

# Određivanje ravnotežnog leta aviona eksperimentom na simulatoru leta

---

**Tomšić, Daniel**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:749965>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Daniel Tomšić**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**ODREĐIVANJE RAVNOTEŽNOG LETA AVIONA  
EKSPERIMENTOM NA SIMULATORU LETA**

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Daniel Tomšić

Zagreb, 2022

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

*Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na uloženom vremenu, prenesenom znanju i stručnoj pomoći pri izradi ovog završnog rada. Zahvaljujem se svim kolegama koji su sudjelovali u eksperimentu na simulatoru leta. Zahvaljujem se svojoj obitelji na podršci tijekom studija.*

Daniel Tomšić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Daniel Tomšić**

JMBAG: **0035213138**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Određivanje ravnotežnog leta aviona eksperimentom na simulatoru leta**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Aircraft trim assessment from flight simulator experiment**

Opis zadatka:

Određivanje ravnotežnog leta može se provesti jednostavnim analitičkim postupkom za simetričan avion linearnog aerodinamičkog modela. Rezultati ravnotežnog leta ovise o uvjetima leta poput brzine leta, visine leta, odnosno uvjeta atmosfere te mase i položaja težišta letjelice. Na stvarnom avionu u letu pilot bi ravnotežni let ostvario interaktivnim letom (engl. fly-to-trim), direktnim upravljanjem zrakoplova te kontroliranjem uvjeta leta prema instrumentima. Na isti način se može provesti eksperiment na postojećem simulatoru leta koji u stvarnom vremenu dinamiku leta opisuje složenijim modelom poput modela sa šest stupnjeva slobode (engl. six degrees of freedom, 6DOF) s pilotom u petlji i odgovarajućim prikazom instrumenata. Pri tome, kao u svakom eksperimentu, a posebice onom koji uključuje ljudski faktor, može doći do rasipanja rezultata.

Predmet završnog rada je analiza ravnotežnog leta odabranog aviona analitičkim postupkom te usporedba s rezultatima eksperimenta u stvarnom vremenu na postojećem simulatoru leta s pilotom u petlji. U okviru završnog rada potrebno je:

- prikazati sve potrebne i korištene podatke za razmatrani avion;
- analizirati ravnotežni let u različitim uvjetima leta;
- pripremiti odgovarajući postav za eksperiment na postojećem simulatoru leta promatranog aviona;
- prikupiti rezultate za ravnotežni let iz eksperimenata na simulatoru leta s više pilota u različitim uvjetima leta;
- usporediti analitičke rezultate i rezultate eksperimenta na simulatoru.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2021.

Datum predaje rada:

1. rok: 24. 2. 2022.  
2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.  
3. rok: 22. 9. 2022.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 28. 2. – 4. 3. 2022.  
2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.  
3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY .....	VI
1. UVOD.....	1
2. ZRAKOPLOV MiG-21 .....	2
2.1.    Općenito o zrakoplovu .....	2
2.2.    Tehničke karakteristike .....	3
3. RAVNOTEŽNI LET .....	4
3.1.    Općenito .....	4
3.2.    Jednadžbe ravnotežnog leta .....	4
3.2.1.    Jednadžba momenta propinjanja.....	4
3.2.2.    Jednadžba koeficijenta sile uzgona .....	4
3.2.3.    Sustav jednadžbi ravnotežnog leta.....	5
3.3.    Ovojnica leta .....	5
4. ANALITIČKI REZULTATI .....	6
4.1.    Utjecaj brzine leta .....	6
4.2.    Utjecaj visine leta.....	8
5. EKSPERIMENTALNI REZULTATI .....	10
5.1.    Simulator leta .....	10
5.2.    Postav za eksperiment na simulatoru .....	11
5.3.    Detaljni eksperimentalni rezultati .....	12
5.4.    Eksperimentalni rezultati s više pilota .....	13
6. USPOREDBA REZULTATA .....	15
6.1.    Usporedba analitičkih rezultata i vrijednosti iz dokumentacije zrakoplova .....	15
6.2.    Usporedba analitičkih i eksperimentalnih rezultata .....	16
6.3.    Usporedba eksperimentalnih rezultata s više pilota .....	19
6.4.    Statistički prikaz eksperimentalnih rezultata .....	21
7. ZAKLJUČAK.....	23
LITERATURA.....	24

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Zrakoplov MiG-21 HRZ-a [2].....	2
Slika 2.	Ovojnica zrakoplova MiG-21.....	5
Slika 3.	Ovisnost napadnog kuta o brzini leta.....	6
Slika 4.	Ovisnost kuta otklona kormila visine o brzini leta.....	7
Slika 5.	Ovisnost napadnog kuta o visini leta.....	8
Slika 6.	Ovisnost kuta otklona kormila visine o visini leta.....	9
Slika 7.	Ručica gasa i upravljačka palica [3].....	10
Slika 8.	Prikaz korištenih instrumenata [3].....	11
Slika 9.	Zadane točke leta.....	13
Slika 10.	Usporedba stvarnih i analitičkih rezultat.....	15
Slika 11.	Eksperimentane vrijednosti napadnog kuta s promjenom visine.....	16
Slika 12.	Esperimentalne vrijednosti kuta otklona kormila visine s promjenom visine.....	17
Slika 13.	Esperimentalne vrijednosti napadnog kuta s promjenom brzine.....	18
Slika 14.	Esperimentalne vrijednosti kuta otklona kormila visine s promjenom brzine.....	18
Slika 15.	Eksperimentalne vrijednosti napadnog kuta za različite visine.....	19
Slika 16.	Eksperimentalne vrijednosti otklona kormila visine za različite visine.....	19
Slika 17.	Eksperimentalne vrijednosti napadnog kuta za različite brzine.....	20
Slika 18.	Eksperimentalne vrijednosti otklona kormila visine za različite brzine.....	20
Slika 19.	Statistički prikaz rezultata napadnog kuta.....	21
Slika 20.	Statistički prikaz rezultata otklona kormila visine.....	22

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Osnovne tehničke karakteristike zrakoplova MiG-21 .....	3
Tablica 2. Rezultati utjecaja visine leta .....	12
Tablica 3. Rezultati utjecaja brzine leta .....	12
Tablica 4. Rezultati utjecaja visine s više pilota .....	14
Tablica 5. Rezultati utjecaja brzine s više pilota .....	14



**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$C_L$	-	Koeficijent sile uzgona
$C_{L_{rav}}$	-	Ravnotežni koeficijent sile uzgona
$C_m$	-	Ukupni koeficijent momenta propinjanja
$C_{m_0}$	-	Nulti koeficijent momenta propinjanja
$C_{m_\alpha}$	-	Gradijent koeficijenta momenta propinjanja po napadnom kutu
$C_{m_{\delta_m}}$	-	Gradijent koeficijenta momenta propinjanja po kutu odklona kormila visine
$h$	m	Visina leta
$g$	m/s <sup>2</sup>	Ubrzanje sile teže
$Ma$	-	Machov broj
$m$	kg	Masa zrakoplova
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	Referentna površina zrakoplova
$V$	m/s	Brzina leta
$W$	N	Težina zrakoplova
$\alpha$	rad	Napadni kut
$\delta_m$	rad	Kut odklona kormila visine
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća zraka

---

**SAŽETAK**

U ovom završnom radu provedena je analiza ravnotežnog leta zrakoplova sličnog nadzvučnom borbenom zrakoplovu MiG-21, za različite uvjete leta. Analiza ravnotežnog leta izvršena je analitičkim postupkom i eksperimentom na simulatoru leta. U prvom dijelu rada definiran je pojam ravnotežnog leta i opisan analitički postupak izračuna vrijednosti napadnog kuta i kuta otklona kormila visine, te su dobiveni rezultati grafički prikazani dijagramima. U drugom dijelu opisan je simulator leta, kao i postav za provođenje eksperimenta s više pilota te su prikazani dobiveni rezultati. Na kraju je provedena usporedba analitičkih rezultata i rezultata eksperimenta, analitički rezultati uspoređeni su s podacima iz dokumentacije zrakoplova te je napravljena statistička analiza eksperimentalnih rezultata.

Ključne riječi: ravnotežni let, nadzvučni borbeni zrakoplov, simulator leta, napadni kut, kormilo visine

---

**SUMMARY**

In this Bachelor's thesis, trimmed flight analysis of an aircraft similar to the MiG-21 supersonic fighter jet aircraft was performed, for different flight conditions. Trimmed flight analysis was performed by analytical procedure and experiment on a flight simulator. In the first part of the paper, the concept of trimmed flight is defined and the analytical procedure for calculating the values of the angle of attack and the elevator angle, and the obtained results are graphically represented by diagrams. The second part describes the flight simulator, as well as the setup for conducting a multi-pilot experiment and presents the obtained results. Finally, a comparison of analytical and experimental results was performed, analytical results were compared with data from aircraft documentation, and a statistical analysis of experimental results was performed.

Key words: trimmed flight, supersonic fighter jet aircraft, flight simulator, angle of attack, elevator angle

## 1. UVOD

Simulatori leta uređaji su čija je svrha što vjernije simulirati let odnosno upravljanje zrakoplovom, u svrhu obuke pilota, razvoja zrakoplova te raznih drugih istraživanja u kontroliranim uvjetima. Jedan od prvih simulatora leta bio je *Link Trainer* s kraja 20-ih godina prošlog stoljeća, izrađen od mehaničkih i pneumatskih komponenti, koristio se za obuku gotovo svih američkih pilota za vrijeme Drugog svjetskog rata. Od tada do danas postignut je znatan napredak u razvoju simulatora leta te su simulatori leta postali neizostavan dio obuke civilnih i vojnih pilota. U ovom radu korišten je jedan takav simulator leta za eksperimentalno određivanje ravnotežnog leta (eng. Fly-to-trim) koji se inače u stvarnom letu postiže direktnim upravljanjem uz pomoć instrumenata. Pojam ravnotežnog leta detaljnije je opisan u trećem poglavlju. Osim eksperimentalne analize, proveden je i analitički postupak određivanja ravnotežnog leta zrakoplova nalik na *MiG-21*, u različitim uvjetima leta. Analitički postupak određivanja ravnotežnog leta temelji se na rješavanju jednadžbi koje opisuju ravnotežni let zrakoplova, dok se isti podaci eksperimentalno dobivaju na simulatoru leta koji dinamiku leta u stvarnom vremenu opisuje složenim modelom, te je kasnije provedena usporedba rezultata dobivenih analitičkim i eksperimentalnim postupkom.

## 2. ZRAKOPLOV MiG-21

### 2.1. Općenito o zrakoplovu

*Mikoyan-Gurevich MiG-21*, NATO kodnog imena '*Fishbed*', nadzvučni je mlazni borbeni zrakoplov konstruiran u bivšem Sovjetskom savezu krajem 1950-ih godina. Ovaj zrakoplov proizveden je u najviše primjeraka od svih nadzvučnih borbenih zrakoplova, te je kroz povijest korišten u gotovo 60 zemalja. Tehnološki i konstrukcijski je relativno jednostavan, što je omogućilo proizvodnju u velikom broju primjeraka. Glavna razlika u konstrukciji u usporedbi s prethodnikom MiG-19, su delta krila, te je najveći napredak postignut po pitanju brzine i kapaciteta za naoružanje. Jedna od najvećih prednosti zrakoplova MiG-21 je visoka razina upravljivosti i vrhunske manevarske sposobnosti, zbog toga je svojevremeno bio izravna prijetnja modernijim borbenim zrakoplovima zapadne proizvodnje, poput F-4 [1].

Trup zrakoplova jednostavnog je cilindričnog oblika, konstruiran iz uglavnom kružnih presjeka. Usisnik se nalazi s prednje strane, također je kružnog oblika, ispunjen pomičnim stošcem, čiji položaj ovisi o brzini leta. MiG-21 ima delta krila, čiji je aeroprofil *TsAGI S-12*, te konvencionalni horizontalni i vertikalni rep. Konstrukcija zrakoplova izrađena je većinom iz legura aluminija i magnezija, te čeličnih ojačanja kod visoko opterećenih dijelova konstrukcije.



Slika 1. Zrakoplov MiG-21 HRZ-a [2]

Na Slici 1. prikazan je MiG-21BisD, Hrvatskog ratnog zrakoplovstva. Zrakoplovom se upravlja palicom, koja pomoću hidrauličkih uređaja prenosi silu na zakrilca i kormilo visine, a kormilom pravca upravlja se pedalama. Ručicom gasa određuje se režim rada motora. MiG-21 pogonjen je turbomlaznim motorom *Tumansky R-25-300*, koji uz nekoliko režima rada koristi i značajku naknadnog izgaranja.

Analitička i eksperimentalna analiza u ovom radu, biti će provedena na zrakoplovu koji se temelji na MiG-21, te ima približno slične karakteristike i performanse.

## 2.2. Tehničke karakteristike

Tablica 1. prikazuje osnovne karakteristike zrakoplova MiG-21 na temelju kojeg je napravljen simulator leta.

**Tablica 1. Osnovne tehničke karakteristike zrakoplova MiG-21 [3]**

Raspon krila $b$	7,154 m
Duljina $l$	14,1 m
Površina krila	23 m <sup>2</sup>
Duljina aerodinamičke tetive $c_A$	4,002 m
Masa praznog zrakoplova $m_E$	5,843 kg
Maksimalna masa $m_F$	10,420 kg
Statički pogon na razini mora	4,100 kg
Statički pogon na razini mora (naknadno izgaranje)	7,100 kg
Maksimalna brzina na optimalnoj visini	2,175 km/h
Maksimalna brzina na optimalnoj visini	2,04 Ma
Vrijeme potrebno za postizanje visine	17/8,5 km/min
Plafon leta	17,8 km
Dolet	1350 km
Maksimalno opterećenje	8,5

### 3. RAVNOTEŽNI LET

#### 3.1. Općenito

U ravnotežnom letu ('istrimana' letjelica, eng. 'trim'), rezultirajući moment oko središta mase letjelice jednak je nuli, stoga se kutna brzina oko središta mase letjelice neće mijenjati ili će biti jednaka nuli. U praksi, najčešće transportni zrakoplovi lete u navedenim uvjetima ili približnim [4]. Može se reći da je u ravnotežnom letu, moment propinjanja koji je jednak zbroju aerodinamičkog i pogonskog momenta propinjanja, jednak nuli. U ravnotežnom letu, letjelica leti pod određenim napadnim kutem i s određenim otklonom kormila visine, koji se analitički određuju iz jednadžbe za koeficijent momenta propinjanja i jednadžbe za koeficijent sile uzgona.

#### 3.2. Jednadžbe ravnotežnog leta

U sljedećim jednadžbama nulti koeficijenti momenta propinjanja i sile uzgona kao i gradijenti po napadnom kutu i otklonu kormila visine, ranije su izračunati za ovaj tip zrakoplova analitičkim metodama.

##### 3.2.1. Jednadžba momenta propinjanja

Kao što je ranije definirano, u ravnotežnom letu koeficijent momenta propinjanja jednak je nuli, stoga slijedi jednadžba za koeficijent momenta propinjanja:

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_m}} \delta_m = 0 \quad (3.1)$$

##### 3.2.2. Jednadžba koeficijenta sile uzgona

Kako bismo odredili oba tražena parametra leta, napadni kut i otklon kormila visine potrebna nam je još jedna jednadžba. Iz uvjeta da je u ravnotežnom letu sila uzgona jednaka težini zrakoplova slijedi jednadžba za ravnotežni koeficijent sile uzgona:

$$C_{L_{rav}} = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}} = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_{ref}} \quad (3.2)$$

Ravnotežni koeficijent sile uzgona možemo izjednačiti s jednadžbom za koeficijent sile uzgona, pa slijedi:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_m}} \delta_m = C_{L_{rav}} \quad (3.3)$$

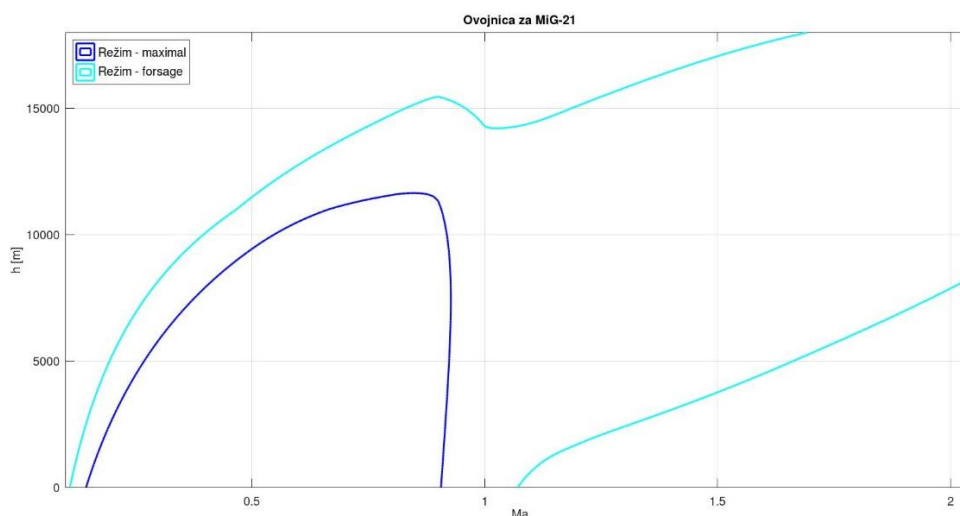
### 3.2.3. Sustav jednadžbi ravnotežnog leta

Gornje dvije jednadžbe zajedno čine sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice, iz kojeg se mogu izračunati napadni kut i otklon kormila visine. U matricnom obliku sustav jednadžbi ima sljedeći oblik:

$$\begin{bmatrix} C_{L_\alpha} & C_{L_{\delta_m}} \\ C_{m_\alpha} & C_{m_{\delta_m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{L_{rav}} - C_{L_0} \\ -C_{m_0} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.3. Ovojnica leta

Ovojnica leta je dijagram koji prikazuje brzinu koju letjelica može ostvariti pri određenoj visini leta, gdje najmanja i najveća moguća brzina ovise o raspoloživoj snazi, odnosno raspoloživoj sili motora i uvjetima atmosfere pri nekoj visini. Izračunate su ovojnice za dva režima rada motora, za najveću ostvarivu silu mlaznog motora, te za najveću moguću silu dobivenu korištenjem naknadnog izgaranja ('*forsage*'). Iz izračunatih ovojnica leta određeni su režimi leta koji će biti razmatrani u analitičkoj i eksperimentalnoj analizi.



Slika 2. Ovojnica zrakoplova MiG-21

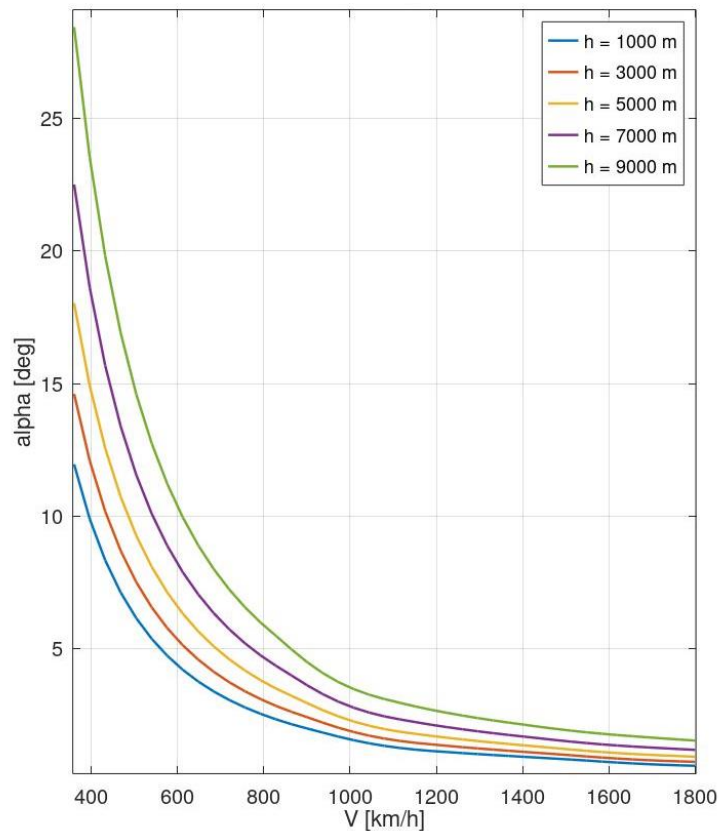


## 4. ANALITIČKI REZULTATI

Korištenjem matrične jednadžbe za ravnotežni let iz prethodnog poglavlja, dobiveni su dijagrami koji prikazuju promjenu napadnog kuta i kuta otklona kormila visine s brzinom odnosno s visinom. Za izračun traženih vrijednosti iz jednadžbe i grafički prikaz dobivenih rezultata korišten je računalni software *GNU Octave*.

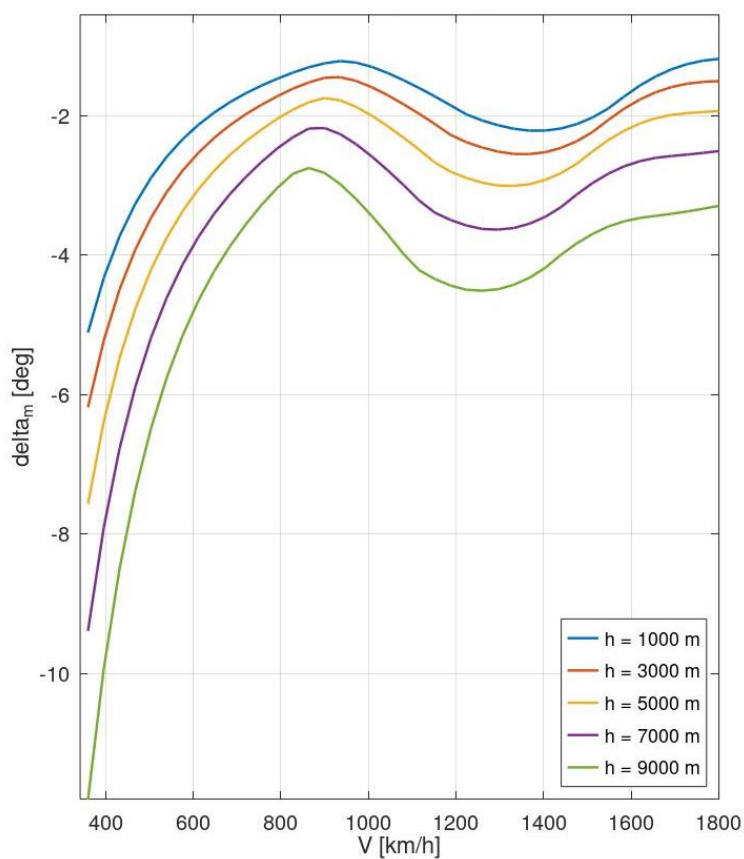
### 4.1. Utjecaj brzine leta

Sljedeća slika prikazuje promjenu napadnog kuta zrakoplova s porastom brzine leta, za različite visine leta. Iz dijagrama možemo vidjeti kako je napadni kut najveći pri malim brzinama leta, te se smanjuje s porastom brzine leta.



Slika 3. Ovisnost napadnog kuta o brzini leta

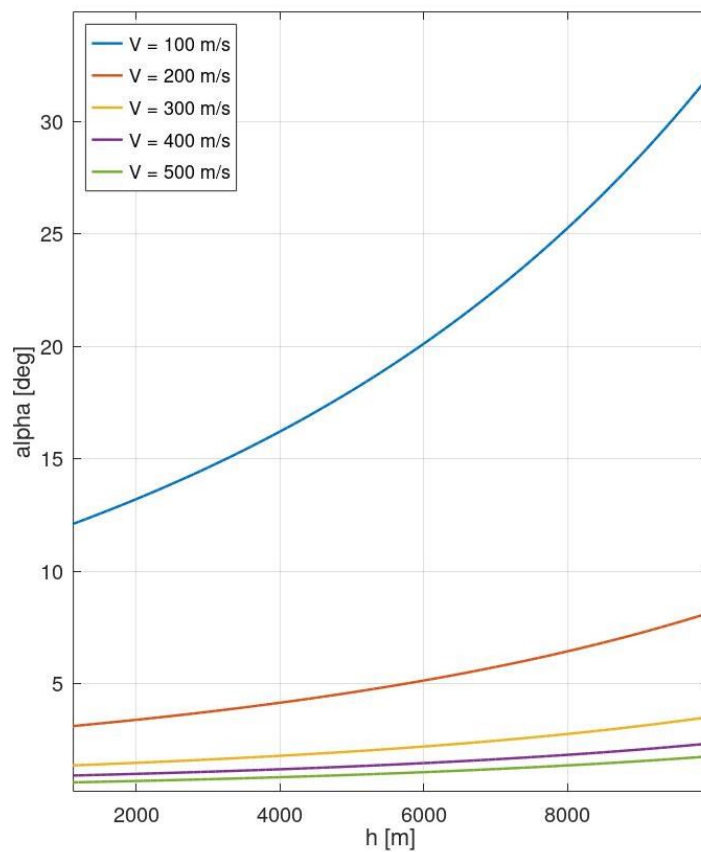
Slika 4. prikazuje ovisnost kuta otklona kormila visine o brzini leta. Iz dijagrama je vidljivo da pri podzvučnim brzinama kut otklona u ravnotežnom letu raste, te pri prijelazu u nadzvučni let pada do određene brzine gdje pri većim nadzvučnim brzinama kut otklona ponovno počinje rasti.



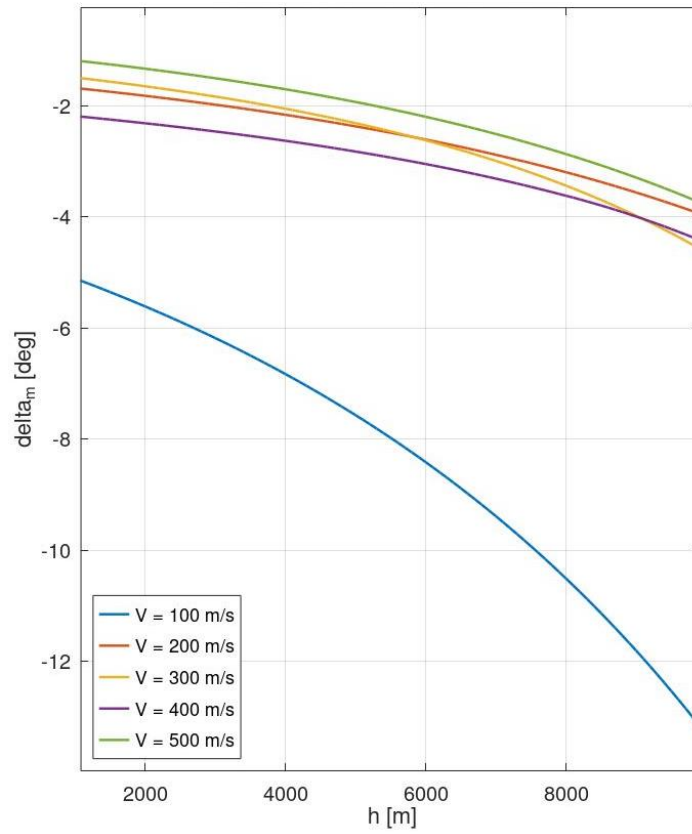
**Slika 4. Ovisnost kuta otklona kormila visine o brzini leta**

## 4.2. Utjecaj visine leta

Na sljedećim slikama prikazani su dijagrami ovisnosti napadnog kuta i kuta otklona kormila visine o visini leta zrakoplova. Na Slici 5. vidljivo je da s porastom visine leta raste i napadni kut zrakoplova te je također iz Slike 6. vidljiv i porast kuta otklona kormila visine.



Slika 5. Ovisnost napadnog kuta o visini leta



Slika 6. Ovisnost kuta otklona kormila visine o visini leta

## 5. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

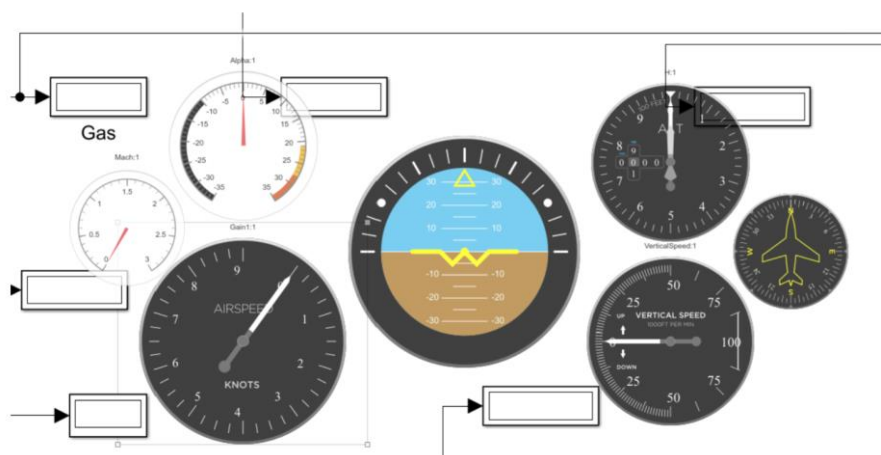
### 5.1. Simulator leta

Eksperimentalni dio analize ravnotežnog leta izvršen je na simulatoru leta na Zavodu za zrakoplovno inženjerstvo, Fakulteta strojarstva i brodogradnje. Za izračun položaja zrakoplova te kuteva korišteni su programski paketi *MATLAB* i *Simulink*, dok je za vizualizaciju leta korišten open source software *Flight Gear* [3]. U simulaciji leta zanemarena su elastična svojstva zrakoplova te se isti promatra kao kruto tijelo, stoga se simulacija temelji se na modelu 6DOF (eng. *Six degrees of freedom*), odnosno šest stupnjeva slobode, kojim se opisuje položaj odnosno gibanje krutog tijela u prostoru. Taj je model detaljnije opisan u literaturi [3]. Aerodinamički gradijenti momenta propinjanja korišteni u modelu gibanja, istovjetni su gradijentima u jednadžbama korištenim u analitičkom postupku u poglavlju 3. Za simulaciju leta koriste se dva računala, od kojih je jedno korišteno za izračun simulacije leta u Simulinku dok drugo služi za vizualizaciju leta, uz tri projektora koji sliku projiciraju na cilindrično platno, koje omogućava vidno polje od 180°. Također je korišten i dodatni monitor za prikaz instrumenata. Za upravljanje zrakoplovom u simulaciji leta, pilot na simulatoru raspolaže ručicom gasa, upravljačkom palicom te pedalama. Za svrhu ove eksperimentalne analize korištena je ručica gasa te upravljačka palica, koja je ograničena na upravljanje samo kormilom visine te je onemogućeno upravljanje zakrilcima koje inače ostvaruju valjanje zrakoplova, zbog lakšeg postizanja horizontalnog leta.



Slika 7. Ručica gasa i upravljačka palica [3]

Od instrumenata pilot na simulatoru ima na raspolaganju brzinomjer, machmetar, umjetni horizont, visinomjer, instrument za vertikalnu brzinu, instrument za napadni kut i smjer, od kojih su visinomjer, brzinomjer te instrument za vertikalnu brzinu ključni za postizanje ravnotežnog leta za zadanu brzinu i visinu.



Slika 8. Prikaz korištenih instrumenata [3]

## 5.2. Postav za eksperiment na simulatoru

U svakoj točki leta, zadana je brzina i visina, te je let na simulatoru započeo traženom brzinom i visinom, a zadatak pilota bio je prilagoditi otklon ručice gase kako bi održao ili postigao zadanu brzinu, te 'istrimati' zrakoplov tako da usklađivanjem otklona palice koordinira kut otklona kormila visine i napadnog kuta, kako bi zadane vrijednosti visine i brzine održao konstantnima. Tijekom simulacije leta, *MATLAB* zapisuje sve parametre leta u realnom vremenu, pa su traženi podaci očitani u trenutku postignutog ravnotežnog leta. Glavni indikator postignutog ravnotežnog leta je instrument vertikalne visine, koja mora biti jednaka nuli. U trenutku kada pilot postigne ravnotežni let, simulacija se zaustavlja te se potom očitavaju vrijednosti brzine leta, visine leta, napadnog kuta i kuta otklona kormila visine. Od ukupno šest pilota, četiri pilota koristila su vizualizaciju leta za vrijeme odrađivanja zadaće, dok su dva pilota eksperimentalni let odradila u potpunosti bez vizualizacije koristeći samo prikaz instrumenata. Obavljanje zadaće u prosjeku je trajalo 30 min.

### 5.3. Detaljni eksperimentalni rezultati

U ovom dijelu eksperimentalne analize izvršena je zadaća postizanja ravnotežnog horizontalnog leta s jednim pilotom, za ukupno 19 različitih točaka, gdje su njih 10 pri konstantnoj brzini leta, te 9 pri konstantnoj visini leta, u svrhu promatranja utjecaja brzine i visine leta na tražene parametre leta. Za dobivanje ovih rezultata utrošeno je nešto više vremena, kako bi oni bili što precizniji, te kako bi se kasnije sa sigurnošću moglo ustvrditi da odgovaraju analitičkim rezultatima. Tablica 2. i Tablica 3. prikazuju dobivene rezultate, koji će kasnije biti uspoređeni s analitičkim rezultatima.

**Tablica 2. Rezultati utjecaja visine leta**

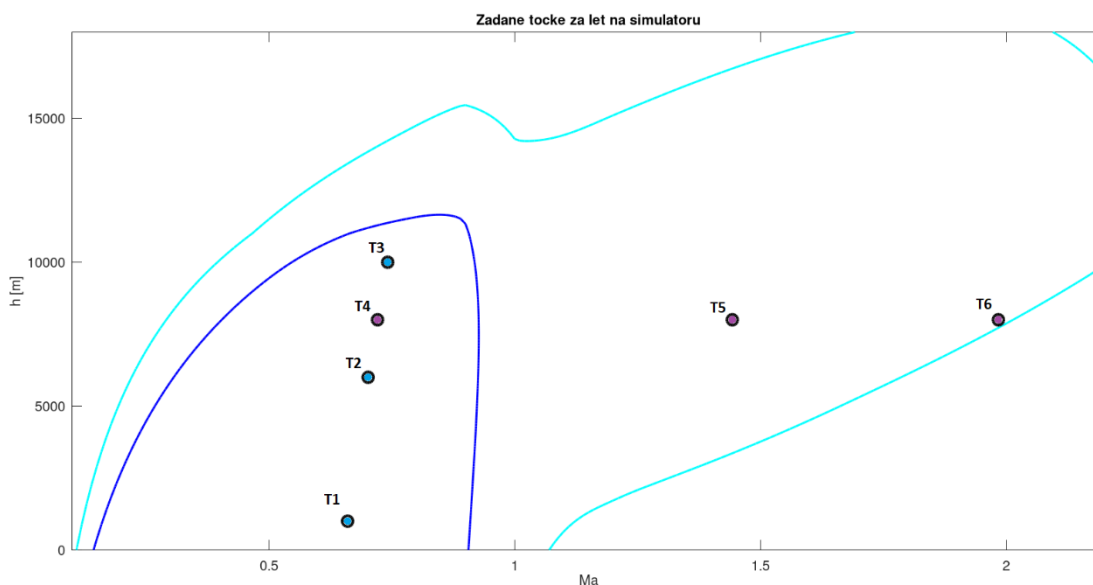
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
1	221.6	1002	2.51	-1.45
2	222.5	1990	2.77	-1.58
3	220.8	3000	3.11	-1.73
4	223.0	4003	3.34	-1.83
5	222.1	5003	3.75	-2.02
6	221.5	6000	4.25	-2.25
7	222.2	6999	4.71	-2.46
8	221.4	8000	5.17	-2.67
9	221.0	8999	5.90	-3.00
10	222.5	9994	6.67	-3.36

**Tablica 3. Rezultati utjecaja brzine leta**

T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
1	163.6	7990.6	9.17	-4.28
2	221.9	7995.8	5.24	-2.69
3	279.2	7999.3	3.10	-2.96
4	334.7	7990.2	2.29	-3.94
5	390.9	7991.7	1.85	-3.75
6	446.0	7998.9	1.56	-3.04
7	502.3	7999.2	1.35	-2.84
8	556.9	7996.6	1.18	-2.59
9	611.3	8003.7	1.01	-2.09

#### 5.4. Eksperimentalni rezultati s više pilota

U eksperimentalnom dijelu s više pilota, zadane su točke u kojima je potrebno ostvariti ravnotežni let. Kao i u prethodnom dijelu, promatran je utjecaj visine i brzine na parametre leta. Tako su zadane tri točke pri konstantnoj brzini od 222,22 m/s (800 km/h) na visinama od 1000 m, 6000 m i 10000 m, označene na dijagramu T1, T2 i T3 te tri točke pri konstantnoj visini od 8000 m pri brzinama od 166,66 m/s (600 km/h), 444,44 m/s (1600 km/h) te 611,11 m/s (2200 km/h), označene T4, T5 i T6 u dijagramu. Zadane točke prikazane su u dijagramu zajedno s ovojnica maleta, pa se može uočiti da se točke T1, T2, T3 i T4 mogu postići s režimom snage 'maximal' dok je za postizanje ravnotežnog leta u točkama T5 i T6 potrebna veća potisna sila motora, stoga se koristi režim rada 'forsage' odnosno naknadno izgaranje. Slika 9. prikazuje zadane točke zajedno s ovojnica maleta.



Slika 9. Zadane točke leta



Tablica 4. i Tablica 5. prikazuju dobivene rezultate napadnog kuta i kuta otklona kormila visine, te postignute visine i brzine koje su približno jednake zadanim vrijednostima. U sljedećem poglavlju, biti će detaljno statistički analizirani te uspoređeni s analitičkim vrijednostima.

**Tablica 4. Rezultati utjecaja visine s više pilota**

Pilot 1					Pilot 2				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
1	221.6	1002	2.51	-1.45	1	218.7	996	2.45	-1.39
2	221.5	6000	4.25	-2.25	2	221.7	6006	4.74	-2.30
3	222.5	9994	6.67	-3.36	3	221.9	9995	6.25	-3.19
Pilot 3					Pilot 4				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
1	220.5	996	2.46	-1.42	1	222.0	1015	2.48	-1.43
2	221.8	5999	4.14	-2.19	2	222.0	5986	4.08	-2.16
3	218.9	10003	6.80	-3.41	3	221.0	10019	6.62	-3.33
Pilot 5					Pilot 6				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
1	224.1	1008	2.52	-1.47	1	221.8	1075	2.57	-1.48
2	222.4	6003	4.69	-2.44	2	223.5	6018	3.84	-2.05
3	221.6	10002	6.37	-3.27	3	223.4	9981	6.88	-3.46

**Tablica 5. Rezultati utjecaja brzine s više pilota**

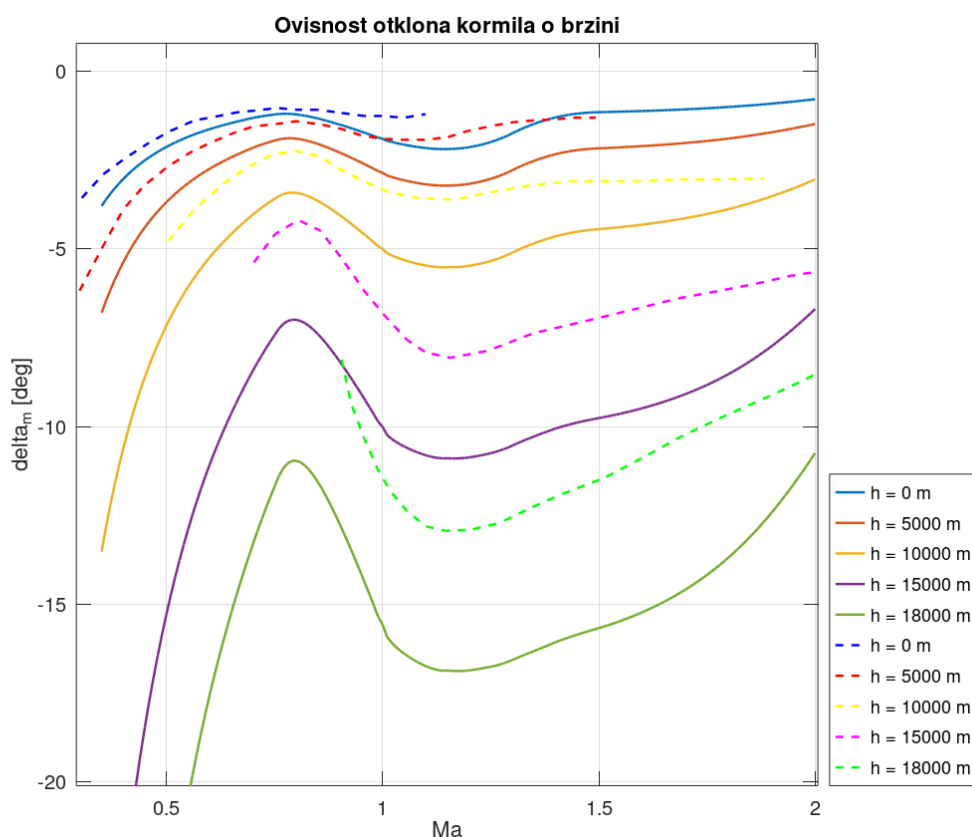
Pilot 1					Pilot 2				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
4	163.6	7991	9.17	-4.28	4	161.4	7986	9.66	-4.41
5	446.0	7999	1.56	-3.04	5	446.5	8000	1.47	-2.86
6	611.3	8004	1.01	-2.09	6	603.9	7999	1.01	-2.15
Pilot 3					Pilot 4				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
4	164.6	8004	8.97	-4.20	4	167.2	8025	8.96	-4.10
5	439.0	7996	1.54	-2.99	5	445.0	8027	1.54	-3.00
6	612.2	8001	0.99	-2.05	6	612.0	8009	0.97	-2.01
Pilot 5					Pilot 6				
T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)	T	V (m/s)	h (m)	$\alpha$ (°)	$\delta m$ (°)
4	165.2	8021	9.49	-4.36	4	165.6	8020	8.79	-3.96
5	453.8	8011	1.47	-3.00	5	446.4	7995	1.54	-3.00
6	611.2	8011	0.97	-2.01	6	610.0	8023	0.97	-2.01

## 6. USPOREDBA REZULTATA

U ovom poglavlju biti će provedena usporedba analitičkih rezultata i vrijednosti očitanih iz dokumentacije o zrakoplovu, te također analitičkih i detaljnih eksperimentalnih rezultata dobivenih s jednim pilotom u petlji, te rezultata dobivenih eksperimentom s više pilota.

### 6.1. Usporedba analitičkih rezultata i vrijednosti iz dokumentacije zrakoplova

Najprije je zanimljivo usporediti analitičke rezultate sa stvarnim vrijednostima za zrakoplov MiG-21. Iz dijagrama ovisnosti kuta otklona kormila visine o brzini leta očitane su vrijednosti za različite visine leta, te su prikazane u dijagramu zajedno s analitičkim rezultatima. Na Slici 10. isprekidanim krivuljama prikazane su vrijednosti iz dokumentacije zrakoplova za visine od 0 m, 5000 m, 10000 m i 18000 m [6]. Punim linijama istom bojom prikazani su analitički rezultati za iste vrijednosti visine. Usporedbom krivulja s dijagrama, uočljivo je određeno odstupanje analitičkih rezultata od stvarnih vrijednosti, koje raste na većim visinama. Također se na dijagramu može vidjeti da krivulje koje predstavljaju analitičke rezultate, oblikom odnosno nagibom dobro prate stvarne vrijednosti s promjenom brzine leta.

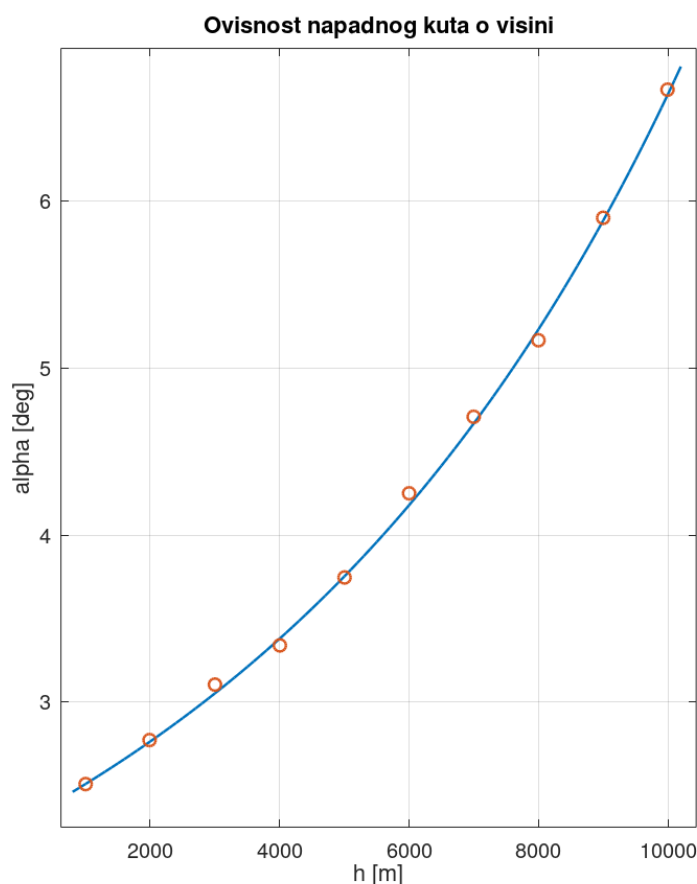


**Slika 10. Usporedba stvarnih i analitičkih rezultat**

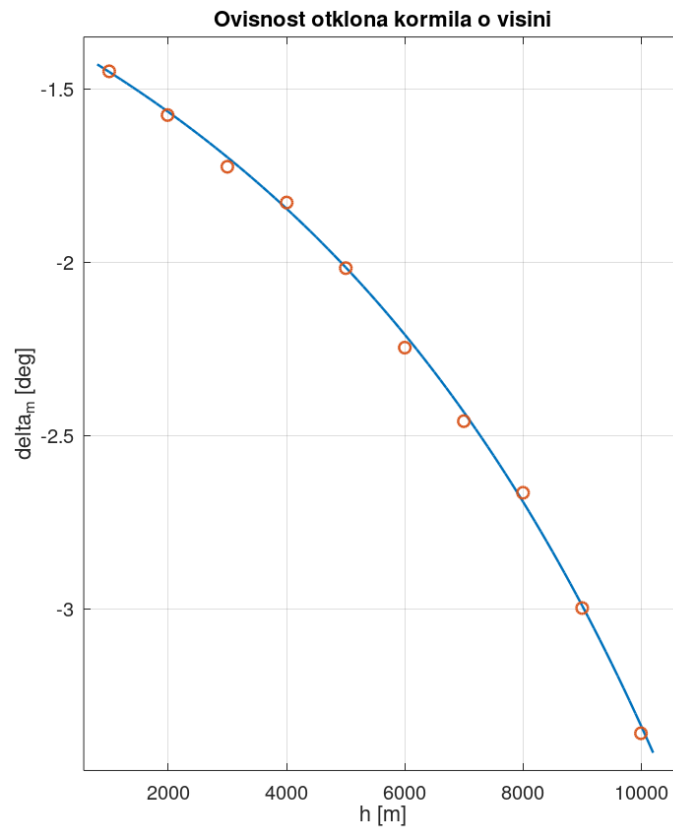
Odstupanje analitičkih rezultata pri većim visinama može biti uzrokovano nešto drugačijom vrijednosti položaja središta mase zrakoplova u dokumentaciji i u jednadžbama korištenim u analitičkom postupku.

## 6.2. Usporedba analitičkih i eksperimentalnih rezultata

Slika 11. i Slika 12. prikazuju vrijednosti napadnog kuta i kuta otklona kormila visine dobivene detaljnim eksperimentom na simulatoru leta s finijom raspodjelom zadanih točaka. Ovaj dio eksperimenta proveden je s jednim pilotom te je za dobivanje rezultata uloženo više vremena, kako bi rezultati bili što precizniji i služili kao referentna vrijednost za drugi dio eksperimenta. Slika 11. i Slika 12. grafički prikazuju rezultate iz Tablice 2. i 3. iz prethodnog poglavlja. Eksperimentalni rezultati prikazani crvenim kružićima na dijagramu dobiveni su ravnotežnim letom pri konstantnoj brzini  $V=222,22$  m/s (800 km/h), na rasponu visine leta od 1000 m do 10000 m. Plava krivulja na dijagramu prikazuje ranije dobivene analitičke rezultate, za iste uvjete leta. Iz dijagrama je vidljivo da je odstupanje eksperimentalnih vrijednosti minimalno u odnosu na analitičke vrijednosti.

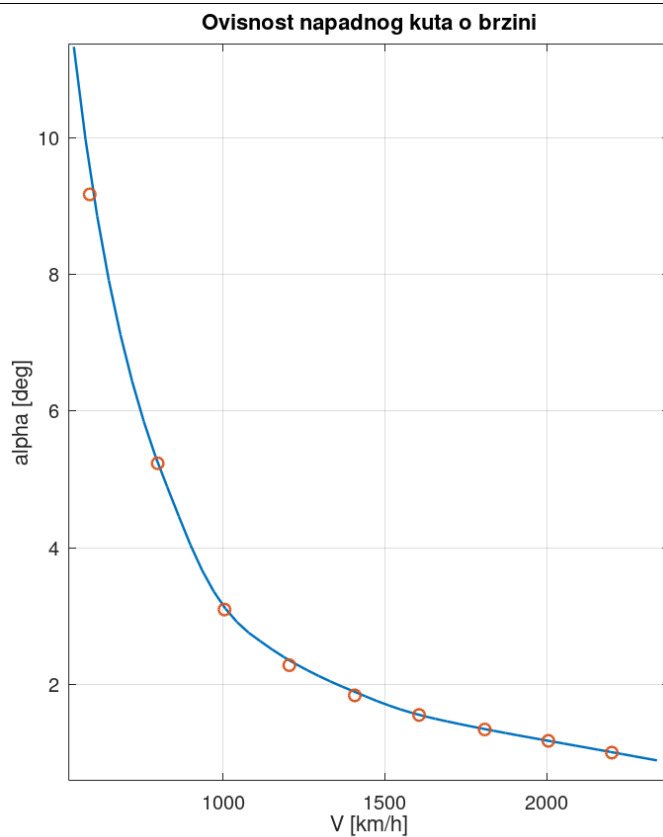


**Slika 11. Eksperimentane vrijednosti napadnog kuta s promjenom visine**

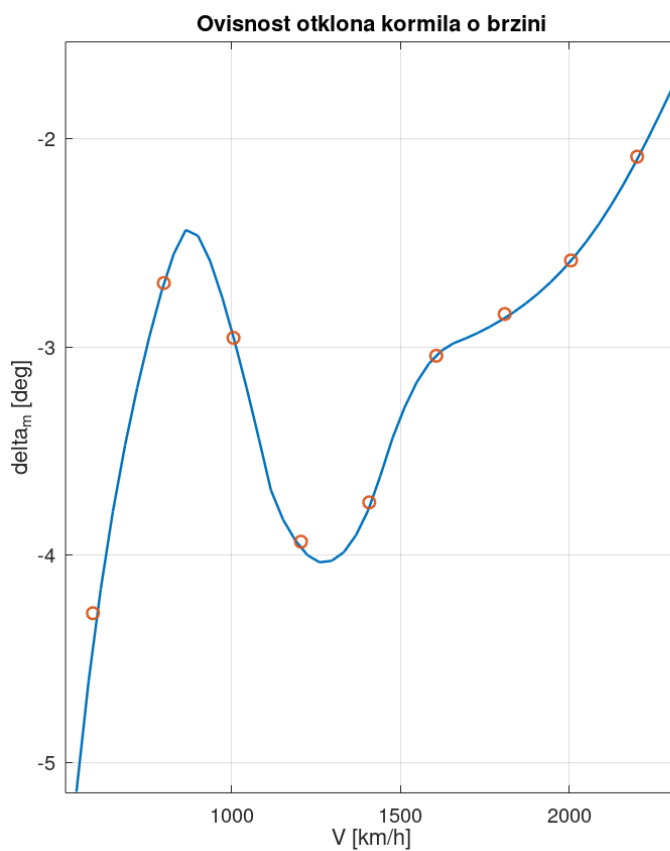


**Slika 12. Esperimentalne vrijednosti kuta otklona kormila visine s promjenom visine**

Slika 13. i Slika 14. prikazuju vrijednosti napadnog kuta i kuta otklona kormila visine pri različitim visinama na konstantnoj visini. Očitane su vrijednosti za ravnotežni let pri rasponu brzine od 166.66 m/s (600 km/h) do 611.11 m/s (2200 km/h) na visini od 8000 m. Ovdje je također očito da rezultati dobiveni na simulatoru odgovaraju analitičkim rezultatima, te su odstupanja u promatranim točkama minimalna.



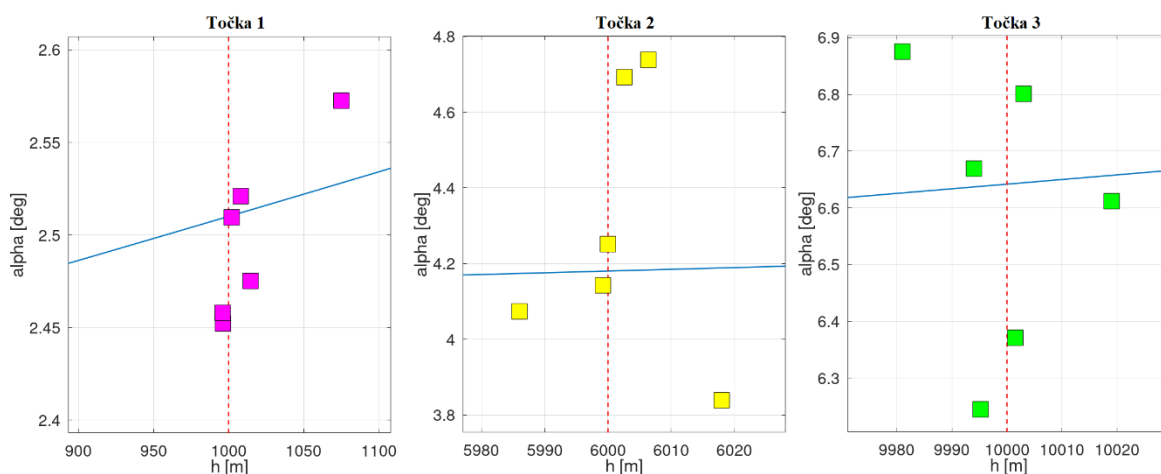
**Slika 13. Esperimentalne vrijedosti napadnog kuta s promjenom brzine**



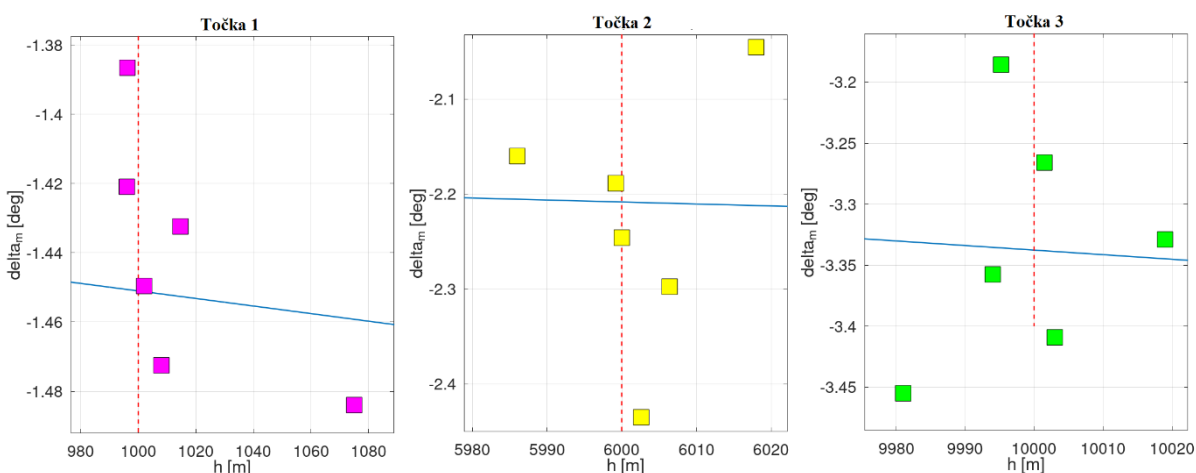
**Slika 14. Esperimentalne vrijednosti kuta otklona kormila visine s promjenom brzine**

### 6.3. Usporedba eksperimentalnih rezultata s više pilota

Sljedeće slike prikazuju dobivene eksperimentalne vrijednosti za svaku zadanu točku, te su na svakom dijagramu prikazane dobivene vrijednosti napadnog kuta i otklona kormila visine za pojedinog pilota zajedno s analitičkim vrijednostima. Crvene iscrtkane linije prikazuju zadane vrijednosti visini odnosno brzine u toj točki, a plava krivulja predstavlja analitičke vrijednosti. Na svakom od dijagrama može se uočiti odstupanje postignute visine ili brzine od zadane vrijednosti za pojedinog pilota, te odstupanje od analitičkih rezultata. Slika 15. i Slika 16. prikazuju vrijednosti napadnog kuta i kuta otklona kormila visine u točkama 1, 2 i 3, odnosno pri konstantnoj brzini od 222 m/s (800 km/h) na visinama od 1000 m, 6000 m i 10000 m.

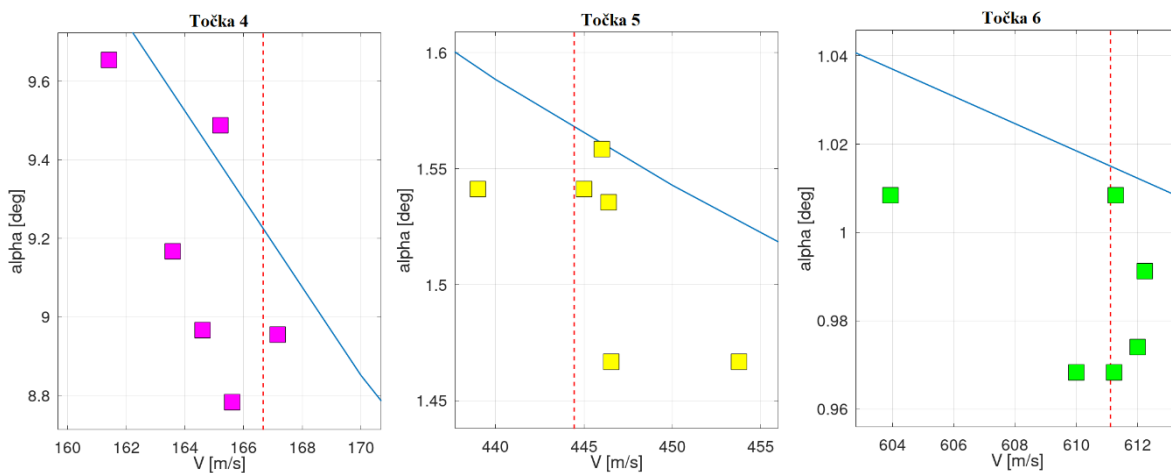


Slika 15. Eksperimentalne vrijednosti napadnog kuta za različite visine

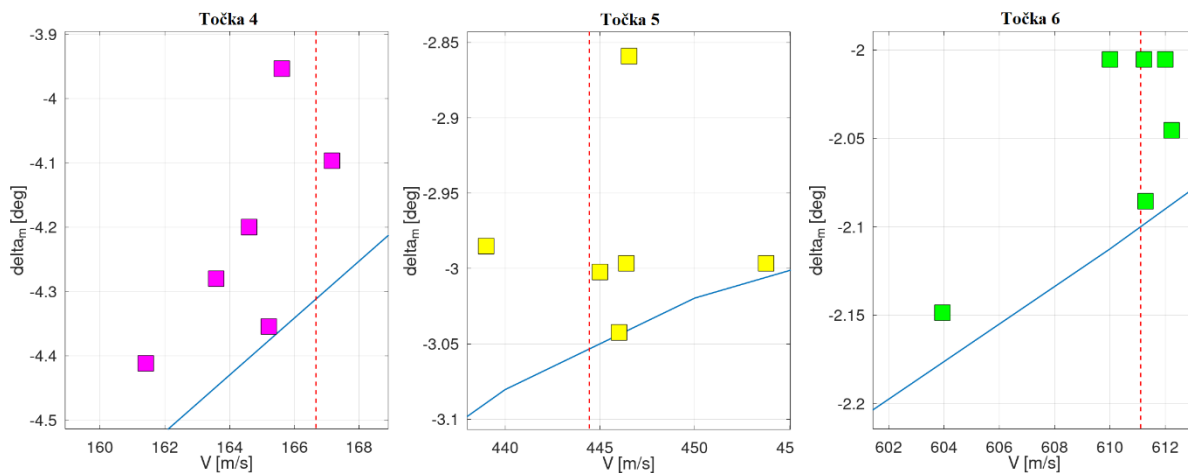


Slika 16. Eksperimentalne vrijednosti otklona kormila visine za različite visine

Slika 17. i Slika 18. prikazuju vrijednosti za točke 5, 6 i 7, odnosno vrijednosti dobivene na konstantnoj visini od 8000 m, pri brzinama od 166,7 m/s, 444,4 m/s i 611,1 m/s. U točki 5 vidljivo je nešto veće odstupanje od zadane brzine leta, zbog veće osjetljivosti odziva brzine zrakoplova na otklon ručice gasa u režimu rada 'forsage', što je nekim pilotima otežavalo postizanje i održavanje zadane brzine. U točki 6 to odstupanje je znatno manje zbog toga što u toj točki pilot za postizanje zadane brzine koristi gotovo svu raspoloživu pogonsku silu motora, zbog sporijeg odziva brzine lete na promjenu jačine gasa.



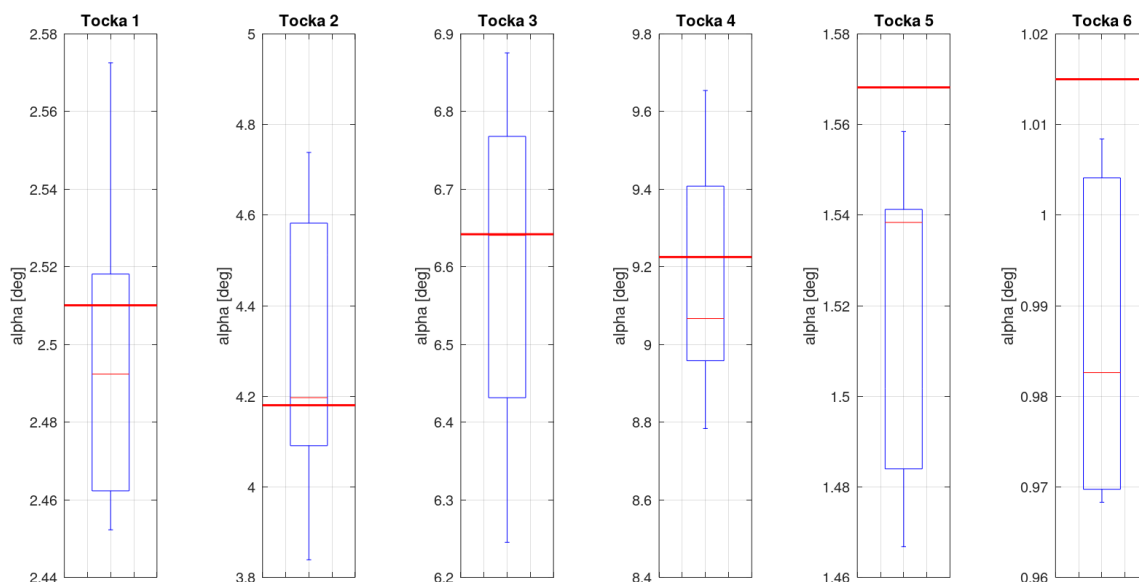
Slika 17. Eksperimentalne vrijednosti napadnog kuta za različite brzine



Slika 18. Eksperimentalne vrijednosti otklona kormila visine za različite brzine

## 6.4. Statistički prikaz eksperimentalnih rezultata

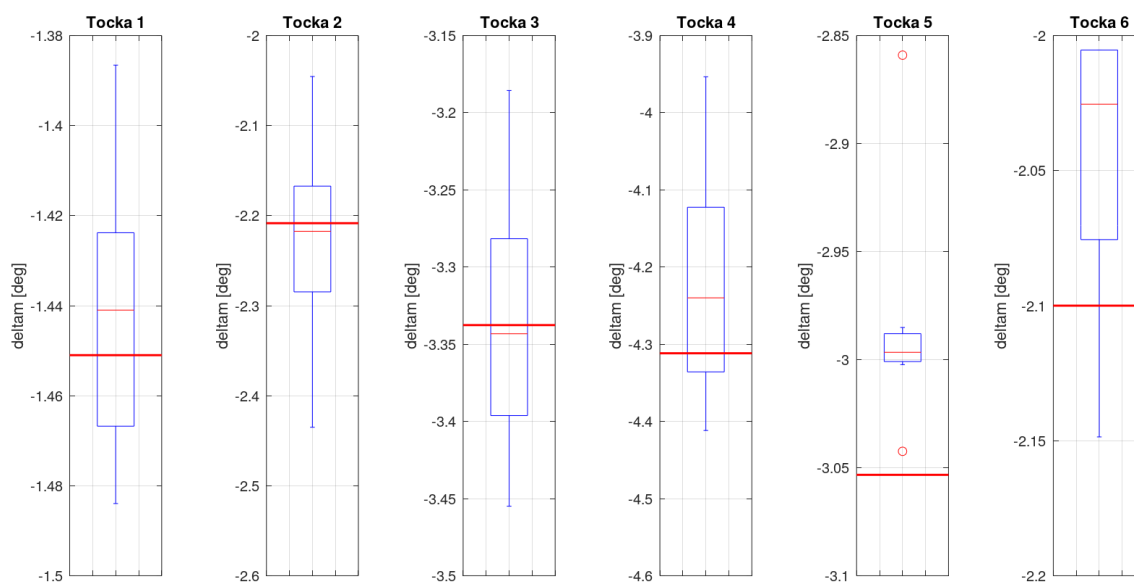
Eksperimentalni rezultati dobiveni na simulatoru leta, statistički su obrađeni u računalnom programu *GNU Octave* korištenjem naredbe *'boxplot'*. *'Box-plot'* ili *'Kutijasti dijagram'* jednostavan je dijagram koji prikazuje osnovne statističke podatke za neki skup rezultata. Pravokutnik prikazuje gornji i donji kvartil, a crvena crta unutar pravokutnika predstavlja medijan. Gornja i donja linija izvan pravokutnika predstavljaju najveću i najmanju vrijednost koja se nalazi 150 % vrijednosti raspona između donjeg i gornjeg kvartila. Točke izvan tog raspona prikazane su kružićima te one značajnije odudaraju od ostatka. Na svakom dijagramu debljom crvenom linijom prikazani su analitički rezultati promatrane veličine u zadanoj točki. Slika 19. prikazuje vrijednosti napadnog kuta u svima točkama leta. U točkama 2 i 3 medijan eksperimentalnih rezultata blisko odgovara analitičkim rezultatima, dok se u ranije spomenutim točkama 5 i 6 može uočiti nešto veće odstupanje eksperimentalnih rezultata od analitičkih zbog težeg postizanja zadanih parametara leta.



Slika 19. Statistički prikaz rezultata napadnog kuta



Slika 20. prikazuje eksperimentalne vrijednosti kuta otklona kormila visine u zadanim točkama. Kao i na prethodnoj slici, vidljivo je manje odstupanje rezultata u točki 2 i 3, dok je u točkama 5 i 6 pri nadzvučnim brzinama leta, vidljivo značajnije odstupanje eksperimentalnih rezultata. Općenito se u točki 5 dogodilo najveće rasipanje odnosno odstupanje rezultata.



Slika 20. Statistički prikaz rezultata otklona kormila visine

## 7. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu provedena je analiza ravnotežnog leta nadzvučnog borbenog zrakoplova nalik MiG-21, analitičkim postupkom te eksperimentom na simulatoru leta. Odrađen je detaljni eksperiment na simulatoru leta u 19 različitih točaka, pri različitim visinama i brzinama. Za postizanje tih rezultata bilo je utrošeno više vremena u cilju postizanja što preciznijeg ravnotežnog leta, s vrijednostima visine i brzine leta što bliže zadanima. Eksperimentom sa šest pilota, pojedini pilot odradio je let u šest različitih točaka. U odnosu na prethodni eksperiment ovdje je približni ravnotežni let u svakoj točki postignut u kraćem vremenu s nešto većim odstupanjem od zadanih parametara leta. Nakon usporedbe svih dobivenih podataka iz analize mogu se donijeti sljedeći zaključci:

- Usporedbom rezultata utjecaja brzine i visine leta na kut otklona kormila visine dobivenih analitičkim postupkom i vrijednosti iz dokumentacije zrakoplova uočeno je određeno odstupanje analitičkih rezultata. To odstupanje najveće je na većim visinama leta, a najizraženije pri približno najvećoj mogućoj visini koju ovaj zrakoplov može postići. Pri manjim visinama odstupanje je slabije izraženo. Bez obzira na odstupanja u vrijednostima, promjena kuta otklona s brzinom, odnosno gradijent krivulje, na prijelazu iz podzvučnih u nadzvučne te pri nadzvučnim brzinama dosta dobro prati vrijednosti iz dokumentacije.
- Detaljni eksperiment na simulatoru pokazao je da eksperimentalni rezultati gotovo u potpunosti odgovaraju analitičkim, a tek manja odstupanja posljedica su ljudskog faktora odnosno uzrokovana su greškom pilota. Minimalno odstupanje rezultata bilo je i očekivano uzevši u obzir da su u analitičkom postupku korištene jednadžbe koje opisuju i gibanje zrakoplova u simulatoru.
- U eksperimentu sa šest pilota, u prve tri točke leta, pri konstantnoj brzini, prosjek dobivenih rezultata je i dalje malo odstupao od analitičkih vrijednosti dok je kod većih nadzvučnih brzina uočeno veće odstupanje rezultata. Uzrok tome je veća osjetljivost brzine zrakoplova na promjenu položaja gasa, odnosno promjenu sile potiska motora u režimu rada s naknadnim izgaranjem, te je zbog toga bilo teže održavati konstantnu zadanu brzinu leta i istovremeno uskladiti ostale zadane parametre.

Daljnijim istraživanjem mogao bi se ustvrditi uzrok odstupanja rezultata analitičkog postupka od dokumentacije pri većim visinama, te bi se također mogao analizirati utjecaj drugih karakteristika zrakoplova na ravnotežni let, primjerice utjecaj mase ili položaj središta mase.

---

**LITERATURA**

- [1] Military Today, [http://www.military-today.com/aircraft/mig\\_21.htm](http://www.military-today.com/aircraft/mig_21.htm), pristupljeno veljača 2022.
- [2] Plane Photos, [https://www.planephotos.net/photo/18510/Mikoyan-Gurevich-MiG-21bis-D\\_116/%27%27](https://www.planephotos.net/photo/18510/Mikoyan-Gurevich-MiG-21bis-D_116/%27%27), pristupljeno veljača 2022.
- [3] Vidović, I.: Ocjena radnog opterećenja i razine kvalitete direktnog upravljanja borbenog zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2022.
- [4] Vrdoljak, M., Janković, S.: Performanse zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016
- [5] Milan Vrdoljak and Ivan Zovak. Application of steady state model for flight path planning of the fighter airplane including take-off and landing. *In Proceedings of 7th ICCSM International Congress of Croatian Society of Mechanics*, pages 1–10. Studio HRG, 2012.
- [6] Letno-tehničke karakteristike aviona L-17 (MiG-21). VTUP, Beograd, 1982.
- [7] Zovak, I.: Planiranje leta borbenog aviona primjenom modela gibanja u ravnotežnom letu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.