

# Matematičko modeliranje zagrijavanja u električnoj peći

---

**Obrovac, Adriana**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:328286>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-04**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Adriana Obrovac**

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Darko Landek, dipl. ing.

Student:

Adriana Obrovac

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Darku Landeku na pomoći, trudu, savjetovanju, novim znanjima i na svakom izlasku u susret što mi je uvelike olakšalo pisanje rada.

Hvala svim kolegicama i kolegama koji su mi olakšali vrijeme na preddiplomskom studiju.

Zahvaljujem majci Jadranki i ocu Karlu na požrtvornosti, ljubavi i na svemu što su mi omogućili kako bi mi olakšali studiranje i mladost.

I na kraju jedno veliko hvala Tinu. Hvala ti što si bio uz mene od samog početka studiranja i što mi konstantno pružaš motivaciju.

Adriana Obrovac



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 23 – 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 23 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Adriana Obrovac**

JMBAG: **0035221404**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Matematičko modeliranje zagrijavanja u električnoj peći**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Mathematic modelling of heating in an electrical furnace**

Opis zadatka:

Za zagrijavanje predmeta na zadanu temperaturu toplinske obrade treba odrediti odgovarajući režim grijanja definiran potrebnim brojem predgrijavanja, iznosima temperature peći, vremenom grijanja i progrijavanja. Za „termodinamički tanke“ predmete proizvoljnog oblika moguće je primijeniti Newtonovu jednadžbu za proračun vremena grijanja. U teorijskom dijelu rada treba opisati izvod Newtonove jednadžbe u matematičkom modelu za nestacionarno grijanje i ograničenja njegove primjene u toplinskoj obradi. Na temelju postavljenog matematičkog modela treba računalno simulirati grijanje valjka i diska od sobne temperature do temperature austenitizacije, uz pretpostavku da su izrađeni od nisko i srednje ugljičnog nelegiranog čelika.

U eksperimentalnom dijelu rada treba provesti pokuse kaljenja na uzorcima izrađenim prema uvjetima računalne simulacije ugrijavanja. Tijekom ugrijavanja treba snimiti promjenu temperature predmeta te usporediti krivulje grijanja predviđene matematičkim modelom i određene pokusima. Na temelju analize rezultata definirati ovisnost koeficijenta prijelaza topline o temperaturi peći.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2022.

Datum predaje rada:

1. rok: 20. 2. 2023.  
2. rok (izvanredni): 10. 7. 2023.  
3. rok: 18. 9. 2023.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 27. 2. – 3. 3. 2023.  
2. rok (izvanredni): 14. 7. 2023.  
3. rok: 25. 9. – 29. 9. 2023.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Darko Landek

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Branko Bauer

---

# SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
POPIS KRATICA .....	IX
SAŽETAK.....	X
SUMMARY .....	XI
1. Uvod .....	1
TEORIJSKI DIO .....	2
2. Prijenos topline u pećima za toplinsku obradu .....	3
2.1. Provođenje topline.....	3
2.1.1. <i>Fourierov zakon</i> .....	4
2.1.2. <i>Diferencijalna jednadžba nestacionarnog provođenja topline</i> .....	5
2.2. Prijelaz topline.....	6
2.2.1. <i>Newtonov iskustveni stavak</i> .....	7
2.3. Zračenje.....	8
2.3.1. <i>Crno tijelo</i> .....	8
2.3.2. <i>Stefan-Boltzmannov zakon</i> .....	9
2.4. Biotov broj.....	10
3. Određivanje vremena ugrijavanja.....	12
3.1. Postupak kaljenja čelika .....	12
3.1.1. <i>Optimalna temperatura austenitizacije</i> .....	13
3.1.2. <i>Određivanje režima grijanja na temperaturu austenitizacije</i> .....	14
3.2. Proračun vremena grijanja .....	15
3.2.1. <i>Formalni model za određivanje vremena grijanja</i> .....	15
3.2.2. <i>Newtonova metoda određivanja vremena grijanja</i> .....	17
3.2.3. <i>Specifični toplinski kapacitet i toplinska vodljivost</i> .....	21
3.2.4. <i>Koeficijent prijelaza topline</i> .....	23
3.3. Mjerenje temperature termoelementom .....	28
EKSPERIMENTALNI DIO.....	32
4. Priprema i provedba ugrijavanja u laboratorijskoj električnoj peći.....	33

---

4.1. Priprema ispitnih uzoraka.....	33
4.2. Provedba ugrijavanja.....	34
4.3. Rezultati ugrijavanja u laboratorijskoj električnoj peći .....	38
4.3.1. Eksperimentalno određivanje trajanja ugrijavanja .....	38
4.3.2. Usporedba eksperimentalno i analitički dobivenog vremena zagrijavanja.....	43
4.3.3. Određivanje eksperimentalnog koeficijenta prijelaza topline .....	47
5. Zaključak .....	50
Literatura .....	51

## POPIS SLIKA

Slika 1. Shematski prikaz mehanizama prijenosa topline u peći za toplinsku obradu.....	3
Slika 2. Izotermne plohe, temperaturni gradijent i gustoća toplinskog toka [1] .....	4
Slika 3. Prisilna i prirodna konvekcija .....	6
Slika 4. Shematski prikaz laminarnog, prijelaznog i turbulentnog područja strujanja fluida [7] .....	7
Slika 5. Uniformno i neuniformno zračenje crnog tijela [7] .....	9
Slika 6. Određivanje <i>Biotovog</i> broja za dvostrano grijanu ploču (najčešći primjer u praksi) [8] .....	10
Slika 7. Maksimalna zaostala tlačna naprezanja na površini (2) i vlačna naprezanja u središtu (1) cilindričnog uzorka u ovisnosti o <i>Biotovom</i> broju nakon gašenja [9] .....	11
Slika 8. Burnsov dijagram tvrdoće zakaljenih čelika u ovisnosti o sadržaju ugljika [12] .....	12
Slika 9. Dijagram postupka kaljenja nekog podeutektoidnog čelika [13].....	12
Slika 10. Pojas optimalnih temperatura austenitizacije [14] .....	13
Slika 11. Struktura vremena austenitizacije [19] .....	16
Slika 12. Ovisnost vremena ugrijavanja i držanja o omjeru m/A [20].....	17
Slika 13. Temperaturna ovisnost toplinske vodljivosti za željezo i odabrane vrste čelika: (a) tehnički čisto željezo; (b) nelegirani čelici; (c) niskolegirani čelici; (d) visokolegirani čelici [24].....	23
Slika 14. Ovisnost konvekcijskog koeficijenta prijelaza topline za neke metale u komornoj peći [8].....	24
Slika 15. Formiranje laminarnog profila brzina strujanja u cijevi [7].....	26
Slika 16. Zatvoreni termoelektrični krug [29].....	28
Slika 17. Dodavanje mjernog elementa na krajeve vodiča A i B [29].....	29
Slika 18. Zavareni žični spoj [31] .....	30
Slika 19. Izvedba termoelementa u obliku sonde [32] .....	30
Slika 20. Sonda za mjerenje temperatura površina [33].....	30
Slika 21. Međunarodne boje konektora termoelementa [34] .....	31
Slika 22. Ispitni uzorci .....	33
Slika 23. Dimenzije ispitnih uzoraka .....	34
Slika 24. Električna laboratorijska peć u Laboratoriju za toplinsku obradu Fakulteta strojarstva i brodogradnje .....	35
Slika 25. Programator.....	35



---

Slika 26. Termoelement tip K marke <i>Mantel</i> .....	36
Slika 27. Položaj termoelementa u uzorku B .....	36
Slika 28. Shema presjeka laboratorijske električne peći i položaj uzorka .....	37
Slika 29. Zadana promjena temperature peći .....	37
Slika 30. Tijek toplinske obrade uzorka A .....	40
Slika 31. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka A i peći.....	40
Slika 32. Tijek toplinske obrade uzorka B .....	41
Slika 33. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka B i peći .....	41
Slika 34. Tijek toplinske obrade uzorka C .....	42
Slika 35. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka C i peći .....	42
Slika 36. Promjena temperature uzorka A u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja .....	45
Slika 37. Promjena temperature uzorka B u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja .....	45
Slika 38. Promjena temperature uzorka C u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja .....	46
Slika 39. Eksponencijalna ovisnost $\alpha_{\text{eksp}}$ o temperaturi za ugrijavanje ispitnih uzoraka .....	49

---

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Toplinska provodnost tvari pri 20 °C i 100 kPa [2] .....	5
Tablica 2. Dopušteni udjeli legiranih elemenata u konstrukcijskom čeliku [6].....	15
Tablica 3. Srednji specifični toplinski kapaciteti tehnički čistog željeza i različitih čelika [8]	22
Tablica 4. Standardni tipovi termoelemenata i njihova temperaturna područja [30].....	31
Tablica 5. Kemijski sastav čelika C20 i čelika S235JR [35] [36].....	33
Tablica 6. Fizikalna i toplinska svojstva uzoraka .....	34
Tablica 7. Registrirane temperature uzorka i peći od početka ugrijavanja do kraja držanja za svakih 10 minuta .....	39
Tablica 8. Iznosi <i>Biotovog</i> broja svakog od ispitnih uzoraka .....	43
Tablica 9. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak A.....	43
Tablica 10. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak B .....	44
Tablica 11. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak C .....	44
Tablica 12. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka A	47
Tablica 13. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka B	47
Tablica 14. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka C	48
Tablica 15. Omjeri V/A ispitnih uzoraka .....	48

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	-	Austenit
A	m <sup>2</sup>	Površina
A <sub>c1</sub>	°C	Temperatura početka austenitno/perlitne pretvorbe
A <sub>s</sub>	m <sup>2</sup>	Grijana površina predmeta
Bi	-	<i>Biotov</i> broj (značajka)
c	J/kgK	Specifični toplinski kapacitet materijala obratka
C <sub>ekv</sub>	-	Ugljični ekvivalent
c <sub>p</sub>	J/kgK	Specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku
d <sub>h</sub>	m	Promjer cijevi
dA	m <sup>2</sup>	Diferencijalni element krute površine
dU	J	Diferencijal unutrašnje energije
dt	s	Diferencijal vremena
E	J	Energija zračenja koju emitira crno (sivo) tijelo
E <sub>AB</sub>	V	Termoelektromotorni napon
E <sub>c</sub>	W/m <sup>2</sup>	Gustoća vlastitog emitiranog zračenja crnog tijela
g	m <sup>2</sup> /s	Srednje ubrzanje Zemljine sile teže
H	m	Visina
L	m	Duljina
l <sub>0</sub>	m	Karakteristična duljina predmeta kroz koji struji fluid
M	-	Martenzit
m	kg	Masa predmeta (obratka)
$\vec{n}_0$	-	Jedinični vektor okomit na izotermnu plohu
Nu	-	<i>Nusseltov</i> broj
q	W/m <sup>2</sup>	Gustoća toplinskog toka (skalar)
$\vec{q}$	W/m <sup>2</sup>	Gustoća toplinskog toka (vektor)
q <sub>s</sub>	W/m <sup>2</sup>	Gustoća toplinskog toka na površini krutine
Pe	-	<i>Pecletov</i> broj
Ra	-	<i>Rayleighov</i> broj
Re	-	<i>Reynoldsov</i> broj
T	K	Termodinamička (apsolutna) temperatura

$T_{\text{peć}}$	K	Temperatura peći u blizini obratka
$T_{\text{završ}}$	K	Zadana temperatura obratka pri izvođenju postupka toplinske obrade
$T_{\text{poč}}$	K	Početna temperatura obratka
$t_{\text{gr}}$	s	Vrijeme grijanja
$t_{\text{id}}$	s	Vrijeme držanja
$t_{\text{u}}$	s	Vrijeme austenitizacije
$V$	m <sup>3</sup>	Ukupni volumen predmeta
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	Kinematična viskoznost tekućine
$w_{\infty}$	m/s	Neporemećena brzina nastrujavanja fluida
$\alpha$	W/m <sup>2</sup> K	Koeficijent konvektivnog prijelaza topline
$\Delta n$	m	Udaljenost promatranih izotermnih ploha
$ \Delta T $	K	Apsolutna razlika temperature zida i tekućine
$\Delta \vartheta$	K	Razlika u temperaturi između izotermnih ploha
$ \Delta \rho $	kg/m <sup>3</sup>	Apsolutna razlika gustoća materijala krute stijenke ike kapljevine
$\delta Q$	J	Diferencijal topline
$\delta \Phi$	W	Diferencijal toplinskog toka
$\varepsilon$	-	Sveukupni emisijski faktor površinskog zračenja
$\varepsilon$	-	Koeficijent usporenja ugrijavanja
$\varepsilon_n$	-	Emisijski faktor određenog materijala
$\eta$	Ns/m <sup>2</sup>	Dinamička viskoznost
$\vartheta_a$	°C	Temperatura austenitizacije
$\vartheta_p$	°C	Temperatura popuštanja
$\vartheta_{\text{peć}}$	°C	Temperatura peći
$\vartheta_{\text{poč}}$	°C	Početna temperatura obratka
$\vartheta_p$	°C	Temperatura popuštanja
$\vartheta_s$	°C	Temperatura granične plohe (površine) obratka
$\vartheta_{\text{završ}}$	°C	Završna temperatura obratka
$\vartheta_{\infty}$	°C	Temperatura fluida podalje od granične plohe krutine
$\eta$	Ns/m <sup>2</sup>	Dinamička viskoznost
$\lambda$	W/mK	Toplinska provodnost
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća predmeta (obratka)

---

$\rho_w$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća materijala krute stijenke
$\sigma$	W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>	<i>Stefan-Boltzmannova</i> konstanta
$\sigma_A$	V/K	<i>Seebeckov</i> koeficijent metala
$\tau$	s	Vremenska konstanta
$\Phi$	W	Toplinski tok
$\pm\Phi_v$	W	Toplinski izvor (+), odnosno ponor (-)

---

## POPIS KRATICA

<b>Kratika</b>	<b>Opis</b>
ANSI	eng. <i>American National Standards Institute</i>
FEM	eng. <i>Finite Element Analysis</i>
FVM	eng. <i>Finite Volume Method</i>
IEC	eng. <i>International Electrotechnic Commission</i>
JIS	eng. <i>Japanese Industrial Standard</i>
MKE	Metoda konačnih elemenata
MKV	Metoda konačnih volumena
TTS	eng. <i>Time-Temperature-Solution</i>
ZTA	njem. <i>Zeit-Temperatur-Austenitisierung</i>

---

## SAŽETAK

U radu je proveden eksperiment zagrijavanja uzoraka različitih materijala i dimenzija u jednokomornoj električnoj peći za toplinsku obradu. U teorijskom dijelu opisani su osnovni procesi prijenosa topline i analitički proračun vremena ugrijavanja u peći tijekom toplinske obrade. Izvedena je i eksperimentalno *Newtonova* jednadžba za određivanje vremena zagrijavanja na primjeru zagrijavanja tri uzorka različitih materijala i dimenzija. Predviđena krivulja zagrijavanja određena prema podacima iz literature značajno je odstupala od eksperimentalno određene krivulje za sve ispitne uzorke zbog vrijednosti koeficijenta prijelaza topline ovisnog o temperaturi preuzetog iz literature, koji ne odgovara maloj komornoj peći korištenoj u pokusima. Na temelju rezultata mjerenja temperature u zagrijavanim uzorcima i *Newtonove* jednadžbe za određivanje vremena ugrijavanja toplinski dobro vodljivog tijela proveden je proračun ukupnog koeficijenta prijelaza topline u komori laboratorijske električne peći u rasponu temperatura od 30 °C do 800 °C. Izračunate vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline nalaze se u intervalu od 0,7 do 14,7 W/m<sup>2</sup>K.

**Ključne riječi:** *Newtonova formula, toplinska obrada, vrijeme ugrijavanja, mjerenje temperature, ukupni koeficijent prijelaza topline*

---

## SUMMARY

In the paper, an experiment was conducted on heating samples of different materials and dimensions in a single-chamber electric furnace for heat treatment. In the theoretical part, the basic processes of heat transfer and the analytical calculation of the heating time during the heat treatment are described. *Newton's* equation for determining the heating time was derived experimentally, based on the example of heating three samples of different materials and dimensions. The predicted heating curve determined according to data from the literature significantly deviated from the experimentally determined curve for all test samples due to the value of the heat transfer coefficient depending on the temperature taken from the literature, which does not correspond to the small chamber furnace used in the experiments. Based on the results of temperature measurements in heated samples and *Newton's* equation for determining the heating time of a thermally conductive body, the calculation of the total heat transfer coefficient in the chamber of the laboratory electric furnace was carried out in the temperature range from 30 °C to 800 °C. The calculated values of the total heat transfer coefficient are found in interval from 0,7 to 14,7 W/m<sup>2</sup>K.

**Key words:** *Newton's formula, heat treatment, heating time, temperature measurement, total heat transfer coefficient*



# 1. Uvod

Toplinska obrada je neizostavan korak u proizvodnji čeličnih proizvoda. Manipulacijom kemijskih i metalurških struktura komponente, mehanička svojstva kao što su tvrdoća, statička i dinamička čvrstoća i žilavost selektivno se kontroliraju. Uspjeh ili neuspjeh toplinske obrade utječe na troškove proizvodnje, kvalitetu i pouzdanost proizvoda. Toplinska se obrada stoga mora uzeti u obzir tijekom konstruiranja, te uključiti u proizvodni proces. Svaki dio procesa toplinske obrade treba biti pomno određen, proračunat, te modeliran kako bi proizvod zadovoljio eksploatacijske zahtjeve.

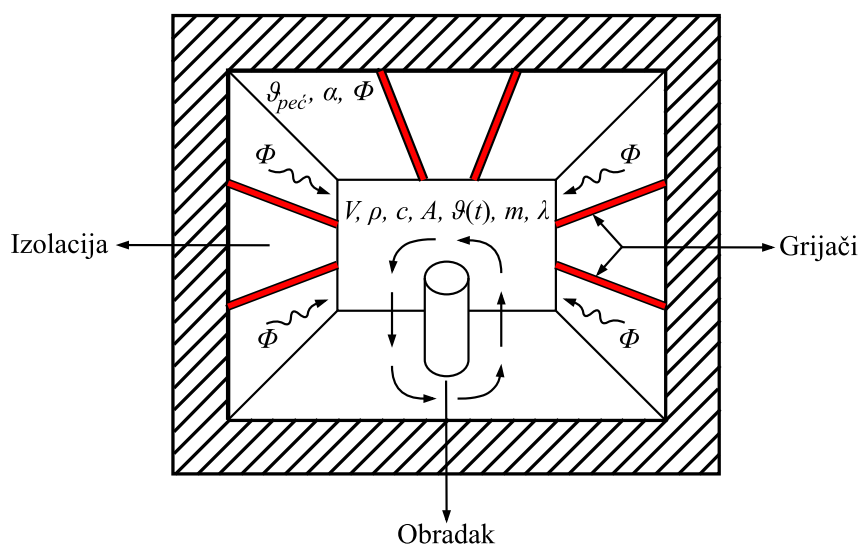
Na početku procesa toplinske obrade potrebno je dovesti toplinu do obratka unutar peći, odnosno započeti proces zagrijavanja. Ako se toplina prenosi konvekcijom i zračenjem do grijanog predmeta, određuje se ukupni koeficijent prijelaza topline kako bi se izračunalo potrebno vrijeme grijanja. Ako se toplina od grijača peći do obratka prenosi samo konvekcijom, za proračun vremena grijanja određuje se koeficijent prijelaza topline.

Ovaj rad će se baviti određivanjem koeficijenta ukupnog prijelaza topline primjenom analitičkog modela izvedenog iz Prvog glavnog stavka termodinamike i *Newtonovog* zakona o prijelazu topline. Na temelju matematički predviđenog vremena grijanja izabranih predmeta u električnoj komornoj peći izvršit će se niz pokusa za validaciju modela. Na temelju rezultata validacije matematičkog modela za predviđanje vremena ugrijavanja, provest će se korekcija ukupnog koeficijenta prijelaza topline i odrediti njegova ovisnost o temperaturi za izabranu električnu peć i oblike zagrijavanih predmeta.

## **TEORIJSKI DIO**

## 2. Prijenos topline u pećima za toplinsku obradu

Tijekom provođenja toplinske obrade u pećima i kupkama treba dovesti toplinu iz određenog toplinskog izvora do predmeta. Postoji više različitih toplinskih izvora koji se koriste u pećima za toplinsku obradu, pa prema tome postoji i više vrsta peći. Svim pećima zajednički je prijenos topline do obratka koji se odvija u obliku konvekcije, zračenja i kondukcije. U industriji su često istovremeno prisutna sva tri navedena načina prijenosa topline (Slika 1.).



Slika 1. Shematski prikaz mehanizama prijenosa topline u peći za toplinsku obradu

### 2.1. Provođenje topline

Provođenje je najčešći oblik prijenosa topline, koji se događa fizikalnim kontaktom. Prijenos topline odvija se putem izravnih molekulskih ili atomskih sudara unutar krutine, kapljevito ili plinovito medija. Područje veće kinetičke energije prenijet će toplinsku energiju u područje niže kinetičke energije. Čestice veće brzine sudarat će se s česticama sporije. Kao rezultat, česticama sporije brzine povećat će se kinetička energija. Na primjer, u metalima su slobodni elektroni prenosioci energije. Ovakav prijenos topline pojavljuje se samo ako postoji razlika u temperaturi između točaka promatranog tijela. Čimbenici koji utječu na uspjeh provođenja topline su iznos temperaturene razlike, duljina, površina poprečnog presjeka obratka, vrsta materijala, kapljevine ili plina.

### 2.1.1. Fourierov zakon

Kako bi se toplina mogla širiti kondukcijom, u obratku moraju postojati lokalne razlike u temperaturi. To znači da u različitim točkama predmeta temperaturni gradijent mora biti veći od nule (1) [1].

$$\text{grad } \vartheta = \vec{n}_0 \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta n} = \vec{n}_0 \frac{\partial \vartheta}{\partial n} > 0 \quad (1)$$

$\vec{n}_0$  – jedinični vektor okomit na izotermnu plohu i pozitivno je definiran u smjeru povećanja temperature

$\Delta \vartheta$  – razlika u temperaturi između izotermnih ploha, K

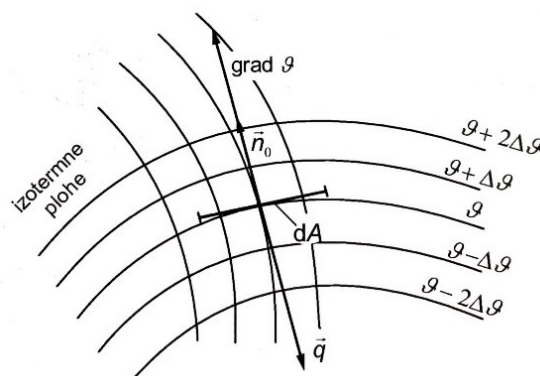
$\Delta n$  – udaljenost promatranih izotermnih ploha, m

$\frac{\partial \vartheta}{\partial n}$  – skalarna veličina temperaturnog gradijenta, K/m

Gustoću toplinskog toka predstavlja vektor  $\vec{q}$  okomit na izotermnu plohu s pozitivnim predznakom u smjeru temperaturnog pada (Slika 2.). Negativni predznak u jednadžbi (2) uzima u obzir Drugi zakon termodinamike koji nalaže da se toplina širi u smjeru pada temperature [1] [2].

$$\vec{q} = -\lambda \vec{n}_0 \frac{\partial \vartheta}{\partial n} = -\lambda \text{grad } \vartheta = -\lambda \nabla \vartheta \quad (2)$$

$\lambda$  – toplinska provodnost, W/mK



Slika 2. Izotermne plohe, temperaturni gradijent i gustoća toplinskog toka [1]

*Fourierov zakon* nalaže da je gustoća toplinskog toka [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] direktno proporcionalna temperaturnom gradijentu uslijed protoka topline u vodljivom materijalu. (3)

$$q = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \quad (3)$$

Materijali s malim iznosom toplinske provodnosti kao što su plinovi, porozni plastični materijali i sl. klasificiraju se kao loši toplinski vodiči ili dobri toplinski izolatori. Metali poput bakra i aluminijska imaju vrlo visoke vrijednosti  $\lambda$  (prikazane u Tablici 1.), pa će stoga oni vrlo dobro provoditi toplinu.

**Tablica 1. Toplinska provodnost tvari pri 20 °C i 100 kPa [2]**

<i>Materijal</i>	$\lambda, \text{W/mK}$	<i>Tvar</i>	$\lambda, \text{W/mK}$
<i>Ag</i>	427	<i>Opeka</i>	0,5...1,3
<i>Cu</i>	399	<i>Voda</i>	0,598
<i>Al</i>	209	<i>Vodik</i>	0,179
<i>Fe</i>	81	<i>Zrak</i>	0,0257
<i>Čelici</i>	13...48	<i>CO<sub>2</sub></i>	0,0162

### 2.1.2. Diferencijalna jednadžba nestacionarnog provođenja topline

Temperatura u točkama nekog krutog tijela može biti vremenski promjenljiva u slučaju nestacionarnog procesa grijanja ili hlađenja. Uzimajući u obzir da svaku krutinu karakteriziraju specifični toplinski kapacitet, gustoća i toplinska provodnost kao i položaj promatranog materijalnog volumena oko neke točke u prostoru, za takvo se tijelo može postaviti diferencijalna jednadžba nestacionarnog provođenja topline [1]. Jednadžba (4) naziva se *Fourierovom diferencijalnom jednadžbom nestacionarnog provođenja topline* u pravokutnom Kartezijevom trodimenzionalnom koordinatnom sustavu.

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) \right] \pm \frac{\Phi_V}{\rho c} \quad (4)$$

Gdje su

$\rho$  – gustoća krutine,  $\text{kg/m}^3$

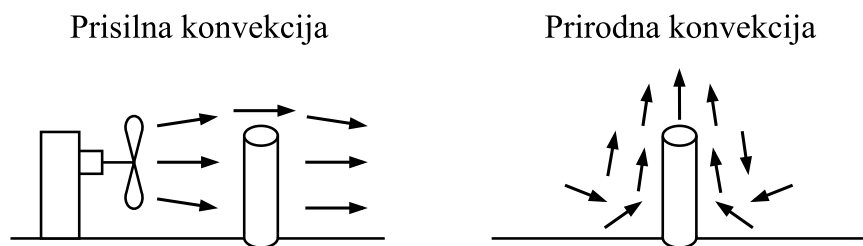
$c$  – specifični toplinski kapacitet,  $\text{J/kgK}$

$\pm\Phi_v$  – toplinski izvor (+), odnosno ponor (-),  $\text{W}$

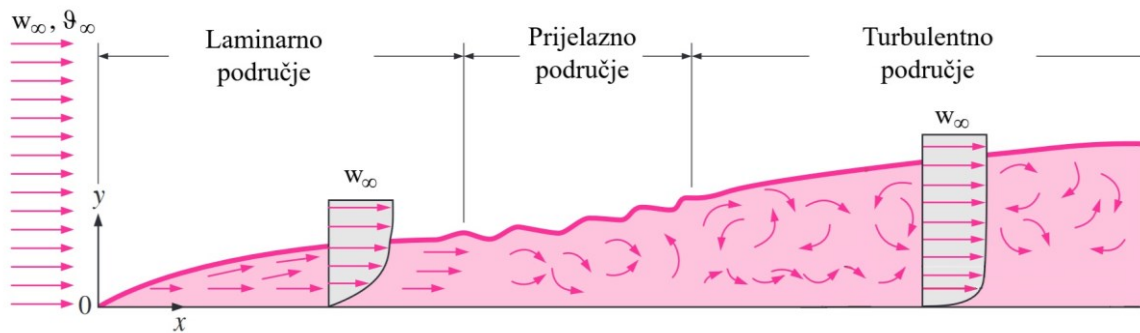
Ova je jednačba široko zastupljena u modeliranju i simulacijama toplinske obrade te se za nje rješavanje koriste numeričke metode poput metode konačnih razlika i metode konačnih elemenata [3] [4]. Za uspješno rješavanje jednačbe (4) treba zadati početne i rubne uvjete te svojstva materijala u geometrijskim domenama sastavljenim od krutog tijela, okoline, zaštitne atmosfere u peći i dr. [5] [6].

## 2.2. Prijelaz topline

Konvekcija je prijenos topline između čvrste površine i susjedne kapljevine ili plina koji je u pokretu. Što je brže gibanje (strujanje) tekućine, to je veći prijenos topline konvekcijom. U slučaju nedostatka kretanja tekućine, prijenos topline između čvrste površine i susjedne tekućine odvija se čistom kondukcijom. Razlikuju se dvije vrste konvekcije: prisilna i slobodna (prirodna). Prisilna se konvekcija javlja ukoliko je tekućina prisiljena teći preko površine predmeta vanjskim sredstvima poput pumpe, ventilatora ili vjetra (Slika 3.). Kada je konvekcija uzrokovana strujanjem fluida silama uzgona koje su inducirane razlikama u gustoći zbog varijacija temperature u tekućini radi se o prirodnoj ili slobodnoj konvekciji [7]. Razlikuju se laminarno, prijelazno i turbulentno strujanje fluida (Slika 4.). Laminarno strujanje karakterizira jednolično, mirno strujanje malih brzina (prirodan tok zraka), dok turbulentno strujanje sadrži vrtložne struje velikih brzina.



Slika 3. Prisilna i prirodna konvekcija



Slika 4. Shematski prikaz laminarnog, prijelaznog i turbulentnog područja strujanja fluida [7]

### 2.2.1. Newtonov iskustveni stavak

Pomoću *Newtonovog* iskustvenog stavka (5) moguće je izračunati iznos izmijenjene topline između krute stijenke i tekućine u gibanju. To jest, dobivena brzina promjene temperature krutog tijela bit će proporcionalna razlici između temperature tijela i temperature okolišnog fluida. Brzini promjene također je proporcionalan i koeficijent konvekcijskog prijelaza topline,  $\alpha$  [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ ]. Što je njegova vrijednost veća to će biti brža izmjena topline između krutine i tekućine.

$$\delta\Phi = \alpha (\vartheta_s - \vartheta_\infty) dA \quad (5)$$

- $\delta\Phi$  – diferencijalna vrijednost toplinskog toka, W
- $\vartheta_s$  – temperatura granične plohe (površine) obratka, °C
- $\vartheta_\infty$  – temperatura fluida podalje od granične plohe krutine, °C
- $dA$  – diferencijalni element krute površine,  $\text{m}^2$

Jednakost (5) u literaturi se često naziva i *Newtonovim* zakonom hlađenja (eng. *Newton's cooling law*). Granična površina između krutog tijela i medija nema mogućnosti akumuliranja topline te tada vrijedi jednakost (6) koja se još naziva i rubnim uvjetom treće vrste [1].

$$q_s = -\lambda \left[ \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \right]_s = \alpha (\vartheta_s - \vartheta_\infty) \quad (6)$$

- $q_s$  – gustoća toplinskog toka na površini krutine,  $W/m^2$   
 $\left[\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right]_s$  – vrijednost temperaturnog gradijenta na graničnoj plohi  $s$

Ako se toplina između zagrijavane plohe i krutine izmjenjuje konvekcijom i zračenjem, kao što je slučaj u električnim pećima s plinskom zaštitnom atmosferom ili zrakom, koeficijentu konvekcijskog prijelaza topline  $\alpha$  algebarski se dodaje koeficijent prijelaza topline zračenjem,  $\alpha_z$ , čime se dobiva ukupni (sveukupni) koeficijent prijelaza topline  $\alpha_u$ .

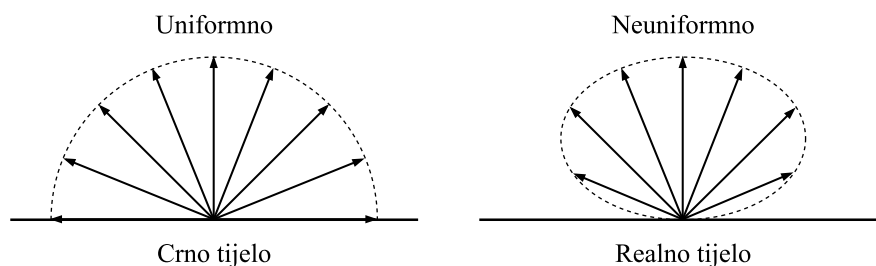
## 2.3. Zračenje

Sve vrste tvari s temperaturom iznad apsolutne nule emitiraju energiju svojoj okolini putem elektromagnetskih valova uslijed gibanja elektrona oko jezgre atoma, odnosno pretvorbom unutarnje energije tijela. Takav proces naziva se toplinsko zračenje ili radijacija. Za razliku od kondukcije i konvekcije, zračenje se može odvijati i u vakuumu, odnosno bez prisustva tekućine kao posrednika, pa je obzirom na tu činjenicu, moguć prijenos topline između dva tijela velike udaljenosti. Na primjer, tim procesom Zemlja prima veliku količinu energije od Sunca. Kada elektromagnetski valovi pogode određenu tvar, dio energije se apsorbira, a ostatak se reflektira ili emitira. Energija zračenja koju apsorbira tijelo pretvara se u unutarnju energiju [2].

### 2.3.1. Crno tijelo

Kako bi se odredila najveća moguća količina emitiranog ili apsorbiranog zračenja s površine tijela, uvodi se koncept crnog tijela. Za određenu temperaturu i valnu duljinu, ni jedna druga površina ne može emitirati više energije od crnog tijela. Ono također apsorbira svo upadno zračenje, neovisno o smjeru i valnoj duljini. Crno tijelo emitira energiju uniformno u svim smjerovima po jedinici površine (Slika 5.), zbog čega se još naziva i *idealnim difuznim* emiterom [7]. Površine realnih tijela emitiraju i apsorbiraju zračenje neuniformno, ovisno o kemijskom sastavu materijala, hrapavosti površine, prisutnosti oksida i drugim utjecajnim čimbenicima.





Slika 5. Uniformno i neuniformno zračenje crnog tijela [7]

### 2.3.2. Stefan-Boltzmannov zakon

Pomoću *Stefan-Boltzmannovog* zakona (7) određuje se iznos energije emitiranog zračenja crnog tijela temperature  $T$  po jedinici površine.

$$E_c = \sigma T^4 \quad (7)$$

$E_c$  – gustoća vlastitog emitiranog zračenja crnog tijela,  $\text{W/m}^2$

$\sigma$  – *Stefan-Boltzmannova* konstanta;  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

$T$  – termodinamička (apsolutna) temperatura crnog tijela, K

Energija zračenja koju emitira necrno (sivo) tijelo računa se prema *Stefan-Boltzmannovom* zakonu za necrne površine. (8)

$$E = \varepsilon E_c \quad (8)$$

Gdje  $\varepsilon$  predstavlja sveukupni emisijski faktor površinskog zračenja. Ovisi o stanju površine i njezinoj temperaturi. Pa tako vrijedi [1]:

$\varepsilon = 1,2 \varepsilon_n$  za sjajne metalne površine

$\varepsilon = 0,95 \varepsilon_n$  za glatke nemetalne površine

$\varepsilon = 0,98 \varepsilon_n$  za hrapave nemetalne površine

$\varepsilon_n$  označava emisijski faktor određenog materijala (tablični podatak).

## 2.4. Biotov broj

*Biotov broj* (značajka),  $Bi$  jest bezdimenzijska veličina koja ima veliku važnost u proračunu vremena ugrijavanja u toplinskoj obradi. On predstavlja omjer kondukcijskog i konvekcijskog otpora koji se javljaju prilikom prijenosa topline (9) [1].

$$Bi = \frac{\alpha l_0}{\lambda} = \frac{l_0}{\frac{\lambda}{\alpha}} = \frac{\text{kondukcijski otpor}}{\text{konvekcijski otpor}} \quad (9)$$

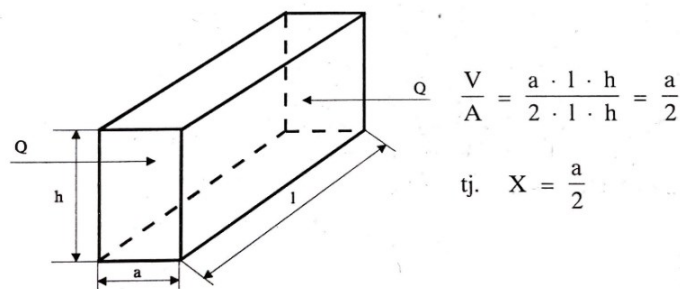
Pri čemu je  $l_0$  karakteristična (linearna) dimenzija presjeka krutog tijela [m] (10).

$$l_0 = \frac{V}{A_s} \quad (10)$$

$V$  – ukupni volumen predmeta, m<sup>3</sup>

$A_s$  – grijana površina predmeta, m<sup>2</sup>

Karakteristična dimenzija ovisi o praktičnom načinu ugrijavanja, geometrijskom obliku i dimenzijama grijanog predmeta. Ukoliko se istovremeno grije više strana predmeta, njihov iznos množi se s veličinom  $A_s$  u nazivniku (Slika 6.).

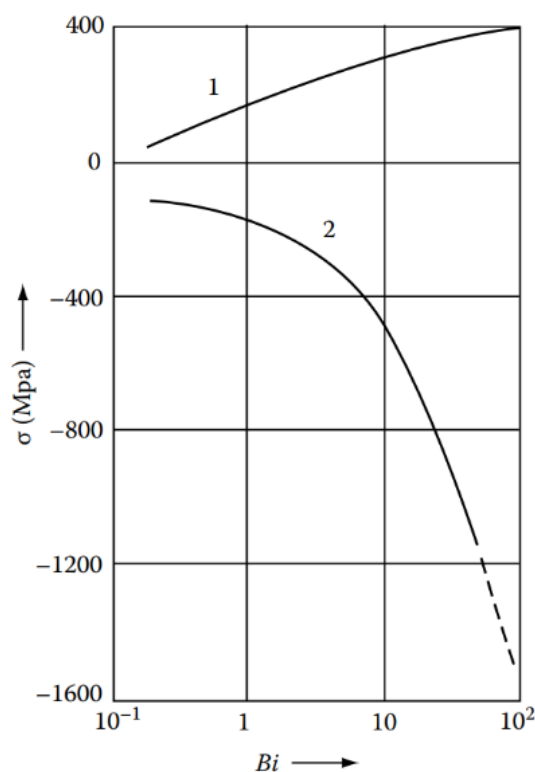


**Slika 6. Određivanje *Biotovog* broja za dvostrano grijanu ploču (najčešći primjer u praksi) [8]**

Kako bi se bolje razumjela važnost *Biotovog* broja, bitno je navesti dva granična slučaja:

- Ako  $Bi \rightarrow \infty$ ; ne bi postojalo otpora uslijed prijelaza topline te bi tada temperatura vanjskog sloja obratka bila jednaka temperaturi tekućine koja ga okružuje.

- Ako  $Bi \rightarrow 0$ ; rub i jezgra obratka bi se istovremeno zagrijavali, ne bi postojalo otpora uslijed provođenja i temperaturnog gradijenta ( $\lambda = \infty$ ) te shodno tomu ne bi došlo ni do pojave zaostalih toplinskih napreznja (Slika 7.).



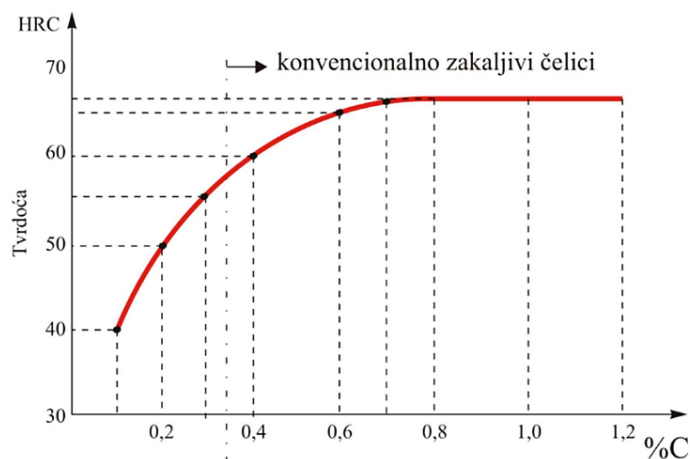
**Slika 7. Maksimalna zaostala tlačna napreznja na površini (2) i vlačna napreznja u središtu (1) cilindričnog uzorka u ovisnosti o Biotovom broju nakon gašenja [9]**

Prilikom provođenja topline u krutom tijelu javljaju se zanemarivo mali otpori naspram konvekcijskog prijenosa topline sa njegove površine na fluid (ili obrnuto). To znači da je temperaturni gradijent u njegovoj unutrašnjosti značajno manji od temperaturnog gradijenta okolne tekućine [9]. Takvu pojavu moguće je promatrati jedino kod brzog ugrijavanja razmjerno tankih presjeka visoko vodljivih materijala poput metala. U tom slučaju radi se o tzv. „termodinamički tankom predmetu“ ( $Bi \leq 0,25$ ), dok bi se u suprotnom takav predmet smatrao „termodinamički masivnim“ ( $Bi > 0,25$ ). Za složenije probleme u termodinamici uzima se granica  $Bi < 0,1$  do koje je dopušteno zanemariti temperaturne gradijente unutar predmeta [10].

### 3. Određivanje vremena ugrijavanja

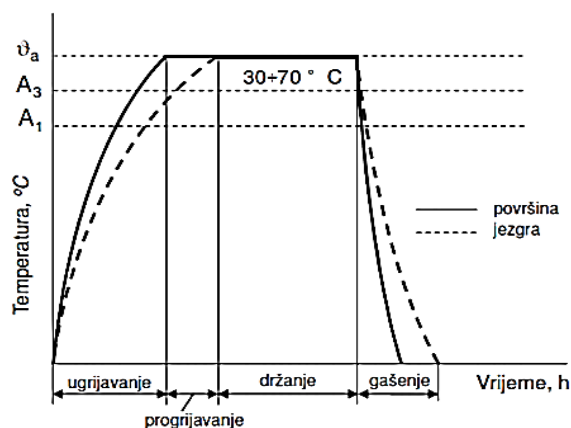
#### 3.1. Postupak kaljenja čelika

Kaljenje je postupak toplinske obrade čelika kojim se želi postići maksimalno moguća tvrdoća ovisno o %C u čeliku (*Burnsov dijagram*, Slika 8.) i što jednoličnije prokaljenje, odnosno što manja razlika u vrijednostima tvrdoće po poprečnom presjeku.



Slika 8. Burnsov dijagram tvrdoće zakaljenih čelika u ovisnosti o sadržaju ugljika [12]

Postupak kaljenja (Slika 9.) sastoji se od ugrijavanja na temperaturu austenitizacije ( $\vartheta_a$ ) i progrijavanja, držanja pri  $\vartheta_a$  u svrhu otapanja ugljika i legirajućih elemenata u austenitu (A) te nadkritičnog gašenja obratka radi postizanja martenzitne (M) mikrostrukture u određenom sredstvu za gašenje.



Slika 9. Dijagram postupka kaljenja nekog podeutektoidnog čelika [13]

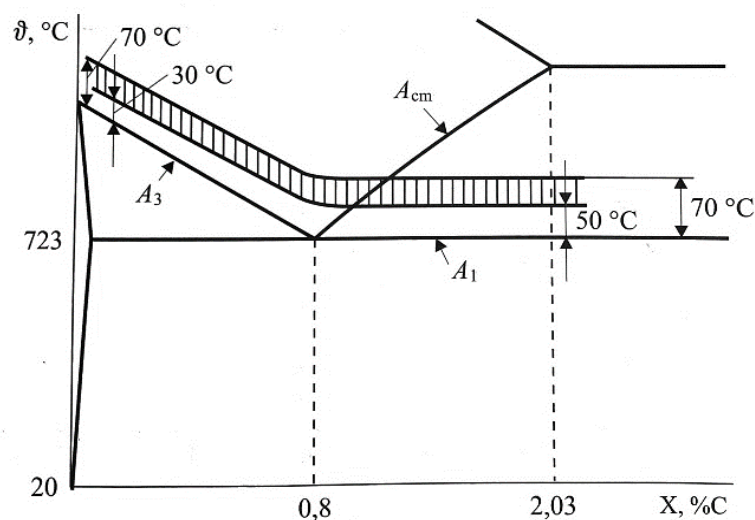
Austenitizacija je postupak u kojem se čelik ili željezni ljev ugrijavaju i drže na temperaturi iznad  $A_{c1}$  u svrhu austenitne pretvorbe mikrostrukture. Ona predstavlja prvu fazu u postupku kaljenja čelika. Kako bi se postupak mogao ispravno provesti, za austenitizaciju je potrebno odrediti sljedeće parametre:

- temperaturu austenitizacije
- režim ugrijavanja na temperaturu austenitizacije
- vrijeme trajanja ugrijavanja
- medij i uređaj u kojemu će se provoditi austenitizacija [6]

Nakon postupka kaljenja obvezno je provesti popuštanje čelika koje je sastavljeno od ugrijavanja, držanja na temperaturi popuštanja  $\vartheta_p$  i sporog hlađenja (na zraku). Za određivanje vremena ugrijavanja na temperaturu popuštanja mogu se primijeniti iste jednadžbe kao i za određivanje vremena ugrijavanja na temperaturu austenitizacije.

### 3.1.1. Optimalna temperatura austenitizacije

Optimalna temperatura austenitizacije je ona sa čijeg će gašenja čelik postići najvišu tvrdoću. Određuje se pomoću tzv. *pojasa optimalnih temperatura austenitizacije* na Fe-C dijagramu u području do 2,03 %C. (Slika 10.)



Slika 10. Pojas optimalnih temperatura austenitizacije [14]

Pri sporom grijanju temperatura austenitizacije za podeutektoidne čelike određuje se prema jednadžbi (11):

$$\mathcal{G}_a = A_3 + (30 \dots 70 \text{ } ^\circ\text{C}) \quad (11)$$

Za nadeutektoidne čelike vrijedi pravilo (12):

$$\mathcal{G}_a = A_1 + (50 \dots 70 \text{ } ^\circ\text{C}) \quad (12)$$

Sporo grijanje javlja se u plamenim ili električnim pećima za toplinsku obradu, dok se brzo grijanje javlja u indukcijskim pećima. Pri brzom grijanju  $\mathcal{G}_a$  najčešće se određuje uz pomoć TTS (eng. *Time-Temperature-Solution*) ili ZTA (njem. *Zeit-Temperatur-Austenitisierung*) dijagrama [6] [15].

### **3.1.2. Određivanje režima grijanja na temperaturu austenitizacije**

Predgrijavanje je nužan korak toplinske obrade alatnih i konstrukcijskih čelika koji uvjetuje bržu i homogenu transformaciju mikrostrukture. Tri su glavna razloga za provedbu predgrijavanja:

- izjednačenje temperature površine i jezgre obratka
- redukcija ili smanjenje zaostalih naprezanja, unesenih prethodnom obradom odvajanjem čestica i prevelikom razlikom temperatura po presjeku predmeta tijekom zagrijavanja, čime se uveliko smanjuje mogućnost deformacije dijelova
- homogenizacija mikrostrukture čime se omogućava brža i uspješnija transformacija prilikom austenitizacije [16]

Predgrijavanje alatnih čelika provodi se uz sljedeće preporuke:

- I. predgrijavanje između 400 °C i 500 °C: za sve vrste alatnih čelika
- II. predgrijavanje između 860 °C i 880 °C: visokolegirani alatni čelici sa  $\mathcal{G}_a$  između 960 °C i 1150 °C imaju I. i II. predgrijavanje
- III. predgrijavanje na 1050 °C: brzorezni čelici imaju I., II. i III. predgrijavanje

Potreban broj predgrijavanja konstrukcijskih čelika ovisi o iskustveno dobivenoj formuli za *uglični ekvivalent* (13),  $C_{ekv}$  [17]:

$$C_{ekv} = C + \frac{Mn}{5} + \frac{Cr}{4} + \frac{Mo}{3} + \frac{Ni}{10} + \frac{V}{5} + \frac{Si - 0,5}{5} + \frac{Ti}{5} + \frac{W}{10} + \frac{Al}{10} \quad (13)$$

U prethodnu formulu na mjesta naziva legirnih elemenata u čeliku potrebno je unijeti njihov maseni udio koji je ograničen prema Tablici 2.

**Tablica 2. Dopušteni udjeli legirnih elemenata u konstrukcijskom čeliku [6]**

%C	%Mn	%Cr	%Mo	%Ni	%V	%Si	%Ti	%W	%Al
< 0,9	< 1,1	< 1,8	< 0,5	< 5	< 0,25	< 0,5	< 0,5	< 2	< 2

Kada je  $C_{ekv} < 0,55$  nije potrebno primijeniti predgrijavanje, a ukoliko je  $C_{ekv} > 0,55$  nužno je vršiti predgrijavanje na temperaturi između 400 °C i 500 °C [6].

## 3.2. Proračun vremena grijanja

### 3.2.1. Formalni model za određivanje vremena grijanja

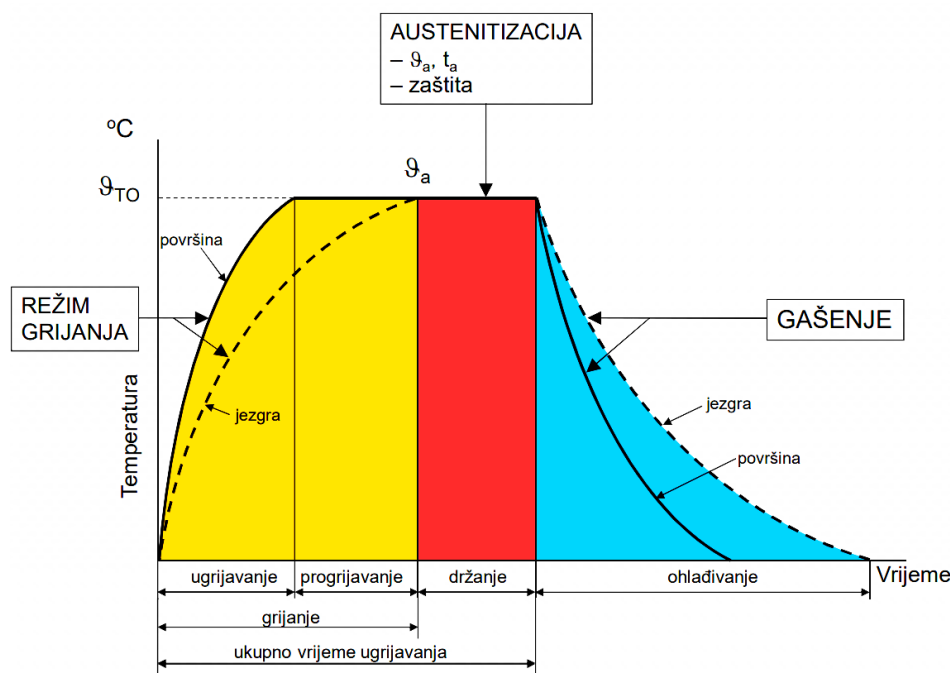
Ukupno je vrijeme ugrijavanja, tj. austenitizacije ( $t_u$ ) zbroj vremena grijanja ( $t_{gr}$ ) i držanja ( $t_d$ ). Vrijeme grijanja traje onoliko koliko je potrebno jezgri predmeta da dosegne temperaturu austenitizacije koju je površina već dostigla (Slika 11.). Nakon toga, za vrijeme držanja događaju se mikrostrukturne promjene unutar čitavog obratka te kada je postignuta željena mikrostruktura slijedi gašenje (ohlađivanje). Postoji mnogo utjecajnih čimbenika na vrijeme ugrijavanja,  $t_u$  od kojih su neki masa, dimenzije (*Biotov broj*), temperatura peći, broj i raspored obradaka unutar peći te karakteristike samog postrojenja tj. vrsta i veličina peći te sredstvo za gašenje (14).

$$t_{gr} = f_t (\rho, \lambda, \alpha, \vartheta_{peć}, \vartheta_{završ}, \vartheta_a, V/A, c, \dots) \quad (14)$$

Zbog takvog zahtjevnog proračuna, vrijeme ugrijavanja često se eksperimentalno određuje i vrijedi samo za određene kombinacije obradaka i peći. Literatura [18] daje opći oblik jednadžbe za predviđanje vremena ugrijavanja pojedinačnog predmeta (15)

$$t = a \frac{m}{A} + b \quad (15)$$

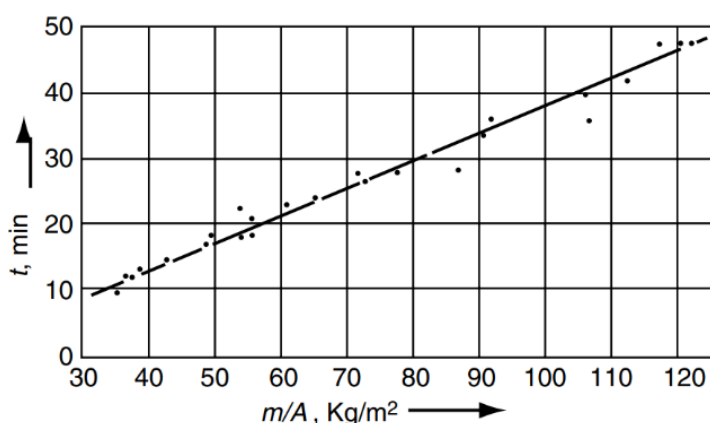
gdje su  $a$  i  $b$  konstante ovisne o procesu zagrijavanja.



Slika 11. Struktura vremena austenitizacije [19]

Za ugrijavanje i držanje šarži (veća količina obradaka) na određenoj temperaturi peći, [20] razvija računalno potpomognuti matematički model prijenosa topline između peći i šarže te dolazi do linearne ovisnosti faktora  $\frac{m}{A}$  i vremena ugrijavanja i držanja prikazanoj na Slici 12. Logično je za zaključiti da će dulje vrijeme ugrijavanja imati teži i veći predmeti. O tome detaljnije govori vremenska konstanta procesa objašnjena u šestom poglavlju.





Slika 12. Ovisnost vremena ugrijavanja i držanja o omjeru  $m/A$  [20]

Vrijeme grijanja može se određivati i analitičkim metodama kao što su *Ordinanzova* ili *Newtonova* metoda prikazana u nastavku ovog rada. U struci je također nerijetka primjena numeričkih metoda poput metode kontrolnih volumena (MKV ili FVM; eng. *Finite Volume Method*) ili konačnih elemenata (MKE ili FEM; eng. *Finite Element Analysis*) u odgovarajućem računalnom programu (*Abaqus*, *Ansys*, *Dante*, *Sysweld* i dr.). Za ispravnu provedbu računalne simulacije potrebno je postaviti diferencijalnu jednadžbu provođenja topline, odgovarajuće početne i rubne uvjete te temperaturno promjenjiva svojstva materijala.

### 3.2.2. Newtonova metoda određivanja vremena grijanja

*Newtonova* formula za određivanje trajanja grijanja  $t_{gr}$ , prvenstveno vrijedi za „termodinamički tanke“ predmete, čija *Biotova* značajka ne prelazi 0,25. Koristi se u proračunu ugrijavanja i predgrijavanja obradaka u električnim i mufolnim pećima. Kako bi započelo ugrijavanje obratka, potrebno ga je staviti u peć određene temperature i hermetički ju zatvoriti. Između obratka i peći mora postojati toplinska ravnoteža, što znači da se u određenom vremenskom intervalu mora izjednačiti temperatura obratka sa temperaturom peći. Pomoću *Newtonove* formule moguće je vrlo precizno odrediti vrijeme postizanja tog izjednačenja [8]. U ovom je poglavlju prikazan izvod i objašnjenje navedene formule.

Diferencijalno povećanje unutrašnje energije  $dU$  krutog tijela moguće je samo kada se istom tijelu dovede diferencijalni iznos topline  $\delta Q$  u diferencijalu vremena  $dt$  preko tekućine (fluida) kroz njegovu vanjsku površinu  $A$  (16) [1].

$$\delta Q = dU \quad (16)$$

Poznato je da za tranzijentne pojave (nestacionarne procese) u sustavu vrijedi  $\delta Q = -\Phi(t) dt$ , gdje je  $-\Phi$  toplinski tok fluida kojeg on predaje tijelu pa slijedi (17)

$$dU = -\Phi(t) dt \quad (17)$$

Preneseni toplinski tok u ovisnosti o vremenu  $t$  računa se kao (18)

$$\Phi(t) = \alpha A (\vartheta(t) - \vartheta_{\infty}) \quad (18)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (18) u prethodnu jednadžbu (17) dobiva se (19)

$$dU = -\alpha A (\vartheta(t) - \vartheta_{\infty}) dt \quad (19)$$

Diferencijal unutrašnje energije krutog predmeta iznosi (20)

$$dU = m c d\vartheta = \rho V c d\vartheta \quad (20)$$

Pri čemu su

$m$  – masa predmeta (obratka), kg

$c$  – specifični toplinski kapacitet materijala obratka, J/kgK

$\rho$  – gustoća predmeta (obratka), kg/m<sup>3</sup>

$V$  – volumen predmeta, m<sup>3</sup>

Izjednačavanjem (19) i (20) dobiva se jednadžba toplinske ravnoteže (21) krutog tijela okruženog nekom tekućinom uz uvođenje pretpostavke o zanemarivom kondukcijskom toplinskom otporu krutine [1] [20].

$$\rho V c d\vartheta = -\alpha A (\vartheta(t) - \vartheta_{\infty}) dt \quad (21)$$

Nakon separacije varijabli izraz (21) poprima oblik (22)

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta - \vartheta_{\infty}} = -\frac{\alpha A}{\rho V c} dt \quad (22)$$

Integriranjem se dobiva (23)

$$\ln(\vartheta - \vartheta_{\infty}) = -\frac{\alpha A}{\rho V c} t + C \quad (23)$$

Uvrštavanjem početnih uvjeta  $t = 0 \rightarrow \vartheta = \vartheta_{poč}$  određuje se integracijska konstanta  $C$  (24)

$$C = \ln(\vartheta_{poč} - \vartheta_{\infty}) \quad (24)$$

Vraćanje integracijske konstante  $C$  u jednadžbu (23) daje (25)

$$\ln\left(\frac{\vartheta - \vartheta_{\infty}}{\vartheta_{poč} - \vartheta_{\infty}}\right) = -\frac{\alpha A}{\rho V c} t \quad (25)$$

Preuređivanjem gornje jednadžbe slijedi (26)

$$t = -\frac{\rho V c}{\alpha A} \left( -\ln\left(\frac{\vartheta_{\infty} - \vartheta}{\vartheta_{\infty} - \vartheta_{poč}}\right) \right) \quad (26)$$

Daljnjim sređivanjem konačno se dobiva vrijeme potrebno tijelu da se zagrije do temperature  $\vartheta$ , pod uvjetom  $\vartheta < \vartheta_{\infty}$  (27):

$$t = \frac{\rho V c}{\alpha A} \ln\left(\frac{\vartheta_{\infty} - \vartheta_{poč}}{\vartheta_{\infty} - \vartheta}\right) \quad (27)$$

Ovdje član  $\frac{\rho V c}{\alpha A}$  predstavlja omjer toplinskog kapaciteta krutog tijela i nametnutog konvektivnog otpora. Označava se grčkim slovom  $\tau$  (28):

$$\tau = \frac{\rho V c}{\alpha A} \quad (28)$$

$\tau$  označuje vremensku konstantu [s] i govori o brzini procesa. Što je njen iznos veći, temperatura predmeta će se sporije mijenjati. Vremenska konstanta sustava pojavljuje se i u drugim tehničkim područjima, kao što su elektrotehnika i automatika [22].

Jednadžba (27) poznata je kao *Newtonova* formula za proračun vremena grijanja te se često koristi u toplinskoj obradi. Literatura [8] nudi još jedan zapis *Newtonove* formule (29):

$$t_{gr} = \frac{\rho V c}{\alpha A} \ln \left( \frac{T_{peć} - T_{poč}}{T_{peć} - T_{završ}} \right) \quad (29)$$

Pri čemu je

$T_{peć}$  – temperatura peći u blizini obratka (uz onemogućeno zračenje prema termoelementu), K

$T_{završ}$  – zadana temperatura obratka pri izvođenju postupka toplinske obrade, K

$T_{poč}$  – početna temperatura obratka, K

U slučaju kaljenja  $T_{završ}$  odgovarat će temperaturi austenitizacije. Kada obradak poprimi temperaturu peći ( $T_{završ} = T_{peć}$ ),  $\ln \rightarrow \infty$ , što znači da bi u teoriji ugrijavanje trebalo trajati beskonačno dugo. Zbog toga se za praktičnu primjenu uvode sljedeća ograničenja:

$$T_{peć} - T_{završ} = 2 \dots 5 \text{ K za } Bi < 0,5$$

$$T_{peć} - T_{završ} = 10 \text{ K za } Bi > 0,5$$

Kod ugrijavanja „termodinamički masivnih“ predmeta pojavljuje se značajnija razlika između površinskih slojeva i jezgre, odnosno veći temperaturni gradijenti koji se ne mogu zanemariti kao kod „termodinamički tankih“ predmeta. U praksi je potrebno znati odrediti vrijeme grijanja i za takve predmete te se zato uvodi koeficijent usporenja ugrijavanja  $\varepsilon$  koji ovisi o obliku obratka. Za obratke oblika ploče  $\varepsilon$  se računa pomoću izraza (30) [6].

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{3} Bi} \quad (30)$$

Za valjke  $\varepsilon$  iznosi (31):

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{3,5} Bi} \quad (31)$$

Za kugle će vrijediti (32):

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{5} Bi} \quad (32)$$

Trajanje ugrijavanja takvih predmeta računa se uz uvođenje korekcijskog faktora koeficijenta usporenja ugrijavanja  $\varepsilon$  u *Newtonovu* jednadžbu (33).

$$t_{gr} = \frac{\rho V c}{\alpha A \varepsilon} \ln \left( \frac{T_{peć} - T_{poč}}{T_{peć} - T_{završ}} \right) \quad (33)$$

*Newtonova* jednadžba (33) primjenljiva je za predviđanje vremena ugrijavanja u solnim kupkama u kojima se pojavljuje samo prijelaz topline konvekcijom i za električne peći sa zrakom ili zaštitnom plinskom atmosferom. Za proračun vremena ugrijavanja u solnim kupkama, u jednadžbu (33) uvrštava se koeficijent (konveksijskog) prijelaza topline. Za proračun vremena ugrijavanja u pećima uz istovremeni prijelaz topline konvekcijom i zračenjem, u jednadžbu (33) uvrštava se ukupni koeficijent prijelaza topline.

### ***3.2.3. Specifični toplinski kapacitet i toplinska vodljivost***

Za male temperaturne promjene specifični toplinski kapacitet metala ne mijenja se značajno, dok se za veće temperaturne raspone on bitno razlikuje. U tom slučaju govori se o srednjem specifičnom toplinskom kapacitetu. Ovisnost srednjeg specifičnog toplinskog kapaciteta nekih čelika o različitim temperaturnim intervalima prikazana je u Tablici 3.

**Tablica 3. Srednji specifični toplinski kapaciteti tehnički čistog željeza i različitih čelika [8]**

Materijal	<i>c</i> , J/kgK za interval od 20 °C do:							
	100	200	400	600	800	900	1000	1200
Tehničko željezo	452	486	519	569	649	653	649	645
Ugljični i niskolegirani čelici	460	494	536	582	687	687	682	678
Visokolegirani alatni čelici	398	423	448	490	532	557	557	565
Austenitni Cr-Ni čelici	490	515	536	561	582	586	595	607
Austenitni Mn - čelici	494	532	565	595	607	615	620	632

Ukoliko se radi o bilo kojem drugom temperaturnom intervalu koji nije naveden u Tablici 3., srednji specifični toplinski kapacitet metala ili neke druge nekompresibilne tvari može se izračunati pomoću izraza (34) [23].

$$[c]_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} = \frac{[c]_0^{\vartheta_2} \vartheta_2 - [c]_0^{\vartheta_1} \vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \quad (34)$$

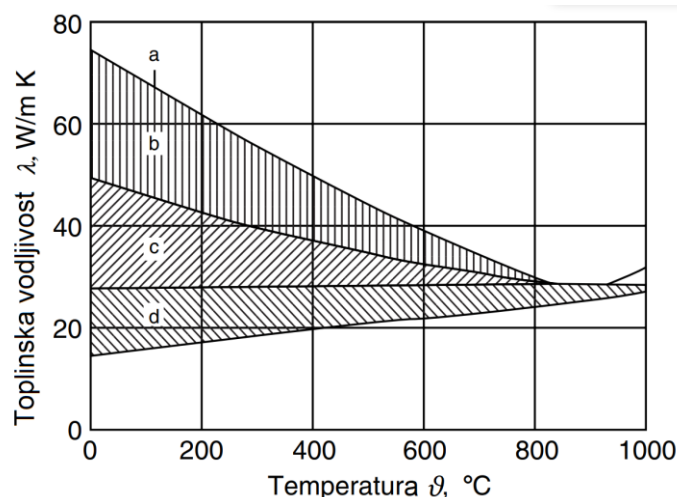
Gdje su  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$  granice poznatog temperaturnog raspona u °C.

Toplinska vodljivost  $\lambda$  nekog materijala također ovisi o temperaturi i može se odrediti na način prikazan u (34) uz uvjet da se radi o poznatom temperaturnom intervalu. U praktične svrhe često se koristi i jednažba (35) ukoliko se radi o temperaturnom rasponu  $[0, \vartheta]$  [1].

$$\lambda = \lambda_0(1 + b(\vartheta - \vartheta_0)) \quad (35)$$

- $\lambda_0$  – toplinska vodljivost pri  $\vartheta_0$ , W/mK
- $b$  – konstanta određena iz eksperimentalnih podataka
- $\vartheta$  – željena temperatura primjene, °C
- $\vartheta_0$  – referentna temperatura, najčešće 0°C

Izvor [24] daje prikaz linearne ovisnosti toplinske vodljivosti i temperature za pojedine vrste čelika na Slici 13.



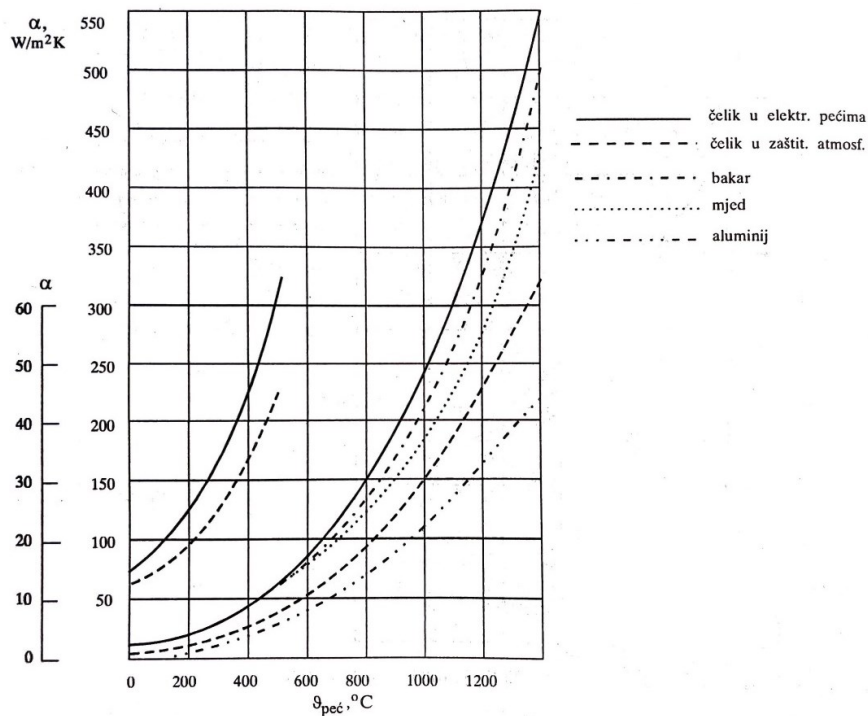
Slika 13. Temperaturna ovisnost toplinske vodljivosti za željezo i odabrane vrste čelika: (a) tehnički čisto željezo; (b) nelegirani čelici; (c) niskolegirani čelici; (d) visokolegirani čelici [24]

### 3.2.4. Koeficijent prijelaza topline

Određivanje koeficijenta prijelaza topline, pogotovo tijekom gašenja, predstavlja veliki problem za inženjere. Analitičke formule mogu se koristiti samo za specifične slučajeve. Zato se u praksi koeficijent prijelaza često približno određuje empirijski dobivenim formulama ili numeričkim metodama [25]. Ovisi o faktorima kao što su [17]:

- dimenzije, poprečni presjek predmeta
- kvaliteta površine (za laminarno strujanje zanemarivo)
- brzina i tip (stacionarno, nestacionarno) strujanja okolišnog fluida
- fizikalna svojstva fluida i krutine
- razlike u temperaturi fluida i krutog tijela

Kod određivanja koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja nekog predmeta bitno je voditi računa o materijalu i o (ne)postojanju zaštitne atmosfere, kao i o njenom kemijskom sastavu. Slika 14. prikazuje tehnološku podlogu za određivanje koeficijenta prijelaza topline ovisnog o temperaturi peći, vrsti ugrijavanog metala i prisutnosti zaštitne atmosfere. Nedostatak ovakvih podloga jest da dijagrami često ne prikazuju količinu i razmještaj obradaka u peći.



Slika 14. Ovisnost konvekcijskog koeficijenta prijelaza topline za neke metale u komornoj peći [8]

Nužno je poznavati bezdimenzijske članove (značajke, brojevi) bitne za proračun koeficijenta prijelaza topline. Dobili su nazive prema imenima znanstvenika i istraživača na područjima hidrodinamike i prijenosa topline. U nastavku su prikazani neki od najvažnijih bezdimenzijskih brojeva [1] [7] [26].

### 1) Reynoldsov broj, $Re$ (Osborne Reynolds, 19. st.)

$Re$  predstavlja omjer inercijske sile koja nastoji ubrzati tekućinu i sile trenja koja nastoji usporiti tekućinu, a javlja se zbog utjecaja površine stijenke na struju fluida. (36)

$$Re = \frac{w_{\infty} l_0}{\nu} \quad (36)$$

Ako je

$w_{\infty}$  – neporemećena brzina nastrojavanja fluida, m/s

$l_0$  – karakteristična duljina predmeta kroz koji struji fluid, m

$\nu$  – kinematična viskoznost tekućine,  $m^2/s$



## 2) Nusseltov broj, $Nu$ (Wilhelm Nusselt, 20. st.)

*Nusseltov broj* (37) se koristi kako bi se odredilo radi li se o konvekcijskom prijenosu topline ili o kondukciji. Ako se vrijednosti  $Nu$  kreću oko 1, radi se o čistoj kondukciji. Kada se radi o iznosima između 100 i 10 000 konvekcija je prisutna uz intenzivno turbulentno strujanje fluida [26]. Za razliku od *Biotove* značajke, kod *Nusseltovog* broja  $\lambda$  predstavlja toplinsku provodnost tekućine, a ne krutine.

$$Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda} \quad (37)$$

## 3) Prandtlov broj, $Pr$ (Ludwig Prandtl, 19. st.)

*Prandtlov broj* (38) fizikalno predstavlja omjer difuzije impulsa i toplinske difuzije. Prosječne vrijednosti *Prandtlovog* broja za plinove kreću se između 0,7...1, a za vodu od 1,7...13,7.

$$Pr = \frac{v}{a} = \frac{\eta c_p}{\lambda} \quad (38)$$

$\eta$  – dinamička viskoznost tekućine, Ns/m<sup>2</sup>

$c_p$  – specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku, J/kgK

## 4) Pecletov broj, $Pe$ (Jean C. E. Peclet, 18. st.)

*Pecletov broj* računa se kao umnožak *Reynoldsovog* i *Prandtlovog* broja. (39)

$$Pe = RePr \quad (39)$$

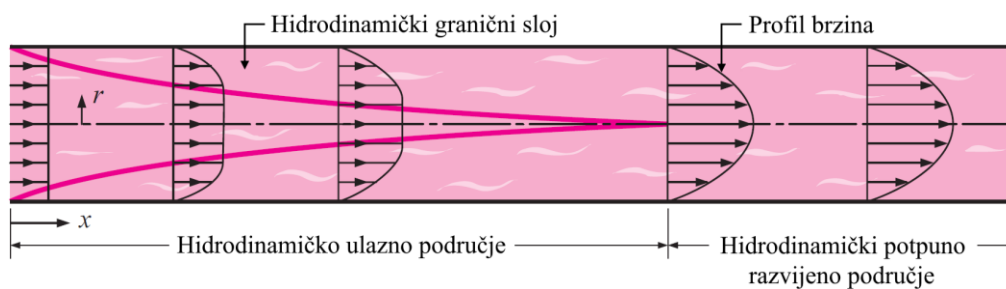
## 5) Rayleighov broj, $Ra$ (John William Strutt, Lord Rayleigh, 19. st.)

*Rayleighov broj* može se shvatiti kao omjer sile uzgona, koja pokreće prirodnu konvekciju, i sile trenja uslijed doticaja fluida i stijenke krutine. Jednadžbe za dobivanje *Rayleighove* značajke razlikuju se ovisno o vrsti tekućine i obliku predmeta [28].

U ovom poglavlju opisane su jednačbe za analitički proračun koeficijenta prijelaza topline za slučajeve prisilne i slobodne konvekcije na ravnoj stijenci.

### ***Koeficijent prijelaza topline prisilnom konvekcijom uz laminarno strujanje fluida u horizontalnoj cijevi***

Čim tekućina konstantne brzine uđe u cijev, uslijed površinskog trenja stijenske cijevi i viskoznosti tekućine, čestice struje u neposrednoj blizini stijenske kreću se gibati se sporije od čestica koje su udaljenije. Kako bi se nadoknadila smanjena brzina prethodnog sloja, svaki sljedeći sloj imat će veću brzinu od prethodnog. Najveća brzina strujanja fluida je zato u središtu cijevi. Takvo ponašanje tekućine opisuje hidrodinamički granični sloj. Laminarni profil brzine strujanja postaje potpuno razvijen kada debljina hidrodinamičkog graničnog sloja postane jednaka polumjeru cijevi  $R$  (Slika 15.).



**Slika 15. Formiranje laminarnog profila brzina strujanja u cijevi [7]**

Koeficijent prijelaza topline  $\alpha$  kod prisilne konvekcije, tj. za laminarno strujanje tekućine u horizontalnoj cijevi promjera  $d_h$  i duljine  $L$  [m] može se računati pomoću izraza (40) [28]:

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{d_h} \quad (40)$$

Gdje se *Nusseltov* broj izračunava pomoću (41):

$$Nu = \left[ 49,028 + 4,173 Re Pr \frac{d_h}{L} \right]^{0,333} \quad (41)$$

Kod izračuna *Reynoldsovog* broja, u ovom slučaju, karakterističnu duljinu predmeta predstavlja promjer cijevi,  $d_h$  (42).

$$Re = \frac{w_{\infty} d_h}{\nu} \quad (42)$$

Pri tome moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

- $Re < 2320$
- $0,1 < (Re Pr d_h/L) < 10^4$

***Koeficijent prijelaza topline slobodnom konvekcijom između mirujućeg fluida i vertikalne ravne površine ili cijevi***

Usljed temperaturnih razlika i uzgona u mirujućem fluidu, čestice viših temperatura uzdižu se prema gore, dok će se čestice na nižim temperaturama spuštati prema dolje. Kada se toplina prenosi takvim putem, govori se o prirodnoj konvekciji. Koeficijent prijelaza topline u slučaju prijenosa topline između vertikalne ravne površine (zid peći) visine  $H$  ili cijevi (obratka) i mirujućeg fluida može se odrediti uz korištenje formule (43) [28].

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{H} \quad (43)$$

Kada je *Nusseltov* broj jednak (44)

$$Nu = \left[ 0,825 + 0,387 Ra^{0,167} \left[ 1 + \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{0,563} \right]^{-0,296} \right]^2 \quad (44)$$

Ukoliko se fluid promatra kao idealni plin ili zrak,  $Re$  se dobiva preko (45)

$$Ra = \frac{g |\Delta T| H^3}{T_{\infty} \nu^2} Pr \quad (45)$$

$g$  – srednje ubrzanje Zemljine sile teže; 9,81 m/s<sup>2</sup>

$|\Delta T|$  – apsolutna razlika temperature zida i tekućine u doticaju s njim, K

Ako se radi o kapljevini,  $Ra$  se može dobiti preko (46)

$$Ra = \frac{g |\Delta\rho| H^3}{\rho_w \nu^2} Pr \quad (46)$$

$|\Delta\rho|$  – apsolutna razlika gustoće materijala krute stijenke i gustoće kapljevine,  $\text{kg/m}^3$

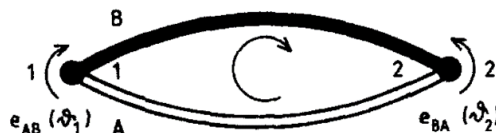
$\rho_w$  – gustoća materijala krute stijenke,  $\text{kg/m}^3$

Pri tome moraju vrijediti sljedeća ograničenja:

- $0,1 < Ra < 10^{12}$
- $0 < Pr < \infty$

### 3.3. Mjerenje temperature termoelementom

Mjerenje temperature termoelementima temelji se na *Seebeckovom* (T. J. Seebeck, 18. st.) efektu. *Seebeckov* ili termoelektrični efekt objašnjava pojavu primarnog napona uslijed uspostavljanja temperaturnog gradijenta između dva različita homogena vodiča (metala) spojena u zatvoreni strujni krug (Slika 16.) [29].



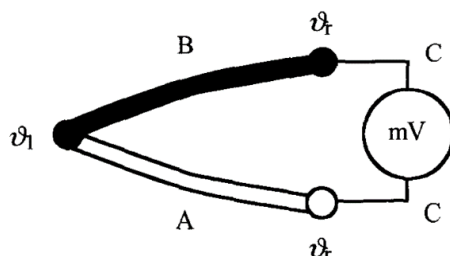
Slika 16. Zatvoreni termoelektrični krug [29]

Termoelektromotorna sila (TEMS), tj. termoelektromotorni napon  $E_{AB}$  [V] koji se javlja u dva različita homogena vodiča A i B spojenih krajeva, određuje se jednadžbom (47).

$$E_{AB}(\vartheta_1, \vartheta_2) = E_A(\vartheta_1, \vartheta_2) - E_B(\vartheta_1, \vartheta_2) = \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \sigma_A(\vartheta) d\vartheta - \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \sigma_B(\vartheta) d\vartheta \quad (47)$$

U kojoj  $\sigma_A$  i  $\sigma_B$  predstavljaju *Seebeckove* koeficijente metala [V/K].

Za jednostavnije mjerenje generiranog napona, potrebno je na krajeve dvaju vodiča A i B dodati mjerni element (voltmetar) kao na Slici 17. Ukoliko su krajevi novog vodiča C jednakih temperatura, njegovo dodavanje neće promijeniti iznos već postojećeg termoelektromotornog napona.



**Slika 17. Dodavanje mjernog elementa na krajeve vodiča A i B [29]**

Slika 17. također pokazuje princip rada termoelementa. Termoelement čine dva različita metala ili legure spojene na jednom kraju i konektor na drugom. Kada se spojeni kraj zagrijava ili hladi dolazi do promjene napona. Tu informaciju registrira mjerni uređaj spojen na slobodne krajeve termoelementa putem konektora. Spajanje se može izvesti zavarivanjem ili lemljenjem.

Materijal termoelementa treba imati sljedeće karakteristike:

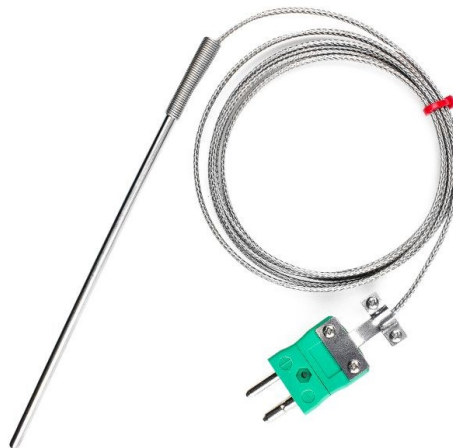
- nizak električni i toplinski otpor
- visoka temperatura tališta
- visoka dopuštena radna temperatura
- visoka otpornost na oksidaciju i okolišne utjecaje
- poželjno linearna ovisnost TEMS o temperaturi

Prema izvedbi termoelementi dijele se na [30]:

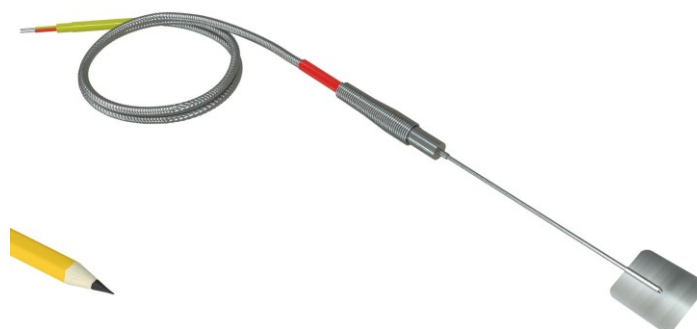
- 1) zavareni žični spoj (Slika 18.) – najjednostavnija izvedba; mjerenje temperatura plinova
- 2) sonda (Slika 19.) – žice se nalaze unutar uskog cilindra od nehrđajućeg čelika; pogodna izvedba za mjerenje vrlo visokih temperatura
- 3) površinska sonda (Slika 20.) – koristi se za mjerenje temperatura mirujućih površina ili onih u gibanju



Slika 18. Zavareni žični spoj [31]



Slika 19. Izvedba termoelementa u obliku sonde [32]



Slika 20. Sonda za mjerenje temperatura površina [33]

Termoelementi (termoparovi) dijele se prema vrstama spojenih metala koji imaju određeno temperaturno područje. Najčešće korišteni standardni tipovi termoelemenata i njihova temperaturna područja prikazani su u Tablici 4.

**Tablica 4. Standardni tipovi termoelemenata i njihova temperaturna područja [30]**

<i>Tip</i>	<i>Termoelement</i>	<i>Temperaturno područje</i>
<b>J</b>	željezo / konstantan	-200...1200 °C
<b>K</b>	kromel / alumel	270...1372 °C
<b>T</b>	bakar / konstantan	270...400 °C
<b>E</b>	kromel / konstantan	270...1000 °C
<b>R</b>	platina – 13% rodij / platina	50...1768 °C
<b>S</b>	platina – 10% rodij / platina	50...1768 °C

Konektori termoelementa drugačijih su boja za lakše raspoznavanje tipa termoelementa u praktičnoj primjeni. Boja konektora također se razlikuje za pojedinu međunarodnu normu (IEC; eng. *International Electrotechnic Commision*, ANSI; eng. *American National Standards Institute*, JIS; eng. *Japanese Industrial Standard*) kako to prikazuje Slika 21.



**Slika 21. Medunarodne boje konektora termoelementa [34]**

## **EKSPERIMENTALNI DIO**



## 4. Priprema i provedba ugrijavanja u laboratorijskoj električnoj peći

### 4.1. Priprema ispitnih uzoraka

Ispitivanje se provelo na tri različita uzorka (A, B, C) redom prikazanih na Slici 22. Uzorci su prije ispitivanja izrezani iz bloka osnovnog materijala i strojno obrađeni na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu.



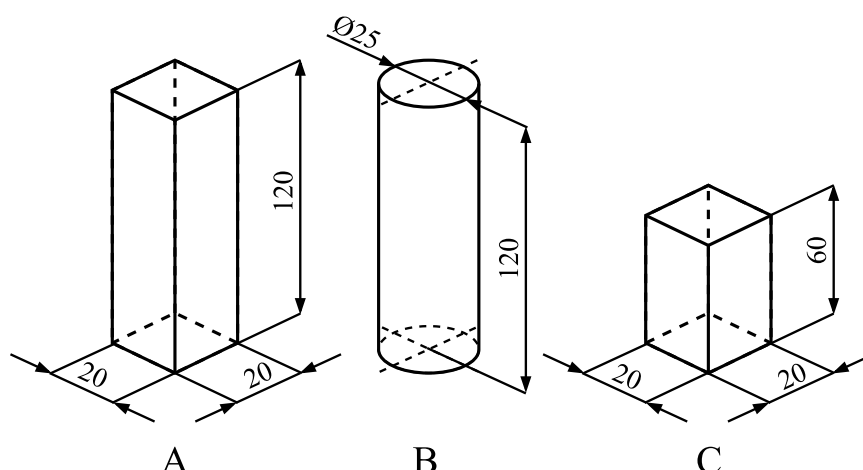
Slika 22. Ispitni uzorci

Uzorak B (valjak) je od ugljičnog nelegiranog čelika oznake C20, a uzorci A i C (prizme) su od konstrukcijskog čelika oznake S235JR. Njihovi kemijski sastavi prikazani su u Tablici 5. [35] [36].

Tablica 5. Kemijski sastav čelika C20 i čelika S235JR [35] [36]

	%C	%Si	%Mn	%P	%S	%N	%Cu
<b>C20</b>	0,17...0,23	0,15...0,40	0,30...0,60	< 0,05	< 0,05	–	–
<b>S235JR</b>	0,17	–	< 1,40	< 0,035	< 0,035	< 0,012	< 0,55

Dimenzije ispitnih uzoraka u izometriji mogu se vidjeti na Slici 23.



Slika 23. Dimenzije ispitnih uzoraka

Fizikalna i toplinska svojstva uzoraka prikazana su Tablici 6. Uzeta je prosječna gustoća za niskolegirane čelike za sva tri uzorka. Toplinska provodnost i koeficijent prijelaza topline odredili su se sa Slika 13. i Slika 14. pri zadanoj temperaturi peći od 800 °C za ugrijavanje čelika u električnim pećima bez zaštitne plinske atmosfere.

Tablica 6. Fizikalna i toplinska svojstva uzoraka

	<i>Uzorak A</i>	<i>Uzorak B</i>	<i>Uzorak C</i>
$V, m^3$	$48,000 * 10^{-6}$	$58,905 * 10^{-6}$	$24,000 * 10^{-6}$
$A, m^2$	$10,400 * 10^{-3}$	$10,407 * 10^{-3}$	$5,600 * 10^{-3}$
$\rho, kg/m^3$	7800,0		
$\alpha, W/m^2K$	150,0		
$\lambda, W/mk$	27,5		

## 4.2. Provedba ugrijavanja

Za provedbu ugrijavanja korištena je jednokomorna laboratorijska električna peć prikazana na Slici 24. Unutrašnjost peći i grijači obloženi su debelom ( $\approx 5$  cm) izolacijom od kamene vune, kako se generirana toplina ne bi trošila na zagrijavanje zidova. Temperatura peći u svim pokusima bila je zadana programatorom s desne strane peći (Slika 25.).



**Slika 24. Električna laboratorijska peć u Laboratoriju za toplinsku obradu Fakulteta strojarstva i brodogradnje**



**Slika 25. Programator**

Za mjerenje temperature uzoraka tijekom ugrijavanja korišten je termoelement tipa K marke *Mantel* prikazan na Slici 26.



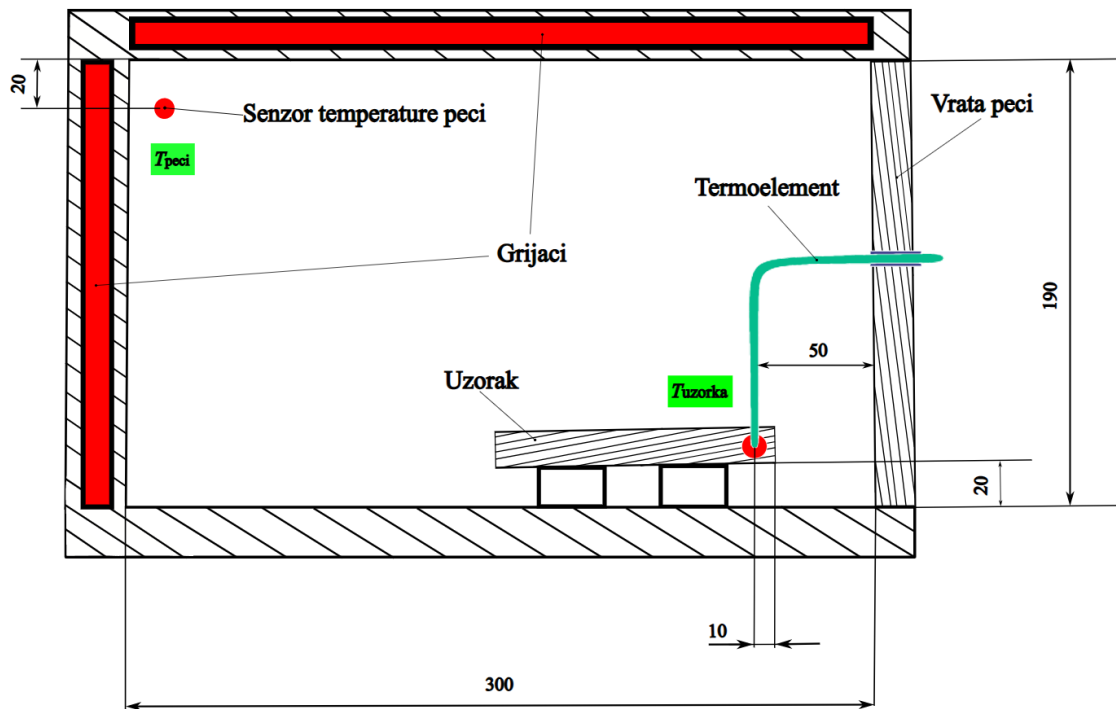
**Slika 26. Termoelement tip K marke *Mantel***

Termoelement se provukao kroz središte vrata peći i postavio u ranije izbušene uvrte blizu jednog od kraja na svakom uzorku. Za primjer prikazan je postavljen termoelement u uzorku B na Slici 27.



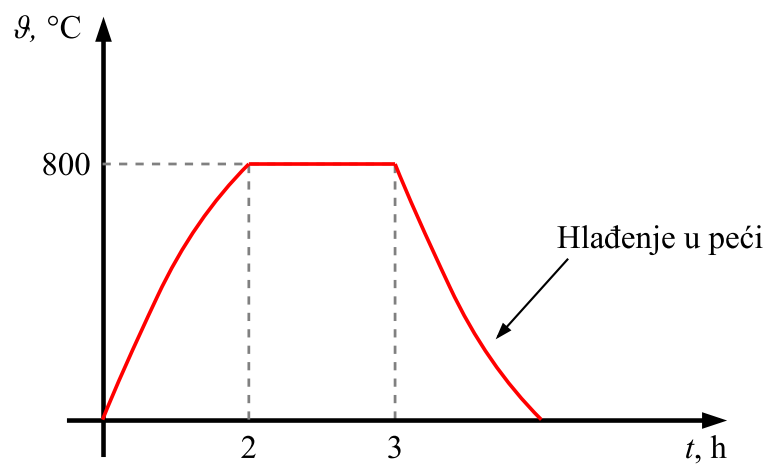
**Slika 27. Položaj termoelementa u uzorku B**

U eksperimentu su uzorci bili postavljeni blizu vrata peći (nesavršena izolacija duž rubova) kako bi se sa dobivenim vremenom ugrijavanja mogli valjano ugrijati i udaljeniji obratci na nešto višim temperaturama. Kada bi se proračun vršio prema uzorcima postavljenima u dnu peći, dobiveno vrijeme trajanja ugrijavanja ne bi bilo dovoljno za potpuno ugrijavanje uzoraka smještenih u blizini vrata peći. Smještaj uzoraka, dimenzije i elementi peći prikazani su na Slici 28.



Slika 28. Shema presjeka laboratorijske električne peći i položaj uzorka

Pokus ugrijavanja vršio se prema  $\vartheta, t$  dijagramu sa Slike 29. Brzina ugrijavanja iznosila je  $400 \text{ }^\circ\text{C/h}$ . Nakon dva sata grijanja uzorci su postigli temperaturu od  $800 \text{ }^\circ\text{C}$ . Uzorke se držalo sat vremena na  $800 \text{ }^\circ\text{C}$  i nakon toga se peć isključila. Potom je slijedilo polagano hlađenje u peći do sobne temperature.



Slika 29. Zadana promjena temperature peći

## 4.3. Rezultati ugrijavanja u laboratorijskoj električnoj peći

### 4.3.1. Eksperimentalno određivanje trajanja ugrijavanja

Kod svake toplinske obrade potrebno je poznavati njezin tijek, odnosno promjenu temperature uzorka s vremenom. Kako bi se mogle konstruirati krivulje ugrijavanja, tj. tijek toplinske obrade, potrebno je bilježiti temperature uzorka i temperature peći u jednakim vremenskim razmacima. Termoelement *Mantel* daje informaciju o temperaturi uzorka, a termoelement u komori peći registrira temperaturu peći.

U ovom se eksperimentu temperatura bilježila svake minute od trenutka stavljanja uzorka u peć sve do kraja hlađenja. Sažeti rezultati ugrijavanja i držanja prikazani su u Tablici 7. Radi jednostavnosti prikaza, iznosi temperatura dani su u vremenskim intervalima od 10 minuta sve do kraja držanja uzorka na temperaturi peći od 800 °C. Nakon 180 minuta peć je isključena i uslijedilo je polagano hlađenje uzorka do sobne temperature.

Najveća razlika temperature uzorka i peći uočava se kod uzorka B. Temperaturni gradijent se javlja zbog relativno velike udaljenosti senzora temperature peći koji se nalazi u dnu peći blizu grijača i termoelementa bliže vratima. Iz jednadžbe (23) može se zaključiti da će se najveća temperaturna razlika ugrijavanog predmeta i tekućine javiti kod uzorka najvećeg volumena. Pošto se iz Tablice 6. jasno vidi da je  $V_B > V_A > V_C$ , znači da će uzorak B biti pod najvećim utjecajem temperaturnog gradijenta. Rezultati ispitivanja navedeni u Tablici 7. to doista i pokazuju. Drugim riječima, veći predmeti imat će veći kondukcijski otpor (*Biotov broj*), a s time i sporije ugrijavanje.

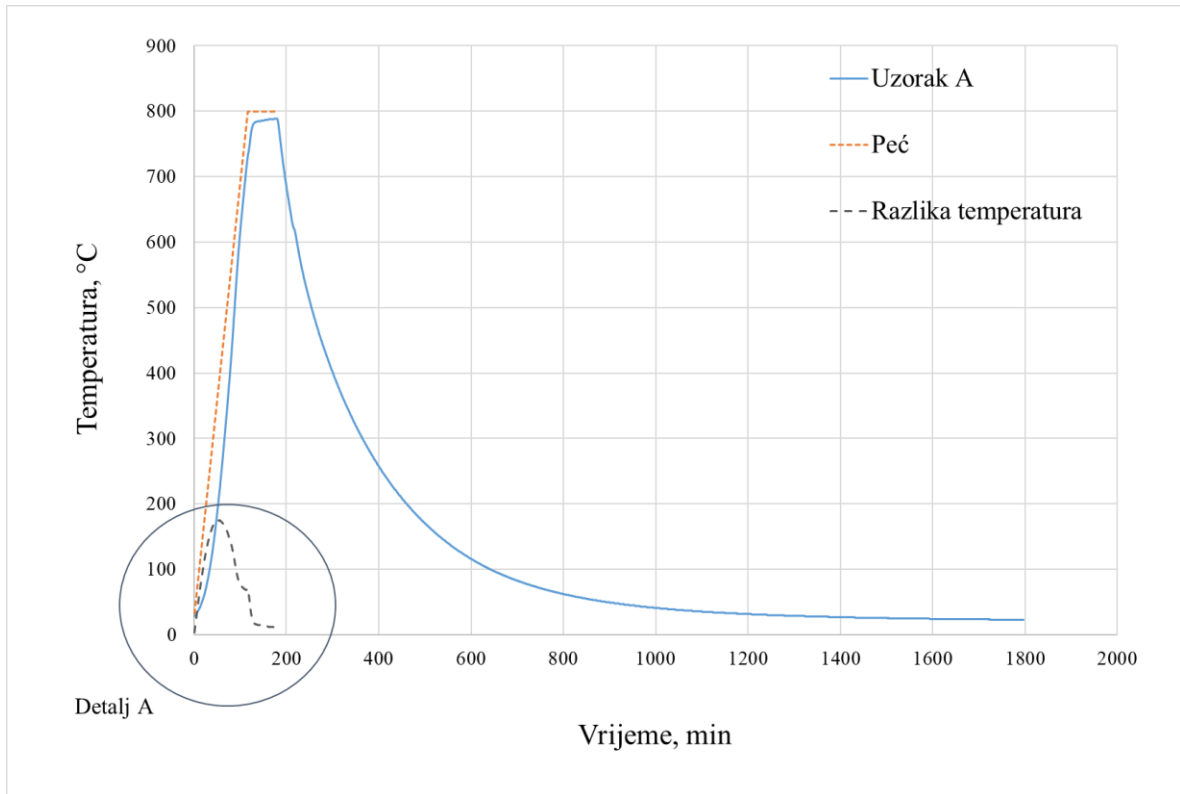
Krivulje tijeka toplinske obrade uzoraka i krivulje razlika temperatura između temperature zadane u regulatoru peći i izmjerene u uzorku prikazane su dijagramima na Slikama 30., 31., 32., 33., 34. i 35. Temperatura u peći povećava se od sobne temperature do 800 °C brzinom zagrijavanja od 400 °C/h.

Vođenje procesa zagrijavanja provedeno je proporcionalno-integralnim i derivacijskim kontrolorom (eng. *PID Controller*), koji omogućuje točno i precizno ostvarenje zadane brzine zagrijavanja na temelju mjerenja temperature termoparom postavljenim na stražnji zid peći.

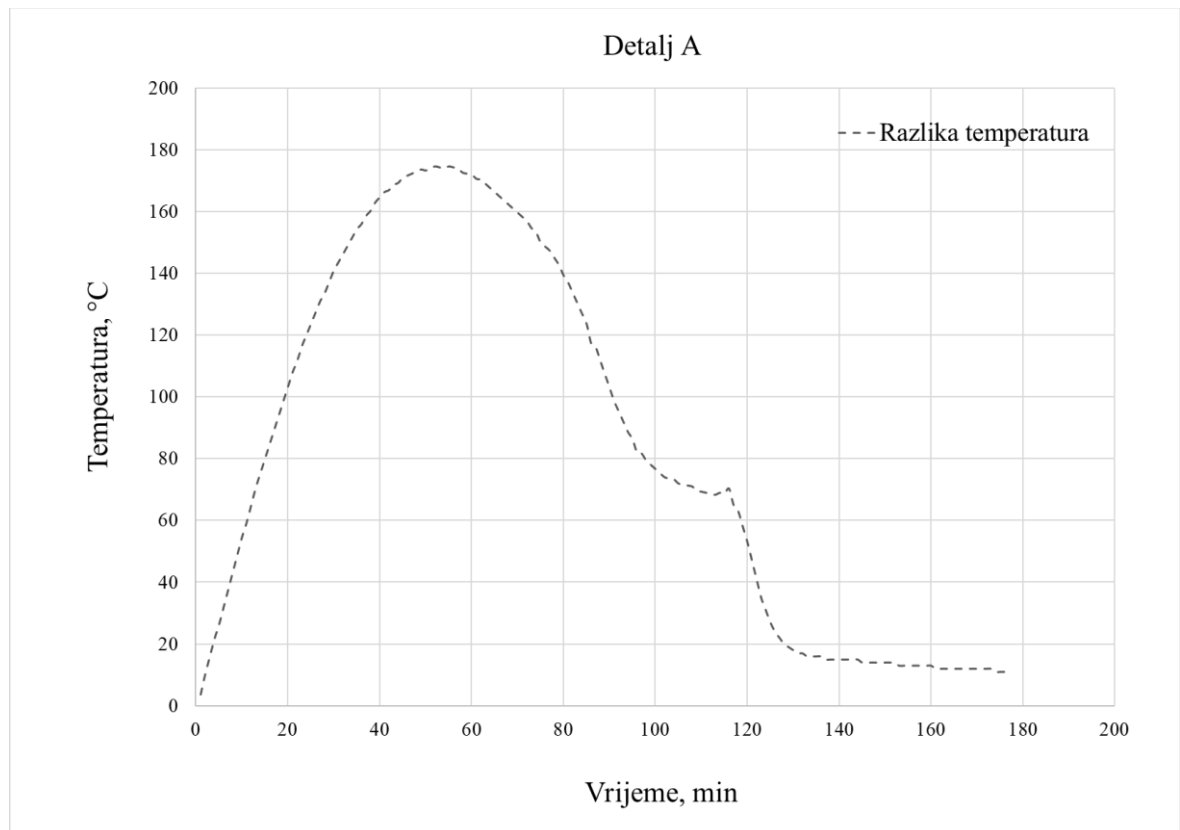
Temperatura u ugrijavanom uzorku mjeri se na udaljenosti 50 mm od vrata peći, odnosno na udaljenosti 250 mm od termopara (senzora) peći.

**Tablica 7. Registrirane temperature uzorka i peći od početka ugrijavanja do kraja držanja za svakih 10 minuta**

$t, \text{min} / \vartheta, ^\circ\text{C}$	<i>Uzorak A</i>		<i>Uzorak B</i>		<i>Uzorak C</i>	
	$\vartheta_{\text{uzorak}}$	$\vartheta_{\text{peć}}$	$\vartheta_{\text{uzorak}}$	$\vartheta_{\text{peć}}$	$\vartheta_{\text{uzorak}}$	$\vartheta_{\text{peć}}$
1	29	33	29	33	27	33
10	38	93	37	93	44	93
20	56	159	51	159	70	159
30	85	226	78	226	109	226
40	128	293	118	293	163	293
50	186	359	173	359	230	359
60	254	426	242	426	306	426
70	333	493	323	493	386	493
80	420	559	414	559	471	559
90	523	626	522	626	559	626
100	616	693	613	693	637	693
110	690	759	687	759	708	759
<b>120</b>	<b>747</b>	<b>800</b>	<b>752</b>	<b>800</b>	<b>772</b>	<b>800</b>
130	782	800	786	800	804	810
140	785	800	787	800	804	810
150	786	800	787	800	804	810
160	787	800	787	800	804	810
170	788	800	787	800	805	810
<b>180</b>	<b>789</b>	<b>800</b>	<b>787</b>	<b>800</b>	<b>806</b>	<b>810</b>

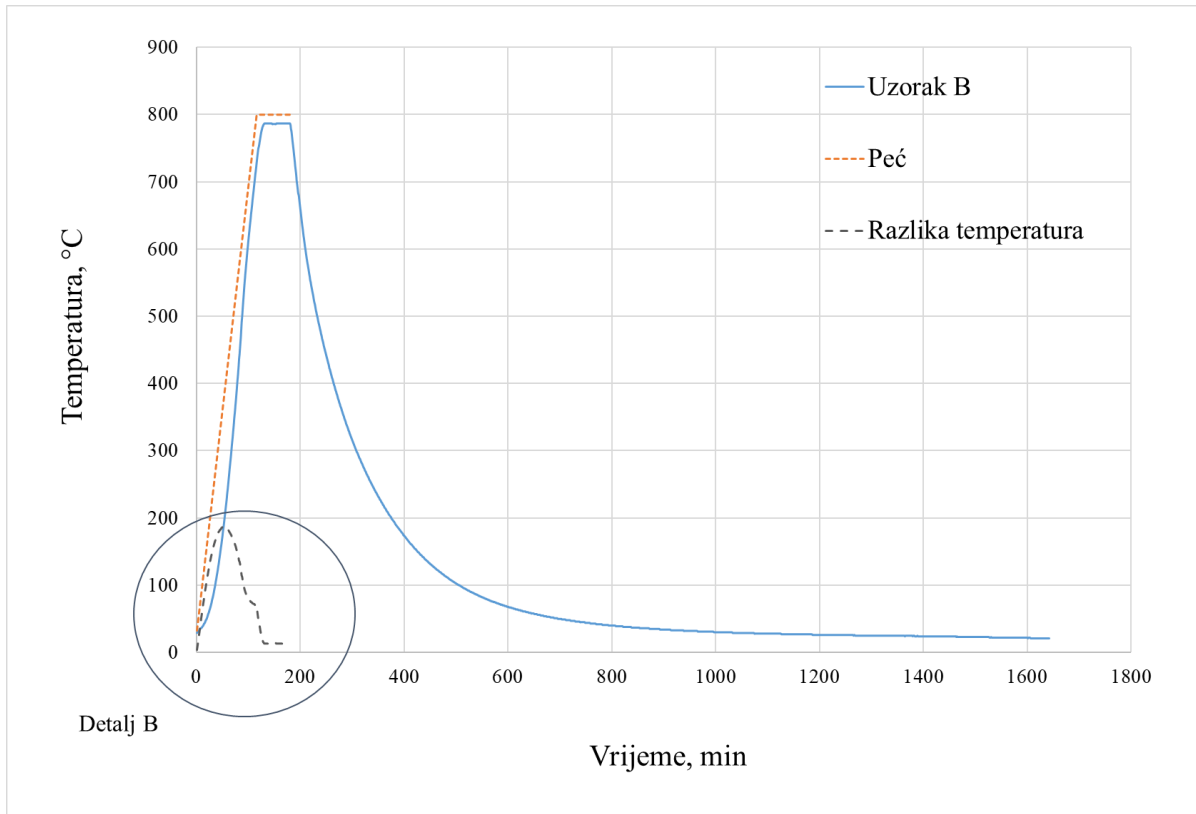
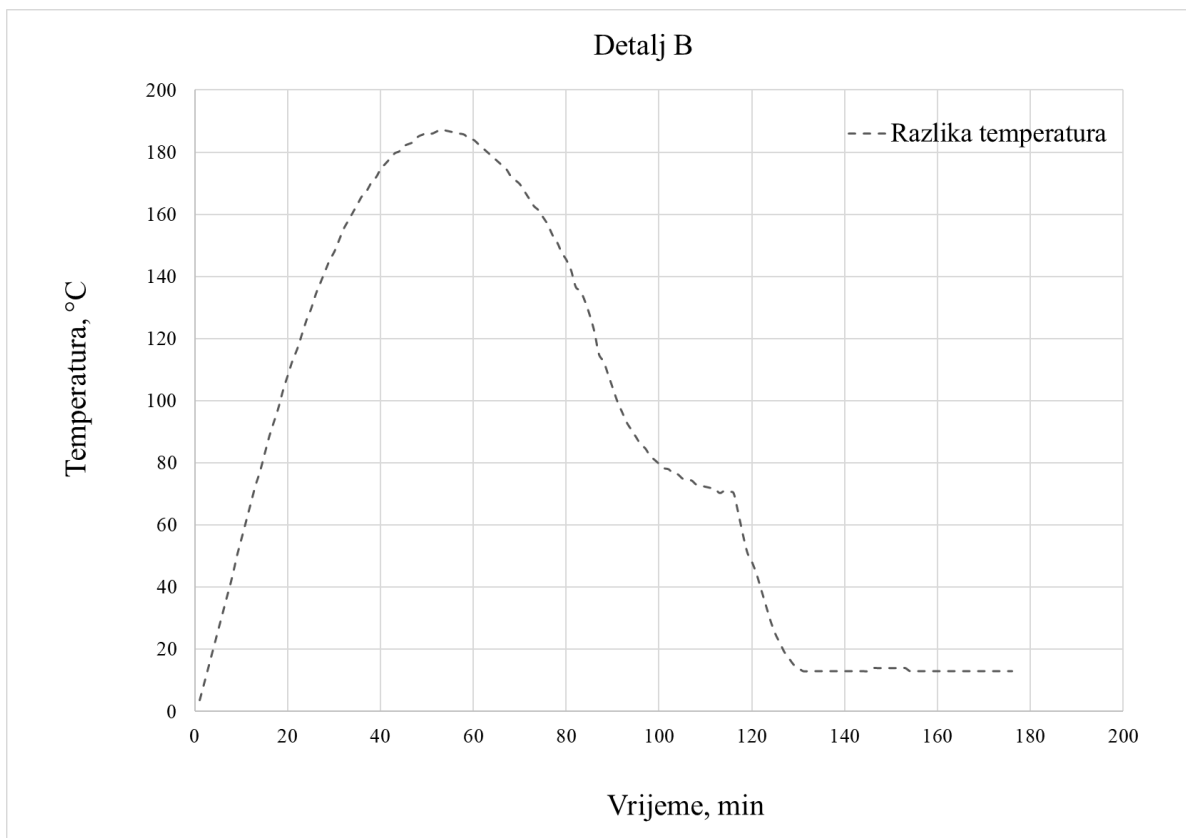


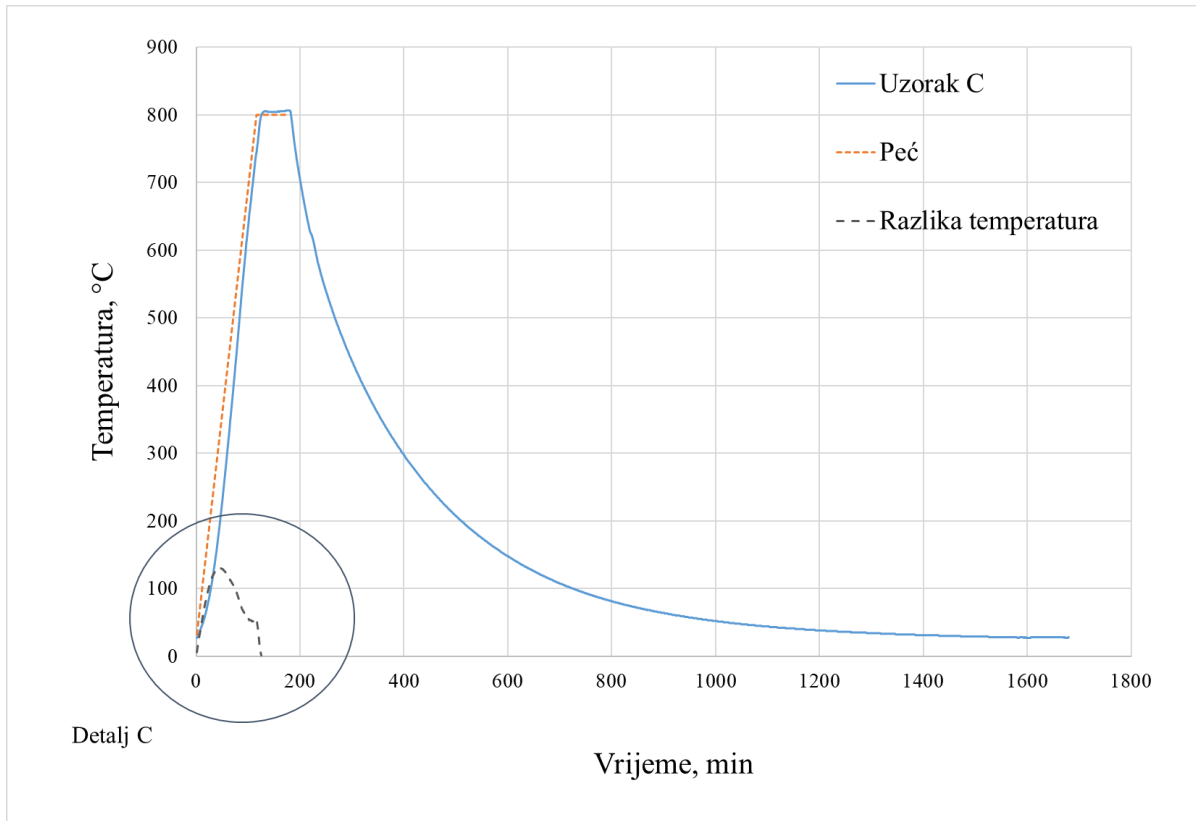
Slika 30. Tijek toplinske obrade uzorka A



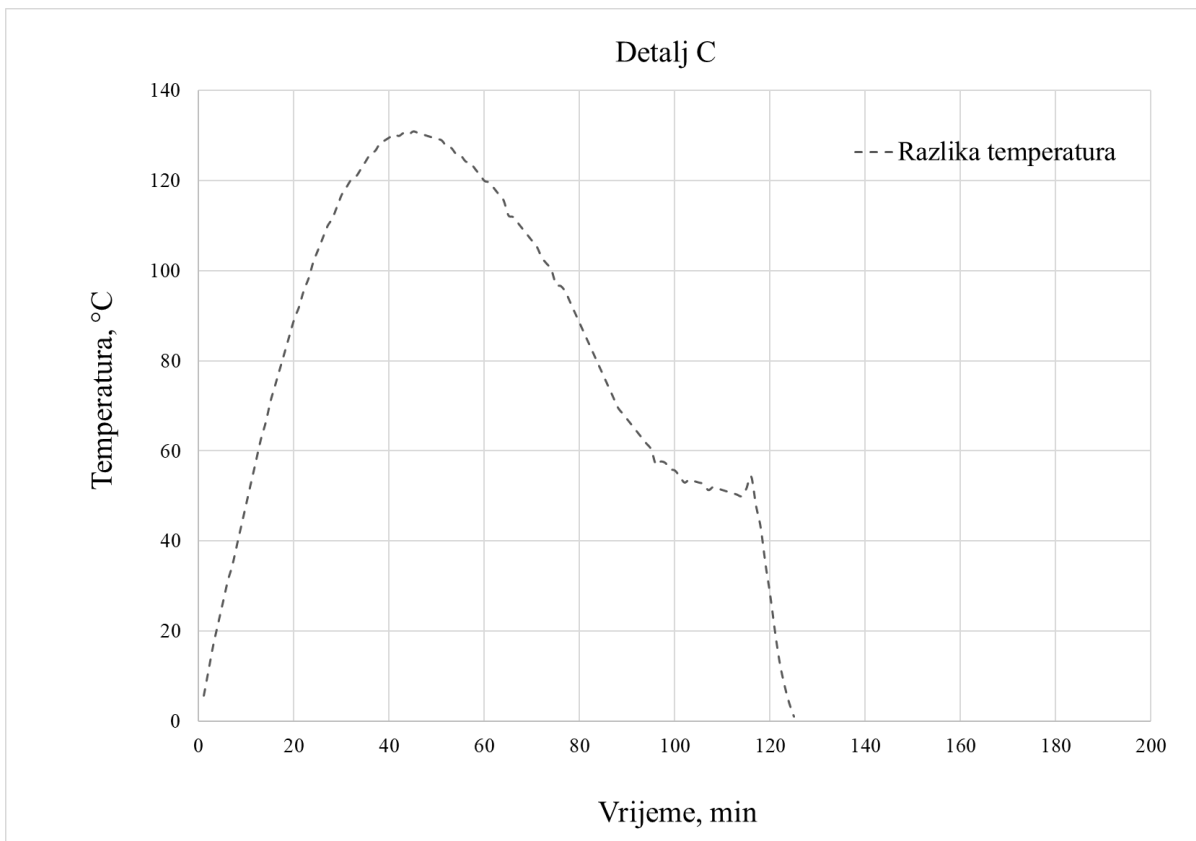
Slika 31. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka A i peći



**Slika 32. Tijek toplinske obrade uzorka B****Slika 33. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka B i peći**



Slika 34. Tijek toplinske obrade uzorka C



Slika 35. Uvećan dijagram razlike temperature uzorka C i peći

### 4.3.2. Usporedba eksperimentalno i analitički dobivenog vremena zagrijavanja

Kako bi se znalo koji oblik *Newtonove* formule koristiti za određivanje  $t_{gr}$ , izračunate su vrijednosti *Biotovog* broja za sva tri uzorka (Tablica 8.). Pošto je kod svih uzoraka  $Bi < 0,25$  zaključuje se da se radi o „termodinamički tankim“ predmetima te shodno tomu nije nužno uvoditi korekcijske faktore u originalnu *Newtonovu* formulu.

**Tablica 8. Iznosi *Biotovog* broja svakog od ispitnih uzoraka**

	<i>Uzorak A</i>	<i>Uzorak B</i>	<i>Uzorak C</i>
<i>Bi</i>	0,025	0,031	0,023

Za analitičko određivanje vremena zagrijavanja pomoću *Newtonove* formule odabrani su intervali u razmaku od 100 °C sve do postizanja maksimalne temperature uzorka. Srednji specifični toplinski kapacitet odredio se pomoću formule (34) za pojedini temperaturni interval ( $[c]_{\vartheta_{poč}}^{\vartheta_{završ}}$ ). Na Tablicama 9., 10., i 11. prikazana su odstupanja ( $|\Delta t|$ ) analitičkog modela ( $t_{gr,teo}$ ) od eksperimentalno dobivenih rezultata ( $t_{gr,eksp}$ ).

**Tablica 9. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak A**

$\vartheta_{završ}, ^\circ\text{C}$	$[c]_{29}^{\vartheta_{završ}}, \text{J/kgK}$	$t_{gr,eksp}, \text{s}$	$t_{gr,teo}, \text{s}$	$ \Delta t , \text{s}$
100	481,113	1965,0	11,16	1953,84
200	504,076	3802,2	30,34	3771,86
300	527,039	3892,8	54,78	3838,02
400	550,002	4614,6	86,62	4527,98
500	572,965	5214,6	129,80	5084,80
600	595,928	5820,6	192,99	5627,61
700	618,891	6622,6	303,38	6319,22
789	639,328	10739,8	652,08	10087,72

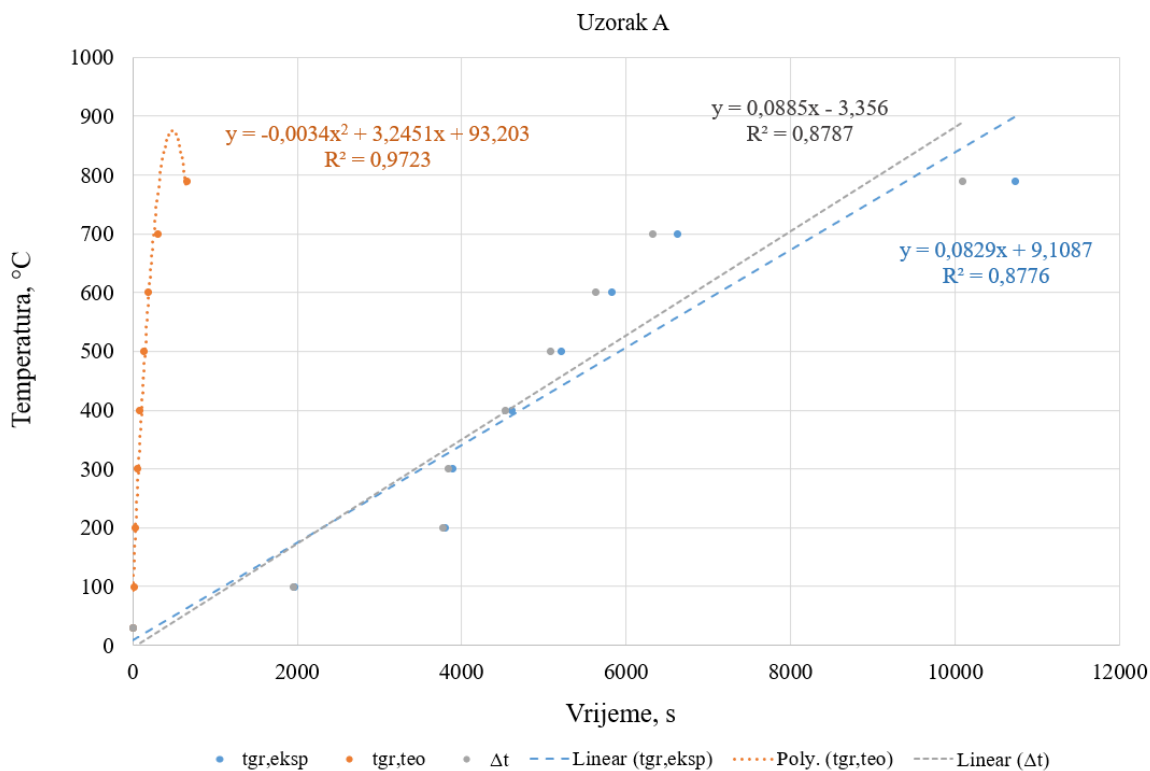
**Tablica 10. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak B**

$\vartheta_{\text{završ}}, ^\circ\text{C}$	$[c]_{29}^{\vartheta_{\text{završ}}}, \text{J/kgK}$	$t_{\text{gr,eksp}}, \text{s}$	$t_{\text{gr,teo}}, \text{s}$	$ \Delta t , \text{s}$
100	481,113	2100,0	10,12	2089,88
200	504,076	3192,0	27,53	3164,47
300	527,039	3972,0	49,71	3922,29
400	550,002	4650,0	78,60	4571,40
500	572,965	5220,0	117,78	5102,22
600	595,928	5842,8	175,12	5667,68
700	618,891	6652,5	275,29	6377,21
787	639,869	10740,0	568,03	10171,97

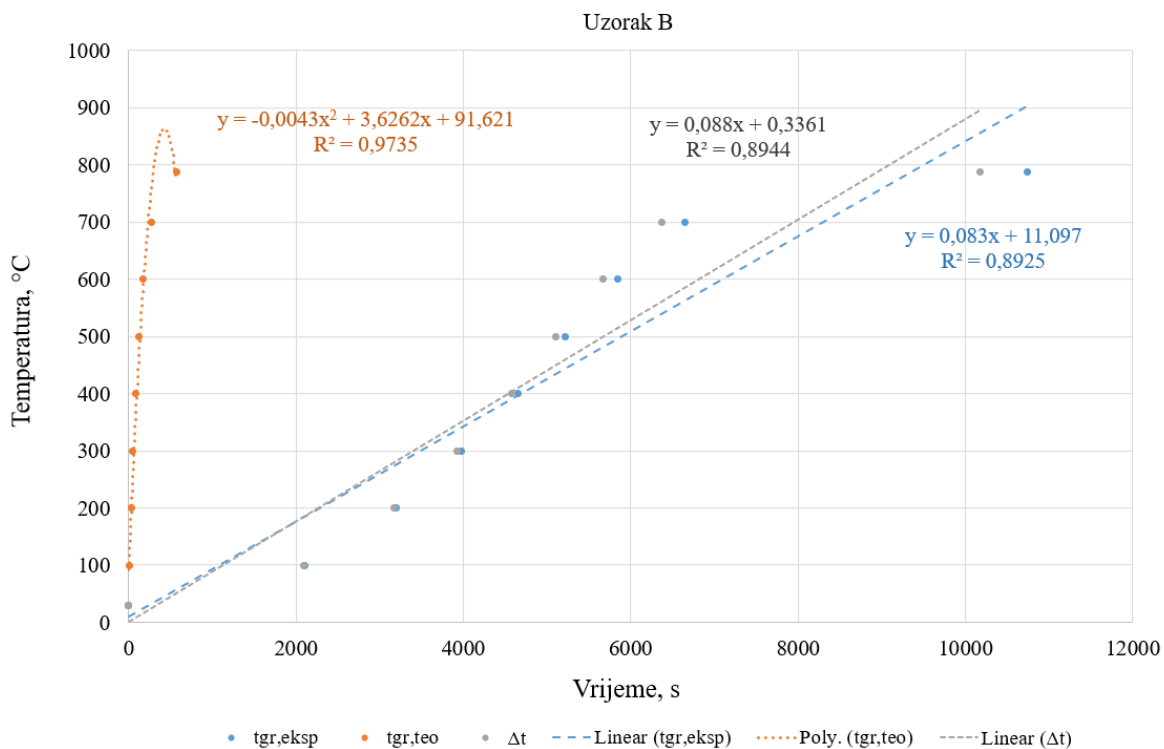
**Tablica 11. Usporedba odstupanja analitičkog modela za vrijeme ugrijavanja od eksperimentalnih podataka za uzorak C**

$\vartheta_{\text{završ}}, ^\circ\text{C}$	$[c]_{27}^{\vartheta_{\text{završ}}}, \text{J/kgK}$	$t_{\text{gr,eksp}}, \text{s}$	$t_{\text{gr,teo}}, \text{s}$	$ \Delta t , \text{s}$
100	480,654	1560,0	10,63	1549,37
200	503,617	2629,8	28,43	2601,37
300	526,580	3439,8	51,13	3388,67
400	549,543	4188,6	80,68	4107,92
500	572,506	4879,8	120,76	4759,04
600	480,654	5595,0	179,41	5415,59
700	618,432	6412,8	281,86	6130,94
795	640,247	7312,8	719,25	6593,55

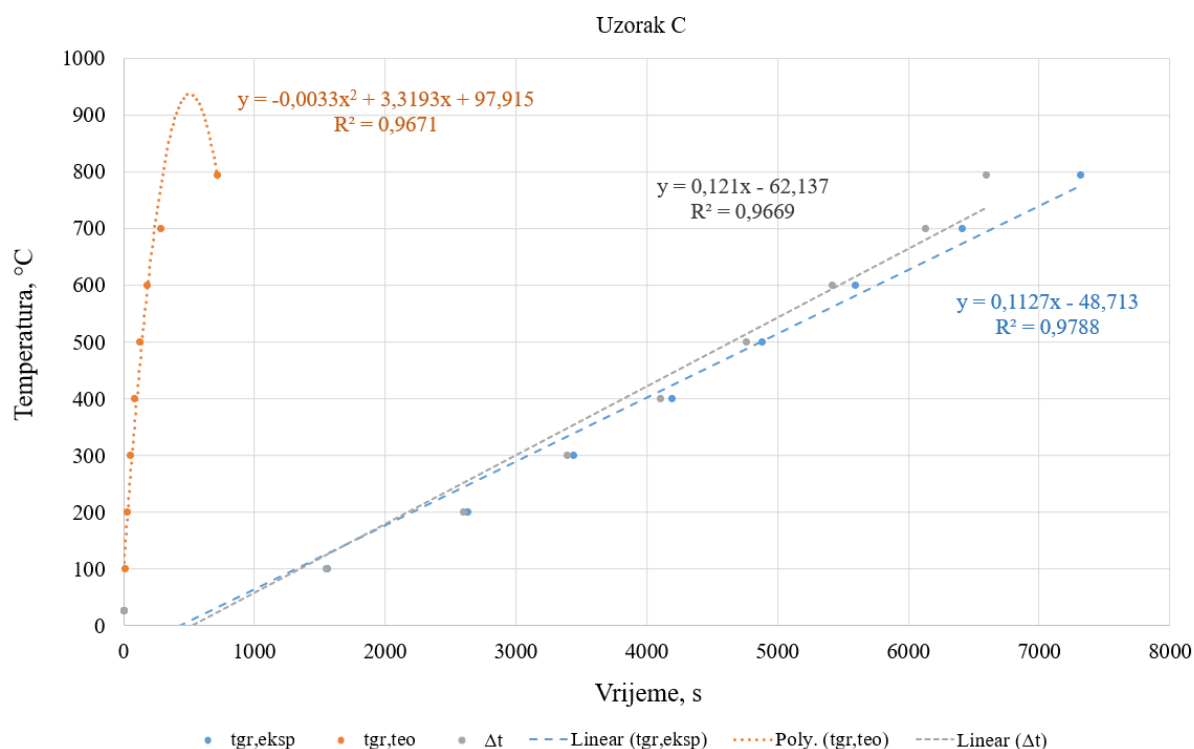
Na temelju rezultata iz gornjih tablica provedena je regresijska analiza ovisnosti izmjerene temperature o vremenu ugrijavanja. Ovisnosti temperature o  $t_{\text{gr,eksp}}$  i  $\Delta t$  za ispitne uzorke prikazane su na Slikama 36., 37. i 38. Koeficijenti determinacije linearne regresije za sva tri uzorka poprimaju vrijednosti oko 0,9 što označava visoku povezanost varijabli. Ovisnost  $t_{\text{gr,teo}}$  o temperaturi dobivena je nelinearnom regresijskom analizom jer su se putem linearne regresijske analize dobivali relativno mali iznosi koeficijenti determinacije (oko 0,7), što znači da postoji bolja aproksimacija funkcijom višeg reda.



**Slika 36. Promjena temperature uzorka A u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja**



**Slika 37. Promjena temperature uzorka B u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja**



**Slika 38. Promjena temperature uzorka C u ovisnosti o teorijskom i analitički dobivenom vremenu ugrijavanja**

Iz prethodnih slika se uočavaju velike razlike između eksperimentalno određenog i teorijski predviđenog vremena ugrijavanja. Velikim razlikama pridonosi visoka vrijednost ukupnog koeficijenta prijelaza topline ( $150 \text{ W/m}^2\text{K}$  za  $\vartheta_{\text{peći}} = 800 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Poznato je da ukupni koeficijent prijelaza topline između ostalih faktora ovisi i o snazi peći. Što je snaga viša za istu temperaturu, materijal obratka i vrstu plinske atmosfere, ukupni koeficijent prijelaza topline je veći. Takav je slučaj čest kod većih industrijskih peći velikih snaga [W], pa se u literaturi uglavnom navode koeficijenti prijelaza topline za velike industrijske peći. Uporabom višestruko manjeg koeficijenta prijelaza topline (oko  $2 \text{ W/m}^2\text{K}$ ) razlika između eksperimentalno određenog i analitički predviđenog vremena ugrijavanja postaje manja.

### 4.3.3. Određivanje eksperimentalnog koeficijenta prijelaza topline

Na temelju izmjerenih vrijednosti vremena ugrijavanja ispitnih uzoraka izračunate su eksperimentom određene vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline ( $\alpha_{\text{eksp}}$ ) za temperaturne intervale od po 100 °C između 100 °C do 800 °C prema jednadžbi (48)

$$\alpha_{\text{eksp}} = \frac{\rho V c}{t_{\text{gr,eksp}} A} \ln \left( \frac{\vartheta_{\text{peć}} - \vartheta_{\text{poč}}}{\vartheta_{\text{peć}} - \vartheta_{\text{završ}}} \right) \quad (48)$$

uz konstantnu temperaturu peći  $\vartheta_{\text{peć}} = 800$  °C za sve ugrijavane uzorke. Promjene vrijednosti  $\alpha_{\text{eksp}}$  za različite temperaturne intervale prikazane su u Tablicama 12., 13., i 14.

**Tablica 12. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka A**

$\vartheta_{\text{završ}}, \text{°C}$	$[c]_{29}^{\vartheta_{\text{završ}}}, \text{J/kgK}$	$t_{\text{gr,eksp}}, \text{s}$	$\alpha_{\text{eksp}}, \text{W/m}^2\text{K}$
100	481,113	1965,0	0,85
200	504,076	3802,2	1,20
300	527,039	3892,8	2,11
400	550,002	4614,6	2,82
500	572,965	5214,6	3,73
600	595,928	5820,6	4,97
700	618,891	6622,6	6,87
789	639,328	10739,8	9,11

**Tablica 13. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka B**

$\vartheta_{\text{završ}}, \text{°C}$	$[c]_{29}^{\vartheta_{\text{završ}}}, \text{J/kgK}$	$t_{\text{gr,eksp}}, \text{s}$	$\alpha_{\text{eksp}}, \text{W/m}^2\text{K}$
100	481,113	2100,0	0,723
200	504,076	3192,0	1,29
300	527,039	3972,0	1,88
400	550,002	4650,0	2,54
500	572,965	5220,0	3,38
600	595,928	5842,8	4,50
700	618,891	6652,5	6,21
787	639,869	10740,0	7,93

**Tablica 14. Vrijednosti ukupnog koeficijenta prijelaza topline tijekom ugrijavanja uzorka C**

$\vartheta_{završ}, ^\circ\text{C}$	$[c]_{27}^{\vartheta_{završ}}, \text{J/kgK}$	$t_{gr,eksp}, \text{s}$	$\alpha_{eksp}, \text{W/m}^2\text{K}$
100	480,654	1560,0	1,02
200	503,617	2629,8	1,62
300	526,580	3439,8	2,23
400	549,543	4188,6	2,89
500	572,506	4879,8	3,71
600	480,654	5595,0	4,81
700	618,432	6412,8	6,59
795	640,247	7312,8	14,75

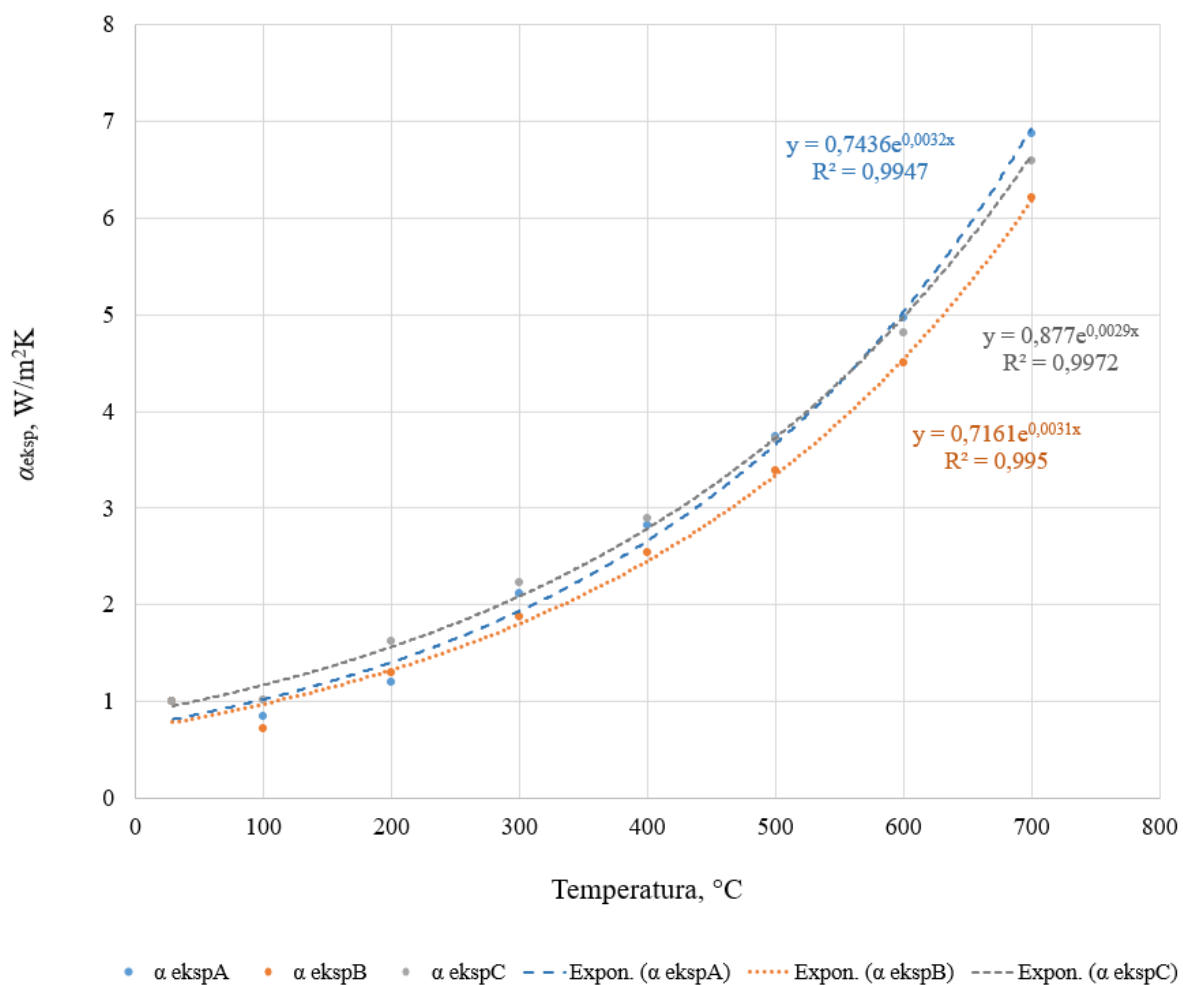
U ovom potpoglavlju je također provedena regresijska analiza. Ovisnost promjene eksperimentalno dobivenog ukupnog koeficijenta prijelaza topline o temperaturi prikazana je na Slici 39. Zaključuje se da promjenu  $\alpha_{eksp}$  u ovisnosti o temperaturi za svaki uzorak najbolje aproksimira eksponencijalna funkcija uz visoku povezanost podataka ( $R^2 > 0,99$ ). Prema jednadžbi (48) vidljivo je da  $\alpha_{eksp}$ , između ostalog, ovisi i o omjeru  $V/A$ . Što taj omjer veći, prema toj jednadžbi bi trebao biti veći i koeficijent prijelaza topline. Omjeri  $V/A$  ispitnih uzoraka prikazani su u Tablici 15.

**Tablica 15. Omjeri  $V/A$  ispitnih uzoraka**

	<i>Uzorak A</i>	<i>Uzorak B</i>	<i>Uzorak C</i>
$V/A, \text{m}$	0,0046	0,0057	0,0043

Provedeni eksperimenti ugrijavanja pokazuju da se do  $550\text{ }^\circ\text{C}$  najbrže ugrijavao ispitni uzorak C, a najsporije se ugrijavao uzorak B. Uočava se da se ponašanje koeficijenta prijelaza topline ne povećava proporcionalno s povećanjem omjera  $V/A$ , štoviše, što je taj omjer veći, eksperimentalne vrijednosti koeficijenta prijelaza topline su manje za istu temperaturu.





Slika 39. Eksponencijalna ovisnost  $\alpha_{\text{eksp}}$  o temperaturi za ugrijavanje ispitnih uzoraka

## 5. Zaključak

U radu su opisani procesi prijenosa topline prisutni u toplinskoj obradi metala: kondukcija, konvekcija i zračenje. Prikazane su i bitne diferencijalne jednadžbe provođenja topline za određivanje dinamike takvih procesa. Izvedena je *Newtonova* jednadžba za određivanje vremena ugrijavanja na temelju Prvog glavnog stavka termodinamike. Određivanje vremena ugrijavanja ostaje i dalje među zahtjevnijim problemima u struci zbog brojnih parametara koji utječu na njegov proračun. Ponajviše zbog problematike određivanja ukupnog koeficijenta prijelaza topline koji ovisi o zračenju i konvekciji.

U eksperimentalnom djelu provedena su ispitivanja zagrijavanja tri uzorka različitih oblika, dimenzija i materijala u električnoj laboratorijskoj peći. Provedeni su proračuni teorijskog vremena zagrijavanja ( $t_{gr,teo}$ ) i odstupanje od eksperimentalno dobivenih podataka za vrijeme zagrijavanja ( $t_{gr,eksp}$ ) pomoću regresijske analize. Zaključuje se da  $t_{gr,teo}$  prilično odstupa od  $t_{gr,eksp}$  zbog visoke vrijednosti koeficijenta prijelaza topline preuzetog iz literature koji je dobiven u nepoznatim uvjetima koji pokazuju da se ne podudaraju sa uvjetima provedenog ispitivanja. Proveden proračun koeficijenta prijelaza topline za stvarne uvjete ( $\alpha_{eksp}$ ) koji se nalazi u rasponu od 0,7 do 14,7. Predmeti većeg omjera volumena i površine ( $V/A$ ) imat će bržu promjenu koeficijenta prijelaza topline prilikom zagrijavanja, što pokazuje i *Newtonova* jednadžba.

Ukupni koeficijent prijelaza topline ovisi o specifičnim parametrima pojedinog ispitivanja (procesa) i potrebno je provesti provjeru vrijednosti uzetih iz literature kako bi proračun vremena ugrijavanja bio precizan. Ukoliko se uvjeti iz literature ne poklapaju sa uvjetima eksperimenta, potrebno je prilagoditi koeficijent prijelaza topline preuzet iz literature za konkretnu peć i predmete koji se zagrijavaju.

U budućim istraživanjima preporučuje se provesti numeričku analizu procesa i optimizaciju položaja predmeta u peći kako bi proces zagrijavanja bio učinkovit. Metodom konačnih elemenata mogu se dobiti vrlo precizne vrijednosti prostorne raspodjele topline i promjene temperaturnog gradijenta tijekom vremena.

## Literatura

- [1] Galović, A.: *Termodinamika 2*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2019.
- [2] Baehr, H. D., Stephan, K.: *Heat and Mass Transfer*, 2<sup>nd</sup> edition, Springer, 2006.
- [3] Gomes, D. F., Tavares, R. P., Braga, B. M.: *Mathematical model for the temperature profiles of steel pipes quenched by water cooling rings*, Journal of Materials Research and Technology, 2019.
- [4] Alizadeh, M., Edris, H., Shafyei, A.: *Mathematical Modelling of Heat Transfer for Steel Continuous Casting Process*, International Journal of Iron and Steel Society of Iran, 2006.
- [5] Huiping, L., Guoqun, Z., Shanting, N., Chuanzhen, H.: *FEM simulation of quenching process and experimental verification of simulation results*, Material science & engineering, Elsevier, 2006.
- [6] Landek, D.: *Podloge za vježbe iz kolegija Toplinska obrada; ak. god. 2020/21*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2020.
- [7] Çengel, Y. A.: *Heat Transfer: A Practical Approach (2<sup>nd</sup> ed.)*, McGraw-Hill, New York, 2002.
- [8] Krumes, D.: *Toplinska obradba*, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Slavonski Brod, 2000.
- [9] Liščić B., Tensi, H. M., Canale, L., C. F., Totten, G. E.: *Quenching Theory and Technology*, 2<sup>nd</sup> edition, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2010.
- [10] Bahrami, M.: *Transient Conduction Heat Transfer*, Simon Fraser University, Burnaby, 2011.
- [11] Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., Lavine, A. S.: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, 2007.
- [12] Gabrić, I.: *Praktikum za laboratorijske vježbe iz kolegija Materijali 2*, Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018
- [13] Stupnišek, M., Cajner, F.: *Osnove toplinske obradbe metala*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2017.
- [14] Ivušić, V., Franz, M., Španiček, Đ., Ćurković, L.: *Materijali 1*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2014.
- [15] Matijević, B., Landek, D.: *Podloge za predavanja iz kolegija Tehnologija 2 i Proizvodne tehnologije 2*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2019.
- [16] Bryson, W. E.: *Heat Treatment, Selection, and Application of Tool Steels*, Carl Hanser Verlag, Munich, 2005.
- [17] Totten, G. E.: *Steel Heat Treatment: Metallurgy and Technologies*, Taylor & Francis, 2006.
- [18] Salek, A.: *Ferrous Powder Metallurgy*, Cambridge International, Cambridge, 1995.

- [19] Matijević, B., Landek, D.: *Podloge za predavanja iz kolegija Toplinska obrada*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2020.
- [20] Ferguson, H.: *Heat treatment of ferrous powder metallurgy parts in Powder Metal Technologies and Applications*, p. 645–655., ASM International, Materials Park, OH, 1998.
- [21] Granger, R. A.: *Experiments in Heat Transfer and Thermodynamics*, Cambridge University Press, p. 300, 1994.
- [22] Fuchs, H. U.: *The Dynamics of Heat: A Unified Approach to Thermodynamics and Heat Transfer*, Springer Publishing, New York, 2010.
- [23] Galović, A.: *Termodinamika 1*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2008.
- [24] Spur, G., Stöferle, T.: *Handbuch der Fertigungstechnik, Vol. 4/2, Wärmebehandeln*, Carl Hanser Verlag, München, 1987.
- [25] Cohen, J. B., Funtani, K., Totten, G. E.: *Heat Treating – Including Advances in Surface Engineering: An International Symposium in Honor of Professor Tom Bell and Professor Jerome B. Cohen Memorial Symposium on Residual Stresses in the Heat treatment Industry*, Proceedings of the 20th Conference, ASM International, St. Louis, Missouri, 2000.
- [26] Çengel, Y. A., Cimbala, J. M.: *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, McGraw-Hill Education, 2006.
- [27] Roy, U., Roy, P. K.: *Advances in heat intensification techniques in shell and tube heat exchanger. Advanced Analytic and Control Techniques for Thermal Systems With Heat Exchangers*, p. 197–207, Elsevier, 2020.
- [28] Recknagel, H., Sprenger, E., Schramek, E.R.: *Taschenbuch für Heizung und Klimatechnik*, München, 2009.
- [29] Michalski, L., Eckersdorf, K., Kucharski, J., McGhee, J.: *Temperature Measurement Second edition*, John Wiley & Sons, 2001.
- [30] Bolf, N.: *Mjerna i regulacijska tehnika: Mjerenje temperature primjenom termoparova*, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije Sveučilišta u Zagrebu, 2020.
- [31] <https://www.hgsind.com/product/bwtc-ready-made-insulated-beaded-wire-welded-tip-thermocouple?v=24>, Pristupljeno: 18.2.2023.
- [32] [General Purpose Thermocouple Probe Type K or J IEC \(labfacility.com\)](https://www.labfacility.com/General-Purpose-Thermocouple-Probe-Type-K-or-J-IEC), Pristupljeno: 18.2.2023.
- [33] [https://www.hgsind.com/sites/default/files/product\\_images/WPTC Weld Pad Surface Temperature Thermocouple Probe Harold G Schaevitz.jpg](https://www.hgsind.com/sites/default/files/product_images/WPTC_Weld_Pad_Surface_Temperature_Thermocouple_Probe_Harold_G_Schaevitz.jpg), Pristupljeno: 18.2.2023.
- [34] <https://www.labfacility.com/pub/media/pdf/colour-chart-connectors.pdf>, Pristupljeno: 18.2.2023.
- [35] Kraut, B.: *Krautov strojarski priručnik*, Axiom, Zagreb, 1997.
- [36] EN 10025-2:2004: *Toplo valjani proizvodi od konstrukcijskih čelika – 2. dio: Tehnički uvjeti isporuke za nelegirane konstrukcijske čelike*