

# Topološko optimiranje robotske ruke za aditivnu proizvodnju

---

**Morić, Matija**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:986982>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Matija Morić**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**TOPOLOŠKO OPTIMIRANJE  
ROBOTSKE RUKE ZA  
ADITIVNU PROIZVODNJU**

Mentor:

Prof. dr. sc. Damir Godec, dipl. ing.

Student:

Matija Morić

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Damiru Godecu na stručnoj pomoći, savjetima i uputama pri izradi rada. Zahvaljujem se i mag. ing. Mislavu Tujmeru na pomoći i savjetima pri proizvodnji konstrukcije aditivnom tehnologijom. Također se zahvaljujem obitelji i prijateljima na pruženoj podršci tijekom studiranja.

Matija Morić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	602-04/22-6/1
Ur. broj:	15-1703-22-

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **MATIJA MORIĆ** Mat. br.: 0035210510

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Topološko optimiranje robotske ruke za aditivnu proizvodnju**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Topology optimisation of robotic hand for additive manufacturing**

Opis zadatka:

Roboti predstavljaju jedan od učinkovitih alata u automatizaciji proizvodnje i montaži. Neke od glavnih prednosti robota u tim procesima u usporedbi s ljudima su brzina i preciznost djelovanja. Kako vrijeme predstavlja ključni resurs u mnogim proizvodnim i montažnim procesima, postoji potreba za dodatnim optimiranjem robota primijenjenih u njima. Topološko optimiranje konstrukcije robotske ruke jedan je od mogućih pristupa rekonstrukcije robotske ruke, a aditivna proizvodnja javlja se kao tehnološko rješenje za njihovu proizvodnju. U okviru diplomskog rada potrebno je obraditi sljedeće:

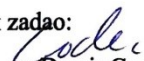
1. Opisati načela topološkog optimiranja.
2. Dati pregled računalnih programa koji omogućuju topološko optimiranje, te za izabrani program, prikazati korake i aktivnosti procesa optimiranja.
3. Opisati načela aditivnih tehnologija.
4. Detaljnije opisati aditivnu tehnologiju koja će se primijeniti u praktičnom dijelu rada.
5. Za izabranu robotsku ruku provesti topološko optimiranje, uzimajući u obzir pravila konstruiranja za prethodno izabranu aditivnu tehnologiju.
6. Na temelju dobivenih rezultata, potrebno je donijeti odgovarajuće zaključke.


U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
11. studenog 2021.

Rok predaje rada:  
13. siječnja 2022.

Predviđeni datum obrane:  
17. siječnja do 21. siječnja 2022.

Zadatak zadao:  
  
prof. dr. sc. Damir Godec

Predsjednica Povjerenstva:  
  
prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD.....	1
2. STRUKTURALNO OPTIMIRANJE.....	3
2.1. Općenita matematička formulacija problema strukutralnog optimiranja.....	4
2.2. Rješavanje problema optimiranja.....	5
2.2.1. Metoda Lagrangeovih Multiplikatora .....	6
2.2.2. Kuhn Tuckerovi uvjeti optimalnosti .....	7
2.2.3. Numeričke metode rješavanja problema optimiranja .....	9
2.3. Vrste strukutralnog optimiranja .....	10
3. TOPOLOŠKO OPTIMIRANJE .....	12
3.1. Metoda optimalne raspodjele materijala .....	12
3.1.1. Problem minimiranja fleksibilnosti.....	14
3.1.1.1. Diskretizacija domene $\Omega$ .....	15
3.1.1.2. Matematička formulacija problema uz diskretizaciju metodom konačnih elemenata .....	16
3.1.1.3. SIMP model .....	17
3.1.1.4. Rješenje diskretiziranog problema optimiranja .....	19
3.1.2. Numerički problemi .....	23
3.1.2.1. Ovisnost rješenja o diskretizaciji domene.....	23
3.1.2.2. Učinak šahovske ploče.....	24
3.1.2.3. Filtriranje osjetljivosti.....	25
3.2. Programski alati za topološko optimiranje.....	27
3.2.1. Provedba topološkog optimiranja u programu Altair Inspire .....	28
4. ADITIVNA PROIZVODNJA .....	32
4.1. Općeniti tok procesa kod aditivne proizvodnje.....	33
4.2. Sistematizacija tehnologija aditivne proizvodnje .....	36
4.3. Prednosti i nedostaci postupaka aditivne proizvodnje .....	39
4.4. Taložno očvršćivanje (Fused deposition modeling) .....	41
4.4.1. Načelo rada .....	41
4.4.2. Prednosti i nedostaci postupaka taložnog očvršćivanja .....	43
4.4.3. Pravila konstruiranja za postupke taložnog učvršćivanja .....	44
4.4.3.1. Izbjegavanje potporne strukture.....	44
4.4.3.2. Anizotropnost svojstva.....	46
4.4.3.3. Jednolika debljina stijenke proizvoda.....	47

---

4.4.3.4. Ostala konstrukcijska pravila za taložno očvršćivanje .....	48
5. EKSPERIMENTALNI DIO .....	51
5.1. BCN3D Moveo .....	51
5.2. Optimiranje konstrukcije segmenta BCN3D Moveo .....	52
5.2.1. Opterećenje konstrukcije.....	53
5.3. Topološko optimiranje konstrukcije .....	56
5.3.1. Rezultati topološkog optimiranja.....	59
5.3.2. Rekonstrukcija geometrije konstrukcije dobivene topološkim optimiranjem ....	60
5.3.3. Analiza rezultata i usporedba optimirane i početne konstrukcije .....	63
5.4. Proizvodnja optimirane konstrukcije .....	64
5.4.1. MakerBot Replicator 2x.....	64
5.4.2. Postupak proizvodnje.....	65
6. ZAKLJUČAK.....	67
LITERATURA.....	68
PRILOZI.....	70

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Grafički prikaz metode Lagrangeovih multiplikatora [4] .....	6
Slika 2.	Aktivna i neaktivna ograničenja [3] .....	7
Slika 3.	Grafički prikaz metoda numeričkog optimiranja [5] .....	9
Slika 4.	Optimiranje dimenzija [2] .....	10
Slika 5.	Optimiranje oblika [2] .....	10
Slika 6.	Topološko optimiranje [6] .....	11
Slika 7.	Raspodjela materijala unutar dvodimenzionalne domene [3] .....	13
Slika 8.	Vanjsko opterećenje tijela [3] .....	15
Slika 9.	Često korišteni konačni elementi kod topološkog optimiranja [3] .....	15
Slika 10.	SIMP model [3] .....	18
Slika 11.	Proces topološkog optimiranja metodom optimalne raspodjele materijala [3] .....	22
Slika 12.	Topološki optimirano krilo aviona Boeing 777 [7] .....	22
Slika 13.	Ovisnost optimalne konstrukcije o diskretizaciji domene [6] .....	23
Slika 14.	Učinak šahovske ploče [3] .....	24
Slika 15.	Linearni i nelinearni filtar [3] .....	26
Slika 16.	Usporedba programskih alata Optistruct i Inspire [8] .....	28
Slika 17.	Dijagram toka postupka topološkog optimiranja .....	29
Slika 18.	Usporedba aditivne i konvencionalne proizvodnje [14] .....	32
Slika 19.	Utjecaj kompleksnosti na proizvodnost [17] .....	33
Slika 20.	Faze općenitog procesa aditivne proizvodne [16] .....	34
Slika 21.	Usporedba rezolucija STL datoteka [14] .....	35
Slika 22.	Primjena aditivnih postupaka proizvodnje [18] .....	36
Slika 23.	Dijelovi stroja za taložno učvršćivanje [19] .....	41
Slika 24.	Različiti postotci ispune poprečnog presjeka [17] .....	42
Slika 25.	Različiti oblici ispune [17] .....	42
Slika 26.	Stepeničasti efekt [14] .....	43
Slika 27.	Samonosivi kut za aditivnu proizvodnju [20] .....	45
Slika 28.	Utjecaj orijentacije proizvoda na količinu potpornog materijala [14] .....	46
Slika 29.	Utjecaj smjera izgradnje na anizotropnost svojstava [14] .....	47
Slika 30.	Pravilno i nepravilno konstruiranje debljine stijenke proizvoda [17] .....	48
Slika 31.	Razlika u kvaliteti provrta ovisno o orijentaciji proizvoda [18] .....	49
Slika 32.	BCN3D Moveo [21] .....	51
Slika 33.	BCN3D Moveo u najnepovoljnijem položaju .....	52
Slika 34.	Opterećenja na drugi segment .....	53
Slika 35.	Simulacijski model početne konstrukcije .....	54
Slika 36.	Postavke za strukturalnu analizu konstrukcije u Altair Inspire-u .....	55
Slika 37.	Strukturalna analiza početne konstrukcije .....	56
Slika 38.	Pojednostavljeni model početne konstrukcije .....	57
Slika 39.	Moguće orijentacije proizvoda na radnoj platformi .....	58
Slika 40.	Postavke za topološko optimiranje korištene u Altair Inspire-u .....	58
Slika 41.	Upotreba naredbe „Wrap“ .....	61
Slika 42.	Polynurbs rekonstrukcija geometrije optimiranih konstrukcija .....	61
Slika 43.	Strukturalna analiza progiba optimirane konstrukcije .....	62



---

Slika 44.	MakerBot Replicator 2x .....	64
Slika 45.	Izrada prvog sloja konstrukcije uređajem MakerBot Replicator 2x.....	65
Slika 46.	Konstrukcija na kraju procesa proizvodnje .....	66
Slika 47.	Proizvod nakon uklanjanja potporne strukture.....	66

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Sistematizacija postupaka aditivne proizvodnje prema ASTM F42/ISO TC 261.	37
Tablica 2. Rezultati strukturalne analize za optimirane konstrukcije pod orijentacijom b ....	59
Tablica 3. Rezultati strukturalne analize za optimirane konstrukcije pod orijentacijom c ....	59
Tablica 4. Rezultati strukturalne analize rekonstruiranih konstrukcija .....	62
Tablica 5. Usporedba početne i optimirane konstrukcije .....	63

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\mathbf{B}_k$	-	Vektor koeficijenata algoritma topološkog optimiranja
$B_k^e$	-	Koeficijent algoritma topološkog optimiranja za pojedini konačni element
$c$	-	Parametar filtra
$d$	-	Parametar filtra
$E$	N/mm <sup>2</sup>	Modul elastičnosti
$E_0$	N/mm <sup>2</sup>	Modul elastičnosti osnovnog materijala
$F(x)$	-	Funkcija cilja
$\mathbf{f}(x)$	N	Vektor sile
$F_{S2}$	N	Reakcijska sila koja djeluje na drugi segment robota
$g(x)$	-	Funkcija ograničenja nejednakosti
$G_{M2}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa drugog motora
$G_{M3}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa trećeg motora
$G_{S3}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa trećeg segmenta robota
$G_{S4}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa četvrtog segmenta robota
$G_{S5}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa petog segmenta robota
$G_{OB}$	N	Gravitacijska sila koju uzrokuje masa objekta koju prenosi robot
$h(x)$	-	Funkcija ograničenja jednakosti
$\hat{H}$	-	Težinski faktor
$k$	-	Korak iteracije
$\mathbf{K}(x)$	N/m	Globalna matrica krutosti
$k^e$	N/m	Matrica krutosti pojedinog konačnog elementa
$k_0$	N/m	Matrica krutosti konačnog elementa ispunjenog osnovnim materijalom modula elastičnosti $E_0$
$L$	-	Lagrangian funkcija
$m$	-	Faktor ograničenja pomaka
$m_{SEG}$	kg	Masa segmenta
$M_{S2}$	Nmm	Reakcijski moment koja djeluje na drugi segment robota
$p$	-	Faktor kažnjavanja
$\mathbf{q}_s(x)$	N	Vektor volumenskih sila
$\mathbf{q}_v(x)$	N	Vektor površinskih sila
$r_{min}$	mm	Polumjer djelovanja filtra

$r_{vol}$	-	Faktor ograničenja volumena
$\mathbf{u}$	mm	Vektor pomaka
$\mathbf{u}^e$	mm	Vektor pomaka pojedinog konačnog elementa
$\tilde{\mathbf{u}}$	-	Vektor globalnih Lagrangeovih multiplikatora
$v_e$	mm <sup>3</sup>	Volumen pojedinog konačnog elementa
$V_m$	mm <sup>3</sup>	Volumen konstrukcije
$V_\Omega$	mm <sup>3</sup>	Volumen domene
$w$	-	Težinski parametar Paretoovog optimuma
$W(\mathbf{u})$	J	Rad vanjskih sila
$x$	-	Projektna varijabla
$x^*$	-	Optimalna točka funkcije cila
$\zeta$	-	Faktor prigušenja
$\lambda$	-	Lagrangeov multiplikator
$\lambda_{vol}$	-	Globalni Lagrangeov multiplikator
$\lambda_-^e$	-	Lagrangeov multiplikator za ograničenja postavljena na razini konačnog elementa
$\lambda^e$	-	Lagrangeov multiplikator za ograničenja postavljena na razini konačnog elementa
$\rho(x)$	kg/m <sup>3</sup>	Funkcija raspodjele gustoće materijala
$\rho_0$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća osnovnog materijala
$\sigma_e$	N/mm <sup>2</sup>	Granica elastičnosti
$\sigma_{MAX}$	N/mm <sup>2</sup>	Maksimalno naprezanje konstrukcije
$\chi(x)$	-	Funkcija raspodjele materijala
$\chi_{min}$	-	Donja granica vrijednosti funkcije raspodjele materijala
$\chi^e$	-	Vrijednost funkcije raspodjele materijala za pojedini konačni element
$\Omega$	-	Domena svih točaka projektne prostora
$\Omega_m$	-	Domena točaka ispunjenih materijalom
$\nabla F(x)$	-	Gradijent funkcije cilja

## SAŽETAK

U ovom radu opisan je proces rekonstrukcije segmenta robotske ruke BCN3D Moveo konstrukcijskom metodom topološkog optimiranja te je prikazan proces proizvodnje zadane konstrukcije aditivnim postupcima proizvodnje.

Teorijskim dijelom rada obuhvaćena su načela strukturalnog optimiranja konstrukcija s naglaskom na topološko optimiranje, najzahtjevniju granu strukturalnog optimiranja. Prikazana je sistematizacija postupaka aditivne proizvodnje te su navedene prednosti i nedostaci aditivnih tehnologija u odnosu na konvencionalne postupke proizvodnje. Objasnjeno je načelo rada postupka taložnog očvršćivanja te su navedena i opisana pravila konstruiranja za taj postupak.

U eksperimentalnom dijelu rada detaljno je prikazan proces topološkog optimiranja konstrukcije unutar programa Altair Inspire. Konstrukcija opterećena statičkim opterećenjima optimirana je s ciljem maksimiranja krutosti uz ograničenje na volumen konstrukcije. Dobivena optimalna konstrukcija prilagođena je kako bi se proizvela tehnološkim postupkom taložnog očvršćivanja, proces proizvodnje konstrukcije također je prikazan unutar rada. U usporedbi s početnom konstrukcijom, optimalna konstrukcija je veće krutosti i manje mase te zadržava dovoljnu čvrstoću kako bi se zadovoljio faktor sigurnosti.

Ključne riječi: topološko optimiranje, aditivna proizvodnja, taložno očvršćivanje, robotska ruka

## **SUMMARY**

This thesis describes the process of redesigning a segment of the robotic arm BCN3D Moveo using the topology optimization design method. The process of manufacturing the segment using additive technologies is also shown.

The theoretical part covers the basic principles of the structural optimization method with emphasis on topology optimization, the most complex category of structural optimization. The categorization of additive manufacturing technologies is presented and their advantages and disadvantages in comparison with conventional manufacturing technologies are described. Working principle of the fused deposition modeling technology is explained and the rules of design for the process are stated and described.

In the practical part of the thesis topology optimization of a structure using the software Altair Inspire is shown in detail. Statically loaded structure is optimized with the objective to maximize stiffness with the constrain on the volume of the structure. Acquired optimal structure was designed to be easily manufactured using the fused deposition modelling technology, the manufacturing of the structure is also shown in the paper. In comparison with the initial structure, the optimal structure has higher stiffness and lower mass while retaining enough strength to satisfy the factor of safety.

Key words: topology optimization, additive manufacturing, fused deposition modeling, robotic arm

## 1. UVOD

Napretkom u područjima vezanim za strojarstvo razvijeni su sve kvalitetniji alati za razvoj i konstruiranje proizvoda koji znatno olakšavaju posao konstruktora. Ovaj razvoj doveo je do toga da je besprijeckorna funkcionalnost proizvoda nešto što se u današnje vrijeme podrazumijeva. Stoga, kako bi se postigla određena prednost nad konkurencijom, kriterij optimalnosti proizvoda dobio je znatno na važnosti. Dodatnu važnost optimalnosti proizvoda donijelo je i zakretanje ljudske svijesti ka zaštiti okoliša i očuvanju planeta Zemlje, prekomjerno i nepotrebno korištenje materijala aktivno se suprotstavlja ovom načinu razmišljanja. Optimiranje upotrebe materijala može znatno smanjiti negativni utjecaj čovjeka na okoliš, npr. smanjenje mase zrakoplova od 1 % pridonosi smanjenju potrošnje goriva za 0,75 %.

Značajan razvoj računalne tehnologije i numeričkih metoda rješavanja problema omogućio je upotrebu algoritama za optimiranje na realnim strojarskim konstrukcijama velikih dimenzija. Dok je razvoj postupaka aditivne proizvodnje omogućio proizvodnju konstrukcija bez značajnih ograničenja zahtijevanih od tradicionalnih metoda proizvodnje koja otežavaju postizanje topološki optimirane konstrukcije. U današnje vrijeme razni programski alati za topološko optimiranje konstrukcija se često koriste za razvoj i konstruiranje proizvoda u industriji, posebno u automobilskoj i zrakoplovnoj industriji.

Potražnja za sve većom automatizacijom industrijskih postrojenja dovela je do velikog rasta broja robotskih mehanizama u upotrebi u raznim industrijama. U visoko automatiziranim tvornicama sadašnjosti i malo smanjenje troškova ili ubrzanje procesa proizvodnje može dovesti do velike prednosti na tržištu. Stoga je približavanje i u konačnici postizanje optimuma svih aspekata proizvodnog procesa cilj kojem streme uspješna poduzeća današnjice. U slučaju robotske ruke optimiranje konstrukcije može dovesti do značajnog smanjenja potrebne energije za pokretanje robota te poboljšati dinamička svojstva i stabilnost same konstrukcije. Kako je robotska ruka kompleksna konstrukcija, teško je intuitivno i na temelju iskustva odrediti dijelove konstrukcije gdje materijal optimalno ne pridonosi izvršenju funkcionalne zadaće robota, za ovakve slučajeve upotreba algoritama topološkog optimiranja može znatno olakšati posao inženjera. [1]

U ovom radu definirat će se pojam strukturalno optimiranje te će se opisati vrste strukturalnog optimiranja s naglaskom na topološko optimiranje, najzahtjevniju granu strukturalnog optimiranja. Detaljno će se opisati metoda optimalne distribucije materijala za topološko optimiranje kontinuiranih struktura te će biti dana matematička formulacija problema minimiranja fleksibilnosti konstrukcije. Bit će dan pregled načela aditivnih tehnologija te će se detaljnije opisati postupak aditivne proizvodnje taložnim očvršćivanjem (eng. *Fused Deposition Modeling* – FDM). Za model robota BCN3D Moveo, koji je i namijenjen proizvodnji s pomoću aditivnih tehnologija, provest će se topološko optimiranje drugog segmenta robotske ruke s obzirom na statička opterećenja. Postupak će se provesti s pomoću programa Altair Inspire 2019.4.



## 2. STRUKTURALNO OPTIMIRANJE

Struktura u mehanici je definirana kao bilo koji skup materijala čija je svrha da pretrpi opterećenje, a optimiranje predstavlja činjenje nečega najboljim mogućim. Dakle strukturalno optimiranje postupak je konstruiranja skupa materijala koji može pretrpjeti opterećenje na najbolji mogući način. Međutim najbolja struktura u mehanici može se definirati na mnogo načina, npr. kao struktura koja se sastoji od najmanje količine materijala tj. struktura minimirane mase ili kao struktura najveće krutosti, ili u specifičnijim slučajevima kao struktura najmanje osjetljiva na izvijanje. Može se uočiti da su većina ovih kriterija optimalnosti međusobno konfliktnog karaktera (povećanje krutosti nužno dovodi do povećanja mase), pa se formulacija problema strukturalnog optimiranja postavlja tako, da se odabere jedan kriterij koji je potrebno maksimirati ili minimirati, a ostali služe kao ograničenja domene rješenja. Parametri koji se najčešće koriste u problemima strukturalnog optimiranja su masa, krutost, kritična sila, naprezanje, progib i geometrija. [2]

Tradicionalni pristup optimiranju proizvoda sastoji se od sljedećih koraka [2]:

1. predlaganje određenog dizajna,
2. provjera je su li tim dizajnom zadovoljeni kriteriji zadani funkcijom proizvoda (u današnje vrijeme provjera se vrši metodom konačnih elemenata s pomoću računala i takvi rezultati su vrlo pouzdani),
3. ukoliko dizajn ne zadovoljava kriterije ili ih zadovoljava, no konstruktor smatra da rješenje nije optimalno, prethodno navedeni koraci se ponavljaju.

Tako se dobiva iterativni proces temeljen na intuiciji, čiji je rezultat niz konstrukcijskih rješenja koja u najboljem slučaju konvergiraju ka optimalnom. Kako bi pouzdano postigli konvergiranje ka optimalnom konstrukcijskom rješenju, potreban je matematički pristup problemu optimiranja koji se suštinski razlikuje od iterativno-intuitivnog pristupa. Ovom metodom formulira se matematički problem optimiranja u kojem kriteriji zadani funkcijom predstavljaju ograničenja, a koncept najboljeg mogućeg je precizno matematički formuliran. Kriteriji moraju biti mjerljivi, kako bi se mogli iskoristiti u matematičkom problemu optimiranja. Ova metoda je temelj strukturalnog optimiranja. [2]

## 2.1. Općenita matematička formulacija problema strukturnog optimiranja

Općeniti problem strukturnog optimiranja može se prikazati s pomoću formule [2]:

$$(SO) \begin{cases} \min F(x, y) \\ \text{ovisno o} \begin{cases} \text{ograničenju stanja na } y \\ \text{konstrukcijskom ograničenju na } x \\ \text{jednadžbi ravnoteže} \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

gdje su:

- $F(x, y)$  – funkcija cilja: funkcija koja određuje koliko je dobar dizajn. Uobičajeno je odabrati funkciju tako da se postizanjem što niže vrijednosti funkcije dobiva bolje rješenje problema tj. problem minimiranja. Cilj koji je potrebno minimirati ili maksimirati može biti masa, progib, naprezanje ili čak trošak proizvodnje.
- $x$  – projektna varijabla: funkcija ili vektor koja predstavlja konstrukciju i može se mijenjati tijekom procesa optimiranja. Može predstavljati geometriju ili odabir materijala. Ako predstavlja geometriju, može se odnositi na sofisticiranu interpolaciju oblika ili jednostavno na površinu poprečnog presjeka štapa.
- $y$  – varijabla stanja: za određenu konstrukciju određenu projektnom varijablom  $x$ ,  $y$  je funkcija ili vektor koji predstavlja odziv konstrukcije. Za mehaničku konstrukciju odziv može biti progib, naprezanje, deformacija ili sila.

U slučaju prirodno diskretnog problema ili kod diskretiziranog linearnog problema jednadžba ravnoteže je [2]:

$$\mathbf{K}(x)\mathbf{u} = \mathbf{f}(x) \quad (2)$$

gdje su:  $\mathbf{K}(x)$  globalna matrica krutosti koja općenito ovisi o konstrukciji,  $\mathbf{f}(x)$  vektor sile koji može ovisiti o konstrukciji, a  $\mathbf{u}$  vektor pomaka koji u ovom slučaju predstavlja varijablu stanja  $y$ .

U općenitom slučaju jednadžba ravnoteže jednoznačno definira varijablu stanja  $y$  za određeni  $x$  pa se u formulaciji problema strukturnog optimiranja jednadžba ravnoteže zamjenjuje varijablom stanja  $y(x)$ . Ograničenja stanja i konstrukcije mogu se zapisati s pomoću jednadžbe  $g(x, y(x)) \leq 0$  čime se dobiva tzv. ugniježđenu formulaciju problema strukturnog optimiranja prikazanu sljedećom formulom [2]:

$$(SO) \begin{cases} \min F(x, y(x)) \\ \text{ovisno o } g(x, y(x)) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

U stvarnosti, kada se problemi ne pojednostavljaju, praktički svako donošenje neke odluke jest konfliktnog karaktera. Takva situacija je posljedica rješavanja različitih (projektnih) zahtjeva, koji mogu biti i posve suprotne naravi. Optimalno rješenje takvih problema očito ne predstavlja optimiranje pojedinih ciljeva već minimiranje razlika između ostvarenih i željenih ciljeva. Takvo rješenje naziva se i Pareto optimum ili nedominantno rješenje. Funkcija cilja višekriterijskog optimiranja formira se u obliku [3]:

$$F(x) = \sum_{i=1}^r w_i F_i(x) \quad (4)$$

gdje su:  $w_i, i=1, \dots, r$  težinski faktori važnosti pojedinih kriterija u višekriterijskoj funkciji cilja.

## 2.2. Rješavanje problema optimiranja

Za pronalaženje optimalnog rješenja problema optimiranja potrebno je pronaći točku u kojoj je vrijednost funkcije cilja minimalna ili maksimalna. Ukoliko na funkciju cilja nisu postavljena nikakva ograničenja ta točka se može pronaći izjednačavanjem gradijenta funkcije cilja s nulom.

$$\nabla F(x^*) = 0 \quad (5)$$

gdje su:  $\nabla F(x) = \text{grad}F = \left[ \frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right]^T$ , a  $x^*$  - optimalna točka funkcije cilja.

No u stvarnosti gotovo svi problemi su na neki način ograničeni, u strukturalnom optimiranju najčešće se postavljaju ograničenja na odzive konstrukcije poput progiba i naprezanja no ograničenja mogu biti postavljena i na određene projektne varijable, npr. minimalna debljina stijenke.

Kako bi se dobilo optimalno rješenje takvih problema, najčešće se koristi metoda Lagrangeovih multiplikatora.

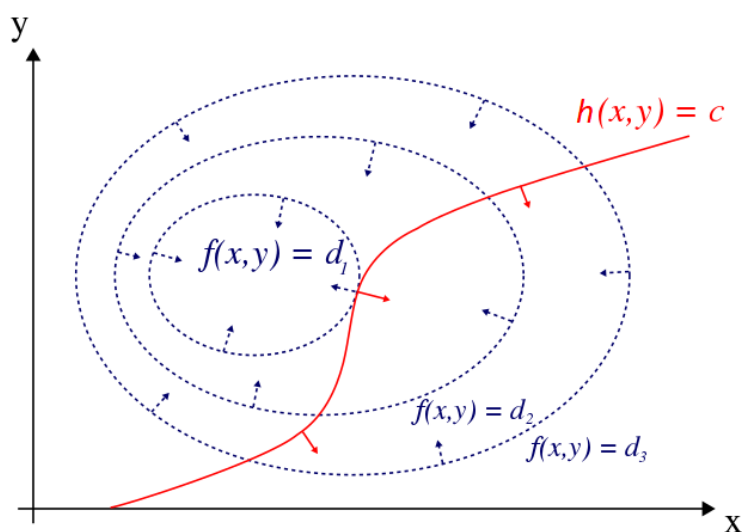
### 2.2.1. Metoda Lagrangeovih Multiplikatora

Metodom Lagrangeovih multiplikatora traži se optimalno rješenje funkcije ukoliko je ona ograničena samo ograničenjima jednakosti  $h_i(x) = 0$ , no ova metoda je temelj Kuhn Tuckerovih kriterija optimalnosti s pomoću koji se može pronaći optimalna točka funkcije ograničene ograničenjima jednakosti i nejednakosti. Kuhn Tuckerovi uvjeti optimalnosti detaljnije će biti objašnjeni u nastavku.

Minimalna ili maksimalna točka neke funkcije koja je ograničena ograničenjem jednakosti nalaziti će se tamo gdje su te funkcije tangentne kao što je prikazano na slici 1. S obzirom na to da je gradijent funkcije okomit na konture funkcije, u toj točki gradijenti funkcije cilja i funkcije ograničenja bit će kolinearni i međusobno proporcionalni s obzirom na faktor proporcionalnosti  $\lambda$  (Ukoliko je funkcija cilja ograničena s dvije ili više funkcije, gradijent funkcije cilja je linearna kombinacija gradijenata funkcija ograničenja), taj faktor proporcionalnosti se naziva Lagrangeov multiplikator. Ovaj odnos prikazan u sljedećoj formuli:

$$\nabla F(x) = \lambda \nabla h_i(x) \quad (6)$$

gdje su:  $F(x)$  funkcija cilja, a  $h_i(x)$  funkcije ograničenja jednakosti.



Slika 1. Grafički prikaz metode Lagrangeovih multiplikatora [4]

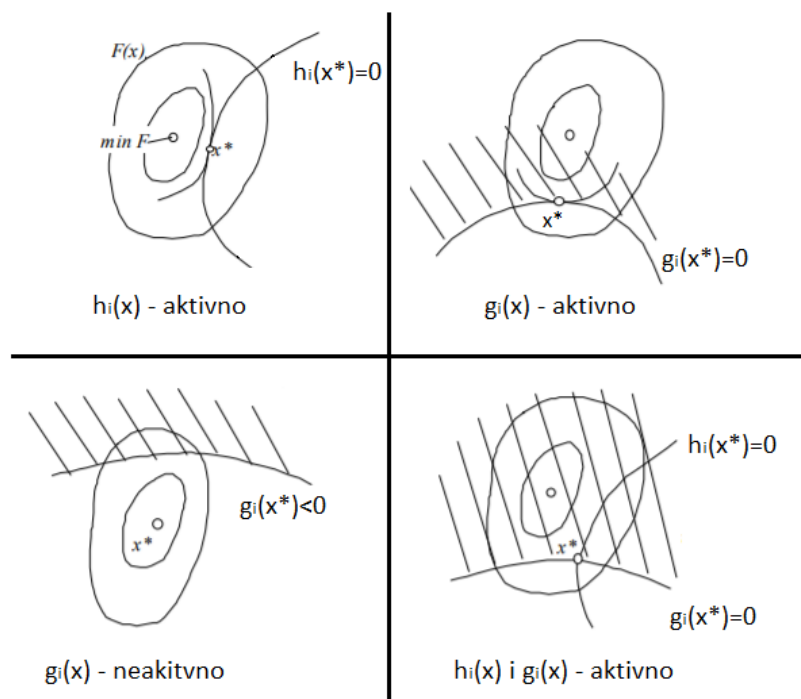
Prethodna formula može se zapisati i pomoću funkcije koja sadrži varijable funkcije cilja i Lagrangeov multiplikator. Ta funkcija se naziva Lagrangian:

$$\mathcal{L} = F(x) - \lambda h_i(x) \quad (7)$$

Ovakva formulacija problema optimuma olakšava pronalaženja optimalne točke funkcije cilja ukoliko se problem rješava s pomoću računala. Kako bi se dobilo rješenje potrebno je funkciju Lagrangian parcijalno derivirati po svakoj varijabli o kojoj ovisi funkcija cilja te još i parcijalno derivirati po Lagrangeovom multiplikatoru, a dobivene parcijalne derivacije se izjednačuju s nulom. Na ovaj način dobiva se sustav jednadžbi koji odgovara prethodnom izrazu proporcionalnosti gradijenata te jednadžbama ograničenja jednakosti. Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se moguća točka minimuma ili maksimuma funkcije cilja.

### 2.2.2. Kuhn Tuckerovi uvjeti optimalnosti

U stvarnosti rijetko koji problemi su ograničeni jednakostima, već se najčešće traži da odabrane projektne varijable moraju zadovoljavati zadani uvjet, ali ne nužno i biti jednake tom uvjetu. Ukoliko je ograničenje zadovoljeno jednakošću, onda je ono aktivno, a ostalim slučajevima ono je neaktivno, ova relacija je prikazana na slici 2. Na slici 2  $h_i(x)$  predstavljaju ograničenja jednakosti, a  $g_i(x)$  ograničenja nejednakosti.



Slika 2. Aktivna i neaktivna ograničenja [3]

Može se zaključiti da će se optimalno rješenje problema nalaziti u točki gdje su neka od ograničenja aktivna. Ako je poznato koja su ograničenja aktivna u optimumu funkcije cilja, problem se može riješiti metodom Lagrangeovih multiplikatora, no u problemima s velikim brojem varijabli i ograničenja koji su najčešći u strukturalnom optimiranju to nije moguće. U tom slučaju izvode se Kuhn Tucker nužni uvjeti optimalnosti [3]:

$$\mathcal{L} = F(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) - \sum_{i=m+1}^p \lambda_i g_i(x) \quad (8)$$

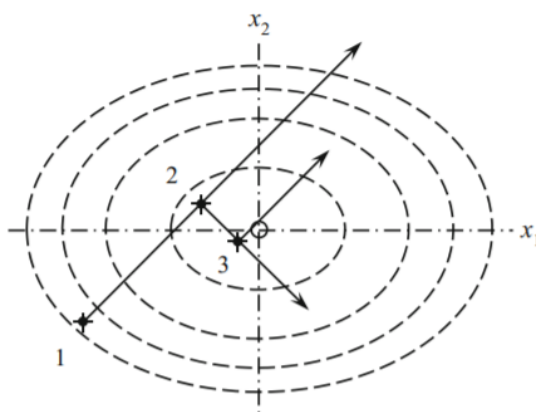
$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_j} &= 0, & j &= 1, 2, \dots, n \\ h_i(x) &= 0, & i &= 1, 2, \dots, m \\ \lambda_i g_i(x) &= 0, & i &= m+1, \dots, p \end{aligned} \quad (9)$$

Formula (8) predstavlja Lagrangian funkciju. Prva dva uvjeta već su opisana u metodi Lagrangeovih multiplikatora, a treći uvjet govori da je kod optimalne točke funkcije cilja ili aktivno ograničenje nejednakosti, tj.  $g_i(x) = 0$ , ili je Lagrangeov multiplikator jednak nuli, tj. to ograničenje ne utječe na optimalno rješenje problema.

Kuhn Tucker uvjeti optimalnosti su nužni, ali ne i dovoljni uvjeti za postojanje optimalne točke funkcije cilja. Uvjeti optimalnosti ne dovode do pronalaska rješenja problema optimiranja jer ne određuju koja su ograničenja aktivna u točki optimuma, taj problem se rješava numeričkim metodama. Međutim Kuhn Tuckerovi uvjeti optimalnosti služe za provjeru rješenja dobivenog numeričkim metodama. [5]

### 2.2.3. Numeričke metode rješavanja problema optimiranja

Metode numeričkog optimiranja su u suštini iterativni procesi i većina ih se sastoji od dva koraka; prvi korak je pronalazak smjera kretanja unutar projektnog prostora putem kojeg se pokušava približiti minimumu funkcije, a drugi je pronalazak minimuma funkcije unutar toga smjera kretanja. Nakon što se pronašao minimum funkcije na liniji smjera kretanja postupak se ponavlja dok iteracije ne konvergiraju ka minimumu funkcije. Načelo numeričkih metoda prikazano je na slici 3. [5]



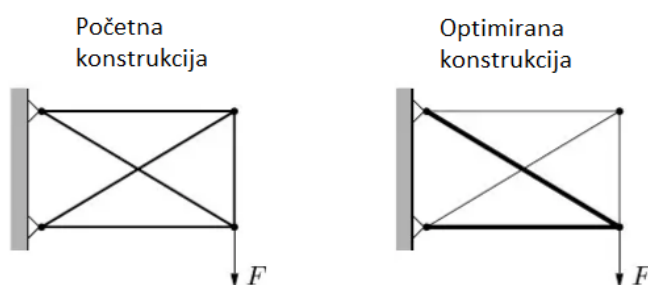
Slika 3. Grafički prikaz metoda numeričkog optimiranja [5]

Postojeće numeričke metode optimiranja mogu se podijeliti na dvije velike skupine: izravne i posredne metode. Izravne metode rješavaju problem tako da eksplicitno rade s ograničenjima, dok posredne metode u većini slučajeva rješavaju problem s ograničenjima kao dio posebno oblikovanog problema bez ograničenja. Kod strukturalnog optimiranja metode koje se najčešće koriste su: metoda pomične asimptote, metoda konveksne linearizacije (CONLIN), te sekvencijalno linearno ili kvadratno programiranje. [3]

### 2.3. Vrste strukturalnog optimiranja

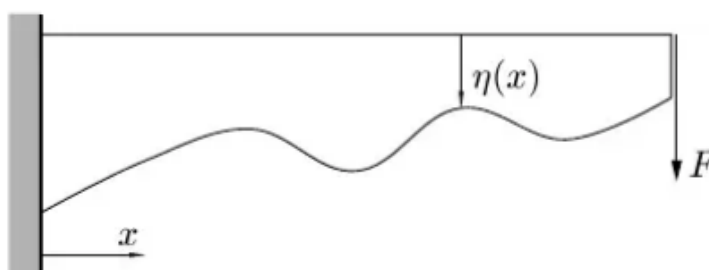
Područje optimiranja konstrukcija prema fizikalnom značenju projektnih varijabli može se podijeliti u tri kategorije [2]:

- Optimiranje dimenzija (eng. *Size optimization*) – U ovom slučaju projektna varijabla  $x$  predstavlja određenu dimenziju, npr. dimenziju poprečnih presjeka štapova ili debljine ploče. Kod ove vrste optimiranja se geometrija konstrukcije u smislu koordinata čvorova ili geometrije konture (ruba) konstrukcije drži konstantnom tijekom optimiranja. Na slici 4 prikazan je primjer optimiranja dimenzija.



Slika 4. Optimiranje dimenzija [2]

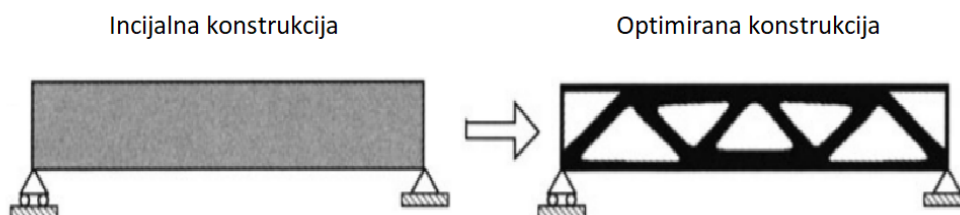
- Optimiranje oblika (eng. *Shape optimization*) – Problemi optimiranja u kojima projektne varijable definiraju geometriju konstrukcije u smislu koordinata čvorova (rešetkaste konstrukcije), ili oblika i dimenzija unutrašnjih i vanjskih rubova (kontinuirane strukture). Slika 5 prikazuje problem optimiranja oblika u kojem je potrebno odrediti funkciju  $\eta(x)$  koja maksimira ili minimira funkciju cilja i zadovoljava zadana ograničenja.



Slika 5. Optimiranje oblika [2]



- Topološko optimiranje (eng. *Topology optimization*) – Topološko optimiranje najopćenitiji je oblik strukturalnog optimiranja. Topološko optimiranje kontinuiranih konstrukcija obuhvaća određivanje značajki poput broja, lokacije i oblika rupa unutar konstrukcije te povezanosti domene konstrukcije. Slika 6 prikazuje topološko optimiranje kontinuirane konstrukcije. [6]



**Slika 6. Topološko optimiranje [6]**

Iako svako od ovih područja ima svoje posebnosti s gledišta metoda rješavanja i problema koji se prilikom rješavanja javljaju, bilo bi pogrešno zaključiti da se svaki problem strukturalnog optimiranja mora i može po svojim karakteristikama strogo svrstati u samo jednu od ovih kategorija. Ponekad se pri rješavanju problema, koje bi po svojim karakteristikama svrstali u optimiranje dimenzija ili optimiranje oblika, kao rezultat dobije rješenje koje možemo interpretirati kao konstrukciju različite topologije od topologije početne konstrukcije. [3]

### 3. TOPOLOŠKO OPTIMIRANJE

Postoje dva osnovna tipa topološkog optimiranja, ovisno o tipu konstrukcije čija se topologija optimira. Za one konstrukcije koje su po prirodi diskretne, problem optimalne topologije sastoji se u određivanju optimalnog broja, pozicija i međusobne povezanosti strukturnih elemenata, ovdje spadaju rešetkaste konstrukcije. Drugi tip topološkog optimiranja namijenjen je optimiranju kontinuiranih struktura. Ovdje se oblik vanjskih i unutrašnjih rubova (kontura) optimira istodobno s brojem unutrašnjih otvora s ciljem optimalnog zadovoljavanja zadanog projektnog kriterija. Često se optimalna konstrukcija dobivena kontinuiranim topološkim optimiranjem može interpretirati kao rešetkasta konstrukcija. Iz ovog razloga se metode kontinuiranog optimiranja često i koriste za optimiranje topologije rešetkastih konstrukcija. [3]

#### 3.1. Metoda optimalne raspodjele materijala

U ovom radu detaljnije će se proučiti metode optimiranja kontinuiranih konstrukcija. U literaturi se razlikuju dva pristupa topološkom optimiranju kontinuiranih konstrukcija: geometrijski ili makropristup, te materijalni ili mikropristup.

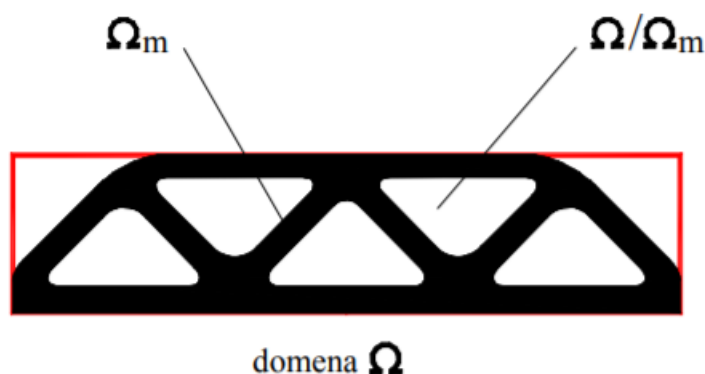
Geometrijski pristup topološkom optimiranju konstrukcija temelji se na dodavanju otvora u konstrukciju čime se mijenja topologija konstrukcije, a zatim se metodama optimiranja oblika traži optimalan oblik tih otvora. Osnovni problem ovakvog pristupa je kako odrediti broj otvora koji je potrebno dodati u konstrukciju i gdje te otvore dodati da bi se kao rezultat dobila bolja topologija s gledišta zadanog projektnog kriterija. Najzastupljenija metoda rješavanja ovakvog problema je „Bubble-Metode“ koja s pomoću dodatnog problema optimiranja određuje optimalnu poziciju za dodavanje otvora unutar kontinuirane konstrukcije čiji se oblik zatim optimira pomoću metoda optimiranja oblika. [3]

Kod mikropristupa ili pristupa temeljenog na optimalnoj raspodjeli materijala određivanje optimalne topologije konstrukcije temelji se na određivanju točaka domene  $\Omega$ , koja je podskup dvodimenzionalnog ili trodimenzionalnog prostora, u kojima će se nalaziti materijal, te točke predstavljene su domenom  $\Omega_m$  koja je podskup domene  $\Omega$ .

Raspodjela materijala unutar domene  $\Omega$  definirana je funkcijom raspodjele materijala koja poprima vrijednost „1“ ako se u toj točki nalazi materijal te vrijednost „0“ ako se u toj točki prostora ne nalazi materijal. Funkcija raspodjele materijala  $\chi(x)$  je [3]:

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \in \Omega_m \\ 0 & \forall x \in \Omega / \Omega_m \end{cases} \quad (10)$$

Na slici 7. prikazan je primjer 0-1 raspodjele materijala.



**Slika 7. Raspodjela materijala unutar dvodimenzionalne domene [3]**

Problem topološkog optimiranja je odrediti onu funkciju raspodjele materijala  $\chi(x)$  koja optimalno ispunjava neki zadani projektni kriterij uz zadana ograničenja. Drugim riječima, kod ovog pristupa problem topološkog optimiranja zamijenjen je s problemom optimalne raspodjele materijala. Očito je da ovakva formulacija u sebi sadrži i topološko optimiranje i optimiranje oblika. Uz gore navedenu formulaciju problem optimiranja kod većine uobičajenih kriterija optimiranja je klasičan varijacijski problem koji se ne može analitički riješiti, a tražena funkcija  $\chi(x)$  poprima diskretne vrijednosti (1 ili 0), što znači da se radi o kompliciranom problemu cjelobrojnog optimiranja za čije je rješavanje potrebno utrošiti znatnu količinu računalnih resursa. [3]

Najzastupljenija metoda rješavanja varijacijskog problema kojeg je nemoguće riješiti analitički je diskretizacija domene  $\Omega$  pomoću metode konačnih elemenata te aproksimiranje optimalne točke funkcije cilja numeričkim metodama. Ovom formulacijom problema dobiva se velik broj cjelobrojnih varijabli, u ovom slučaju je broj varijabli jednak broj konačnih elemenata.

Najčešća metoda korištena za rješavanje problema cjelobrojnog optimiranja je zamjena cjelobrojnih varijabli s kontinuiranim varijablama uz određenu kaznenu funkciju koja tjera rješenje ka diskretnim 0-1 vrijednostima. U ovom slučaju to znači da funkcija raspodjele materijala  $\chi(x)$  može poprimiti sve vrijednosti između 0 i 1. Govorimo da je u nekoj točki domene  $\Omega$  gustoća zastupljenog materijala  $\rho(x) = \rho_0\chi(x)$ . Na taj način se u crno-bijelu formulaciju problema unosi i područje sivog. Nakon matematičke formulacije problema detaljnije će se opisati jedan od algoritama koji omogućava zamjenu cjelobrojnih varijabli s kontinuiranim i tako znatno olakšava rješavanje problema optimalne raspodjele materijala. [3], [6]

### 3.1.1. Problem minimiranja fleksibilnosti

Tijekom posljednjih desetak godina metode kontinuiranog topološkog optimiranja uspješno su primijenjene na probleme gdje su kriteriji optimiranja npr. krutost konstrukcije (za jednostruka i višestruka opterećenja), masa konstrukcije, vlastite frekvencije konstrukcije, problemi izvijanja, problemi minimiranja naprezanja i dr. [3]

U ovom radu detaljnije će se opisati i matematički formulirati topološko optimiranje konstrukcije kod kojeg je promatrani kriterij optimiranja krutost konstrukcije. Ovaj oblik problema najjednostavniji je za opisati u smislu funkcije cilja i ograničenja, no većina teorije iznesene za ovaj problem vrijedi općenito. Kako je prethodno navedeno uobičajeno je odabrati kriterij optimiranja tako da njegovo minimiranje zadovoljava optimalnost konstrukcije, pa je stoga problem optimiranja krutosti konstrukcije opisan kao problem minimiranja fleksibilnosti konstrukcije (krutost =  $\frac{1}{\text{fleksibilnost}}$ ). [3]

Prilikom dimenzioniranja konstrukcija uobičajeno je kao mjeru krutosti uzimati pomak jedne ili više promatranih točaka konstrukcije uslijed elastične deformacije konstrukcije pod određenim opterećenjem. Ovako definirana krutost ima vektorski karakter budući da je vezana uz određeni smjer, što je u suprotnosti s uvjetom da kriterij optimiranja mora biti izražen skalarnom vrijednošću. Zbog toga se ovdje kao mjera fleksibilnosti definira rad vanjskih sila koje djeluju na konstrukciju uslijed pomaka zbog elastične deformacije konstrukcije [3]:

$$W(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{q}_v d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{u}^T \mathbf{q}_s d\Gamma \quad (11)$$

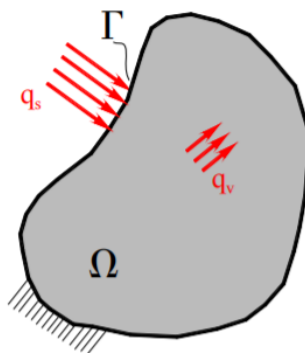
gdje su:

$\mathbf{u}=\mathbf{u}(x)$  – vektor pomaka u ravnotežnom stanju ( $x \in \Omega$ ),

$\mathbf{q}_v(x)$  – vektor volumenskih sila,

$\mathbf{q}_s(x)$  – vektor površinskih sila koje djeluju na površinu  $\Gamma$  ruba domene  $\Omega$  ( $\Gamma \subset \partial\Omega$ )

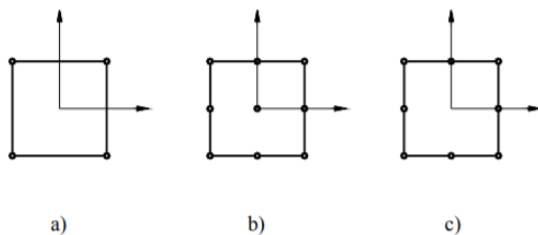
Na slici 8 prikazan je općeniti prikaz konstrukcije opterećene vanjskim opterećenjem.



Slika 8. Vanjsko opterećenje tijela [3]

### 3.1.1.1. Diskretizacija domene $\Omega$

Domena  $\Omega$  se diskretizira mrežom konačnih elemenata, koja se koristi na standardan način za analizu odziva konstrukcije ali i za aproksimaciju funkcije raspodjele materijala  $\chi$ . Svakom konačnom elementu tada je pridružena jedna projektana varijabla  $\chi^e$  ( $0 < \chi_{min} < \chi^e \leq 1$ ) koja označava relativnu gustoću materijala u tom konačnom elementu ( $\rho = \rho_0 \chi^e$ ). Uvođenjem donje granice relativne gustoće  $\chi_{min}$  izbjegava se singularnost globalne matrice krutosti prilikom analize pomaka u konstrukciji. Često korišteni konačni elementi za rješavanje problema ovog tipa su prikazani na slici 9. Slika 9a) pravokutni element sa 4 čvora za ravninsko naprezanje, slika 9b) Lagrangeov pravokutni element s 9 čvorova, te slika 9c) pravokutni *serendipity* element s 8 čvorova. [3]



Slika 9. Često korišteni konačni elementi kod topološkog optimiranja [3]

### 3.1.1.2. Matematička formulacija problema uz diskretizaciju metodom konačnih elemenata

Funkcija cilja, koja je prema (11) definirana kao rad vanjskih sila uslijed pomaka kao posljedica elastičnog deformiranja konstrukcije, za diskretizirani proračunski model zadana je sljedećim izrazom [3]:

$$W(\mathbf{u}) = \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (12)$$

gdje su:  $\mathbf{f}$  – globalni vektor opterećenja,  $\mathbf{u}$  – globalni vektor pomaka

Uvjet jednadžbe ravnoteže zadan je jednadžbom [3]:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (13)$$

gdje je:  $\mathbf{K}$  – globalna matrica krutosti

Fleksibilnost (12) definirana je za ravnotežno stanje konstrukcije pa se uz (13) dobiva:

$$W(\mathbf{u}) = (\mathbf{K}\mathbf{u})^T \mathbf{u} = (\mathbf{u})^T \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (14)$$

Projektne varijable su relativna gustoća  $\chi^e$  materijala unutar konačnog elementa. Dakle, problem ima toliko projektne varijable koliko je elemenata korišteno za diskretizaciju. Konstrukcija će postići minimalnu fleksibilnost tj. maksimalnu krutost unutar domene  $\Omega$  ukoliko su sve točke domene ispunjene s materijalom, kako bi se izbjeglo ovakvo trivijalno rješenje te postigao problem optimiranja konstrukcije potrebno je postaviti ograničenje mase ili jednostavnije ograničenje volumena konstrukcije. Ograničenje volumena prikazano je sljedećom relacijom [3]:

$$\sum_{e=1}^n \chi^e v^e = V_m \quad (15)$$

gdje su:

$v_e$  – volumen konačnog elementa

$V_m$  – zadani volumen konstrukcije koji mora manji od volumena  $V_\Omega$  domene  $\Omega$ :

$$V_m = r_{vol} V_\Omega, \quad r_{vol} < 1 \quad (16)$$

Ovisnost matrice krutosti pojedinog elementa  $\mathbf{k}^e$  i relativne gustoće  $\chi^e$  dana je izrazom [3]:

$$\mathbf{k}^e = \chi^e \mathbf{k}_0 \quad (17)$$

gdje je:  $\mathbf{k}_0$  – matrica krutosti elementa ispunjenog osnovnim materijalom modula elastičnosti  $E_0$

Dopuštanjem da funkcija raspodjele materijala  $\chi(x)$  može poprimiti sve vrijednosti između 0 i 1 izbjegnuta je potreba za rješavanjem problema cjelobrojnog optimiranja koji je računski zahtjevan kod problema s velikim brojem varijabli, ali ovo rješenje dovodi do pojave područja konstrukcije koja se mogu opisati kao područja između „čvrstog materijala ili vrijednost  $\chi(x)=1$ “ i „šupljine ili vrijednosti  $\chi(x)=0$ “. Takve materijalne točke nemoguće je fizikalno opisati niti im odrediti fizikalna svojstva. Najzastupljenija metoda rješavanja ovog problema je SIMP (eng. *Solid Isotropic Material with Penalization*) metoda. [3]

### 3.1.1.3. SIMP model

SIMP je kratica za „čvrsti izotropni materijal s kaznama“. Ključna ideja SIMP modela je da se prijelaz sa cjelobrojnih varijabli ( $\chi = 0$  ili  $\chi = 1$ ), na kontinuirane varijable ( $0 \leq \chi \leq 1$ , tj.  $0 \leq (\rho = \rho_0\chi) \leq \rho_0$ ) jednostavno uvede bez razmišljanja o fizikalnoj interpretaciji prijelaznih vrijednosti gustoće, odnosno funkcije raspodjele. Naime, ako je na raspolaganju samo izotropan materijal gustoće  $\rho_0$ , u modelu se dozvoljava da točke domene imaju gustoću koja je manja od te vrijednosti (a nije nula), a ne pita se kako prikazati taj „malo rjeđi“ materijal. Ili, ako se govori u kontekstu funkcije razdiobe  $\chi$ , ne pita se kako fizikalno interpretirati da u nekoj točki domene vlada situacija koju se može opisati kao prijelaz između „u točki nema materijala“ i „u točki ima materijala“. [3]

Kako bi ovakav model bio učinkovit nužno je da se kao rješenje procesa optimiranja unutar domene  $\Omega$  dobiju područja bez materijala ( $\chi = 0$ ) i područja s „punim“ materijalom ( $\chi = 1$ ), ali ne i područja s prijelaznom vrijednošću relativne gustoće. Dakle potrebno je ugraditi neki mehanizam koji će „kaznjavati“ prijelazne vrijednosti relativne gustoće. Drugi problem je problem određivanja ostalih relevantnih fizikalnih svojstva materijala (npr. elastičnost) za područje prijelazne relativne gustoće. [3]

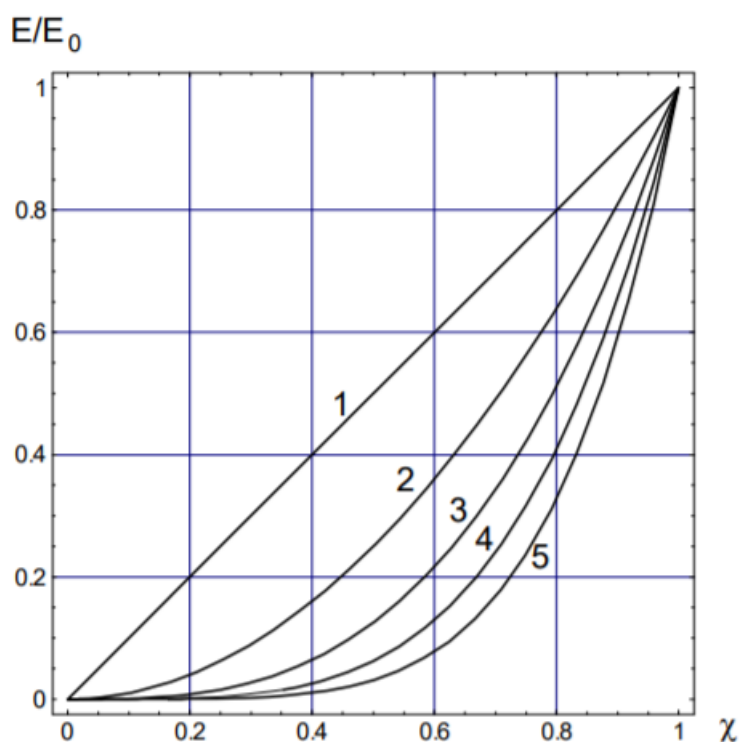
Rješenje ovih problema kod SIMP modela je uvođenje takvih interpolacijskih funkcija za povezivanje relevantnih fizikalnih svojstava s gustoćom materijala, koje imaju svojstvo „kaznjavanja“ prijelaznih vrijednosti gustoće. Budući da je kod problema minimiranja fleksibilnosti za analizu odziva konstrukcije bitno poznavati Youngov modul elastičnosti materijala  $E$ , on se kod ovog modela određuje na sljedeći način [3]:

$$E(\chi) = \chi^p E_0 \quad (18)$$

gdje su:  $p$  – faktor kazne, a  $E_0$  – modul elastičnosti osnovnog materijala.

Za cjelobrojne vrijednosti funkcije raspodijele materijala vrijednosti modula elastičnosti su:  $E(\chi=0) = 0$  i  $E(\chi=1) = E_0$ , što predstavlja realna fizikalna svojstva materijala.

U SIMP modelu odabir faktora kazne  $p > 1$  sprječava pojavu prijelaznih vrijednosti relativne gustoće materijala zbog toga što je krutost kod takvih vrijednosti relativne gustoće relativno mala u odnosu na potrebni volumen materijala. Drugim riječima odabirom faktora kazne  $p$  većeg od jedan u jednadžbi (18) modul elastičnosti materijala pa samim time i krutost je u području vrijednosti relativne gustoće između 0 i 1 „manje nego proporcionalna“ s relativnom gustoćom materijala dok je volumen konstrukcije prema jednadžbi (15) proporcionalan s relativnom gustoćom materijala tj. prijelazne vrijednosti relativne gustoće materijala više pridonose povećanje mase konstrukcije nego povećanju njezine krutosti. Ovo je ilustrirano na slici 10. [3], [6]



Slika 10. SIMP model [3]

Iskustveno je dokazano da odabir dovoljno velikog faktora kazne  $p = 3$  kod problema optimiranja s aktivnim ograničenjem volumena dovodi do konvergiranja ka optimalnom rješenju s diskretnom 0-1 raspodjelom materijala. [3]



Problem minimiranja fleksibilnosti uz diskretizaciju metodom konačnih elemenata te interpolaciju SIMP modelom za funkciju cilja raspisanu po konačnim elementima glasi [3]:

$$\underset{\chi}{\text{Min}} \sum_{e=1}^n (\chi^e)^p (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{k}_0^e \mathbf{u}^e \quad (19)$$

Uz ograničenja:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (20)$$

$$\sum_{e=1}^n \chi^e v^e = r_{\text{vol}} V_{\Omega} \quad (21)$$

$$0 < \chi_{\min} \leq \chi^e \leq \chi_{\max} \quad (22)$$

U jednadžbi ravnoteže (20), globalna matrica krutosti  $\mathbf{K}$  funkcija je vektora projektnih varijabli  $\chi$ , a globalni vektor pomaka  $\mathbf{u}$  sadrži komponente svih lokalnih vektora pomaka  $\mathbf{u}^e$ . U jednadžbi (22)  $\chi_{\max} = 1$ , a uobičajeno je uzeti  $\chi_{\min} = 10^{-3}$ .

#### 3.1.1.4. Rješenje diskretiziranog problema optimiranja

Nelinearni problem optimiranja rješava se postavljanjem Lagrangeove funkcije odakle se izvode uvjeti optimalnosti (Kuhn-Tucker nužni uvjeti optimalnosti). Iz uvjeta optimalnosti definira se postupak određivanja sljedećeg „boljeg“ vektora rješenja, polazeći od postojećeg vektora rješenja, tj. definira se korak iteracije optimiranja.

Na temelju definicije diskretiziranog modela optimiranja (19), (20), (21), (22), kreira se Lagrangeova funkcija na sljedeći način [3,6]:

$$L(\mathbf{u}, \chi, \lambda_{\text{vol}}, \tilde{\lambda}) \sim \left( \sum_{e=1}^n \chi^e v^e - r_{\text{vol}} V_{\Omega} \right) + \sum_{e=1}^n \lambda_{-}^e (\chi_{\min} - \chi^e) + \sum_{e=1}^n \lambda_{+}^e (\chi^e - \chi_{\max}) \quad (23)$$

gdje su:

$\lambda_{\text{vol}}, \tilde{\mathbf{u}}$  – globalni Lagrangeovi multiplikatori

$\lambda_{-}^e, \lambda_{+}^e$  – Lagrangeovi multiplikatori za ograničenja postavljena na razini konačnog elementa

Kuhn-Tucker nužni uvjeti optimalnosti uz pretpostavke da ograničenja relativne gustoće u elementima nisu aktivna tj. da je  $\lambda^- = 0$ ,  $\lambda^+ = 0$ , te da je jednadžba ravnoteže zadovoljena i matrica krutosti  $\mathbf{K}$  simetrična iz čega nužno slijedi da je  $\mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}$ , mogu se svesti na sljedeće jednadžbe [3]:

$$-\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \chi^e} \mathbf{u} + \lambda_{vol} v^e = 0 \quad (24)$$

$$-r_{vol} V_{\Omega} + \sum_{e=1}^n \chi^e v^e = 0 \quad (25)$$

Uvjet optimalnosti (24) uzimajući u obzir zapis matrice krutosti pomoću SIMP modela daje:

$$-p(\chi^e)^{p-1} (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{k}_0^e \mathbf{u}^e + \lambda_{vol} v^e = 0 \quad (26)$$

Što se može zapisati i na sljedeći način:

$$p(\chi^e)^{p-1} w_c = \lambda_{vol} v^e \quad (27)$$

gdje je:  $w_c = (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{k}_0^e \mathbf{u}^e$

Lijeva strana jednadžbe (27) predstavlja derivaciju  $-\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^e}\right)$  čija vrijednost određuje osjetljivost promjene fleksibilnosti na male promjene projektne varijable  $\chi^e$ . Ova jednakost se može dokazati deriviranjem fleksibilnosti zadane s (14) uz korištenje uvjeta ravnoteže (13). Vrijednost osjetljivosti je negativna za svaki element, što znači da se dodavanjem materijala u bilo koji element smanjuje fleksibilnost tj. povećava krutost konstrukcije. Uzimajući ovo u obzir određen je algoritam za definiranje koraka iteracije [3], [6]:

$$\chi_{k+1}^e = \chi_k^e \left( \frac{p(\chi_k^e)^{p-1} w_c}{\lambda_{vol} v^e} \right)^{\zeta} = \chi_k^e (B_k^e)^{\zeta} \quad (28)$$

gdje su:

$\zeta$  – faktor prigušenja,

$k$  – korak iteracije,

$$B_k^e = \frac{p(\chi_k^e)^{p-1} (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{k}_0^e \mathbf{u}^e}{\lambda_{vol} v^e} = \frac{-\frac{\partial W}{\partial \chi_k^e}}{\lambda_{vol} v^e} \quad (29)$$

Izrazom (28) u svakoj pojedinoj iteraciji dodaje se materijal u ona područja (one konačne elemente) u kojima je lijeva strana jednadžbe (27) veća od desne, (tj. za koje je  $B_k^e > 1$ ), dakle u područja relativno manje krutosti. U suprotnim situacijama materijal se oduzima. Korištenje prigušenja  $\zeta$  rezultira stabiliziranjem iterativnog postupaka za vrijednost faktora prigušenja manju od 1. Uobičajeno se uzima  $\zeta = 0,5$ . S ciljem daljnje stabilizacije iterativnog postupka zadanog korakom iteracije (28), uvodi se tzv. faktor ograničenja pomaka  $m$ , čime se onemogućava velika promjena projektnih varijabli u jednom koraku iteracije. Jedan korak iteracije tada je zadan s izrazom [3]:

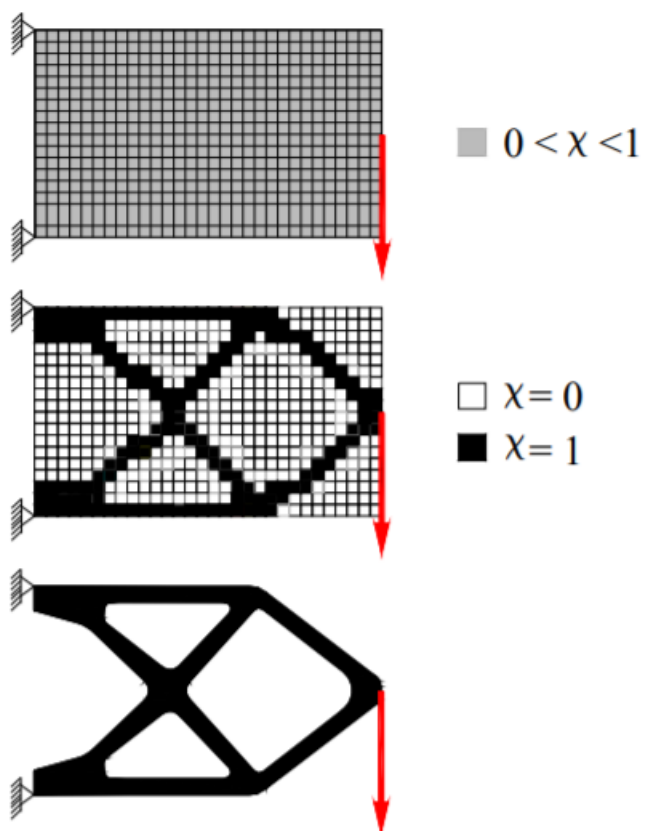
$$\chi_{k+1}^e \begin{cases} \max(\chi_{\min}, \chi_k^e - m) & \text{ako je } \chi_k^e (B_k^e)^\zeta \leq \max(\chi_{\min}, \chi_k^e - m) \\ \chi_k^e (B_k^e)^\zeta & \text{ako je } \max(\chi_{\min}, \chi_k^e - m) < \chi_k^e (B_k^e)^\zeta < \min(\chi_{\max}, \chi_k^e + m) \\ \min(\chi_{\max}, \chi_k^e + m) & \text{ako je } \min(\chi_{\max}, \chi_k^e + m) \leq \chi_k^e (B_k^e)^\zeta \end{cases} \quad (30)$$

pri čemu faktor ograničenja pomaka  $m$  mora ispunjavati  $0 < m < 1$ .

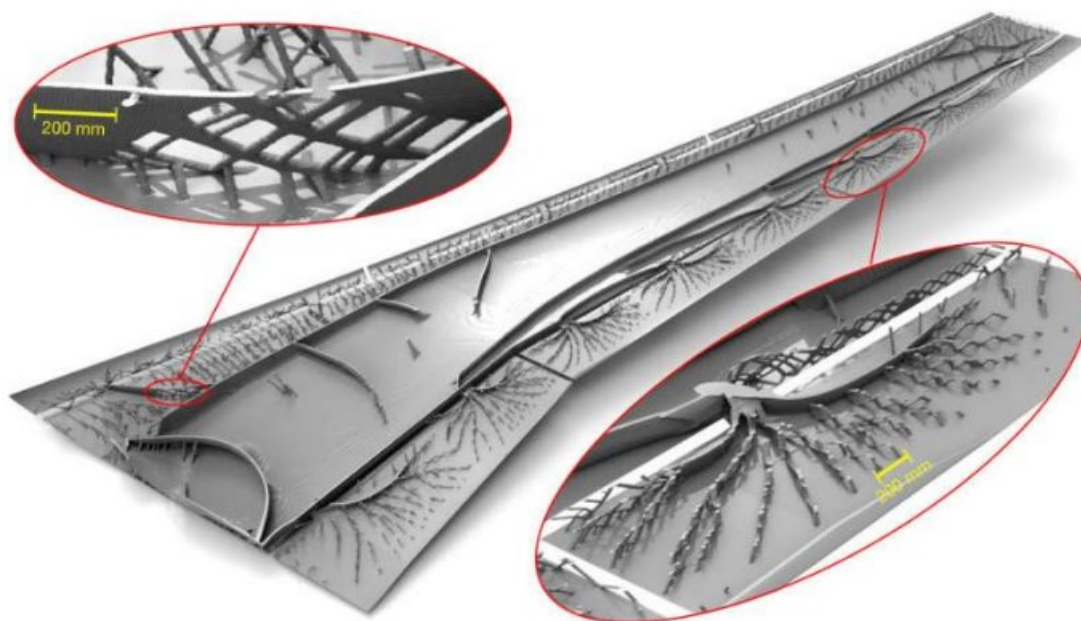
Svaka iteracija započinje analizom pomaka metodom konačnih elemenata za trenutačnu raspodjelu materijala definiranu vektorom  $\chi_k$  uz zadane rubne uvjete i opterećenja, a rezultat je globalni vektor pomaka  $\mathbf{u}$ . Iz globalnog vektora pomaka prelaskom na lokalne vektore pomaka, iz jednadžbe (29) u koju je potrebno uvrstiti i vrijednosti komponenti vektora  $\chi_k$ , te Lagrangeov multiplikator  $\lambda_{\text{vol}}$ , izračunaju se koeficijenti  $B_k^e$ , odnosno vektor  $\mathbf{B}_k$ . Iz vektora  $\mathbf{B}_k$  i vektora trenutne raspodjele materijala  $\chi_k$ , korištenjem (30) izračuna se novi vektor raspodjele materijala  $\chi_{k+1}$ . Međutim, da bi ovaj vektor raspodjele materijala predstavljao moguće rješenje zadanog problema optimiranja nužno je da taj vektor, tj. komponente tog vektora, zadovoljavaju ograničenje volumena (21). Kako bi ograničenje volumena bilo zadovoljeno, potrebno je odrediti takav Lagrangeov multiplikator  $\lambda_{\text{vol}}$ , koji uvršten u (29), a onda i u (30) daje upravo takav vektor  $\chi_{k+1}$  koji će zadovoljiti to ograničenje. [3]

Ovo je jedan od načina rješavanja problema minimiranja fleksibilnosti konstrukcije koji su predložili Bendsoe i Sigmund [6]. Problem se može riješiti i općenitijim metodama poput metode konveksne linearizacije (CONLIN).

Na slici 11 prikazan je primjer topološkog optimiranja konstrukcija u dvodimenzionalnom prostoru, a na slici 12 je prikazan primjer realnog rješenja topološkog optimiranja konstrukcije velikih dimenzija u ovom slučaju krila aviona Boeing 777.



Slika 11. Proces topološkog optimiranja metodom optimalne raspodjele materijala [3]



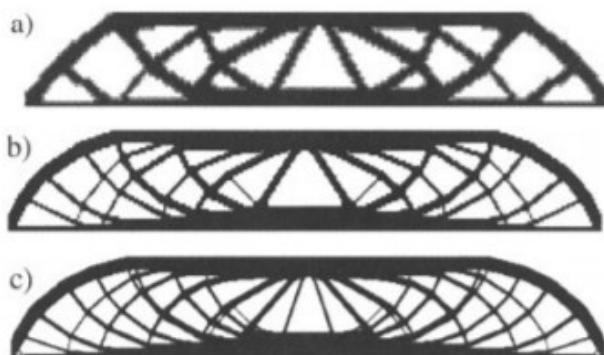
Slika 12. Topološki optimirano krilo aviona Boeing 777 [7]

### 3.1.2. Numerički problemi

Prilikom kontinuiranog topološkog optimiranja često se javljaju dodatni numerički problemi ovisno o tipu korištenih konačnih elemenata, broju elemenata, algoritmu za rješavanje problema optimiranja i dr. [3]

#### 3.1.2.1. Ovisnost rješenja o diskretizaciji domene

Prilikom implementacije metode optimalne raspodjele materijala uz korištenje SIMP modela dolazi do numeričke nestabilnosti koja se manifestira pojavom sve većeg broja otvora u konstrukciji kada se upotrebljava sve finija diskretizacija domene (veći broj manjih konačnih elemenata). Razlog tomu je da se općenito uvođenjem većeg broja otvora bez promjene volumena konstrukcije dolazi do učinkovitije konstrukcije. Idealno bi finija diskretizacija domene trebala dovesti do preciznijeg prikaza kontura iste optimirane strukture, a ne do detaljnije i kvalitativno drugačije optimalne strukture. Na slici 13 prikazana je ovisnost rješenja problema optimiranja o diskretizaciji domene, slika 13a) prikazuje domenu diskretiziranu s 2700 elemenata, slika 13b) sa 4800 elemenata, a slika 13c) sa 17200 elemenata. [6]



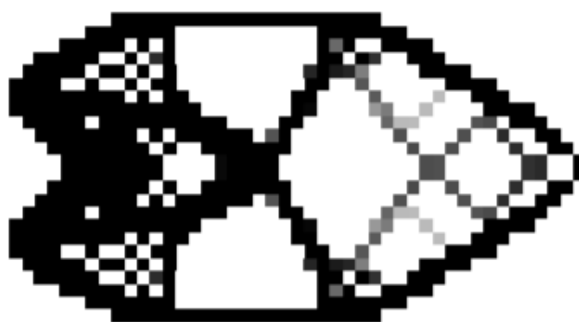
Slika 13. Ovisnost optimalne konstrukcije o diskretizaciji domene [6]

### 3.1.2.2. Učinak šahovske ploče

Rješenja topološkog optimiranja konstrukcija temeljena na metodi optimalne raspodjele materijala često sadrže područja u kojima funkcija raspodjele materijala varira između 0 i 1, odnosno konačni elementi ispunjeni materijalom i elementi bez materijala se konstantno izmjenjuju, ova područja izgledom podsjećaju na šahovnicu, pa je stoga problem nazvan „učinak šahovske ploče“. Izvor problema šahovske ploče je u značajkama aproksimacije konačnim elementima, zbog kojih dolazi do precjenjivanja krutosti područja šahovske ploče. [6]

Ova pojava mnogo rjeđa kod konačnih elemenata višeg reda, kao npr. Lagrangeov element s 9 čvorova ili *serendipity* element s 8 čvorova. [3], [6]

Na slici 14 prikazan je rezultat optimiranja s jasno vidljivim područjima pojave učinka šahovske ploče.



Slika 14. Učinak šahovske ploče [3]

Kako bi se postigla rješenja topološkog optimiranja zasnovana na metodi optimalne raspodjele materijala koja ne ovise o diskretizaciji domene i ne sadrže područja „šahovnice“ potrebno je smanjiti područje prihvatljivih rješenja uvođenjem globalnog ili lokalnog ograničenja na varijaciju funkcije raspodjele materijala, na ovaj način se izbjegava pojava konstrukcija s velikim brojem mikroskopskih otvora. Metode uvođenja takvog ograničenja spadaju u tri kategorije: metode dodavanja ograničenja problemu optimiranja, metode direktnog smanjenja parametarskog prostora konstrukcija, te metode korištenja filtra. U ovom radu detaljnije će se opisati metoda primjene filtra na vrijednost osjetljivosti. [6]

### 3.1.2.3. Filtriranje osjetljivosti

Filtri za sprječavanje problema koji se javljaju u području topološkog optimiranja preuzeti su iz područja digitalne grafičke obrade, a temelje se na modificiranoj osjetljivosti korištenoj u svakoj iteraciji procesa optimiranja. Primjenom ovakvih filtara, osjetljivost svakog elementa postaje ovisna o srednjoj vrijednosti proizvoljnog broja susjednih elemenata. Sljedeći izraz definira primjenu filtara na promjenu vrijednosti osjetljivosti  $\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)$  vezane uz konačan element označen brojem  $k$  [3]:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)_f = \frac{1}{\chi^k \sum_{i=1}^N \hat{H}_i} \sum_{i=1}^N \hat{H}_i \chi^i \frac{\partial W}{\partial \chi^i} \quad (31)$$

gdje su:  $\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)_f$  - filtrirana vrijednost osjetljivosti, a  $\hat{H}_i$  – zadan sljedećim izrazom:

$$\hat{H}_i = r_{\min} - \text{dist}(k, i), \quad \{i \in N \mid \text{dist}(k, i) \leq r_{\min}\} \quad (32)$$

U izrazu (32) operator  $\text{dist}(k, i)$  predstavlja udaljenost centra promatranog elementa  $k$  od centra elementa  $i$ . Izrazom (31) s  $N$  je definiran skup svih onih elemenata  $i$  za koje vrijedi da je  $\text{dist}(k, i) \leq r_{\min}$ , gdje  $r_{\min}$  određuje veličinu okoline koja se koristi pri računanju nove,

filtrirane vrijednosti osjetljivosti  $\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)_f$ . Vrijednost konvolucijskog operatora izvan okoline

definirane polumjerom  $r_{\min}$  je 0. Dakle ti elementi van zadanog radijusa ne utječu na promatrani element, kada se govori o ovom filtru. Težinski faktor  $\hat{H}_i$  ima vrijednost  $r_{\min}$  za  $i = k$ , a ta vrijednost linearno opada prema nuli s udaljenošću elementa  $i$  od elementa  $k$ , zbog toga se ovako definirani filtar i naziva linearni filtar. Koliko elemenata će biti u skupu  $N$  ovisi o veličini polumjera  $r_{\min}$  i o dimenzijama elemenata. Ako se za konstantan  $r_{\min}$  smanjuju dimenzije konačnih elemenata, sve veći broj elemenata će sudjelovati u računanju filtrirane vrijednosti osjetljivosti odabranog elementa. [3]

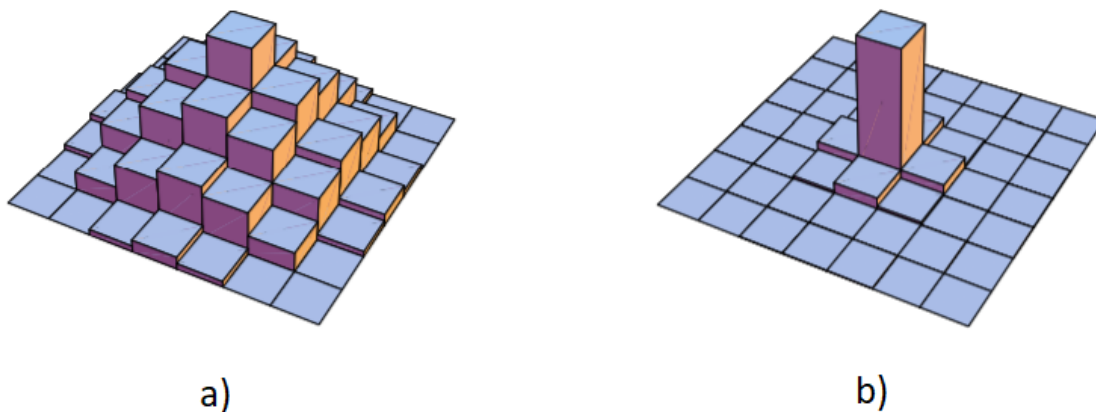
Filtar se koristi na takav način da se umjesto stvarne, izračunate vrijednosti osjetljivosti  $\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)$  u izrazima (28) i (29), koji definiraju jedan korak iteracije, koriste filtrirane vrijednosti osjetljivosti  $\left(\frac{\partial W}{\partial \chi^k}\right)_f$  prema (31) i (32). [3]

Osim linearnih filtara koriste se i nelinearni filtri kod kojih vrijednost težinskog faktora  $\hat{H}_i$  opada sa smanjenjem vrijednosti  $\text{dist}(k, i)$  po zakonu određene nelinearne funkcije. Uobičajena definicija takvog konvolucijskog operatora dana je izrazom [3]:

$$\hat{H}_i = \frac{1}{c + (\text{dist}(k, i))^d} \quad (33)$$

gdje su  $c$  i  $d$  parametri filtra.

Slika 15 kvalitativno prikazuje vrijednosti težinskog faktora  $\hat{H}_i$  s kojim se računa filtrirana vrijednost osjetljivost. Slika 15a) prikazuje linearni filter, a Slika 15b) nelinearni filter parametara  $c=1/10$  i  $d=4$ .



Slika 15. Linearni i nelinearni filter [3]



### 3.2. Programski alati za topološko optimiranje

Danas dostupni komercijalni programi za topološko optimiranje imaju mogućnosti za optimiranje raznih svojstava i geometrije (masa, krutost, vlastita frekvencija) te daju konstrukcijska rješenja blizu optimuma koja je moguće proizvesti, bez velikog utroška računalnih resursa. Za postizanje topološki optimiranih konstrukcija koje se jednostavno mogu proizvesti programski paketi koriste razne opcije proizvodnih ograničenja pogodne za tradicionalne postupke proizvodnje (obrada deformiranjem, lijevanje, injekcijsko prešanje) te ograničenje samonosivosti koje je posebno prikladno za aditivnu proizvodnju. Većina programa se koristi metodom optimalne raspodjele materijala uz aproksimaciju SIMP modelom. Programski alati koji se najčešće koriste su NTopology, Altair inspire, Vanderplaast Genesis, Simulia Tosca, MSC Nastran, i drugi. [8]

Genesis je programski paket s integriranim mogućnostima strukturalne analize i optimiranja konstrukcija. Strukturalna analiza je temeljena na metodi analize konačnih elemenata koji omogućuju analizu: statike, normalnih modova, direktne i modalne analize frekvencije, prijenosa topline i izvijanja. Vrste strukturalnog optimiranja koje se mogu provesti su: optimiranje oblika, optimiranje dimenzija, topološko optimiranje, topografsko optimiranje i optimiranje slobodnog oblika. Programski paket omogućava i opciju optimiranja temeljenog na pouzdanosti. [9]

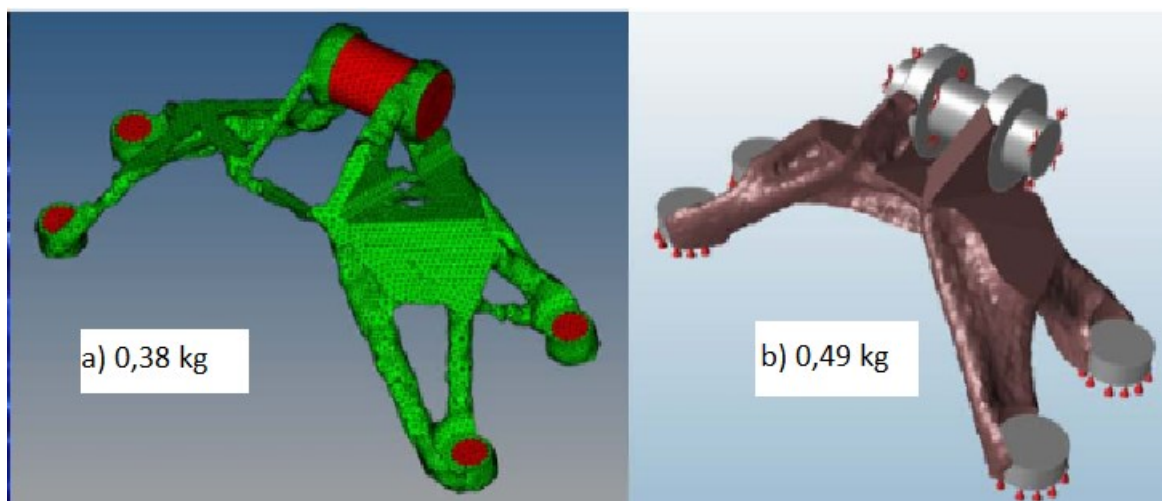
Simulia Tosca programski je paket poduzeća Dassault Systems za strukturalno optimiranje i optimiranje protoka fluida temeljen na metodi konačnih elemenata. Strukturalnim optimiranjem postižu se konstrukcije malih masa, visoke krutosti i izdržljivosti. Omogućeno je topološko optimiranje te optimiranje oblika i dimenzija. [10]

MSC Nastran je multidisciplinarni programski paketa za strukturalnu analizu koji se koristi za statičku, dinamičku i toplinsku analizu konstrukcija u linearnim i nelinearnim domenama. Program uključuje i algoritme za optimiranje kojim se optimiraju svojstva poput naprezanja, mase i dinamičke čvrstoće. Program obuhvaća optimiranje oblika, topološko optimiranje i topografsko optimiranje. [11]

Ntopology je jedan od najsnažnijih programa za strukturalno optimiranje raznih konstrukcija. Omogućuje rad na gotovo svim aspektima optimiranja samom korisniku, koji može upravljati svim parametrima procesa. Uz mogućnosti vezane za strukturalno optimiranje Ntopology omogućuje i olakšano konstruiranje za potrebe proizvodnje, ovo se pogotovo odnosi na aditivnu proizvodnju. Opcije ograničenja kuta konstrukcije, te regija s potpornom strukturom znatno smanjuju potrebni materijal i samim time troškove proizvodnje. [12]

Altair Inspire je programski paket za strukturalnu analizu i optimiranje koji omogućava brzo i efikasno konstruiranje optimiranih konstrukcija. Iako se njime može naučiti koristiti u kratkom roku i iznimno je prilagođen korisnicima i dalje zadržava sve napredne opcije kao što su razne vrste strukturalnog optimiranja, uključujući i topološko optimiranje, te ograničenja koja omogućavaju konstruiranje pogodno za proizvodne postupke. [13]

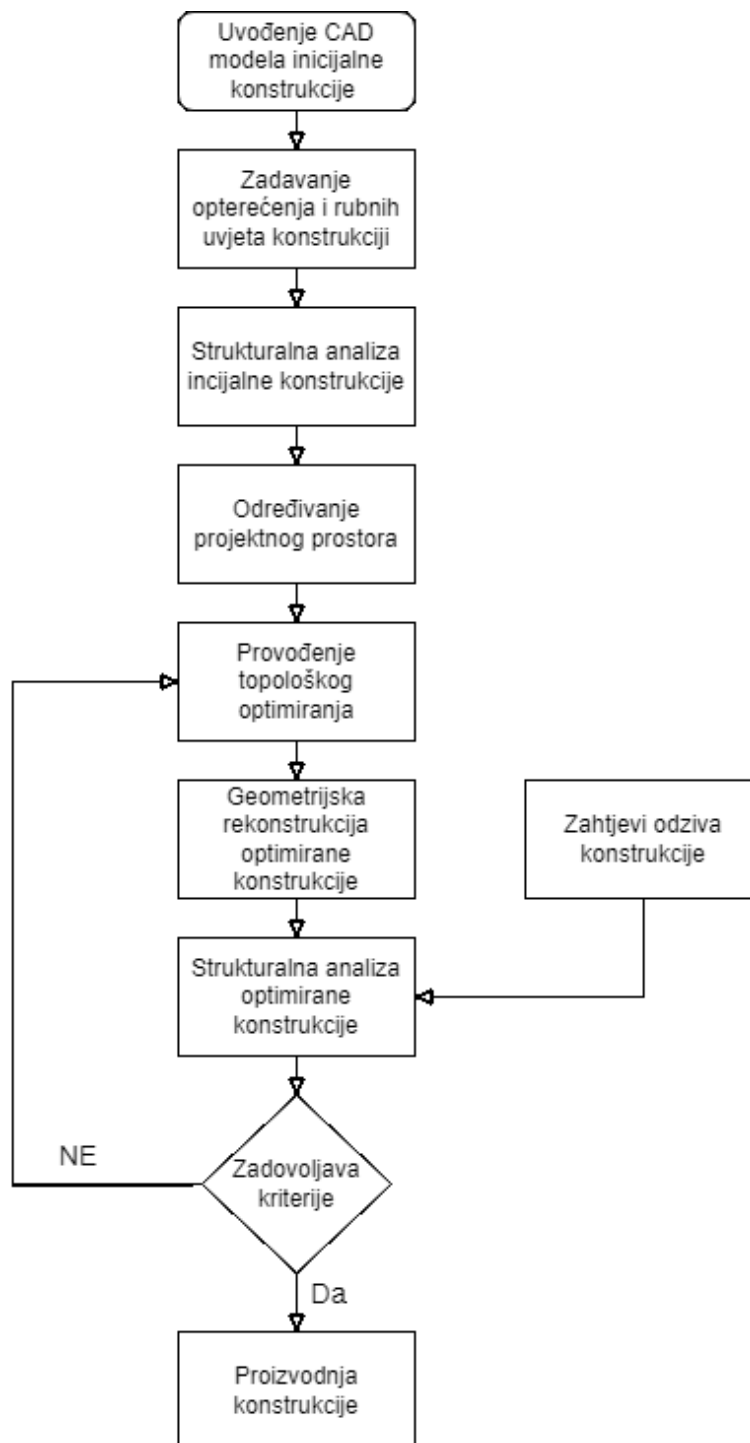
Na slici 16 prikazana je usporedba topološki optimirane konstrukcije nosača ležaja s ciljem postizanja minimalne fleksibilnost. Slika 16a) predstavlja rješenje postignuto upotrebom programa Optistruct, a slika 16b) upotrebom programa Inspire.



Slika 16. Usporedba programskih alata Optistruct i Inspire [8]

### 3.2.1. *Provedba topološkog optimiranja u programu Altair Inspire*

Topološko optimiranje konstrukcije unutar programa Altair Inspire intuitivan je proces koji ne iziskuje puno predznanja o teoriji topološkog optimiranja ili strukturalnog optimiranja. Na slici 17 prikazan je dijagram toka postupka topološkog optimiranja konstrukcije s pomoću Altair Inspire-a.



Slika 17. Dijagram toka postupka topološkog optimiranja

Uobičajeno se topološko optimiranje provodi na već prethodno konstruiranom proizvodu za kojeg se smatra da će optimiranje dovesti do bolje konstrukcije u određenom pogledu. Potrebno je CAD model uvesti u Altair Inspire ili modelirati u samom programu. Nakon što se raspolaže CAD modelom, potrebno je na prikladna mjesta na konstrukciji zadati opterećenja i dodati rubne uvjete, kako bi se konstrukcija osigurala, u ovom koraku bitno je znanje konstruktora, jer se kao i kod svakog programa koji simulira stvarnost, iz nekvalitetnih početnih podataka ne mogu se dobiti kvalitetni i točni rezultati (*garbage in, garbage out* koncept). Nakon toga, na temelju zadanih opterećenje potrebno je provesti strukturalnu analizu početne konstrukcije kako bi se dobili odzivi konstrukcije koje kasnije možemo usporediti s onima dobivenim analizom optimalne konstrukcije. Program Altair Inspire automatski izrađuje mrežu konačnih elemenata potrebnih za strukturalnu analizu i optimiranje konstrukcije.

Sljedeći korak je odabir projektnog prostora konstrukcije. Projektni prostor je dio konstrukcije u kojem će se materijal oduzimati ili dodavati za vrijeme optimiranja. Važne dijelove konstrukcije poput poveznica s ostalim dijelovima konstrukcije ili funkcionalno važnih površina potrebno je izuzeti iz projektnog prostora. Uobičajeno se opterećenja i rubni uvjeti postavljaju na mjesta koja se ne nalaze u projektnom prostoru. Prije početka topološkog optimiranja potrebno je na konstrukciju zadati ograničenja za olakšanu proizvodnju optimiranih proizvoda. Ograničenja mogu biti simetričnost, kontinuiranost presjeka za proces ekstruzije, izbjegavanje podreza kod proizvodnih postupaka s kalupima te ograničenje kuta izgradnje kod postupaka aditivne proizvodne.

Ukoliko su prethodni koraci dobro provedeni slijedi sam postupak topološkog optimiranja. U Altair Inspire-u topološko optimiranje se može provesti s ciljem minimiranja mase, maksimiranja krutosti te maksimiranja prvog moda frekvencije, uz odgovarajuća ograničenja ovisno o odabranom kriteriju poput ograničenja volumena, ograničenja naprezanja, itd. Ovisno o veličini konstrukcije i snazi računala, proces topološkog optimiranja može trajati od 10-tak minuta pa sve do nekoliko sati. Po završetku procesa dobiva se optimirana konstrukcija koju je moguće odmah i strukturalno analizirati, kako bi se uvidjelo zadovoljava li zadana projektna ograničenja.

Ukoliko su ograničenja zadovoljena, potrebno je rekonstruirati geometriju konstrukcije kako bi se dobio pravilan i uglađen oblik. U program Altair Inspire za rekonstrukciju geometrije koristi se naredba Polynurbs s pomoću koje se praćenjem kontura optimirane konstrukcije dobiva konačna geometrija.

Nakon rekonstrukcije geometrije potrebno je provesti još jednu strukturalnu analizu kako bi se provjerilo zadovoljava li konstrukcija i dalje zadana ograničenja. Ovo je bitno jer se rekonstrukcijom geometrije uveo ljudski faktor u cijeli proces.

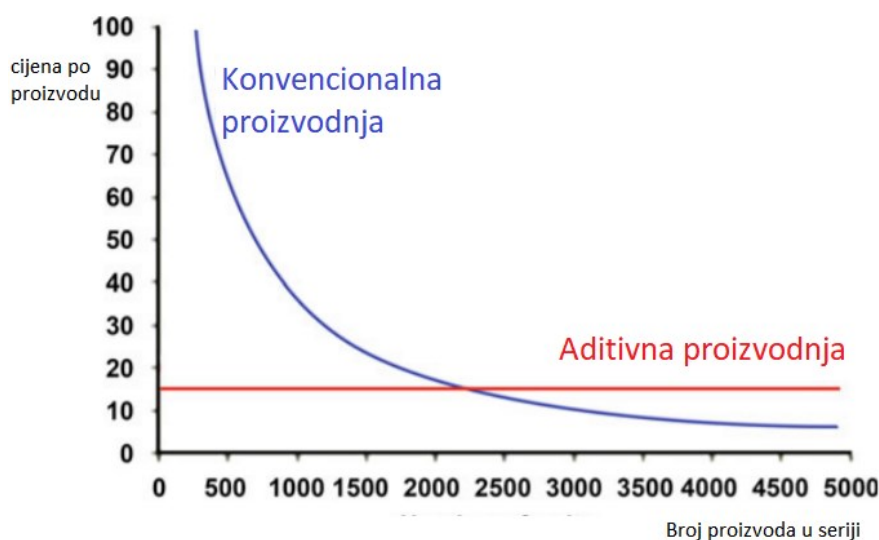
Ako konačna konstrukcija zadovoljava projektna ograničenja proizvod može krenuti u proizvodnju. Ukoliko proizvod ne zadovoljava ograničenja, ili se ne smatra da je konstrukcija optimalna, potrebno je ponovno provesti topološko optimiranje uz različite kriterije i/ili ograničenja. Uobičajeno je topološko optimiranje provesti nekoliko puta za različite projektne uvjete npr. ograničenje volumena u nekom rasponu, odzivi konstrukcije se zatim uspoređuju te se odabire konstrukcija koja je najbliža optimumu s obzirom na nekoliko kriterija koji često mogu biti i konfliktnog karaktera.

#### 4. ADITIVNA PROIZVODNJA

Pojam aditivne proizvodnje obuhvaća raspon raznih tehnologija koje omogućavaju proizvodnju fizičkih komponenti izravno iz virtualnih zapisa 3D modela na način da se proizvod izgrađuje sloj po sloj do završetka postupka izgradnje. Slojevi koji predstavljaju poprečni presjek proizvoda u x-y ravnini se izgrađuju jedan na drugom i tako generiraju z dimenziju tj. visinu proizvoda. Na ovaj način je moguće proizvesti proizvod bez potrebe za dodatnim alatima poput kalupa ili žigova i matrica samo upotrebom stroja. [14], [15]

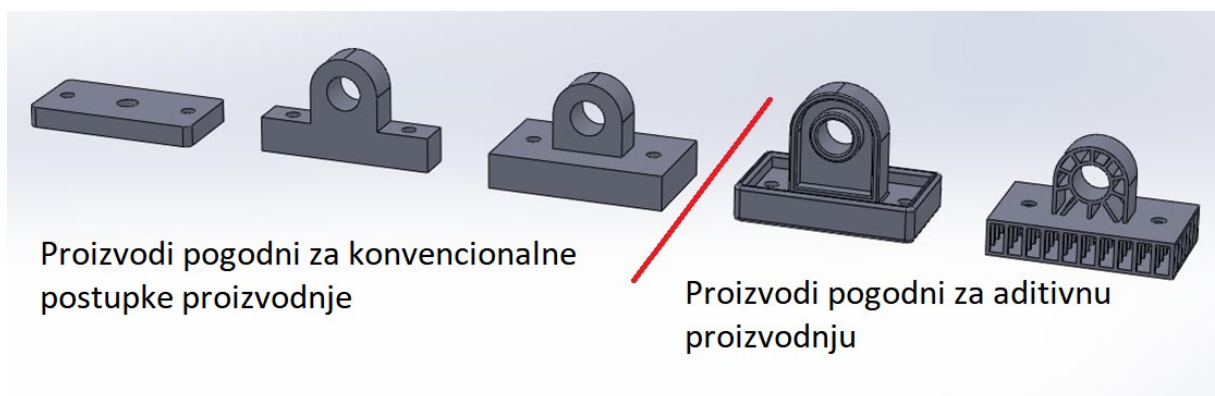
Aditivna proizvodnja se u početku tehnologije koristila isključivo za brzu izradu prototipova proizvoda, no suvremena primjena aditivnih tehnologija sve više napreduje u smjeru izravne proizvodnje proizvoda spremnih za upotrebu te je u velikom broju područja primjene aditivnih tehnologija to i uspješno izvedeno. Popularni i često korišteni naziv za aditivnu tehnologiju je 3D printanje, no taj naziv nije u potpunosti točan jer on predstavlja samo jednu od niza tehnologija koji su obuhvaćeni pod pojmom aditivna proizvodnja. [16]

Za razliku od tradicionalnih metoda proizvodnje, aditivna proizvodnja isplativa je za proizvodnju objekata koji su kompleksni i izrađuju se u manjim serijama kao što je prikazano na slici 18. Ove karakteristike i činjenica da česte promjene u dizajnu ne pridonose uvelike povećanju cijene čine je prikladnom tehnologijom za proizvodnju proizvoda koji se prilagođavaju željama kupaca.



Slika 18. Usporedba aditivne i konvencionalne proizvodnje [14]

Aditivna proizvodnja je proces koji je općenito sporiji od konvencionalnih postupaka proizvodnje pa je i samim time ekonomski manje isplativa opcija. Ukoliko je geometrija nekog proizvoda prekompleksna za proizvodnju drugim postupcima, tada je aditivna proizvodnja učinkovita i isplativa. Na slici 19, lijevo od crvene linije su prikazani proizvodi koji su jednostavni i mogu se isplativo proizvesti s postupcima poput laserskog rezanja ili numerički upravljanje obrade odvajanjem, dok je kompleksne proizvode desno od crvene linije najisplativije proizvesti s pomoću aditivnih tehnologija. [14]



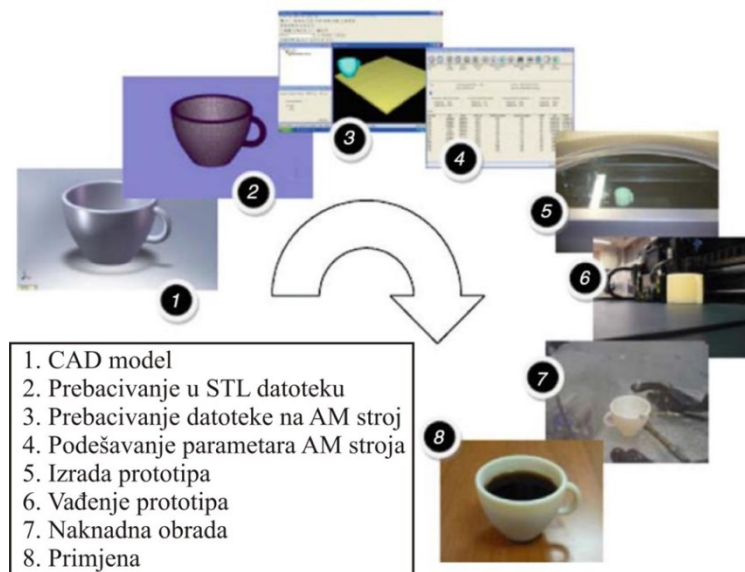
Slika 19. Utjecaj kompleksnosti na proizvodnost [17]

#### 4.1. Općeniti tok procesa kod aditivne proizvodnje

Aditivna proizvodnja se sastoji od nekoliko koraka čijim praćenjem se od virtualnog CAD zapisa dolazi do fizičkog oblika proizvoda. Većinu procesa aditivne proizvodnje moguće je opisati kroz sljedećih osam općenitih faza kao što je prikazano na slici 20. [16]

Faze koje opisuju općeniti tok proizvodnje pomoću aditivnih postupaka su [16]:

- Vizualizacija koncepta i konstrukcija CAD modela
- Prebacivanje CAD modela u STL format
- Prebacivanje datoteke na stroj za aditivnu proizvodnju
- Podešavanje parametara na stroju za aditivnu proizvodnju
- Izrađivanje proizvoda
- Vađenje proizvoda iz stroja
- Naknadna obrada
- Primjena.



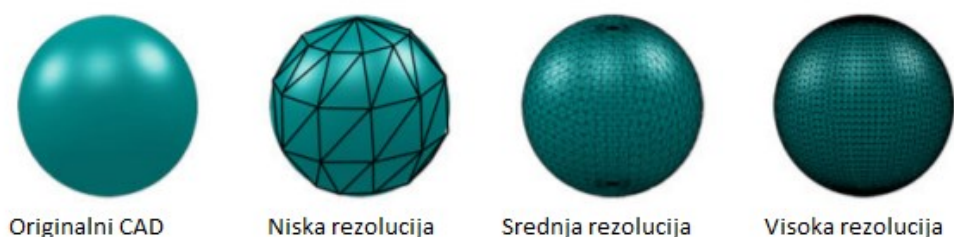
**Slika 20. Faze općenitog procesa aditivne proizvodnje [16]**

Ovisno o korištenoj tehnologiji aditivne proizvodnje i zahtjevima zadanim na određeni proizvod ovi koraci se mogu znatno razlikovati, npr. za proizvodnju proizvoda s pomoću aditivne tehnologije na jednostavnom stroju za kućnu upotrebu samo mali broj parametara stroja se može podešavati, dok se kod strojeva u industrijskom okruženju tu javlja velik broj opcija koje mogu znatno utjecati na uspješnost procesa. [16]

Prvi korak u razvoju bilo kakvog proizvoda je razvitak ideje kako će sam proizvod izgledati i funkcionirati, ideja se može prikazati i predstaviti na razne načine, no za aditivnu proizvodnju potrebno je ideju prikazati u digitalnoj formi putem 3D CAD modela. CAD model se može proizvesti od strane konstruktora putem korisničkog sučelja programa za konstruiranje pomoću računala, pomoću programa koji se služe algoritmima za optimiranje za konstruiranje proizvoda ili 3D skeniranjem već postojećeg objekta. [16]

CAD model je zatim potrebno prebaciti u STL inačicu datoteke koju strojevi za aditivnu proizvodnju mogu prepoznati, gotovo svi današnji CAD programi imaju ovu mogućnost. STL je kratica za izraz *Standard Tessellation Language*, ovaj zapis virtualnog modela jednostavno opisuje samu geometriju CAD modela bez dodatnih informacija o podacima konstruiranja, prošlosti modeliranja, itd. Geometrija modela se opisuje tako da se površine približno prikazuju s pomoću mreže trokutastih likova. Veličinom trokuta određuje se koliko kvalitetno STL datoteka opisuje model, što su trokuti manji to se detaljnije može prikazati CAD model. Na slici 21 prikazana je usporedba između nekoliko rezolucija STL datoteka. [14], [16]





**Slika 21. Usporedba rezolucija STL datoteka [14]**

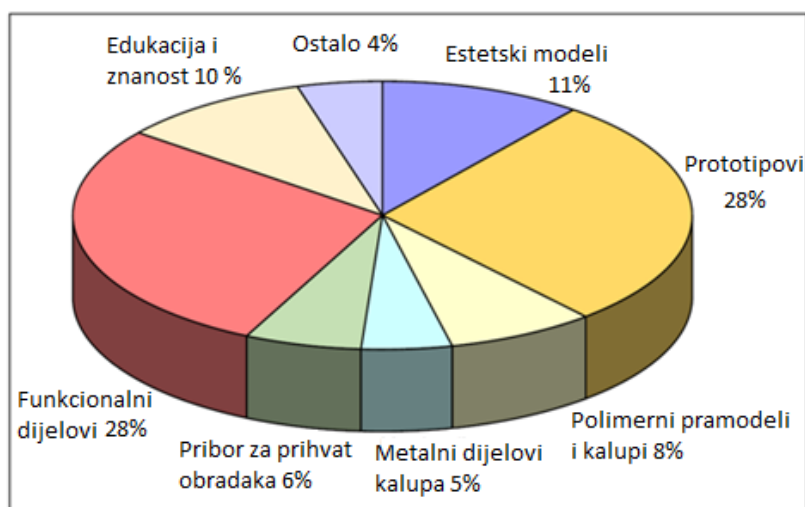
Stvorenu STL datoteku moguće je zatim prebaciti na stroj za aditivnu proizvodnju, ukoliko stroj prepozna grešku na datoteci danas postoje razni programski paketi za popravak STL datoteka. Nakon prebacivanja datoteke potrebno je još i odrediti poziciju i orijentaciju proizvoda unutar prostora za printanje, materijal te ostale parametre ovisno o tehnologiji i sofisticiranosti stroja kojeg upotrebljavamo. Primjeri parametara su brzina ekstrudera, debljina sloja, oblik ispune, itd. Podešavanje se može provesti na samom stroju ili preko računala na posebnim programima za pripremu aditivne proizvodnje. [16]

Prije početka samog procesa izgradnje modela operator stroja mora provesti i neke fizičke zadatke pripreme stroja ovisno o tehnologiji koja se koristi, poput provjere materijala za izgradnju i niveliranja radne platforme. Nakon što je provedena potpuna priprema za postupak proizvodnje, program automatski siječe 3D model na slojeve ovisno o traženoj debljini te započinje proces izgradnje modela sloj po sloj. Ukoliko nije došlo do pojave greške tijekom procesa proizvodnje postupak izgradnje slojeva se ponavlja automatizirano do kompletiranja konačnog oblika proizvoda. [16]

Nakon što je postupak aditivne proizvodnje proveden, proizvod je potrebno izvaditi iz stroja, ovisno o korištenoj tehnologiji potrebno ga je odvojiti od radne platforme ili izvaditi iz komore s prahom. Nakon vađenja započinje postupak čišćenja modela koji se može smatrati početnom fazom naknadne obrade proizvoda, proces čišćenja također ovisi o primijenjenoj tehnologiji, ali uglavnom se sastoji od uklanjanja potpornih struktura ili viška materijala. Uklanjanje potpornih struktura kod aditivne proizvodnje metalnih proizvoda može biti zahtjevan zadatak koji iziskuje upotrebu metoda obrade odvajanjem. Proces naknadne obrade može se sastojati od postupaka abrazivne obrade poput poliranja i brušenja, ili postupaka nanošenja estetskih, ili zaštitnih premaza, ovisno o korištenoj tehnologiji može se očekivati i potreba za toplinskom obradom ili impregnacijom aditivima kako bi se poboljšala mehanička svojstva proizvoda. [16]

Kada su provedeni postupci za naknadnu obradu proizvod je spreman za primjenu. Prilikom primjene proizvoda proizvedenih aditivnom tehnologijom potrebno je paziti na moguću anizotropnost ili smanjena mehanička svojstva u odnosu na osnovni materijal zbog posebnosti postupaka proizvodnje. [16]

Iako su se tehnologije aditivne proizvodnje prvotno isključivo koristile za izradu prototipova kroz vrijeme je napredak tehnologije doveo do većeg broja područja primjene. Krajnji cilj je omogućiti upotrebu aditivnih tehnologija za proizvodnju gotovih proizvoda koji su spremni za tržište. Prema izvještaju [18] o primjeni aditivnih tehnologija iz 2019. godine 28 % proizvedenih proizvoda aditivnom tehnologijom se kategorizira kao gotovi proizvod te se taj postotak izjednačio s onim koji predstavlja udio proizvedenih proizvoda u funkciji prototipa, vidljivo je da se aditivne tehnologije približavaju tradicionalnim metodama proizvodnje. Važnu kategoriju proizvedenih proizvoda čine i dijelovi koji se koriste kao pomoćni alati u procesima tradicionalnih metoda proizvodnje i čine 18 % ukupnog udjela proizvedenih proizvoda. Na slici 22 grafički je prikazana ova podjela. [14], [16]



Slika 22. Primjena aditivnih postupaka proizvodnje [18]

#### 4.2. Sistematizacija tehnologija aditivne proizvodnje

Tehnologije aditivne proizvodnje mogu se podijeliti prema raznim kriterijima. Najopćenitija podjela je na postupke za proizvodnju polimernih proizvoda i na postupke za proizvodnju alata i metalnih proizvoda. U tablici 1 prikazana je podjela postupaka aditivne proizvodnje prema ASTM standardu prema kojem se podjela temelji na načinu na koji se materijal učvršćuje u konstrukciju i najčešće korištena tehnologija za svaku kategoriju. [14]

**Tablica 1. Sistematizacija postupaka aditivne proizvodnje prema ASTM F42/ISO TC 261**

Kategorija postupka aditivne proizvodnje prema ASTM F42/ISO TC 261	Najčešće korištena aditivna tehnologija
Polimerizacija materijala u komori (VAT polymerization)	Stereolitografija
Printanje materijala (Material jetting)	Polyjet
Printanje veziva na materijal (Binder jetting)	3D printanje
Ekstrudiranje materijala (Material extrusion)	Taložno očvršćivanje (Fused deposition modeling)
Spajanje praškastog materijala u slojevima (Powder bed fusion)	Selektivno lasersko srašćivanje
Laminiranje folija materijala (Sheet lamination)	Izrada objekta laminiranjem (Laminated object manufacturing)
Navarivanje materijala pod djelovanje izvora energije (Direct energy deposition)	Izravno taloženje metalnog praha (Direct metal deposition)

Postupcima polimerizacije materijala u komori proizvode se konstrukcije tako da se učvršćuje materijal u obliku tekuće smole pomoću energije dobivene UV svjetlom. UV svjetlo za svaki sloj konstrukcije prolazi njenim poprečnim presjekom te na mjestu prolaza reagira sa fotopolimerom tj. polimernim materijalom osjetljivim na svjetlost te ga učvršćuje. Postupcima polimerizacije materijala u komori dobivaju se proizvodi visoke dimenzijske točnosti i visoke kvalitete površine no prilikom izgradnje proizvoda stvaraju se potporne strukture koje je potrebno naknadno ukloniti, moguće je korištenje samo polimernih materijala te je za neke postupke potrebno naknadno umreživanje. [14]

Postupci printanja materijala koriste glavu za printanje sličnu onoj koju koriste tintni pisači, koja nanosi fotopolimerni materijal na određena mjesta za svaki sloj proizvoda koji se zatim učvršćuje pomoću izvora UV svjetla koji se isto nalazi na glavi za printanje. Ovi postupci proizvode konstrukcije srednje dimenzijske točnosti od plastomernih i elastomernih materijala, a trenutno postoje i neki sustavi koji omogućavaju rad i s metalnim materijalima. Nedostatak im je potreba za potpornim strukturama koje se moraju ručno ukloniti te degradacija konstrukcija pod utjecajem UV svjetla. [14]

Tehnologije printanja veziva na materijal koristi se praškastim materijalom koji se nanosi na radnu platformu, zatim se na taj praškasti materijal pomoću glave za printanje nanosi vezivo pomoću kojeg se materijal učvršćuje te se tako formira jedan sloj proizvoda. Ovaj postupak se ponavlja do potpune izgradnje proizvoda. Naknadnom obradom infiltracijom aditivima moguće je dodatno očvrnuti ili povećati fleksibilnost proizvoda. Proizvodi se mogu proizvesti iz polimernih i metalnih materijala. Prednosti ovog postupka su izostanak potrebe za potpornim strukturama te brzina proizvodnje, a nedostaci su niska dimenzijska točnost i kvaliteta površine. [14]

Postupci koji se temelje na ekstrudiranju materijala funkcioniraju tako da se pomoću glave za ekstrudiranje ekstrudira mala količina uglavnom polimernog filameta na pozicije u poprečnom presjeku gdje je to određeno oblikom proizvoda. Prednost im je u relativno niskoj cijeni postupaka što ih čini pogodnim i za kućnu upotrebu dok je glavni nedostatak niska kvaliteta površine te istaknuta anizotropnost mehaničkih svojstva proizvoda. [14]

Tehnologije koje se temelje na spajanju praškastog materijala u slojevima funkcioniraju na način da se sloj radnog materijala u praškastom obliku na radnoj platformi pomoću energetske zrake (ovisno o tehnologiji to može biti laserska ili elektronska zraka) tali, te na taj način se dobiva potrebni poprečni presjek jednog sloja proizvoda. Ovi postupci su posebno pogodni za metalne materijale te mogu proizvesti metalne proizvode usporedivih mehaničkih svojstava s onim dobivenim lijevanjem. Za ove tehnologije nije potrebna izgradnja potpornih struktura za vrijeme procesa. Nedostatak postupaka je niska kvaliteta površine proizvoda koju je potrebno poboljšati naknadnom obradom odvajanjem čestica. [14]

Postupci temeljeni na laminiranju folija materijala koriste papir ili polimerni film koji se zatim reže u traženi oblik pomoću oštrice, slojevi se međusobno povezuju ljepilom. Ovi postupci se najčešće koriste za proizvodnju estetskih i vizualnih modela te općenito nisu prikladni za konstrukcije pod opterećenjem. [14]

Navarivanje materijala pod djelovanjem izvora energije temeljni je dio postupaka aditivne proizvodnje koji se koriste mlaznicom montiranom na robotsku ruku kako bi nanio materijal u obliku praha ili žice na određenu površinu, materijal se tali s pomoću energetske zrake. Ovaj postupak se najčešće koristi za popravak ili dodavanje materijala na već postojeći proizvod te se koristi za metalne materijale. Dobiveni proizvod je niske dimenzijske točnosti i kvalitete površine pa je potrebna naknadna obrada odvajanjem čestica. [14]

### 4.3. Prednosti i nedostaci postupaka aditivne proizvodnje

Aditivne tehnologije proizvodnje u mnogočemu se razlikuju od tzv. tradicionalnih, upravo zbog tih različitosti aditivne tehnologije su pronašle svoje mjesto u proizvodnom lancu. Napretkom aditivnih tehnologija nastaje mogućnost njihova korištenja za proizvodnju gotovih proizvoda spremnih za tržište sa sličnim mehaničkim svojstvima kao i onih proizvedenih klasičnim proizvodnim postupcima, no prijašnja optimistična predviđanja kako bi aditivne tehnologije trebale u potpunosti zamijeniti ostale metode proizvodnje pokazala su se kao preuveličavanje te je danas realno zaključiti kako će postupci aditivne proizvodnje najbolje funkcionirati u simbiozi s konvencionalnim postupcima proizvodnje. U ovom dijelu rada opisat će se neke prednosti i nedostaci korištenja aditivnih tehnologija te se njihovim sagledavanjem može zaključiti kada je prikladno koristiti aditivne tehnologije. [14]

Glavne prednosti aditivnih postupaka proizvodnje su [14]:

- Proizvodnja bez alata – aditivne tehnologije omogućavaju proizvodnju bez dodatnih alata (kalupi, žigovi, matrice, itd.) koji znatno povisuju troškove proizvodnje i iziskuju dodatno vrijeme kako bi se proizveli. Ova karakteristika omogućava proizvodnju proizvoda koji se prilagođavaju svim željama korisnika jer željene promjene proizvoda iziskuju samo transformaciju 3D CAD modela proizvoda i njihov cjenovni i vremenski utjecaj na samu proizvodnju je malen.
- Mogućnost proizvodnje kompleksnih proizvoda – načelo proizvodnje komponenti sloj po sloj omogućava proizvodnju proizvoda znatno kompleksnijih vanjskih i unutarnjih geometrijskih oblika nego što bi to bilo moguće tradicionalnim postupcima. Na taj način je konstruktoru omogućena puno veća sloboda pri konstruiranju proizvoda zanemarivanjem proizvodnih ograničenja i fokusiranjem izričito na funkcionalnost proizvoda, ova činjenica stavlja aditivne postupke proizvodnje na primarno mjesto u proizvodnji optimiranih konstrukcija male mase koje sve više predstavljaju budućnost konstrukcija. Ne treba zanemariti da iako postupci aditivne proizvodnje uklanjaju proizvodna ograničenja tradicionalnih metoda, oni također uvode manji broj svojih specifičnih ograničenja, npr. onemogućena proizvodnja šupljih potpuno zatvorenih tijela.

- Proizvodnja na licu mjesta – kod tradicionalne proizvodnje uobičajeno je proizvesti velike serije proizvoda koje se zatim dostavljaju na željenu lokaciju diljem svijeta. Aditivna proizvodnja za koju je dovoljan samo virtualni model proizvoda i stroj za aditivnu proizvodnju omogućava da se proizvodi proizvode lokalno i samo u količinama koje predstavljaju stvarne potrebe tržišta. Na ovaj način je moguće znatno smanjiti troškove transporta i skladištenja te učinkovitije koristiti resurse poduzeća.

Neki od nedostataka aditivnih postupaka proizvodnje su:

- Brzina proizvodnje – općenito se za postupke aditivne proizvodnje može reći da su u fizičkom kontekstu proizvodnje jednog proizvoda ili jedne serije proizvoda znatno sporiji od konvencionalnih metoda proizvodnje. Međutim ovdje se treba sagledati da prilikom konstruiranja geometrije koja se proizvodi aditivnom tehnologijom dolazi do znatnih ušteda u vremenu zbog mogućnosti slobodnijeg konstruiranja i činjenice da nisu potrebni dodatni alati za proizvodnju, koje je potrebno proizvesti. Za proizvodnju velikih serija i dalje su pogodnije konvencionalne metode proizvodnje.
- Niža kvaliteta proizvoda – u usporedbi s tradicionalnim metodama proizvodnje u prosjeku se aditivnim postupcima dobivaju proizvodi koji su niže dimenzijske točnosti, niže kvalitete površine te lošijih mehaničkih svojstava. Razvojem aditivnih tehnologija ova se razlika smanjila međutim u velikom broju slučajeva za proizvode dobivene aditivnom proizvodnjom potrebna je naknadna obrada nekim od konvencionalnih postupaka proizvodnje.

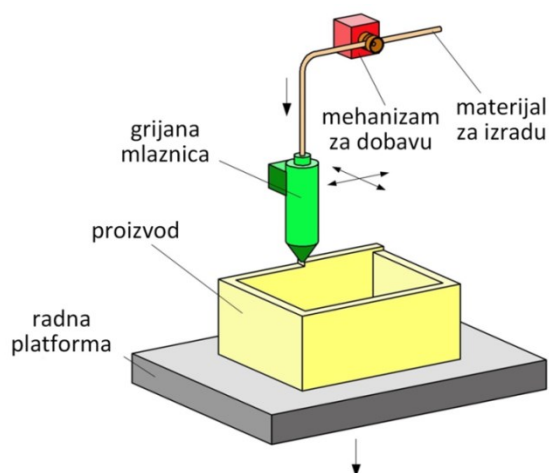
Na temelju navedenih prednosti i nedostataka može se zaključiti da je, kako bi se pravilno iskoristila vrijednost i mogućnosti koju pružaju aditivne tehnologije, potrebno njihovu upotrebu usmjeriti na proizvode visoke kompleksnosti koji se proizvode u manjim serijama. Jedno od takvih područja upotrebe su proizvodi koji su strukturalno optimirani na temelju numeričkih algoritama. Optimiranjem konstrukcije dobiva se kompleksan i neobičan oblik proizvoda koja se teško može proizvesti klasičnim metodama proizvodnje. Ovaj problem se rješavao uvođenjem dodatnih proizvodnih ograničenja u matematičku formulaciju strukturalnog optimiranja kako bi se proizvod mogao napraviti. No uvođenjem dodatnih ograničenja dobiva se oblik proizvoda koji više nije optimalnog oblika. Povećana sloboda konstruiranja koju omogućavaju aditivne tehnologije znatno olakšavaju proizvodnju optimalnih konstrukcija pa je stoga napredak u području aditivne proizvodnje znatno proširio područje upotrebe topološki optimiranih proizvoda.

#### 4.4. Taložno očvršćivanje (Fused deposition modeling)

Taložno očvršćivanje najpoznatiji je i najupotrebljavaniji postupak aditivne proizvodnje koji se temelji na načelu ekstrudiranja materijala. Ova tehnologija patent je poduzeća Stratasys iz Sjedinjenih Američkih Država. Taložnim očvršćivanje mogu se proizvesti proizvodi iz polimernih i metalnih materijala, a najčešće se upotrebljava za izradu jednostavnijih polimernih proizvoda na niskobudžetnim strojevima. Iako su u današnje vrijeme razvijeni i sofisticiraniji sustavi koji omogućuju proizvodnju gotovih proizvoda spremnih za tržište u proizvodnom pogonu. [16], [19]

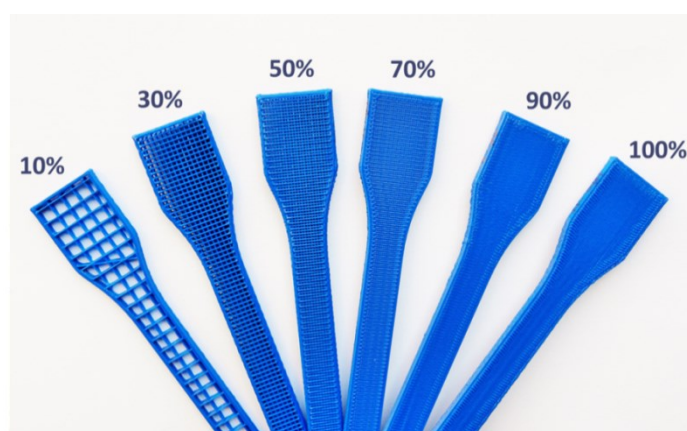
##### 4.4.1. Načelo rada

Ovaj postupak koristi se materijalom u obliku žice namotanog na valjkastu strukturu. Pomoću dobavnog mehanizma sa zupčanicima materijal se dovodi do grijane glave za ekstrudiranje, gdje se materijal tali te pod ujednačenim pritiskom ekstrudira kroz mlaznicu. Materijal se vrlo brzo nakon izlaska iz mlaznice pri sobnoj temperaturi učvršćuje te na taj način spaja s prethodno ekstrudiranim materijalom. Glava za ekstrudiranje nanosi materijal na zahtijevane pozicije ovisno o poprečnom presjeku predmeta koji se izrađuje u tom sloju, glava za ekstrudiranje upravlja se prema načelu upravljanja troosnog numerički upravljano obradnog stroja. Nakon nanošenja materijala na određene pozicije na tom sloju glava se podiže za visinu sloja te se postupak ponavlja dok proizvod ne poprimi svoj konačni oblik. Na slici 23 prikazani su svi dijelovi stroja koji se temelji na taložnom učvršćivanju i načelo rada takvog stroja. [19]



Slika 23., Dijelovi stroja za taložno učvršćivanje [19]

Prilikom izgradnje određenog sloja prvotno glava za ekstrudiranje izrađuje vanjske rubove sloja. Debljina tih kontura ovisi o promjeru same mlaznice, a prema istraživanjima pokazalo se da se najbolja mehanička svojstva dobivaju ukoliko se sloj proizvoda izradi s 2 – 5 konturnih linija. Nakon izrade konturnih linija ostatak poprečnog presjeka se ispunjava materijalom ovisno o postotku i obliku ispune koji je korisnik postavio. Ovisno radi li se proizvodu koji treba prenositi mehanička opterećenja ili samo vizualnom primjerku, postotak ispune poprečnog presjeka kreće se između 20 – 100 %. Odabir postotka znatno utječe na mehanička svojstva proizvoda. Na slici 24 prikazani su isprintani modeli s različitim postotkom ispune poprečnog presjeka. [17]



Slika 24. Različiti postotci ispune poprečnog presjeka [17]

Oblik kojim se ispunjava prazan prostor između konturnih linija također se može mijenjati. Oblik ispune nema velikog utjecaja na mehanička svojstva, no pokazalo se da linearni i dijagonalni oblici daju najbolje rezultate. Na slici 25 je prikazano je nekoliko primjera oblika ispune. [17]



Slika 25. Različiti oblici ispune [17]

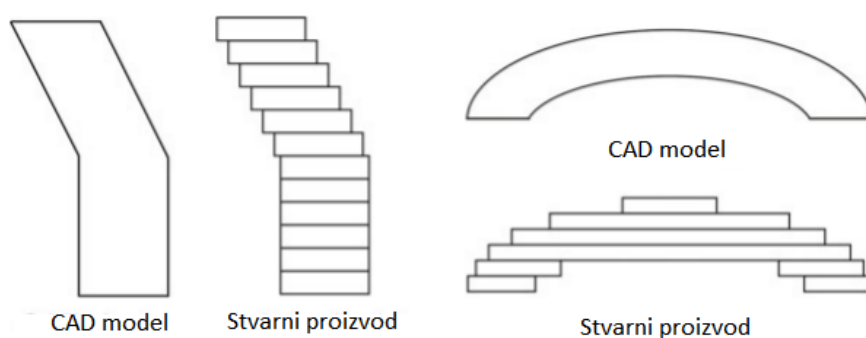


Najčešći materijali koji se koriste za postupak taložnog očvršćivanja su polimeri, polimerni materijali za općenitu upotrebu su ABS i PLA. Postoje i materijali za specifična područja primjene, poput PC – ISO materijala pogodnog za ambalažu hrane i lijekova te izradu medicinskih alata i PPSF-a koji posjeduje svojstvo otpornosti na toplinu. Moguće je proizvesti i metalne proizvode korištenjem posebnih filamenata koji u sebi sadrže metalni prah uz osnovni polimerni materijal, ove proizvode potrebno je naknadno obraditi s pomoću topline kako bi se sinterirao metalni prah, a polimerni materijal sublimirao. Ovim procesom se smanjuje volumen proizvoda, pa je to potrebno uzeti u obzir prilikom konstruiranja. [14], [16]

#### 4.4.2. Prednosti i nedostaci postupaka taložnog očvršćivanja

Glavna je prednost postupaka taložnog očvršćivanja što se uz jednostavan princip uporabe i s niskim investicijskim troškovima mogu proizvesti proizvodi dobrih mehaničkih svojstava iz velikog broja različitih materijala. Male izmjere uređaja, netoksičnost procesa izrade te mala potrošnja energije čine ovu tehnologiju idealnom za niskobudžetne uređaje u kućnoj upotrebi, stoga ni ne čudi popularnost ove tehnologije. [19]

Samo načelo rada postupaka taložnog očvršćivanja utječe na pojavu takozvanog stepeničastog efekta, ovaj efekt predstavlja pojavu vidljivih granica između slojeva na proizvodu izrađenim taložnim očvršćivanjem. Stepeničasti efekt znatno utječe na kvalitetu površine proizvoda i estetski dojam. Ovaj efekt je posebno istaknut kod blago nagnutih i kružnih dijelova konstrukcije. Uz stepeničasti efekt i ograničenje postupka na minimalnu debljinu sloja od 0,01 mm (kod sofisticiranih strojeva, za kućne uređaje je debljina veća) dovodi do nemogućnosti postizanja visoke dimenzijske točnosti. Na slici 26 pojednostavljeno je prikazan stepeničasti efekt. [14]



Slika 26. Stepeničasti efekt [14]

Postupci taložnog očvršćivanja imaju malu brzinu proizvodnje, kako bi se zadržao konstantan tok ekstrudiranog materijala, brzina glave ekstrudera ovisi o mogućnosti grijača da rastali materijal. Grijača komora se može modificirati kako bi se brže i učinkovitije talio materijal, no to rezultira povećanjem mase, što otežava brzo kretanje glave ekstrudera. [16]

Jedan od glavnih nedostataka ovih postupaka je pojava anizotropnosti mehaničkih svojstava u smjeru izgradnje slojeva. Pojam anizotropnosti predstavlja svojstvo proizvoda da mu mehanička svojstva nisu jednake vrijednosti ovisno o smjeru opterećivanja. Osim anizotropnosti svojstava prilikom izgradnje proizvoda s pomoću taložnog očvršćivanja, dolazi do potrebe za potpornom strukturom na određenim mjestima na konstrukciju kako bi se spriječilo propadanje pod vlastitom težinom. Uobičajeno konstrukcije čija se izgradnja odvija pod nagibom većim od 45 stupnjeva zahtijevaju izgradnju potporne strukture. Potpornu strukturu treba izbjegavati jer ju je potrebno naknadno ukloniti s proizvoda što može biti zahtjevan posao te smanjuje učinkovitost proizvodnje zbog povećanja u potrebnom materijalu. [14]

#### **4.4.3. Pravila konstruiranja za postupke taložnog učvršćivanja**

Prilikom konstruiranja za aditivnu proizvodnju potrebno je obratiti pažnju na specifična ograničenja proizvodnosti koja ovi postupci postavljaju. U ovom dijelu rada proći će se kroz nekoliko pravila konstruiranja za aditivnu proizvodnju, s naglaskom na postupke taložnog učvršćivanja s pomoću kojih je moguće proizvesti kvalitetniji proizvod uz manji utrošak materijala i kraće vrijeme proizvodnje. Naravno, kao i kod svakog konstruiranja, i ovdje je bitan faktor intuicije kako bi se zadovoljili zahtjevi koji ponekad znaju biti i konfliktnog karaktera.

##### *4.4.3.1. Izbjegavanje potporne strukture*

Količina potporne strukture potrebne za proizvodnju proizvoda uvelike utječe na većinu bitnih faktora koji se odražavaju na troškove aditivne proizvodnje. Potporna struktura zahtijeva upotrebu dodatnog materijala, te je potrebno i njeno naknadno uklanjanje koje može biti zahtjevno i dugotrajno. Kvaliteta površine na mjestima gdje se potporna struktura nalazila je niže vrijednosti nego na ostatku proizvoda. Prilikom konstruiranja potrebno je, ako je moguće, područja na kojima se mora nalaziti potporna struktura svesti na minimum kako bi se izbjegli negativni faktori koji proizlaze iz upotrebe potporne strukture. [14]

Količinu potporne strukture moguće je smanjiti konstruiranjem proizvoda čija geometrija u smjeru izgradnje nema kut nagiba veći od 45 stupnjeva. Na područjima takvog geometrijskog oblika nije potrebna potporna struktura već je konstrukcija samonosiva. Na slici 27 prikazan je pojednostavljeni grafički prikaz pravila o kutu za samonosivu konstrukciju.



Slika 27. Samonosivi kut za aditivnu proizvodnju [20]

Veliki utjecaj na količinu potporne strukture ima i odluka o orijentaciji predmeta na radnoj platformi. Razlika između dvije orijentacije može biti drastična s obzirom na potrebnu količinu potporne strukture pa ju je potrebno pravilno odabrati. Orijehtacija proizvoda utječe i na anizotropnost i kvalitetu površine (stepeničasti efekt), pa je potrebno procijeniti koji faktor je najbitniji prilikom konstruiranja ukoliko je nemoguće zadovoljiti sve. Primjerice optimalna orijentacija proizvoda za postizanje najbolje kvalitete površine je pod 45 stupnjeva, no logično je za očekivati da će za proizvodnju u takvoj orijentaciji biti potrebna velika količina potpornog materijala. Na slici 28 prikazana je razlika u količini potrebne potporne strukture za dvije orijentacije predmeta na radnoj platformi, zelenom bojom prikazana je potporna struktura, a žutom konstrukcija proizvoda. [14]



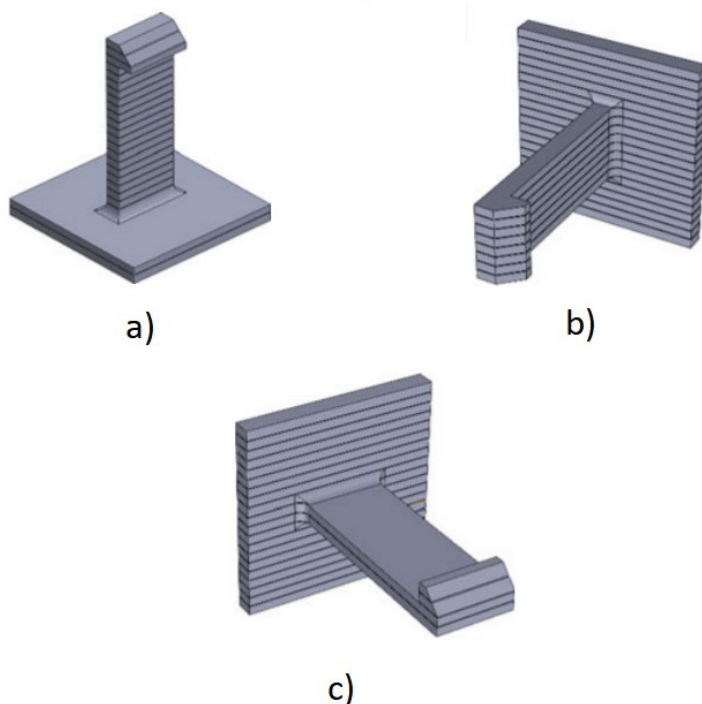
**Slika 28. Utjecaj orijentacije proizvoda na količinu potpornog materijala [14]**

Za olakšano uklanjanje potporne strukture moguće je potporni materijal printati iz materijala koji je topiv u vodi koji se onda nakon izgradnje jednostavno uklanja potapljanjem proizvoda pod vodom. Za ovo je potreban sofisticiraniji stroj za taložno učvršćivanje s dvije glave za ekstrudiranje koji iz jedne mlaznice izgrađuje osnovni proizvod, a drugom potpornu strukturu. Na ovaj način je znatno olakšano uklanjanje potporne strukture, no i dalje se izgradnjom potporne strukture neučinkovito troši materijal i produžava vrijeme proizvodnje.

#### 4.4.3.2. Anizotropnost svojstva

Ukoliko je konstrukcija koja se proizvodi pod mehaničkim opterećenjem posebna pažnja se mora obratiti na orijentaciju proizvoda na radnoj platformi tj. na smjer izgradnje proizvoda. Proizvod proizveden određenim postupcima aditivne proizvodnje imat će slabija mehanička svojstva u smjeru printanja, jer je materijal na mjestu spoja između dva sloja nešto slabiji nego osnovni materijal sloja. Ovaj efekt je posebno istaknut kod postupaka temeljenih na ekstrudiranju materijala. Kako bi se zadržala očekivana mehanička svojstva proizvoda, potrebno je odrediti smjer izgradnje proizvoda, tako da prilikom opterećenja, sile na proizvod djeluju okomito na smjer izgradnje slojeva, a ne paralelno sa slojevima ili u smjeru izgradnje proizvoda.

Na slici 29 prikazano je kako smjer izgradnje slojeva utječe na anizotropnost svojstva konstrukcije, u ovom slučaju konstrukcije kvačice. [14]



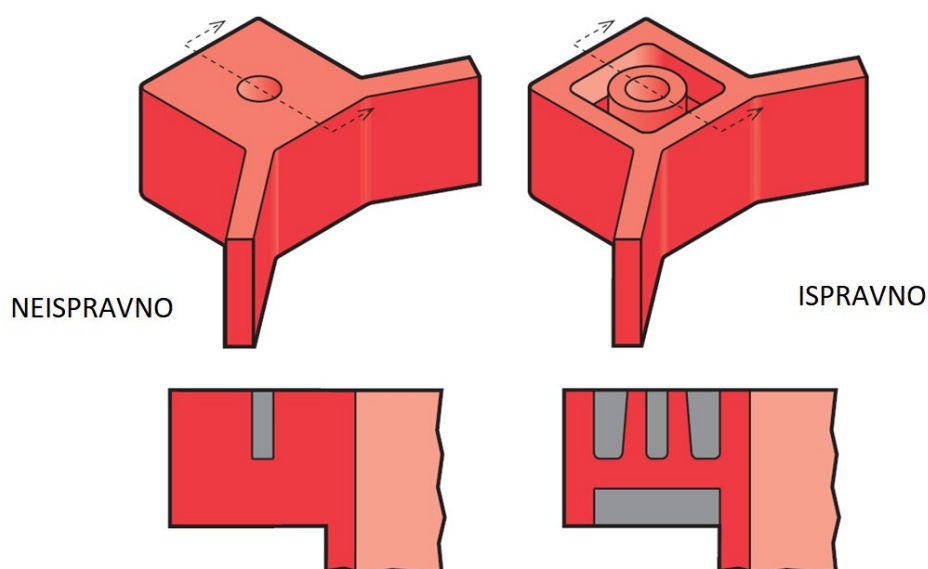
**Slika 29. Utjecaj smjera izgradnje na anizotropnost svojstava [14]**

Na slici 29 je vidljivo da će kvačica a) pod mehaničkim opterećenjem biti slaba i gotovo sigurno podleći lomu. Tijelo kvačice b) će biti slabije od glave dok će kod kvačice c) tijelo moći podnijeti veća mehanička opterećenja od glave. Najgora odluka za smjer izgradnje s obzirom na anizotropnost je na slici 29.a) dok je za pravilan odabir između smjera izgradnje b) i c) potrebno dodatno znanje o opterećenju konstrukcije te kompromis s ostalim faktorima aditivne proizvodnje. [14]

#### 4.4.3.3. Jednolika debljina stijenke proizvoda

Općenito je zadovoljavajuće da debljina stijenke kod postupaka taložnog učvršćivanja bude približna onoj koja se koristi ako bi proizvod bio injekcijski prešan. Za lagane komercijalne proizvode to je između 0,6 mm i 2,5 mm, dok je kod industrijskih proizvoda pod većim opterećenjima raspon debljine stijenke između 3 mm i 5 mm. Kod proizvodnje velikih predmeta s tankim stijenka može doći do pojave vitoperenja, ovaj problem je moguće riješiti upotrebom rebrastih ukrućenja. [14]

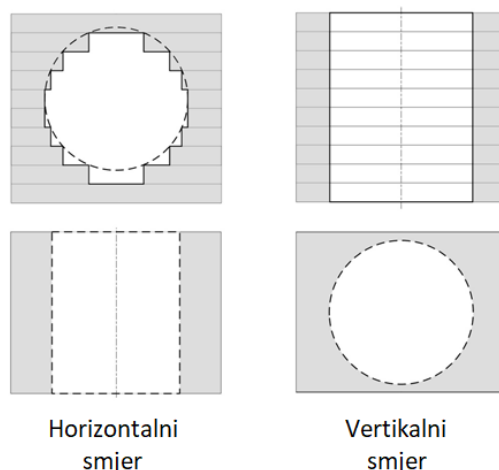
Kod konstruiranja polimernih proizvoda za konvencionalne postupke proizvodnje pa tako i za aditivnu proizvodnju uobičajeno je izbjegavati nagomilavanje materijala ako taj materijal ne obavlja neku zahtijevanu funkciju. Područja nagomilane mase materijala mogu dovesti do negativnih pojava poput vitoperenja i izobličenja proizvoda prilikom hlađenja. Kako bi se maksimalno spriječila pojava vitoperenja proizvoda potrebno je proizvod konstruirati na način da je debljina stijenke ujednačene vrijednosti na cijeloj geometriji ukoliko je to moguće. Na slici 30 prikazano je pravilno i nepravilno konstruiranje proizvoda za aditivnu proizvodnju obzirom na debljinu stijenke. [14]



**Slika 30. Pravilno i nepravilno konstruiranje debljine stijenke proizvoda [17]**

#### 4.4.3.4. Ostala konstrukcijska pravila za taložno očvršćivanje

Ukoliko konstrukcija koju se izrađuje s pomoću aditivne proizvodnje ima provrte, kako bi se postigla najbolja dimenzijska točnost kod izrade provrta potrebno je odabrati smjer izgradnje proizvoda tako da se provrt printa u vertikalnom smjeru. Ukoliko se provrt izgrađuje u horizontalnom smjeru on će malo poprimiti eliptični oblik zbog propada slojeva te će doći do pojave stepeničastog efekta. Na slici 31 prikazana je razlika između provrta printanih u vertikalnom i horizontalnom smjeru. [14]



**Slika 31. Razlika u kvaliteti provrta ovisno o orijentaciji proizvoda [18]**

Ukoliko izrađujemo provrte površine manje od  $5 \text{ mm}^2$  za taj provrt prilikom izgradnje neće biti potrebna potporna struktura, a najmanji mogući provrt koji se može proizvesti u općenitim uvjetima je promjera oko 0,5 mm. Najmanji promjer ovisi o debljini materijala na tom dijelu konstrukcije. Treba uzeti u obzir i da su isprintani provrti uobičajeno manjih dimenzija od onih u CAD modelu, ovaj problem se rješava povećanjem provrta na modelu (generalno za 0,1 mm) ili s pomoću naknadne obrade svrdlom. [14]

Prilikom proizvodnje proizvoda bilo kojom tehnologijom, u pravilu je potrebno zaobliti oštre rubove konstrukcija kako bi se izbjegle moguće ozljede prilikom rukovanja, a i smanjila koncentracija naprezanja koja je izražena na oštrim rubovima, pogotovo unutarnjim, pa je to pravilo potrebno primjenjivati i kod aditivnih tehnologija proizvodnje. Ako je potrebno postići oštre rubove zbog same funkcije proizvoda metodom taložnog očvršćivanje nije moguće postići savršeno oštre rubove zbog radijusa na mlaznici glave ekstrudera. [14]

Pravilo za smanjenje vremena proizvodnje govori da je orijentaciju proizvoda na radnoj platformi potrebno postaviti tako da se stranica proizvoda najmanjih dimenzija nalazi u smjeru izgradnje tj. najmanja dimenzija predstavlja visinu proizvoda. Na ovaj način je broj slojeva koje je potrebno proizvesti najmanji koji se može postići, pa je i samim time vrijeme proizvodnje proizvoda najkraće moguće. Ukoliko konstrukcija može i dalje podnijeti mehanička opterećenja, vrijeme proizvodnje može se skratiti i ostavljanjem samo kontura proizvoda, osim ubrzavanja proizvodnje ovim postupkom se i dobiva proizvod s ujednačenim debljinama stijenki. [14]

Prilikom konstruiranja za aditivnu proizvodnju navedena pravila u prethodnom odlomku mogu poslužiti kako bi se postigao proizvod što bliži optimalnom, koji se učinkovito i isplativo može proizvesti, no treba imati na umu da je funkcija proizvoda najbitnija i on mora biti konstruiran kako bi je ispunio. Na konstruktoru je težak zadatak konstruiranja funkcionalnog proizvoda koji je u isto vrijeme ekonomski isplativ i estetski ugodan. Iako aditivna proizvodnja uklanjanjem većine proizvodnih ograničenja ovo olakšava, taj posao je i dalje zahtjevan.



## 5. EKSPERIMENTALNI DIO

U eksperimentalnom dijelu rada provesti će se topološko optimiranje segmenta konstrukcije robota BCN3D Moveo. Prvo će se odrediti naprezanja koja djeluju na odabrani segment, te će se zadani problem prikazati pomoću sheme. Bit će prikazan cijeli proces topološkog optimiranja u programu Altair Inspire, te će određene projektne odluke biti detaljno objašnjene. Topološki optimirana konstrukcija će zatim biti i proizvedena s pomoću aditivne proizvodnje postupkom taložnog očvršćivanja (FDM postupak), pri čemu će biti prikazani potrebni koraci za proizvodnju.

### 5.1. BCN3D Moveo

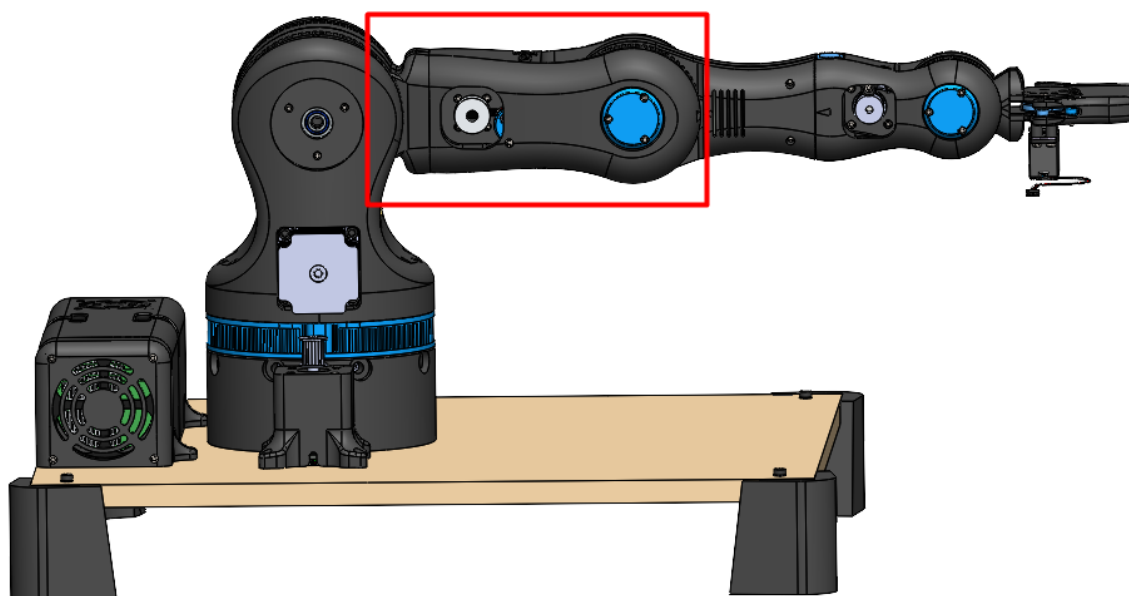
BCN3D Moveo robot je konstruirala tvrtka BCN3D Technologies s ciljem izrade robota koji se može jeftino proizvesti od strane korisnika s pomoću postupaka aditivne proizvodnje. Jednostavnost proizvodnje i slobodni pristup svim CAD modelima konstrukcije čine ovaj robot izvrsnim proizvodom za upotrebu u edukacijskom okruženju. Robot ima 5 stupnjeva slobode gibanja te se pokreće pomoću jednog servo motora i 4 koračna motora koji se upravljaju programom Arduino. Aditivnom proizvodnjom ne mogu se proizvesti jedino motori te razni vijci i matice koji se koriste kod montaže određenih dijelova konstrukcije. Na slici 32 prikazan je BCN3D Moveo. [21]



Slika 32. BCN3D Moveo [21]

## 5.2. Optimiranje konstrukcije segmenta BCN3D Moveo

Topološko optimiranje segmenta BCN3D Moveo provesti će se s obzirom na statička opterećenja koja djeluju na konstrukciju robota. Najveća statička opterećenja na konstrukciju robota pojavit će se ukoliko se robot nalazi u položaju u kojem je ispružen u horizontalnoj ravnini, kao što je prikazano na slici 33. U tom položaju najviše će biti opterećen drugi segment robota (na slici 33 označen crvenom bojom) te će se za njega provesti topološko optimiranje. Optimiranje će se provesti s ciljem maksimiranja krutosti uz ograničenje na masu konstrukcije dobivene optimiranjem. Na ovaj način optimirana konstrukcija će biti manje mase i boljih dinamičkih svojstava, a zadržat će se krutost konstrukcije koja je potrebna za održavanje preciznosti samog robota.

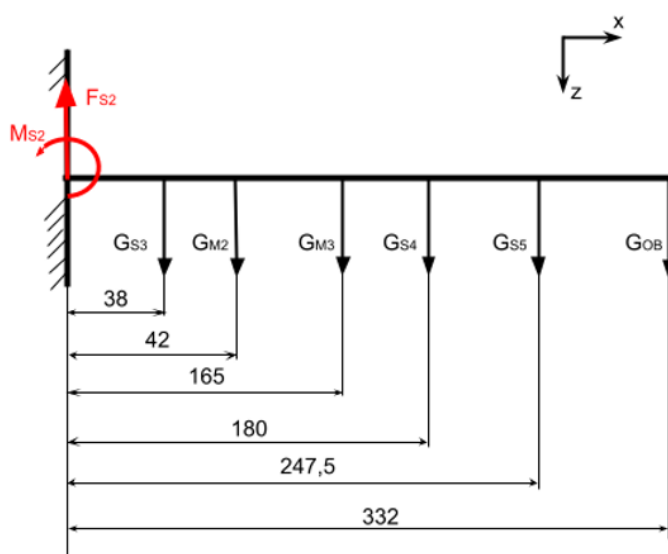


Slika 33. BCN3D Moveo u najnepovoljnijem položaju

Prema slici 33 logično je očekivati da će se najveća naprezanja u segmentu nalaziti na lijevom dijelu u blizini zgloba, te da će se optimiranjem materijal vjerojatno oduzeti na području označenom crvenom bojom. No kako bi se pravilno provelo topološko optimiranje potrebno je analizirati konstrukciju te odrediti sva opterećenja koja djeluju na segment koji će se optimirati. U ovoj poziciji na robot utječu sile gravitacije koje nastaju zbog mase njegovih segmenata. Moraju se uzeti u obzir i sile nastale zbog mase motora te eventualno masa predmeta kojeg robot prenosi s pomoću hvataljke.

### 5.2.1. Opterećenje konstrukcije

Kako bi se napravio simulacijski model za drugi (najopterećeniji) segment robota, potrebno je pronaći sve sile koje djeluju na njega. Zglob između drugog i trećeg segmenta robota se kod statičkog stanja opterećenja može zamijeniti s uklještenjem, a utjecaj gravitacijskih sila preostalih segmenta na opterećenje drugog segmenta robotske konstrukcije se dobiva izračunavanjem reakcijskih sila koje djeluju u uklještenju. Na slici 34 prikazana su sva opterećenja koja djeluju na konstrukciju te potrebne dimenzije za izračunavanje reakcijskih sila. [22]



Slika 34. Opterećenja na drugi segment

Kako bi se izračunale reakcijske sile koje djeluju na drugi segment robota, potrebno je postaviti jednadžbe ravnoteže:

$$\sum F_Z = 0 \quad (34)$$

$$F_{S2} = G_{S3} + G_{M2} + G_{M3} + G_{S4} + G_{S5} + G_{OB} ; \quad (35)$$

$$= 8 + 2,3 + 1,8 + 3,2 + 2,3 + 2,5 = 20 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \quad (36)$$

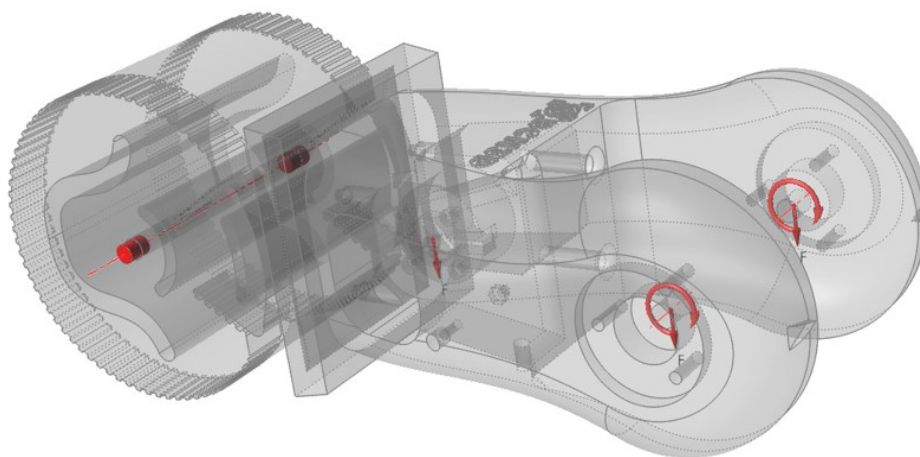
$$M_{S2} = G_{S3} \cdot 38 + G_{M2} \cdot 42 + G_{M3} \cdot 165 + G_{S4} \cdot 180 + G_{S5} \cdot 247,5 + G_{OB} \cdot 332 ; \quad (37)$$

$$= 8 \cdot 38 + 2,3 \cdot 42 + 1,8 \cdot 165 + 3,2 \cdot 180 + 2,3 \cdot 247,5 + 2,5 \cdot 332 ;$$

$$= 2673 \text{ Nmm}$$

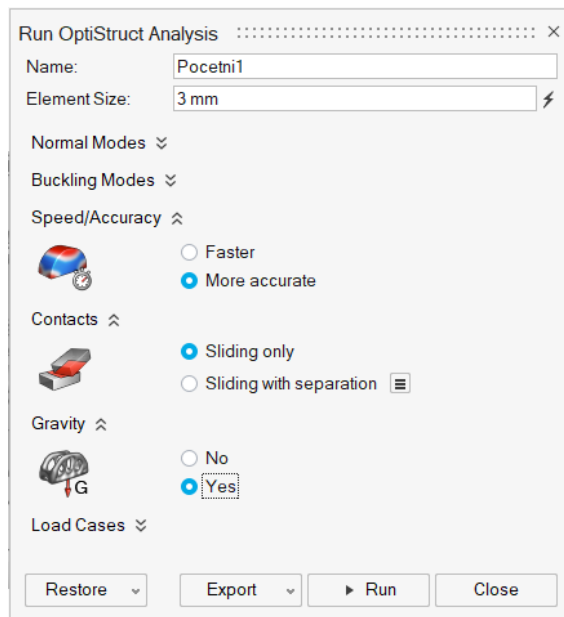
gdje su :  $G_{S3-5}$  – sile koje uzrokuju mase pojedinih segmenata,  $G_{M2,3}$  – sile koje uzrokuju mase motora unutar segmenata, a  $G_{OB}$  – sila koju uzrokuje masa objekta koju prenosi robot pomoću hvataljke ( robot se koristi za edukacijske svrhe pa je procijenjena maksimalna masa objekta od 0,25 kg). Gravitacijske sile koje uzrokuju mase i pozicije težišta u kojem djeluju su se odredile s pomoću Solidworks-a iz CAD modela segmenata.

Prvo je potrebno provesti analizu početne konstrukcije kako bi se rezultati odziva konstrukcije mogli usporediti s onima dobivenim optimiranjem. Za simulacijski model se zglob između prvog i drugog segmenta aproksimirao s pomoću uklještenja. Reakcijska sila i moment izazvani gravitacijskim silama ostalih segmenata moraju se jednako podijeliti na dva oslonca vratila. Moment na svakom osloncu tada iznosi 1337 Nmm, a sila 10 N. Potrebno je i na model dodati silu koja predstavlja gravitacijsku silu uzrokovanu masom motora koji se nalazi u drugom segmentu, ona iznosi 5,2 N. Za simulacijski model potrebno je i izabrati materijal, u ovom slučaju materijal je PLA koji se upotrebljava za aditivnu proizvodnju. Bitna mehanička svojstva materijala su: Youngov modul  $E = 3600$  MPa, gustoća  $\rho = 1,24$  g/cm<sup>3</sup> i granica elastičnosti  $\sigma_e = 60$  MPa. Na slici 35 prikazan je simulacijski model drugog segmenta robota unutar programa Altair Inspire (model je transparentan kako bi se vidjele sve sile).



**Slika 35. Simulacijski model početne konstrukcije**

Nakon izrade simulacijskog modela potrebno je provesti analizu konstrukcije. Analizom konstrukcije unutar Altair Inspire-a dobivaju se razni parametri poput progiba, Von Mises naprezanja, faktora sigurnosti, itd. Na slici 36 su prikazane postavke koje su upotrijebljene prilikom analize ove konstrukcije. Za ovu konstrukciju potrebno je omogućiti djelovanje gravitacijske sile, kako bi se uzelo u obzir djelovanje mase drugog segmenta na uklještenje.

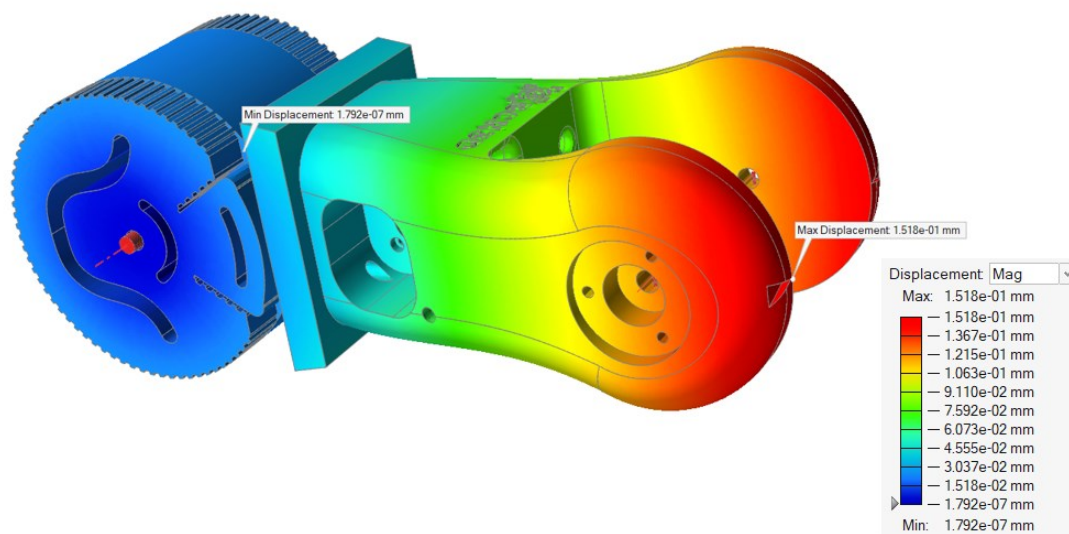


Slika 36. Postavke za strukturalnu analizu konstrukcije u Altair Inspire-u

Rezultati odziva za početnu konstrukciju drugog segmenta robota su:

- Maksimalni progib  $u = 0,1518$  mm
- Maksimalno naprezanje  $\sigma_{MAX} = 3,6$  MPa
- Masa segmenta  $m_{SEG} = 0,95$  kg.

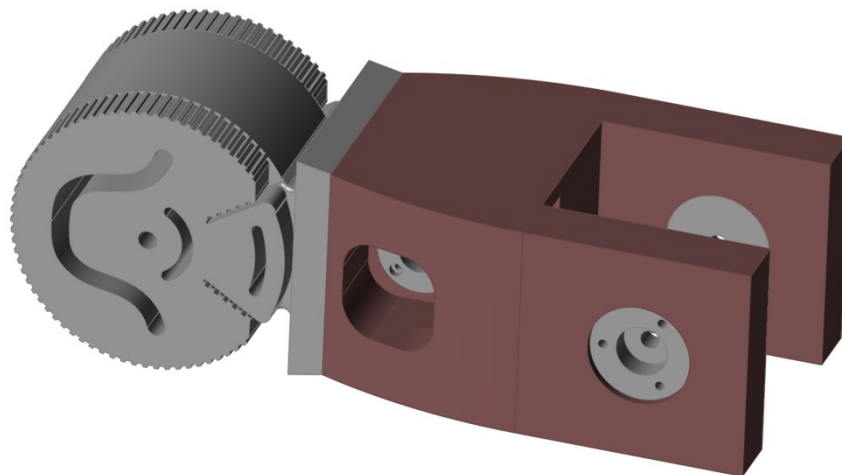
Kao što je vidljivo iz rezultata analize konstrukcije naprezanja koja uzrokuju gravitacijske sile nisu ni blizu granice elastičnosti osnovnog materijala tj. faktor sigurnosti je velike vrijednosti. Ako bi se u ovom slučaju provodilo optimiranje s ciljem minimiranja mase konstrukcije, algoritam za optimiranje bi modelirao konstrukciju vrlo male mase s vrlo niskom krutosti, koja ne bi bila povoljna za rad robota. Maksimiranje krutosti konstrukcije uz ograničenje mase segmenta najbolji je algoritam za postizanje poboljšane konstrukcije u odnosu na početnu koji nam nudi program Altair Inspire za ovaj slučaj. Lijevi dio konstrukcije drugog segmenta neće ulaziti u proces topološkog optimiranja, jer se na njemu nalazi prihvat za zupčani remen pa je i samim time njegova geometrija prekompleksna i područje koje bi bilo prikladno za projektni prostor prilikom topološkog optimiranja nije dovoljno velikih dimenzija. Stoga je u proračun mase konstrukcije uveden samo dio segmenta na kojem će se provesti topološko optimiranje. Na slici 37 vizualno je prikazana raspodjela progiba dobivena strukturalnom analizom početne konstrukcije.



Slika 37. Strukturalna analiza početne konstrukcije

### 5.3. Topološko optimiranje konstrukcije

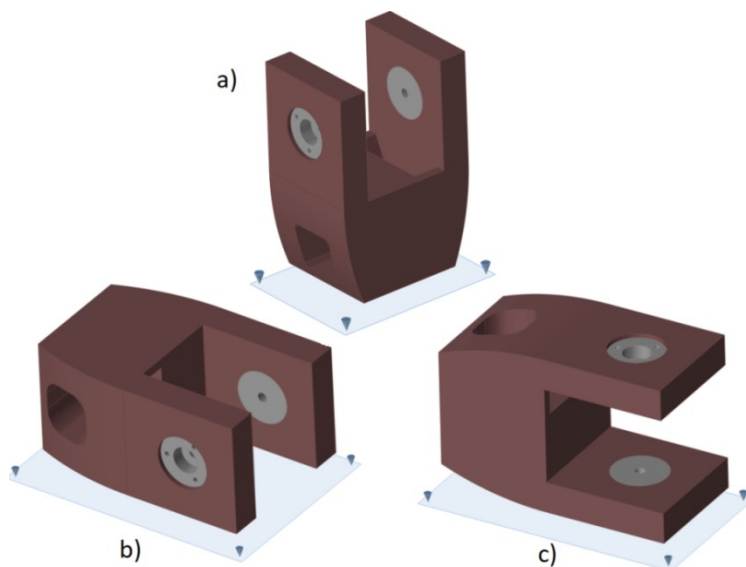
Kako bi se najbolje provelo topološko optimiranje, potrebno je prvo pojednostaviti model početne konstrukcije uklanjanjem nepotrebnih detalja na modelu, koji nisu nužni za funkcioniranje proizvoda, poput provrta, radijusa, teksta i ostalih estetskih detalja. Na ovaj način dobiva se model koji zauzima najveći mogući volumen koji je ograničen funkcionalnim potrebama proizvoda. Algoritam za optimiranje na većem projektnom prostoru može pronaći rješenje bliže optimalnom za konstrukciju zbog većeg broja opcija koje se mogu isprobati. Za ovaj slučaj je na pojednostavljenom modelu potrebno ostaviti prostor za rotaciju trećeg segmenta robota oko osi rotacije na drugom segmentu te prostor za motor koji se treba nalaziti na drugom segmentu kao i prostor za zupčasti remen koji povezuje motor i treći segment robota. Nakon što je izrađen pojednostavljeni model za potrebe optimiranja, odabire se projektni prostor unutar kojeg će se pomoću algoritama optimiranja oduzeti materijal gdje je nepotreban. Kako bi se osigurale neke površine na modelu koje su potrebne za funkcioniranje proizvoda, potrebno ih je izuzeti iz projektnog prostora. Za ovu konstrukciju to su dva kružna nosača na kojima se nalaze ležajevi koji omogućuju rotaciju vratila te osigurači za sprječavanje aksijalnog pomaka ležajeva i kružni prihvat za motor koji osigurava stabilnost motora. Na slici 38 se nalazi pojednostavljeni model početne konstrukcije, crvenom bojom je označen projektni prostor, a sivom prostor koji se neće mijenjati tijekom optimiranja.



**Slika 38. Pojednostavljeni model početne konstrukcije**

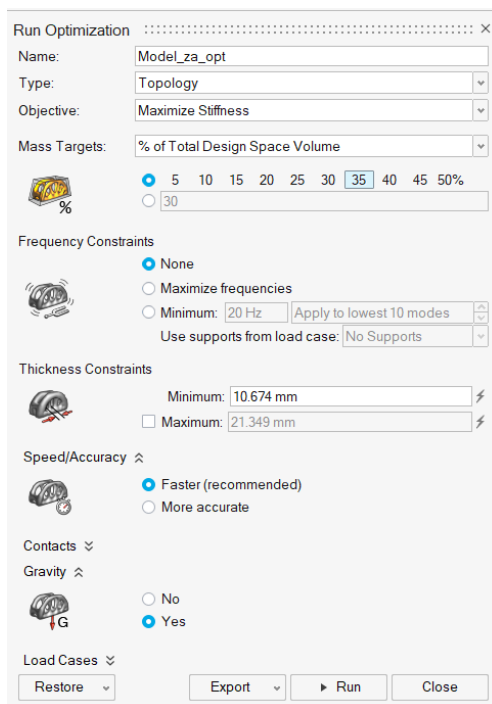
Prije provođenja samog optimiranja potrebno je na model za optimiranje zadati zahtjeve za povećanje proizvodnosti optimirane konstrukcije. U programu Altair Inspire mogu se dodati sljedeća proizvodna ograničenja: ograničenje kontinuiranosti poprečnog presjeka za olakšanu proizvodnju ekstrudiranjem, ograničenje za sprječavanje podreza kod proizvodnje s pomoću kalupa za slučajeve da se razdjelna linija na proizvodu nalazi unutar projektnog prostora ili na vanjskim granica projektnog prostora, radijalno ograničenje koje sprječava stvaranje geometrijskih oblika, kod kojih bi dolazilo do kolizije alata s obratkom prilikom proizvodnje konstrukcije strojnom obradom, ograničenje kuta izgradnje novih slojeva koji stvara geometrijski oblik koji je samonosiv i prilikom proizvodnje aditivnim postupcima ne zahtijeva potpurnu strukturu te ograničenje simetričnosti.

Ova konstrukcija se proizvodi aditivnom tehnologijom, pa je potrebno postaviti ograničenje kuta izgradnje ovisno o smjeru izgradnje proizvoda. Na slici 39 prikazane su moguće orijentacije proizvoda na radnoj platformi za ovu konstrukciju, svaka od njih ima svoje prednosti i nedostatke. Smjer izgradnje je okomit na plavu površinu. Za smjer izgradnje povezan sa slikom 39 a bit će potrebno najmanje potporne strukture no dobivena konstrukcija će biti opterećena u smjeru izgradnje slojeva što može dovesti do pojave loma (anizotropnost), tako da ova orijentacija nije dobra opcija. Orijentacije prikazane slikom 39 b i 39 c proizvest će konstrukciju dobrih mehaničkih svojstava u smjeru opterećenja. Provrti na konstrukciji sa smjerom izgradnje, kao na slici 39 b, bit će manje dimenzijske točnosti te će ih biti potrebno naknadno obraditi, dok će za proizvodnju konstrukcije sa smjerom izgradnje prikazanim na slici 39 c biti potrebna velika količina potporne strukture.



Slika 39. Moguće orijentacije proizvoda na radnoj platformi

Orijentacije prikazane na slici 39 b i 39 c prikladni su odabiri za konstrukciju koju je potrebno optimirati. Pošto je teško intuicijom razlučiti koja je orijentacija bolja, za obje će se provesti proces topološkog optimiranja s ciljem postizanja maksimalne krutosti uz ograničenje da volumen konstrukcije može poprimiti vrijednosti u rasponu od 35 do 50 % volumena početne pojednostavljene konstrukcije. Na slici 40 prikazane su postavke korištene za optimiranje.



Slika 40. Postavke za topološko optimiranje korištene u Altair Inspire-u



### 5.3.1. Rezultati topološkog optimiranja

Nakon provođenja procesa topološkog optimiranja za proizvod u obje orijentacije te u rasponu od 35 % do 50 % početnog volumena provedena je strukturalna analiza dobivenih konstrukcija. Rezultati analize za orijentaciju proizvoda kao na slici 39 b prikazani su u tablici 2. Usporedba konstrukcija provedena je prema kriterijima mase nakon optimiranja, maksimalnog progiba te maksimalnog naprezanja.

**Tablica 2. Rezultati strukturalne analize za optimirane konstrukcije pod orijentacijom b**

Postotak početnog volumena	Masa konstrukcije [kg]	Maksimalni progib [mm]	Maksimalno naprezanje [MPa]
35 %	0,55	0,1136	1,723
40 %	0,6	0,1125	1,724
45 %	0,64	0,1114	1,726
50 %	0,69	0,1104	1,728

U tablici 3. su rezultati strukturalne analize konstrukcija za orijentaciju kao na slici 39 c.

**Tablica 3. Rezultati strukturalne analize za optimirane konstrukcije pod orijentacijom c**

Postotak početnog volumena	Masa konstrukcije [kg]	Maksimalni progib [mm]	Maksimalno naprezanje [MPa]
35 %	0,53	0,1200	1,736
40 %	0,61	0,1119	1,753
45 %	0,64	0,1124	1,735
50 %	0,68	0,1127	1,727

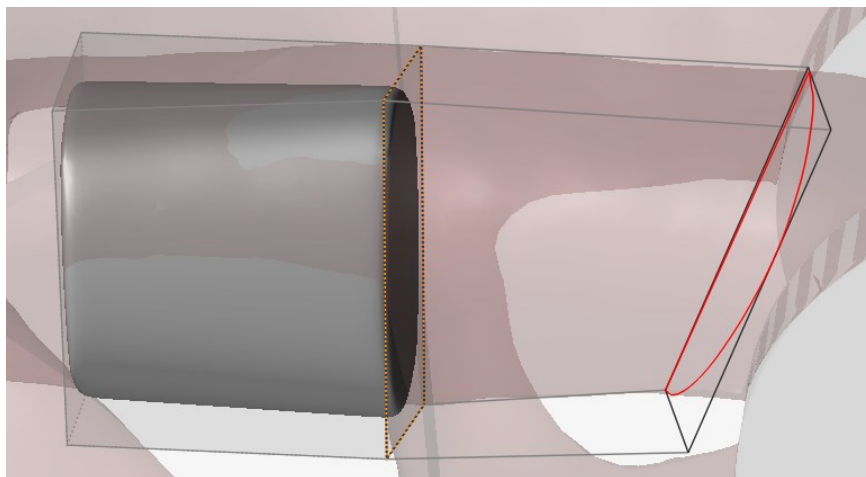
Iz rezultata se može zaključiti da sa smanjenjem volumena konstrukcije maksimalni progib i maksimalno naprezanje konstrukcije blago rastu ili zadržavaju jednaku vrijednost. Ovo proizlazi iz činjenice da gravitacijska sila izazvana masom same konstrukcije drugog segmenta robota predstavlja jedno od većih opterećenja na zglob između prvog i drugog segmenta robota. Vidljivo je da su se za obje orijentacije najbolji rezultati postigli kod ograničenja volumena na 35 % početnog.

Za postotke manje od 35 % početnog volumena dolazi do pojave dijelova konstrukcije koji nisu spojeni s ostatkom konstrukcije. Za konstrukcije dobivene algoritmom za optimiranje uz ograničenje volumena na 35 % početnog provest će se rekonstrukcija pomoću opcije Polynurbs kako bi se mogle dalje usporediti.

### **5.3.2. Rekonstrukcija geometrije konstrukcije dobivene topološkim optimiranjem**

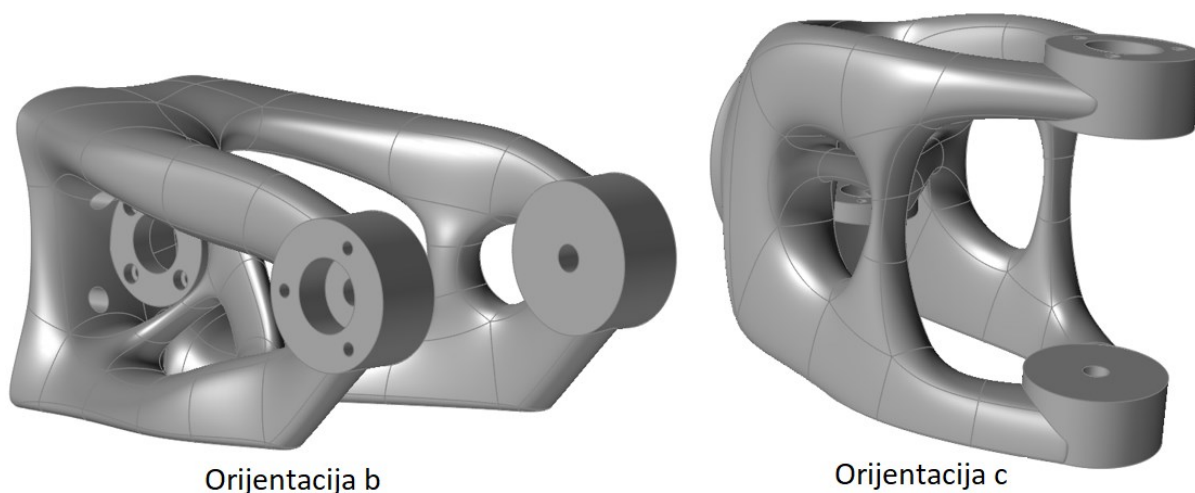
Konstrukcija dobivena algoritmom za optimiranje unutar programa Altair Inspire ne može se izravno koristiti, već je samo prijedlog za konstruktora kako izgleda optimalna geometrija. Potreba za rekonstrukcijom geometrije optimalne konstrukcije dobivene programom proizlazi iz rješavanja problema optimiranja diskretizacijom domene upotrebom konačnih elemenata, na taj način dobiva se konstrukcija čije konture ovise o gustoći (finoći) zadane mreže elemenata. Pošto su kod problema topološkog optimiranja konačni elementi zapravo projektne varijable, kako bi se izbjegla potreba za velikim računalnim resursima i dugotrajnim procesima optimiranja, finoća mreže elemenata je znatno manja nego kod klasične strukturalne analize, pa se i samim time dobivaju konstrukcije koje izgledaju neuglađeno tj. potrebno ih je rekonstruirati.

Za rekonstrukciju geometrije u Altair Inspire-u koristi se opcija Polynurbs koja omogućava interpolaciju dobivene optimalne konstrukcije s pomoću slobodnih geometrijskih značajki definiranih putem nadređene kavezne strukture. Prilikom rekonstrukcije geometrije s pomoću opcije Polynurbs najviše se koristi naredba „Wrap“ koja omogućava stvaranje Polynurbs geometrije na mjestima određenim prethodno dobivenom optimalnom konstrukcijom. S pomoću naredbe „Bridge“ provodi se spajanje dviju ili više odvojenih Polynurbs geometrija interpolacijskim dodavanjem materijala između njih. Još jedna često korištena naredba je „Sharpen“ koja određuje koliko približno Polynurbs geometrija prati konture nadređene kavezne strukture, omogućene su tri razine od potpune jednakosti s konturama kaveza do samo približne interpolacije. Za povezivanje Polynurbs geometrija s ostatkom konstrukcije van projektnog prostora koristi se naredba „Boolean“. Na slici 41 prikazana je upotreba naredbe „Wrap“



**Slika 41. Upotreba naredbe „Wrap“**

Rekonstrukcijom geometrije pomoću opcije Polynurbs za optimirane konstrukcije sa ograničenjem početnog volumena na 35 % za obje orijentacije prilikom proizvodnje dobiveni su geometrijski oblici prikazani slikom 42.



**Slika 42. Polynurbs rekonstrukcija geometrije optimiranih konstrukcija**

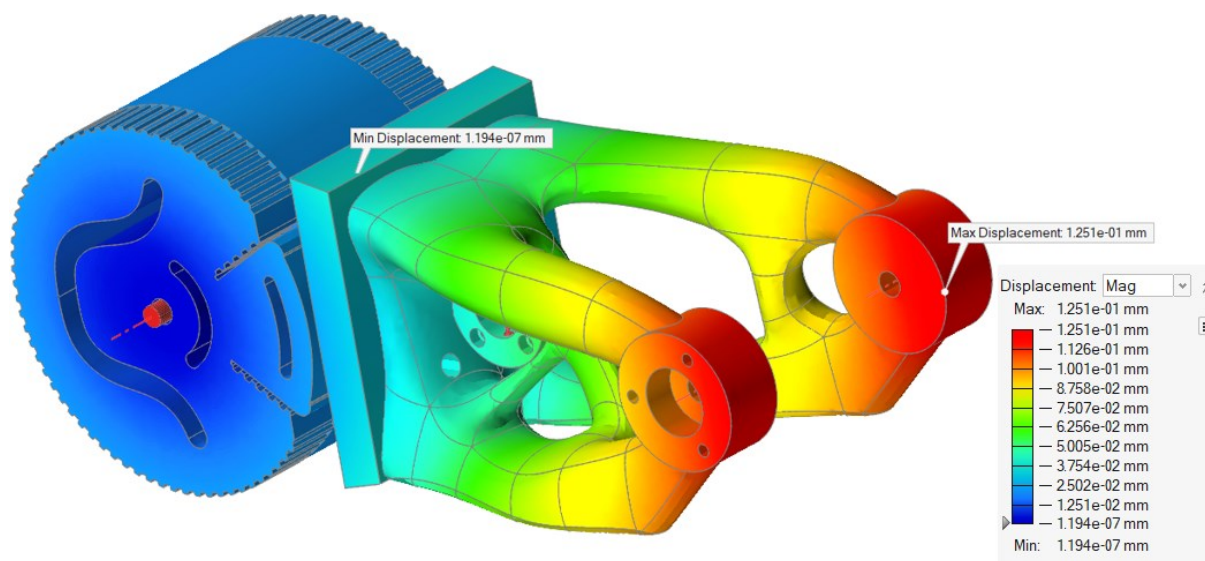
Rekonstrukcija geometrije s pomoću Polynurbsa zna biti kompliciran zadatak i znatno ovisi o ljudskom faktoru i posebnostima same konstrukcije dobivene optimiranjem, pa je stoga naknadnom analizom moguće dobiti rezultate koji se razlikuju od onih koji su dobiveni analizom konstrukcije dobivenom s pomoću algoritma za optimiranje. Rezultati dobiveni analizom obje konstrukcije prikazani su u tablici 4.

Tablica 4. Rezultati strukturalne analize rekonstruiranih konstrukcija

	Masa [kg]	Maksimalni progib [mm]	Maksimalno naprezanje [MPa]
Orijentacija b	0,57	0,1246	4,3
Orijentacija c	0,66	0,1261	4,5

Iz rezultata se može zaključiti da je konstrukcija koja se proizvodi u orijentaciji b bila znatno pogodnija za rekonstrukciju s pomoću opcije Polynurbs, pa su zato i njezini parametri puno bliži onima dobivenim algoritmom za optimiranje. Rezultati upućuju da je konstrukcija dobivena maksimiranjem krutosti uz ograničenje volumena na 35 % početnog te se izgrađuje u orijentaciji b najbolja koja se može postići topološkim optimiranjem u programu Altair Inspire. U odnosu na početnu konstrukciju, optimirana konstrukcija je manje mase i veće krutosti dok i dalje zadržava dovoljnu čvrstoću uz veliki faktor sigurnosti.

Na slici 43 prikazana je raspodjela progiba dobivena strukturalnom analizom za konstrukciju dobivenu topološkim optimiranjem koja će se proizvoditi.



Slika 43. Strukturalna analiza progiba optimirane konstrukcije

### 5.3.3. Analiza rezultata i usporedba optimirane i početne konstrukcije

Topološkim optimiranjem drugog segmenta robota BCN3D Moveo dobivena je konstrukcija kompleksnog oblika koja je prilagođena za proizvodnju pomoću aditivnih postupaka. Kako bi se uvidjelo da li je optimiranjem dobivena poboljšana konstrukcija, optimirana konstrukcija uspoređena je s početnom prema bitnim parametrima za funkcionalnost i proizvodnju konstrukcije, rezultati su prikazani u tablici 5.

**Tablica 5. Usporedba početne i optimirane konstrukcije**

	Početna konstrukcija	Optimirana konstrukcija	Postotak promjene
Maksimalni progib	0,1518 mm	0,1246 mm	-17,92 %
Maksimalno naprezanje	3,6 MPa	4,3 MPa	19,44 %
Masa (bez potporne strukture)	0,95 kg	0,57 kg	-40 %
Masa (s potpornom strukturom)	1 kg	0,63 kg	-37 %
Procijenjeno vrijeme proizvodnje	93 h i 54 min	57 h i 48 min	-38,45 %
Procijenjena cijena proizvodnje	198,7 kn	125,2 kn	-36,67 %

Kao što je vidljivo iz rezultata, topološkim optimiranjem dobivena je konstrukcija s poboljšanim bitnim parametrima za funkcionalnost i proizvodnost konstrukcije u odnosu na početnu konstrukciju. Upotreba algoritma za optimiranje s ciljem maksimiranja krutosti uz ograničenje volumena dovela je do znatnog smanjenja u masi konstrukcije uz povećanje krutosti, dok je maksimalno naprezanje u konstrukcije poraslo, no i dalje je daleko ispod granice elastičnosti materijala. Rezultati upućuju na to da je segment robota bio prikladna konstrukcija za topološko optimiranje te je kroz jednostavan i intuitivan proces, uz poznavanje nekoliko početnih podataka, s pomoću algoritma za optimiranje programa Altair Inspire dobivena konstrukcija sa znatno boljim svojstvima od početne.

## 5.4. Proizvodnja optimirane konstrukcije

Konstrukcija je proizvedena u Centru za Aditivne Tehnologije na Fakultetu Strojarstva i Brodogradnje s pomoću uređaja za aditivnu proizvodnju MakerBot Replicator 2x čije se načelo rada temelji na postupku taložnog očvršćivanja.

### 5.4.1. *MakerBot Replicator 2x*

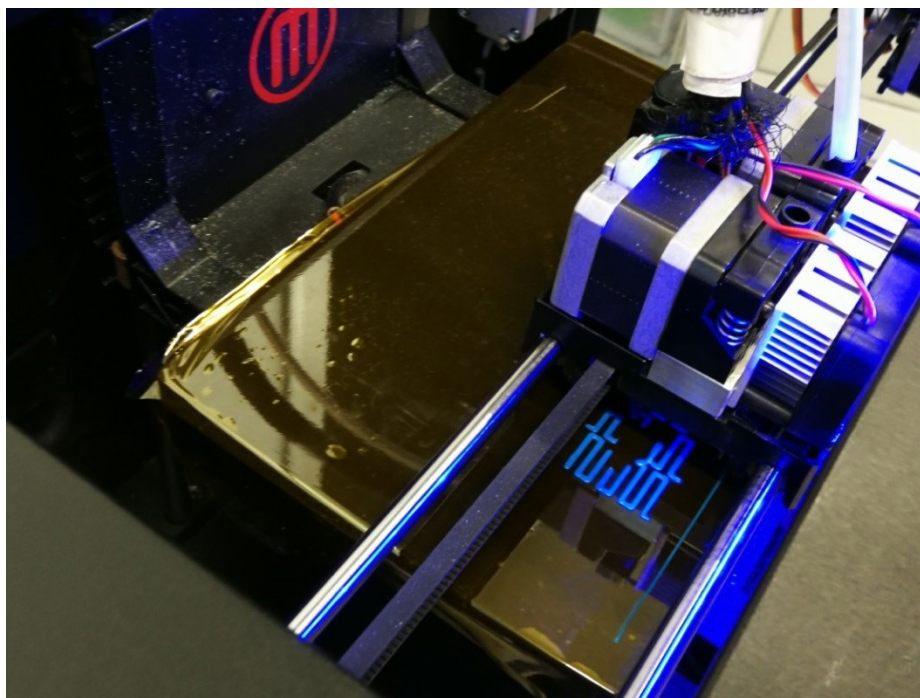
MakerBot Replicator 2x uređaj je za aditivnu proizvodnju postupkom taložnog očvršćivanja i spada među niskobudžetne uređaje za aditivnu proizvodnju namijenjene za kućnu upotrebu. Proizvodni volumen mu je dimenzija 246 x 152 x 155 mm, te je izoliran polimernim kućištem kako bi se olakšalo zadržavanje konstantne temperature unutar proizvodnog prostora, što omogućuje proizvodnju konstrukcija iz ABS-a koji je posebno osjetljiv na temperaturne promjene tijekom proizvodnje. Osim iz ABS-a na uređaju je moguće izrađivati proizvode iz PLA-a. Uređaj ima dvije grijane mlaznice pomoću kojih je moguće printanje u dvije boje ili printanje potporne strukture materijalom koji je topiv u vodi, što znatno olakšava naknadnu obradu proizvedenog dijela. Najmanja moguća debljina sloja koja se postiže pomoću stroja je 0,1 mm, što omogućava prikazivanje detalja malih dimenzija te postizanje dobre kvalitete površine. Na slici 44 prikazan je uređaj MakerBot Replicator 2x.



Slika 44. MakerBot Replicator 2x

### 5.4.2. Postupak proizvodnje

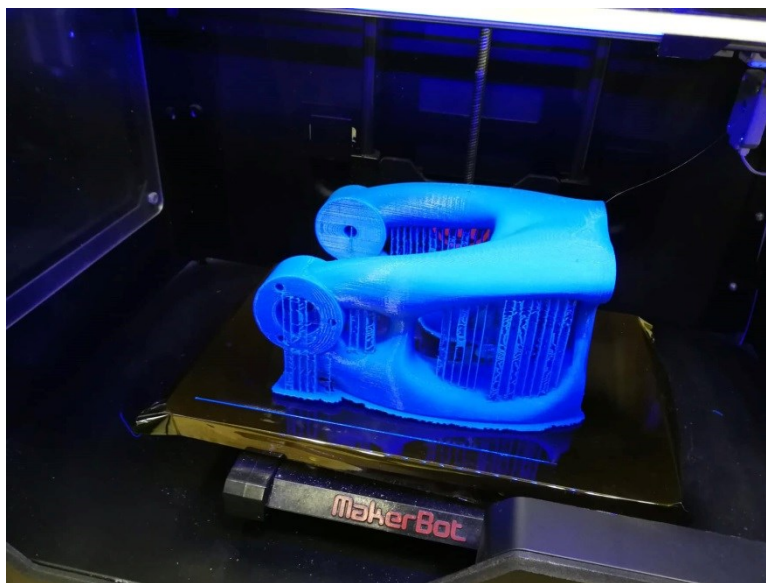
Prije korištenja samog uređaja za aditivnu proizvodnju potrebno je model koji će se proizvoditi s pomoću posebnih programa, kolokvijalno poznatih kao „sliceri“, rastaviti u zasebne slojeve (debljinu slojeva određuje korisnik). S pomoću ovih programa informacije o modelu se transformiraju u jezik koji uređaj za aditivnu proizvodnju može razumjeti, tj. stvaraju se upute za kretanje mlaznice uređaja u obliku G-koda. S pomoću ovih programa moguće je i prilagođavanje raznih radnih parametara aditivne proizvodnje, poput brzine mlaznice, postotka ispune, temperature mlaznice, gustoće potporne strukture, ..., itd. Za MakerBot-ove uređaje za aditivnu proizvodnju razvijen je poseban program za rezanje koji je prilagođen specifično njima imena MakerBot Print, no mogu se koristiti i popularni općenitiji programi kao što su Ultimaker Cura, ili Slic3r. Parametri za proizvodnju prototipa konstrukcije iznosili su: debljina sloja 0,2 mm, temperatura radne platforme 110 °C, temperatura ekstrudera 230 °C, gustoća ispune dijagonalnog oblika 30 %, a omogućena je i opcija izrade baze (eng. *raft*) koja znatno pospješuje prianjanje prvog sloja konstrukcije na radnu platformu. Na slici 45 prikazana je izrada prvog sloja konstrukcije s pomoću uređaja MakerBot Replicator 2x.



Slika 45. Izrada prvog sloja konstrukcije uređajem MakerBot Replicator 2x

Vrijeme proizvodnje prototipa konstrukcije iznosilo je oko 12 sati.

Na slici 46 prikazana je konstrukcija nakon završetka procesa proizvodnje na MakerBot Replicator 2x uređaju za aditivnu proizvodnju.



**Slika 46. Konstrukcija na kraju procesa proizvodnje**

Nakon završetka proizvodnje potrebno je ukloniti potpurnu strukturu i bazu s konstrukcije, većinu potporne strukture moguće je ukloniti ručno, no u mnogim slučajevima za potpuno uklanjanje potporne strukture potrebno je koristiti i alate poput skalpela i brusnog papira. Ukoliko je konstrukcija proizvedena iz ABS-a, ostaci potporne strukture učinkovito se uklanjaju upotrebom acetona. Na slici 47 prikazan je proizvod nakon naknadne obrade.



**Slika 47. Proizvod nakon uklanjanja potporne strukture**



## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazan je proces topološkog optimiranja segmenta robota BCN3D Moveo za aditivnu proizvodnju u programu Altair Inspire. Konstrukcija se optimirala s ciljem postizanja maksimalne krutosti uz ograničenje na volumen konstrukcije. Postupak optimiranja proveden je u rasponu od 50 % do 35 % početnog volumena konstrukcije. Zbog posebnosti aditivnih postupaka proizvodnje, točnije postupka taložnog očvršćivanja bilo je potrebno i provesti dodatne procese optimiranja ovisno o orijentaciji konstrukcije na radnoj platformi uređaja za aditivnu proizvodnju. Najbolji rezultati postignuti su za konstrukciju s ograničenjem volumena na 35 % od početnog uz orijentaciju kao na slici 39 b.

Optimiranjem konstrukcije povećana je krutost za 17,92 % uz smanjenje mase za 40 % u odnosu na početnu, te je zadržana dovoljna čvrstoća kojom je zadovoljen faktor sigurnosti. Na temelju rezultata se može zaključiti da je optimiranjem dobivena znatno poboljšana konstrukcija te da je konstrukcijska metoda topološko optimiranje prikladna za upotrebu na zadanoj konstrukciji.

U sklopu rada izrađen je i prototip optimirane konstrukcije na uređaju za aditivnu proizvodnju MakerBot Replicator 2x u Centru za Aditivne Tehnologije na Fakultetu Strojарstva i Brodogradnje. Proces proizvodnje trajao je oko 12 sati, te na dobivenom proizvodu, nakon naknadne obrade nisu uočene značajne greške.

Daljnji rad vezan uz ovu temu trebao bi se usmjeriti na eksperimentalnu analizu mehaničkih svojstva topološki optimirane konstrukcije te provođenje postupka topološkog optimiranja s obzirom na dinamičke sile koje nastaju u radu robota, koji se također može provesti u programu Altair Inspire.

## LITERATURA

- [1] Lakshmi Srinivas G, Arshad J. Topology optimization of KUKA KR16 industrial robot using equivalent static load method. In: 2021 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference; Toronto, Kanada, 21.04 – 24.04.2021
- [2] Christensen WP, Klarbring A. An introduction to structural optimization. Linköping: Spriger; 2009.
- [3] Ščap D, Jokić A. Optimiranje mehaničkih konstrukcija. Zagreb: 2014.
- [4] [https://en.wikipedia.org/wiki/Lagrange\\_multiplier](https://en.wikipedia.org/wiki/Lagrange_multiplier) (posjećeno 20.11.2021.)
- [5] Rothwell A. Optimization methods in structural design. Delft: Spriger; 2017.
- [6] Bendsoe MP, Sigmund O. Topology optimization: Theory, methods and applications. Lyngby: Spriger; 2004.
- [7] <https://www.topopt.mek.dtu.dk/> (posjećeno 20.11.2021.)
- [8] Nithin R, Ferguson I, Frecker M, Simpson WT, Dickman JC. Topology optimization software for additive manufacturing: A review of current capabilities and a real-world example. In: ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference; Charlotte, SAD, 21.04-24.04.2016.
- [9] <http://www.vrand.com/products/genesis/> (posjećeno 12.12.2021.)
- [10] <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/tosca/> (posjećeno 12.12.2021.)
- [11] <https://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran> (posjećeno 12.12.2021.)
- [12] <https://ntopology.com/ntopology-software/> (posjećeno 12.12.2021.)
- [13] <https://www.altair.com/inspire/> (posjećeno 12.12.2021.)
- [14] Diegel O, Nordin A, Motte D. A practical guide to design for additive manufacturing. Auckland: Spriger; 2020.
- [15] Bandyopadhyay A, Bose S. Additive manufacturing. Boca Raton: Taylor and Francis group; 2019.
- [16] Gibson I, Rosen D, Stucker B. Additive manufacturing technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing. New York: Spriger; 2010.
- [17] Šercer M, Godec D, Pilipović A, Katalenić M. Aditivna proizvodnja s polimerima, prezentacija. Zagreb.

- [18] Campbell I, Diegel O, Huff R, Kowen J, Wohler T. Wohlers report. Fort Collins: Wohlers Associates Inc; 2019.
- [19] Godec D, Šercer M. Aditivna proizvodnja. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2015.
- [20] <https://rigid.ink/blogs/news/how-to-print-overhangs-bridges-and-exceeding-the-45-rule>  
(posjećeno 15.12.2021.)
- [21] <https://www.bcn3d.com/bcn3d-moveo-the-future-of-learning-robotic-arm/>
- [22] Bugday M, Karali M. Design optimization of industrial robot arm to minimize redundant weight. Engineering Science and Technology an International Journal 22. 2019;346-352.

## **PRILOZI**

I. CD-R disc