

# Numerička simulacija sedimentacije pijeska u pjeskolovu

---

**Bigović, Dorotea**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:330009>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Dorotea Bigović

ZAGREB, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

NUMERIČKA SIMULACIJA SEDIMENTACIJE PIJESKA U PJESKOLOVU

Mentor:  
prof. dr. sc. Hrvoje Jasak

Student:  
Dorotea Bigović

ZAGREB, 2022.

*Zahvaljuem mentoru profesoru Hrvoju Jasku na iskazanom povjerenju i vodstvu tijekom izrade ovog rada.*

*Posebno hvala profesorici Tessi Uroić na svim savjetima koje je nesebično dijelila te podršci koju je pružila kako bi cijelo ovo iskustvo ostalo u lijepom sjećanju. Također hvala doktorandima Luki, Anji i Mateju koji su u svakom trenutku bili spremni pomoći.*

*Na kraju veliko hvala mojoj obitelji, dečku Luki i prijateljima što su uvijek vjerovali u moj uspjeh i bili podrška tijekom studiranja.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, prosinac 2022.

Dorotea Bigović



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Dorotea Bigović**

JMBAG: 0035208979

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička simulacija sedimentacije pijeska u pjeskolovu**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical simulation of sedimentation in a desander**

Opis zadatka:

Prvi stupanj pročišćavanja u obradi otpadnih voda tehnologije su za uklanjanje suspendiranih tvari: rešetke, sita, pjeskolovi i mastolovi. Pjeskolovi pritom služe za odvajanje šljunka, pijeska i sličnih čestica iz vode. U ovome radu studentica će primijeniti CFD model za strujanje sa slobodnom površinom i sedimentacijom čestica raspršenih u vodi na primjeru jedne geometrije pjeskolova u paketu OpenFOAM.

U sklopu rada potrebno je:

- Proučiti literaturu o eksperimentalnim i numeričkim ispitivanjima pjeskolova;
- Odabrati geometriju pjeskolova za koju će se provesti numerička simulacija;
- Izraditi mrežu proračunske domene – pjeskolova;
- Primjenom algoritma za modeliranje strujanja sa slobodnom površinom i taloženjem sedimenta, izvršiti proračune za odabranu geometriju pjeskolova za različite prosječne veličine suspendiranih čestica i različite brzine strujanja vode;
- Usporediti rezultate provedenih simulacija i analizom dinamike taloženja sedimenta odrediti optimalne parametre za odabranu geometriju pjeskolova.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

29. rujna 2022.

1. prosinca 2022.

12. – 16. prosinca 2022.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Hrvoje Jasak

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	viii
Popis tablica	xi
Popis oznaka	xii
Sažetak	xv
Abstract	xvi
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
1.1. Problemi slobodne površine i transporta sedimenta . . . . .	3
1.2. Struktura rada . . . . .	4
<b>2. Matematički model</b>	<b>5</b>
2.1. <i>Volume of fluid</i> metoda . . . . .	5
2.2. <i>Ghost Fluid</i> metoda . . . . .	7
2.3. Modeliranje slobodne površine . . . . .	9
2.4. Transport sedimenta . . . . .	11
2.4.1. Transport sedimenta s dna . . . . .	11
2.4.2. Transport suspenzije . . . . .	12
2.4.3. Promjena visine dna . . . . .	12

---

2.5. Modeliranje turbulentnog strujanja . . . . .	13
2.5.1. $k - \omega$ SST model . . . . .	14
2.6. Rubni uvjeti . . . . .	15
2.7. Zaključak . . . . .	16
<b>3. Geometrija i generiranje proračunske mreže . . . . .</b>	<b>17</b>
3.1. Automatska metoda pomicanja proračunske mreže . . . . .	17
3.1.1. Definicija problema pomicanja mreže . . . . .	17
3.1.2. Kompozitni poliedarski konačni element . . . . .	19
3.1.3. Jednadžba pomaka mreže . . . . .	20
3.2. Metoda konačnih površina . . . . .	21
3.3. Geometrija pjeskolova . . . . .	22
3.4. Proračunska mreža . . . . .	24
3.5. Rubni uvjeti . . . . .	25
3.5.1. Ulazna ploha . . . . .	26
3.5.2. Izlazna ploha . . . . .	27
3.5.3. Ploha zidova, bočne plohe . . . . .	27
3.5.4. Sediment . . . . .	27
3.5.5. Atmosfera . . . . .	28
3.6. Zaključak . . . . .	28
<b>4. Rezultati . . . . .</b>	<b>29</b>
4.1. Uvod . . . . .	29
4.2. Opće postavke za sve konfiguracije . . . . .	29
4.3. Promjena promjera čestice . . . . .	30
4.3.1. Polje brzine i tlaka . . . . .	31
4.3.2. Promjena visine dna . . . . .	36
4.3.3. Turbulentna kinetička energija . . . . .	38
4.3.4. Slobodna površina . . . . .	41
4.4. Promjena brzine strujanja . . . . .	42
4.4.1. Polje brzine . . . . .	42
4.4.2. Promjena visine dna i koncentracija sedimenta . . . . .	46
4.4.3. Turbulentna kinetička energija . . . . .	50
4.4.4. Slobodna površina . . . . .	51



---

4.5. Promjena položaja pregrade . . . . .	53
4.6. Zaključak . . . . .	55
<b>5. Zaključak</b>	<b>57</b>
<b>6. Prilog</b>	<b>60</b>
6.1. Polje tlaka . . . . .	60
<b>Literatura</b>	<b>63</b>

# Popis slika

1.1	Pjeskolov . . . . .	2
2.1	Pozicija varijabli u klasičnoj mreži . . . . .	6
2.2	Shematski prikaz slobodne površine za 2-D mrežu . . . . .	8
2.3	Prikaz mokre i suhe ćelije koje sadrže granicu slobodne površine . . . . .	9
3.1	Prikaz pomicanja mreže . . . . .	18
3.2	Shematski prikaz Dirichletovog i kliznog rubnog uvjeta . . . . .	19
3.3	Raščlanjivanje kontrolnog volumena (a) i (b) . . . . .	20
3.4	Kontrolna površina na deformiranoj granici sedimenta . . . . .	22
3.5	Skica pjeskolova . . . . .	23
3.6	Rubne plohe domene . . . . .	25
3.7	Miješani rubni uvjet . . . . .	27
4.1	2D polje brzine za varijaciju 1.a) . . . . .	32
4.2	2D polje brzine za varijaciju 2.a) . . . . .	32
4.3	2D polje brzine za varijaciju 3.a) . . . . .	32
4.4	2D polje brzine za varijaciju 4.a) . . . . .	33
4.5	3D polje brzine za varijaciju 1.a) . . . . .	33
4.6	3D polje brzine za varijaciju 2.a) . . . . .	34
4.7	3D polje brzine za varijaciju 3.a) . . . . .	34
4.8	3D polje brzine za varijaciju 4.a) . . . . .	35
4.9	2D polje tlaka za varijaciju 1.a) . . . . .	35

---

4.10	Promjena visine dna za varijaciju 1.a)	36
4.11	Promjena visine dna za varijaciju 2.a)	37
4.12	Promjena visine dna za varijaciju 3.a)	37
4.13	Promjena visine dna za varijaciju 4.a)	38
4.14	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 1.a)	39
4.15	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 2.a)	39
4.16	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 3.a)	40
4.17	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 4.a)	40
4.18	Slobodna površina za varijaciju 1.a)	41
4.19	Slobodna površina za varijaciju 2.a)	41
4.20	Slobodna površina za varijaciju 3.a)	41
4.21	Slobodna površina za varijaciju 4.a)	42
4.22	2D polje brzine za varijaciju 1.b)	43
4.23	2D polje brzine za varijaciju 2.b)	43
4.24	2D polje brzine za varijaciju 3.b)	43
4.25	2D polje brzine za varijaciju 4.b)	44
4.26	3D polje brzine za varijaciju 1.b)	44
4.27	3D polje brzine za varijaciju 2.b)	45
4.28	3D polje brzine za varijaciju 3.b)	45
4.29	3D polje brzine za varijaciju 4.b)	46
4.30	Promjena visine dna za varijaciju 1.b)	47
4.31	Promjena visine dna za varijaciju 2.b)	47
4.32	Promjena visine dna za varijaciju 3.b)	48
4.33	Promjena visine dna za varijaciju 4.b)	48
4.34	Koncentracija sedimenta u varijaciji 1.b)	49
4.35	Koncentracija sedimenta u varijaciji 2.b)	49
4.36	Koncentracija sedimenta u varijaciji 3.b)	49
4.37	Koncentracija sedimenta u varijaciji 4.b)	50
4.38	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 1.b)	50
4.39	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 2.b)	51
4.40	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 3.b)	51
4.41	Turbulentna kinetička energija za varijaciju 4.b)	51
4.42	Slobodna površina za varijaciju 1.b)	52

---

4.43	Slobodna površina za varijaciju 2.b) . . . . .	52
4.44	Slobodna površina za varijaciju 3.b) . . . . .	52
4.45	Slobodna površina za varijaciju 4.b) . . . . .	53
4.46	Polje brzine za 1,5, 2 i 2,5 udaljenost pregrade . . . . .	54
4.47	Koncentracija sedimenta za 1,5, 2 i 2,5 udaljenost pregrade . . . . .	55
6.1	2D polje tlaka za varijaciju 2.a) . . . . .	60
6.2	2D polje tlaka za varijaciju 3.a) . . . . .	60
6.3	2D polje tlaka za varijaciju 4.a) . . . . .	61
6.4	2D polje tlaka za varijaciju 1.b) . . . . .	61
6.5	2D polje tlaka za varijaciju 1.b) . . . . .	61
6.6	2D polje tlaka za varijaciju 1.b) . . . . .	62
6.7	2D polje tlaka za varijaciju 1.b) . . . . .	62

# Popis tablica

3.1	Dimenzije pjeskolova . . . . .	24
3.2	Vrste generičkih ploha . . . . .	26
3.3	Rubni uvjeti za sve generičke plohe . . . . .	26
4.1	Opće postavke za sve varijacije . . . . .	30
4.2	Klasifikacija čestica pijeska prema Wentworthu . . . . .	30
4.3	Varijacije promjera čestica . . . . .	31
4.4	Varijacije brzine strujanja . . . . .	42

# Popis oznaka

$\tau_0$	[N/m <sup>2</sup> ]	Vlačno naprezanje sedimenta . . . . .	11
$\tau_b$	[N/m <sup>2</sup> ]	Posmično naprezanje sedimenta . . . . .	11
CFD		Computational Fluid Dynamics . . . . .	2
CFL		Courant - Friedrichs - Lewy broj . . . . .	10
DNS		Direct Numerical Simulation . . . . .	14
GFM		Ghost Fluid Method . . . . .	7
MAC		Marker and Cell . . . . .	3
RANS		Reynoldsove osrednjene Navier - Stokesove jednađbe . . . . .	14
VOF		Volume of Fluid . . . . .	3
$\alpha$	[-]	Volumni udio faza . . . . .	6
$\beta$	[-]	Nagib dna . . . . .	14
$\delta$	[-]	Kroneckerov delta . . . . .	14
$\eta$	[m]	Promjena visine dna . . . . .	12
$\gamma$	[-]	Koeficijent difuzije . . . . .	20
$\nu$	[Pas]	Kinematička viskoznost . . . . .	7
$\omega$	[1/s]	Specifična brzina disipacije energije . . . . .	12
$\phi$	[-]	Opća tenzorska varijabla . . . . .	21
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Gustoća . . . . .	7
$\sigma_c$	[-]	Schmidtov broj . . . . .	12
$\theta$	[-]	Shieldsov broj . . . . .	12
$\theta_{kr}$	[-]	Kritični Shieldsov broj . . . . .	12
$\mu$	[Pas]	Dinamička viskoznost . . . . .	10

$D_b$	[m/s]	Taloženje materijala . . . . .	12
$e$	[-]	Jedinični vektor paralelan s bridom kontrolne površine . . . . .	21
$T$	[-]	Tenzor transformacije . . . . .	22
$u$	[m/s]	Vektor brzine . . . . .	7
$B$	[m]	Širina pjeskolova . . . . .	23
$B_1$	[m]	Visina prve pregrade . . . . .	24
$B_2$	[m]	Visina druge pregrade . . . . .	24
$C$	[-]	Courantov broj . . . . .	11
$c$	[-]	Lokalna koncentracija suspenzije . . . . .	12
$E_b$	[m/s]	Erozija materijala . . . . .	12
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Gravitacijska akceleracija . . . . .	10
$H$	[m]	Visina pjeskolova . . . . .	23
$I$	[-]	Jedinični tenzor . . . . .	14
$L$	[m]	Duljina pjeskolova . . . . .	23
$l$	[m]	Udaljenost kontrolnog volumena od pomične granice . . . . .	21
$l_1$	[m]	Širina udaljenost prve pregrade od ulaza . . . . .	24
$l_2$	[m]	Udaljenost druge pregrade od izlaza . . . . .	24
$n$	[-]	Vektor normale na površinu kontrolnog volumena . . . . .	19
$p$	[Pa]	Tlak . . . . .	9
$q_b$	[m]	Stopa transporta sedimenta . . . . .	11
$r$	[m]	Vektor položaja . . . . .	18
$S_{Af}$	[m <sup>2</sup> ]	Konačna površina . . . . .	22
$t$	[s]	Vrijeme . . . . .	6
P		Vrijednosti vezane uz kontrolni volumen sa središtem P . . . . .	7
+		Vrijednosti varijabli uz slobodnu površinu na strani vode . . . . .	7
-		Vrijednosti varijabli uz slobodnu površinu na strani zraka . . . . .	7
1		Veličine vezane uz vodu . . . . .	7
2		Veličine vezane uz zrak . . . . .	7
a		Vrijednosti vezane uz zrak . . . . .	7
d		Vrijednosti vezane uz dinamički tlak . . . . .	7
eff		Efektivne vrijednosti . . . . .	7
e		Vrijednosti vezane uz brid kontrolne površine . . . . .	7

---

i,j	Oznake elemenata matrice . . . . .	7
N	Vrijednosti vezane uz kontrolni volumen sa središtem N . . .	7
r	Relativna vrijednost veličine . . . . .	10
s	Vrijednosti vezane uz sediment . . . . .	10
w	Vrijednosti vezane uz vodu . . . . .	7



# Sažetak

U ovom radu provedena je numerička simulacija pravokutnog pjeskolova radi određivanja optimalnih parametara za odabranu geometriju. U pjeskolovima se provodi prvi stupanj pročišćavanja otpadnih voda odvajanjem šljunka, pijeska i sličnih čestica iz vode. Brzine strujanja unutar pjeskolova održavaju se u rasponu od 0,01 do najviše 0,3 m/s kako bi suspendirane tvari pod utjecajem gravitacijske sile padale na dno taložnika. Kako bi proces sedimentacije bio učinkovit, potrebno je postići strujanje sa što manje recirkulacijskih zona. U pravokutne pjeskolove ugrađuje se pregrada u blizini ulaza i izlaza u svrhu pojačanja efikasnosti sedimentacije. Prilikom postavljanja matematičkog modela upotrijebljene su jednadžbe za opisivanje slobodne površine i transporta sedimenta. Za modeliranje slobodne površine korištene su metode: *Volume of Fluid* i *Ghost Fluid* metoda. Na dnu pjeskolova taložile su se suspendirane čestice te se u simulaciji mijenjala visina dna. Promjena visine dna opisuje se Exnerovom jednadžbom koja se diskretizira metodom konačnih površina. Kako bi se proračunska mreža prilagodila domeni, korištena je automatska metoda pomicanja proračunske mreže koja se temelji na čvorovima i metodi konačnih elemenata. Numerička simulacija provedena je u programu *foam-extend*. Za odabranu geometriju izvršene su simulacije za različite veličine suspendiranih čestica i različite brzine strujanja vode. Razvojem računalne dinamike fluida omogućuje se bolje razumijevanje dinamike sedimentacije unutar pjeskolova te optimizacija geometrije pjeskolova.

**Ključne riječi:** RDF, pjeskolov, transport sedimenta, slobodna površina VOF, GFM, foam-extend

# Abstract

In this master's thesis, numerical simulation of desander with rectangular cross section is conducted with a goal of determining optimal parameters for the chosen geometry. First stage of filtration is carried out in desanders by removing gravel, sand and similar particles from the water. Flow velocities within desander are kept in a range starting with 0,01 up to 0,3 m/s so gravity can have time to affect suspended solids which deposits at the bottom of sedimentation tank. To make the sedimentation process efficient, flow must be achieved with least as possible recirculation zones. A baffle is built in near entrance and exit of rectangular desanders in order to increase efficiency of sedimentation. Equations for describing a free surface and sediment transport are to establishing mathematical model. For the modeling of free surface, the following methods are used: *Volume of Fluid* and *Ghost Fluid* method. At the bottom of desander, suspended particles were deposited and depth of the desander was altered in simulation. Change of depth of the desander is described by Exner equation which is discretized with finite area method. In order for computational mesh to be adjusted to domain, automatic moving mesh method was used which is based on nodes and finite element method. Numerical simulation is conducted in *foam-extend*. For the chosen geometry, simulations were carried out with variations in the size of suspended particles and velocities of water flow. With the development of computational fluid dynamics, better understanding of sedimentation dynamics within desanders, as well as optimization of their geometry is enabled.

**Keywords:** CFD, desander, sediment transport, VOF, GFM, foam-extend

# 1 | Uvod

Sedimentacija je jedan od najčešće korištenih procesa za obradu otpadnih voda. Pijesak i grube suspendirane tvari se pod utjecajem gravitacijske sile odvajaju i padaju na dno taložnika. Dvije vrste taložnika u industrijskoj primjeni su: primarni i sekundarni taložnik. U primarnom taložniku, brzina strujanja vode održavaju se u rasponu 0,01 - 0,3 m/s [1], mulj se skuplja na dnu, a čestice ulja i masti odvajaju se na površini. Završetkom procesa primarne sedimentacije, mulj se ispušta kroz odvodni kanal, a separirane čestice ulja i masti na vrhu se uklanjaju. Nakon primarnog procesa, otpadna voda ulazi u sekundarni taložnik u kojem se kemijskim i biološkim procesima uklanjaju suspendirane čestice koje sadrže mikrobe. Rešetke, sita, pjeskolovi i mastolovi pripadaju skupini primarnih taložnika. Njihova konstrukcijska izvedba može biti kružnog ili pravokutnog oblika ili u rijetkim slučajevima u obliku lijevka. Pravokutni taložnici se najčešće koriste u industrijskoj praksi zbog jednostavne i ekonomične izvedbe 1.1 [2]. Troškovi održavanja su niski te su prikladni za postrojenja velikih kapaciteta. Kako bi proces taloženja bio efikasan, nužno je postići uniformno strujanje fluida sa što manje recirkulacijskih zona. Uspostavljanjem konstantne brzine protoka omogućuje se lakše odvajanje čvrstih čestica u što kraćem vremenu, a postojanje recirkulacije stvara „mrtve“ zone unutar taložnika koje imaju negativan učinak na proces sedimentacije. Mrtvim zonama smanjuje se efektivni volumen taložnika što može dovesti do "kratkog spoja" između ulaza i izlaza taložnika, što znači da će određeni dio volumena vode izaći iz taložnika, a da se proces sedimentacije nije stigao odviti. Također, u mrtvim zonama visok je intenzitet turbulencije što ne samo da otežava taloženje čestica, nego i može uzrokovati podizanje mulja s dna i ponovno zamućivanje vode. Recirkulacija i "kratki spoj"

su hidraulički fenomeni koji se događaju u taložnicama zbog razlika u gustoći, stratifikacije čvrstih čestica po visini taložnika i geometrije taložnika. Ugradnjom poprečne pregrade može se smanjiti efekt navedenih pojava i pojačati efikasnost sedimentacije. Puno faktora ima utjecaj na izvedbu i dimenzije taložnika kao što su: koncentracija sedimenta, oblik taložnika, mehanizam uklanjanja sedimenta, konstrukcija ulaza i izlaza iz taložnika, veličina i položaj poprečne pregrade. S ciljem unaprjeđenja procesa primarne sedimentacije, uz izbjegavanje provođenja dugotrajnih eksperimenata, tijekom posljednjih desetljeća koriste se računalni proračuni dinamike fluida (CFD). Strujanje fluida unutar taložnika može se opisati parcijalnim diferencijalnim jednadžbama koje opisuju očuvanje mase i količinu gibanja. Razvojem računala poboljšala se i dostupnost CFD-a, koji se pojavljuje kao učinkovit alat s velikim potencijalom. Što se tiče taložnika, CFD se može koristiti za optimizaciju geometrije te omogućiti osnovno razumijevanje dinamike sedimentacije i interakcije između čestice fluida i sedimenta.



Slika 1.1: Pjeskolov

## 1.1. Problemi slobodne površine i transporta sedimenta

Prilikom modeliranja strujanja u taložniku, pojavljuju se problemi modeliranja slobodne površine i transporta sedimenta. Dvofazno strujanje može biti ostvareno za kombinaciju plina i krutine, plina i kapljevine, krutine i kapljevine, a nije rijetkost da su sve tri faze prisutne u strujanju pa se u tom slučaju radi o višefaznom strujanju. Isto tako strujanje se može podijeliti na laminarno, turbulentno i tranzijentno. Slobodnom površinom naziva se granica između plina i tekućine. Modeliranje slobodne površine kompleksan je zadatak jer se granica između fluida konstantno mijenja. Također, fizikalna svojstva ta dva fluida dosta se razlikuju uz dodatnu pojavu površinske napetosti, pa se u simulacijama mogu pojaviti numeričke nestabilnosti. Numeričkom modeliranju slobodne površine može se pristupiti na dva načina. Pristup koji se češće koristi u praksi, koristi nepomičnu računsku mrežu na kojoj se primjenjuju metode praćenja volumena, npr. *Marker and Cell* (MAC), *The Level Set* metoda i *Volume of Fluid* (VOF). Slobodna površina se određuje pomoću metoda praćenja volumena, tj. računanjem volumena fluida u svakoj ćeliji mreže. Glavni nedostatak ovoga pristupa je očuvanje rezolucije pomične granice domene. Alternativni pristup se temelji na promjenjivoj proračunskoj mreži koja se prilagođava trenutnom obliku domene. [3]

Transport pijeska i šljunka uzrokovan je strujanjem fluida te se taloži na dnu djelovanjem gravitacijske sile na čestice. Pjeskolovi su obično projektirani da uklone krute čestice promjera od 0,20 mm i više [2]. Granica između vode i nataloženog pijeska ima nepravilan oblik stoga se primjenjuje proračunska mreža koja se prilagođava trenutnom obliku domene. Transport suspenzije (čvrste čestice veće od  $1 \mu m$ ) je pojava koja se odvija ne samo u rijekama i prirodnim vodama, nego i u industrijskim otpadnim vodama, kanalizaciji ili u poljoprivrednim djelatnostima. Karakter takvog strujanja može se opisati s nekoliko značajki [4]:

- između krutih čestica postoje smične sile,
- kako bi se održalo gibanje krutih čestica, konstantno je djelovanje konvekcijskog člana,
- čvrste čestice uronjene u fluid, uzrokuju postojanje posmičnih sila i između čestica fluida,

- čvrste čestice imaju puno veću masu od fluida te zbog gravitacijske sile padaju na dno.

## 1.2. Struktura rada

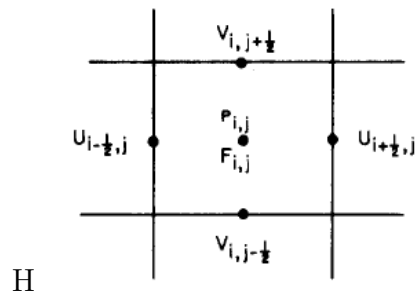
Tema ovog rada izložena je u 5 poglavlja. Numerička simulacija sedimentacije izrađena je u programu *foam-extend*, a rezultati su prikazani pomoću programa Paraview. U prvom poglavlju predstavljena je tema rada i pojave koje otežavaju numeričko modeliranje pjeskolova. U drugom poglavlju opisane su jednačbe koje su implementirane u *foam-extend*, kao i rubni uvjeti koji su postavljeni na granicama geometrije. U trećem poglavlju prikazana je odabrana geometrija pjeskolova i sve ispitivane konfiguracije pjeskolova te je opisana je proračunska mreža, izrađena pomoću *blockMesh*, programa za automatsko generiranje mreže unutar *foam-extend*.

## 2 Matematički model

Da bi se fizikalne pojave opisale pomoću jednadžbi, nužno je postaviti točan matematički model. Pjeskolovi su najčešće pravokutnog oblika s nagnutim dnom kako bi se lakše odvodio otpadni mulj. U ovom radu neće biti analiziran odvod mulja, stoga otvor odvoda nije uvršten u geometriju pjeskolova, nego je samo predviđen nagib dna. Uvedena je pretpostavka da se radi o nestlačivom, Newtonovom fluidu. Za modeliranje strujanja, slobodne površine i transporta sedimenta korištene su jednadžbe kontinuiteta i količine gibanja za stacionarno turbulentno gibanje nestlačivog fluida. Na početku poglavlja bit će predstavljene dvije metode korištene za modeliranje slobodne površine, a zatim jednadžbe kojima se opisuje strujanje fluida.

### 2.1. *Volume of fluid* metoda

Za modeliranje slobodne površine najčešće korištene metode u praksi su: *Volume of Fluid (VOF)*, Lagrangeovo praćenje, *Marker and Cell (MAC)* i *Level Set* metoda. U radu je korištena *Volume of Fluid* metoda. U VOF metodi definira se stepenasta funkcija  $\alpha$  čija je vrijednost 1 u ćelijama koje zauzima voda i 0 u ćelijama koje zauzima zrak. Ćelije s vrijednostima  $0 < \alpha < 1$  tada moraju sadržavati slobodnu površinu. Prosječna vrijednost  $\alpha$  u ćeliji predstavlja udio volumena koji je popunjen fluidom (vodom). Rješavanjem derivacija funkcije  $\alpha$ , određuju se normale na granicu fluida. U konačnici, kada se odredi vrijednost funkcije  $\alpha$  i smjer normale, može se konstruirati linija unutar ćelije koja predstavlja granicu između fluida.



Slika 2.1: Pozicija varijabli u klasičnoj mreži

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\partial y} = 0. \quad (2.1)$$

Jednadžba (2.1) pokazuje da se  $\alpha$  pomiče zajedno s fluidom te bi prema tome u Lagrangovom pristupu  $\alpha$  bio konstantan u svakoj ćeliji. Prema Eulerovom pristupu,  $\alpha$  koji se pomiče zajedno s fluidom mora se računati u svakoj ćeliji, ali rješavanjem diferencijalne jednadžbe (2.1) standardnom metodom konačnih razlika, razmazala bi se funkcija  $\alpha$  i rezolucija granice bi se izgubila. Budući da je funkcija  $\alpha$  stepenasta, vrijednostima 0 ili 1, može se koristiti metoda aproksimacije fluksa kako bi se očuvala nekontinuirana priroda funkcije  $\alpha$ . Smještanje diskretizirane varijable  $\alpha$  u kontrolnom volumenu prikazano je na slici 2.1. Funkcija  $\alpha$  određuje koje ćelije sadrže fluid. Ćelija  $(i, j)$  koja sadrži slobodnu površinu definira se kao ćelija s vrijednosti različitom od nule uz uvjet da joj je bar jedna susjedna ćelija,  $(i \pm 1, j)$  ili  $(i, j \pm 1)$ , s vrijednosti  $\alpha = 0$ . Osnovni postupak računanja slobodne površine sastoji se od tri koraka:

- računanje Navier - Stokesovih jednadžbi prikazanim u poglavlju koristeći rubne uvjete ili vrijednosti brzine dobivene u prethodnom koraku za dobivanje nove vrijednosti brzine,
- iterativno rješavanje jednadžbe tlaka u svakoj ćeliji te računanje nove vrijednosti brzine kako bi se zadovoljila jednadžba kontinuiteta,
- ažuriranje funkcije  $\alpha$  koja prema novim vrijednostima određuje granicu između fluida.

U svakom koraku potrebno je primijeniti valjane rubne uvjete na granici mreže i slobodne površine. Ponavljanjem navedenih koraka kroz bilo koji vremenski korak rješenje jed-



nadžbi će konvergirati. Prednost VOF metode je što omogućuje jednostavan i proračunski efikasan način praćenja slobodne površine za 2D i 3D mreže. Metoda ipak ima dosta velik nedostatak jer kod oštih granica fluida ne može precizno odrediti poziciju granice, što zahtijeva profinjenje proračunske mreže.

## 2.2. *Ghost Fluid* metoda

Veliki gradijenti polja na slobodnoj površini rješavaju se uz pomoć *Ghost Fluid* metode koja se pokazala učinkovitom i jednostavnom za implementirati u VOF metodu. Pretpostavlja se konstantna gustoća za obje faze, vodu i zrak. Skok gustoće na slobodnoj površini prema [5] prikazan je kao:

$$[\rho] = \rho^- - \rho^+, \quad (2.2)$$

gdje  $+$  i  $-$  označavaju teži i lakši fluid, odnosno vodu i zrak.

Kako se promatra nestlačivo, turbulentno strujanje pretpostavlja se da je efektivna kinematička viskoznost kontinuirana duž slobodne površine i prema VOF metodi zapisuje se:

$$\nu_e = \alpha \nu_{e,w} + (1 - \alpha) \nu_{e,a}, \quad (2.3)$$

gdje je  $\nu_{e,w}$  efektivna kinematička viskoznost vode, a  $\nu_{e,a}$  efektivna kinematička viskoznost zraka. Stoga efektivna kinematička viskoznost nema skok vrijednosti preko slobodne površine. Ova aproksimacija smije se primijeniti na slučajevima s velikim protocima gdje viskoznost ima mali utjecaj na ponašanje slobodne površine. Brzina na slobodnoj površini smatra se kontinuiranom duž slobodne površine i prema kinematičkom rubnom uvjetu definira se kao:

$$[u] = u^- - u^+ = 0, \quad (2.4)$$

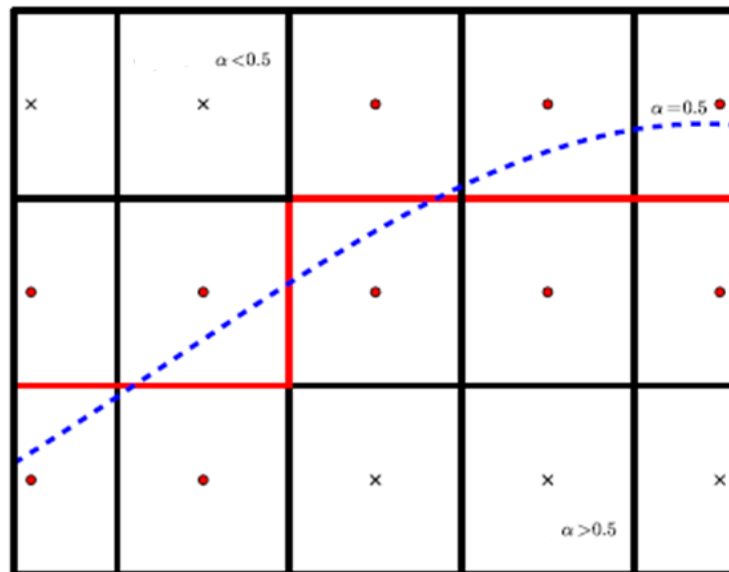
odnosno brzina zraka na infinitesimalnoj udaljenosti od slobodne površine je ista kao i brzina vode na infinitesimalnoj udaljenosti od slobodne površine. Zbog primjene GF metode, metodom kontrolnih volumena diskretizacija dinamičkog tlaka na slobodnoj površini vrši se jednostranom ekstrapolacijom, sa sljedećim pretpostavkama 2.2:

- ćelija P se smatra mokrom ili suhom ako je  $\alpha_p > 0.5$  ili  $\alpha_p < 0.5$ ,
- ako je mokra ćelija okružena sa svih strana mokrim ćelijama, primjenjuje se uobičajena diskretizacija, te isti princip vrijedi i za suhe ćelije.

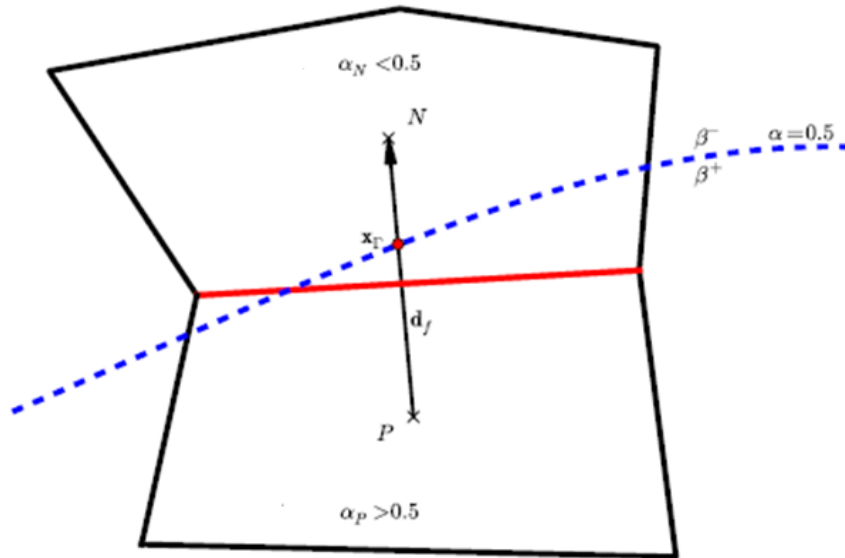
Ćelije koje se diskretiziraju na poseban način su one koje sadrže slobodnu površinu zato što se krivulja slobodne površine nalazi negdje između centara ćelija P i N te je na slici 2.3 prikaz ćelija koje sadrže slobodnu površinu. Kriterij za ćelije slobodne površine jest:

$$(\alpha_P - 0.5)(\alpha_N - 0.5) < 0 \quad (2.5)$$

Jednadžba (2.5) se koristi za markiranje ćelija slobodne površine nakon rješavanja VOF transportne jednadžbe.



Slika 2.2: Shematski prikaz slobodne površine za 2-D mrežu



Slika 2.3: Prikaz mokre i suhe ćelije koje sadrže granicu slobodne površine

Prema [6] dinamički tlak na slobodnoj površini se diskretizira kao:

$$p_d = p_d^- - p_d^+, \quad (2.6)$$

gdje je  $p_d^-$  dinamički tlak zraka na infinitesimalnoj udaljenosti od slobodne površine, a  $p_d^+$  dinamički tlak vode na suprotnoj strani. Jednadžba (2.5) je isto reda točnosti kao i rješenje VOF transportne jednadžbe stoga se može učinkovito primijeniti i u GFM jednostranoj ekstrapolaciji. Gornje jednadžbe predstavljaju uvjete skoka koji se moraju uzeti u obzir prilikom matematičkog modeliranja strujanja sa slobodnom površinom.

### 2.3. Modeliranje slobodne površine

Za opis strujanja najprije se moraju definirati dvije faze, za zrak i vodu, uz pretpostavku da su polja kontinuirana duž cijele granice između dva fluida. Za vektor brzine  $\mathbf{u}$ , gustoću  $\rho$  i viskoznost  $\mu$  za dvofazno strujanje na granici između faza, pretpostavlja se da linearno ovise o faktoru volumnog udjela  $\alpha$ , gdje indeks 1 označava fazu vode, a indeks 2 fazu zraka:

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{u}_2, \quad (2.7)$$

$$\rho = \alpha\rho_1 + (1 - \alpha)\rho_2, \quad (2.8)$$

$$\mu = \alpha\mu_1 + (1 - \alpha)\mu_2. \quad (2.9)$$

gdje  $\mathbf{u}$  označava vektor polja brzine,  $\alpha$  volumni udio pojedine faze,  $\rho$  gustoću, te indeksi 1 i 2 označavaju vodu i zrak. Stoga slijedi zapis jednadžbe kontinuiteta, jednadžbe kontinuiteta za faze i osrednjene jednadžbe količine gibanja uz uvjet odvojenosti faza:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha) = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = \nabla \cdot \mu_{eff} - \nabla p_d - (g \cdot \nabla \rho), \quad (2.12)$$

gdje  $\mu_{eff}$  efektivnu dinamičku viskoznost i  $p_d$  polje dinamičkog tlaka. Fazna jednadžba kontinuiteta (2.11) je hiperboličnog karaktera te se njezina numerička stabilnost postiže ograničenjem Courant - Friedrichs - Lewy (CFL) broja [7]:

$$CFL = \frac{u \Delta t}{\Delta x} \leq CFL_{max}. \quad (2.13)$$

Član divergensa u faznoj jednadžbi kontinuiteta je 0 u svim ćelijama daleko od slobodne površine jer u slučaju zraka  $\alpha = 0$  što daje  $\nabla \cdot \mathbf{u}\alpha = 0$ , a u slučaju vode  $\alpha = 1$  što daje klasičnu jednofaznu jednadžbu kontinuiteta. Time se definira CFL koji uzima u obzir samo ćelije koje sadrže slobodnu površinu  $0 < \alpha < 1$ . Ovime se pokazuje dvije različite vremenske skale za dani set jednadžbi koje opisuju gibanje slobodne površine. To se najbolje može primijetiti kada se postigne stacionarno strujanje kada se slobodna površina ne giba, a fluid ima brzinu koja je postignuta u stacionarnom stanju. U VOF metodi numerička difuzija  $\alpha$  varijable se rješava mjerama za rezoluciju slobodne površine, uobičajeno su to diskretizacijske sheme s negativnom numeričkom difuzijom. Tim shemama djeluje se na konvekcijski član jednadžbe (2.11), ali njihov efekt ovisi o gibanju slobodne mreže. Problem nastaje kada slobodna površina u stacionarnom stanju počne mirovati jer prestaje djelovanje diskretizacijske sheme, te se gubi rezolucija. Radi toga

dodan je novi član u transportnu jednadžbu (2.11) koji sadrži relativnu brzinu  $u_r$  definiranu prema Rusche [8]:

$$\mathbf{u}_r = \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|} \min \left( C_\alpha \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}, \max \left( \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|} \mathbf{u} \right) \right), \quad (2.14)$$

te jednadžba na kraju dobiva oblik:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_r\alpha(1-\alpha)) = 0. \quad (2.15)$$

Jednadžba (2.15) donosi sa sobom nestabilnost i slabu konvergenciju, pa prema [6] uvodi se:

$$\mathbf{u}_r = \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|} \frac{C_\alpha}{\Delta x \Delta t}, \quad (2.16)$$

gdje  $C_\alpha$  ima istu ulogu kao Courantov broj za smanjenje efekata razmazivanja slobodne površine, ali uz poboljšanje jer kompresija više nije ovisna o konvekciji i Courantovom broju s promjenom  $\Delta t$ .

## 2.4. Transport sedimenta

U korištenom numeričkom modelu, u obzir se uzima i transport suspenzije i podizanje sedimenta s dna zajedno sa procesima erozije i taloženja.

### 2.4.1. Transport sedimenta s dna

Stopa transporta sedimenta s dna u različitim smjerovima predložena je prema [6]:

$$\mathbf{q}_b = q_b \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{|\boldsymbol{\tau}_b|} - C |q_b| \cdot \nabla_s \eta, \quad (2.17)$$

gdje je  $\mathbf{q}_b$  vektor transporta sedimenta i iznosi  $\mathbf{q}_b = [q_{bx}, q_{by}]$ , a  $q_b$  stopa transporta sedimenta za ravno dno,  $\boldsymbol{\tau}_b$  je vektor posmičnog naprezanja i iznosi  $\boldsymbol{\tau}_b = [\boldsymbol{\tau}_{bx}, \boldsymbol{\tau}_{by}]$ ,  $\tau_b$  je posmično naprezanje sedimenta,  $C$  je konstanta koja predstavlja nagib toka sedimenta te je njena prosječna vrijednost 2.0 prema [6],  $\nabla_s$  je površinski gradijent,  $\eta$  je promjena visine dna. Formula za dobivanje stope transporta sedimenta prema [6] glasi:

$$q_b = \begin{cases} 18,74\sqrt{R_g D_{50}} D_{50}(\theta - \theta_{kr}^*)(\theta_{0,5} - 0,7\theta_{kr}^{0,5*}), & \theta > \theta_{kr}^* \\ 0 & \text{za ostale} \end{cases}$$

gdje je  $\theta$  Shieldsov broj,  $\theta_{kr}$  kritični Shieldsov broj prilagođen nagibu dna za početno gibanje sedimenta na ravnom dnu,  $R$  je relativna uronjena gustoća sedimenta čija se vrijednost uzima 1.65 i  $D_{50}$  je promjer čestice sedimenta. Shieldsov broj računa se prema formuli:

$$\theta = \frac{\tau_b}{Rg\rho_w D_{50}}, \quad (2.18)$$

gdje je  $\rho_w$  gustoća vode. Kritični Shieldsov broj se mora korigirati da bi se uzeo u obzir nepravilan nagib dna te jednadžba glasi:

$$\theta_{kr}^* = \theta_{kr} \left( \cos \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi \tan \beta^2}{\mu_s^2}} - \frac{\cos \phi \sin \beta}{\mu_s} \right), \quad (2.19)$$

gdje je  $\theta_{kr}$  kritični Shieldsov parametar,  $\beta$  nagib dna,  $\phi$  kut između vektora brzine i vektora smjera nagiba dna,  $\mu_s$  koeficijent trenja sa iznosom od 0.65.

### 2.4.2. Transport suspenzije

Raspodjela koncentracije sedimenta u sloju suspenzije opisuje se transportnom jednadžbom:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} - \omega_s \delta_{j3})c = \nabla \cdot \left( \frac{\nu_t}{\sigma_c \nabla C} \right), \quad (2.20)$$

gdje je  $\mathbf{u}$  vektor brzine fluida,  $c$  lokalna koncentracija suspenzije,  $\omega_s$  brzina taloženja sedimenta,  $\delta_{j3}$  Kroneckerov delta gdje  $j = 3$  označava vertikalni smjer,  $\sigma_c$  Schmidtov broj povezan s turbulentnom difuzijom sedimenta  $\nu_t$ .

### 2.4.3. Promjena visine dna

Promjena visine nataloženog sedimenta opisuje se Exnerovom jednadžbom:

$$(1 - n) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_s \cdot \mathbf{q}_b - D_b + E_b = 0, \quad (2.21)$$

gdje je  $n$  poroznost dna,  $D_b$  taloženje sedimenta,  $E_b$  erozija sedimentnog sloja. Taloženje se definira kao:

$$D_b = \nu_s c_b, \quad (2.22)$$

gdje je  $c_b$  koncentracija sedimenta, a  $\nu_s$  brzina taloženja. Stopa erozije prikazuje se jednačom:

$$asE_b = \nu_s c_b^*, \quad (2.23)$$

gdje je  $c_b^*$  ravnotežna koncentracija i može se povezati s koncentracijom  $c_2$  na prvoj točki mreže iznad dna preko relacije:

$$c_b = c_2 + c_b^* [1 - e^{(\nu_s \sigma_c / \nu_t)(\eta_2 - k_s)}], \quad (2.24)$$

gdje je točka 2 prva ćelija u proračunskoj mreži za koju se smatra da ima ravnotežne uvjete,  $k_s$  je visina hrapavosti za koju se uzima da je 5 % dubine vode. Ravnotežna koncentracija je opisana:

$$c_b^* = 0,015 \frac{\nu^2 \rho_w D_{50}^{0,6} \left( \frac{(u'_*)^2 - (u_{*kr})^2}{u_{*kr}^2} \right)^{1,5}}{g(\rho_s - \rho_w)k_s}, \quad (2.25)$$

gdje je  $\rho_w$  gustoća vode,  $\rho_s$  gustoća sedimenta,  $\nu$  kinematička viskoznost vode,  $u'$  efektivna brzina smicanja i  $u_{kr}$  kritična Shieldsova brzina.

## 2.5. Modeliranje turbulentnog strujanja

Turbulentno strujanje česta je pojava u prirodi te se pojavljuje pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja. Turbulentno strujanje karakterizira kaotično gibanje čestica i nestacionarnost, gdje intenzivno miješanje čestica daje strujanje difuzijski karakter što dovodi do povećanja disipacije energije. Takvo strujanje računa se numeričkim metodama pomoću Navier – Stoksovih jednačbi jer je nemoguće analitički dobiti rješenje. Kod razvijenog turbulentnog strujanja, svaka varijabla pokazuje slučajne pulsacije što omogućuje uprosječavanje varijabli i time se olakšava numeričko rješavanje. U praksi se najčešće upotrebljavaju tri numerička modela: direktna numerička simulacija (DNS),

Reynoldsove osrednjene Navier - Stokesove jednažbe RANS i *Large Eddy* simulacije LES. Reynoldsovo osrednjavanje Navier – Stokesovih jednažbi je model koji je najrašireniji u primjeni. Osnova ideja modela je prikazati veličine zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela:

$$p = \bar{p} + p', \quad (2.26)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad (2.27)$$

gdje  $\bar{p}$  i  $\bar{\mathbf{u}}$  predstavljaju vremenski osrednjene veličine, a  $p'$  i  $\mathbf{u}'$  oscilacije u vremenu. Uvrštavanjem osrednjenih veličina u jednažbu kontinuiteta i jednažbu količine gibanja dobiju se Reynoldsove jednažbe:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\nu \nabla \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}), \quad (2.29)$$

gdje se član  $\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}$  naziva Reynoldsovim tenzorom naprežanja. Tenzor se sastoji od 6 nepoznanica i radi toga sustav nema jednoznačno rješenje jer je broj nepoznanica veći od broja jednažbi. Modelima turbulencije pokušava se uskladiti broj nepoznanica i jednažbi, te je u sklopu ovog rada upotrijebljen  $k - \omega$  SST model.

### 2.5.1. $k - \omega$ SST model

Model je razvio Menter [9] kao kombinaciju  $k - \epsilon$  modela i  $k - \omega$  modela. Standardnim modelom  $k - \eta$  modelira se slobodno strujanje podalje od stijenke, a strujanje u blizini stijenke, koje je osjetljivo na rubne uvjete, modelira se  $k - \omega$  modelom. Osnovni model sastavljen od dvije jednažbe glasi:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}k) - \nabla \cdot [(\nu_{eff})\nabla k] = \min(G, C_1, \beta^* k\omega), \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\omega) - \omega \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} - \nabla \cdot [\nu_{eff}\nabla \omega] = \gamma \min \left[ S_2, \frac{c_1}{a_1} \beta^* \omega \max \left( a_1 \omega, b_1 F_{23} \sqrt{S_2} \right) \right] \\ - \beta \omega^2 + (1 - F_1) CD_{k\omega}. \end{aligned}$$



gdje  $G$  i  $S_2$  predstavljaju [10]:

$$G = \nu_t S_2, \quad (2.31)$$

$$S_2 = 2\left[\frac{1}{2}(\nabla\bar{\mathbf{u}} + \nabla\bar{\mathbf{u}}^T)\right]^2, \quad (2.32)$$

a turbulentna viskoznost se računa:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max[a_1 \omega, b_1 F_{23} \sqrt{2} \frac{1}{2}(\nabla\bar{\mathbf{u}} + \nabla\bar{\mathbf{u}}^T)]}. \quad (2.33)$$

Jednadžbama (2.30) i (2.31) opisan je model  $k - \omega$  SST prema Menter i Ensch sa dodatnim koeficijentom iz [9].

## 2.6. Rubni uvjeti

Rubne uvjete nužno je zadati na granicama domene kako bi se prikazala veza između odabrane domene i okoline. Zadavanje rubnih uvjeta zahtjeva dobru inženjersku procjenu jer u suprotnom dobiveno rješenje može biti nefizikalno ili nestabilno. Rubni uvjeti se dijele na numeričke rubne uvjete i fizikalne rubne uvjete.

Numerički rubni uvjeti[11]:

- Dirichletov rubni uvjet – zadana fiksna vrijednost varijable na granici

$$\phi = konst., \quad (2.34)$$

- Von Neumannov rubni uvjet – zadana fiksna vrijednost gradijenta

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_s = 0, \quad (2.35)$$

- Robinov rubni uvjet (miješani) – zadana kombinacija fiksne vrijednosti varijable i gradijenta

$$\alpha\phi + (1 - \alpha)\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_s, \quad (2.36)$$

Fizikalni rubni uvjeti su nepropusni zidovi, protok na ulazu i izlazu, simetrične, kružne i periodične ravnine, itd. te se koristi kombinacija numeričkih rubnih uvjeta za svaku nepoznatu varijablu.

## 2.7. Zaključak

U poglavlju je postavljen matematički model za probleme slobodne površine i transporta sedimenta u pjeskolovu. Opisana je Volume of Fluid metoda za modeliranje slobodne površine te je uz nju korištena i GFM metoda za rješavanje visokih gradijenata na granici između fluida. Za modeliranje transporta sedimenta tri modela su uzeta u obzir, transport suspenzije koja dolazi zajedno s vodom na ulazu u taložnik, taloženje sedimenta na dnu i promjena visine dna za što je korištena Exnerova jednadžba, te na poslijetku podizanje sedimenta s dna u slučaju utjecaja turbulencije. Predstavljen je  $k - \omega$  SST model turbulencije koji je korišten u simulaciji za opis turbulentnog strujanja i stvaranja vrtloga unutar pjeskolova. Na kraju ukratko su navedeni opći rubni uvjeti koji se postavljaju na granici domene. U idućem poglavlju bit će prikazana korištena geometrija i proračunska mreža te prikaz automatske metode pomicanja proračunske mreže korištenu zbog promjene visine dna.

# 3 Geometrija i generiranje proračunske mreže

U ovom poglavlju predstavljena je metoda za automatsko generiranje pomične mreže i metoda konačnih površina i njihova svrha u opisu promjene visine dna pjeskolova. Zatim će u nastavku biti prikaz korištene geometrije i sve konfiguracije upotrijebljene u istraživanju. U zadnjem dijelu navedeni su rubni uvjeti postavljeni u *foam-extend*.

## 3.1. Automatska metoda pomicanja proračunske mreže

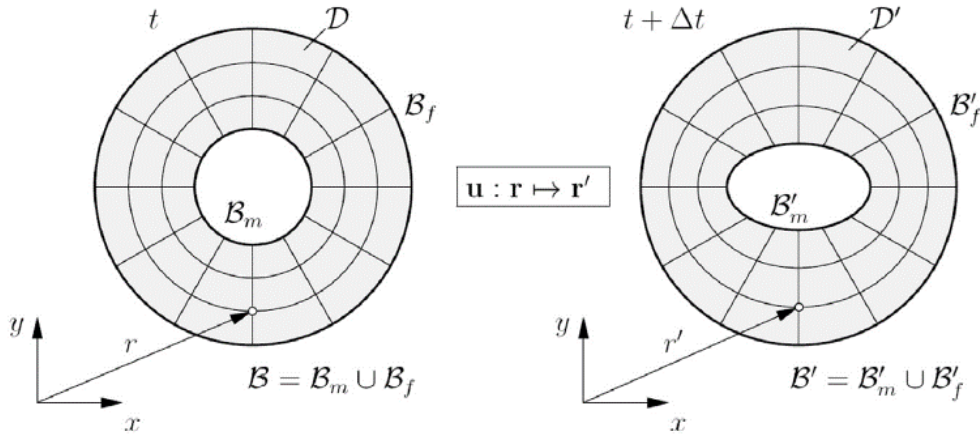
U slučajevima kada domena mijenja oblik tijekom trajanja simulacije, potrebno je proračunsku mrežu prilagoditi domeni, ali uz uvjet očuvanja kvalitete. Učinkovitost metode postiže se cijepanjem kontrolnih volumena, odabirom metode diskretizacije i iterativnog rješavača. U ovom radu koristi se metoda temeljena na čvorovima i metodi konačnih elemenata [12]. Osnovno obilježje metode su matematički model kojim se definira pomak mreže i metoda diskretizacije jednadžbe pomaka.

### 3.1.1. Definicija problema pomicanja mreže

Prije numeričkog rješavanja pomaka unutrašnjih čvorova, potrebno je postaviti matematički model. U početnom vremenskom trenutku  $t$  definirana je domena  $\mathcal{D}$  s graničnom površinom  $\mathcal{B}$  3.1. Nakon vremenskog koraka  $\Delta t$  domena  $\mathcal{D}$  deformirala se u domenu  $\mathcal{D}'$  s novom graničnom površinom  $\mathcal{B}'$ . Zahtijeva se takvo preslikavanje  $\mathcal{D}$  na  $\mathcal{D}'$  uz uvjet da se mreža preslika uz nikakvu ili minimalnu distorziju kontrolnih volumena. Radi toga odabire se zavisna varijabla pomoću koje će se definirati preslikavanje. Prema [3] odabrana je zavisna varijabla  $\mathbf{u}$  te jednadžba pomaka glasi:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{u}, \quad (3.1)$$

gdje su  $\mathbf{r}$  i  $\mathbf{r}'$  vektori položaja točke u početnoj mreži i u novoj mreži.  $\mathcal{B}'$  je granica nove mreže koja se deformirala.



Slika 3.1: Prikaz pomicanja mreže

U domeni granice  $\mathcal{B}$  razlikuju se površine  $\mathcal{B}_m$  i  $\mathcal{B}_f$ , isto je i kod granične površine  $\mathcal{B}'$ . Granična površina  $\mathcal{B}'_f$  za razliku od  $\mathcal{B}'_m$  ne mijenja svoj oblik tijekom vremenskog intervala  $\Delta t$  stoga se zadaju i različiti rubni uvjeti. Na pomičnoj granici  $\mathcal{B}_m$  često se zadaje Dirichletov rubni uvjet:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_m \text{ na } \mathcal{B}_m, \quad (3.2)$$

gdje  $\mathbf{u}_m$  predstavlja pomak granice, no Dirichletov rubni uvjet može se primijeniti i na nepomičnoj granici  $\mathcal{B}_f$ :

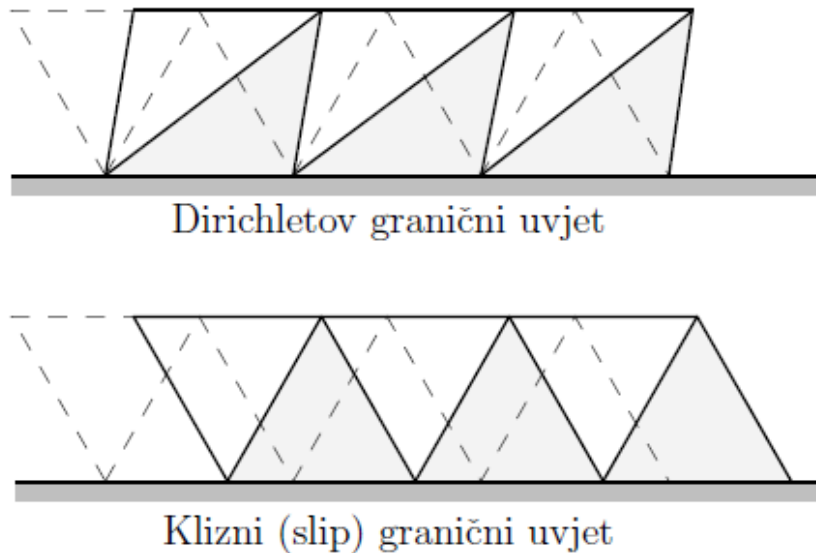
$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ na } \mathcal{B}_f, \quad (3.3)$$

ali u tim slučajevima bolje je koristiti *slip* rubni uvjet (tangencijalna komponenta se zadržava, a normalna je jedanaka 0) prikazan na slici 3.2 u usporedbi s Dirichletovim rubnim uvjetom, gdje se za normalnu komponentu brzine upotrebljava Dirichletov rubni uvjet:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0 \text{ na } \mathcal{B}_f, \quad (3.4)$$

A za tangencijalnu komponentu Neumannov rubni uvjet:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla[(\mathbf{I} - \mathbf{nn}) \cdot \mathbf{u}] = 0 \text{ na } \mathcal{B}_f, \quad (3.5)$$

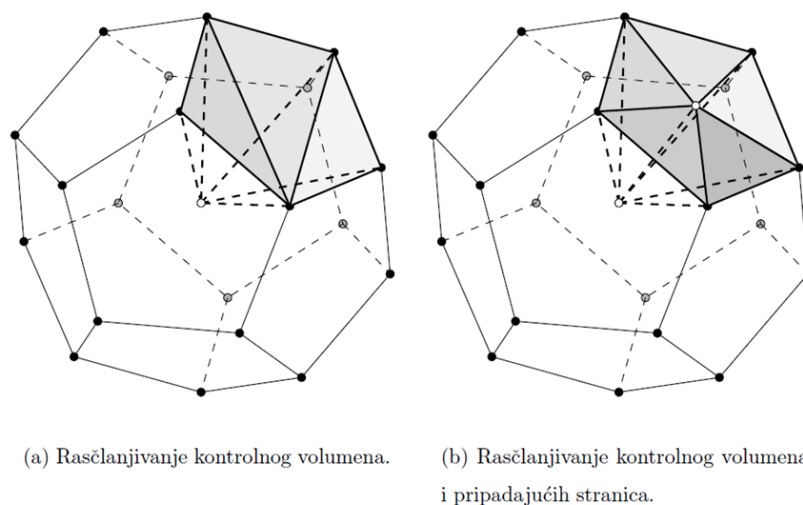


Slika 3.2: Shematski prikaz Dirichletovog i kliznog rubnog uvjeta

Prednost kliznog uvjeta je što se postiže puno manja distorzija kontrolnih volumena uz nepomičnu granicu, ali zato može doći neželjene promjene rezolucije na mreži duž granice na kojoj je uvjet zadan te je teško primjenjiv na zakrivljenoj granici.

### 3.1.2. Kompozitni poliedarski konačni element

Prije nego li se primjeni klasična metoda kontrolnih volumena za diskretizaciju jednadžbe pomaka, definira se kompozitni poliedarski kontrolni volumen [3]. Proizvoljni poliedar raščlanjuje se na tetraedarske elemente te se u slučaju adresiranja po stranicama kontrolnih volumena proces može automatizirati. Na slici 3.3 prikazana su dva postupka automatskog raščlanjivanja, raščlanjivanje kontrolnog volumena i raščlanjivanje kontrolnog volumena i pripadajućih stranica.



Slika 3.3: Raščlanjivanje kontrolnog volumena (a) i (b)

Pri raščlanjivanju kontrolnog volumena (a) u centru se stvara dodatni čvor, a pripadajuće stranice se podijele na trokute. Tetraedri se sastoje od posljednjeg čvora u sredini kontrolnog volumena i stranice nasuprotne posljednjem čvoru koja se rastavi na trokute. U slučaju (b) uz čvor u sredini poliedra uvodi se i čvor u sredini stranice poliedra koja se dijeli na trokute tako da je čvor na sredini stranice zajednički svim tetraedrima. Diskretizacijom jednadžbe pomaka na tetraedarskoj mreži daje sustav jednadžbi s većim brojem nepoznanica što je rezultat uvođenja dodatnih čvorova.

### 3.1.3. Jednadžba pomaka mreže

O jednadžbi pomaka ovisi pomicanje unutarnjih čvorova, a samim time valjanost i kvaliteta mreže tijekom simulacije. Za automatsku metodu pomicanja mreže odabrana je Laplaceova jednadžba pomaka jer omogućuje rješavanje primjenom odvojenog postupka koji zauzima manje memorijskog prostora i proračunski je učinkovita [6]. Laplaceov operator se zapisuje:

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \mathbf{u}) = 0, \quad (3.6)$$

gdje je  $\gamma$  polje difuzije kojim se određuje pomak mreže i  $\mathbf{u}$  polje brzine pomoću kojeg se vrhovi mreže pomiču na novu poziciju na način:

$$X_{novo} = X_{staro} + \mathbf{u}\Delta t. \quad (3.7)$$

Očuvati kvalitetu mreže blizu granice domene je važnije nego za unutrašnji dio domene. Radi toga uvedene su dodatne varijable kako bi se očuvala kvaliteta mreže na donjoj granici domene gdje se nalazi sedimentno dno. U radu [12] uveden je varijabilni koeficijent difuzije u Laplaceovoj jednadžbi, koji je obrnuto proporcionalan udaljenosti kontrolnog volumena od pomične granice, a može se definirati linearnom, kvadratnom i eksponencijalnom ovisnošću na način:

- linearna ovisnost:

$$\gamma(l) = l^{-1}, \quad (3.8)$$

- kvadratna ovisnost:

$$\gamma(l) = l^{-2}, \quad (3.9)$$

- eksponencijalna ovisnost:

$$\gamma(l) = e^{-l}, \quad (3.10)$$

gdje  $l$  predstavlja minimalnu udaljenost kontrolnog volumena od pomične granice.

## 3.2. Metoda konačnih površina

Za diskretizaciju Exnerove jednadžbe na donjoj granici domene gdje se nalazi sediment, korištena je metoda konačnih površina [6]. Član površinske divergencije u Exnerovoj jednadžbi rješava se pomoću površinskog Gaussovog teorema za opću tenzorsku varijablu  $\phi$  definiranu na  $S$  površini:

$$\int_S \nabla_S \cdot \phi dS = \int_{\partial S} \mathbf{m} \cdot \phi dL - \int_S \kappa \mathbf{n} \cdot \phi dS, \quad (3.11)$$

$\mathbf{n}$  predstavlja nominalni jedinični vektor na površini  $S$  i  $\mathbf{m}$  je binormalni jedinični vektor okomit na liniju  $dS$  i tangencijalan na površinu  $S$ . Izraz  $\nabla_S \cdot \mathbf{q}_b$  računa se diskretizacijom jednadžbe (3.11) na kontrolnoj površini  $S_a$  upotrebom prvog zakona metode konačnih volumena u središtu konačne površine:

$$(\nabla_S \cdot \mathbf{q}_b)_{Af} = \frac{1}{S_{Af}} \sum_e \mathbf{m}_e \cdot \mathbf{q}_b L_e - \kappa_{Af} \mathbf{n}_{Af} \cdot \mathbf{q}_{Af}, \quad (3.12)$$

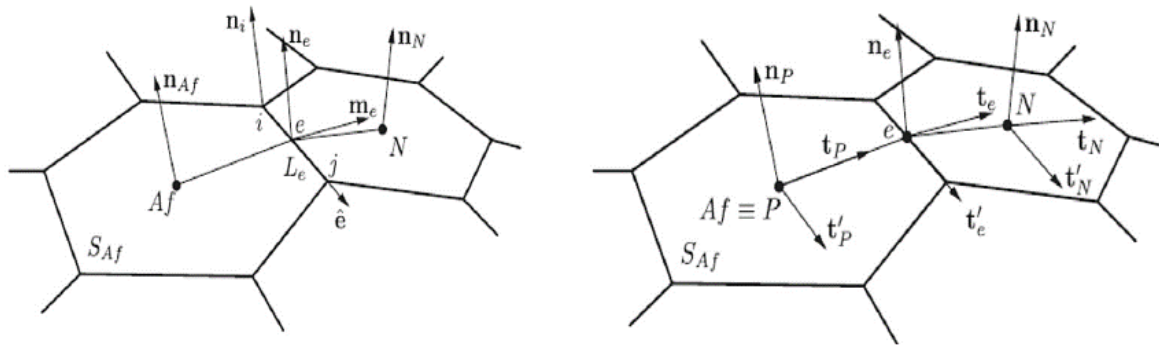
gdje je  $S_{Af}$  konačna površina,  $e$  označava brid konačne površine,  $L_e$  duljinu brida konačne površine te  $\kappa_{Af}$  zakrivljenost površine. Indeksom  $e$  označava da se sve vrijednosti računaju u središtu brida  $e$ . Na slici 3.4 prikazana je kontrolna površina na granici sedimenta s pripadajućim oznakama. Za rješavanje integrala upotrebjeno je pravilo srednje točke (engl. *mid-point-rule*) i sumiranje preko svih bridova koji zatvaraju plohu. Binormala u središtu brida računa se kao:

$$\mathbf{m}_e = e \times \frac{\mathbf{n}_i + \mathbf{n}_j}{|\mathbf{n}_i + \mathbf{n}_j|}, \quad (3.13)$$

gdje je  $\mathbf{e}$  jedinični vektor,  $\mathbf{n}_{i,j}$  su jedinični vektori okomiti na granicu plohe. Transport sedimenta u središtu brida računa se prema izrazu:

$$\mathbf{q}_e = (\mathbf{T}_e)_T \cdot [e_x \mathbf{T}_p \cdot \mathbf{q}_e + (1 - e_x) \mathbf{T}_N \cdot \mathbf{q}_N], \quad (3.14)$$

$e_x$  označava omjer geodetske udaljenosti  $e\bar{N}$  i  $P\bar{e}N$ , a  $\mathbf{T}_e$ ,  $\mathbf{T}_N$ , i  $\mathbf{T}_p$  su tenzori transformacije iz kartezijevih na lokalne koordinate brida.



Slika 3.4: Kontrolna površina na deformiranoj granici sedimenta

### 3.3. Geometrija pjeskolova

Geometrija longitudinalnog pjeskolova s pregradama prikazana je na slici 3.5. Dužina dijela pjeskolova gdje se odvija sedimentacija označena je slovom  $L$ , s  $d$  označava debljinu



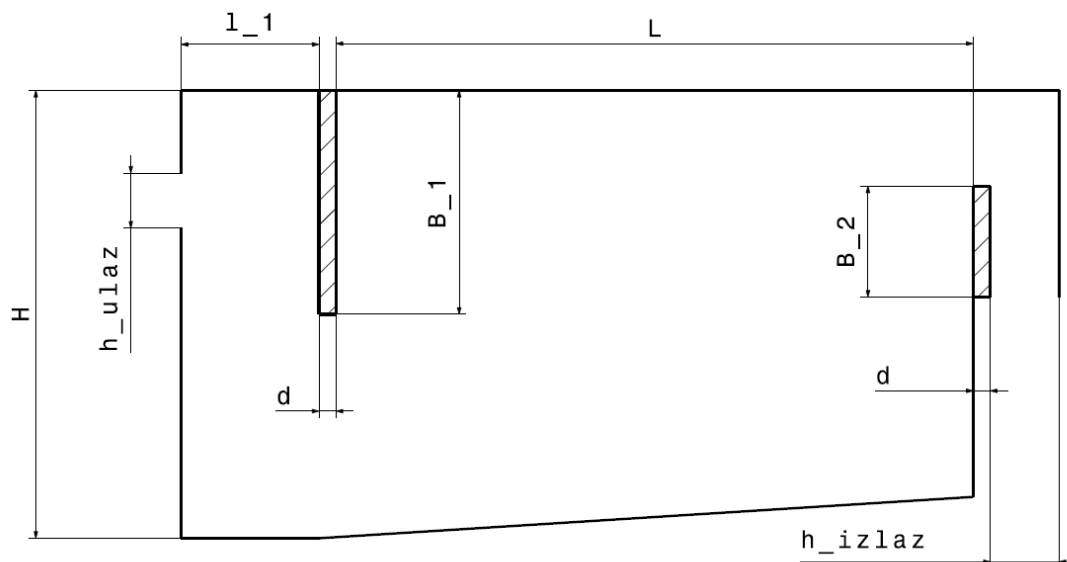
obje pregrade, s  $H$  je označena dubina pjeskolova, a  $h$  predstavlja dubinu vode,  $l_1$  i  $l_2$  označavaju prostor između ulaza i pregrade odnosno pregrade i izlaza. Visine poprečnih pregrada označene su s  $B_1$  i  $B_2$ , gdje indeks 1 označava pregradu kod ulaza, a indeks 2 pregradu kod izlaza. Poprečni presjek ulaza i izlaza iz pjeskolova je pravokutnog oblika s dimenzijama  $h_{ulaz}$  te  $h_{izlaz}$  s horizontalnom stranicom jednake dužine kao i širina pjeskolova  $B$ . Dimenzije su odabrane prema preporuci iz literature [1]:

$$H = 1,5 - 2,5m \quad (3.15)$$

$$\frac{H}{L} = \frac{1}{5} - \frac{1}{1} \quad (3.16)$$

$$\frac{B}{H} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \quad (3.17)$$

Dno pjeskolova ima blagi nagib prema prvoj pregradi jer se na mjestu ispod prve pregrade predviđa otvor za odvod sedimentiranog pijeska. Pijesak se periodično ispušta kroz otvor, ali u ovom radu modelira se samo sedimentacija i transport sedimenta unutar pjeskolova stoga otvor za odvod pijeska nije predložen na slici 3.5. U tablici 3.1 uvrštene su dimenzije za geometrijske oznake sa slike 3.5.



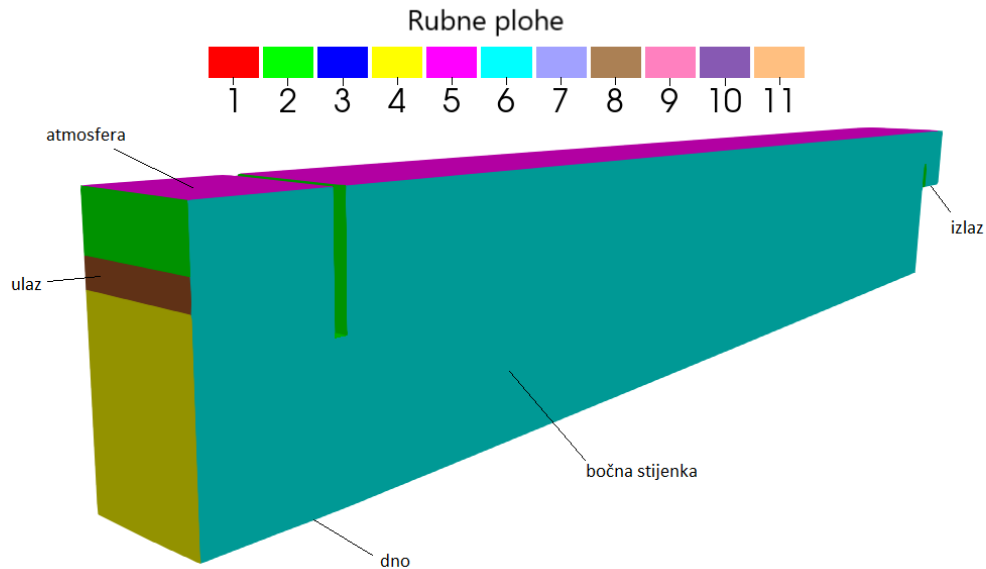
Slika 3.5: Skica pjeskolova

Tablica 3.1: Dimenzije pjeskolova

Veličina	Dimenzija	Mjerna jedinica
L	11	m
H	2	m
B	1	m
$l_1$	0,5	m
$l_2 = h_{izlaz}$	0,2	m
d	10	cm
$B_1$	0,7	m
$B_2$	0,3	m

### 3.4. Proračunska mreža

Za izradu proračunske mreže korišten je *blockMesh*, program za automatsko generiranje mreže u *foam-extend*. Geometrija pjeskolova je pravilna s ravnim stranicama stoga se proračunska mreža sastoji od 12 blokova koji ukupno sadrže 44 900 kontrolnih volumena. Mreža je trodimenzionalna i strukturirana jer se sastoji od heksaedarskih elemenata. Pri rješavanju strujanja sa sedimentom, strukturirana mreža je poželjnija jer sediment prolaskom kroz mrežu radi dodatne distorzije kontrolnih volumena pri dnu. Izgled strukturirane mreže može se vidjeti na 3.6. Mreža ima 7 rubnih ploha na kojima su zadani različiti rubni uvjeti opisani u slijedećem podpoglavlju te je dio rubnih ploha prikazan na slici 3.6. Na dnu domene je pomična ploha koja se nakupljanjem sedimenta deformira i radi toga se koristi *dynamicMesh* zona. Domena je podijeljena na dva dijela, dio s vodom te dio sa zrakom, a između se nalazi slobodna površina. Zbog pomicanja mreže na dnu i promjene visine dna, mreža postaje gušća na donjem dijelu domene, što u slučaju velikih deformacija može izazvati nestabilnost konvergencije.



Slika 3.6: Rubne plohe domene

### 3.5. Rubni uvjeti

Svim generičkim plohama prikazanim na slici 3.6, moraju se dodijeliti rubni uvjeti u datoteci *blockMeshDict*. U tablici 3.2 prikazane su sve plohe te koja vrsta im je dodijeljena. Na plohi *inlet* definirana je vodena zona koja određuje da kroz ulaz struji samo voda zajedno sa sedimentom. Na generičkoj plohi *atmosphere* definiraju se uvjeti atmosfere i zraka. Dno se označava kao *sand*, a zidovi na kojima se koristi klizni rubni uvjet nazivaju se *wallSlip*, na slici 3.6 obojani su žutom bojom. Zidovi stijenke na kojima se definira klasični Dirichletov rubni uvjet nazvani su *wallFixed* i oni su označeni zelenom bojom.

Tablica 3.2: Vrste generičkih ploha

Naziv plohe	Vrsta plohe
inlet	patch
outlet	patch
wallFixed	wall
sand	wall
wallSlip	wall
atmosphere	wall
frontAndBack	wall

Tablica 3.3: Rubni uvjeti za sve generičke plohe

	inlet	wallFixed	sand	wallSlip	outlet	atmosphere	frontAndBack
$\mathbf{u}$ [m/s]	<i>fixedValue</i>	<i>movingWallVelocity</i>	<i>movingWallVelocity</i>	<i>movingWallVelocity</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>pressureInletOutletVelocity</i>	<i>movingWallVelocity</i>
$\alpha$ [-]	<i>fixedValue</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>zeroGradient</i>
$p_d$ [Pa]	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>totalPressure</i>	<i>zeroGradient</i>
$c$ [-]	<i>fixedValue</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>zeroGradient</i>
$\eta_S$ [m]	/	<i>zeroGradient</i>	/	<i>zeroGradient</i>	/	/	<i>zeroGradient</i>
$k$ [J/kg]	<i>fixedValue</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>kqRWallFunction</i>
$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	<i>fixedValue</i>	<i>omegaWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>	<i>omegaWallFunction</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>inletOutlet</i>	<i>omegaWallFunction</i>
$v_S$ [m/s]	<i>zeroGradient</i>	<i>fixedNormalSlip</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>fixedNormalSlip</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>fixedNormalSlip</i>

### 3.5.1. Ulazna ploha

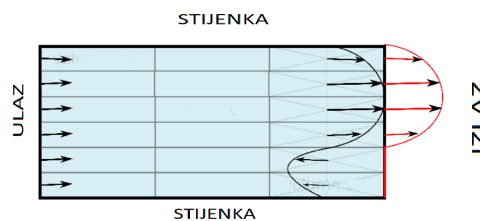
Na ulaznoj plohi najčešće se zadaje Dirichletov rubni uvjet koji specificira vrijednosti koje rješenje treba poprimiti duž granice domene. Fiksni rubni uvjet primjenjuje se za:

- brzinu vode  $\mathbf{u}$ ,
- volumni udio faza  $\alpha$ ,
- koncentraciju sedimenta  $c$ ,
- turbulentnu kinetičku energiju  $k$ ,
- specifičnu brzinu disipacije  $\omega$ .

Za varijablu dinamičkog tlaka  $p_d$  i brzinu sedimentacije  $v_S$  za koje se zadaje von Neumannov rubni uvjet kojim se određuje nulta derivacija normale na plohu (*zeroGradient*).

### 3.5.2. Izlazna ploha

Za brzinu  $\mathbf{u}$ , dinamički tlak  $p_d$  i brzinu sedimentacije  $v_S$  na izlaznoj plohi postavlja se von Neumannov uvjet. Za ostale varijable, volumni udio faza  $\alpha$ , koncentraciju sedimenta  $c$ , turbulentnu kinetičku energiju  $k$ , specifičnu brzinu disipacije  $\omega$  primjenjuje uvjet *inletOutlet*. Rubni uvjet *inletOutlet* je isti kao i von Neumannov uvjet (*zeroGradient*), no u slučaju kada se vektor brzine na izlazu iz domene krene vraćati unutra, *inletOutlet* uvjet ponaša se kao zadana vrijednost (*fixedValue*) što je prikazano na slici 3.7 [13].



Slika 3.7: Miješani rubni uvjet

### 3.5.3. Ploha zidova, bočne plohe

Na plohama zidova postavlja se uvjet *movingWallVelocity* za brzinu  $\mathbf{u}$ . Za varijable  $\alpha$ ,  $c$ , visinu dna  $\eta_S$  i dinamički tlak  $p_d$  postavlja se von Neumannov rubni uvjet, a za brzinu sedimentacije je zadan uvjet *fixedNormalSlip*. Za varijable koje opisuju turbulenciju  $k$  i  $\omega$  zadaje se uvjet *kqRWallFunction* i *omegaWallFunction*. Uvjet *movingWallVelocity* je Dirichletov rubni uvjet kojim se zadaje fiksna vrijednost brzine na pomičnim stijenkama.

### 3.5.4. Sediment

Rješavanje jednadžbi za sediment odvija se u 3D mreži i u 2D mreži gdje se rješava Exnerova jednadžba za promjenu visine dna, a brzina, turbulencija i suspendirani sediment rješavaju se u 3D mreži. Za  $c$ ,  $p_d$  i  $v_S$  postavljen je von Neumannov rubni uvjet.

Za varijable turbulentnog strujanja zadaju se odgovarajuće zidne funkcije. Brzinu  $\mathbf{u}$  određuje rubni uvjet *movingWallVelocity*, a slobodnu površinu  $\alpha$  uvjet *inletOutlet*. Za 2D mrežu zadan je von Neumannov rubni uvjet za varijablu  $\eta_S$  promjenu visine dna.

### 3.5.5. Atmosfera

Na atmosferi se zadaje von Neumannov rubni uvjet za varijablu  $v_S$ . Za  $c$  i  $\alpha$  te  $k$  i  $\omega$  zadaje se uvjet *inletOutlet*, a za brzinu *pressureInletOutletVelocity* te dinamički tlak *totalPressure*. Uvjet *pressureInletOutletVelocity* priroda u skupinu Robinovog rubnog uvjeta jer za protok na izlazu iz domene postavlja *zeroGradient* rubni uvjet, a za protok koji ulazi u domenu postavlja uniformnu vrijednost brzine. Uvjet *totalPressure* postavlja se za polje tlaka te postavlja fiksnu vrijednost statičkog tlaka.

## 3.6. Zaključak

Na početku ovog poglavlja predstavljani su osnovni principi metoda automatskog pomicanja mreže i konačne površine kako bi se riješio problem promjene visine dna i taloženja sedimenta. Zatim je opisana je geometrija pjeskolova te dimenzije koje su primjenjene na modelu. Prema predloženoj geometriji napravljena je proračunska mreža izrađena pomoću programa *blockMesh*. Na kraju poglavlja definiraju se rubni uvjeti za sve varijable koje se promatraju u ovom modelu.

U idućem poglavlju bit će prikazani rezultati dobiveni simulacijom u programu *foam-extend*.

## 4 | Rezultati

### 4.1. Uvod

U ovom poglavlju prikazat će se i analizirati dobiveni rezultati za polje brzine i tlaka, koncentraciju sedimenta, promjenu visine dna pjeskolova, turbulentnu kinetičku energiju te slobodnu površinu. U prethodnom poglavlju opisana je geometrija na kojoj su provedene simulacije te izgled proračunske mreže. Tijekom simulacije mijenjala se brzina strujanja, promjer čestice pijeska te po potrebi položaj pregrade.

### 4.2. Opće postavke za sve konfiguracije

U svim provedenim slučajevima postavljen je jedinični vremenski korak te kraj simulacije nakon 5000 vremenskih koraka. Courantov broj je bezdimenzijska veličina koja predstavlja vrijeme zadržavanja jedne čestice u kontrolnom volumenu te je prema iskustvenoj preporuci zadana vrijednost 0,7. U tablici 4.1 prikazane su konstantne kojima su opisana svojstva fluida, vode i zraka, te sedimenta.

Tablica 4.1: Opće postavke za sve varijacije

Veličina	Iznos	Mjerna jedinica
$\rho_S$	1450	$kg/m^3$
$\rho_W$	1000	$kg/m^3$
$\rho_A$	1,25	$kg/m^3$
$\mu_S$	0,63	-
$n$	0,65	-
$C$	1,5	-
$\nu_W$	$10^{-6}$	$m/s^2$
$\nu_A$	$10^{-5}$	$m/s^2$

gdje  $\rho_S$  predstavlja gustoću sedimenta,  $\rho_W$  gustoću vode, a  $\rho_A$  gustoću zraka. Veličina  $\mu_S$  označava koeficijent statičkog trenja čestica sedimenta,  $n$  je poroznost dna, a  $C$  je konstanta utjecaja nagiba dna, čija se vrijednost kreće između 1,5 - 2,3 [14]. Varijable  $\nu_W$  i  $\nu_A$  su dinamička viskoznost za vodu i zrak.

### 4.3. Promjena promjera čestice

Čestice sedimenta koje ulaze u pjeskolov različitih su veličina i oblika te se distribucija veličina čestice mjeri pomoću sita kako bi se čestice klasificirale prema veličini. Srednja vrijednost veličine čestice označava se s  $d_{50}$  koji predstavlja relativni promjer čestice. Klasifikacija prema Wentworthu [15] prikazana je u tablici 4.2.

Tablica 4.2: Klasifikacija čestica pijeska prema Wentworthu

Veličina čestice	$d_{50}$ [mm]
Veoma fini pijesak	0,0625 - 0,125
Fini pijesak	0,125 - 0,25
Srednje fini pijesak	0,25 - 0,5
Grubi pijesak	0,5 - 1



Tijekom variranja promjera čestice, brzina strujanja na ulazu u pjeskolov iznosila je 0,01 m/s u sve 4 varijacije. U tablici 4.2 prikazane su vrijednosti promjera čestica upotrebljene u simulaciji. Položaj pregrade je u svim iteracijama bio konstantan i nalazio se na udaljenosti 1 m od ulaza.

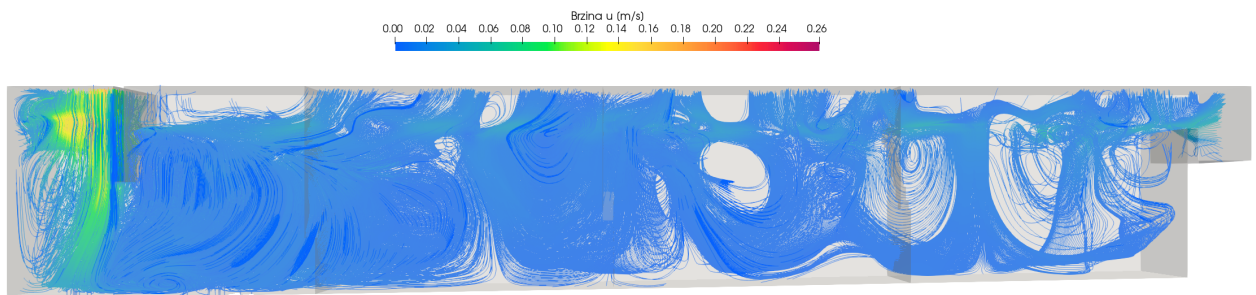
Tablica 4.3: Varijacije promjera čestica

Varijacija	$d$	mm
Varijacija 1.a)	$d_1$	0,000095 m
Varijacija 2.a)	$d_2$	0,0001875 m
Varijacija 3.a)	$d_3$	0,000375 m
Varijacija 4.a)	$d_4$	0,00075 m

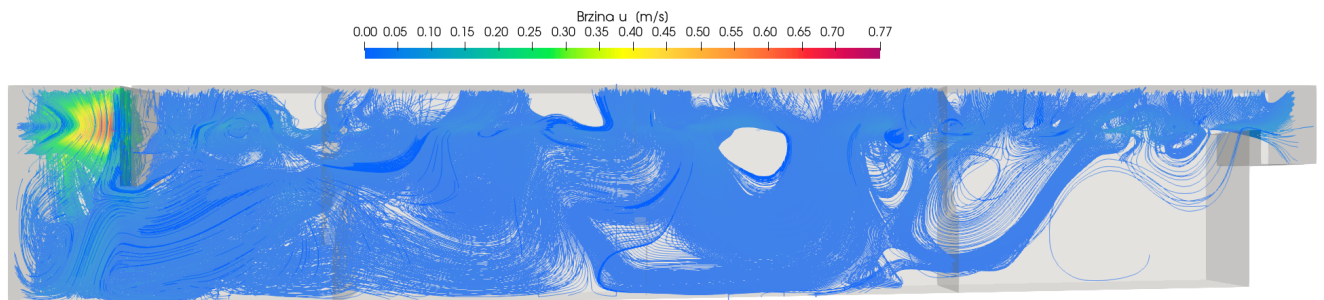
Odabrani promjeri čestica aritmetička su sredina raspona danog u tablici 4.2. Najčešći slučaj u praksi je da se istalože čestice promjera većeg od 0,0002 m, no u ovom radu simulirano je taloženje čestica manjeg promjera kako bi se prikazala mogućnost sedimentacije veoma finog pijeska.

#### 4.3.1. Polje brzine i tlaka

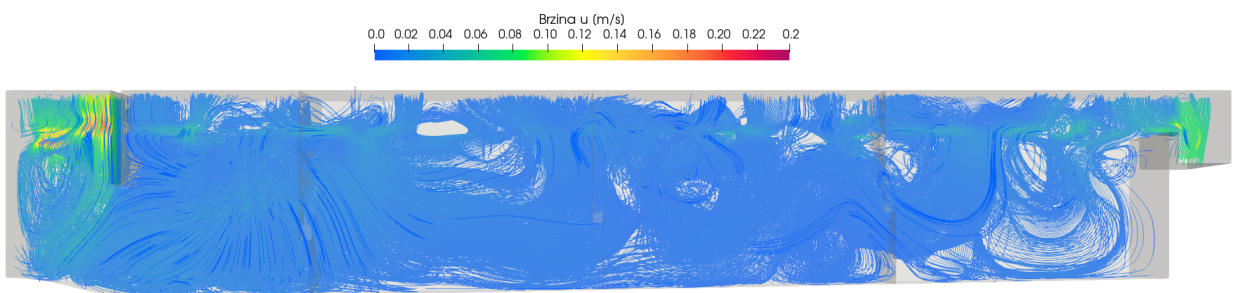
Na slikama 4.2 - 4.8 prikazano je polje brzine za sve 4 varijacije u 2D i 3D prikazu. U svim varijacijama na ulazu su se pojavili vrtlozi zbog blizine pregrade. S povećanjem promjera čestice pojavile su se izraženije nestabilnosti na slobodnoj površini i izlazu iz pjeskolova. Na 3D prikazu mogu se uočiti vrtlozi uz dno koji mogu uzrokovati podizanje čestica s dna i neravnomjerno taloženje po širini pjeskolova.



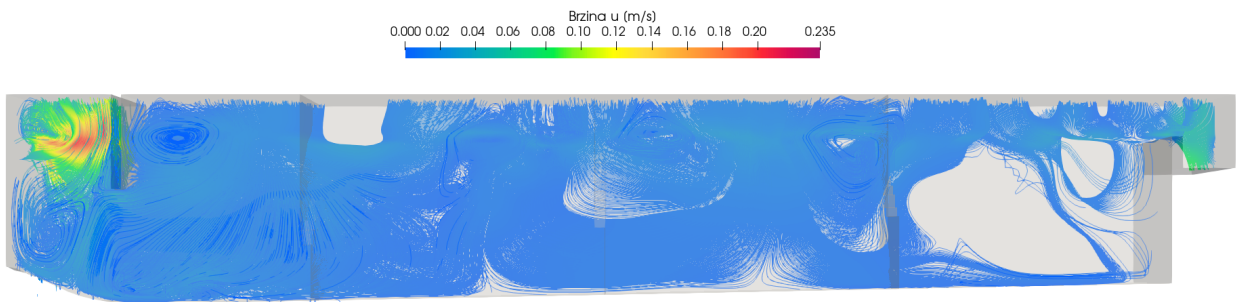
Slika 4.1: 2D polje brzine za varijaciju 1.a)



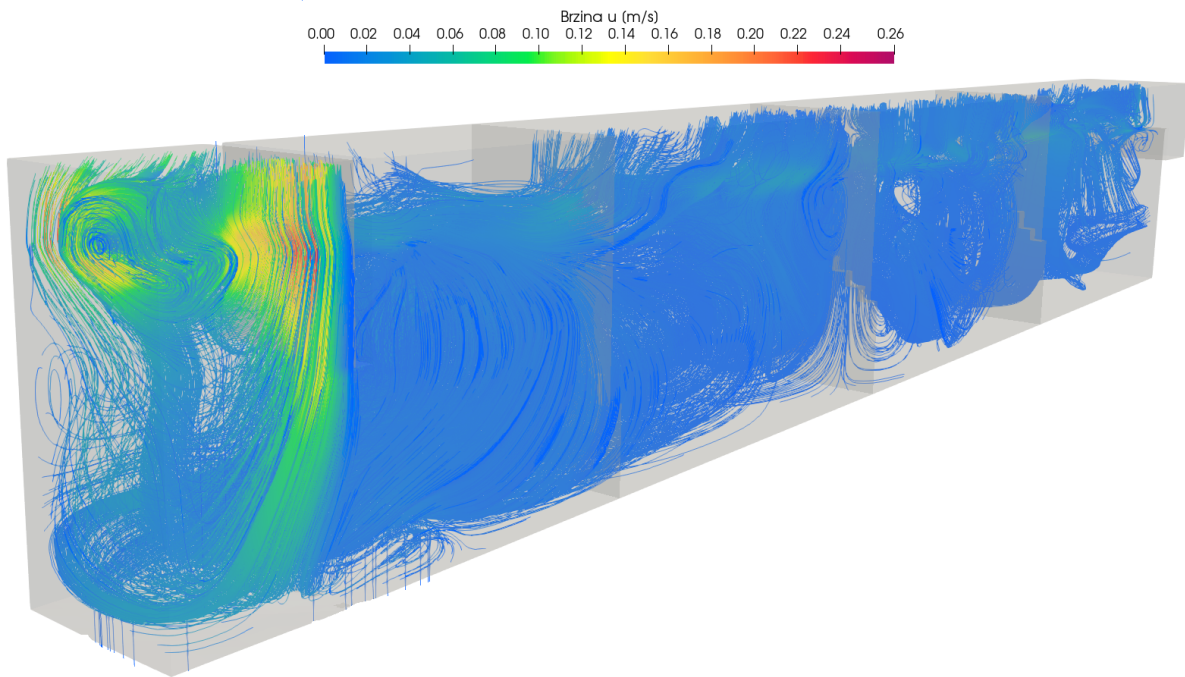
Slika 4.2: 2D polje brzine za varijaciju 2.a)



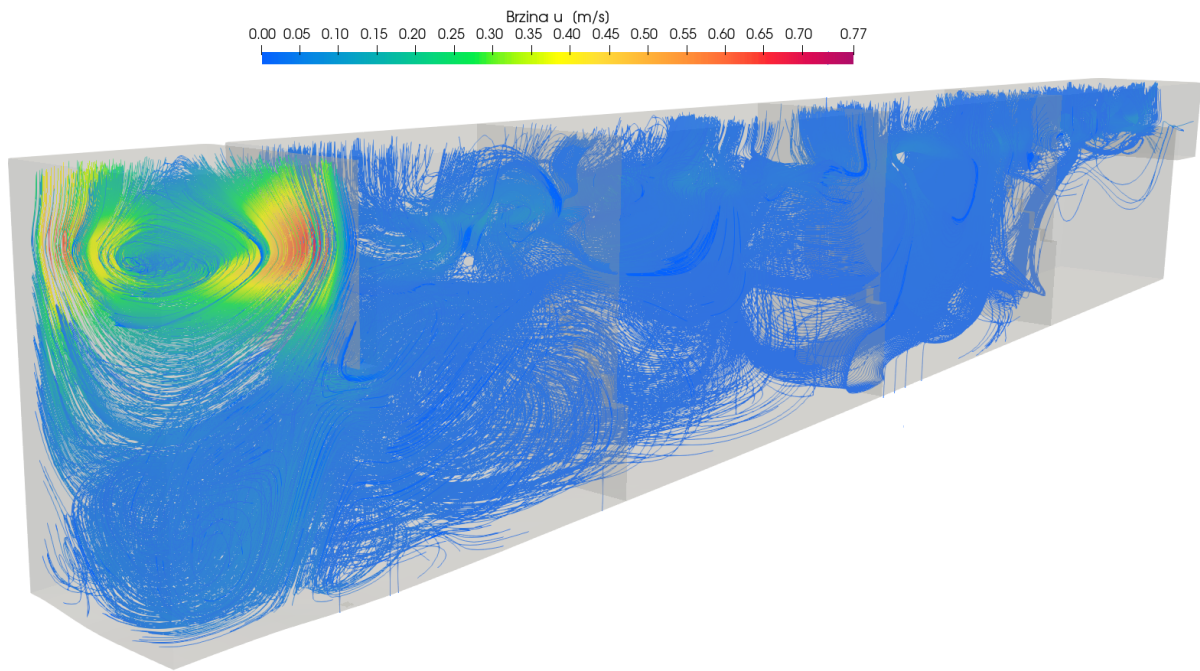
Slika 4.3: 2D polje brzine za varijaciju 3.a)



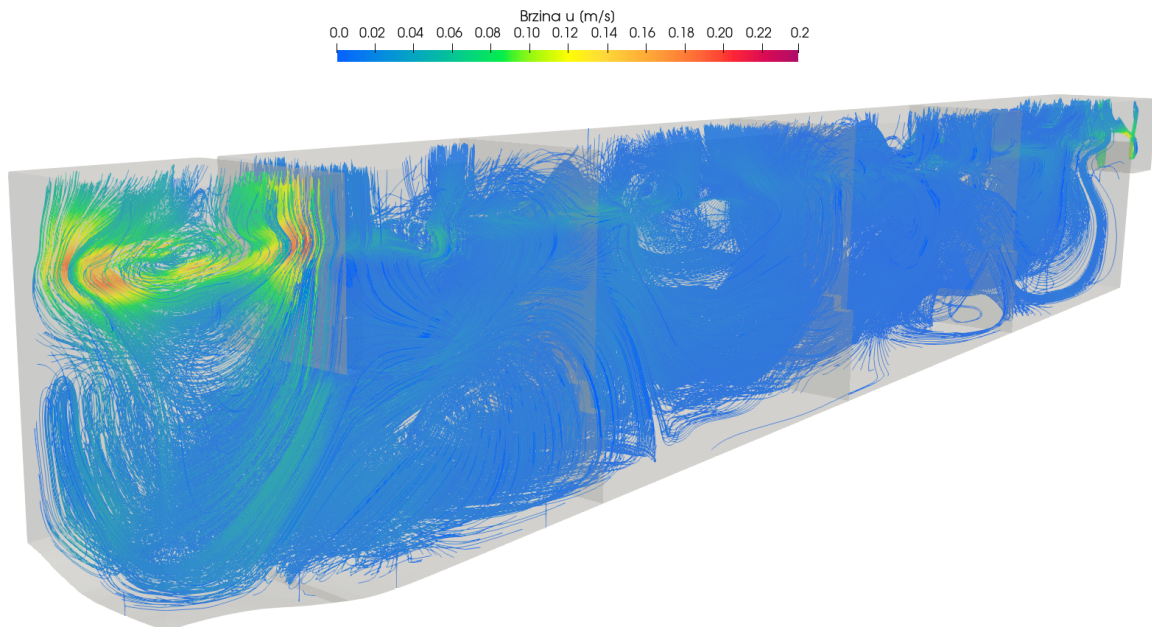
Slika 4.4: 2D polje brzine za varijaciju 4.a)



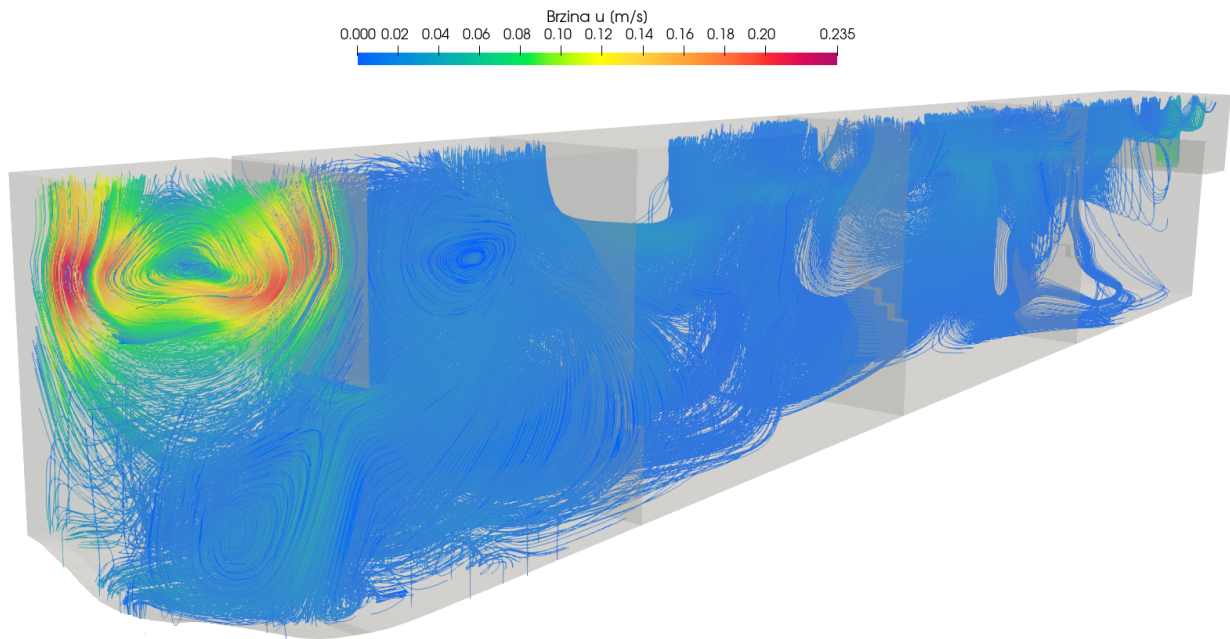
Slika 4.5: 3D polje brzine za varijaciju 1.a)



Slika 4.6: 3D polje brzine za varijaciju 2.a)

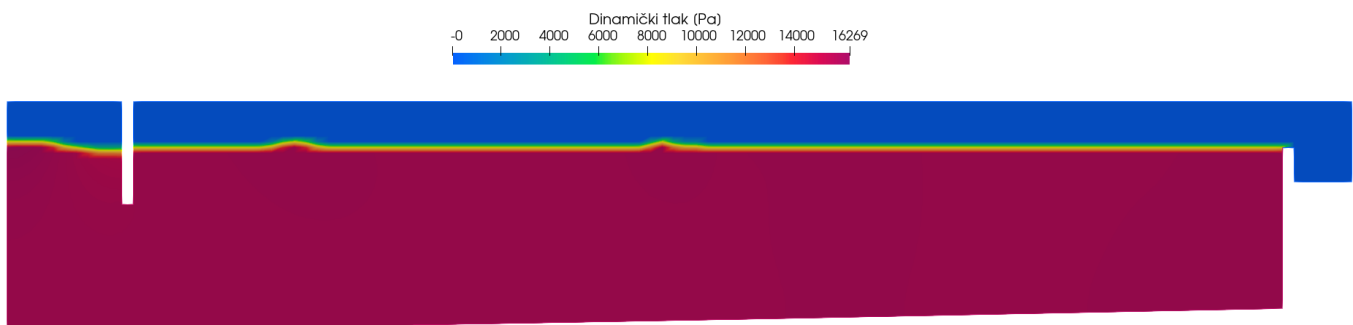


Slika 4.7: 3D polje brzine za varijaciju 3.a)



Slika 4.8: 3D polje brzine za varijaciju 4.a)

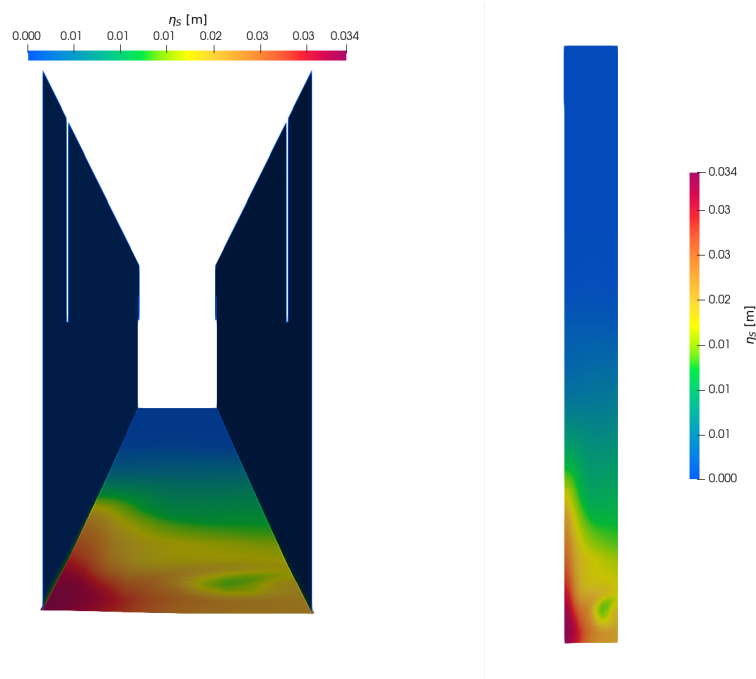
Polje tlaka za varijaciju 1.a) prikazano je na slici 4.9, za ostale varijacije slike se nalaze u prilogu. Primjećuje se da nema značajnog utjecaja na dinamički tlak prilikom strujanja u pjeskolovu.



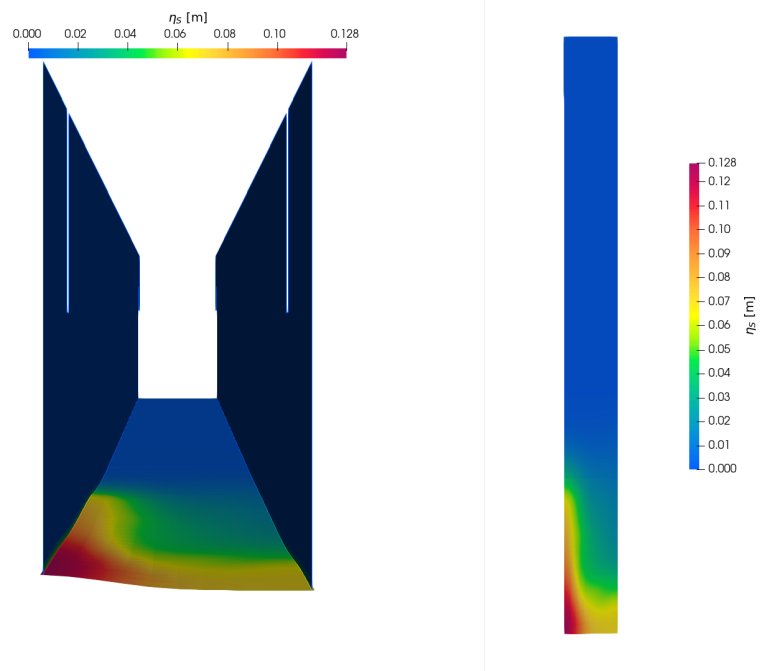
Slika 4.9: 2D polje tlaka za varijaciju 1.a)

### 4.3.2. Promjena visine dna

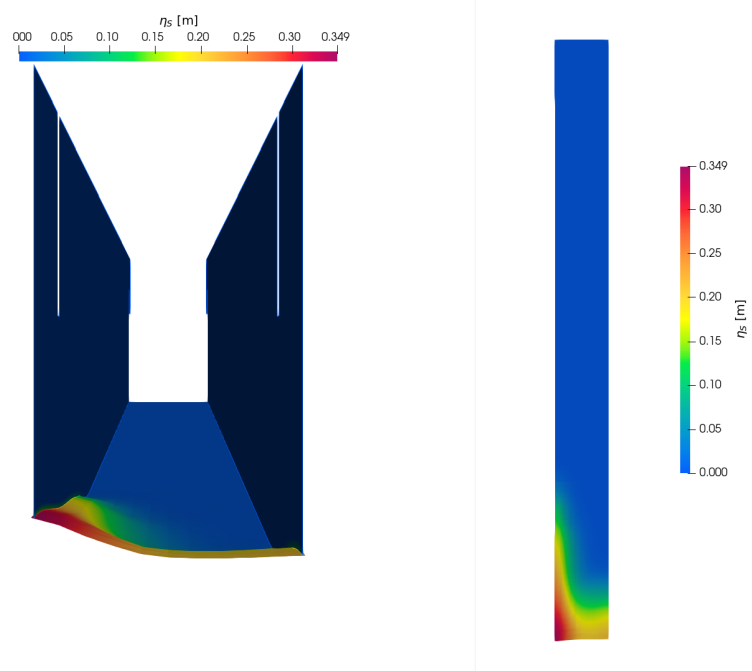
Na slikama 4.10 - 4.13 prikazana je promjena visine dna i rasprostranjenost pijeska po dnu. Može se primijetiti neravnomjerna raspodjela pijeska po dnu i veća koncentracija pijeska uz desni zid. S povećanjem promjera čestica, čestice se više talože uz zid na kojemu se nalazi ulaz te se uočava izraženija promjena visine dna. Turbulentno strujanje i valovi na slobodnoj površini kod ulaza uzorkuju neravnomjernu raspodjelu pijeska po dnu. Taloženje pijeska uz zid ulaza zadavalo je probleme prilikom simulacije jer je uzrokovalo deformaciju mreže na tom dijelu što je dovelo do zaustavljanja simulacije. Bolju raspodjelu po dnu pokazale su čestice veoma finog i finog pijeska, nego srednje finog i grubog pijeska.



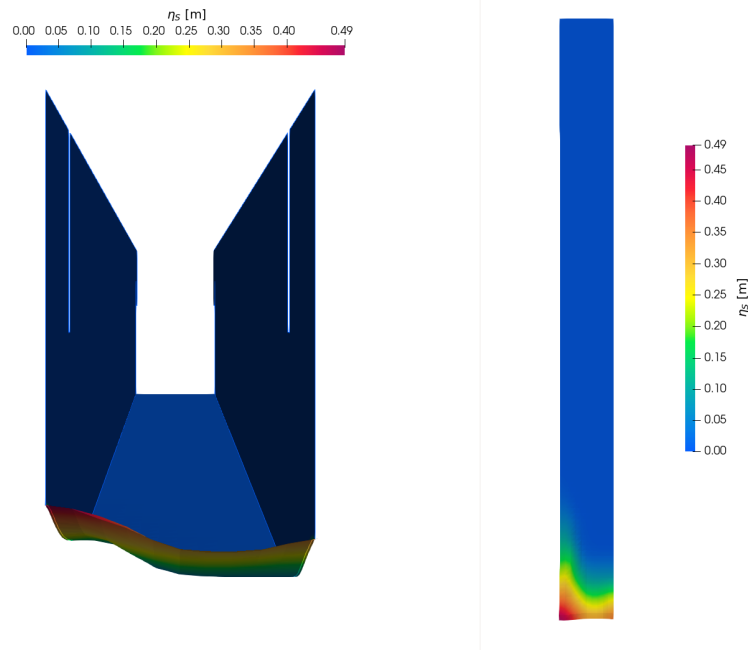
Slika 4.10: Promjena visine dna za varijaciju 1.a)



Slika 4.11: Promjena visine dna za varijaciju 2.a)



Slika 4.12: Promjena visine dna za varijaciju 3.a)

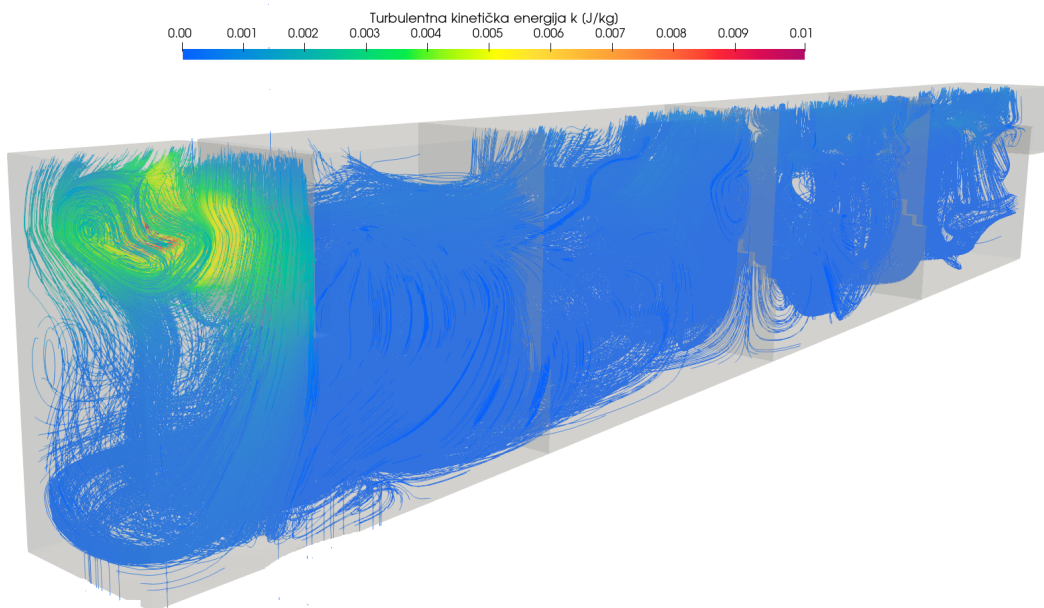


Slika 4.13: Promjena visine dna za varijaciju 4.a)

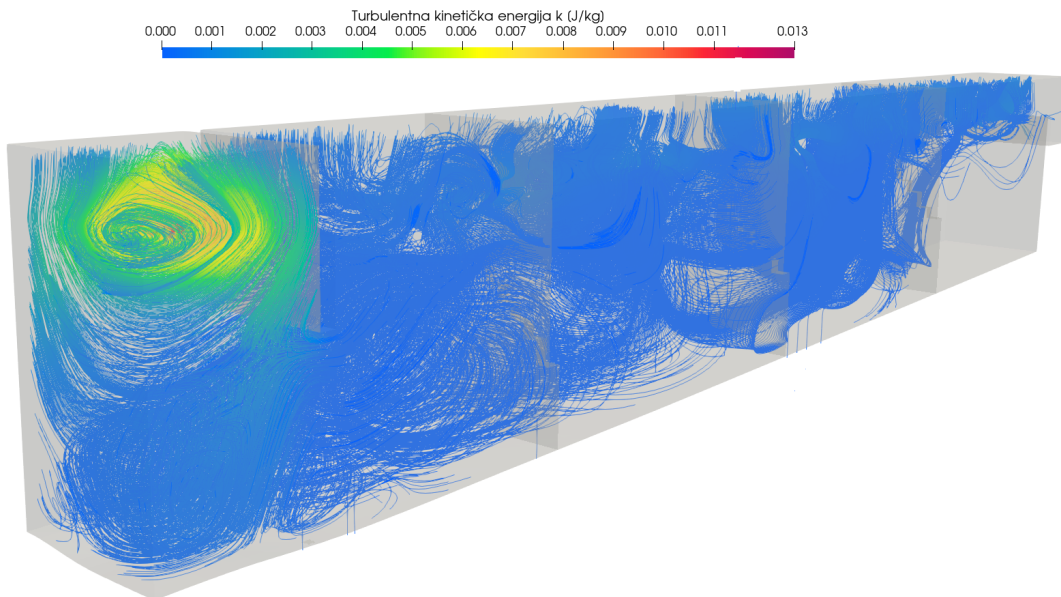
### 4.3.3. Turbulentna kinetička energija

Turbulentna kinetička energija prikazana je na slikama 4.14 - 4.17 u 3D prikazu. Na ulazu u pjeskolov turbulencija je najizraženija jer je tok vode poremećen zbog postojanja pregrade, što je bilo i očekivano. Porast promjera čestica dovodi do stvaranja vrtloga u prostoru između ulaza i pregrade, te se time dodatno nanosi pijesak uz desni zid, što se može vidjeti na slici 4.13. S porastom promjera čestica, turbulencija kod ulaza je veća, tako da je turbulentna kinetička energija za varijaciju 4.a) najvećeg iznosa što se vidi na slici 4.17. Iz toga razloga taloženje čestica odvijalo se uz ulazni zid te uzrokovalo najveće promjene dna na tome mjestu.

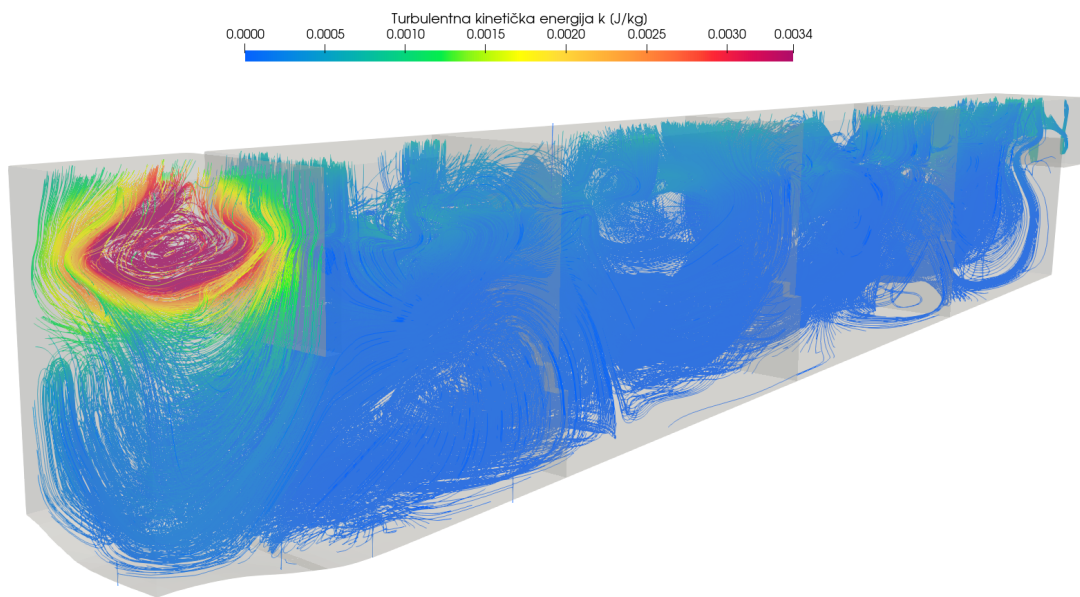




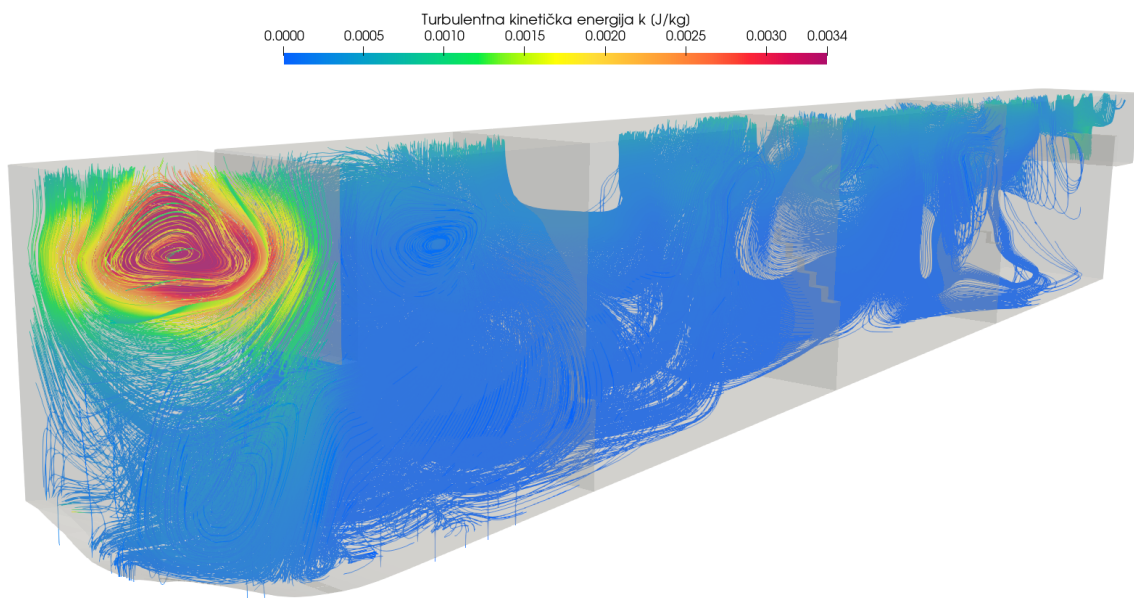
Slika 4.14: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 1.a)



Slika 4.15: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 2.a)



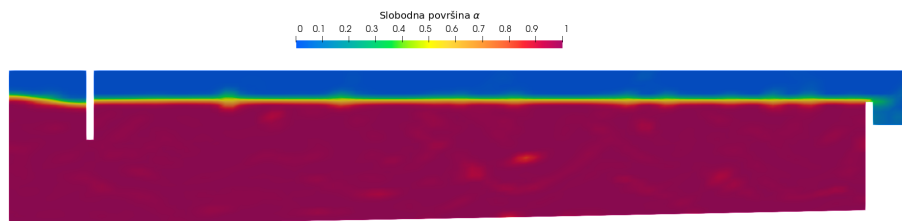
Slika 4.16: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 3.a)



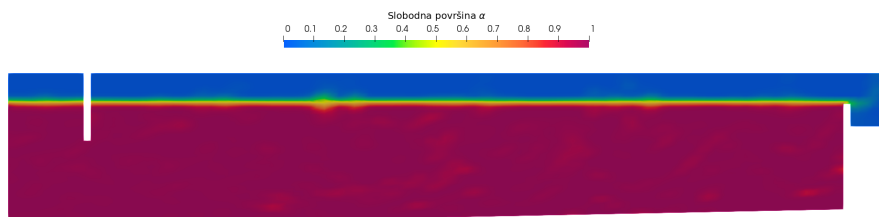
Slika 4.17: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 4.a)

#### 4.3.4. Slobodna površina

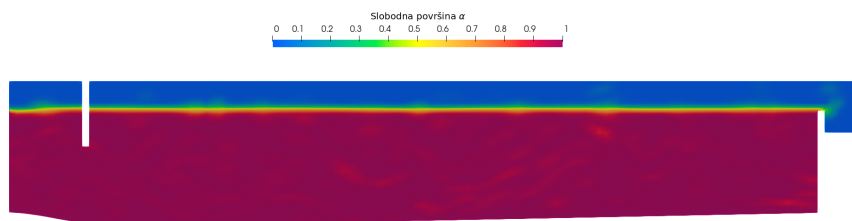
Na slikama 4.18 - 4.21 prikazana je slobodna površina, gdje vrijednost 0 označava zrak, a vrijednost 1 vodu. Promjene slobodne površine uočavaju se kod ulaza u pjeskolov gdje se pojavljuju valovi koji uzrokuju turbulentno strujanje prikazano u prethodnom poglavlju. Pojava valova na površini utjecala je na neravnomjernu raspodjelu pijeska na dnu.



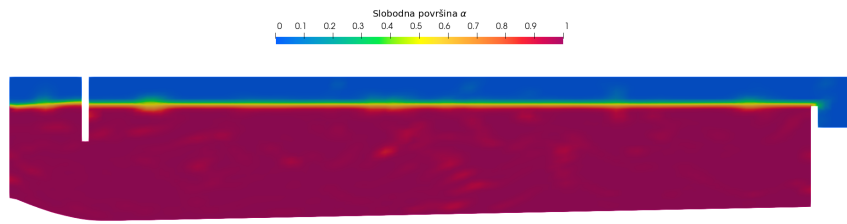
Slika 4.18: Slobodna površina za varijaciju 1.a)



Slika 4.19: Slobodna površina za varijaciju 2.a)



Slika 4.20: Slobodna površina za varijaciju 3.a)



Slika 4.21: Slobodna površina za varijaciju 4.a)

## 4.4. Promjena brzine strujanja

Pri variranju promjera čestice, brzina na ulazu je bila jako niska što se nije pokazalo kao najbolje rješenje za čestice većeg promjera koje su se taložile uz ulazni zid. Promjena brzine strujanja provedena je za konstantan promjer čestica 0,375 mm te konstantnu koncentraciju sedimenata na ulazu od 0,01. U tablici 4.4 prikazane su varijacije za koje su provedene simulacije.

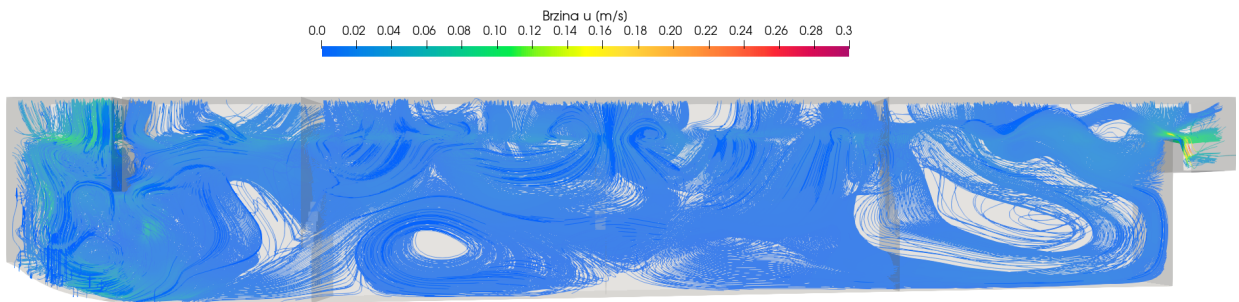
Tablica 4.4: Varijacije brzine strujanja

Varijacija	$d$	[mm]
Varijacija 1.b)	$v_1$	0,02 m/s
Varijacija 2.b)	$v_2$	0,05 m/s
Varijacija 3.b)	$v_3$	0,08 m/s
Varijacija 4.b)	$v_4$	0,1 m/s

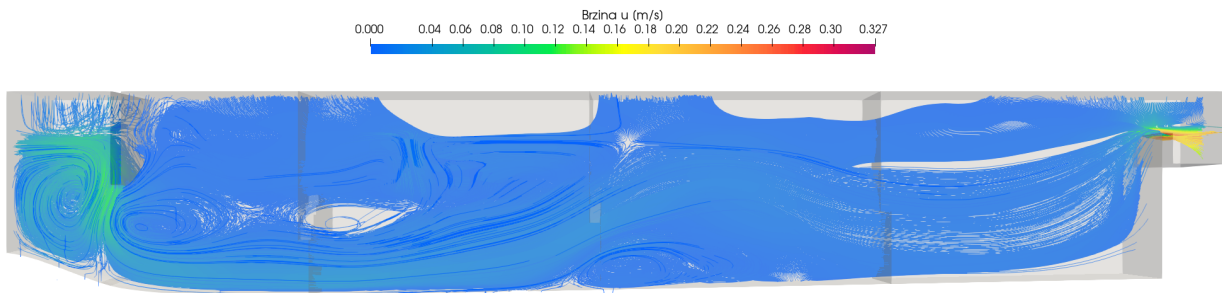
Rezultati za promijenjenu brzinu prikazat će se za polje brzine, utjecaj na promjenu visine dna i koncentraciju sedimenata te turbulenciju u pješkolovu.

### 4.4.1. Polje brzine

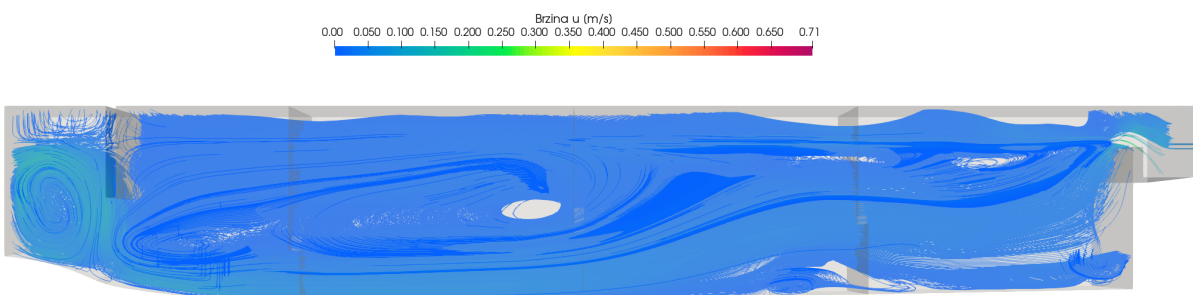
Na slikama 4.26 - 4.25 dan je 2D i 3D prikaz strujanja fluida u pješkolovu. Strujanje je prikazano strujnicama u oba prikaza kako bi se bolje predočili vrtlozi unutar pješkolova. S povećanjem brzine, vrtlozi unutar pješkolova su izraženiji te strujanje postaje usmjerenije prema izlazu.



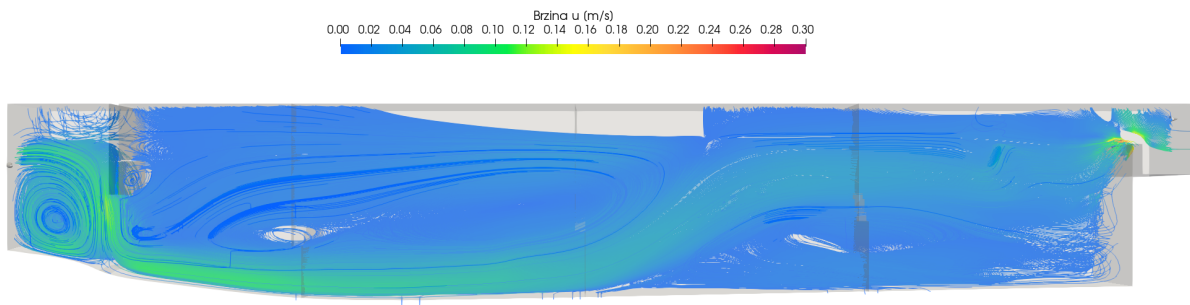
Slika 4.22: 2D polje brzine za varijaciju 1.b)



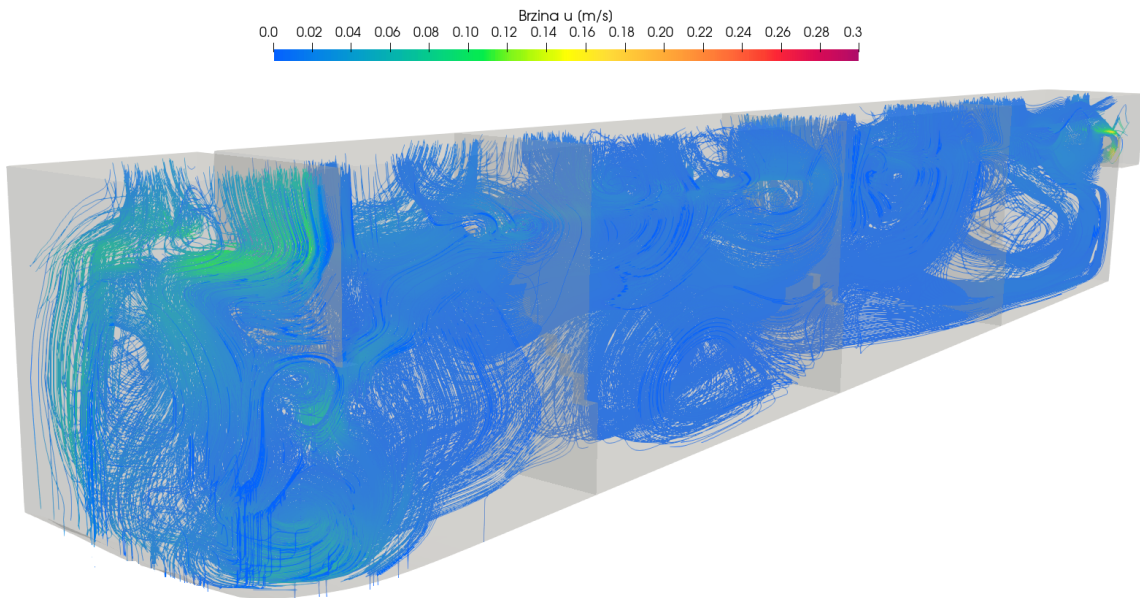
Slika 4.23: 2D polje brzine za varijaciju 2.b)



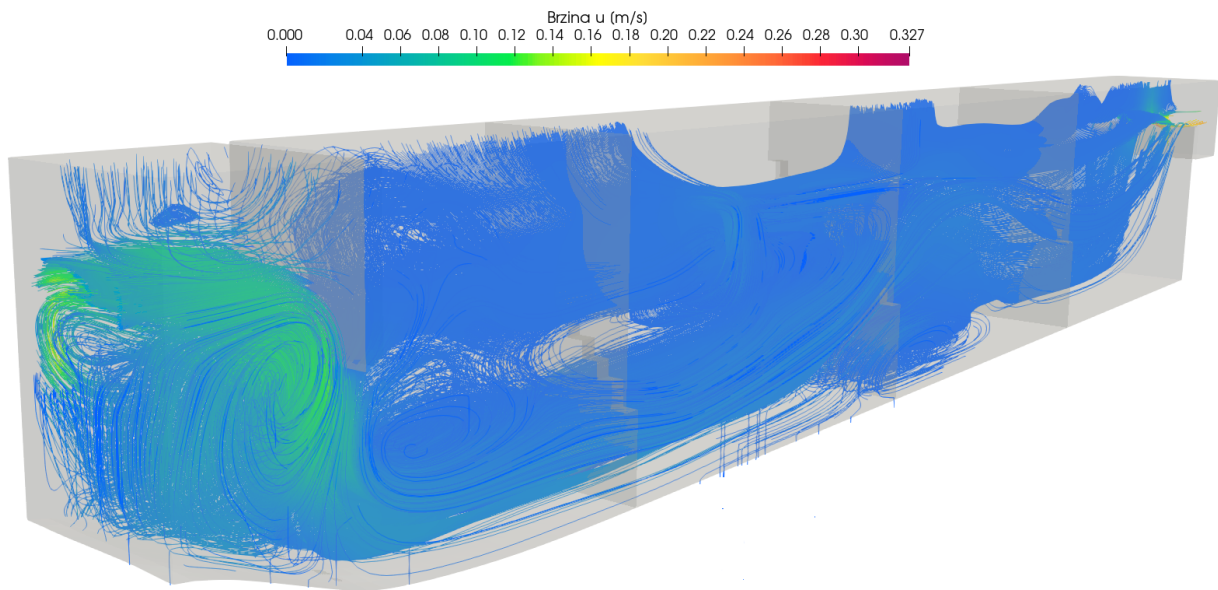
Slika 4.24: 2D polje brzine za varijaciju 3.b)



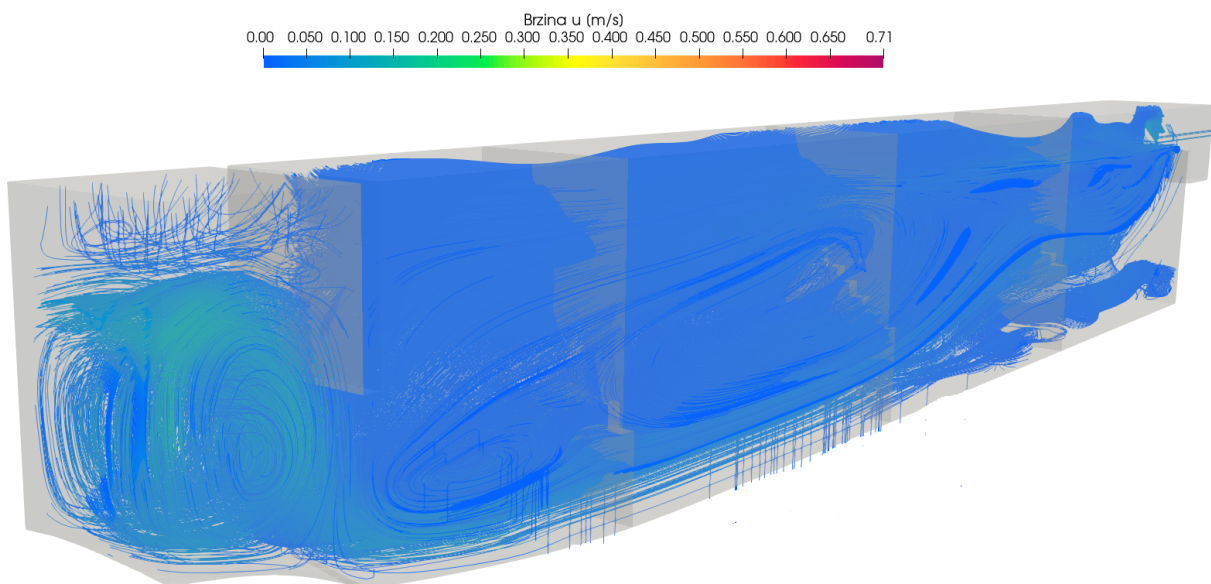
Slika 4.25: 2D polje brzine za varijaciju 4.b)



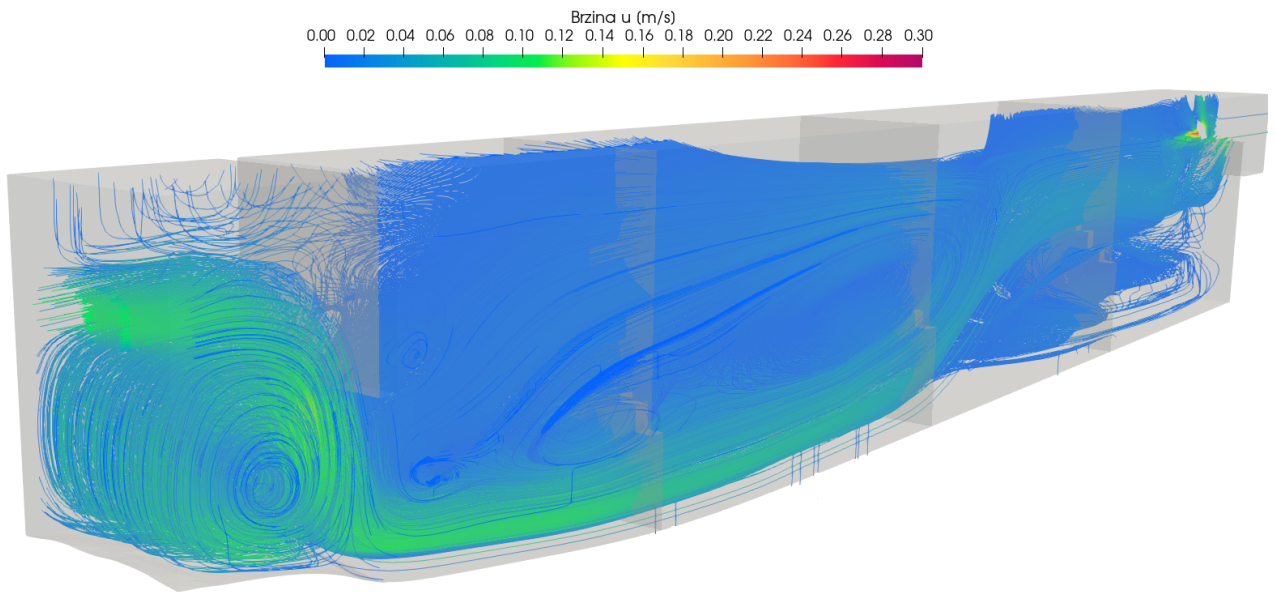
Slika 4.26: 3D polje brzine za varijaciju 1.b)



Slika 4.27: 3D polje brzine za varijaciju 2.b)



Slika 4.28: 3D polje brzine za varijaciju 3.b)

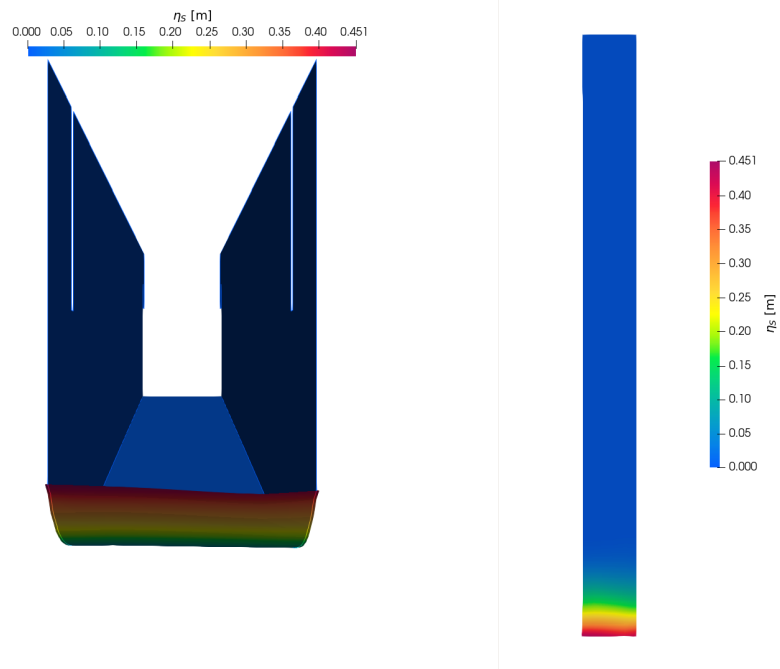


Slika 4.29: 3D polje brzine za varijaciju 4.b)

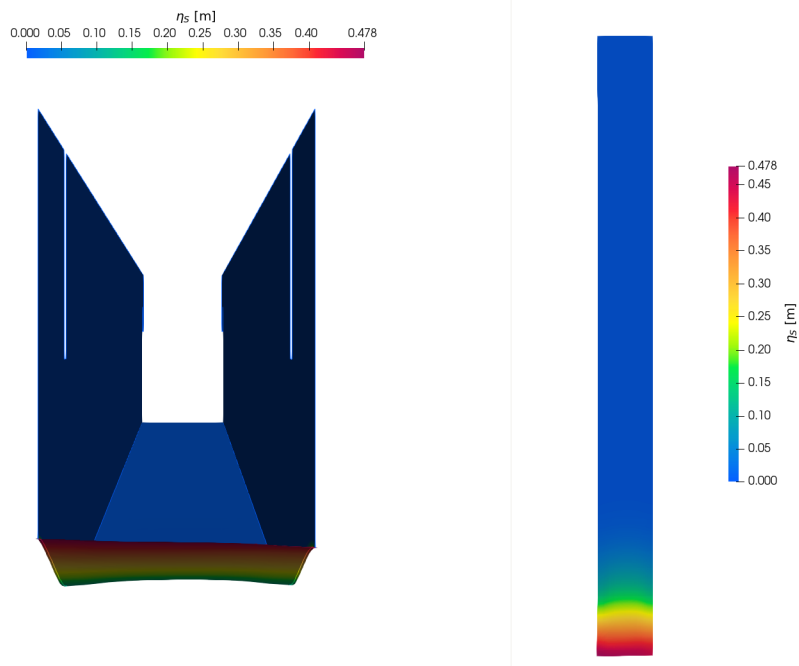
#### 4.4.2. Promjena visine dna i koncentracija sedimenta

Na slikama 4.30 - 4.33 prikazana je promjena visine dna i utjecaj brzine strujanja na koncentraciju sedimenta  $c$ . S povećanjem brzine s 0,02 na 0,05 m/s, naglo se povećava raznošenje sedimenta na ulazu, što uzrokuje brže taloženje sedimenta. U praksi to dovodi do češće potrebe za pražnjenjem pjeskolova i zaustavljanja procesa pročišćavanja dok se ne odvede mulj. Pri najvećoj brzini, najveći je nanos sedimenta na ulazu što uzrokuje stvaranju brijega kod ulaza. Raspodijela pijeska na dnu po dužini pjeskolova je bila ravnomjerna u svim varijacijama. Pri najmanjoj brzini pijesak se taložio uz ulazni zid. Porastom brzine pijesak se taložio sve dalje duž pjeskolova.

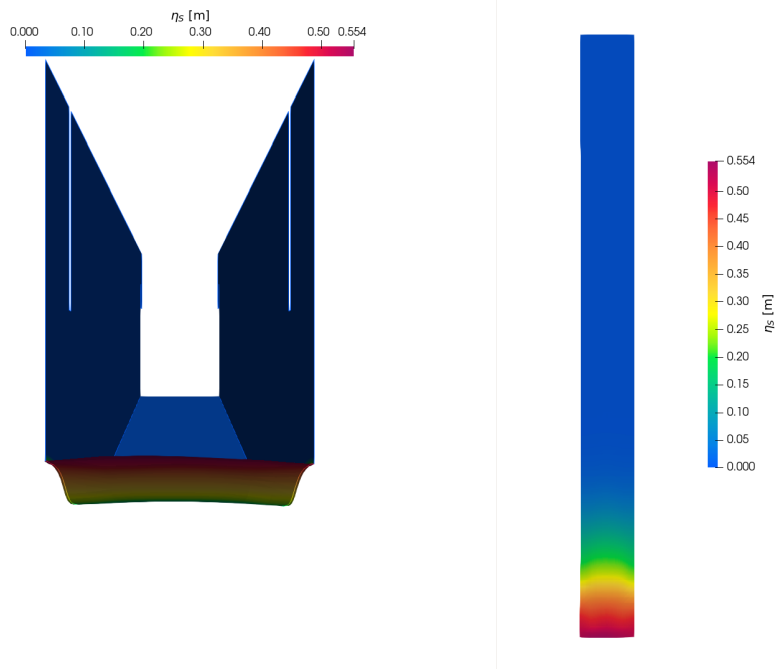




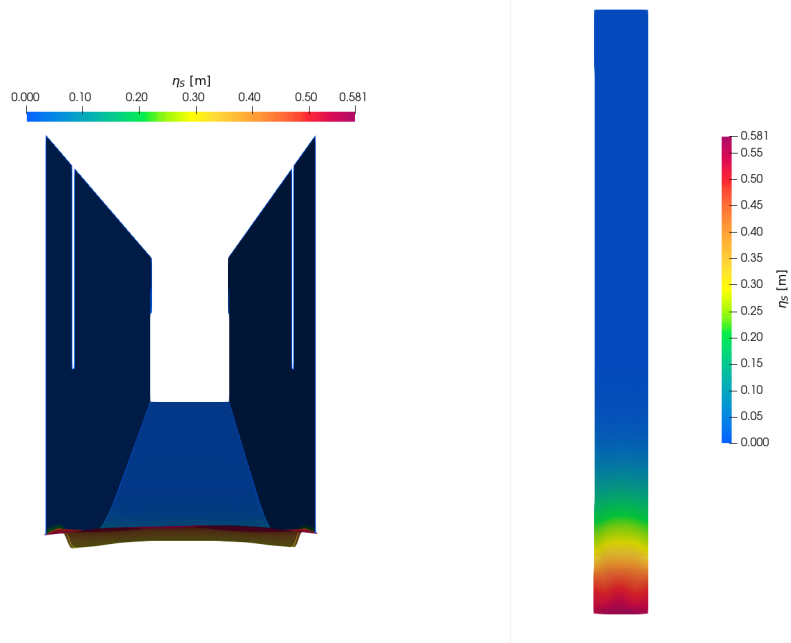
Slika 4.30: Promjena visine dna za varijaciju 1.b)



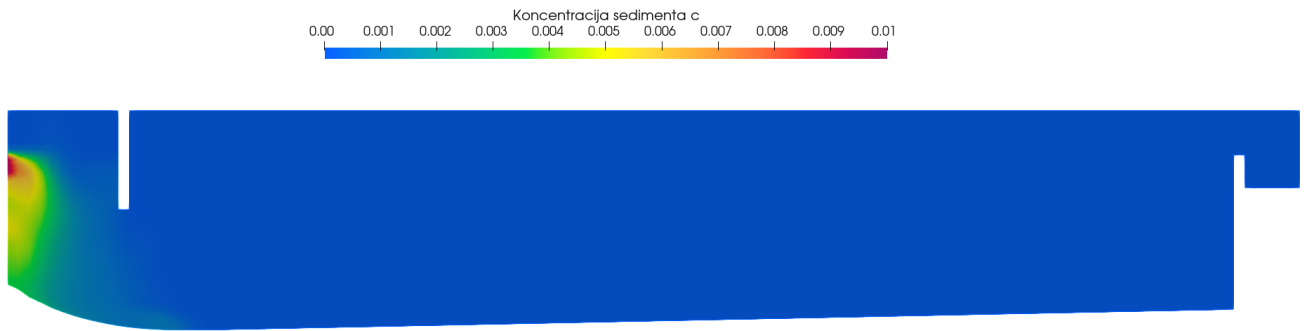
Slika 4.31: Promjena visine dna za varijaciju 2.b)



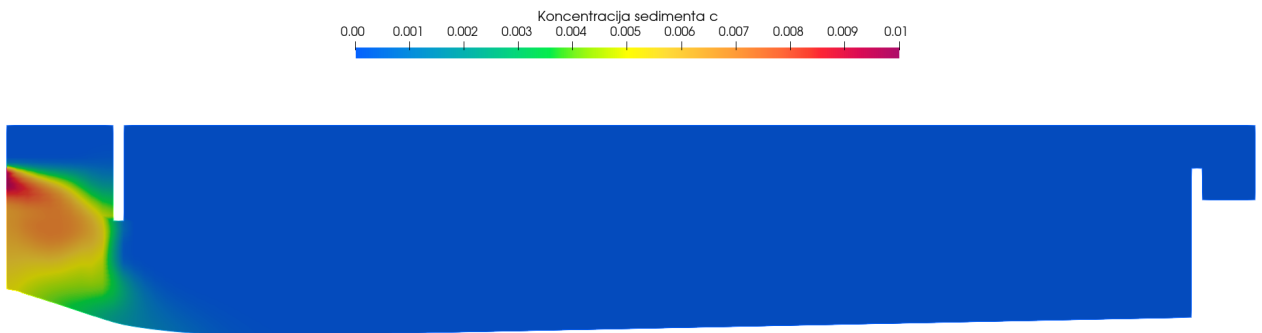
Slika 4.32: Promjena visine dna za varijaciju 3.b)



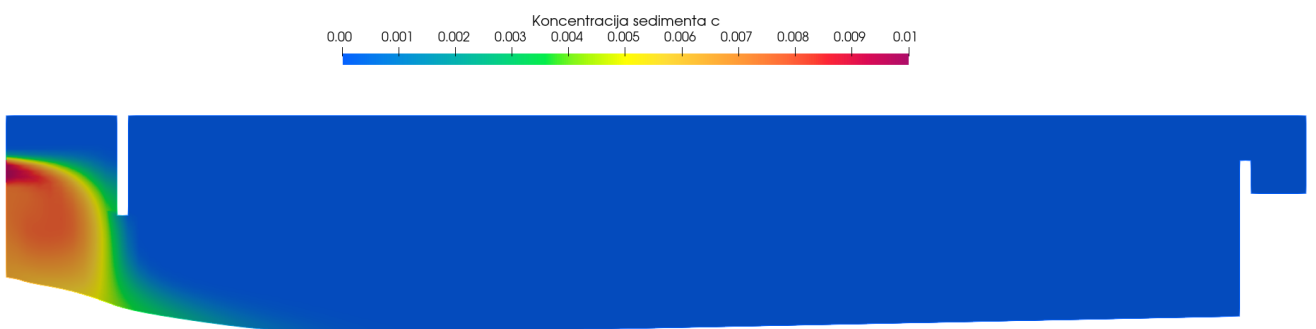
Slika 4.33: Promjena visine dna za varijaciju 4.b)



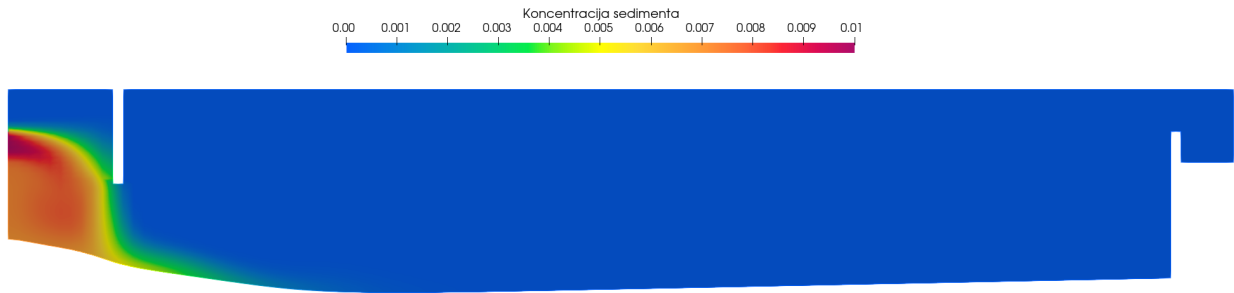
Slika 4.34: Koncentracija sedimenta u varijaciji 1.b)



Slika 4.35: Koncentracija sedimenta u varijaciji 2.b)



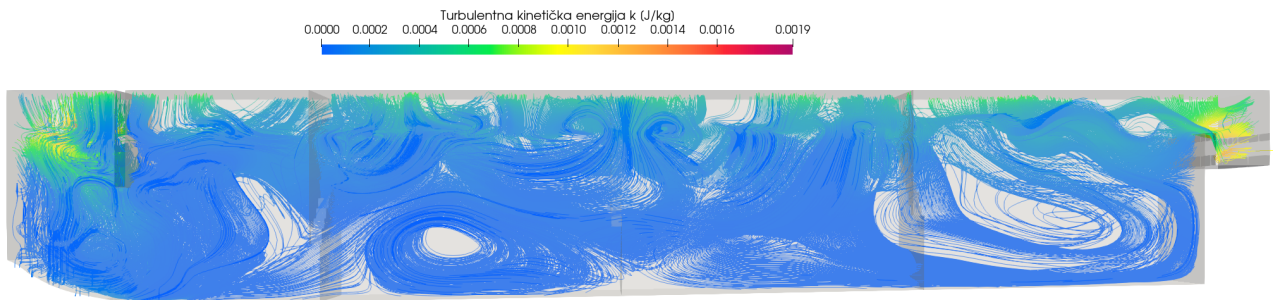
Slika 4.36: Koncentracija sedimenta u varijaciji 3.b)



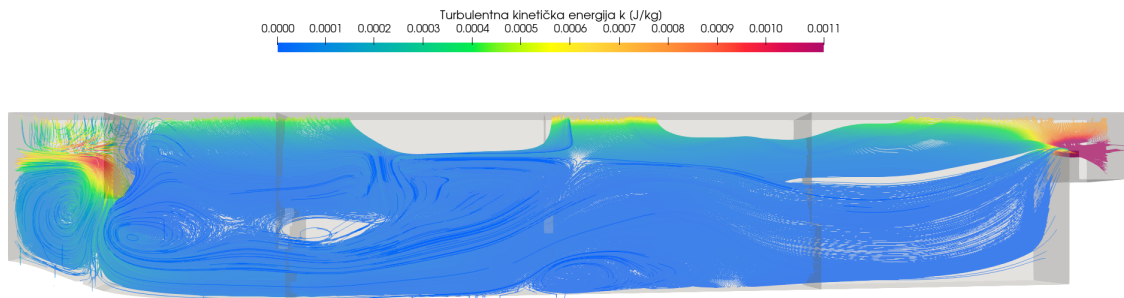
Slika 4.37: Koncentracija sedimenta u varijaciji 4.b)

### 4.4.3. Turbulentna kinetička energija

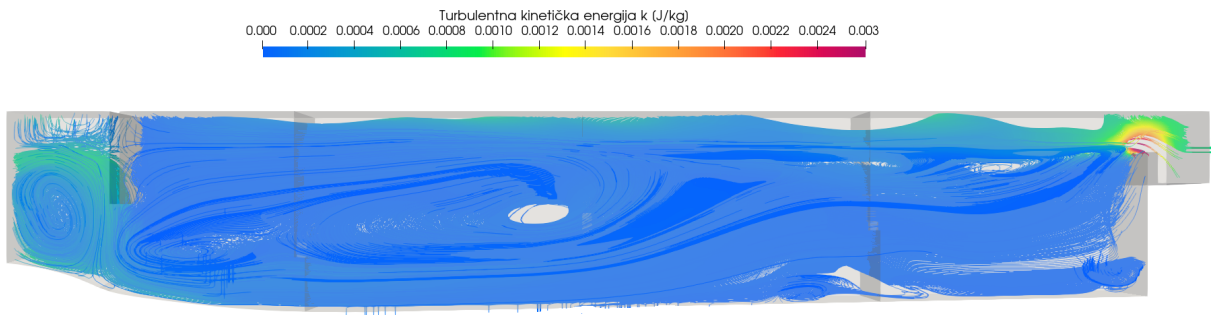
Na slikama 4.38 - 4.41 prikazana je turbulentna kinetička energija. Kako se očekivalo, vrtlozi se stvaraju u blizi pregrade koja stvara prepreku protoku na ulazu. Povećanjem brzine vrtlozi se formiraju kako bi čestice fluida najkraćim putem stigle do izlaza iz pjeskolova. Turbulentna kinetička energija kod ulaza u pjeskolova nije se mijenjala promjenom brzine strujanja, kao što je bio slučaj kod promjene promjera čestica. Na slici 4.41 vrtlozi su najizraženiji te se najbolje vidi izobraženo strujanje vode.



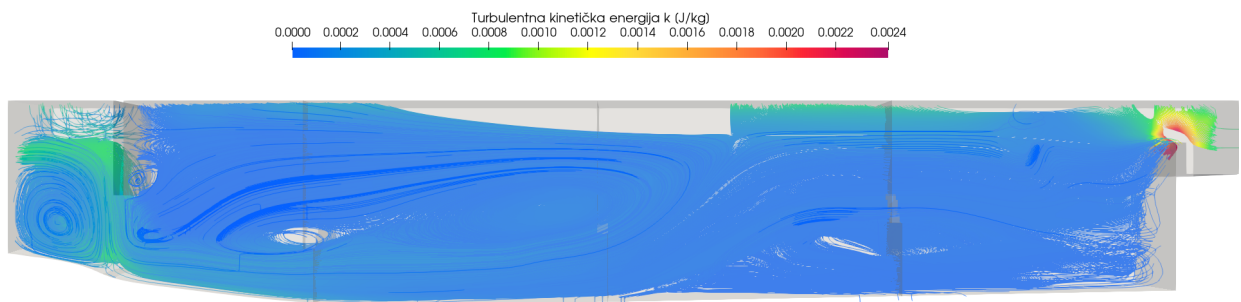
Slika 4.38: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 1.b)



Slika 4.39: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 2.b)



Slika 4.40: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 3.b)

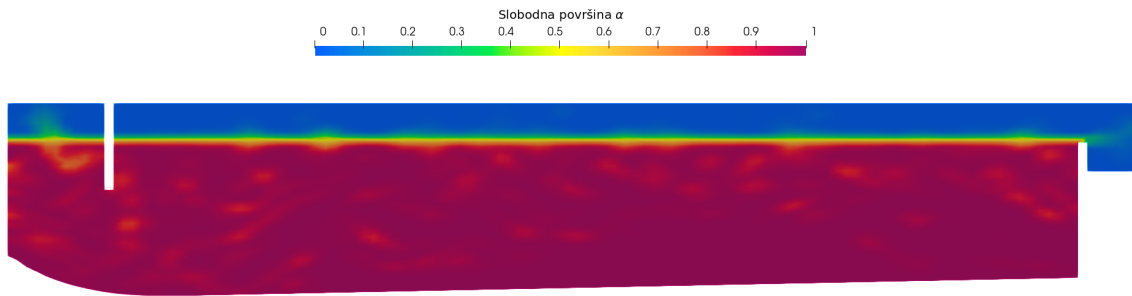


Slika 4.41: Turbulentna kinetička energija za varijaciju 4.b)

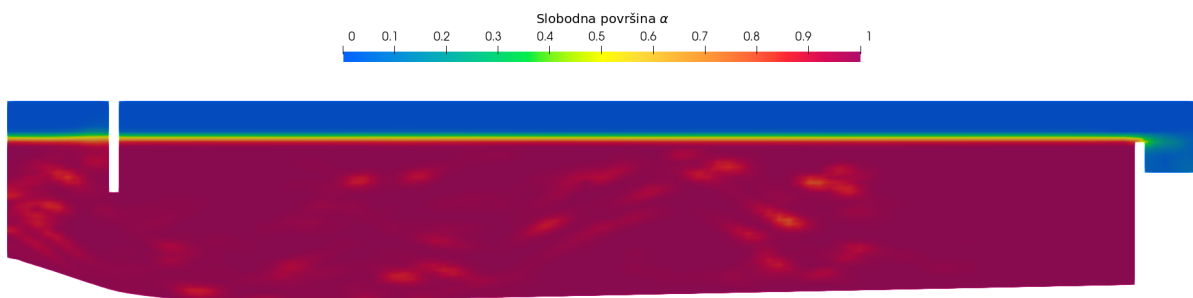
#### 4.4.4. Slobodna površina

Na slikama 4.42 - 4.45 prikazana je slobodna površina gdje vrijednost 0 označava zrak, a vrijednost 1 vodu. Variranje brzine strujanja nije imalo značajan utjecaj na

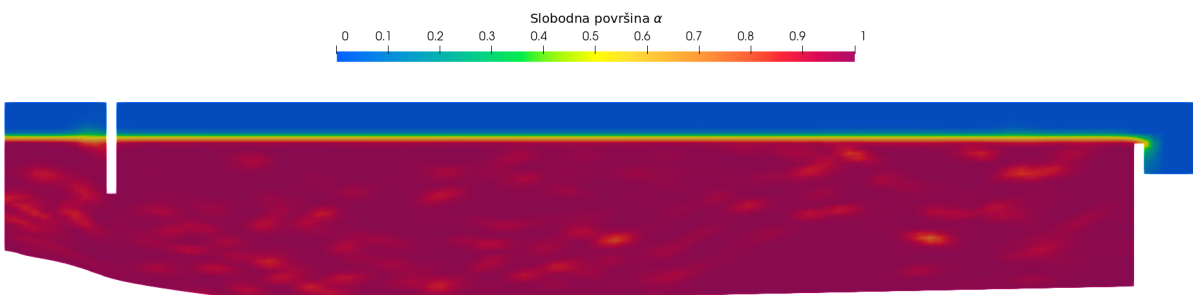
slobodnu površinu. U sve četiri varijacije slobodna površina ostala je nepromijenjena bez valova.



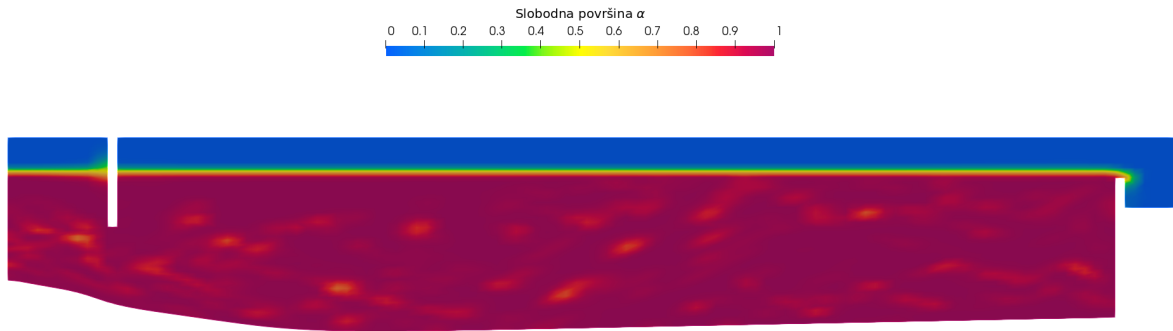
Slika 4.42: Slobodna površina za varijaciju 1.b)



Slika 4.43: Slobodna površina za varijaciju 2.b)



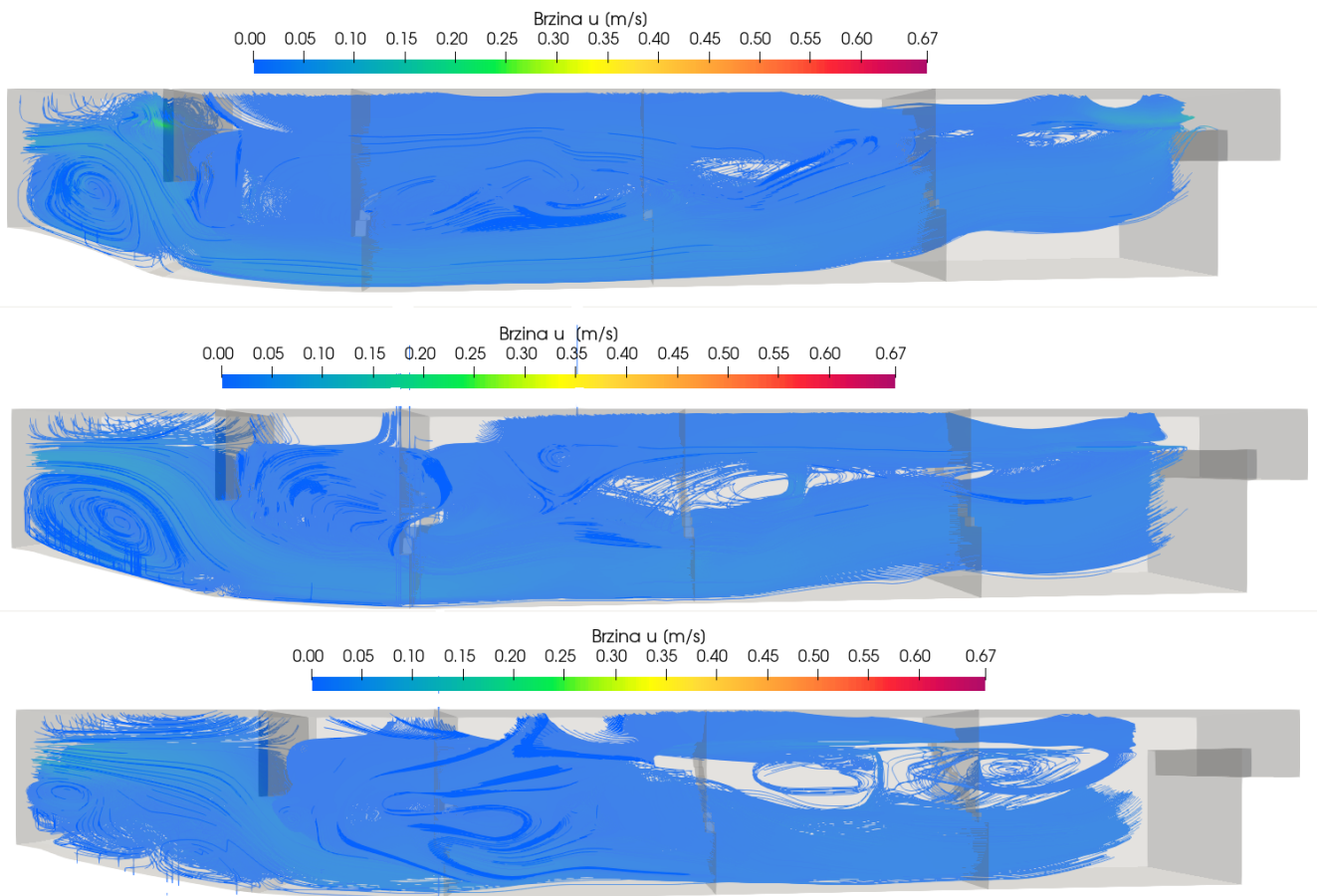
Slika 4.44: Slobodna površina za varijaciju 3.b)



Slika 4.45: Slobodna površina za varijaciju 4.b)

## 4.5. Promjena položaja pregrade

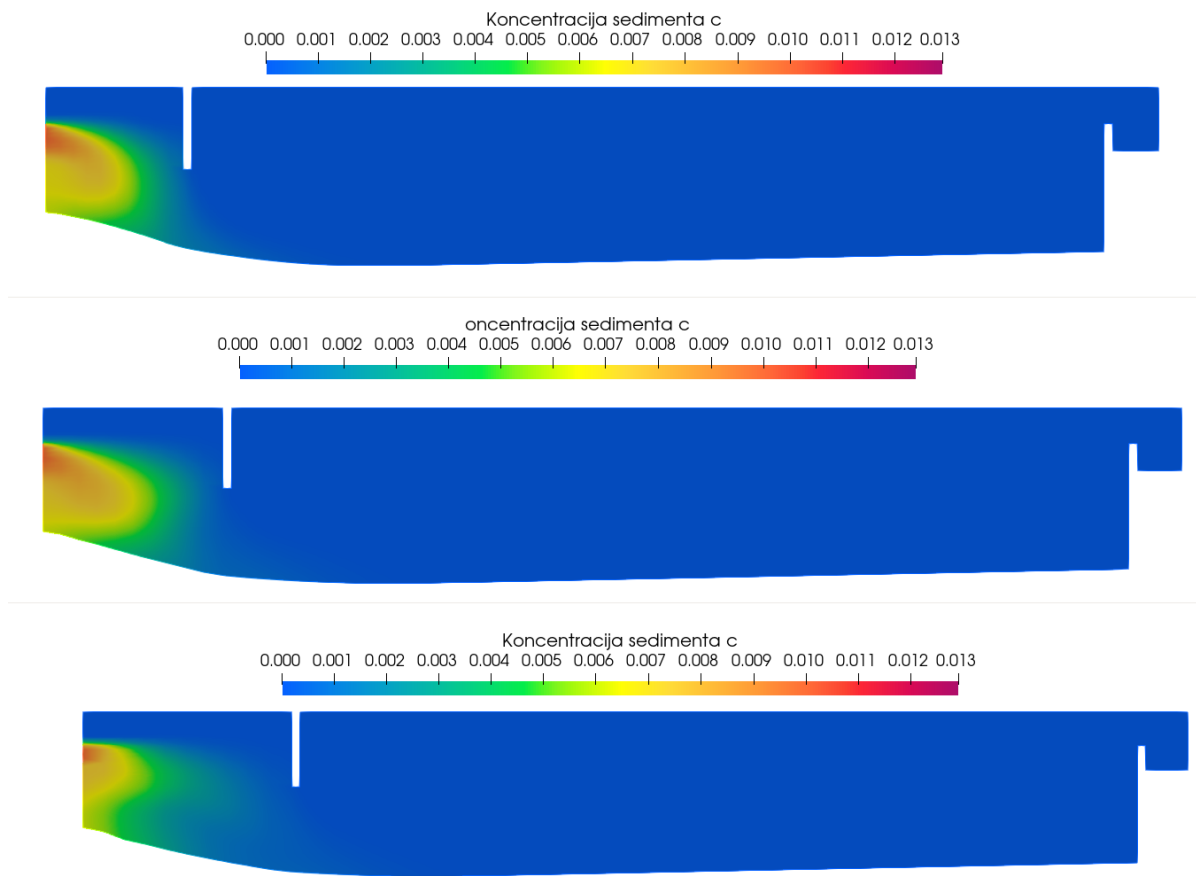
Kako bi se optimirala geometrija pjeskolova, provedene su simulacije u kojima se pomicala pozicija pregrade. Pregrade su postavljene na udaljenosti 1,5, 2 i 2,5 m od ulaza. Rezultati su prikazani za polje brzine i koncentraciju sedimenta.



Slika 4.46: Polje brzine za 1,5, 2 i 2,5 udaljenost pregrade

Na slici 4.46 prikazuje se polje brzine za udaljenost pregrade na 1,5, 2 i 2,5 od ulaza. Pomicanjem pregrade dalje od ulaza pojavljuju se sve veća vrtloženja. Za slučaj gdje je pregrada bila najudaljenija, može se primijetiti stvaranje dodatnih vrtloga u dijelu između ulaza i pregrade što dosad nije bio slučaj. Utjecaj dodatnih vrtloga može se vidjeti na slici 4.47 za treći slučaj, gdje sediment zajedno s česticama vode ulazi u vrtlog i nanosi se na ulaz. Udaljavanjem pregrade počinju se stvarati i vrtlozi na sredini pjeskolova što se također dosada nije događalo.





Slika 4.47: Koncentracija sedimenta za 1,5, 2 i 2,5 udaljenost pregrade

## 4.6. Zaključak

U ovom poglavlju prikazani su rezultati dobiveni promjenom promjera čestica i promjenom brzine strujanja. Tijekom variranja promjera čestica, brzina strujanja na ulazu bila je ista za sve četiri varijacije te je iznosila 0,01 m/s. U slučaju variranja brzine strujanja na ulazu, promjer čestica održavan je konstantan te je iznosio 0,375 mm u svim varijacijama. Pokazan je utjecaj promjena varijabli brzine i promjera na turbulentnu kinetičku energiju, morfološke promjene dna, slobodnu površinu i koncentraciju sedimenta. Prikazano je polje brzine i koncentracija sedimenta kod promjene položaja pregrade. Brzina strujanja i turbulentna kinetička energija prikazane su strujnicama

radi boljeg prikaza vrtloga i usmjerenosti strujanja. U sljedećem poglavlju razradit će se zaključak rada u skladu s dobivenim rezultatima, s pregledom svega što je bilo rečeno u ovome radu.

## 5 | Zaključak

Sedimentacija uz pomoć gravitacije najčešća i najraširenija metoda za odvajanje suspendiranih čestica od otpadnih voda. Istraživanje dinamike strujanja unutar taložnika predmet je mnogih teoretskih i eksperimentalnih istraživanja. Učinak pjeskolova najviše ovisi o karakteristikama suspendiranih čestica i polju brzine. Uniformno i izobraženo strujanje je ključno da bi pjeskolov bio na viskoj razini efikasnosti. Time se pridonosi taloženje čestica konstantnom brzinom u znatno manjem vremenskom periodu. No pojava recirkulacijskih zona je neizbježna. Recirkulacijske zone nazivaju se "mrtvim" zonama jer na tim mjestima se stvara vrtlog što uzrokuje cirkuliranje istih čestica vode. Tom pojavom skraćuje se putanja koju čestica fluida napravi od ulaza prema izlazu što daje rezultat slabije sedimentacije. Postojanje velikih recirkulacijskih zona znatno smanjuje učinkovitost pjeskolova. Na smanjenje učinkovitosti veliki utjecaj ima i stvaranje "kratkog" spoja gdje dio volumena vode izlazi iz taložnika bez odvijanja sedimentacije. Da bi se to spriječilo, ugrađuje se pregrada između ulaza i izlaza. Pravilnim pozicioniranjem pregrade smanjuje se vjerojatnost pojave "kratkog" spoja i umanjuju recirkulacijske zone.

Geometrija pjeskolova je pravokutna s blagim nagibom na dnu. Pri izgradnji pjeskolova, mora se predvidjeti otvor za odvod sedimentiranog pijeska. Iz toga razloga dno pjeskolova ima nagib usmjeren prema otvoru kako bi se ubrzao proces uklanjanja pijeska. U ovome radu predmet istraživanja je bila dinamika sedimentacije i strujanje vode unutar pjeskolova te zato otvor nije prikazan na skici pjeskolova 3.5 i nije uvršten u proračun. Najveća dimezija pjeskolova je dužina  $L$  s iznosom 11 m kako bi se voda duže zadržala u pjeskolovu i time se duže odvijao proces sedimentacije. Proračunska

mreža napravljena prema odabranoj geometriji, izrađena je pomoću programskog paketa *blockMesh* unutar *foam-extend*.

Za modeliranje strujanja unutar pjeskolova korištene su jednačbe kontinuiteta i količine gibanja za stacionarno, turbulentno gibanje nestlačivog fluida. Za praćenje slobodne površine korištena je *Volume of Fluid* metoda kojoj se definira funkcija  $\alpha$  čija vrijednost predstavlja udio kontrolnog volumena koji je popunjen vodom. VOF metoda je najčešće korištena u praksi zbog jednostavnog i efikasnog praćenja slobodne površine. Slobodna površina je oštra granica između vode i zraka jer se svojstva fluida znatno razlikuju. Skok vrijednosti gustoće i efektivne kinematičke viskoznosti uzrokuju velike gradijente i numeričke nestabilnosti. *Ghost Fluid* metoda u praksi se pokazala učinkovitom za rješavanje velikih gradijenata na slobodnoj površini te je jednostavna za implementirati u VOF metodu. Za modeliranje promjene visine dna, nastale zbog taloženja pijeska, korištena je Exnerova jednačba koja je diskretizirana metodom konačnih površina. Transport sedimenta definira se vektorom transporta sedimenta i koncentracijom sedimenta na ulazu u pjeskolov. Kako se mijenja visina dna pjeskolova, uvodi se i gibanje proračunske mreže modelirano automatskom metodom pomicanja proračunske mreže temeljeno na čvorovima. Učinkovitost metode postiže se cijepanjem kontrolnih volumena na tetraedarske elemente, odabirom metode diskretizacije i iterativnog rješavača. Turbulentno strujanje modelirano je  $k - \omega$  modelom.

Istraživanje je podijeljeno na tri dijela:

- promjena promjera čestica pijeska uz konstantnu brzinu unutar pjeskolova od 0,01 m/s,
- promjena brzine strujanja unutar pjeskolova uz konstantan promjer čestica pijeska,
- promjena položaja pregrade uz konstantnu brzinu strujanja i veličinu čestica pijeska.

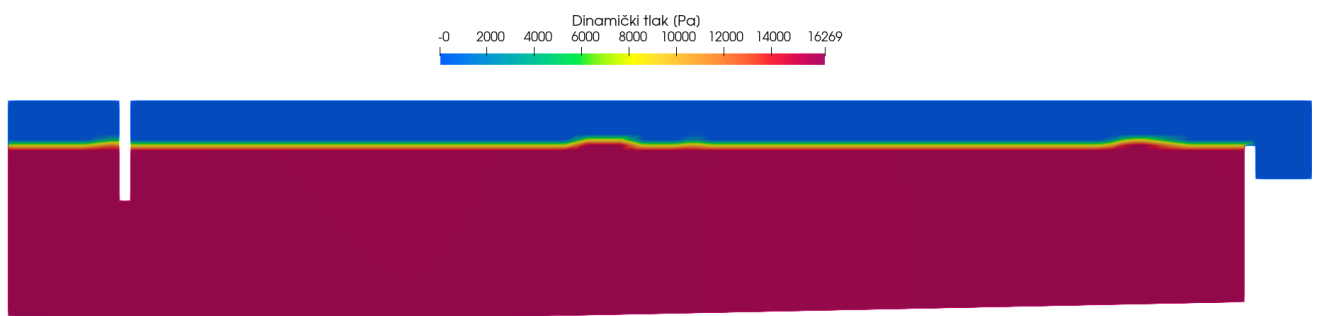
Niska brzina strujanja pokazala se dobrim odabirom za veoma fine i fine čestice pijeska jer se taloženje odvijalo ravnomjerno po dnu pjeskolova. Kod čestica s većim promjerom, taloženje na dnu odvijalo se neravnomjerno i uzrokovalo stvaranje dina na dnu. Rezultat toga je neuniformno strujanje i veća pojava vrtloga. Radi toga prilikom variranja brzine strujanja za konstantnu veličinu čestica odabrane su srednje grube čestice s promjerom od 0,375 mm. Povećanjem brzine strujanja postigla se ravnomjerna raspodjela pijeska po

dnu, smanjila se turbulencija na ulazu u pjeskolov, ali pojava vrtloga dužinom pjeskolova je postala sve izraženija. Zbog toga je maksimalna brzina strujanja u ovom radu iznosila 0,1 m/s. Promjenom pozicije pregrade prema izlazu, pojavili su se intenzivniji vrtlozi i lošija sedimentacija.

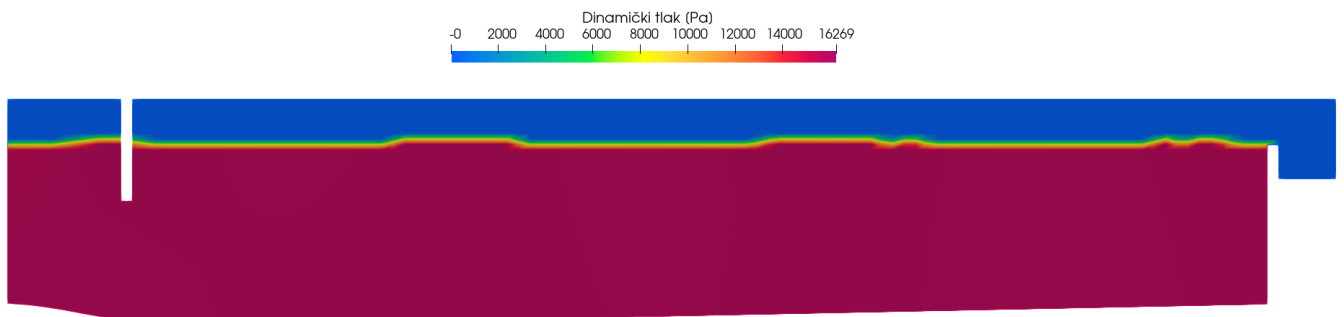
Korištenjem računalnih simulacija olakšava se proučavanje ove problematike i smanjuje količinu eksperimentalnih istraživanja. Na temelju dobivenih rezultata i njihovom međusobnom usporedbom, pruža se jasniji uvid na procese koji se odvijaju unutar pjeskolova. Prilagođavanjem brzine strujanja prema promjeru čestica pijeska može se utjecati na intenzitet vrtloga te u konačnici poboljšati efikasnost pjeskolova.

# 6 Prilog

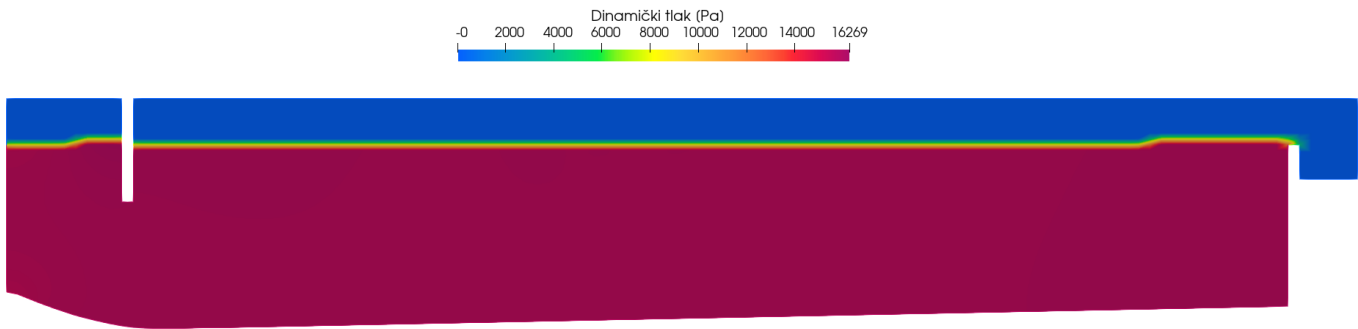
## 6.1. Polje tlaka



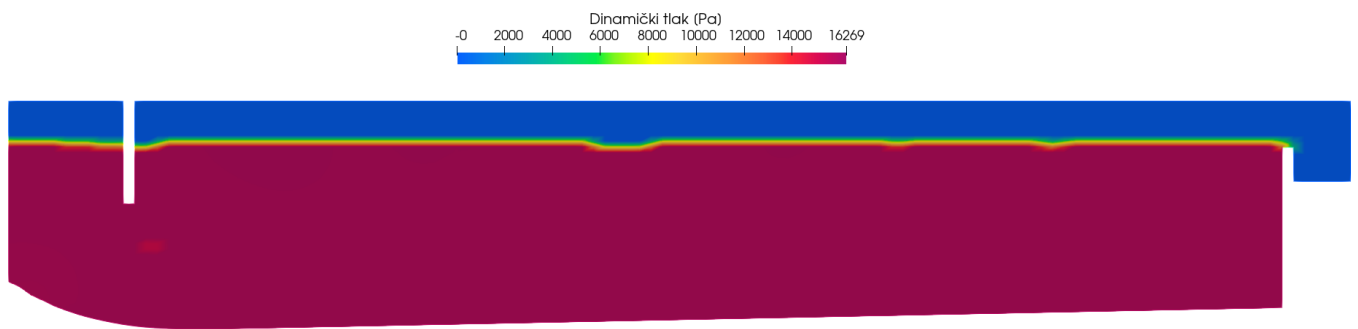
Slika 6.1: 2D polje tlaka za varijaciju 2.a)



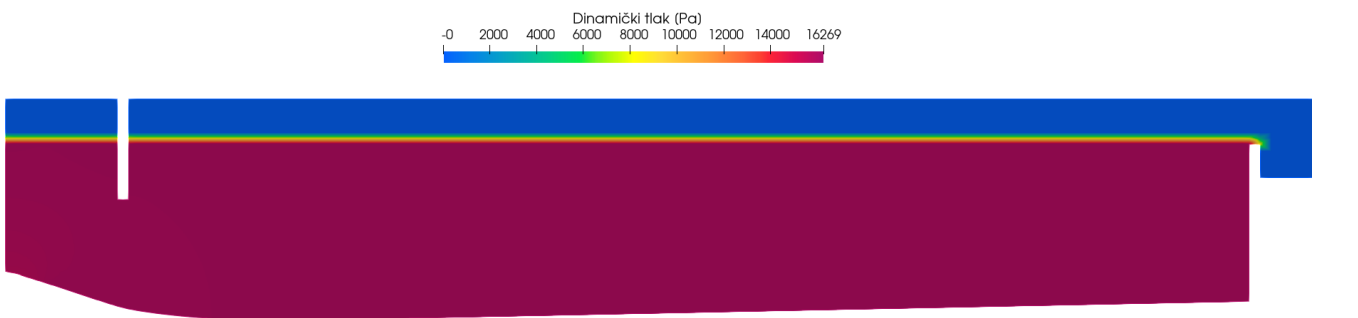
Slika 6.2: 2D polje tlaka za varijaciju 3.a)



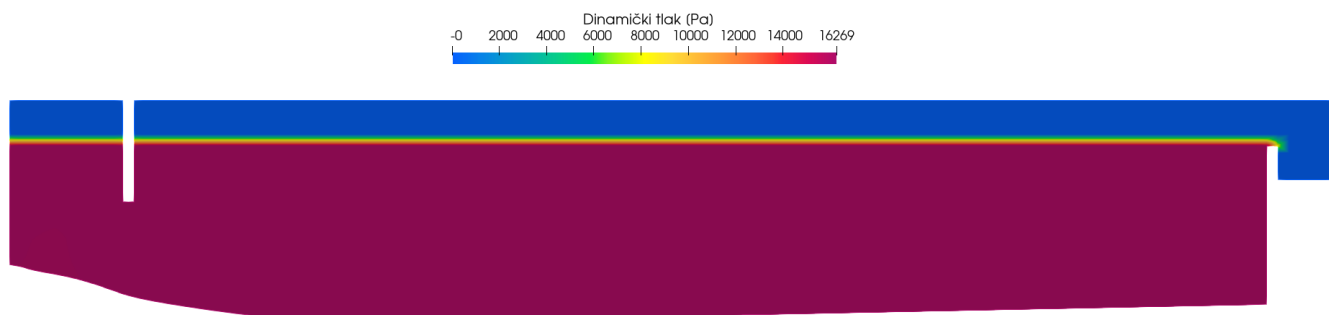
Slika 6.3: 2D polje tlaka za varijaciju 4.a)



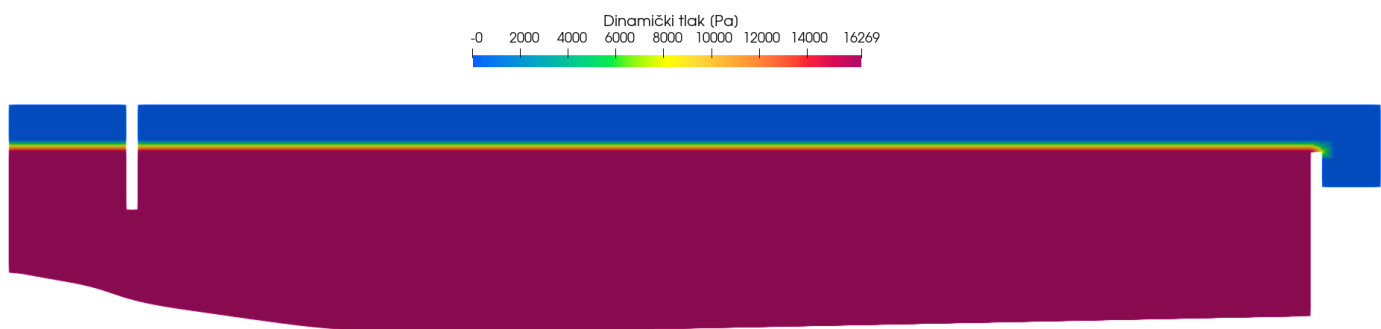
Slika 6.4: 2D polje tlaka za varijaciju 1.b)



Slika 6.5: 2D polje tlaka za varijaciju 1.b)



Slika 6.6: 2D polje tlaka za varijaciju 1.b)



Slika 6.7: 2D polje tlaka za varijaciju 1.b)



# Literatura

- [1] Martin Wegelin. *Surface Water Treatment by Roughing Filters*. Swiss Federal Institute for Environmental Science and Technology, 1996.
- [2] S. Dobrović. Ekološka zaštita: Pročišćavanje otpadnih voda, Listopad 2020.
- [3] Željko Tuković. *Metoda kontrolnih volumena na domenama promjenjivog oblika*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2005.
- [4] R.A. Bagnold. *An Approach to the Sediment Transport Problem From General Physics*. United States Government Printing Office, 1966.
- [5] I. Gatin V. Vukčević, H. Jasak. Implementation of the ghost fluid method for free surface flows in polyhedral finite volume framework. *Computers and Fluids*, 153:1 – 19, 2017.
- [6] V. Škurić A. M.A. Sattar, H. Jasak. Three dimensional modeling of free surface flow and sediment transport with bed deformation using automatic mesh motion. *Environmental Modeling Software*, 97:303317, 2017.
- [7] D. Christ V. Vukčević, H. Jasak. Rapid free surface simulation for steady - state hull resistance with fvm using openfoam. *Wikki Ltd., UK*, 97:303317, 2014.
- [8] Henrik Rusche. *Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions*. PhD thesis, Imperial College, University of London, 2002.
- [9] H. Jasak. Course materials for the practical finitevolume method, Veljača 2018.

- [10] David C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, 1993.
- [11] T. Uroić. *Implicit Coupled Finite Volume Algorithms*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2019.
- [12] H. Jasak Ž. Tuković. A moving mesh finite volume interface tracking method for surface tension dominated interfacial fluid flow. *Computers Fluids*, 97:303317, 2012.
- [13] Cfd support. <https://www.cfdsupport.com/openfoam-training-by-cfd-support/node114.html>. Pristupljeno: 2022-10-30.
- [14] B. Brors. Numerical modeling of flow and scour at pipelines. *Journal of Hydraulic Engineering*, 97:303317, 1999.
- [15] John Morfett M. B. Andrew Chadwick. *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering*. CRC Press, Florida, 2013.