

Numeričko modeliranje udarnih oštećenja kompozitnih konstrukcija pri velikim brzinama deformacije

Ratković, Jakov

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:787000>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-29**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Jakov Ratković

Zagreb, 2021. godina

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević, mag. ing. aeroing.

Student:

Jakov Ratković

Zagreb, 2021. godina

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem Izv. prof. dr. sc. Darku Ivančeviću na strpljenju i pruženoj pomoći bez koje ovaj rad ne bih mogao napraviti. Zahvaljujem i kolegi Luki Staniću, mag. ing. mech., na pomoći pri korištenju radne stanice. Zahvaljujem obitelji i prijateljima na velikoj podršci, razumijevanju i bivanju uz mene u svim trenucima tijekom čitavog perioda studiranja. Zahvaljujem i Ivani na pruženoj ljubavi i podršci tijekom pisanja ovog rada.

Jakov Ratković



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 21 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Jakov Ratković**

JMBAG: 0035203946

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje udarnih oštećenja kompozitnih konstrukcija pri velikim brzinama deformacije**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical modelling of composite structures impact damage at high strain rates**

Opis zadatka:

Mehanička svojstva kompozitnih konstrukcija pri velikim brzinama deformacije se znatno razlikuju u odnosu na svojstva izmjerena u statičkim uvjetima. Ovaj je utjecaj najviše izražen kod mehaničkih svojstava koja su određena ponašanjem matrice. U diplomskom radu potrebno je numerički modelirati oštećenja višeslojne kompozitne konstrukcije izrađene od ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole (engl. *Carbon Fibre Reinforced Polymers* - CFRP) pri udarnom opterećenju koristeći program *Abaqus/Explicit*®.

U okviru rada potrebno je:

- napraviti pregled literature o dostupnim eksperimentalnim podacima CFRP kompozita pri velikim brzinama deformacije,
- izraditi numerički model višeslojne kompozitne konstrukcije za koji postoje rezultati udarnog ispitivanja u dostupnoj literaturi,
- pri izradi numeričkih modela koristiti dvodimenzionalne i trodimenzionalne konačne elemente te prikladne materijalne modele,
- u prvoj fazi rada oštećenja modelirati koristeći modele oštećivanja kompozitnih materijala koji su dostupni u programu *Abaqus/Explicit*®,
- u sljedećoj fazi rada udarna oštećenja modelirati primjenom kriterija popuštanja ovisnih o brzini deformacije koji su u *Abaqus/Explicit*® implementirani primjenom VUMAT potprograma,
- rezultate dobivene primjenom različitih modela oštećivanja međusobno usporediti i na kraju dati kritički osvrt.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predvideni datumi obrane:


30. rujna 2021.

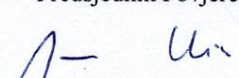
2. prosinca 2021.

13. – 17. prosinca 2021.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:


Doc. dr. sc. Darko Ivančević


Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	IV
POPIS TABLICA.....	VII
POPIS OZNAKA	VIII
SAŽETAK.....	X
SUMMARY	XI
1. UVOD.....	1
1.1. Općenito o problematici.....	1
1.2. Pristup problemu i plan rada	2
1.3. Pregled literature	3
2. UTJECAJ BRZINE DEFORMIRANJA NA VLAKNIMA OJAČANE POLIMERNE KOMPOZITE	5
2.1. Vlakna	5
2.2. Matrica (smola).....	5
2.3. Utjecaj brzine deformiranja na vlačna svojstva kompozita	7
2.3.1. Uzdužno vlačno opterećenje u ravnini sloja	7
2.3.2. Poprečno vlačno opterećenje u ravnini sloja.....	8
2.3.3. Vlačno opterećenje van ravnine sloja	9
2.4. Utjecaj brzine deformiranja na tlačna svojstva kompozita	9
2.4.1. Uzdužno tlačno opterećenje u ravnini sloja	9
2.4.2. Poprečno tlačno opterećenje u ravnini sloja	10
2.4.3. Tlačno opterećenje van ravnine sloja.....	11
2.5. Utjecaj brzine deformiranja na smična svojstva kompozita	11
2.5.1. Smicanje u ravnini sloja.....	12
2.5.2. Smicanje van ravnine sloja	12
3. KORIŠTENI KRITERIJI POPUŠTANJA (INICIJACIJE OŠTEĆENJA)	14
3.1. Hashinov kriterij.....	14
3.1.1. Popuštanje vlakana pod vlačnim opterećenjem	15
3.1.2. Popuštanje vlakana pod tlačnim opterećenjem	15

3.1.3.	Popuštanje matrice pod vlačnim opterećenjem.....	15
3.1.4.	Popuštanje matrice pod tlačnim opterećenjem.....	16
3.1.5.	Implementacija u programskom paketu Abaqus.....	16
3.2.	Kriteriji koji uzimaju u obzir brzinu deformiranja.....	18
3.2.1.	Danielov kriterij, NU teorija [2]	18
3.2.1.1.	Popuštanje pri dominantnom tlačnom opterećenju (kriterij NUa).....	20
3.2.1.2.	Popuštanje pri dominantnom smicanju (kriterij NUb).....	20
3.2.1.3.	Popuštanje pri dominantnom vlačnom opterećenju (kriterij NUc).....	20
3.2.2.	Raimondov kriterij, [8]	20
3.2.2.1.	Popuštanje vlakana pod vlačnim opterećenjem	21
3.2.2.2.	Popuštanje vlakana pod tlačnim opterećenjem	22
3.2.2.3.	Popuštanje matrice pod vlačnim opterećenjem.....	23
3.2.2.4.	Popuštanje matrice pod tlačnim opterećenjem.....	24
4.	NUMERIČKI MODEL	27
4.1.	Opis odabranog problema iz dostupne literature	27
4.2.	Uvodno o postavljanju modela i korištenim pristupima	28
4.3.	<i>Abaqus/Explicit</i>	29
4.3.1.	Procedura rješavanja problema	29
4.3.2.	Stabilni vremenski inkrement	30
4.3.3.	O vremenskoj inkrementaciji	31
4.3.4.	Usporedba rješavača Abaqus Standard i Abaqus Explicit	31
4.3.5.	Rješavač Explicit i kompozitni materijali	33
4.4.	VUMAT	33
4.5.	Modeliranje udarača i oslonaca.....	35
4.5.1.	Definiranje geometrije	35
4.5.2.	Svojstva materijala.....	35
4.5.3.	Definiranje svojstva idealne krutosti.....	35
4.5.4.	Diskretizacija geometrije konačnim elementima	36
4.6.	Modeliranje kompozitne ploče.....	36
4.6.1.	Svojstva materijala i raspored slojeva.....	36
4.6.1.1.	Modeliranje ploče kao ljuske s i bez definirane debljine.....	37
4.6.1.2.	Modeliranje ploče kao kontinuuma.....	38
4.6.2.	Modeliranje ploče kao konvencionalne (2D) ljuske	39
4.6.2.1.	Definiranje geometrije	39

4.6.2.2.	Generiranje mreže konačnih elemenata	39
4.6.3.	Modeliranje ploče kao trodimenzionalne ljuske	40
4.6.3.1.	Definiranje geometrije	40
4.6.3.2.	Generiranje mreže konačnih elemenata	40
4.6.4.	Modeliranje ploče kao trodimenzionalnog kontinuuma	41
4.6.4.1.	Definiranje geometrije	41
4.6.4.2.	Generiranje mreže konačnih elemenata	41
4.7.	Ostali koraci u postavljanju modela za numeričku analizu.....	42
4.7.1.	Definiranje sklopa u prostoru.....	42
4.7.2.	Kreiranje koraka udara i definiranje uvjeta kontakata pozicija	43
4.7.3.	Zadavanje uvjeta opterećenja i rubnih uvjeta modela.....	44
4.7.3.1.	Udar udarača pod napadnim kutom od 90° u odnosu na ploču	44
4.7.3.2.	Udar udarača pod napadnim kutom od 45° u odnosu na ploču	44
5.	REZULTATI SIMULACIJA.....	46
5.1.	Validacija implementacije kriterija popuštanja ovisnih o brzini deformiranja	46
5.2.	Provedene simulacije	47
5.3.	Obrada i strukturiranje rezultata.....	49
5.4.	Prikaz rezultata.....	50
5.5.	Ovisnost rezultata o parametru <i>Max. Degradation</i>	55
5.6.	Ovisnost rezultata o broju konačnih elemenata kroz debljinu ploče (pristup modeliranju ploče ljuskom s definiranom debljinom).....	57
5.7.	Prikazivanje iznosa kontaktne sile udarača i ploče	57
5.8.	Ostali rezultati	58
6.	OSVRT NA REZULTATE	67
6.1.	Brzine udarača u ovisnosti o vremenu	67
6.2.	Udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača.....	68
6.3.	Utjecaj broja konačnih elemenata kroz debljinu ploče na rezultate.....	68
6.4.	Iznos udarne (kontaktne) sile dobiven različitim načinima	69
6.5.	Ostali rezultati	69
7.	ZAKLJUČAK.....	71
	LITERATURA.....	73

POPIS SLIKA

Slika 1.	Promjena vlačnog odziva epoksidne matrice s obzirom na brzinu deformacije, [9]	6
Slika 2.	Tlačni odziv epoksidne matrice u uvjetima šest različitih brzina deformiranja, [9]	6
Slika 3.	Smični odziv epoksidne matrice pri tri različite brzine deformacije, [9]	7
Slika 4.	Krivulje ovisnosti napreznja o deformacijama kompozita u uvjetima statičkog i dinamičkog opterećenja, [9]	8
Slika 5.	Usporedni grafički prikaz ovisnosti napreznja o deformacijama kompozita u statičkim i uvjetima dinamičkog poprečnog vlačnog opterećenja, [9]	8
Slika 6.	Uzdužno tlačno napreznje kompozita u ovisnosti o deformaciji za različite brzine deformiranja, [9]	10
Slika 7.	Ovisnost napreznja o deformacijama za različite brzine deformiranja pri poprečnom tlačnom opterećenju u ravnini sloja, [9]	11
Slika 8.	Ovisnost smičnog napreznja o deformaciji za različite brzine opterećenja (deformiranja), [9]	12
Slika 9.	Ovisnosti smične čvrstoće van ravnine sloja o logaritamskoj mjeri deformacija za konfiguracije slojeva $\pm 45^\circ$ i 0° , [9]	13
Slika 10.	a) Ovisnost poprečnog modula elastičnosti i modula smicanja o brzini deformacije, b) ovisnost poprečne tlačne čvrstoće o brzini deformacije, [2]	18
Slika 11.	Usporedni prikaz krivulja popuštanja sloja pri različitim brzinama deformacija i rezultata eksperimenata, [2]	19
Slika 12.	Usporedni prikaz rezultata eksperimenata i krivulja popuštanja prema Raimondovom kriteriju, za kvazi-statičke i dinamičke uvjete poprečnog tlačnog i smičnog opterećenja, [8]	21
Slika 13.	Izgled skalirajuće funkcije k u usporedbi s eksperimentalno dobivenim rezultatima	22
Slika 14.	a) Eksperimentalni lom stvarne CFRP ploče u uvjetima čistog poprečnog tlačnog opterećenja; b) elementarni dio kompozita s prikazom orijentacije koordinatnog sustava; c) napreznja transformirana na ravninu popuštanja; d) geometrijski prikaz određivanja kuta φ_0 pomoću Mohr-Coulombove teorije	25

Slika 15.	(a) i (b) numerički modeli, (c) stvarni eksperimentalni postav, d) čelični udarač, (e) uzorak ploče, [1]	27
Slika 16.	Shema djelovanja korisnički definiranog potprograma VUMAT unutar programskog paketa <i>Abaqus</i>	34
Slika 17.	Bazna kontura udarača i oslonaca te geometrija dobivena njezinom rotacijom za 360°	35
Slika 18.	Konfiguracija slojeva kompozitne ploče	38
Slika 19.	Model ploče (konvencionalna ljuska) diskretiziran s 10000 konačnih elemenata S4R	39
Slika 20.	Model ploče (3D ljuska) diskretiziran s 1600000 konačnih elemenata SC8R.....	41
Slika 21.	Sklop razmatranog problema u tri izometrijske projekcije	42
Slika 22.	Model sklopa sa zadanim svim rubnim i uvjetima opterećenja, udar udarača pod 90°	44
Slika 23.	Model sklopa sa zadanim svim rubnim i uvjetima opterećenja, udar udarača pod 45°	45
Slika 24.	Validacija kreiranog potprograma Danielove teorije, brzine deformiranja u [s ⁻¹]	46
Slika 25.	Validacija kreiranog potprograma Raimondove teorije, brzine deformiranja u [s ⁻¹]	47
Slika 26.	Tijek simulacije u pet uzastopnih trenutaka koristeći Raimondov kriterij, 90°, 106 m/s	50
Slika 27.	Rezultati provedenih analiza I	51
Slika 28.	Rezultati provedenih analiza II.....	51
Slika 29.	Rezultati provedenih analiza III	52
Slika 30.	Rezultati provedenih analiza IV	52
Slika 31.	Rezultati provedenih analiza V	53
Slika 32.	Rezultati provedenih analiza VI	53
Slika 33.	Rezultati provedenih analiza VII.....	54
Slika 34.	Rezultati provedenih analiza VIII	54
Slika 35.	Utjecaj parametra <i>Max. Degradation</i> na rezultate simulacija s 2D pločom.....	55
Slika 36.	Utjecaj parametra <i>Max. Degradation</i> na rezultate simulacija s 3D pločom.....	56
Slika 37.	Ovisnost brzine udarača u vremenu, za različite brojeve konačnih elemenata kroz debljinu ploče	57
Slika 38.	Kontaktna sila u ovisnosti o vremenu dobivena dvama različitim pristupima.....	58

Slika 39.	Prikaz oštećenja na modelu ploče, Danielov kriterij, 90°, 106 m/s.....	58
Slika 40.	Usporedni prikaz toka brzine udarača u vremenu pri brzini udara 20 m/s za sve korištene kriterije.....	59
Slika 41.	Usporedni prikaz udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača pri brzini udara 20 m/s za sve korištene kriterije	59
Slika 42.	Vrijednosti podkriterija prema Hashinu, kroz debljinu, za 2D ploču.....	61
Slika 43.	Vrijednosti podkriterija prema Hashinu, kroz debljinu, za 3D ploču.....	61
Slika 44.	Vrijednosti podkriterija prema Danielu, kroz debljinu ploče	62
Slika 45.	Status konačnih elemenata kroz debljinu ploče, koristeći Danielov kriterij	62
Slika 46.	Vrijednosti podkriterija prema Raimondu, kroz debljinu ploče	63
Slika 47.	Tlačno popuštanje matrice pri 20 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel	63
Slika 48.	Vlačno popuštanje matrice pri 20 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel.....	64
Slika 49.	Tlačno popuštanje matrice pri 59 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel	64
Slika 50.	Vlačno popuštanje matrice pri 59 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel.....	64
Slika 51.	Tlačno popuštanje matrice pri 106 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel	65
Slika 52.	Vlačno popuštanje matrice pri 106 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel.....	65
Slika 53.	Status konačnih elemenata prema teoriji Daniel nakon simulacije udara pri 106 m/s	65
Slika 54.	Raspodjela kuta ravnine loma matrice (Raimondov kriterij), 90°, 106 m/s, [°]....	66
Slika 55.	Raspodjela najvećih vrijednosti skalirajuće funkcije $k_{12}\varepsilon_1$ (Raimondov kriterij), 90°, 106 m/s, [-].....	66
Slika 56.	Raspodjela najvećih vrijednosti skalirajuće funkcije α_D (Danielov kriterij), 90°, 106 m/s, [-]	66

POPIS TABLICA

Tablica 1. Svojstva materijala korištena pri validaciji VUMAT koda Danielove i Raimondove teorije	34
Tablica 2 . Svojstva sloja materijala IM7/8552 prema [1] i [16]	36
Tablica 3. Pregled provedenih simulacija i njihovih svojstava	47
Tablica 4 . Odstupanja rezultata kontaktne sile dobivene različitim pristupima.....	69

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
c_d	[m/s]	- brzina širenja dilatacijskog vala kroz materijal
d_f, d_f^t, d_f^c	[-]	- varijable oštećenja vlakana (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
d_m, d_m^t, d_m^c	[-]	- varijable oštećenja matrice (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
d_s	[-]	- varijabla smičnog oštećenja (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
E_i	[N/m ²]	- Young-ov modul u i -tom smjeru kompozitnog sloja
E_{LT}^F, E_{LC}^F	[J/m ²]	- uzdužna vlačna (indeks T) ili tlačna (indeks C) energija loma sloja
E_{TT}^F, E_{TC}^F	[J/m ²]	- poprečna vlačna (indeks T) ili tlačna (indeks C) energija loma sloja
G_{ij}	[N/m ²]	- modul smicanja u $i - j$ ravnini
$I_{(i)}^J$	[N]	- vektor unutarnjih sila reda J u vremenskom inkreментu i
$k_{ij}(\dot{\epsilon}_{ij})$	[-]	- skalirajuća funkcija za ij -u komponentu čvrstoće (kriterij Raimondo)
L_{min}	[m]	- najmanja dimenzija najmanjeg konačnog elementa
m_e	[-]	- parametar zakona ovisnosti krutosti o brzini defor.acije (kriterij Daniel)
m_f	[-]	- parametar zakona ovisnosti čvrstoće o brzini deformacije (kriterij Daniel)
\mathbf{M}	[-]	- matrica operator oštećenja (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
M^{NJ}	[kg]	- matrica mase reda $N \times J$
$P_{(i)}^J$	[N], [Nm]	- vektor vanjskih opterećenja reda J u vremenskom inkreментu i
$S_{L,T}, S_{L,T}^{qs}, S_{L,T}^d$	[N/m ²]	- smična čvrstoća kompozitnog sloja u ravnini sloja (indeks L) i van nje (indeks T), u kvazi-statičkim (g. indeks qs) i dinamičkim (g. indeks d) uvjetima opterećenja
t	[s]	- vrijeme
$u_{(i)}^N$	[m]	- vektor pomaka N -tog stupnja slobode u i -tom vremenskom inkreментu simulacije
$\dot{u}_{(i)}^N$	[m/s]	- vektor brzine N -tog stupnja slobode u i -tom vremenskom inkreментu simulacije
$\ddot{u}_{(i)}^N$	[m/s ²]	- vektor akceleracije N -tog stupnja slobode u i -tom vremenskom inkreментu simulacije
x	[m]	- duljina na istoimenoj osi

$X_{T,C}, X_{T,C}^{qs}, X_{T,C}^d$	[N/m ²]	- vlačna (indeks T) ili tlačna (indeks C) čvrstoća kompozitnog sloja u smjeru osi 1 glavnog materijalnog koordinatnog sustava, u kvazi-statičkim (g. indeks qs) i dinamičkim (g. indeks d) uvjetima opterećenja
$Y_{T,C}, Y_{T,C}^{qs}, Y_{T,C}^d$	[N/m ²]	- vlačna ili tlačna čvrstoća kompozitnog sloja u smjeru osi 2 glavnog materijalnog koordinatnog sustava, u kvazi-statičkim (g. indeks qs) i dinamičkim (g. indeks d) uvjetima opterećenja
α_H	[-]	- faktor utjecaja smičnog naprezanja na popuštanje vlakana (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
α_D	[-]	- omjer modula elastičnosti i modula smicanja (kriterij Daniel)
α_R	[-]	- empirijski faktor za prilagodbu krivulje čvrstoće (kriterij Raimondo)
Δt	[s]	- vremenski inkrement numeričke analize
Δt_{min}	[s]	- stabilni vremenski inkrement numeričke analize
$\dot{\varepsilon}$	[s ⁻¹]	- brzina deformacije
$\dot{\varepsilon}_0$	[s ⁻¹]	- referentna brzina deformacije
$\varepsilon_{ x ,k}$	[-]	- vektor deformacije srednje površine laminata u globalnom koordinatnom sustavu
ν_{ij}	[-]	- Poisson-ov faktor kompozitnog sloja u ravnini $i - j$
ω_{max}	[rad ⁻¹]	- najveća kružna vlastita frekvencija sustava
ρ	[kg/m ³]	- gustoća sloja kompozita
$\mu_{L,T}^{qs}, \mu_{L,T}^d$	[-]	- uzdužni (indeks L) i poprečni (indeks T) faktor trenja u kvazi-statičkim (g. indeks qs) i dinamičkim (g. indeks d) uvjetima opterećenja
ξ_{max}	[-]	- faktor kritičnog prigušenja kod najveće vl. frekv. sustava
σ	[N/m ²]	- vektor efektivnih naprezanja (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
σ_i^*	[N/m ²]	- normalizirani vektor naprezanja (kriterij Daniel)
σ_0	[N/m ²]	- vektor stvarnih naprezanja (kriterij Hashin u programskom paketu <i>Abaqus</i>)
σ_{ij}	[N/m ²]	- ij -ta komponenta vektora naprezanja sloja kompozita
σ_{ij}'	[N/m ²]	- transformirana ij -ta komponenta vektora naprezanja sloja kompozita
φ	[°]	- kut orijentacije potencijalne ravnine loma sloja (kriterij Raimondo)
$\varphi_0^{qs}, \varphi_0^d$	[°]	- kut ravnine loma u kvazi-statičkim (g. indeks qs) i dinamičkim (g. indeks d) uvjetima čistog poprečnog tlačnog opterećenja

SAŽETAK

Ispitivanje i numeričko modeliranje udarnih opterećenja i oštećenja kompozitnih laminata perspektivno je područje znanstvenog istraživanja u kojem postoji značajan prostor za napredak. Uz druge probleme i poteškoće, zbog anizotropnosti, višeslojnosti konstrukcija te problematičnog spoja između pojedinih slojeva (eng. *Interface*), nesavršenosti i zaostalih naprezanja u procesu proizvodnje, njihovu nosivost ponekad je i pri statičkim uvjetima opterećenja teško procijeniti. Uz činjenicu da su im svojstva, u smislu krutosti i čvrstoća, ovisna o brzini deformacije, procjena njihovog integriteta pri udarnim opterećenjima još je znatno kompleksnija.

U radu su, nakon iscrpnog pretraživanja literature i detaljnog opisivanja problematike, provedene numeričke analize jednostavnog problema balističkog udara kuglice u kvadratnu kompozitnu ploču koristeći komercijalni programski paket za numeričku analizu metodom konačnih elemenata *Abaqus/Explicit*. Za numeričko modeliranje korištena su tri pristupa modeliranju ploče: konvencionalnom ljuskom (bez definirane debljine), ljuskom s debljinom (3D ljuska) i klasičnim kontinuumom. Uz to, razmatran je i utjecaj određenih parametara na rezultate simulacije te različiti pristupi dobivanju udarne kontaktne sile. Odabrani razmatrani problem već je obrađen u literaturi eksperimentalno i numeričkim simulacijama, što omogućuje usporedbu rezultata ovdje provedenih simulacija s vjerodostojnim, odnosno provjerenim podacima.

Pritom su u simulacijama korištena tri kriterija inicijacije oštećenja: Hashinov (kao jedini kriterij na temelju kojeg je u korištenom programskom paketu dostupan model oštećivanja), Danielov (NU teorija) i Raimondov. Posljednja dva kriterija u obzir uzimaju utjecaj brzine deformiranja na svojstva kompozitnog materijala, a njihovo korištenje moguće je jedino putem korisnički definiranih potprograma VUMAT (*Fortran* rutina). U radu su detaljno opisani svi navedeni korišteni kriteriji oštećenja, mogućnosti i karakteristike korištenog programskog paketa te korisnički definirani potprogrami VUMAT. Opisan je i čitav postupak kreiranja numeričkog modela. Nakon detaljnog prikaza i usporedbe rezultata, izvedeni su određeni zaključci o provedenom radu.

Ključne riječi:

kompoziti CFRP, udarno opterećenje, kriteriji popuštanja, brzina deformacije, Abaqus/Explicit

SUMMARY

Experimental investigation and numerical modelling of impact loads and damage of the composite materials is a perspective field of science with a great potential for improvements. Along other problems and difficulties, because of their anisotropy, laminated structure and problematic layer interfaces, imperfections and residual stresses from production processes, composites' load bearing capabilities are sometimes, even in the cases of static loading, hard to determine. Bearing in mind that their mechanical properties are strain rate dependent, analyzing their structural integrity in the cases of impact loading is an even greater challenge.

In this Thesis, after a detailed literature survey and a brief problem description, numerical simulations of a simple ballistic impact problem of a ball hitting the quadratic composite panel were conducted using a commercially available software for Finite Element Method analysis *Abaqus/Explicit*. For the numerical modelling process, three different approaches for modelling of the composite panel were used: conventional shell (without defined thickness), shell with a defined thickness (3D shell), and a classic continuum approach. Along that, effects of some of the simulation parameters on the simulation results were analyzed, and different methods of determining the impact force were evaluated. The selected analyzed problem has previously been investigated experimentally and numerically in the available literature, which allows for the here obtained results to be validated against trustworthy, proved data.

In the simulations conducted, three different failure criteria were employed: Hashin (as the criterion that the only available damage model in the used software is based on), Daniel (the NU theory) and Raimondo. The last two criteria take the strain rate effects in consideration when calculating composite properties, and their usage is only possible by creating the user defined subroutines VUMAT (*Fortran* routine). In the Thesis, all named failure criteria have been briefly described, the possibilities and characteristics of the used software were presented, and the VUMAT subroutines were explained. Also, the process of numerical modelling has been explained. After displaying and comparison of the obtained results, the conclusions on the performed analyses have been made.

Key words:

CFRP composites, impact load, failure criteria, strain rate, Abaqus/Explicit

1. UVOD

Kompozitni materijali, u vidu vlaknima ojačanih matrica, zbog njihove visoke specifične krutosti i čvrstoće te drugih značajnih prednosti, sve se učestalije upotrebljavaju kao materijali glavnih nosivih elemenata konstrukcija [1]. Reprezentativan primjer su razna vozila (avioni, helikopteri, automobili), odnosno njihovi konstrukcijski elementi. Dodatni primjeri su građevinske konstrukcije te ostali proizvodi u industriji i proizvodnji [2]. Jedan od najpoznatijih predstavnika iz navedene skupine kompozitnih materijala, ujedno i predmet ovog rada, je kombinacija ugljičnih vlakana i epoksidnih smola kao matrice (CFRP – eng. *Carbon Fiber Reinforced Polymer*).

1.1. Općenito o problematici

Zbog anizotropnosti svojstava vlaknima ojačanih kompozita i samog spajanja različitih konstituenata odgovarajućim metodama i tehnikama, njihovi načini popuštanja vrlo su složeni i često teško predvidivi. Oštećenja kompozitnih materijala kompleksan su fenomen koji uključuje mnoge, ponekad interaktivne, mehanizme popuštanja na mikrorazini i neelastičan odziv materijala [2]. Problemi predviđanja popuštanja te inicijacije i propagacije oštećenja za uvjete statičkog i kvazi-statičkog opterećenja konstrukcija praktički su riješeni, no u slučaju dinamičkog opterećenja, npr. raznih udarnih opterećenja, zbog ovisnosti svojstava kompozitnih materijala (krutosti i čvrstoće) o brzini deformacije, navedeni problemi ostaju neriješeni.

Brojni pristupi su predloženi i evaluirani, uključujući nelinearno visko-plastično konstitutivno modeliranje, mehaniku loma, mehaniku oštećenja i kriterije popuštanja na makrorazini [2]. Navedeni pristupi najčešće su korišteni pri konstrukciji i analizi kompozitnih konstrukcija te su primarno korišteni za kvazi-statičke uvjete opterećenja. Raspoloživi kriteriji popuštanja i smjernice pri konstruiranju i dalje nisu potpuno pouzdani, pogotovo u slučajevima određenih dvoosnih stanja naprezanja i dinamičkih uvjeta opterećenja konstrukcija [2].

Kako je netom rečeno, radi sve proširenije primjene kompozita u visoko opterećenim elementima konstrukcijama koje su nerijetko opterećene dinamički (udar ptice u tijelo/krilo zrakoplova ili helikoptera, udari raznih objekata u automobil, udar vjetra u građevinsku konstrukciju) rješavanje spomenutog problema postaje od iznimne važnosti.

1.2. Pristup problemu i plan rada

Prvi korak u radu je pregled literature u svrhu produbljivanja razumijevanja ovisnosti svojstava i ponašanja kompozitnih materijala o brzini deformacije. Uz to, prikazani su pronađeni radovi u kojima se uspoređuju, prema određenim kriterijima popuštanja i modelima propagacije oštećenja, eksperimentalni rezultati i numeričke simulacije koje je moguće jednostavno rekreirati. Pritom je nešto rečeno o postojećim modelima i aktualnim naporima te radu na povećanju uspješnosti predviđanja popuštanja i oštećenja kompozitnih konstrukcija.

Prema pronađenoj literaturi, detaljno je opisan utjecaj brzine deformacije najprije na pojedine konstituente kompozitnog materijala (ugljična vlakna i epoksidnu smolu), a zatim i na cjelokupni kompozit. Poglavlje je pregledno raščlanjeno, prema načinima opterećenja, na vlačno, tlačno i smično, a unutar ovih podjela i na smjerove djelovanja ovih opterećenja – uzdužno, poprečno i van ravnine sloja.

Sljedeći korak je postavljanje simulacijskog modela odabranog problema unutar komercijalnog programskog paketa za numeričku analizu metodom konačnih elemenata (FEM – eng. *Finite Element Method*) *Abaqus/Explicit*. Prije opisa numeričkog modela, dan je pregled mogućnosti korištenog programskog paketa i usporedba rješavača *Standard* i *Explicit*. Prilikom modeliranja problema, korištena su tri pristupa modeliranju kompozitne konstrukcije – konvencionalnom ljuskom (bez debljine) koristeći S4R konačne elemente, 3D ljuskom (s debljinom) koristeći SC8R konačne elemente, te klasičnim 3D tijelom (kontinuumom) koristeći C3D8R konačne elemente. Na ovaj način moguće je analizirati nastanak i širenje udarnih oštećenja prema različitim teorijama, tj. kriterijima.

Ovaj rad izrađen je u sklopu projekta Hrvatske zaklade za znanost „Računalno modeliranje udarnih oštećenja kompozitnih konstrukcija“ (CONCORDE UIP-2020-02-9317). U ovom radu, s rezultatima simulacija i eksperimenata provedenih u odabranoj literaturi, uspoređivani su rezultati dobiveni pomoću modela, tj. kriterija popuštanja koji je ugrađen unutar korištenog programskog paketa – Hashinovog kriterija, te pomoću dva novo razvijena kriterija čiji su modeli u obliku ručno pisanog koda uneseni u programski paket preko VUMAT-a. Korišteni VUMAT potprogrami programirani su u sklopu navedenog projekta. Općenito o korisnički definiranom potprogramu VUMAT i njegovim mogućnostima rečeno je više u poglavlju 3, a u poglavlju 4. detaljno su obrađeni spomenuti kriteriji popuštanja koji su korišteni u sklopu ovog rada.

Konačno, iznesen je zaključak o ostvarenim rezultatima, usporedbi uspješnosti pojedinih kriterija te samim mogućnostima računalnog simuliranja uvjeta udarnih opterećenja realnih konstrukcija.

1.3. Pregled literature

Mnoge su teorije predložene za predviđanje oštećenja kompozita, od kojih je njih 19 proglašeno mjerodavnima tijekom održavanja WWFE I-III (eng. – *Worldwide Failure Exercise*) [1] evaluacija teorija. Na tim su događajima ove teorije evaluirane i uspoređivane te rangirane prema njihovom uspjehu u procjenjivanju popuštanja i oštećenja kompozita, no, donesen je zaključak kako ne postoji jedna, dominantno uspješna teorija te je rijetko koja od aktualnih teorija popuštanja dovoljno robusna za industrijsku primjenu [1], [2].

Jedan od razloga nepouzdanosti teorija je nedostatak adekvatnih, potpunih i pouzdanih eksperimentalnih podataka, posebno u troosnom stanju naprezanja, za evaluaciju različitih teorija. Teorije ispoljavaju različite stupnjeve pouzdanosti za različite uvjete ispitivanja. Neke od ovih teorija koje odražavaju fizičke mehanizme popuštanja kompozita, kao što je Puckov kriterij loma, su pokazale obećavajuće sposobnosti u nekim slučajevima stanja naprezanja [1]. Posljednjih godina, više spomenutih teorija sve se više koriste u predviđanju oštećenja i loma kompozita, uključujući i proces dinamičkog loma.

Udarna oštećenja kompozitnih konstrukcija od udara pri malim brzinama najviše su istraživana, prilikom čega je zamijećena dobra pouzdanost Puckove teorije [1]. LaRC model također koristi fenomenološki pristup u definiranju kriterija popuštanja specifično za vlaknima ojačane kompozitne laminate [1]. Ovaj model također može uzeti u obzir nelinearno smično ponašanje matrice, a uz to i povezuje konfiguraciju laminata (raspored slojeva) s debljinom sloja i pukotinskom žilavosti te je dobar rezultat ovog modela pokazan u radu [3].

Razvoj kriterija popuštanja pod dinamičkim opterećenjem zahtijeva sustavno testiranje i karakterizaciju svojstava odabranih kompozitnih materijala pod kvazi-statičkim i uvjetima velike brzine deformiranja [2]. Karakterizacija, tj. opisivanje svojstava materijala je potrebno kako bi se odredili krutost i čvrstoća sloja kao funkcija brzine deformiranja pod uvjetima višeosnih stanja naprezanja. Brojne ispitne metode razvijene su, evaluirane i korištene za opisivanje ponašanja kompozitnih materijala pri dinamičkim uvjetima opterećenja – za kvazi-statičke i uvjete male brzine deformiranja koristi se ispitivanje na servohidrauličkom testnom

uređaju, za srednje velike brzine deformiranja koristi se uređaj za ispitivanje padajućim utegom, a za visoke brzine deformiranja koristi se SHPB metoda (eng. – *Split Hopkinson Pressure Bar*) [2]. Većina ispitivanja pri visokim brzinama obavlja se pri jednoosnom opterećenju, i to tlačnom [2].

Utjecaji brzine deformiranja na popuštanje kompozita uključeni su u procesu razvoja nekih visko-plastičnih konstitutivnih modela. Većina razvijenih modela opisuje primarno velike nelinearne plastične deformacije i zahtijeva određivanje parametara prilagođavanjem modela eksperimentalnim podacima. Brojni autori u svojim su radovima [3-7] razvili i validirali konstitutivne modele nelinearnog ponašanja materijala u kojima se nalaze parametri koje je potrebno odrediti, tj. prilagoditi eksperimentalnim podacima [2].

U svrhu predviđanja nelinearnog ponašanja kompozitnih materijala u troosnom stanju naprezanja, razvijani su modeli na makro razini koji se temelje na teoriji plastičnosti [8]. Prednost modela temeljenih na teoriji plastičnosti leži u tome što jednostavno mogu biti prošireni na način da u obzir uzimaju ovisnost o brzini deformiranja te se mogu implementirati u numeričke modele (MKE).

Primjena klasičnih visko-plastičnih modela, kada svojstva plastičnosti za troosno stanje naprezanja nisu definirana, je ograničena na jednoosna opterećenja [8]. Predloženi su također i pristupi koji objedinjavaju visko-plastičnost i mikromehaniku, no oni zahtijevaju da se konstitutivne konstante elastičnosti određuju iz podataka o materijalu koristeći mikromehaniku, što je ograničavajuće jer zahtijeva dodatno proračunavanje.

2. UTJECAJ BRZINE DEFORMIRANJA NA VLAKNIMA OJAČANE POLIMERNE KOMPOZITE

Kako bi se bolje razumio utjecaj brzine deformacije na vlaknima ojačane kompozite, korisno je najprije se osvrnuti na utjecaj brzine deformacije na konstituente kompozita – na vlakna i matricu. Pritom je važno napomenuti kako navedeni utjecaj znatno ovisi o vrsti konstituenata, njihovoj kombinaciji i nesavršenostima u izradi. S obzirom da se u ovom radu razmatraju kompoziti od ugljičnih vlakana i epoksidne smole, u nastavku je više rečeno o utjecaju na konkretno ove vrste konstituenata kompozitnih materijala, a potom i nešto o utjecaju brzine deformacije na njihovu kombinaciju – specifično na unidirekcionalne slojeve (vlakna položena u samo jednom smjeru) ugljičnih vlakana u epoksidnoj smoli.

Kao temelj za tvrdnje iznesene u nastavku, uzima se rad [9] u kojemu je napravljen iscrpan pregled dostupne literature. Spomenuta literatura obuhvaća niz provedenih eksperimentalnih ispitivanja u raznim uvjetima konfiguracija slojeva, izrade i opterećenja.

2.1. Vlakna

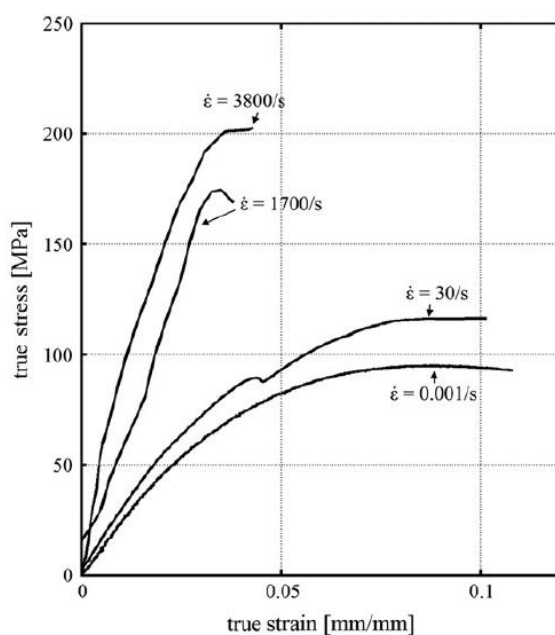
U dostupnoj literaturi postoji ograničen izvor podataka o utjecaju brzine deformiranja na mehanička svojstva vlakana, odnosno snopove vlakana [9]. Prema [9], za ugljična vlakna je eksperimentalnim ispitivanjem zaključeno kako brzina deformiranja ne utječe na njihove karakteristike pri vlačnom opterećenju. Korisno je napomenuti kako se ovaj zaključak ne odnosi i na sve ostale materijale, odnosno vrste vlakana za izradu kompozita.

2.2. Matrica (smola)

Prema [9], generalna je opaska kako odnos naprezanja i deformacija, tj. ponašanje smole povećanjem brzine deformiranja prelazi s pretežito duktilnog na pretežito krhko. Prema tome, pri lomu, odnosno popuštanju matrice u uvjetima veće brzine deformiranja, lomna je deformacija manja nego pri statičkim uvjetima. Grafički prikaz dobiven eksperimentalnim postupcima koji potkrepljuje navedeno dan je slikom 1.

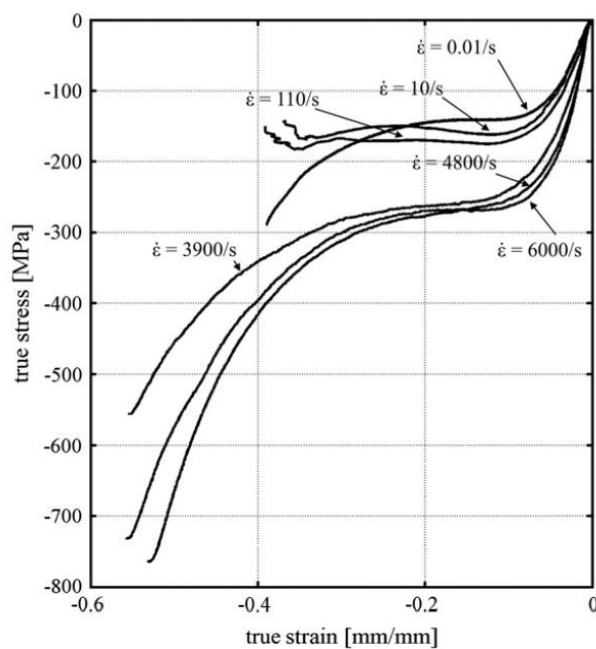
Pored toga, eksperimentalnim je ispitivanjem zaključeno kako se lomna čvrstoća povećanjem brzine deformacije umjereno povećava [9]. Pokazano je također kako modul elastičnosti

značajno raste pri uvjetima velike brzine deformacije, u odnosu na uvjete kvazi-statičkog i deformiranja srednje velikim brzinama [9].



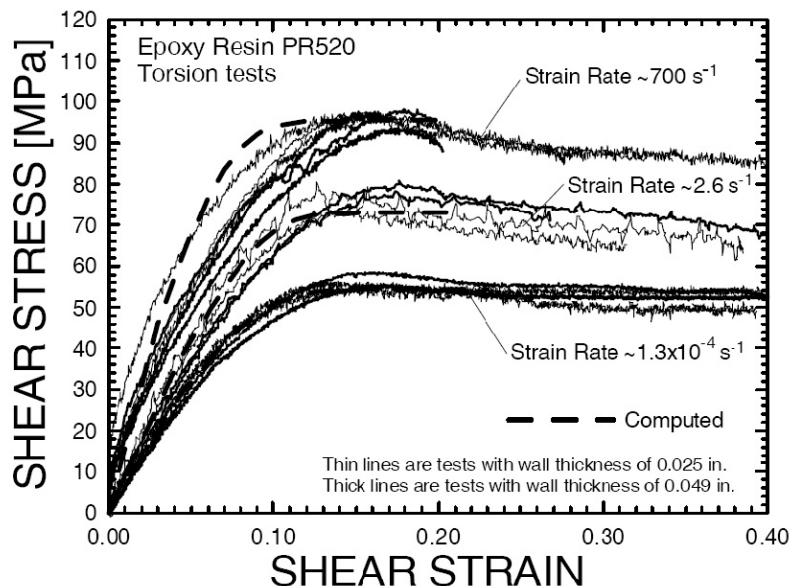
Slika 1. Promjena vlačnog odziva epoksidne matrice s obzirom na brzinu deformacije, [9]

Također prema eksperimentalnim ispitivanjima, zaključeno je i kako pri tlačnom opterećenju porastom brzine deformiranja rastu granica tečenja i odgovarajuća deformacija. Tlačni modul elastičnosti pritom se ne mijenja [9]. Slikom 2. prikazan je tlačni odziv epoksidne matrice u uvjetima šest različitih brzina deformacije.



Slika 2. Tlačni odziv epoksidne matrice u uvjetima šest različitih brzina deformiranja, [9]

U slučaju smičnog dinamičkog opterećenja, pri povećanju brzine deformacije eksperimentima je zapaženo povećanje modula smicanja i znatno povećanje smične čvrstoće epoksidne matrice [9]. Odziv je materijala duktilan, a u plastičnom dijelu deformacije uočljiva je stagnacija iznosa naprezanja. Odnos naprezanja i deformacija pri smičnom opterećenju u uvjetima tri različite brzine deformacije prikazan je slikom 3.



Slika 3. Smični odziv epoksidne matrice pri tri različite brzine deformacije, [9]

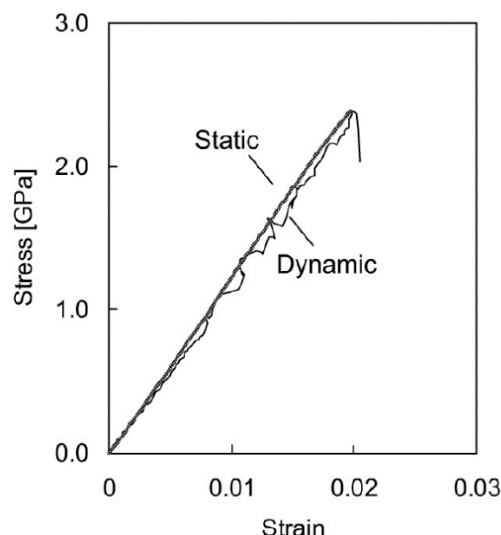
2.3. Utjecaj brzine deformiranja na vlačna svojstva kompozita

2.3.1. Uzdužno vlačno opterećenje u ravnini sloja

U starijim i novijim eksperimentalnim istraživanjima koja su razmatrala unidirekionalne kompozite od kombinacije ugljičnih vlakana i epoksidne smole došlo se do podudarajućih spoznaja. U spomenutim istraživanjima zaključeno je kako brzina deformacije nema nikakav značajan utjecaj na svojstva kompozita u uvjetima uzdužnog vlačnog opterećenja [9].

Prema [9], potvrda o nepromijenjenosti uzdužnog vlačnog modula elastičnosti u ovisnosti o brzini deformacije napravljena je u jednom istraživanju ultrazvučnom nerazornom metodom ispitivanja, temeljenom na propagaciji Lambovih valova u tankim kompozitnim pločama.

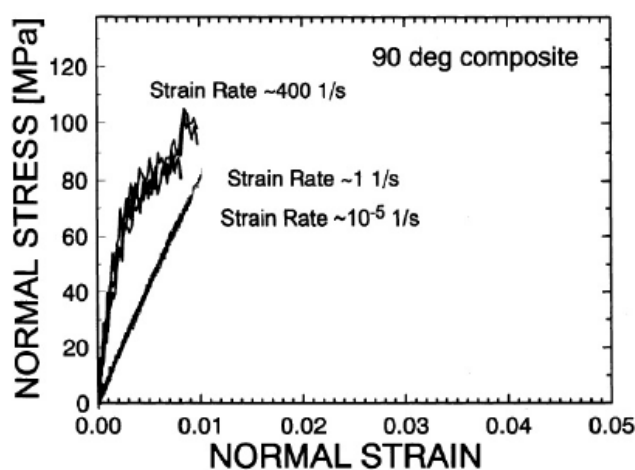
Slikom 4. prikazane su usporedno krivulje ovisnosti naprezanja i deformacija u uvjetima statičkog i dinamičkog opterećenja. Iz njih je također vidljiva potvrda prethodno iznesene tvrdnje o nepromijenjenosti uzdužnog vlačnog modula elastičnosti pri promjeni brzine deformiranja.



Slika 4. Krivulje ovisnosti naprežanja o deformacijama kompozita u uvjetima statičkog i dinamičkog opterećenja, [9]

2.3.2. Poprečno vlačno opterećenje u ravnini sloja

I u slučaju ovdje razmatranog načina opterećenja provedena eksperimentalna istraživanja su u suglasnosti. Zaključeno je kako brzina deformiranja ima značajan utjecaj na poprečni vlačni modul elastičnosti i poprečnu vlačnu čvrstoću, dok nema nikakav utjecaj na lomnu deformaciju [9]. Ove tvrdnje potvrđuje i usporedni grafički prikaz ovisnosti naprežanja o deformacijama u statičkim i uvjetima dinamičkog poprečnog vlačnog opterećenja na slici 5. Pritom je mikroskopskim pregledom zaključeno kako i u kvazi-statičkim i uvjetima dinamičkog opterećenja lomna površina propagira putem spoja (eng. *Interface*) matrice i vlakana [9].



Slika 5. Usporedni grafički prikaz ovisnosti naprežanja o deformacijama kompozita u statičkim i uvjetima dinamičkog poprečnog vlačnog opterećenja, [9]

Unatoč tome što je generalno mišljenje kako na svojstva, tj. čvrstoće kompozita u poprečnom smjeru (u ravnini) dominantan utjecaj ima matrica, uspoređujući sliku 3. i sliku 5. vidljivo je kako je sama matrica znatno (četrdesetak puta) duktilnija sama nego u kombinaciji s vlaknima – kao kompozit. Potencijalno razlozi tome leže u koncentracijama naprezanja prouzrokovanim postojanjem vlakana, troosnom stanju naprezanja prouzrokovanom procesom dozrijevanja u prisutnosti vlakana te činjenici da se popuštanje događa na spoju, tj. sučelju matrice i vlakna za koje je poznato da je potencijalno mjesto nastanka oštećenja kompozita, a ne u samoj matrici.

2.3.3. Vlačno opterećenje van ravnine sloja

Prema [9], u spomenutom istraživanju provedena dinamička eksperimentalna ispitivanja uspoređivana su s postojećim podacima o kvazi-statičkim svojstvima razmatranih kombinacija materijala kompozita. Pritom je zaključeno kako pod dinamičkim uvjetima opterećenja interlaminarni vlačni modul elastičnosti i čvrstoća rastu [9].

2.4. Utjecaj brzine deformiranja na tlačna svojstva kompozita

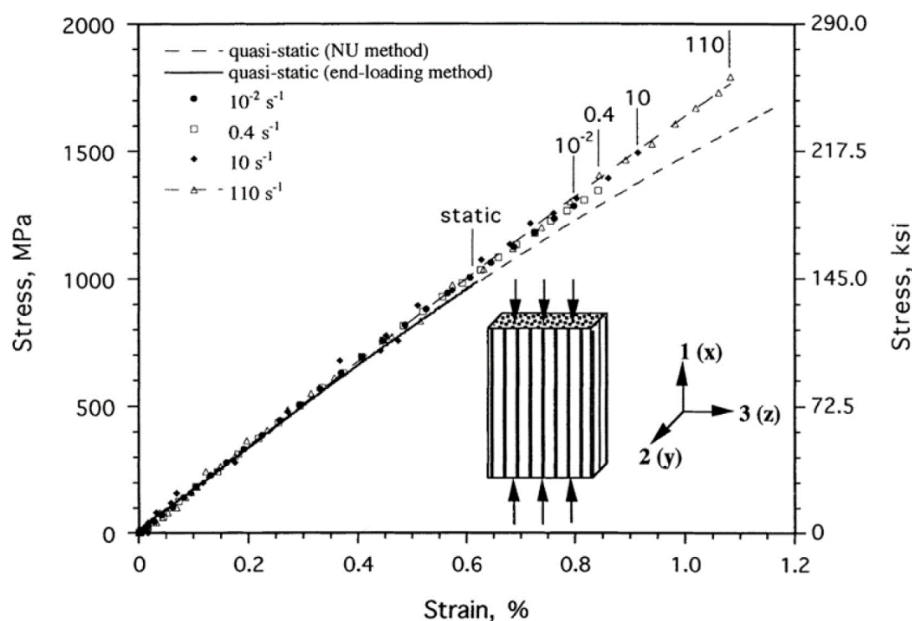
2.4.1. Uzdužno tlačno opterećenje u ravnini sloja

U usporedbi s dinamičkim vlačnim svojstvima, istraživanje utjecaja brzine deformacije na tlačna svojstva (u ravnini sloja) dobilo je mnogo više pažnje što je rezultiralo većom bazom eksperimentalno dobivenih podataka i saznanja. Razlog tome leži u činjenici da na uzdužni i poprečni tlačni odziv polimernih kompozita značajan utjecaj ima ponašanje same matrice, a uz to i postojanje sofisticiranih metoda ispitivanja SHPB.

Istraživanja su pokazala kako porastom dinamike deformiranja uzdužna tlačna čvrstoća i lomna deformacija rastu, a uzdužni modul elastičnosti pada. Pad modula elastičnosti neočekivan je i teško objašnjiv, a moguće objašnjenje leži u precjenjivanju deformacije tijekom SHPB ispitivanja [9]. Drugo istraživanje spomenuto u radu [9] potvrđuje porast čvrstoće i lomne deformacije, ali za uzdužni tlačni modul to eksperimentalno ispitivanje je pokazalo da ostaje nepromijenjen. Prikaz krivulja ovisnosti naprezanja o deformacijama pri različitim brzinama deformacija za slučaj uzdužnog tlačnog opterećenja prikazan je slikom 6.

Međutim, u [9] je spomenuto kako su provedena i ispitivanja sa oprečnim zaključcima. Pri razmatranju kubičnih uzoraka s *Cross-ply* rasporedom slojeva, eksperimenti su pokazali da

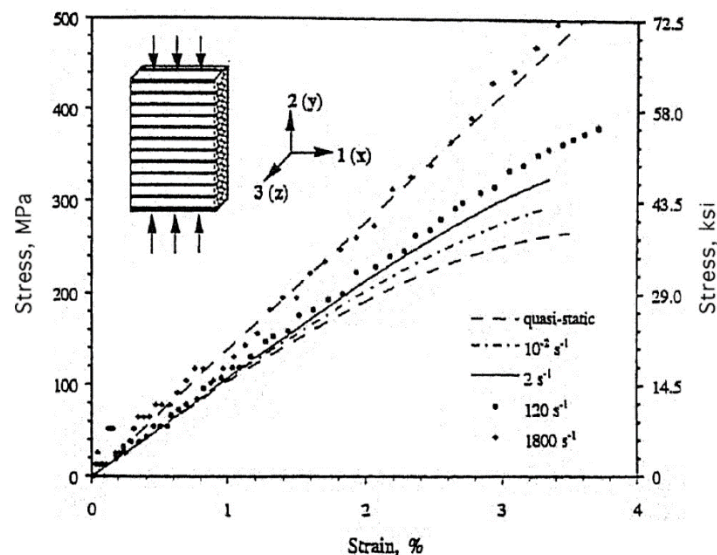
uzdužni tlačni modul elastičnosti u uvjetima visoke brzine deformacije raste dvostruko u odnosu na kvazi-statičke uvjete, dok uzdužna tlačna čvrstoća raste umjereno [9].



Slika 6. Uzdužno tlačno naprezanje kompozita u ovisnosti o deformaciji za različite brzine deformiranja, [9]

2.4.2. Poprečno tlačno opterećenje u ravnini sloja

Prema svim istraživanjima koja su spomenuta u [9], povećanjem brzine deformiranja poprečna tlačna čvrstoća i modul elastičnosti rastu, pri čemu je naglašenija promjena čvrstoće. Prilikom provedenih istraživanja opaženi utjecaji na poprečnu tlačnu lomnu deformaciju su različiti – neki navode kako utjecaja nema, dok drugi tvrde kako ona raste ili pada povećanjem brzine deformiranja. Slikom 7. prikazana je ovisnost naprezanja o deformacijama za različite brzine deformiranja pri poprečnom tlačnom opterećenju u ravnini sloja.



Slika 7. Ovisnost napreznja o deformacijama za različite brzine deformiranja pri poprečnom tlačnom opterećenju u ravnini sloja, [9]

2.4.3. Tlačno opterećenje van ravnine sloja

Prema [9], u dostupnoj literaturi ne postoji previše podataka o ovoj korelaciji. Neka eksperimentalna ispitivanja kubičnih unidirekcionalnih uzoraka navode kako tlačna čvrstoća u smjeru normale na ravninu sloja raste povećanjem brzine deformiranja [9].

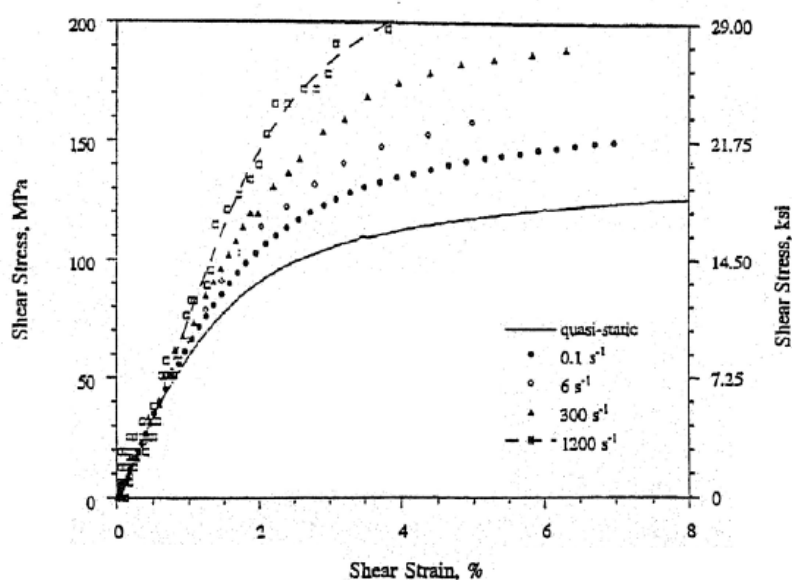
2.5. Utjecaj brzine deformiranja na smična svojstva kompozita

Čak i u slučaju razmatranja kvazi-statičkih uvjeta, za što postoje pouzdane i dobro ustanovljene metode ispitivanja, određivanje svojstava kompozita je vrlo zahtjevno. Od brojnih postojećih kvazi-statičkih metoda ispitivanja, niti jedna nije istovremeno jednostavna za izvesti, a da daje čista smična svojstva [9]. Zbog toga postoje velike razlike, tj. rasipanja u vrijednostima smičnih svojstava dobivenih u različitim ustanovama, odnosno od različitih istraživača. Vrijednosti modula smicanja relativno dobro i konvergiraju, no rasipanje vrijednosti smične čvrstoće je znatno – razlozi tome leže u utjecaju rubnih uvjeta, nesavršenosti u raspodjeli napreznja i prisutnosti normalnih napreznja [9].

U proteklim desetljećima istraživanje dinamičkih smičnih svojstava kompozita poprimilo je široke razmjere. Važno je napomenuti kako za sada ne postoje standardne, unificirane metode ispitivanja, pa se prilikom eksperimentalnog određivanja smičnih svojstava kompozita različiti istraživači služe različitim pristupima i metodama.

2.5.1. Smicanje u ravnini sloja

Kao i u više dosad navedenih slučajeva opterećenja, povećanjem brzine deformiranja odgovarajuća konstanta krutosti i čvrstoća rastu – u ovom slučaju to su modul smicanja i smična čvrstoća [9]. Ponovno, utjecaj brzine deformiranja na vrijednost lomne deformacije prema različitim provedenim istraživanjima različit je, no, većina spomenutih ispitivanja u [9] navodi kako porastom brzine deformacije lomna deformacija pada. Dijagramski prikaz ovisnosti smičnog naprezanja o deformaciji za različite brzine opterećenja, odnosno deformiranja prikazan je slikom 8.

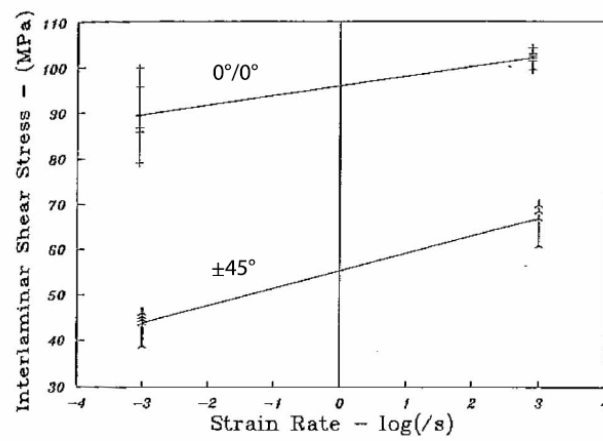


Slika 8. Ovisnost smičnog naprezanja o deformaciji za različite brzine opterećenja (deformiranja), [9]

2.5.2. Smicanje van ravnine sloja

Smična čvrstoća van ravnine sloja, ili interlaminarna smična čvrstoća (ILSS – eng. *Interlaminar shear strength*) jedno je od teže mjerljivih svojstava kompozitnih materijala [9]. Ispitivanja su pokazala, analogno svemu dosad izloženome, kako smična čvrstoća raste porastom brzine deformiranja [9]. U radu [9] se ne spominje utjecaj na modul smicanja ili lomnu deformaciju.

Važno je istaknuti kako je utjecaj brzine deformacije značajniji pri konfiguraciji slojeva s orijentacijom $\pm 45^\circ$ nego pri konfiguraciji sa slojevima 0° . Slikom 9. prikazane su ovisnosti smične čvrstoće van ravnine sloja o logaritamskoj mjeri deformacija, za ove dvije konfiguracije slojeva.



Slika 9. Ovisnosti smične čvrstoće van ravnine sloja o logaritamskoj mjeri deformacija za konfiguracije slojeva $\pm 45^\circ$ i 0° , [9]

3. KORIŠTENI KRITERIJI POPUŠTANJA (INICIJACIJE OŠTEĆENJA)

3.1. Hashinov kriterij

Jedan od najpoznatijih i najprimjenjenijih, ujedno jedini kriterij ugrađen unutar programskog paketa *Abaqus*, je Hashinov kriterij. Ovaj kriterij dijeli se na dva, od kojih se svaki dijeli na još dva podkriterija, čineći skupinu od ukupno četiri podkriterija popuštanja, odnosno načina popuštanja. Razlog tome je što, prema [10], zbog nehomogenosti faza kompozitnih materijala – vlakana i matrice, jedan cjeloviti izraz, čija je površina popuštanja omeđena glatkom krivuljom, fizikalno ne može ispravno opisati, odnosno obuhvatiti sve načine popuštanja kompozitnih slojeva. Hashin je prema tome ukupnu krivulju koja omeđuje površinu popuštanja podijelio na četiri zasebne, pojedinačno glatke krivulje [10]. Ovaj kriterij prvi je koji je uveo odgovarajuće zasebne izraze za pojedine načine popuštanja, a što je kasnije postalo vrlo često u razvijanju novih kriterija popuštanja kompozita.

Promatranje eksperimenata popuštanja, tj. loma kompozitnih laminata, pokazalo je kako postoje dva osnovna načina popuštanja: popuštanje vlakana – lom uslijed vlačnog opterećenja ili izvijanje, tj. gubitak stabilnosti uslijed tlačnog opterećenja, te popuštanje matrice – ravninska pukotina paralelna sa smjerom pružanja vlakana.

Naprezanja u smjerovima glavnih osi materijalnog sustava sloja laminata, u smjeru pružanja vlakana (σ_{11}) i okomito na njih (σ_{22}), razmatraju se zasebno, tj. njihova interakcija se zanemaruje pri inicijaciji oštećenja [10].

Kako se ova naprezanja smatraju međusobno nezavisnima (kriterij se podijelio na zasebne podkriterije), empirijski parametri za prilagodbu krivulja površina oštećenja eksperimentalno dobivenim rezultatima (koji se javljaju u dosadašnjim kriterijima inicijacije oštećenja) drastično gube na značenju [10]. To je velika prednost nad spomenutim kriterijima, jer je za određivanje ovih parametara potreban iscrpan rad i skupo ispitivanje kroz testove materijala opterećenih dvoosno i višeosno, što ponekad niti ne rezultira očekivanom uspješnosti kriterija u procjeni oštećenja.

Pritom naprezanje u smjeru pružanja vlakana uzrokuje popuštanje sloja lomom vlakana, dok naprezanje u smjeru okomitom na smjer pružanja vlakana uzrokuje lom matrice. Dodatno, svako od ovih naprezanja može biti tlačno i vlačno, čime su definirana točno četiri moguća

načina popuštanja sloja kompozita [10]. U nastavku su stoga, za slučaj razmatranja ravninskog stanja naprezanja, prikazani pojedini podkriteriji inicijacije oštećenja. Za područja laminata dovoljno udaljena od rubova i rubnih uvjeta, kao što je ono razmatrano u ovom radu, pretpostavka o ravninskom stanju naprezanja u potpunosti je opravdana [10]. Prema tome, jedine preostale komponente tenzora naprezanja su σ_{11} , σ_{22} i τ_{12} , kao normalna naprezanja u smjeru pružanja vlakana, okomito na taj smjer (u ravnini sloja) i smično naprezanje u ravnini sloja, tim redoslijedom.

3.1.1. Popuštanje vlakana pod vlačnim opterećenjem

U ovom slučaju, kada vrijedi $\sigma_{11} > 0$, kriterij popuštanja prema [10] glasi:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 < 1, \quad (3.1)$$

pri čemu sloj nije popustio ukoliko je gornja nejednakost zadovoljena. U gornjem izrazu je τ_{12} smično naprezanje u ravnini sloja, X_T je vlačna čvrstoća sloja u smjeru pružanja vlakana, a S_L je smična čvrstoća u ravnini sloja.

3.1.2. Popuštanje vlakana pod tlačnim opterećenjem

Kada je $\sigma_{11} < 0$, kako ne bi došlo do popuštanja sloja, mora prema [10] biti zadovoljena nejednakost:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 < 1, \quad (3.2)$$

gdje je X_C tlačna čvrstoća sloja u smjeru pružanja vlakana.

3.1.3. Popuštanje matrice pod vlačnim opterećenjem

U slučaju kada je $\sigma_{22} > 0$, sloj ostaje neoštećen uz ispunjavanje uvjeta iz [10]:

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 < 1, \quad (3.3)$$

gdje je jedina nepoznata veličina vlačna čvrstoća sloja u smjeru okomitom na smjer pružanja vlakana, Y_T .

3.1.4. Popuštanje matrice pod tlačnim opterećenjem

Ukoliko je pak $\sigma_{22} < 0$ dominantno naprezanje u sloju, prema [10] nema oštećenja sloja ako vrijedi:

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2 \cdot S_T}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_C}{2 \cdot S_T}\right)^2 - 1\right] \cdot \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 < 1, \quad (3.4)$$

gdje su preostale nepoznanice tlačna čvrstoća sloja u smjeru okomitom na smjer pružanja vlakana Y_C i smična čvrstoća u ravnini okomitoj na smjer pružanja vlakana S_T .

3.1.5. Implementacija u programskom paketu Abaqus

U sklopu programskog paketa *Abaqus* ugrađen je kriterij Hashin. Izrazi za inicijaciju oštećenja praktički su potpuno jednaki onima koji su navedeni pod prethodnim točkama izrazima (3.1) – (3.4), uz iznimku dodatka faktora α u izraz za popuštanje vlakana pod vlačnim opterećenjem kako prema [11] slijedi:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \alpha_H \cdot \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 < 1. \quad (3.5)$$

Faktor α_H u izrazu (3.5) može poprimiti vrijednost 1 ili 0, čime se u dotični podkriterij oštećenja uključuje, odnosno isključuje utjecaj smičnog naprezanja [11]. U ovom radu korištena je vrijednost $\alpha_H = 1$.

U sklopu navedenog korištenog programskog paketa, u izrazima (3.1) – (3.4), odnosno (3.5), naprezanja su komponente efektivnog tenzora naprezanja, što znači da uzimaju u obzir oštećenje materijala [11]. Drugim riječima, predstavljaju naprezanja na oštećenom području, koja se efektivno suprotstavljaju unutarnjim silama [11]. Ovaj se efektivni tenzor naprezanja računa prema izrazu:

$$\sigma = \mathbf{M} \cdot \sigma_0, \quad (3.6)$$

gdje je σ_0 tenzor, tj. vektor stvarnih naprezanja, a \mathbf{M} je matrica koja predstavlja operator oštećenja i određuje se prema sljedećem izrazu iz [11]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

U izrazu (3.7) veličine d_f , d_m i d_s interne su varijable koje predstavljaju oštećenja vlakana, matrice i smično oštećenje, tim redoslijedom, a prema [11] one se određuju sljedećim izrazima:

$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{za } \sigma_{11} \geq 0, \\ d_f^c & \text{za } \sigma_{11} < 0, \end{cases}$$

$$d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{za } \sigma_{22} \geq 0, \\ d_m^c & \text{za } \sigma_{22} < 0, \end{cases} \quad (3.8)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_f^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c).$$

Prije pojave ikakvog oštećenja, matrica operator oštećenja \mathbf{M} je jednaka identičnoj, odnosno jediničnoj matrici, čime je prema izrazu (3.6) i tenzor efektivnih naprezanja jednak tenzoru stvarnih naprezanja. Prilikom pojave oštećenja materijala barem po jednom od četiri podkriterija, \mathbf{M} postaje različita od jedinične matrice i dobiva značaj u određivanju efektivnih naprezanja, čime nadalje utječe na sve podkriterije inicijacije oštećenja [11].

Korisno je napomenuti i kako je model oštećenja ovisan o karakterističnoj dimenziji konačnog elementa čime se izbjegava ovisnost numeričkih rezultata kod kojih konstitutivan model ima negativni tangenti modul (eng. *Strain softening*). Ovaj problem u literaturi je poznat kao *Size effect* ili *Damage localization*.

Korištenjem Hashinovog kriterija, u prikazu rezultata, po provođenju analize, dostupne su sljedeće dodatne varijable: HSNFTCRT, HSNFCCRT, HSNMTCRT i HSNMCCRT. Ove varijable predstavljaju vrijednosti pojedinih podkriterija popuštanja, redoslijedom kojim su pod prethodnim točkama prikazani.

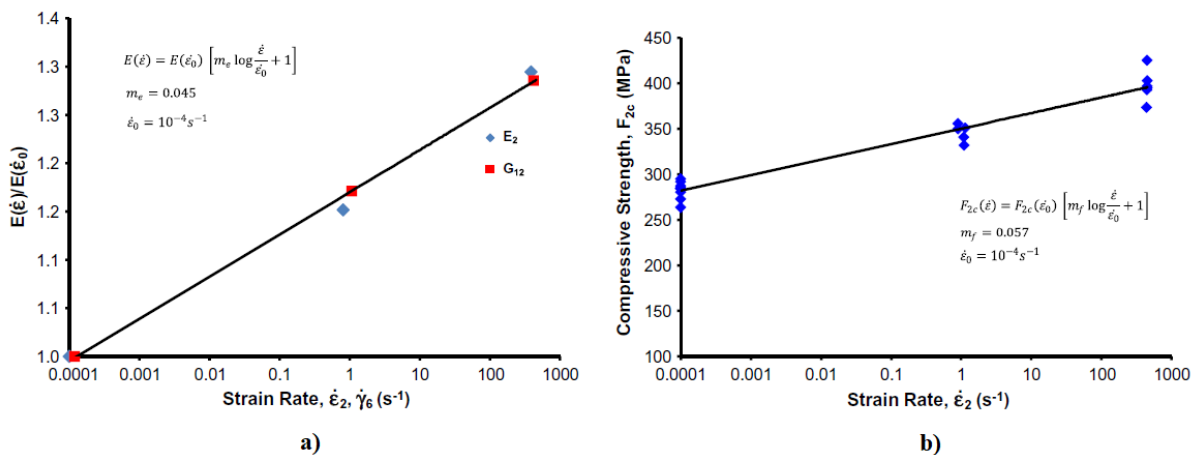
Ukoliko je definiran i zakon širenja, tj. razvoja oštećenja, vrijednosti navedenih varijabli mogu iznositi maksimalno 1 [11]. Međutim, ukoliko nikakav dodatan model propagacije oštećenja nije definiran, ove varijable mogu poprimiti i vrijednosti veće od 1, čime se indicira koliko je materijal jako oštećen, tj. koliko je stanje naprezanja nepovoljnije, odnosno udaljeno od onoga koje je definirano kao granično kriterijem popuštanja, tj. inicijacije oštećenja. Na taj način, kada nije implementiran nikakav model razvoja oštećenja, ovaj kriterij, odnosno vrijednosti njegovih podkriterija utječu samo na izlaz simulacije, a ne i na stanje naprezanja u predstojećim koracima simulacije [11]. To omogućuje i provođenje jednostavnih analiza nosivosti konstrukcija u kojima se razmatra samo statika, odnosno u kojima nastanak i razvoj oštećenja nisu predmet razmatranja.

3.2. Kriteriji koji uzimaju u obzir brzinu deformiranja

3.2.1. Danielov kriterij, NU teorija [2]

Autor i suradnici kreirali su kriterij popuštanja kompozita u ovisnosti o brzini deformacije koji je primarno predviđen za male, gotovo elastične dinamičke deformacije. Pristup razvijanju kriterija temeljio se na brojnim prethodnim radovima navedenog autora, u kojima je analiziran utjecaj brzine deformacije na krutosti, čvrstoće i delaminaciju kompozitnih materijala. Najprije je provedeno opsežno ispitivanje odabranog materijala pri različitim brzinama deformiranja, iz čega su razvijeni izrazi za dinamičke komponente tenzora napreznja i deformacija.

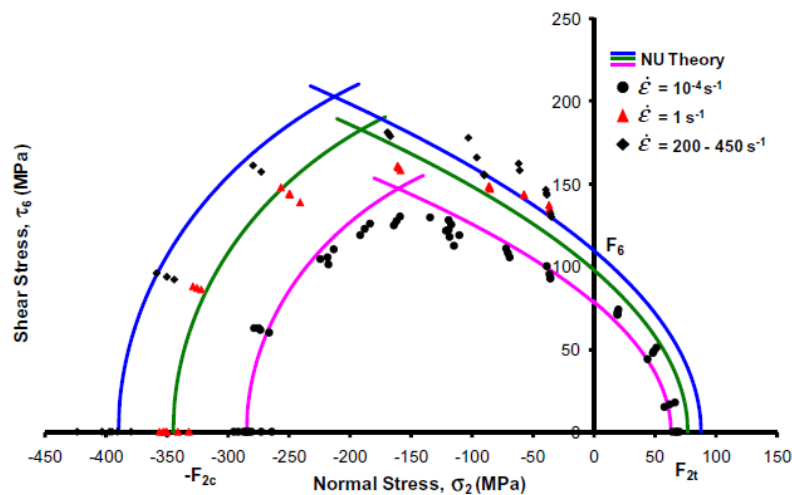
Pri eksperimentalnom ispitivanju materijala koje je prethodilo izvođenju izraza, pokazano je u [2] kako se krutosti i čvrstoće linearno mijenjaju s logaritamskom promjenom brzine deformacije, na čitavom spektru razmatranih brzina deformacije ($10^{-4} - 400 \text{ s}^{-1}$). Za poprečni modul elastičnosti i modul smicanja u ravnini sloja eksperimentalni podaci i empirijska krivulja koja prikazuje ovu ovisnost prikazani su dijagramski slikom 10. pod a), dok su za poprečnu tlačnu čvrstoću analogni podaci prikazani na istoj slici pod b).



Slika 10. a) Ovisnost poprečnog modula elastičnosti i modula smicanja o brzini deformacije, b) ovisnost poprečne tlačne čvrstoće o brzini deformacije, [2]

Omjer modula smicanja u poprečnoj i ravnini sloja, pri različitim brzinama deformacije, ostao je jednak i neovisan o samoj brzini deformacije, tj. oba modula mijenjaju se s brzinom deformacije po istom logaritamskom zakonu [2]. Također, poprečna vlačna i tlačna čvrstoća te smična čvrstoća (u ravnini sloja) zadržali su jednaku međusobnu relativnu proporcionalnost pri svim analiziranim brzinama deformacije [2].

Slično kao i u slučaju Hashinovog kriterija, teorija se dijeli na tri zasebna kriterija, ovisno o dominantnom načinu opterećenja kompozita. Ovi su kriteriji, u normaliziranom obliku, predstavljeni pod zasebnim točkama u nastavku. Pritom je korištena notacija komponenta napreznja i čvrstoća izmijenjena u odnosu na izvorni rad, kako bi bila u skladu s uobičajeno korištenom u ovoj tematici. Slikom 11. iz [2] prikazane su, usporedno krivulje popuštanja sloja kompozita pri trima različitim brzinama deformacija i rezultati provedenih eksperimentalnih ispitivanja materijala u odgovarajućim uvjetima.



Slika 11. Usporedni prikaz krivulja popuštanja sloja pri različitim brzinama deformacija i rezultata eksperimenata, [2]

Spomenuta normalizacija čvrstoća Y_T , Y_C i S_L provedena je prema sljedećem izrazu koji je izveden u [2]:

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} \cdot \left(m_f \cdot \log \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) + 1 \right)^{-1}, \quad (3.9)$$

gdje su σ_{ij} već spomenute čvrstoće, m_f je empirijski određen koeficijent, odnosno parametar logaritamskog zakona ovisnosti napreznja o brzini deformacije, $\dot{\epsilon}$ je brzina deformacije, a $\dot{\epsilon}_0$ referentna brzina deformacije. Na analogan način određuju se i konstante krutosti (poprečni modul elastičnosti i modul smicanja) u ovisnosti o brzini deformiranja, također prema [2]:

$$E(\dot{\epsilon}) = E(\dot{\epsilon}_0) \cdot \left(m_e \cdot \log \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) + 1 \right), \quad (3.10)$$

gdje je m_e empirijski određen parametar logaritamskog zakona ovisnosti konstanti krutosti o brzini deformacije. Pod svim sljedećim točkama korištene komponente čvrstoće materijala određuju se, za poznatu brzinu deformacije, prema izrazu (3.9).

3.2.1.1. Popuštanje pri dominantnom tlačnom opterećenju (kriterij NUa)

Sloj kompozita ostaje bez oštećenja ukoliko je, prema [2], zadovoljen uvjet:

$$\left(\frac{\sigma_{22}^*}{Y_C}\right)^2 + \alpha_D^2 \cdot \left(\frac{\tau_{12}^*}{Y_C}\right)^2 < 1. \quad (3.11)$$

U gornjem izrazu preostaje još definirati jedino faktor α_D koji predstavlja omjer modula elastičnosti i modula smicanja kako prema [2] slijedi:

$$\alpha_D = \frac{E_2}{G_{12}}. \quad (3.12)$$

3.2.1.2. Popuštanje pri dominantnom smicanju (kriterij NUb)

Prema [2], ukoliko je dominantno smično opterećenje, integritet sloja je nepromijenjen uz kriterij:

$$\left(\frac{\tau_{12}^*}{S_L}\right)^2 + \frac{2}{\alpha_D} \cdot \frac{\sigma_{22}^*}{S_L} < 1, \quad (3.13)$$

u kojem su sve veličine već poznate.

3.2.1.3. Popuštanje pri dominantnom vlačnom opterećenju (kriterij NUc)

U slučaju kada je vlačno opterećenje dominantno, sloj je neoštećen ukoliko vrijedi izraz iz [2]:

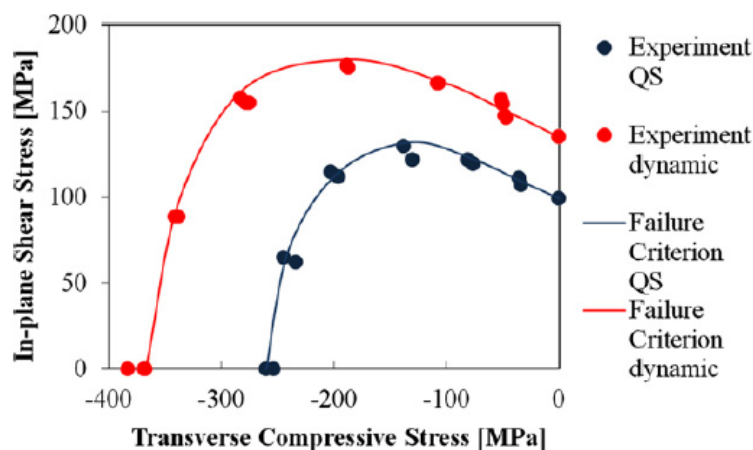
$$\frac{\sigma_{22}^*}{Y_T} + \frac{\alpha_D^2}{4} \cdot \left(\frac{\tau_{12}^*}{Y_T}\right)^2 < 1. \quad (3.14)$$

Ponovno, sve su veličine koje se nalaze u izrazu (3.14) otprije poznate.

3.2.2. Raimondov kriterij, [8]

Kako ovaj kriterij nema posebno definiran naziv, radi jednostavnosti, u ovom radu prozvan je Raimondovim kriterijem, iako je voditelj istraživačke grupe na radu [8] Iannucci. Ovaj kriterij posebno je razvijen za unidirekionalne kompozitne slojeve (vlakna položena u jednom smjeru) i to ugljičnim vlaknima ojačane polimerne matrice (CFRP) [8]. U radu su fenomenološkim pristupom razvijeni teorija popuštanja sloja i model očvršćivanja materijala, za troosno stanje naprezanja, a koji uzimaju u obzir brzinu deformiranja. Validacija izvedene

teorije i modela očvršćivanja provedena je u odnosu na eksperimentalno dobivene podatke iz dostupne literature. Usporedni prikaz rezultata eksperimenata i krivulja popuštanja prema ovom kriteriju za kvazi-statičke i dinamičke uvjete opterećenja, u slučaju poprečnog tlačnog i smičnog opterećenja, dan je slikom 12. koja je preuzeta iz [8].



Slika 12. Usporedni prikaz rezultata eksperimenata i krivulja popuštanja prema Raimondovom kriteriju, za kvazi-statičke i dinamičke uvjete poprečnog tlačnog i smičnog opterećenja, [8]

Zaključci u [8] impliciraju kako su predložena teorija i model prikladni za predviđanje elastičnih i svojstava popuštanja unidirekcionalnih CFRP kompozita za generalne 3D, kvazi-statičke i dinamičke uvjete opterećenja s vrlo velikom preciznošću.

3.2.2.1. Popuštanje vlakana pod vlačnim opterećenjem

Prema [8], eksperimentalnim ispitivanjem dvoosnim opterećenjem preteško je zaključiti utječu li naprezanja, osim normalnog naprezanja σ_{11} , na lom vlakana. Prema tome, u [8] je za ovakav način popuštanja predložen kriterij:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 < 1, \quad (3.15)$$

gdje su sve veličine već otprije poznate. Kako je u literaturi navedenoj u [8] eksperimentalno potvrđeno, vrijednost vlačne čvrstoće sloja u smjeru pružanja vlakana pri uvjetima velike brzine deformacije ostaje jednaka onoj pri kvazi-statičkim uvjetima opterećenja.

3.2.2.2. Popuštanje vlakana pod tlačnim opterećenjem

Ovaj tip popuštanja sloja najkompleksniji je od svih, zbog više mogućih načina popuštanja pod tlačnim opterećenjem [8]. Radi jednostavnosti, u [8] je ovaj podkriterij izveden direktno iz izraza polinomne aproksimacije eksperimentalno dobivene krivulje popuštanja. Ovaj izraz prema [8] glasi:

$$\frac{\sigma_{11}}{X_C^{qs}} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L^{qs}}\right)^{\alpha_R} + \left(\frac{\tau_{31}}{S_T^{qs}}\right)^{\alpha_R} < 1, \quad (3.16)$$

gdje su sve veličine, osim empirijskog faktora za prilagodbu krivulje α_R , već poznati. Kako je navedeno u [8], u velikoj većini radova s objavljenim podacima, brzina deformacije ima vrlo značajan utjecaj na čvrstoću X_C . Prema tome, njezin je iznos potrebno povezati s brzinom deformacije, što je učinjeno preko sljedećeg izraza:

$$X_C^d(\dot{\epsilon}_1) = k_{12}(\dot{\epsilon}_1) \cdot X_C^{qs}, \quad (3.17)$$

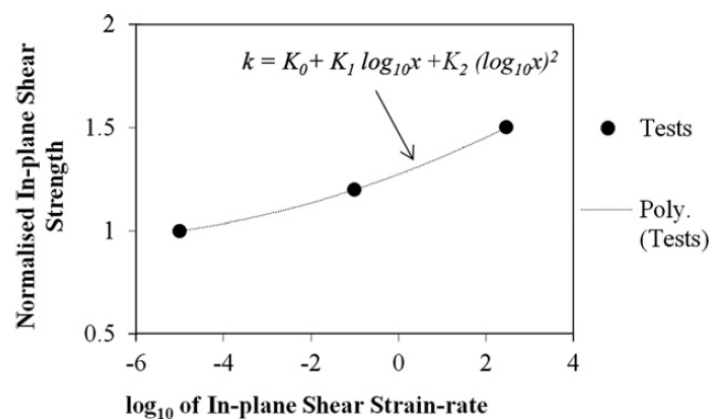
gdje je $k_{12}(\dot{\epsilon}_1)$ skalirajuća funkcija za čvrstoće, a nju je moguće odrediti preko omjera dinamičke i kvazi-statičke vrijednosti smične čvrstoće kako slijedi:

$$k(\dot{\gamma}_{12}) = \frac{S_L^d(\dot{\gamma}_{12})}{S_L^{qs}}. \quad (3.18)$$

U gornjem izrazu vrijednosti $S_L^d(\dot{\gamma}_{12})$ dobivene su eksperimentalno. S druge strane, izraz za skalirajuću funkciju $k(\dot{\gamma}_{12})$ prema [8] glasi:

$$k(\dot{\gamma}_{12}) = K_0 + K_1 \cdot \log_{10} \dot{\gamma}_{12} + K_2 \cdot \log_{10}^2 \dot{\gamma}_{12}, \quad (3.19)$$

gdje su K_0 , K_1 i K_2 empirijski određeni parametri skalirajuće funkcije. Izgled ove krivulje koja aproksimira eksperimentalne podatke obrađene prema izrazu (3.18) u ovisnosti o logaritamskoj vrijednosti brzine smične deformacije $\dot{\gamma}_{12}$ prikazan je slikom 13.



Slika 13. Izgled skalirajuće funkcije k u usporedbi s eksperimentalno dobivenim rezultatima

Izraz (3.17), prema [8], izveden je uz pretpostavku da pod utjecajem tlačnog opterećenja u smjeru pružanja vlakana, smična deformacija prouzrokovana inicijalnom greškom smjera pružanja (pojedinih) vlakana raste brzinom jednakog reda veličine kao i uzdužna deformacija. Prema tome, u [8] je predložen sljedeći izraz kao kriterij popuštanja vlakana pod tlačnim opterećenjem:

$$\frac{\sigma_{11}}{k(\dot{\epsilon}_1) \cdot X_C^{qs}} + \frac{\tau_{12}}{k(\dot{\gamma}_{12}) \cdot S_L^{qs}} + \frac{\tau_{31}}{k(\dot{\gamma}_{31}) \cdot S_T^{qs}}, \quad (3.20)$$

koji vrijedi za transversalno izotropne unidirekcionale od kombinacije ugljična vlakna / polimerna matrica, uz početnu grešku u poravnanju vlakana (eng. – *fibre misalignment*) koja dovodi do popuštanja vlakana izvijanjem (eng. – *fibre kinking*). Za kompozite koji pak popuštaju kao rezultat smičnog loma vlakana, u [8] se navodi kako je prikladniji sljedeći izraz za popuštanje:

$$\frac{\sigma_{11}}{X_C^{qs}} + \left(\frac{\tau_{12}}{k(\dot{\gamma}_{12}) \cdot S_L^{qs}} \right)^{\alpha_R} + \left(\frac{\tau_{31}}{k(\dot{\gamma}_{31}) \cdot S_T^{qs}} \right)^{\alpha_R} < 1. \quad (3.21)$$

3.2.2.3. Popuštanje matrice pod vlačnim opterećenjem

Kriteriji za vlačno i tlačno (opisano pod točkom 3.2.2.4.) popuštanje matrice kreirani su prilagođavanjem, tj. proširivanjem primjenjivosti kriterija iz [12], koji su u navedenom radu formulirani za uvjete kvazi-statičke opterećenosti, na dinamičke uvjete. Predloženi kriterij u [8] glasi:

$$\begin{aligned} (\sigma_{ij}) &\xrightarrow{\perp x\varphi} (\sigma_{ij'}) \\ (\dot{\epsilon}_{ij}) &\xrightarrow{\perp x\varphi} (\dot{\epsilon}_{ij'}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\left(\frac{\sigma_{22'}}{Y_T^{qs}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12'}}{k_{12'}(\dot{\gamma}_{12'}) \cdot S_L^{qs}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23'}}{k_{23'}(\dot{\gamma}_{23'}) \cdot S_T^{qs}} \right)^2 < 1.$$

U gornjim izrazima simbol $\perp x\varphi$ predstavlja 3D (prostornu) rotaciju za kut φ oko osi x koja se podudara sa smjerom pružanja vlakana [8], prema slici 14. Kut φ koji maksimizira funkcional kriterija danog pod (3.22) označava orijentaciju potencijalne ravnine popuštanja, tj. loma matrice [8].

Izrazi za transformaciju naprežanja koja se prema izrazu (3.22) provodi su, uz promjenu izvora nomenklature kako bi odgovarala korištenoj u ovom radu, prema [12]:

$$\begin{aligned}\sigma_{22'} &= \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} + \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2} \cdot \cos(2\varphi) + \tau_{23} \cdot \sin(2\varphi), \\ \tau_{12'} &= -\frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2} \cdot \sin(2\varphi) + \tau_{23} \cdot \cos(2\varphi), \text{ i} \\ \tau_{23'} &= \tau_{12} \cdot \cos(\varphi) + \tau_{13} \cdot \sin(\varphi).\end{aligned}\quad (3.23)$$

Vlačna je čvrstoća čiste polimerne matrice ovisna o brzini deformacije. Međutim, poprečna vlačna čvrstoća ovisi o čvrstoći (generalno) slabije veze između vlakana i matrice, koja pak značajno ovisi o korištenom materijalnom sustavu (kombinaciji vlakana i matrice) i rasporedu te udjelu vlakana [8]. Dakle, ne ovisi samo o svojstvima matrice. Zbog velikog rasipanja eksperimentalno dobivenih rezultata, kako se na taj način ostaje na strani sigurnosti, autor i suradnici u [8] odlučili su kako je za potrebe kreiranja ovog kriterija vlačna čvrstoća matrice neovisna o brzini deformacije, odnosno opterećenja.

Popuštanje kompozita pri opterećenjima u smjerovima koji se ne podudaraju s materijalnim osima često je eksperimentalno analizirano. Iz radova koji su promatrani u [8], zaključeno je kako na smičnu čvrstoću u ravnini sloja i interlaminarnu smičnu čvrstoću brzina deformacije ima vrlo velik utjecaj. Stoga su u kriteriju za popuštanje matrice pod vlačnim opterećenjem, prema izrazu (3.22), za smične čvrstoće korišteni izrazi u ovisnosti o brzini deformacije.

3.2.2.4. Popuštanje matrice pod tlačnim opterećenjem

Slično onome koji je prikazan u prethodnom odjeljku, ovdje je kriterij popuštanja sloja definiran izrazom iz [8] kako slijedi:

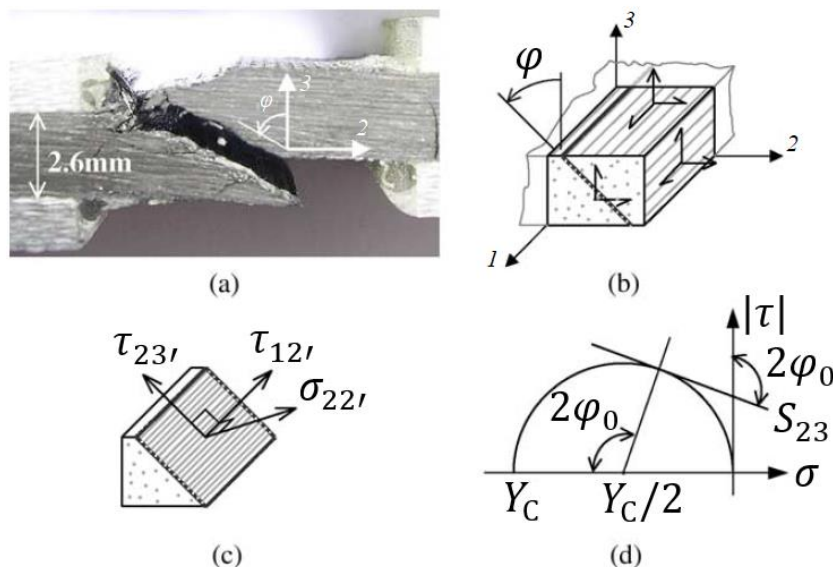
$$\begin{aligned}(\sigma_{ij}) &\xrightarrow{\perp x \varphi} (\sigma_{ij'}) \\ (\dot{\epsilon}_{ij}) &\xrightarrow{\perp x \varphi} (\dot{\epsilon}_{ij'})\end{aligned}\quad (3.24)$$

$$\left(\frac{\tau_{12'}}{k_{12'}(\dot{\gamma}_{12'}) \cdot S_L^{\text{qs}} - \mu_L^d \cdot \sigma_{22'}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23'}}{k_{23'}(\dot{\gamma}_{23'}) \cdot S_T^{\text{qs}} - \mu_T^d \cdot \sigma_{22'}} \right)^2 < 1.$$

Ponovno je φ trodimenzionalni kut zakreta oko osi x (smjer pružanja vlakana), a njegova vrijednost koja maksimizira funkcional izraza (3.24) označava potencijalnu ravninu loma za ovaj način popuštanja sloja.

Eksperimentalno dobiven lom stvarne CFRP ploče u uvjetima čistog poprečnog tlačnog opterećenja, elementarni dio kompozita na kojemu je prikazana orijentacija koordinatnog

sustava sa zakretnim kutom φ , naprezanja transformirana na ravninu popuštanja i geometrijski prikaz određivanja kuta φ_0 pomoću Mohr-Coulombove teorije prikazani su slikom 14. pod a), b), c) i d), tim redoslijedom.



Slika 14. a) Eksperimentalni lom stvarne CFRP ploče u uvjetima čistog poprečnog tlačnog opterećenja; b) elementarni dio kompozita s prikazom orijentacije koordinatnog sustava; c) naprezanja transformirana na ravninu popuštanja; d) geometrijski prikaz određivanja kuta φ_0 pomoću Mohr-Coulombove teorije

Za CFRP kompozite, ravnina je popuštanja zarotirana za kut $\varphi_0 \approx 50 - 55^\circ$ (ovisno o literaturi), a najčešće on iznosi $52 - 53^\circ$.

Eksperimentalno dobivena vrijednost kuta φ koja označava položaj, tj. orijentaciju stvarne ravnine loma u kvazi-statičkim uvjetima opterećenja - φ_0^{qs} , koristi se za određivanje poprečnog faktora trenja μ_T^{qs} pomoću izraza koji, prema [8], slijedi iz Mohr-Coulombove teorije:

$$\mu_T^{\text{qs}} = -\frac{1}{\tan(2 \cdot \varphi_0^{\text{qs}})}. \quad (3.25)$$

Prema literaturi obrađenoj i navedenoj u [8], kut stvarne ravnine loma pri dinamičkim uvjetima opterećenja jednak je onome pri kvazi-statičkim uvjetima u širokom rasponu brzina deformacije, od najnižih vrijednosti pa sve do preko tisuću Hertza. Prema tome, i poprečni je faktor trenja također jednak u kvazi-statičkim i dinamičkim uvjetima opterećenja konstrukcije.

Uzdužni se pak faktor trenja μ_L^{qs} može odrediti pomoću jednostavnog izraza navedenog u [8] za ortotropne modele:

$$\mu_L^{qs} = \mu_T^{qs} \frac{S_L^{qs}}{S_T^{qs}}, \quad (3.26)$$

gdje su sve veličine već poznate, a smična čvrstoća u ravnini okomitoj na smjer pružanja vlakana, u uvjetima kvazi-statičkog opterećenja, određuje se iz poprečne tlačne čvrstoće sloja, također prema [8], kako slijedi:

$$S_T^{qs} = \frac{Y_C^{qs}}{2 \cdot \tan(\varphi_0^{qs})}. \quad (3.27)$$

Bez detaljnog opisivanja postupka, daljnjim uvrštavanjem i vraćanjem pojedinih izraza u prethodne, uz određeno razmatranje odnosa i dedukciju, dolazi se do zaključka kako uzdužna i poprečna smična čvrstoća imaju identično povećanje vrijednosti s obzirom na brzinu deformiranja, a uzdužni faktor trenja ne ovisi o brzini deformiranja, odnosno opterećenja.

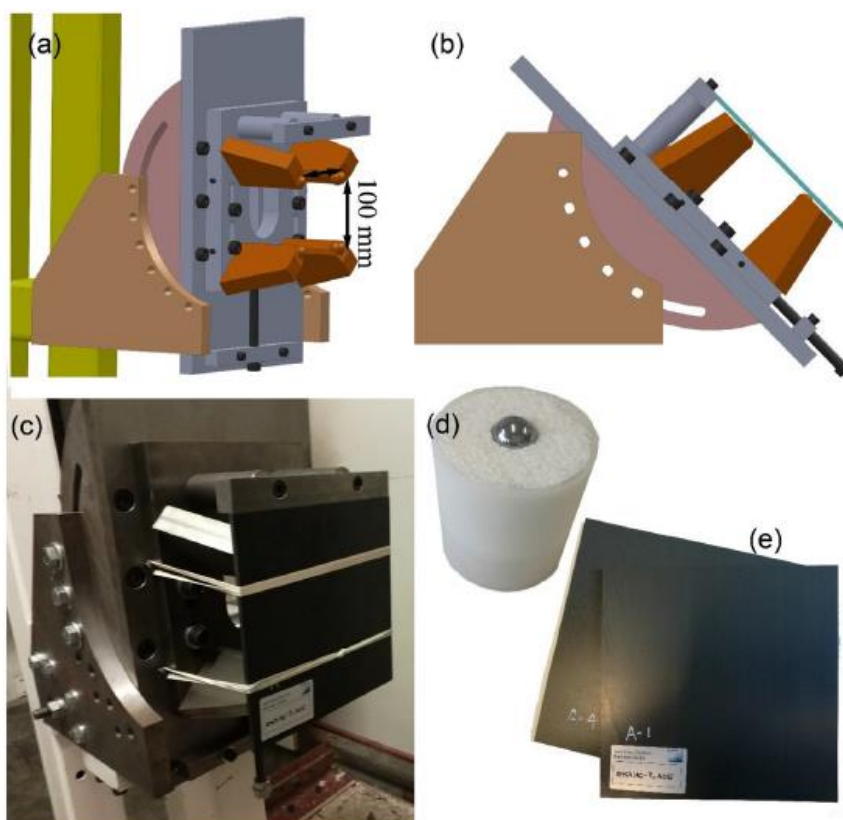
Imajući na umu da su utjecaji brzine deformiranja prisutni zbog izotropne polimerne matrice, opravdano je pretpostaviti da bi uzdužna i poprečna smična čvrstoća mogle ispoljavati sličnu ovisnost vrijednosti o brzini deformiranja. Obradom podataka eksperimentalno dobivenih u brojnim radovima, kako je prikazano u [8], zaključeno je kako je u potpunosti opravdana spomenuta pretpostavka.

4. NUMERIČKI MODEL

4.1. Opis odabranog problema iz dostupne literature

U radu [1] eksperimentalno je, a potom i numerički (računalno), analiziran problem udara kuglastog udarača u kompozitnu ploču od CFRP materijala IM7/8552. Udarač je čelična kuglica promjera 20 mm, a ploča je izrađena od laminata od unidirekcionalnih slojeva konfiguracije $[0,45,90,-45]_{5s}$ s ukupnom debljinom od 5 mm. Ploča je kvadratna s duljinom stranice od 200 mm, a sa stražnje je strane, radi jednostavnosti i mogućnosti što točnijeg numeričkog modeliranja rubnih uvjeta, oslonjena na četiri kuglasta oslonca promjera 20 mm postavljena u kvadratnom rasporedu s udaljenostima 100 mm.

Da bi ostala u traženoj poziciji, ploča je gumenim remenima (tzv. „gumicama“) pritisnuta, tj. pričvršćena na oslonce. Prema [1], krutost je ovih gumica zanemariva, pa ih stoga nije potrebno uzeti u razmatranje u postavljanju numeričkog modela. Numerički modeli i stvarni eksperimentalni postav prikazani su slikom 15. pod a) i b), odnosno c) i d) tim redoslijedom.



Slika 15. (a) i (b) numerički modeli, (c) stvarni eksperimentalni postav, (d) čelični udarač, (e) uzorak ploče, [1]

Čelični kuglasti udarač u ploču udara pod dva različita napadna kuta – normalno na ploču (90°) i pod 45° . Raspon brzina udarača u eksperimentalnom dijelu rada je 21 – 157 m/s, a za svaki je od navedena dva kuta udara odrađeno po 10 eksperimenata. U numeričkom dijelu rada provedene su simulacije s dvije različite brzine udara udarača za oba napadna kuta – brzine od 59 m/s (55 m/s za napadni kut od 45°) i 109 m/s (106 m/s za napadni kut od 45°). U nastavku, na manje brzine udara referira se s v_1 , a na veće brzine s v_2 .

Kvaliteta izrađenog kompozitnog laminata ploče ultrazvučno je provjerena (*C-scan* slika). Za kontrolu brzine kretanja udarača i općenito praćenje tijekom događaja udara korištena je kamera s vrlo visokim brojem slika u sekundi (FPS – eng. *Frames Per Second*). Za praćenje pomaka udarača korištena je metoda digitalne korelacije slike (DIC – eng. *Digital Image Correlation*). Brzina udarača potom je određena iz poznatih pomaka udarača u poznatim vremenskim koracima. Svjetlosna zavjesa (eng. – *Light Curtain*) ugrađena u top koji ispaljuje kuglicu korištena je za validaciju izračunatih brzina kretanja udarača.

Udarana sila prema [1] nije mogla biti određena na pouzdan i precizan način. Udarana je sila izračunata umnoškom poznate mase udarača (32,8 g) i njegove akceleracije, koja je pak određena dodatnom diferencijacijom brzine određene metodom DIC. Prilikom izvođenja diferencijacije prema povijesti brzine kretanja udarača, korištena je pomična metoda osrednjavanja rezultata kako bi se izgladila krivulja akceleracije.

Prilikom numeričke analize problema, u radu [1] su korišteni Puckov kriterij i LaRC model (inicijacije) oštećenja materijala. Pritom Puckov kriterij ovisnima o brzini deformacije smatra samo čvrstoće, dok su u LaRC modelu i krutosti ovisne o dinamici opterećenja [1].

4.2. Uvodno o postavljanju modela i korištenim pristupima

U komercijalnom programskom paketu *Abaqus/Explicit* napravljena su tri različita modela razmatranog problema koji je predstavljen pod točkom 1.7. Model s pločom opisanom konvencionalnom ljuskom (bez debljine) i model s pločom kreiranom kao 3D ljuska (s definiranom debljinom) korišteni su za dobivanje (i međusobno uspoređivanje) rezultata prema Hashinovoj teoriji, dok je model s pločom opisanom kao klasičnim trodimenzionalnim kontinuumom korišten za dobivanje rezultata prema Danielovom i Raimondovom kriteriju.

Posljednji pristup modeliranju problema koristi elemente C3D8R, heksaedarske konačne elemente prvog reda za diskretiziranje kontinuuma unutar programskog paketa

Abaqus/Explicit. Upravo mogućnost diskretizacije pomoću svih standardnih, pa tako i konačnih elemenata koji opisuju troosno stanje naprezanja, prednost je korisnički definiranih podrutina (potprograma) VUMAT [11], koje su korištene za definiranje konstitutivnih modela materijala prema teorijama koje nisu ugrađene u programski paket *Abaqus/Explicit* (Daniel i Raimondo). U nastavku su ukratko opisani svi koraci u kreiranju modela. Najprije je nešto rečeno o rješavaču problema *Abaqus/Explicit* i opeijom unosa korisnički definiranih konstitutivnih modela materijala VUMAT. Potom je pojašnjeno modeliranje udarača i oslonaca ploče, zatim modeliranje ploče svim trima navedenim pristupima, a nakon toga i ostali koraci u postavljanju simulacijskog modela, po „modulima“ u korištenom programskom paketu.

4.3. *Abaqus/Explicit*

Ovaj je programski paket specifično dobro prikladan za simuliranje kratkih, prijelaznih dinamičkih pojava kao što su automobilski ili balistički udari [11]. Mogućnosti ovog rješavača da učinkovito rješavaju vrlo nelinearna ponašanja kao što su kontakti, čini ga vrlo atraktivnim za simuliranje brojnih kvazi-statičkih događaja i industrijskih procesa.

4.3.1. *Procedura rješavanja problema*

Tijekom rješavanja eksplicitne dinamičke analize obrađuje se velik broj vrlo malih vremenskih inkremenata na učinkovit način. Pritom se koristi eksplicitna vremenska integracija koristeći metodu središnje razlike, što svaki pojedini vremenski inkrement čini procesorski „jeftinim“ u usporedbi s direktnom integracijom dinamičkih analiza koja je dostupna koristeći rješavač *Standard*. Eksplicitni operator središnje razlike zadovoljava jednadžbe dinamičke ravnoteže na početku vremenskog inkrementa, zatim se izračunata akceleracije u vremenskom trenutku t koriste za dolazak do rješenja (iznosa) brzine u trenutku $t + \Delta t/2$ i rješenja pomaka u vremenskom trenutku $t + \Delta t$. Dakle, integracija metodom središnje razlike je eksplicitna, jer se kinematičko stanje u novom vremenskom inkrementu određuje pomoću ubrzanja i brzine čvorova na kraju prethodnog inkrementa. Akceleracija u koraku analize i prema [11] iznosi:

$$\ddot{u}_{(i)}^N = (M^{NJ})^{-1} \cdot (P_{(i)}^J - I_{(i)}^J), \quad (4.1)$$

gdje je M^{NJ} matrica masa reda $N \times J$, $P_{(i)}^J$ je vektor vanjskih opterećenja, a $I_{(i)}^J$ je vektor unutarnjih sila. Pomoću ovako određene akceleracije, brzina i pomak čvora tim se

redosljedom prema [11] određuju numeričkom integracijom pomoću izraza:

$$\dot{u}_{(i+\frac{1}{2})}^N = \dot{u}_{(i-\frac{1}{2})}^N + \frac{\Delta t_{(i+1)} + \Delta t_{(i)}}{2} \cdot \ddot{u}_{(i)}^N, i \quad (4.2)$$

$$u_{(i+1)}^N = u_{(i)}^N + \Delta t_{(i+1)} \cdot \dot{u}_{(i+\frac{1}{2})}^N, \quad (4.3)$$

a ovdje je $u_{(i)}^N$ N -ti stupanj slobode (translatorna ili rotacijska komponenta pomaka) u inkrementu, tj. koraku i .

Već je rečeno kako su dinamičke, eksplicitne procedure vrlo računalno učinkovite. Razlog tome leži u korištenju dijagonalne matrice mase. Za određivanje akceleracije čvora prema izrazu (4.1), potrebno je pronaći inverz matrice mase. Upravo zbog dijagonalne forme ove matrice, pronalazak njezine inverzne matrice je relativno jednostavan. Uz to, proces množenja matrice i vektora – inverza matrice mase i vektora inercijskih sila (razlika vanjskih i unutarnjih sila u izrazu (4.1)) zahtjeva mnogo manji broj operacija, točnije samo n operacija, gdje je n broj stupnjeva slobode u modelu.

4.3.2. Stabilni vremenski inkrement

Rješavač svaki problem rješava kao problem širenja valova [13]. Sile koje nisu uravnotežene propagiraju kao valovi naprezanja između susjednih elemenata. Pravo, stabilno rješenje dobiva se samo kada je vremenski inkrement Δt manji od granice stabilnosti – stabilnog vremenskog inkrementa Δt_{\min} . U suprotnom, rješenje je nestabilno, a u odzivu modela mogu se pojaviti oscilacije [11]. Stabilni vremenski inkrement može se odrediti iz najveće vlastite frekvencije sustava prema [11], [14]:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}}, \quad (4.4)$$

ako nema prigušenja u sustavu. U slučaju postojanja prigušenja, izraz prema [11], [14] glasi:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \left(\sqrt{1 + \xi_{\max}^2} - \xi_{\max} \right), \quad (4.5)$$

gdje je ξ_{\max} faktor kritičnog prigušenja kod najveće vlastite frekvencije sustava. Aproksimacija stabilnog vremenskog inkrementa često se određuje pomoću izraza [11]:

$$\Delta t \approx \frac{L_{\min}}{c_d}, \quad (4.6)$$

gdje je L_{\min} najmanja dimenzija najmanjeg konačnog elementa u mreži, a c_d je brzina širenja

dilatacijskog vala. Dakle, fizikalna interpretacija izraza (4.6) je da se stabilni vremenski inkrement određuje kao najmanje vrijeme putovanja dilatacijskog vala kroz bilo koji konačni element u mreži. Ovakva procjena stabilnog vremenskog inkrementa u većini slučajeva nije sigurna, odnosno dovoljno konzervativna [11]. U pravilu, stvarno stabilno vrijeme inkrementa rješavač *Explicit* odabire kao ono dobiveno izrazom (4.6) umanjeno množeći ga faktorom koji za dvodimenzionalne probleme iznosi između $1/\sqrt{2}$ i 1, a za trodimenzionalne probleme između $1/\sqrt{3}$ i 1 [11].

4.3.3. O vremenskoj inkrementaciji

Kako je već rečeno, vremenski inkrement korišten u analizi mora biti manji od graničnog stabilnog vremenskog inkrementa operatora integracije metodom središnje razlike, ili će rješenje biti nestabilno, a odziv oscilatoran. Stabilno vrijeme inkrementa ovisi značajno o vrsti materijala (gustoća utječe na brzinu širenja vala) i veličini konačnih elemenata u mreži (vidjeti izraz (4.6)), a uz to je, tijekom analize s većim nelinearnostima i deformacijama, podložno promjenama [11]. Kako bi se analize uspješno provodile i odabrani vremenski inkrementi ispravno održavali uvijek manjima od graničnog stabilnog vremena inkrementa, rješavač *Explicit* ima dvije strategije kontrole vremenske inkrementacije – potpuno automatska vremenska inkrementacija (kada programski kod uzima u obzir promjene u granici stabilnosti) i fiksna vremenska inkrementacija [11]. Kako bi se rad održao u predviđenim okvirima, ovdje se ne ulazi dublje u pojedine tehnike kontrole vremenske inkrementacije.

4.3.4. Usporedba rješavača *Abaqus Standard* i *Abaqus Explicit*

Za neke je probleme jednostavno zaključiti koji rješavač koristiti. Poznato je kako je rješavač *Standard* prikladan za rješavanje linearnih i kontinuiranih nelinearnih problema, dok je rješavač *Explicit* prikladniji za diskontinuirane nelinearne probleme s velikim pomacima [11], [14]. Međutim, za neke probleme ovu odluku nije jednostavno donijeti, pogotovo kada se radi o računalno „skupim“ problemima. Ponekad se neki problemi, za koje je naoko rješavač *Standard* definitivno prikladniji, njime ne mogu riješiti zbog problema s konvergencijom prouzrokovanih kompleksnim kontaktima ili materijalnim odzivom, što rezultira velikim brojem iteracija [11]. Ovakvi su problemi posebno „skupi“ jer svaka iteracija zahtjeva

rješavanje velikog broja linearnih jednadžbi. Tada je prikladnije okrenuti se rješavaču *Explicit*.

Najveća je razlika između navedenih rješavača što *Standard* mora iterirati kako bi odredio rješenje nelinearnog problema, dok *Explicit* dolazi do rješenja bez iterativnog procesa, eksplicitno napredujući s kinematskim stanjem prema sljedećem stanju polazeći od stanja na kraju prethodnog inkrementa [11]. Iako dana analiza može zahtijevati veliki broj vremenskih inkremenata koristeći *Explicit*, simulacija može biti efikasnija koristeći ovaj rješavač ukoliko rješavač *Standard* treba velik broj iteracija kako bi došao do rješenja [11].

Još je jedna prednost rješavača *Explicit* što za istu simulaciju zahtjeva mnogo manje prostora za pohranu i radnog prostora računala od rješavača *Standard* [11], [14]. Čak i za simulacije jednako računalno „skupe“, manje korištenje radne memorije i prostora za pohranu čini rješavač *Explicit* privlačnijim.

Od ostalih razlika između rješavača, korisno je napomenuti kako *Standard* podržava veći broj vrsta konačnih elemenata, dok je u *Explicitu* moguće koristiti samo one koji su unaprijed pretpostavljeni kao prikladniji za simulacije koje se tipično njime rješavaju [11], [13] i [14]. Također, *Standard* za razliku od *Explicita* za rješavanje problema omogućuje i korištenje metode perturbacije linearnih sustava, pored generalne procedure rješavanja. S druge strane, što se tiče modela materijala, rješavač *Explicit* omogućava korištenje raznih modela popuštanja/loma materijala.

Nadalje, iako je i rješavač *Standard* u mogućnosti riješiti određene jednostavnije probleme koji uključuju kontakte, ukoliko se radi o složenijim problemima kontakata, *Explicit* je svakako prikladnija opcija [11]. Pri rješavanju problema, *Standard* koristi metodu dolaska do rješenja baziranu na krutosti koja je bezuvjetno stabilna, dok rješavač *Explicit* koristi eksplicitnu metodu integracije koja je samo uvjetno stabilna [14].

Sumarno, eksplicitne dinamičke jednadžbe karakterizira visoka učinkovitost u rješavanju analiza velikih modela s relativno kratkim dinamičkim odzivom, mogućnost definiranja vrlo općenitih uvjeta kontakata (uz njihovo vrlo uspješno rješavanje) te mogućnost analiziranja problema s vrlo velikim rotacijama i deformacijama [14].

4.3.5. Rješavač *Explicit* i kompozitni materijali

Uz navedene prednosti zbog kojih je prikladniji za rješavanje ovdje razmatranog problema, rješavač *Explicit* pruža dodatne mogućnosti modeliranja oštećenja vlaknima ojačanih kompozita [13].

Koristeći *Abaqus/Standard* modeli oštećenja mogu se koristiti samo s konačnim elementima s formulacijom za ravninsko stanje naprezanja (KE za ravninsko stanje naprezanja, membranski i ljuskasti konačni elementi). U sklopu rješavača *Explicit*, korisnički definirani potprogrami (VUMAT) su dostupni kako bi se proširile mogućnosti analize oštećenja ovih materijala i na elemente koji se koriste za druga stanja naprezanja (npr. trodimenzionalna) [11], [13].

4.4. VUMAT

U slučajevima kada niti jedan od prihvaćenih, postojećih konstitutivnih modela materijala ugrađenih u programski paket *Abaqus/Explicit* ne može na prikladan način opisati odziv razmatranog materijala, moguće je koristiti VUMAT [14]. Ovo je sučelje koje omogućuje korisnicima definiranje *Fortran* potprograma – konstitutivnog modela materijala, koji na potpuno proizvoljan način definira konstitutivne relacije (veze naprezanja i deformacija) [14]. Kako je već rečeno, na ovaj način definirani konstitutivni modeli materijala mogu se koristiti sa svim dostupnim vrstama konačnih elemenata [14]. Za analizu kompozitnih materijala dostupna su dva korisnički definirana potprograma – za unidirekionalne slojeve i za pletena tkanja [14].

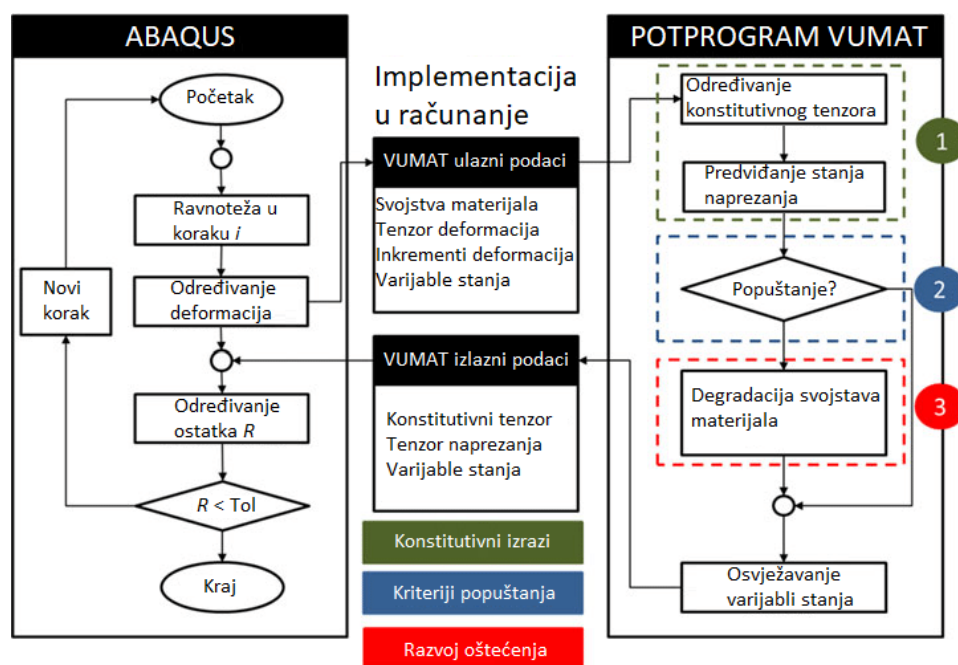
Korištenje ovog korisnički definiranog potprograma omogućava u izlaznim podacima prikaz dodatnih varijabli (SDV – eng. *Solution Dependent state Variable*) koje upućuju na tlačna i vlačna oštećenja u smjerovima glavnih materijalnih osi, status konačnog elementa (je li popustio ili je aktivan) te druge parametre materijalnog odziva [14]. Slikom 16. dan je prikaz sheme djelovanja korisnički definiranog potprograma VUMAT unutar programskog paketa *Abaqus*.

U programiranom konstitutivnom modelu za kriterij Raimondo, za podkriterij popuštanja vlakana pod tlačnim opterećenjem, oba izraza – (3.19) i (3.20) – su unesena, no simulacije su provedene korištenjem izraza (3.20), i to uz parametar $\alpha_R = 5$. Zbog potrebe za traženjem ravnine popuštanja sloja (popuštanje matrice) u korisničkom potprogramu VUMAT koristeći Raimondov kriterij, Danielov je kriterij računalno puno učinkovitiji, što mu je i glavna prednost.

U sklopu projekta, prilikom kreiranja VUMAT koda koji opisuje Danielovu i Raimondovu teoriju, u svrhu njihove validacije simuliraju se stanja naprezanja, tj. prirasti deformacija koji dovode do takvog stanja naprezanja. Pritom korištena svojstva materijala prikazana su u tablici 1. Sami rezultati ispitivanja koda prikazani su u poglavlju 5.

Tablica 1. Svojstva materijala korištena pri validaciji VUMAT koda Danielove i Raimondove teorije

$E_1 = 162,1 \text{ GPa}$	$E_2 = E_3 = 9,72 \text{ GPa}$	$G_{12} = G_{13} = 4,68 \text{ GPa}$	$G_{23} = 4,0 \text{ GPa}$
$\nu_{12} = \nu_{13} = 0,362$	$\nu_{23} = 0,3$	$X_T^{qs} = 2625 \text{ MPa}$	$X_C^{qs} = 1023 \text{ MPa}$
$Y_T^{qs} = 60,2 \text{ MPa}$	$Y_C^{qs} = 255,0 \text{ MPa}$	$S_{12}^{qs} = S_{13}^{qs} = 100 \text{ MPa}$	$\varphi_0 = 52^\circ$
$K_0 = 1,262$	$K_1 = 6,56$	$K_2 = 0,0$	$m_f = 0,057$
$\dot{\epsilon}_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$			

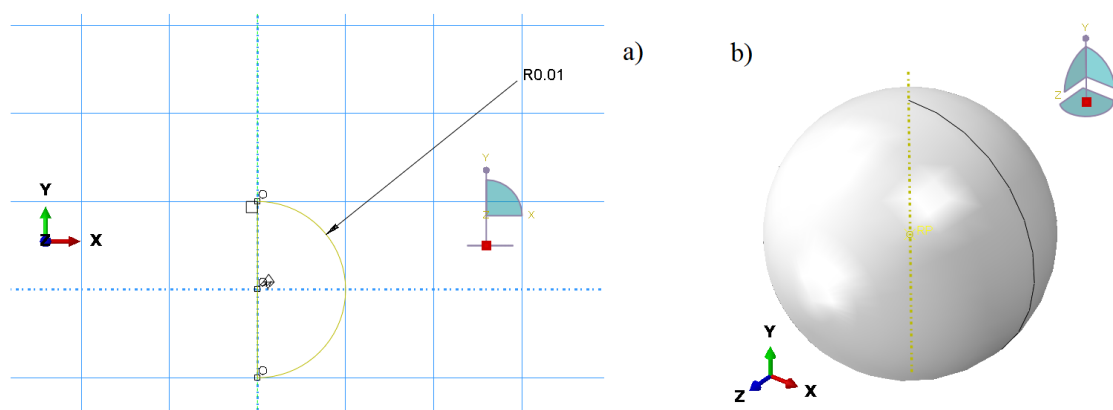


Slika 16. Shema djelovanja korisnički definiranog potprograma VUMAT unutar programskog paketa Abaqus

4.5. Modeliranje udarača i oslonaca

4.5.1. Definiranje geometrije

Prema [1], udarač i kuglasti oslonci ploče jednake su geometrije, a izvedeni su kao kugle promjera 20 mm. Radi jednostavnosti i značajne razlike u krutosti u odnosu na kompozitnu ploču, udarač i oslonci modelirani su kao kruta tijela, tj. njihova se krutost smatra beskonačnom. Pri kreiranju geometrije, pod *Type* se stoga odabire *Discrete Rigid*, a zatim se opcijom *Revolve* u modulu *Part* kreira polukružnica prema slici 17. pod a). Nakon potvrđivanja rotacije kreirane konture za 360° dobiva se kugla prikazana na slici 17. pod b).



Slika 17. Baza kontura udarača i oslonaca te geometrija dobivena njezinom rotacijom za 360°

4.5.2. Svojstva materijala

Kao što je pod prethodnom točkom rečeno, čelične kuglice modeliraju se kao beskonačno krute. Prema tome, za dinamičku simulaciju, tj. simulaciju udara, potrebno im je zadati jedino masu. S obzirom da su izrađeni od čelika, uz poznatu gustoću čelika u vrijednosti 7850 kg/m^3 prema [15], prema volumenu slijedi da masa pojedine kuglice promjera 20 mm iznosi 32,8 g. Potrebno je kreiranoj geometriji dodati referentnu točku u središtu kugle (*Tools > Reference Point*), a zatim se navedenoj točki dodjeljuje koncentrirana masa opcijom *Special > Inertia > Manager > Create*.

4.5.3. Definiranje svojstva idealne krutosti

U modulu *Interaction*, potrebno je definirati ograničenje (*Constraint*) krutog tijela (*Rigid Body*), pri čemu prethodno definirana referentna točka predstavlja kontrolnu točku, a geometrija, tj. tijelo kugle je kontrolirano njezinim kretanjem.

4.5.4. Diskretizacija geometrije konačnim elementima

U modulu *Mesh*, pod opcijom *Assign Mesh Controls*, odabire se korištenje samo heksaedarskih (ciglastih) konačnih elemenata (*Quad*), a algoritam generiranja mreže konačnih elemenata (*Algorhythm*), kako ne bi došlo do numeričkih grešaka u simulaciji, postavlja se na promrežavanje s obzirom na središnju os geometrije (*Medial Axis*). Korišteni su konačni elementi R3D4 – heksaedarski konačni elementi za opisivanje diskretno krutih tijela, a njihova je prosječna veličina opcijom *Seed Part* zadana kao 1 mm.

4.6. Modeliranje kompozitne ploče

4.6.1. Svojstva materijala i raspored slojeva

Iz radova [1] i [16] te prema naputcima mentora, za razmatranu kombinaciju materijala IM7/8552 sva korištena svojstva koja su potrebna za provođenje numeričke analize prikazana su tablicom 2. Svojstva koja se nalaze u oba izvora, a njihove vrijednosti se razlikuju, preuzeta su iz [1] kako bi u ovom radu kreirani model bio što sličniji onome iz [1] s kojim se uspoređuje. Vrijednosti energija loma uzete su, zbog nepostojanja podataka o njihovom iznosu za korišteni materijal, prema naputku mentora kao prosječne vrijednosti za ugljičnim vlaknima ojačane kompozite.

Tablica 2 . Svojstva sloja materijala IM7/8552 prema [1] i [16]

E_1	[GPa]	162,0958
E_2	[GPa]	9,72161
E_3	[GPa]	9,72161
G_{12}	[GPa]	4,688436
G_{13}	[GPa]	4,688436
G_{23}	[GPa]	2,8
ν_{12}	[-]	0,362
ν_{13}	[-]	0,362
ν_{23}	[-]	0,5
X_T	[MPa]	2625
X_C	[MPa]	2008
Y_T	[MPa]	113,3

Y_C	[MPa]	248,7
S_{12}	[MPa]	149,7
S_{13}	[MPa]	90
S_{23}	[MPa]	57
ρ	[kg/m ³]	1550
E_{LT}^F	[J/m ²]	85000
E_{LC}^F	[J/m ²]	106300
E_{TT}^F	[J/m ²]	1000
E_{TC}^F	[J/m ²]	1000

U modulu *Property*, pri modeliranju problema svim trima pristupima, najprije je koristeći opciju *Create Material*, potrebno podopcijom *General > Density* materijalu zadati gustoću prema tablici 2.

4.6.1.1. Modeliranje ploče kao ljuske s i bez definirane debljine

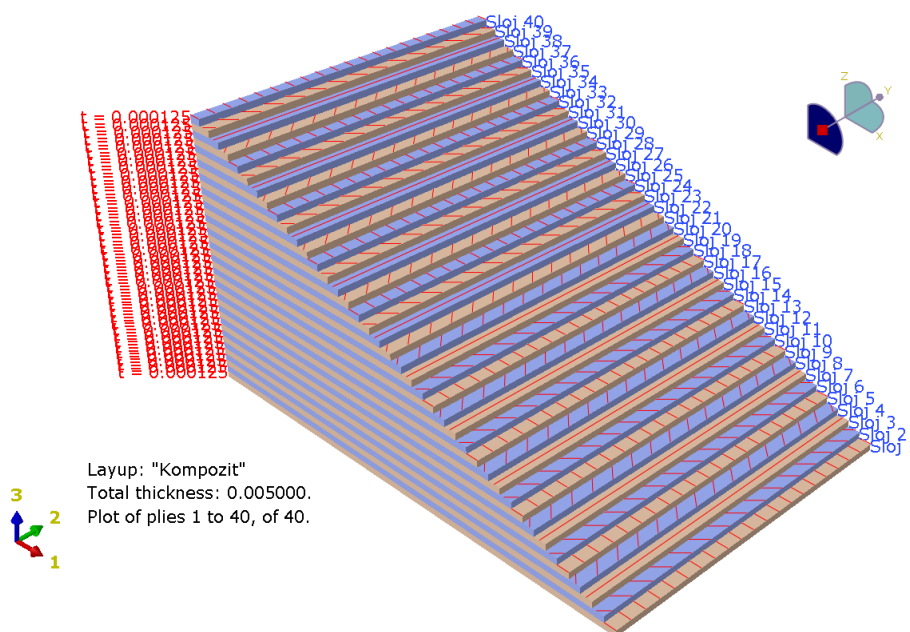
U istom iskočnom prozoru opcije *Create Material*, podopcijom *Mechanical > Elasticity > Elastic > Lamina* unose se konstante krutosti sloja prema tablici 2.

Da bi sam materijal bio potpuno definiran te kako bi se simulacija koristeći Hashinov kriterij mogla provesti, potrebno je još definirati određena svojstva materijala za inicijaciju i napredovanje (propagaciju) oštećenja. Podopcijom *Mechanical* odabire se *Damage for Fiber-Reinforced Composites > Hashin Damage* te se u predviđena polja upisuju čvrstoće sloja definirane u tablici 2. Konačno, otvaranjem podopcije *Suboptions* i odabirom *Damage Evolution* otvara se novi iskočni prozor u kojem se u odgovarajuća polja unose vrijednosti energija loma za svaki od načina popuštanja, također prema vrijednostima danim u tablici 2.

Za definiranje kompozita s više slojeva različitih orijentacija, najprikladnije i najjednostavnije je koristiti opciju *Create Composite Layup*. U iskočnom prozoru potrebno je za svaki sloj definirati korišteni materijal (prethodno definirani materijal), koordinatni sustav (globalni), debljinu sloja (0,125 mm), orijentaciju (jedna od četiri korištene u konfiguraciji) i broj točaka integracije po sloju (tri točke). Nakon definiranja četiri sloja koja se u ukupnoj konfiguraciji kompozita ponavljaju 10 puta, moguće ih je jednostavno multiplicirati pet puta (*Pattern Plies*

> *N-Copy*), a nakon toga, označavanjem svih 20 slojeva, preslikati ih simetrično oko gornje površine posljednjeg sloja (srednja ravnina laminata) opcijom *Pattern Plies > Symmetry* kako bi se kreirala potpuna konfiguracija kompozitne ploče.

U slučaju modeliranja ploče kao ljuske s konačnom debljinom (3D), točnost rezultata raste s brojem konačnih elemenata kroz debljinu geometrije. Međutim, u slučaju postojanja više konačnih elemenata kroz debljinu, svaki konačni element sadrži čitavu konfiguraciju slojeva kompozita koja je prethodno definirana [13]. Prema tome, pri povećanju brojeva konačnih elemenata kroz debljinu ploče, potrebno je modificirati definiranu konfiguraciju kompozita kako bi u konačnici ukupna konfiguracija odgovarala onoj koja je razmatrana i eksperimentalno ispitana u radu [1]. Drugim riječima, potrebno je definirati više podkonfiguracija laminata te ih potom pažljivo dodijeliti odgovarajućim dijelovima po debljini podijeljene geometrije ploče. Slikom 18. prikazana je ukupna konfiguracija slojeva kompozitne ploče kreirana unutar programskog paketa.



Slika 18 . Konfiguracija slojeva kompozitne ploče

4.6.1.2. Modeliranje ploče kao kontinuuma

Pri modeliranju ploče kao trodimenzionalnog kontinuuma, u trećem pristupu modeliranju problema, umjesto podopcije *Lamina* potrebno je odabrati podopciju *Engineering Constants* nakon čega ponovno slijedi unos svih potrebnih svojstava materijala koja se nalaze u tablici 1. Kako se prilikom modeliranja ovim pristupom ne definira direktno konfiguracija

kompozitnog laminata već se anizotropni materijal dodjeljuje dijelovima ploče s različitim orijentacijama materijala, ovaj je dio postupka modeliranja prikazan u nastavku, pod točkom 4.6.4.

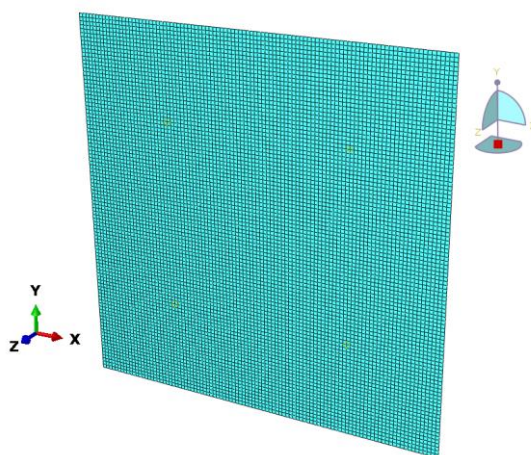
4.6.2. Modeliranje ploče kao konvencionalne (2D) ljuske

4.6.2.1. Definiranje geometrije

U modulu *Part*, opcijom *Create Part* i podopcijama *2D > Deformable > Shell* otvara se prostor za kreiranje tražene geometrije. Jednostavno se ucrtta pravokutna ploča dimenzija 200 x 200 mm, prema onoj u odabranom problemu u radu [1]. Poželjno je, radi jednostavnosti, ishodište globalnog Kartezijevog koordinatnog sustava postaviti u središte ploče.

4.6.2.2. Generiranje mreže konačnih elemenata

U modulu *Mesh*, odabirom opcije *Assign Mesh Controls*, odabire se korištenje samo pravokutnih (*Quad*) konačnih elemenata, a generiranje mreže provodi se algoritmom napredovanja unaprijed (*Advancing Front*). Odabrani su konačni elementi S4R – pravokutni konačni elementi prvog reda za opisivanje ljusaka. Koristeći opciju *Seed Part* odabrana je njihova prosječna veličina od 2 mm. Pri modeliranju kompozitnih konstrukcija koristeći konvencionalne ljuske (bez debljine), potrebno je iznimnu pažnju obratiti na veličinu konačnih elemenata – oni ne smiju biti premali [11]. Prema [17] približnu je procjenu najmanje veličine konačnih elemenata moguće izvršiti koristeći izraz $L_e/t \approx 5 - 10$. Slikom 19. prikazana je ploča s generiranom mrežom od 10000 konačnih elemenata.



Slika 19. Model ploče (konvencionalna ljuska) diskretiziran s 10000 konačnih elemenata S4R

4.6.3. Modeliranje ploče kao trodimenzionalne ljuske

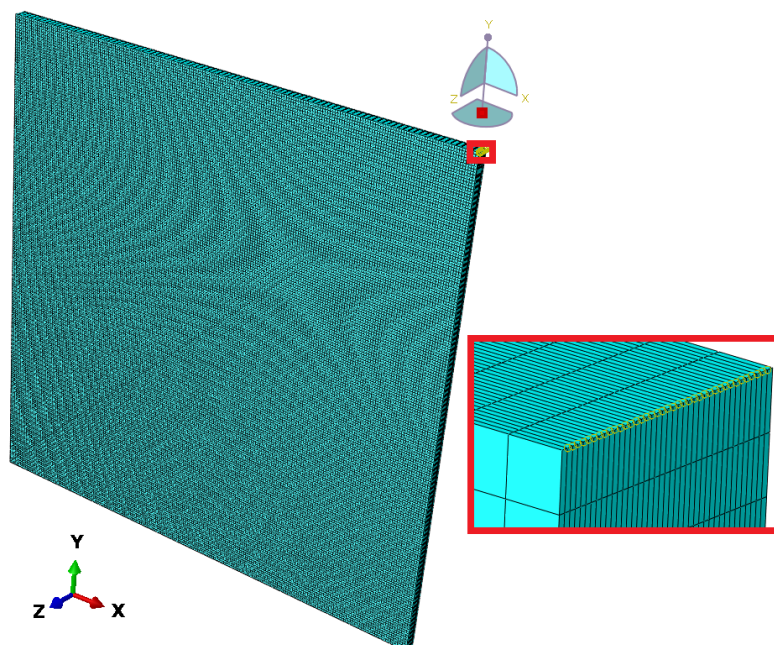
4.6.3.1. Definiranje geometrije

U modulu *Part*, opcijom *Create Part* i podopcijama *3D > Deformable > Solid > Extrusion* otvara se prostor za kreiranje tražene geometrije. Jednostavno se ucrtta kao baza pravokutna ploča dimenzija 200 x 200 mm te se ona zatim u debljinu izvlači za 5 mm, prema dimenzijama definiranim u odabranom problemu u radu [1], kako je predstavljeno pod točkom 1.7.

Kao što je ranije rečeno, u svrhu povećanja točnosti simulacija, moguće je kroz debljinu ploče koristiti više konačnih elemenata. Pritom je geometriju potrebno podijeliti po debljini na onoliko jednakih dijelova koliko će konačnih elemenata biti, kako bi se svakom dijelu geometrije dodijelila određena podkonfiguracija slojeva laminata. Ovo je moguće napraviti opcijom *Partition Cell*, pri čemu je potrebno definirati ravnine kojima se geometrija dijeli. Ravnine je najjednostavnije definirati kao ravnine paralelne s npr. prednjom površinom ploče, udaljene od nje ili prethodno definirane paralelne ravnine za potreban iznos.

4.6.3.2. Generiranje mreže konačnih elemenata

U modulu *Mesh*, odabirom opcije *Assign Mesh Controls*, odabire se korištenje samo pravokutnih (*Quad*) konačnih elemenata, a generiranje mreže provodi se algoritmom napredovanja unaprijed (*Advancing Front*). Odabrani su konačni elementi SC8R – heksaedarski (ciglasti) konačni elementi prvog reda za opisivanje ljusaka s definiranom debljinom. Koristeći opciju *Seed Part* odabrana je njihova prosječna veličina od 2 mm. Dodatno u odnosu na modeliranje ploče kao konvencionalne ljuske potrebno je definirati smjer slaganja konačnih elemenata, odnosno debljine konstrukcije, tj. normalu na ljusku. Ovo je moguće napraviti opcijom *Assign Stack Direction* u modulu *Mesh*. Potom je preporučljivo vratiti se u modul *Property* i provjeriti orijentaciju slojeva laminata (smjer normale) jer se ona, ovisno o inicijalno pretpostavljenom smjeru normale ljuske pri definiranju konfiguracije, mogla promijeniti. Za slučaj diskretizacije s najviše konačnih elemenata, njih 1600000 – po jedan konačni element za svaki sloj, ploča je prikazana slikom 20. Pritom je veličina konačnih elemenata odabrana kao 1 mm, čime kreirana diskretizacija u potpunosti odgovara onoj koja je korištena u radu [1].



Slika 20 . Model ploče (3D ljuska) diskretiziran s 1600000 konačnih elemenata SC8R

4.6.4. Modeliranje ploče kao trodimenzionalnog kontinuuma

4.6.4.1. Definiranje geometrije

Geometriju je potrebno definirati potpuno jednako kao u prethodnom odjeljku. Razlika je u tome što je u ovom pristupu, radi korištenja C3D8R konačnih elemenata, nemoguće koristiti opcije kojima bi se definirala kompozitna, odnosno višeslojna, anizotropna konfiguracija. Stoga je nužno ploču na već opisan način po debljini podijeliti na 40 jednakih dijelova – za svaki sloj konfiguracije laminata potrebno je definirati zasebno svojstva.

Pritom je, radi ispravnog definiranja orijentacije materijala u pojedinim slojevima, potrebno definirati i dodatna tri Kartezijeva koordinatna sustava pored glavnog, unaprijed definiranog koordinatnog sustava. Odstupanje njihove orijentacije u odnosu na glavni koordinatni sustav odgovara usmjerenosti vlakana kompozitnih slojeva u konfiguraciji – osi dodatnih Kartezijevih koordinatnih sustava x i y rotiraju oko osi z za kutove 45° , 90° i -45° .

4.6.4.2. Generiranje mreže konačnih elemenata

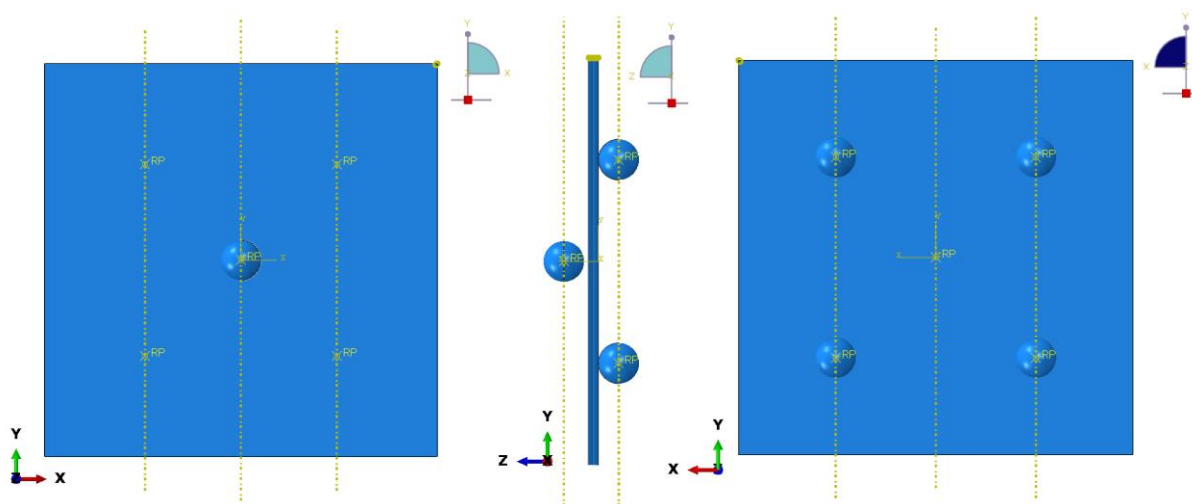
U modulu *Mesh* svi parametri generiranja mreže konačnih elemenata jednaki su onima ranije definiranim pod točkom 4.6.3.2. Jedina je razlika u tome što je ovdje potrebno odabrati već spomenute konačne elemente C3D8R – heksaedarske (ciglaste) konačne elemente prvog reda

za opisivanje kontinuuma u 3D prostoru. Odabrana je prosječna veličina konačnih elemenata u iznosu 1 mm. Pritom diskretizacija ploče konačnim elementima u potpunosti odgovara onoj prikazanoj na slici 20.

4.7. Ostali koraci u postavljanju modela za numeričku analizu

4.7.1. Definiranje sklopa u prostoru

U modulu *Assembly* potrebno je u prostor unijeti kreirani model ploče i pet modela kuglice – četiri oslonca i udarač. Opcijom *Translate Instance* potrebno je svih pet kuglica pozicionirati na ispravna mjesta, prema definiciji problema predstavljenoj pod točkom 1.7. Posebnu je pažnju potrebno posvetiti udaljenostima kuglica od ploče. Pri analiziranju problema s 2D modelom ploče, kada je ploča opisana samo njezinom srednjom ravninom, kuglice koje predstavljaju oslonce ne smiju se naslanjati na srednju ravninu, već od nje trebaju biti udaljene za polovicu debljine ploče – 2,5 mm. Udarac se postavlja na sredinu ploče, po z osi udaljen za 2 mm od prednje površine, tj. ravnine ploče, što znači ukupno 4,5 mm udaljen od definirane, srednje ravnine 2D ploče. Model čitavog sklopa razmatranog problema koji sadrži ploču s definiranom debljinom (drugi i treći pristup) u tri izometrijske projekcije prikazan je usporedno slikom 21.



Slika 21. Sklop razmatranog problema u tri izometrijske projekcije

Pri razmatranju udara udarača pod kutom od 45° u odnosu na ploču, njegova je inicijalna pozicija takva da, u trenutku udara, ploču dodiruje u središtu njezine prednje površine. Stoga se on, tj. njegova točka najbliže ploči, u početnom trenutku simulacije nalazi po osima y i z udaljena za 2 mm od ishodišta.

4.7.2. Kreiranje koraka udara i definiranje uvjeta kontakata pozicija

U modulu *Step*, za analizu udarnog, odnosno dinamičkog opterećenja, potrebno je odabrati opciju *Dynamic, Explicit*. U iskočnom je prozoru od svih podesivih mogućnosti potrebno jedino odrediti analizirani vremenski period. Kao vremenski period koji je dovoljan za obuhvaćanje čitavog procesa udara udarača u ploču i pri najmanjoj razmatranoj brzini kretanja udarača, odabrano je vrijeme od 1 ms.

Dodatno, da bi se po završetku simulacije dobio ispis traženih rezultata, potrebno je modificirati unaprijed definirani set izlaznih varijabli (*Field Output Requests Manager*). Pod kategorijom *Failure/Fracture* odabire se *DMICRT* kao varijabla koja obuhvaća sva četiri ranije pojašnjena načina inicijacije oštećenja, tj. popuštanja sloja kompozita prema Hashinovom kriteriju. Uz to, kako bi se pratilo stanje pojedinih konačnih elemenata u smislu javljanja oštećenja, pod kategorijom *State/Field/User/Time* potrebno je odabrati varijablu *STATUS*. Nadalje, radi zornijeg prikaza čitavog procesa udara i praćenja varijabli od interesa tijekom istog, korisno je zatražiti ispis rezultata u više koraka, tj. sekvenci simulacije, nego što je unaprijed definirano – u razmatranom slučaju odabran je ispis svih rezultata u 50 jednoliko podijeljenih intervala simulacije (*Frequency: Evenly spaced time intervals > Interval: 50*). I konačno, za ispis rezultata po svim definiranim slojevima, a kako izlazna datoteka ne bi bila prevelika odabirom svih točaka integracije, ručno se unose sve odabrane točke integracije za koje se traži ispis rezultata opcijom *Output at shell, beam, and layered section points: > Specify*. Za ispis rezultata po sredini svih slojeva, tražene su točke integracije kroz debljinu redom 2,5,8,...119.

U modulu *Interaction*, potrebno je definirati uvjete koji se javljaju pri ostvarivanju kontakta među pozicijama u sklopu. Ovo je moguće napraviti opcijom *Create Interaction Property*. Svojstva koja je potrebno definirati su uvjeti mehaničkog kontakta u normalnom i tangencijalnom smjeru. Prema tome, pod *Mechanical* odabiru se opcije *Tangential Behaviour* i *Normal Behaviour*. Pritom postavke navedenih opcija nije potrebno modificirati. Zatim se, u istom modulu, otvara opcija *Create Interaction* te se, radi jednostavnosti i uspješnosti ove podopcije pri analiziranju sličnih problema prema [11], odabire *General Contact (Explicit)*. Sve prilagodljive parametre prikladno je ostaviti kako su unaprijed postavljeni, jedino je pod *Global property assignment* potrebno odabrati prethodno definiran set uvjeta pri ostvarivanju kontakta.

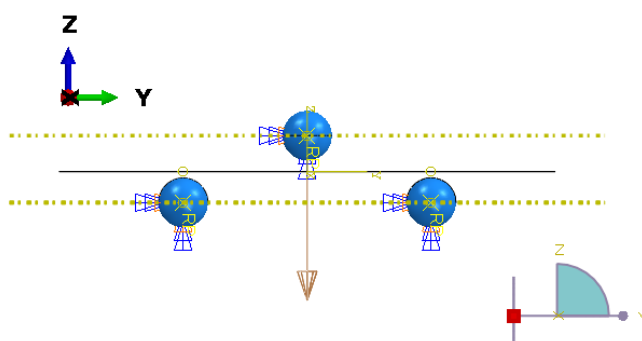
4.7.3. Zadavanje uvjeta opterećenja i rubnih uvjeta modela

U modulu *Load*, rubne uvjete potrebno je zadati opcijom *Create Boundary Condition*, prilikom čega je referentne točke oslonaca (četiri kuglice iza ploče) potrebno uklještititi – spriječiti njihove pomake po svim stupnjevima slobode. Pored toga, istom opcijom potrebno je, radi stabilnosti numeričke simulacije, ograničiti kretanje referentne točke posljednje kuglice (udarača) u smjerovima različitim od smjera u nastavku definirane brzine kretanja. Također, opcijom *Create Predefined Field* referentnoj točki udarača potrebno je dodijeliti brzinu kretanja u početnom trenutku simulacije. Svi ovi atributi simulacije definiraju se u inicijalnom, nultom koraku simulacije.

Za razmatrana dva slučaja kuta udara udarača u ploču, u nastavku su opisani ovi koraci pod zasebnim točkama.

4.7.3.1. Udar udarača pod napadnim kutom od 90° u odnosu na ploču

U ovom slučaju razmatranja udara udarača u ploču, njegovoj je referentnoj, tj. kontrolnoj točki, potrebno ograničiti sve stupnjeve slobode osim pomaka u smjeru z osi. Uvjeti kretanja udarača definiraju se pak samo kao translatorska brzina u smjeru osi z . Sklop je, za slučaj razmatranja ploče kao konvencionalne ljuske (bez debljine), sa svim zadanim rubnim i uvjetima opterećenja prikazan slikom 22. Identični uvjeti vrijede i u slučajevima razmatranja problema ostalim korištenim pristupima.

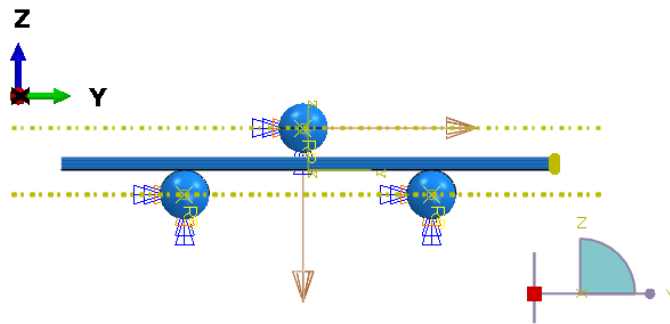


Slika 22. Model sklopa sa zadanim svim rubnim i uvjetima opterećenja, udar udarača pod 90°

4.7.3.2. Udar udarača pod napadnim kutom od 45° u odnosu na ploču

Pri udaru udarača u ploču pod kutom od 45° , za definiranje uvjeta moguće je koristiti više pristupa. Radi jednostavnosti, korišten je pristup s rastavljanjem ukupnog vektora brzine gibanja udarača na komponente. U razmatranom slučaju, komponente gibanja, tj. brzine

udarača različite od nule su translatorne brzine u smjerovima y i z osiju. Kako se radi o pravokutnom trokutu komponenata brzina s kutom od 45° , jasno je da će obje komponente iznositi $1/\sqrt{2}$ amplitude brzine. Sukladno rečenome, kontrolnoj točki udarača ograničavaju se svi stupnjevi slobode osim pomaka u smjerovima navedenih osiju. Slikom 23. prikazan je sklop sa svim zadanim uvjetima, za slučaj razmatranja 3D ploče.



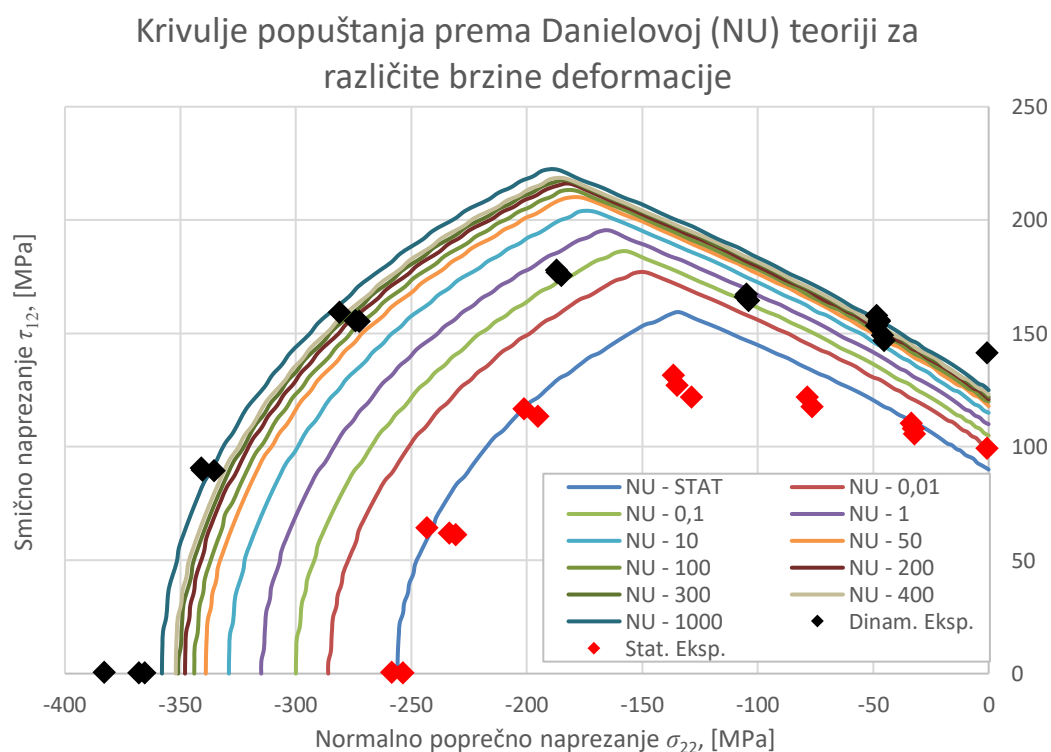
Slika 23. Model sklopa sa zadanim svim rubnim i uvjetima opterećenja, udar udarača pod 45°

5. REZULTATI SIMULACIJA

5.1. Validacija implementacije kriterija popuštanja ovisnih o brzini deformiranja

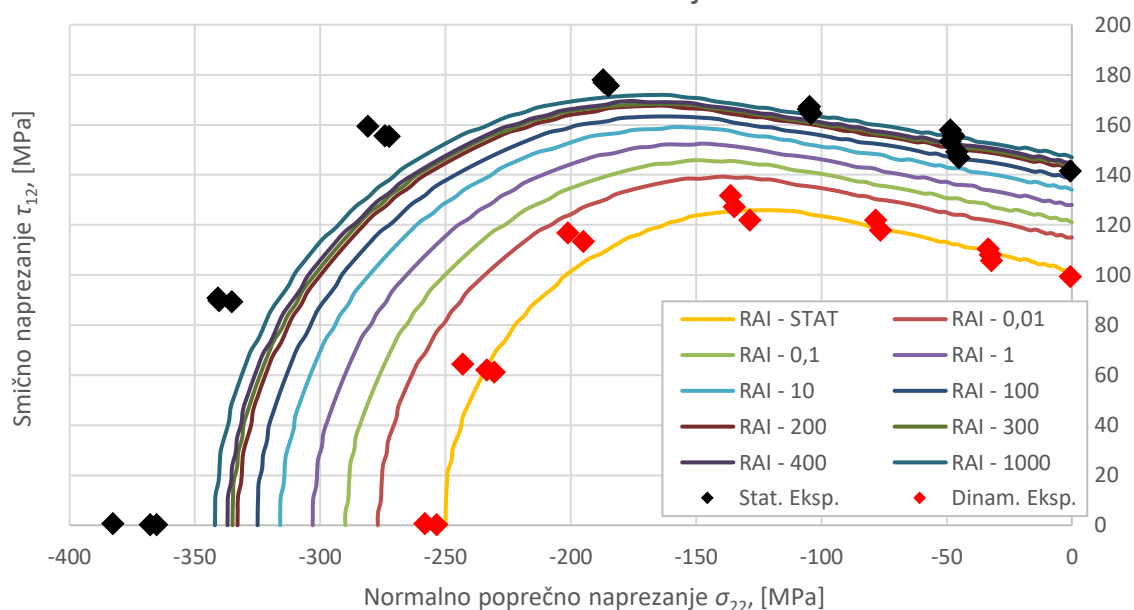
U svrhu provjere ispravnosti kreiranih potprograma kriterija popuštanja prema Danielu i Raimonu koji su korišteni u ovom radu, definiran je i programski kod koji simulira ulaz iz analize u programskom paketu *Abaqus/Explicit*.

Na slikama 24. i 25. prikazane su ovako dobivene krivulje popuštanja koje u potpunosti odgovaraju onima koje su definirane u radovima [2] i [8], za kriterije popuštanja Daniel i Raimondo, tim redom. Uz ove krivulje na slikama su usporedno prikazani i rezultati eksperimentalnih ispitivanja provedenih u [9], koji samo dodatno potvrđuju točnost i pouzdanost navedenih krivulja u procjenjivanju oštećenja kompozitnih konstrukcija pri statičkim i dinamičkim uvjetima opterećenja.



Slika 24. Validacija kreiranog potprograma Danielove teorije, brzine deformiranja u $[s^{-1}]$

Krivulje popuštanja prema Raimondovoj teoriji za različite brzine deformacije



Slika 25. Validacija kreiranog potprograma Raimondove teorije, brzine deformiranja u [s⁻¹]

5.2. Provedene simulacije

Za potrebe analize i usporedbe rezultata s onima iz [1], u radu je provedeno, ne računajući sve iterativne pokušaje koje je trebalo provesti kako bi se došlo do ispravnog modela koji rezultira točnim rješenjem, ukupno 12 finalnih analiza. Ove analize, s pripadajućim svojstvima, popisane su na pregledan način u tablici 3.

Tablica 3. Pregled provedenih simulacija i njihovih svojstava

Parametar:	45°	90°	ν_1	ν_2	Hashin 2D	Hashin 3D	Daniel	Raimondo
Analiza:								
A01	+		+		+			
A02	+		+			+		
A03	+			+	+			
A04	+			+		+		
A05		+	+		+			
A06		+	+			+		
A07		+	+				+	

A08		+	+					+
A09		+		+	+			
A10		+		+		+		
A11		+		+			+	
A12		+		+				+

Pored analiza navedenih u tablici 3., provedene su i analize za ispitivanje utjecaja parametra *Max. Degradation* na rezultate simulacije. Ovaj parametar definira kolika treba biti degradacija konačnog elementa, tj. njegovo oštećenje, da bi ga se u potpunosti izbrisalo, odnosno da bi se njegova krutost u simulacijskom modelu smatrala nepostojećom.

Također, za pristup modeliranju kompozitne ploče kao ljuske s definiranom debljinom, provedene su simulacije s jednim, dva, četiri, osam, deset i četrdeset konačnih elemenata kroz debljinu, te su svi ovi rezultati, za jedan slučaj brzine i kuta udara uspoređeni s rezultatima u [1]. Provedene su i simulacije, primjenom sva tri (četiri) kriterija popuštanja, za udar u ploču pod kutom od 90° pri brzini 20 m/s. Iako u [1] nema dostupnih podataka o ovom eksperimentu niti pripadajućim numeričkim simulacijama, navedena je analiza provedena jer se u uvjetima najmanje brzine opterećenja, odnosno deformacije, očekuje najbolje podudaranje rezultata dobivenih različitim kriterijima, i općenito najveća točnost rezultata. Razlog tome je što je korišteni VUMAT još u fazi razvoja, pa je u radu korišten vrlo pojednostavljen model oštećivanja.

Simulacije iz tablice 3. u kojima se razmatra ploča kao trodimenzionalna ljuska i kontinuum, kada je ona diskretizirana pomoću 1600000 3D konačnih elemenata, vrlo su računalno zahtjevne, odnosno „skupe“. Tako su simulacije koristeći Hashinov kriterij (ploča modelirana kao trodimenzionalna ljuska) trajale u prosjeku preko 13 sati (računalo s četiri jezgre i 2,4 GHz), dok su simulacije koristeći korisnički definirane potprograme za Danielov i Raimondov kriterij trajale po čak preko 50 sati, i to na radnoj stanici specijaliziranoj za numeričke simulacije (20 procesora s 2,4 GHz).

5.3. Obrada i strukturiranje rezultata

U sklopu ovog rada razmatrane su samo varijable, odnosno svojstva modela, koja se mogu usporediti s onima u [1]. Prema grafičkim prikazima rezultata u radu [1], vidljivo je kako su ondje prikazane, za navedena četiri slučaja razmatranja, brzine udarača u ovisnosti o vremenu i udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača. Stoga je jasno kako je u ovdje provedenim analizama potrebno odrediti, odnosno pratiti sljedeće varijable:

1. pomak udarača,
2. brzinu kretanja udarača,
3. akceleraciju udarača, i
4. kontaktne (udarne) sile tijekom kontakta udarača i ploče.

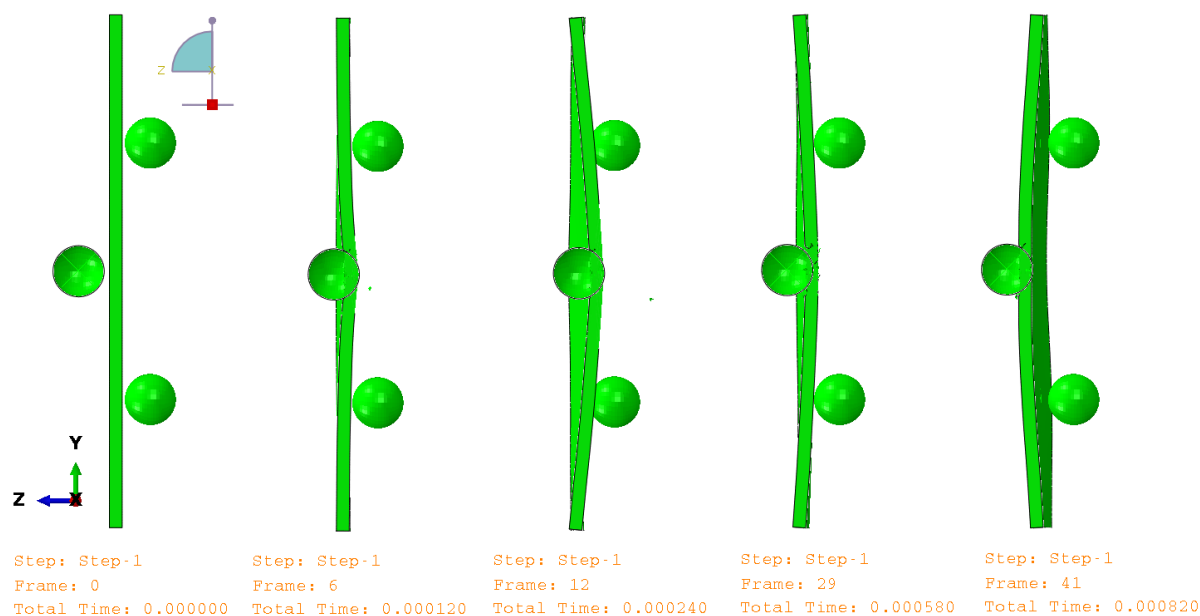
Pritom je za obradu podataka korišten programski paket *Microsoft Excel*. Za digitalizaciju krivulja grafova iz rada [1], tj. dobivanje tabličnih podataka o krivuljama iz spomenutih grafova, korišten je alat dostupan na internetu – *Web Plot Digitizer* [18].

Ispis gore navedenih rezultata u postprocesoru programskog paketa *Abaqus/Explicit* moguće je, u ovisnosti o proteklom vremenu, dobiti opcijom *X-Y Data* u modulu *Visualization*. Tablični podaci o brzini udarača u vremenu izvezeni iz programskog paketa *Abaqus/Explicit* direktno se mogu uspoređivati s rezultatima u radu [1]. Podatke o ovisnosti udarne sile o pomaku udarača nije moguće dobiti direktno, već se oni nakon izvoženja iz *Abaqusa* u programski paket *Microsoft Excel* udružuju. Naime, iz *Abaqusa* su dobiveni podaci o obje veličine u ovisnosti o vremenu, u identičnim trenucima (uvjetovano traženim brojem intervala, odnosno koraka u kojima se ispisuju svi podaci analize). Stoga je njihove vrijednosti moguće direktno povezati na način da su npr. podaci o pomaku udarača prikazani na apscisi, a podaci o udarnoj sili na ordinati.

Odabir čvora u mreži konačnih elemenata kojima je diskretiziran udarač, za ispis navedenih varijabli u vremenu, u potpunosti je proizvoljan jer se udarač smatra idealno krutim. U simulacijama s udarnim kutom od 90° , u smislu brzine i akceleracije udarača, prikazuju se samo komponente ovih vektora u smjeru osi z globalnog Kartezijevog koordinatnog sustava. S druge strane, u simulacijama u kojima udarač pogađa ploču pod kutom od 45° , za brzinu i akceleraciju uzima se vektorski zbroj svih komponenata ovih vektora, tj. njihova rezultanta. Podaci o akceleraciji udarača koriste se samo za kontrolu udarne sile koja se može dobiti direktno iz *Abaqusa* (varijable pod skupom CFN).

5.4. Prikaz rezultata

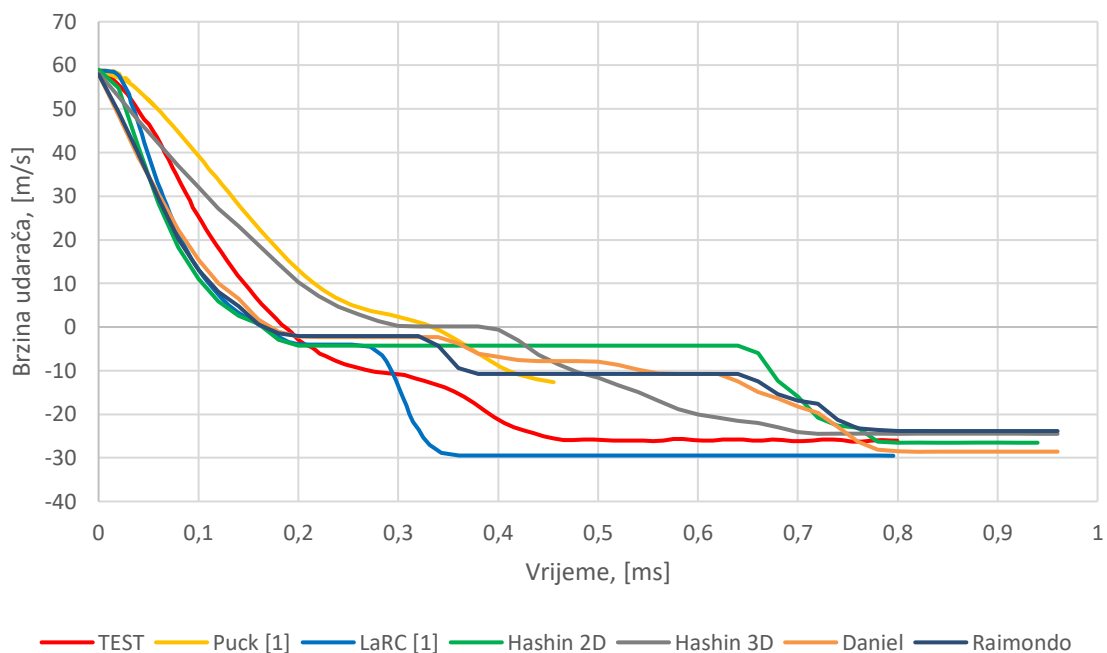
Prije davanja i usporedbe rezultata koji se uspoređuju s literaturom, radi stvaranja zornije slike o tijeku događaja u fizikalnom smislu, korisno je prikazati tijek simulacije udara i nastalo oštećenje na kompozitnoj ploči. Slika 26. u pet uzastopnih trenutaka prikazuje tijek simulacije koja je dobivena koristeći Raimondov kriterij.



Slika 26. Tijek simulacije u pet uzastopnih trenutaka koristeći Raimondov kriterij, 90°, 106 m/s

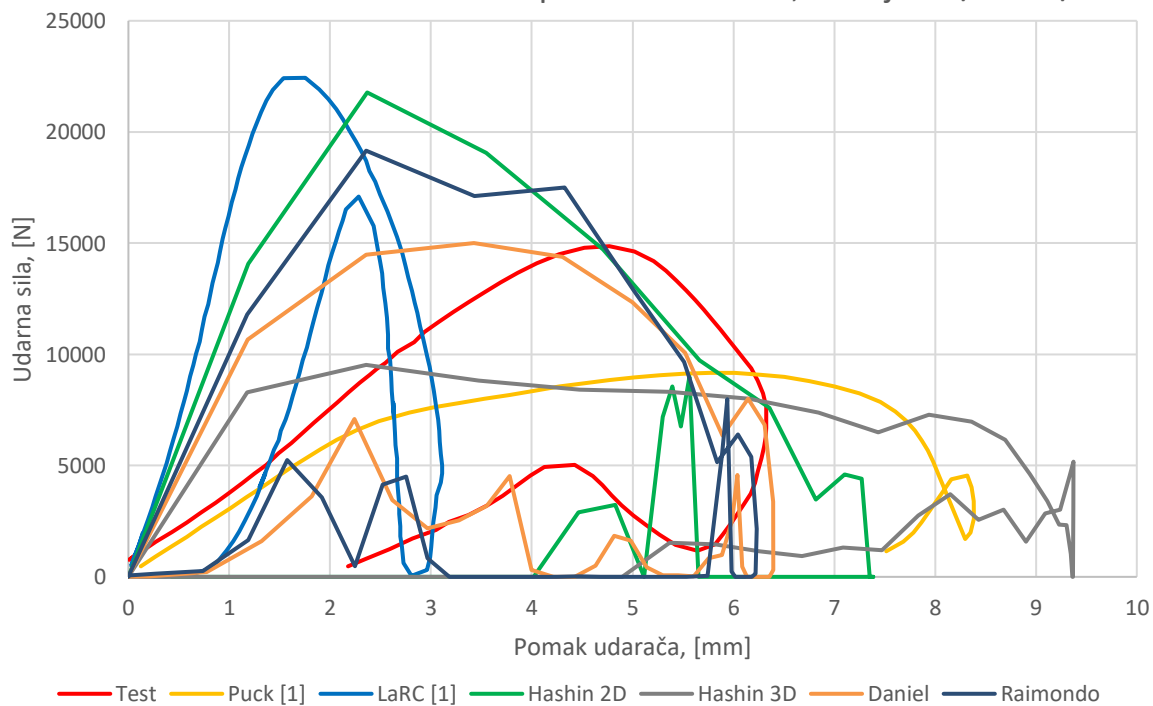
U nastavku su slikama 27. – 34., grafički, za sva četiri razmatrana slučaja udara, usporedno dani novi prikazi brzina u ovisnosti o vremenu i udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača. Ovi prikazi sadrže, osim krivulja dobivenih u radu [1] (eksperimentalno dobivene krivulje, krivulje dobivene numeričkim simulacijama prema Puckovom i LaRC kriteriju) i krivulje dobivene u ovom radu – koristeći Hashinov (za 2D i 3D model ploče), Danielov i Raimondov kriterij inicijacije oštećenja vlaknima ojačanih kompozitnih materijala.

Brzina udarača u vremenu, slučaj 90° / 59 m/s

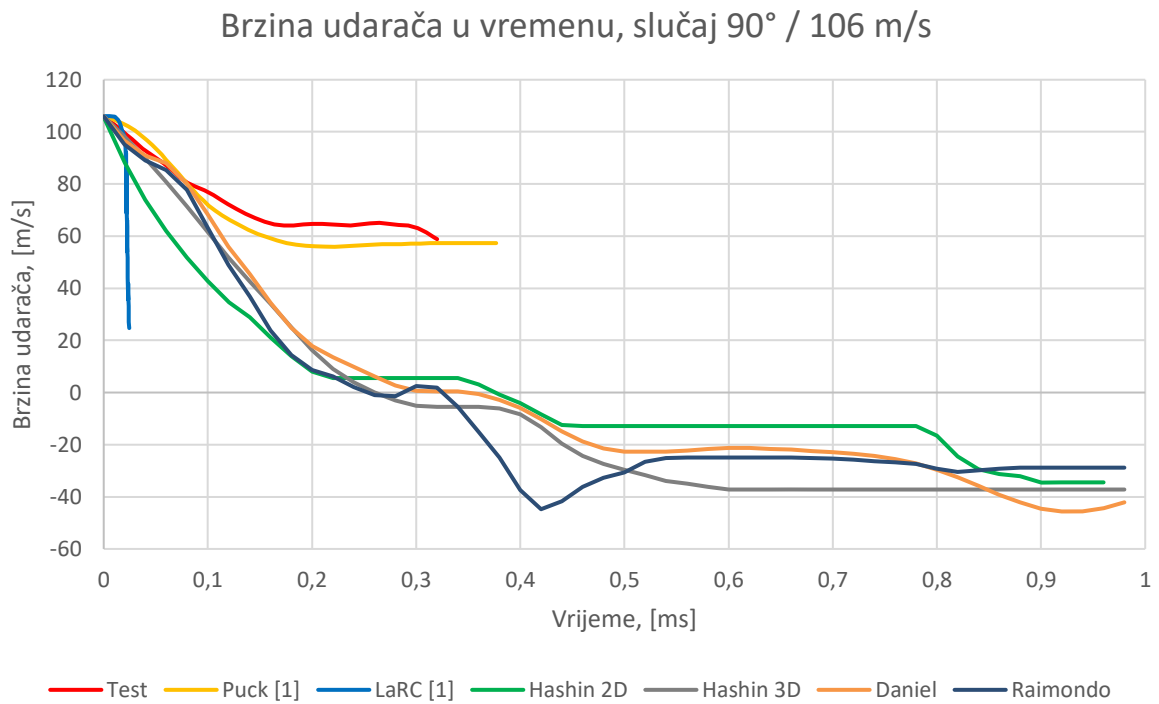


Slika 27. Rezultati provedenih analiza I

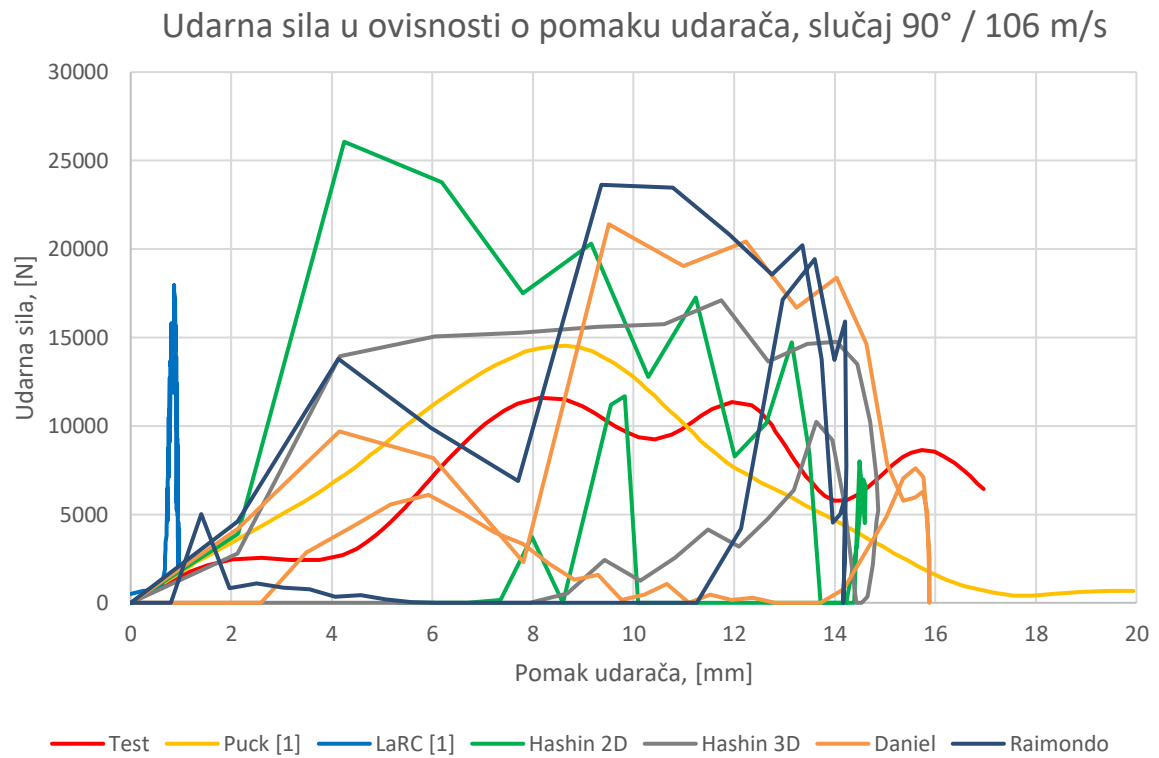
Udarana sila u ovisnosti o pomaku udarača, slučaj 90° / 59 m/s



Slika 28. Rezultati provedenih analiza II

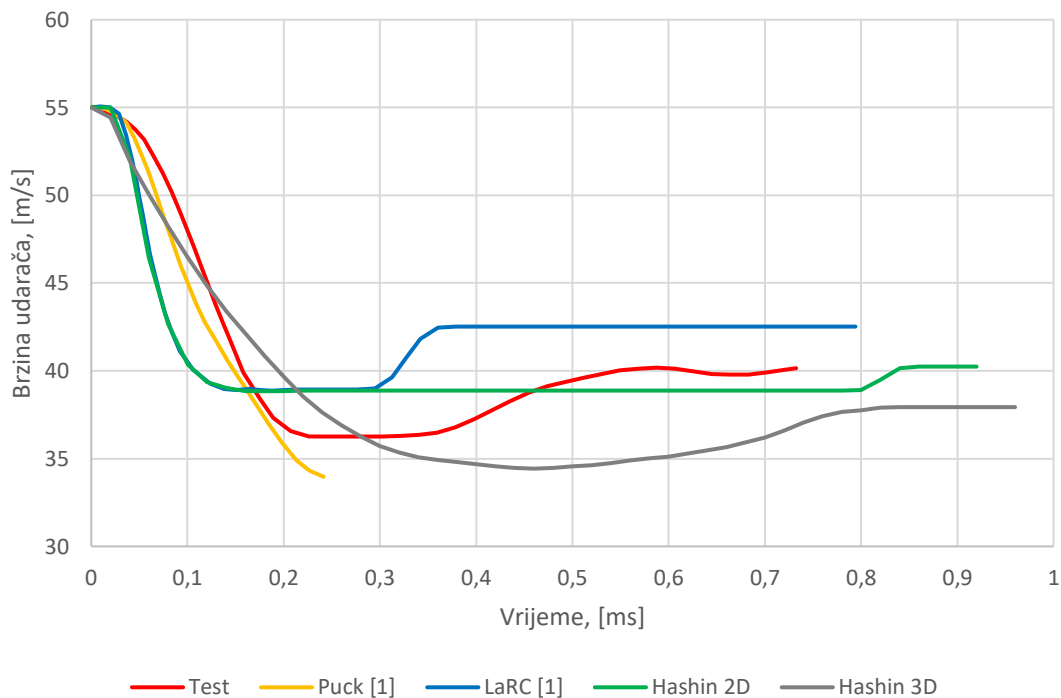


Slika 29. Rezultati provedenih analiza III



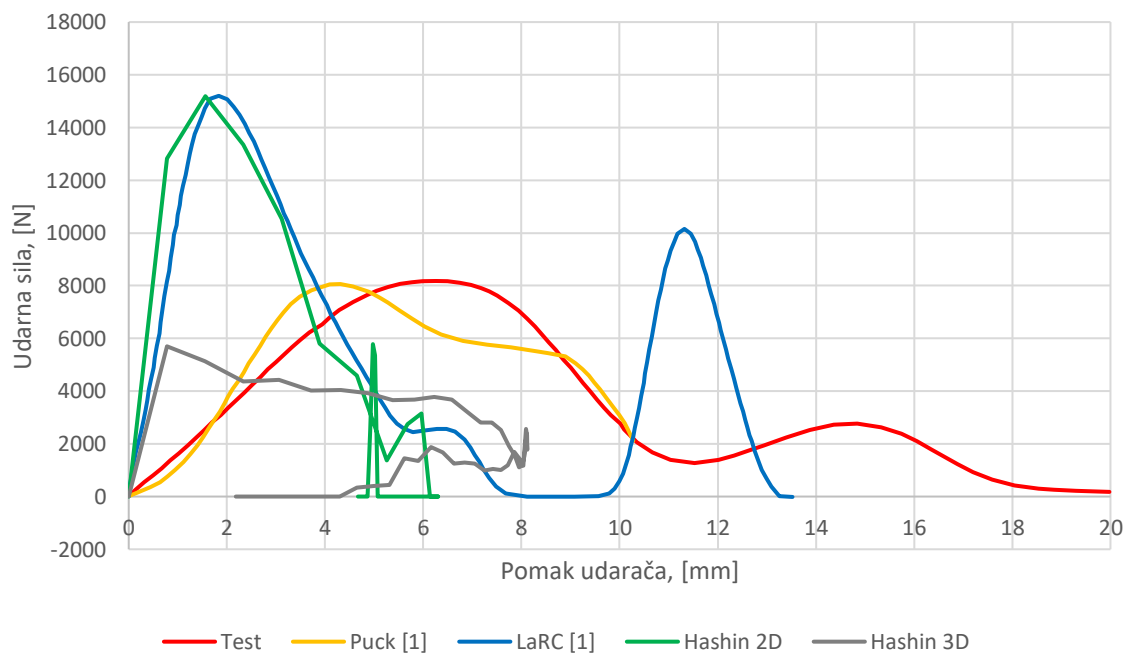
Slika 30. Rezultati provedenih analiza IV

Brzina udarača u vremenu, slučaj 45° / 55 m/s

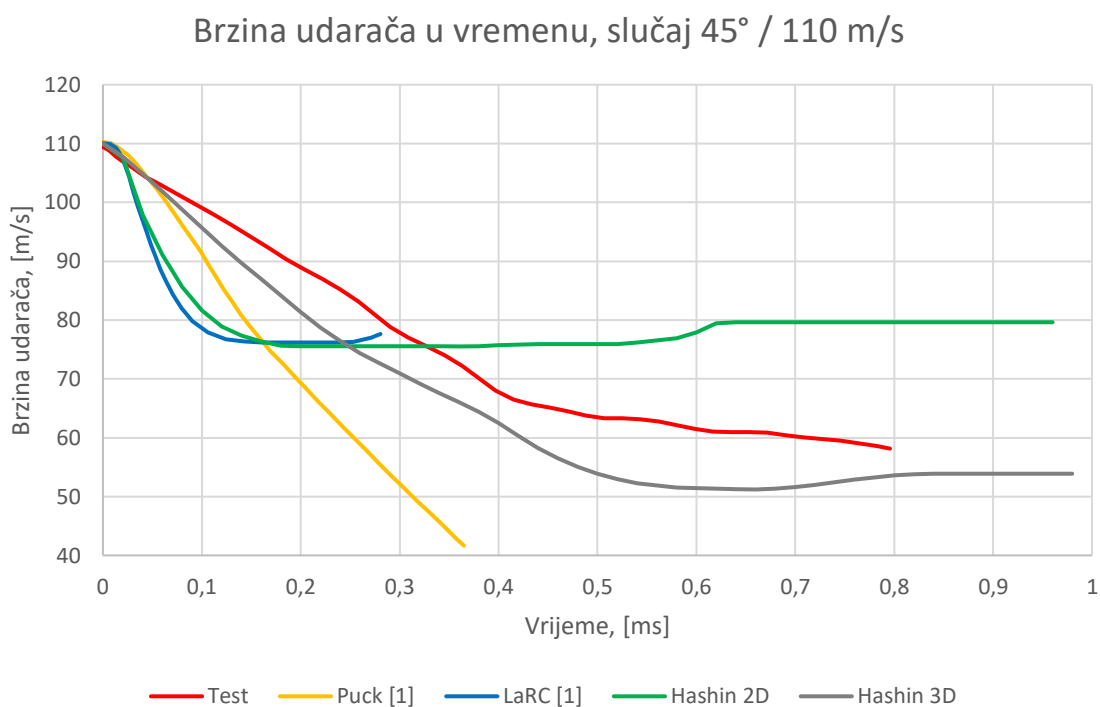


Slika 31. Rezultati provedenih analiza V

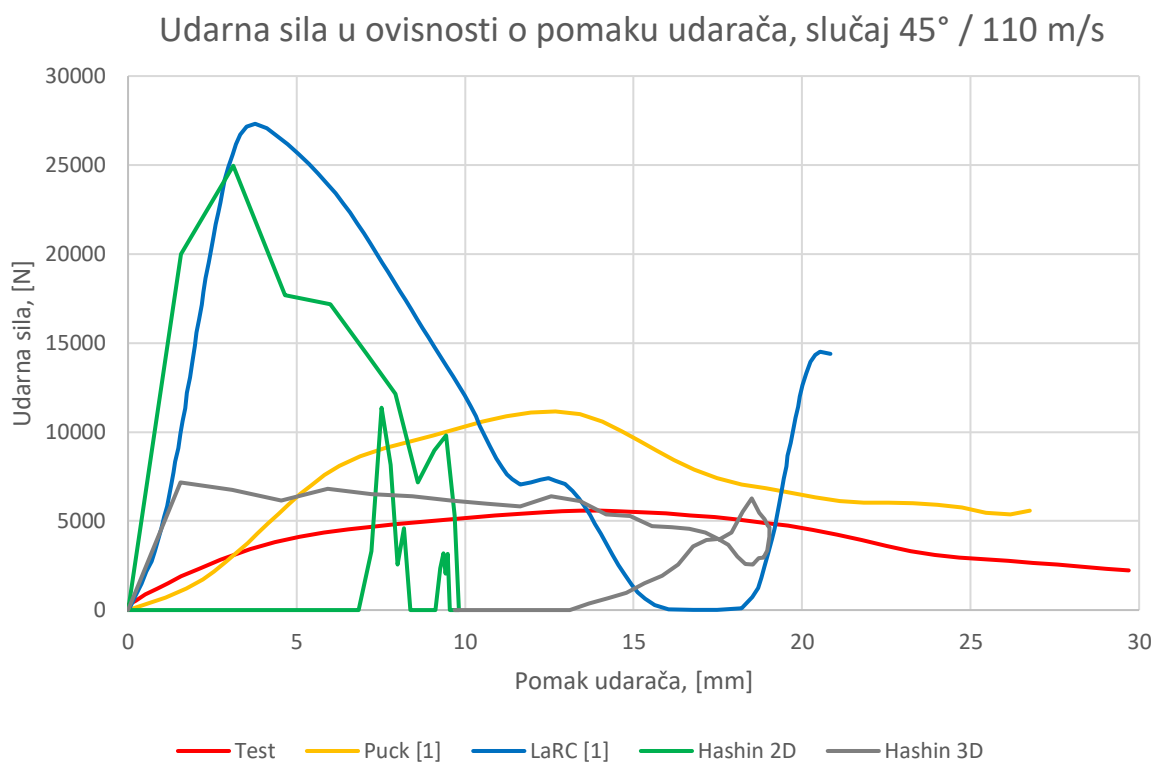
Udarana sila u ovisnosti o pomaku udarača, slučaj 45° / 55 m/s



Slika 32. Rezultati provedenih analiza VI



Slika 33. Rezultati provedenih analiza VII



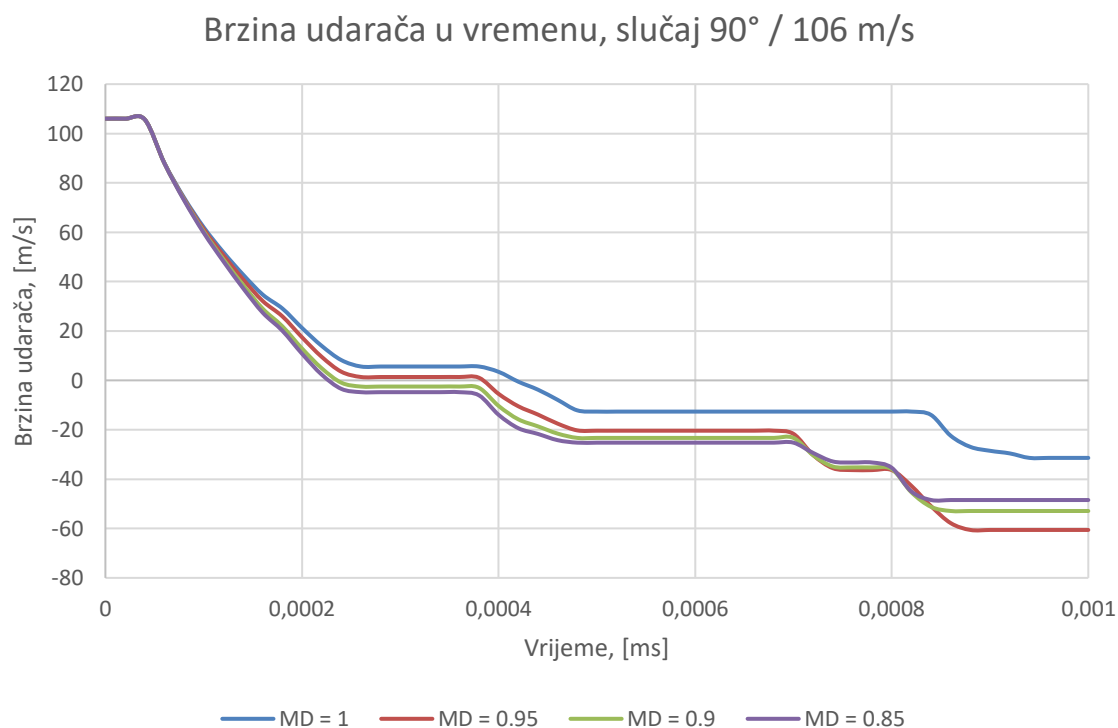
Slika 34. Rezultati provedenih analiza VIII

5.5. Ovisnost rezultata o parametru *Max. Degradation*

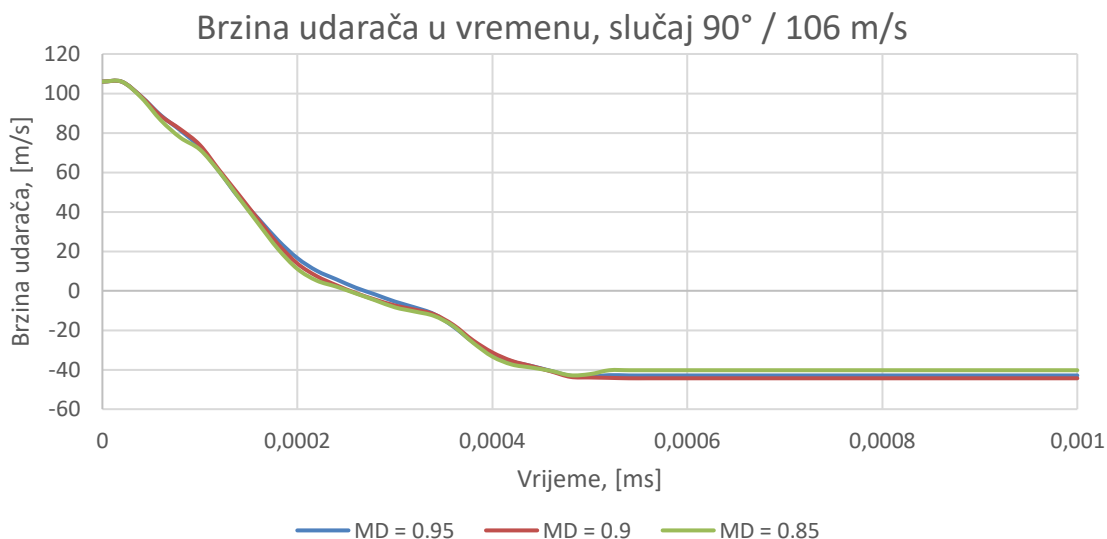
Za Hashinov kriterij inicijacije oštećenja, prilikom razmatranja ploče kao klasične ljuske (bez debljine) i ljuske s definiranom debljinom, za slučaj udara udarača pod kutom od 90° brzinom 106 m/s, analiziran je utjecaj parametra *Max. Degradation* na rezultate simulacija. Pritom su njegove vrijednosti u simulacijama uzete kao 1, 0,95, 0,9 te 0,85. Usporedba simulacija s različitim vrijednostima ovog kriterija napravljena je preko podataka o brzini udarača u vremenu.

Slikom 35. dan je usporedni prikaz ovih rezultata za 2D ploču, a slikom 36. za 3D ploču. Radi velike računalne zahtjevnosti, ovdje pri razmatranju utjecaja u slučaju 3D ploče nije korišten najdetaljniji model – s 40 konačnih elemenata kroz debljinu. Iz istog razloga utjecaj ovog parametra na rezultate pri korištenju Danielovog i Raimondovog kriterija nije razmatran.

Iz slike 36. je vidljivo kako za slučaj razmatranja utjecaja navedenog parametra na model s 3D pločom nije ucrtana krivulja za vrijednost parametra 1. Razlog tome pojašnjen je u poglavlju 7. – Zaključku.



Slika 35. Utjecaj parametra *Max. Degradation* na rezultate simulacija s 2D pločom



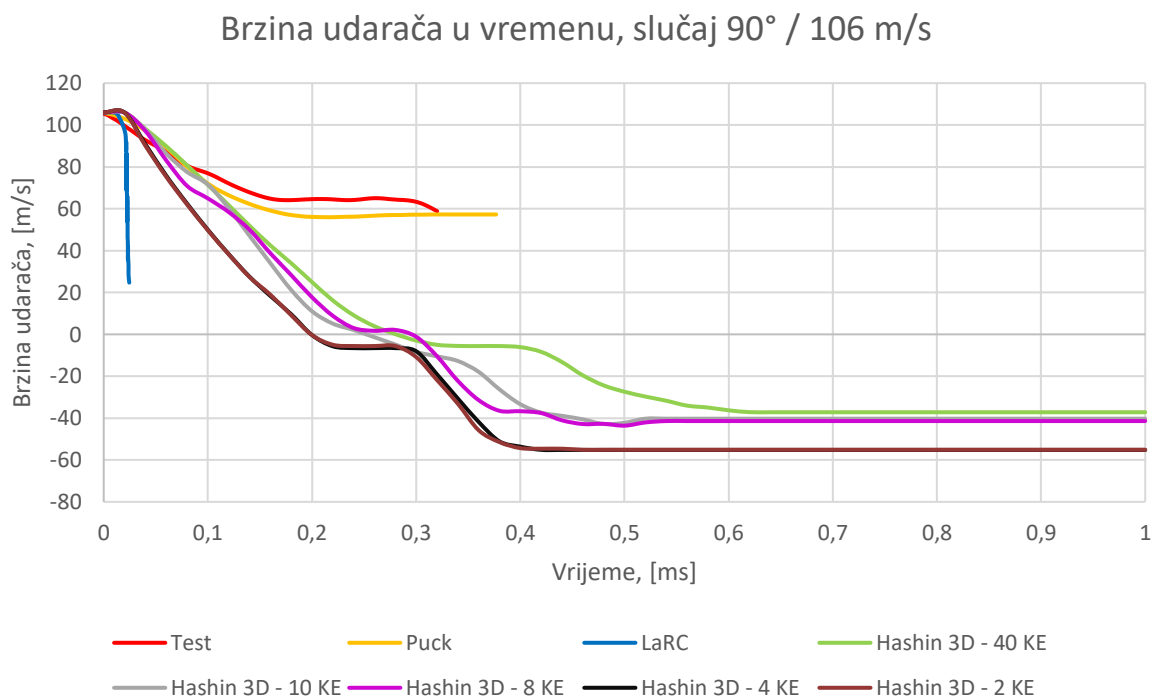
Slika 36. Utjecaj parametra *Max. Degradation* na rezultate simulacija s 3D pločom

Prema slikama 35. i 36. je vidljivo određeno odstupanje rezultata s promjenom vrijednosti navedenog parametra. Ovaj je utjecaj znatno izraženiji pri razmatranju ploče kao klasične ljuske – bez debljine, kada je čitav laminat diskretiziran samo jednim konačnim elementom kroz debljinu ploče. Uz to, zbog stabilnosti rezultata konačne elemente nije moguće, kako je već rečeno, smanjivati po želji, već se njihova veličina mora držati u preporučenim granicama, čime model automatski ima ograničen najveći broj stupnjeva slobode, a time i točnost rezultata. Pri razmatranju ploče s definiranom debljinom (3D ljuska), utjecaj navedenog parametra znatno je manji. Razlog tome najvjerojatnije je u većoj točnosti modela korištenjem više konačnih elemenata kroz debljinu ploče, o čemu je više rečeno pod sljedećom točkom.

Međutim, ponekad njegov iznos nije u potpunosti proizvoljan, odnosno, ponekad njegova vrijednost mora ležati unutar manjeg podskupa od raspona $\langle 0,1 \rangle$. Prilikom rješavanja određenih simulacija može doći do numeričke pogreške i prekida simulacije zbog prevelike deformacije pojedinih konačnih elemenata u mreži. Jedan primjer ovog problema upravo je i simulacija iz točke 5.5., u kojoj je za trodimenzionalni prostor (ploča modelirana kao ljuska s konačnom debljinom) predviđena vrijednost parametra *Max. Degradation* trebala biti 1, a koja nije mogla biti izračunata do kraja zbog prevelike distorzije konačnih elemenata uslijed kontakta udarača s pločom. Ovaj problem rješava se određenim smanjenjem vrijednosti parametra *Max. Degradation*. Na taj način je i njegova vrijednost s gornje strane ograničena u pojedinim simulacijama.

5.6. Ovisnost rezultata o broju konačnih elemenata kroz debljinu ploče (pristup modeliranju ploče ljuskom s definiranom debljinom)

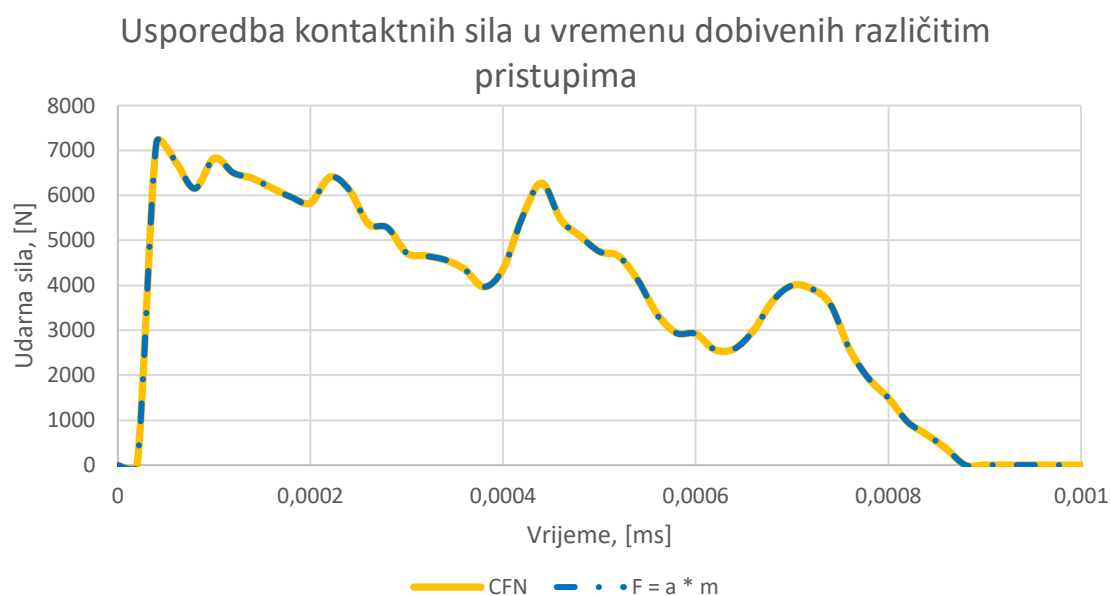
Slikom 37. prikazana je ovisnost brzine udarača u vremenu simulacije, za slučaj njegovog udara u ploču pod kutom od 90° pri brzini od 106 m/s. Na slici je usporedni prikaz rezultata prema kriterijima korištenim u [1] i kriterija Hashin s različitim brojem konačnih elemenata kroz debljinu.



Slika 37. Ovisnost brzine udarača u vremenu, za različite brojeve konačnih elemenata kroz debljinu ploče

5.7. Prikazivanje iznosa kontaktne sile udarača i ploče

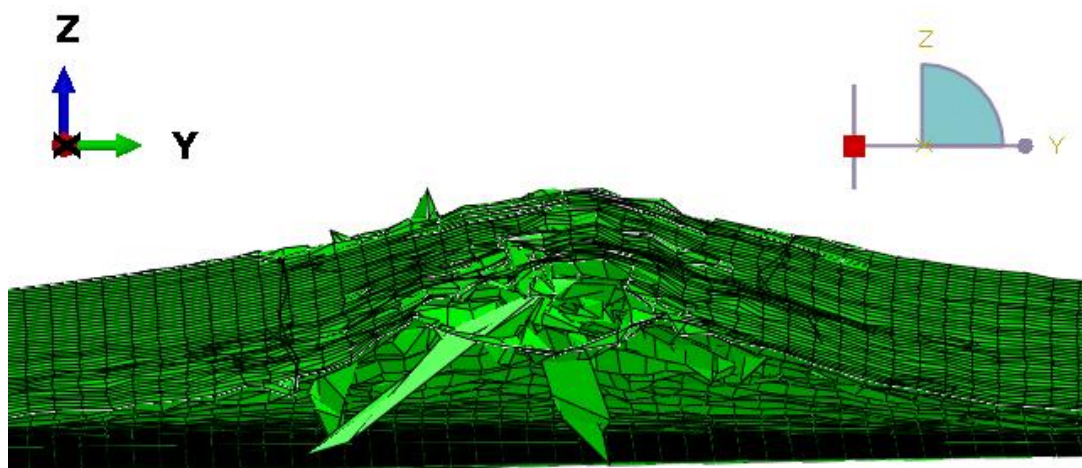
Kako je već spomenuto, kontrola iznosa kontaktne sile dobivene direktno kroz varijablu CFN u programskom paketu, uspoređena je sa silom dobivenom kao umnožak akceleracije i mase udarača. Slikom 38. prikazane su usporedno kontaktne sile u vremenu dobivene ovim dvama pristupima. Podaci su uzeti za simulaciju udara udarača pod kutom od 45° pri brzini od 110 m/s. Iz slike je jasno kako se ove dvije krivulje praktički u potpunosti podudaraju. U poglavlju 6. (Osvrt na rezultate) dan je prikaz karakterističnih vrijednosti vezanih uz odstupanje rezultata dobivenih ovim dvama pristupima.



Slika 38. Kontaktna sila u ovisnosti o vremenu dobivena dvama različitim pristupima

5.8. Ostali rezultati

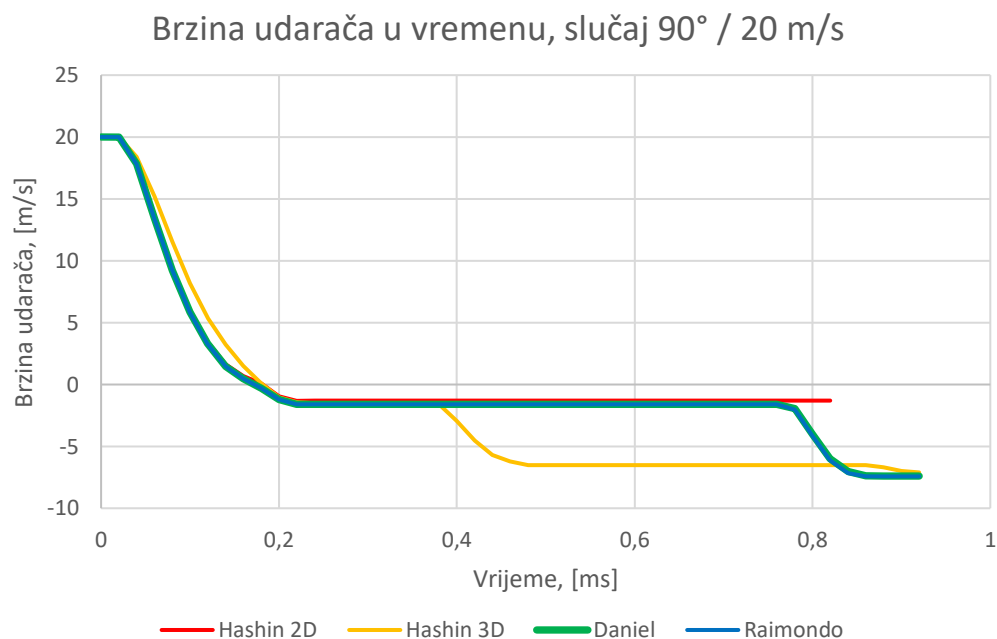
Slikom 39. prikazan je model ploče dobiven simulacijom koristeći Danielov kriterij u uvjetima udara pod kutom od 90° pri brzini 106 m/s. Na slici je vidljivo kako model oštećenja nije u potpunosti ispravan – pojedini pretjerano deformirani konačni elementi nisu izbrisani.



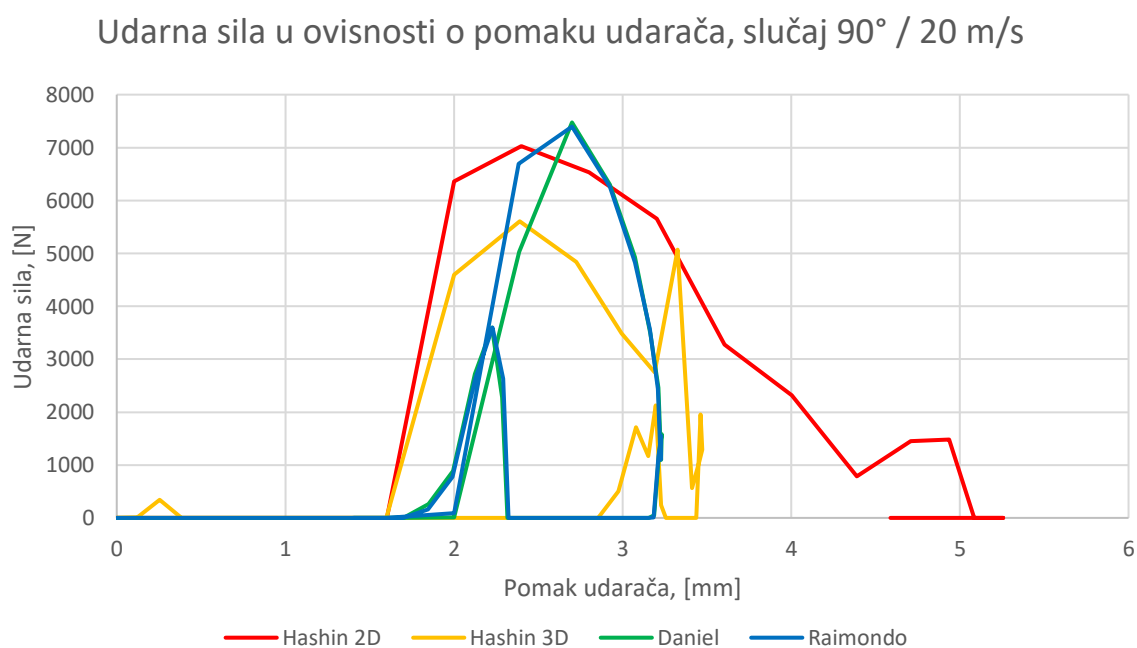
Slika 39. Prikaz oštećenja na modelu ploče, Danielov kriterij, 90° , 106 m/s

Pod ovom točkom, iako u literaturi [1] nema navedenih podataka o eksperimentalnim ni numeričkim rezultatima za ove uvjete, prikazani su rezultati o brzini kretanja udarača i udarnoj sili u ovisnosti o pomaku udarača za njegovu najmanju razmatranu brzinu (20 m/s) koja je navedena pod točkom 3.1. Ove je rezultate korisno prikazati, jer bi, prema [2] i [8],

teorije trebale biti najpouzdanije za najmanje brzine udara. Slikama 40. i 41. prikazane su navedene krivulje za sve u ovom radu korištene kriterije usporedno, na način analogan onom koji je već korišten. Razmatran je samo udar udarača pod normalnim kutom na ploču.



Slika 40. Usporedni prikaz toka brzine udarača u vremenu pri brzini udara 20 m/s za sve korištene kriterije



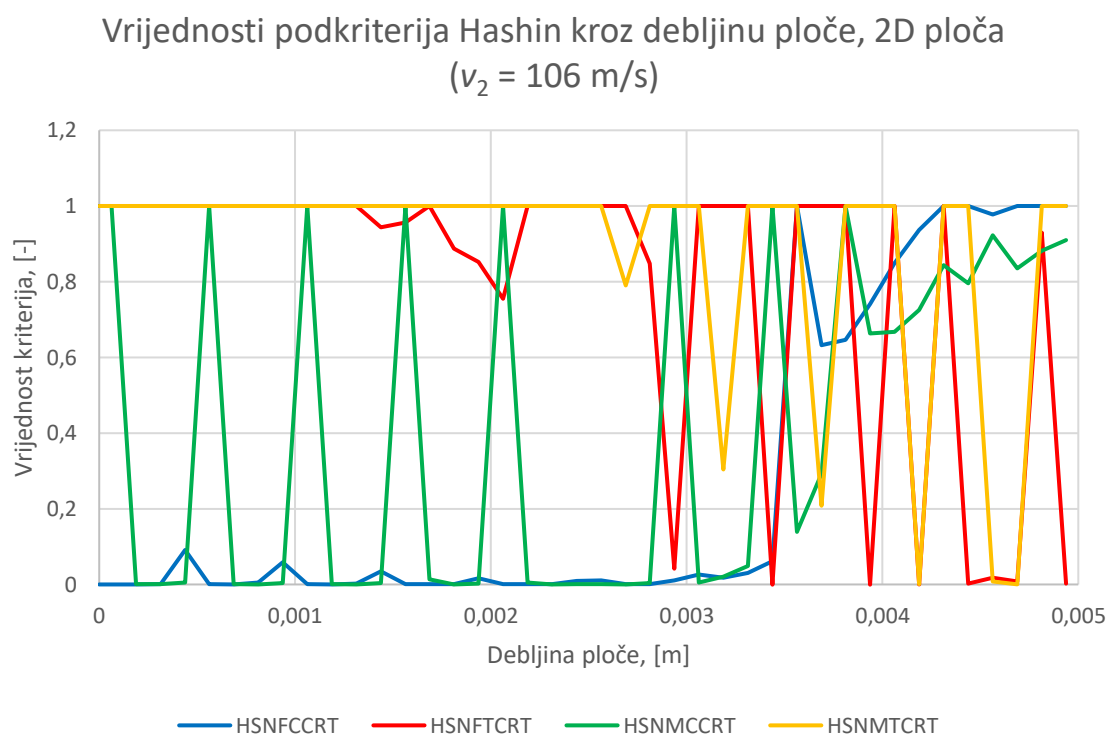
Slika 41. Usporedni prikaz udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača pri brzini udara 20 m/s za sve korištene kriterije

Koristeći korisnički definirane potprograme VUMAT, u rezultatima je moguće dobiti prikaz nestandardnih, korisnički definiranih varijabli SDV (eng. – *Solution Dependent state Variables*). Ipak, za analize ovog tipa najkorisnije je definirati prikazivanje onih veličina čiji je prikaz omogućen i za kriterije ugrađene u programske pakete – vrijednosti podkriterija korištenih teorija i statuse konačnih elemenata (0 – očuvan, 1 – popustio). Uz to, prikladno je omogućiti i pregled drugih veličina čije poznavanje može koristiti u razumijevanju i predviđanju odziva materijala, npr. pregled iznosa kutova ravnina popuštanja matrice (kriterij Raimondo), parametara ovisnosti krutosti i čvrstoća o brzini deformacije, same brzine deformacija i slično.

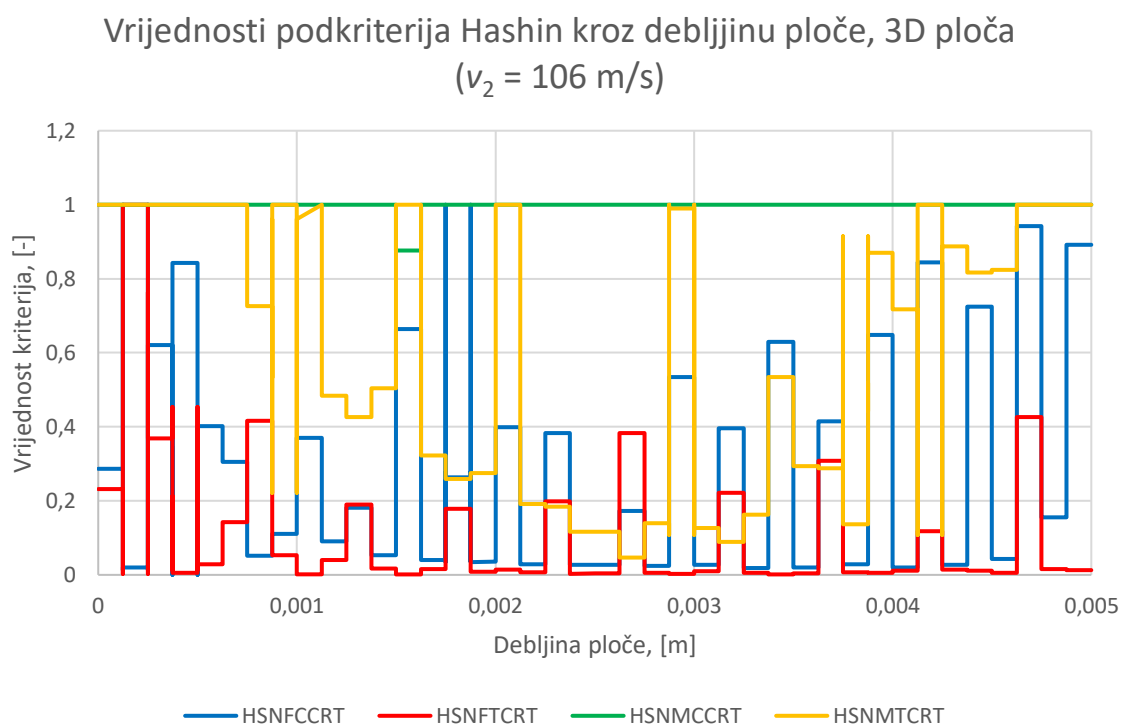
Ovdje su, radi jednostavnosti i održavanja ovog rada u predviđenim okvirima, svi rezultati dani za slučaj normalnog udara udarača (pod kutom od 90°) pri većoj brzini (106 m/s).

Slikama 42. – 46. prikazani su, za samo središte ploče, kroz njezinu debljinu, redom podkriteriji popuštanja i statusi konačnih elemenata za sve kriterije korištene u ovom radu (Hashin s 2D i 3D pločom, te Daniel i Raimondo, tim redoslijedom). Za vrijednosti pojedinih podkriterija Danielove i Raimondove teorije, u korisnički definiranom potprogramu omogućen je preko SDV-ova prikaz njihovih trenutnih iznosa te najvećih iznosa tijekom čitavog vremena simulacije. Ovdje su, prikladno, prikazane samo najveće vrijednosti svih pojedinih podkriterija tijekom čitavog trajanja analize, za obje teorije. Pritom je gornja granica vrijednosti podkriterija, radi bolje preglednosti, postavljena na vrijednost jedan iako ju u simulacijama iznosi pojedinih podkriterija premašuju. Granica je postavljena tako jer fizikalno vrijednosti iznad jedan nemaju smisla, osim što ukazuju na to koliko je stvarno stanje naprezanja nepovoljnije od onog koje je definirano kao kritično za popuštanje sloja.

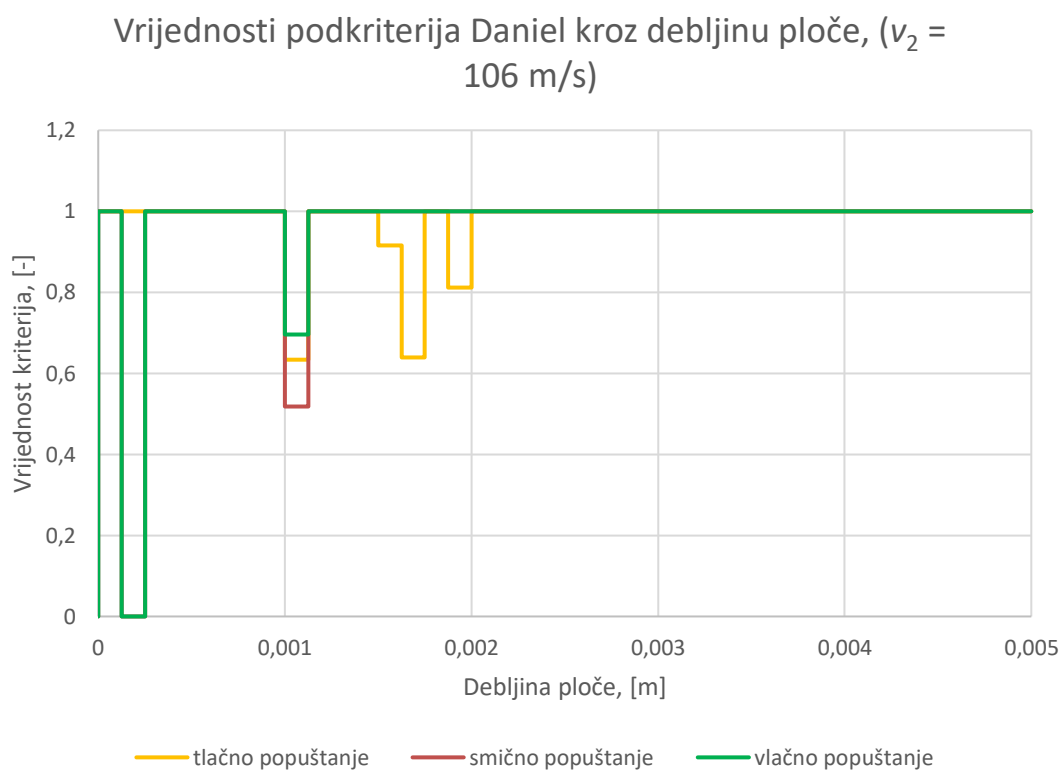
U simulaciji korištenjem Hashinovog kriterija za slučaj modeliranja ploče kao klasične ljuske, (jedini) konačni je element popustio, pa za ovu simulaciju nije prikazan dijagram statusa konačnih elemenata kroz debljinu. Slično vrijedi i za analizu korištenjem kriterija Hashin pri modeliranju ploče kao kontinuirane ljuske (3D) te za analizu korištenjem Raimondovog kriterija – svi su konačni elementi kroz debljinu popustili, pa je stoga izostavljen prikaz statusa pojedinih konačnih elemenata kroz debljinu ploče.



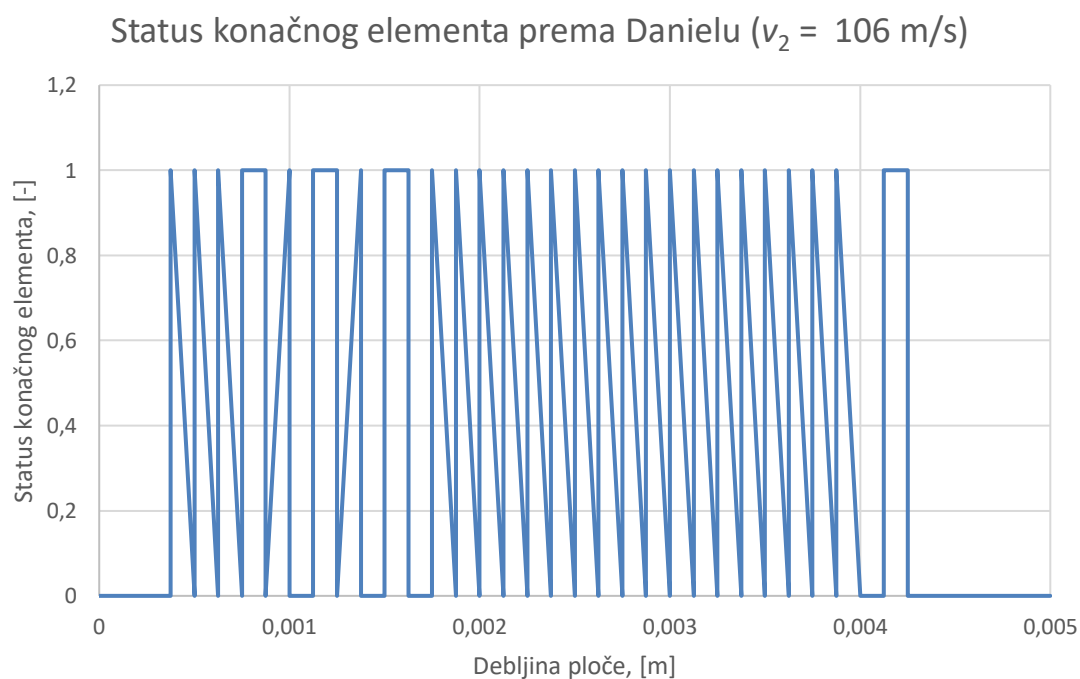
Slika 42. Vrijednosti podkriterija prema Hashinu, kroz debljinu, za 2D ploču



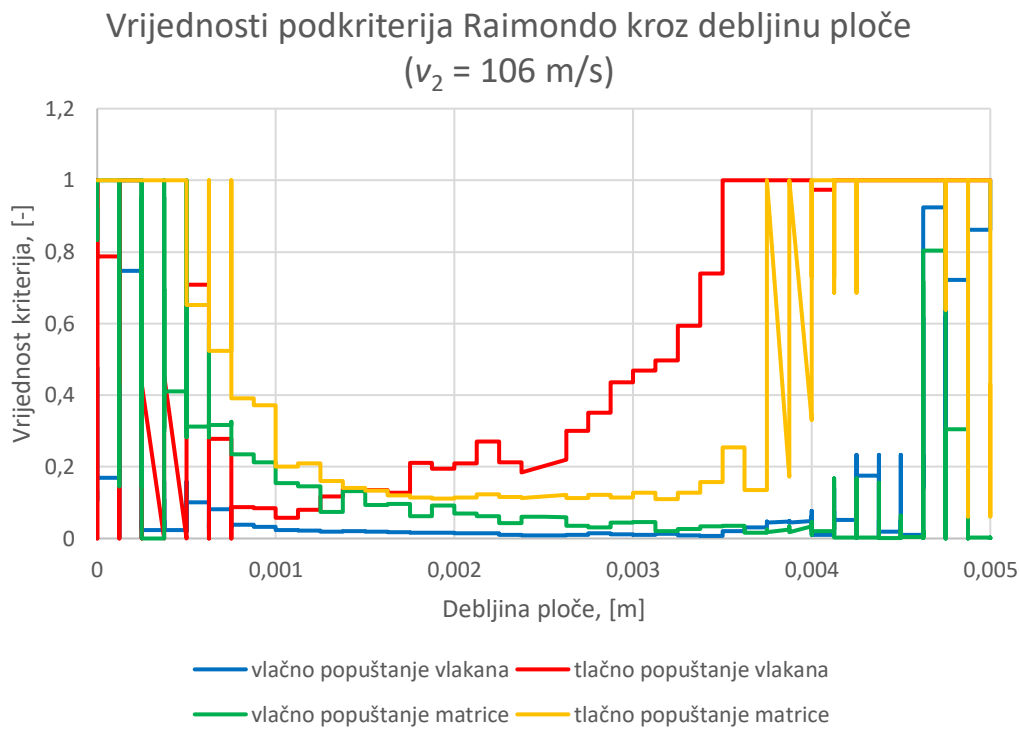
Slika 43. Vrijednosti podkriterija prema Hashinu, kroz debljinu, za 3D ploču



Slika 44. Vrijednosti podkriterija prema Danielu, kroz debljinu ploče

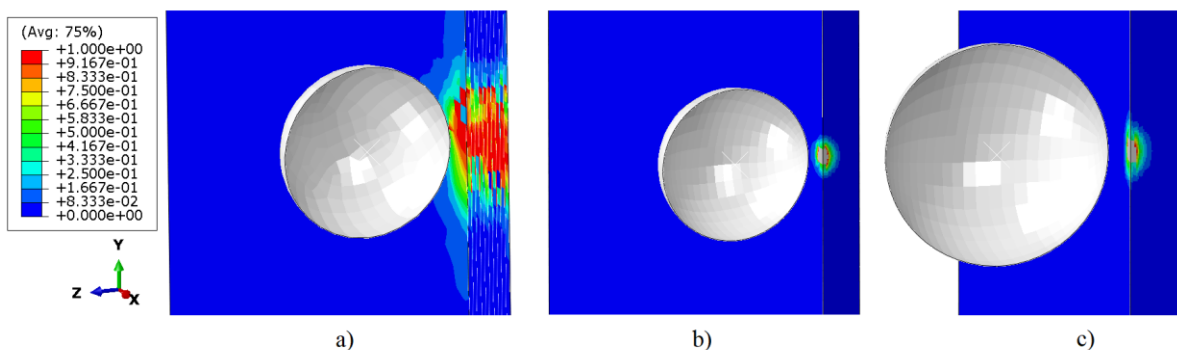


Slika 45. Status konačnih elemenata kroz debljinu ploče, koristeći Danielov kriterij

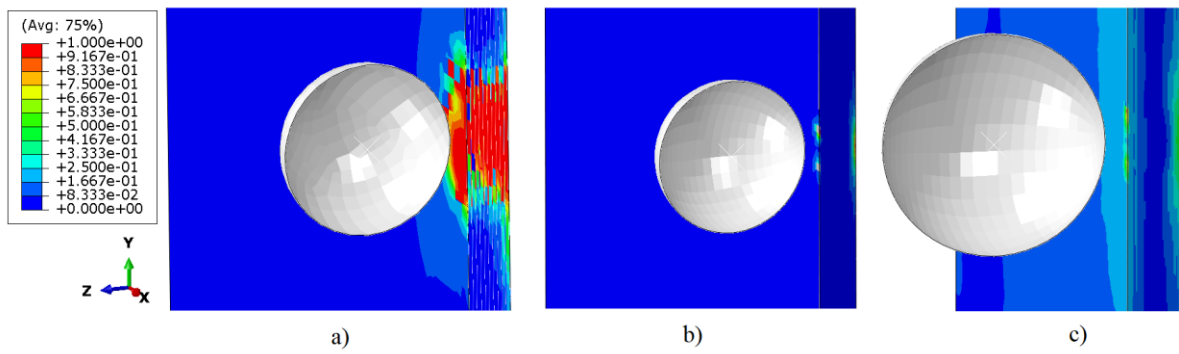


Slika 46. Vrijednosti podkriterija prema Raimondu, kroz debljinu ploče

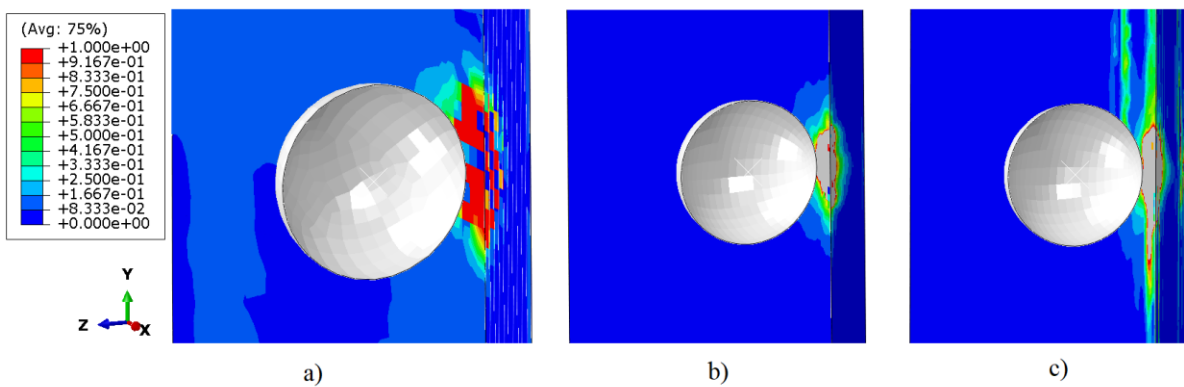
Korisno je još dati i prikaze samog modela ploče s ucrtanim poljima (raspodjelama) određenih, za analize relevantnih, varijabli po modelu ploče. Kako je već rečeno, za razmatrani raspored slojeva i uvjete opterećenja, kritična je matrica, odnosno, popuštanje se, prema svim kriterijima, događa u matrici. Stoga su slikama 47. – 52. prikazane usporedno raspodjele (polja) tlačnog i vlačnog podkriterija popuštanja matrice koristeći a) Hashinov, b) Raimondov i c) Danielov kriterij, za brzine udara 20, 59 i 106 m/s pod kutom od 90° , tim redoslijedom. Nakon ovih slika, raspodjela iz koje je vidljiv status (popuštenost) konačnih elemenata prema Danielu, po geometriji ploče, za brzinu udara 106 m/s, dana je slikom 53.



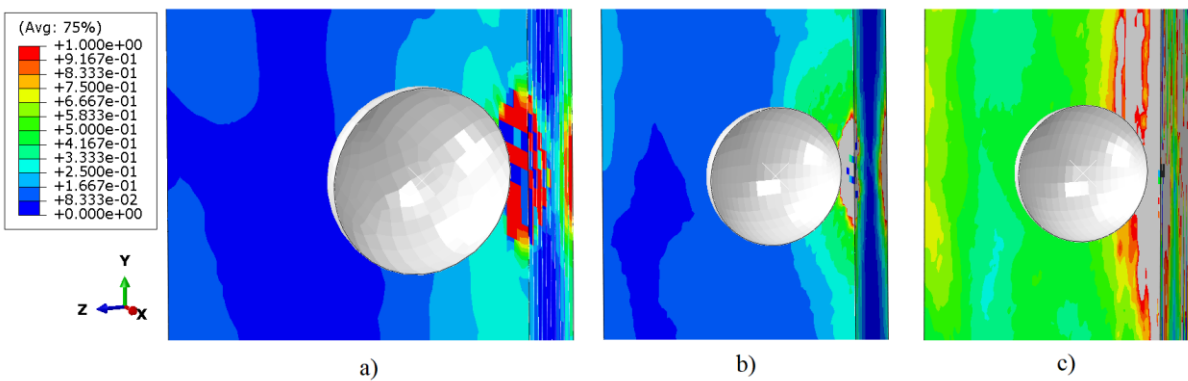
Slika 47. Tlačno popuštanje matrice pri 20 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel



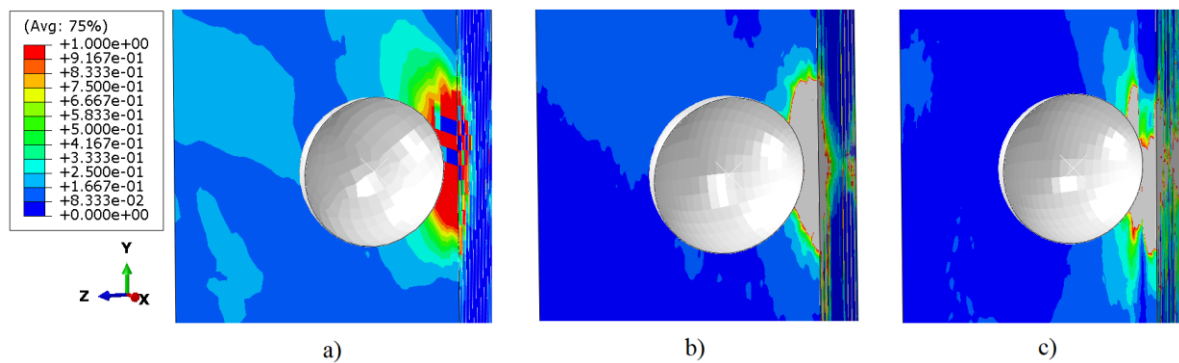
Slika 48. Vlačno popuštanje matrice pri 20 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel



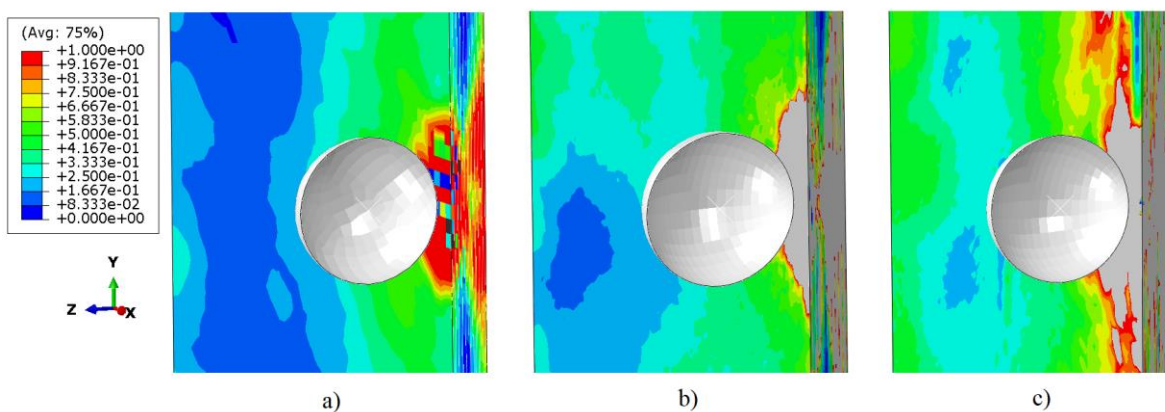
Slika 49. Tlačno popuštanje matrice pri 59 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel



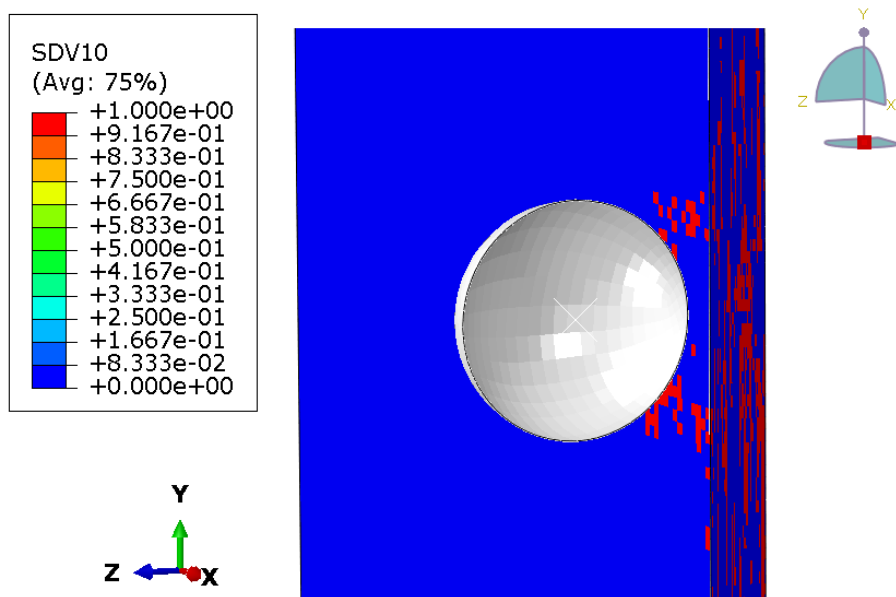
Slika 50. Vlačno popuštanje matrice pri 59 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel



Slika 51. Tlačno popuštanje matrice pri 106 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel

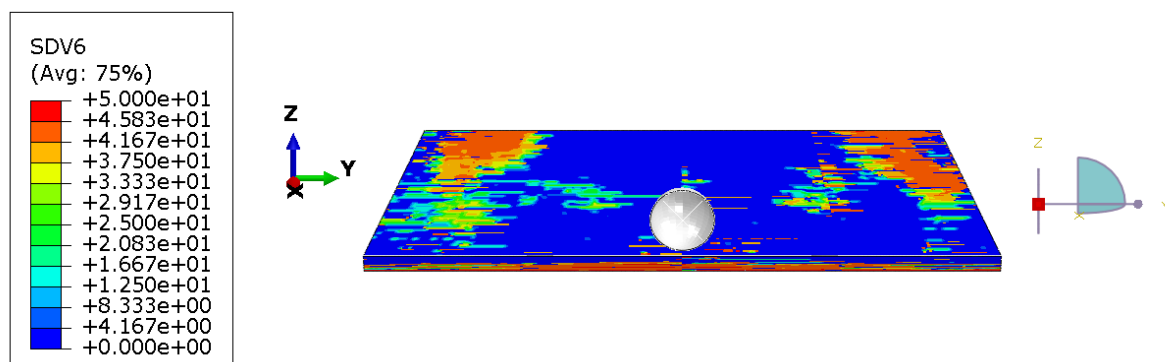


Slika 52. Vlačno popuštanje matrice pri 106 m/s: a) Hashin, b) Raimondo, c) Daniel

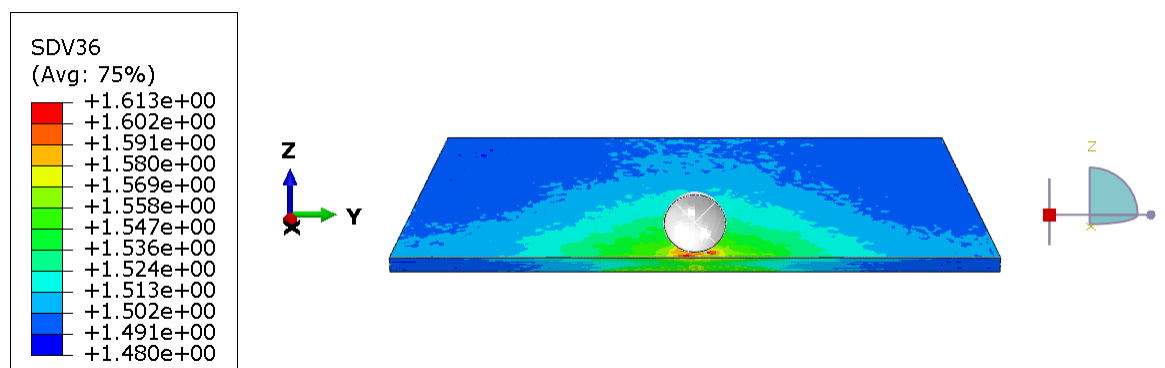


Slika 53. Status konačnih elemenata prema teoriji Daniel nakon simulacije udara pri 106 m/s

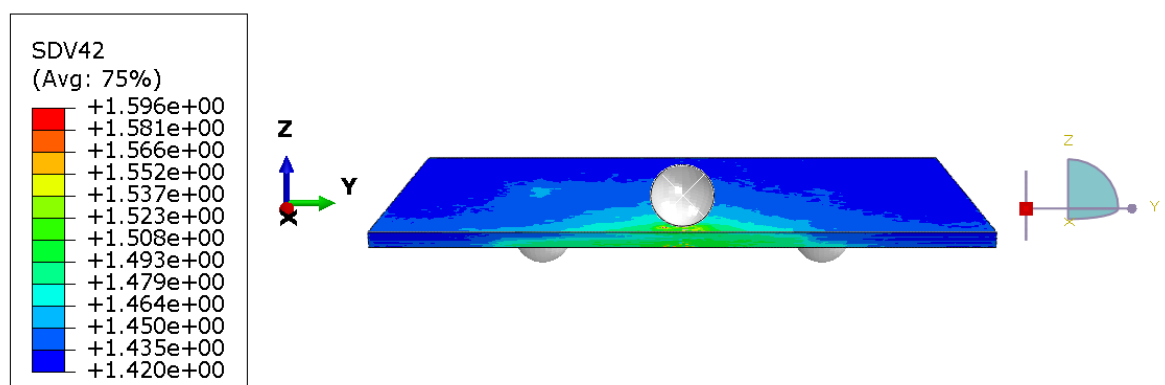
Konačno, slikama 54. – 56. prikazane su redom raspodjele varijabli SDV6 (kut ravnine loma matrice prema Raimondovom kriteriju), SDV36 (najveća vrijednost skalirajuće funkcije $k_{12}(\dot{\epsilon}_1)$ Raimondovog kriterija) te SDV42 (najveća vrijednost skalirajuće funkcije α_D) po geometriji kompozitne ploče, također za uvjete udara brzinom od 106 m/s pod kutom od 90°.



Slika 54. Raspodjela kuta ravnine loma matrice (Raimondov kriterij), 90°, 106 m/s, [°]



Slika 55. Raspodjela najvećih vrijednosti skalirajuće funkcije $k_{12}(\dot{\epsilon}_1)$ (Raimondov kriterij), 90°, 106 m/s, [-]



Slika 56. Raspodjela najvećih vrijednosti skalirajuće funkcije α_D (Danielov kriterij), 90°, 106 m/s, [-]

6. OSVRT NA REZULTATE

U nastavku su za prikazane krivulje brzina u ovisnosti o vremenu, krivulje ovisnosti udarne sile o pomaku udarača i ostale u prethodnom poglavlju dane rezultate, u pojedinim odjeljcima izložene opaske i komentari.

6.1. Brzine udarača u ovisnosti o vremenu

Prema slikama 27., 29., 31. i 33. za tijek brzine udarača u vremenu, ostvarena su bolja podudaranja u ovom radu provedenih numeričkih analiza s rezultatima u [1], nego za ovisnost udarne sile o pomaku udarača. Pritom je ovo podudaranje, za oba napadna kuta udara udarača, općenito izraženije za manje brzine udarača - v_1 . Dodatno, moguće je zaključiti kako se u prvim trenucima kontakta sve krivulje vrlo dobro podudaraju, dok odstupanja nastaju nakon određenog vremena kontakta.

Prema slici 27., uspoređujući ju s ostalim slikama koje prikazuju krivulje brzine u vremenu, jasno je vidljivo najbolje podudaranje svih krivulja – onih koje su dobivene u ovom radu s onima iz [1], ali i samih krivulja iz [1] međusobno. Zbog razlike u krutosti ploče, u simulacijama, na primjer na slikama 27. i 31., za različite kriterije popuštanja dolazi do prilično sličnog odziva udarača, ali u različitim trenucima. Nadalje, na slici 33. jasno je vidljivo podudaranje krivulja dobivenih prema Hashinovom i LaRC kriteriju, dok je u usporedbi s eksperimentalnim podacima u [1] najbolje podudaranje krivulje ostvareno koristeći Hashinov kriterij pri razmatranju ploče kao ljske s konačnom debljinom (3D ljske).

Moguće je pretpostaviti kako do odstupanja dolazi zbog pogrešaka u numeričkom modelu materijala, odnosno definiranju ovisnosti njegovih svojstava o brzini deformacije. U trenucima najveće deformacije ploče i njezinih vibracija (oscilacija), rezultati se za sve modele značajno razlikuju. Ovu pretpostavku potvrđuju rezultati prikazani na slici 29. - svi kriteriji popuštanja korišteni u ovom radu konvergiraju približno jednakim rezultatima, čime međusobno potvrđuju validnost, no ovi se rezultati značajno razlikuju od onih dobivenih u [1].

Konačno, prema spomenutim slikama, jasno je vidljivo kako udarač ne probija ploču ni u slučaju njegove najveće brzine kretanja, iako je u [1] i pri eksperimentalnom ispitivanju i numeričkim simulacijama postignuto probijanje ploče, što je vidljivo i iz krivulja brzine u ovisnosti o vremenu na slici 29.

6.2. Udarne sila u ovisnosti o pomaku udarača

Iz svih razmatranja koja su dosad iznesena na temelju analiziranja rezultata koji prikazuju brzine udarača u vremenu, jasno je kako se za ovisnost udarne sile o pomaku ne mogu očekivati prevelika podudaranja krivulja iz rada [1] i ovog rada. S obzirom da udarač u simulacijama provedenim u ovom radu nije niti pri većoj brzini udara prošao kroz ploču, automatski je jasno kako krivulje kontaktne (udarne) sile u ovisnosti o pomacima udarača u slučajevima prikazanim na slikama 30. i 32. ne mogu odgovarati onima u [1]. Važno je napomenuti kako i same krivulje u [1] međusobno značajno odstupaju u sva četiri razmatrana slučaja.

Međutim, ipak su vidljiva i određena podudaranja. U svim slučajevima, osim onog prikazanog na slici 30., očito je vrlo dobro podudaranje krivulja dobivenih prema LaRC i Hashinovom kriteriju pri analizi ploče kao klasične ljuske. Također, na slici 28. vidljiv je prilično sličan odziv modela koristeći LaRC, Hashinov u slučaju 2D ploče, Raimondov i Danielov kriterij popuštanja. Na istoj slici vidljivo je i kako Hashinov kriterij za 3D ploču najbolje odgovara eksperimentalnim podacima. U slučaju normalnog udara u ploču većom brzinom (v_2) prikazanog slikom 30., vidljivo je određeno podudaranje rezultata dobivenih Danielovim i Raimondovim kriterijima.

U sva četiri slučaja, eksperimentalnim podacima iz rada [1] evidentno najbolje odgovaraju rezultati numeričke simulacije provedene koristeći Puckov kriterij.

6.3. Utjecaj broja konačnih elemenata kroz debljinu ploče na rezultate

Točnost rezultata, odnosno približavanje eksperimentalno i numerički dobivenim rezultatima u [1], postiže se povećanjem broja konačnih elemenata kroz debljinu ploče – tako je najtočniji upravo onaj model koji sadrži 40 konačnih elemenata kroz debljinu, kada svaki konačni element opisuje jedan sloj laminata. Time su pojedini dijelovi laminata, koji se sastoji od ukupno 40 slojeva, točnije opisani, a samu čvrstoću, tj. tok oštećenja i popuštanja laminata, moguće je preciznije odrediti, postepenim kontaktom i penetracijom te računanjem stanja u manje slojeva laminata odjednom. Na taj način se stanje naprezanja, a time i oštećenje i popuštanje, određuju najtočnije, sloj po sloj.

Međutim, razlike između krivulja brzine u ovisnosti o vremenu dobivene u ovom radu, za modele s različitim brojem konačnih elemenata kroz debljinu, i dalje su manje od razlike

između krivulja dobivenih u [1] i ovdje dobivene krivulje s najviše konačnih elemenata kroz debljinu. Kako je već rečeno, razlog tome leži u nedovoljno točnom numeričkom opisivanju modela materijala – njegovih konstanti krutosti i vrijednosti čvrstoća u ovisnosti o brzini deformacije. Konačno, potrebno je naglasiti i kako povećavanje broja konačnih elemenata kroz debljinu ploče značajno „poskupljuje“ analizu.

6.4. Iznos udarne (kontaktne) sile dobiven različitim načinima

Pokazano je također na slici 38. kako je udarnu silu moguće jednako precizno dobiti dvama pristupima – njezinim indirektnim računanjem iz akceleracije i mase udarača ili direktno ispisom varijabli CFN, čije je ispisivanje potrebno dodatno zatražiti u sučelju korištenog programskog paketa.

Tablicom 4. prikazani su najveće apsolutno odstupanje, prosječno i apsolutno prosječno odstupanje rezultata dobivenih ovim dvama pristupima. Pritom je od rezultata dobivenih umnoškom mase i akceleracije oduzimana vrijednost kontaktne sile dobivena prikazom varijable CFN.

Tablica 4 . Odstupanja rezultata kontaktne sile dobivene različitim pristupima

Najveće apsolutno odstupanje	Prosječno odstupanje	Apsolutno prosječno odstupanje
$\max_{i=1,\dots,n} \{\delta_i\}$	$\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n}$	$\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i }{n}$
27,36 N	-0,71 N	1,71 N

6.5. Ostali rezultati

Kako je već navedeno pod točkom 5.8. da je prema [2] i [8] za očekivati, a što je vidljivo i iz slika 40. i 41., pri najmanjoj brzini udara (20 m/s), svi korišteni kriteriji vrlo se dobro podudaraju. U ovom slučaju, osim neosporno dobrog podudaranja krivulja brzine u vremenu, vidljivo je poprilično međusobno podudaranje kriterija i pri određivanju udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača. Razlog tome je jasan – pri najmanjoj brzini udara, uz najmanje oštećenje materijala, najmanji je i utjecaj brzine deformacije na krutosti i čvrstoće sloja. Samim time, empirijski izrazi za određivanje utjecaja brzine deformacije na krutosti i čvrstoće postaju manje važni, što se odnosi i na znatno pojednostavljen model širenja oštećenja.

Prema rezultatima prikazanim na slikama 42. – 46., uspoređujući vrijednosti pojedinih podkriterija svih korištenih teorija popuštanja, moguće je zaključiti kako laminat u razmatranom problemu popušta primarno popuštanjem matrice. Vrijednosti kriterija koji opisuju popuštanje vlakana daleko su nižih vrijednosti od onih koji opisuju popuštanje matrice.

Nadalje, u 3. poglavlju, pri opisivanju pojedinih kriterija popuštanja, spomenuto je kako vrijednosti podkriterija mogu biti veće od jedan ukoliko ne postoji implementiran model propagacije oštećenja. Međutim, ovo pravilo vrijedi samo za postojeći model materijala i oštećenja definiran u programskom paketu *Abaqus/Explicit*, ali ne mora nužno vrijediti u slučaju korisnički definiranih potprograma za opisivanje odziva materijala. Tako u ovdje razmatranom slučaju, premda je definiran model evolucije oštećenja, vrijednosti podkriterija popuštanja prema postojećim sivim zonama na slikama 47. – 52. višestruko nadmašuju vrijednost jedan. Razlog tome je jednostavno nedefiniranost uvjeta održanja iznosa pojedinih kriterija popuštanja, ukoliko je on veći, na vrijednosti jedan u korisnički definiranom potprogramu (VUMAT). Ograničavanje njihove vrijednosti na iznos jedan napravljeno je pri obradi rezultata u programskom paketu *Microsoft Excel*, a implementacija ovog uvjeta za ograničenjem iznosa vrijednosti podkriterija već je planirana za ugradnju u kreirani VUMAT potprogram u sklopu spomenutog projekta.

Iz paralelnih prikaza vrijednosti podkriterija na slikama 47. – 52. moguće je dobiti uvid o razmjerima oštećenja ploče. Prema navedenim slikama, očito je zadovoljavajuće podudaranje predviđanja oštećenja dobiveno prema različitim kriterijima popuštanja. Premda su vrijednosti podkriterija znatno više od jedan (što označava popuštanje sloja), ipak većina konačnih elemenata nije popustila te udarač nije prošao kroz ploču. Ovo je suprotno očekivanjima koja su slijedila iz podataka u [1], no, razlozi tome jednaki su onima koji su već navedeni pri razmatranju drugih veličina i dijagrama. Također, suprotno očekivanjima je i bolje podudaranje rezultata, tj. razmjera oštećenja kompozita pri srednjim (59 m/s) i većim (106 m/s) nego pri manjim (20 m/s) brzinama udara, kako je vidljivo iz slika 47. – 52.

Na slici 53. moguće je zamijetiti neobično ponašanje kompozitnog materijala - konačni elementi oštećeni su upravo ispod udarača (što je vidljivo iz slika 47. – 52.), ali prema Danielovom kriteriju oni nisu popustili. Detaljnijim modeliranjem oštećenja materijala, uvjeta kontakta i postavki za brisanje konačnih elemenata iz simulacije, pretpostavlja se kako je moguće doći do točnijih rezultata i većeg podudaranja s podacima u literaturi.

7. ZAKLJUČAK

U radu su provedene simulacije jednostavnog problema balističkog udara kuglice u kvadratnu kompozitnu ploču, prema eksperimentu i provedenim numeričkim analizama u radu [1]. Pritom su korištena tri kriterija inicijacije oštećenja: Hashinov kriterij (jedini kriterij na temelju kojega u korištenom programskom paketu *Abaqus/Explicit* postoji model oštećenja), Danielov [2] i Raimondov [8] kriterij. Posljednja dva kriterija u obzir uzimaju utjecaj brzine deformiranja na čvrstoće kompozita, a moguće ih je koristiti jedino putem korisnički definiranih potprograma VUMAT (*Fortran* rutina). Zbog kompleksnosti problema koristeći korisnički definirane potprograme konstitutivnog modela materijala, simulacije u kojima su primijenjeni kriteriji oštećenja prema Danielu i Raimondu izračunate su na radnoj stanici specijaliziranoj za numeričke simulacije. Čak i koristeći ovu radnu stanicu, zbog veličine i kompleksnosti problema te samog materijalnog modela, simulacije su trajale preko 50 sati.

Usporedba u ovom radu dobivenih rezultata s onima u [1] pokazala je samo djelomično podudaranje. Pritom, brzine udarača točnije su opisane pri nižim brzinama udara, i općenito u početnom dijelu kontakta, tj. udara. Krivulje udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača, osim u par prethodno detaljnije iznesenih slučajeva, ne pokazuju zadovoljavajuće podudaranje kako s eksperimentalnim, tako ni s numerički dobivenim rezultatima u [1].

Sva ova odstupanja rezultata moguće je pretpostavljeno pripisati najprije nedovoljno točnom opisivanju mehaničkih svojstava materijala ovisnih o brzini deformacije. Uz to, jasno je, za odstupanja su odgovorni i sami izrazi popuštanja karakteristični za pojedine teorije, odnosno kriterije popuštanja. Konačno, i modeli propagacija, odnosno širenja oštećenja, koji su korišteni u [1] i u ovom radu, razlikuju se. Štoviše, i modeli širenja oštećenja korišteni u ovom radu međusobno se razlikuju – pri korištenju Hashinovog kriterija, korišten je model oštećenja ugrađen u programski paket *Abaqus/Explicit* i predstavljen pod točkom 3.1.5., dok se pri korištenju Danielovog i Raimondovog kriterija koristi korisnički definiran potprogram VUMAT za opisivanje konstitutivnog odziva materijala i oštećenja. Dokaz potrebe za izmjenom modela oštećenja, a ujedno i razlog toliko dugog trajanja simulacija leži u postojanju konačnih elemenata koji su previše distorzirani, kako je vidljivo na slici 39. Ovi konačni elementi trebali su ranije u simulaciji biti obrisani, jer materijal je u ovim točkama zasigurno popustio, a njihovo ostajanje u simulaciji, uz smanjenje pojedine njihove duljine stranice uslijed prevelike deformacije, prema izrazu (4.6) smanjuje stabilni vremenski

inkrement. Smanjenje stabilnog vremenskog inkrementa može biti za gotovo red veličine.

Tijekom primjene Hashinovog kriterija, točniji rezultati ostvareni su modeliranjem ploče kao kontinuirane ljske (3D ljske). Dodatno, povećanjem broja konačnih elemenata kroz debljinu ploče, ostvareni su točniji rezultati, na račun „poskupljenja“ simulacija u smislu procesorskog vremena.

Implementacija kreiranog korisnički definiranog potprograma VUMAT pokazala se uspješnom. Prilikom rada, tijekom prikazivanja određenih SDV-ova u postprocesoru, pronađene su određene greške u kodu koje su bile vidljive tek u prikazu rezultata, a koje su zatim otklonjene. Uz to, također tijekom razmatranja rezultata u prikazu, došlo se do određenih ideja o promjenama u kodu radi praktičnosti i preglednosti rezultata.

Primjena VUMAT potprograma omogućuje prikazivanje potpuno proizvoljnih veličina i varijabli korištenih u simulaciji. Unatoč tome, u postprocesoru je ipak najkorisnije bilo prikazati SDV-ove definirane kao iznose vrijednosti pojedinih podkriterija i statusa (popuštanja) pojedinih konačnih elemenata – varijable čiji je prikaz omogućen i za Hashinov model oštećenja, odnosno jedini ugrađeni model oštećenja u programskom paketu *Abaqus/Explicit*. Pri većim brzinama udara, kada bi udarač trebao proći kroz ploču, za ostvarivanje točnijih rezultata simulacije potrebno je u korišteni VUMAT potprogram ugraditi model oštećenja, što je trenutna aktivnost projekta. Uz to, u njega bi trebalo implementirati i utjecaj brzine deformacije na tenzor elastičnosti, s obzirom da je ovaj efekt značajan za rezultate, kako u prikazu brzine udarača u ovisnosti o vremenu, tako i u prikazu udarne sile u ovisnosti o pomaku udarača.

Prilikom rješavanja određenih simulacija došlo je do numeričke pogreške zbog prevelike deformacije pojedinih konačnih elemenata u mreži kojom je diskretizirana kompozitna ploča. Kao najjednostavniji način za rješavanje ovog problema pokazala se promjena parametra *Max. Degradation*, čime su kritični, previše deformirani konačni elementi izbrisani iz simulacija prije nego što njihova pretjerana distorzija postane problematična. Na taj način je i njegova vrijednost s gornje strane ograničena u pojedinim simulacijama.

Prikladan smjer proširenja, odnosno nastavka rada je dodatnim eksperimentalnim ispitivanjem pojedinog, poznatog materijala, i zatim provođenjem numeričkih simulacija identičnog problema. Uz promjenu, odnosno prilagodbu parametara i svojstava materijala definiranog u numeričkom modelu, model bi se mogao dodatno približiti stvarnim uvjetima, čime bi se postigli precizniji rezultati.

LITERATURA

- [1] Cui, H.; Thomson, D.; Eskandari, S.; Petrinic, N.: A critical study on impact damage simulation of IM7/8552 composite laminate plate, *International Journal of Impact Engineering*, vol. 127; 100–109, 2019.
- [2] Daniel, I.M.; Werner, B.T.; Fenner, J.S.: Strain-rate-dependent failure criteria for composites, *Composites Science and Technology*, vol. 71; 357–364, 2011.
- [3] Weeks, C. A.; Sun, C. T.: Modeling non-linear rate-dependent behavior in fiberreinforced composites, *Composites Science and Technology*, vol. 58; 603–11, 1998.
- [4] Pinho, S.T.; Dávila, C.G.; Camanho, P.P.; Iannucci, L.; Robinson, P.: Failure models and criteria for frp under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity, *NASA/Tm-2005-213530.*, 2005.
- [5] Thiruppukuzhi, S. V.; Sun, C. T.: Models for the strain-rate-dependent behavior of polymer composites, *Composites Science and Technology*, vol. 61; 1–12, 2001.
- [6] Goldberg, R. K.; Stouffer, D. C.: Strain rate dependent analysis of a polymer matrix composite utilizing a micromechanics approach, *Journal of Composite Materials*, vol. 36; 773–93, 2002.
- [7] Xing, L.; Reifsnider, K. L.: Progressive failure modeling for dynamic loading of woven composites, *Applied Composite Materials*, vol. 15; 1–11, 2008.
- [8] Raimondo, L.; Iannucci, L.; Robinson, P.; Curtis, P.T.: Modelling of strain rate effects on matrix dominated elastic and failure properties of unidirectional fibre-reinforced polymer–matrix composites, *Composites Science and Technology*, vol. 72; 819–827, 2012.
- [9] Körber, H.: Mechanical Response of Advanced Composites under High Strain Rates, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 2010.
- [10] Hashin, Z.: Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 47, pp. 329–334, 1980.
- [11] Dassault Systèmes Simulia Corp.: Abaqus Analysis User's Guide, Providence RI, USA, 2010.

-
- [12] Pinho, S.T.; Iannucci, L.; Robinson, P.: Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking: Part I: development, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37; 63–73., 2006.
- [13] Dassault Systèmes Simulia Corp.: Analysis of Composite Materials with Abaqus, Providence RI, USA, 2009.
- [14] Dassault Systèmes Simulia Corp.: Abaqus Explicit – advanced topics: Writing a VUMAT, Providence RI, USA, 2005.
- [15] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Zagreb, 2009.
- [16] Kaddour, A.S.; Hinton, M.J.; Li, S.; Smith, P.A.: The World-Wide Failure Exercises: How Can Composites Design And Manufacture Communities Build Their Strength, *European Conference On Composite Materials*, Spain, 2014.
- [17] Ivančević, D.: Osnove numeričkog proračuna kompozitnih konstrukcija, Zagreb, 2018.
- [18] <https://apps.automeris.io/wpd/> (21.11.2021.)