

# Numerička simulacija procesa deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika

---

**Pavlović, Benjamin**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:734134>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-19**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Benjamin Pavlović**

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Dr. sc. Boris Jalušić

Student:

Benjamin Pavlović

Zagreb, 2021.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Velike zahvale mentoru prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću i njegovim cijenjenim suradnicima Zoranu Tomiću, mag. ing. mech. i Tomislavu Polančecu mag. ing. mech., na povjerenju, brojnim korisnim savjetima, stručnom vođenju i pomoći tijekom izrade ovog diplomskog rada.*

*Zahvaljujem se dr. sc. Tomislavu Lesičaru i prof. dr. sc. Tomislavu Jarku koji su također svojim znanjem i savjetima uvelike pomogli u izradi ovoga rada. Nadalje se zahvaljujem dr. sc. Tamari Aleksandrov Fabijanić na ustupljenim rezultatima metalografskih analiza na kojima se temelji ovaj rad.*

*Također se zahvaljujem svim prijateljima koji su mi uljepšali vrijeme tijekom studija i svojoj obitelji na pruženoj pomoći i podršci tijekom studiranja.*

*Benjamin Pavlović*



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za diplomске ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: <b>602 - 04 / 21 - 6 / 1</b>	
Ur. broj: <b>15 - 1703 - 21 -</b>	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Benjamin Pavlović**

Mat. br.: 0035212419

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička simulacija procesa deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical simulation of deformation processes in microstructure of sintered steel**

Opis zadatka:

U sustavima prijenosa snage i gibanja, upotreba tehnologije sinteriranih materijala pokazuje znatne prednosti u odnosu na klasičnu metalurgiju zbog nižih proizvodnih troškova, visoke iskoristivosti materijala, ekološke prihvatljivosti te smanjenja buke i vibracija. Međutim, poroznost sinteriranih materijala uzrokuje pojavu koncentracija naprezanja u njegovoj mikrostrukturi što pospješuje nastanak i razvoj oštećenja u materijalu. Stoga je za pouzdanu procjenu ponašanja materijala potrebno provesti modeliranje na mikrorazini.

Na temelju rezultata metalografske analize u radu je potrebno provesti numeričku simulaciju procesa deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C za slučaj monotonog vlačnog opterećenja i elastičnog ponašanja materijala. Pritom je potrebno analizirati dvije varijante geometrijskih modela mikrostrukture materijala koje uključuju: model koji se sastoji od zrna ferita i bainita te pora i model koji se sastoji od matrice materijala i pora. Ovdje je za matricu materijala potrebno uzeti homogenizirana materijalna svojstva od ferita i bainita. Diskretizaciju modela provesti dvodimenzijskim konačnim elementima za ravninsko stanje naprezanja, a elastične konstante materijala preuzeti iz rezultata mikroindentacije (instrumentirana metoda utiskivanja). Na rubove modela dodijeliti rubne uvjete pomaka te promjenom gustoće mreže konačnih elemenata analizirati konvergenciju rješenja. Dijagrame naprezanje-deformacija usporediti s eksperimentalnim rezultatima te izvesti zaključke o točnosti analiziranih modela.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenoga 2020.

Datum predaje rada:  
**1. rok:** 18 veljače 2021.  
**2. rok (izvanredni):** 5. srpnja 2021.  
**3. rok:** 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 22.2. – 26.2.2021.  
**2. rok (izvanredni):** 9.7.2021.  
**3. rok:** 27.9. – 1.10.2021.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Predsjednik Povjerenstva:

Dr. sc. Boris Jalušić

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

# SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD .....	2
1.1. Metalurgija praha .....	2
1.2. Sinteriranje .....	2
2. MEĐUSOBNA OVISNOST NAPREZANJA I DEFORMACIJA.....	5
3. LINEARNO-ELASTIČNO PONAŠANJE MATERIJALA .....	6
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	8
4.1. Uvod u metodu konačnih elemenata .....	8
4.2. Programski paket Abaqus.....	9
4.3. Osnovni pravokutni element .....	9
4.4. Konvergencija rješenja.....	13
5. NUMERIČKA ANALIZA .....	15
5.1. Konvergencija mreže konačnih elemenata.....	16
5.2. Model s uvećanjem 200x.....	18
5.2.1. Heterogeni model.....	18
5.2.2. Homogeni model .....	22
5.2.3. Usporedba rezultata heterogenog i homogenog modela .....	25
5.3. Model s uvećanjem 500x.....	26
5.3.1. Heterogeni model.....	27
5.3.2. Homogeni model .....	30
5.3.3. Usporedba rezultata heterogenog i homogenog modela .....	32
5.4. Usporedba rezultata modela 200x i 500x .....	33
6. ZAKLJUČAK .....	34
LITERATURA .....	35
PRILOZI.....	36

## POPIS SLIKA

Slika 1.1 Osnovni procesi metalurgije praha [1].....	2
Slika 1.2 Faze procesa sinteriranja (s lijeva na desno) [2].....	3
Slika 1.3 Tipični dijelovi od sinteriranog čelika[3].....	4
Slika 2.1 Konvencionalni dijagram razvlačenja [4] .....	5
Slika 4.1 Osnovni konačni elementi [7] .....	8
Slika 4.2 Osnovni pravokutni konačni element[6].....	10
Slika 4.3 Konvergencija rješenja [6] .....	14
Slika 5.1 Mikrostruktura sinteriranog čelika s uvećanjem 200x.....	15
Slika 5.2 Mikrostruktura sinteriranog čelika s uvećanjem 500x.....	16
Slika 5.3 Konvergencija rješenja za ekvivalentno von Misesovo naprezanje heterogenog modela 200x .....	17
Slika 5.4 Konvergencija rješenja za ekvivalentno von Misesovo naprezanje heterogenog modela 500x .....	17
Slika 5.5 Odabrani model s uvećanjem 200x.....	18
Slika 5.6 Slika geometrije heterogenog modela uvećanja 200x.....	19
Slika 5.7 Dodjeljivanje materijalnih svojstava različitim zrnima (lijevo bainit, desno ferit) za model 200x.....	19
Slika 5.8 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka heterogenog modela 200x .....	20
Slika 5.9 Mreža od 101233 konačna elemenata heterogenog modela 200x .....	20
Slika 5.10 Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ heterogenog modela 200x .....	21
Slika 5.11 Raspodjela normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ sa prikazanim rubovima zrna (šrafirano je bainit) heterogenog modela 200x .....	21
Slika 5.12 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija heterogenog modela 200x .....	22
Slika 5.13 Slika geometrije homogenog modela uvećanja 200x .....	23
Slika 5.14 Mreža od 92554 konačna elemenata homogenog modela 200x .....	23
Slika 5.15 Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ homogenog modela 200x.....	24
Slika 5.16 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija homogenog modela 200x .....	24
Slika 5.17 Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija modela 200x .....	25

Slika 5.18 Odabrani model s uvećanjem 500x i prikaz homogenog i heterogenog modela ....	26
Slika 5.19 Dodjeljivanje materijalnih svojstava različitim zrnima (lijevo bainit, desno ferit) heterogenog modela 500x .....	27
Slika 5.20 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka heterogenog modela 500x .....	27
Slika 5.21 Mreža od 36744 konačna elementa heterogenog modela 500x .....	28
Slika 5.22 Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ heterogenog modela 500x .....	28
Slika 5.23 Raspodjela normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ sa prikazanim rubovima zrna (šrafirano je bainit) heterogenog modela 500x .....	29
Slika 5.24 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija heterogenog modela 500x .....	29
Slika 5.25 Mreža od 52734 konačna elementa homogenog modela 500x .....	30
Slika 5.26 Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ homogenog modela 500x	31
Slika 5.27 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija homogenog modela 500x .....	31
Slika 5.28 Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija modela 500x .....	32
Slika 5.29 Usporedni dijagram rezultata modela 200x i 500x .....	33



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1.1 Dimenzije i poroznosti odabranih modela .....	16
Tablica 1.2 Materijalna svojstva ferita i bainita .....	19
Tablica 1.3 Materijalna svojstva homogeniziranog modela 200x.....	22
Tablica 1.4 Materijalna svojstva homogeniziranog modela 500x.....	30

## POPIS OZNAKA

### Latinične oznake

<i>Oznaka</i>	<i>Jedinica</i>	<i>Opis</i>
<i>a, b</i>	-	dimenzije pravokutnog konačnog elementa
<i>a</i>	-	matrica koeficijenata u interpolacijskim polinomima
<i>B</i>	-	operator rubnih veličina
<i>C</i>	-	matrica međusobne ovisnosti stupnjeva slobode i koeficijenata interpolacijskih polinoma
<i>D, D<sub>ijkl</sub></i>	-	tenzor elastičnosti
<i>E</i>	N/m <sup>2</sup>	modul elastičnosti, Youngov modul
<i>G</i>	N/m <sup>2</sup>	modul smicanja
<i>N</i>	-	matrica funkcija oblika
<i>p</i>	N/m <sup>2</sup>	hidrostatski tlak
<i>S</i>	N/m <sup>2</sup>	tenzor naprezanja
<i>S</i>	m <sup>2</sup>	površina
<i>u</i>	-	vektor pomaka
<i>u<sub>b</sub></i>	-	vektor rubnih pomaka
<i>u, v, w</i>	m	komponente pomaka u smjeru koordinatnih osi
<i>V</i>	-	globalni vektor stupnjeva slobode
<i>v</i>	-	lokalni vektor stupnjeva slobode
<i>x, y, z</i>	-	Kartezijske koordinate

**Grčke oznake**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$\alpha$	N/m <sup>2</sup>	tenzor povratnog naprezanja
$\gamma$	N/m <sup>2</sup>	tenzor relativnog naprezanja
$\delta_{ij}$	-	Kroneckerov simbol
$\epsilon, \epsilon_{ij}$	-	tenzor deformacije
$\epsilon$	-	duljinska deformacija
$\epsilon_{ij}^e$	-	tenzor elastične deformacije
$\lambda, \mu$	-	Laméove elastične konstante
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$\sigma, \sigma_{ij}$	N/m <sup>2</sup>	tenzor naprezanja
$\sigma$	N/m <sup>2</sup>	normalno naprezanje
$\sigma_y$	N/m <sup>2</sup>	granica tečenja
$\sigma_{Y0}$	N/m <sup>2</sup>	početna granica tečenja
$\tau$	N/m <sup>2</sup>	tangencijalno naprezanje

## SAŽETAK

U današnje vrijeme došlo je do učestale uporabe tehnologije sinteriranih materijala u sustavima prijenosa snage i gibanja. Sinterirani materijali pokazuju znatne prednosti u odnosu na klasičnu metalurgiju zbog nižih proizvodnih troškova, visoke iskoristivosti materijala, ekološke prihvatljivosti te smanjenja buke i vibracija, ali također zbog poroznosti sinteriranih materijala dolazi do koncentracije naprezanja na mikrorazini što pospješuje nastanak i razvoj oštećenja u materijalu.

U ovom radu je na temelju rezultata metalografske analize provedena numerička simulacija procesa deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C za slučaj monotonog vlačnog opterećenja i elastičnog ponašanja materijala. Modelirani su uzorci s uvećanjem od 200x i 500x. Za svaki model su analizirane dvije varijante mikrostrukture materijala koje uključuju: model koji se sastoji od zrna ferita i bainita te pora i model koji se sastoji od homogenizirane matrice materijala i pora. Za matricu materijala je napravljena homogenizacija materijalnih svojstava ferita i bainita preko volumenskih (površinskih) udjela u modelu, dok su svojstva ferita i bainita preuzeta iz rezultata mikroindentacije (instrumentirana metoda utiskivanja). Za numeričku analizu korišten je programski paket Abaqus koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Nakon numeričke analize dana je usporedba za homogeni i heterogeni slučaj modeliranja.

Rad je podijeljen na pet poglavlja. U prvom poglavlju, dan je uvod i opis metalurgije praha i procesa sinteriranja. U drugom poglavlju opisane su konstitutivne relacije međusobne ovisnosti naprezanja i deformacija. Treće poglavlje prikazuje linearno-elastično ponašanje materijala. Četvrto poglavlje bavi se detaljnom analizom numeričkog modela metodom konačnih elemenata uz prikaz korištenih konačnih elemenata. U petom poglavlju opisan je postupak numeričke analize uz rezultate i diskusiju.

*Ključne riječi:* Abaqus, koncentracija naprezanja, metalografska analiza, metoda konačnih elemenata, modeliranje, mikrostruktura, numerička analiza, sinterirani čelik

## SUMMARY

Nowadays, there is a frequent use of sintered material technologies in power and transmission systems. Sintered materials show significant advantages over classical metallurgy due to lower production costs, high material efficiency, low environmental impact and noise and vibration reduction, but also due to the high porosity of sintered materials there is a microlevel stress concentration which promotes the initiation and propagation of damage in the material.

In this paper, based on the results of metallographic analyses, a numerical simulation of the deformation process in the sintered steel Astaloy Mo + 0.2C microstructure was performed for the case of monotonic tensile load and elastic behaviour of the material. Samples with 200x and 500x magnifications have been modelled. For each model, two variants of the material microstructure were analysed which include: a model consisting of ferrite and bainite grains and pores and a model consisting of a homogenised material matrix and pores. For the material matrix, homogenization of the material properties of ferrite and bainite over the volume (surface) ratios in the model was carried, while the properties of ferrite and bainite were taken from the results of microindentation (instrumented indentation method). For numerical analysis, the Abaqus software package based on the finite element method was used. After numerical analyses, comparison of homogeneous and heterogeneous case is presented.

The thesis is divided into five chapters. In the first chapter, a brief introduction and description of powder metallurgy and sintering processes is given. The second chapter describes the constitutive relations of the interdependence of stress and strain. The third chapter shows the linear-elastic behaviour of the material. The fourth chapter deals with a detailed analysis of the numerical model by the finite element method with an overview of used finite elements. In the fifth chapter, the procedure of numerical analysis is described along with results and discussion.

*Keywords:* Abaqus, finite element method, metallographic analysis, modelling, microstructure, numerical analysis, sintered steel, stress concentration

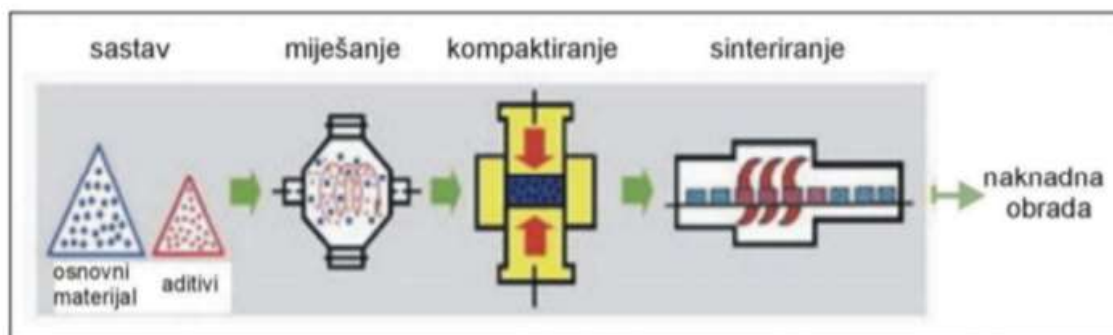
# 1. UVOD

## 1.1. Metalurgija praha

Metalurgija praha, iako novija, jedna je od važnijih grana moderne industrije. Brz rast te grane pripisuje se prednostima nad klasičnim proizvodnim postupcima. Ona omogućuje proizvodnju legura iz metala koji nisu međusobno topljivi jedan u drugome. U zadnje je vrijeme ova grana postala osnova za proizvodnju reznih alata ekstremno visoke tvrdoće i metala otpornih na visoke temperature. Metalurgija praha je tehnologija proizvodnje praha i gotovih dijelova zagrijavanjem prethodno kompaktiranog praha ispod temperature taljenja. To je proces u kojem se čvrsti metal, legura ili keramika u obliku sitnih čestica pretvara u komponente unaprijed određenih dimenzija i svojstava.[1]

Konvencionalna procedura proizvodnje dijelova postupkom metalurgije praha može se opisati s četiri osnovne tehnološke operacije(slika 1.1). To su redom:

- Proizvodnja praha
- Stvaranje mješavine prahova
- Kompaktiranje praha
- Sinteriranje



Slika 1.1 Osnovni procesi metalurgije praha [1]

## 1.2. Sinteriranje

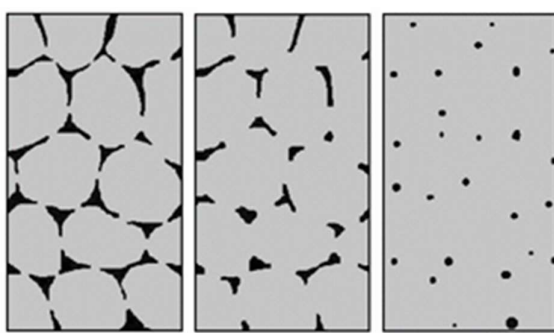
Sinteriranje je završna tehnološka operacija metalurgije praha. To je postupak konsolidacije praha ili otpreska na temperaturi nižoj od temperature tališta glavnog konstituenta s ciljem povezivanja i poboljšanja čvrstoće. Pri visokoj temperaturi i visokom tlaku difuzijski procesi

se ubrzavaju između atoma čestica praha te dolazi do njihovog povezivanja iz čega nastaju kruti komadi. Što su čestice manje, imaju veću površinsku energiju te se brže povezuju.

Na postupak sinteriranja najviše utječu sljedeći parametri :

- **temperatura i vrijeme** – viša temperatura sinteriranja posljedično skraćuje vrijeme potrebno za željeno povezivanje čestica praha
- **geometrijska struktura čestica praha** – prahovi od finih čestica ili čestica s visokom unutarnjom poroznošću sinteriraju brže od prahova s velikim česticama,
- **sastav smjese praha** – odabir konstituenata za smjesu ovisi o željenim mehaničkim svojstvima koje želimo postići,
- **gustoća kompakta** – što je veća gustoća kompakta, legirajući elementi se bolje vežu s prahovima, jer je površina kompakta veća i sl.
- **sastav zaštitne atmosfere u peći za sinteriranje** – zaštitna atmosfera štiti materijal koji se sinterira od oksidacije, smanjuje moguće prisutne zaostale okside te sprječava dekarbonizaciju materijala koji sadrže ugljik i obrnuto, sprječava karbonizaciju materijala koji ne sadrže ugljik

Pri postupku sinteriranja javljaju se dvije pojave, adhezija, odnosno zavarivanje površina čestica i promjena oblika čestica. Obje pojave karakteriziraju postupak sinteriranja prahova na način da bez prisutnosti adhezije nema sinteriranja, a isto tako bez promjene oblika čestica nema zgušnjavanja. Glavni cilj postupka sinteriranja je smanjenje udjela pora, postizanje gustoće kao kod konvencionalnih metoda i željenih materijalnih svojstava. Na slici 1.2 je prikaz fazi procesa sinteriranja.[1]



Slika 1.2 Faze procesa sinteriranja (s lijeva na desno) [2]

Pošto su u ovom radu numeričke analize provedene na sinteriranom čeliku u ostatku ovog poglavlja biti će navedene osnovne karakteristike i obilježja te vrste materijala. U sinteriranim

čelicima nakon završetka procesa sinteriranja javlja se rezidualna poroznost. Na poroznost sinteriranog čelika utječu parametri poput: gustoće kompakta, vrijeme i temperatura sinteriranja, veličina čestica praha itd. Postotak poroznosti ima veliki značaj na mehaničko ponašanje sinteriranog čelika, pogotovo na zamor materijala. Gustoća i poroznost materijala su od velike važnosti i imaju veliki utjecaj na mehanička svojstva. Na slici 1.3 su prikazani tipični dijelovi od sinteriranog čelika. S povećanjem gustoće, vlačna čvrstoća i lomna žilavost rastu približno linearno, a istežljivost i udarna žilavost eksponencijalno.

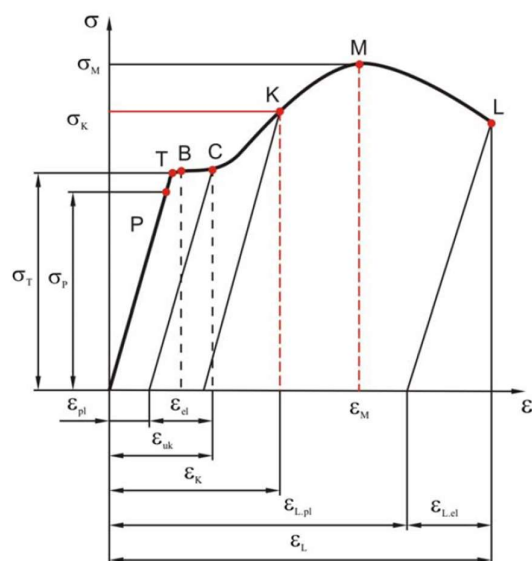


Slika 1.3 Tipični dijelovi od sinteriranog čelika[3]



## 2. MEĐUSOBNA OVISNOST NAPREZANJA I DEFORMACIJA

Za analizu naprezanja i deformacija deformabilnih tijela trebamo poznavati konstitutivne jednadžbe materijala. Konstitutivnim relacijama definiramo odnos između naprezanja i deformacija. Vlačnim testom ispitnog uzorka koji se provodi na kidalici dobivamo većinu podataka o mehaničkim svojstvima materijala. Na slici 2.1 je prikazan konvencionalni dijagram razvlačenja dobiven vlačnim testom.



Slika 2.1 Konvencionalni dijagram razvlačenja [4]

Dio na dijagramu koji se nalazi od ishodišta pa do točke P prikazuje linearno-elastično ponašanje materijala u kojem vrijedi Hookeov zakon,  $\sigma = E\varepsilon$ . Hookeov zakon daje linearnu vezu između naprezanja i deformacija ili drugim riječima, opterećenje izazvano naprežanjem  $\sigma$  razmjerno je deformaciji  $\varepsilon$ , faktor razmjernosti  $E$  je modul elastičnosti. Svaka deformacija u linearno-elastičnom području je povratna tj. nakon rasterećenja deformacija iščezava. Točka P predstavlja granicu proporcionalnosti,  $\sigma_P$ , do koje vrijedi linearni Hookeov zakon. Malo iznad granice proporcionalnosti je granica elastičnosti,  $\sigma_E$  (nije označeno na dijagramu), koja predstavlja najviše naprežanje do kojeg se materijal može opteretiti a da ne dođe do plastične deformacije. U ovom radu će se razmatrati samo linearno-elastično ponašanje materijala.[4]

### 3. LINEARNO-ELASTIČNO PONAŠANJE MATERIJALA

Kao što je u prošlom poglavlju rečeno, linearno-elastično ponašanje opisano je Hookeovim zakonom. Veza između naprežanja i deformacija zapisuje se u obliku

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e, \quad (3.1)$$

gdje  $D_{ijkl}$  predstavlja matricu elastičnosti opisanu tenzorom četvrtog reda, a naprežanje  $\sigma_{ij}$  i elastična deformacija  $\varepsilon_{kl}^e$  su tenzori drugog reda. Za izotropne materijale (materijali čija su svojstva jednaka u svim smjerovima), matrica elastičnosti je simetrična i čine ju dvije nezavisne konstante, tj. modul elastičnosti  $E$  i modul smicanja  $G$ . Veza između ovih dviju konstanti može se prikazati preko Poissonova faktora  $\nu$ , prema jednadžbi

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu). \quad (3.2)$$

Matrica elastičnosti računa se prema jednadžbi

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (3.3)$$

U relaciji (3.3)  $\lambda$  i  $\mu$  su Laméove elastične konstante koje se računaju na sljedeći način,

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (3.4)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

a  $\delta_{ij}$  je Kroneckerov simbol za koji vrijedi

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (3.5)$$

Tenzor naprežanja se sastoji od normalnih i tangencijalnih naprežanja, a može se podijeliti na sferni i devijatorski dio kako slijedi

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + S_{ij}. \quad (3.6)$$

Prvi član u relaciji (3.6) predstavlja sferni dio koji kod izotropnih materijala utječe isključivo na promjenu volumena, tj. veličine tijela u deformiranju, a drugi član je devijatorski dio koji mijenja oblik tijela. Sferni dio tenzora naprezanja naziva se još i hidrostatski dio te se može zapisati na sljedeći način,

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}\sigma_{kk} = p. \quad (3.7)$$

Pri rješavanju stvarnih problema, uvode se određene pretpostavke zasnovane na fizikalnim činjenicama i empirijskim dokazima. Veliki dio takvih problema može se svesti na matematički dvodimenzionalni oblik, pri čemu se razlikuju dva slučaja:

- stanje ravninske deformacije,
- stanje ravninskog naprezanja.

Kod ravninskog stanja deformacija, elastično tijelo ima jednake pomake točaka u međusobno paralelnim ravninama i ti pomaci su neovisni o koordinati okomitoj na te ravnine, dok je ravninsko stanje naprezanja opisano naprezanjima koja postoje u međusobno paralelnim ravninama i koja su neovisna o koordinati okomitoj na te ravnine.[5]

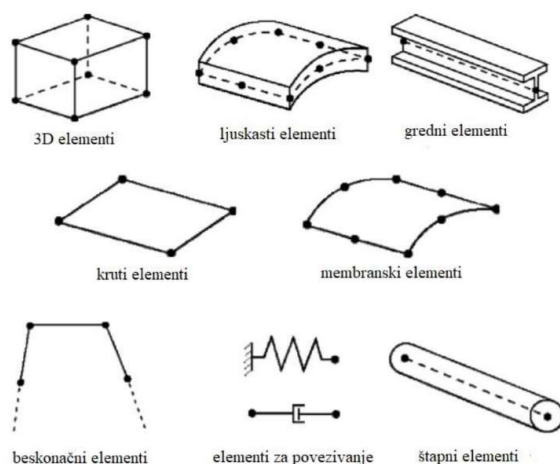
## 4. Metoda konačnih elemenata

### 4.1. Uvod u metodu konačnih elemenata

Problemi kontinuiranih sustava rješavaju se pomoću diferencijalnih jednadžbi čije je točno analitičko rješenje jedino moguće dobiti za jednostavne proračunske modele. Ako promatramo cijelo područje određenog modela vrlo je teško dobiti rješenje koje zadovoljava diferencijalnu jednadžbu. Zato se koristimo numeričkim metodama koje se temelje na fizičkoj diskretizaciji kontinuiranog sustava, odnosno kontinuuma. Jedna od tih metoda je metoda konačnih elemenata.

Kod metode konačnih elemenata promatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom koji se sastoji od konačnog broja međusobno povezanih područja koje nazivamo konačni elementi. Točke u kojima su elementi međusobno povezani nazivamo čvorovima. Stanja svakog elementa, kao što su polje pomaka, deformacije, naprezanja ili temperature opisuju se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljiti što veći broj odgovarajućih uvjeta da bi ponašanje modela bilo što sličnije ponašanju kontinuiranog sustava. Ukoliko su konačni elementi pravilno formulirani, s povećanjem ukupnog broja elemenata, odnosno stupnjeva slobode, raste i točnost rješenja.

Složene konstrukcije zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem elemenata što rezultira sustavom algebarskih jednadžbi s puno nepoznanica. Takva rješenja je vrlo teško postići samostalno bez primjene računala pa je potrebna izrada odgovarajućih računalnih programa. Jedan od takvih programa je Abaqus. Osnovni konačni elementi implementirani u programski paket Abaqus prikazani su na slici 4.1.[6]



Slika 4.1 Osnovni konačni elementi [7]

## 4.2. Programski paket Abaqus

Programski paket Abaqus je komercijalni programski paket koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Abaqus je jedan od najpoznatijih programskih paketa za numeričku analizu konstrukcija koji nam omogućava rješavanje od jednostavnih linearnih do složenih nelinearnih problema. Moguće je rješavanje statičkih i dinamičkih problema te modeliranje većine materijala koji se koriste u strojarstvu.

Programski paket Abaqus se sastoji od komponenata:

- Abaqus/Standard – služi za analizu opće namjene linearnih i nelinearnih problema, kao što su statički i termički problemi.
- Abaqus/Explicit – služi za rješavanje nelinearnih i tranzijentnih dinamičkih problema pomoću eksplicitne metode vremenske integracije.
- Abaqus/CFD – služi za rješavanje problema iz područja računalne dinamike fluida kao i spregnutih proračuna iz mehanike fluida, termičke i strukturne analize.
- Abaqus/Electromagnetic – služi za rješavanje problema iz područja elektromagnetizma.

Zbog velikog broja podataka kojima operira, program je podijeljen na tri cjeline: predprocesor, procesor i postprocesor. U predprocesoru potrebno je opisati proračunski model, u procesoru se vrši rješavanje problema matematičkog modeliranja, a grafički prikaz i obrada rezultata se dobivaju i vrše u postprocesoru.[7]

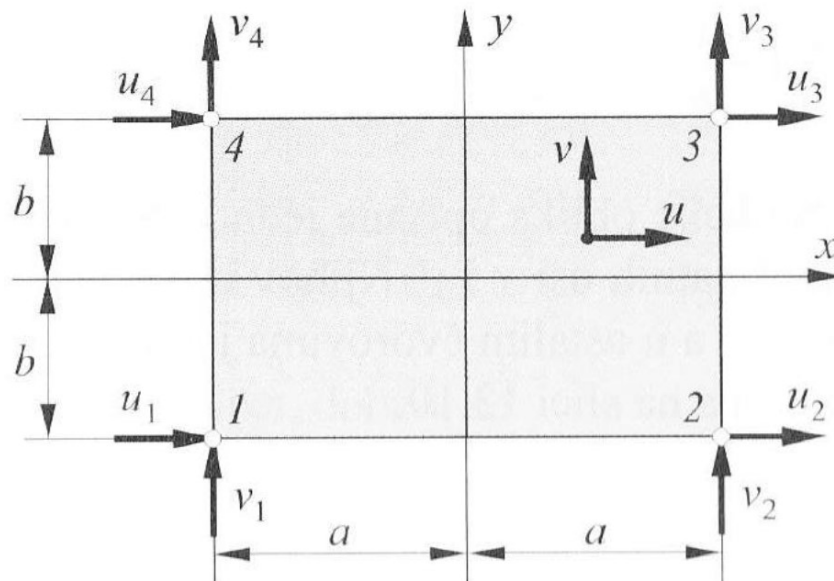
## 4.3. Osnovni pravokutni element

Kod rješavanja problema ravninskog stanja deformacija i ravninskog stanja naprezanja, najčešće se koriste dvodimenzijски konačni elementi s funkcijom pomaka prikazanom u Kartezijevom koordinatnom sustavu  $x$ - $y$ .

Kako bi ti elementi, bilo trokutni ili četverokutni, ispunili uvjete kompatibilnosti, potrebno je duž rubova ispuniti  $C^0$  kontinuitet. U suštini, razlikujemo osnovne konačne elemente i konačne elemente višeg reda.

Osnovni pravokutni konačni element najjednostavniji je pravokutni element, s četiri čvora u vrhovima pravokutnika, svaki s dva stupnja slobode gibanja u svakom čvoru. Sve relacije u nastavku ovog poglavlja izvest će se za lokalni koordinatni sustav  $x$ - $y$ , čije su osi paralelne sa stranicama pravokutnika, te čije je ishodište u težištu pravokutnika.

Pripadni osnovni pravokutni konačni element, zajedno s ucrtanim koordinatnim sustavom i čvorovima, prikazan je na slici 4.2.



Slika 4.2 Osnovni pravokutni konačni element[6]

Stupnjevi slobode su pomaci u pravcu koordinatnih osi  $x$  i  $y$ :

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]. \quad (4.1)$$

Polje pomaka osnovnog pravokutnog konačnog elementa opisano je nepotpunim polinomima drugog stupnja:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \quad (4.2)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy \quad (4.3)$$

Ako izraze (4.2) i (4.3) zapišemo u matričnom zapisu, dobijemo:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{a} \quad (4.4)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Daljnijim uvrštavanjem rubnih uvjeta za čvorove  $x = x_i, y = y_i, u = u_i$  i  $v = v_i$  za  $i = 1 \dots 4$ , u izraz (4.1), a u odnosu na koordinatni sustav sa slike 8., dobije se sustav algebarskih jednažbi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ca} \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Kombinacijom dvaju matičnih izraza (4.4) i (4.6), dobijemo vezu između vektora polja pomaka  $\mathbf{u}$  i vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{C}^{-1} \mathbf{v} \quad (4.8)$$

Veza između vektora polja pomaka  $\mathbf{u}$  i vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$  definira se kao matrica funkcija oblika  $\mathbf{N}$ , koja se konkretno za trenutno promatrani konačni element sastoji od osam stupaca i dva retka. Matrica funkcija oblika  $\mathbf{N}$  računa se prema sljedećem izrazu:

$$\mathbf{N} = \alpha \mathbf{C}^{-1} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_1 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

U izrazu (4.10),  $N_1, N_2, N_3$  i  $N_4$  su funkcije oblika za pripadne čvorove osnovnog pravokutnog konačnog elementa  $i = 1 \dots 4$ . Funkcije oblika su jednodimenzijски linearni polinomi u pravcu

lokalnog koordinatnog sustava  $x$ - $y$ , ovisni o geometriji konačnog elementa, odnosno o duljini  $a$  i širini  $b$ , kao i o koordinatama  $x$  i  $y$  :

$$N_1 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (4.11)$$

$$N_2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (4.12)$$

$$N_3 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \quad (4.13)$$

$$N_4 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right). \quad (4.14)$$

Nadalje, matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima  $\mathbf{B}$  izračunava se posredno, deriviranjem funkcija oblika  $\mathbf{N}$ , pomoću matričnog izraza:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} \quad (4.15)$$

gdje je  $D_k$  kinematički diferencijalni operator za ravninsko stanje deformacije, odnosno ravninsko stanje naprezanja, definiran sljedećim izrazom:

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Daljnijim sređivanjem i uvrštavanjem u izraz (4.15), matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu  $\mathbf{B}$ , nakon deriviranja funkcija oblika, glasi:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & (b-y) & 0 & (b+y) & 0 & -(b+y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & -(a+x) & 0 & (a+x) & 0 & (a-x) \\ -(a-x) & -(b-y) & -(a+x) & (b-y) & (a+x) & (b+y) & (a-x) & -(b+y) \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Raspodjela deformacija po konačnom elementu opisana je izrazom:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (4.18)$$

dok su komponente tenzora deformacije jednake:



$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]. \quad (4.19)$$

Zbog kompleksnosti izraza, matrični izraz (4.18) neće biti raspisan, no ako promotrimo izraze (4.1) i (4.17), možemo uočiti kako će se komponenta deformacije  $\varepsilon_x$  mijenjati linearno u zavisnosti od koordinate  $y$ , komponenta deformacije  $\varepsilon_y$  će se mijenjati linearno u zavisnosti od koordinate  $x$ , dok će se  $\gamma_{xy}$  mijenjati linearno u ovisnosti od obje koordinate  $x$  i  $y$ .

Naprezanje u konačnom elementu izračunava se putem sljedećeg izraza:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DB}\mathbf{v}, \quad (4.20)$$

gdje je:

$$\mathbf{S} = \mathbf{DB}, \quad (4.21)$$

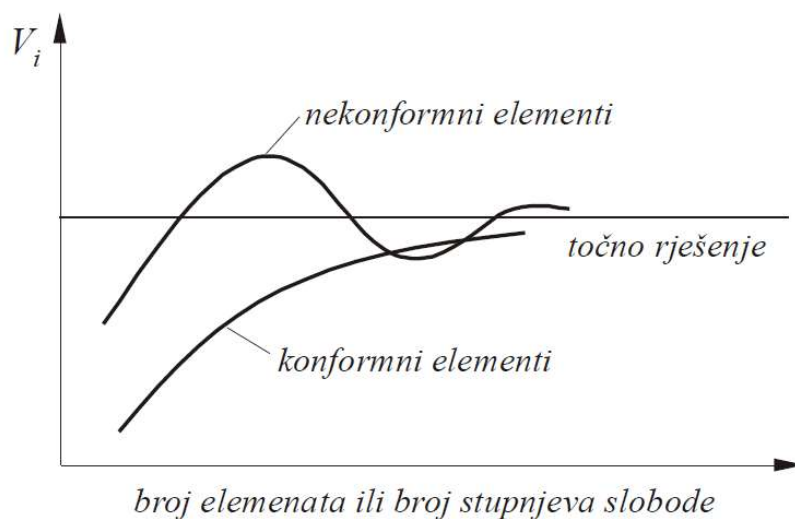
što predstavlja matricu  $\mathbf{S}$ , odnosno matricu elastičnih konstanti materijala i koordinata čvorova konačnog elementa.

Analogno, zbog kompleksnosti matričnog izraza za određivanje naprezanja, isti neće biti detaljnije raspisan. No, ako promotrimo ulazne parametre u matrični izraz (4.20), možemo jednostavno i lako zaključiti kako je polje naprezanja u osnovnom pravokutnom konačnom elementu linearna funkcija za svaku od navedenih komponenta naprezanja. Iako je to očigledna prednost nad osnovnim trokutnim konačnim elementom, na vidjelo proizlazi nedostatak nepotpunosti polinoma kojim se opisuju funkcije pomaka.[6]

#### 4.4. Konvergencija rješenja

Cilj metode konačnih elemenata je da dobivena rješenja što više približimo vrijednostima koje točno opisuju razmatrani problem. Konvergencija je približavanje točnom rješenju s povećavanjem broja elemenata, odnosno stupnjeva slobode proračunskog modela. Fizikalno značenje konvergencije je da usitnjavanjem mreže konačnih elemenata energija deformiranja konvergira k točnom iznosu energije deformiranja proračunskog modela.

Ovisno o konačnim elementima i formulaciji metode, konvergencija može biti monotona i nemonotona, slika 4.1.



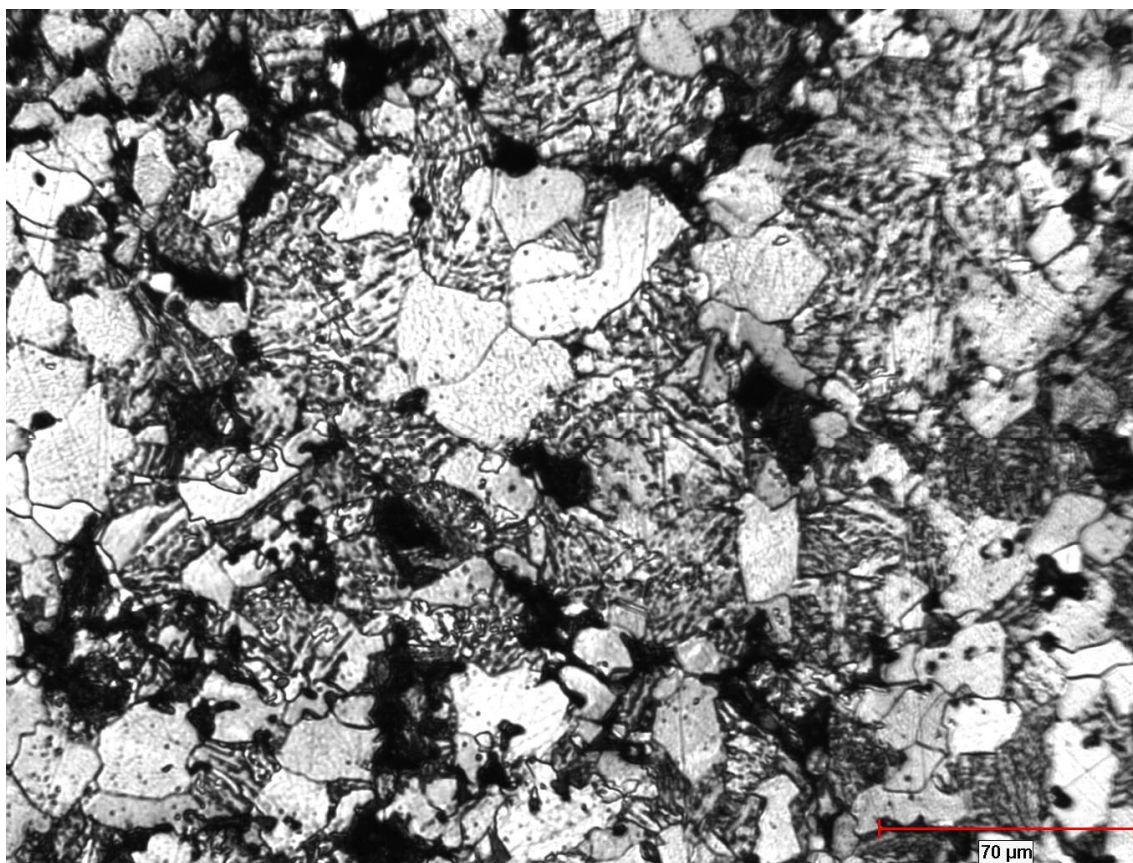
Slika 4.3 Konvergencija rješenja [6]

Ako se metoda pomaka ispravno formulira, izračunati pomaci će po apsolutnoj vrijednosti biti manji od točnih vrijednosti, a usitnjavanjem mreže vrijednosti pomaka stalno će rasti, što čini konvergenciju monotonom. Da bi se ostvarila monotona konvergencija interpolacijske funkcije trebaju ispunjavati sljedeće uvjete:[6]

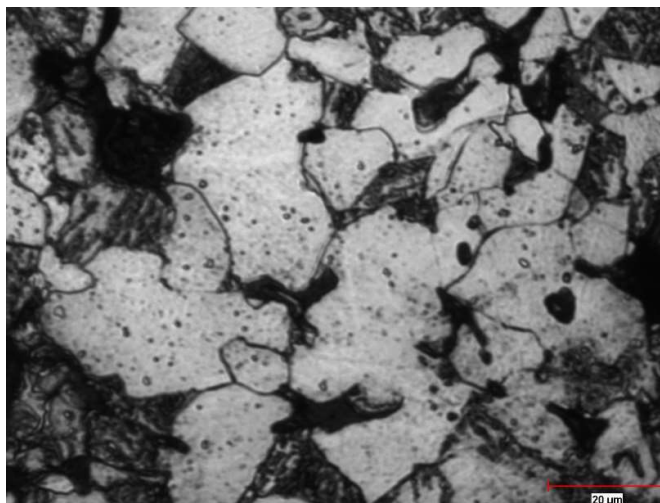
- mogućnost opisivanja pomaka krutog tijela,
- mogućnost opisivanja polja konstantnih deformacija,
- zadovoljavanje svih uvjeta kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata.

## 5. NUMERIČKA ANALIZA

Da bi se provela numerička analiza prvo je potrebno iz slika mikrostrukture uzoraka (slika 5.1 i 5.2) dobivenih metalografskom analizom napraviti po mogućnosti što jednostavniji model u softveru za pregled i uređivanje (AutoCAD), a zatim uvesti u alat za numeričku analizu (Abaqus). Također, prije uvoza geometrije u Abaqus potrebno je raspoznati sastavne dijelove mikrostrukture koja se sastoji od: pora (crna boja), ferita (bijela boja) te bainita (pretežno siva boja).



Slika 5.1 Mikrostruktura sinteriranog čelika s uvećanjem 200x



Slika 5.2 Mikrostruktura sinteriranog čelika s uvećanjem 500x

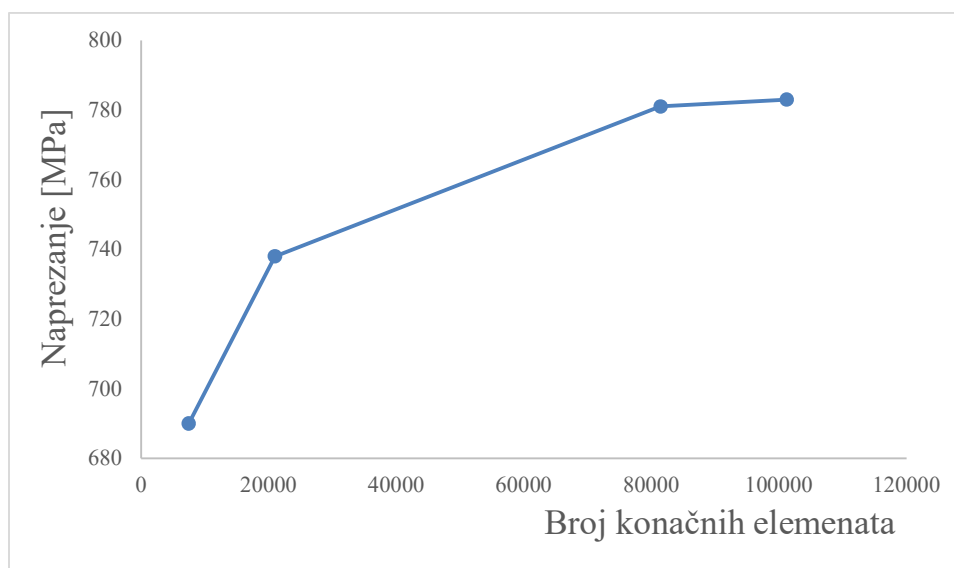
U tablici 5.1 dane su dimenzije modela te poroznosti tj. udio pora u modelu. Određivanje poroznosti modela te udijela ferita i bainita koji će biti prikazani kasnije u ovom radu su napravljeni pomoću programa za uređivanje slika ImageJ.

Tablica 5.1 Dimenzije i poroznosti odabranih modela

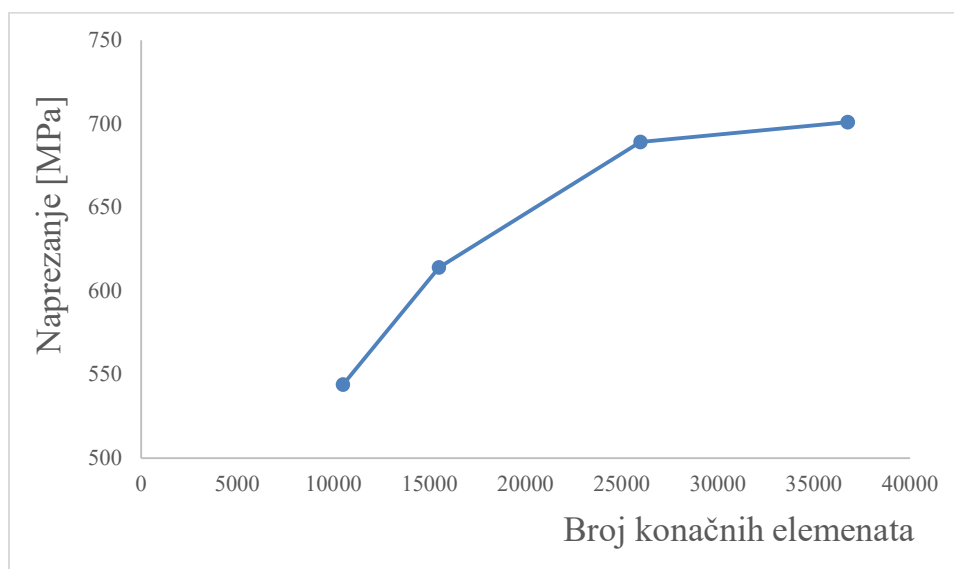
	200x	500x
<b>Dimenzije [mm]</b>	0,23x0,23	0,0843x0,0843
<b>Poroznost [%]</b>	12%	9%

## 5.1. Konvergencija mreže konačnih elemenata

Mreža za heterogeni model 200x je konvergirala sa 101233 konačna elemenata, dok za heterogeni model 500x sa 36744 konačna elementa gdje je za oba slučaja greška rješenja spram prethodnog unutar 1%, čime smo zadovoljni. Na slici 5.3 i 5.4 su prikazani dijagrami konvergencije rješenja za ekvivalentno von Misesovo naprezanje.



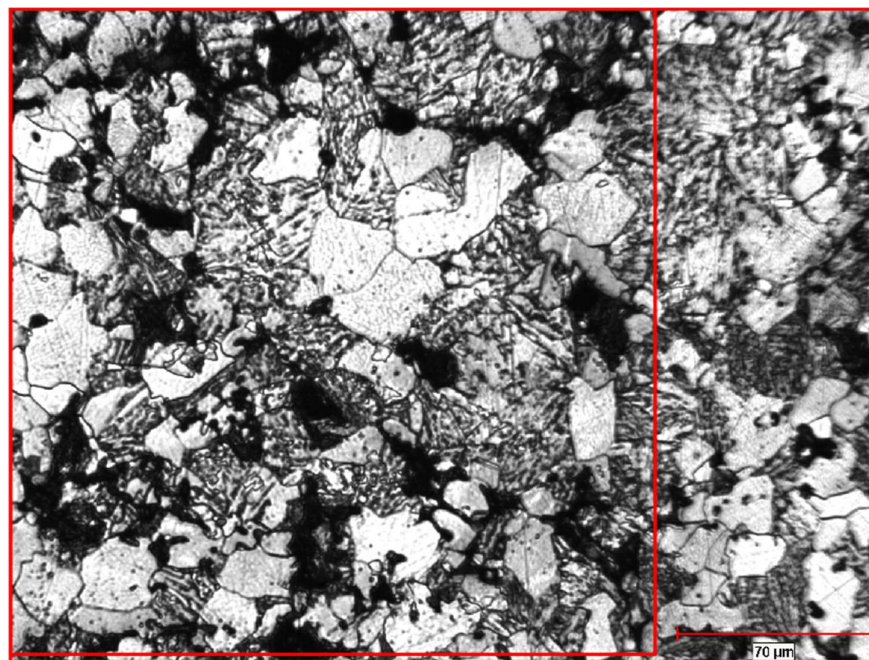
Slika 5.3 Konvergencija rješenja za ekvivalentno von Misesovo naprezanje heterogenog modela 200x



Slika 5.4 Konvergencija rješenja za ekvivalentno von Misesovo naprezanje heterogenog modela 500x

## 5.2. Model s uvećanjem 200x

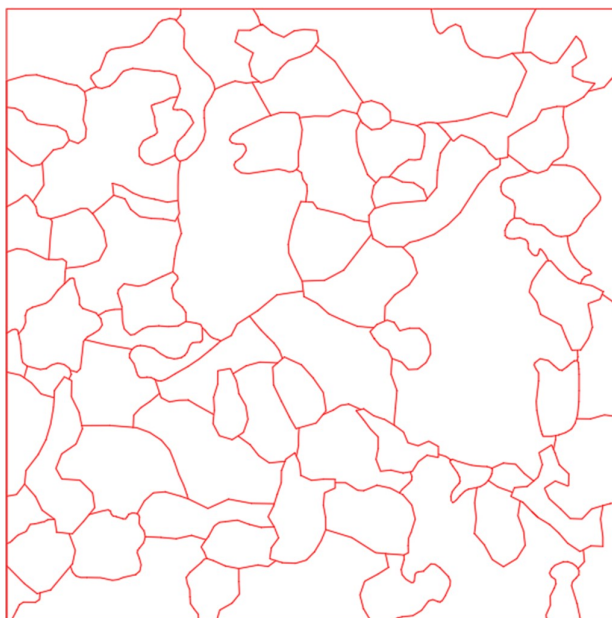
Veličina odabranog modela sa slike 5.1 je odabrana tako da raspored pora bude što ravnomjerniji po cijelom modelu i da na rubovima modela nemamo pore (slika 5.5).



Slika 5.5 Odabrani model s uvećanjem 200x

### 5.2.1. Heterogeni model

Izrada geometrije provedena je u softwaru AutoCAD. Prvo se uvezla slika modela koju je bilo potrebno skalirati pomoću mjerila na donjem desnom dijelu slike. Nakon toga se opcijom *spline* pokušalo što bolje napraviti granice između pora, bainita i ferita. Nakon napravljenih linija potrebno ih je bilo pretvoriti u polinome prvog reda da bi se izbjegla komplicirana geometrija koja bi nam kasnije mogla stvarati probleme u Abaqusu. Geometrija je također podijeljena na dva dijela. Jedan dio se sastoji od granica između bainita i ferita dok se drugi dio sastoji samo od pora, radi lakšeg uvoza u Abaqus i da se dio samo od pora može kasnije uvesti za homogeni model bez naknadne dorade. Prikaz geometrije nalazi se na slici 5.6.

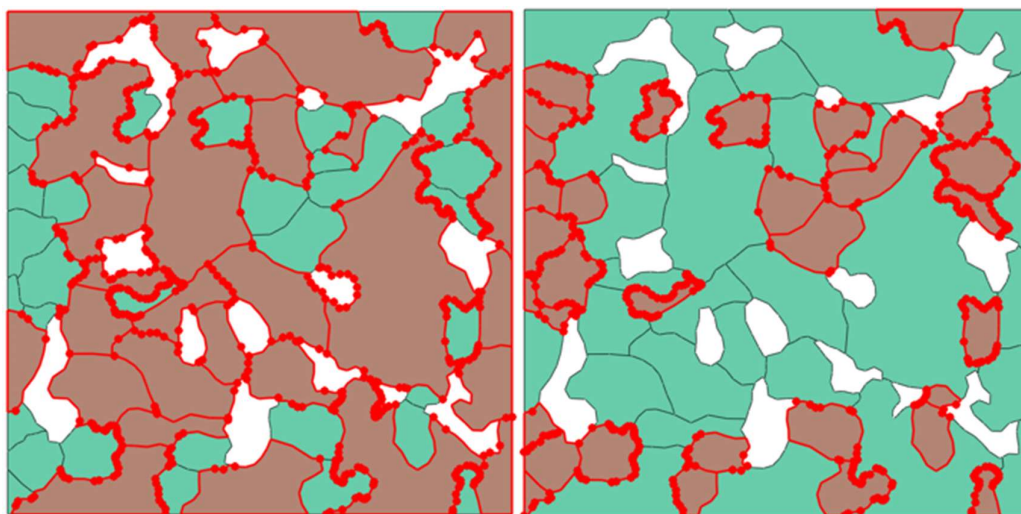


Slika 5.6 Slika geometrije heterogenog modela uvećanja 200x

Nakon uvoza geometrije u Abaqus potrebno je dodijeliti materijalna svojstva feritu i bainitu (slika 5.7), Pošto se u ovom radu analizira samo elastična deformacija u Abaqusu je potrebno zadati svojstva za elastično ponašanje materijala. Materijalna svojstva su dobivena iz mikroindentacije (instrumentirana metoda utiskivanja), te su prikazana u tablici 5.2.

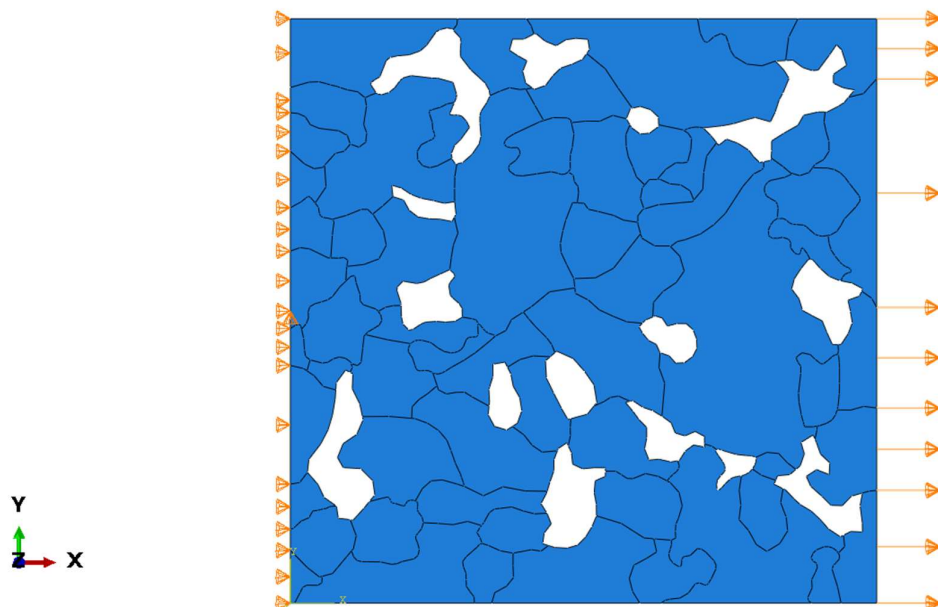
Tablica 5.2 Materijalna svojstva ferita i bainita [8]

	Ferit	Bainit
$E$ [Mpa]	1340342	306909
$\nu$	0,28	0,28



Slika 5.7 Dodjeljivanje materijalnih svojstava različitim zrnima (lijevo bainit, desno ferit) za model 200x

Rubni uvjeti prikazani na slici 5.8 su zadani tako da je cijeli lijevi rub modela nepomičan u smjeru osi  $x$  (horizontalna os), a središnja točka lijevog ruba je nepomična u smjeru osi  $y$  (vertikalna os). Zadan je također pomak na cijelom desnom rubu koji iznosi 0,1 % ukupne duljine stranice modela što za ovaj slučaj iznosi 0,00023 mm.



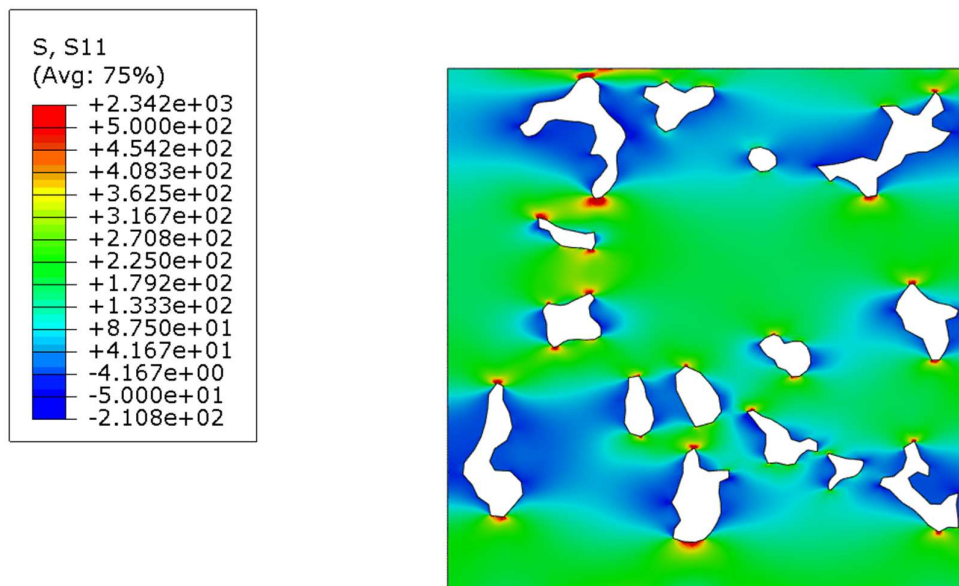
Slika 5.8 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka heterogenog modela 200x

Mreža za heterogeni model 200x se sastoji od 101233 konačna elementa i prikazana je na slici 5.9.



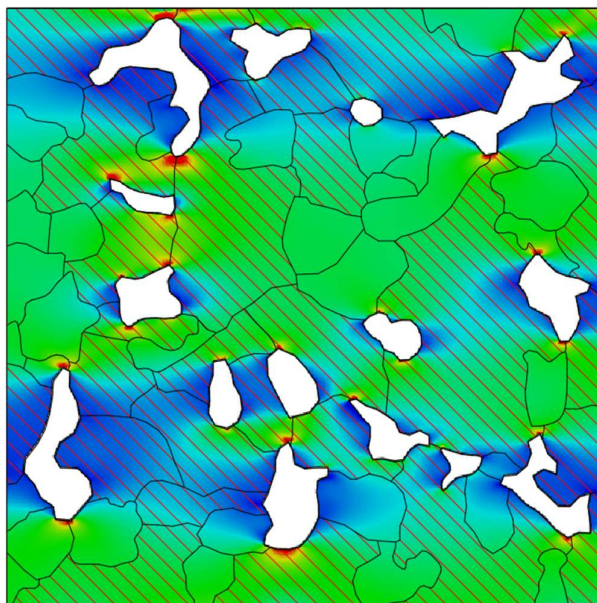
Slika 5.9 Mreža od 101233 konačna elementa heterogenog modela 200x





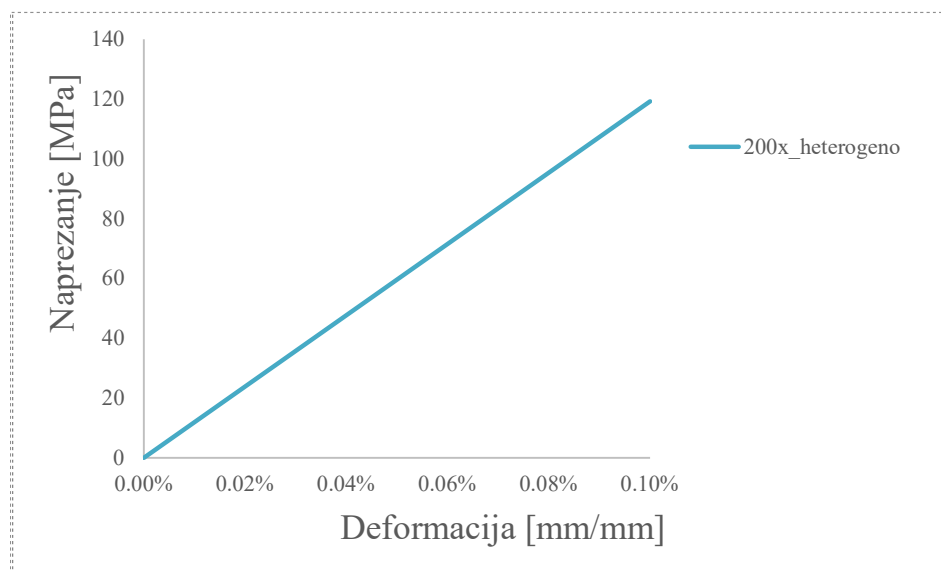
Slika 5.10 Prikaz raspodjele normalnog napreznja u smjeru osi  $x$  heterogenog modela 200x

Sa slike 5.10 se može uočiti da na rubovima pora dolazi do koncentracije napreznja, preopterećivanjem bi došlo do oštećenja na tim dijelovima i potencijalnog loma.



Slika 5.11 Raspodjela normalnog napreznja u smjeru osi  $x$  sa prikazanim rubovima zrna (šrafirano je bainit) heterogenog modela 200x

Iz slike 5.11 je vidljivo da nema vidljivih promjena napreznja između granica zrna. Uzrok tome je jako mala razlika između modula elastičnosti bainita i ferita.



Slika 5.12 Dijagram normalno napreznje u smjeru osi  $x$ -deformacija heterogenog modela 200x

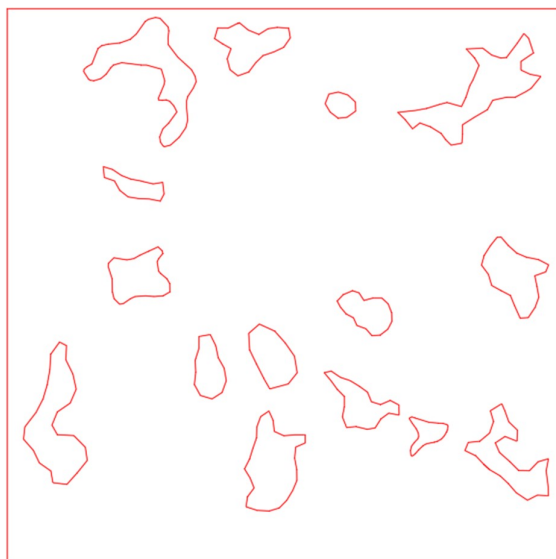
Dijagram normalno napreznje u smjeru osi  $x$ -deformacija (slika 5.12) je napravljen tako da su sumirane sve reaktivne sile na desnom rubu modela i podijeljene sa duljinom stranice što će nam predstavljati napreznje, a deformacija je pomak bilo koje točke desnog ruba koja iznosi za ovaj model 0,23 mm. Napreznje pri deformaciji od 0,1% iznosi 119,2MPa.

### 5.2.2. Homogeni model

Postupak rješavanja je isti kao kod heterogenog modela, jedina promjena je u podacima za materijalna svojstva. Nemamo više ferit i bainit već homogenizirano zrno. Za homogeni model prikazan na slici 5.13 je napravljena homogenizacija preko udjela bainita i ferita u modela. Podatci su dani u tablici 5.3.

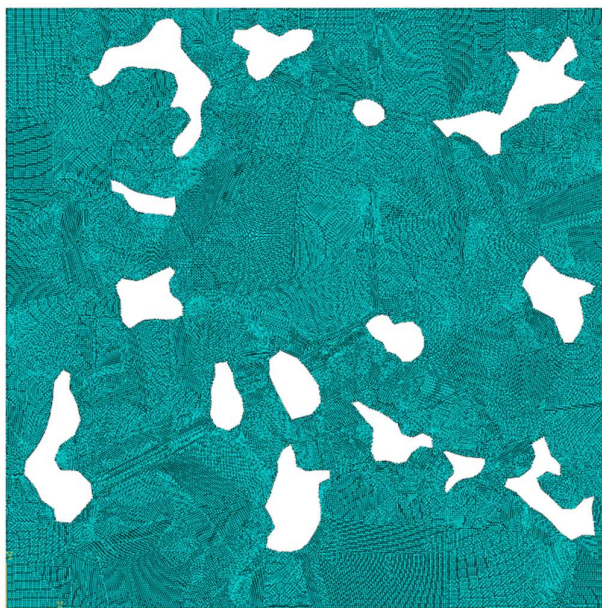
Tablica 5.3 Materijalna svojstva homogeniziranog modela 200x

Udio bainita	62%	Udio Ferita	26%	Homogenizirani modul elastičnosti	
$E$ [MPa]	206000	$E$ [MPa]	204000	$E$ [MPa]	205418,83



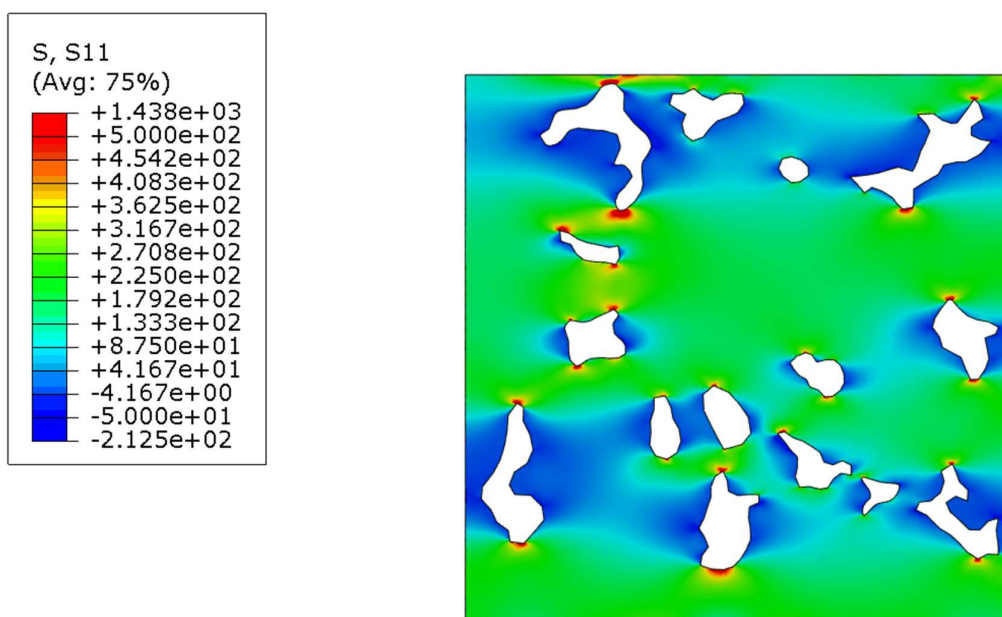
Slika 5.13 Slika geometrije homogenog modela uvećanja 200x

Rubni uvjeti za homogeni model su isti kao i za heterogeni model te su prikazani na slici 5.8. Mreža za homogeni model 200x se sastoji od 92554 konačna elementa i prikazana je na slici 5.14.

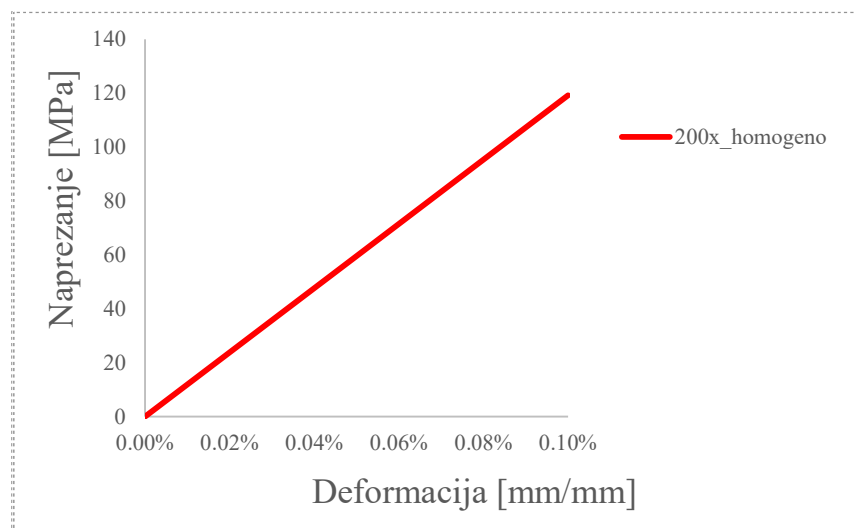


Slika 5.14 Mreža od 92554 konačna elementa homogenog modela 200x

Na slici 5.10 i 5.15 se može uočiti da se minimalna i maksimalna naprežanja razlikuju. Uzrok tome može biti drugačiji raspored konačnih elemenata po modelu te potencijalno lošija mreža kod heterogenog modela zbog kompliciranije geometrije jer postoje još dodatno granice između bainita i ferita.



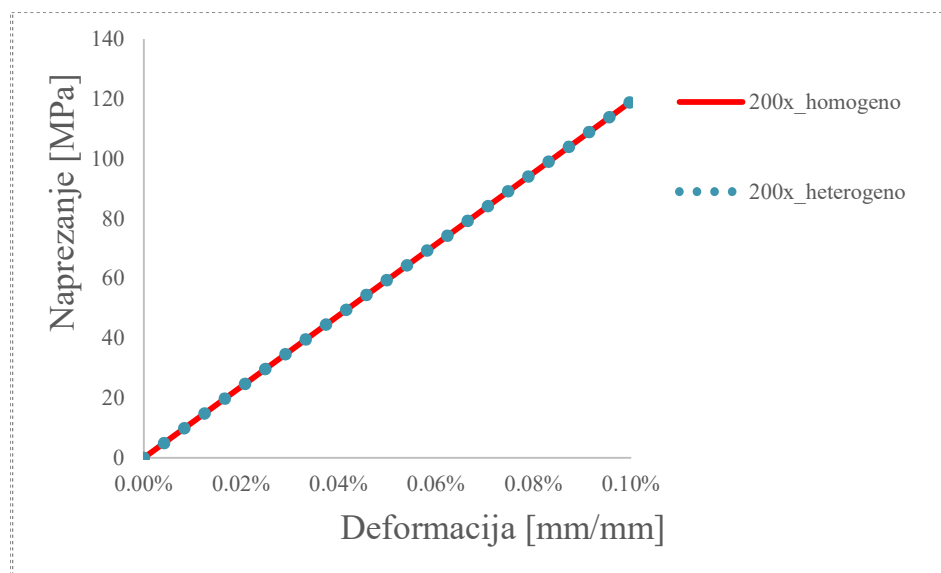
Slika 5.15 Prikaz raspodjele normalnog naprežanja u smjeru osi  $x$  homogenog modela 200x



Slika 5.16 Dijagram normalno naprežanje u smjeru osi  $x$ -deformacija homogenog modela 200x

Naprežanje pri deformaciji od 0,1% iznosi 119,1 MPa (slika 5.16).

### 5.2.3. Usporedba rezultata heterogenog i homogenog modela

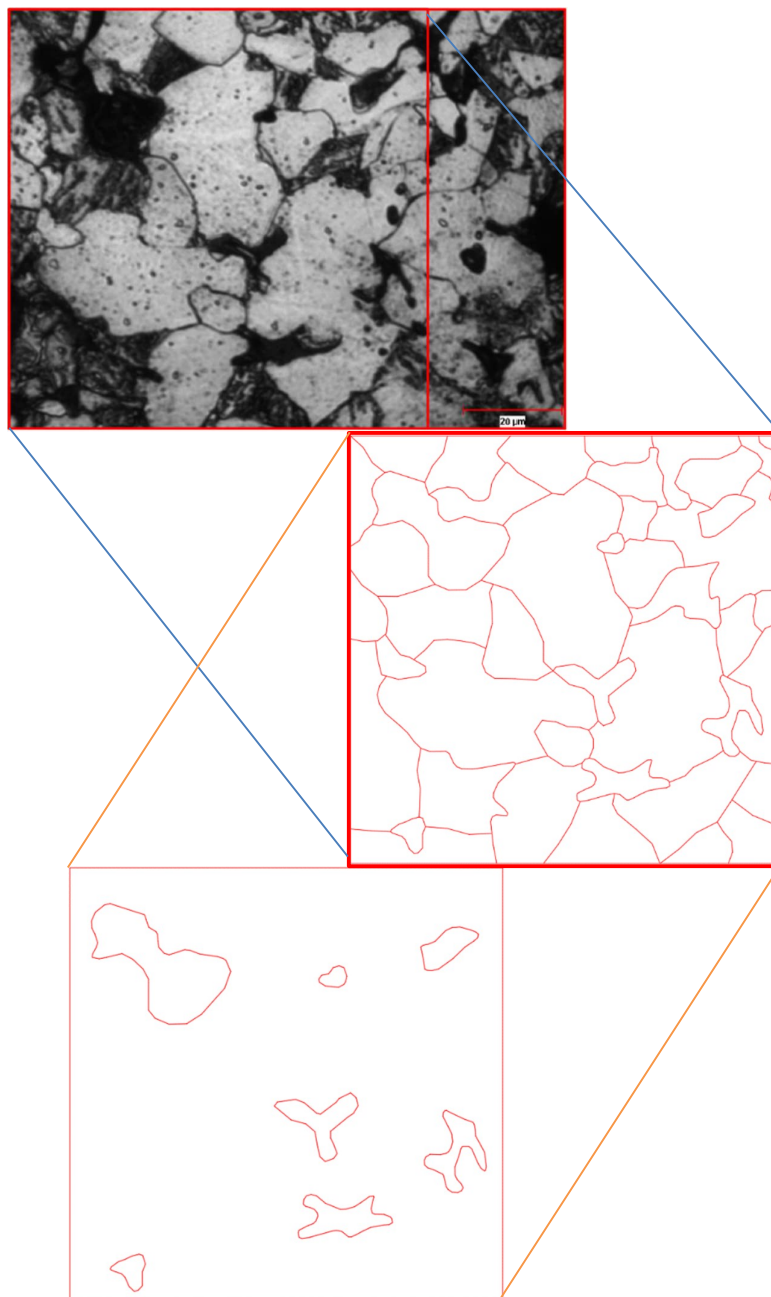


Slika 5.17 Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija modela 200x

Za heterogeni model naprezanje pri deformaciji od 0,1% je 119,2 MPa, a za homogeni model 119,1 MPa (slika 5.17). Jasno je da su rezultati skoro pa isti. Ovakva rješenja su uzrok toga što je mala razlika između modula elastičnosti ferita i bainita.

### 5.3. Model s uvećanjem 500x

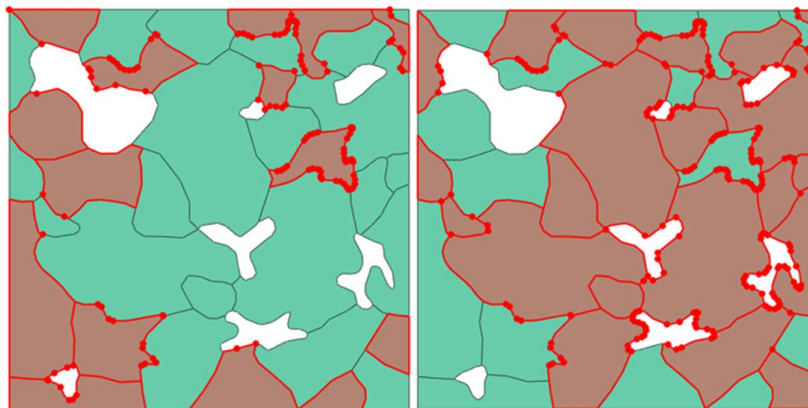
Analogno postupku koji se koristio za model 200x će biti primijenjeno za model 500x. Na slici 5.18 je prikaz odabranog modela te heterogeni i homogeni model.



Slika 5.18 Odabrani model s uvećanjem 500x i prikaz homogenog i heterogenog modela

### 5.3.1. Heterogeni model

Nakon uvoza geometrije u Abaqus potrebno je dodijeliti materijalna svojstva feritu i bainitu istim postupkom kako je napravljeno na modelu 200x (slika 5.19).



Slika 5.19 Dodjeljivanje materijalnih svojstava različitim zrnima (lijevo bainit, desno ferit) heterogenog modela 500x

Rubni uvjeti prikazani na slici 5.20 su zadani tako da cijeli lijevi rub modela bude nepomičan u smjeru osi  $x$ , a središnja točka lijevog ruba bude nepomična u smjeru osi  $y$ . Zadan je također pomak na cijelom desnom rubu koji iznosi 0,1 % ukupne duljine stranice modela što za ovaj slučaj iznosi 0,0000843 mm.



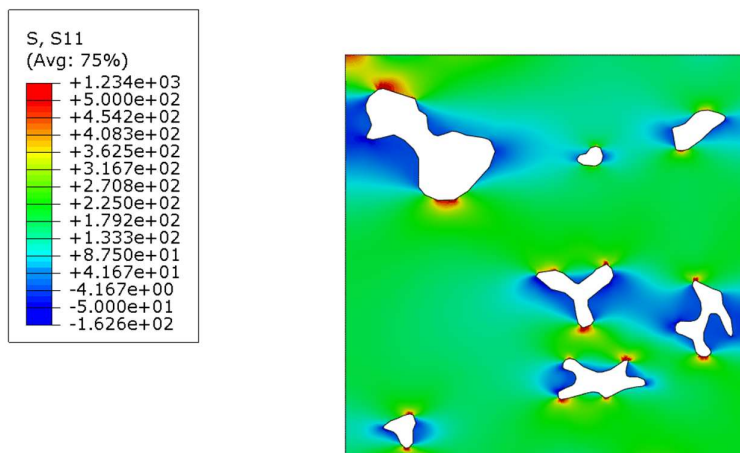
Slika 5.20 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka heterogenog modela 500x

Mreža za heterogeni model 500x sastoji se od 36744 konačna elementa (slika 5.21)



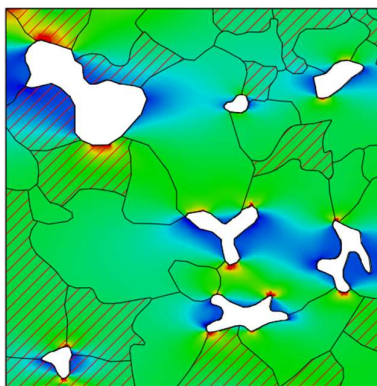
Slika 5.21 Mreža od 36744 konačna elementa heterogenog modela 500x

Sa slike 5.22 se može uočiti da na rubovima pora dolazi do koncentracije naprezanja, preopterećivanjem bi došlo do oštećenja na tim dijelovima i potencijalnog loma.



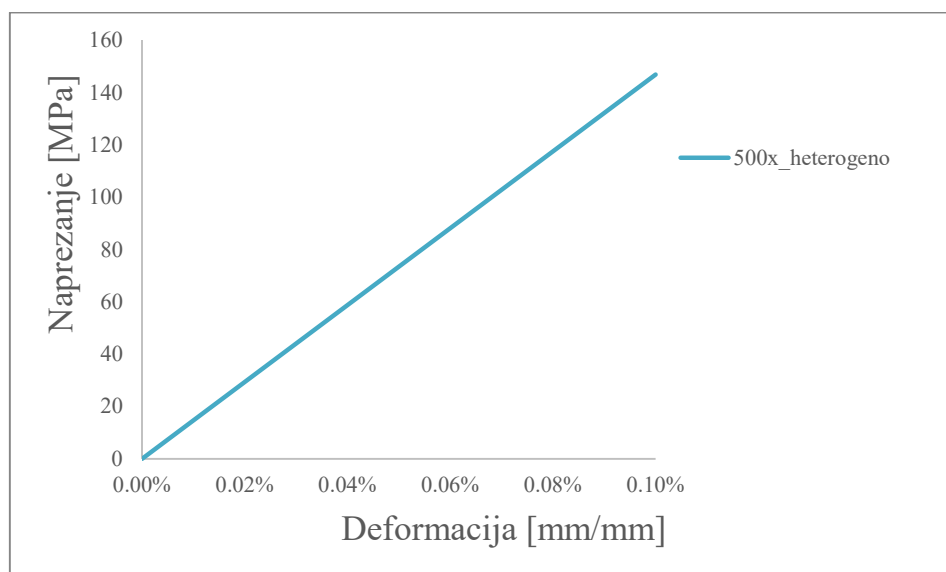
Slika 5.22 Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi x heterogenog modela 500x





Slika 5.23 Raspodjela normalnog naprezanja u smjeru osi x sa prikazanim rubovima zrna (šrafirano je bainit) heterogenog modela 500x

Vidimo prema slici 5.23 da nema vidljivih promjena naprezanja između granica zrna. Uzrok tome je jako mala razlika između modula elastičnosti bainita i ferita.



Slika 5.24 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi x-deformacija heterogenog modela 500x

Naprezanje pri deformaciji od 0,1% iznosi 146,9 MPa (slika 5.24).

### 5.3.2. Homogeni model

Za homogeni model prikazan na slici 5.18 je napravljena homogenizacija preko udjela bainita i ferita u modela. Podatci su dani u tablici 5.4.

Tablica 5.4 Materijalna svojstva homogeniziranog modela 500x

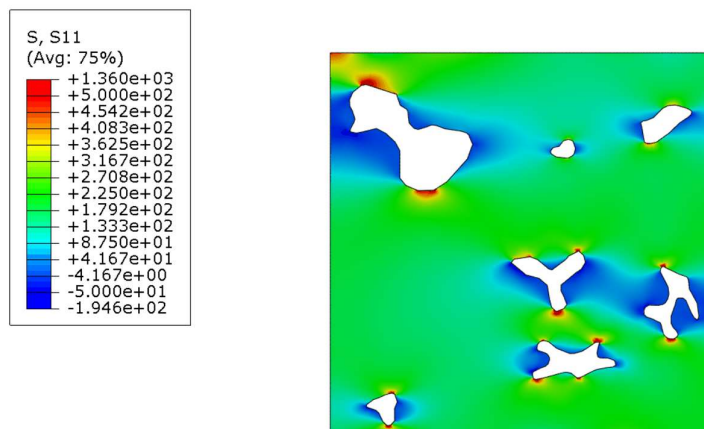
Udio bainita	30%	Udio Ferita	61%	Homogenizirani modul elastičnosti	
$E$ [MPa]	206000	$E$ [MPa]	204000	$E$ [MPa]	204660.63

Rubni uvjeti za homogeni model su isti kao i za heterogeni model te su prikazani na slici 5.20. Mreža za heterogeni model 500x sastoji se od 52734 konačna elementa (slika 5.25)

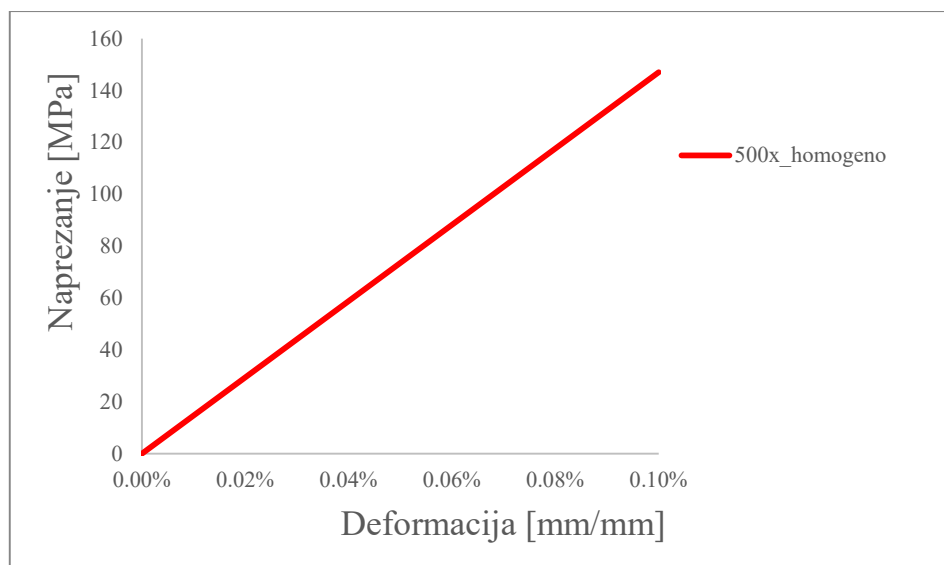


Slika 5.25 Mreža od 52734 konačna elementa homogenog modela 500x

Na slici 5.22 i 5.26 se može uočiti da se minimalna i maksimalna naprezanja razlikuju. Uzrok tome može biti drugačiji raspored konačnih elemenata po modelu te potencijalno lošija mreža kod heterogenog modela zbog kompliciranije geometrije jer postoje još dodatno granice između bainita i ferita.



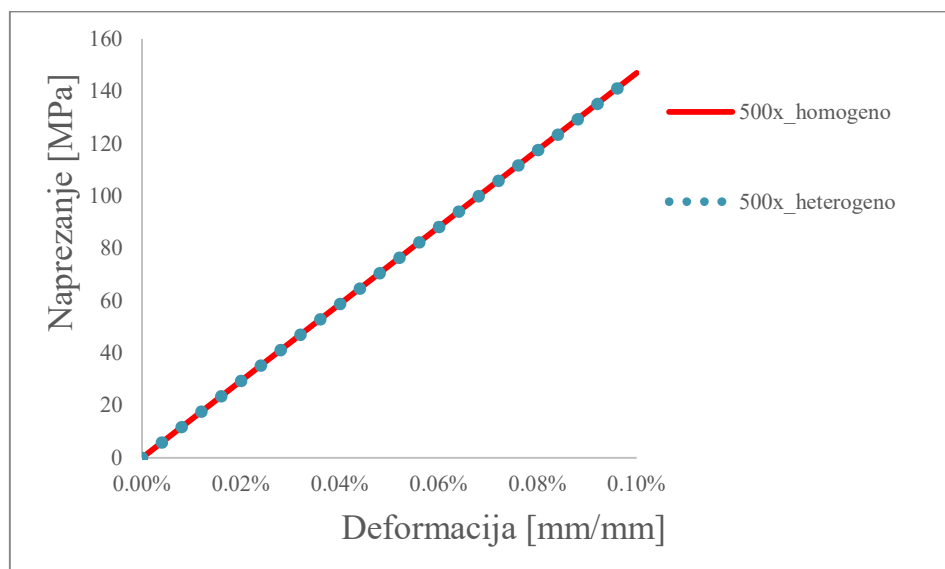
Slika 5.26 Prikaz raspodjele normalnog napreznja u smjeru osi  $x$  homogenog modela 500x



Slika 5.27 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija homogenog modela 500x

Naprezanje pri deformaciji od 0,1% iznosi 147.0 MPa (slika 5.27).

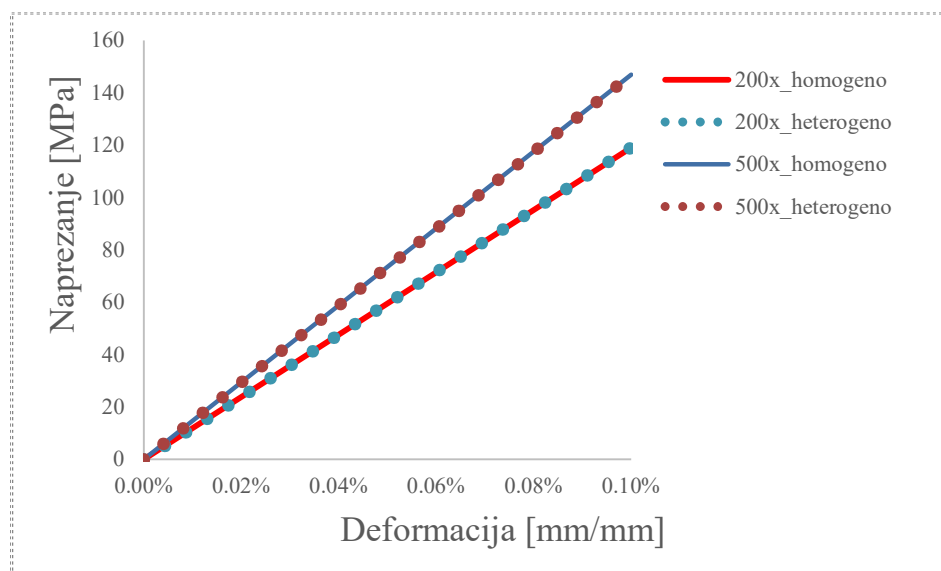
### 5.3.3. Usporedba rezultata heterogenog i homogenog modela



Slika 5.28 Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi x-deformacija modela 500x

Za heterogeni model naprezanje pri deformaciji od 0,1% je 146,9 MPa, a za homogeni model 147,0 MPa (slika 5.28). Jasno je da su rezultati skoro pa isti. Ovakva rješenja su uzrok toga što je mala razlika između modula elastičnosti ferita i bainita.

## 5.4. Usporedba rezultata modela 200x i 500x



Slika 5.29 Usporedni dijagram rezultata modela 200x i 500x

Na slici 5.29 je prikazan usporedni dijagram rezultata modela 200x i 500x. Modeli 500x pri deformaciji od 0,1% imaju oko 24% veće naprežanje. Uzrok tome je različita poroznost modela i drugačiji raspored pora po modelu.

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedeno je modeliranje mikrostrukture sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C te numerička analiza modela. Na temelju dobivenih rezultata metalografske analize, napravljeni su geometrijski modeli koji se mogu uvesti u alat za numeričku analizu. Cilj je bio napraviti usporedbu heterogenog i homogenog modela. Heterogeni dio se sastojao do ferita, bainita i pora dok se homogeni dio sastojao od matrice materijala i pora. Materijalna svojstva za ferit i bainit su preuzeta iz mikroindentacije (instrumentirana metoda utiskivanja)[8] dok je za matricu materijala napravljena homogenizacija preko volumenskih (površinskih) udjela. U ovom radu također su analizirana dva modela, jedan s uvećanjem od 200x i jedan od 500x. Prilikom izrade geometrije, bilo je potrebno napraviti što jednostavniji model. To se učinilo tako da su se *splineovi* kojima su se radile granice zrna pretvore u polinome prvog reda.

Rješenja koja su dobivena za analizirane modele su očekivana. U dijagramu normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija i za model 200x i 500x su dobiveni jako slična rješenja. Uzrok tomu je mala razlika modula elastičnosti između bainita i ferita. Također iz dobivenih rješenja za ove modele se može zaključiti da nema velike razlike između heterogenog i homogenog modela. Za eventualno bolja rješenja moglo bi se analizirati više modela različitih veličina s različitim rasporedom zrna po modelu gdje bi konstituenti materijala imali različite vrijednosti za module elastičnosti.

## LITERATURA

- [1] Lj. Slokar, *Metalurgija praha i sinter materijali*, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [2] <https://www.pm-review.com/introduction-to-powder-metallurgy/sintering-in-the-powder-metallurgy-process/> (datum pristupa stranici)
- [3] <https://www.ames-sintering.com/stainless-steel-parts/>(datum pristupa stranici)
- [4] Pustaić D., Cukor I., *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*, Sažetak predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2009.
- [5] Jecić S., Semenski D., *Jednadžbe teorije elastičnosti*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2011.
- [6] Sorić J., *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2004.
- [7] *Abaqus/CAE 6.14-1 Documentation*
- [8] Walter L. Costin, Olivier Lavigne and Andrei Kotousov, A study on the relationship between microstructure and mechanical properties of acicular ferrite and upper bainite, *Materials Science & Engineering A*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.msea.2016.03.103>

## **PRILOZI**

- I. CD-R disc