

# Numeričko istraživanje interakcije malih vodnih turbina i dinamike riječnog sedimenta

---

Lisac, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2021

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:565821>

*Rights / Prava:* [Attribution-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Ana Lisac

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

NUMERIČKO ISTRAŽIVANJE INTERAKCIJE MALIH VODNIH TURBINA I  
DINAMIKE RIJEČNOG SEDIMENTA

Mentor:  
prof. dr. sc. Hrvoje Jasak

Student:  
Ana Lisac

Zagreb, 2021.

## **Statement — Izjava**

I hereby declare that I have made this thesis independently using the knowledge acquired during my studies and the cited references.

Izjavljujem da sam ovaj rad radila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, ožujak 2021.

Ana Lisac

*Zahvaljujem profesoru Hrvoju Jasaku na pruženoj potpori i mentorstvu pri izradi ovog rada.*

*Također, željela bih se posebno zahvaliti Tessi Uroić i Luki Balatincu na svim savjetima i pomoći.*

*Konačno, jedno veliko hvala mojoj obitelji i prijateljima na podršci, strpljenju i razumijevanju tijekom studiranja.*



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

|                                     |         |
|-------------------------------------|---------|
| Sveučilište u Zagrebu               |         |
| Fakultet strojarstva i brodogradnje |         |
| Datum:                              | Prilog: |
| Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1        |         |
| Ur. broj: 15 - 1703 - 21 -          |         |

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ana Lisac** Mat. br.: 0035203759

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko istraživanje interakcije malih vodnih turbina i dinamike riječnog sedimenta**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical investigation of interaction between small hydraulic turbines and river sediment dynamics**

Opis zadatka:

Male vodne turbine koriste se u riječnim tokovima za dobivanje električne energije uz relativno niske investicijske troškove i mali utjecaj na okoliš. No, eksperimentalna ispitivanja pokazuju da rad malih vodnih turbina može značajno utjecati na topografiju korita rijeke i sedimentaciju pijeska i šljunka. Utjecaj je osobito izražen kod postavljanja većeg broja malih vodnih turbina u isto korito u različitim konfiguracijama.

Cilj je ovog rada validirati primjenu CFD simulacija za predviđanje utjecaja malih vodnih turbina na dno riječnog korita.

U sklopu rada potrebno je:

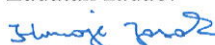
- Proučiti postojeću literaturu o eksperimentalnim i numeričkim istraživanjima malih vodnih turbina i utjecaju na topografiju dna riječnog korita;
- Odabrati geometriju male vodne turbine za koju će se provesti numerička simulacija;
- Izraditi mrežu proračunske domene - riječnog korita, s jednom i više vodnih turbina razmještenim u različitim položajima;
- Primjenom algoritma za modeliranje strujanja sa slobodnom površinom i sedimentacijom, izvršiti proračune za odabrane konfiguracije vodnih turbina u koritu;
- Usporediti rezultate simulacija s dostupnim eksperimentalnim podacima;
- Analizirati međusobni utjecaj malih vodnih turbina i dinamike riječnog sedimenta na temelju dobivenih rezultata.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
21. siječnja 2021.

Datum predaje rada:  
25. ožujka 2021.

Predviđeni datum obrane:  
29. ožujka – 2. travnja 2021.

Zadatak zadao:  


Prof. dr. sc. Hrvoje Jasak

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# Sadržaj

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Riječni sediment . . . . .   | 1         |
| 1.2      | Vodne turbine . . . . .  | 4         |
| 1.3      | Pregled rada . . . . .   | 5         |
| 1.4      | Struktura rada . . . . .   | 6         |
| <b>2</b> | <b>Matematički model</b>   | <b>7</b>  |
| 2.1      | Uvod . . . . .   | 7         |
| 2.2      | Modeliranje strujanja fluida . . . . .   | 7         |
| 2.2.1    | Osnovne jednađbe . . . . .   | 7         |
| 2.2.2    | Modeliranje slobodne površine . . . . .  | 8         |
| 2.3      | Modeliranje transporta sedimenta . . . . .                                     | 11        |
| 2.3.1    | Transport sedimenta na dnu rijeke . . . . .                                    | 11        |
| 2.3.2    | Transport suspenzije . . . . .   | 12        |
| 2.3.3    | Promjena visine dna rijeke . . . . .   | 12        |
| 2.4      | Automatska metoda pomicanja proračunske mreže temeljena na čvorovima . . . . . | 13        |
| 2.4.1    | Problem deformacije mreže . . . . .  | 13        |
| 2.4.2    | Raščlanjivanje kontrolnih volumena . . . . .                                   | 15        |
| 2.4.3    | Jednađba pomaka mreže . . . . .  | 16        |
| 2.4.4    | Diskretizacija Laplaceove jednađbe . . . . .                                   | 17        |
| 2.5      | Metoda kontrolnih površina . . . . .   | 17        |
| 2.6      | Modeliranje turbulentnog strujanja . . . . .                                   | 19        |
| 2.6.1    | $k - \omega$ SST model . . . . .   | 20        |
| 2.7      | <i>General Grid Interface</i> (GGI) . . . . .                                  | 21        |
| 2.8      | <i>Moving Reference Frame</i> . . . . .  | 21        |
| 2.9      | Rubni uvjeti . . . . .   | 22        |
| 2.10     | Zaključak . . . . .  | 23        |
| <b>3</b> | <b>Geometrija i proračunska mreža</b>  | <b>24</b> |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.1      | Uvod . . . . .                           | 24        |
| 3.2      | Turbina . . . . .                        | 24        |
| 3.3      | Konfiguracije . . . . .                  | 25        |
| 3.4      | Proračunske mreže . . . . .              | 30        |
| 3.4.1    | General Grid Interface . . . . .         | 33        |
| 3.4.2    | Multiple Reference Frame . . . . .       | 35        |
| 3.4.3    | Rubni uvjeti . . . . .                   | 35        |
| 3.5      | Zaključak . . . . .                      | 38        |
| <b>4</b> | <b>Rezultati</b>                         | <b>39</b> |
| 4.1      | Uvod . . . . .                           | 39        |
| 4.2      | Postavke simulacija . . . . .            | 39        |
| 4.3      | Polje brzina . . . . .                   | 42        |
| 4.4      | Turbulentna kinetička energija . . . . . | 46        |
| 4.5      | Slobodna površina . . . . .              | 51        |
| 4.6      | Morfološke promjene dna . . . . .        | 53        |
| 4.7      | Suspendirane čestice . . . . .           | 58        |
| 4.8      | Zaključak . . . . .                      | 62        |
| <b>5</b> | <b>Zaključak</b>                         | <b>63</b> |
|          | <b>Bibliografija</b>                     | <b>72</b> |



# Popis slika

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| 1     | Configurations. . . . .  | xvi   |
| 2     | Axial velocity component. . . . .  | xvii  |
| 3     | Bed elevation. . . . .   | xviii |
| 1.1.1 | Posmična sila i profil brzine uz sediment [1] . . . . .  | 2     |
| 2.2.1 | Shematski prikaz granice ploha za uniformnu 2D mrežu [2]. . . . .  | 10    |
| 2.4.1 | Problem pomicanja mreže [3] . . . . .  | 14    |
| 2.4.2 | Raščlanjivanje samo kontrolnog volumena (lijevo) i kontrolnog volumena i pripadajućih stranica (desno) [3]. . . . .              | 15    |
| 2.5.1 | Kontrolna površina na deformiranoj granici sedimenta [3]. . . . .  | 19    |
| 3.2.1 | Geometrija turbine. . . . .  | 25    |
| 3.3.1 | Trodimenzionalni prikaz kanala s jednom turbinom. . . . .  | 26    |
| 3.3.2 | Prostorni prikaz smještaja turbine za konfiguraciju kanala s jednom turbinom. . . . .  | 26    |
| 3.3.3 | Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije koaksijalne turbine, udaljene $4d_t$ . . . . .  | 27    |
| 3.3.4 | Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije koaksijalne turbine međusobno udaljene $4d_t$ . . . . . | 27    |
| 3.3.5 | Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije koaksijalne turbine, udaljene $7d_t$ . . . . .  | 28    |
| 3.3.6 | Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije koaksijalne turbine međusobno udaljene $7d_t$ . . . . . | 28    |
| 3.3.7 | Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije turbine postavljene jedna do druge. . . . .   | 29    |
| 3.3.8 | Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije turbine smještene jedna do druge. . . . .               | 29    |
| 3.4.1 | Trodimenzionalna proračunska domena s vanjskim graničnim plohamama. . . . .  | 30    |
| 3.4.2 | Detalji presjeka mreže oko turbine. . . . .  | 32    |
| 3.4.3 | Prikaz spoja dviju mreža. . . . .  | 33    |
| 3.4.4 | Prikaz ploha na granici mreže oko turbine. . . . .   | 34    |
| 3.4.5 | Detalj mreže kanala s plohamama na granici s manjom mrežom. . . . .  | 34    |
| 3.4.6 | MRF zona oko turbine. . . . .  | 35    |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 4.3.1 | Polje brzine za sve četiri konfiguracije. . . . .                                      | 44 |
| 4.3.2 | Presjeci polja brzina iza turbina. . . . .   | 45 |
| 4.3.3 | Polje brzine oko lopatica turbine. . . . .   | 46 |
| 4.4.1 | Turbulentna kinetička energija $k$ , pogled odozgo. . . . .                            | 48 |
| 4.4.2 | Turbulentna kinetička energija $k$ , prikaz $po x - z$ osi. . . . .                    | 50 |
| 4.4.3 | Turbulentna kinetička energija $k$ , pogled u aksijalnom smjeru. . . . .               | 51 |
| 4.5.1 | Prikaz slobodne površine. . . . .  | 52 |
| 4.6.1 | Elevacija dna $\eta_s$ , cm. . . . .   | 55 |
| 4.6.2 | Elevacija dna $\eta_s$ , cm. . . . .   | 57 |
| 4.6.3 | Eksperimentalni rezultati promjene elevacije dna, preuzeti iz [4]. . . . .             | 58 |
| 4.7.1 | Koncentracija suspendiranih čestica, $c$ . . . . .                                     | 62 |
| 5.0.1 | Prikaz aksijalne komponente brzine za sve četiri konfiguracije, pogled odozgo. . . . . | 68 |
| 5.0.2 | Turbulentna kinetička energija, pogled okomit na turbinu. . . . .                      | 71 |

# Popis tablica

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1.1.1 | Klasifikacija pijeska i šljunka prema Wentworthu [1] . . . . .                                | 4  |
| 1.2.1 | Podjela vodnih turbina . . . . .  | 5  |
| 2.5.1 | Usporedba metoda kontrolnih volumena i metode kontrolnih površina. . . . .                    | 19 |
| 3.2.1 | Osnovne geometrijske karakteristike turbine. . . . .  | 25 |
| 3.3.1 | Dimenzije kanala i udaljenost (prve) turbine od prednje granice za sve konfiguracije. . . . . | 30 |
| 3.4.1 | Pregled veličina mreža za pojedine konfiguracije. . . . .                                     | 31 |
| 3.4.2 | Pregled vanjskih rubnih ploha domene. . . . .   | 36 |
| 3.4.3 | Pregled unutarnjih rubnih ploha domene. . . . .   | 36 |
| 4.2.1 | Rubni uvjeti na graničnim plohama. . . . .  | 40 |
| 4.2.2 | Rubni uvjeti na graničnim plohama za metodu kontrolnih površina. . . . .                      | 41 |
| 4.2.3 | Konstante i parametri simulacija . . . . .  | 41 |

# Popis oznaka

## Oznake latinične abecede

|                |                  |   |
|----------------|------------------|---|
| $B$            | m                | Širina kanala   |
| $c$            | -                | Koncentracija suspendiranog sedimenta                                   |
| $C$            | -                | Konstanta vezana uz nagib sedimenta, prema [5]                          |
| $C_\alpha$     | -                | Courantov broj kompresije površine                                      |
| $d_k$          | m                | Promjer kućišta turbine   |
| $d_s$          | m                | Promjer stupa turbine   |
| $d_t$          | m                | Promjer turbine   |
| $D_{50}$       | m                | Srednji promjer čestica sedimenta                                       |
| $D_b$          | m/s              | Taloženje materijala  |
| $\mathbf{e}$   | -                | Jedinični vektor paralelan s bridom kontrolne površine                  |
| $E_b$          | m/s              | Erozija materijala  |
| $g$            | m/s <sup>2</sup> | Gravitacijska akceleracija  |
| $h_k$          | m                | Visina osi kućišta turbine  |
| $H$            | m                | Dubina kanala   |
| $\mathbf{I}$   | -                | Jedinični tenzor  |
| $k$            | J/kg             | Turbulentna kinetička energija  |
| $k_s$          | m                | Visina hrapavosti   |
| $l$            | m                | minimalna udaljenost promatranog kontrolnog volumena od pomične granice |
| $L$            | m                | Duljina brida kontrolne površine  |
| $L_k$          | m                | Duljina kanala  |
| $\mathbf{m}$   | -                | Jedinični binormalni vektor na površini kontrolnog volumena             |
| $\mathbf{n}$   | -                | Jedinični normalni vektor na površini kontrolnog volumena               |
| $n$            | -                | Poroznost materijala  |
| $p$            | Pa               | Tlak  |
| $p_d$          | Pa               | Dinamički tlak  |
| $\mathbf{q}_b$ | m                | Stopa transporta sedimenta  |
| $q_b$          | m                | Stopa transporta sedimenta na ravnom dnu                                |
| $\mathbf{r}$   | m                | Vektor položaja   |
| $R$            | -                | Relativna uronjena gustoća sedimenta                                    |
| $\mathbf{s}$   | -                | Vektor noramle na površinu trokutne plohe proračunske mreže             |
| $t$            | s                | Vrijeme   |

|                             |       |  |
|-----------------------------|-------|--|
| <b>T</b>                    | -     | Tenzor transformacija iz kartezijevih koordinata u lokalne koordinate brida kontrolne površine |
| <b>u</b>                    | m/s   | Brzina strujanja fluida  |
| <b><math>\bar{u}</math></b> | m/s   | Osrednjena brzina strujanja fluida   |
| $v_s$                       | m/s   | Brzina taloženja sedimenta   |
| <b>V</b>                    | $m^3$ | Volumen  |

## Oznake grčkog alfabeta

|               |                         |   |
|---------------|-------------------------|---|
| $\alpha$      | -                       | Volumni udio faza                                   |
| $\beta$       | -                       | Nagib dna   |
| $\gamma$      | -                       | Koeficijent difuzije                                |
| $\delta$      | -                       | Kroneckerov delta simbol                            |
| $\varepsilon$ | $\text{m}^2/\text{s}^3$ | Disipacija turbulentne kinetičke energije           |
| $\eta$        | m                       | Elevacija dna                                       |
| $\theta$      | -                       | Shieldsov broj                                      |
| $\kappa_{Af}$ | -                       | Zakrivljenost kontrolne površine                    |
| $\mu$         | Pas                     | Dinamička viskoznost                                |
| $\mu_s$       | -                       | Koeficijent statičkog trenja                        |
| $\nu_s$       | Pas                     | Turbulentna difuzivnost sedimenta                   |
| $\rho$        | $\text{kg}/\text{m}^3$  | Gustoća   |
| $\sigma_c$    | -                       | Turbulentan Schmidtov broj                          |
| $\tau_{0f}$   | $\text{N}/\text{m}^2$   | Posmično naprezanje sedimenta                       |
| $\tau_{0f}$   | $\text{N}/\text{m}^2$   | Vlačno naprezanje sedimenta                         |
| $\tau_{0s}$   | $\text{N}/\text{m}^2$   | Naprezanje zbog trenja vezanog uz čestice sedimenta |
| $\tau_{0t}$   | $\text{N}/\text{m}^2$   | Naprezanje zbog konvektivnog prijenosa čestica      |
| $\tau_b$      | $\text{N}/\text{m}^2$   | Vektor posmičnog naprezanja sedimenta               |
| $\tau_b$      | $\text{N}/\text{m}^2$   | Posmično naprezanje sedimenta                       |
| $\Phi$        | -                       | Kut između vektora brzine i smjera gibanja dna      |
| $\omega$      | 1/s                     | Specifična brzina disipacije energije               |

## EkspONENTI

|   |  |
|---|--|
| - | Vrijednosti varijabli na infinitezimalnoj udaljenosti od slobodne površine na strani zraka |
| + | Vrijednosti varijabli na infinitezimalnoj udaljenosti od slobodne površine na strani vode  |
| ' | Oscilirajuće vrijednosti u turbulentnom strujanju  |
| T | Transponiranje   |

## Indeksi

|   |                         |
|---|-------------------------|
| 1 | Veličine vezane uz vodu |
| 2 | Veličine vezane uz zrak |

|            |   |
|------------|---|
| <i>Af</i>  | Vrijednosti vezane uz kontrolnu površinu                |
| <i>b</i>   | Vrijednosti vezane uz sedimentno dno                    |
| <i>e</i>   | Vrijednosti vezane uz brid kontrolne površine           |
| <i>eff</i> | Efektivne vrijednosti                                   |
| <i>f</i>   | Vrijednosti vezane uz fiksnu granicu proračunske domene |
| <i>kr</i>  | Kritične vrijednosti                                    |
| <i>i,j</i> | Oznake elemenata matrice                                |
| <i>m</i>   | Vrijednosti vezane uz pomičnu granicu proračunske mreže |
| <i>N</i>   | Vrijednosti vezane uz kontrolni volumen sa središtem N  |
| <i>P</i>   | Vrijednosti vezane uz kontrolni volumen sa središtem P  |
| <i>r</i>   | Relativna vrijednost veličine                           |
| <i>S</i>   | Vrijednosti vezane uz sediment                          |
| <i>t</i>   | Vrijednosti vezane uz turbinu                           |
| <i>w</i>   | Vrijednosti vezane uz vodu                              |

# Popis kratica

|       |  |
|-------|--|
| DNS   | Direct Numerical Simulation                              |
| GFM   | Ghost Fluid Method                                       |
| GGI   | General Grid Interface                                   |
| LES   | Large Eddy Simulation                                    |
| LSM   | The Level Set Method                                     |
| MAC   | Marker and Cell  |
| MRF   | Multiple Reference Frame                                 |
| MULES | Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution |
| SRF   | Single Reference Frame                                   |
| VOF   | Volume of Fluid  |



# Sažetak

Tema ovog rada je numeričko istraživanje interakcije malih vodnih turbina i dinamike riječnog korita pomoću računalne dinamike fluida. Strujanje vode iza turbine je turbulentno i utječe na sedimentno dno rijeke, što može imati značajan utjecaj na ekosustav rijeke, ali i na stabilnost podvodnih struktura, zbog čega su potrebna daljnja istraživanja. U ovom radu korištene su jednadžbe za opisivanje strujanja i interakcije strujanja fluida sa sedimentom i slobodnom površinom, pomoću *foam-extend-a*. Proučavana je aksijalna turbina s tri lopatice, a simulacije su provedene za četiri konfiguracije turbina u kanalu:

- jedna turbina na sredini kanala,
- dvije turbine postavljene koaksijalno na sredini kanala, udaljene za  $4d_t$ ,
- dvije turbine postavljene koaksijalno na sredini kanala, udaljene za  $7d_t$ ,
- dvije turbine postavljene jedna uz drugu kraj bočne strana kanala.

Rezultati simulacija uspoređeni su međusobno i s dostupnim rezultatima eksperimenata. Računalna dinamika fluida može preuzeti značajnu ulogu u proučavanju utjecaja turbina na morfologiju dna, jer uvelike pojednostavljuje i olakšava proučavanje ove problematike.

**Ključne riječi:** računalna dinamika fluida, vodna turbina, sediment, Exnerova jednadžba, *Volume of Fluid* metoda, *Ghost Fluid* metoda, metoda kontrolnih površina, automatska metoda pomicanja proračunske mreže

# Abstract

Scope of this Thesis is numerical investigation of interaction between small hydraulic turbines and river sediment dynamics. Water flow behind turbines is turbulent and affects sediment river bed, which can have significant influence on the river ecosystem, but also on underwater structures stability, and further investigation is needed. In this Thesis equations that describe fluid flow and interaction between fluid and sediment river bed and free surface are used, together with foam-extend. Axial turbine with three blades is observed, and simulations were performed for four configurations of turbines in the channel:

- one turbine in the centre of the channel,
- two coaxial turbines, in the centre of the channel, with  $4d_t$  distance,
- two coaxial turbines, in the centre of the channel, with  $7d_t$  distance,
- two turbines positioned side by side, near the channel side..

The simulation results were compared mutually and with the available experimental data. Computational Fluid Dynamics can play a significant part in investigation of turbine and river morphology interactions, making the analysis of given problems easier and simpler.

**Key words:** Computational Fluid Dynamics, hydraulic turbine, sediment, Exner equation, *Volume of Fluid* method, *Ghost Fluid Method*, *Finite Area Method*, automatic vertex-based mesh motion

# Extended abstract

## Introduction

River bed consists of a mixture of sand and gravel particles, which vary in sizes. Interaction between the fluid flow and the river bed can induce sediment bed motion. There are two types of bed motion:

- rolling, sliding or hopping along the river bed, which is referred to as bedload;
- motion of suspended particles in river flow, which is referred to as sediment load.

Lately, more focus has been set on developing smaller energy production technologies, such as small hydraulic turbines, which are more affordable and have lower influence on the environment. However, hydraulic turbines can have large impact on the morphology of the river bed, and change it significantly. Important parts of developing these technologies are experimental and numerical investigation of mutual impact of hydro turbines and moving river bed.

## Sediment transport modelling

Two-phase fluid flow is separated into water flow and air flow, defined by the volume fraction  $\alpha$ , and described using a model based on Reynolds averaged Navier-Stokes equations. The volumetric continuity equation, the phase continuity equation and the conditionally averaged momentum equations can be written as:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = \nabla \cdot \mu_{eff} - \nabla p_d - (g \cdot \nabla \rho), \quad (3)$$

where  $\mathbf{u}$  is the fluid velocity vector,  $p_d$  is the dynamic pressure field,  $\rho$  is fluid density and  $\mu_{eff}$  is the effective dynamic viscosity.

Free surface is described using the *Volume of Fluid* method, which treats the whole domain as a mixture of two fluids, and uses the volume fraction of each fluid in a cell as a weighting factor for determination of mixture properties. Free surface equations are discretized using the *Ghost Fluid Method*, which accounts for density and dynamic pressure jump conditions.

Bedload transport rate is expressed as:

$$\mathbf{q}_b = q_b \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{|\boldsymbol{\tau}_b|} - C|q_b| \cdot \nabla_s \eta, \quad (4)$$

where  $\mathbf{q}_b$  is the sediment transport vector,  $\mathbf{q}_b = [q_{bx}, q_{by}]$ ,  $q_b$  is the flat bed sediment transport rate,  $\boldsymbol{\tau}_b$  is the bed shear stress vector:  $\boldsymbol{\tau}_b = [\tau_{bx}, \tau_{by}]$ ,  $\tau_b$  is the bed shear stress,  $C$  is a constant describing the slope of the sediment flux, ranging from 1,5 i 2,3 [5],  $\nabla_s$  is the surface gradient, and  $\eta$  defines the bed elevation.

Suspended load concentration can be written as:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} - \omega_s \boldsymbol{\delta}_{j3})c = \nabla \cdot \left( \frac{v_t}{\sigma_c} \nabla C \right), \quad (5)$$

with  $\omega_s$  as the deposition velocity,  $\boldsymbol{\delta}_{j3}$  as the Kronecker delta,  $\sigma_c$  as the turbulent Schmidt number and  $v_t$  as sediment diffusivity.

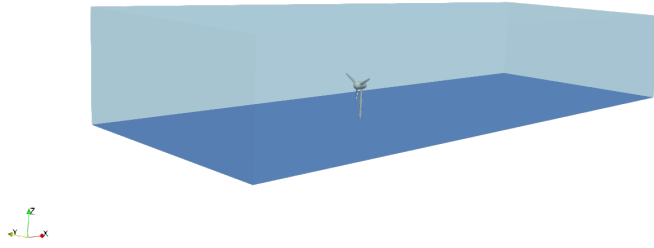
Bed elevation is described by the Exner equation:

$$(1 - n) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_s \cdot \mathbf{q}_b - D_b + E_b = 0, \quad (6)$$

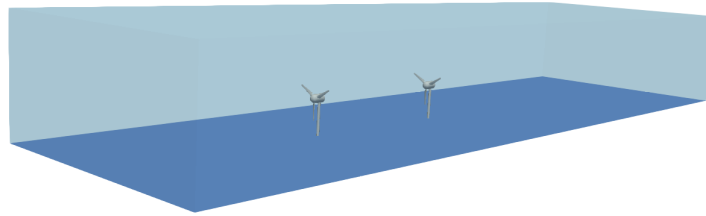
which takes into account the bed porosity  $n$ , sediment deposition  $D_b$ , and erosion  $E_b$ . Exner equation is discretized using the *Finite Area Method*, and mesh motion is described by an automatic vertex-based mesh motion method. For turbulent flow,  $k - \omega$  SST model is used.

## Geometry and mesh

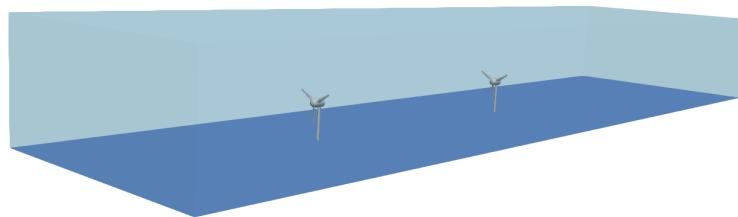
In this Thesis, an axial, three-bladed hydro turbine is used for the investigation. Simulations were run for four different turbine and channel configurations, and are presented in Figure 1.



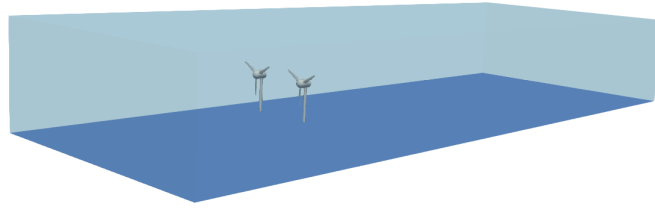
**(a)** Configuration 1.



**(b)** Configuration 2.



**(c)** Configuration 3.



(d) Configuration 4.

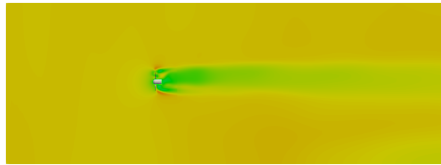
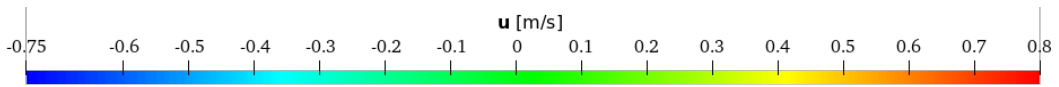
### **Slika 1:** Configurations.

Configuration 1 consists of one turbine in the centre of the channel, while configurations 2 and 3 have two coaxial turbines, with  $4d_t$  and  $7d_t$  distance respectively, where  $d_t$  is the rotor diameter, also positioned in the centre of the channel. In configuration 4 there are two turbines positioned side by side, near the channel side wall.

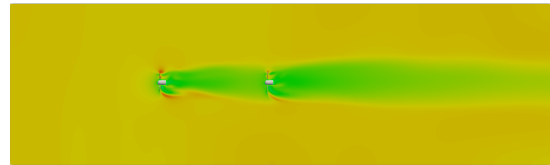
Computational mesh was created from two separate pieces of meshes, one for the fluid domain and one for the turbine. To enable the communication between them, *General Grid Interface* was introduced. Turbine rotation was modelled using the *Multiple Reference Frame* zones.

## **Results**

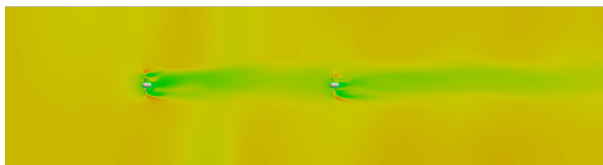
Results of the simulations were calculated using the foam-extend software and compared mutually and with the available literature. Not many experiments regarding turbine and sediment interaction were conducted, so the available data is limited. Figure 2 shows the axial component of velocity, where different vortex traces can be seen. Turbulent kinetic energy  $k$  was also observed, and shown to have higher values around and behind turbines, but also near the free surface. Free surface is relatively steady, meaning the turbines do not affect it.



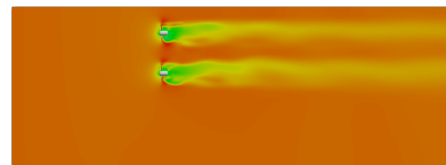
(a) Configuration 1.



(b) Configuration 2.



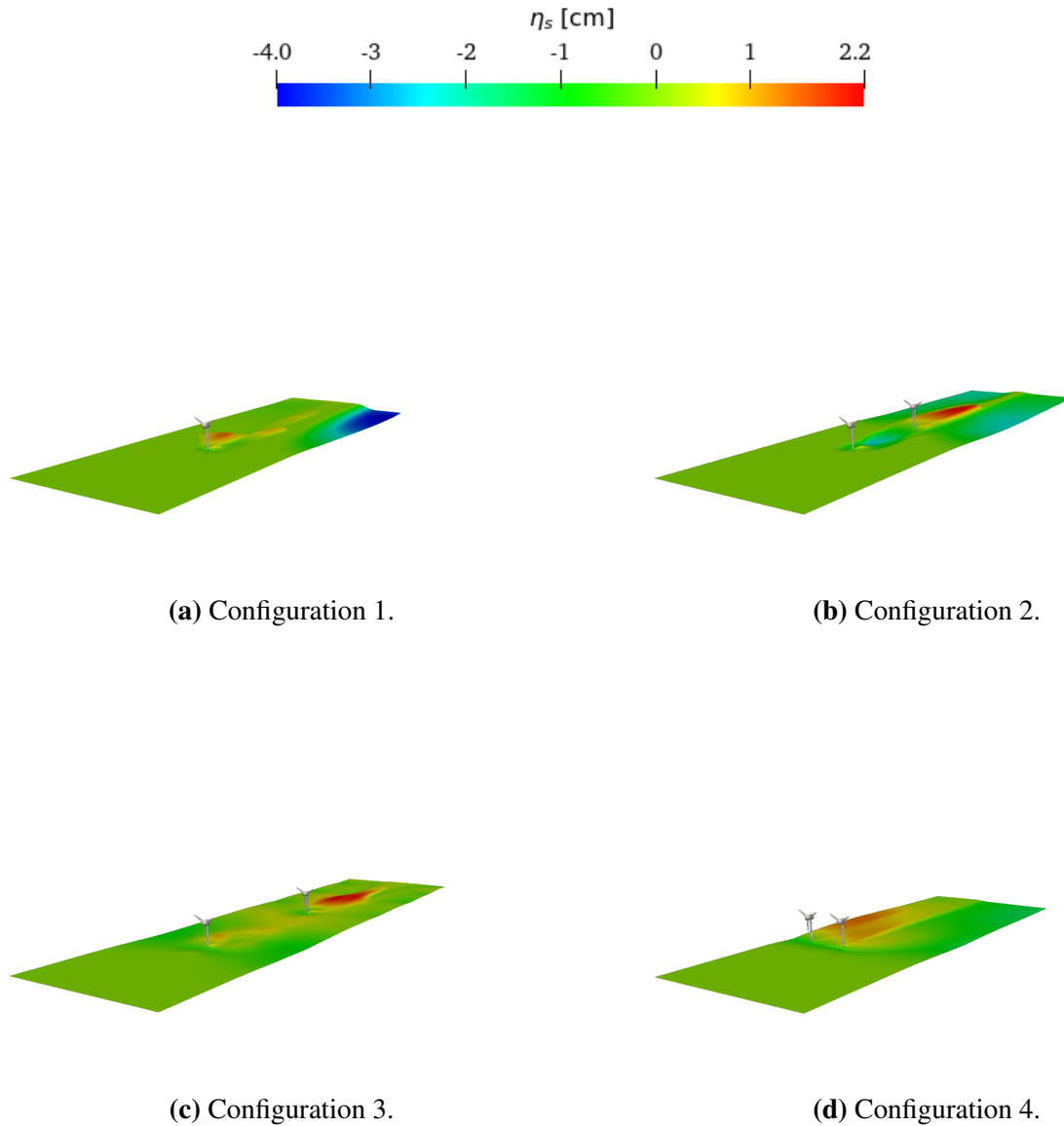
(c) Configuration 3.



(d) Configuration 4.

**Slika 2:** Axial velocity component.

Suspended load occurs only around the turbine tower. Bed elevation is presented in Figure 3. It can be observed that turbines have great local influence on river bed topology, creating hollows and dunes.



**Slika 3:** Bed elevation.

## Conclusion

The scope of this Thesis was to examine the interaction between hydro turbines and sediment on the river bed. It was observed that the turbines have great effect on local river bed topology, and need to be further investigated. Computational fluid dynamics plays an important role in these investigations, because it allows a faster, less expensive and simpler way to study this problem.



# Poglavlje 1

## Uvod

### 1.1 Riječni sediment

Riječni sediment je mješavina čestica pijeska i šljunka različitih dimenzija koja se taloži na dnu korita. Zbog strujanja rijeke, dolazi do njegovog prenošenja. Kroz duži period, ovaj prijenos sedimenta mijenja geomorfologiju korita rijeke i njen poprečni presjek. Osim toga, erozija sedimenta može dovesti do nestabilnosti vodotoka, a erozija oko podvodnih struktura može dovesti do potkopavanja istih. Zbog čega je važno proučavati sedimentne pojave u rijekama i obalnim područjima.

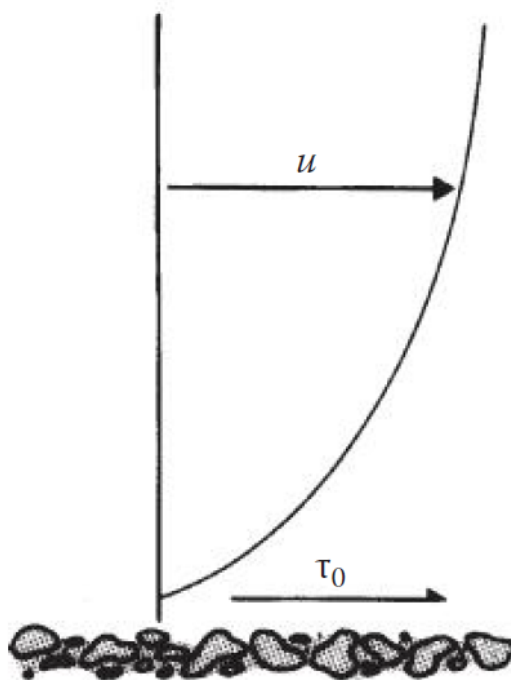
Aktivnosti na granici vode koja struji i erodirajućeg dna izuzetno su kompleksne. Od trenutka kada dođe do transporta sedimenta, strujanje više nije samo jednostavno strujanje fluida, već strujanje dvaju materijala, odnosno faza. Do transporta sedimenta može doći na dva načina [1]:

1. Kotrljanjem, klizanjem ili “poskakivanjem” duž dna rijeke ili mora - sediment koji se ovako prenosi sačinjava sedimentno opterećenje dna, odnosno talog.
2. Suspenzijom u strujajućem fluidu (obično su to finije čestice), što čini suspendirano opterećenje, odnosno suspenziju.

Osim ova dva načina, mogu se još javiti i sljedeći: donesena suspenzija, koja ne potječe od sedimentnog opterećenja dna, a sastoji se od finijih čestica. Ove čestice često dođu u sustav iz riječnih pritoka, a njihova koncentracija ne može se predvidjeti iz sastava materijala dna rijeke. Zatim, strujanje materijala u sloju, što je dodatak taloga na dnu. Pri višim stopama transporta, više od jednog sloja čestica iznad samog dna se aktivira i sedimentno opterećenje dna se tada sastoji od nekoliko slojeva čestica koje se kreću, a sve su u međusobnom kontaktu.

Od gore navedenih načina, transport sedimentnog opterećenja tla, odnosno taloga dominantan je za strujanja manjih brzina i/ili strujanja s većim česticama, te ovisi o posmičnom naprezanju taloga. S druge strane, transport sedimenta tipičan je za strujanja većih brzina i/ili strujanja finijih čestica i ovisi o turbulenciji vode. Krupnije čestice, odnosno šljunak obično se prenosi kao talog, dok se sitnije čestice pijeska prenose i kao talog i kao suspenzija, pri čemu do suspenzije može doći i do nekoliko metara iznad dna. U tim situacijama, transport suspenzije obično je puno veći nego transport taloga na dnu.

Čestice sedimenta nepravilnog su oblika, nisu savršeno okrugle, nejednakih su veličina i nalaze se na površini koja nije glatka, niti ravna ili horizontalna. Zbog toga, potrebno je primijeniti dovoljno veliku silu kako bi se savladalo trenje i izazvalo gibanje. Na granici vodea i sedimenta, strujanje vode djeluje posmičnom silom na čestice. Ako se posmična sila postupno povećava od nule, dosegnut će se trenutak kada se gibanje čestica može primijetiti na više manjih površina duž taloga na dnu. Ako se tada malo poveća posmična sila, a time i brzina, pokrenut će se rasprostranjeno gibanje sedimenta duž dna. Ovo se naziva početkom gibanja sedimenta. Daljnjim povećanjem posmične sile (i brzine), finije čestice će se početi uzdizati u strujanje fluida i time nastaje suspendirano opterećenje.



**Slika 1.1.1:** Posmična sila i profil brzine uz sediment [1]

Jedan od najvažnijih segmenata modeliranja transporta sedimenta je procjena posmičnog

naprezanja taloga na dnu. Prema prethodno spomenutim načinima prijenosa sedimenta, ukupno posmično naprezanje može se podijeliti na tri dijela [1]:

1. naprezanje zbog trenja vezanog uz čestice ( $\tau_{0_s}$ ),
2. vlačno naprezanje prilikom kojeg nastaju dine i talasanja ( $\tau_{0_f}$ ),
3. naprezanje izazvano konvektivnim prijenosom koje pokreće čestice ( $\tau_{0_t}$ ).

$$\tau_0 = \tau_{0_s} + \tau_{0_f} + \tau_{0_t}. \quad (1.1.1)$$

Samo naprezanje zbog trenja djeluje izravno na čestice i zbog toga se ovaj parametar treba koristiti pri računanju početka gibanja, transporta taloga i referentne koncentracije. S druge strane, ukupno posmično naprezanje je parametar kojeg određuje intenzitet turbulencije, a koji upravlja transportom suspendiranog sedimenta. Nadalje, određivanje posmičnog naprezanja taloga ovisi i o strujanju - javljaju li se valovi ili ne, ili dolazi do kombinacije valova i mirne površine.

Kod strujanja sa slobodnom površinom, jedan od važnijih bezdimenzijskih parametara je Froudeov broj, koji predstavlja omjer utjecaja inercije i gravitacije na strujanje [6]:

$$Fr = \frac{U^2}{gL}. \quad (1.1.2)$$

Kada dođe do transporta sedimenta, početak će se stvarati talasanja na dnu, koja mogu prerasti i u veće dine. Kod strujanja s umjerenim, ali podkritičnim Froudeovim brojem, dine će migrirati nizvodno. Do ovoga dolazi jer se pijesak s vrha dina nanosi nizvodno na stranu zavjetrina dine. Kada strujanje postane kritično za stvaranje suspenzije, dolazi do velikih promjena, jer se dine počinju "ispirati", tj. erodirati. Za nadkritična strujanja, mogu se formirati "anti-dine", gdje sedimentni talog migrira uzvodno. Prema tome, postoji veza značajnih parametara (Froudeov broj, svojstva sedimenta, svojstva fluida, posmično naprezanje, hrapavosti dna ili veličina dina i stopa transporta sedimenta). Brojni pokušaji razvoja primjenjivih teorija, ali, za sada, s ograničenim uspjehom. Većina jednadžbi do sada razvijena je na temelju kombinacije dimenzijske analize, eksperimenata i pojednostavljenih teorijskih modela.

Jedan od značajnijih parametara za računanje transporta sedimenta je veličina čestica. U Tablici 1.1.1 dana je klasifikacija pijeska i šljunka prema Wentworthovoj skali [1].

Budući da veličine čestica sedimenta nisu jednake već mogu poprilično varirati, standardna je praksa da se distribucija veličina čestica mjeri analizom pomoću sita, gdje se postotak čestica

**Tablica 1.1.1:** Klasifikacija pijeska i šljunka prema Wentworthu [1]

| Finoća pijeska       | Veličina [mm]  |
|----------------------|----------------|
| Veoma fini pijesak   | 0,0625 - 0,125 |
| Fini pijesak         | 0,125 - 0,25   |
| Srednje fini pijesak | 0,25 - 0,5     |
| Grubi pijesak        | 0,5 - 1        |
| Vrlo grubi pijesak   | 1 - 2          |
| Granulirani šljunak  | 2 - 4          |
| Kamenčići            | 4 - 64         |
| Kaldrma              | 64 - 256       |
| Kamenje              | >256           |

prema masi materijala koji prođe kroz razne veličine sita pripisuje određenim veličinama čestica. Srednja vrijednost se označava pomoću  $D_{50}$ , koji predstavlja promjer zrna kod kojeg 50% mase uzorka ima zrna manjeg promjera.

## 1.2 Vodne turbine

U zadnje vrijeme sve se više pažnje obraća na razvoj tehnologija za iskorištavanje obnovljivih izvora energije, ne samo klasičnih tehnologija velikih snaga, već i manjih, koje se mogu koristiti na ograničenim područjima i uvjetima. S porastom globalnog interesa za razvoj novih tehnologija vezanih uz obnovljive izvore energije, istraživanje hidrokinetičke energije rijeka (i mora) predstavlja značajan neiskorišten izvor. Tehnologije za pretvorbu strujanja koriste se za prikupljanje energije rijeka, plima i oseka te morskih struja.

Jedna od takvih tehnologija su vodne turbine koje koriste energiju rijeka. U Tablici 1.2.1 prikazana je podjela turbina prema ostvarenoj snazi.

Osnovni način rada i geometrija rotora ovih strojeva slična je onima kod vjetroturbina: rotor koji se vrti preuzima kinetičku energiju strujanja fluida, stvara se moment zbog sile uzgona koja je distribuirana duž rotirajućih lopatica. Rotor može biti postavljen aksijalno (smjer strujanja fluida i os rotora su paralelni) ili poprečno (os rotora je okomita na smjer strujanja fluida). Rijeke predstavljaju lokalni i kontinuirani izvor energije. Iako su brzine strujanja rijeka puno manje od onih strujanja zraka, a promjeri vodnih turbina su ograničeni dubinom rijeke, strujanja rijeke imaju veliki energetski potencijal zbog gustoće vode, koja je preko 850 puta veća od one zraka.

**Tablica 1.2.1:** Podjela vodnih turbina

| Vrsta vodne turbine | Snaga          |
|---------------------|----------------|
| Piko                | 0 kW - 5 kW    |
| Mikro               | 5 kW - 100 kW  |
| Mini                | 100 kW - 1 MW  |
| Male                | 1 MW - 10 MW   |
| Srednje             | 10 MW - 100 MW |
| Velike              | >100 MW        |

Strojevi za pretvorbu hidrokinetičke energije koji se nalaze u samom toku vode, mogu biti postavljeni u većim rijekama kako bi proizveli energiju uz male troškove infrastrukture. Ali, oni aktivno djeluju na podvodnu geometriju rijeke i na transport sedimenta, stvarajući uzroke erodiranja sedimenta na dnu i taloženja istog, slično kao što stupovi mosta utječu na dno rijeke.

Uvjeti riječne morfologije u prirodi značajno variraju, od netaknutih do poljoprivrednih i urbaniziranih površina, i mogu biti osjetljivi na perturbacije u sustavu interakcije strujanja fluida i sedimenta. Ti poremećaji mogu dovesti do značajnog izobličenja dna rijeke, kao i do erozije i taloženja. Bitno je proučavati interakciju turbine i topografije dna, kako bi izbjegli probleme sa potpornim strukturama strojeva i/ili propagacijom pojačanog erodiranja ili taloženja sedimenta u kanalu. Kako se sediment giba, može doći do raznih nepredviđenih interakcija sa stupom turbine, ali može utjecati i na sam rad turbine.

Utjecaj turbina na ekologiju rijeke i dinamiku morfologije još uvijek je nedovoljno istraženo područje, jer se mnoga istraživanja usmjeravaju prvenstveno na učinak i hidrodinamiku turbina. Zbog toga proizvođači koja se bave ovim turbinama nailaze na mnoge prepreke, a i sama primjena ovih turbina u praktične svrhe je ograničena zbog nedovoljnog znanja o njihovom utjecaju na geomorfologiju rijeka i ekosustava općenito. Daljnjim istraživanjima, ove će tehnologije postati lakše dostupne.

Značajnu ulogu u ovim istraživanjima ima računalna dinamika fluida, pomoću koje se jednostavnije i jeftinije može ispitati utjecaj strujanja vode i turbine na prijenos sedimenta.

### 1.3 Pregled rada

U ovom radu korištene su jednadžbe za opisivanje strujanja i interakcije strujanja fluida sa sedimentom i slobodnom površinom, pomoću *foam-extend-a*. Proučavani su utjecaji turbina postavljenih na četiri različita načina - jedna turbina u sredini kanala, dvije turbine koaksijalno postavljene na sredinu kanala, za slučaj manje i veće međusobne udaljenosti turbina te dvije

turbine postavljene jedna do druge, bliže rubu kanala rijeke.

## 1.4 Struktura rada

Ovaj rad podijeljen je na pet poglavlja. U Poglavlju 1 opisane su opće karakteristike riječnog sedimenta i predstavljene su vodne turbine te njihov utjecaj na morfologiju riječnog dna. U Poglavlju 2 predstavljen je matematički model koji se koristio za opis i rješavanje problema koji uključuju strujanje fluida, opisivanje slobodne površine, transport sedimenta na dnu rijeke i suspenzije, pomicanje proračunske mreže i turbulentno strujanje. Matematički su opisane *Multiple Reference Frame* (MRF) zone i *General Grid Interface* (GGI) rubni uvjet, kao i ostali korišteni rubni uvjeti. U Poglavlju 3 predstavljena je geometrija turbine i četiri konfiguracije turbina u kanalu koje su istraživane u ovom radu. Opisane su proračunske mreže koje su se koristile u ovom radu, vizualno su prikazani GGI rubni uvjet i MRF zona te su opisani rubni uvjeti na svim graničnim plohama. U Poglavlju 4 prikazani su, opisani i međusobno uspoređeni rezultati simulacija. Proučavano je polje brzina strujanja vode i brzine na lopaticama turbine i turbulentna kinetička energija oko turbina. Prikazana je slobodna površina i morfološke promjene dna, uzrokovane gibanjem sedimenta i erozijom. Poglavlje 7 iznosi zaključke rada, a u Dodatku se nalaze tablice s brojčanim vrijednostima rubnih uvjeta.

# Poglavlje 2

## Matematički model

### 2.1 Uvod

U prethodnom poglavlju opisan je riječni sediment, načini i uzroci gibanja sedimenta i neki značajni parametri. Predstavljene su vodne turbine i ukratko je opisana važnost proučavanja utjecaja vodnih turbina na sediment na dnu rijeke. U ovom poglavlju predstaviti će se matematički modeli kojima se opisuje strujanje fluida, modeliranje slobodne površine i transporta sedimenta - sedimenta na dnu rijeke i suspenzije sedimenta u vodi - te morfološke promjene dna rijeke opisane Exnerovom jednačinom. Predstaviti će se automatska metoda pomicanja proračunske mreže temeljena na čvorovima te metoda kontrolnih površina koja služi diskretizaciji Exnerove jednačine. Također, opisati će se rubni uvjeti i metoda pokretnog koordinatnog sustava.

### 2.2 Modeliranje strujanja fluida

#### 2.2.1 Osnovne jednačine

Hidrodinamički numerički model temelji se na Reynoldsovom osrednjavanju Navier-Stokesovih jednačina. Sva polja definirana su za dvije faze (voda i zrak) i pretpostavljeno je da su polja kontinuirana na cijelom sučelju. Linearna promjena ovisna o volumnom udjelu pretpostavljena je za brzinu  $\mathbf{u}$ , gustoću  $\rho$  i viskoznost  $\mu$  za obje faze, kako je prikazano jednačinama 2.2.1 - 2.2.3:

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{u}_2, \quad (2.2.1)$$

$$\rho = \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2, \quad (2.2.2)$$

$$\mu = \alpha\mu_1 + (1 - \alpha)\mu_2, \quad (2.2.3)$$

gdje indeks 1 označava svojstva vode, a indeks 2 označava svojstva zraka.

Jednadžba kontinuiteta, jednadžba kontinuiteta faza i uvjetno osrednjene jednadžbe količine gibanja (pri čemu je pretpostavljena odvojenost faza) zapisane su u obliku:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.2.4)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha) = 0, \quad (2.2.5)$$

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\mathbf{u}) = \nabla \cdot \mu_{eff} - \nabla p_d - (g \cdot \nabla \rho), \quad (2.2.6)$$

gdje je  $\mathbf{u}$  vektor polja brzine fluida,  $p_d$  polje dinamičkog tlaka,  $\rho$  gustoća fluida,  $\mu_{eff}$  efektivna dinamička viskoznost iz modeliranja turbulentnog strujanja i  $\alpha$  je volumni udio pojedinog fluida.

## 2.2.2 Modeliranje slobodne površine

Na oštrim granicama između dva fluida mogu se pojaviti numeričke nestabilnosti, zbog čega je bitno pažljivo modelirati slobodnu površinu. Postoje mnoge metode praćenja slobodne površine, među kojima su i metode praćenja volumena faza. Ove metode koriste fiksirane mreže i određuju slobodnu površinu računajući volumen fluida u svakom kontrolnom volumenu, a neke od njih su *Marker and Cell* (MAC) metoda, *The Level Set Method* (LSM) i *Volume of Fluid* (VOF) metoda [2]. U ovom radu korištena je VOF metoda, koja koristi kontinuiranu funkciju - volumni udio - umjesto diskretne signalne čestice kako bi odredila položaj slobodne površine u Eulerovom pristupu. Ova metoda cijelu proračunsku domenu tretira kao mješavinu dvaju fluida, a volumni udio pojedinog fluida koristi kao težinski faktor za određivanje svojstva mješavine. S druge strane, VOF metoda ima i ozbiljne nedostatke, jer ne može precizno opisati površinu vode na mjestima oštih granica volumnih udjela [2]. Jednadžba prikazuje volumni udio fluida  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{V_W}{V}, \quad (2.2.7)$$

gdje je  $V_W$  volumen vode u kontrolnom volumenu  $V$ . VOF metoda je konzervativna jer  $\alpha$  predstavlja fizičko, konzervativno svojstvo, koje je ograničeno vrijednostima 0 i 1. Ako uvjet



ograničenja volumnog udjela  $0 < \alpha < 1$  nije zadovoljen, dobivaju se negativne vrijednosti viskoznosti i gustoće na granici ta dva fluida.

Kako bi se smanjila numerička difuzija prilikom rješavanja jednadžbe kontinuiteta faza, korištene se kompresivne sheme diskretizacije za član  $\nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha)$  s negativnom numeričkom difuzijom [7] i eksplicitni rješavač MULES (*Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution*) [8]. Ove metode djeluju na konvektivne članove jednadžbe kontinuiteta faza i njihov utjecaj ovisi o gibanju slobodne površine. MULES je limitiran Courantovim brojem manjim od jedan i zato nije praktičan. Stoga je razvijen novi pristup [9] koji uvodi dodatan član u transportnoj jednadžbi s relativnom brzinom  $\mathbf{u}_r$  u smjeru normale na slobodnu površinu:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_r \alpha (1 - \alpha)) = 0, \quad (2.2.8)$$

gdje je  $\nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha)$  uobičajena konvekcija, a  $\nabla \cdot (\mathbf{u}_r \alpha (1 - \alpha))$  je konvekcija relativne brzine. Posljednji član služi kako bi se izbjeglo pretjerano razmazivanje slobodne površine, koje se temelji na relativnoj brzini  $\mathbf{u}_r$ .

Relativnu brzinu definirao je Rusche [10]:

$$\mathbf{u}_r = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \min \left( C_\alpha \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}, \max \left( \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \cdot \mathbf{u} \right) \right), \quad (2.2.9)$$

gdje je  $C_\alpha$  konstanta stlačivosti koja se koristi za kontrolu oštrote granice, a obično se uzima da je 1.

Međutim, javlja se nekoliko problema zbog nedovoljne konvergencije i nestabilnosti, te je predložena formulacija [9]:

$$\mathbf{u}_r = \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \frac{C_\alpha}{\Delta x \Delta t}, \quad (2.2.10)$$

koja je korištena o ovome radu, gdje se  $C_\alpha$  ponaša kao ciljani Courantov broj kompresije površine. Ovako kompresija nije ovisna o konvekciji i Courantovom broju s promjenom  $\Delta t$ . Nadalje, ovaj novi pristup modeliranja slobodne površine omogućuje modeliranje turbulentnog strujanja pomoću modela s dvije jednadžbe, LES (*Large Eddy Simulation*) i čak DNS (*Direct Numerical Simulation*), bez promjena algoritama.

Na granici slobodne površine javlja se nagla promjena dinamičkog tlaka i gustoće, zbog čega su postavljeni uvjeti skoka, (eng. *jump conditions*), koji omogućavaju formuliranje jednog seta jednadžbi za oba fluida [3]. Veliki gradijenti na granici riješeni su pomoću *Ghost Fluid* metode (GFM) diskretizacije jednadžbi na slobodnoj površini, koja se može lakše implementirati u okvir VOF metode [11], a prebacuje povezanost tlaka i gustoće u jednadžbu tlaka.

Ova metoda diskretizira član dinamičkog tlaka blizu slobodne površine, što zahtijeva jednostrano ekstrapolirane vrijednosti  $\beta$  i  $p_d$ . Korekcija granice potrebna je na plohamu gdje se nalazi slobodna površina, negdje između središta kontrolnih volumena za bilo koja dva susjedna volumena, čija su središta označena s  $P$  i  $N$ . Također, [9] pokazali su da postoje dvije relevantne vremenske skale, jedna za slobodnu površinu i druga za tok fluida.

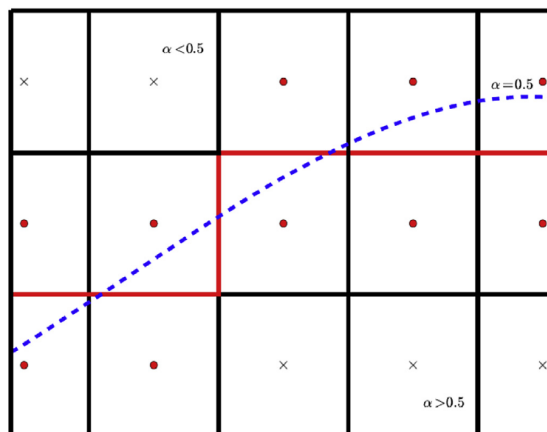
Uvedeno je nekoliko pretpostavki:

- smatra se da kontrolni volumen sadrži vodu ako je  $\alpha_p > 0,5$ , a kada je  $\alpha_p < 0,5$ , smatra se da sadrži zrak,
- ako je kontrolni volumen koji sadrži vodu okružen drugim kontrolnim volumenima koje sadrže vodu, to znači da se ne nalazi u blizini slobodne površine i koriste se uobičajene metode diskretizacije, a isto vrijedi i za kontrolni volumen koji sadrži zrak i okružen je volumenima koji također sadrže zrak.

Uvjet postavljen na granici glasi:

$$(\alpha_p - 0,5)(\alpha_N - 0,5) < 0. \quad (2.2.11)$$

Sve granične plohe kontrolnih volumena označene su pomoću gornje jednadžbe (2.2.11) u VOF transportnoj jednadžbi. Na Slici 2.2.1 prikazane su granice ploha uniformne 2D mreže. Crvenom bojom označene su plohe na kojima se nalazi slobodna površina.



**Slika 2.2.1:** Shematski prikaz granice ploha za uniformnu 2D mrežu [2].

Dinamički tlak diskretiziran je prema jednadžbi:

$$p_d = p_d^- - p_d^+, \quad (2.2.12)$$

gdje je  $p_d^-$  dinamički tlak na infinitezimalnoj udaljenosti od slobodne površine na strani zraka, a  $p_d^+$  je odgovarajući dinamički tlak na strani vode. Tlak se računa pomoću GFM metode i rezultati se zapisuju za sve kontrolne volumene na granici za dani vremenski korak. Gornja jednadžba diskretizacije istog je reda točnosti kao i rješenje VOF transportne jednadžbe.

## 2.3 Modeliranje transporta sedimenta

Deformacija dna rijeke izazvana je prvenstveno gibanjem sedimenta uzrokovanog strujanjem vode. U numeričkom modelu definirani su procesi vezani uz sediment na dnu rijeke i suspenziju, a povezani su s procesima erozije i taloženja.

### 2.3.1 Transport sedimenta na dnu rijeke

Stopa transporta sedimenta u raznim smjerovima opisana je jednadžbom [12]:

$$\mathbf{q}_b = q_b \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{|\boldsymbol{\tau}_b|} - C|q_b| \cdot \nabla_s \eta, \quad (2.3.1)$$

gdje je  $\mathbf{q}_b$  vektor transporta sedimenta i jednak je  $\mathbf{q}_b = [q_{bx}, q_{by}]$ ,  $q_b$  je stopa transporta sedimenta za ravnom dnu,  $\boldsymbol{\tau}_b$  je vektor posmičnog naprezanja dna i jednak je  $\boldsymbol{\tau}_b = [\tau_{bx}, \tau_{by}]$ ,  $\tau_b$  je posmično naprezanje sedimenta, a računa se iz modela strujanja,  $C$  je konstanta koja govori o nagibu toka sedimenta, čije vrijednosti se kreću između 1,5 i 2,3 [5],  $\nabla_s$  je površinski gradijent, a  $\eta$  je promjena visine dna, odnosno elevacija.

Stopa transporta sedimenta opisana je jednadžbom [13]:

$$q_b = \begin{cases} 18,74\sqrt{RgD_{50}}D_{50}(\theta - \theta_{kr}^*)(\theta^{0,5} - 0,7\theta_{kr}^{*0,5}), & \theta > \theta_{kr}^* \\ 0 & \text{za ostale} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

gdje je  $\theta$  Shieldsov broj,  $\theta_{kr}^*$  je kritični Shieldsov broj prilagođen nagibu za početno gibanje sedimenta na ravnom dnu,  $R$  je relativna uronjena gustoća sedimenta, a  $D_{50}$  je srednji promjer čestica sedimenta. Shieldsov broj računa se pomoću:

$$\theta = \frac{\tau_b}{Rg\rho_w D_{50}}, \quad (2.3.3)$$

gdje je  $\rho_w$  gustoća vode. Kritični Shieldsov broj dalje je korigiran kako bi se uzeo u obzir nepravilan nagib dna, te je prilagođen kako bi dao veći prag za početak kretanja sedimenta uz nagib, i kako bi dao manji prag za početak gibanja niz nagib u usporedbi s horizontalnim dnom, prema sljedećoj jednadžbi:

$$\theta_{kr}^* = \theta_{kr} \left( \cos \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi \tan^2 \beta}{\mu_s^2}} - \frac{\cos \phi \sin \beta}{\mu_s} \right), \quad (2.3.4)$$

a gdje je  $\phi_{kr}$  kritični originalni Shieldsov parametar,  $\beta$  je nagib dna,  $\phi$  je kut između vektora brzine i smjera nagiba dna [12], a  $\mu_s$  je koeficijent trenja, koji iznosi 0,65.

### 2.3.2 Transport suspenzije

Distribucija koncentracije sedimenta u sloju suspenzije definirana je sljedećom jednačinom:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} - \omega_s \delta_{j3})c = \nabla \cdot \left( \frac{v_t}{\sigma_C} \nabla C \right), \quad (2.3.5)$$

gdje je  $\mathbf{u}$  vektor brzine vode,  $c$  je koncentracija lokalno suspendiranog sedimenta,  $\omega_s$  je brzina taloženja sedimenta i  $\delta_{j3}$  je Kroneckerov delta simbol, gdje  $j = 3$  definira vertikalni smjer; i  $\sigma_C$  je turbulentan Schmidtov broj, vezan uz turbulentnu difuzivnost  $v_t$  sedimenta.

### 2.3.3 Promjena visine dna rijeke

Promjena visine sedimenta na dnu rijeke opisuje se Exnerovom jednačinom (2.3.6), koja uzima u obzir taloženje i eroziju:

$$(1 - n) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_s \cdot \mathbf{q}_b - D_b + E_b = 0, \quad (2.3.6)$$

gdje je  $n$  poroznost materijala na dnu,  $D_b$  je taloženje sedimenta,  $E_b$  je erozija sedimentnog sloja. Talozenje je definirano jednačinom:

$$D_b = v_s c_b, \quad (2.3.7)$$

gdje je  $c_b$  koncentracija sedimenta u središtu kontrolnog volumena pokraj dna, a  $v_s$  brzina taloženja čestica. Stopa erozije opisana je jednačinom:

$$asE_b = v_s c_b^*, \quad (2.3.8)$$

gdje je  $c_b^*$  ravnotežna koncentracija i može biti povezana s koncentracijom sedimenta  $c_2$  na prvoj točki mreže iznad dna preko relacije:

$$c_b = c_2 + c_b^* \left[ 1 - e^{(v_s \sigma_C / v_t)(\eta_2 - k_s)} \right], \quad (2.3.9)$$

gdje je točka 2 prva ćelija u proračunskoj mreži za koju se pretpostavljaju ravnotežni uvjeti, a  $k_s$  je visina hrapavosti i uzeto je da iznosi 5% dubine vode od dna [14]. Ravnotežna koncentracija opisana je pomoću [14]:

$$c_b^* = 0,015 \frac{v^2 \rho_w D_{50}^{0,6} \left( \frac{(u_*')^2 - (u_{*kr})^2}{u_{*kr}^2} \right)^{1,5}}{g(\rho_s - \rho_w) k_s}, \quad (2.3.10)$$

gdje je  $\rho_w$  gustoća vode,  $\rho_s$  gustoća sedimenta,  $v$  kinematička viskoznost vode,  $u_*'$  je efektivna brzina smicanja i  $u_{*kr}$  je kritična Shieldsova brzina.

## 2.4 Automatska metoda pomicanja proračunske mreže temeljena na čvorovima

Zbog promjene morfologije dna, potrebno je uvesti gibanje proračunske mreže kako bi se što bolje opisale modifikacije sedimenta. Za opis pomicanja proračunske mreže korištena je metoda koja se temelji na čvorovima i metodi konačnih elemenata [15], a koja koristi iterativne rješavače za učinkovitost i teži očuvati trokute i tetraedre od invertiranja pri raščlanjivanju kontrolnih volumena (eng. *cell decomposition*).

Ova metoda je automatska, pouzdana, generira mrežu zadovoljavajuće kvalitete za proizvodnju promjene oblika prostorne domene, uz minimalnu intervenciju korisnika.

Numeričko modeliranje problema s promjenjivom mrežom zahtijeva posebnu formulaciju zakona održanja koji bi dopuštali proizvoljne promjene oblika prostorne domene i položaja kontrolnih volumena u mreži. Uz zakone očuvanja mase, količine gibanja i energije, potrebno je zadovoljiti i zakon održanja prostora [16], [17].

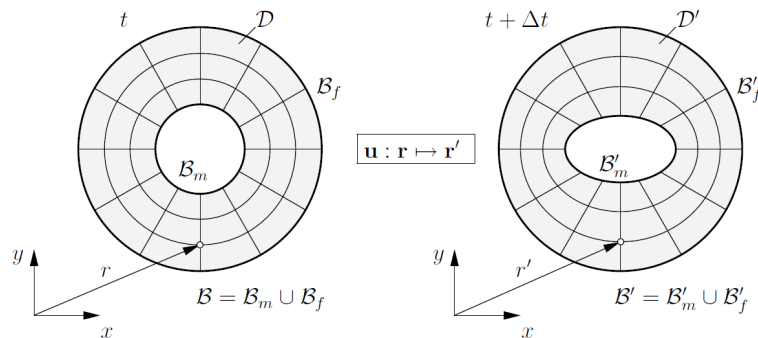
### 2.4.1 Problem deformacije mreže

Prilikom pomicanja mreže potrebno je odrediti pomake unutrašnjih čvorova mreže na temelju zadanih pomaka graničnih čvorova, bez smanjenja valjanosti i geometrijske kvalitete mreže.

Na slici je prikazan problem deformacije mreže, gdje  $\mathcal{D}$  predstavlja domenu početne konfiguracije mreže za vrijeme  $t$ , a  $\mathcal{B}$  predstavlja odgovarajuću graničnu površinu. Nakon vremenskog intervala  $\Delta t$ , početna domena prelazi u oblik  $\mathcal{D}'$ , prikazan na slici. Potrebno je preslikati te dvije domene, kako bi mreža nove konfiguracije bila valjana i uz minimalnu distorziju kontrolnih volumena. Odabrana zavisna varijabla u pomicanju mreže je pomak  $\mathbf{u}$ , pomoću kojeg se može opisati položaj točke u novoj konfiguraciji:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{u}, \quad (2.4.1)$$

gdje su  $\mathbf{r}$  i  $\mathbf{r}'$  vektori položaja točaka u početnoj konfiguraciji, odnosno novoj konfiguraciji. Također vrijedi da je  $\mathbf{r}$  element  $\mathcal{D}$ , a  $\mathbf{r}'$  element  $\mathcal{D}'$ .  $\mathcal{B}_m$  je granica prostorne domene koja se pomiče, dok je  $\mathcal{B}_f$  granica koja tijekom simulacije mijenja svoj oblik.



**Slika 2.4.1:** Problem pomicanja mreže [3]

Na temelju navedenog, problem deformacije mreže može se formulirati kao stacionarni rubni uvjet. Jednadžba 2.4.2 prikazuje matematički model pomaka mreže, a jednadžba 2.4.3 granični uvjet za polje pomaka.

$$\Phi(\mathbf{u}) = 0 \text{ u } \mathcal{D}, \quad (2.4.2)$$

$$\Sigma(\mathbf{u}) = 0 \text{ na } \mathcal{B} = \partial\mathcal{D}. \quad (2.4.3)$$

Na pomičnoj granici  $\mathcal{B}_m$  i na nepomičnoj granici  $\mathcal{B}_f$  obično se zadaje *Dirichletov* rubni uvjet:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_m \text{ na } \mathcal{B}_m, \quad (2.4.4)$$

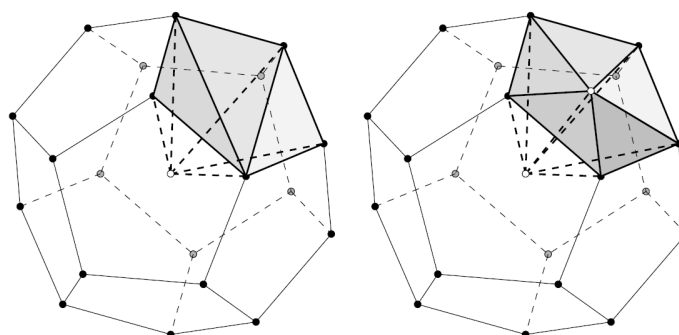
$$\mathbf{u} = 0 \text{ na } \mathcal{B}_f, \quad (2.4.5)$$

gdje je  $\mathbf{u}_m$  pomak pomične granice.

U određenim situacijama, na nepomičnoj granici najbolje je koristiti klizni (slip) rubni uvjet, gdje se za normalnu komponentu brzine koristi *Dirichletov* rubni uvjet, a za tangencijalnu *Neumannov*. Kod kliznog rubnog uvjeta dolazi do manjih distorzija kontrolnih volumena uz nepomičnu granicu. S druge strane, ovaj rubni uvjet može uzrokovati promjenu rezolucije mreže duž granice na kojoj se taj rubni uvjet primjenjuje. Također, ovaj rubni uvjet teško se primjenjuje na zakrivljenoj granici.

## 2.4.2 Raščlanjivanje kontrolnih volumena

Kontrolni volumen, odnosno poliedarski element raščlanjuje se na tetraedre, čime se definiše tzv. kompozitni poliedarski konačni element, koji omogućava primjenu klasične metode konačnih elemenata za diskretizaciju jednačbe pomaka na poliedarskoj mreži. Raščlanjuje se tako da se definiše točka u središtu samog kontrolnog volumena i pomoću nje gradi se tetraedar na stranici koja je ujedno podijeljena na trokute. Postoje dvije metode raščlanjivanja: raščlanjivanje samo kontrolnog volumena i raščlanjivanje kontrolnog volumena i pripadajućih stranica, Slika 2.4.2.



**Slika 2.4.2:** Raščlanjivanje samo kontrolnog volumena (lijevo) i kontrolnog volumena i pripadajućih stranica (desno) [3].

Kod raščlanjivanja kontrolnog volumena, definiše se dodatni čvor u njegovom centru, a pripadajuće poligonalne stranice dijele se na trokute. Ti trokuti čine stranicu novonastalog tetraedra, koja je povezana s ostalim stranicama nastalim spajanjem čvorova tog trokuta s dodatnim čvorom u središtu kontrolnog volumena.

Kod raščlanjivanja kontrolnog volumena i pripadajućih stranica, osim što se uvodi dodatni čvor u centru volumena, uvode se i dodatni čvorovi u težištima stranica, koji dijele stranice na trokute, a taj čvor je onda zajednički svim trokutima na stranici. Ovo raščlanjivanje uvodi više točaka od raščlanjivanja samo kontrolnog volumena, što povećava broj nepoznanica i time povećava potrebe za računalnim resursima.

Stoga izbor metode raščlanjivanja prvenstveno ovisi o potrebi za kvalitetom i računalnim resursima.

### 2.4.3 Jednadžba pomaka mreže

Jednadžba koja je odabrana za se opisivanje pomicanja mreže je Laplaceova jednadžba pomaka (2.4.6), koja zbog neovisnosti između komponenti pomaka dozvoljava rješavanje primjenom odvojenog postupka rješavanja, koji je učinkovitiji i zahtjeva manje memorijskog prostora u usporedbi s vezanim postupkom:

$$\nabla \cdot (\gamma \nabla \mathbf{u}) = 0, \quad (2.4.6)$$

gdje je  $\gamma$  koeficijent difuzije,  $\mathbf{u}$  je pomak mreže, koji definira pomicanje točaka mreže iz starog položaja  $X_{staro}$  u novi  $X_{novo}$  prema jednadžbi:

$$X_{novo} = X_{staro} + \mathbf{u}\Delta t. \quad (2.4.7)$$

Prilikom korištenja Laplaceove jednadžbe pomaka, s konstantnim koeficijentom difuzije, kod pomicanja 2D i 3D nestrukturiranih mreža, najviše se deformiraju elementi uz pomičnu granicu, zbog čega često može doći do ekstremne distorzije mreže, a to dovodi i do inverzije elemenata mreže. Kod pomicanja proračunske mreže, izuzetno je važno očuvati kvalitetu same mreže, kako bi novonastala mreža bila valjana. Kvaliteta mreže je važnija u blizini granica domene. Budući da je sedimentno dno donja granica domene, koja se pomiče u simulacijama, potrebno je uvesti dodatne mjere kako bi se očuvala kvaliteta mreže, odnosno kako bi se pomak granice jednoliko rasporedio po cijeloj mreži. Stoga se uvodi promjenjiv koeficijent difuzije u Laplaceovoj mreži, čije povećanje povećava i otpornost na deformaciju.

Koeficijent difuzije može se opisati u ovisnosti o udaljenosti kontrolnih volumena od pomične granice, gdje je koeficijent difuzije obrnuto proporcionalan udaljenosti kontrolnog volumena od pomične granice, a može se definirati linearnom, kvadratnom i eksponencijalnom ovisnošću, prema jednadžbama 2.4.8, 2.4.9 i 2.4.10:

- inverzna linearna ovisnost:

$$\gamma(l) = l^{-1}, \quad (2.4.8)$$

- inverzna kvadratična ovisnost:

$$\gamma(l) = l^{-2}, \quad (2.4.9)$$



- eksponencijalna ovisnost:

$$\gamma(l) = e^{-l}, \quad (2.4.10)$$

gdje je  $l$  minimalna udaljenost promatranog kontrolnog volumena od pomične granice.

#### 2.4.4 Diskretizacija Laplaceove jednadžbe

Laplaceovu jednadžbu treba diskretizirati na zadanoj mreži koja se nalazi u početnoj konfiguraciji. Diskretizirana jednadžba pomaka treba ostati lokalno ograničena i vrijednosti polja pomaka moraju se računati u čvorovima mreže.

Diskretizacija Laplaceove jednadžbe metodom konačnih elemenata na mreži tetraedarskih konačnih elemenata drugog je reda točnosti, a matrica je dijagonalna [3]. Koeficijenti matrice izvan dijagonale za tetraedarski element u realnom prostoru mogu se izračunati pomoću jednadžbe diskretizacije:

$$a_{ij} = \int_{V_T} \nabla N_i \cdot \nabla N_j dV = \frac{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j}{9V_T} \quad (2.4.11)$$

gdje je  $N$  funkcija tetraedarskog elementa,  $s_{ij}$  je vektor normale na površinu trokutne plohe, suprotan točkama  $i$  i  $j$ , a  $V_T$  je volumen tetraedra.

Navedena diskretizacija osigurava da neovisno o kvaliteti mreže nijedan tetraedarski element ne implodira ili se izvrne, i prema tome će diskretizacija konačnog elementa biti ograničena, zbog prisutnosti normalnog vektora površine u brojniku i volumena tetraedra u nazivniku. Kada dođe do izvrtnja tetraedarskog elementa ili kada mu se točke približavaju jedna drugoj, normalni vektor površine će i dalje ostati konačan i volumen bi se mogao približiti nuli, zbog čega bi koeficijent mogao poprimiti beskonačnu vrijednost.

## 2.5 Metoda kontrolnih površina

Metoda kontrolnih površina je konzervativna metoda diskretizacije površinskih transportnih jednadžbi na zakrivljenoj deformabilnoj površinskoj mreži, slična metodi kontrolnih volumena, ali primjenjiva za površine. Metoda kontrolnih površina koristi se za diskretizaciju Exnerove jednadžbe na donjoj graničnoj površini na 3D domeni, odnosno na nepravilnom deformirajućem dnu, bez potrebe za izradom dodatne 2D mreže i preslikavanja između 2D i 3D mreže strujanja.

Površinski divergentni član Exnerove jednadžbe  $\nabla_s \cdot q_b$  može se izračunati pomoću Gaussovog teorema definiranog za opću tenzorsku vrijednost  $\Phi$  definiranu na površini  $S$  omeđenoj zatvorenom linijom  $dS$ :

$$\int_S \nabla_s \cdot \Phi dS = \int_{\partial S} \mathbf{m} \cdot \Phi dL - \int_S \kappa \mathbf{n} \cdot \Phi dS, \quad (2.5.1)$$

gdje je  $\mathbf{n}$  jedinični normalni vektor na površinu  $S$ , a  $\mathbf{m}$  jedinični binormalni vektor okomit na liniju  $dS$  i tangencijalan na površinu  $S$ . Iznos  $\nabla_s \cdot q_b$  izračunat je diskretizacijom jednadžbe 2.5.2 na kontrolnoj površini  $S_{Af}$  koristeći prvi zakon metode konačnih volumena u središtu kontrolne površine na sljedeći način:

$$(\nabla_s \cdot \mathbf{q}_b)_{Af} = \frac{1}{S_{Af}} \sum_e \mathbf{m}_e \cdot \mathbf{q}_e L_e - \kappa_{Af} \mathbf{n}_{Af} \cdot \mathbf{q}_{Af}, \quad (2.5.2)$$

a gdje je  $S_{Af}$  kontrolna površina,  $e$  je brid kontrolne površine,  $L_e$  je duljina brida kontrolne površine, a  $\kappa_{Af}$  je zakrivljenost površine. Indeks  $e$  označava da je vrijednost varijable na središtu brida  $e$ . Za aproksimaciju integrala preko kontrolne površine korišteno je pravilo srednje točke (*mid-point rule*) i sumiranje je napravljeno preko svih bridova koji zatvaraju plohu. Binormala na središtu brida je:

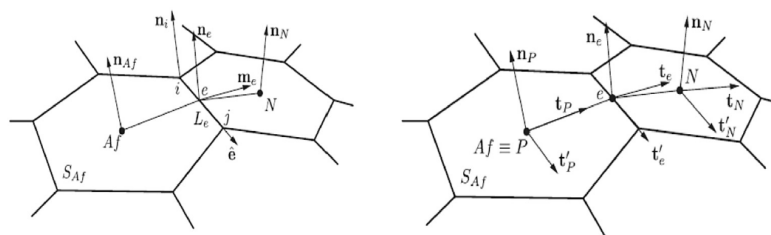
$$\mathbf{m}_e = \mathbf{e} \times \frac{\mathbf{n}_i + \mathbf{n}_j}{|\mathbf{n}_i + \mathbf{n}_j|}, \quad (2.5.3)$$

gdje je  $\mathbf{e}$  jedinični vektor paralelan s bridom  $e$ ,  $\mathbf{n}_i$  i  $\mathbf{n}_j$  su jedinični vektori normalni na granicu plohe.

Transport sedimenta na središtu brida računa se pomoću sljedeće jednadžbe:

$$\mathbf{q}_e = (\mathbf{T}_e)^T \cdot [e_x \mathbf{T}_p \cdot \mathbf{q}_e + (1 - e_x) \mathbf{T}_N \cdot \mathbf{q}_N], \quad (2.5.4)$$

gdje je  $e_x$  omjer geodetske udaljenosti  $\overline{eN}$  i  $\overline{PeN}$  (Slika 2.5.1),  $\mathbf{T}_e$ ,  $\mathbf{T}_p$  i  $\mathbf{T}_N$  su tenzori transformacije iz kartezijevih koordinata na lokalne koordinate brida.



**Slika 2.5.1:** Kontrolna površina na deformiranoj granici sedimenta [3].

Sumarno, u Tablici 2.5.1 prikazana je usporedba metode kontrolnih volumena i metode kontrolnih površina.

**Tablica 2.5.1:** Usporedba metoda kontrolnih volumena i metode kontrolnih površina.

| Metoda kontrolnih volumena                 | Metoda kontrolnih površina      |
|--|---------------------------------|
| fvMesh                                     | faMesh                          |
| vrijednosti u središtu kontrolnih volumena | vrijednosti na središtu ploha   |
| vrijednosti na središtu ploha              | vrijednosti na središtu bridova |
| fvSchemes                                  | faSchemes                       |
| fvSolutions                                | faSolutions                     |

## 2.6 Modeliranje turbulentnog strujanja

Turbulentno strujanje najčešći je oblik strujanja fluida u prirodi. Za razliku od laminarnog strujanja, pojavljuje se pri visokim vrijednostima Reynoldsovog broja. Generalan opis turbulentnog strujanja je vrtložno kaotično gibanje čestica fluida, pri čemu sve promjenjive veličine osciliraju u vremenu i prostoru. Budući da je ovo strujanje izrazito nestacionarno, veličine se mogu zapisati kao zbroj svoje srednje vrijednosti i oscilacija. Uslijed nestacionarnosti dolazi do intenzivnog miješanja čestica, zbog čega ovo strujanje ima difuzijski karakter, a time i povećanu disipaciju energije. [6]

Zbog svoje kompleksnosti, turbulentno strujanje je nemoguće opisati analitički. Za rješavanje ovog oblika strujanja pribjegava se numeričkim metodama rješavanja Navier-Stokesovih jednadžbi. Rješavanje takvih jednadžbi nije jednostavno jer zahtjeva vrlo male korake vremenske i prostorne diskretizacije, stoga, kako bi ga olakšali, koristi se tzv. Reynoldsovo osrednjavanje Navier-Stokesovih jednadžbi.

Osrednjavanje se svodi na rastavljanje fizikalnih veličina na njihovu vremenski osrednjenu vrijednost i pulsirajući dio:

$$p = \bar{p} + p', \quad (2.6.1)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \quad (2.6.2)$$

gdje su  $\bar{p}$  i  $\bar{\mathbf{u}}$  vremenski osrednjene veličine, a  $p'$  i  $\mathbf{u}'$  oscilacije.

Prema tome, Navier-Stokesove jednačbe za osrednjeno nestlačivo strujanje mogu se zapisati u obliku [18]:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (2.6.3)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}). \quad (2.6.4)$$

U jednačbi količine gibanja može se primjetiti nelinearni konvektivni član  $\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}$  koji predstavlja turbulentna ili Reynoldsova naprezanja. To je tenzor koji sadrži šest nepoznanica, što daje više nepoznanica nego što postoji jednačbi i sustav se ne može riješiti.

Zbog toga se uvode modeli turbulencije kojima je cilj uskladiti broj nepoznanica i jednačbi uvođenjem dopunskih jednačbi. Najjednostavniji modeli su modeli prvog reda korelacije brzina, za koje se tenzor Reynoldsovih naprezanja modelira prema Boussinesquovoj hipotezi:

$$\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} = \nu_t [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + \frac{2}{3} k \mathbf{I}, \quad (2.6.5)$$

gdje je  $\nu_t$  turbulentna viskoznost,  $\mathbf{I}$  jedinični tenzor,  $k$  turbulentna kinetička energija ( $k = \frac{1}{2} \overline{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}'}$ ).

Model turbulencije koji se koristio u ovom radu je  $k - \omega$  SST, koji uvodi dvije dopunske jednačbe.

### 2.6.1 $k - \omega$ SST model

$k - \omega$  SST model sadrži dvije dodatne transportne jednačbe koje opisuju transport kinetičke energije turbulencije  $k$  i specifičnu brzinu disipacije turbulencije  $\omega$ . Kombinacija je  $k - \varepsilon$  i  $k - \omega$  modela, a razvili su je Menter i Esch [19]. Strujanje podalje od stijenke modelira se  $k - \varepsilon$  modelom, koji je manje osjetljiv na rubne uvjete, a u blizini stijenke  $k - \omega$  modelom [2].

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}k) - \nabla \cdot [(\nu_{eff})\nabla k] = \min(G, C_1, \beta^* k \omega) - \beta^* k \omega, \quad (2.6.6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \omega) - \omega \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} - \nabla \cdot [(\mathbf{v}_{eff}) \nabla \omega] = \\ & = \gamma \min \left[ S_2, \frac{c_1}{a_1} \beta^* \omega \max(a_1 \omega, b_1 F_{23} \sqrt{S_2}) \right] - \beta \omega^2 + (1 - F_1) CD_k \omega. \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

Osnovne jednadžbe su iz [20], s ažuriranim koeficijentima iz []. Uz izraze za  $G$  i  $S_2$  i turbulentnu viskoznost  $\nu_t$ :

$$G = \nu_t S_2, \quad (2.6.8)$$

$$S_2 = 2 \left[ \frac{1}{2} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + \nabla \bar{\mathbf{u}}^T) \right]^2, \quad (2.6.9)$$

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max[a_1 \omega, b_1 F_{23} \sqrt{2} | \frac{1}{2} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + \nabla \bar{\mathbf{u}}^T) | ]}. \quad (2.6.10)$$

## 2.7 General Grid Interface (GGI)

Ponekad se u računalnim simulacijama javljaju nekontinuirane domene koje su kombinacija nekoliko domena i potrebno ih je na neki način spojiti, odnosno potrebno je ostvariti neki oblik komunikacije između njih. Prilikom izrade ovog rada, bilo je potrebno napraviti proračunsku mrežu iz dva dijela. Zbog toga se koristio *General Grid Interface* (GGI) rubni uvjet, kako bi dobili jedinstvenu i kontinuiranu mrežu [21].

GGI je rubni uvjet koji povezuje dijelove proračunske mreže koji imaju zajednička sučelja, a može se pronaći u sklopu foam-extend paketa. GGI povezuje dijelove domene čije se granice ne poklapaju, a komunikacija je ostvarena interpolacijom varijabli između granica domena, i nisu potrebne promjene na mreži i kontrolnim volumenima na sučelju. GGI pretpostavlja potpuno preklapanje ploha s obje strane sučelja.

## 2.8 Moving Reference Frame

Metoda pokretnog koordinatnog sustava, *Moving Reference Frame*, uvodi pokretni koordinatni sustav, koji se definira pomoću zona proizvoljno određenih kontrolnih volumena kojima se dodaju inercijski članovi. Sustavu jednadžbi kojem se opisuje gibanje mreže dodani su izrazi za akceleraciju, do koje dolazi zbog promjene iz stacionarnog koordinatnog sustava u pokretni [22]. Pokretni koordinatni sustav može biti tzv. *Single Reference Frame* (SRF) i *Multiple*

*Reference Frame* (MRF). Kod SRF modela, cijela domena modelirana je kao jedina pokretna zona.

*Multiple Reference Frame* (MRF) model, s druge strane, dijeli računalnu domenu na više zona, kojima se pripisuje određena vrsta gibanja, odnosno određeni koordinatni sustav, pokretni ili nepokretni. Strujanje u svakoj od tih zona rješava se pomoću jednadžbi gibanja, koje su modificirane metodi pokretnog koordinatnog sustava.

Rotirajuća zona opisana je jednadžbama gibanja u rotirajućem, odnosno relativnom koordinatnom sustavu, dok je statička zona opisana jednadžbama u statičkom sustavu.

Jednadžbe 2.8.1 opisuju stacionarno nestlačivo strujanje za rotirajući koordinatni sustav, dok jednadžbe opisuju strujanje u statičkom sustavu [23].

$$\begin{cases} \Delta \cdot (\mathbf{u}_R \mathbf{u}_I) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_R = \Delta \cdot (\mathbf{v}_{eff} \Delta \mathbf{u}_I) - \Delta \frac{p}{\rho} \\ \Delta \cdot \mathbf{u}_R = 0 \end{cases} \quad (2.8.1)$$

$$\begin{cases} \Delta \cdot (\mathbf{u}_I \mathbf{u}_I) - \Delta \cdot (\mathbf{v}_{eff} \Delta \mathbf{u}_I) = -\Delta \frac{p}{\rho} \\ \Delta \cdot \mathbf{u}_I = 0 \end{cases} \quad (2.8.2)$$

## 2.9 Rubni uvjeti

Sustav diferencijalnih jednadžbi ima beskonačno mnogo rješenja, stoga je potrebno uvesti rubne uvjete, odnosno uvjete na granicama domene, kako bi sustav dobio određenje. Rubne uvjete potrebno je zadati za sve varijable koje se rješavaju, na svim granicama domene.

U nastavku su navedeni najčešće korišteni rubni uvjeti:

- *Dirichletov*, koji zadaje fiksnu vrijednost varijable na granici:

$$\phi = konst.; \quad (2.9.1)$$

- *Neumannov*, koji zadaje nulti gradijent na granici:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_s = \mathbf{0}; \quad (2.9.2)$$

- Opći *Neumannov*, koji zadaje fiksni gradijent na granici:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_s = q_b; \quad (2.9.3)$$

- Opći Robinov ili miješani, koji je kombinacija *Dirichletov* i *Neumannovog* uvjeta

$$\alpha\phi + (1 - \alpha)\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_s. \quad (2.9.4)$$

Također se još koriste uvjeti kao što su uvjet simetrične ravnine, ciklički uvjet i periodični uvjet.

## 2.10 Zaključak

U ovom poglavlju predstavljen je matematički model kojim se opisuju problemi strujanja fluida i turbine te njihova interakcija sa sedimentnim dnom. Predstavljene su osnovne jednačbe strujanja fluida i modeliranja slobodne površine pomoću *Volume of Fluid* metode. Diskretizacija jednačbi na slobodnoj površini vrši se pomoću *Ghost Fluid* metode, koja uzima u obzir uvjete skoka gustoće i dinamičkog tlaka na granici dvaju fluida. Opisane su jednačbe transporta sedimenta na dnu riječnog korita i koncentracije suspenzije u vodi. Pomoću Exnerove jednačbe opisane su promjene dna rijeke, uzevši u obzir taloženje i eroziju sedimenta. Zbog promjene morfologije dna, bilo je potrebno uvesti automatsku metodu pomicanja proračunske mreže temeljene na čvorovima, koja je detaljno opisana u ovom poglavlju. Diskretizacija Exnerove jednačbe vrši se pomoću metode kontrolnih površina. Turbulentno strujanje opisano je  $k - \omega$  SST modelom. Ukratko su opisani *General Grid Interface* rubni uvjet i metoda pokretnog koordinatnog sustava (*Moving Reference Frame*). Konačno, opisani su opći rubni uvjeti koji se postavljaju na granicama ploha.

U sljedećem poglavlju predstaviti će se geometrija turbine i proračunska mreža za četiri odabrane konfiguracije smještaja turbine, odnosno turbina u kanalu.

## Poglavlje 3

# Geometrija i proračunska mreža

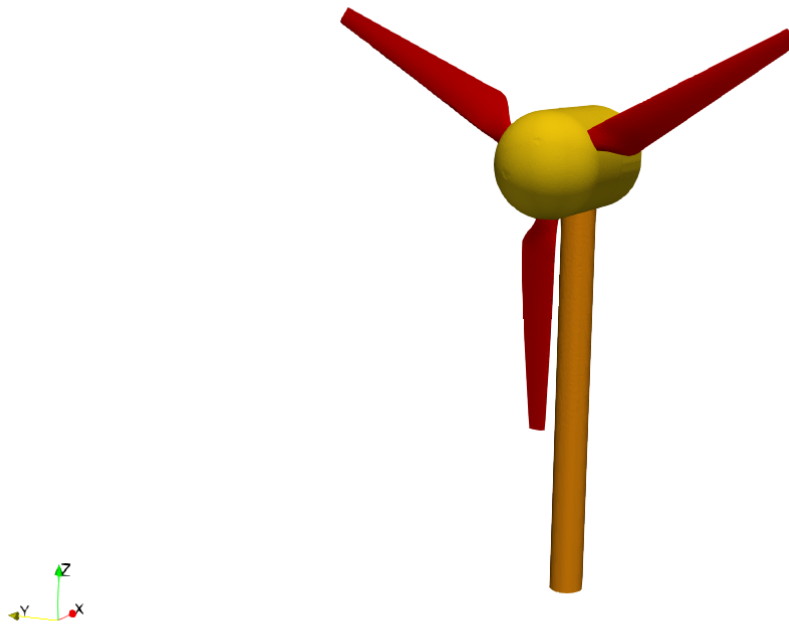
### 3.1 Uvod

U prethodnom poglavlju predstavljen je matematički model kojim se opisuje strujanje vode u riječnom koritu sa slobodnom površinom i utjecaj strujanja na sedimentno dno. U ovom poglavlju predstaviti će se geometrija turbine i riječnog korita te proračunske mreže četiriju različitih konfiguracija smještaja turbine, odnosno turbina, koje su istraživane u ovom radu. Također, definirat će se rubni uvjeti za sve granične plohe.

### 3.2 Turbina

U ovom radu korištena je geometrija aksijalne vodne turbine s tri lopatice, konstrukcijom slična klasičnoj vjetroturbini. Geometrija lopatica turbine i kućišta preuzeta je iz [24]. Budući da fokus rada nije na karakteristikama rada turbine, već na interakciju sa sedimentom, uz pretpostavku da oblik lopatice nema veliki udio u općem utjecaju turbina na kretanje sedimenta, ova turbina zadovoljava potrebe ovoga rada. Kako u radu iz kojeg je preuzeta turbina, geometrija nema stupa, odabrane su dimenzije stupa koje su u skladu s člancima koji su poslužili kao smjernice pri izradi ovog rada, a u kojima su provedena eksperimentalna istraživanja utjecaja rada turbine sa stupom na riječni sediment, zbog čega su lopatice turbine s kućištem skalirane na odgovarajuće vrijednosti.[4] U potonjim radovima nisu definirane karakteristike geometrije turbine, osim promjera rotora. Turbina je prikazana na slici 3.2.1, dok su u Tablici 3.2.1 predstavljene osnovne geometrijske karakteristike turbine.





Slika 3.2.1: Geometrija turbine.

Tablica 3.2.1: Osnovne geometrijske karakteristike turbine.

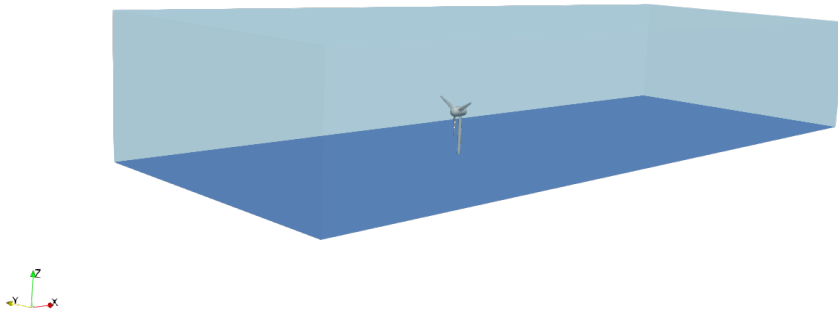
| Veličina | Iznos  |
|----------|--|
| $d_t$    | 0,15 m                                       |
| $h_k$    | 0,13 m (0,135 m za posljednju konfiguraciju) |
| $d_s$    | 0,01 m                                       |
| $d_k$    | 0,03 m                                       |

Promjer turbine označen je s  $d_t$ ,  $h_k$  je visina osi kućišta turbine,  $d_s$  je promjer stupa turbine, a  $d_k$  je promjer kućišta.

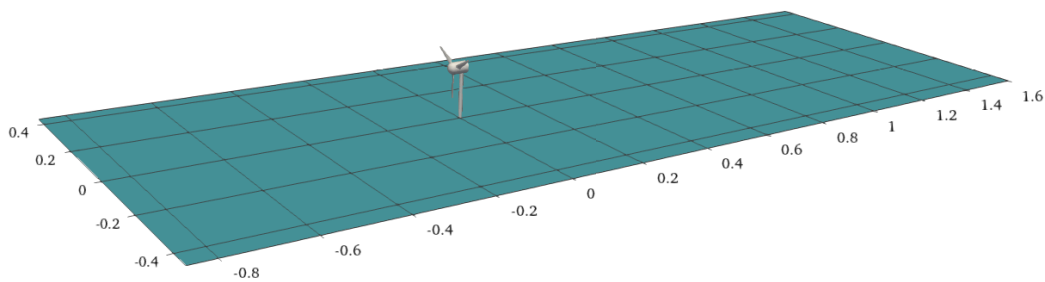
### 3.3 Konfiguracije

Turbine su postavljene na dno kanala kvadratnog oblika, pravokutnog poprečnog presjeka. U nastavku će se proučavati utjecaj rada turbina u riječnom toku na sediment za četiri konfiguracije.

1. konfiguracija: jedna turbina nasred kanala, slike 3.3.1 i 3.3.2.

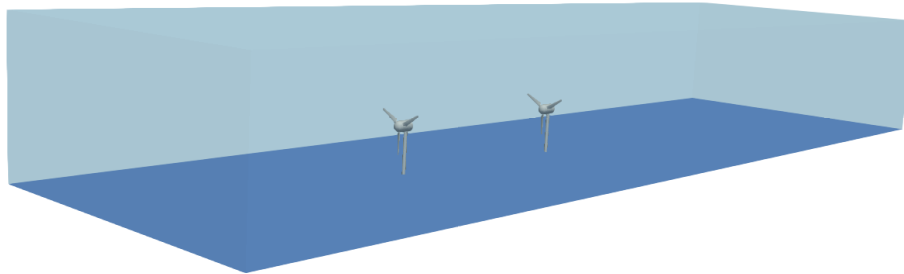


**Slika 3.3.1:** Trodimenzionalni prikaz kanala s jednom turbinom.

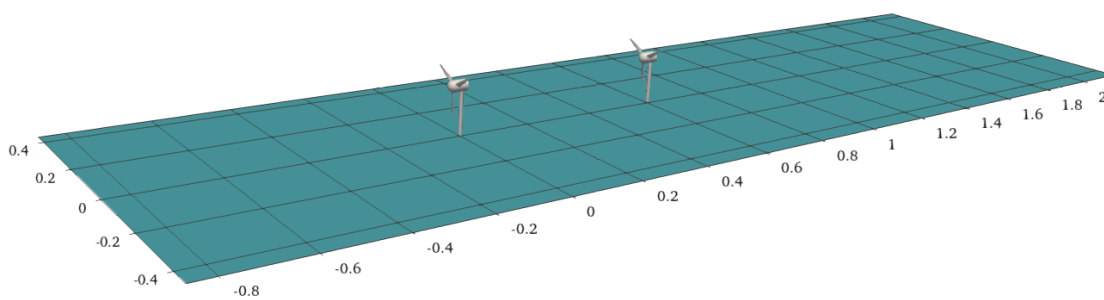


**Slika 3.3.2:** Prostorni prikaz smještaja turbine za konfiguraciju kanala s jednom turbinom.

2. konfiguracija: dvije turbine postavljene koaksijalno, međusobno udaljene  $4d_t$ , odnosno 0,6 m na sredini kanala, slike 3.3.3 i 3.3.4.



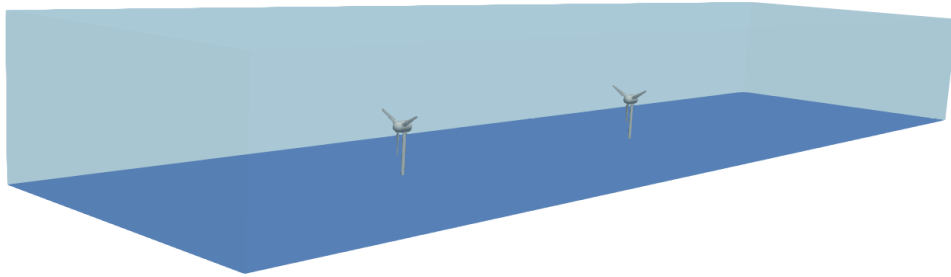
**Slika 3.3.3:** Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije koaksijalne turbine, udaljene  $4d_t$ .



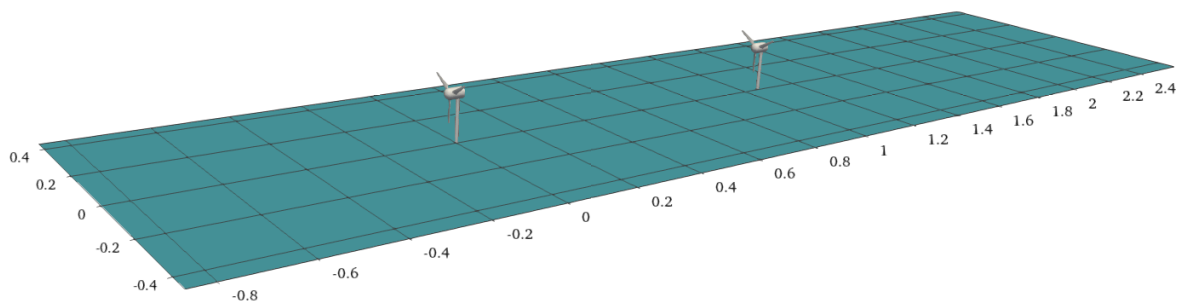
**Slika 3.3.4:** Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije koaksijalne turbine međusobno udaljene  $4d_t$ .

3. konfiguracija: dvije turbine postavljene koaksijalno, međusobno udaljene  $7d_t$ , odnosno

10,5 m na sredini kanala, slike 3.3.5 i 3.3.6.

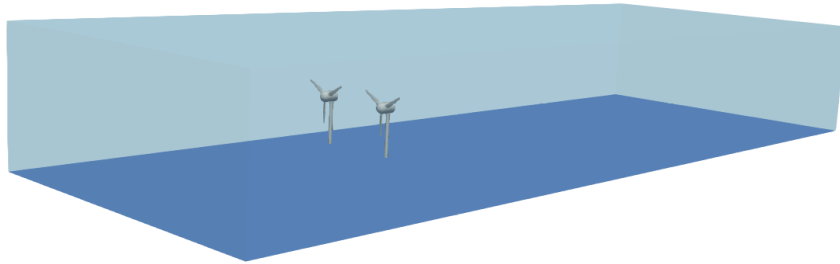


**Slika 3.3.5:** Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije koaksijalne turbine, udaljene  $7d_t$ .

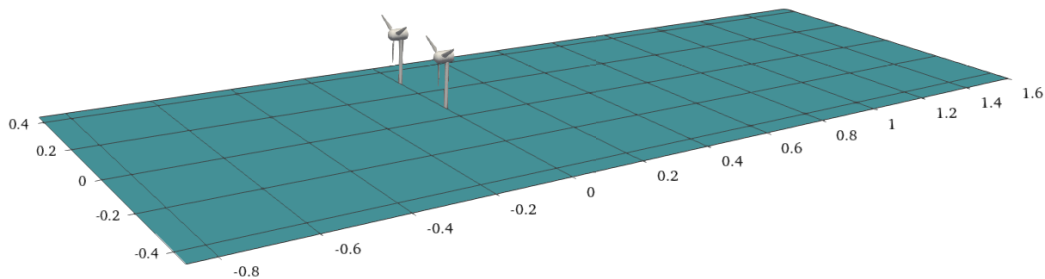


**Slika 3.3.6:** Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije koaksijalne turbine međusobno udaljene  $7d_t$ .

4. konfiguracija: dvije turbine postavljene bočno jedna do druge na udaljenosti od  $1,5d_t$ , odnosno 0,225 m, asimetrično u kanalu,  $1d_t$  od ruba kanala, slike 3.3.7 i 3.3.8.



**Slika 3.3.7:** Trodimenzionalni prikaz kanala s dvije turbine postavljene jedna do druge.



**Slika 3.3.8:** Prostorni prikaz smještaja dviju turbina za konfiguraciju kanala s dvije turbine smještene jedna do druge.

U tablici 3.3.1 navedene su veličine kanala za svaku konfiguraciju.

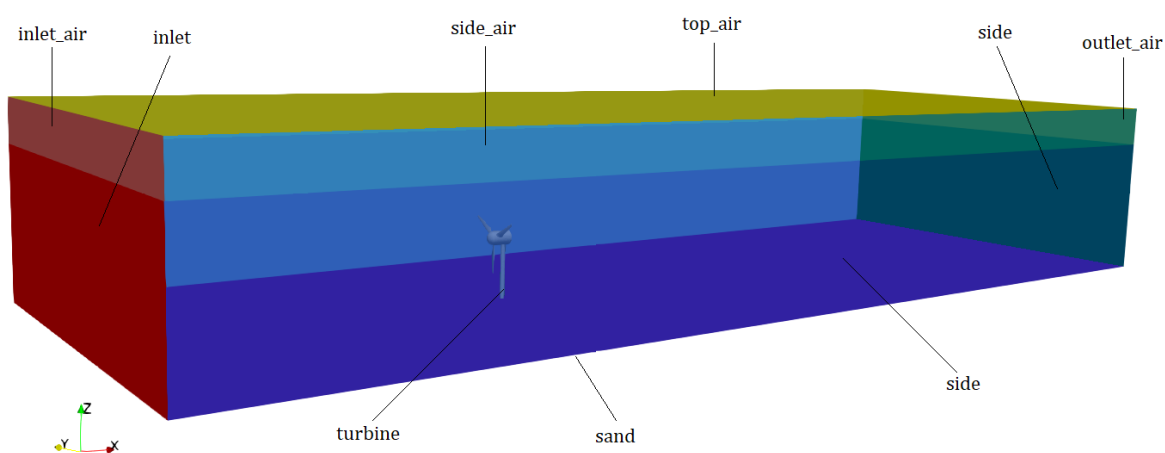
**Tablica 3.3.1:** Dimenzije kanala i udaljenost (prve) turbine od prednje granice za sve konfiguracije.

| Veličina   | Konfiguracija 1 | Konfiguracija 2 | Konfiguracija 3 | Konfiguracija 4 |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $B$        | 0,9 m           | 0,9 m           | 0,9 m           | 0,9 m           |
| $H$        | 0,28 m          | 0,28 m          | 0,28 m          | 0,28 m          |
| $L_k$      | 2,459 m         | 3,026 m         | 3,476 m         | 2,459 m         |
| $\Delta x$ | 0,826 m         | 0,826 m         | 0,826 m         | 0,826 m         |

Širina kanala označena je s  $B$ ,  $H$  označava visinu vode u kanalu,  $L_k$  je duljina kanala, a  $\Delta x$  udaljenost turbine od prednje granice kanala, a ako je riječ o konfiguraciji s dvije turbine, onda se ova veličina odnosi na turbinu bližu prednjoj granici.

### 3.4 Proračunske mreže

Za sve konfiguracije napravljene su trodimenzionalne strukturirane mreže s heksaedarskim ćelijama, što pridonosi smanjenju numeričke difuzije, te zbog manje dimenzije linearnog sustava ubrzava proces numeričkog rješavanja jednačbi.



**Slika 3.4.1:** Trodimenzionalna proračunska domena s vanjskim graničnim plohama.

Mreže za sve konfiguracije napravljene su u softveru Pointwise, specializiranom za izradu mreža. Zbog otežane i dugotrajne izrade mreže oko same turbine, komad mreže oblika kocke duljine brida 0,2 m koji sadrži lopatice, kućište i dio stupa turbine rađen je iz pomoću cfMesh algoritma za automatizirane nestrukturirane mreže. Na Slici 3.4.1 prikazana je domena s označenim vanjskim rubnim plohama, na primjeru prve konfiguracije, a na slici 3.4.2 vide se detalji mreže oko turbine. Mreže su povezane GGI rubnim uvjetom, a fizički efekti okretanja turbine ostvareni su pomoću MRF zone. Domena je podijeljena na dio s vodom i dio sa zrakom, između kojih se nalazi slobodna površina. Budući da na dnu nema definirane pješčane faze, sve promjene u morfologiji dna očitavaju se u prostornim promjenama donje granice domene, zbog čega dolazi do njene deformacije i potrebno je koristiti `dynamicMesh` zonu.

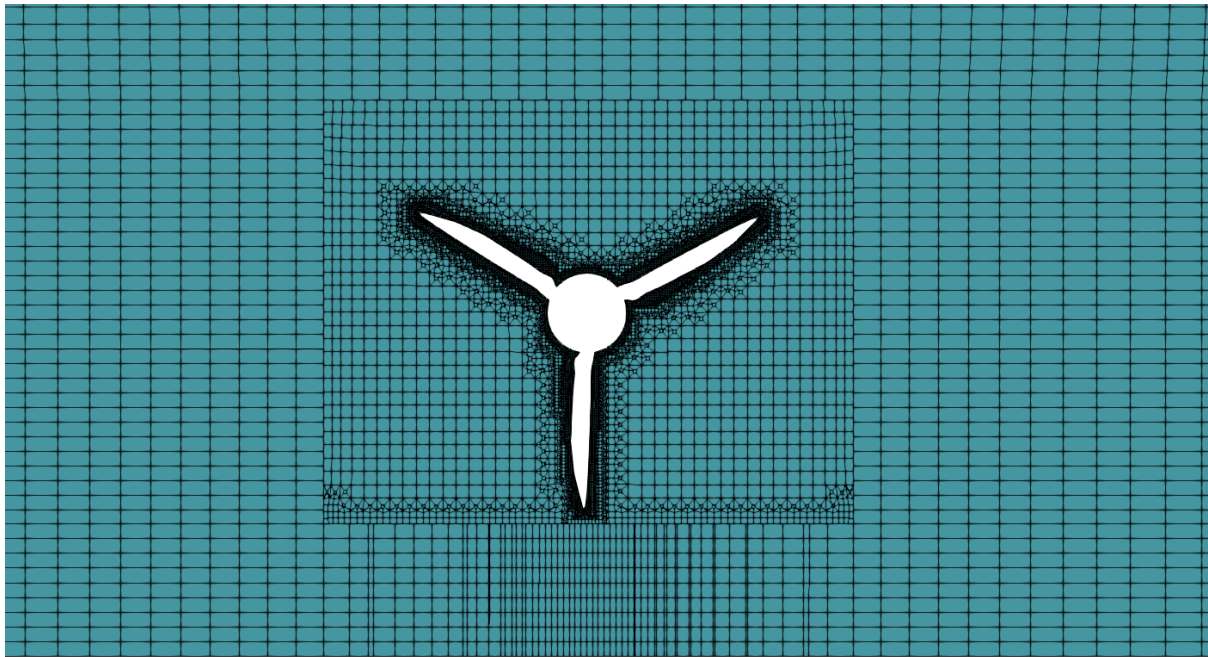
U Tablici 3.4.1 dan je pregled veličina mreža za pojedine konfiguracije.

**Tablica 3.4.1:** Pregled veličina mreža za pojedine konfiguracije.

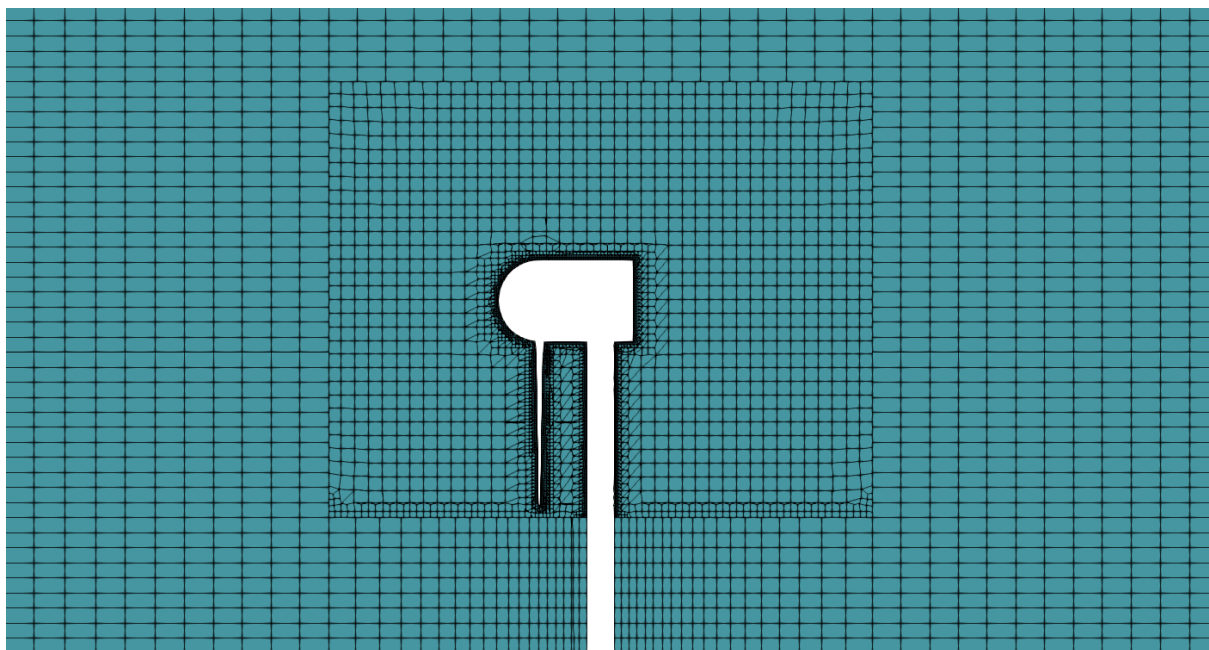
|                        | Ukupan broj ćelija | Mreža kanala | Mreža oko jedne turbine |
|------------------------|--------------------|--------------|-------------------------|
| <b>Konfiguracija 1</b> | 817 269            | 616 415      | 200 853                 |
| <b>Konfiguracija 2</b> | 1 103 242          | 701 520      | 200 861                 |
| <b>Konfiguracija 3</b> | 1 249 188          | 844566       | 202 311                 |
| <b>Konfiguracija 4</b> | 1 061 739          | 662 957      | 199 391                 |

Iako mreže imaju relativno mali broj kontrolnih volumena (ćelija), njihova je gustoća optimirana za prikaz pojava u strujanju iza turbine, tj. gradijenta varijabli koji se značajno mijenjaju uz geometriju i u vrtložnom tragu.

Zbog računalne zahtjevnosti pomaka točaka (deformacija) mreže u `dynamicMesh` funkciji, potrebno je naći kompromis između prihvatljive točnosti rezultata i vremena za numerički proračun, što je napravljeno metodom pokušaj-pogreška.



(a) pogled okomito na presjek po x osi



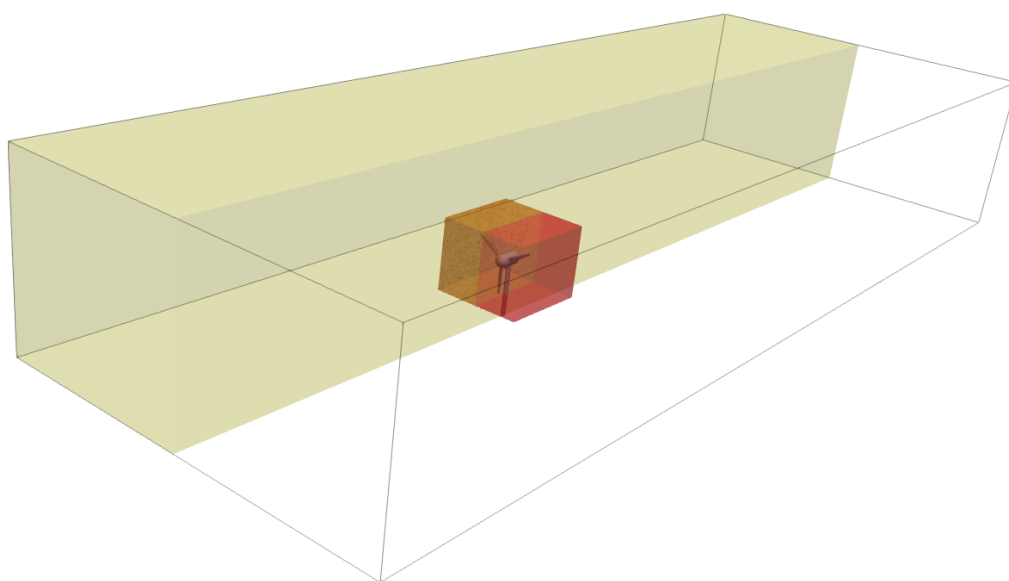
(b) pogled okomito na presjek po y osi

**Slika 3.4.2:** Detalji presjeka mreže oko turbine.

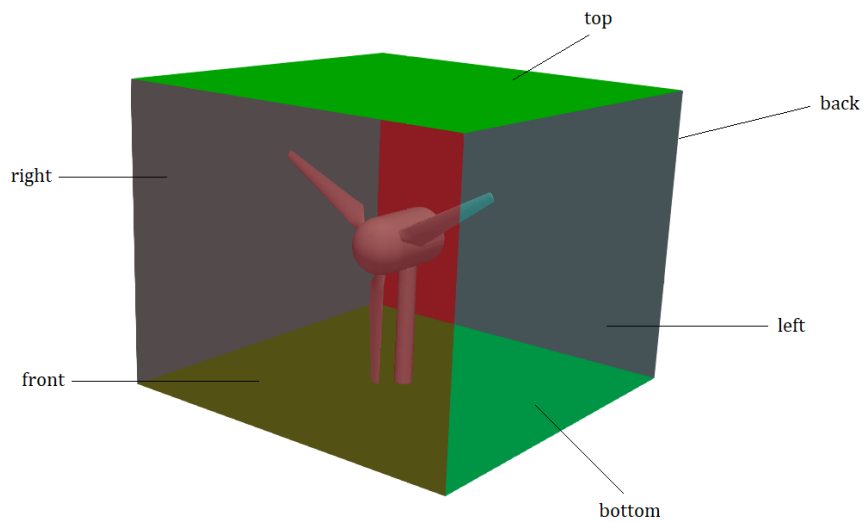


### 3.4.1 General Grid Interface

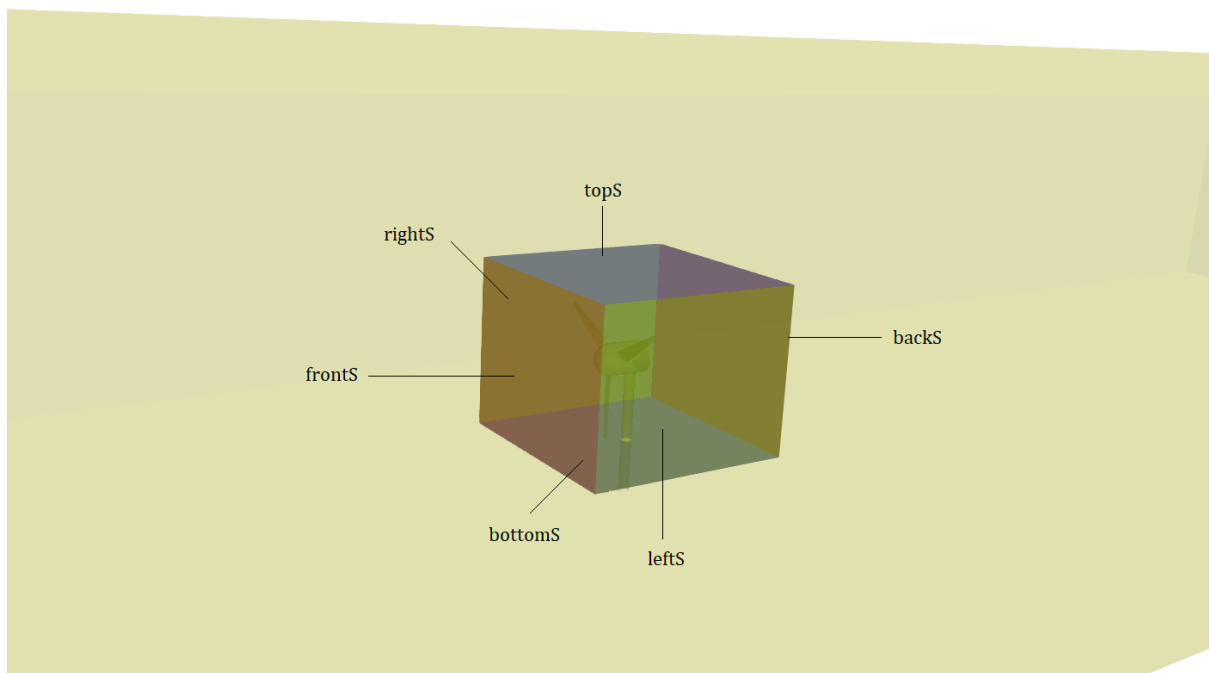
Kako mreža kanala i manja mreža (odn. mreže) s turbinom moraju činiti jednu cjelinu, uvodi se *General Grid Interface* (GGI) rubni uvjet, opisan u prethodnom poglavlju. Na slici 3.4.3 prikazan je spoj ovih mreža na primjeru konfiguracije s jednom turbinom, a na slici 3.4.4 vidi se manja mreža s turbinom i označenim plohami (top, bottom, left, right, front, back), a ekvivalentne plohe na mreži kanala, koje predstavljaju tzv. shadow patch, prikazane su na slici detalja mreže kanala 3.4.5, s označenim plohami (topS, bottomS, leftS, rightS, frontS, backS).



**Slika 3.4.3:** Prikaz spoja dviju mreža.



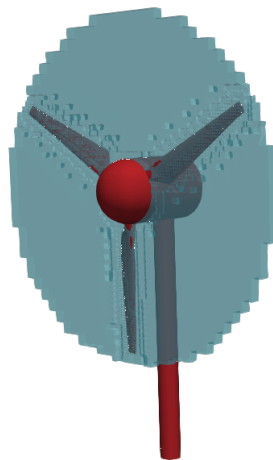
**Slika 3.4.4:** Prikaz ploha na granici mreže oko turbine.



**Slika 3.4.5:** Detalj mreže kanala s plohami na granici s manjom mrežom.

### 3.4.2 Multiple Reference Frame

Budući da je u radu simuliran rad turbine u slobodnom toku fluida, potrebno je zadati kružno gibanje turbine u odnosu na aksijalno strujanje fluida. To je postignuto pomoću *Multiple Reference Frame* zone, koja je opisana u prethodnom poglavlju. Određena je cilindrična zona ćelija promjera 0,16 m i duljine 0,002 m, sa središtem na osi kućišta turbine, koja je definirana kao MRF zona pojedine turbine i u obzir uzima sile koje će djelovati na čestice fluida zbog okretanja rotora turbine.



**Slika 3.4.6:** MRF zona oko turbine.

### 3.4.3 Rubni uvjeti

Za sve prethodno definirane plohe potrebno je definirati uvjete iz okoline, tj. rubne uvjete. Plohe turbine i dna definirane su kao zidovi (wall), dok su plohe inlet, inlet\_air, outlet, outlet\_air, side, side\_air, top\_air definirane kao generičke plohe (patch). Plohe koje opisuju granice između mreže kanala i manje mreže s turbinom, definirane su kao ggi plohe.

Voda ulazi na plohi inlet, izlazi na plohi outlet, a isto vrijedi i za plohe inlet\_air i outlet\_air, samo što je u tom slučaju fluid zrak. Top\_air ploha definira gornju granicu domene, a sand donju. Bočne strane side i side\_air definirane su za vodu, odnosno za zrak, Tablica 3.4.2 i 3.4.3

**Tablica 3.4.2:** Pregled vanjskih rubnih ploha domene.

| Naziv plohe | Vrsta plohe |
|-------------|-------------|
| inlet       | patch       |
| inlet_air   | patch       |
| outlet      | patch       |
| outlet_air  | patch       |
| side        | patch       |
| side_air    | patch       |
| top_air     | patch       |
| sand        | wall        |
| turbine     | wall        |

**Tablica 3.4.3:** Pregled unutarnjih rubnih ploha domene.

| Naziv plohe | Vrsta plohe | Odgovarajući par |
|-------------|-------------|------------------|
| front       | ggi         | frontS           |
| frontS      | ggi         | front            |
| back        | ggi         | backS            |
| backS       | ggi         | back             |
| top         | ggi         | topS             |
| topS        | ggi         | top              |
| bottom      | ggi         | bottomS          |
| bottomS     | ggi         | bottom           |
| left        | ggi         | leftS            |
| leftS       | ggi         | left             |
| right       | ggi         | rightS           |
| rightS      | ggi         | right            |

U konfiguracijama s dvije turbine, vrijede isti uvjeti koji su navedeni u tablicama 3.4.2 i 3.4.3, samo što će ploha na kojima se primjenjuje GGI biti dvostruko više, pa će plohe vezane uz turbinu 1, imati indeks 1 u nazivu, a plohe vezane uz turbinu 2, indeks 2.

Jedan od glavnih problema točnog rješavanja jednadžbi opisanih u prethodnom poglavlju je definiranje rubnih uvjeta na svim ploham domene.

### *Ulazne, izlazne i bočne plohe*

*Dirichletov* rubni uvjet (`fixedValue`) zadan je na ulaznoj plohi, i za zrak i za vodu, za brzinu  $\mathbf{u}$ , te za volumni udio faza  $\alpha$ , koncentraciju sedimenta  $c$ , brzinu gibanja dinamičke mreže, turbulentnu kinetičku energiju  $k$  i specifičnu brzinu disipacije turbulencije  $\omega$ . *Neumannov* rubni uvjet (`zeroGradient`) na ulaznoj plohi, također za obje faze, zadan je za dinamički tlak  $p_d$  i brzinu sedimentacije  $v_S$ , dok turbulentna viskoznost  $\nu_t$  nije definirana, već se treba izračunati (uvjet `calculated`).

Na izlaznoj plohi za obje faze zadan je *Neumannov* rubni uvjet za vrijednosti  $v_S$  i  $p_d$  vode, dok je za  $p_d$  zraka definiran *Dirichletov* rubni uvjet. Turbulentna viskoznost  $\nu_t$  ni ovdje nije definirana, već se treba izračunati. Miješani rubni uvjeti zadani su za vrijednosti  $\alpha$ ,  $c$ , brzinu gibanja dinamičke mreže,  $\omega$ ,  $k$  i  $\mathbf{u}$ .

Na bočnim plohama, također za obje faze, zadan je *Neumannov* rubni uvjet za vrijednosti  $p_d$ ,  $v_S$ ,  $k$  i  $\omega$ . Turbulentna viskoznost  $\nu_t$  ni ovdje nije definirana, već se treba izračunati. Miješani rubni uvjeti zadani su za  $\alpha$ ,  $c$ , brzinu gibanja dinamičke mreže i  $\mathbf{u}$ .

Dinamička komponenta tlaka definirana je na većini ploha kao *Neumannov* rubni uvjet zbog promjene hidrostatskog tlaka na granici slobodne površine, gdje ne bi bilo jednostavno definirati statičku komponentu tlaka.

### *Plohe turbine*

Plohe turbine definirane su kao zid, zbog čega su vrijednosti  $k$ ,  $\omega$  i  $\nu_t$  definirane odgovarajućim zidnim funkcijama. *Dirichletov* rubni uvjet zadan je za vrijednosti brzinu gibanja mreže i  $\mathbf{u}$ , a *Neumannov* uvjet zadan je za  $\alpha$ ,  $p_d$ ,  $v_S$  na kućištu i lopaticama te za  $c$ . Za  $v_S$  na stupu definiran je miješani rubni uvjet.

### *Atmosfera*

Na gornjoj plohi definiran je *Dirichletov* rubni uvjet za  $\alpha$ ,  $p_d$  i brzinu gibanja mreže, dok je *Neumannov* rubni uvjet zadan za  $v_S$ .  $\nu_t$  se i ovdje se treba izračunati, a miješani uvjeti zadani su za  $k$ ,  $\omega$ ,  $c$  i  $\mathbf{u}$ .

### *Sediment*

Za sediment su definirani rubni uvjeti za sve gore navedene veličine, koje se odnose na 3D proračunsku mrežu. Kako je opisano u prethodnom poglavlju, tok, turbulencija i suspendirani sediment rješavaju se u 3D domeni, dok se sediment i Exnerova jednadžba rješavaju na 2D mreži dna, koja se definira za potrebe *Finite Area* metode.

Za 3D mrežu definirani su *Dirichletovi* rubni uvjeti za  $\alpha$ , brzinu gibanja mreže i  $\mathbf{u}$ , dok su za

$p_d$ ,  $v_s$  i  $c$  definirani *Neumannovi* rubni uvjeti. Vrijednosti  $k$ ,  $\omega$  i  $v_t$  definirane su odgovarajućim zidnim funkcijama.

Za 2D mrežu zadani su *Neumannovi* rubni uvjeti za promjenu visine sedimenta  $\eta$  za izlazni i bočni brid te brid stupa turbine. Na ulaznom bridu definiran je *Dirichletovi* uvjet. Za vektor pomaka sedimenta  $\mathbf{q}_b$  na ulaznom bridu definiran je *Dirichletov* rubni uvjet, na izlaznom bridu *Neumannov* uvjet. Za bočni brid i brid stupa turbine zadan je miješani rubni uvjet.

Ostale plohe definirane su kao sučelja u *General Grid Interface* (GGI) rubni uvjet.

Bez obzira na razlike u geometrijama konfiguracija, korišteni su isti rubni uvjeti.

### 3.5 Zaključak

U ovom poglavlju predstavljena je geometrija turbine koja se koristila u ovom radu, uz odgovarajuće dimenzije. Zatim su opisane četiri konfiguracije kanala i turbina koje će se promatrati u ovom radu: kanal s jednom turbinom, kanal s dvije turbine postavljene koaksijalno na udaljenosti  $4d_t$ , kanal s dvije turbine postavljene koaksijalno na udaljenosti  $7d_t$  te kanal s dvije turbine postavljene bočno jedna do druge na udaljenosti  $1,5d_t$ . Navedene konfiguracije prikazane su slikama, uz prikaz prostornog rasporeda turbina u kanalima. Nadalje, predstavljena je proračunska mreža s odgovarajućim rubnim plohamama. Ukratko je predstavljena primjena GGI-a i MRF-a, uz slikovne prikaze. Na kraju, definirani su rubni uvjeti za sve veličine koje se u ovom radu promatraju, na svim plohamama.

U sljedećem poglavlju predstaviti će se rezultati simulacija svih konfiguracija, dobivene pomoću foam-extend-a. Dobiveni rezultati će se usporediti međusobno i s dostupnom literaturom.

# Poglavlje 4

## Rezultati

### 4.1 Uvod

U prethodnom poglavlju predstavljena je geometrija turbine i kanala prema kojima su se definirale postavke simulacija. Definirane su četiri konfiguracije za koje će se ispitati određena svojstva i promjene - jedna turbina na sredini kanala, dvije turbine međusobno udaljene  $4 d_t$ , odnosno 0,6 m, te  $7 d_t$ , odnosno 1,05 m, također na sredini kanala te dvije turbine jedna do druge, koje se nalaze uz rub samog kanala.

U ovome poglavlju bit će prikazana polja brzina strujanja u kanalu, turbulentna kinetička energija u iza turbina, promjena slobodne površine zbog utjecaja turbina, morfološke promjene dna, odnosno sedimenta te suspenzija sedimenta u vodi.

Dobiveni rezultati uspoređivat će se međusobno te kvalitativno s dostupnom literaturom [4], [25], [26], s kojom nije moguće uspoređivati kvantitativno zbog manjka definiranih parametara u literaturi.

### 4.2 Postavke simulacija

U ovome poglavlju prikazat će se rezultati simulacija nakon 5000 vremenskih koraka, što odgovara 500 sekundi stvarnog vremena, za sve četiri konfiguracije. U tablici 4.2.1 popisani su svi rubni uvjeti na plohama, a u tablici 4.2.2 popisani su rubni uvjeti za metodu kontrolnih površina. Plohe koje nisu spomenute u tablicama imaju ggi rubni uvjet za sve varijable.

Tablica 4.2.1: Rubni uvjeti na graničnim plohama.

| Ploha      | $\alpha$                                 | $c$                                      | $k$ [J/kg]   | $v_t$ [m/s <sup>2</sup> ]            | $\omega$ [s <sup>-1</sup> ]                        | $p_d$ [Pa]                                 | $\mathbf{u}$ [m/s]  | $v_s$ [m/s]                           |
|------------|--|--|--|--------------------------------------|--|--|---|---------------------------------------|
| inlet      | fixedValue;<br>uniform 1;                | fixedValue;<br>uniform 0;                | fixedValue;<br>uniform 0.000759;                       | calculated;<br>uniform 0;            | fixedValue;<br>uniform 0.7594;                     | zeroGradient                               | freeSurfaceParabolicVelocity;<br>uniform ( $u_x$ 0 0);    | zeroGradient                          |
| outlet     | inletOutlet;<br>uniform 1;<br>uniform 1; | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0.000759;<br>uniform 0.000759; | calculated;<br>uniform 0;            | inletOutlet;<br>uniform 0.7594;<br>uniform 0.7594; | zeroGradient                               | inletOutlet;<br>uniform (0 0 0);<br>uniform ( $u_x$ 0 0); | zeroGradient                          |
| side       | inletOutlet;<br>uniform 1;<br>uniform 1; | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | zeroGradient   | calculated;<br>uniform 0;            | zeroGradient                                       | zeroGradient                               | slip;<br>uniform ( $u_x$ 0 0);                            | zeroGradient                          |
| sand       | inletOutlet;<br>uniform 1;<br>uniform 1; | zeroGradient                             | kqRWallFunction;<br>uniform 0.000759;                  | nutkRoughWallFunction;<br>uniform 0; | omegaWallFunction;<br>uniform 0.7594;              | zeroGradient                               | movingWallVelocity;<br>uniform (0 0 0);                   | zeroGradient                          |
| turbine    | zeroGradient                             | zeroGradient                             | kqRWallFunction;<br>uniform 0.000759;                  | nutkWallFunction;<br>uniform 0;      | omegaWallFunction;<br>uniform 0.7594;              | zeroGradient                               | fixedValue;<br>uniform (0 0 0);                           | fixedNormalSlip;<br>uniform (0 0 0);* |
| inlet_air  | fixedValue;<br>uniform 0;                | fixedValue;<br>uniform 0;                | fixedValue;<br>uniform 0.000759;                       | calculated;<br>uniform 0;            | fixedValue;<br>uniform 0.7594;                     | zeroGradient                               | fixedValue;<br>uniform ( $u_x$ 0 0);                      | zeroGradient                          |
| outlet_air | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0.000759;<br>uniform 0.000759; | calculated;<br>uniform 0;            | inletOutlet;<br>uniform 0.7594;<br>uniform 0.7594; | totalPressure;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | pressureInletOutletVelocity;<br>uniform (0 0 0);          | zeroGradient                          |
| side_air   | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | zeroGradient   | calculated;<br>uniform 0;            | zeroGradient                                       | zeroGradient                               | slip;<br>uniform ( $u_x$ 0 0);                            | zeroGradient                          |
| top_air    | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | inletOutlet;<br>uniform 0.000759;<br>uniform 0.000759; | calculated;<br>uniform 0;            | inletOutlet;<br>uniform 0.7594;<br>uniform 0.7594; | totalPressure;<br>uniform 0;<br>uniform 0; | pressureInletOutletVelocity;<br>uniform (0 0 0);          | zeroGradient                          |

\* za lopatice i kućište postavljen je zeroGradient rubni uvjet



**Tablica 4.2.2:** Rubni uvjeti na graničnim plohamo za metodu kontrolnih površina.

| Ploha  | $\eta_s$ [m]              | $q_{conv}$ [m <sup>2</sup> /s]           |
|--------|---------------------------|--|
| side   | zeroGradient              | slip;                                    |
| inlet  | fixedValue;<br>uniform 0; | fixedValue;<br>uniform (0 0 0);          |
| outlet | zeroGradient              | inletOutlet;<br>uniform 0;<br>uniform 0; |
| tower  | zeroGradient              | slip;                                    |

U tablici 4.2.3 popisane su korištene konstante i parametri simulacija.

**Tablica 4.2.3:** Konstante i parametri simulacija

| Veličina | Iznos                             |
|----------|-----------------------------------|
| $D_{50}$ | 0,0018 m                          |
| $\rho_S$ | 2650 kg/m <sup>3</sup>            |
| $\rho_W$ | 1000 kg/m <sup>3</sup>            |
| $\rho_A$ | 1 kg/m <sup>3</sup>               |
| $\mu_S$  | 0,63                              |
| $n$      | 0,65                              |
| $C$      | 1,5                               |
| $\omega$ | 37,8 s <sup>-1</sup>              |
| $\nu_W$  | 10 <sup>-6</sup> m/s <sup>2</sup> |
| $\nu_A$  | 10 <sup>-5</sup> m/s <sup>2</sup> |

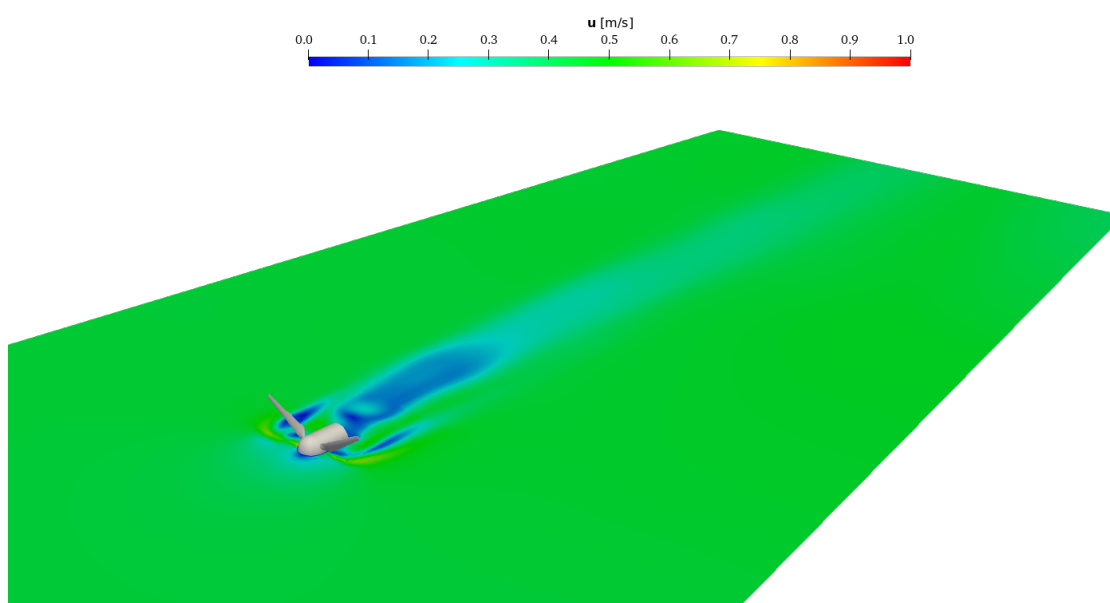
gdje je  $D_{50}$  srednja vrijednost veličine čestica pijeska [4],  $\rho_S$  je gustoća pijeska [27],  $\mu_S$  je koeficijent statičkog trenja čestica pijeska,  $n$  je poroznost dna, za koje su uzete pretpostavljene vrijednosti zbog nedostupnih podataka, a  $C$  je konstanta utjecaja lokalnog nagiba dna, koja može imati vrijednosti između 1,5 i 2,3 [5].  $\rho_W$  i  $\rho_A$  su gustoće vode i zraka,  $\omega$  je kutna brzina lopatica turbine, a  $\nu_W$  i  $\nu_A$  su dinamičke viskoznosti vode i zraka.

Voda struji aksijalno na turbinu, a brzina strujanja za prve tri konfiguracije iznosi  $\mathbf{u} = 0,45$  m/s, a za posljednju konfiguraciju  $\mathbf{u} = 0,61$  m/s, prema podacima iz [4], [25], [26].

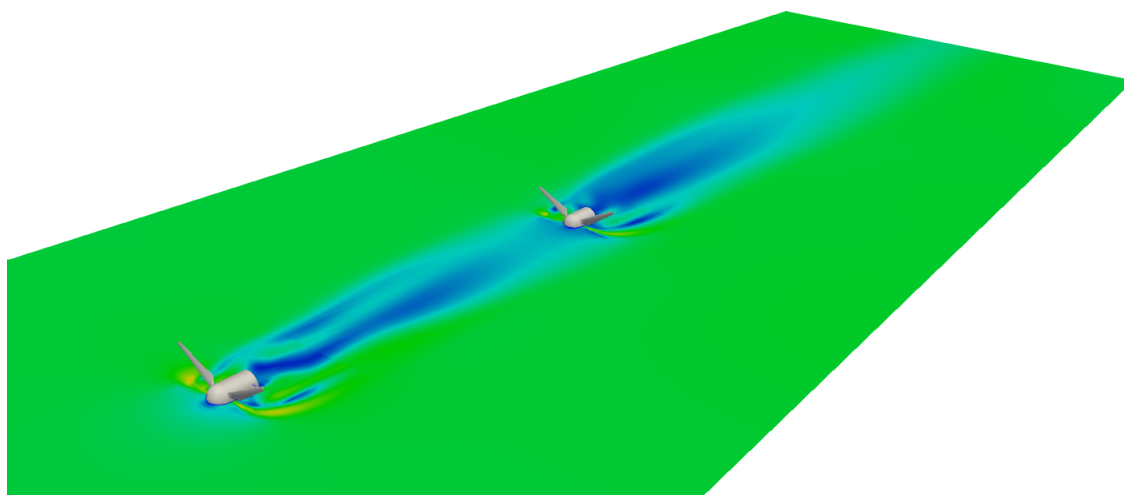
Vremenski korak simulacija iznosi 0,1 s, maksimalni Courantov broj iznosi 20 000, a maksimalni Courantov broj površinske kompresije iznosi 1000.

### 4.3 Polje brzina

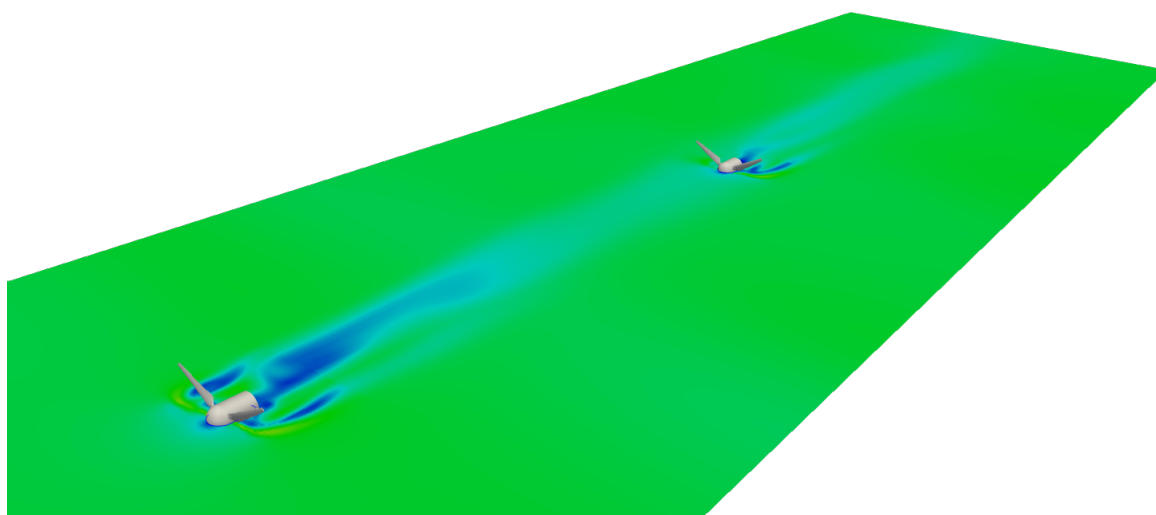
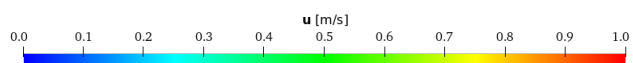
Na Slikama 4.3.1a - 4.3.1d prikazano je polje brzine za sve četiri konfiguracije, na presjeku po  $x - y$  ravnini u razini visine kućišta turbine. Kao što se može primijetiti, na konstantno polje brzine utječu turbine, oko kojih je brzina strujanja vode veća, a iza turbina se može primijetiti trag koji se ne uspijeva u potpunosti stabilizirati do kraja domene. Širina vrtložnog traga iza turbine, odnosno turbina, najveća je u drugoj konfiguraciji (4.3.1b), dok su u trećoj konfiguraciji (4.3.1c) tragovi iza turbina manji, što se može pripisati većoj udaljenosti između turbina.



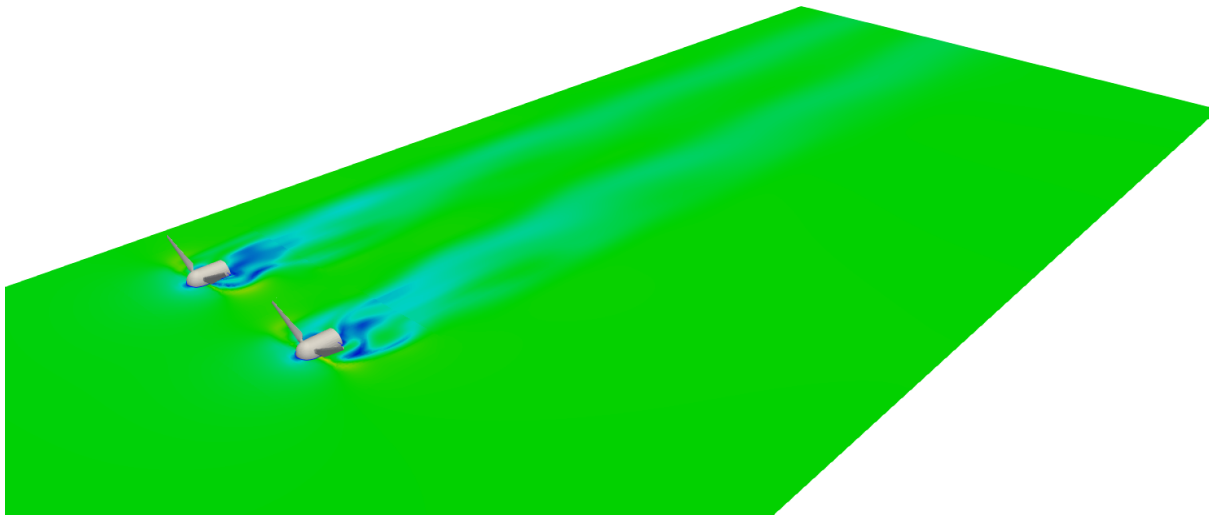
(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.



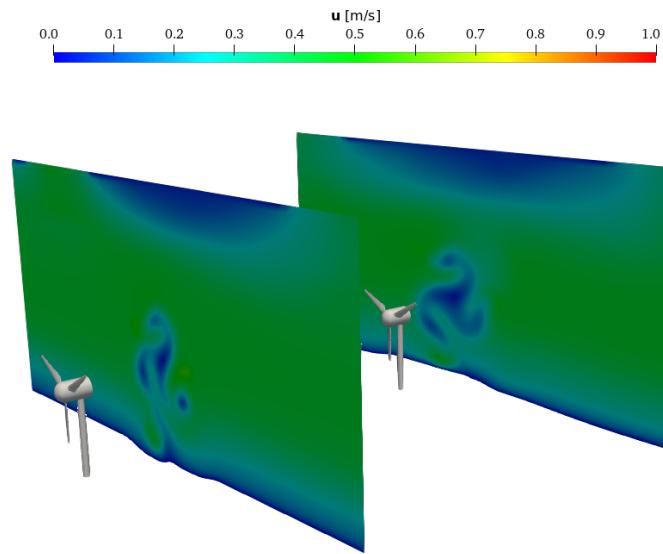
(c) Konfiguracija 3.



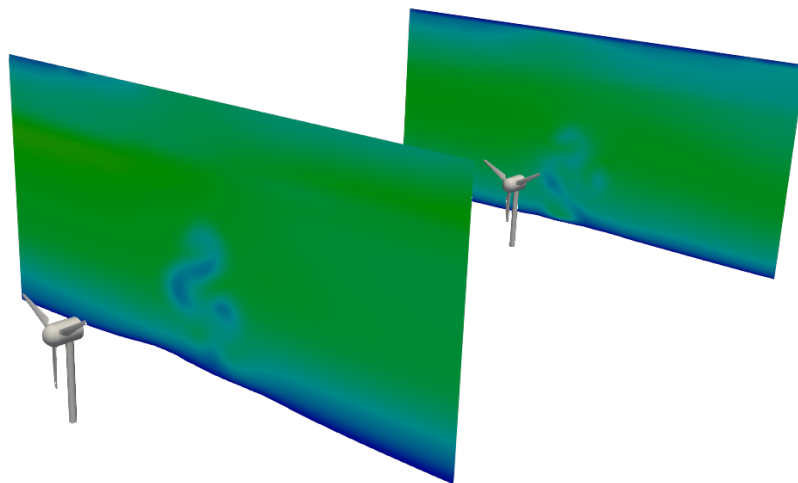
(d) Konfiguracija 4.

**Slika 4.3.1:** Polje brzine za sve četiri konfiguracije.

U nastavku, Slike 4.3.2 prikazuju strujanje vode na presjeku po  $y - z$  ravnini iza turbina. Na dnu kanala može se primjetiti granični sloj, u kojem brzina strujanja vode raste od nule do brzine strujanja fluida u kanalu zadane na ulaznoj plohi. Iza turbina su vidljivi vrtložni tragovi uzrokovani rotacijom turbina. Dio kinetičke energije strujanja prenosi se na turbinu, stoga iza turbine dolazi do pada kinetičke energije, što se očituje u smanjenju brzine strujanja.



(a) Konfiguracija 2.

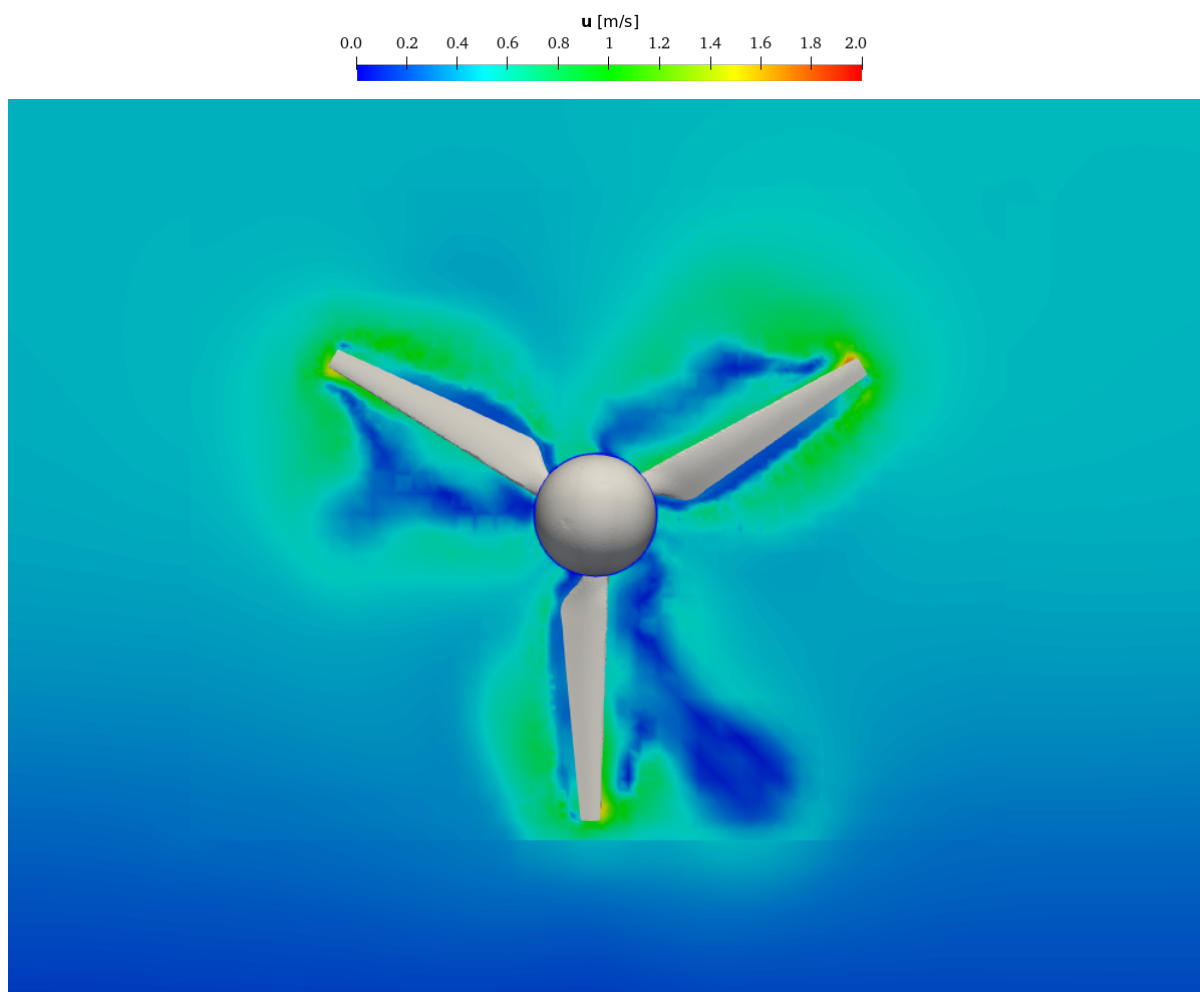


(b) Konfiguracija 3.

**Slika 4.3.2:** Presjeci polja brzina iza turbina.

S druge strane, oko samih lopatica povećana je brzina strujanja vode, što je prikazano na

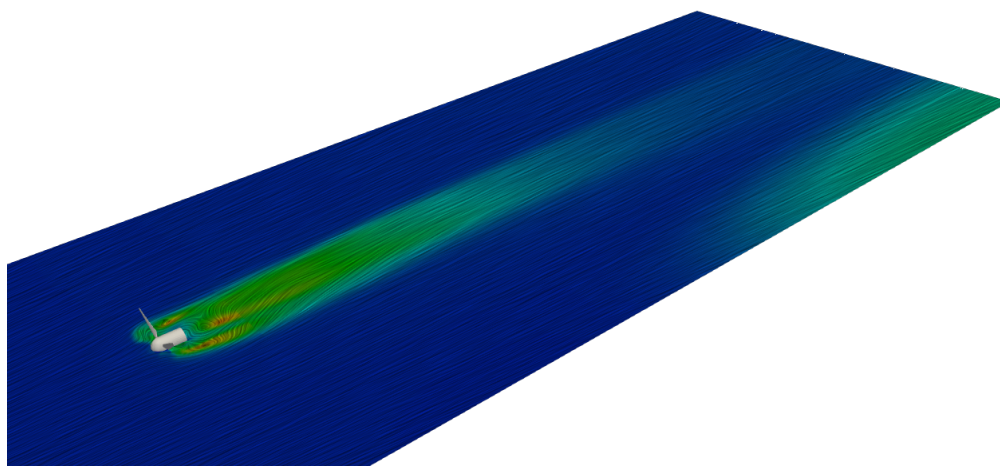
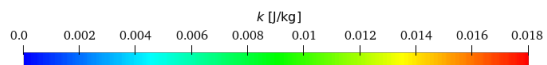
Slici 4.3.3



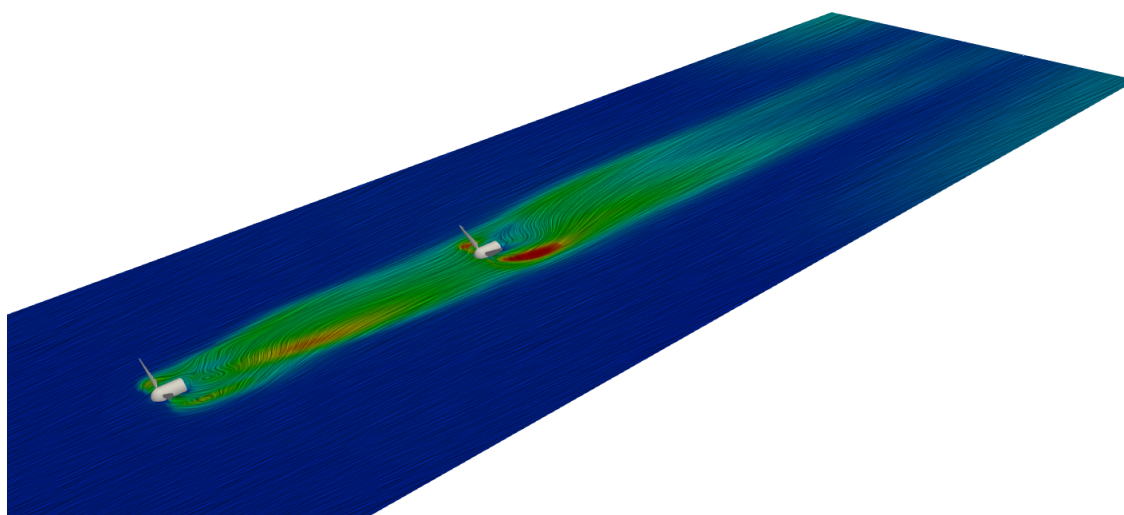
Slika 4.3.3: Polje brzine oko lopatica turbine.

## 4.4 Turbulentna kinetička energija

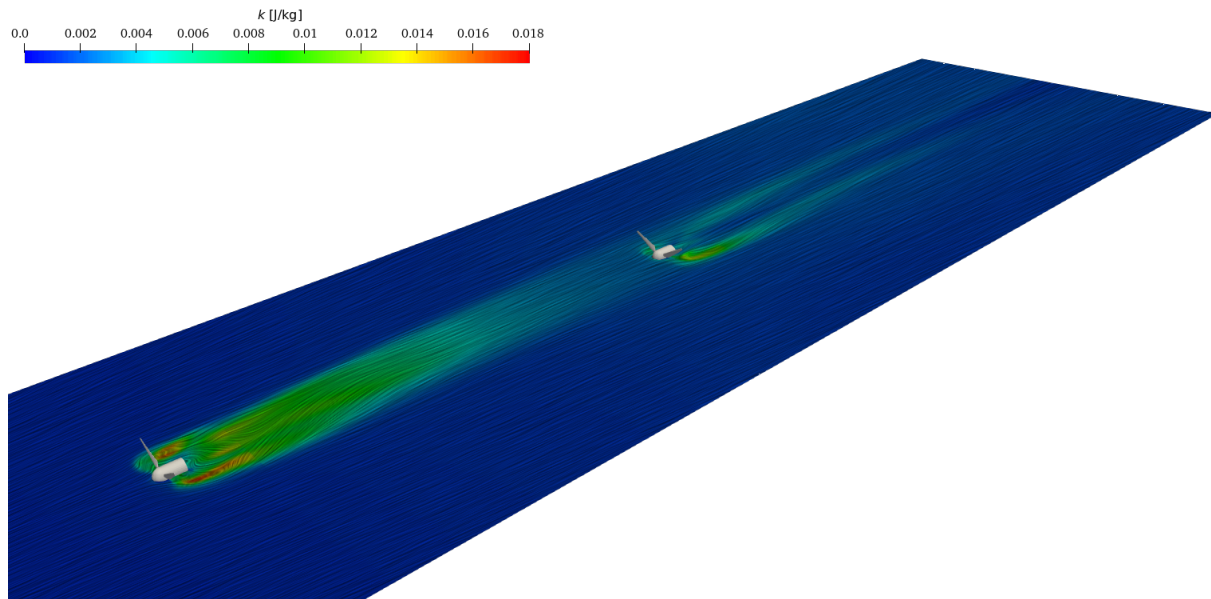
Kinetička turbulentna energija i strujnice prikazani su na slici 4.4.1, za presjek u  $x - y$  ravnini, u visini kućišta turbine. Može se primjetiti kako turbine imaju izražen utjecaj na strujanje vode iza same turbine, zbog turbulencije uzrokovane rotiranjem lopatica. Također je vidljivo da u koaksijalnim konfiguracijama udaljenost turbina igra značajnu ulogu po pitanju turbulentne kinetičke energije. U konfiguraciji 3 (4.4.1c) manja je turbulentna kinetička energija iza druge turbine, nego u konfiguraciji 2 (4.4.1b). Kao što je i očekivano, turbulencija je najjače izražena oko samih lopatica.



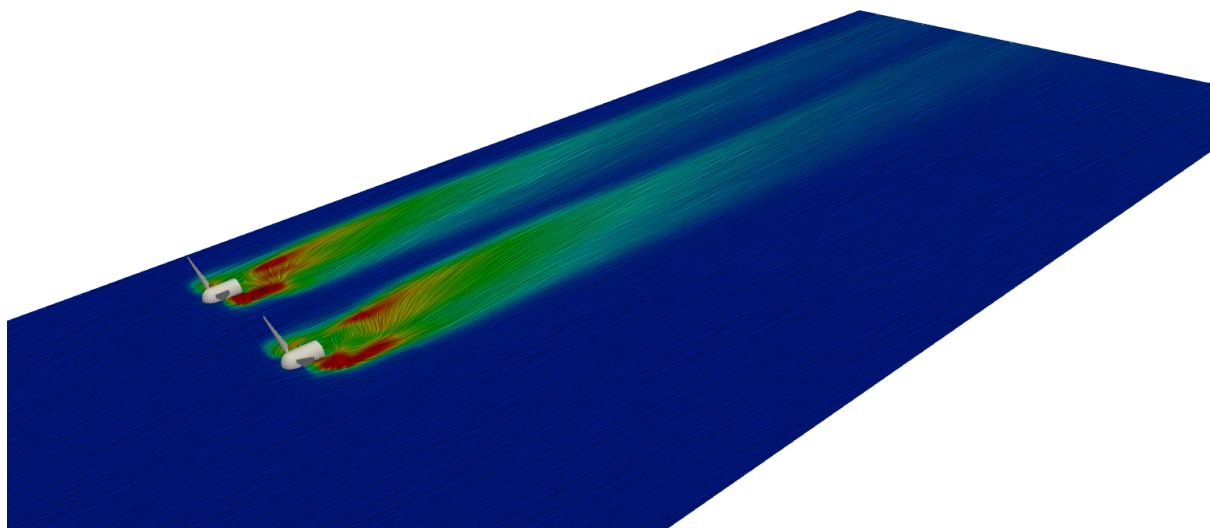
(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.



(c) Konfiguracija 3.



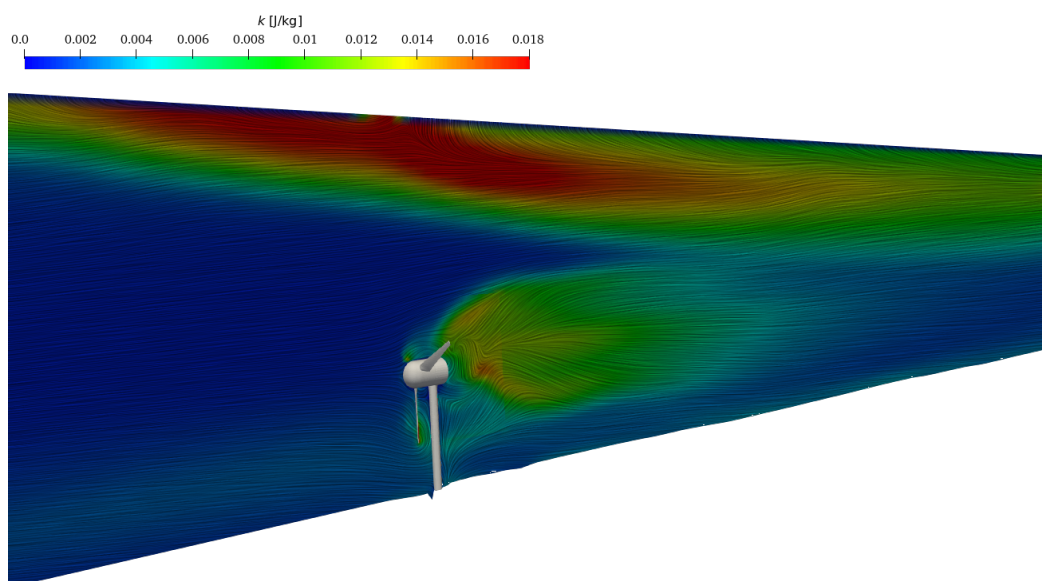
(d) Konfiguracija 4.

**Slika 4.4.1:** Turbulentna kinetička energija  $k$ , pogled odozgo.

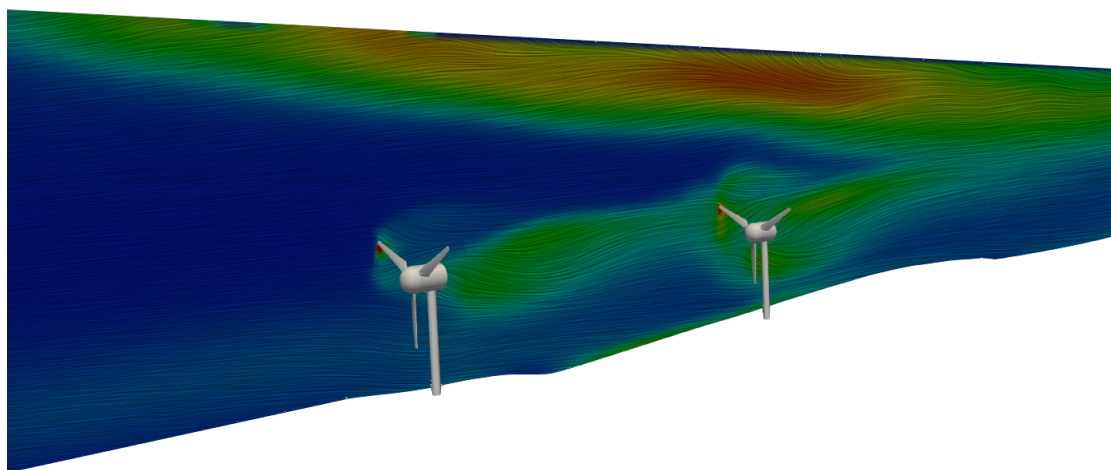
Slike 4.4.2a - 4.4.2d prikazuju raspodjelu turbulentne kinetičke energije iza turbina, po  $x - z$



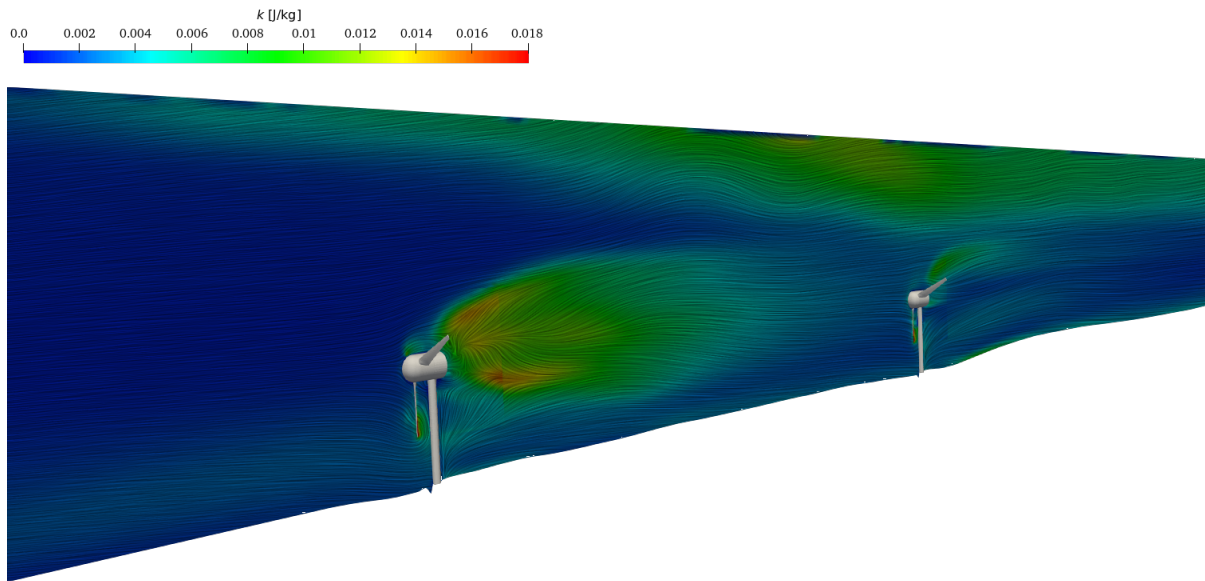
osi. Osim iza turbina, veće vrijednosti  $k$  mogu se primijetiti i u gornjem dijelu domene, u kojem se nalazi zrak.



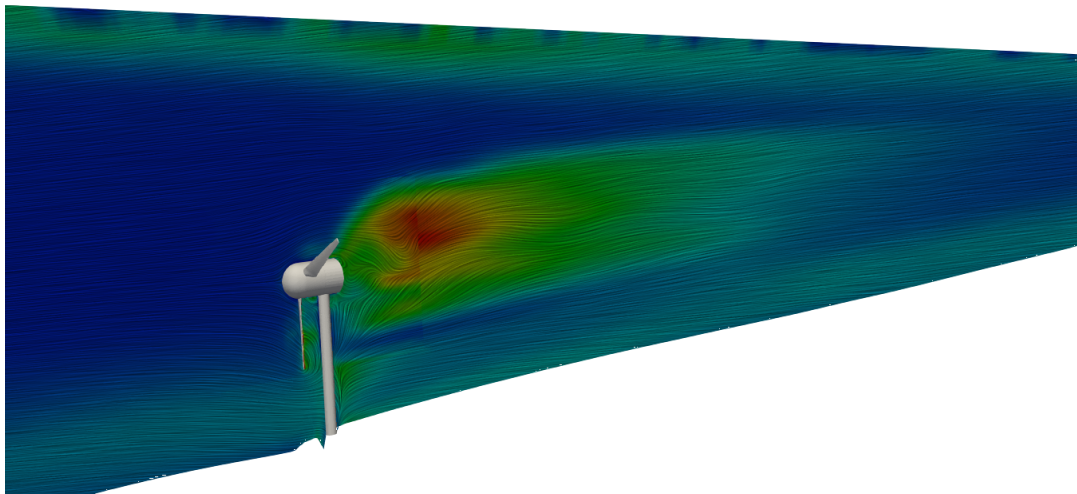
(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.



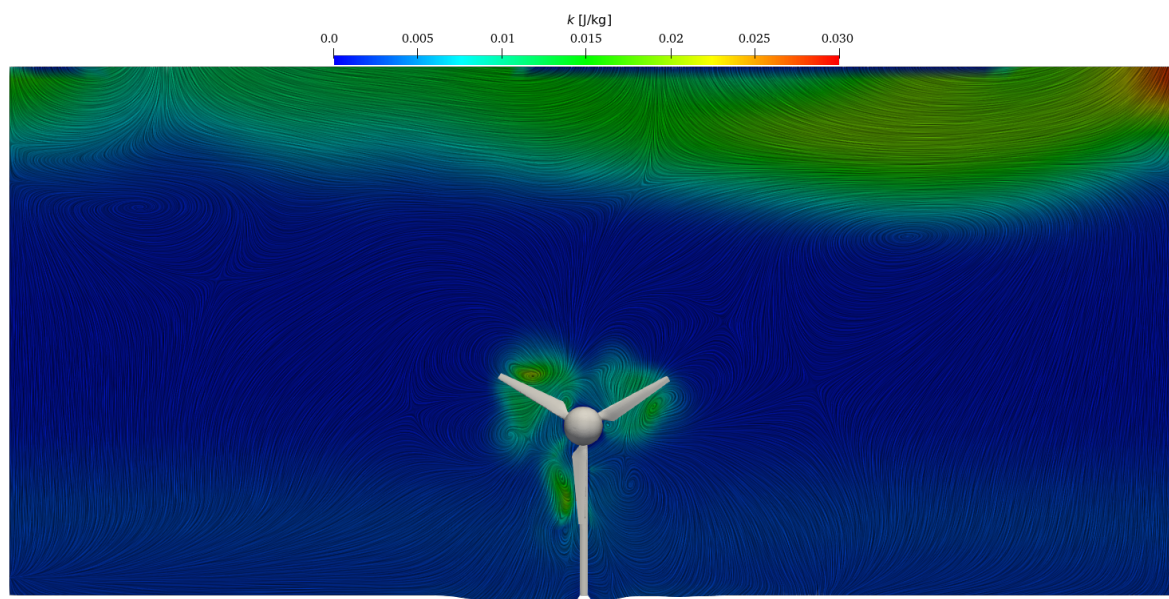
(c) Konfiguracija 3.



(d) Konfiguracija 4.

**Slika 4.4.2:** Turbulentna kinetička energija  $k$ , prikaz  $pox - z$  osi.

U nastavku je prikazana turbulentna kinetička energija neposredno iza lopatica turbina, na presjeku po  $y - z$  osi u smjeru strujanja vode, za jednu turbinu. Rezultati za ostale turbine vrlo su slični.



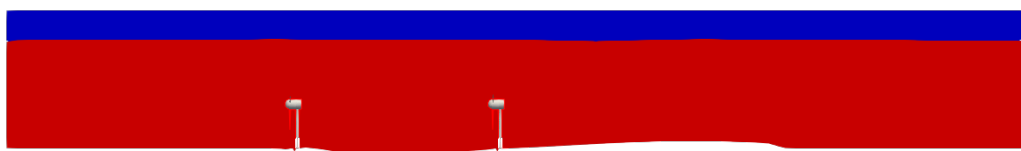
**Slika 4.4.3:** Turbulentna kinetička energija  $k$ , pogled u aksijalnom smjeru.

## 4.5 Slobodna površina

U simulacijama je proučavan utjecaj turbina i na slobodnu površinu. Na slici 4.5.1 prikazana je raspodjela faza unutar promatrane domene. Vrijednosti označene brojem 1 predstavljaju vodu, a vrijednosti označene 0 predstavljaju zrak. Može se primijetiti kako turbina nema značajan utjecaj na slobodnu površinu.



(a) Konfiguracija 1



(b) Konfiguracija 2



(c) Konfiguracija 3



(d) Konfiguracija 4

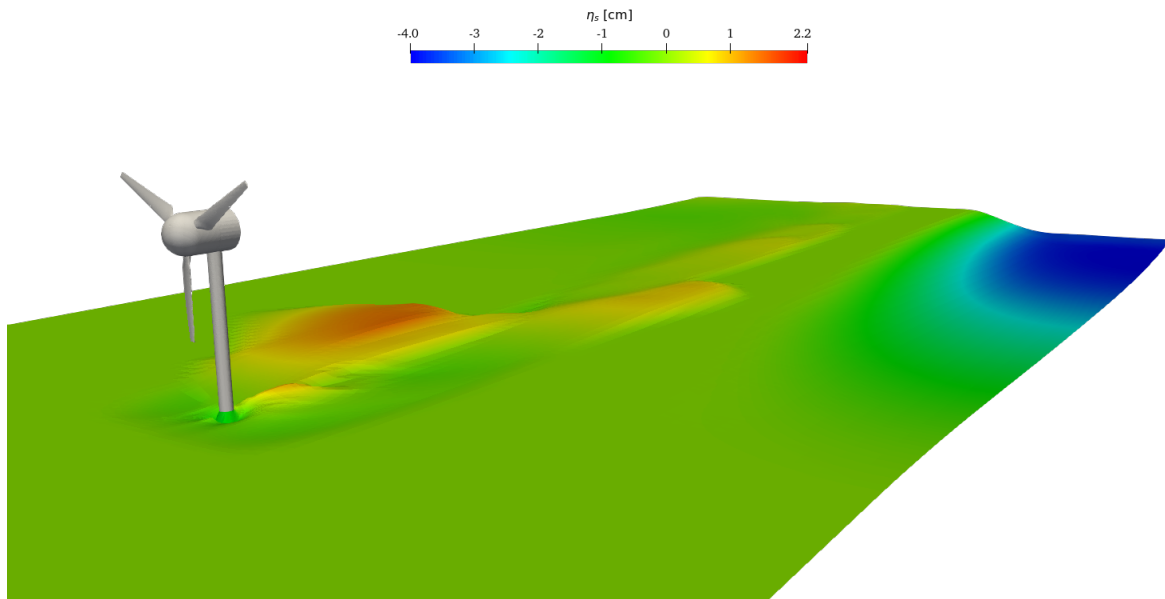
**Slika 4.5.1:** Prikaz slobodne površine.

## 4.6 Morfološke promjene dna

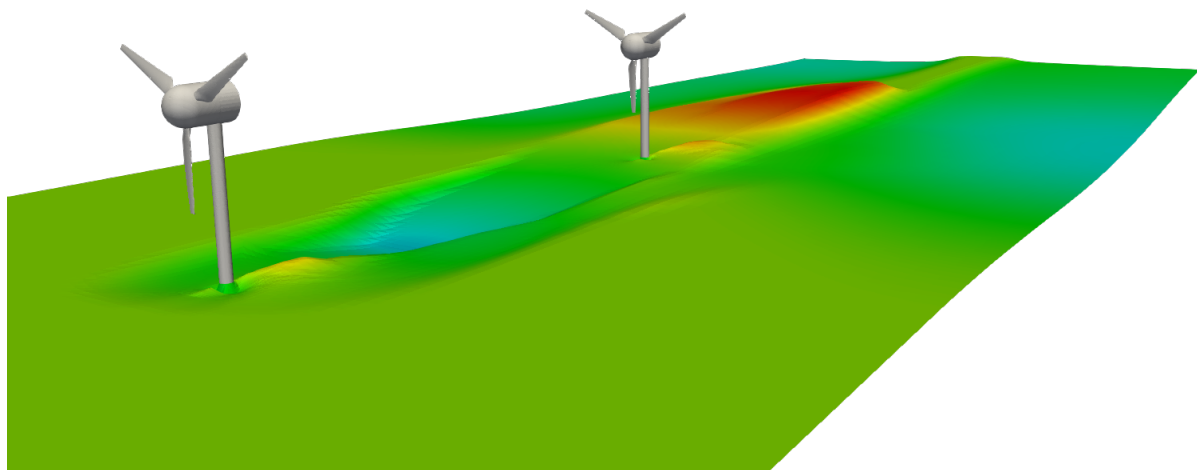
Na Slikama 4.6.1 i 4.6.2 prikazana je elevacija sedimentnog dna  $\eta_S$ , zbog utjecaja strujanja vode i turbine. Mogu se primjetiti lokalni utjecaji samih turbina, ali i nepropusne stijenke koja je definirana na bočnim stranama korita. Kod konfiguracija 1 (4.6.2a) i 2 (4.6.2b) dolazi do nastajanja udubina uz rub korita, dok kod konfiguracije 4 (4.6.2d), zbog položaja turbina bliže rubu, dolazi do porasta razine sedimenta i nastajanja dina. Na konfiguracijama 1 (4.6.2a) i 4 (4.6.2d) vidljivo je da iza turbina dolazi samo do porasta razine sedimenta, dok se na konfiguracijama 2 (4.6.2b) i 3 (4.6.2c) vide se drugačiji obrasci - iza prve turbine dolazi do manjeg porasta ili pada razine sedimenta, dok nakon druge turbine dolazi do značajnog porasta razine sedimenta.

Promjene na sedimentnom dnu dobivene simulacijom uočene su i u eksperimentalnim istraživanjima [4], Slika 4.6.3. Kvalitativnom usporedbom eksperimentalnih rezultata s rezultatima simulacija za konfiguracije 2 i 3, može se primijetiti kako dolazi istih obrazaca ponašanja - nakon prve turbine nastaju udubine, a nakon druge turbine nastaju dine na sedimentnom dnu.

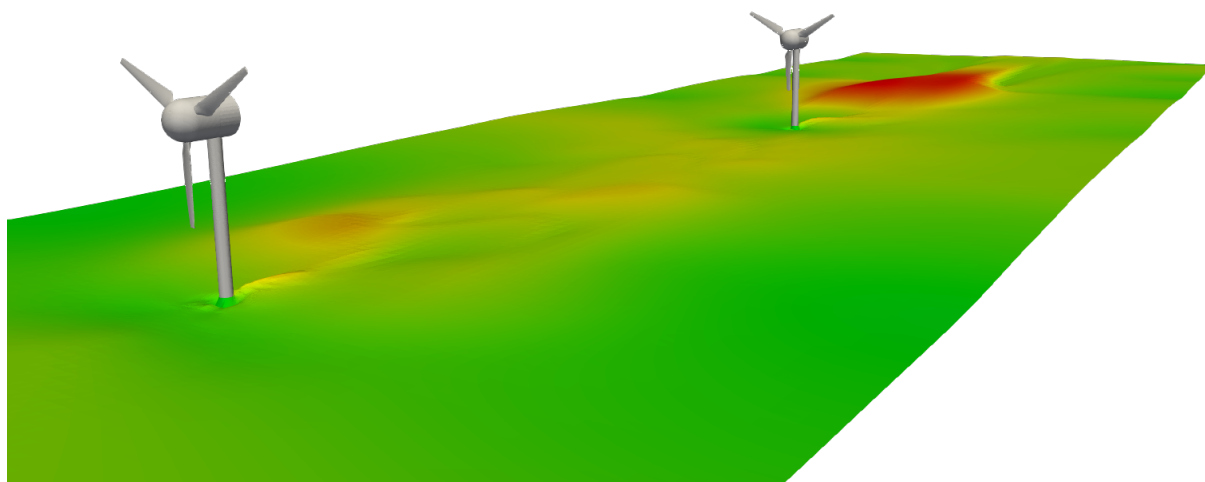
Na slici 4.6.1 vidi se 3D prikaz elevacije dna  $\eta_S$ , odnosno dina i udubina nastalih pod utjecajem rada turbine i strujanja vode.



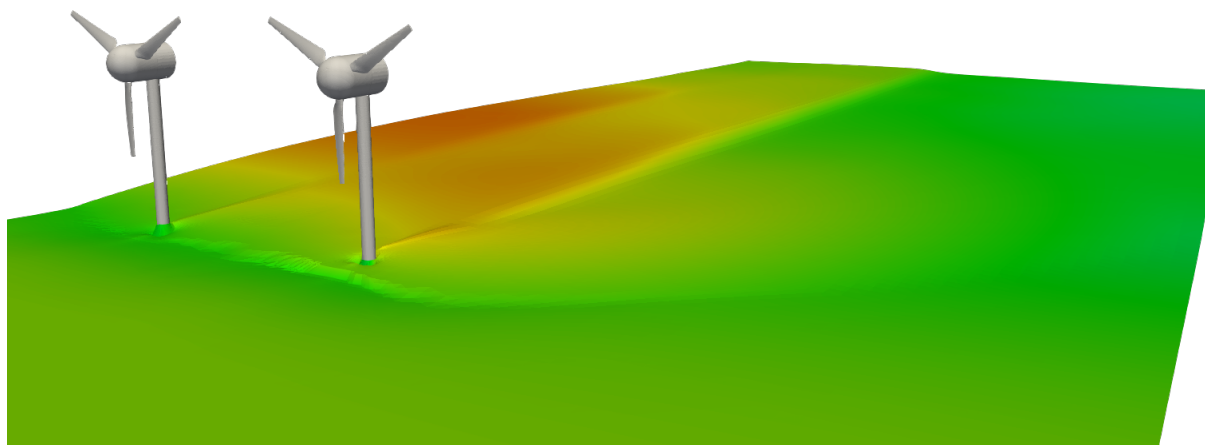
(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.

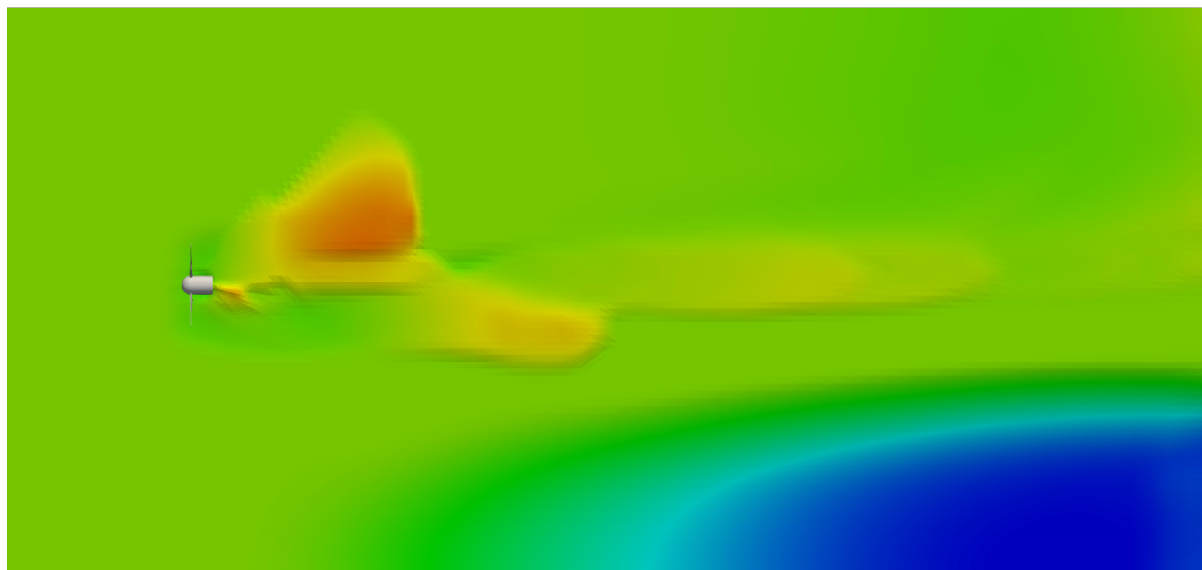
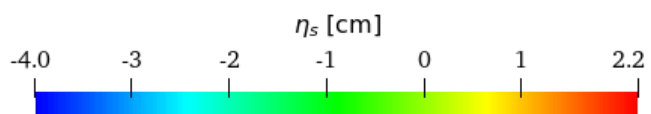


(c) Konfiguracija 3

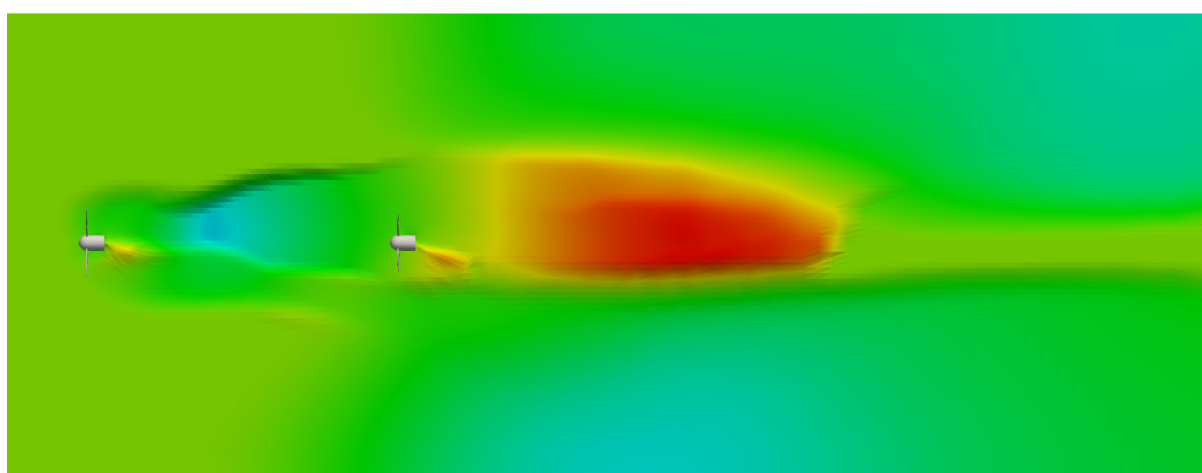


(d) Konfiguracija 4.

**Slika 4.6.1:** Elevacija dna  $\eta_s$ , cm.

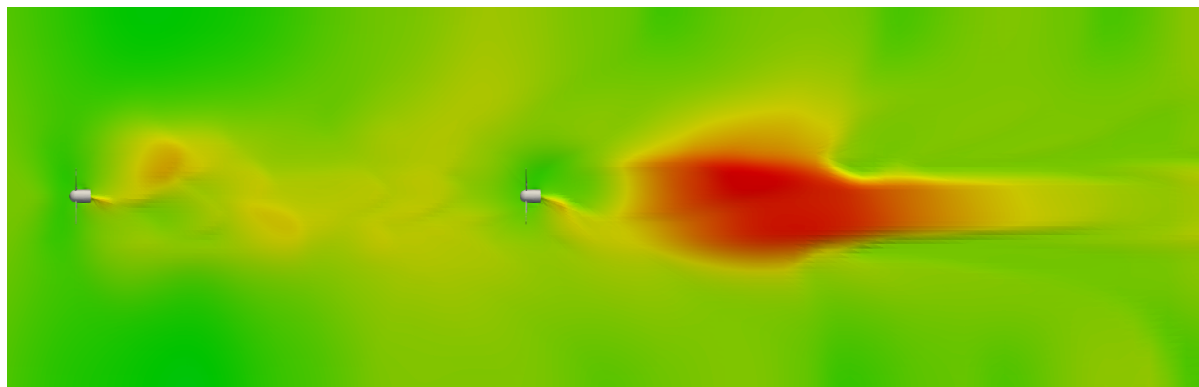


(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.



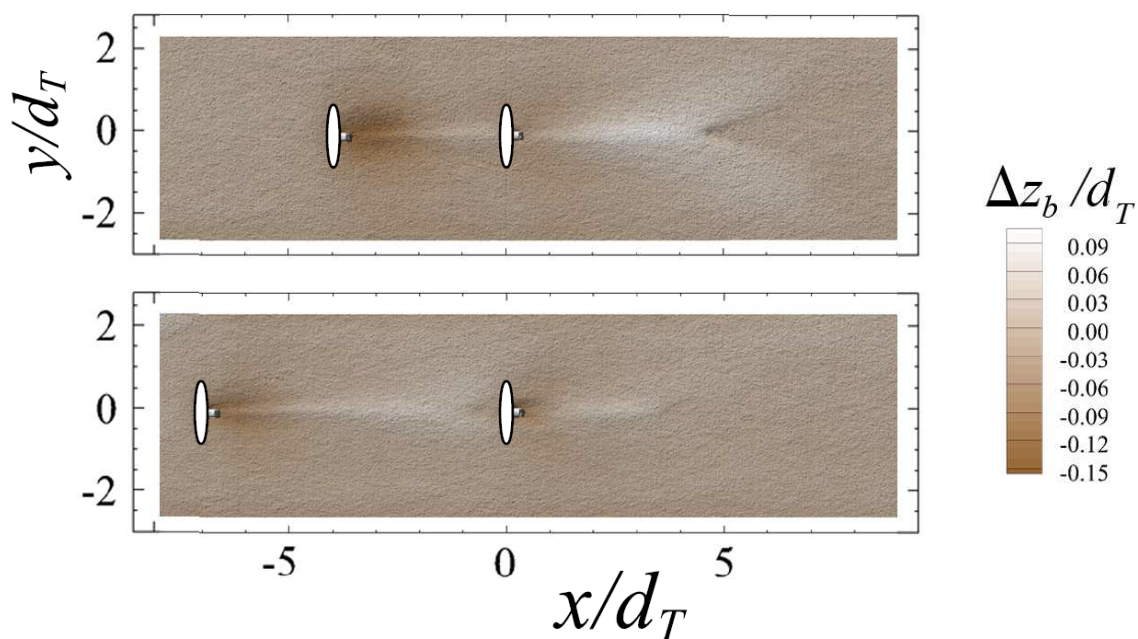


(c) Konfiguracija 3



(d) Konfiguracija 4.

**Slika 4.6.2:** Elevacija dna  $\eta_s$ , cm.

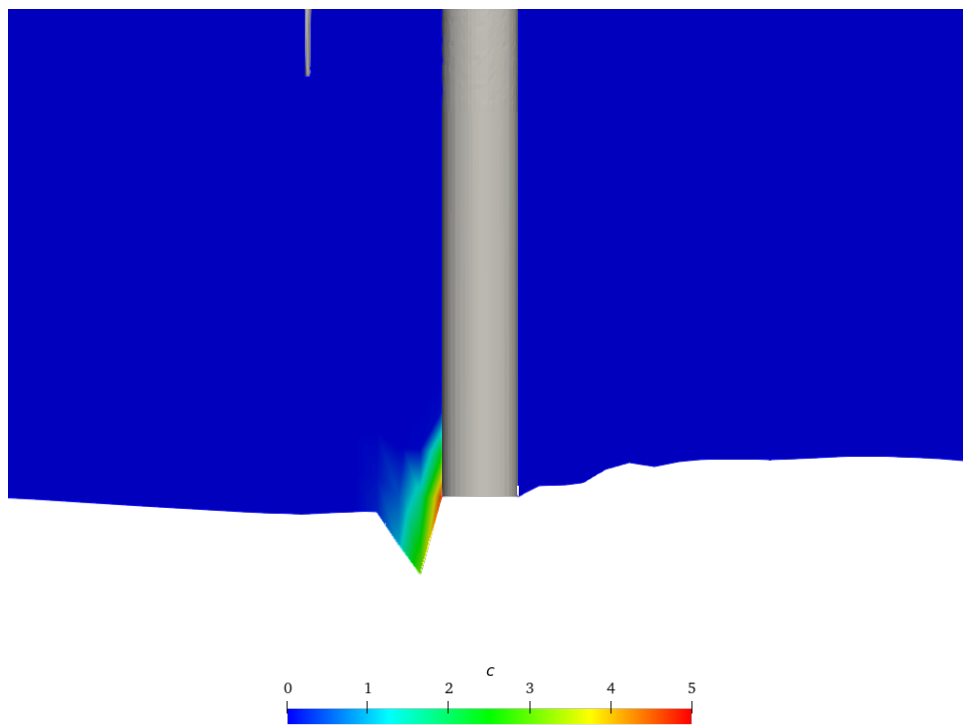


Slika 4.6.3: Eksperimentalni rezultati promjene elevacije dna, preuzeti iz [4].

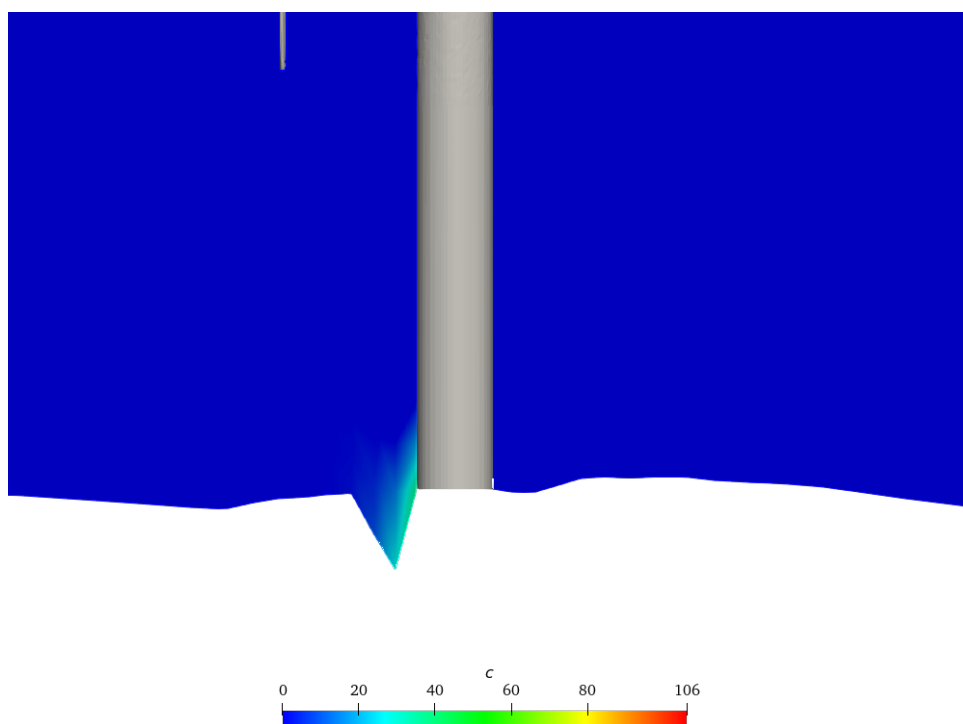
## 4.7 Suspendirane čestice

Uz kretanje sedimenta na dnu, dolazi i do njegovog erodiranja uslijed strujanja vode i pri tome nastaje suspenzija čestica sedimenta. Do ove suspenzije dolazi samo oko stupova turbina, što se može vidjeti na slici 4.7.1, jer je u simulacijama pretpostavljen šljunak većih dimenzija na dnu kanala, koji slabije erodira i brže pada na dno, zbog svoje težine.

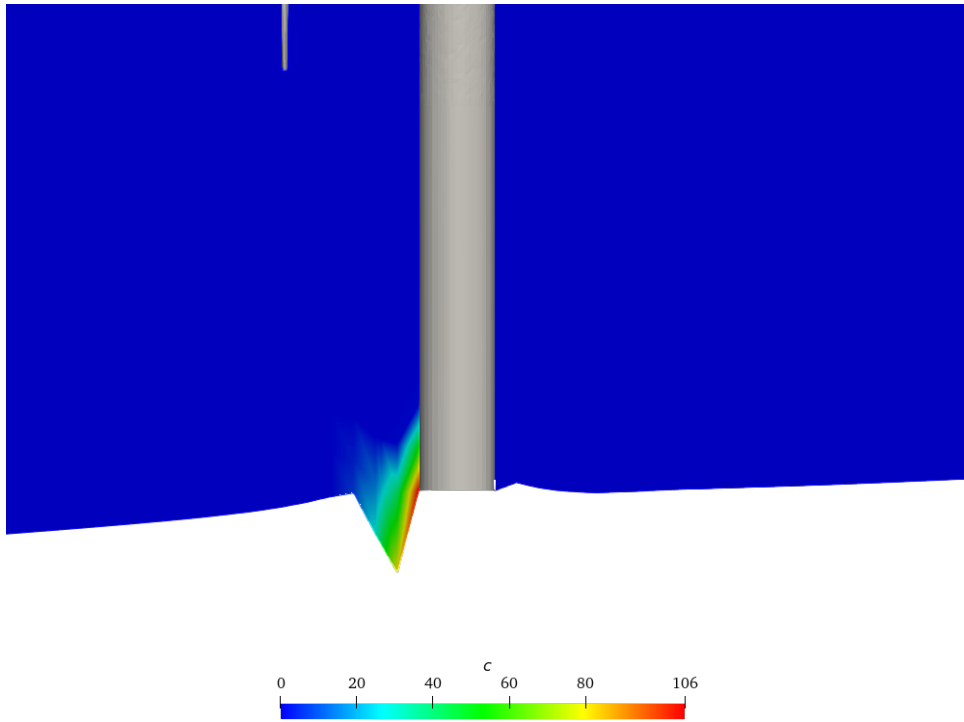
Zbog značajnih razlika u koncentracijama sedimenta kod različitih konfiguracija, radi bolje preglednosti korištene su individualne skale za svaku konfiguraciju. Do značajnije erozije dolazi u konfiguracijama s koaksijalnim turbinama, kao što se vidi na Slikama 4.7.1b i 4.7.1c te 4.7.1d i 4.7.1e.



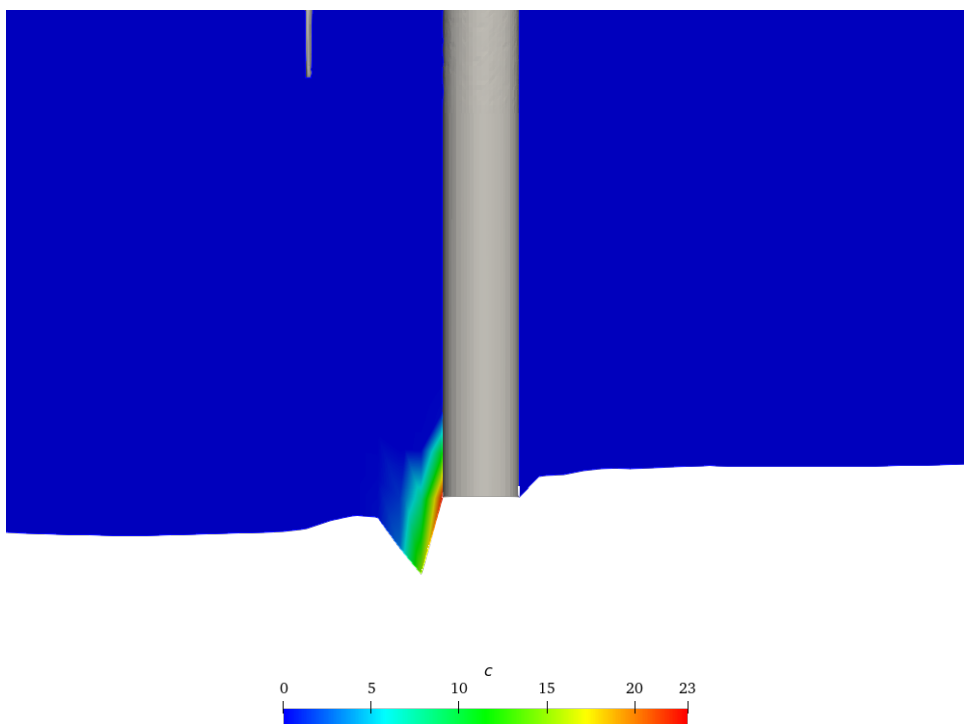
(a) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 1, bočni pogled.



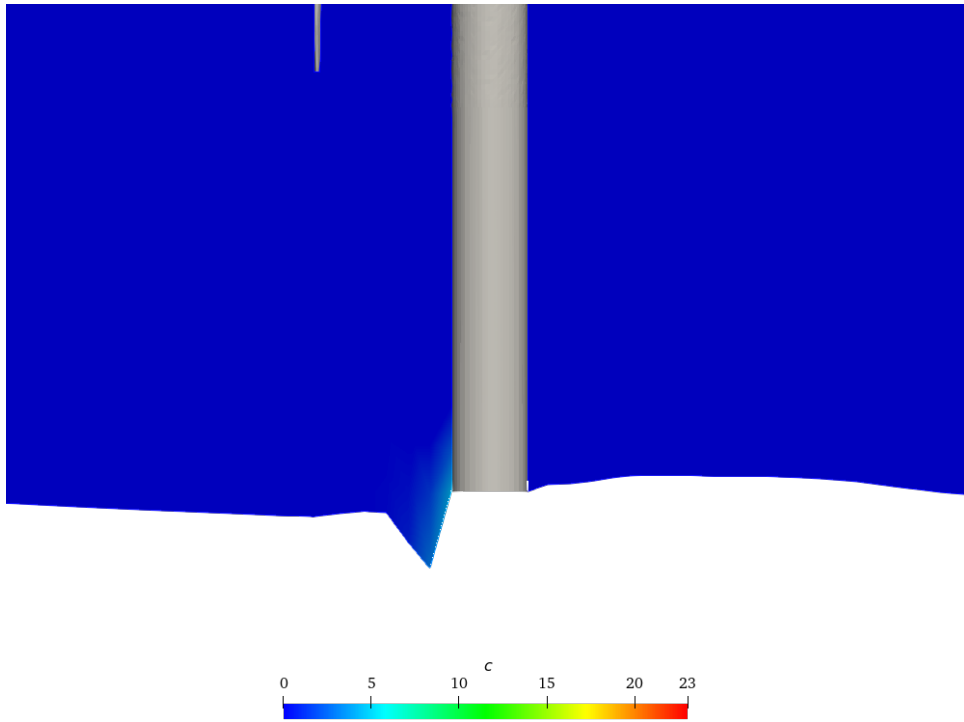
(b) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 2, prva turbina, bočni pogled.



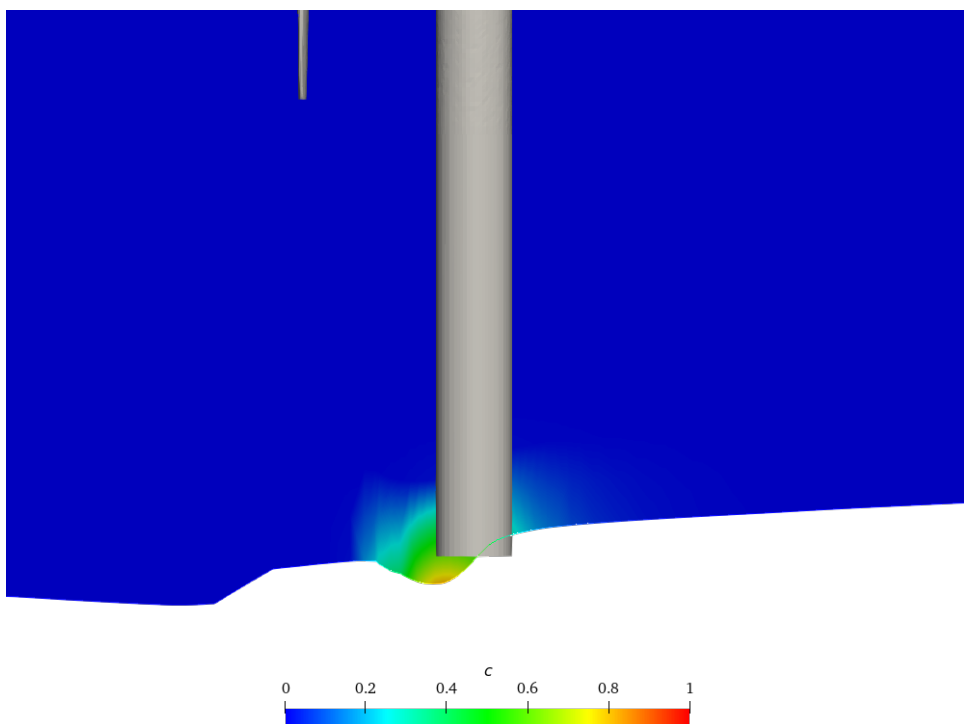
(c) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 2, druga turbina, bočni pogled.



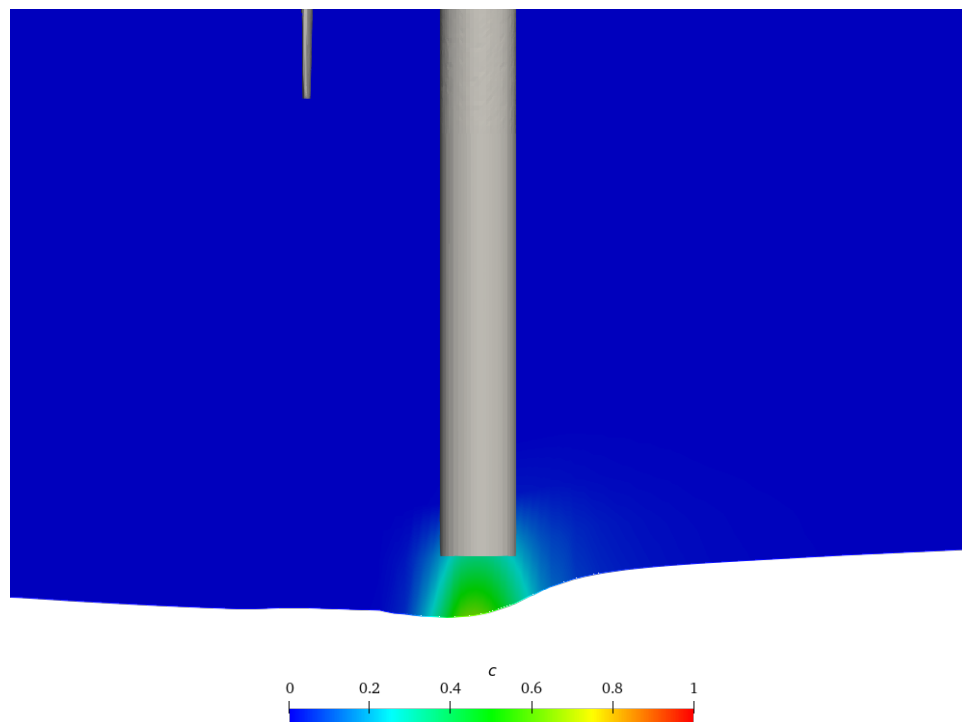
(d) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 3, prva turbina, bočni pogled.



(e) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 3, druga turbina, bočni pogled.



(f) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 4, prva turbina, bočni pogled.



(g) Uvećani prikaz stupa turbine za konfiguraciju 4, druga turbina, bočni pogled.

**Slika 4.7.1:** Koncentracija suspendiranih čestica,  $c$ .

U Dodatku ovog rada nalaze se prikazi aksijalne komponente strujanja vode oko turbine te turbulentna kinetička energija oko lopatica turbina za sve konfiguracije.

## 4.8 Zaključak

U ovom poglavlju predstavljeni su rezultati simulacija za četiri promatrane konfiguracije turbine, odnosno turbina u kanalu - jedna turbina u sredini kanala, dvije koaksijalno smještene turbine, za slučaj s manjom i većom udaljenosti između turbina, također na sredini kanala te dvije turbine smještene jedna do druge kraj bočnog ruba kanala. Rezultati su predstavljeni su paralelno za sve četiri konfiguracije radi usporedbe. Prikazano je polje brzine  $u$  te strujnica i vrijednosti turbulentne kinetičke energije oko turbina. Proučavan je utjecaj turbine na slobodnu površinu te morfološke promjene dna uzrokovane gibanjem sedimenta i njegovim erodiranjem, odnosno nastajanjem suspenzije.

U sljedećem poglavlju dat će se zaključak rada, s pregledom svega što je bilo rečeno u ovome radu.

# Poglavlje 5

## Zaključak

Tema ovog rada je numeričko istraživanje interakcije malih vodnih turbina i dinamike riječnog sedimenta.

Riječni sediment mješavina je čestica pijeska i šljunka različitih dimenzija koja se taloži na dnu rijeke. Zbog strujanja rijeke, sediment ne miruje, što može utjecati na geomorfologiju korita rijeke, može doći do nestabilnosti vodotoka i, važno sa inženjerskog gledišta, može utjecati na stabilnosti podvodnih struktura, kao što su vodne turbine. Najčešći oblici gibanja sedimenta su kotrljanje, tj. klizanje i suspenzija u strujajućem fluidu. Kotrljanje je tipično za teže čestice, a suspenzija za lakše čestice sedimenta. Suspenzija nastaje erodiranjem površinskog sloja sedimenta zbog posmične sile uzrokovane strujanjem vode.

Male vodne turbine mogu se koristiti u riječnim koritima za dobivanje električne energije uz relativno niske investicijske troškove i mali utjecaj na okoliš. U ovom radu odabrana je vodna turbina konstrukcijom slična vjetroturbini, s aksijalnim rotorom i tri lopatice. Utjecaj turbina na dinamiku morfologije dna i ekologiju rijeke još uvijek je nedovoljno istraženo područje. Turbina svojim radom utječe na strujanje vode, a samim time i na topografiju korita rijeke. Daljnjim proučavanjem ove tematike, ove tehnologije postat će dostupnije. Značajnu ulogu u proučavanju ovog problema ima računalna dinamika fluida, koja omogućava jeftinije i jednostavnije ispitivanje utjecaja strujanja vode i turbine na sediment.

U ovom radu hidrodinamički numerički model temeljio se na Reynoldsovom osrednjavanju Navier-Stokesovih jednadžbi, za dvije faze - vodu i zrak.

Za praćenje slobodne površine koristila se tzv. *Volume of Fluid* (VOF) metoda, koja određuje slobodnu površinu računajući volumne udjele vode i zraka u svakom kontrolnom volumenu. Računanje vrijednosti na granicama dva fluida vrlo je složen proces, jer tamo dolazi do velikih diskontinuiteta i skokova u vrijednostima - npr. nagla promjena gustoće i dinamičkog tlaka na prijelazu iz vode u zrak i obrnuto, zbog čega može doći do nestabilnosti u numeričkim

simulacijama.

Transport sedimenta definiran je vektorom transporta sedimenta na dnu rijeke i koncentracijom sedimenta u sloju suspenzije. Promjena morfologije dna opisana je Exnerovom jednačom, koja uzima u obzir taloženje i eroziju sedimenta.

Zbog promjene topologije dna, potrebno je uvesti gibanje proračunske mreže kako bi se što bolje opisale modifikacije sedimenta. Za to je korištena automatska metoda pomicanja proračunske mreže temeljena na čvorovima. Prilikom pomicanja mreže, potrebno je odrediti pomake unutrašnjih čvorova mreže na temelju zadanih pomaka graničnih čvorova, bez smanjenja valjanosti i geometrijske kvalitete mreže. Za ovu metodu potrebno je raščlaniti kontrolne volumene na tetraedre. Za opisivanje pomaka mreže korištena je Laplaceova jednačba pomaka.

Metoda kontrolnih volumena korištena je za diskretizaciju jednačbi koje opisuju strujanje zraka i vode, a Exnerova jednačba diskretizirana je pomoću metode kontrolnih površina.

Turbulentno strujanje modelirano je  $k - \omega$  SST modelom, koji kombinira  $k - \epsilon$  i  $k - \omega$  model i sadrži dvije dodatne transportne jednačbe, kao dopunu modela strujanja.

Simulacije su rađene za aksijalnu turbinu s tri lopatice, za četiri konfiguracije rasporeda turbina u kanalu rijeke, koji je pravokutnog poprečnog presjeka. Za prvu konfiguraciju jedna turbina postavljena je na sredinu kanala, u drugoj i trećoj konfiguraciji postavljene su dvije koaksijalne turbine, također na sredinu kanala, na različitim udaljenostima -  $4 d_t$  i  $7 d_t$ , gdje je  $d_t$  promjer rotora turbine. U četvrtoj konfiguraciji dvije turbine postavljene su jedna uz drugu blizu bočnog ruba kanala.

Proračunske mreže napravljene su iz dva dijela - jedan veći koji obuhvaća cijelu domenu strujanja fluida i jedan, odnosno dva manja dijela proračunske mreže koji obuhvaćuju turbinu, radi izrade finije mreže oko same turbine. Za spoj ovih mreža korišten je *General Grid Interface* (GGI) rubni uvjet. Kružno gibanje turbine postignuto je pomoću *Moving Reference Frame* (MRF) zone oko rotora turbine.

Proučavana je postojeća literatura o istraživanjima utjecaja turbina na topografiju dna riječnog korita, no nije objavljeno mnogo istraživanja na traženu temu, a ona koja postoje više su usmjerena na rad same turbine, a ne na njen utjecaj na morfologiju dna ili nemaju dovoljno informacija na temelju kojih bi ih mogli kvantitativno usporediti s rezultatima ovog rada.

U radu je dobiveno polje brzina, koje je vrlo slično za sve konfiguracije - najveće brzine postignute su oko samog rotora, a iza turbine javlja se vrtložni trag, koji je najizraženiji kod druge konfiguracije. Turbulentna kinetička energija  $k$  iza prvih turbina u konfiguracijama je vrlo slična, a značajne razlike mogu se primijetiti kod nizvodnih turbina. Također se mogu primijetiti i veći iznosi  $k$  na slobodnoj površini, čiji se oblik ne mijenja značajno pod utjecajom



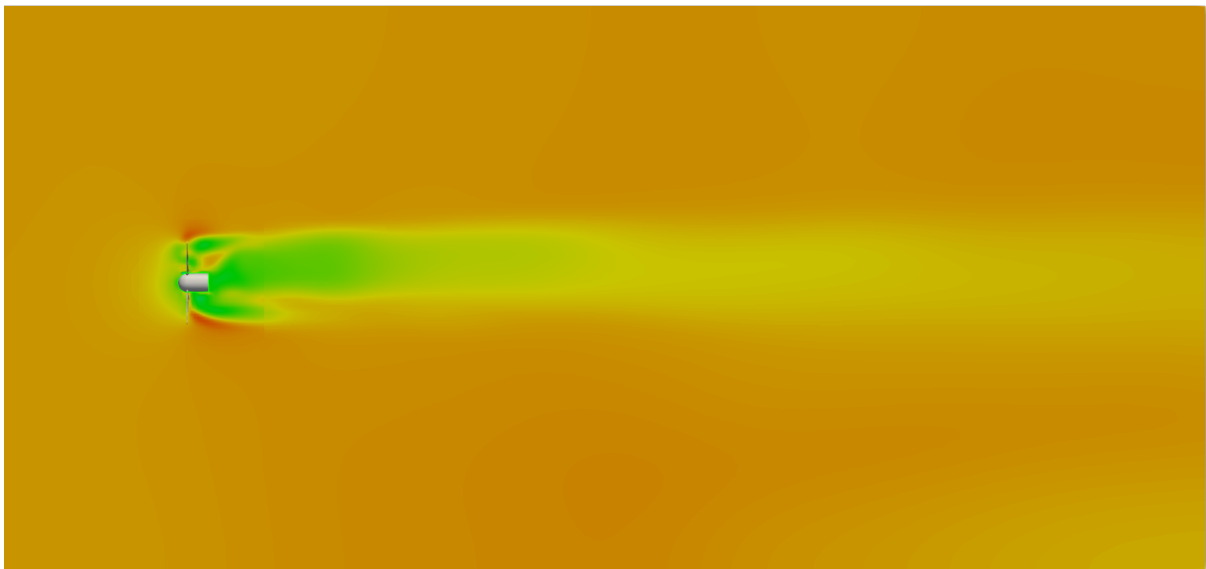
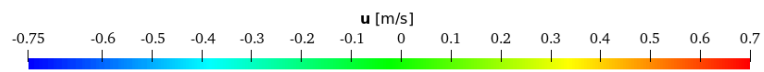
jem turbina. Promjene topologije dna zbog utjecaja turbina su značajne. U konfiguracijama s jednom turbinom i dvije turbine jedna uz drugu, iza turbine nastaju dine. Kod konfiguracija s koaksijalnim turbinama, iza prve turbine nastaju udubine, a iza druge dine, što je kvalitativno usporedivo s dostupnim provedenim eksperimentima. Također su vidljivi i nelokalni utjecaji bočnih strana korita. Suspenzija sedimenta javlja se samo s prednje strane stupa turbine, u različitim koncentracijama, ovisno o konfiguraciji.

Na temelju provedenih simulacija, njihovom međusobnom usporedbom i usporedbom s dostupnim eksperimentalnim podacima, može se zaključiti da se korištenje računalnih simulacija za predviđanje utjecaja malih vodnih turbina na dno rijeke ima veliki potencijal. Međutim, još uvijek nema dovoljno dostupnih rezultata eksperimentalnih istraživanja s kojima bi mogli kvantitativno usporediti rezultate simulacije.

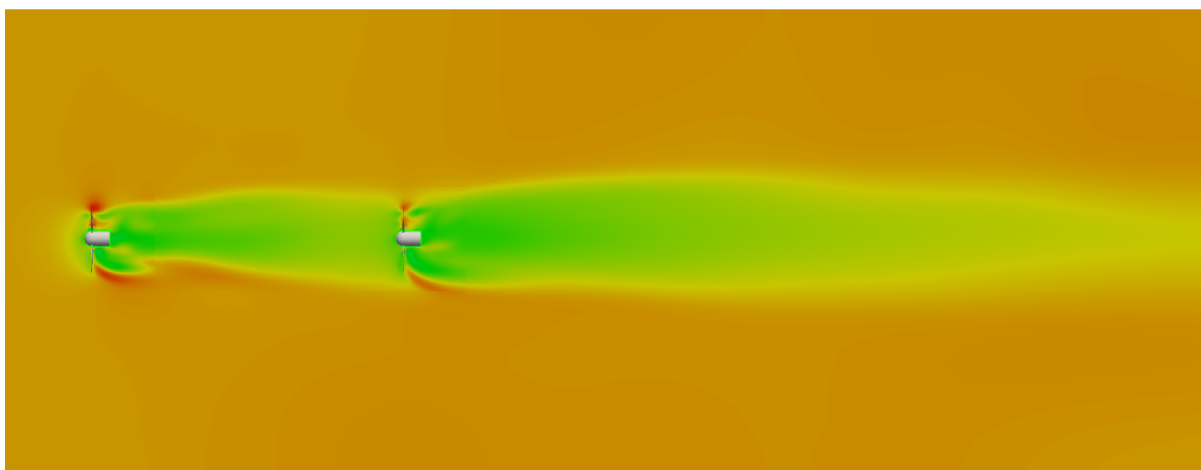
Konačno, može se zaključiti da turbine imaju znatan utjecaj na morfologiju dna, koji je važno proučavati, a računalna dinamika fluida može preuzeti značajnu ulogu jer uvelike pojednostavljuje i olakšava proučavanje ove problematike.

# Dodatak

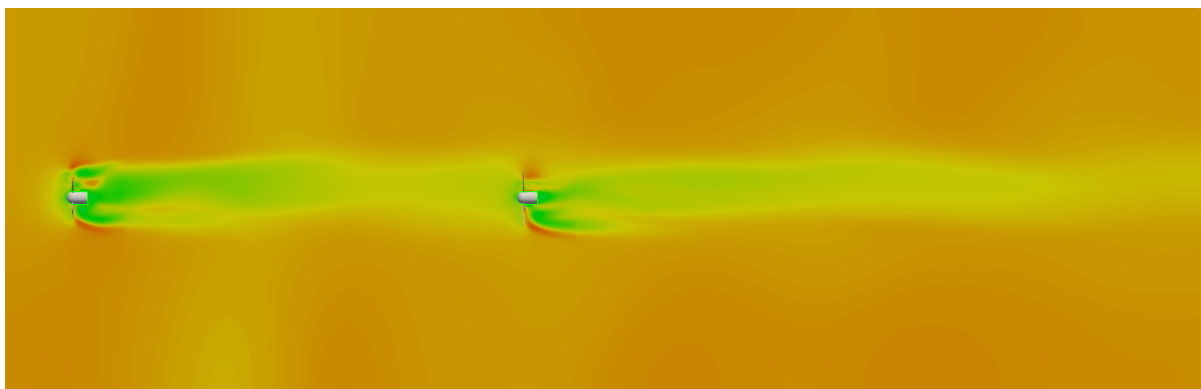
## Aksijalna komponenta brzine



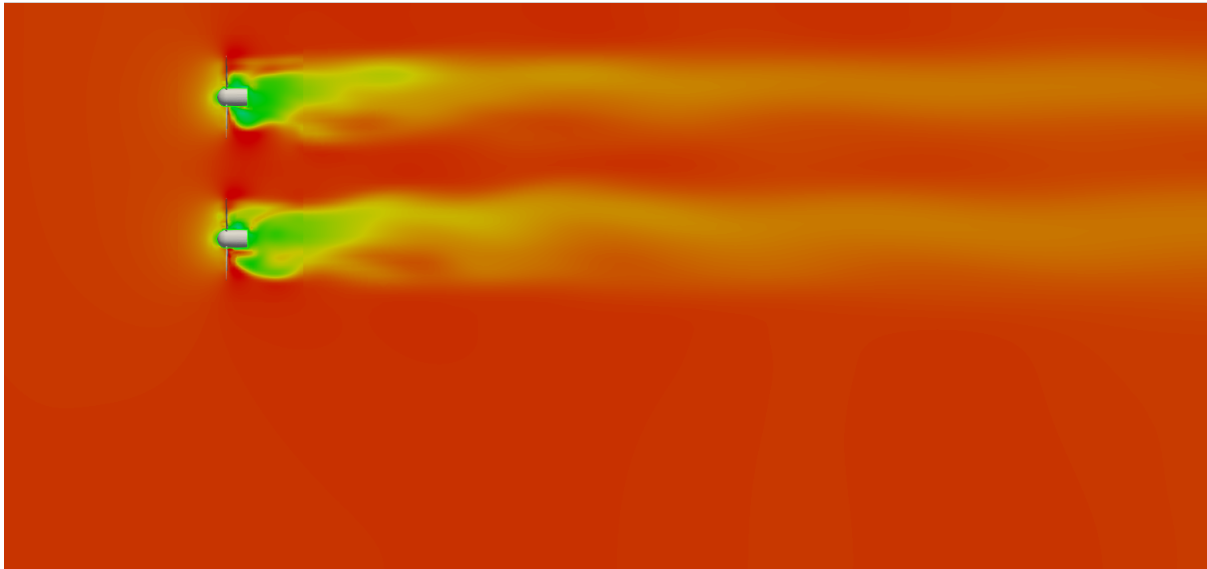
(a) Konfiguracija 1.



(b) Konfiguracija 2.



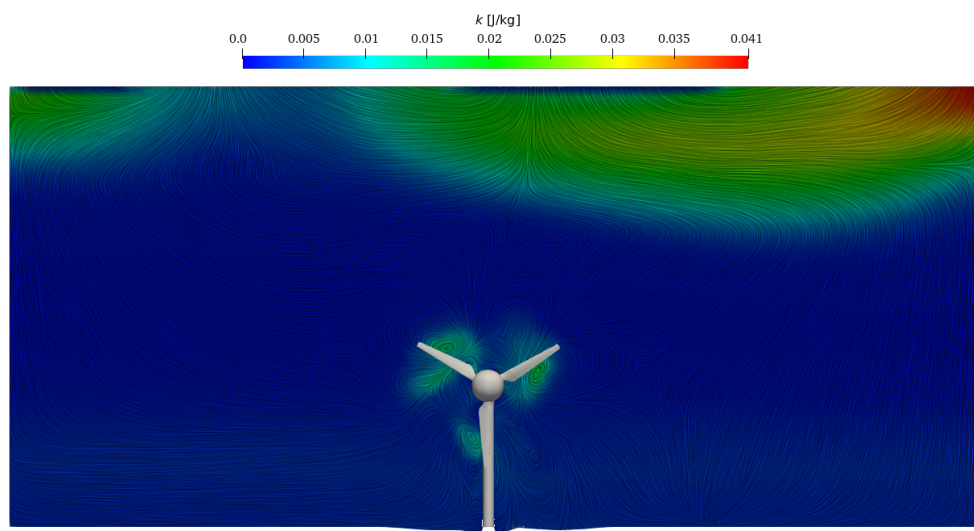
(c) Konfiguracija 3.



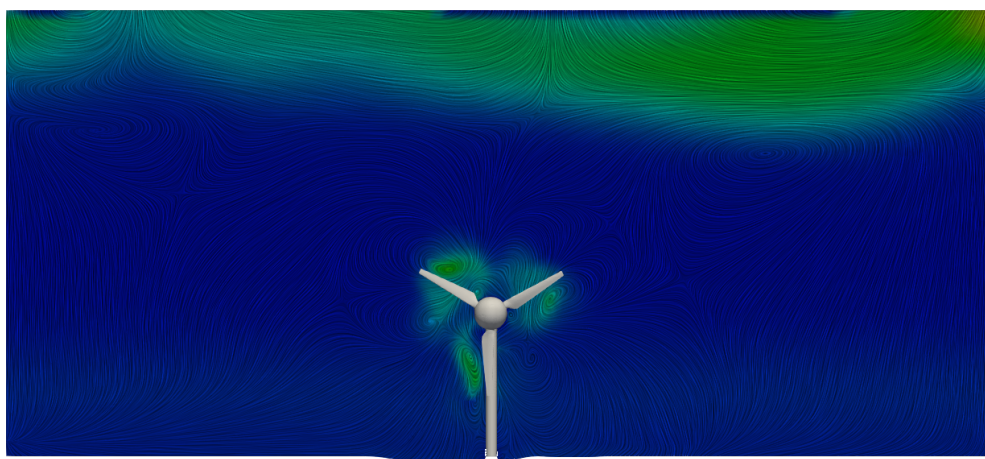
(d) Konfiguracija 4.

**Slika 5.0.1:** Prikaz aksijalne komponente brzine za sve četiri konfiguracije, pogled odozgo.

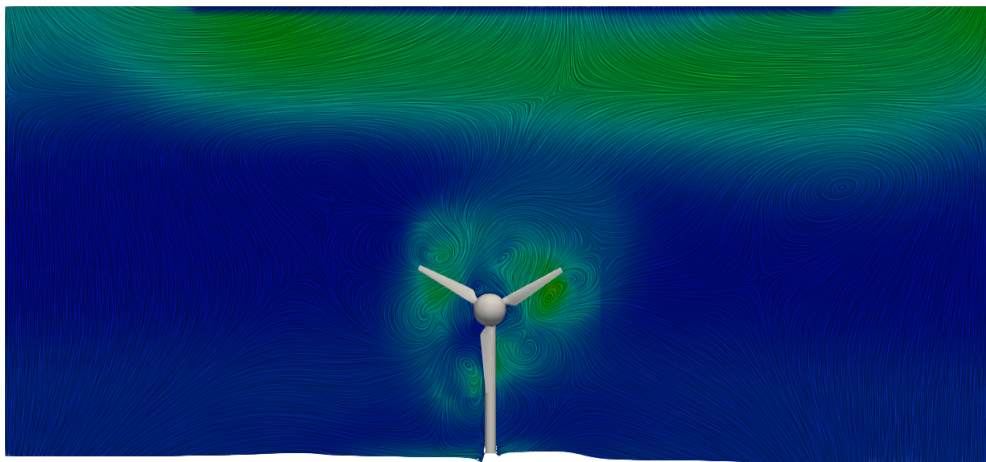
## Turbulentna kinetička energija



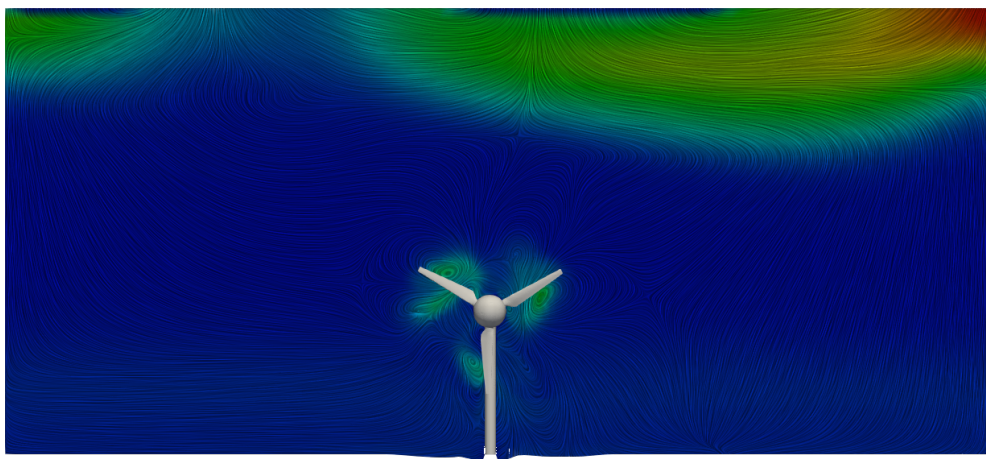
(a) Konfiguracija 1.



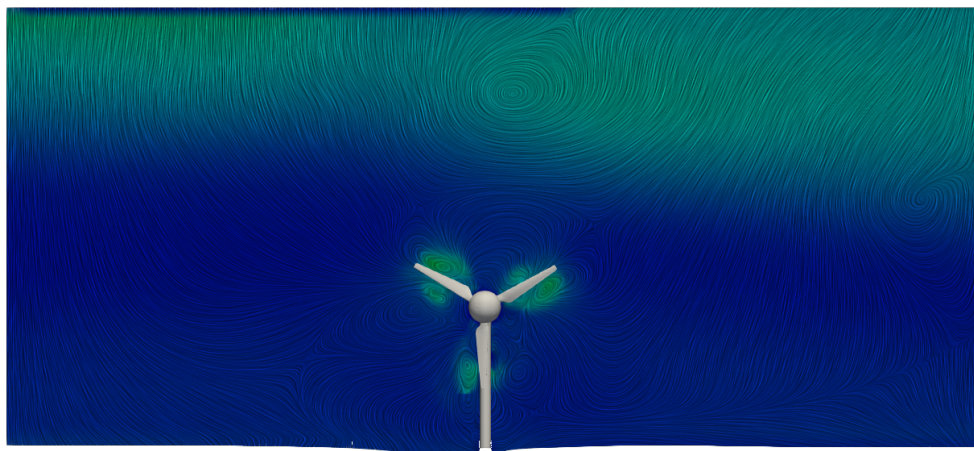
(b) Konfiguracija 2, prva turbina.



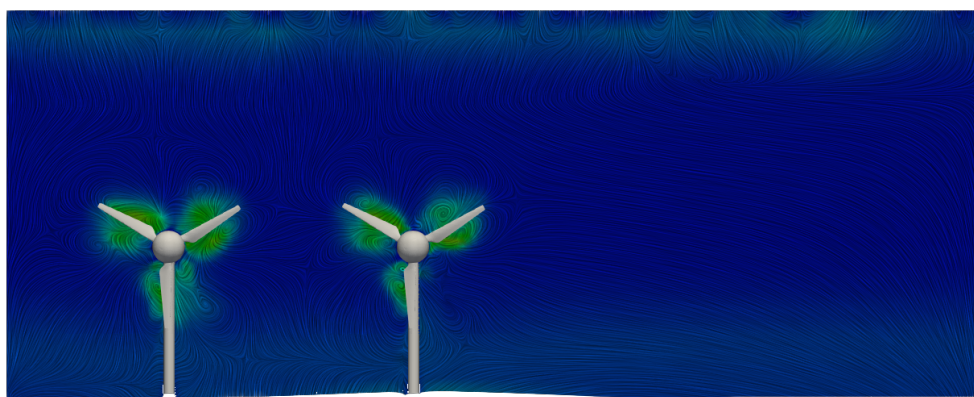
(c) Konfiguracija 2, druga turbina.



(d) Konfiguracija 3, prva turbina.



(e) Konfiguracija 3, druga turbina.



(f) Konfiguracija 4.

**Slika 5.0.2:** Turbulentna kinetička energija, pogled okomit na turbinu.

# Bibliografija

- [1] M. B. Andrew Chadwick, John Morfett, *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering*. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2013.
- [2] V. S. Ahmed M.A. Sattar, Hrvoje Jasak, “Three dimensional modeling of free surface flow and sediment transport with bed deformation using automatic mesh motion,” *Environmental Modelling & Software*, vol. 97, 2017.
- [3] e. Tuković, *Finite volume method on domains of varying shape*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2005.
- [4] C. S. Hill, *Interactions Between Channel Topography and Hydrokinetic Turbines: Sediment Transport, Turbine Performance, and Wake Characteristics*. PhD thesis, University of Minnesota, 2015.
- [5] B. Brors, “Numerical modeling of flow and scour at pipelines,” *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999.
- [6] I. D. Zdravko Virag, Mario Šavar, *Mehanika fluida II, Predavanja*. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2017.
- [7] O. Ubbink, *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*. PhD thesis, Imperial College London, London, 1997.
- [8] H. Jasak, *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. PhD thesis, Imperial College London, London, 1996.
- [9] D. C. Hrvoje Jasak, Vuko Vukcevic, “Rapid free surface simulation for steady-state hull resistance with fvm using openfoam,” 2014.
- [10] H. Rusche, *Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions*. PhD thesis, Imperial College London, 2002.



- [11] V. Vukčević, H. Jasak, and I. Gatin, "Implementation of the ghost fluid method for free surface flows in polyhedral finite volume framework," *Computers & Fluids*, vol. 153, 2017.
- [12] X. Liu and M. Garcia, "Three-dimensional numerical model with free water surface and mesh deformation for local sediment scour," *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering-asce*, vol. 134, pp. 203–217, 2008.
- [13] F. Engelund and J. Fredsoe, "A sediment transport model for straight alluvial channels," *Nord Hydrol*, vol. 7, 10 1976.
- [14] L. C. van Rijn, "Sediment transport, part ii: Suspended load transport," *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 110, 11 1984.
- [15] H. Jasak and Z. Tukovic, "Automatic mesh motion for the unstructured finite volume method," *Transactions of FAMENA*, vol. 30, pp. 1–20, 11 2006.
- [16] P. D. Thomas and C. K. Lombard, "Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids," *AIAA Journal*, vol. 17, no. 10, pp. 1030–1037, 1979.
- [17] I. Demirdžić and M. Perić, "Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 8, no. 9, pp. 1037–1050, 1988.
- [18] H. Jasak, "Turbulence modelling for cfd. nastavni materijali," 2017.
- [19] F. R. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA Journal*, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605, 1994.
- [20] F. M. i T. Esch., "Elements of industrial heat transfer prediction," (Uberlandia, Brazil), 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), 2001.
- [21] M. Beaudoin and H. Jasak, "Development of a generalized grid interface for turbomachinery simulations with openfoam," 01 2008.
- [22] G. Cvijetić, "Steady state methods for turbomachinery," Master's thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2014.
- [23] "The mrf development.." [http://openfoamwiki.net/index.php/See\\_the\\_MRF\\_development](http://openfoamwiki.net/index.php/See_the_MRF_development). (Pristupljeno 15. 3 .2021.).

- [24] M. Song, M.-C. Kim, I.-R. Do, S. H. Rhee, J. H. Lee, and B.-S. Hyun, "Numerical and experimental investigation on the performance of three newly designed 100 kw-class tidal current turbines," *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, vol. 4, no. 3, pp. 241–255, 2012.
- [25] C. Hill, M. Musa, L. P. Chamorro, C. Ellis, and M. Guala, "Local scour around a model hydrokinetic turbine in an erodible channel," *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 140, no. 8, p. 04014037, 2014.
- [26] M. Musa, C. Hill, and M. Guala, "Interaction between hydrokinetic turbine wakes and sediment dynamics: array performance and geomorphic effects under different siting strategies and sediment transport conditions," *Renewable Energy*, vol. 138, pp. 738–753, 2019.
- [27] "Densities of materials." [https://www.engineeringtoolbox.com/density-materials-d\\_1652](https://www.engineeringtoolbox.com/density-materials-d_1652). (Pristupljeno 3. 2 .2021.).