlju su da je stohastički signal stacionaran, ergodičan i Gaussov.

Slučajan proces je definiran kao stacionaran (eng. *stationary*) kada sve statističke karakteristike procesa ne ovise o vremenu. Jaka stacionarnost podrazumijeva se kada u svakom trenutku stacionarnost zadovoljava tražene uvjete [7].

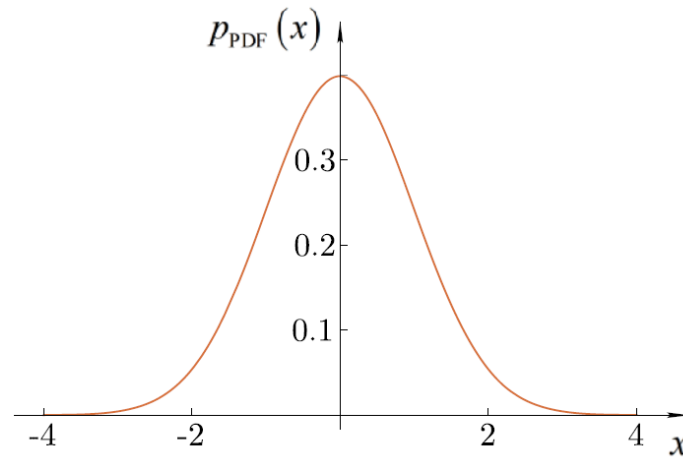
Osim što je stacionaran, postupak se može nazvati i ergodičnim (eng. *ergodic*) ako su statističke vrijednosti na bilo kojem uzorku ili zapisu reprezentativne za statistiku izmjerenu na bilo kojem drugom uzorku. Vrlo je korisno ako je pretpostavka o ergodičnosti valjana jer to znači da se jedan dugi uzorak može koristiti za izračunavanje bilo koje željene statističke vrijednosti, umjesto da se mora mjeriti mnogo različitih zapisa.

4.1.1. Gaussova raspodjela

Gaussov proces je takav da vjerojatnost kombinacije slučajnih varijabli u fiksnim vremenima $\{x(t_i)\}$ slijedi višedimenzionalnu Gaussovu distribuciju. Gledajući samo jedan trenutak u vremenu t , vjerojatnost amplitude x je određena funkcijom gustoće vjerojatnosti naprežanja tj. PDF (eng. *stress probability density function*) te se može zapisati u sljedećem obliku [7], [12]:

$$p_{\text{PDF}}^{\text{norm}}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (4.1)$$

gdje je parametar μ srednja vrijednost ili očekivanje raspodjele, dok je parametar σ standardna devijacija (odstupanje) (engl. standard deviation) [12]. Varijanca raspodjele označava se sa σ^2 . Srednja vrijednost μ i varijanca σ^2 definiraju oblik krivulje kako prikazuje Slika 4.1.



Slika 4.1 Gaussova funkcija gustoće vjerojatnosti s nultom srednjom vrijednošću ($\mu = 0$) i standardnom devijacijom $\sigma = 1$ (uređeno iz [12])

Srednja vrijednost [7] uzetih vrijednosti zbroj je svih vrijednosti podijeljen ukupnim brojem varijabli N . Analogno tome srednja vrijednost uzorka $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, koja se označava s $\bar{x}$ ili μ , zbroj je uzorkovanih vrijednosti podijeljen ukupnim brojem varijabli u uzorku. Zapisuje se kao:

$$\bar{x} \equiv \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}. \quad (4.2)$$

Varijanca uzorka [7] $\text{Var}(x)$ ili σ^2 je odstupanje x_i od srednje vrijednosti $\bar{x}$. Varijanca učinkovito mjeri koliko je skup (slučajnih) brojeva raspoređen od njihove prosječne vrijednosti. Zapisuje se kao:

$$\text{Var}(x) \equiv \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N-1} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right], \quad (4.3)$$

gdje su srednje vrijednosti μ , tj. $\bar{x}$ dane u jednadžbi (4.2).

Standardno odstupanje σ je mjera veličine varijacije tj. mjera rasipanja skupa vrijednosti. Kvadratni korijen varijance σ^2 , za diskretnu slučajnu varijablu se piše:

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(x)} \equiv \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (4.4)$$

Efektivna vrijednost (engl. *root mean square*), skraćeno RMS, skupa vrijednosti kvadratni je korijen aritmetičke sredine kvadrata vrijednosti. U slučaju N uzoraka te $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, RMS se definira kao:

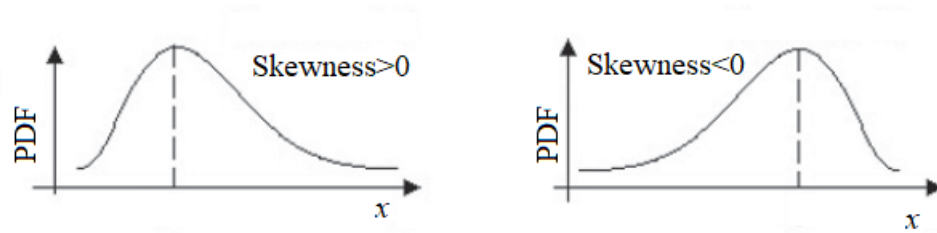
$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2)}. \quad (4.5)$$

Da bi signal bio Gaussov postoje parametri za kontrolu nabrojani u nastavku [7]:

- Mjera iskrivljenosti (eng. *skewness*),
- Kurtoza (eng. *Kurtosis*),
- Faktor vrha (eng. *Crest factor*).

4.1.1.1. Mjera iskrivljenosti (eng. *skewness*)

Mjera iskrivljenosti [13] je mjera stupnja asimetrije slučajne raspodjele stvarne slučajne varijable oko njene srednje vrijednosti. Vrijednost asimetrije može biti pozitivna, negativna, nula ili čak nedefinirana. Ako je lijeva strana izraženija od desne, kaže se da funkcija ima negativnu mjeru iskrivljenosti. Ako je obrnuto, ima pozitivnu mjeru iskrivljenosti kako prikazuje Slika 4.2. Ako su obje strane simetrične mjera iskrivljenosti je nula. Mjera iskrivljenosti normalne distribucije (ili bilo koje savršeno simetrične distribucije) je nula.



Slika 4.2 Pozitivna odnosno negativna mjera iskrivljenosti (uređeno iz [14])

Izraz za asimetriju S_k (ili ς) obično se piše kao:

$$\varsigma \equiv S_k = \frac{M_3}{(M_2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right)^3} = \frac{\frac{1}{N} \left[(x_1 - \bar{x})^3 + (x_2 - \bar{x})^3 + \dots + (x_N - \bar{x})^3 \right]}{\left(\sqrt{\frac{1}{N} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right]} \right)^3} \quad (4.6)$$

gdje su M_2 i M_3 drugi i treći statistički centralni momenti. Opći izraz za n -ti statistički centralni moment glasi:

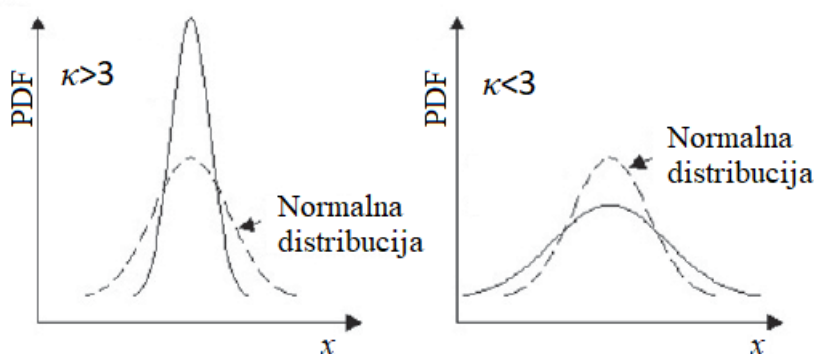
$$M_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^n \quad (4.7)$$

4.1.1.2. Faktor zašiljenosti – kurtoza

Kurtoza [13] je mjera zašiljenosti vjerojatnosti slučajne varijable. Drugim riječima, mjeri koncentraciju vrijednosti oko vrha i u „repovima“ u odnosu na koncentraciju u bokovima. Izraz za kurtozu κ teorijske distribucije obično se piše kao:

$$\kappa = \frac{M_4}{(M_2)^2} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)^2} = \frac{\frac{1}{N} \left[(x_1 - \bar{x})^4 + (x_2 - \bar{x})^4 + \dots + (x_N - \bar{x})^4 \right]}{\left(\frac{1}{N} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right] \right)^2} \quad (4.8)$$

Ako je $\kappa < 3$, distribucija PDF je ravnija od normalne. Ako je $\kappa > 3$, distribucija PDF je zašiljenija od normalne. Ako je kurtoza jednak 3 onda se radi o normalnoj raspodjeli.



Slika 4.3 Utjecaj kurtoze (uređeno iz [14])

4.1.1.3. Faktor vrha (eng. Crest factor)

Faktor vrha [13] pokazuje koliko su vrhovi u signalu ekstremni. Definiran je kao omjer maksimalne apsolutne vrijednosti uzorka signala za RMS vrijednost tj. efektivne vrijednosti signala iz jednadžbe. Da bi signal bio Gaussov, *Crest* faktor mora biti vrijednost između 4 i 5. Za nultu srednju vrijednost slučajnog uzorka signala faktor vrha glasi:

$$C_r = \frac{\max \{|x_i|\}}{x_{\text{RMS}}} \quad (4.9)$$

4.2. Spektralni parametri stohastičkog signala u frekvencijskom području

Stohastičko opterećenje stohastičkog procesa u frekvencijskoj domeni definirano je spektralnom gustoćom snage naprezanja u ovisnosti o frekvenciji $S_{\text{PSD}}(f)$ [7], [12], gdje je f frekvencija u Hz, tj. s^{-1} . Općenito PSD (eng. *power spectral density*) opisuje koliko snage se prenosi na frekvencijske varijable stohastičkog postupka [12]. Statistička svojstva stacionarnog procesa mogu se opisati spektralnim momentima PSD-a (eng. *spectral moments*) [8]. Ukupni oblik za n -ti spektralni moment m_n i odgovarajuća efektivna vrijednost (RMS), tj. standardno odstupanje su dani jednačbom u nastavku [8]:

$$m_n = \int_0^{f_{\max} \rightarrow \infty} f^n S_{\text{PSD}}(f) df, \quad S_{\text{RMS}} = \sqrt{\int_0^{f_{\max} \rightarrow \infty} S_{\text{PSD}}(f) df} = \sqrt{m_0}, \quad (4.10a-b)$$

gdje S_{RMS} predstavlja efektivnu vrijednost naprezanja nultog spektralnog momenta m_0 u ovisnosti o širokopojasnoj frekvenciji (eng. *bandwith frequency*) f . $S_{\text{PSD}}(f)$ ima jedinicu MPa^2/Hz .

Uobičajene spektralne veličine mogu se zapisati kao [8]:

$$E[0] = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}, \quad E[P] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}, \quad \gamma (0 \leq \gamma \leq 1) = \frac{E[0]}{E[P]}, \quad \lambda (0 \leq \lambda \leq 1) = \sqrt{1 - \gamma^2}, \quad (4.11a-d)$$

gdje je $E[0]$ očekivani broj gore usmjerenih ništica u sekundi, $E[P]$ je očekivani broj vrhova po sekundi, γ je poznat kao faktor nepravilnosti (eng. *irregularity factor*), a λ je parametar spektralne širine pojasa. U idealnom uskopojasnom (eng. *Narrow - Band*) postupku γ teži u 1, dok za idealne širokopojasne (eng. *Broad-Band*) postupke, $\gamma = 0$. Poznavajući da su spektralni parametri iz jednačbi (4.10 i (4.11) realne pozitivne skalarne vrijednosti slijedi da su γ i λ uvijek između 0 i 1, dok je $E[P] \geq E[0]$. Odgovarajući spektralni momenti $m_{0,2,4}$ mogu se jednostavno dobiti iz jednačbe (4.10a). Iz općeg spektralnog momenta m_n , odgovarajući bezdimenzijski spektralni parametar α_n i njegovi najčešći slučajevi zapisuju se kao [7], [8]:

$$\alpha_n (0 \leq \alpha_n \leq 1) = \frac{m_n}{\sqrt{m_0 m_{2n}}} \Rightarrow \alpha_1 = \delta = \frac{m_1}{\sqrt{m_0 m_2}}, \quad \alpha_2 = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \equiv \gamma \quad (4.12a-c)$$

gdje su δ i $\alpha_2 \equiv \gamma$ posebni slučajevi dobiveni iz bezdimenzijskog spektralnog parametra α_n za $n = 1$ odnosno 2. Nadalje oštećenje po sekundi $D_{\text{PDF}}/t_{\max}$ (intenzitet oštećenja) [12], broj ciklusa do zamornog loma N_{PDF} i odgovarajuće vrijeme T_{PDF} su dani jednačbama:

$$\frac{D_{\text{PDF}}}{t_{\text{max}}} \left[p_{(\text{PDF})}(S_r) \right] = \frac{E[P]}{B'_{\text{rf}}} \int_0^{\infty} S_r^m p_{(\text{PDF})}(S_r) dS_r \quad (4.13a-c)$$

$$N_{\text{fPDF}} = \frac{1}{D_{\text{PDF}}} \Rightarrow T_{\text{fPDF}} = t_{\text{max}} N_{\text{fPDF}},$$

gdje je t_{max} ukupno vrijeme koje se spominje u jednadžbi (2.6c) i $p_{(\text{PDF})}$ je definiran kao funkcija gustoće vjerojatnosti naprezanja tj. PDF (eng. *stress probability density function*). Mjerna jedinica za $p_{(\text{PDF})}$ je 1/MPa. Ovdje se dalje koriste raspon inženjerskog naprezanja S_r , ali se može koristiti i amplituda inženjerskog naprezanja S_a [12]. Matematički gledano procjena zamora svodi se na izazov preciznog integriranja desne strane jednadžbe (4.13a), tj. određivanje relacija za zadani $p_{(\text{PDF})}$ integral:

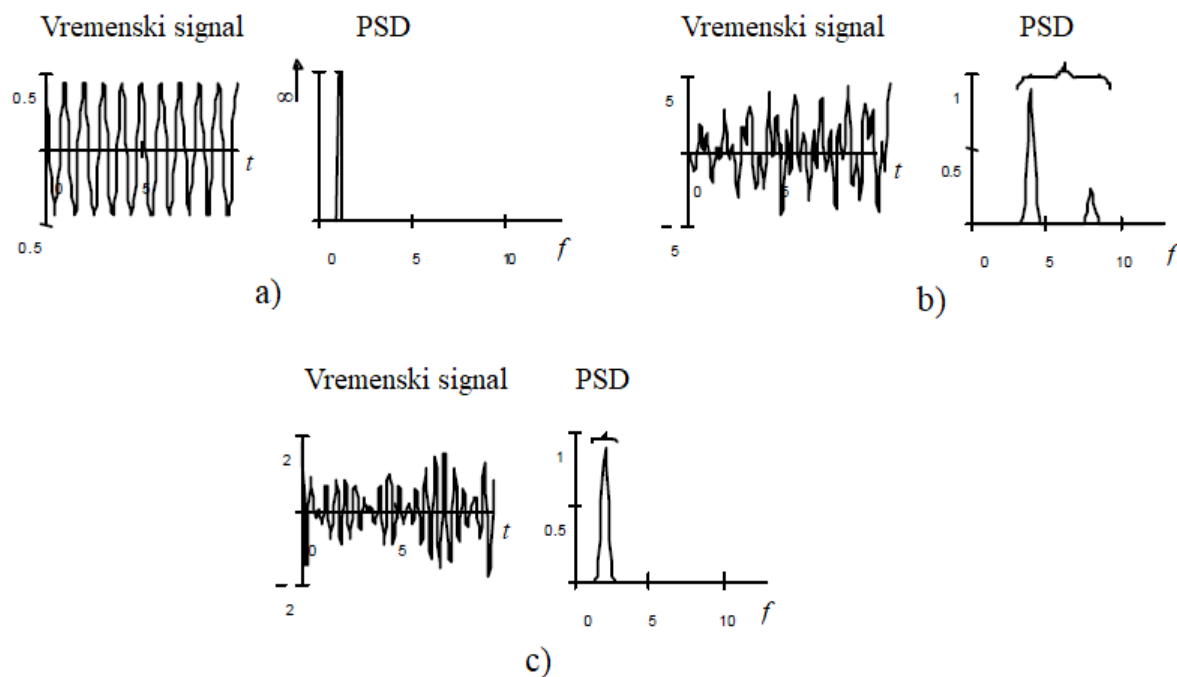
$$I_{(\text{PDF})}(S_r) = \int_0^{\infty} S_r^m p_{(\text{PDF})}(S_r) dS_r \Rightarrow \frac{D_{\text{PDF}}}{t_{\text{max}}} = \frac{E[P]}{B'_{\text{rf}}} I_{(\text{PDF})}(S_r). \quad (4.14a-b)$$

4.3. Transformacija signala između vremenske i frekvencijske domene

Kada bi se od konstruktora tražilo da prikažu nasumični unos opterećenja ili izlazni odgovor za konstrukcijski sustav prikazali bi slučajnu vremensku povijest naprezanja (Slika 2.5a)). Ovaj se proces može opisati kao slučajan u vremenskoj domeni. Proces se opisuje kao slučajan jer se može odrediti samo statistički. Drugi uzorak uzet za isti proces očito bi imao različite vrijednosti od prvog. Kako bi se taj isti signal mogao prikazati u frekvencijskoj domeni koristi se Fourierova transformacija signala iz vremenske u frekvencijsku domenu. Za pretvorbu signala iz frekvencijske u vremensku domenu koristi se inverzna Fourierova transformacija. Uobičajeno je klasificirati slučajni signal na temelju njegovog frekvencijskog sadržaja, odnosno oblika njegovog PSD-a. Za signal se kaže da je uskopojasni¹⁰ ako PSD ima vrhunac oko jedne, općenito rezonantne [2], frekvencije vibrirajućeg sustava. U svim drugim slučajevima u kojima PSD pokriva širi raspon frekvencija, slučajni signal nije uskopojasni i naziva se širokopojasni¹¹. Ponekad se usvajaju specifičnije definicije [2] (bimodalni, trimodalni, multimodalni) kako bi se specificiralo da PSD ima dva, tri ili više dobro definiranih vrhova. Slika 4.4 uspoređuje tri uzorka vremenske povijesti koji pripadaju trima vrstama slučajnih procesa. Slika prilično dobro naglašava razlike između različitih vremenskih povijesti na temelju njihovog odgovarajućeg PSD-a.

¹⁰ eng. *Narrow band* (NB)

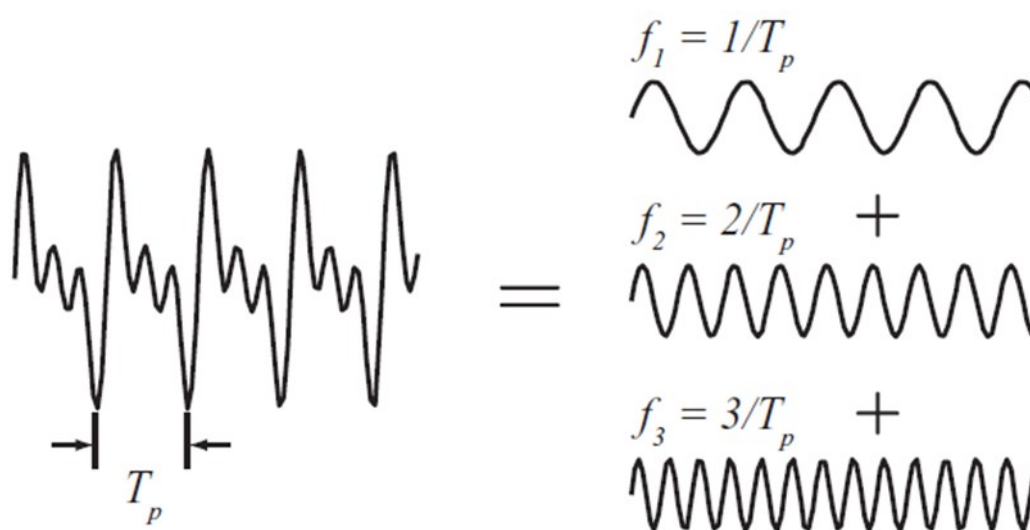
¹¹ eng. *Broad band* (BB)



Slika 4.4 Ekvivalentni vremenski signali i PSD signali; a) Sinusni signal, b) *Broad band* signal, c) *Narrow band* signal

4.3.1. Fourierova transformacija

Jean Baptiste Joseph Fourier je bio francuski znanstvenik koji je oko početka 19. stoljeća otkrio da se svi periodični signali mogu podijeliti u (potencijalno beskonačni) zbroj sinusoida, pri čemu svaka sinusoida ima svoju individualnu amplitudu i fazu kao što to prikazuje Slika 4.5.



Slika 4.5 Suma sinusoida [7]

Fourierova transformacija (FT) (eng. *Fourier transform*) pretvara vremenski signal u signal izražen preko frekvencije sa svim informacijama o frekvenciji sinusnih/kosinusnih valova potrebnih za dobivanje tog vremenskog signala [7].

4.3.2. Diskretna Fourierova transformacija (eng. *Discrete Fourier transform*)

Diskretna Fourierova transformacija, (DFT), metoda je koja se koristi za transformiranje izmjerenih uzoraka signala u spektar. Za sekvence ravnomjerno raspoređenih vrijednosti, diskretna Fourierova transformacija (DFT) $\mathcal{F}\{\cdot\}$ je u frekvencijskom području definirana kao:

$$\mathcal{F}\{x_n(t)\} = X_k(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n e^{-i \frac{2\pi(k-1)(n-1)}{N}}. \quad (4.15)$$

N predstavlja ukupni broj varijabli, x_n je vrijednost signal u odgovarajuće vrijeme (tj. trenutnog uzorka n), n je trenutna pozicija tj. broj uzorka, k je položaj trenutne frekvencije (analogno s n , k zauzima vrijednost 1 do N) i $X_k(f)$ je rezultat DFT (sadrži amplitude i fazu). Nadalje, imaginarni broj $i = \sqrt{-1}$. Vektor $X_{k \dots N}(f)$ u frekvencijskoj domeni izražava se iz jednadžbe (4.15) kao:

$$\begin{aligned} X_{k=1}(f) &= \frac{1}{N} \left(x_1 e^{-i \frac{2\pi(1-1)(1-1)}{N}} + x_2 e^{-i \frac{2\pi(1-1)(2-1)}{N}} + \dots + x_N e^{-i \frac{2\pi(1-1)(N-1)}{N}} \right), \\ X_{k=2}(f) &= \frac{1}{N} \left(x_1 e^{-i \frac{2\pi(2-1)(1-1)}{N}} + x_2 e^{-i \frac{2\pi(2-1)(2-1)}{N}} + \dots + x_N e^{-i \frac{2\pi(2-1)(N-1)}{N}} \right), \\ X_{k=N}(f) &= \frac{1}{N} \left(x_1 e^{-i \frac{2\pi(N-1)(1-1)}{N}} + x_2 e^{-i \frac{2\pi(N-1)(2-1)}{N}} + \dots + x_N e^{-i \frac{2\pi(N-1)(N-1)}{N}} \right). \end{aligned} \quad (4.16a-c)$$

Vidljivo je da se vektor $X_{k \dots N}(f)$ sastoji od N diskretnih kompleksnih vrijednosti:

$$X_{k \dots N}(f) = \left\{ \overbrace{X_1^{\Re} + i X_1^{\Im}}^{\text{kompleksan}}, \overbrace{X_2^{\Re} + i X_2^{\Im}}^{\text{kompleksan}}, \dots, \overbrace{X_N^{\Re} + i X_N^{\Im}}^{\text{kompleksan}} \right\}. \quad (4.17)$$

realan
imaginarni

Index $\Re$ označava realni dio, a indeks $\Im$ označava imaginarni dio kompleksnog broja. Prema tome, $X_{k \dots N}(f)$ pohranjuje pripadajuću amplitudu i fazu u zasebnu odvojenu točku od 1 do N .

4.3.3. Brza Fourierova transformacija (eng. Fast Fourier Transform (FFT))

Ako je ukupni broj diskretnih varijabli $N = 2^j$, gdje je j pozitivan cijeli broj (obično mnogo veći od 2), tada se može primijeniti brza Fourierova transformacija (engl. *Fast Fourier Transform* (FFT)) kao posebna vrsta DFT. U takvom posebnom slučaju odnos između kompleksnih vektorskih koeficijenata prikazan u jednadžbi (4.17) može se izraziti kao [7]:

$$\overbrace{X_k = X_k^{\Re} + iX_k^{\Im}}^{k^{\text{th}} \text{ koeficijent}} \equiv \overbrace{X_{N+2-k}^{\Re} - iX_{N+2-k}^{\Im}}^{\text{desni koeficijent}} = X_{N+2-k}. \quad (4.18)$$

Desni Fourierov koeficijent X_{N+2-k} u jednadžbi (4.18) je zapravo kompleksno konjugiran k -ti koeficijent X_k i $X_k^{\Re} \equiv X_{N+2-k}^{\Re}$, $X_k^{\Im} \equiv -X_{N+2-k}^{\Im}$. Budući da indeks maksimalnog desnog koeficijenta u jednadžbi (4.18) ne može biti veći od N , minimum za k je $k_{\min} = 2$ da bi izraz u jednadžbi mogao vrijediti. Prema tome koeficijent $X_1(f)$ nema svoj kompleksno konjugirani par na krajnjoj desnoj strani spektra. Maksimalna vrijednost indeksa k u jednadžbi (4.18) može jedino biti $k_{\max} = N/2$, tj. vrijednost na kojoj je postignuta Nyquistova frekvencija f_{Nyq} .

4.3.4. Inverzna Fourierova transformacija (eng. Inverse Fourier Transform)

Kako bi se dobiveni signal iz frekvencijske domene u jednadžbi (4.15), prenio u vremensku domenu, treba se primijeniti *inverzna Fourierova transformacija* (eng. *Inverse Fourier Transform* (IFT)). Ako se radi s diskretnim podacima, primjenjuje se *Diskretna inverzna Fourierova transformacija* (eng. *Discrete Inverse Fourier Transform* (DIFT)). U vremenskoj domeni DIFT $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ se obično definira kao:

$$\mathcal{F}^{-1}\{X_k(f)\} = x_n(t) = \sum_{k=1}^N X_k e^{i \frac{2\pi(k-1)(n-1)}{N}}. \quad (4.19)$$

Svi parametri u jednadžbi (4.19) izravno odgovaraju parametrima iz jednadžbe (4.15) gdje se koristi ista nomenklatura i indeksiranje (k i n). Vektor $x_{n \dots N}(t)$ u jednadžbi (4.19) se u vremenskoj domeni izražava kao [7]:

$$\begin{aligned}
x_{n=1}(t) &= X_1 e^{-i \frac{2\pi(1-1)(1-1)}{N}} + X_2 e^{-i \frac{2\pi(2-1)(1-1)}{N}} + \dots + X_N e^{-i \frac{2\pi(N-1)(1-1)}{N}}, \\
x_{n=2}(t) &= X_1 e^{-i \frac{2\pi(1-1)(2-1)}{N}} + X_2 e^{-i \frac{2\pi(2-1)(2-1)}{N}} + \dots + X_N e^{-i \frac{2\pi(N-1)(2-1)}{N}}, \\
x_{n=N}(t) &= X_1 e^{-i \frac{2\pi(1-1)(N-1)}{N}} + X_2 e^{-i \frac{2\pi(2-1)(N-1)}{N}} + \dots + X_N e^{-i \frac{2\pi(N-1)(N-1)}{N}}.
\end{aligned} \tag{4.20a-c}$$

Kako bi se provjerila točnost izvedenih transformacija tj. povezanost izraza iz jednačbe (4.15) i jednačbe (4.19) često se primjenjuje *Parsevalov teorem* (engl. *Parseval's theorem*) [12] koji je prikazan u nastavku:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}\{x_n(t)\} &= X_k(f) \Leftrightarrow \mathcal{F}^{-1}\{X_k(f)\} = x_n(t), \\
\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x_n(t)]^2 &\equiv \sum_{k=1}^N |X_k(f)|^2.
\end{aligned} \tag{4.21a-c}$$

Fizikalna interpretacija jednačbe (4.21c) je Parsevalov teorem koji kaže da snaga signala u vremenskoj domeni mora biti jednaka snazi signala u frekvencijskoj domeni. Matematički rečeno, zbroj kvadrata funkcije je jednak sumi kvadrata njihove Fourierove transformacije [7].

5. Spektralne metode proračuna zamora

U poglavlju 3 obrađena je *Rainflow* metoda brojanja ciklusa u vremenskoj domeni koju daje norma [4] te način procjene oštećenja uslijed zamornog loma. U poglavlju 4 objašnjen je signal na kojem se vrši prebrojavanje ciklusa te pretvorba tog vremenskog signala (povijesti naprezanja) u frekvencijsku domenu. U ovom poglavlju objašnjene su metode procjene zamora u frekvencijskoj domeni prema postojećim teorijama na temelju odziva sustava. Također prikazani su osmišljeni korektivni faktori za proračun visokocikličkog zamora u frekvencijskoj domeni te načini primjene istih.

5.1. Metoda brojanja prelaska nivoa – NB

Uskopojasni (*Narrow-Band*) (NB) spektralni signal koristi Rayleighov [13] PDF. Konačni izraz za *Narrow-Band* koji su predložili Miles 1954 godine a kasnije i Bendat 1964. godine glasi [3]:

$$p_{NB}(S_r) = \frac{1}{2\sqrt{m_0}} \left\{ \overbrace{\left[\frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-S_r^2}{8m_0\lambda^2}} \right]}^{\text{Gausovski/BB}} + \overbrace{\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{S_r\gamma}{\lambda\sqrt{8m_0}}\right) \right]}^{\text{težinski koeficijent}} \overbrace{\left[\frac{S_r\gamma}{4\sqrt{m_0}} e^{\frac{-S_r^2}{8m_0}} \right]}^{\text{Rayleigh/NB}} \right\} - p_{RL}(S_r \rightarrow -S_r) = \gamma \frac{S_r}{4m_0} e^{\frac{-S_r^2}{8m_0}}. \quad (5.1)$$

Ovo rješenje dobiva se oduzimanjem RL PDF s “negativnim” rasponima od RL PDF s pozitivnim rasponima. $p_{RL}(S_r)$ PDF iz spektralne metode prema Rice i Lalanne (RL) [7] s obzirom na raspon inženjerskog naprezanja S_r , može se napisati kao težinski zbroj Gaussove širokopojasne (BB) i Rayleighove uskopojasne (NB) distribucije [7] gdje je funkcija pogreške (engl. *error function*) $\operatorname{erf}(\cdot)$ [15], s obzirom na gornju bezdimenzijsku granicu x , integral Gaussove raspodjele zadane s:

$$x = \frac{S_r\gamma}{\lambda\sqrt{8m_0}} \Rightarrow \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j x^{2j+1}}{j!(2j+1)} \Rightarrow 0 \leq \operatorname{erf}(x) \leq 1. \quad (5.2a-c)$$

Intenzitet oštećenja $D/t_{\max}$, broj ciklusa do zamornog loma N_f i odgovarajuće vrijeme do zamornog loma T_f pišu se kao:

$$\frac{D_{NB}}{t_{max}} = \frac{E[P]}{B'_{rf}} \int_0^{\infty} S_r^m p_{NB}(S_r) dS_r = \frac{E[P]}{B'_{rf}} I_{NB}(S_r) \quad (5.3a-c)$$

$$N_{fNB} = \frac{1}{D_{NB}} \Rightarrow T_{fNB} = t_{max} N_{fNB},$$

gdje je rješenje integrala:

$$I_{NB}(S_r) = \int_0^{\infty} S_r^m p_{NB}(S_r) dS_r = \gamma (\sqrt{8m_0})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right). \quad (5.4)$$

Postavljanjem konačne gornje granice integracije u jednadžbi (5.4) na proizvoljnu vrijednost naprežanja S_r , kumulativni integral i odgovarajuća kumulativna oštećenja kod NB pišu se kao [7]:

$$I_{NB}^c(S_r) = \int_0^{S_r} S_r^m p_{NB}(S_r) dS_r = I_{NB}(S_r) - \gamma (\sqrt{8m_0})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}, \frac{S_r}{8m_0}\right), \quad (5.5)$$

$$\frac{D_{NB}^c}{t_{max}} = \frac{E[P]}{B'_{rf}} I_{NB}^c(S_r),$$

gdje je Γ nepotpuna Gamma funkcija. Prethodni izrazi točno vrijede samo za striktno uskopojasni proces [11]. Široko je prihvaćena činjenica da uskopojasna aproksimacija, kada se primijeni na širokopojasne procese, ima tendenciju precijeniti zamor analiziran metodom toka kiše.

5.2. Tovo i Benasciutti

U ovom odjeljku detaljno se analizira alternativnu metodu za procjenu zamora metodom toka kiše u Gaussovim širokopojasnom procesu povijesti naprežanja. Rychlik je pokazao kako je gornja granica za intenzitet oštećenja prema Gaussovom procesu jednaka aproksimaciji NB oštećenja, dok je Madsen dao aproksimaciju za donju granicu intenziteta oštećenja koja se poklapa sa metodom brojanja raspona u vremenskoj domeni. Godine 2002., Tovo je došao do zaključka kako bi točan intenzitet oštećenja trebao ležati negdje između granica donjeg RC i gornjeg LCC/NB [3], [11], [12]:

$$D^{RC} \leq D^{RFC} \leq D^{NB} \quad (5.6)$$

TB PDF raspona naprežanja glasi [3], [11]:

$$p_{TB}(S_r) = \frac{S_r}{4m_0} \left[\overbrace{b_{TB}^{app} \alpha_2 e^{\frac{-S_r^2}{8m_0}}}^{\text{težina LCC/NB}} + \overbrace{(1-b_{TB}^{app}) \alpha_2^{-2} e^{\frac{-S_r^2}{8\alpha_2^2 m_0}}}^{1-\text{težina } \cong RC} \right], \quad (5.7)$$

gdje je približan RFC težinski faktor $0 \leq b_{TB}^{app}(\alpha_1, \alpha_2) \leq 1$:

$$b_{TB}^{app} = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{1.112(1 + \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_2) e^{2.11\alpha_2} + \alpha_1 - \alpha_2}{(1 - \alpha_2)^2} \quad (5.8)$$

Intenzitet oštećenja D/t_{max} , broj ciklusa do zamornog loma N_f i odgovarajuće vrijeme do zamornog loma T_f pišu se kao:

$$\frac{D_{TB}}{t_{max}} = \frac{E[P]}{B'_{rf}} \int_0^\infty S_r^m p_{TB}(S_r) dS_r = \frac{E[P]}{B'_{rf}} I_{TB}(S_r) \Rightarrow N_{fTB} = \frac{1}{D_{TB}} \Rightarrow T_{fTB} = t_{max} N_{fTB}, \quad (5.9a-c)$$

gdje je rješenje integrala:

$$I_{TB}(S_r) = \int_0^\infty S_r^m p_{TB}(S_r) dS_r = \left[\overbrace{b_{TB}^{app} \alpha_2}^{\text{težina}} + \overbrace{(1-b_{TB}^{app}) \alpha_2^m}^{1-\text{težina}} \right] \left(\sqrt{8m_0} \right)^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right). \quad (5.10)$$

Konačan izraz za kumulativan integral te pripadajuće kumulativno oštećenje za TB aproksimaciju iznose:

$$I_{TB}^c(S_r) = \int_0^{S_r} S_r^m p_{TB}(S_r) dS_r = I_{TB}(S_r) - \left(\sqrt{8m_0} \right)^m \left[\overbrace{b_{TB}^{app} \alpha_2 \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}, \frac{S_r}{8m_0}\right)}^{\text{težina}} + \overbrace{(1-b_{TB}^{app}) \alpha_2^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}, \frac{S_r}{8\alpha_2^2 m_0}\right)}^{1-\text{težina}} \right] \quad (5.11a,b)$$

$$\frac{D_{TB}^c}{t_{max}} = \frac{E[P]}{B'_{rf}} I_{TB}^c(S_r)$$

5.3. Ding

Kako bi se postiglo bolje predviđanje oštećenja uslijed zamora korištenjem TB spektralne metode Ding je istražio poboljšani izračun težinskog faktora b kao funkcije parametara α_1 i α_2 [16]. Ding PDF raspona napreznja glasi [16]:

$$p_{DG}(S_r) = \frac{S_r}{4m_0} \left[\overbrace{b_{DG}^{new} \alpha_2 e^{\frac{-S_r^2}{8m_0}}}^{\text{težina LCC/NB}} + \overbrace{(1-b_{DG}^{new}) \alpha_2^{-2} e^{\frac{-S_r^2}{8\alpha_2^2 m_0}}}^{1-\text{težina } \cong RC} \right], \quad (5.12)$$

gdje se težinski faktor $b_{\text{DG}}^{\text{new}}$ zapisuje kao [16]:

$$b_{\text{TB}}^{\text{app}} \simeq b_{\text{DG}}^{\text{new}} = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{1 - \alpha_1 \alpha_2}{(1 - \alpha_2)^2}. \quad (5.13)$$

Intenzitet oštećenja D/t_{max} , broj ciklusa do zamornog loma N_f i odgovarajuće vrijeme do zamornog loma T_f pišu se kao [16]:

$$\frac{D_{\text{DG}}}{t_{\text{max}}} = \frac{E[\text{P}]}{B'_{\text{rf}}} \int_0^\infty S_r^m p_{\text{DG}}(S_r) dS_r = \frac{E[\text{P}]}{B'_{\text{rf}}} I_{\text{DG}}(S_r) \Rightarrow N_{\text{fDG}} = \frac{1}{D_{\text{DG}}} \Rightarrow T_{\text{fDG}} = t_{\text{max}} N_{\text{fDG}}, \quad (5.14\text{a-c})$$

gdje je rješenje integrala:

$$I_{\text{DG}}(S_r) = \int_0^\infty S_r^m p_{\text{DG}}(S_r) dS_r = \left[b_{\text{DG}}^{\text{new}} \overset{\text{težina}}{\alpha_2} + \left(\overset{1-\text{težina}}{1 - b_{\text{DG}}^{\text{new}}} \right) \alpha_2^m \right] \left(\sqrt{8m_0} \right)^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right). \quad (5.15)$$

5.4. Spektralni korektivni faktori

U svrhu ovog rada osmišljeni su i testirani novi korektivni faktori za procjenu širokopojasnog spektralnog zamora u frekvencijskoj domeni. U nastavku su prikazane formule za dobivanje korektivnih faktora. Korektivni faktori svaki za sebe su primijenjeni na broj ciklusa do loma koji je izražen preko NB metode. Korekcije su matematičke te ne postoji fizikalna interpretacija koja bi ih mogla podkrijepiti.

5.4.1. Korektivni faktor $\zeta_{\text{NB}}^{\alpha_1}$

Izraz za korektivni faktor $\zeta_{\text{NB}}^{\alpha_1}$ zapisan je kao:

$$\zeta_{\text{NB}}^{\alpha_1} = \alpha_1^{\frac{m-1}{m}}. \quad (5.16)$$

Kada je $m=1$ rješenje konvergira u NB jer je eksponent nula te je korektivni faktor jednak jedan. Izraz ne vrijedi kada je $m < 1$ jer ne postoji takav materijal u praksi. Kada je $m > 1$, izraz $\frac{m-1}{m} < 1$ i $\alpha_1 < 1$ stoga je korektivni faktor manji od 1 te daje konzervativnije rješenje od NB metode.

Ukupno zamorno oštećenje, broj ciklusa do loma i vrijeme do loma zapisano su pomoću rezultata iz NB teorije:

$$D_{NBm} = \xi_{NB}^{\alpha_1} \cdot D_{NB}, \quad N_{fNBm} = \frac{N_{fNB}}{\xi_{NB}^{\alpha_1}}, \quad T_{fNBm} = t_{\max} \cdot N_{fNBm} \quad (5.17a-c)$$

5.4.2. Korektivni faktor ξ_{NB}^{α}

Izraz za korektivni faktor ξ_{NB}^{α} zapisan je kao:

$$\xi_{NB}^{\alpha} = (\alpha_1 \cdot \alpha_{0,75} \cdot \alpha_{0,5})^{\frac{m-1}{m}} \quad (5.18)$$

Ukupno zamorno oštećenje, broj ciklusa do loma i vrijeme do loma zapisani su pomoću rezultata iz NB teorije:

$$D_{NB\alpha} = \xi_{NB}^{\alpha} \cdot D_{NB}, \quad N_{fNB\alpha} = \frac{N_{fNB}}{\xi_{NB}^{\alpha}}, \quad T_{fNB\alpha} = t_{\max} \cdot N_{fNB\alpha} \quad (5.19a-c)$$

5.4.3. Korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,75m}$

Izraz za korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,75m}$ zapisan je kao:

$$\xi_{TB}^{0,75m} = (\alpha_1 \cdot \alpha_{0,75})^{\frac{m-1}{m}} \quad (5.20)$$

Ukupno zamorno oštećenje, broj ciklusa do loma i vrijeme do loma zapisani su pomoću rezultata iz NB teorije:

$$D_{TB}^{0,75m} = \xi_{TB}^{0,75m} \cdot D_{NB}, \quad N_{fTB}^{0,75m} = \frac{N_{fNB}}{\xi_{TB}^{0,75m}}, \quad T_{fTB}^{0,75m} = t_{\max} \cdot N_{fTB}^{0,75m} \quad (5.21a-c)$$

5.4.4. Korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,752m}$

Izraz za korektivni faktor $\xi_{TB}^{0,752m}$ zapisan je kao:

$$\xi_{TB}^{0,752m} = (\alpha_{0,75} \cdot \alpha_{0,75})^{\frac{m-1}{m}} \quad (5.22)$$

Ukupno zamorno oštećenje, broj ciklusa do loma i vrijeme do loma zapisani su pomoću rezultata iz NB teorije:

$$D_{TB}^{0,752m} = \xi_{TB}^{0,752m} \cdot D_{NB}, \quad N_{fTB}^{0,752m} = \frac{N_{fNB}}{\xi_{TB}^{0,752m}}, \quad T_{fTB}^{0,752m} = t_{\max} \cdot N_{fTB}^{0,752m} \quad (5.23a-c)$$

5.4.5. Korektivni faktor ξ_{DGm}

J.Ding predložio je novi korektivni faktor za opterećenje koje uzrokuje vjetar, što je rezultiralo boljim predviđanjem oštećenja uslijed zamora u usporedbi s originalnom TB spektralnom metodom [16]. Frekvencija uzorkovanja širokopojasnog procesa imala je značajan učinak na procijenjeno oštećenje od zamora, a spektralna metoda je omogućila učinkovit način kompenzacije pogreške [16].

Izraz za korektivni faktor ξ_{DGm} zapisan je kao:

$$\xi_{\text{DGm}} = \left(b_{\text{Dg}}^{\text{new}} + (1 - b_{\text{Dg}}^{\text{new}}) \alpha_2^{m-1} \right)^{\frac{m-1}{m}} \quad (5.24)$$

Ukupno zamorno oštećenje, broj ciklusa do loma i vrijeme do loma zapisani su pomoću rezultata iz NB teorije:

$$D_{\text{DGm}} = \xi_{\text{DGm}} D_{\text{NB}}, \quad N_{\text{fDGm}} = \frac{N_{\text{fNB}}}{\xi_{\text{DGm}}}, \quad T_{\text{fDGm}} = t_{\text{max}} \cdot N_{\text{fDGm}} \quad (5.25\text{a-c})$$

6. Analiza visokocikličkog zamora

U ovom poglavlju prikazana je analiza rezultata visokocikličkog zamora kroz usporedne dijagrame za metode u vremenskoj odnosno frekvencijskoj domeni. Također analizirani su novi korektivni faktori koji su nabrojani i opisani u poglavlju 5. Korektivni faktori primijenjeni na NB metodu uspoređeni su s *Rainflow* metodom u vremenskoj domeni. Radi lakšeg razumijevanja cijelog postupka analize prikazan je dijagram toka na kojemu je vidljiv svaki korak analize.

6.1. Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacija koristi se za modeliranje vjerojatnosti različitih ishoda u procesu koji se ne može lako predvidjeti zbog slučajnih varijabli [17]. To je tehnika koja se koristi za razumijevanje utjecaja slučajnosti. Monte Carlo simulacija koristi se za rješavanje niza problema u mnogim područjima uključujući ulaganje, poslovanje, fiziku i inženjerstvo [17]. Inženjeri moraju osigurati pouzdanost i robusnost svakog proizvoda i sustava koji kreiraju prije nego što ga stave na raspolaganje javnosti. Koriste metode Monte Carlo za simulaciju vjerojatne stope kvarova proizvoda na temelju postojećih varijabli. Na primjer, inženjeri strojarstva koriste Monte Carlo simulaciju za procjenu trajnosti motora kada radi u različitim uvjetima. Također se naziva simulacija višestruke vjerojatnosti. Monte Carlo simulacija usredotočuje se na stalno ponavljanje nasumičnih uzoraka. Uzima varijablu koja ima nesigurnost i dodjeljuje joj slučajnu vrijednost. Model se zatim pokreće i dobiva se rezultat. Ovaj se proces ponavlja iznova i iznova dok se dotičnoj varijabli dodjeljuje mnogo različitih vrijednosti. Nakon što je simulacija dovršena, rezultati se uprosječuju kako bi se dobila procjena [17]. Analiza koju obrađuje ovaj rad u vremenskoj domeni rađena je na principu Monte Carlo analize gdje se za 10 uzastopnih ponavljanja spremaju rezultati vremena do zamornog loma prema RFC metodi te se nakon toga rezultati uprosječuju. Ova vrsta analize zahtjeva puno računalne memorije jer se radi o velikoj količini podataka koja se treba spremati i obraditi. Za potrebe ovoga rada obrađeno je otprilike 60000 rješenja metoda u vremenskoj i frekvencijskoj domeni.

6.2. Dijagram toka analize

Analiza je napravljena da uspoređuje vrijeme do loma T_f za više spektralnih metoda u odnosu na *Rainflow* metodu koja daje najtočnije rješenje [11]. Slika 6.1 prikazuje dijagram toka analize. Analiza se dijeli na analizu u vremenskoj domeni te na analizu u frekvencijskoj domeni.

6.2.1. Vremenska domena

Analiza u vremenskoj domeni započinje unosom ulaznih parametara nakon čega se iz izračunatih spektralnih parametara dobiva PSD dijagram stohastičkog opterećenja. Inverznom Fourierovom transformacijom dobiva se stohastičko opterećenje prikazano kao vremenski signal. Za vremenski signal mora vrijediti da je Gaussov što je provjereno u analizi. Nadalje za vremenski signal mora vrijediti Parsevalov teorem koji kaže da snaga signala u vremenskoj domeni mora biti jednaka snazi signala u frekvencijskoj domeni, što je također provjereno u analizi. Kada je signal Gaussov i kada je snaga signala u vremenskoj jednaka snazi signala u frekvencijskoj domeni slijedi prebrojavanje ciklusa jednom od metoda za prebrojavanje ciklusa. U ovom slučaju metoda za prebrojavanje ciklusa koja je korištena je *Rainflow counting* metoda. Zbrajanjem oštećenja iz svih pojedinačnih ciklusa, koristeći Palmgren-Mierovo pravilo linearne akumulacije oštećenja koje u kombinaciji s $S-N$ krivuljom daje ukupno oštećenje. Jednostavnim preračunom koristeći jednadžbu (2.6c) dobiva se vrijeme do loma. Budući da se radi o stohastičnom vremenskom signalu rezultati analize za vremensku domenu su približno jednaki, ali ne i jednaki, dakle vrijeme do zamornog loma neće biti za dva slučaja jednako. Zbog toga se analiza izvršava prema principu Monte Carlo analize gdje se vrijeme do loma za vremensku domenu dobiva u 10 ponavljanja te se nakon toga izračunava aritmetička sredina (T_{fst}) koja se koristi za usporedbu rezultata vremenske i frekvencijske domene.

6.2.2. Frekvencijska domena

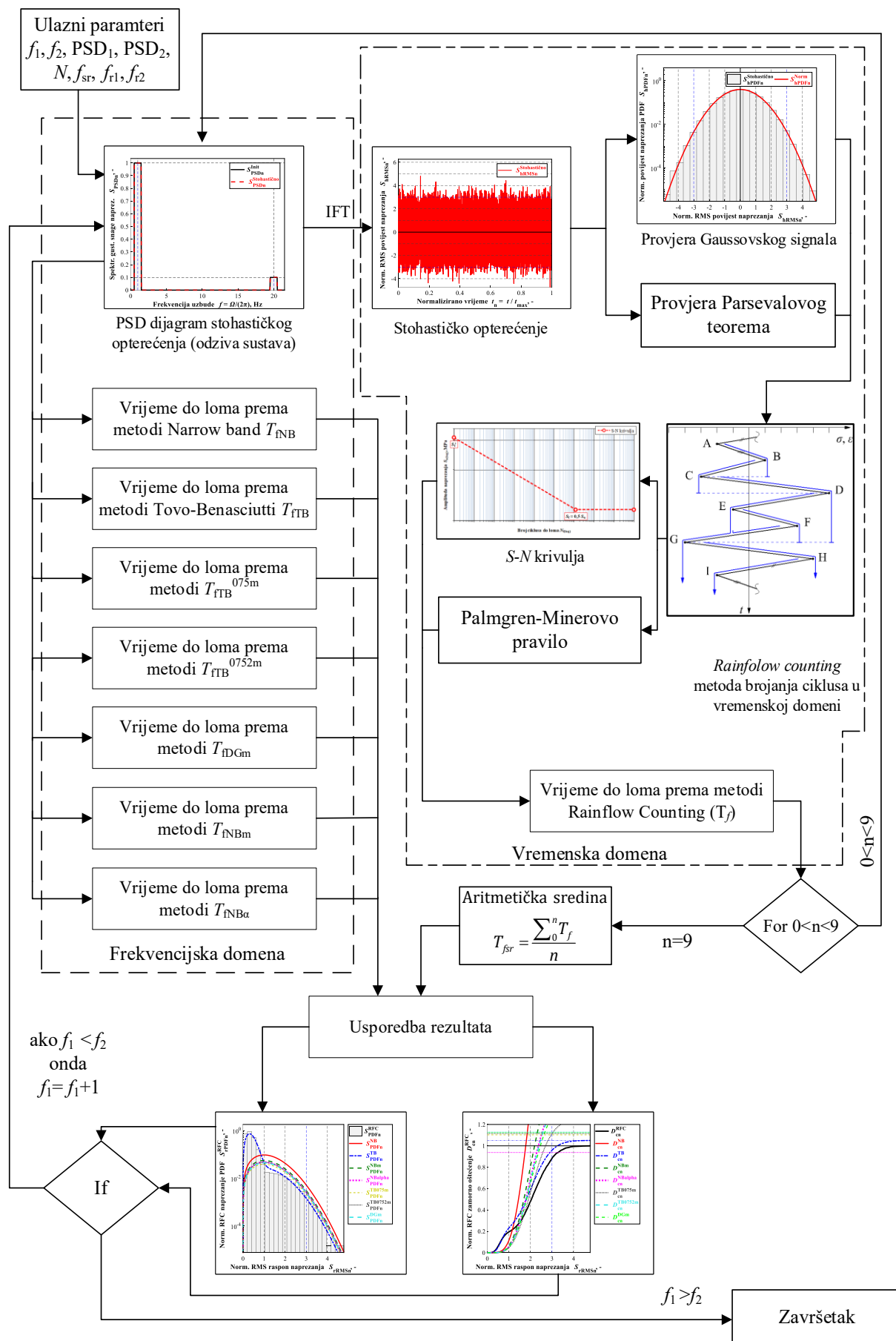
Analiza u frekvencijskoj domeni također započinje s PSD dijagramom koji je korišten u vremenskoj domeni za dobivanje vremenskog signala. Iz PSD dijagrama dobivene su vrijednosti koje se koriste za analizu te dobivanje rezultata spektralnih teorija. Budući da je cilj osmisliti i testirati novi korektivni faktor za procjenu širokopojasnog spektralnog zamora u

frekvencijskoj domeni napravljeno je 5 korektivnih faktora koji su opisani u Poglavlju 5.4 te se u analizi testira njihova primjenjivost za različite uvjete.

6.2.3. Usporedba rezultata

Nakon što su vrijednosti spremljene slijedi usporedba rezultata vremenske i frekvencijske domene kao što prikazuje Slika 6.1. Rezultati se uspoređuju u dijagramima ovisnosti $S_{\text{rRMSn}} - S_{\text{rPDFn}}^{\text{RFC}}, S_{\text{rRMSn}} - D^{\text{RFC}}$, te u dijagramu $T_{\text{f}}^{\text{vremenski}}/T_{\text{f}}^{\text{spektralno}}$ u odnosu na faktor γ . Zadnji dijagram prikazuje sve rezultate u ovisnosti o T_{fRFC} . Nakon dijagramskog prikaza usporedbu rezultata uključuje prikaz aritmetičke sredine relativne greške spektralnih metoda u odnosu na vremensku metodu. Relativna greška i aritmetička sredina greške zapisuju se kao:

$$E_{\text{rel}, i} = \frac{T_{\text{fRFC}} - T_{\text{f}}^{\text{spektralno}}}{T_{\text{f}}^{\text{spektralno}}} \cdot 100\%, E_{\text{rel}, \text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_{\text{rel}, i}}{n}. \quad (6.1a, b)$$



Slika 6.1 Dijagram toka analize

6.3. Ulazni parametri

Analiza u kojoj su ispitivani novi korektivni faktori rađena je s ulaznim parametrima koje prikazuje Slika 6.1. Granice analize postavljene su s frekvencijama f_1 i f_2 . Ulazni parametri frekvencije podijeljeni su na dvije varijante:

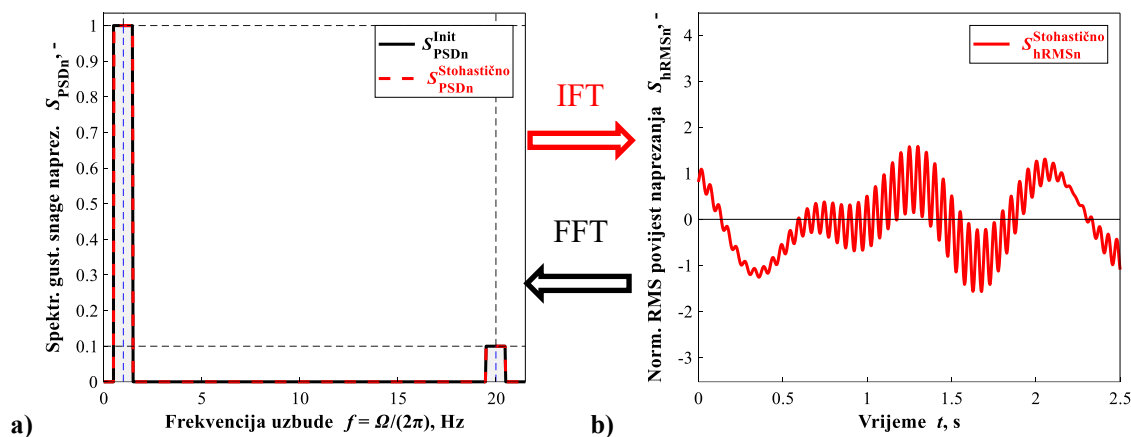
- $f_1 = 1 \text{ Hz} = \text{konst.}, f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}, \Delta f_2 = 1 \text{ Hz}, f_{r1} = 1 \text{ Hz}, f_{r2} = 1 \text{ Hz}$
- $f_1 = 1\text{-}99 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz} = \text{konst.}, \Delta f_1 = 1 \text{ Hz}, f_{r1} = 1 \text{ Hz}, f_{r2} = 1 \text{ Hz}$

raspon (širina) frekvencije f_1 i f_2 je 1 Hz, označen je s f_{r1} i f_{r2} , a predstavlja širinu stupca PSD dijagrama.

Nadalje, da bi se opisao PSD dijagram potrebno je definirati spektralnu gustoću snage naprezanja S_{PSD} . Svaki od dvije varijante ulaznih parametara frekvencije ima definirane tri varijacije spektralnih gustoća snage:

- $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}, \frac{S_{\text{PSD1}}}{S_{\text{PSD2}}} = 1,$
- $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}, \frac{S_{\text{PSD1}}}{S_{\text{PSD2}}} = 10,$
- $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}, \frac{S_{\text{PSD1}}}{S_{\text{PSD2}}} = 100.$

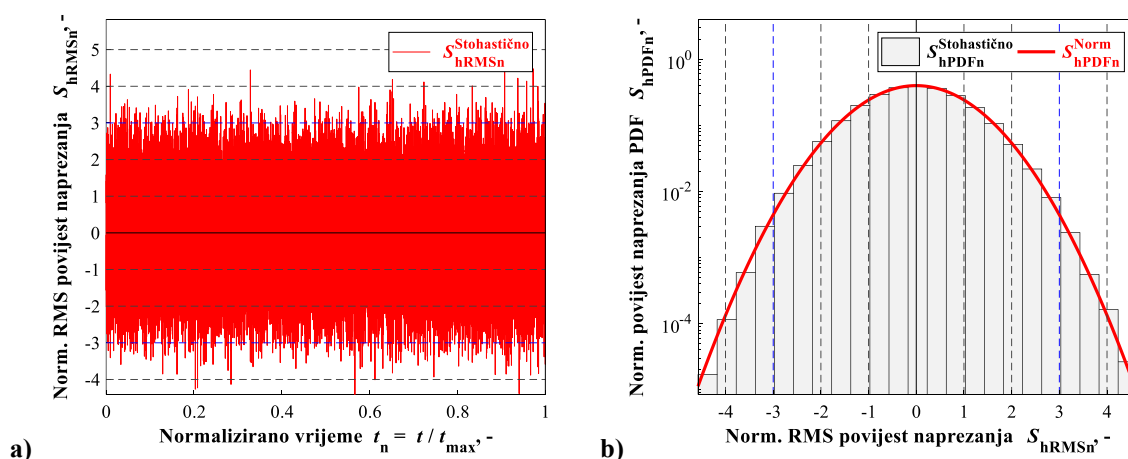
Dakle rezultati analize prikazani su i uspoređeni za šest različitih varijanti ulaznih parametara. Vrijeme trajanja procesa je $t_{\text{max}} = 8192 \text{ s}$, broj diskretnih točaka je $N = 2^{23} = 8388608$, dok je frekvencija uzorkovanja $f_{\text{sr}} = 1024 \text{ Hz}$. Širina frekvencijskog bloka je $\Delta f = 1 \text{ Hz}$. Inverzni negativni Basquinov eksponent m je iznosa 3. Slika 6.2 a) prikazuje PSD dijagram stohastičkog opterećenja za $f_1 = 1 \text{ Hz}, f_2 = 20 \text{ Hz}$ te $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$. Inverznom Fourierovom transformacijom (IFT) dobiven je vremenski signal stohastičkog opterećenja kojeg prikazuje Slika 6.2 b).



Slika 6.2 a) PSD dijagram stohastičkog opterećenja, b) fragment stohastičkog signala

Fourierovom transformacijom (FFT) iz vremenske u frekventijsku domenu dobivaju se iste početne vrijednosti što znači da je snaga signala u vremenskoj domeni jednaka snazi signala u frekvencijskoj domeni te da je Parsevalovov teorem zadovoljen (Slika 6.2).

Prije prebrojavanja ciklusa potrebno je provjeriti zadovoljava li vremenski signal statističke parametre te spada li u Gaussov signal. Slika 6.3 a) prikazuje ukupnu povijest napreznja prema PSD dijagramu kojeg prikazuje Slika 6.2 a). Histogram slučajnog procesa kojeg prikazuje Slika 6.3 b) gotovo pa savršeno je opisan Gaussovom krivuljom. Svakako treba napomenuti da ovaj signal zadovoljava sve nužne uvjete da bude Gaussov. Faktori Gaussovog signala izračunati su u programskom paketu *MATLab R2017b*. Normalizirana RMS povijest napreznja (Slika 6.3 a) i b)) omjer je povijesti napreznja S_h i RMS-a.



Slika 6.3 a) Ukupna povijest napreznja, b) Histogram slučajnog procesa

7. Usporedba rezultata

U prošlom poglavlju prikazan je dijagram toka analize. Također prikazani su ulazni parametri i okvire u kojima se analiza „vrti“. U drugom dijelu prikazan je PSD dijagram signala te transformacija signala iz frekvencijske u vremensku domenu. U ovom poglavlju uspoređeni su rezultati dobiveni analizom. Usporedno grafički prikazane su sve metode na kojima je rađena analiza, a to su:

- *Rainflow* metoda,
- *Narrow band* metoda,
- Tovo Benasciutti metoda,
- Metoda s korektivnim faktorom $\xi_{NB}^{\alpha_1}$,
- Metoda s korektivnim faktorom ξ_{NB}^{α} ,
- Metoda s korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,75m}$,
- Metoda s korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,752m}$,
- Metoda s korektivnim faktorom ξ_{DGm} .

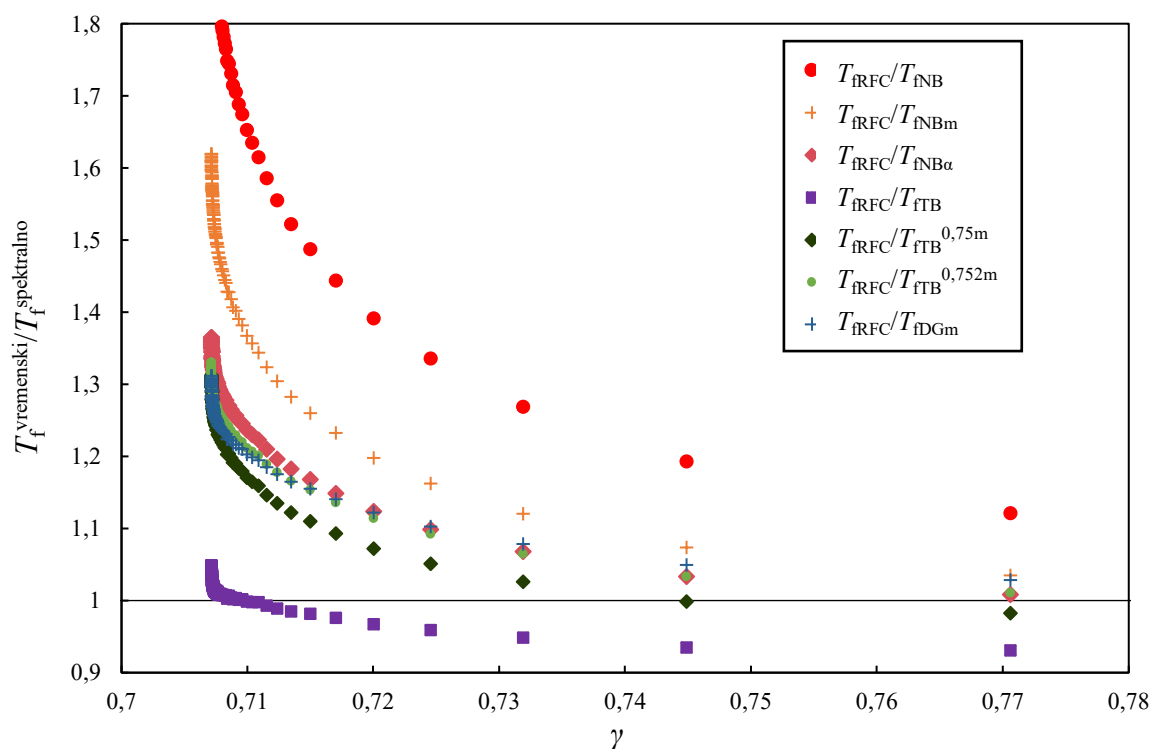
Rainflow metoda je jedina metoda u vremenskoj domeni te je vrlo dugotrajna zbog velikog broja podataka iz povijesti naprezanja koje je potrebno obraditi. Nasuprot tome ostale korištene metode su spektralne te je proračun znatno pojednostavljen i ne zahtijeva puno računalnog vremena. Prema [3] Tovo Benasciutti daje približno slična rješenja kao i *Rainflow* metoda. Korektivni faktori ξ testiraju se i analiziraju po prvi puta te su skalirani s vremenom do loma prema *Narrow band* metodi jer je za nju poznato da daje konzervativna rješenja. Korektivni faktori su manji od jedan što svakako znači da dijeljenjem vremena do loma s korektivnim faktorom manjim od jedan dobiva se liberalnije rješenje koje bi trebalo biti između *Rainflow* metode i *Narrow band* metode.

7.1. Usporedba za $f_1 = 1 \text{ Hz} = \text{konst.}$, $f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}$, $\Delta f_2 = 1 \text{ Hz}$

U nastavku su prikazani usporedni grafovi za prvi slučaj spektra frekvencija s ulaznim podacima iz naslova.

7.1.1. $S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Slika 7.1 prikazuje dijagram usporedbe navedenih metoda za ulazne parametre iz naslova. Spektralne gustoće snage naprezanja su jednake vrijednosti. Dijagram daje rezultate u odnosu na faktor nepravilnosti γ na X osi te omjer vremena do loma u vremenskoj i frekvencijskoj domeni $T_f^{\text{vremenski}}/T_f^{\text{spektralno}}$ na Y osi. *Narrow band* metoda (T_{fNB}) daje najkonzervativnije rješenje dok *Rainflow* metoda (T_{fRFC}) daje najtočnije vrijeme do loma. Omjer te dvije vrijednosti daje najveće odstupanje od referentne vrijednosti koja je 1. Sve ostale metode uspoređene su s *Rainflow* metodom. Budući da je T_{fNB} skalirano korektivnim faktorima točke u dijagramu imaju isti oblik kao *Narrow band* krivulja, uz razliku da daju liberalnija rješenja. Sva su rješenja i dalje konzervativna, ali manje nego *Narrow band* metoda, a najbliže rješenje referentnoj vrijednosti vremena do zamornog loma daje metoda s korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,75m}$, iako je u cijelom rasponu konzervativnija, u zadnjem inkrementu daje liberalnije rješenje ($T_{fTB}^{0,75m}$) od *Rainflow* metode. Metoda s korektivnim faktorom $\xi_{NB}^{\alpha_1}$ za ovaj slučaj daje najkonzervativnije rješenje vremena do zamornog loma T_{fNBm} .



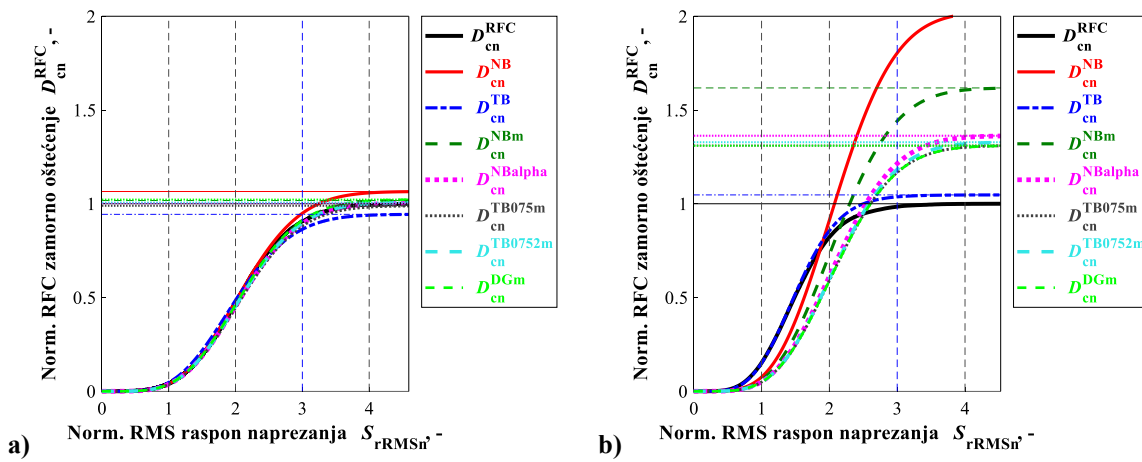
Slika 7.1 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}$, $S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Faktor nepravilnosti $0 < \gamma < 1$ kazuje o kakvoj se vrsti procesa radi. Što je γ veći to znači da proces teži u uskopojasnost (NB) tj. da su frekvencije f_1 i f_2 bliže jedna drugoj. Ako je γ manji teži prema nuli znači da su frekvencije f_1 i f_2 širokopojasne (BB) te su sve udaljenije u PSD dijagramu (Tablica 7.1).

Tablica 7.1 Granične vrijednosti signala [12]

	δ	γ	λ
Idealni NB proces	1	1	0
Idealni BB process	0	0	1

Slika 7.2 a) prikazuje upravo oštećenje nastalo zamorom materijala kod uskopojasnog signala gdje sve metode daju slične rezultate dok se kod širokopojasnosti (Slika 7.2b)) rezultati razilaze.



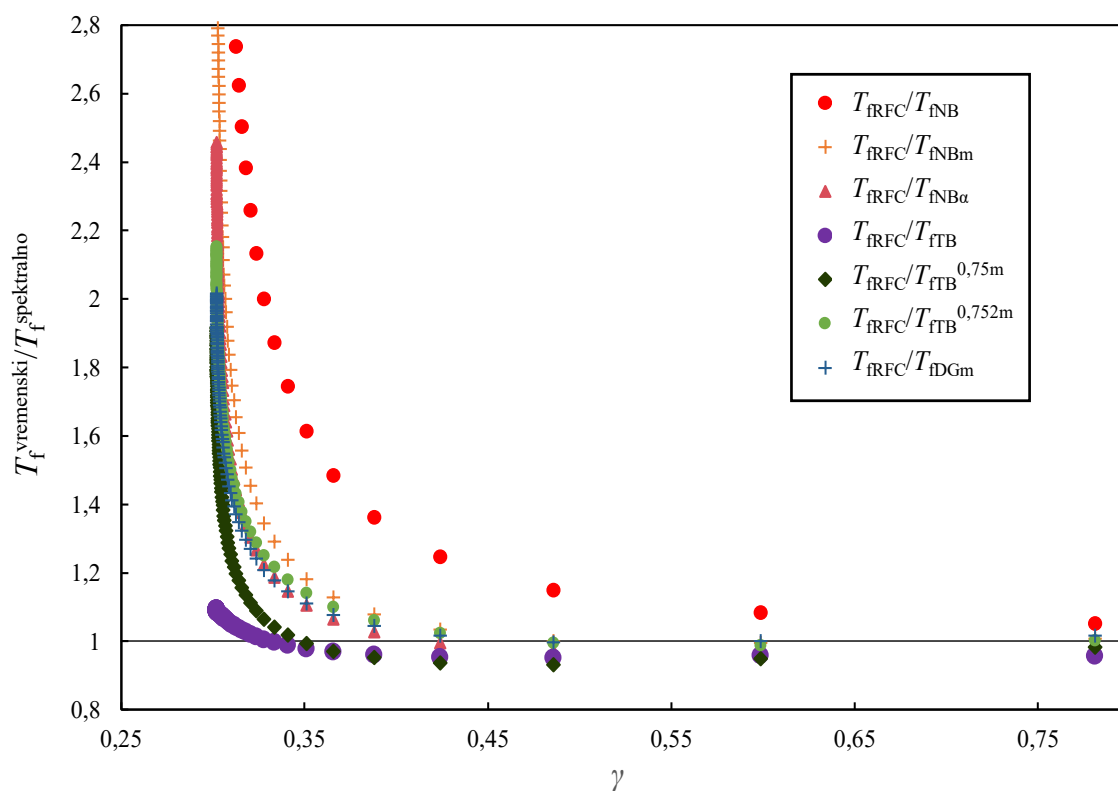
Slika 7.2 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 2$ Hz, b) $f_1 = 1$ Hz, $f_2 = 100$ Hz

Aritmetička sredina relativne greške (6.1a) svih rezultata koja se računa prema jednadžbi (6.1b) iznosi:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 82,87\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 48,47\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 29,11\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 2,26\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}} &= 23,39\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}} &= 26,04\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 24,51\%
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

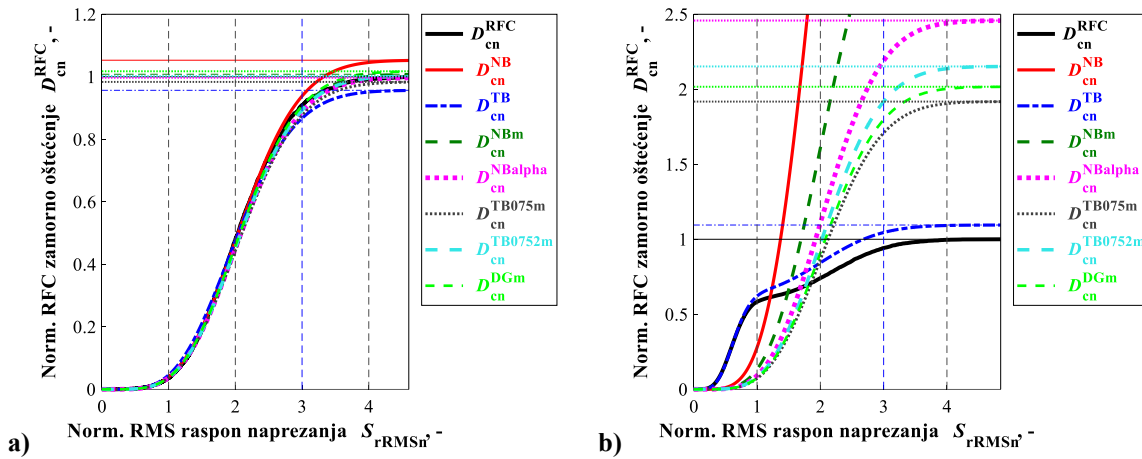
7.1.2. $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

U ovoj analizi vrijednost spektralne gustoće snage naprezanja S_{PSD2} je 10 puta manja od S_{PSD1} . Slika 7.3 prikazuje dijagram usporedbe za ovaj primjer analize. Primjećuje se da faktor nepravilnosti γ ima puno veći raspon nego u prošlom primjeru. Razlog tomu je smanjenje spektralne gustoće snage na frekvenciji f_2 . Također je kao i u prošlom primjeru vidljivo da NB metoda daje konzervativna rješenja dok su ostale metode korektivnih faktora na području širokopojasnosti konzervativne, ali manje nego NB. Na području $\gamma > 0,4$ kada se frekvencije f_1 i f_2 blizu jedna drugoj svi rezultati se nalaze oko referentne vrijednosti te u tom području približno najtočnije rješenje daju metode s korektivnim faktorom $\xi_{\text{TB}}^{0,752\text{m}}$, $\xi_{\text{NB}}^{\alpha_1}$ i ξ_{DGm} . Ostale metode daju rješenje malo ispod referentne vrijednosti te u tom području daju liberalnija rješenja.



Slika 7.3 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}$, $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Slika 7.4 a) prikazuje uskopojasni signal gdje su sve vrijednosti zamornog oštećenja približno jednake te se gotovo idealno poklapaju s rješenjem RFC metode. Nadalje Slika 7.4 b) prikazuje zamorno oštećenje nastalo od širokopojasnog signala gdje je također vidljivo da zamorno oštećenje $D_{TB}^{0,75m}$ daje otprilike dva puta veće rezultate nego je to slučaj kod RFC metode.



Slika 7.4 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1 \text{ Hz}, f_2 = 2 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz}$

Aritmetička sredina relativne greške za analizirane metode je prikazana u nastavku:

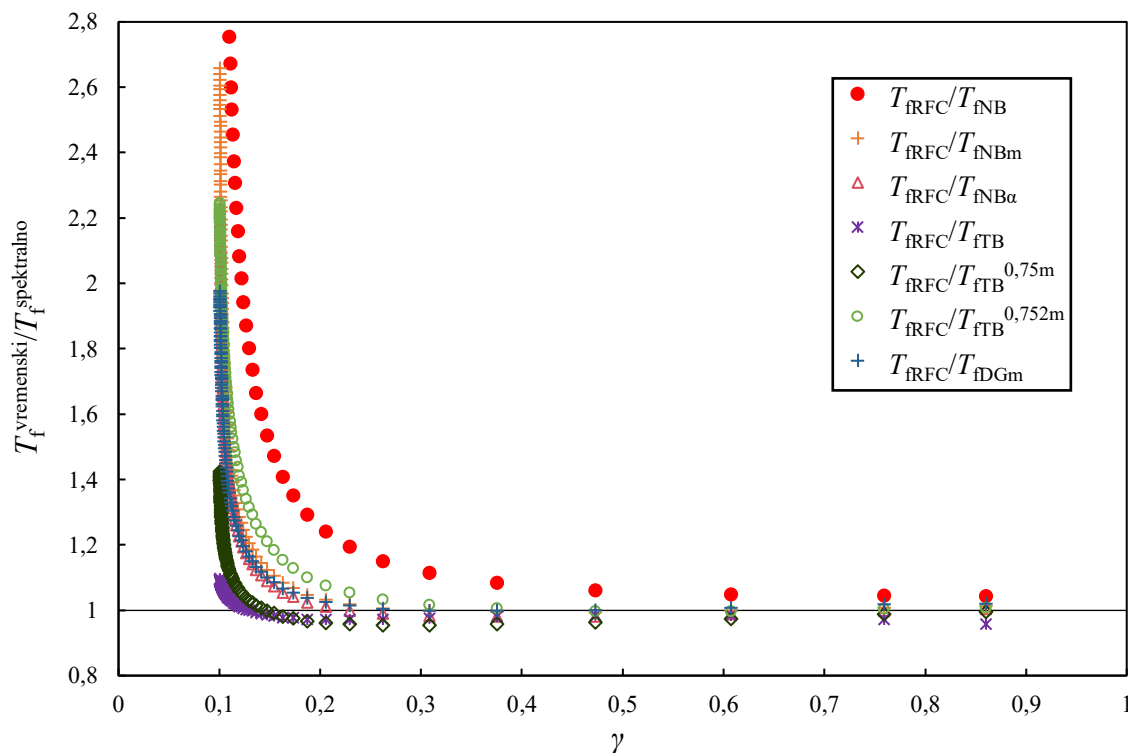
$$\begin{aligned}
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 397,78\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 156,2\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 94,62\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 7,28\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}^{0,75m}} &= 55,05\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}^{0,752m}} &= 78,22\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 68,56\%
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Na temelju rezultata za prosječnu relativnu grešku jasno je vidljivo da, pored metode TB, metoda TB075m daje najtočnije rješenje.

7.1.3. $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

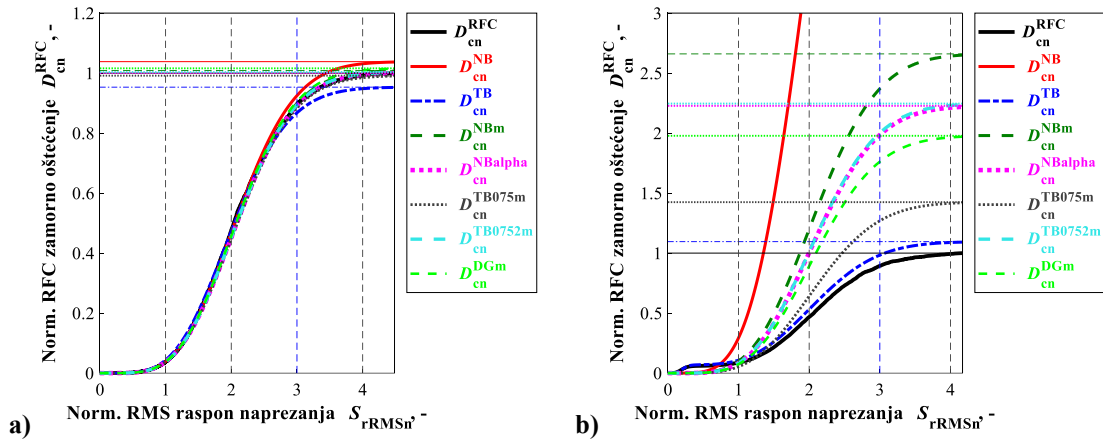
U ovoj analizi vrijednost spektralne gustoće snage naprežanja S_{PSD2} je 100 puta manja od S_{PSD1} . Raspon faktora nepravilnosti γ se smanjenjem naprežanja S_{PSD2} povećava, stoga Slika 7.3 prikazuje faktor nepravilnosti u vrijednostima približno $0,3 \leq \gamma \leq 1$ dok Slika 7.5 prikazuje faktor nepravilnosti većeg raspona: približno $0,1 \leq \gamma \leq 1$. Smanjenjem spektralne gustoće snage naprežanja S_{PSD2} 100 puta dobiveni su približniji rezultati RFC metode. Slika 7.5 prikazuje

usporedbu rezultata za ulazne parametre iz naslova gdje je uočljivo da čak i na dijelu širokopojasnosti ($\gamma \leq 0,3$) dobiveni rezultati su slični rezultatima za RFC metodu. Dakle smanjenjem utjecaja S_{PSD2} signal teži u *Narrow band* signal. Primjetno je da metode TB075m, NB_α i DGm za ovaj slučaj analize daju liberalnija rješenja od RFC metode.



Slika 7.5 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 2\text{-}100 \text{ Hz}$, $S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Slika 7.6 a) prikazuje dijagram zamornog oštećenja za NB signal gdje su dvije frekvencije f_1 i f_2 blizu jedna druge te su rezultati slični dok Slika 7.6 b) prikazuje dijagram oštećenja za BB signal gdje se rješenja razilaze. Jedno rješenje se ističe a to je rješenje za $D_{TB}^{0,75m}$ koje je smanjenjem spektralne gustoće snage S_{PSD2} sve bliže referentnoj vrijednosti RFC metode.



Slika 7.6 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 1 \text{ Hz}, f_2 = 2 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz}$

Aritmetička sredina relativne greške za analizirane metode je prikazana u nastavku:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 314,51\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 79,19\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 60,76\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 5,57\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}} &= 20,6\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}} &= 74,7\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 52,2\%
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

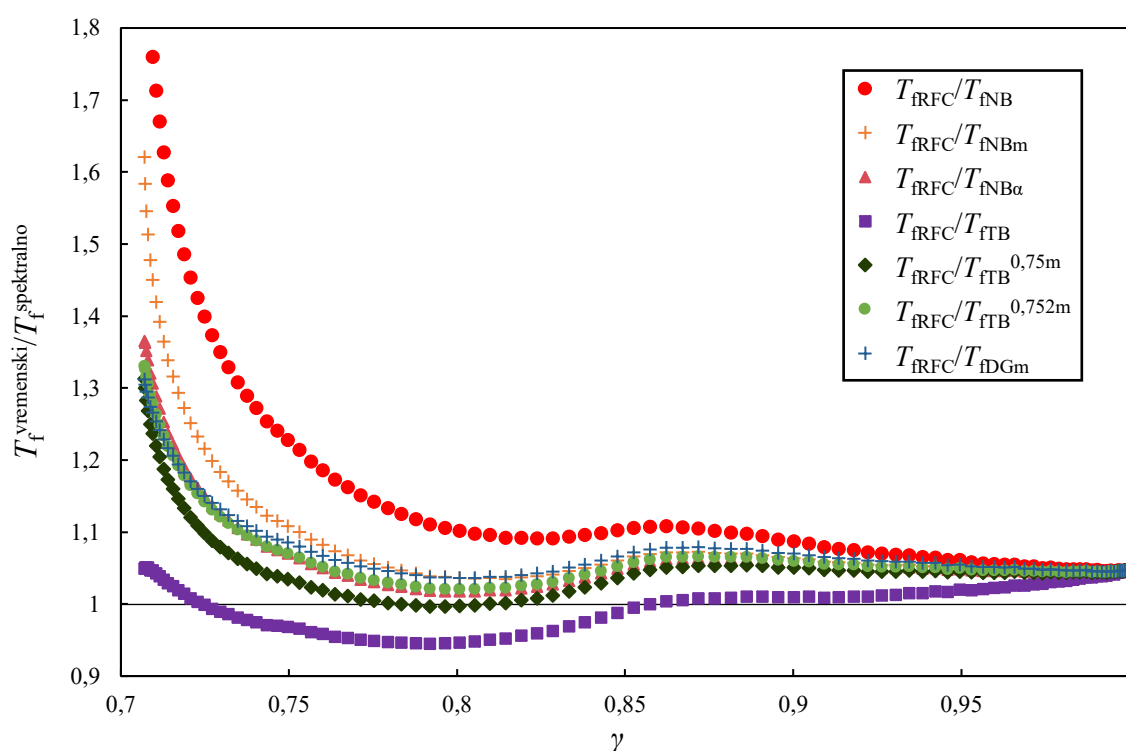
Prosječna relativna greška za TB075m metodu se smanjila na 20,6 % što je prihvatljivi odmak od referentne vrijednosti na stranu sigurnosti. Dakle u ovom slučaju metoda TB075m zadovoljava te se može koristiti za proračun zamora.

7.2. Usporedba za $f_1 = 1\text{-}99 \text{ Hz}, f_2 = 100 \text{ Hz} = \text{konst.}, \Delta f_1 = 1 \text{ Hz}$

U ovom dijelu analize frekvencija f_2 je konstantna i iznosi 100 Hz. Vrijednost spektralne gustoće snage je iznosa $10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ te je također konstantna. Frekvencija f_1 je varijabilna u rasponu od 1- 99 Hz kao i pripadajuća spektralna gustoća snage naprezanja koja je u prvom slučaju jednaka S_{PSD1} , u drugom slučaju je 10 puta manja, a u zadnjem slučaju 100 puta manja.

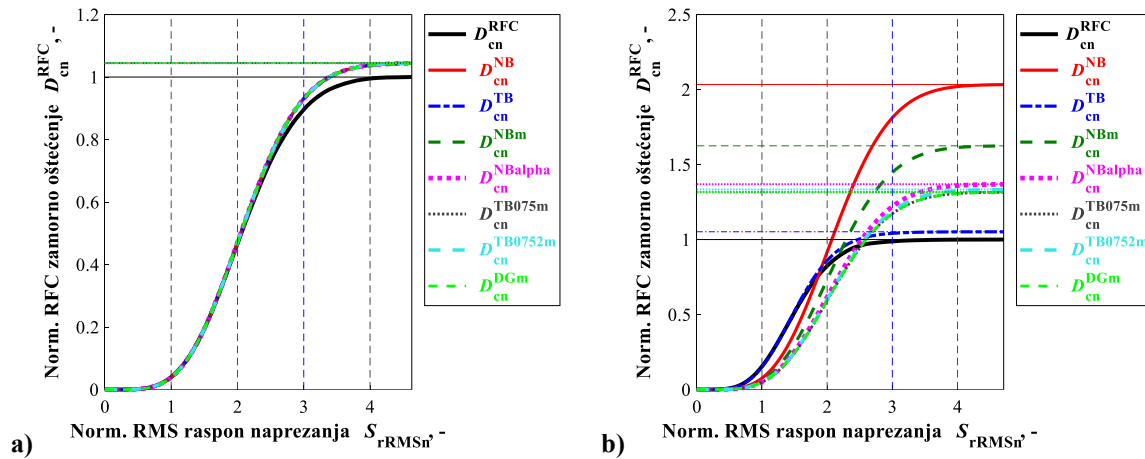
7.2.1. $S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

U ovom slučaju kada su vrijednosti spektralne gustoće snage naprezanja jednake faktor nepravilnosti γ je u rasponu $0,7 < \gamma < 1$. NB metoda daje vrijeme do loma T_f dvostruko veće od RFC metode za širokopojasni signal. Metode koje metodu NB skaliraju s korektivnim faktorom za širokopojasni signal daju rezultate između 1,2 i 1,4 puta veće od T_{fRFC} (Slika 7.7) što zapravo osigurava sigurnost u odnosu na RFC metodu. Kada povijest naprezanja u frekvencijskoj domeni poprimi oblik NB signala sve vrijednosti T_f se približe referentnoj vrijednosti i daju približno jednako rješenje.



Slika 7.7 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1-99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, $S_{PSD1} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{PSD2} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Kao što je opisano u prijašnjem tekstu Slika 7.8 b) prikazuje oštećenje nastalo zamorom materijala D_f koje za NB metodu daje dvostruko veće rezultate dok su za ostale slučajeve rezultati između RFC i NB metode. Slika 7.8 a) prikazuje NB signal koji daje gotovo identična rješenja.



Slika 7.8 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$

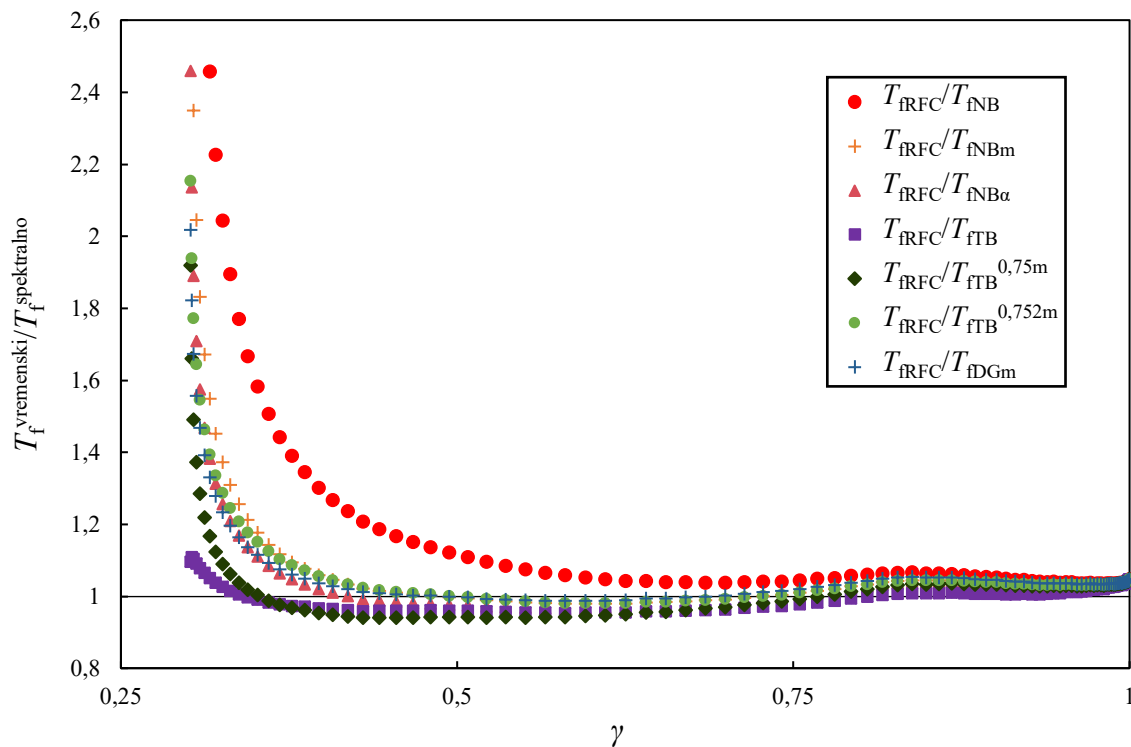
Prosječna relativna greška prikazana je u nastavku:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 19,73\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 11,6\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 8,4\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 2,9\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}} &= 6,3\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}} &= 8,15\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 8,78\%
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Prikazom relativnih greški sa svaku pojedinu metodu dolazi se do zaključka da su sve metode prosječno unutar 12% točnosti osim NB metode za koju se podrazumijeva da je konzervativnija od ostalih.

7.2.2. $S_{\text{PSD1}} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

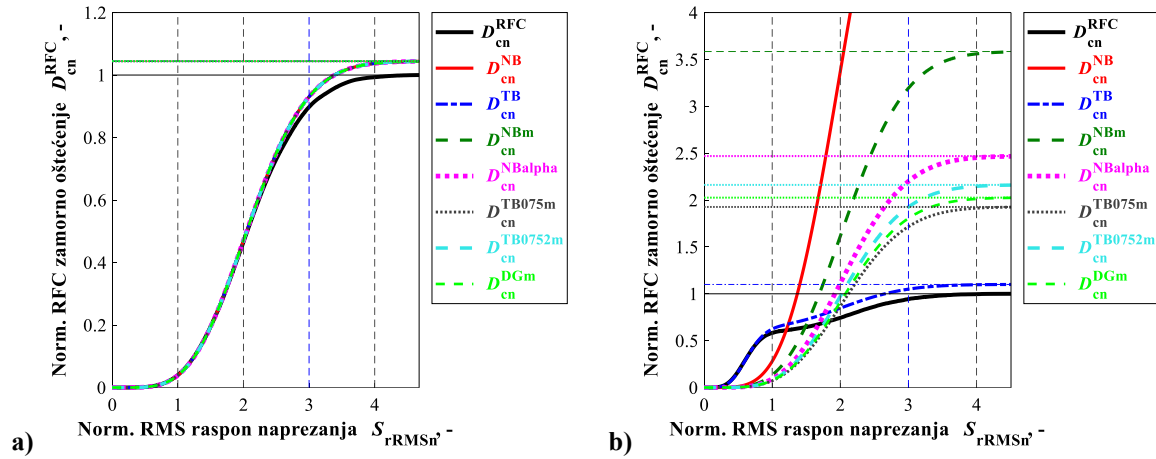
Spektralne gustoće snage naprezanja u ovom slučaju nisu jednake jer je S_{PSD1} deset puta manja od S_{PSD2} , što prikazuje i Slika 7.9 kroz faktor nepravilnosti γ koji je u rasponu $0,3 < \gamma < 1$ što je bio slučaj prikazan u poglavlju 7.1.2 za istu kombinaciju spektralnih gustoća snage naprezanja.



Slika 7.9 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1-99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 1000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

U ovom slučaju kod NB PSD opterećenja također su rezultati vrlo slični te su približno jednaki vremenu do loma prema RFC metodi T_{RFC} . Kod BB PSD opterećenja rezultati se razilaze te u svim metodama daju konzervativno rješenje. Međutim ako se gleda područje za $\gamma > 0,35$ rezultati su vrlo blizu referentnoj vrijednosti te su zadovoljavajući.

Slika 7.10 a) prikazuje NB opterećenje gdje su rezultati zamornog oštećenja približno jednaki dok je situacija kod BB opterećenja (Slika 7.10 b)) dosta drugačija. BB opterećenje daje različite rezultate oštećenja uzrokovanog zamorom gdje je TB metoda slična RFC. TB075m predviđa dvostruko veće oštećenje od RFC ali je to ujedno i prvi najbliži rezultat. NBm predviđa najkonzervativniji rezultat oštećenja uzrokovanog zamornog loma koje je čak 3,5 puta veće od RFC metode.



Slika 7.10 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$

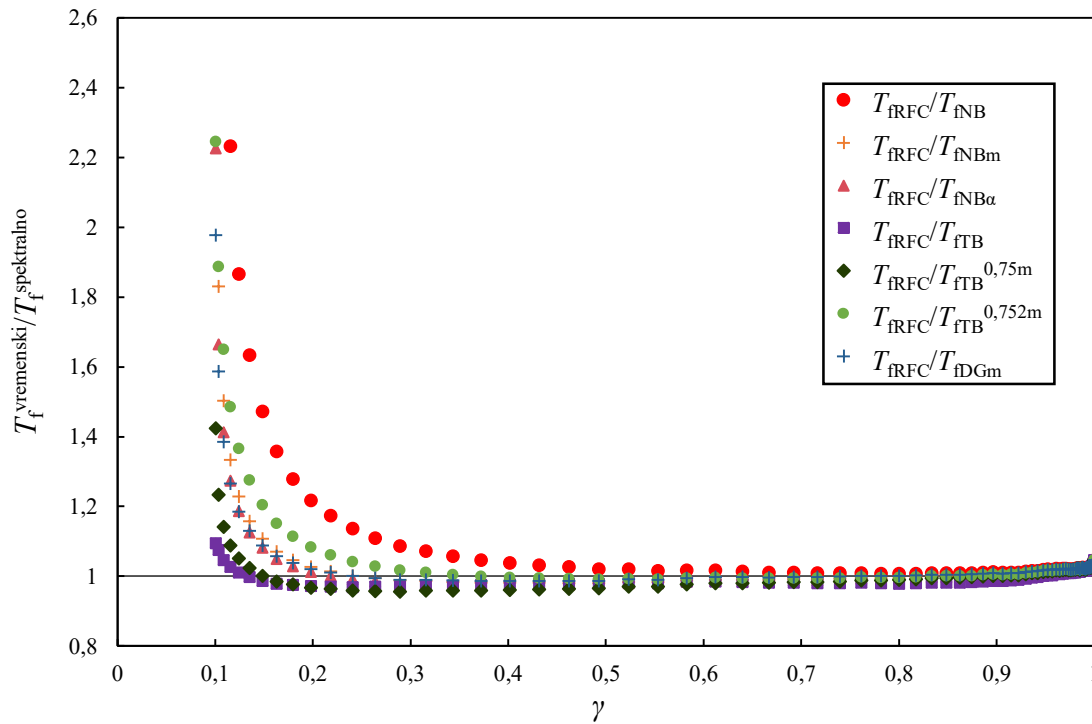
Prosječna relativna greška prikazana je u nastavku:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 34,84\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 13,6\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 9,58\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 2,99\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}} &= 6,64\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}} &= 9,18\% \\
 E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 8,21\%
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Kao i u primjeru iz poglavlja 7.2.1 prosječna relativna greška za raspon frekvencija je u granicama između 3-14% što daje vrlo zadovoljavajuće rezultate. Metoda TB075m do sada daje vrlo dobre rezultate s vrlo malom prosječnom relativnom greškom.

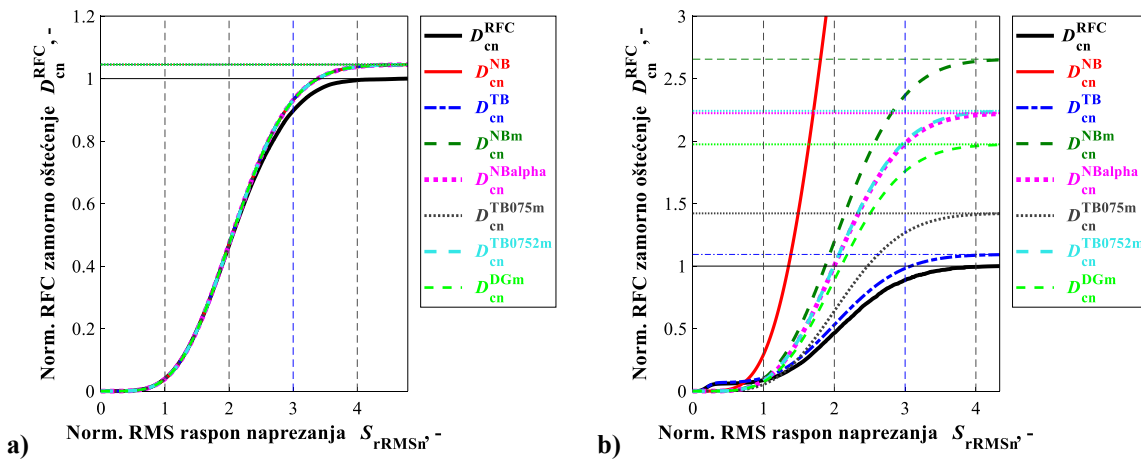
7.2.3. $S_{\text{PSD1}} = 10 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Spektralna gustoća snage naprezanja S_{PSD1} je 100 puta manja od S_{PSD2} . Sljedno tome faktor nepravilnosti γ je u rasponu $0,1 < \gamma < 1$ kako prikazuje Slika 7.11. Rezultati koje daje analiza za ove ulazne parametre za $\gamma > 0,2$ su približno jednaki referentnoj vrijednosti za sve metode što znači da je utjecaj S_{PSD1} vrlo malen u odnosu na S_{PSD2} .



Slika 7.11 Dijagram usporedbe za ulazne parametre: $f_1 = 1-99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, $S_{\text{PSD1}} = 10000 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$ i $S_{\text{PSD2}} = 100 \text{ MPa}^2/\text{Hz}$

Slika 7.12 Prikazuje dijagrame zamornog oštećenja za NB i BB opterećenje.



Slika 7.12 Dijagram zamornog oštećenja a) $f_1 = 99 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$, b) $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 100 \text{ Hz}$

Za NB opterećenje, vrijednosti zamornog oštećenje za spektralne metode su malo konzervativnije od RFC metode (Slika 7.12 a)). Za BB opterećenje TB075m metoda daje za 1,5 puta konzervativnije rješenje od RFC, slijedi DGM metoda, zatim NB α , te TB0752m i NBm metoda kako prikazuje Slika 7.12 b).

Prosječna relativna greška prikazana je u nastavku:

$$\begin{aligned}
E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}} &= 18,67\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}} &= 5,82\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha} &= 4,98\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}} &= 2,31\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}} &= 3,22\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}} &= 6,3\% \\
E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}} &= 4,53\%
\end{aligned} \tag{7.6}$$

Utjecaj S_{PSD1} vrlo malen u odnosu na S_{PSD2} što je vidljivo na prosječnoj relativnoj grešci koja je za sve spektralne metode osim NB manja od 7%. U prosjeku rezultati zadovoljavaju i daju dovoljno točna rješenja.

7.3. Ukupna relativna greška

Tablica 7.2 prikazuje aritmetičku sredinu relativnih greški za svaki tip analize iz prošlih poglavlja. Računa se prema jednadžbi:

$$E_{\text{uk,arit}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_{i, \text{rel, sr}}}{n}. \tag{7.7}$$

Očekivano metoda NB ima najveću ukupnu relativnu grešku, dok metoda TB075m daje najmanju ukupnu prosječnu relativnu grešku za metode s korektivnim faktorima. Metode TB0752m, DGm i NB α daju približno 30% veće vrijednosti od referentne RFC metode. NBm metoda u prosjeku za sve analize griješi 50%.

Tablica 7.2 Ukupna relativna greška svih analiza

Ulazni parametri iz poglavlja	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{NBm}}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{NB}\alpha}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB}}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,75m}}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{TB0,752m}}$	$E_{\text{rel, sr}}^{\text{DGm}}$
7.1.1	82,87%	48,47%	29,11%	2,26%	23,39%	26,04%	24,51%
7.1.2	396,78%	156,20%	94,62%	7,27%	55,05%	78,22%	68,57%
7.1.3	314,51%	79,20%	60,765	5,57%	20,61%	74,69%	52,21%
7.2.1	19,73%	11,60%	8,395	2,89%	6,34%	8,15%	8,78%
7.2.2	34,84%	13,60%	9,58%	2,99%	6,65%	9,19%	8,215
7.2.3	18,67%	5,82%	4,98%	2,31%	3,22%	6,30%	4,53%
$E_{\text{uk,arit}}$	144,57%	52,48%	34,57%	3,88%	19,21%	33,77%	27,80%

8. Zaključak

U ovom radu cilj je bio opisati fenomen visokocikličkog zamora, predstaviti *S-N* metodu broja ciklusa do zamornog loma, prikazati brojanje ciklusa povijesti naprezanja promjenjive amplitude, prikazati razvrstavanje ciklusa složenih amplituda na niz ciklusa konstantnih amplituda. Detaljno je predstavljena *Rainflow* metoda brojanja ciklusa te su prikazane ostale metode brojanja ciklusa koje daje norma ASTM E1049-85.

Metoda kojom se ovaj rad bavi u vremenskoj domeni je *Rainflow* metoda brojanja ciklusa za ponavljajuću povijest naprezanja. *Narrow band* i Tovo Benasciutti dvije su spektralne metode koje su korištene za potrebe analize u frekvencijskoj domeni.

Na temelju uskopojasnog zatvorenog rješenja cilj je bio osmisлити i testirati novi korektivni faktor za procjenu širokopojasnog spektralnog zamora u frekvencijskoj domeni. Osmišljeni korektivni faktori su: $\xi_{NB}^{\alpha_1}$, ξ_{NB}^{α} , $\xi_{TB}^{0,75m}$, $\xi_{TB}^{0,752m}$ i ξ_{DGm} . Svaki od tih korektivnih faktora je skaliran rezultatima uskopojasnog (*Narrow band*) rješenja te uspoređen s referentnom RFC metodom i Tovo Benasciutti metodom koja prikazuje najbliže rješenje referentnoj metodi.

NB metoda za uskopojasni signal daje slična rješenja kao i RFC metoda, dok za širokopojasni signal daje konzervativna rješenja. Cilj korektivnih faktora je korigirati NB signal kako bi opisao što točnija rješenja.

Usporedbom metoda i korektivnih faktora koji su bili tema ovog rada može se zaključiti da metoda TB075m s korektivnim faktorom $\xi_{TB}^{0,75m}$ daje približno najtočnija rješenja za sve napravljene analize. Prosječna relativna greška za 5 analiza od ukupnih 6 je manja od 20% što je jako dobar rezultat. Metoda DGm s korektivnim faktorom ξ_{DGm} daje malo konzervativnija rješenja od TB075m metode za slučaj konstantne frekvencije f_2 , dok pri konstantnoj frekvenciji f_1 potpuno odstupa od referentne vrijednosti. Ostale metode daju liberalnija rješenja od NB metode, a konzervativnija od RFC metode, što je zapravo bio cilj. NBm metoda s korektivnim faktorom $\xi_{NB}^{\alpha_1}$ daje najkonzervativnije rezultate za sve slučaje analize.

9. Literatura

- [1] M. Mršnik, J. Slavič i M. Boltežar, »**Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation – Application to real data**«, *International Journal of Fatigue*, 2012.
- [2] T. Dirlik i D. Benasciutti, »**Dirlik and Tovo-Benasciutti Spectral Methods in Vibration Fatigue: A Review with a Historical Perspective**«, *Metals*, 2021.
- [3] S. Večerić, »**Procjena zamora u vremenskoj i frekvencijskoj domeni za bimodalni spektar naprezanja**«, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2021.
- [4] ASTM Standards, »**E1049-85, Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis**«, 2011.
- [5] Y.-L. Lee, J. Pan, R. Hathaway i M. Barkey, »**Fatigue testing and analysis (Theory and Practice)**«, Elsevier Butterworth–Heinemann, 2005.
- [6] D. Čakmak, »**Rainflow metoda, Seminarski rad iz kolegija Mehanika oštećenja i mehanika loma**«, FSB, Zagreb, 2014.
- [7] M. Matijević, »**Razvoj algoritma za procjenu visokocikličkog zamora iz stohastičke povijesti naprezanja u vremenskoj i frekvencijskoj domeni**«, FSB, Zagreb, 2021.
- [8] N. Bishop i F. Sherratt, »**Finite Element Based Fatigue Calculations**«, NAFEMS Ltd., Farnham, 2000.
- [9] E. Kutleša, »**Razvoj algoritma za procjenu visokocikličkog zamora metodom toka kiše**«, FSB, Zagreb, 2021.
- [10] Y.-L. Lee, M. E. Barkey i H.-T. Kang, »**Metal Fatigue Analysis Handbook, Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering**«, Elsevier, 2012.
- [11] D. Benasciutti, »**Fatigue analysis of random loadings**«, Ferrara: University of Ferrara, Italija, 2004.
- [12] J. Slavič, M. Mršnik, M. Česnik, J. Javh i M. Boltežar, »**Vibration Fatigue by Spectral Methods, From Structural Dynamics to Fatigue Damage – Theory and Experiments**«, Elsevier, 2021.
- [13] A. Brandt, »**Noise and vibration analysis : signal analysis and experimental procedures**«, A John Wiley and Sons, Ltd., 2011.
- [14] C. Lalane, Random Vibration; »**Mechanical Vibration and Shock Analysis Revised and Updated 3rd Edition Volume 3**«, ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc, 2014.

- [15] D. Čakmak, Z. Tomičević, H. Wolf, Ž. Božić i D. Semenski, »**Explicit solution of Rice/Lalanne peak probability distribution for statistical fatigue assessment in the frequency domain**«, *Procedia structural integrity*, svez. 31C, pp. 98-104, 2021.
- [16] J. Ding, »**Extreme Response and Fatigue Damage Analysis of Wind-Excited Structures Considering Non-Gaussian Load Effects**«, Texas Tech University, 2014.
- [17] M. Budetić, »**Monte Carlo metode**«, Sveučilište J. J. Strossmayera, Osijek, 2020.