

# **Analiza naprezanja tankostjenog spremnika volumena 750m<sup>3</sup>**

---

**Blažević, Maja**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2010**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:072090>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-04-29**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

## **DIPLOMSKI RAD**

Mentor

Prof. dr. sc. Jurica Sorić  
Tomislav Jarak, dipl. ing.

Maja Blažević

Zagreb, 2010.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne  
simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Studentica: **Maja Blažević**

Mat. br.:2242003725

Naslov: **Analiza naprezanja tankostjenog spremnika volumena 750 m<sup>3</sup>**

Opis zadatka:

Potrebno je provesti analizu unutarnjih sila, naprezanja i deformacija spremnika za vino volumena 750 m<sup>3</sup> prema priloženoj skici.

Analizirati dvije izvedbe krova spremnika u obliku:

- a) konusne ljske bez ojačanja,
- b) konusne ljske ojačane rebrima.

Uz zadovoljavanje potrebnih kriterija čvrstoće provesti optimalizaciju s obzirom na utrošak materijala. Prikazati raspodjelu unutarnjih sila, naprezanja i pomaka po konturi spremnika te za usvojenu izvedbu priložiti crteže. Proračun provesti numerički primjenom metode konačnih elemenata pomoću programskog paketa MSC/FEA.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

17. prosinca 2009.

Rok predaje rada:

18. veljače 2010.

Predviđeni datum obrane:

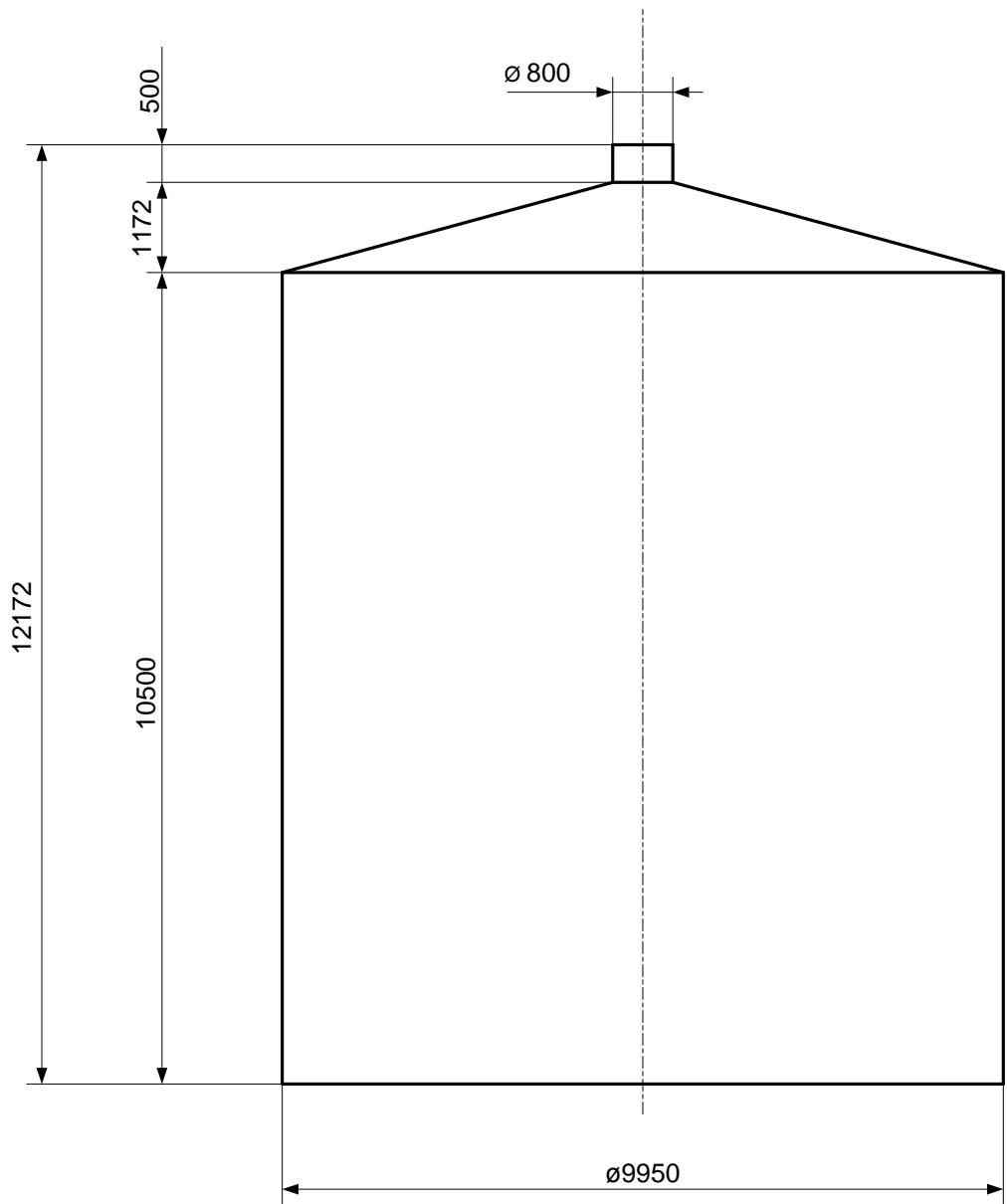
24. – 26. veljače 2010.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Jurica Sorić/ Tomislav Jarak, dipl.ing.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Mladen Andrassy



Slika 1. Skica spremnika s potrebnim dimenzijama

## **IZJAVA**

Izjavljujem da sam ovaj rad napravila samostalno uz stručnu pomoć prof. dr. sc Jurice Sorića, na čemu mu neizmjerno zahvaljujem. Rad ne bi bio moguć bez pomoći dipl. ing. Tomislava Jarka koji me vodio kroz virtualni svijet konačnih elemenata i pomogao mi pri pravilnom korištenju programa, na tome mu veliko hvala.

Maja Blažević

## **SAŽETAK**

U ovom radu izvršena je analiza naprezanja, unutarnjih sila i pomaka spremnika za vino volumena  $750 \text{ m}^3$ . Proračun je proveden numerički primjenom metode konačnih elemenata, pri čemu je korišten programski paket MSC Nastran. Proračun spremnika proveden je uz odredene uvjete čvrstoće i krutosti, s ciljem da se smanji količina utrošenog materijala. Spremnik je do vrha ispunjen tekućinom, a u proračunu se u obzir uzima i opterećenje vlastitom težinom te se za konačnu verziju promatra utjecaj vjetra na konstrukciju. Modeliranje spremnika započeto je sa jednolikom stijenkicom cijelog spremnika, zatim se prelazi na dimenzioniranje plašta spremnika, uz zanemarivanje lokalnih naprezanja na spoju ljudski. U sljedećem koraku spremnik je ukrućen dodavanjem kružnog prstena na mjestu spoja cilindričnog dijela spremnika i konusnog krova te je obavljeno dimenzioniranje prstena s obzirom na kriterij čvrstoće. Dodavanjem prstena nije zadovoljen kriterij krutosti konstrukcije krova pa je stoga u krajnjem koraku krov spremnika ojačan postavljanjem sustava radijalnih rebara. Postavljanjem radijalnih rebara u potpunosti je zadovoljen uvjet krutosti za cijeli spremnik.

# SADRŽAJ

POPIS SLIKA.....	I
POPIS TABLICA.....	VI
Popis oznaka i mjernih jedinica .....	VII
1. Uvod.....	1
2. Metoda konačnih elemenata .....	2
2.1      Općenito o metodi konačnih elemenata.....	2
2.1.1    Osnovne pretpostavke o konačnim elementima .....	3
2.2      Varijacijska formulacija metode konačnih elemenata .....	4
2.3      Izoparametarski konačni elementi .....	6
2.3.1    Dvodimenzijski elementi .....	7
2.4      Matrica deformacija - pomak.....	8
2.5      Degenerirani ljkusasti elementi .....	10
2.6      Osnovni elementi iz programskog paketa MSC.Nastran.....	13
2.6.1    Jednodimenzijski elementi.....	13
2.6.2    Jednostavni gredni elementi – CBAR.....	14
2.6.3    Koordinatni sustav CBAR elemenata .....	14
2.6.4    Sile i naprezanja CBAR elemenata.....	18
2.6.5    Dvodimenzijski elementi .....	18
2.6.6    Četverokutni pločasti elementi (CQUAD4) .....	20
3. Ispitivanje konvergencije elemenata iz programskog paketa MSC.Nastran .....	23
3.1      Cilindrični spremnik opterećen hidrostatskim tlakom.....	24
3.1.1      Primjer zadatka za pokazivanje konvergencije četverokutnih elemenata .....	24
3.1.2      Analitičko rješenje zadatka .....	24
3.1.2      Rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata .....	28
3.1.3      Konvergencija rješenja.....	30
4. Numerička analiza spremnika.....	32
4.1      Uvjeti čvrstoće i krutosti konstrukcije .....	32
4.2      Modeliranje spremnika .....	33
4.3      Izvedba spremnika sa jednolikom debljinom stijenke .....	37
4.4      Optimiranje debljine stijenke cilindra.....	46

4.5	Izvedbe modelirane s prstenom za ukrutu na mjestu spoja ljudski.....	53
4.6	Modeliranje ojačanja na krovu spremnika uz pomoć rebara .....	62
5.	Prikaz rezultata za odabranu konstrukciju .....	65
5.1	Opterećenje spremnika vjetrom .....	101
6.	ZAKLJUČAK.....	105
	POPIS LITERATURE .....	107

## POPIS SLIKA

Slika 2.1 Osnovni tetraedarski konačni element .....	4
Slika 2.3 Trodimenzijski ljkustasti element [1].....	10
Slika 2.4 Ljkustasti elementa sa čvorovima na srednjoj plohi [1].....	11
Slika 2.5 Dvije orijentacije iste grede [2] .....	15
Slika 2.6 Definiranje osi x za CBAR elemente [2] .....	15
Slika 2.7 Orientacijski vektor za CBAR element [2].....	16
Slika 2.8 Ravnina između osi x i orijentacijskog vektora [2] .....	16
Slika 2.9 Formiranje osi z za CBAR element [2].....	17
Slika 2.10 Sile i momenti u CBAR elementu [2].....	18
Slika 2.11 Koordinatni sustav CQUAD4 elementa [2].....	20
Slika 2.11 Unutarnje sile, momenti i naprezanja u CQUAD4 elementu [2] .....	21
Slika 3.1 cilindrična ljska opterećena hidrostatskim tlakom.....	25
Slika 3.2 poprečne sile i momenti uklještenja.....	26
Slika 3.3 Rubni uvjeti i uvjeti simetrije za cilindričnu ljsku.....	28
Slika 3.4 Slika modela s mrežom iz MSC.Nastran .....	28
Slika 3.5 Radikalni pomak cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom .....	29
Slika 3.6 Cirkularno naprezanje $\sigma_\phi$ cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom .....	30
Slika 3.7 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od $H= 1/5$ .....	31
Slika 3.8 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od $H= 1/2$ .....	31
Slika 4.1 Rubni uvjeti proračunskog modela .....	33
Slika 4.2 Opterećenje spremnika a) hidrostatskim tlakom, b) vlastitom težinom .....	34
Slika 4.3 Detalj mreže modela za krovni dio spremnika.....	35
Slika 4.4 Detalj mreže modela za donji dio cilindričnog dijela spremnika .....	35
Slika 4.5 Deformirani oblik mreže za spremnik jednolike stijenke debljine $h=7\text{mm}$ .....	39
Slika 4.6 Ukupni pomak spremnika jednolike stijenke debljine $h=7 \text{ mm}$ . Ukupni pomak izražen je u metrima.....	40
Slika 4.7 Detalj spoja ljski s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika za jednoliku stijenku debljine $h=7 \text{ mm}$ . Ukupni pomak izražen je u metrima.....	41
Slika 4.8 Detalj ukupnog pomaka spremnika s prikazom raspodjele na dnu cilindra za jednoliku stijenku debljine $h=7 \text{ mm}$ . Ukupni pomak izražen je u metrima.....	41
Slika 4.9 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke $h=7 \text{ mm}$ . Naprezanje je prikazano u $\text{N}/\text{m}^2$ .....	42
Slika 4.10 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke $h=7 \text{ mm}$ . Naprezanje je prikazano u $\text{N}/\text{m}^2$ .....	43
Slika 4.11 Detalj spoja ljski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke $h=7 \text{ mm}$ . Naprezanje je prikazano u $\text{N}/\text{m}^2$ .....	44

Slika 4.12 Detalj spoja ljudski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke $h=7$ mm. Naprezanje je prikazano u $N/m^2$ .....	44
Slika 4.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike stijenke cilindra $h= 7$ mm. Naprezanje je prikazano u $N/m^2$ .....	45
Slika 4.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike stijenke $h=7$ mm. Naprezanje je prikazano u $N/m^2$ .....	45
Slika 4.15 Skica plašta spremnika za odabranu izvedbu.....	46
Slika 4.16 Ukupni pomak spremnika sa promjenjivom debljinom stijenke cilindra za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Pomaci su izraženi u metrima.....	47
Slika 4.17 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u $N/m^2$ .....	48
Slika 4.18 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u $N/m^2$ .....	49
Slika 4.19 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka. Ukupni pomak izražen je u metrima .....	50
Slika 4.20 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi. Naprezanje je izraženo u $N/m^2$ .....	50
Slika 4.21 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi. Naprezanje je izraženo u $N/m^2$ .....	51
Slika 4.22 Skica odabranih dimenzija za plašt cilindra.....	53
Slika 4.23 Detalj mreže spremnika ojačane prstenom .....	54
Slika 4.24 Skica profila prstena ( BS EN 10219:1997).....	55
Slika 4.25 Deformirani oblik mreže za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24.....	56
Slika 4.26 Ukupni pomak spremnika ojačanog prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Pomaci su izraženi u metrima .....	57
Slika 4.27 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 Naprezanja su izražena u $N/m^2$ .....	58
Slika 4.28 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Naprezanja su izražena u $N/m^2$ .....	59
Slika 4.29 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika. Pomaci su izraženi u metrima. ....	60
Slika 4.30 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za srednju plohu Naprezanja su izražena u $N/m^2$ .....	60
Slika 4.31 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za vanjsku plohu Naprezanja su izražena u $N/m^2$ .....	61

Slika 4.32 Skica dijela spremnika sa promijenjenim uvjetima simetrije.....	62
Slika 4.33 Model spremnika sa ukrutama prstena i rebara .....	64
Slika 4.34 skica rasporeda rebara za odabranu izvedbu spremnika .....	64
Slika 5.1 Raspored rebara za odabranu izvedbu spremnika.....	65
Slika 5.2 Skica presjeka spremnika s dimenzijama ljsuski cilindra i krova te dimenzijama ukruta .....	66
Slika 5.3 Deformirani oblik mreže za konačnu verziju spremnika .....	69
Slika 5.4 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> . ....	70
Slika 5.5 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> . ....	71
Slika 5.6 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	72
Slika 5.7 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	73
Slika 5.8 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	73
Slika 5.9 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	74
Slika 5.10 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	74
Slika 5.11 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	75
Slika 5.12 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	75
Slika 5.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	76
Slika 5.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	76
Slika 5.15 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	77
Slika 5.16 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele cirkularne normalne komponente naprezanje $\sigma_\phi$ za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup>	77
Slika 5.17 Cirkularna normalna komponenta naprezanje $\sigma_\phi$ na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	78

Slika 5.18 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu između rebara. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	79
Slika 5.19 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu ispod rebara. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	79
Slika 5.20 Meridijalna komponenta naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	80
Slika 5.21 Maksimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	81
Slika 5.22 Maksimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	82
Slika 5.23 Maksimalno glavno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	83
Slika 5.24 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	84
Slika 5.25 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	84
Slika 5.26 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	85
Slika 5.27 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	85
Slika 5.28 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	86
Slika 5.29 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	86
Slika 5.30 Minimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	87
Slika 5.31 Minimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	88
Slika 5.32 Minimalno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m <sup>2</sup> .....	89
Slika 5.33 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	90
Slika 5.34 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	90
Slika 5.35 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	91
Slika 5.36 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	91
Slika 5.37 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	92

Slika 5.38 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	92
Slika 5.39 Ekvivalentno naprezanje prema vrom Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika opterećenog vlastitom težinom. Naprezanja su izražena u N/m <sup>2</sup> .....	93
Slika 5.40 Ukupni pomak spremnika. Pomak je izražen u metrima .....	94
Slika 5.41 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu između rebara. Pomak je izražen u metrima.....	95
Slika 5.42 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu ispod rebara. Pomak je izražen u metrima.....	95
Slika 5.43 Raspodjela unutrašnjih normalnih cirkularnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su ..... izražene u N/m.....	96
Slika 5.44 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m.....	97
Slika 5.45 Raspodjela unutrašnjih cirkularnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N .....	98
Slika 5.46 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N .....	99
Slika 5.47 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Sile su izražene u N/m .....	100
Slika 5.48 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Momenti su izražene u N .....	100
Slika 5.49 Raspodjela površinskog opterećenja vjetrom za plašt spremnika .....	102
Slika 5.50 Puni spremnik opterećen vjetrom .....	103
5.51 Prazni spremnik opterećen vjetrom.....	104

## **POPIS TABLICA**

Tablica 4.1 Svojstva čelika Č. 4572 .....	32
Tablica 4.2 Usporedba rezultata za spremnik jednolike debljine stijenke.....	37
Tablica 4.3 Usporedba dimenzija i rezultata za modeliranje stijenke cilindra .....	52
Tablica 4.4 Prikaz različitih dimenzija prstenova korištenih pri modeliranju ojačanja na spoju ljudski i priradajućih rezultata .....	55
Tablica 4.5 Usporedba dimenzija i rezultata za razlike izvedbe spremnika ojačanog prstenom i rebrima .....	63

## POPIS OZNAKA I MJERNIH JEDINICA

$a_i$	Koeficijent interpolacijskih polinoma
<b>B</b>	Matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima, operator rubnih veličina
<b>D</b>	Matrica elastičnosti
$E$	Youngov modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
<b>F</b>	Vektor koncentriranih sila u čvorovima konačnog elementa
$F_s$	Vektor čvornih sila poradi vanjskog površinskog opterećenja
$F_{\varepsilon_0}$	Vektor čvornih sila koje su posljedica početnih deformacija u elementu
<b>J</b>	Jacobijeva matrica
<b>k</b>	Matrice krutosti konačnog elementa
<b>N<sub>i</sub></b>	Matrica funkcija oblika za $i$ -ti čvor, submatrica u matrici <b>N</b>
<b>N</b>	Matrica funkcija oblika
$N_i$	Funkcija oblika za $i$ -ti čvor konačnog elementa
<b>q</b>	Vektor volumenskih sila, poznata funkcija neovisnih varijabli
<b>q<sub>b</sub></b>	Vektor površinskog opterećenja
<b>R</b>	Globalni vektor ukupnih čvornih sila, matrica ostatka ili reziduala
<b>R<sub>u</sub></b>	Operator rubnih pomaka
<b>R</b>	Vektor ukupnih čvornih sila konačnog elementa, vektor položaja
$S_q$	Površina na kojoj je zadano opterećenje
<b>u</b>	Vektor pomaka, vektor zavisnih varijabli
<b>u<sub>s</sub></b>	Vektor pomaka na plohi površine $S$
$u, v, w$	Komponente pomaka u Kartezijevu koordinatnom sustavu, Komponente pomaka srednje plohe ljkastog kontinuma u pravcu jediničnih vektora $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_n$
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	Komponente pomaka u pravcu lokalnih Kartezijevih koordinata $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$
$u_i, v_i, w_i$	Komponente pomaka $i$ -tog čvora konačnog elementa
$V_1^i, V_2^i, V_3^i$	Vektori u $i$ -tom čvoru degeneriranog ljkastog elementa
$V_i$	Globalni stupnjevi slobode

$\mathbf{v}$	Vektor stupnjeva slobode konačnog elementa
$\mathbf{V}_i$	Vektor stupnjeva slobode $i$ -tog čvora
$V$	Volumen
$x_i, y_i, z_i$	Kartezijske koordinate $i$ -tog čvora konačnog elementa
$\boldsymbol{\alpha}$	Matrica funkcija u interpolacijskim polinomima
$\alpha$	Kut, $^\circ$
$\alpha_i, \beta_i$	Rotacije u $i$ -tom čvoru degeneriranog ljkastog elementa, Stupnjevi slobode degeneriranog ljkastog elementa
$\boldsymbol{\epsilon}$	Tenzor deformacije
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Duljinske deformacije u Kartezijskom koordinatnom sustavu
$\nu$	Poissonov faktor
$\xi, \eta, \zeta$	Bezdimenzijske prirodne koordinate
$\xi_i, \eta_i, \zeta_i$	Prirodne koordinate $i$ -tog čvora konačnog elementa
$\Pi$	Ukupna potencijalna energija
$\rho$	Gustoća, kg/m <sup>3</sup>
$D$	Fleksijska krutost ploče ili ljkse
$N_X, N_\phi, N_v$	Membranske sile, N
$\sigma_f$	Naprezanje uslijed savijanja, N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_m$	Membransko naprezanje, N/mm <sup>2</sup>
$\mathbf{N}_s$	Matrica funkcije oblika za pomake na površini elementa
$\sigma_e$	Ekvivalentno naprezanje po van Misesovoj teoriji, N/mm <sup>2</sup>
$\varepsilon_e$	Ekvivalentna deformacija po van Misesovoj teoriji
$h$	Debljina stijenke ljkse, mm
$R$	Polumjer ljkse, mm
$H$	Visina ljkse, mm
$\gamma$	Specifična težina tekućine
$g$	Ubrzanje Zemljine sile teže, m/s <sup>2</sup>
$M_0$	Moment na mjestu uklještenja, Nm
$Q_0$	Poprečne sile na mjestu uklještenja, Nm
$e_f$	Fleksijski pomak
$w_m$	Membranski pomak, mm

$\alpha_m$  Membranski kut zakreta

$f_1, f_2, f_3,$  Eksponencijalno-trigonometrijske funkcije  
 $f_4$

## 1. UVOD

U ovom radu izvršena je analiza naprezanja, unutarnjih sila i pomaka spremnika za vino volumena  $750 \text{ m}^3$  uz zadovoljavanje uvjeta čvrstoće i krutosti, te optimiranje konstrukcije spremnika s obzirom na utrošak materijala. Proračun je proveden metodom konačnih elemenata uz pomoć računalnog programskog paketa MSC.Nastran.

U drugom poglavlju pokazane su osnovne jednadžbe varijacijske formulacije metode konačnih elemenata. Nakon toga ukratko je izložena formulacija degeneriranih ljkastih elemenata korištenih u ovom radu za modeliranje ljkastih dijelova konstrukcije. Navedena su i svojstva četverokutnih osnovnih ljkastih elemenata CQUAD 4, kao i osnovnih grednih elemenata CBAR 2, korištenih za modeliranje ukruta.

Treće poglavlje ukratko prikazuje problematiku konvergencije elemenata. Konvergencija četverokutnih izoparametarskih elemenata koji se upotrebljavaju pri diskretizaciji spremnika, pokazana je na primjeru cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom za koju je poznato analitičko rješenje.

Dimenzioniranje i optimiranje spremnika pokazano je u četvrtom poglavlju. U prvom koraku korišten je najjednostavniji način modeliranja spremnika gdje je debljina stijenke na cijelom području spremnika jednaka. Za spremnik koji je modeliran na ovaj način, a zadovoljio je potrebne kriterije čvrstoće i krutosti, masa je prevelika. Smanjenje mase spremnika bilo je moguće jedino smanjenjem debljine stijenke pa se pristupilo optimiranju debljine stijenke cilindričnog dijela spremnika. Smanjenjem debljine stijenke javila su se velika naprezanja uslijed lokalnog savijanja na spoju konstrukcije plašta spremnika i krova. Da bi se smanjila ova nepovoljna naprezanja, mjesto spoja cilindričnog dijela i krova ukrućeno je dodavanjem kružnog prstena po obodu cilindra te je obavljeno dimenzioniranje prstena s obzirom na kriterij čvrstoće. Primjenom ukrute prstenom još uvijek nije bio zadovoljen uvjet krutosti za krovni dio konstrukcije. U krajnjem koraku ovaj problem riješen je dodavanjem ojačanja sustavom radikalnih rebara na krov konstrukcije.

Rezultati dobiveni analizom odabrane konstrukcije prikazani su u petom poglavlju koje sadrži i neke teorijske osnove potrebne za proračun ljkastih konstrukcija opterećenih vjetrom. Utjecaj vjetra pokazan je na konačnoj verziji spremnika. Privitak rada sadrži sklopni crtež spremnika.

## **2. METODA KONAČNIH ELEMENATA**

### **2.1 Općenito o metodi konačnih elemenata**

Metoda konačnih elemenata je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, područje kontinuma dijeli se na konačan broj podpodručja koja se nazivaju konačni elementi, pa se razmatrani kontinuum prikazuje kao mreža konačnih elemenata. Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi elementa koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnom rješenju raste s povećanjem broja elemenata. Prilikom izvođenja algebarskih jednadžbi polazi se od definicije jednadžbi koje opisuju stanje u elementu ili se rabi varijacijska formulacija. Nakon izvođenja jednadžbi za konačni element, gdje su nepoznanice neovisne varijable u čvorovima, odgovarajućim postupcima izvode se globalne jednadžbe za diskretizirani model. Pomoću izračunatih čvornih veličina moguće je, primjenom poznatih teorijskih relacija, odrediti sve veličine potrebne za analizu opisanoga kontinuiranog sustava.

Razvoj računala omogućio je uvođenje metode konačnih elemenata u svakodnevnu inženjersku praksu te izbjegavanje mukotrpnoga ručnog računanja. Metoda konačnih elemenata ne bi se mogla primjenjivati bez današnjih računala koja omogućavaju rješavanje velikih sustava jednadžbi čije je rješavanje neophodno prilikom primjene metode konačnih elemenata. Osim skraćivanja vremena potrebnog za izradu proračuna, primjenom metode konačnih elemenata moguće je u vrlo kratkom roku napraviti i veliki broj eksperimenata, što omogućuje dodatnu uštedu vremena, ali i izradu bolje optimiranih konstrukcija.

U vremenu kad se količina prirodnih resursa svakim danom smanjuje, od velike je važnosti i optimiranje količine materijala potrebnog za izradu konstrukcije.

Većina onoga što prosječni inženjer korisnik mora znati o konačnim elementima

jest da je to skup elemenata povezanih u prostoru određenim brojem točaka, koji mogu opisati razne oblike. U određenim točkama zadani su uvjeti pomaka i sila. U većini slučajeva posao inženjera korisnika svodi se na odabir pogodnog elementa i navođenje računala ili automatskog umreživača da odabrane elemente spoji u suvislu simulaciju. Prilikom rada inženjer mora moći prepoznati koje detalje je potrebno uključiti u simulaciju, a koje je moguće sa sigurnošću zanemariti (kao npr. rupe, spone, ukrute i sl.) Dizajn elemenata utječe na tijek proračuna na posredan način, preko svog utjecaja na trošak analize i na točnost rezultata. S obzirom da svi elementi nemaju jednaka svojstva, njihov utjecaj na točnost rezultata je različit. Isto tako isti elementi nemaju jednaku točnost za različite probleme.

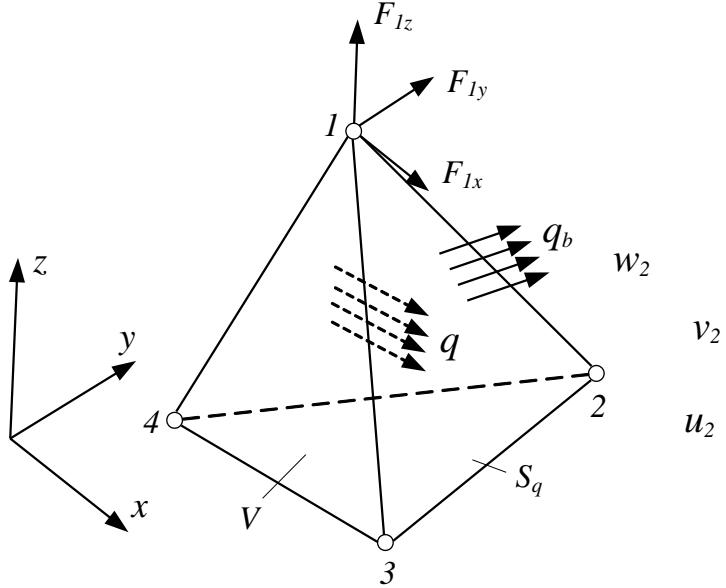
### **2.1.1 Osnovne pretpostavke o konačnim elementima**

Najjednostavniji način za definiranje pojma "konačni elementi" je predstavljanjem skupa određenih pravila koje taj pojam mora zadovoljiti.

Pretpostavke, odnosno pravila koje konačni elementi moraju zadovoljiti su sljedeće:

1. Svaki konačni element popunjava pravilno definirano mjesto u prostoru i predstavlja sve relevantne zakone fizike unutar toga prostora. Svaki element koji zadovoljava ovaj uvjet je nezavisan.
2. Dva konačna elementa djeluju jedan na drugi samo preko zajedničkih vrijednosti konačnog skupa varijabli definiranih na zajedničkim granicama.
3. U unutrašnjosti konačnog elementa, odzivne varijable (kao što su pomak, naprezanje i deformacije) variraju s obzirom na funkciju koja je odabrana od strane dizajnera konačnog elementa za određenu varijablu.

## 2.2 Varijacijska formulacija metode konačnih elemenata



Slika 2.1 Osnovni tetraedarski konačni element

Element je po volumenu  $V$  opterećen silama koje su opisane vektorom  $\mathbf{q}$ . Na površini  $\mathbf{S}_q$  djeluje opterećenje  $\mathbf{q}_b$ , a u čvorovima djeluju koncentrirane sile prikazane vektorom  $\mathbf{F}$ . Prepostavlja se da u elementu vlada početno stanje deformacije  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ . ukupna potencijalna energija za prikazani element dana je relacijom :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{q} dV - \int_{S_q} \mathbf{u}_S^T \mathbf{q}_b dS - \mathbf{v}^T \mathbf{F}$$

gdje prvi član izraza opisuje potencijalnu energiju elastičnog deformiranja u slučaju linearno-elastičnog materijala, drugi član opisuje potencijalnu energiju vanjskih volumenskih sila, a treći član potencijalnu energiju zadanih površinskih sila  $\mathbf{q}_b$ . Potencijalnu energiju koncentriranih sila koje djeluju u čvorovima elemenata opisuje posljednji član  $\mathbf{v}^T \mathbf{F}$ .

Element je u ravnoteži kad je varijacija ukupne potencijalne energije jednaka nuli

$$\delta \Pi = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{q} dV - \int_{S_q} \delta \mathbf{u}_S^T \mathbf{q}_b dS - \delta \mathbf{v}^T \mathbf{F} = 0 ,$$

pri čemu pomaci u elementu moraju biti jednoznačne i kontinuirane funkcije koje zadovoljavaju kinematičke relacije

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{u},$$

te rubni uvjet pomaka za opterećenu površinu  $S_q$

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{R}_u \mathbf{u},$$

gdje je  $\mathbf{D}$  matrica elastičnosti,  $\mathbf{D}_k$  kinematički diferencijalni operator,  $\mathbf{R}$  globalni vektor ukupnih čvornih sila, a  $\mathbf{u}$  vektor pomaka.

Raspodjela pomaka u elementu opisana je pomoću funkcija oblika

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{v}.$$

Uvrštavanjem funkcije oblika u rubne uvjete  $\mathbf{u}_s$  dobivaju se pomaci na rubu u ovisnosti o pomacima u čvorovima

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{R}_u \mathbf{N} \mathbf{v} = \mathbf{N}_s \mathbf{v},$$

gdje je

$$\mathbf{N}_s = \mathbf{R}_u \mathbf{N}$$

matrica funkcija oblika za pomake na površini elementa. Raspodjela deformacije u elementu izračunava se prema formuli

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{v}.$$

Jednadžba konačnog elementa

$$\mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{r}$$

možemo napisati u obliku

$$\mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{F}_{\varepsilon_0} + \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_s + \mathbf{F},$$

gdje je matrica krutosti

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV.$$

$\mathbf{F}_{\varepsilon_0}$  je vektor sila koje su posljedica početnih deformacija u elementu

$$\mathbf{F}_{\varepsilon_0} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV, \quad \mathbf{F}_v \text{ i } \mathbf{F}_s,$$

$\mathbf{F}_V$  su vanjske sile poradi vanjskog volumena i površinskog opterećenja

$$\mathbf{F}_V = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV,$$

$$\mathbf{F}_s = \int_{S_q} \mathbf{N}_s^T \mathbf{q}_b dS.$$

Iz toga se lako zaključuje da je

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}_{\varepsilon_0} + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_s + \mathbf{F}.$$

## 2.3 Izoparametarski konačni elementi

Kako su prilikom rješavanja diplomskog zadatka korišteni izoparametarski ljuskasti četverokutni elementi, u nastavku teksta bit će ukratko prikazani neki zajednički principi na kojima se temelje svi izoparametarski elementi [1] i [2].

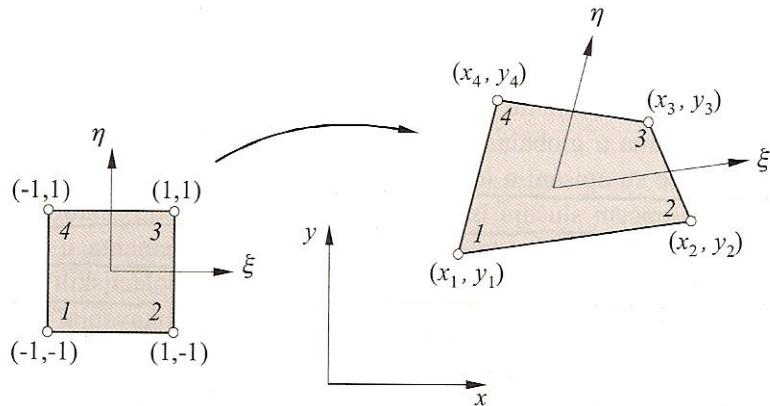
Kako se u praksi često javljaju slučajevi da su površine zakrivljenog i nepravilnog oblika, pokazala se potreba za uvođenjem elemenata nepravilnog oblika koji omogućuju znatno bolje modeliranje složenih geometrija u odnosu na elemente pravilnih geometrijskih oblika. Naime, elementi izrazito pravilnog oblika (trokut, pravokutnik, prizma, tetraedar), nisu pogodni za točno opisivanje zakrivljenih geometrija, tj. potreban je veliki broj ovakvih elemenata da bi se nepravilna geometrija opisala sa dovoljnom točnošću. Povećanjem broja elemenata povećava se i broj jednadžbi, što produljuje vrijeme proračuna.

Elemente osnovnih geometrijskih oblika moguće je preslikati, iz lokalnog koordinatnog sustava u različite nepravilne geometrijske oblike s ravnim ili zakrivljenim stranicama u globalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu. Osnovni elementi najčešće su opisani u lokalnim prirodnim koordinatama koje se nakon preslikavanja u općem slučaju iskrivljuju, tj. više nisu međusobno okomite ili prelaze u krivocrtne koordinate. Pritom je geometrija elementa u globalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu opisana pomoću interpolacijskih funkcija u prirodnim koordinatama. Ako je polje pomaka u elementu opisano pomoću istih interpolacijskih funkcija kao i geometrija elementa, elemente nazivamo *izoparametarskim konačnim elementima*.

### 2.3.1 Dvodimenzionalni elementi

Izoprametarski konačni elementi prikazani su ovdje na primjeru osnovnog četverokutnog dvodimenzionskog elementa, čije osnovne relacije su navedene dolje, a detaljni opis se nalazi u [1].

Preslikavanjem izvornog ili referentnog elementa (kvadratni element čiji su vrhovi opisani jediničnim koordinatama) u Kartezijev globalni koordinatni sustav moguće je dobiti proizvoljan četverokutni element (slika 2.2). Ako izvorni element ima više čvorova duž stranica, moguće je ravne prirodne koordinate  $\xi, \eta$  preslikati u krivocrte koordinate u globalnom koordinatnom sustavu koje opisuju element sa zakrivljenim stranicama.



Slika 2.2 Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokutni [1]

Relacije koje povezuju prirodne i globalne Kartezijeve koordinate dane su izrazima:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_i,$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i,$$

gdje su  $x_i$  i  $y_i$  Kartezijeve koordinate  $i$ -tog čvora,  $\xi$  i  $\eta$  prirodne koordinate, a  $N_i(\xi, \eta)$  interpolacijska funkcija oblika za čvor  $i$  dana izrazom

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta). \text{ Za nju vrijedi da je } N_i(\xi_i, \eta_i) = 1 \text{ i } N_i(\xi_j, \eta_j) = 0 \text{ za } j \neq i.$$

Polje pomaka opisuje se pomoću istih interpolacijskih funkcija na sljedeći način:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i ,$$

$$v = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) v_i ,$$

gdje su  $u$  i  $v$  komponente pomaka u pravcu globalnih kartezijevih koordinatnih osi, a  $u_i$  i  $v_i$  pomaci su u  $i$ -tom čvoru konačnog elementa.

Interpolacijske funkcije za izoparametarske elemente možemo općenito zapisati i u matričnom obliku kao:

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}_i .$$

Za četverokutne elemente prvoga reda (CQUAD4)

$$\mathbf{a} = [1 \ \xi \ \eta \ \xi\eta] ,$$

a  $\mathbf{a}_i$  je stupac u matrici koeficijenta  $\mathbf{a}$ , koja za CQUAD4 element glasi:

$$\mathbf{a}_i = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} .$$

## 2.4 Matrica deformacija - pomak

Računanje matrice krutosti na osnovi teorije elastičnosti provodi se na sljedeći način:

1. prvo se definira matrica deformacija – pomak  $\mathbf{B}$  pomoću izraza

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{v}$$

gdje je  $\boldsymbol{\epsilon}$  tenzor deformacije, a  $\mathbf{v}$  vektor stupnjeva slobode konačnog elementa

2. nakon toga potrebno je provesti integraciju po volumenu elementa da bi se izračunala matrica krutosti elementa

$$\mathbf{K} = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV .$$

Relaciju za  $\boldsymbol{\epsilon}$  možemo zapisati i na sljedeći način

$$\boldsymbol{\epsilon} = \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{v}_i ,$$

gdje je  $\mathbf{v}_i^T = [u_i \ v_i]$  vektor pomaka u  $i$ -tom čvoru, a  $\mathbf{B}_i$  pripadna matrica međusobne ovisnosti deformacija u elementu i pomaka u čvorovima.

Pomoću tako zapisanog izraza za  $\boldsymbol{\epsilon}$  dobiva se relacija za  $ij$ -ti dio matrice krutosti

elementa

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{V_e} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j \, dV,$$

gdje je  $\mathbf{D}$  matrica elastičnosti.

Komponente tenzora deformacije za linearne dvodimensijske probleme definirane su kao

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix}.$$

Kako se kod izoparametarskih elemenata polje pomaka opisuje pomoću parametarskih koordinata  $\xi, \eta$ , uz izraz za pomak  $u = \sum N_i u_i$ , dobiva se za komponentu  $\varepsilon_x$  sljedeći izraz:

$$\varepsilon_x = \sum_i N_{i,x} u_i = \sum_i \left( N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) u_i .$$

Nakon transformacije ostalih komponenata deformacije na sličan način dobiva se

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \sum_i \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{v}_i ,$$

gdje su derivacije funkcija oblika dane izrazima:

$$N_{i,x} = N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} ,$$

$$N_{i,y} = N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} .$$

Da bi se dobole potrebne derivacije prirodnih koordinata  $\frac{\partial \xi}{\partial x}, \frac{\partial \xi}{\partial y}, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y}$ , potrebno je

prvo definirati tzv. Jacobijevu matricu koja za dvodimensijske elemente glasi

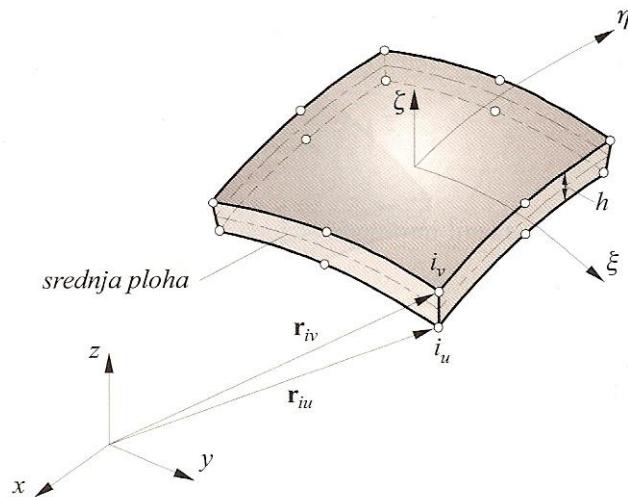
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} .$$

Inverz matrice  $\mathbf{J}$  sadržava potrebne derivacije

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

## 2.5 Degenerirani ljkuskasti elementi

U ovom poglavlju ukratko je prikazana teorija degeneriranih ljkuskastih elemenata, pri čemu su osnovne jednadžbe preuzete su iz [1] i [2]. Elementi korišteni prilikom diskretizacije modela spremnika su ravni pločasti elementi za koje se formulacija izvodi na sličan način.



Slika 2.3 Trodimenijski ljkuskasti element [1]

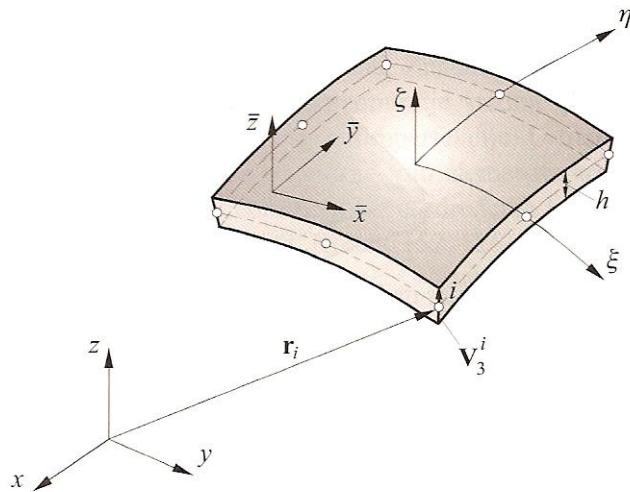
Degenerirani ljkuskasti elementi izvode se iz trodimenijskih izoparametarskih elemenata uvođenjem prepostavki da normale na srednju plohu ljkuske nakon deformiranja ostaju ravne, ali ne i okomite, te da vlakna u pravcu normale ne mijenjaju duljinu. Tako je ljkuskasti kontinuum moguće opisati s čvorovima na unutarnjoj i na vanjskoj plohi, prema slici 2.3. Budući da su pomaci u pravcu normale jednaki, svakom paru čvorova po debljini trodimenijskog elementa pridruženo je 5 stupnjeva slobode [1]. Također se prepostavlja da su komponente naprezanja u pravcu normale na srednju plohu jednake nuli. U skladu s izoparametarskom formulacijom, geometrija elemenata opisana je u Kartezijevu koordinatnom sustavu u obliku

$$x = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\xi}{2} x_{iu} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\xi}{2} x_{iv},$$

$$y = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\xi}{2} y_{iu} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\xi}{2} y_{iv},$$

$$z = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\xi}{2} z_{iu} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\xi}{2} z_{iv},$$

gdje su  $\xi$  i  $\eta$  bezdimenzijske prirodne koordinate na srednjoj plohi ljske, koje su u općem slučaju zakrivljene. Treća koordinata  $\zeta$  je ravna koordinata duž debljine ljske koja se ne mora poklapati s vektorom normale, a često je samo približno okomita na srednju plohu.  $N_i(\xi, \eta)$  su dvodimenzijske interpolacijske funkcije, a  $x_{iu}$ ,  $y_{iu}$ ,  $z_{iu}$ ,  $x_{iv}$ ,  $y_{iv}$ ,  $z_{iv}$  su koordinate čvorova na unutarnjoj i vanjskoj plohi ljske.



Slika 2.4 Ljuskasti elementa sa čvorovima na srednjoj plohi [1]

Geometrija elemenata može se opisati pomoću koordinata čvorova na srednjoj plohi  $x_i, y_i, z_i$  i vektora  $\mathbf{V}_3^i$  u pravcu koordinate  $\zeta$  na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \frac{\zeta}{2} \sum N_i(\xi, \eta) \begin{bmatrix} V_{3x}^i \\ V_{3y}^i \\ V_{3z}^i \end{bmatrix},$$

gdje su  $V_{3x}^i, V_{3y}^i, V_{3z}^i$  komponente vektora  $\mathbf{V}_3^i$  u pravcu Kartezijevih koordinata  $x, y, z$ , a mogu se prikazati pomoću koordinata čvorova na vanjskoj i na unutarnjoj plohi

$$\begin{bmatrix} V_{3x}^i \\ V_{3y}^i \\ V_{3z}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{iv} \\ y_{iv} \\ z_{iv} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{iu} \\ y_{iu} \\ z_{iu} \end{bmatrix}.$$

Gornja relacija može se napisati u obliku  $\mathbf{V}_3^i = \mathbf{r}_{iv} - \mathbf{r}_{iu}$ , gdje su  $\mathbf{r}_{iv}$  i  $\mathbf{r}_{iu}$  vektori položaja čvorova na vanjskoj i na unutarnjoj plohi.

Koordinate čvorova na srednjoj plohi su

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} x_{iu} \\ y_{iu} \\ z_{iu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{iv} \\ y_{iv} \\ z_{iv} \end{bmatrix} \right).$$

Jedinični vektor u pravcu koordinate  $\zeta$  jednak je  $\mathbf{e}_{i3} = \frac{\mathbf{V}_3^i}{\|\mathbf{V}_3^i\|}$ .

Jedinični vektori  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  u pravcu su Kartezijevih koordinata x, y, z. Vektor  $\mathbf{e}_{i3}$  može se prikazati pomoću kosinusa smjera

$$\alpha_{3x}^i = \cos \langle \mathbf{e}_{i3}, \mathbf{e}_x \rangle,$$

$$\alpha_{3y}^i = \cos \langle \mathbf{e}_{i3}, \mathbf{e}_y \rangle,$$

$$\alpha_{3z}^i = \cos \langle \mathbf{e}_{i3}, \mathbf{e}_z \rangle,$$

pa se geometrija elemenata može aproksimirati kao

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \frac{\zeta}{2} \sum N_i(\xi, \eta) h_i \begin{bmatrix} a_{3x}^i \\ a_{3y}^i \\ a_{3z}^i \end{bmatrix}.$$

U skladu s gore navedenim prepostavkama o deformiranju, polje pomaka u ljkastom kontinuumu moguće je opisati pomoću pomaka u čvorovima na srednjoj plohi i kutova zaokreta  $\mathbf{V}_3^i$ .

Komponente naprezanja definirane su u lokalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ , gdje je  $\bar{z}$  normala na srednju plohu. Komponente deformacije ljske u lokalnom koordinatnom sustavu definirane su na sljedeći način

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}$$

$$\varepsilon_{\bar{y}} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}$$

$$\gamma_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}$$

$$\gamma_{\bar{x}\bar{z}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y},$$

gdje su  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  komponente deformacije ljske, a  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  komponente pomaka u lokalnom koordinatnom sustavu.

Prema teoriji o savijanju ploča, pretpostavlja se da pomaci linearno variraju sa udaljenošću od srednje plohe. Prema tome raspodjela pomaka  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  po debljini elementa je

$$\bar{u} = \bar{u}_0 - \frac{\zeta t}{2} \alpha$$

$$\bar{v} = \bar{v}_0 - \frac{\zeta t}{2} \beta$$

$$\bar{w} = \bar{w}_0,$$

gdje su  $\bar{u}_0, \bar{v}_0, \bar{w}_0$  pomaci na srednjoj plohi,  $\alpha$  i  $\beta$  rotacije normale na srednju plohu, a  $t$  je debljina stijenke ljske.

## 2.6 Osnovni elementi iz programskog paketa MSC.Nastran

### 2.6.1 Jednodimenzionalni elementi

Jednodimenzionalni elementi, poznati i kao linijski elementi, koriste se za modeliranje ponašanja štapova i greda. Štapni elementi podržavaju vlačno i tlačno naprezanje, te naprezanje na uvijanje, ali ne i naprezanje na savijanje. Za razliku od štapnih elemenata, gredni elementi podržavaju naprezanje na savijanje.

U programskom paketu MSC. Nastran pojavljuje se dodatna razlika između tzv. „jednostavnih“ i „kompleksnih“ greda. Jednostavne grede modeliraju se uz pomoć CBAR elemenata koji imaju jednolika svojstva poprečnog presjeka. Pored jednolikog poprečnog presjeka kod CBAR elemenata neutralna je os koincidentna sa težištem poprečnog presjeka, pa ovaj tip elementa nije povoljan za modeliranje debelih savijenih greda. Kompleksne grede modeliraju se uz pomoć CBEAM elemenata, koje posjeduju sve mogućnosti CBAR elemenata uz različita dodatna svojstva. Za razliku od CBAR elemenata koji ne dozvoljavaju promjenu presjeka, CBEAM elementi mogu biti i promjenjivog poprečnog presjeka smicanja, a podudaranje neutralne osi i centra poprečnog presjeka također nije potrebno.

## 2.6.2 Jednostavni gredni elementi – CBAR

CBAR element predstavlja gredu za opću upotrebu koja podržava vlačno i tlačno naprezanje, uvijanje, savijanje u dvije okomite ravnine i smično naprezanje u dvije okomite ravnine. Sastoji se od dva čvora, te može osigurati krutost za svih 6 stupnjeva slobode svakog pojedinog čvora. Komponente pomaka za svaki čvor su tri translacije u smjeru koordinatnih osiju i tri odgovarajuće rotacije.

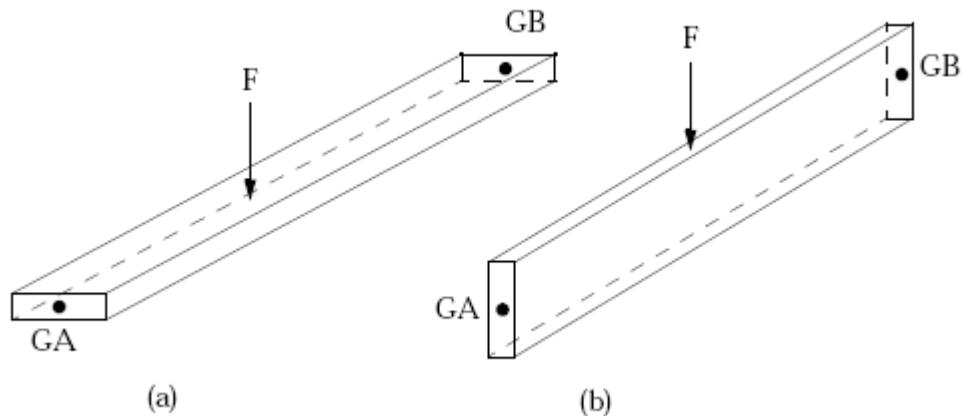
Karakteristike i ograničenja za CBAR elemente su:

- Njihova formulacija proizašla je iz klasične teorije za grede
- Moraju biti ravni i prizmatični (poprečni presjek ne može varirati po dužini)
- Centar poprečnog presjeka i neutralna os moraju biti koincidentne
- Različita poprečna svojstva su uključena
- Glavne osi tromosti ne trebaju se poklapati sa osima elementa
- Neutralne osi mogu biti odmaknute od čvorova, što je vrlo korisno prilikom modeliranja ukruta za ploče i sl.)

## 2.6.3 Koordinatni sustav CBAR elemenata

Kod korištenja CBAR elemenata u programskom paketu MSC. Nastran potrebno je ispravno definirati lokalni koordinatni sustav elementa. Naime, svi aksijalni momenti tromosti, definirani su preko koordinatnog sustava elementa, što stvara probleme prilikom modeliranja, odnosno orijentacije elementa u prostoru.

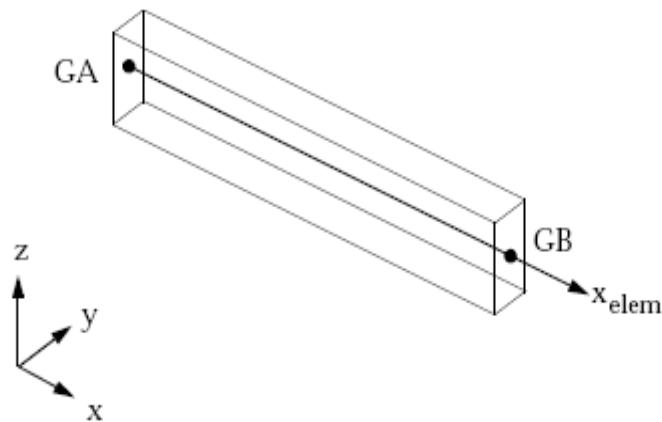
Ako za primjer uzmemmo istovjetnu pravokutnu gredu, ali sa različitom orijentacijom poprečnog presjeka dobivamo dva bitno različita rješenja (slika 2.5). Iako su grede na slici 2.5 pod a) i b) fizikalno potpuno identične, njihova različita orijentacija bitno mijenja mogućnost opterećenja. Iz ovog razloga jako je bitno da gredni element bude pravilno orijentiran.



Slika 2.5 Dvije orijentacije iste grede [2]

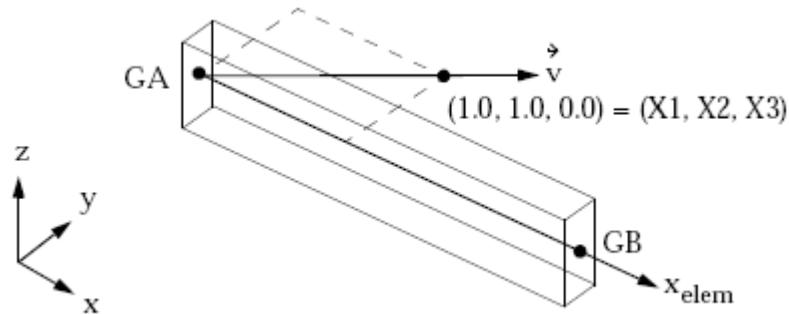
Na sljedećim slikama opisan je koordinatni sustav elementa:

- $x$  os elementa automatski je definirana kao smjer od točke GA prema točki GB (slika 2.6)



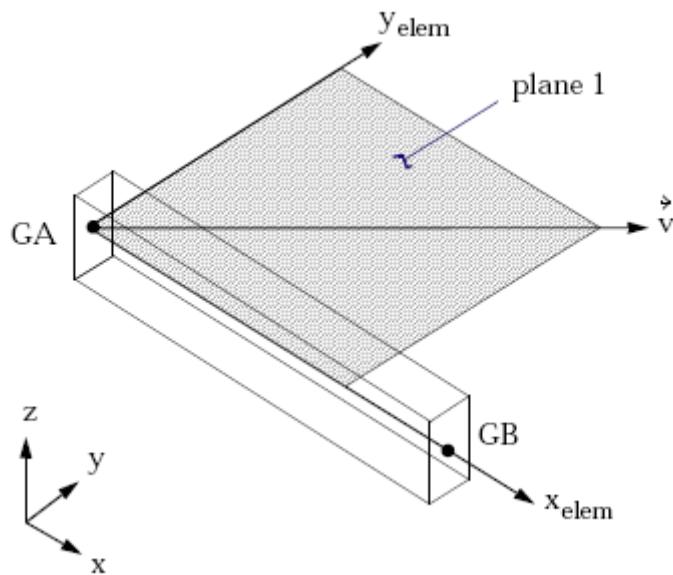
Slika 2.6 Definiranje osi  $x$  za CBAR elemente [2]

- Slika 2.7 prikazuje odabir orijentacijskog vektora grede  $\mathbf{v}$   
Vektor  $\mathbf{v}$  počinje u točki GA i sadržava točku  $(X_1, X_2, X_3)$



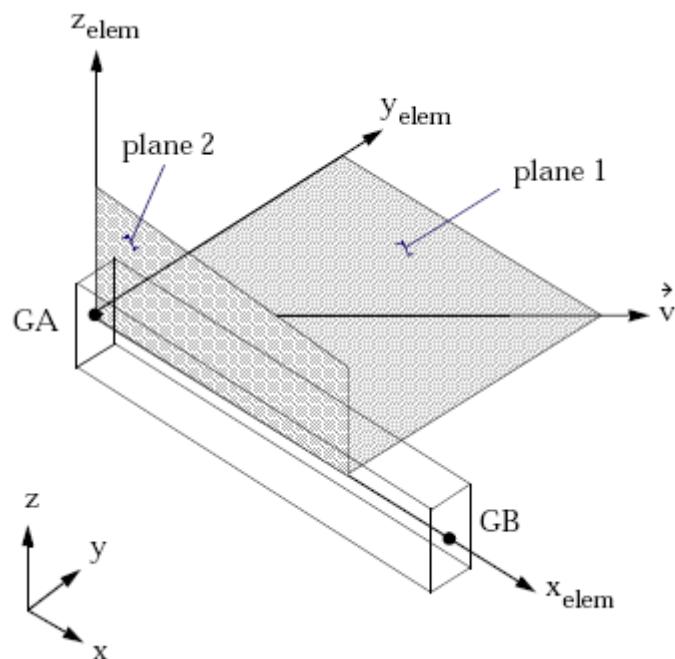
Slika 2.7 Orijentacijski vektor za CBAR element [2]

- Slika 2.8 prikazuje ravninu nastalu između  $x$  osi elementa i orijentacijskog vektora  $\mathbf{v}$ .  $y$  os elementa leži u poluravnini ravnine 1 u kojoj se nalazi i vektor  $\mathbf{v}$  i okomita je na  $x$  os elementa



Slika 2.8 Ravnina između osi x i orijentacijskog vektora [2]

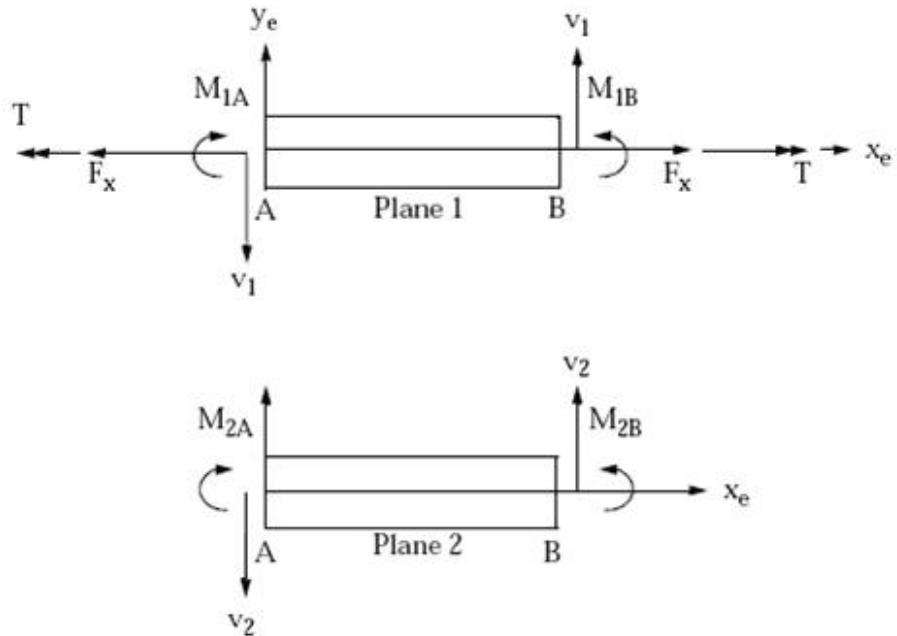
- Slika 2.9 prikazuje ravninu 2 koja je okomita na ravninu 1. Os  $z$  elementa formirana je poprečnim presjekom ravnina 1 i 2.



Slika 2.9 Formiranje osi  $z$  za CBAR element [2]

## 2.6.4 Sile i naprezanja CBAR elemenata

Proračun i ispis sila i naprezanja za CBAR elemente provodi se u koordinatnom sustavu elementa. Slika 2.10 prikazuje sile u CBAR elementu.  $V_1$  i  $M_1$  predstavljaju smičnu силу и момент савијања који дјелују у равни 1, а  $V_2$  и  $M_2$  предстаљавју смичну силу и момент савијања који дјелују у равни 2.



Slika 2.10 Sile i momenti u CBAR elementu [2]

## 2.6.5 Dvodimenijski elementi

Dvodimenijski elementi, poznati kao i plošni elementi, u paketu MSC Nastran pripadaju grupi konačnih elemenata koji se koriste kod konstrukcija gdje je debljina zanemarivo mala naspram drugih dimenzija. Elementi SHELL iz te grupe mogu se koristiti za modeliranje ravnih ploča, ali i za modeliranje ljuškastih konstrukcija sa jednim radijusom zakrivljenosti (npr. cilindrične ljuške) ili sa dva radiusa zakrivljenosti (npr. sferne ljuške).

Kod čvorova ljuškastih elemenata, uvjeti krutosti postoje za pet od mogućih šest stupnjeva slobode po čvoru, naime, krutost vezana za os rotacije koja je normalna na plohu ploče nije definirana. U ovom slučaju potrebno je ograničiti ovaj rotacijski

stupanj slobode da bi se spriječila pojava singularnosti u matrici krutosti elementa.

Kod linearne analize tankih ljsaka, pločasti elementi u MSC.Nastran-u ponašaju se prema pretpostavkama klasične teorije ponašanja tankih ploča:

- Pod tankim ljkama podrazumijevaju se one ljske kod kojih je debljina zanemariva u odnosu na ostale dvije dimenzije
- Progib srednje plohe ljske malen je u usporedbi sa njezinom debljinom
- Normale na srednju plohu ostaju okomite tijekom savijanja

MSC.Nastran koristi dva različita oblika ljkastih izoparametarskih elemenata (trokutni i četverokutni) i dva različita stanja naprezanja (membransko i naprezanje na savijanje).

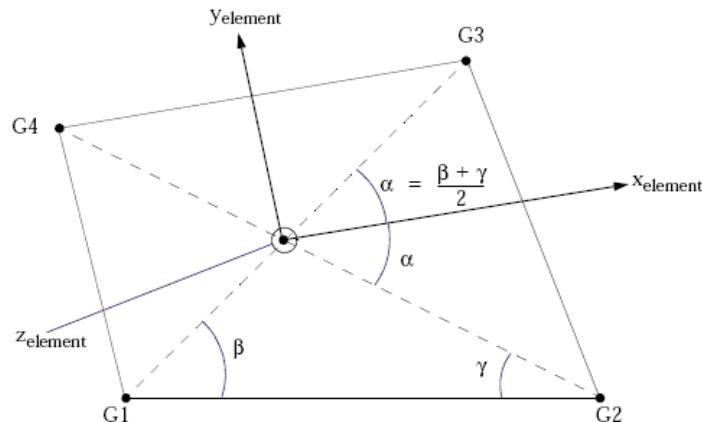
Svaki od ovih elemenata razlikuje se po definiranim ulaznim podacima:

- CTRIA3 – izoparametarski trokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti
- CTRIA6 - izoparametarski trokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti i opcionalnim čvorovima po sredini stranica
- CTRIAR – izoparametarski elementi bez mogućnosti spajanja savojne i membranske krutosti
- CQUAD4 - izoparametarski četverokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti
- CQUAD8 - izoparametarski četverokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti i opcionalnim čvorovima po sredini stranica
- CQUADAR – izoparametarski četverokutni element bez mogućnosti spajanja savojne i membranske krutosti

Kako su prilikom diskretizacije modela spremnika korišteni elementi CQUAD4 u dalnjem tekstu biti će spomenuta samo njihova svojstva.

## 2.6.6 Četverokutni pločasti elementi (CQUAD4)

CQUAD4 pločasti elementi su četverokutni ravni elementi sa četiri čvora u vrhovima elementa i jedni su od najčešće korištenih elemenata u MSC.Nastran-u za modeliranje ploča, ljudski i membrana. Na slici je prikazan četverokutni ljudkasti element zajedno sa svojim koordinatnim sustavom. (slika 2.11)

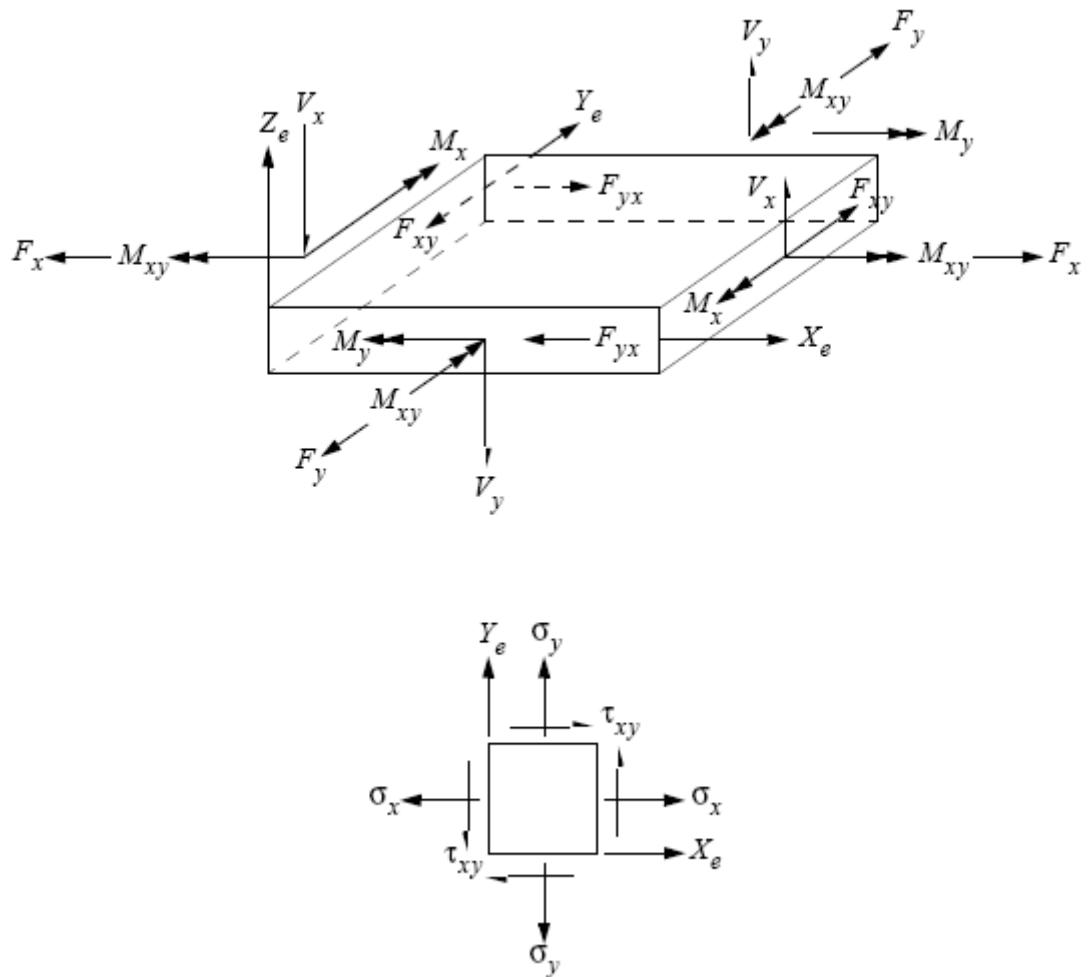


Slika 2.11 Koordinatni sustav CQUAD4 elementa [2]

Unutrašnje sile i momenti koje je moguće dobiti uz pomoć CQUAD4 elemenata su:

- $F_x, F_y$  - membranske sile (po jedinici duljine)
- $F_{xy}$  - smične membranske sile (po jedinici duljine)
- $M_x, M_y$  - momenti savijanja (po jedinici duljine)
- $M_{xy}$  - moment uvijanja (po jedinici duljine)
- $V_x, V_y$  - poprečne smične sile (po jedinici duljine)

Na sljedećoj slici definirane su unutarnje sile i momenti u CQUAD4 elementu (Slika 2.11):



Slika 2.11 Unutarnje sile, momenti i naprezanja u CQUAD4 elementu [2]

Sile i momenti za CQUAD4 elemente računaju se u težištu elementa, dok se naprezanja računaju na udaljenosti  $Z_1$  i  $Z_2$  od referentne ravnine elementa.

Osim sila i momenata za pločaste elemente moguće je direktni izračunati slijedeća naprezanja (naprezanja se izračunavaju koordinatnom sustavu elementa) :

- $\sigma_x, \sigma_y$  normalno naprezanje u  $x$  i  $y$  smjeru
- $\tau_x, \tau_y$  smično naprezanje na stranici  $x$  u smjeru  $y$
- kut između osi  $x$  i glavne osi naprezanja
- minimalno i maksimalno glavno naprezanje
- ekvivalentno von Mises-ovo naprezanje

Ekvivalentno von Mises-ovo naprezanje definirano je kao:

$$\sigma_e = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3\tau_{xy}^2 \right\}^{\frac{1}{2}},$$

dok je ekvivalentna deformacija po von Mises-u definirana pomoću sljedećeg niza:

$$\varepsilon_e = \left[ \frac{4}{9} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y) + \frac{1}{3} \gamma_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

gdje su  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$  komponente deformacije.

### **3. ISPITIVANJE KONVERGENCIJE ELEMENATA IZ PROGRAMSKOG PAKETA MSC.NASTRAN**

Cilj metode konačnih elemenata je da se rješenja što više približe vrijednostima koje točno opisuju razmatrani problem. S povećanjem broja elemenata, numerička rješenja moraju se približavati točnim vrijednostima. Kako bi se približavanje ostvarilo potrebno je da interpolacijska funkcija zadovoljava određene uvjete. Ovisno o konačim elementima i njihovoj formulaciji približavanje točnom rješenju može biti monotono i nemonoton. Da bi konvergencija bila monotona potrebno je da interpolacijske funkcije mogu opisati pomake krutog tijela i polje konstantne deformacije. Uz to moraju biti zadovoljeni svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata. Detaljnu formulaciju metode konačnih elemenata moguće je naći u [1].

Konvergenciju izoparametarskih elemenata moguće je postići ako su elementi dopuštenih geometrijskih oblika, što znači da nisu jako iskrivljeni, tj. distordirani. Poznato je da je prilikom usitnjavanja mreže u područjima s većim gradijentom naprezanja, distorziju elementa teško izbjegći. U slučaju jednolike mreže, brzina konvergencije u velikoj mjeri ovisi i o stupnju potpunosti interpolacijskih polinoma. Može se zaključiti da se elementi razlikuju po većoj ili manjoj osjetljivosti na promjenu geometrijskog oblika. Ta osjetljivost posebni dolazi do izražaja pri gruboj diskretizaciji. Kao jedan od načina za dokazivanje konvergencije određenog elementa može poslužiti tzv. „Patch test“.

### 3.1 Cilindrični spremnik opterećen hidrostatskim tlakom

#### 3.1.1 Primjer zadatka za pokazivanje konvergencije četverokutnih elemenata

Cilindrična ljska polumjera  $R$ , visine  $H$  i debljine stijenke  $h=1\text{mm}$  ispunjena je tekućinom specifične težine  $\gamma$ . Cilindrična stijenka uklještena je na dnu. Potrebno je odrediti: poprečnu силу  $Q_0$ , moment savijanja  $M_0$  na mjestu uklještenja, raspodjelu radijalnog pomaka  $w$  u smjeru osi  $z$  po visini cilindra te cirkularno naprezanje  $\sigma_\phi$  na srednjoj plohi.

Zadano:

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 1 \text{ mm}$$

$$R = 100\text{h}$$

$$H = 100\text{h}$$

gdje su:

$E$  - modul elastičnosti čelika, ( $\text{N/mm}^2$ )

$\nu$ - Poissonov koeficijent čelika

$\rho$ - gustoća tekućine, ( $\text{kg/m}^3$ )

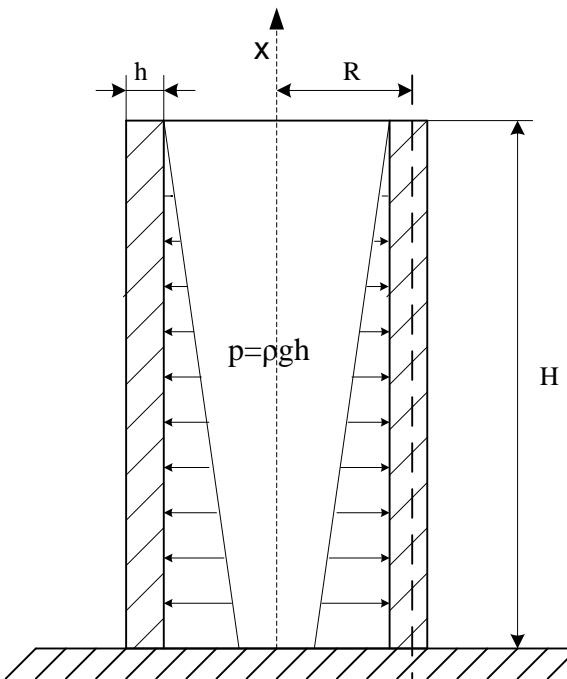
$h$  - debljina stijenke ljske, (mm)

$R$  - polumjer ljske, (mm)

$H$  - visina ljske, (mm)

#### 3.1.2 Analitičko rješenje zadatka

Postupak analitičkog rješenja preuzet je iz [4]. Cilindrična ljska opterećena je hidrostatskim tlakom, koji se mijenja linearno s visinom stupca tekućine, kao što je prikazano na slici 3.1. Kako u ljsici vlada membransko stanje naprezanja i naprezanje uslijed savijanja, potrebno je izračunati komponente pomaka za oba stanja. Specifična težina tekućine definirana je sa  $\gamma = \rho g$ , gdje je  $\rho$  gustoća tekućine, a  $g$  ubrzanje Zemljine sile teže.



Slika 3.1 cilindrična ljsuka opterećena hidrostatskim tlakom

Ukupni radijalni pomak  $w$  i ukupni kut zakreta normale  $\alpha$  definirani su kao:

$$w = w_f + w_m = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} f_4 + \frac{M_0}{2D\beta^2} f_3 + w_m,$$

$$\alpha = -\frac{d w}{d x} = -\frac{Q_0}{2D\beta^2} f_1 - \frac{M_0}{D\beta} f_4 + \alpha_m,$$

gdje su :

$M_0$ - moment na mjestu uklještenja prema slici 3.2,

$Q_0$ - poprečna sila na mjestu uklještenja prema slici 3.2,

$w_f$ - fleksijski radijalni pomak,

$w_m$ - membranski pomak,

$\alpha_m$ - membranski kut zakreta,

$D$ - fleksijska krutost

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

$\beta$ - oznaka izvedena iz izraza:

$$\frac{Eh}{DR^2} = 4\beta^4,$$

$f_1, f_2, f_3, f_4$ , eksponencijalno trigonometrijske funkcije

$$f_1 = e^{-\beta x} [\cos(\beta x) + \sin(\beta x)],$$

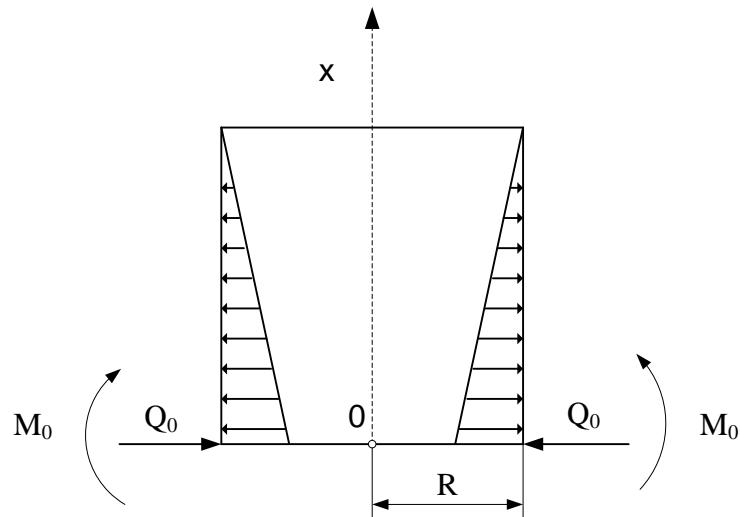
$$f_2 = e^{-\beta x} \sin(\beta x),$$

$$f_3 = e^{-\beta x} [\cos(\beta x) - \sin(\beta x)],$$

$$f_4 = e^{-\beta x} \cos(\beta x).$$

Fleksijski radikalni pomak dan je izrazom

$$w_f = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} f_4 + \frac{M_0}{2D\beta^2} f_3.$$



Slika 3.2 poprečne sile i momenti uklještenja

Membranski pomaci mogu se izračunati prema

$$w_m = \frac{\gamma R^2}{Eh} (H - x),$$

$$\alpha_m = \frac{dw_m}{dx} = -\frac{\gamma R^2}{Eh}.$$

Kako je ljudska na dnu uklještenja, ukupni pomaci na mjestu uklještenja jednaki su nuli.

$$w(x=0) = w_f^0 + w_m^0 = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} + \frac{M_0}{2D\beta^2} + \frac{\gamma R^2 H}{Eh} = 0,$$

$$\alpha(x=0) = \alpha_f^0 + \alpha_m^0 = -\frac{Q_0}{2D\beta^2} + \frac{M_0}{D\beta} - \frac{\gamma R^2}{Eh} = 0.$$

Rješavanjem gornjeg sustava jednadžbi dobivaju se  $Q_0$  i  $M_0$ :

$$Q_0 = \frac{2}{21} (D\beta^2 \gamma + 200D\beta^2 \gamma) = 808,212\gamma,$$

$$M_0 = \frac{2}{21} D\beta(\gamma + 100\beta\gamma) = 3261,53\gamma.$$

Zbog načina definiranja koordinatnog sustava prikazanog na slici 3.1, sljedeći izrazi vrijede uz uvjet  $x > 0$ .

$$w_f = e^{-0,12854x} \cdot [-4,7619\gamma \cos(0,12854x) - 5,13237\gamma \sin(0,12854x)]$$

Ukupni radikalni pomak može se izračunati kao

$$w(x) = w_f(x) + w_m(x)$$

$$w(x) = \gamma [4,7619 - 0,047619x + e^{-0,12854x} (-4,7619 \cos(0,12854x) - 5,13237 \sin(0,12854x))]$$

Naprezanje na srednjoj plohi dobiva se iz izraza

$$\sigma_\varphi = \frac{N_\varphi}{h},$$

gdje je  $N_\varphi$  dobiven iz izraza

$$N_\varphi = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{R} + \nu \frac{du}{dx} \right)$$

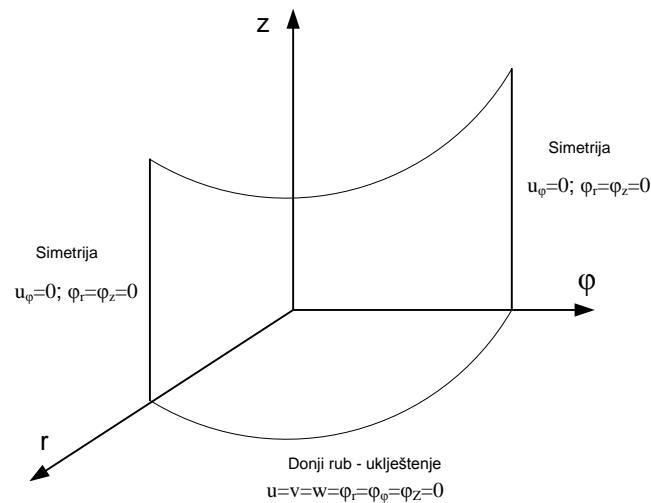
u kojem  $u$  predstavlja pomak u smjeru osi  $x$ .

U konačnici veličina cirkularnog naprezanja iznosi:

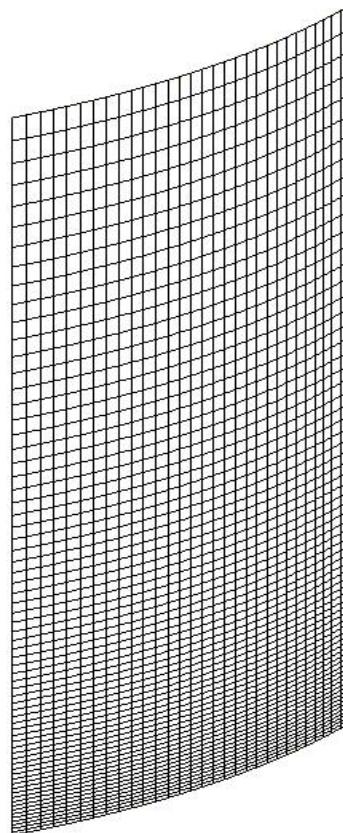
$$\sigma_\varphi(x) = 20,601 (4,7619 - 0,047619x + e^{-0,12854x} (-4,7619 \cos(0,12854x) - 5,13237 \sin(0,12854x)))$$

### 3.1.2 Rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata

Zbog jednostavnijeg prikaza pomaka i deformacija cilindrične lјuske korišten je cilindrični koordinatni sustav. Zbog smanjenja broja čvorova modelirana je 1/4 cilindra, što je moguće zbog osnosimetrične geometrije. Rubni uvjeti pomaka definirani u cilindričnom koordinatnom sustavu, prikazani su na slici 3.4.

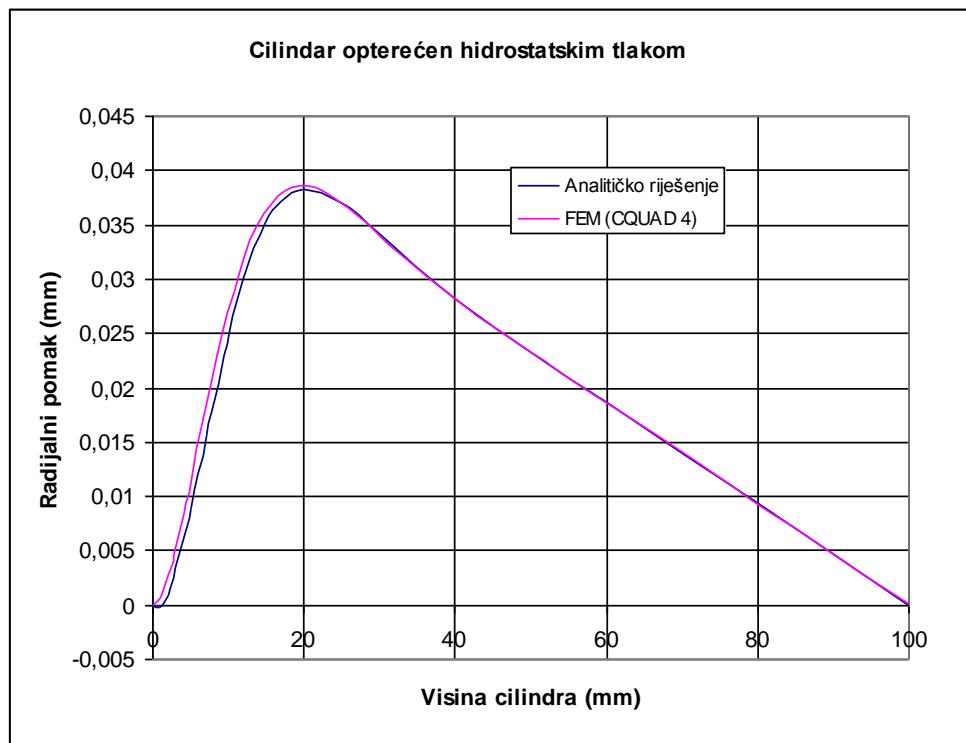


Slika 3.3 Rubni uvjeti i uvjeti simetrije za cilindričnu lјusku

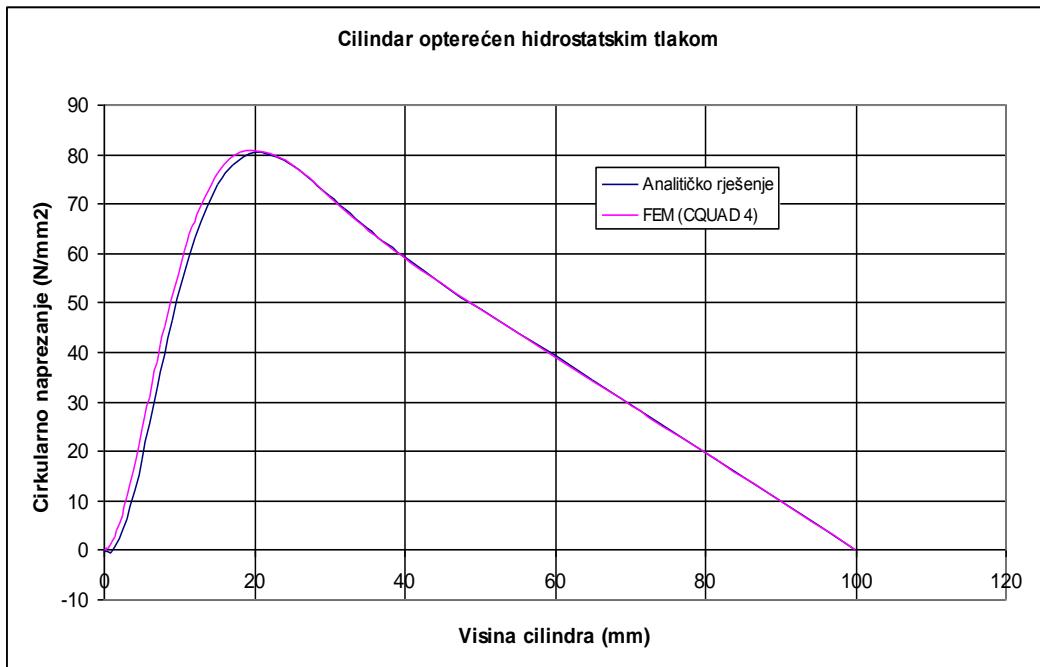


Slika 3.4 Slika modela s mrežom iz MSC.Nastran

Za diskretizaciju modela korišteni su dvodimenzionalni elementi CQUAD4 i CQUAD8 iz programskog paketa MSC.Nastran. Da bi rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata što vjernije prikazalo stvarno stanje, potrebno je koristiti veći broj elemenata. U tu svrhu cilindar je diskretiziran mrežom različite gustoće po visini cilindra. Visina elemenata je manja pri dnu cilindra, dok su dimenzije svih elemenata u cirkularnom smjeru jednake (slika 3.5). Kako se hidrostatski tlak povećava sa dubinom stupca tekućine, maksimalni radikalni pomak i naprezanje pojavljuje se pri dnu cilindra. Sukladno očekivanju, veći radikalni pomaci su pri dnu cilindra, što je vidljivo iz analitičkog rješenja. Slike 3.5 i 3.6 prikazuju usporedbu analitičkog rješenja i iskonvergiranog rješenja dobivenog uz pomoć konačnih elemenata CQUAD4.



Slika 3.5 Radikalni pomak cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom

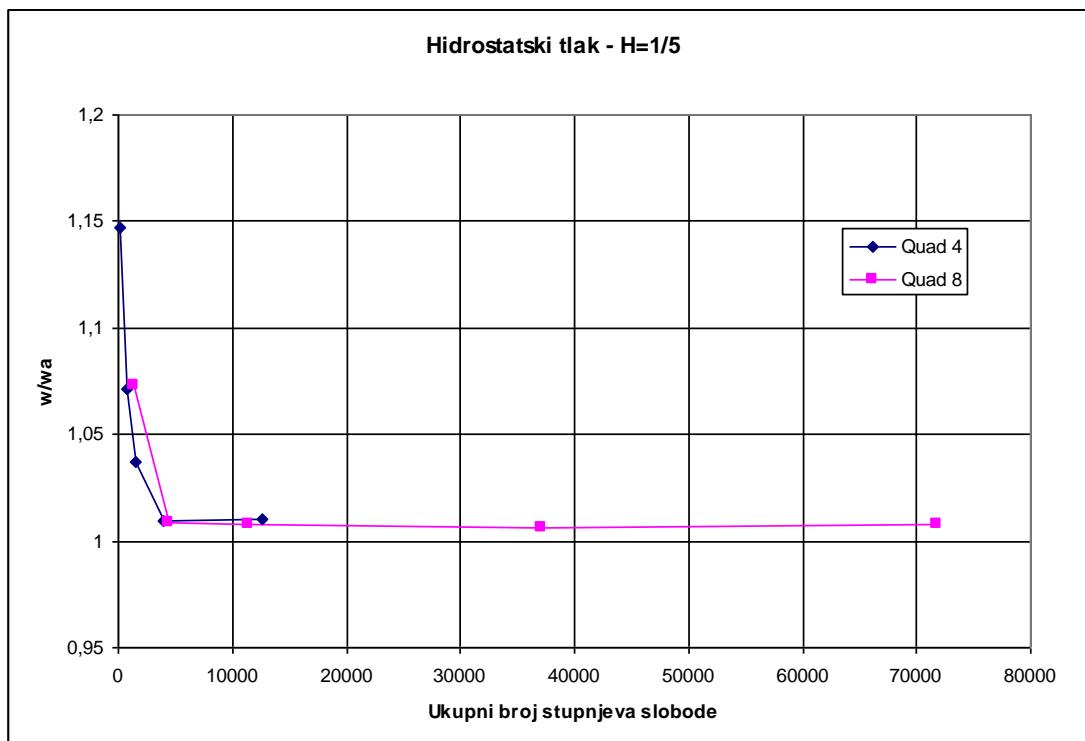


Slika 3.6 Cirkularno naprezanje  $\sigma_\phi$  cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom

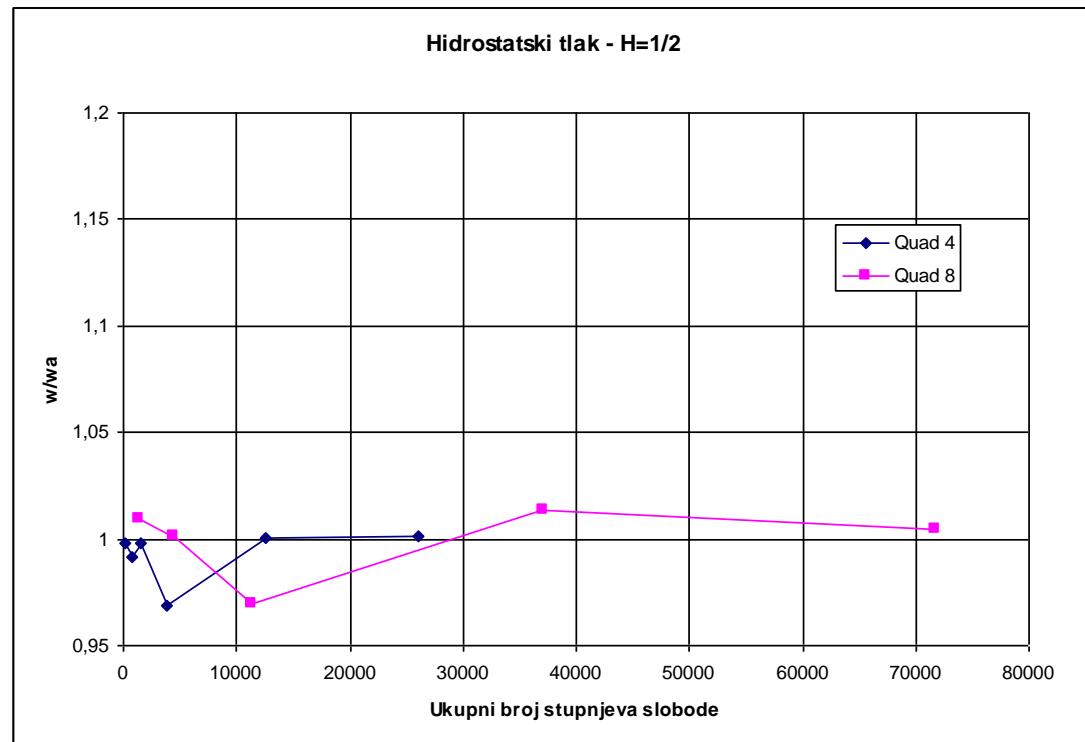
### 3.1.3 Konvergencija rješenja

Problem cilindrične ljske opterećene hidrostatskim tlakom poslužio je u svrhu ispitivanja konvergencije četverokutnih izoparametarskih elemenata CQUAD4 i CQUAD8 iz programskog paketa MSC.Nastran. U tu svrhu model je diskretiziran sa nekoliko mreža različite gustoće za prethodno spomenute elemente. Za ispitivanje konvergencije odabrane su dvije točke na izvodnici cilindra i to na visini  $H=1/5$  i  $H=1/2$ , u kojima se promatra promjena vrijednosti radijalnog pomaka.

Konvergencija elemenata prikazana je na slikama 3.7 i 3.8, gdje je  $w$  radijalni pomak točke dobivene metodom konačnih elemenata, a  $w_a$  radijalni pomak točke dobiven analitičkim rješenjem. Prema slikama 3.7 i 3.8 dolazimo do zaključka da promjena malog broja elemenata dovodi do velikog odstupanja od analitičkog rješenja. Također se može primijetiti da je konvergencija rješenja za  $H=1/5$  (slika 3.7) sporija jer se nalazi u području velikog gradijenta pomaka. Isto tako konvergencija elemenata CQUAD4 sporija od one za CQUAD8 jer su CQUAD8 elementi drugog reda, ali konvergencija je usporediva. Za diskretizaciju modela ipak će se koristiti CQUAD4 elementi, jer manji broj čvorova znači i manji broj jednadžbi, što zahtjeva i manje računalne memorije. CQUAD4 elementi ujedno su jednostavniji za korištenje, a njihove mogućnosti dovoljne su za proračun zadatka.



Slika 3.7 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od  $H= 1/5$



Slika 3.8 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od  $H= 1/2$

## 4. NUMERIČKA ANALIZA SPREMNIKA

### 4.1 Uvjeti čvrstoće i krutosti konstrukcije

Prilikom modeliranja bilo koje konstrukcije potrebno je primarno zadovoljiti uvjet čvrstoće. Kod ove konstrukcije potrebno je osim uvjeta čvrstoće zadovoljiti i uvjete krutosti, odnosno maksimalni pomaci trebaju ostati unutar određenih granica. Vrsta materijala unaprijed je određena pa prilikom optimiranja konstrukcije nije bilo potrebe i za optimiranjem vrste materijala. Materijal je vrsta nehrđajućeg čelika oznake Č.4572. svojstva materijala preuzeta su iz [4] i prikazana u tablici 4.1.

SVOJSTVO	SIMBOL	IZNOS	MJERNA JEDINICA
Gustoća	$\rho_c$	7850	kg/m <sup>3</sup>
Poissonov koeficijent	$\nu$	0,3	-
Modul elastičnosti	E	210 000	N/mm <sup>2</sup>
Granica tečenja	$R_{p0,2}$	205	N/mm <sup>2</sup>

Tablica 4.1 Svojstva čelika Č. 4572

Odabrani faktor sigurnosti je  $s = 1,5$ .

Iz formule za dopušteno naprezanje dobiva se:

$$\sigma_{dop} = \frac{R_{p0,2}}{s} = \frac{205}{1,5} = 137 \text{ N/mm}^2.$$

Prilikom dimenzioniranja spremnika kao relevantno naprezanje uzima se ekvivalentno naprezanja  $\sigma_e$  po von Mises-ovoj teoriji čvrstoće, koje se uspoređuje sa dopuštenim naprezanjem  $\sigma_{dop}$ :  $\sigma_e < \sigma_{dop}$ .

Osim zadovoljavanja uvjeta čvrstoće potrebno je zadovoljiti i uvjete krutosti.

Uvjeti krutosti su:

- Maksimalni pomak cilindričnog dijela spremnika

$$\frac{w_{\max}}{h} = 0,3 - 0,5.$$

- Maksimalni pomak krova spremnika

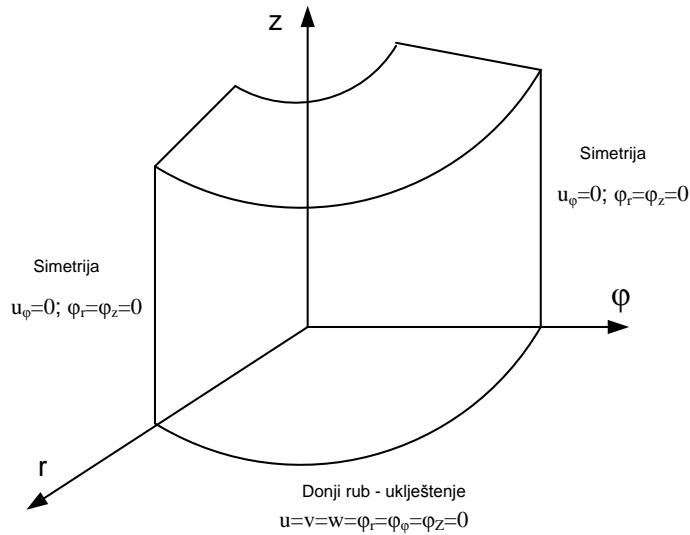
$$\frac{w_{\max}}{h} = 0,3 - 0,5$$

gdje je  $h$  debljina stijenke.

## 4.2 Modeliranje spremnika

Prilikom izrade proračunskog modela konstrukcije modelirana je samo  $\frac{1}{4}$  konstrukcije, što je moguće uslijed simetričnosti problema. Modeliranjem samo dijela konstrukcije dodatno se smanjuje vrijeme potrebno za dobivanje rezultata. Performanse računala određuju mogućnost i brzinu rješavanja velikog sustava jednadžbi koji karakterizira metodu konačnih elemenata. Modeliranjem samo dijela konstrukcije moguće je izraditi finiju mrežu elemenata bez većeg opterećenja računala.

Kako se ovdje radi o spremniku cilindričnog oblika s krovom u obliku konusa, radi jednostavnijeg zadavanja rubnih uvjeta i kasnijeg prikaza rezultata korišten je cilindrični koordinatni sustav. Geometrijski rubni uvjeti uklještenja i simetrije prikazani su na slici 4.1.



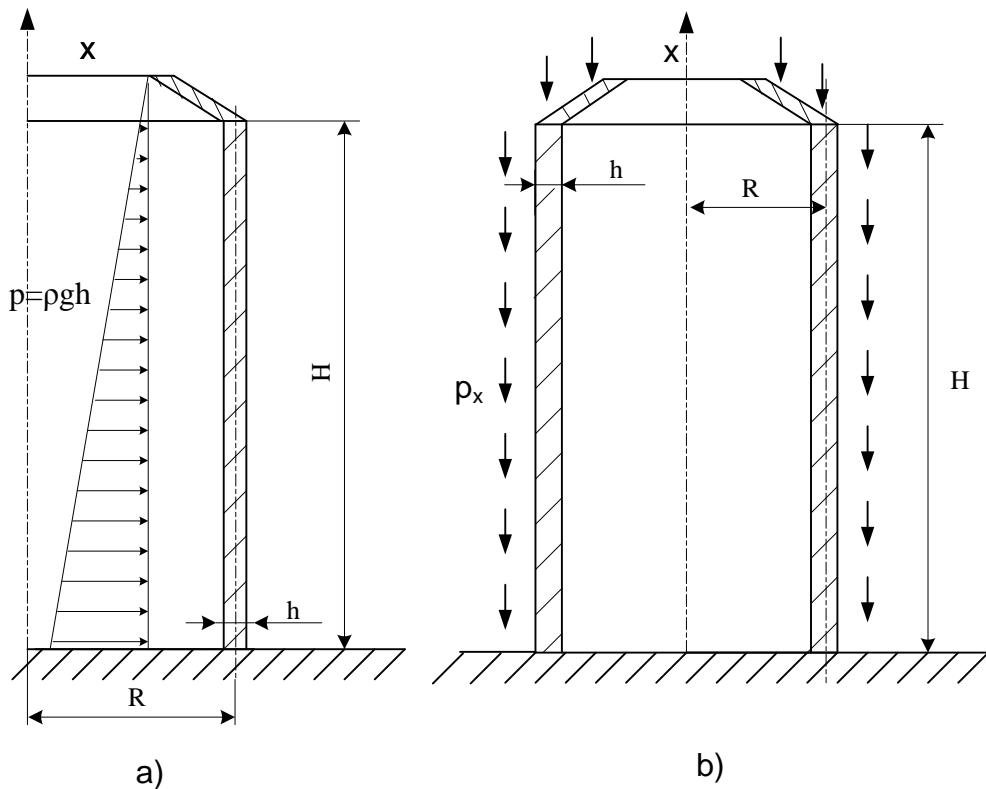
Slika 4.1 Rubni uvjeti proračunskog modela

Spremnik je napunjen do vrha tekućinom gustoće  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , koja djeluje na stijenke cilindra u obliku hidrostatskog tlaka. Hidrostatski tlak se linearno mijenja sa visinom prema slici 4.2 i izračunava se prema izrazu

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $p$  - hidrostatski tlak;  $\rho$  - gustoća tekućine;  $h$  – visina stupca tekućine.

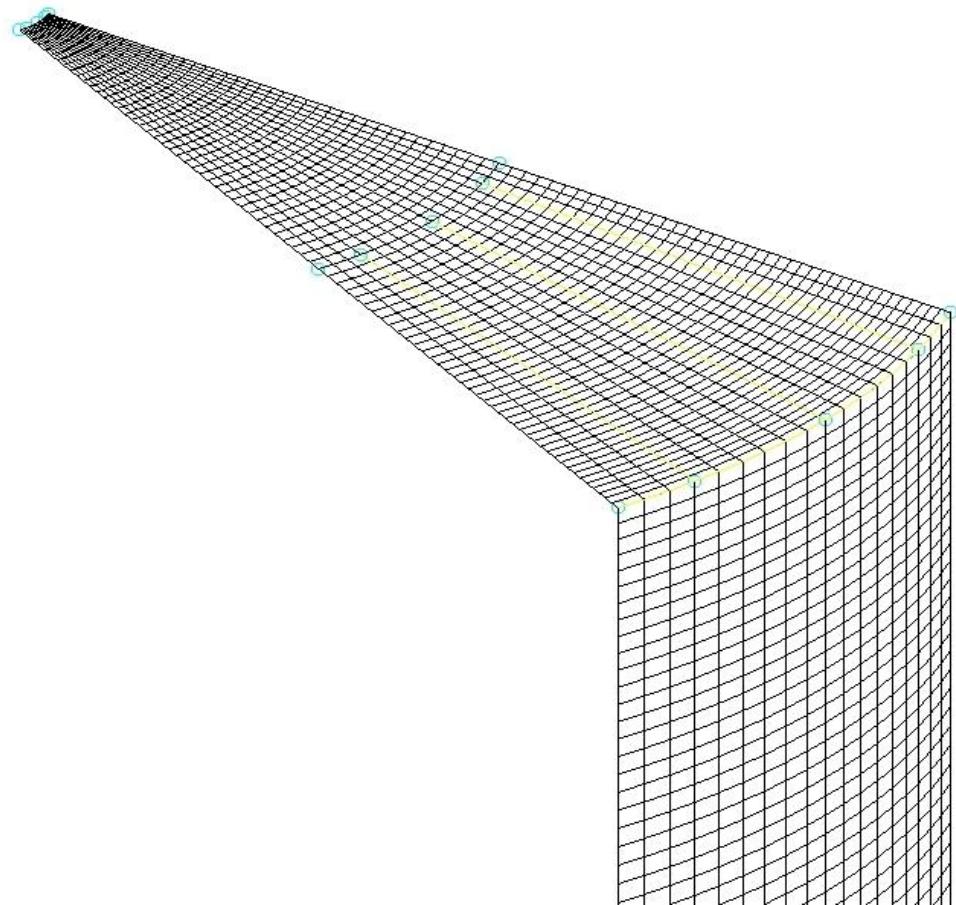
Osim hidrostatskog tlaka u obzir se uzima i opterećenje uslijed vlastite težine (slika 4.2 a) i b)) .



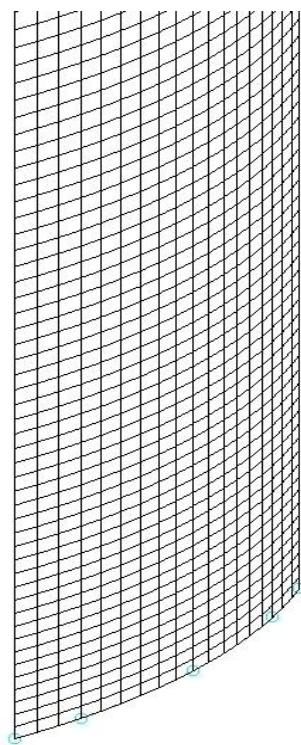
Slika 4.2 Opterećenje spremnika a) hidrostatskim tlakom, b) vlastitom težinom

Kako su kritična područja podnožje cilindra zbog opterećenja hidrostatskim tlakom te uklještenja, kao i spoj konusne i cilindrične ljske, prilikom modeliranja korištena je nejednolika mreža gdje se elementi manje visine nalaze na vrhu i dnu, dok je širina elemenata u cirkularnom smjeru jednaka. Krov je također modeliran nejednolikom mrežom, koja je gušća na rubu spoja ljski zbog detaljnije analize kritičnog područja, ali i na vrhu krova da bi se postigao povoljan omjer stranica elementa.

Slika 4.3 i 4.4 prikazuje mrežu modela iz MSC. Nastran koja je korištena za proračun.



Slika 4.3 Detalj mreže modela za krovni dio spremnika



Slika 4.4 Detalj mreže modela za donji dio cilindričnog dijela spremnika

Za diskretizaciju su korišteni elementi CQUAD4 i CBAR2 iz biblioteke programskog paketa MSC.Nastran, čija svojstva su iznesena u 2. poglavlju. Prednost ovih elemenata je što su vrlo jednostavnii za korištenje, računalno nezahtjevni i daju dovoljno točne rezultate, pa su stoga i najčešće korišteni elementi u svakodnevnoj inženjerskoj praksi. CQUAD4 elementi korišteni su za diskretizaciju oplate spremnika, a CBAR2 elementi za modeliranje ojačanja spremnika.

Prednost programskog paketa MSC.Nastran očituje se i u fleksibilnost prema upotrebi mjernih jedinica. Kako su sve veličine bezdimenzijske, potrebno je jedino paziti na pretvorbu jedinica u sustavu koji se upotrebljava.

Fizikalne veličine izražene su u sustavu mjernih jedinica:

- sila – (N),
- naprezanje – ( $N/m^2$ ),
- opterećenja – ( $N/m^2$ ),
- masa – (kg),
- duljina – (m).

### 4.3 Izvedba spremnika sa jednolikom debljinom stjenke

Kako je najjednostavniji način izrade spremnika sa stijenkama jednolike debljine, prvo su modelirane takve varijante.

Prvi model oblikovan je sa debljinom stjenke od 7mm. Ovaj model zadovoljio je dva od tri uvjeta, uvjet krutosti i uvjet čvrstoće za cilindar, ali uvjet krutosti za krov spremnika nije ni približno zadovoljen. Kod slijedeća dva modela povećana je debljina stjenke da bi se promotrio utjecaj debljine stjenke na deformaciju korova. Iako model sa debljinom stjenke 10 mm zadovoljava sve uvjete, ne možemo ga uzeti kao optimalno rješenje jer se sa povećanjem debljine stjenke znatno povećava i masa konstrukcije, a s time i utrošak potrebnog materijala. Kako se potreba za ograničenim prirodnim resursima svakim danom povećava, važno je da materijal bude što bolje iskorišten. Na modelu sa debljinom stjenke 10 mm može se primijetiti da su maksimalna naprezanja daleko ispod granice dopuštenih, što ostavlja prostora za daljnje optimiranje. U tablici 4.2 je prikazana usporedba rezultata za navedena tri modela.

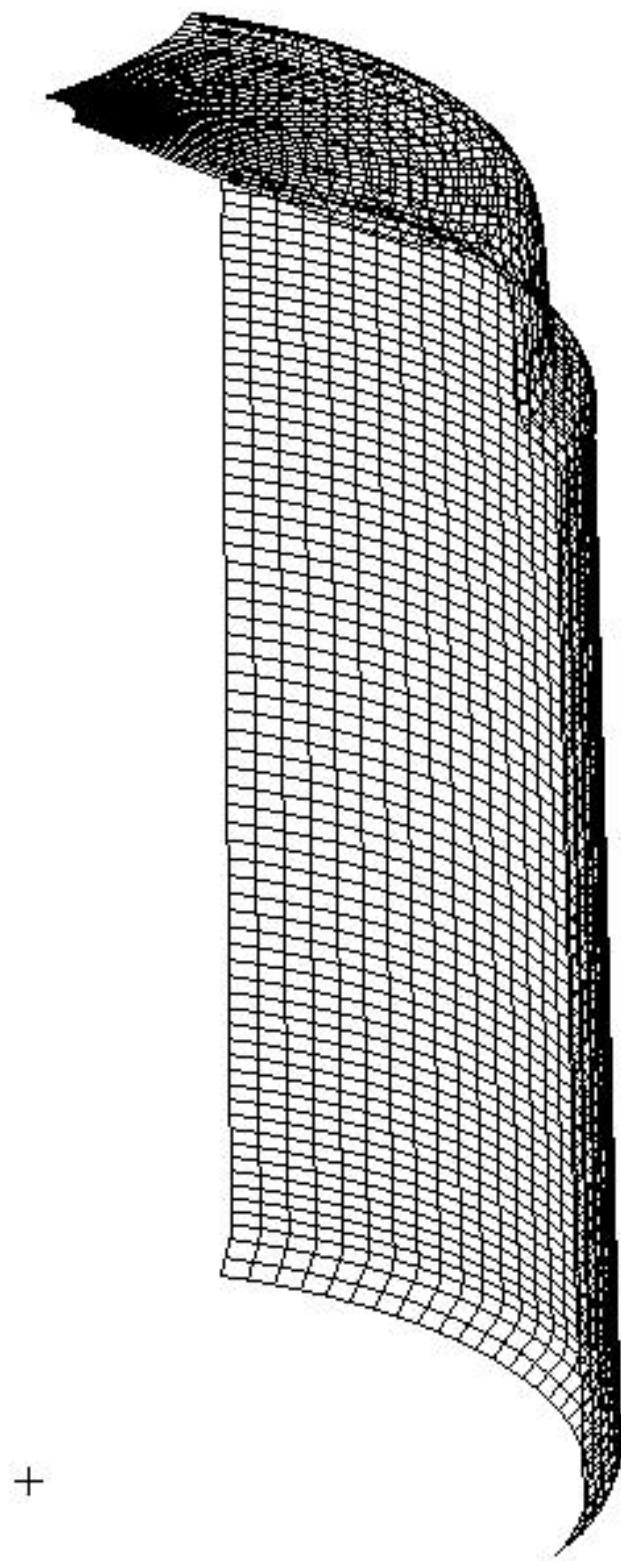
	Debljina stjenke	Max pomak krov	Max pomak cilindar	$\sigma_e$ - sred.ploha	Masa spremnika
Primjer 1	7 mm	8,06 mm	1,80 mm	135 MPa	17646,4 kg
Primjer 2	8 mm	6,4 mm	1,57 mm	110 MPa	20167,3 kg
Primjer 3	10 mm	4,32 mm	1,26 mm	78 MPa	25209,2 kg

Tablica 4.2 Usporedba rezultata za spremnik jednolike debljine stjenke

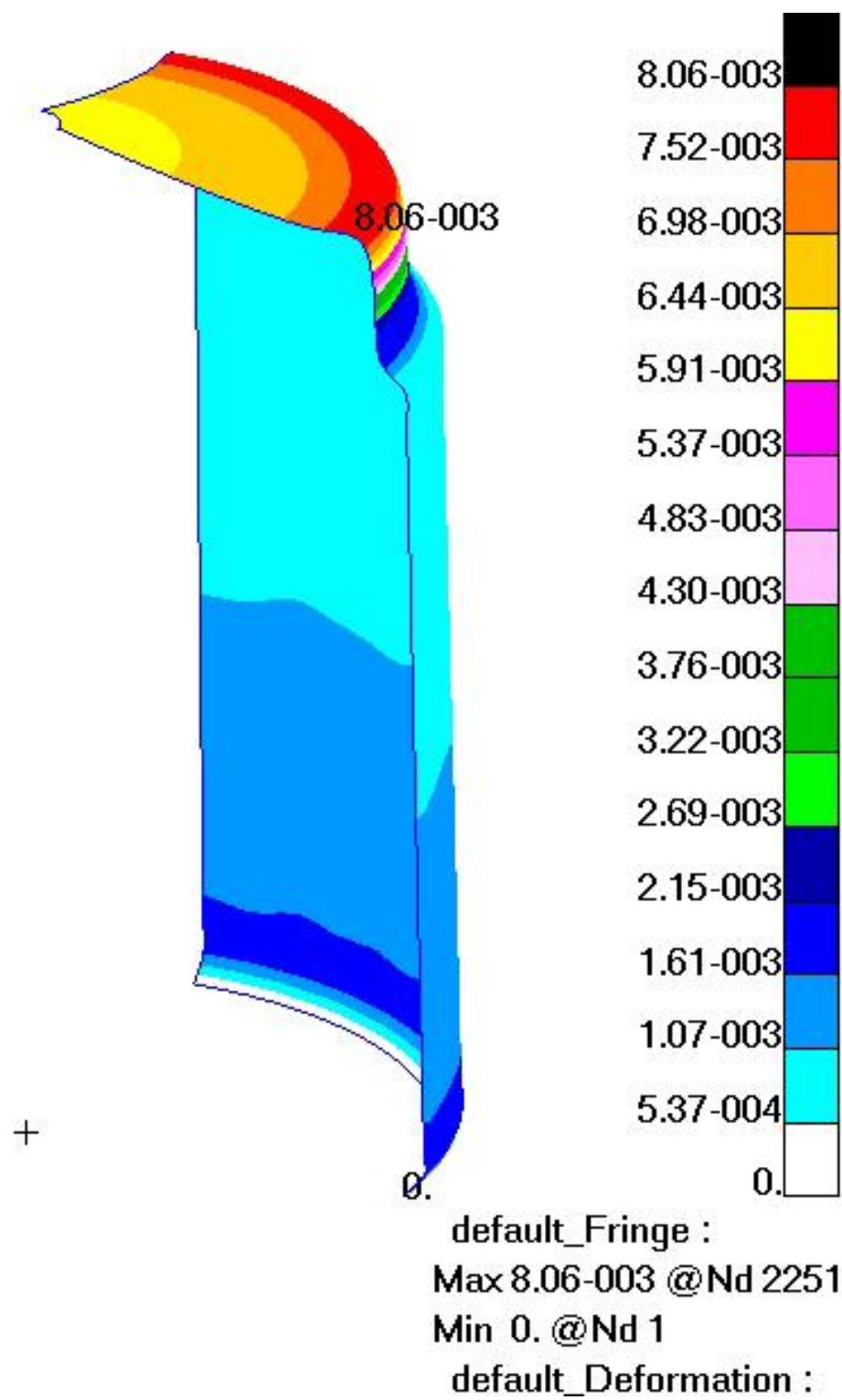
Na slici 4.6 prikazani su ukupni pomaci spremnika za model sa debljinom stjenke 7mm. Iz slike 4.6 može se zaključiti da do maksimalne vrijednosti pomaka dolazi na krovu spremnika i to na približnoj udaljenosti od  $\frac{1}{4}$  dužine krova od spoja ljudski. Kao što je već navedeno ovaj pomak ne zadovoljava uvjete krutosti. Kako su kritična područja spoj ljudski i donji dio cilindra, na slikama 4.7 i 4.8 prikazani su detalji istih. Prikazani deformirani oblik je uvećan, a stvarne vrijednosti za pojedine čvorove brojčano su prikazani na istim slikama. Pomaci su izraženi u metrima (m). Slika 4.8 prikazuje detalj pomaka dna cilindra. Najveći pomak cilindra nalazi se pri donjem dijelu cilindra, gdje zbog geometrijskog rubnog uvjeta uklještenja pomak jednak nuli. Usljed opterećenja hidrostatskim tlakom, koji se povećava sa veličinom stupca tekućine, maksimalni pomak cilindra pri dnu je očekivan.

Slike 4.9 i 4.10 prikazuju ekvivalentna naprezanja prema von Misesovoj teoriji čvrstoće za srednju i vanjsku plohu. Iz slika je vidljivo da vrijednosti ekvivalentna naprezanja rastu s porastom hidrostatskog tlaka. Maksimalna vrijednost ekvivalentnog naprezanja na srednjoj plohi iznosi 80,1 MPa, a na vanjskoj 135 MPa. Na spoju ljski javlja se nepovoljno naprezanje uslijed savijanja koje može uzrokovati pucanje spremnika na tom mjestu. Ova nepovoljna naprezanja mogu utjecati i na gubitak stabilnosti spremnika, ali kako stabilnost nije predmet zadatka ovoga rada, ona se neće uzimati u obzir. Ekvivalentna naprezanja na srednjoj i vanjskoj plohi oko spoja ljski, prikazana su na slikama 4.11 i 4.12.

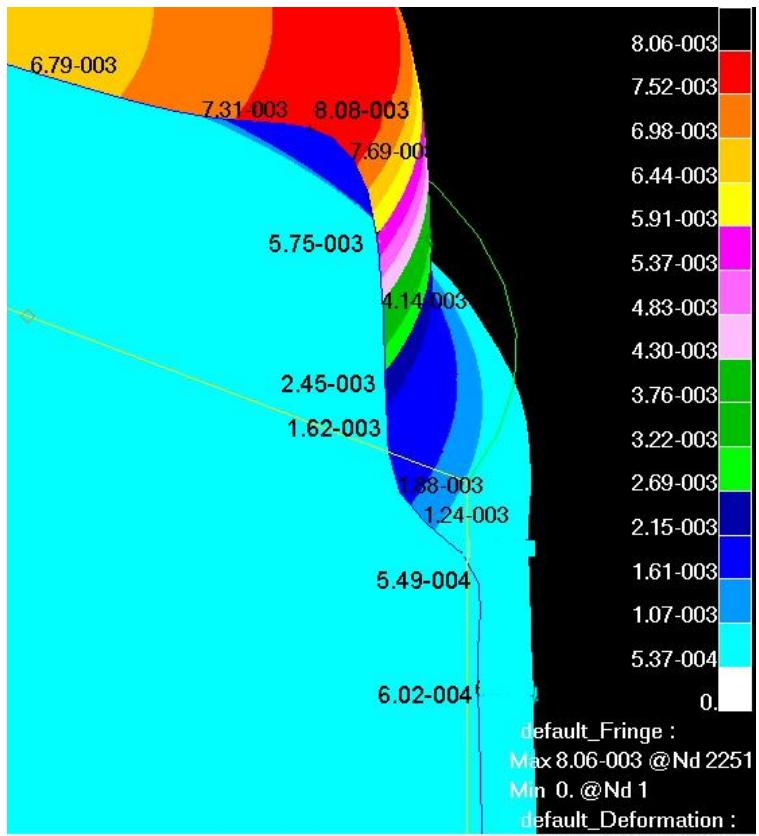
Kako je već spomenuto, utjecaj hidrostatskog tlaka na naprezanje cilindričnog dijela najveći je pri dnu spremnika i iznosi 78MPa na srednjoj plohi i 80MPa za vanjsku plohu. Raspored ovih naprezanja prikazan je na slikama 4.13 i 4.14. Pomaci i naprezanje u cilindričnom dijelu su daleko ispod dozvoljenih granica, te je stoga provedeno optimiranje debljine stijenke cilindrične ljske koje je prikazano u sljedećem poglavljju.



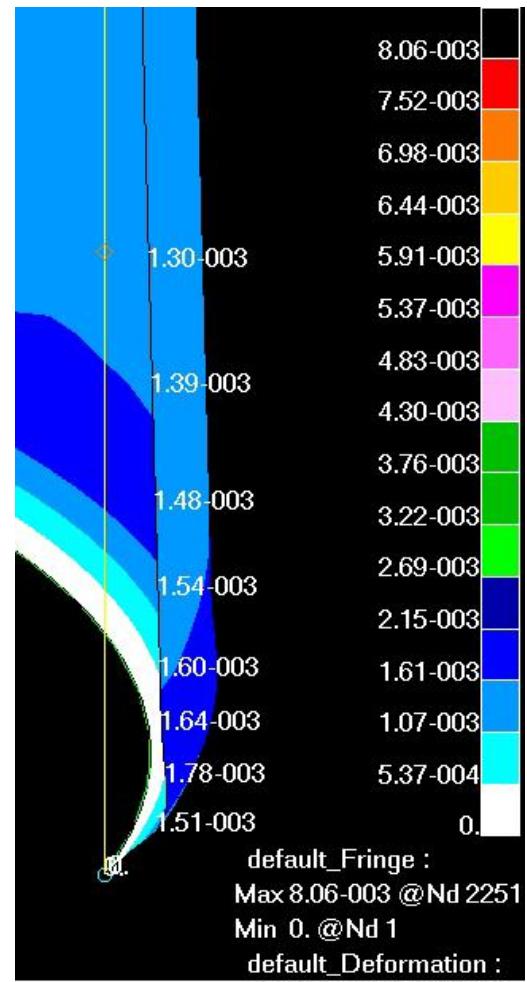
Slika 4.5 Deformirani oblik mreže za spremnik jednolike stijenke debljine  $h=7\text{mm}$



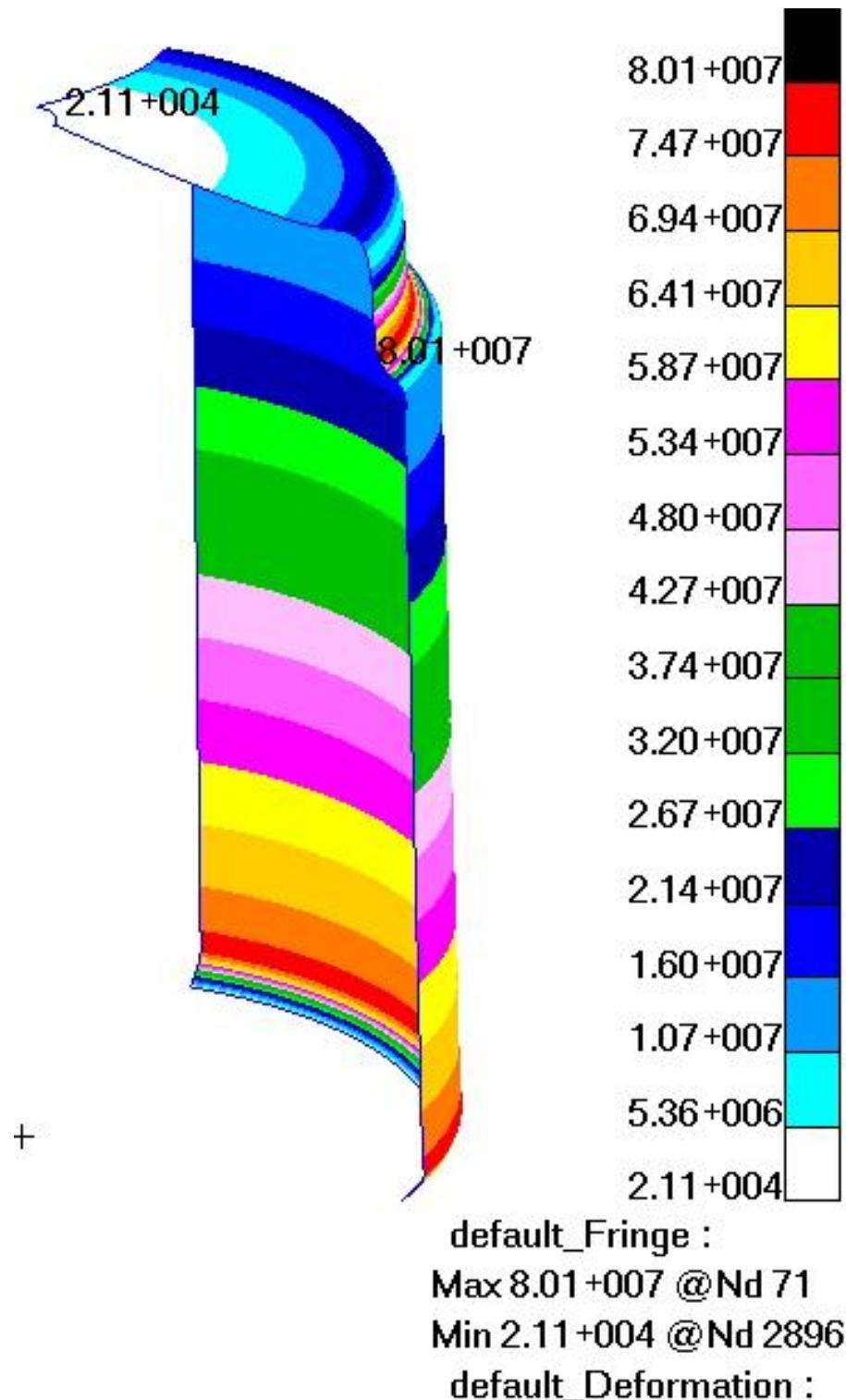
Slika 4.6 Ukupni pomak spremnika jednolike stijenke debljine  $h=7$  mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



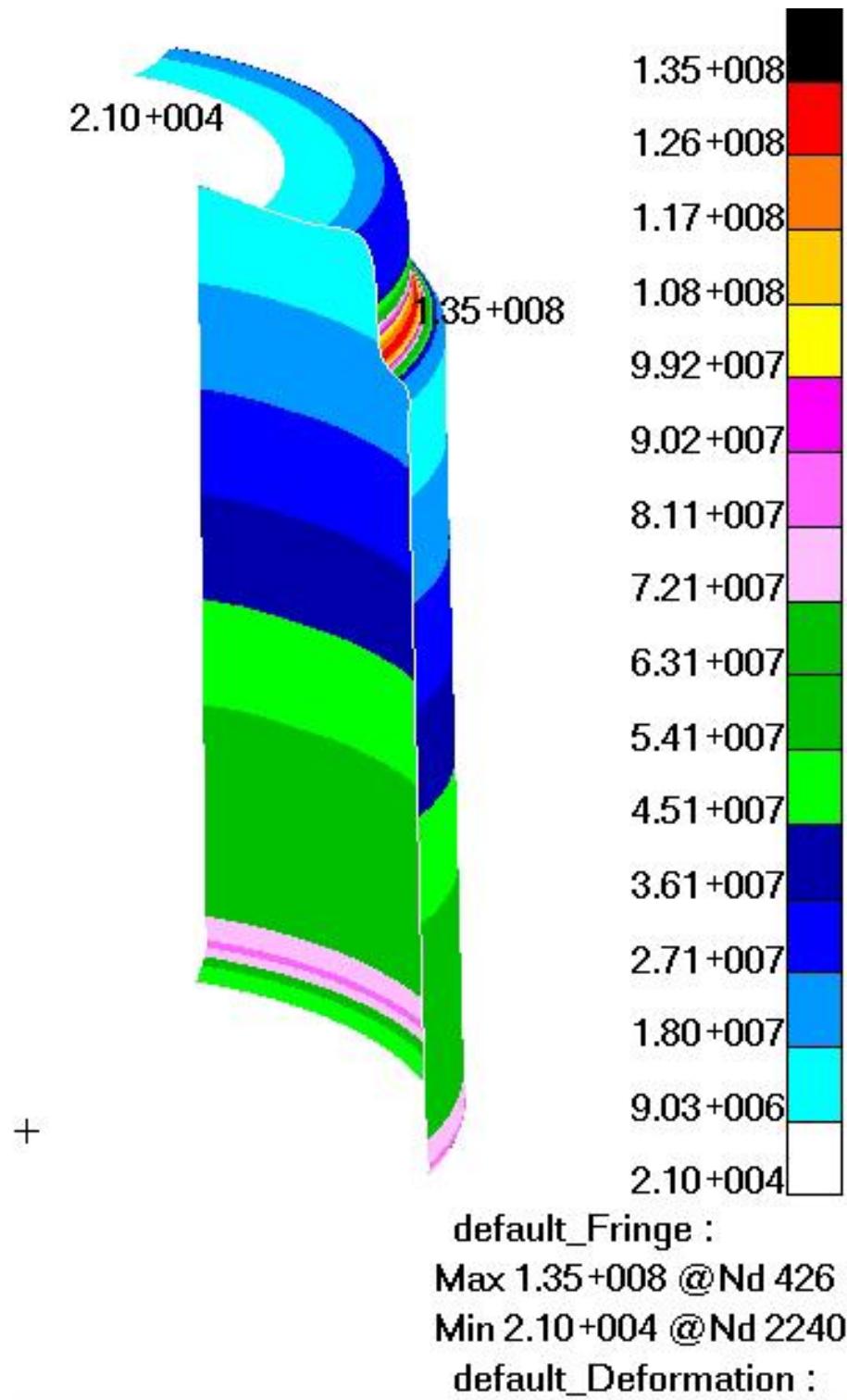
Slika 4.7 Detalj spoja ljudski s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika za jednoliku stijenku debljine  $h=7$  mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



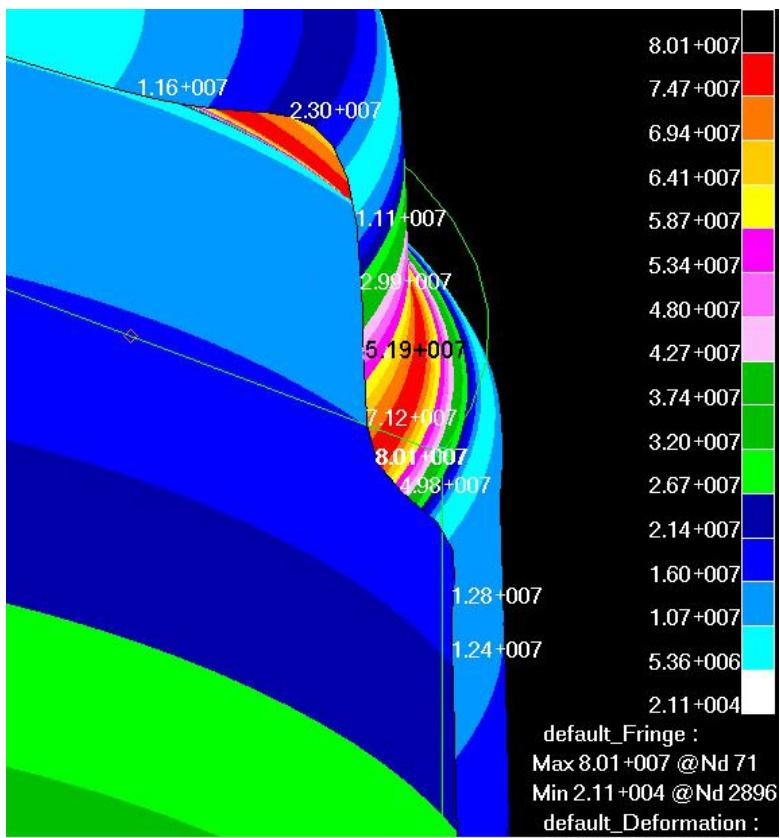
Slika 4.8 Detalj ukupnog pomaka spremnika s prikazom raspodjele na dnu cilindra za jednoliku stijenku debljine  $h=7$  mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



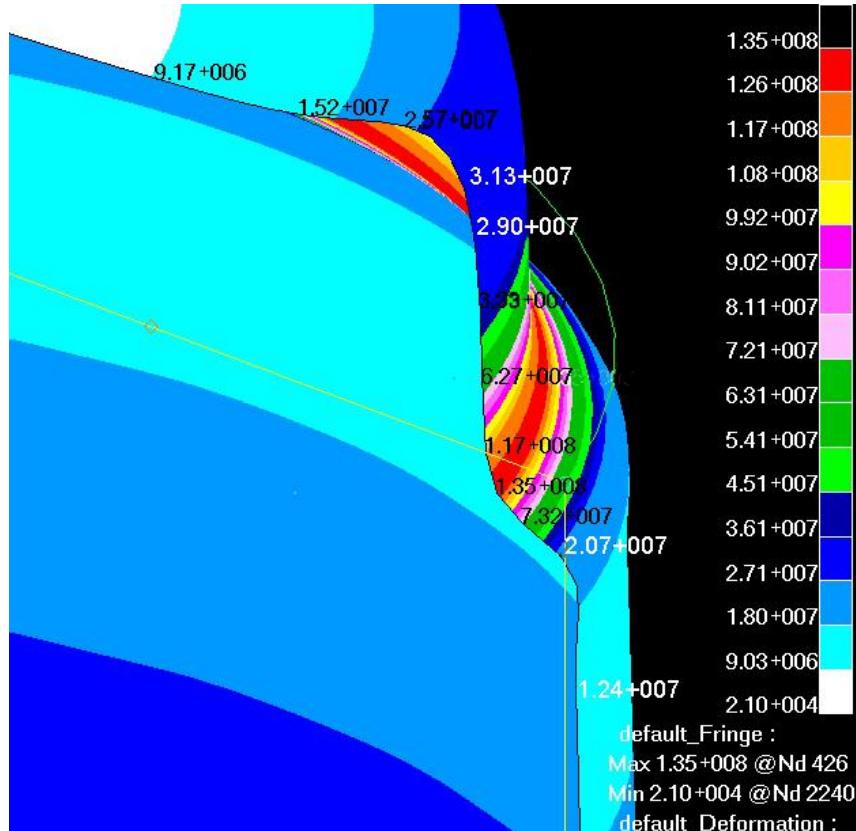
Slika 4.9 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke  $h=7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$



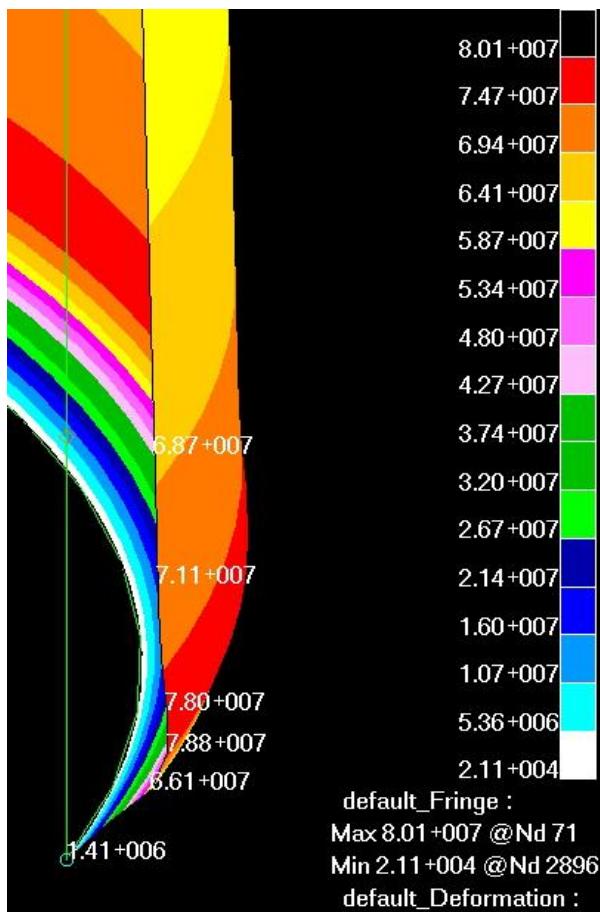
Slika 4.10 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debeline stijenke  $h=7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$



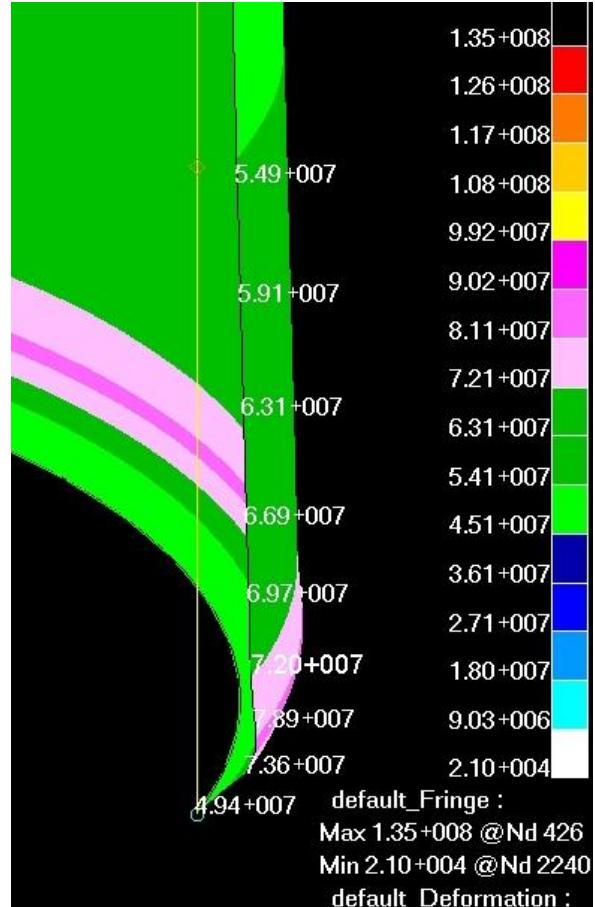
Slika 4.11 Detalj spoja ljski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke  $h=7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$



Slika 4.12 Detalj spoja ljski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke  $h=7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$



Slika 4.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike stijenke cilindra  $h= 7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$

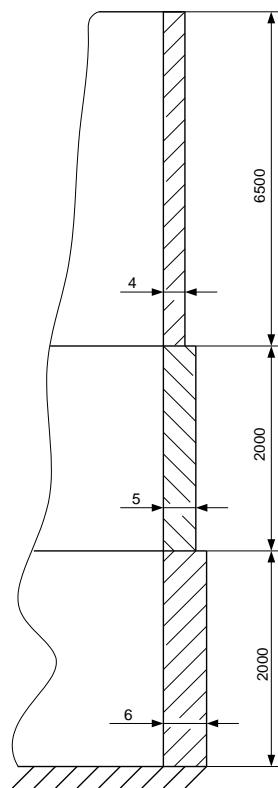


Slika 4.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike stijenke  $h=7$  mm. Naprezanje je prikazano u  $\text{N}/\text{m}^2$

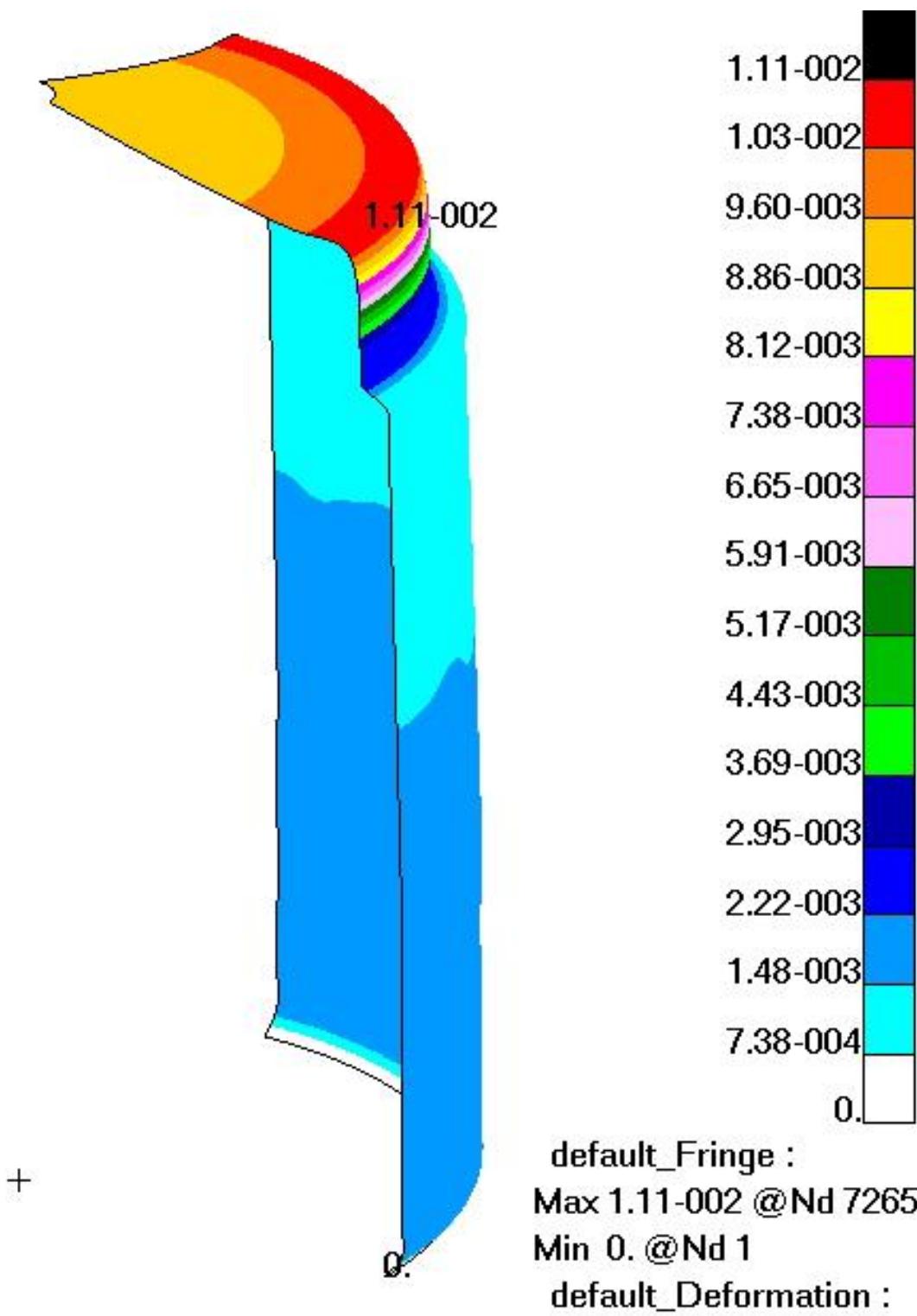
#### 4.4 Optimiranje debljine stjenke cilindra

Kao što je već spomenuto, u ovom poglavlju bit će riječ o optimiranju debljine stjenke cilindra, pri čemu će lokalna naprezanja uslijed savijanja oko spoja luski biti zanemarena. U svim primjerima debljina krova je 7 mm.

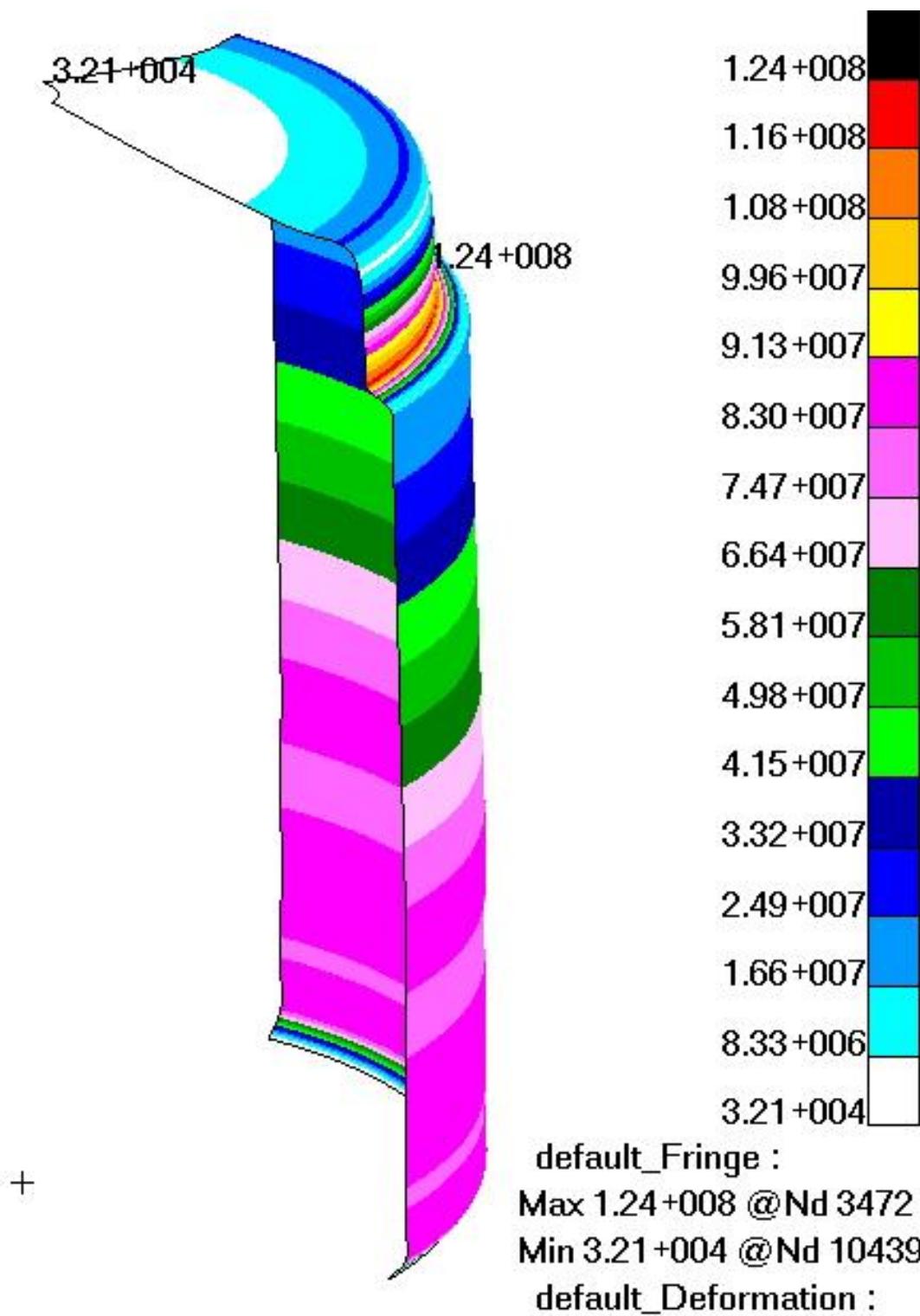
Debljina stjenke cilindra oblikovana je sa tri različite debljine limova. Budući da je raspodjela hidrostatskog tlaka linearna i da je njegov iznos pri dnu cilindra najveći, najdeblji lim postavljen je na dno cilindra, a debljina se postupno smanjuje prema vrhu cilindra (slika 4.15). Prilikom određivanja debljina stjenki i visine pojedinog pojasa cilindrične luske, u obzir su uzeti uvjeti čvrstoće i krutosti za cilindričnu lusku (slike 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21). Na ovaj način postignute su optimalne dimenzije cilindrične luske s obzirom na utrošak materijala. Na spoju limova različitih debljina, zbog promjene krutosti, dolazi do nastanka lokalnog naprezanja uslijed savijanja, koje se smanjuje odmicanjem od mjesta spoja.



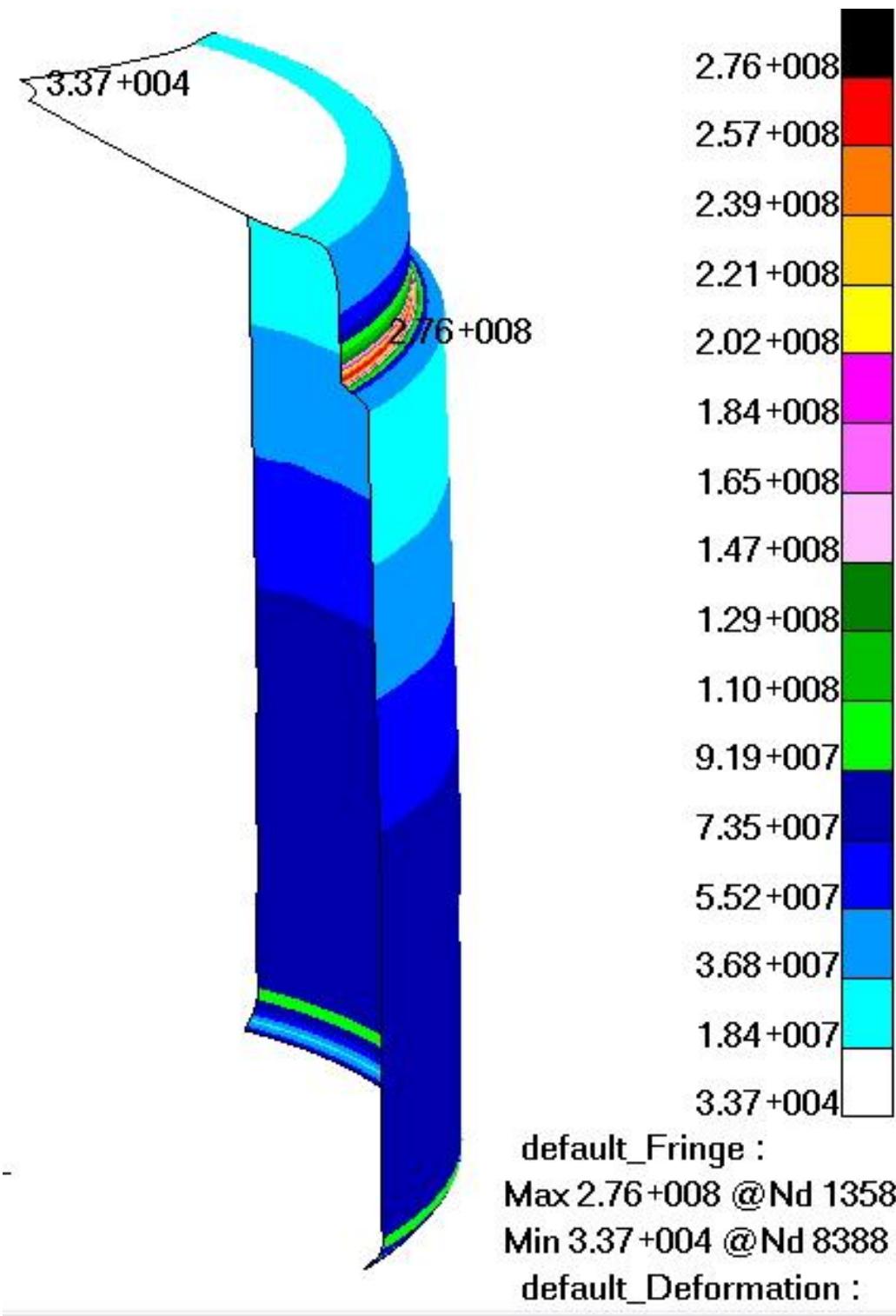
Slika 4.15 Skica plašta spremnika za odabranu izvedbu



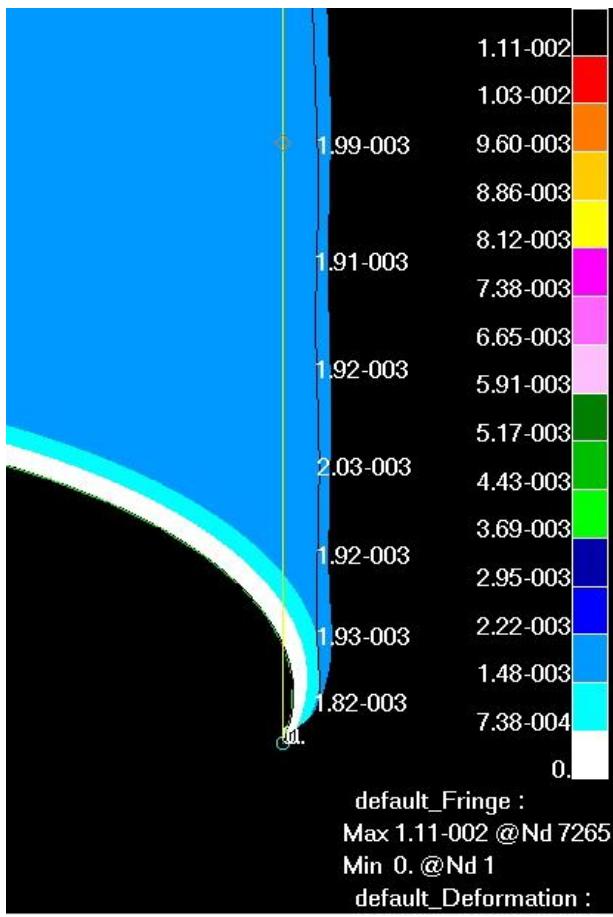
Slika 4.16 Ukupni pomak spremnika sa promjenjivom debljinom stijenke cilindra za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Pomaci su izraženi u metrima



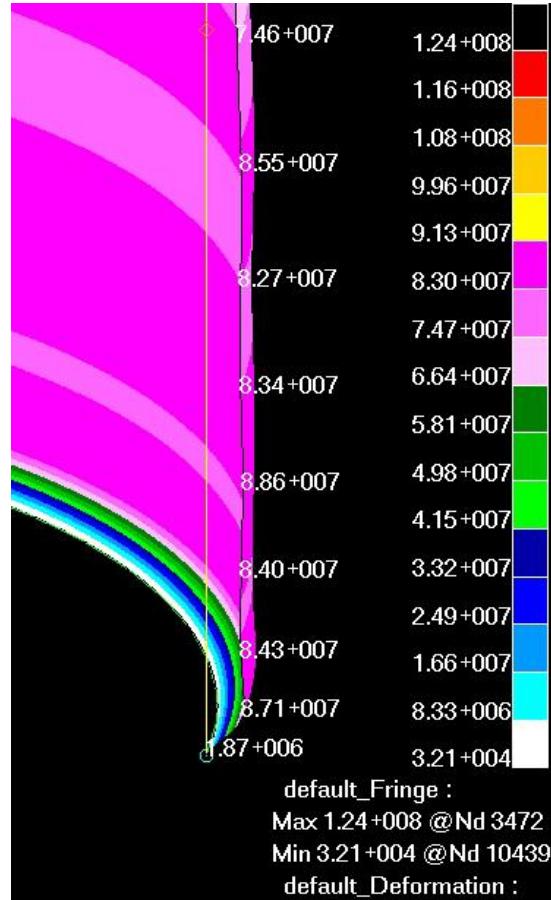
Slika 4.17 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik sa promjenjivom debnjinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u  $\text{N}/\text{m}^2$



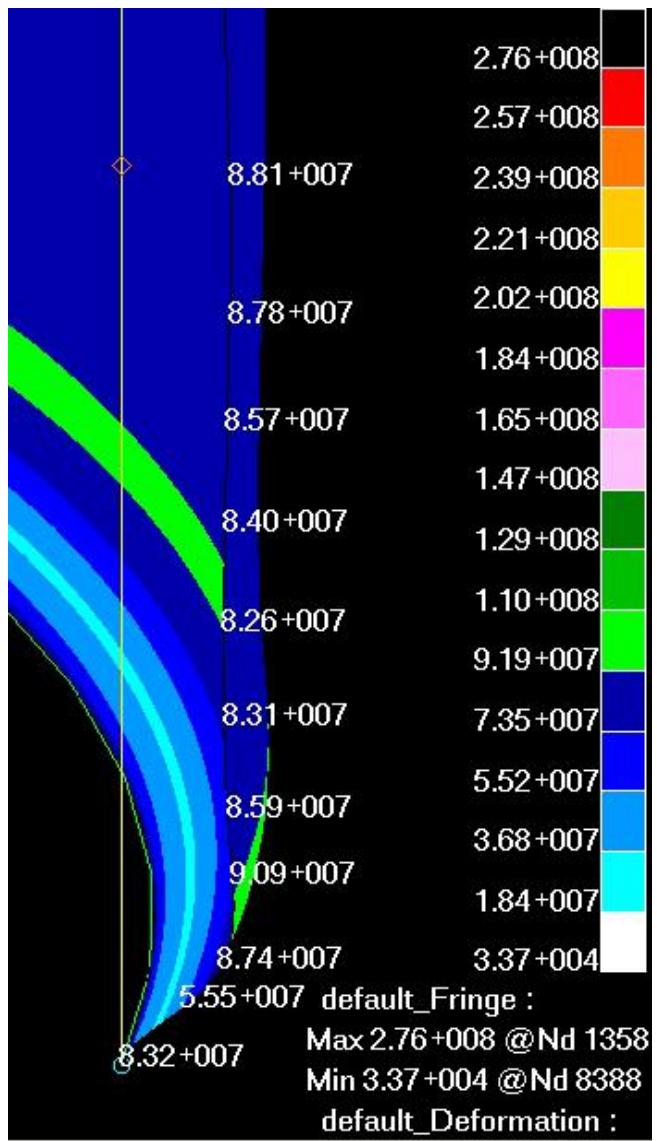
Slika 4.18 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik sa promjenjivom debeljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u  $\text{N}/\text{m}^2$



Slika 4.19 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka. Ukupni pomak izražen je u metrima



Slika 4.20 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



Slika 4.21 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi. Naprezanje je izraženo u  $\text{N}/\text{m}^2$

Promjena debljine stijenke nema utjecaja na maksimalni iznos ukupnog pomaka u krovu, koja iznosi 11,1 mm. Do povećanja lokalnog naprezanja na spoju ljski dolazi zbog smanjenja debljine stijenke cilindra na tom mjestu sa 7mm na 4mm. Iznos tog naprezanja na srednjoj plohi je  $124 \text{ N/mm}^2$ , a na vanjskoj  $276 \text{ N/mm}^2$ .

.

	Radij.					
	Debljina lima (mm) i visina pojasa (m)	Krov (mm)	pomak ur (mm)	σlok. (N/mm <sup>2</sup> )	Masa spremnika (kg)	
Primjer 1	7 ( 3 )    5 ( 4 )    4 ( 3,5 )	7	1,80	78,65	13291,6	
Primjer 2	7 ( 2 )    5 ( 5 )    4 ( 3,5 )	7	1,85	79,05	12820,8	
Primjer 3	6 ( 3 )    5 ( 4 )    4 ( 3,5 )	7	2,13	92,92	12585,4	
Primjer 4	6 ( 2 )    5 ( 5 )    4 ( 3,5 )	7	2,13	92,91	12350	
Primjer 5	6 ( 2 )    5 ( 3 )    4 ( 5,5 )	7	2,13	92,9	11879,2	
Primjer 6	6 ( 2 )    5 ( 2 )    4 ( 6,5 )	7	2,12	91,13	11643,8	
Primjer 7	6 ( 1 )    5 ( 1 )    4 ( 8,5 )	7	2,23	99,08	10937,6	

Tablica 4.3 Usporedba dimenzija i rezultata za modeliranje stijenke cilindra

U tablici 4.3 prikazan je tijek optimiranja ljske cilindra. Dimenzije limova navedene su na način da je prvo navedena debljina lima, a u zagradama je navedena visina pojasa za tu debljinu lima. Iz tablice je vidljivo da je primjer 6 zadovoljio potrebne kriterije, dok se u primjeru 7, na području najmanje debljine lima od 4 mm javlja maksimalni pomak od 2,23 mm, što ne zadovoljava uvjet krutosti. Ako usporedimo masu, vidljivo je da promjene dimenzije stijenke uvelike utječu na ukupnu masu spremnika, a usporedimo li masu spremnika sa optimalnom debljinom stijenke i masu spremnika debljine stijenke 10 mm, vidljiva je ušteda materijala od oko 13 500 kg materijala.

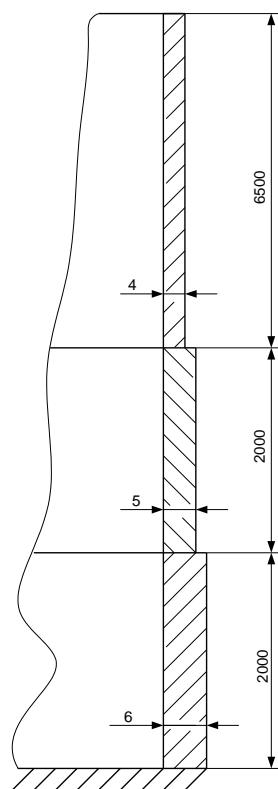
## 4.5 Izvedbe modelirane s prstenom za ukrutu na mjestu spoja ljudski

Nakon što su postignute optimalne dimenzije cilindričnog dijela spremnika, u sljedećem koraku rješava se problem spoja ljudski.

Odabранe dimenzije cilindra su:

- Lim debljine 6 mm i širine 2 m za dno cilindra
- Lim debljine 5 mm i širine 2 m za srednji pojas
- Lim debljine 4 mm i širine 6,5 m za vrh cilindra

Na slici 4.22 dan je prikaz stijenke cilindra.



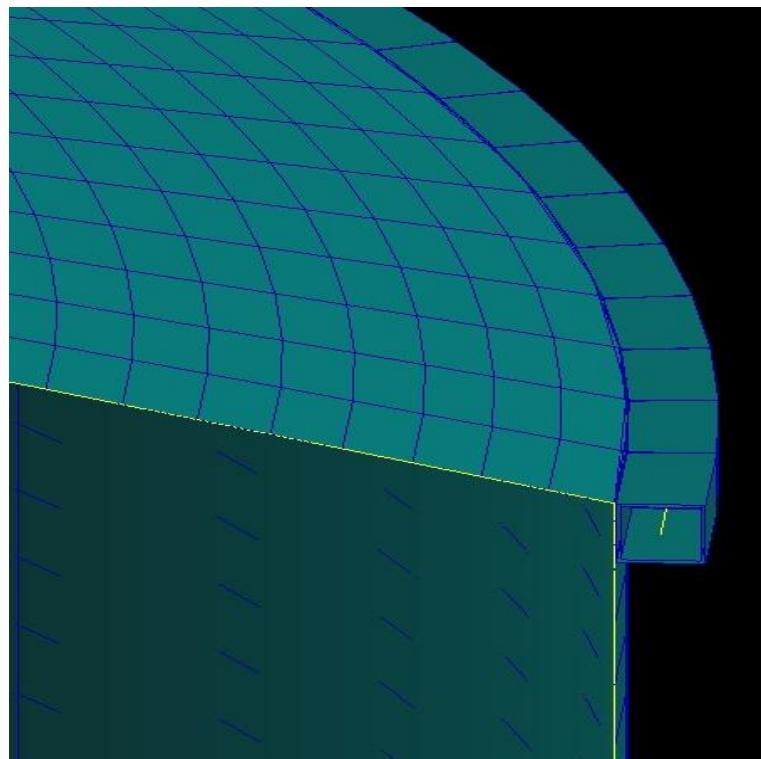
Slika 4.22 Skica odabranih dimenzija za plasti cilindra

Svi primjeri u ovom djelu modelirani su sa tim dimenzijama cilindra. Nepovoljno tlačno naprezanje na spoju ljudski rješava se dodavanjem prstena na gornjem rubu cilindra (slika 4.23). U prethodnim poglavljima pokazano je da se na spoju ljudske cilindra i konusa javlja naprezanje uslijed savijanja čiji iznos prelazi dozvoljenu granicu čvrstoće materijala. Ovaj problem moguće je riješiti na dva načina:

- povećanjem debljine stijenke

- dodavanjem elemenata za ukrućivanje kritičnog dijela.

U poglavlju 4.3 pokazano je da se povećavanjem debljine stijenke masa cijelog spremnika višestruko povećava, što je nepovoljno zbog nepotrebnog utroška materijala. Da bi se izbjeglo povećanje mase ostaje opcija gdje se dodavanje elemenata ukruta na kritično mjesto, što je u ovom slučaju mjesto spoja ljudski, nepovoljno naprezanje uslijed savijanja može poništiti.



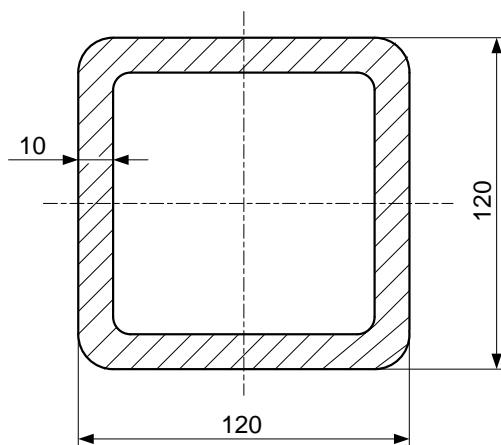
Slika 4.23 Detalj mreže spremnika ojačane prstenom

Prsten je izrađen od standardnog profila, čije dimenzije su prikazane na slici 4.23. Prsten je zavaren na vanjsku stijenku plašta. Dodavanje prstena imalo je očekivani utjecaj na deformaciju krova koja se smanjila za otprilike 30% i sada iznosi 5,15 mm (slika 4.26). Osim smanjenja deformacije krova, prsten je rasteretio i ljudske na mjestu spoja, (slika 4.27 i 4.28). Maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu za srednju plohi ne nalazi se više na spoju ljudski, nego na dnu spremnika i iznosi 93 N/mm<sup>2</sup>. To je posljedica utjecaja hidrostatskog tlaka čija vrijednost je najveća na dnu cilindra. Ukupno naprezanje u prstenu je tlačno i iznosi 27,6 N/mm<sup>2</sup>. Od komponenti naprezanja u prstenu prevladava aksijalno naprezanje, dok je naprezanje od savijanja

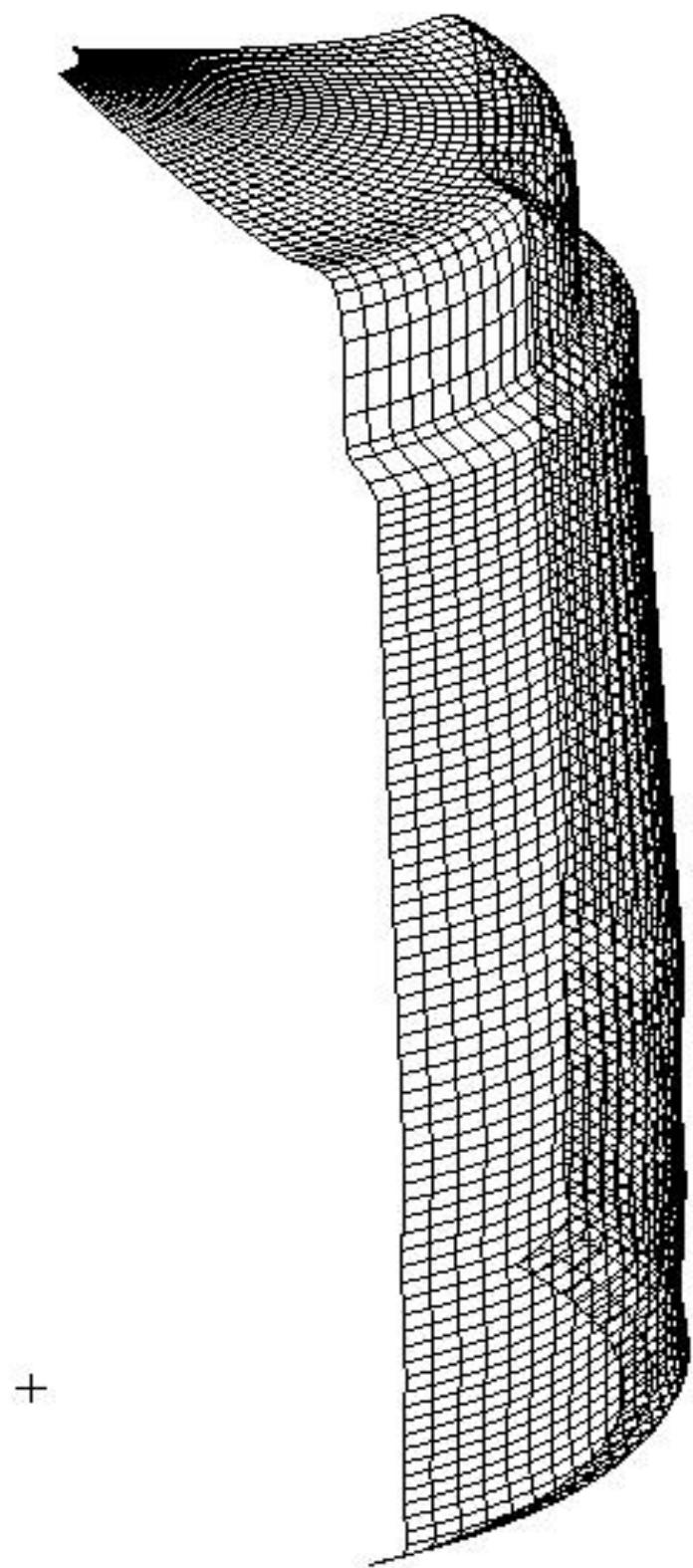
malo. Ukupno naprezanje u prstenu je puno manje od dopuštenog naprezanja, ali kako veličina prstena u velikoj mjeri utječe na deformacije spremnika, a masa mu je zanemariva s obzirom na ukupnu masu spremnika, puno je povoljnije staviti veći prsten nego povećavati debljine limova spremnika (tablica 4.4).

	Dimenzije prstena (mm)	Maksimalni pomak (mm)	$\sigma_e$ - sred.ploha ljuske(N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_e$ – prsten (N/mm <sup>2</sup> )	Masa spremnika (kg)
Primjer 1	100x100x10	4,57	93,1	-23,5	12071,9
Primjer 2	120x120x10	4,44	93,1	-13,7	12167,1
Primjer 3	150x150x10	4,3	93,1	-4,97	12309,8
Primjer 4	120x120x6	5,15	93,1	-27,6	11964,9
Primjer 5	100x100x6	5,34	93,1	-40,6	11917,3

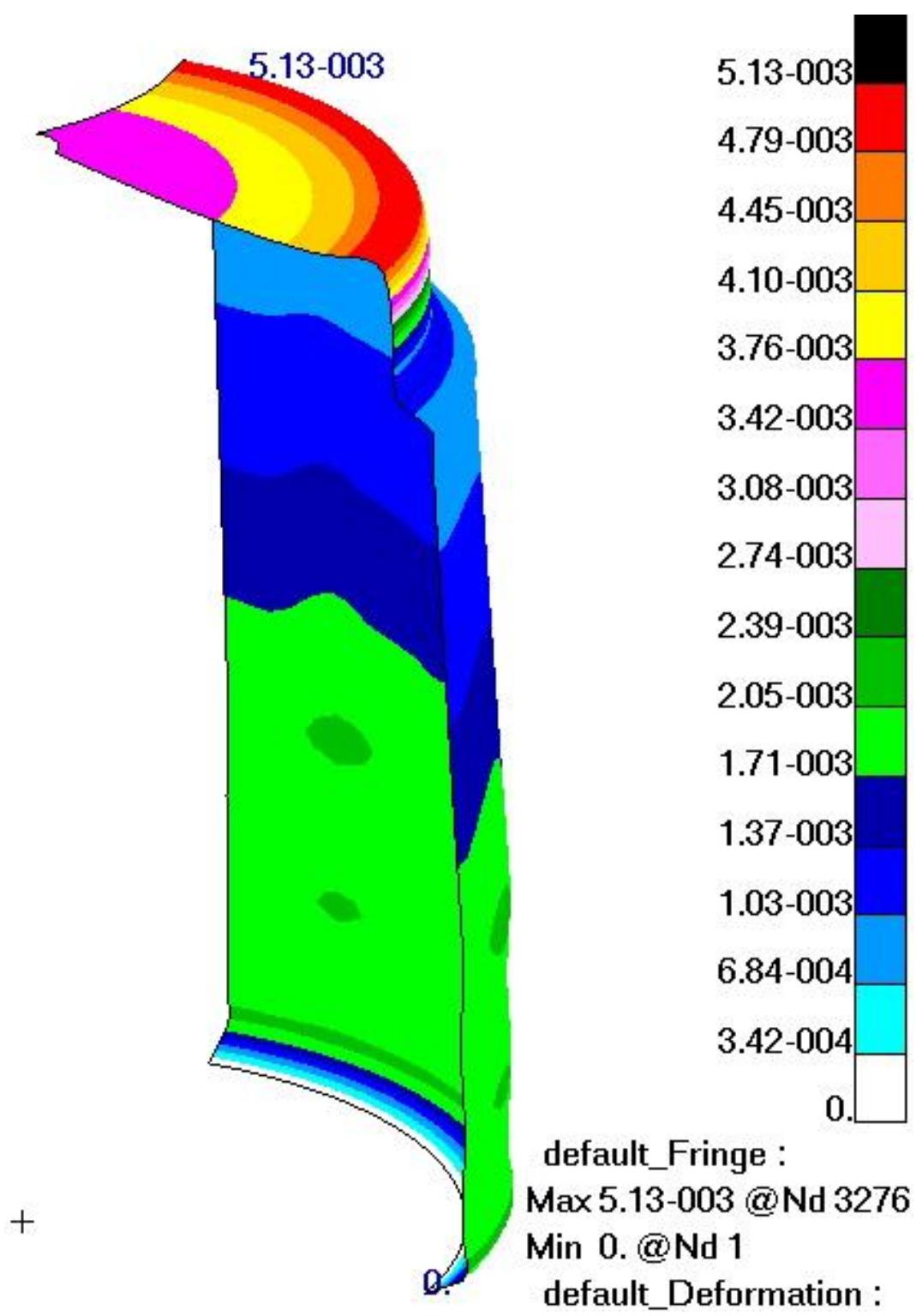
Tablica 4.4 Prikaz različitih dimenzija prstenova korištenih pri modeliranju ojačanja na spoju luski i priradajućih rezultata



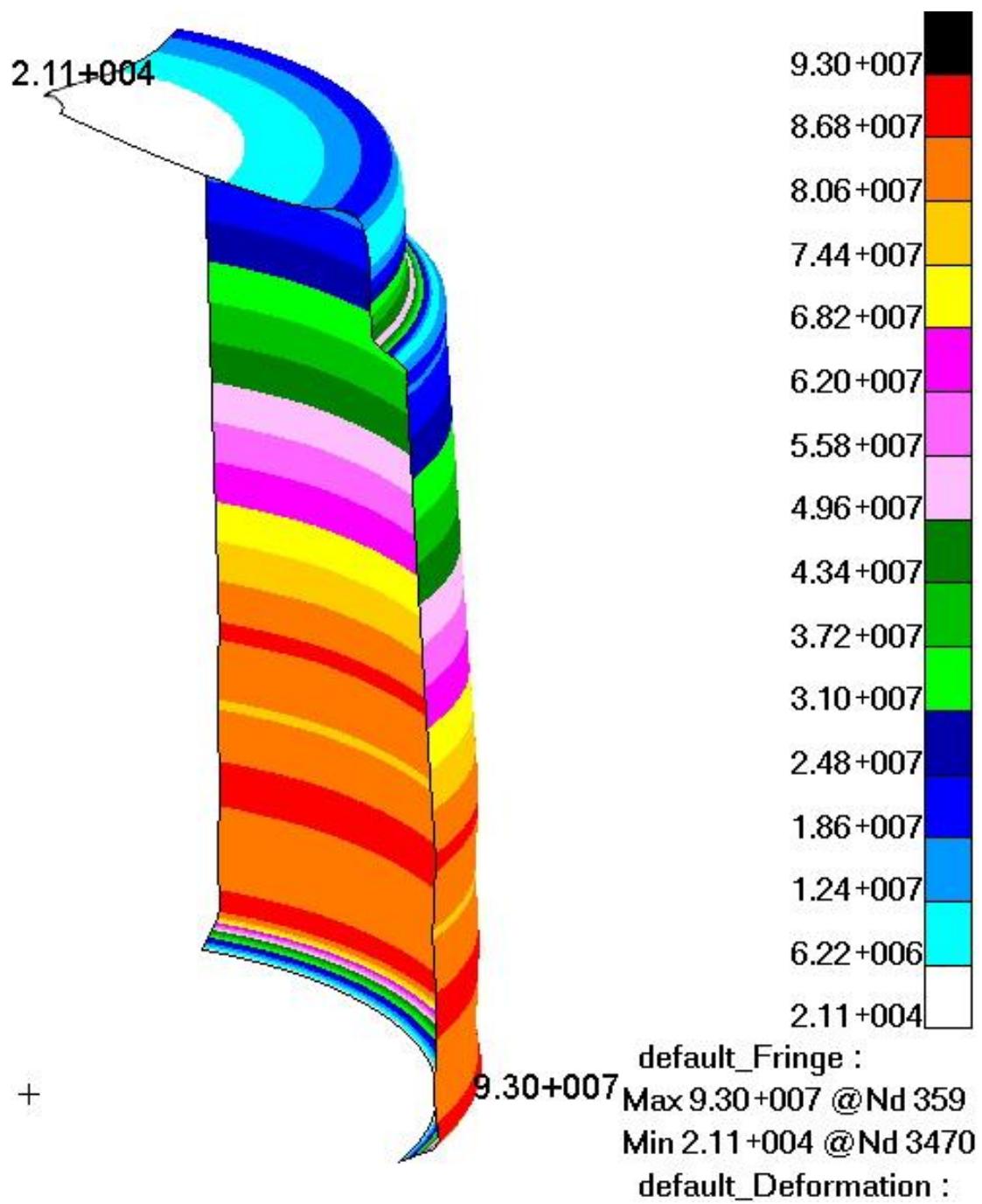
Slika 4.24 Skica profila prstena ( BS EN 10219:1997)



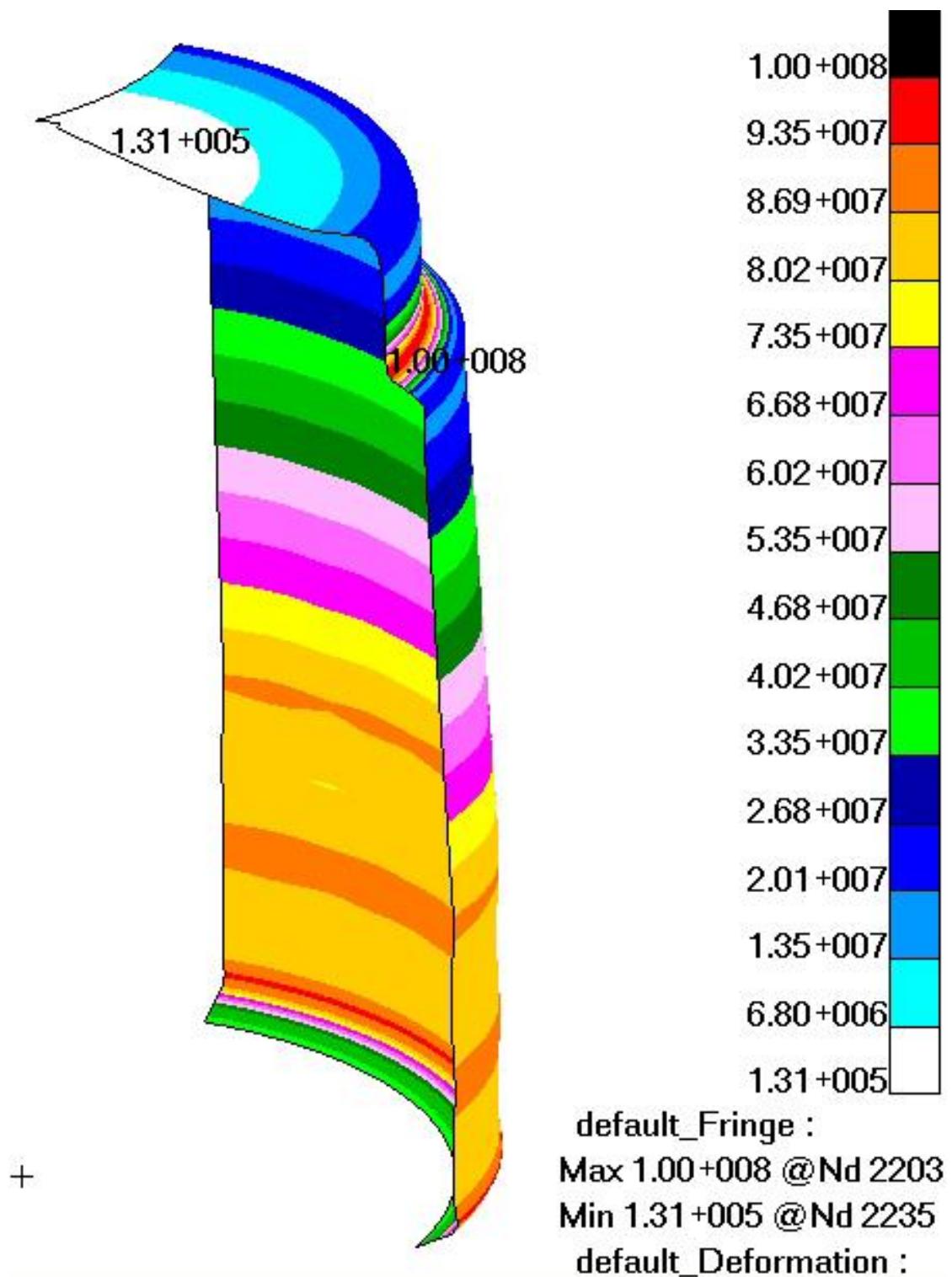
Slika 4.25 Deformirani oblik mreže za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena  
prema slici 4.24



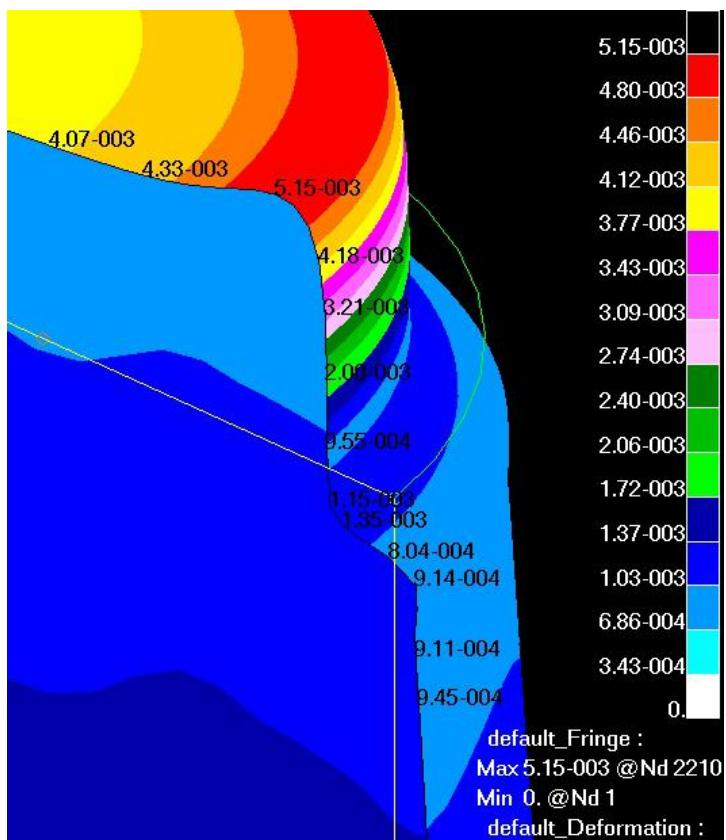
Slika 4.26 Ukupni pomak spremnika ojačanog prstenom na spoju ljsuski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Pomaci su izraženi u metrima



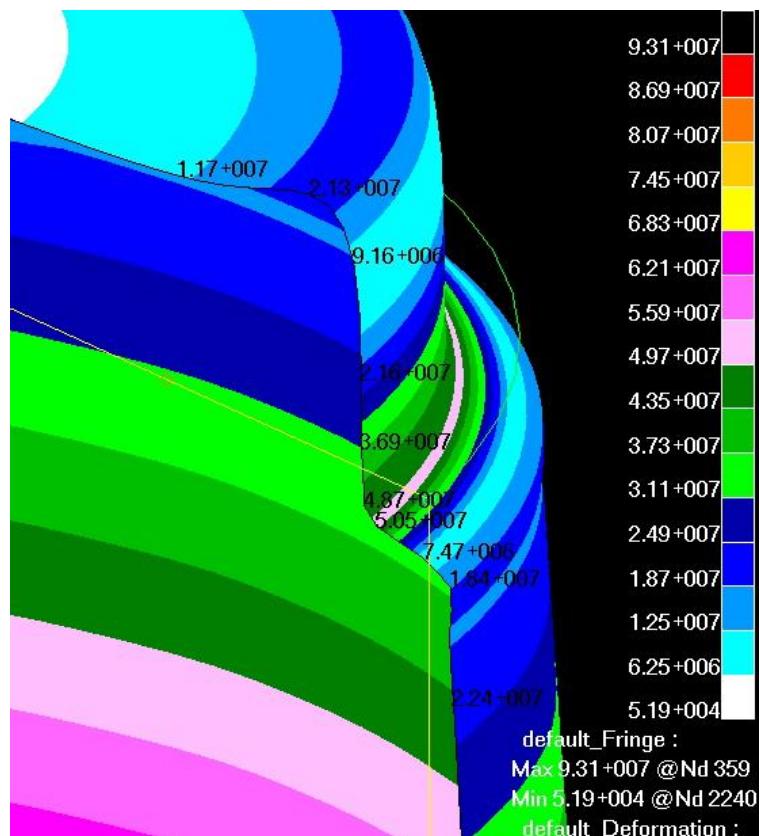
Slika 4.27 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



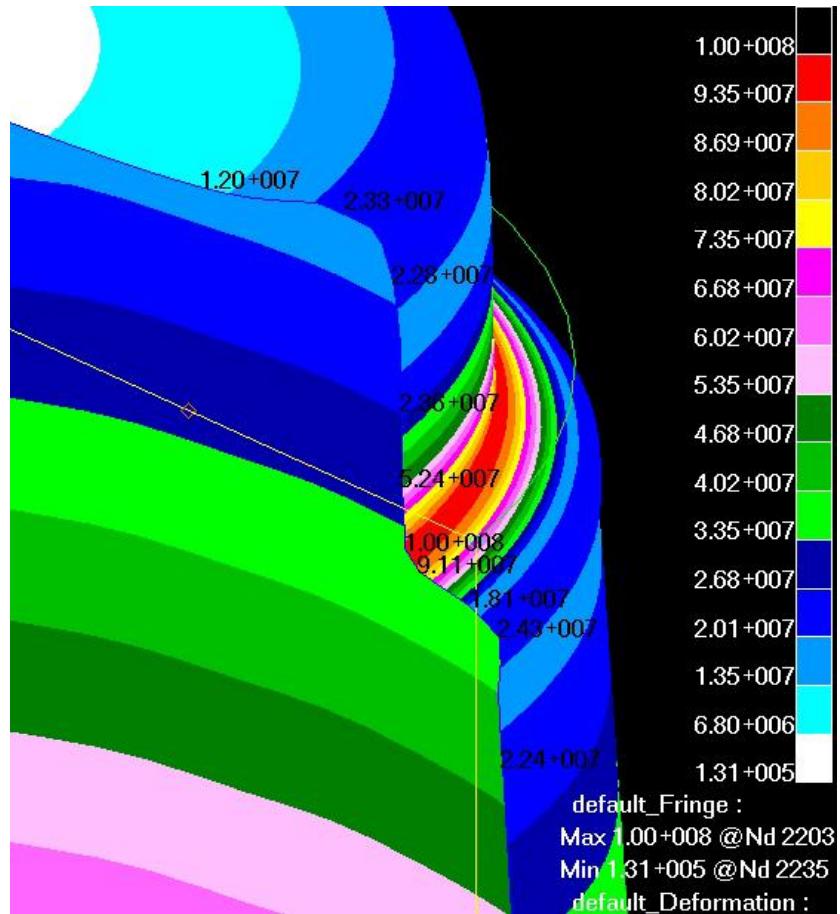
Slika 4.28 Ekvivalentna naprezaanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Naprezaanja su izražena u  $\text{N}/\text{m}^2$



Slika 4.29 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika. Pomaci su izraženi u metrima.



Slika 4.30 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za srednju plohu Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



Slika 4.31 Detalj spoja ljudski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljudski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za vanjsku plohu Naprezanja su izražena u  $N/m^2$

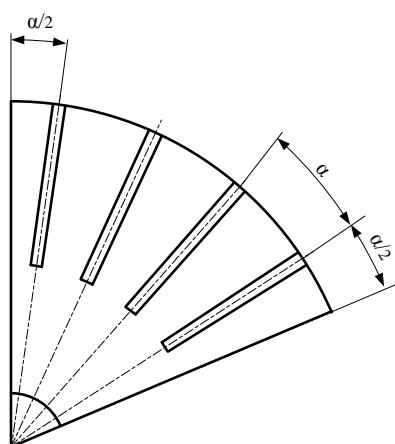
## 4.6 Modeliranje ojačanja na krovu spremnika uz pomoć rebara

Ojačanjem pomoću prstena na spoju ljudski nije zadovoljen uvjet krutosti konstrukcije, odnosno pomak krova spremnika još uvijek je preveliki. Stoga je potrebno ojačati krov spremnika uz pomoć radikalno postavljenih rebara. Postavljanjem rebara na krov mijenjaju se uvjeti simetrije, te se kao model uzima dio spremnika za koji je moguće zadovoljiti uvjete simetrije za cilindrični koordinatni sustav. Modeliranje se vrši prema načinu prikazanom na slici 4.32, gdje je  $\alpha$  kut između rebara.

Analizirano je više varijanti izvedbe, pri čemu su varirani dužina, broj i oblik rebara. Nekoliko varijanti izvedbe modelirano je sa rebrima duž cijele izvodnice krova, a iz provedene analize može se zaključiti da dužina rebara ne utječe na maksimalni pomak u krovu. S obzirom da je naprezanje pri vrhu krova zanemarivo, duljina rebara jednaka je polovici duljine izvodnice konusne ljudske krova, a rebra su smještена u donji dio krova uz spoj sa cilindričnom ljudskom prema slici 4.33 i 4.34.

Usporedbom rezultata (tablica 4.5) primjećuje se da najveći utjecaj na deformaciju krova ima broj rebara, a potom i oblik rebara. Kako je očekivano da u rebrima prevladava opterećenje uslijed savijanja, optimalni oblike rebara postignut je povećanjem momenta tromosti oko osi savijanja. Tako oblikovana rebra smanjila su deformaciju krova u velikoj mjeri, što je omogućilo smanjivanje debljine stjenke krova sa 7 mm na 6 mm.

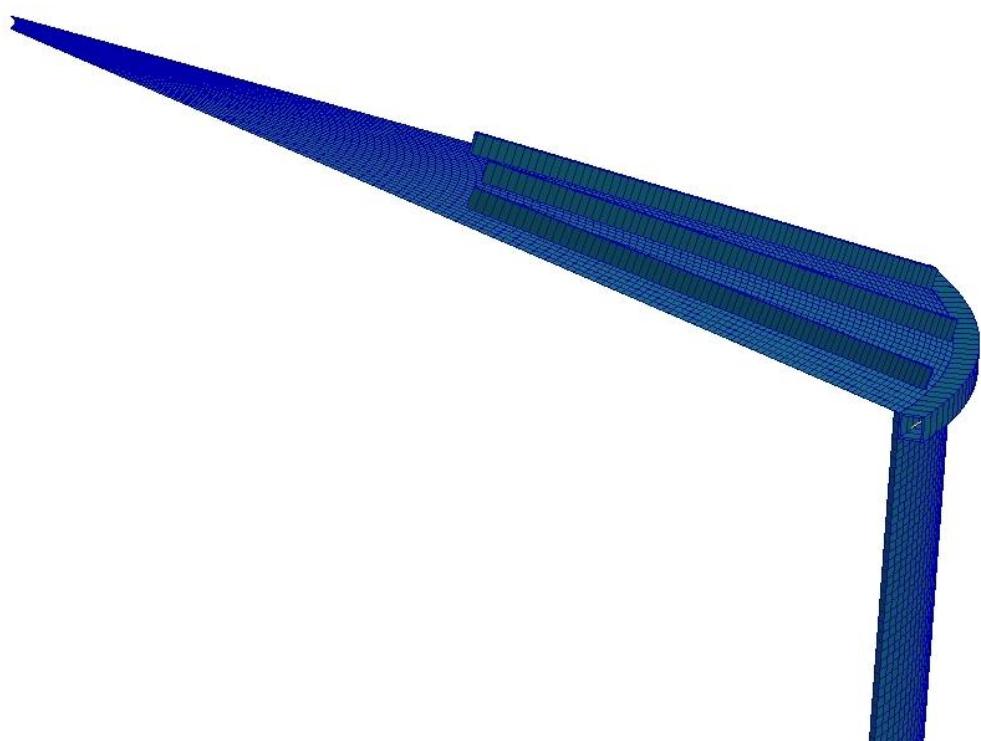
U sljedećem poglavlju prikazani su rezultati za završnu verziju spremnika.



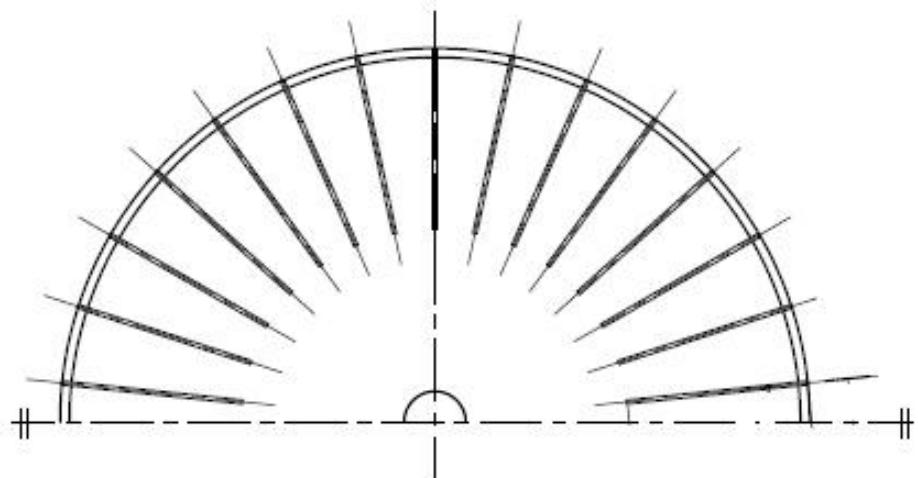
Slika 4.32 Skica dijela spremnika sa promijenjenim uvjetima simetrije

	Dimenzije prstena	Dimenzije rebara	Broj rebara	Debljina krova (mm)	Maksimalni i pomak w (mm)	srednju plohu $\sigma_{ekv}$ za prsten	Teža za rebara	Masa spremnika (kg)
Primjer 1	100x100x10	100x100x10	6	7	5,59	93,1	-33,8	22,3
Primjer 2	100x100x10	100x100x10	12	7	5,55	93,1	-34,3	22,9
Primjer 3	100x100x10	100x100x10	18	7	5,41	93,1	-30,9	20,9
Primjer 4	100x100x10	100x100x10	24	7	3,86	95	-32	22,3
Primjer 5	100x100x10	100x50x8	24	7	3,25	94,1	-25,8	23,7
Primjer 6	100x100x8	100x50x4	24	7	3,59	94	-29,7	40
Primjer 7	100x100x8	100x50x4	24	6	4,69	94	-33,4	33,8
Primjer 8	100x100x8	100x50x4	30	6	3,32	94	-28,8	33,5
Primjer 9	120x120x8	100x50x4	30	6	3,02	94	-25,2	34,3
Primjer 10	120x120x10	100x50x4	30	6	2,76	94	-22,2	31
Primjer 11	150x150x10	100x50x4	30	5	3,52	94	-21,1	31,1
								12731,9

Tablica 4.5 Usporedba dimenzija i rezultata za različine izvedbe spremnika ojačanog prstenom i rebrima



Slika 4.33 Model spremnika sa ukrutama prstena i rebara



Slika 4.34 skica rasporeda rebara za odabranu izvedbu spremnika

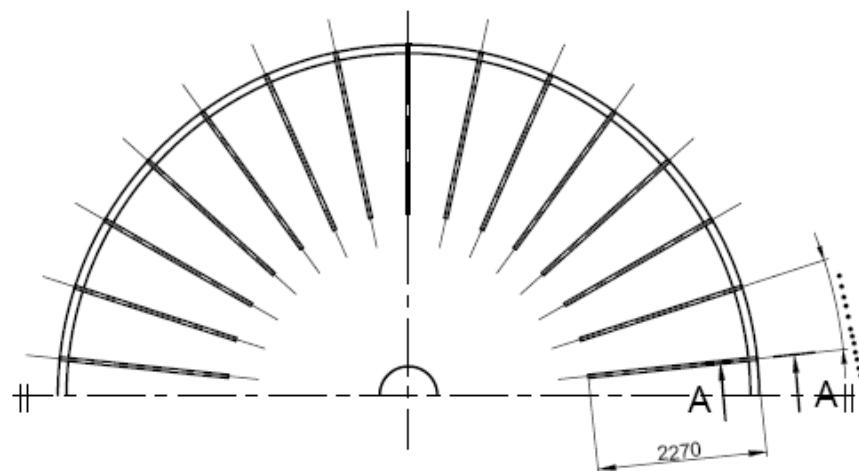
## 5. PRIKAZ REZULTATA ZA ODABRANU KONSTUKCIJU

Plašt spremnika izvodi se izvodi iz pravokutnih limova koji su međusobno sučeno zavareni. Plašt je na dnu zavaren dvostrukim kutnim zavarom za lim podnice.

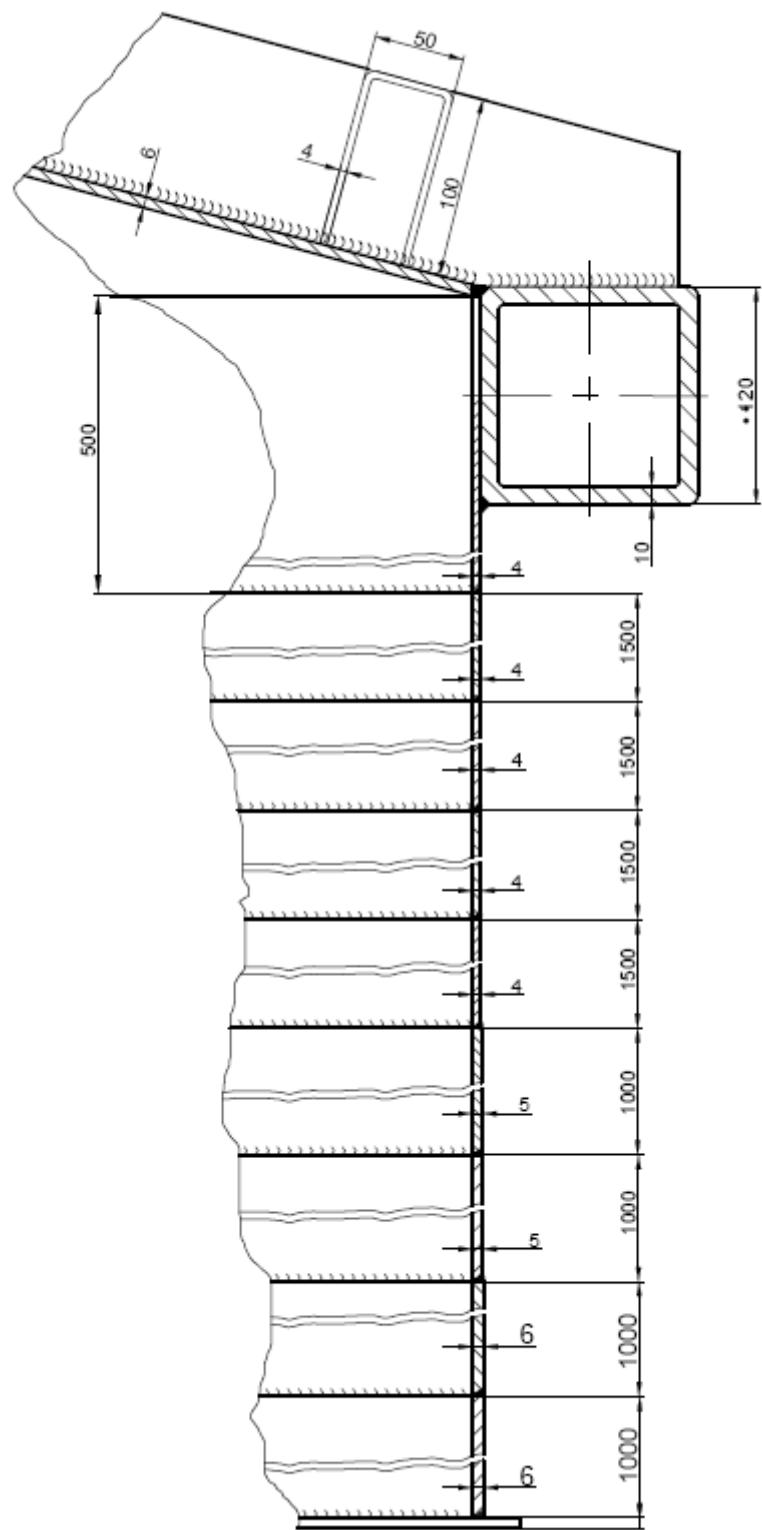
Optimalne dimenzije spremnika su:

- Debljina plašta spremnika (širina pojasa)
  - 6 mm (2 m)
  - 5 mm (2 m)
  - 4 mm (6,5 m)
- Debljina krova spremnika  
6 mm
- Dimenzije prstena  
120x120x10 mm
- Broj rebara (n) i dimenzije  
 $n=30$   
100x50x4 mm

Na slici 5.1 i 5.2 dane su skice konačne verzije spremnika sa svim potrebnom dimenzijsama.



Slika 5.1 Raspored rebara za odabranu izvedbu spremnika



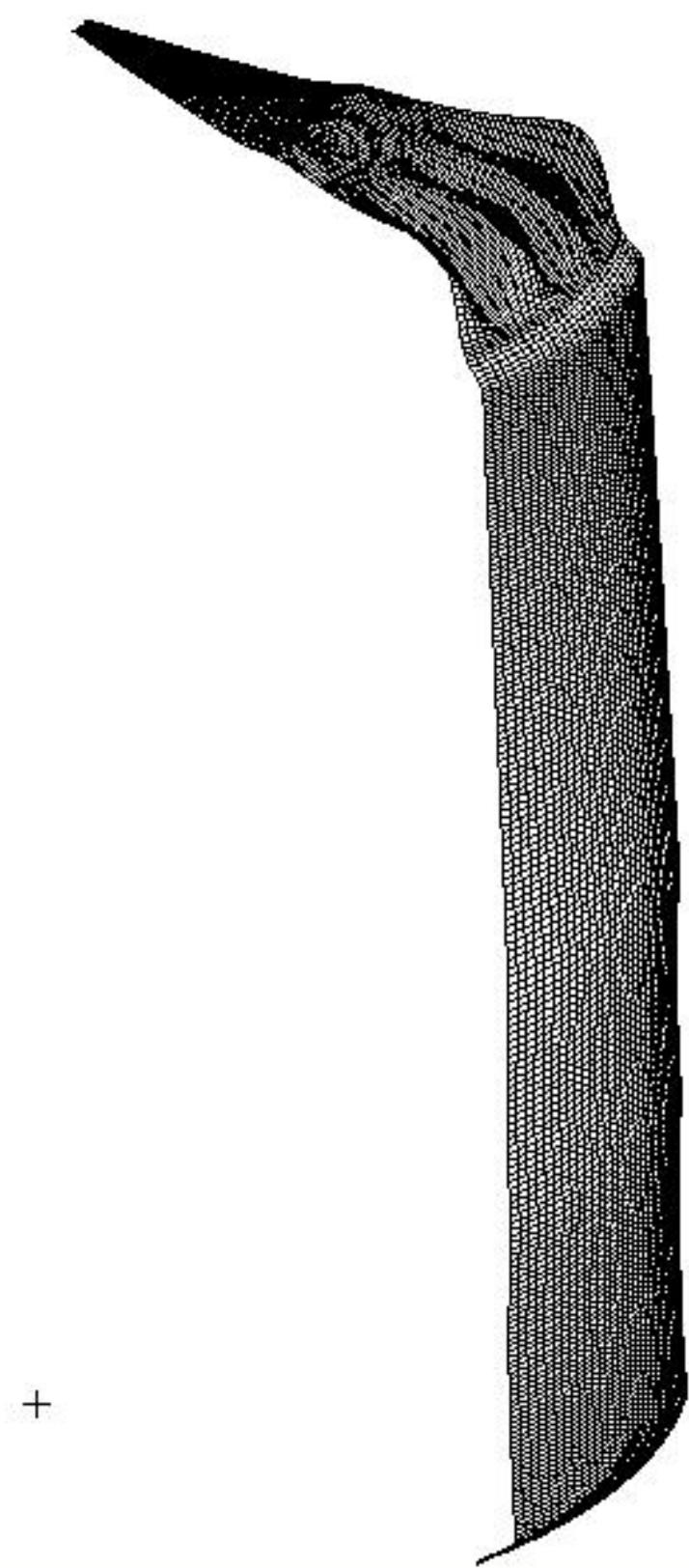
Slika 5.2 Skica presjeka spremnika s dimenzijama ljuški cilindra i krova te dimenzijama ukruta

Za proračun spremnika primarno naprezanje je ono do kojeg dolazi uslijed opterećenja hidrostatskim tlakom, čija vrijednost se mijenja s promjenom visine stupca tekućine. Važnost hidrostatskog tlaka vidljiva je iz raspodjele naprezanja. Prilikom provjere čvrstoće iznos ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu usporedivo se sa iznosom dopuštenog naprezanja, pa je prikaz rezultata najbolje započeti sa ekvivalentnim naprezanjima. Najveće ekvivalentno naprezanje nalazi se pri dnu cilindra i iznosi  $91 \text{ N/mm}^2$  za srednju plohu. Ekvivalentno naprezanje postepeno se smanjuje od vanjske plohe prema unutrašnjoj, pa tako maksimalno naprezanje na vanjskoj plohi iznosi  $92,8 \text{ N/mm}^2$ , na srednjoj  $91 \text{ N/mm}^2$ , a na unutrašnjoj  $90,4 \text{ N/mm}^2$  (slike 5.4 do 5.15). Ovakav raspored naprezanja sukladan je teoriji ljsaka koje kaže da se naprezanje u ljsici sastoji od naprezanja uslijed savijanja i membranskog naprezanja. Kako je raspodjela membranskog naprezanja konstantna po debljini ljske, može se zaključiti da u spremniku prevladava utjecaj membransko naprezanje. Usporedimo li iznose ekvivalentnog naprezanja i membranskog cirkularnog naprezanja (slike 5.4, 5.5, 5.6, 5.17) očigledno je da se njihove vrijednosti vrlo malo razlikuju, te se iz toga može zaključiti da je meridijanska komponenta  $\sigma_x$  zanemariva. Utjecaj hidrostatskog tlaka vidljiv je i u pojavi maksimalnih naprezanja na dnu cilindričnog dijela spremnika (slike 5.21 do 5.29). Meridijanska komponenta za cilindrični dio ( $\sigma_x$ ) posljedica je opterećenja vlastitom težinom (slika 5.39), ali njezin iznos je vrlo mali pa nema veliki utjecaj na ukupna naprezanja. Maksimalna ekvivalentna naprezanja po von Misesu za srednju plohu kod spremnika opterećenog vlastitom težinom iznose  $5,1 \text{ N/mm}^2$ . Uzmemo li u obzir prije spomenutu tvrdnju da je meridijanska komponenta za cilindrični dio ( $\sigma_x$ ) posljedica vlastite težine, iz slika 5.20 i 5.39 možemo zaključiti da je njezina vrijednost uistinu zanemariva naspram cirkularne komponente, a vrijednost  $\sigma_x$  se kreće u rasponu od  $0,412$  do  $1,08 \text{ N/mm}^2$ . Iz slika 5.18 i 5.19 vidljivo je da se maksimalni iznosi meridijalnih naprezanja na izvodnicama krova javljaju u blizini mjesta spoja ljski zbog pojave lokalnog naprezanja uslijed savijanja. Lagani skok meridijalnog naprezanja na krovu uočava se na mjestu završetka rebara koji je posljedica promjene krutosti. U blizini otvora, na vrhu krova spremnika, meridijalna naprezanja su smanjena do zanemarivog iznosa.

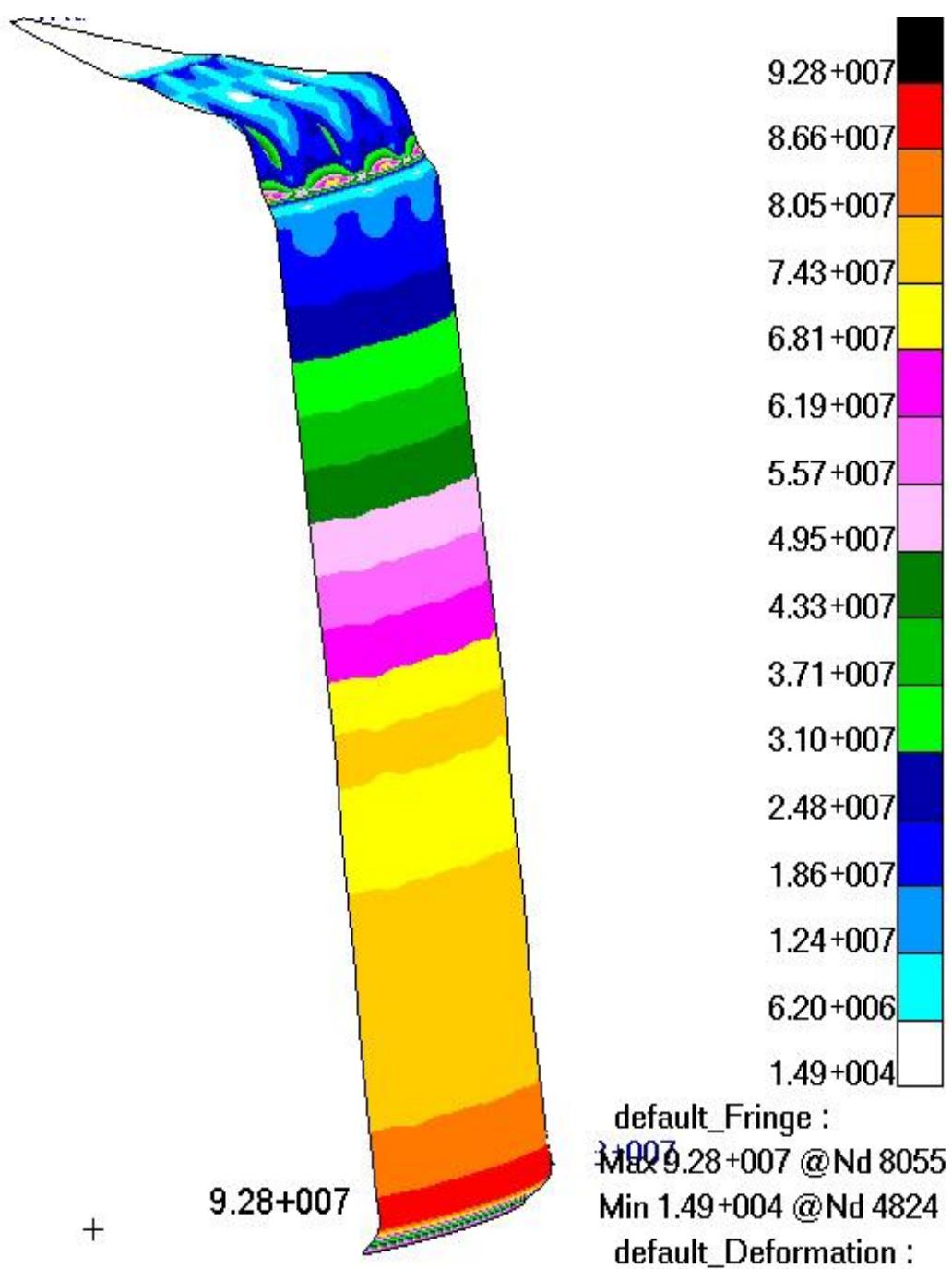
Ekvivalentno naprezanje krova spremnika postepeno se smanjuje od prstena prema kraju rebara, te njegov iznos pada gotovo na nulu na drugoj polovici krova (slike 5.7 do 5.12).

Iz raspodjele ekvivalentnih naprezanja po debljini ljske (slike 5.4 do 5.15) vidljiv je utjecaj lokalnog savijanja na mjestu postavljanja ukruta prstena i rebara. S obzirom da rebra sprečavaju pomake u krovu, maksimalni pomak javlja se između rebara (slika 5.40 do 5.42).

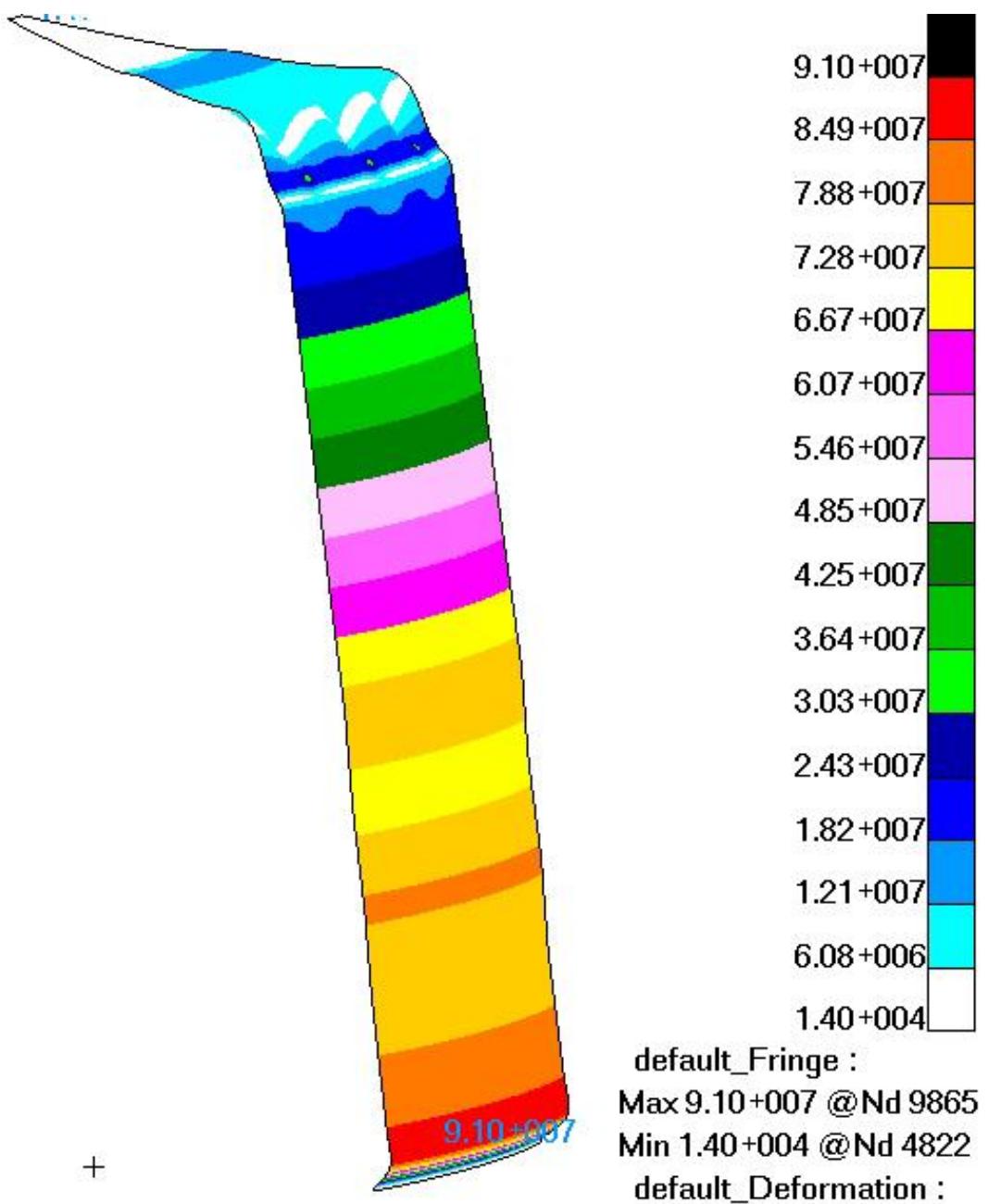
U prstenu prevladava tlačno naprezanje, a u rebrima naprezanje uslijed savijanja. Minimalna glavna naprezanja javljaju se na području ukruta prstena i rebara, i negativnog su iznosa, odnosno predstavljaju tlačna naprezanja (slika 5.30 do 5.38). Udaljavanjem od ukruta njihov iznos brzo pada u nulu.



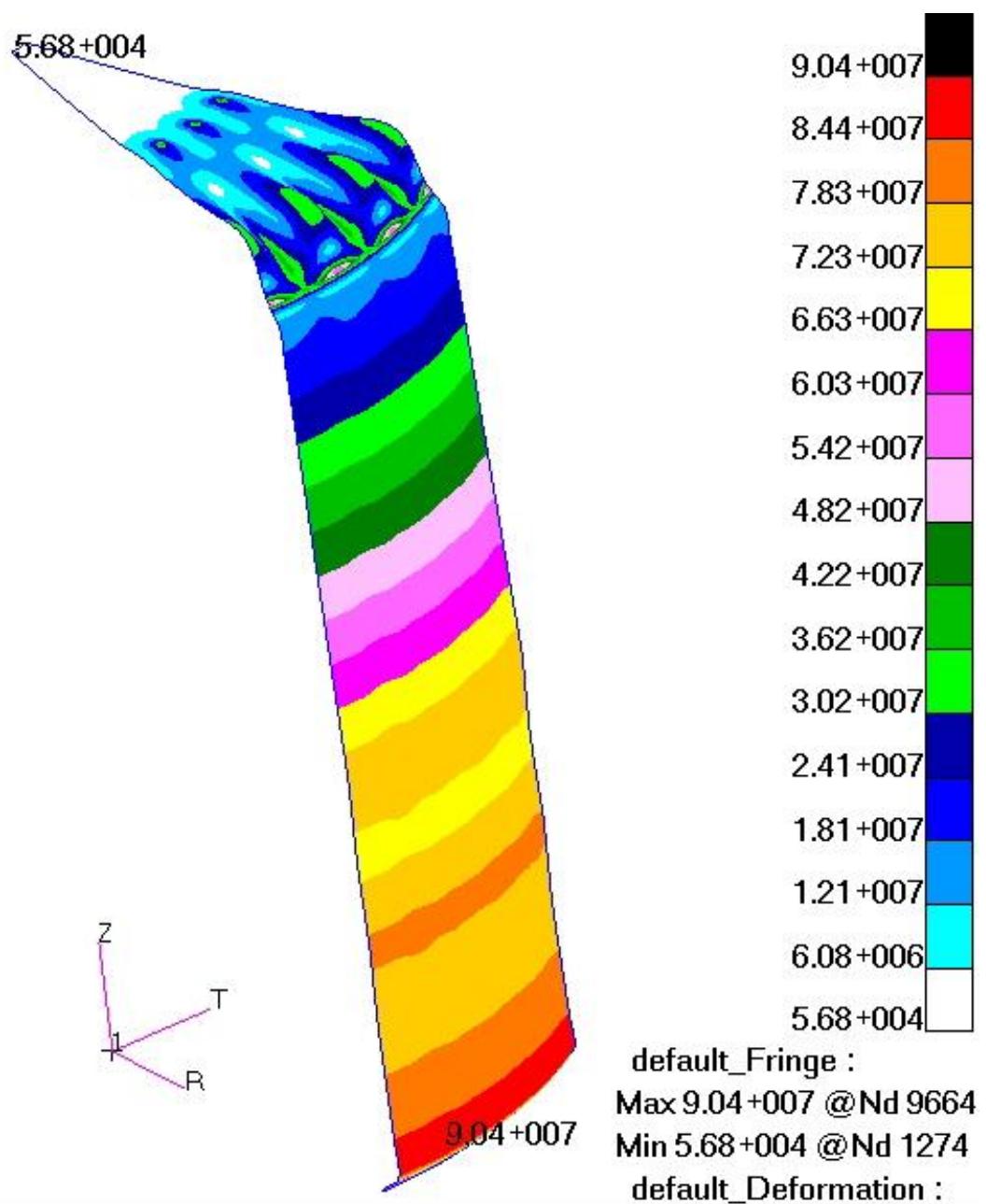
Slika 5.3 Deformirani oblik mreže za konačnu verziju spremnika



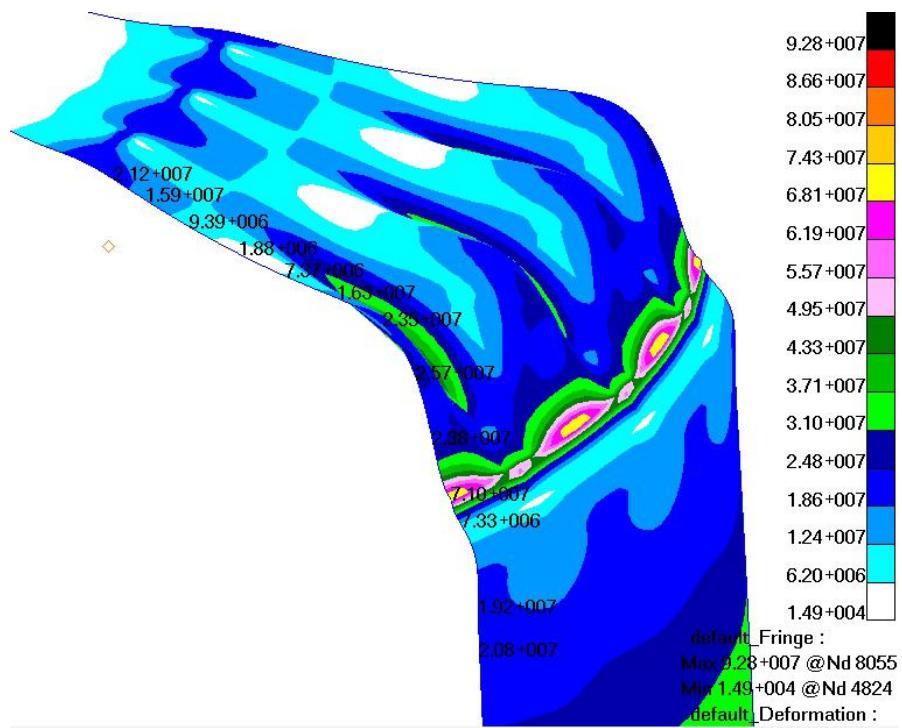
Slika 5.4 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika  
Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>.



Slika 5.5 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika  
 Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>.

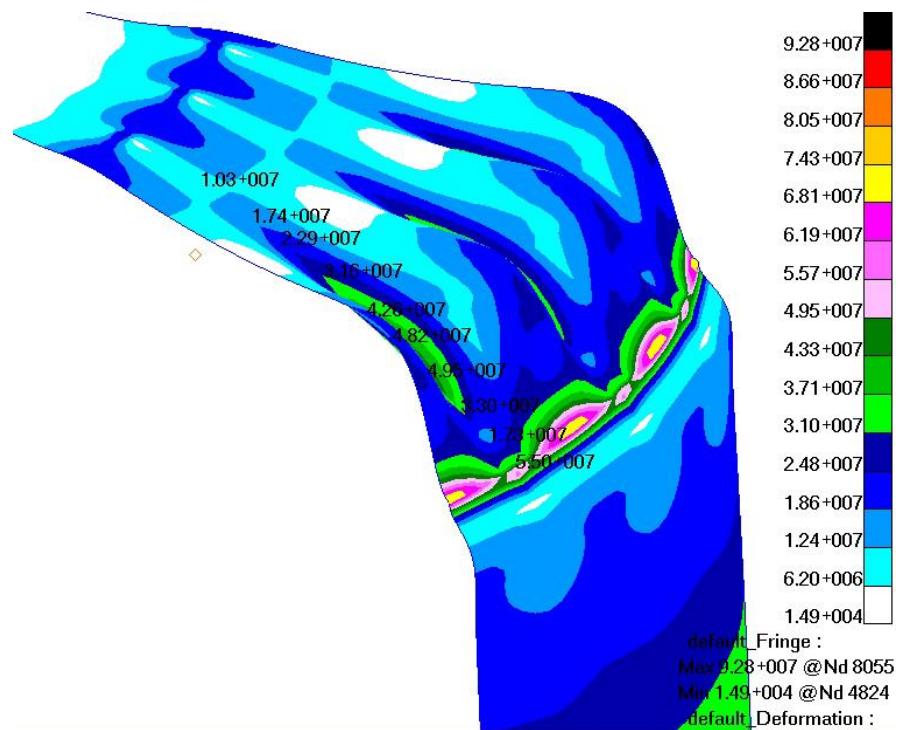


Slika 5.6 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

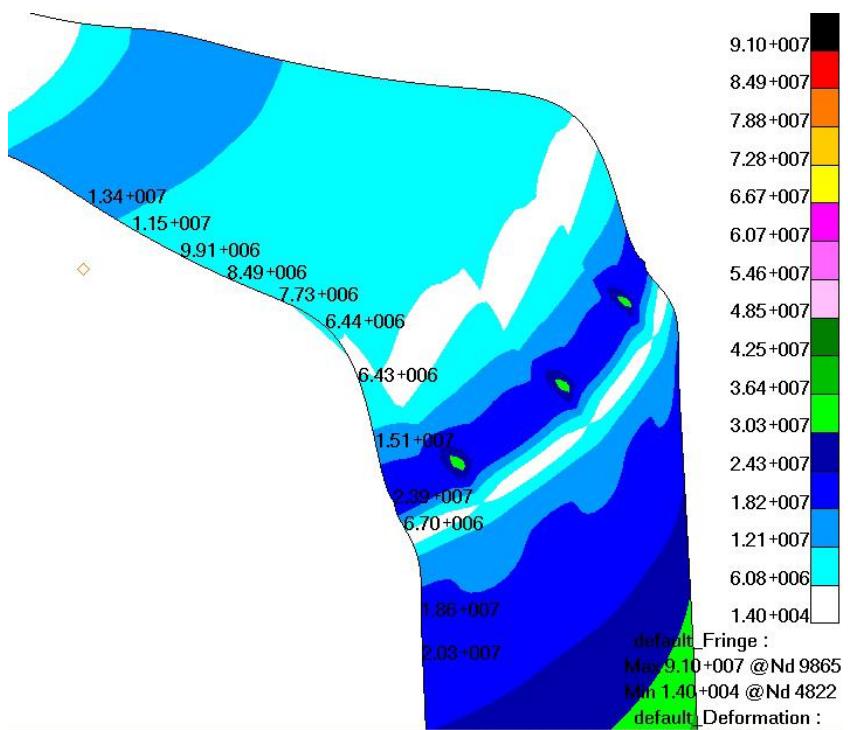


Slika 5.7 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara.

Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

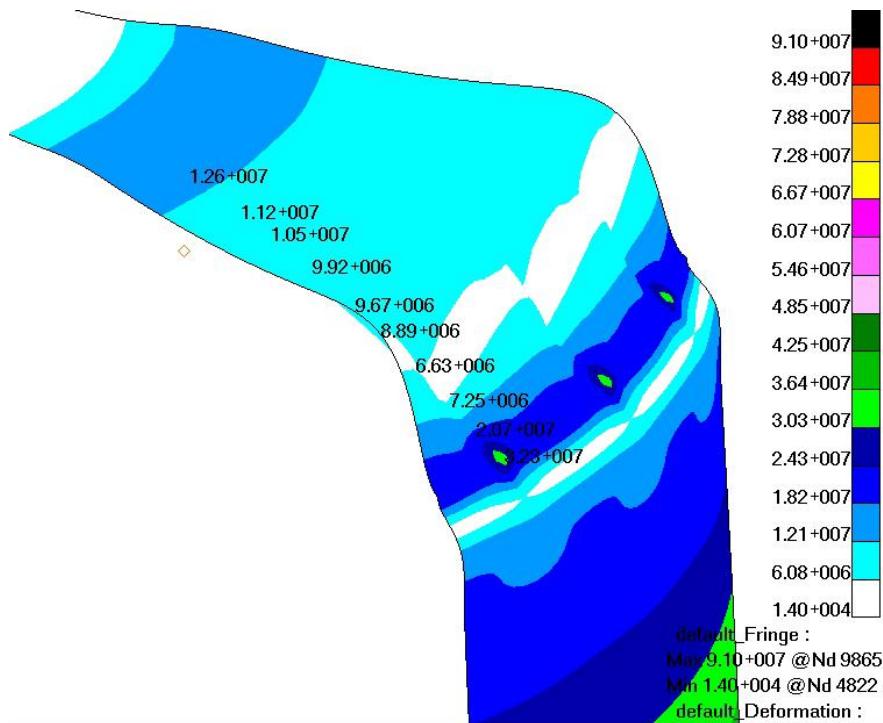


Slika 5.8 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

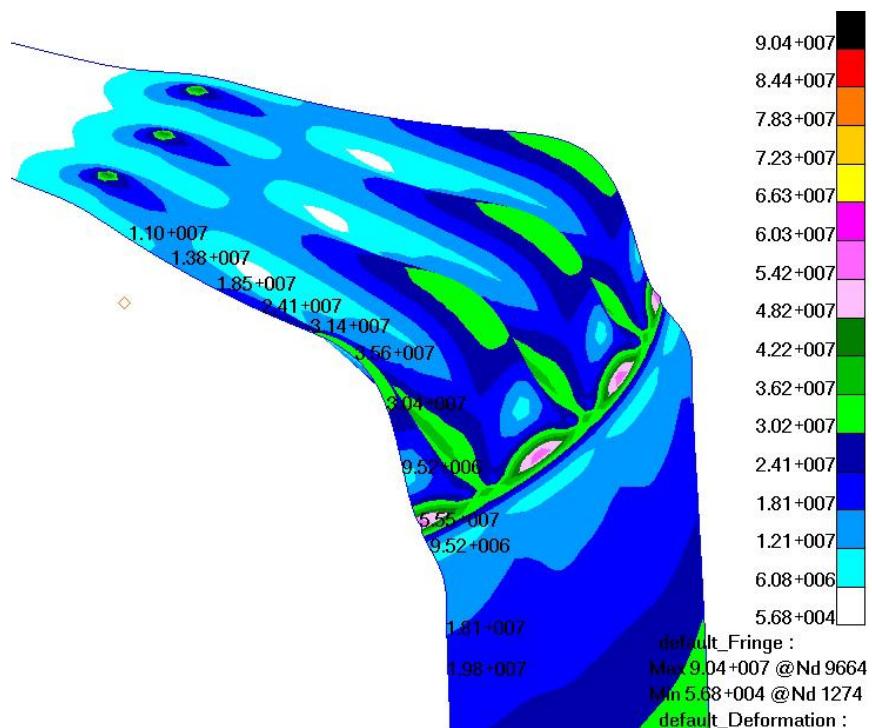


Slika 5.9 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara.

Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

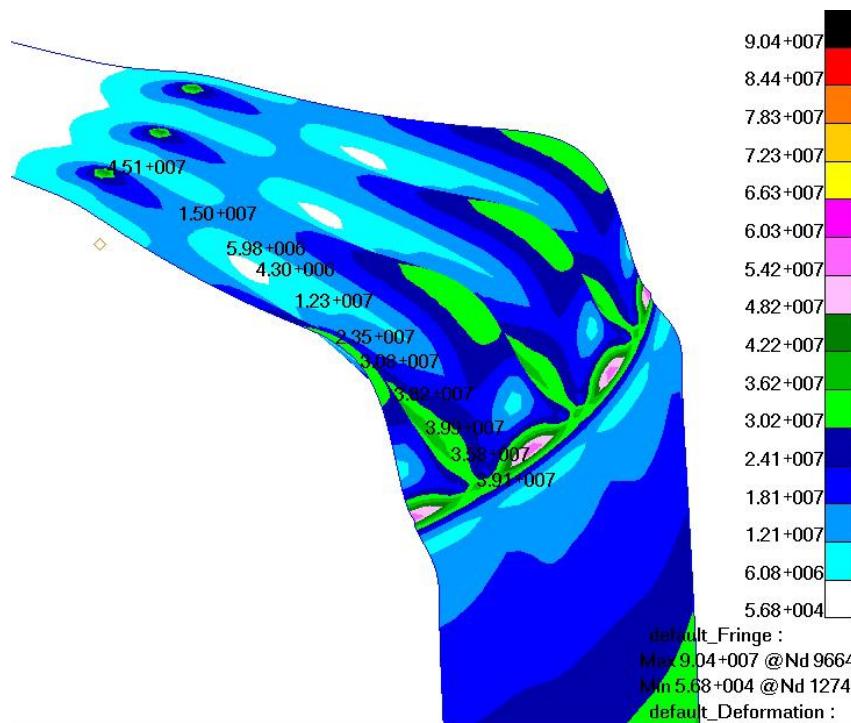


Slika 5.10 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



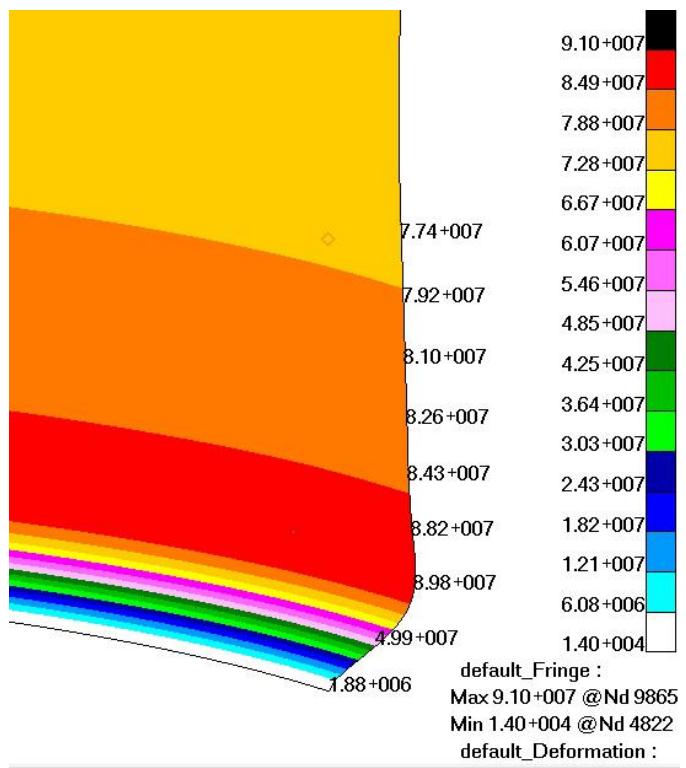
Slika 5.11 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara.

Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

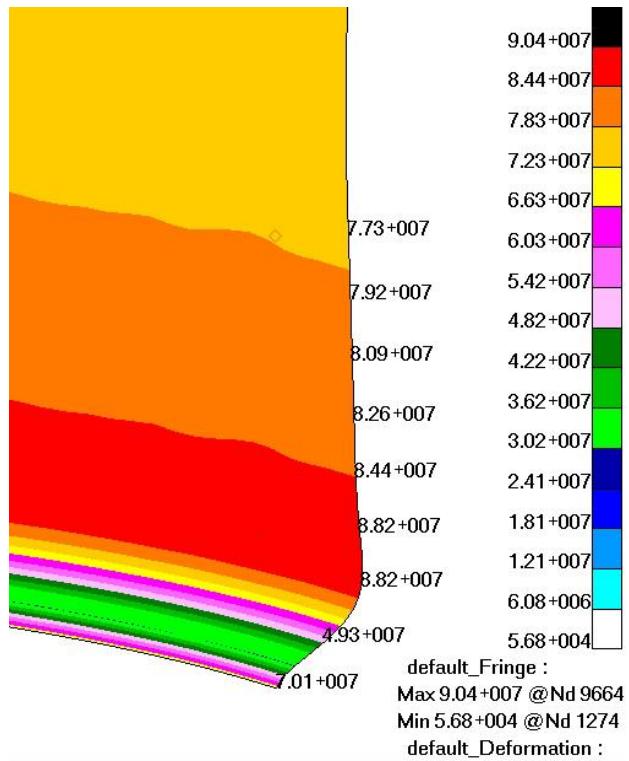


Slika 5.12 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara.

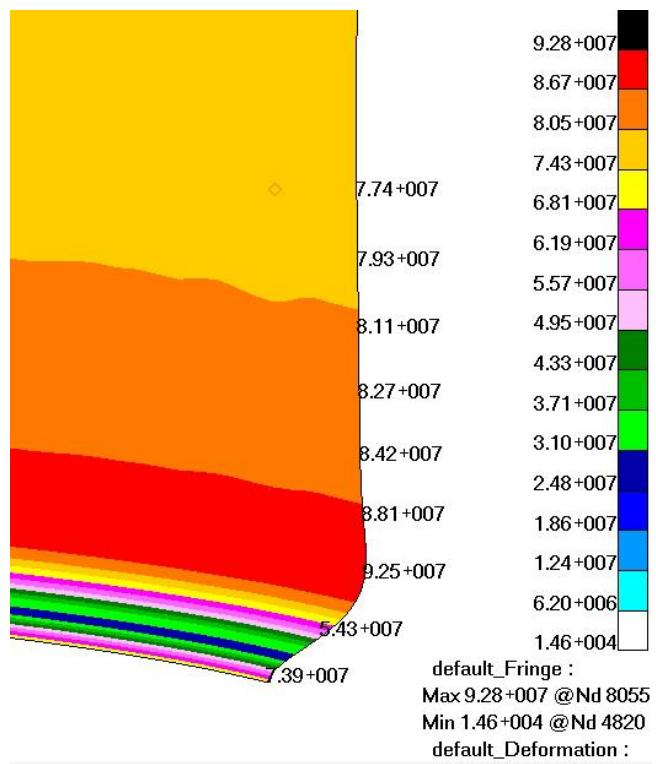
Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



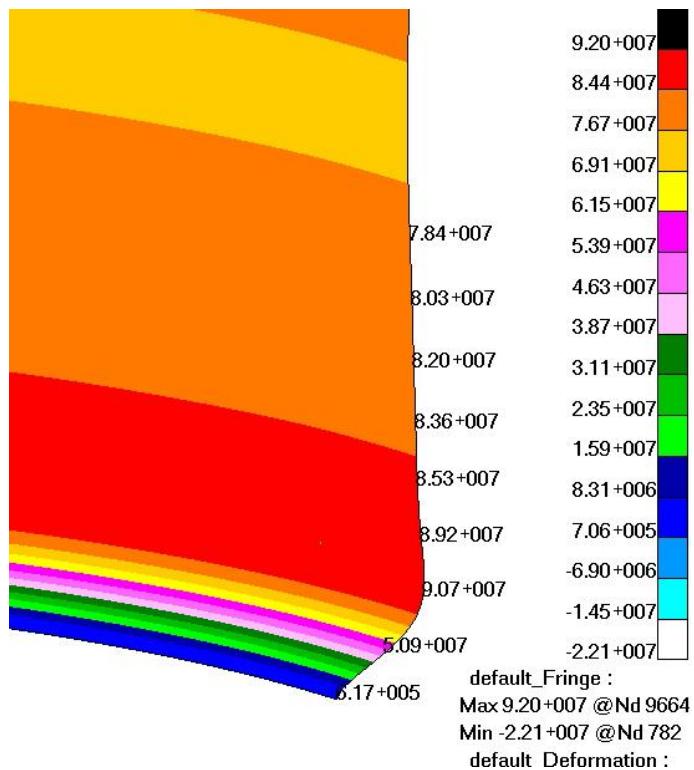
Slika 5.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



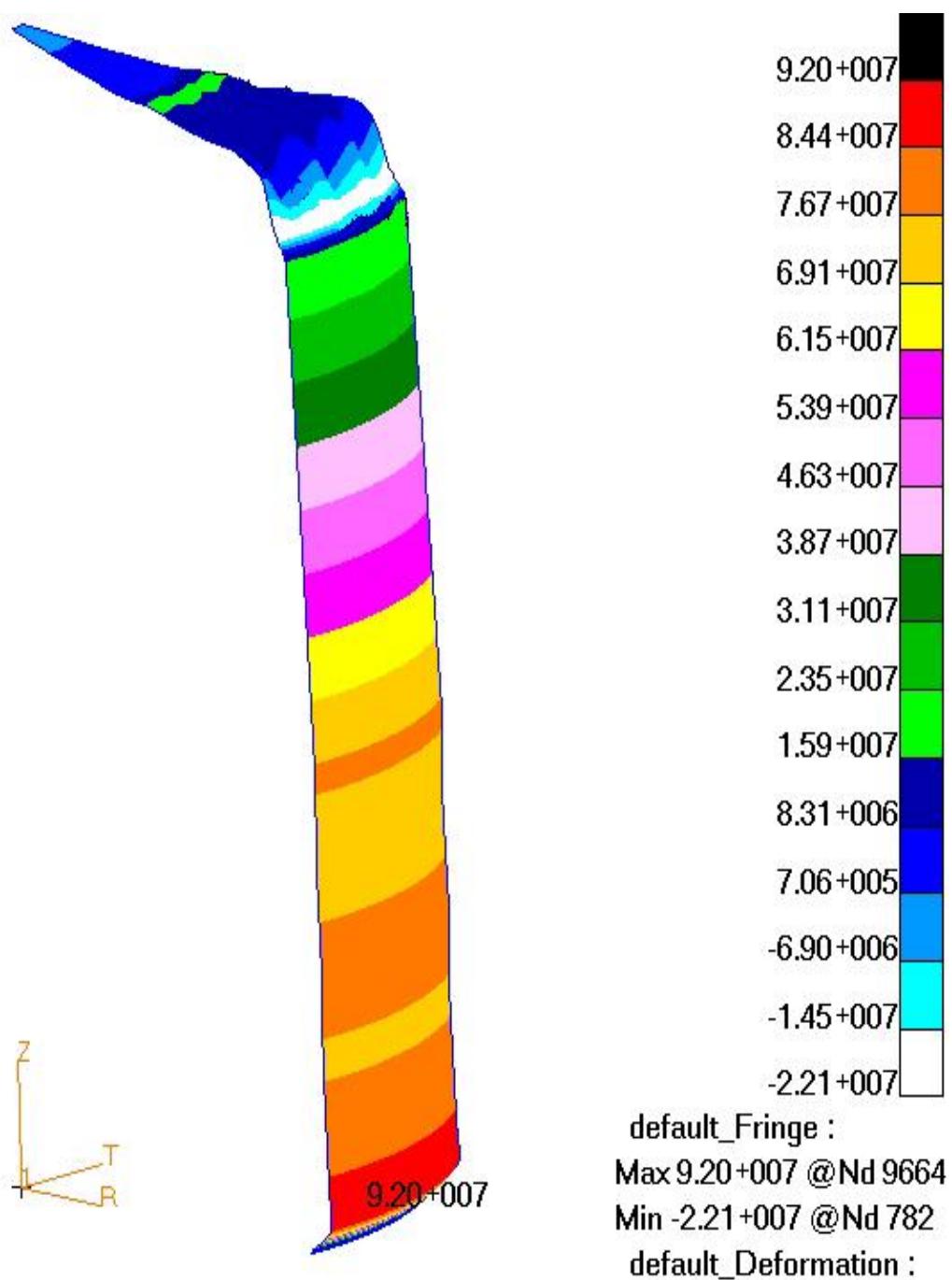
Slika 5.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



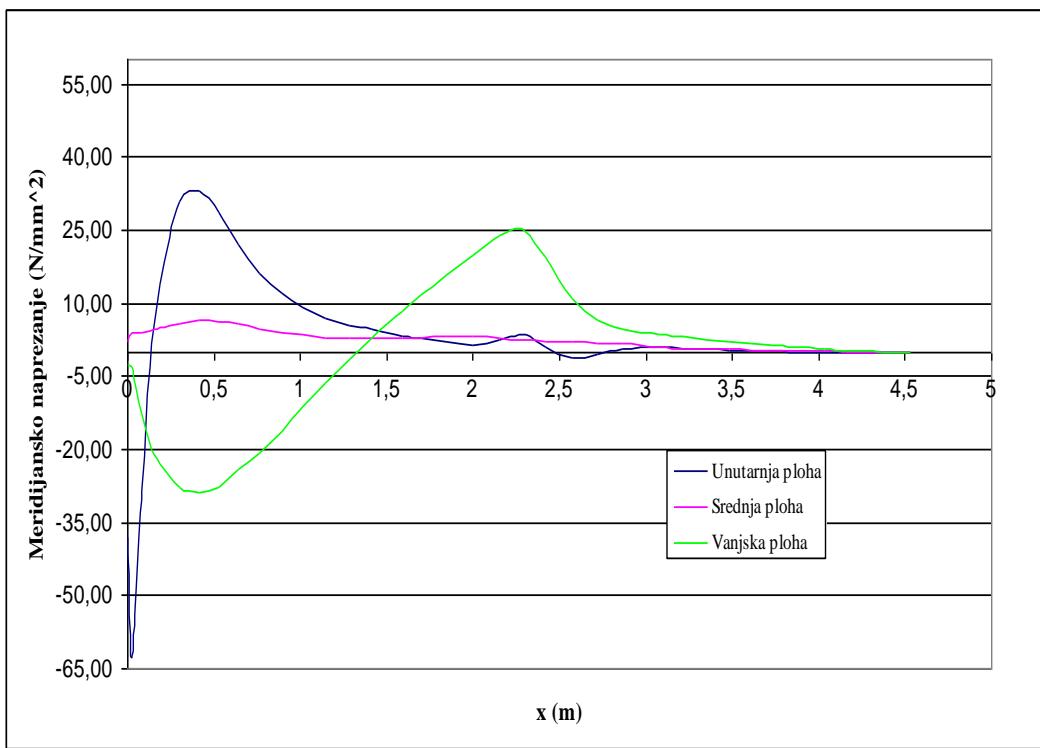
Slika 5.15 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



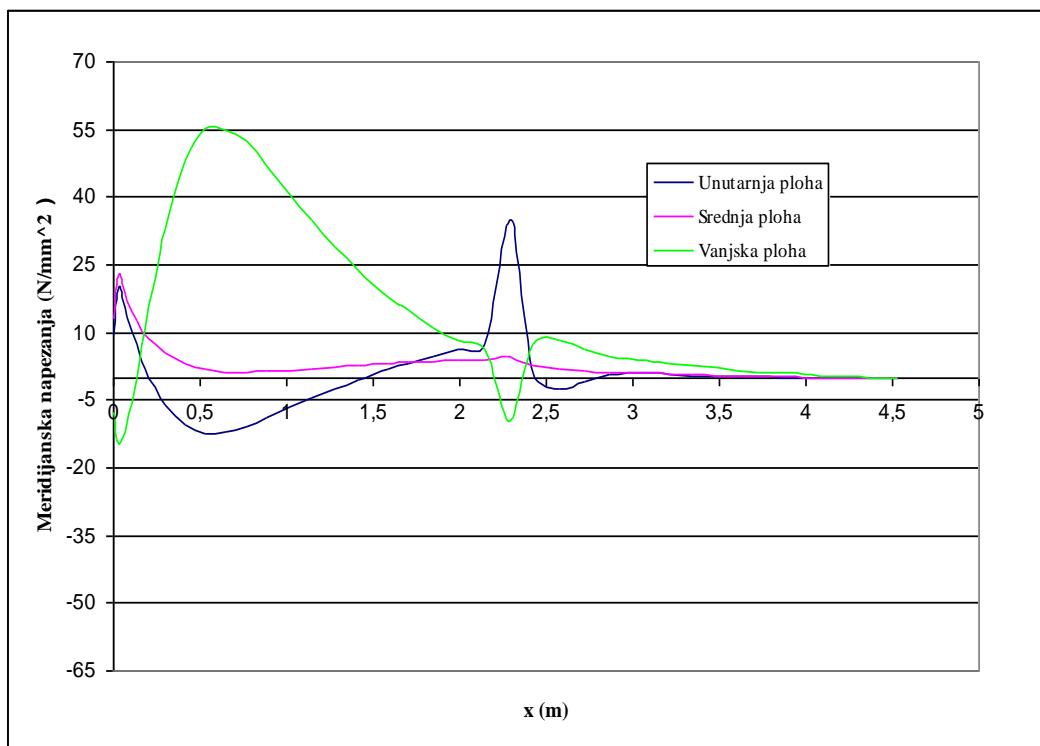
Slika 5.16 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele cirkularne normalne komponente naprezanje  $\sigma_\phi$  za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



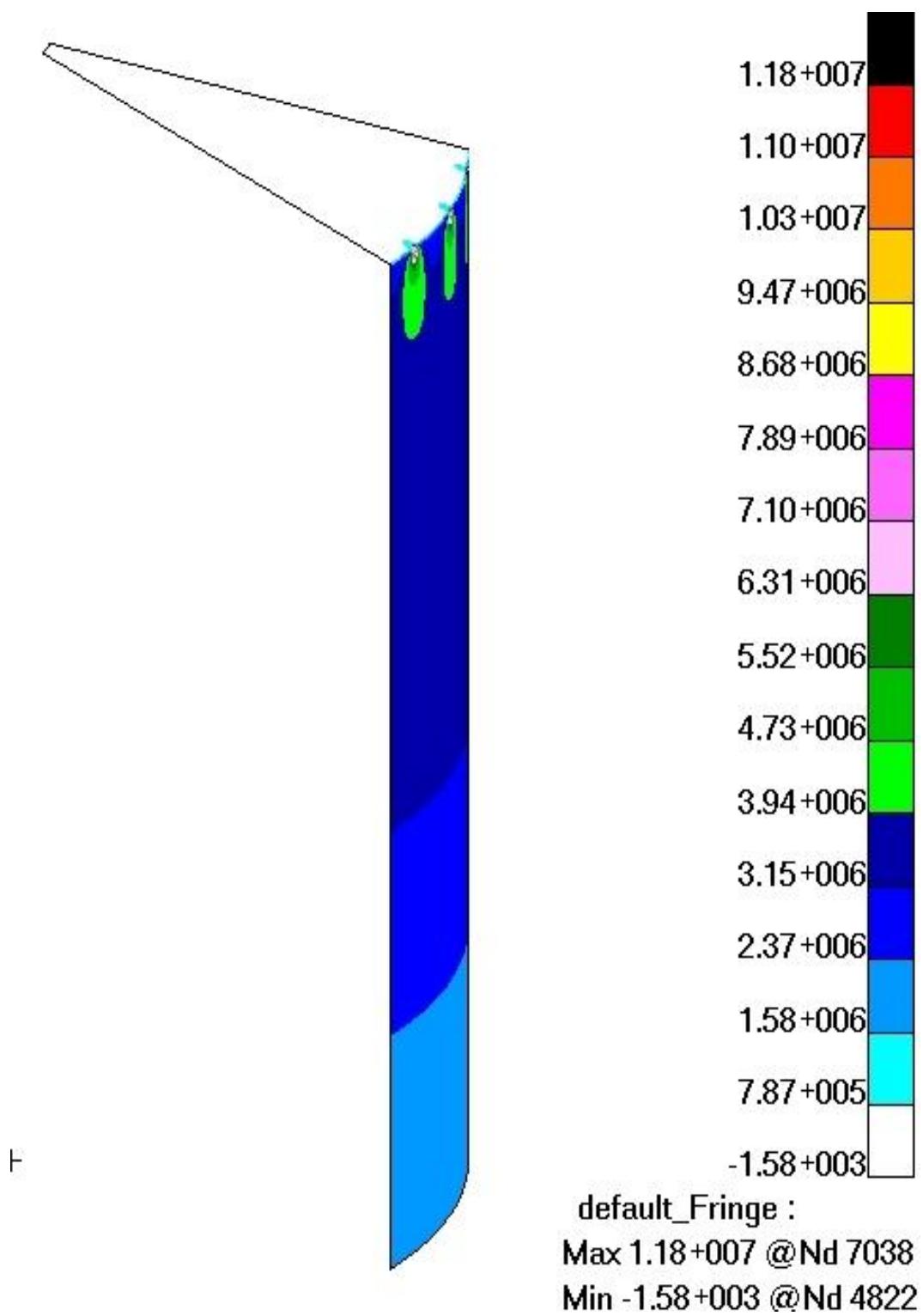
Slika 5.17 Cirkularna normalna komponenta naprezanje  $\sigma_\phi$  na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



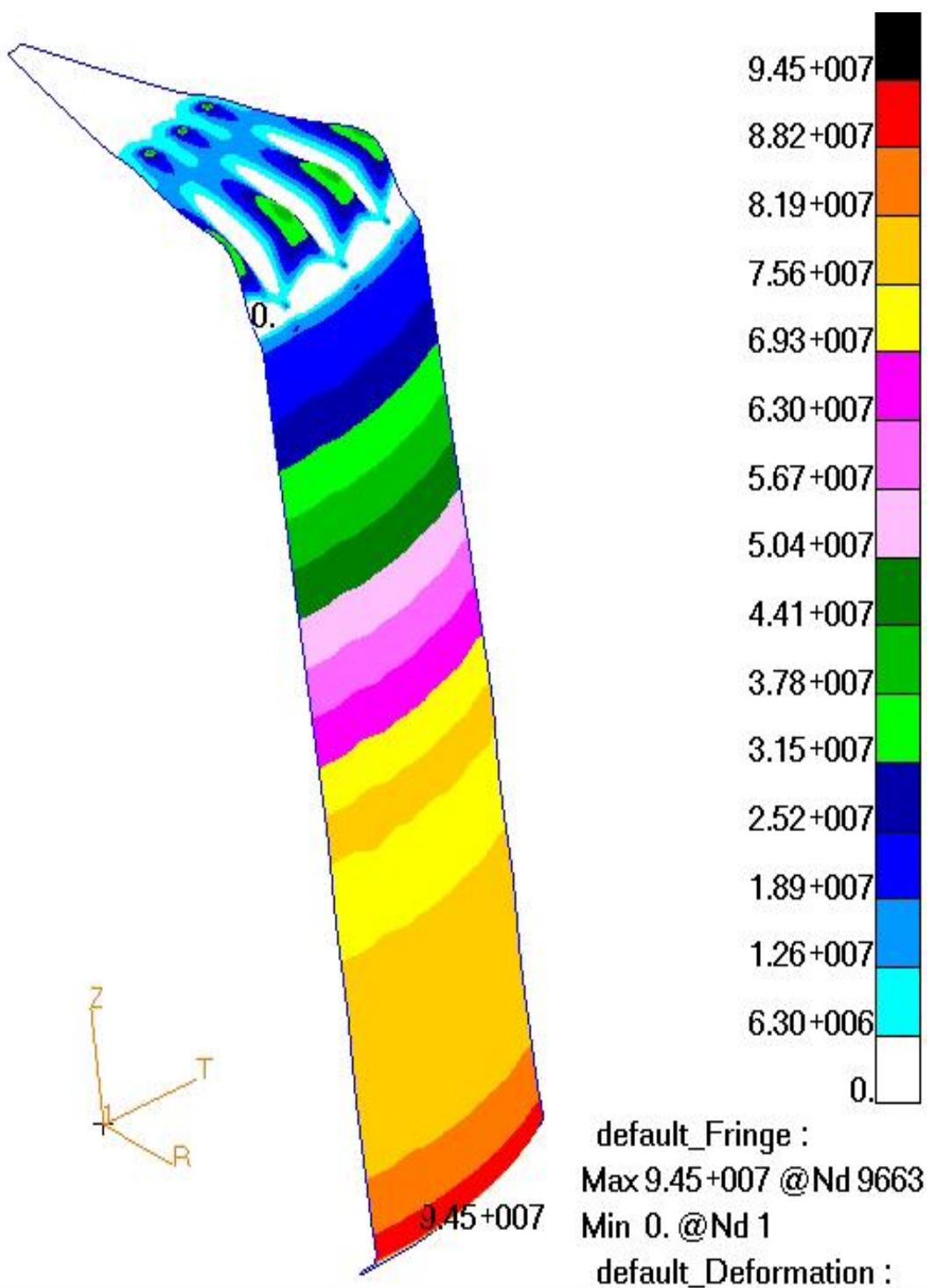
Slika 5.18 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu između rebara. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



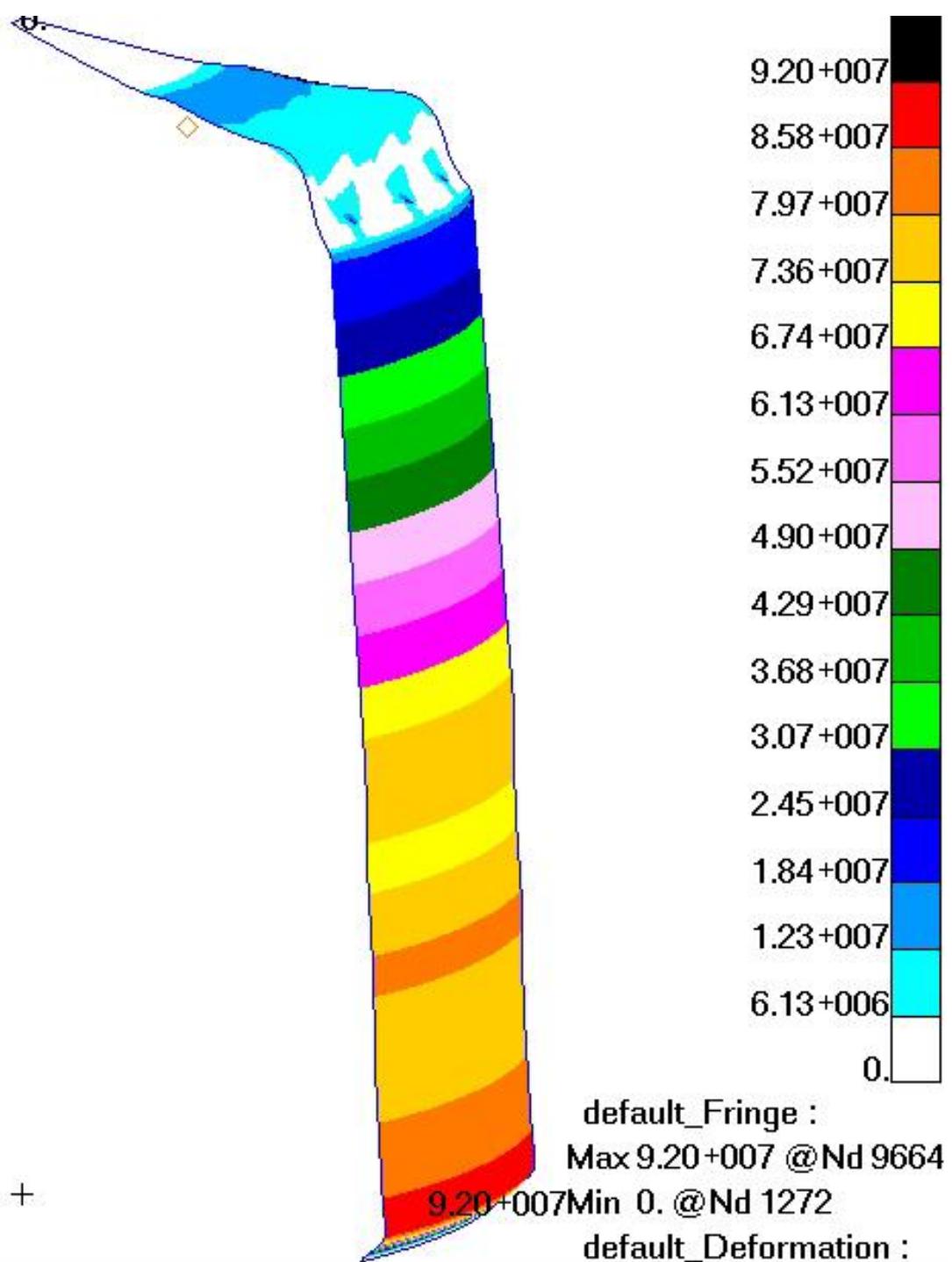
Slika 5.19 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika ispod rebara. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



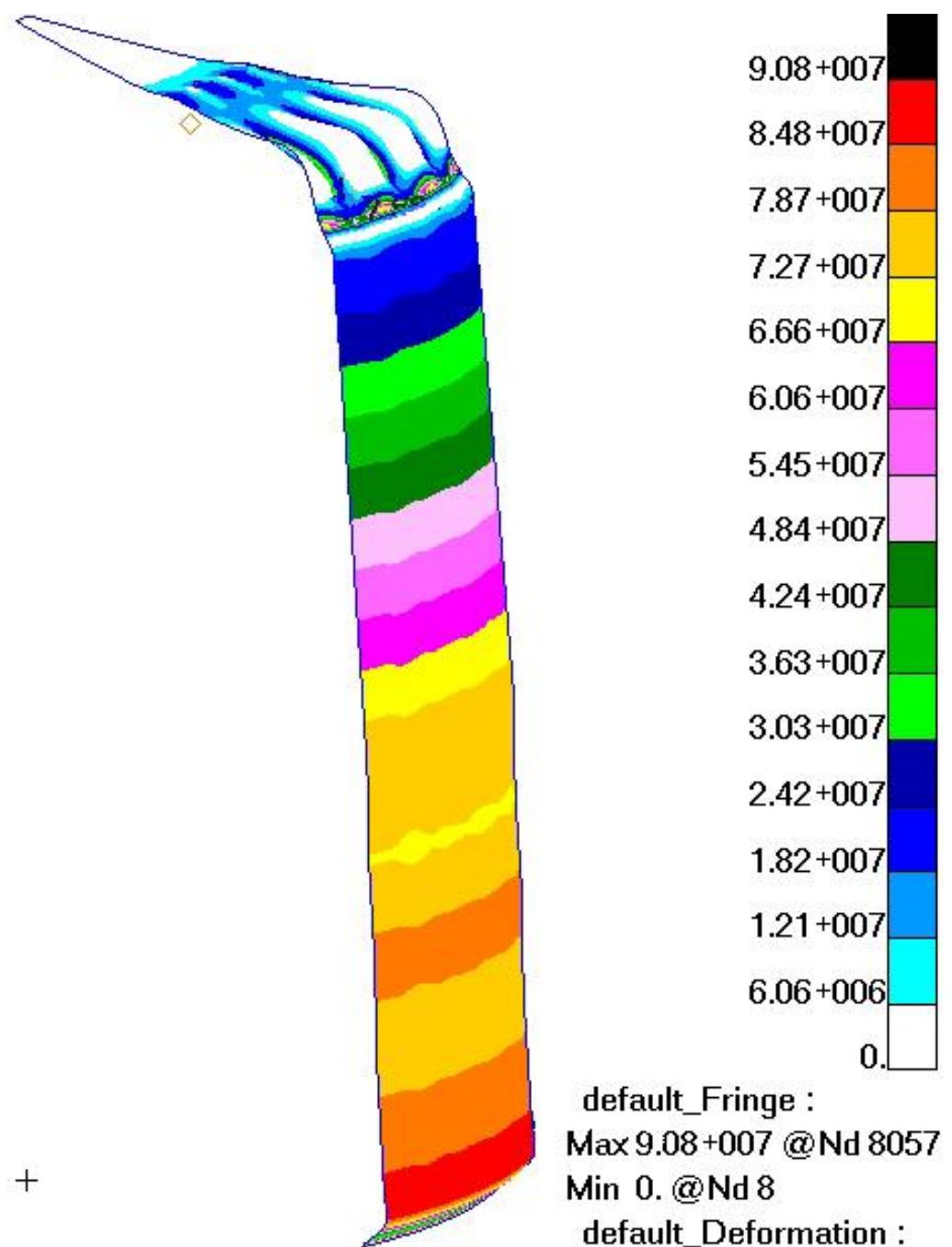
Slika 5.20 Meridijalna komponenta naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika.  
 Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



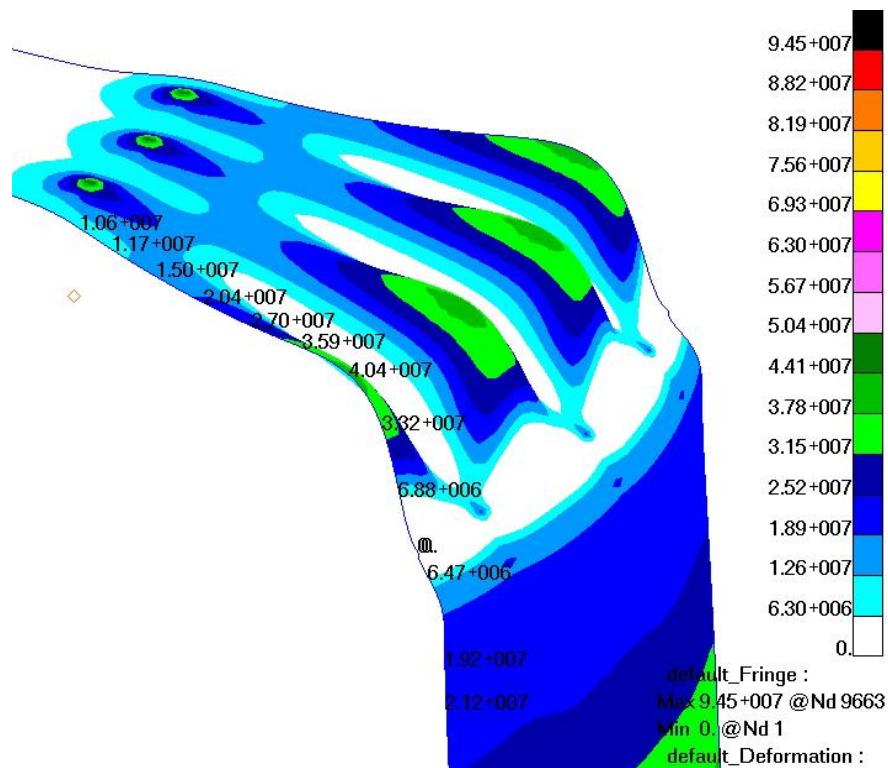
Slika 5.21 Maksimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



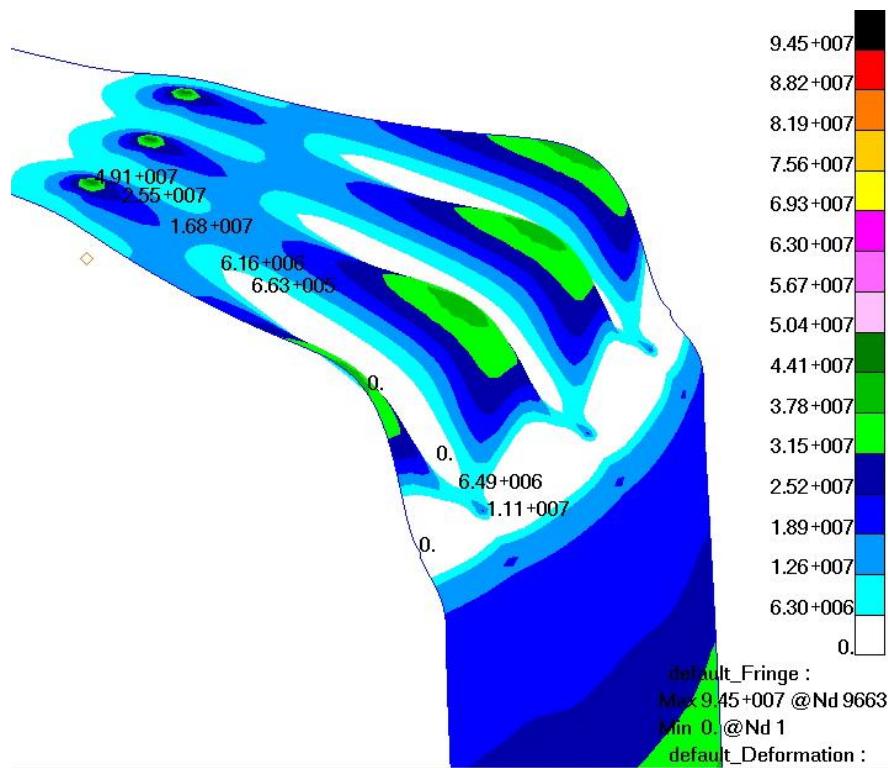
Slika 5.22 Maksimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



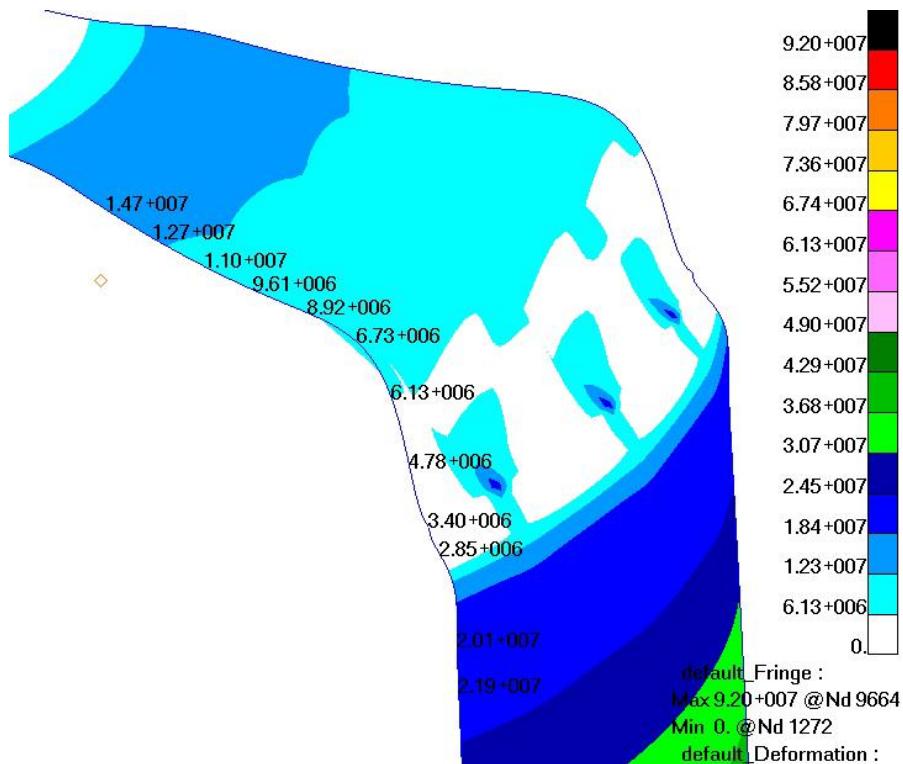
Slika 5.23 Maksimalno glavno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



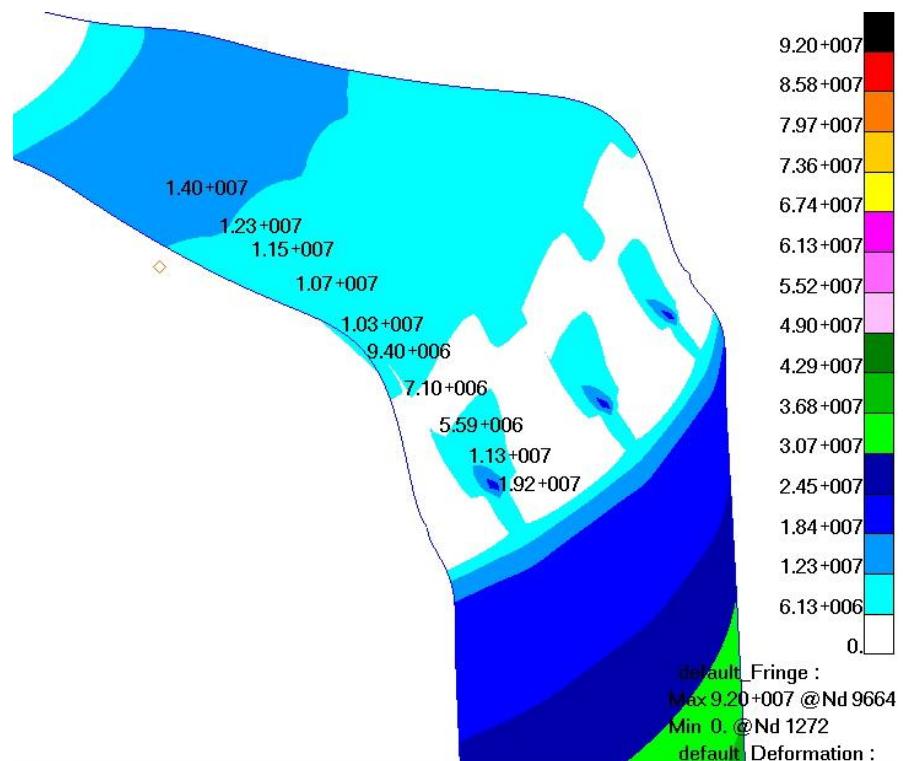
Slika 5.24 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



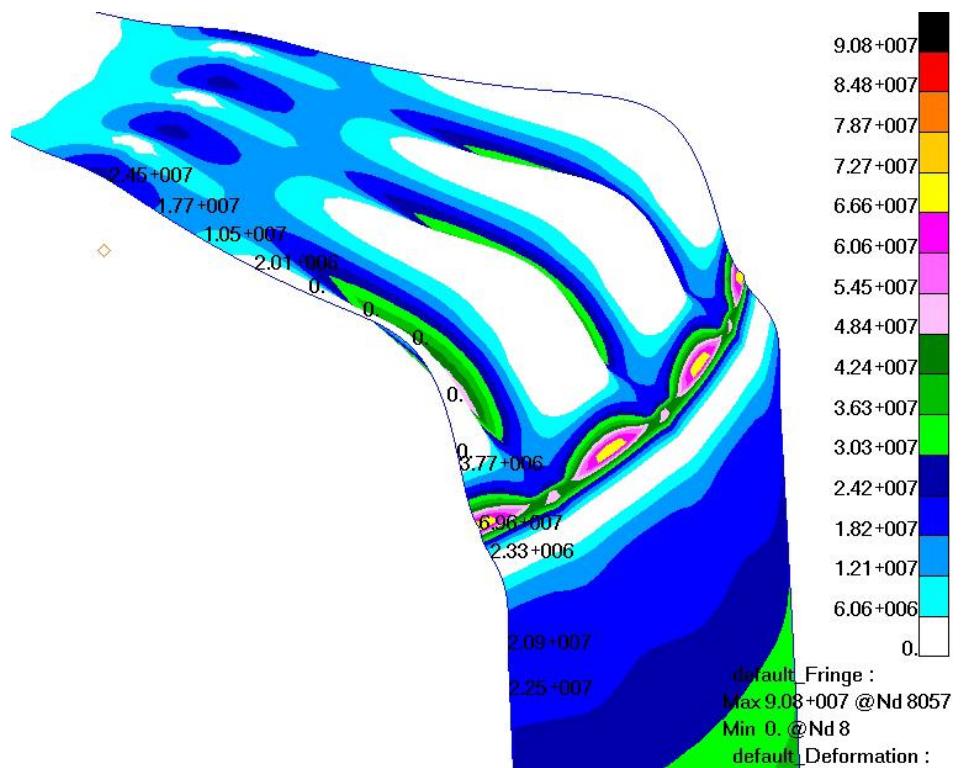
Slika 5.25 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



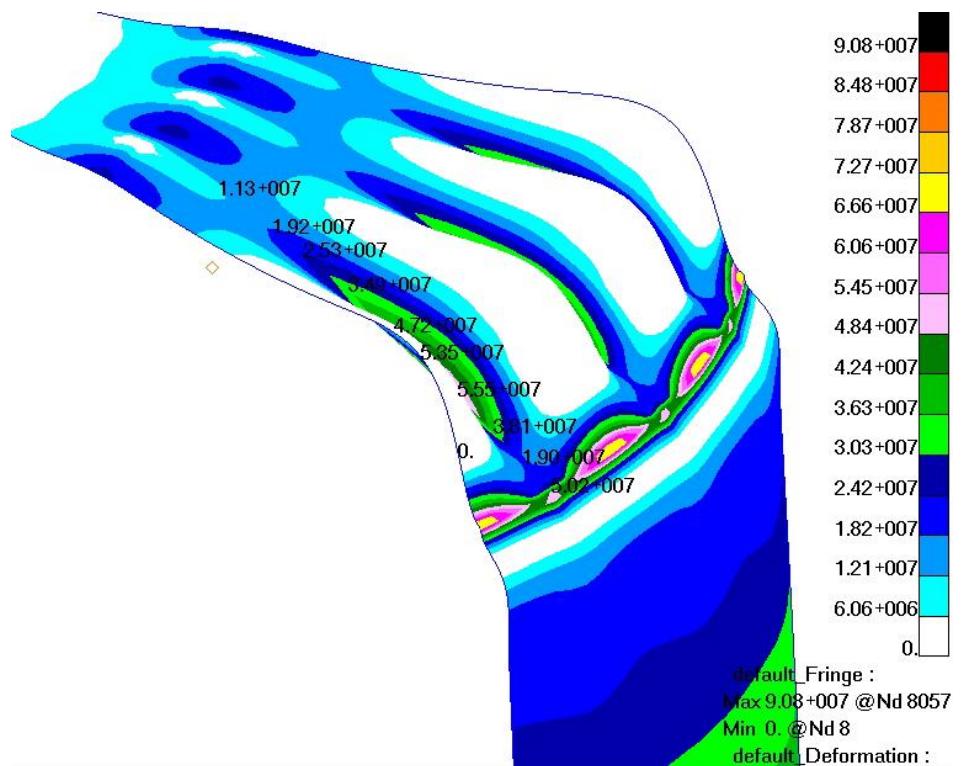
Slika 5.26 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



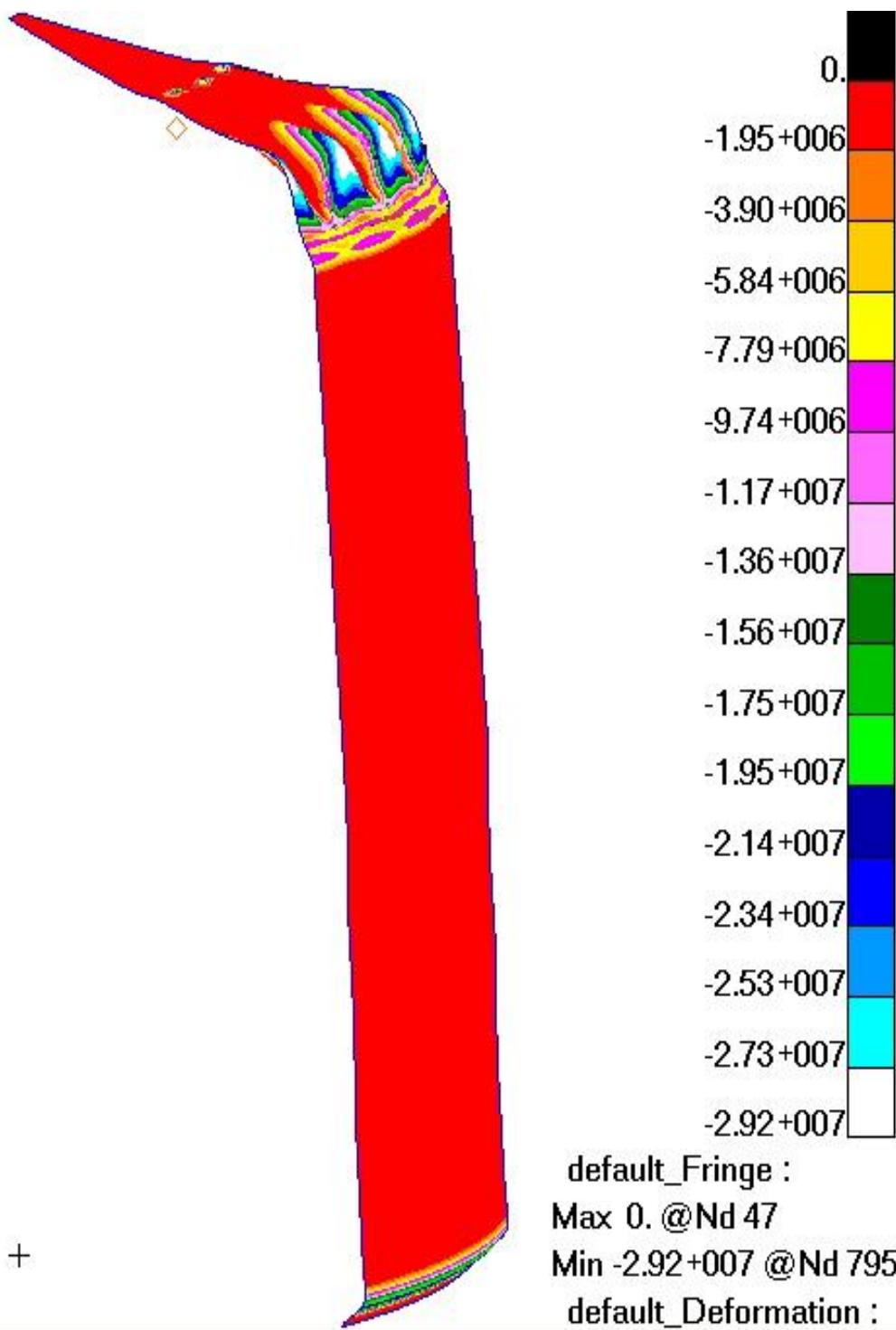
Slika 5.27 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



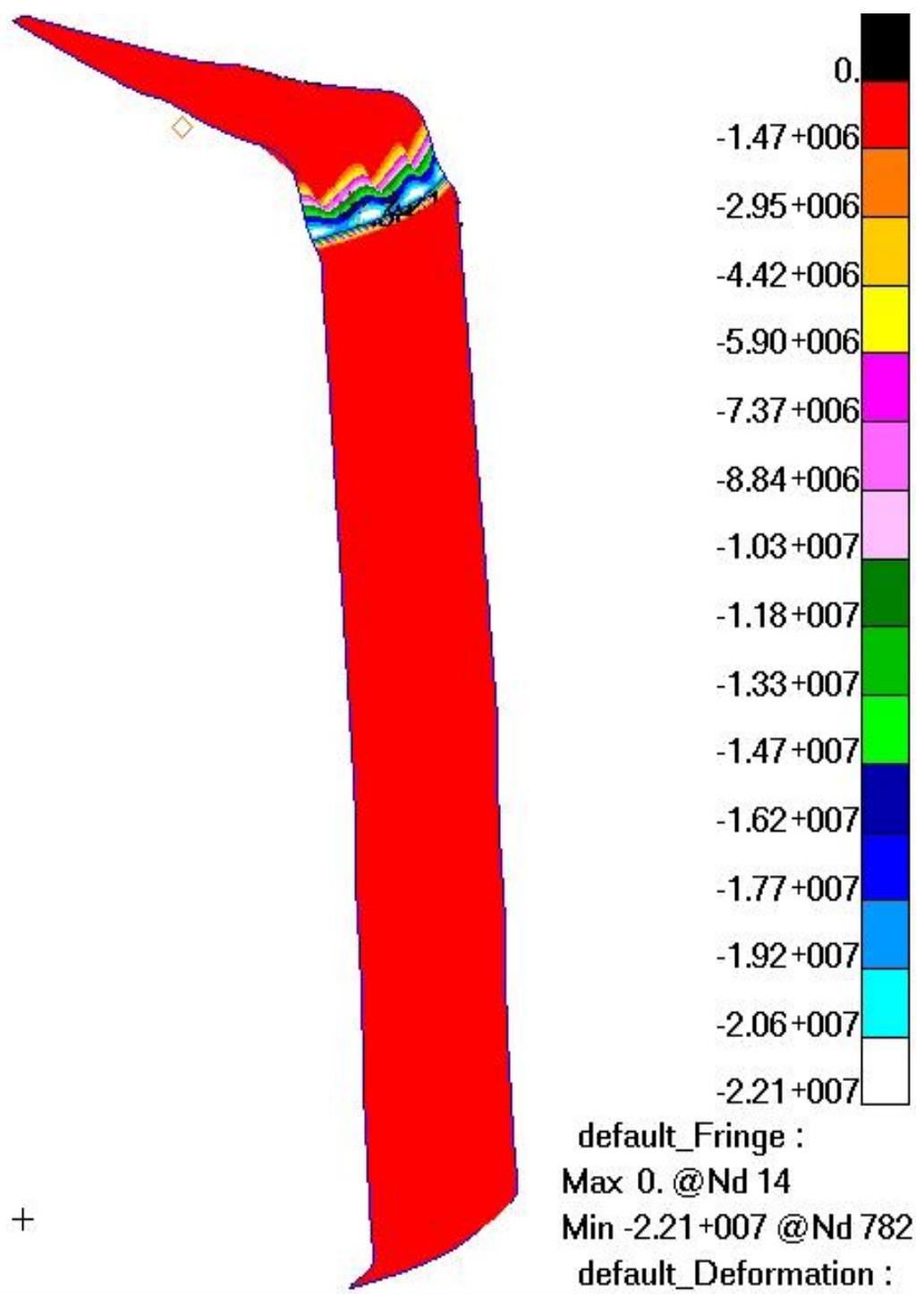
Slika 5.28 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



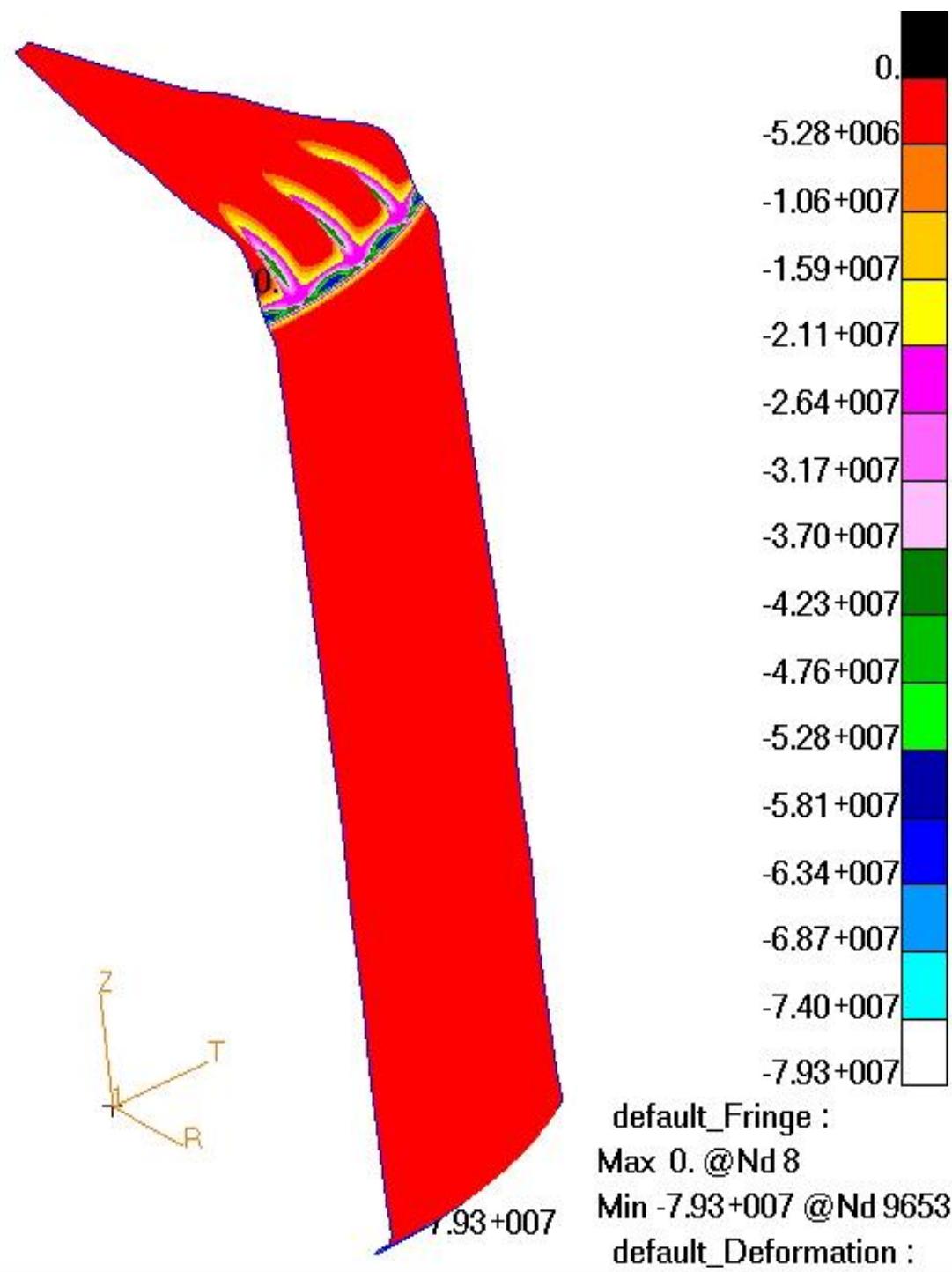
Slika 5.29 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



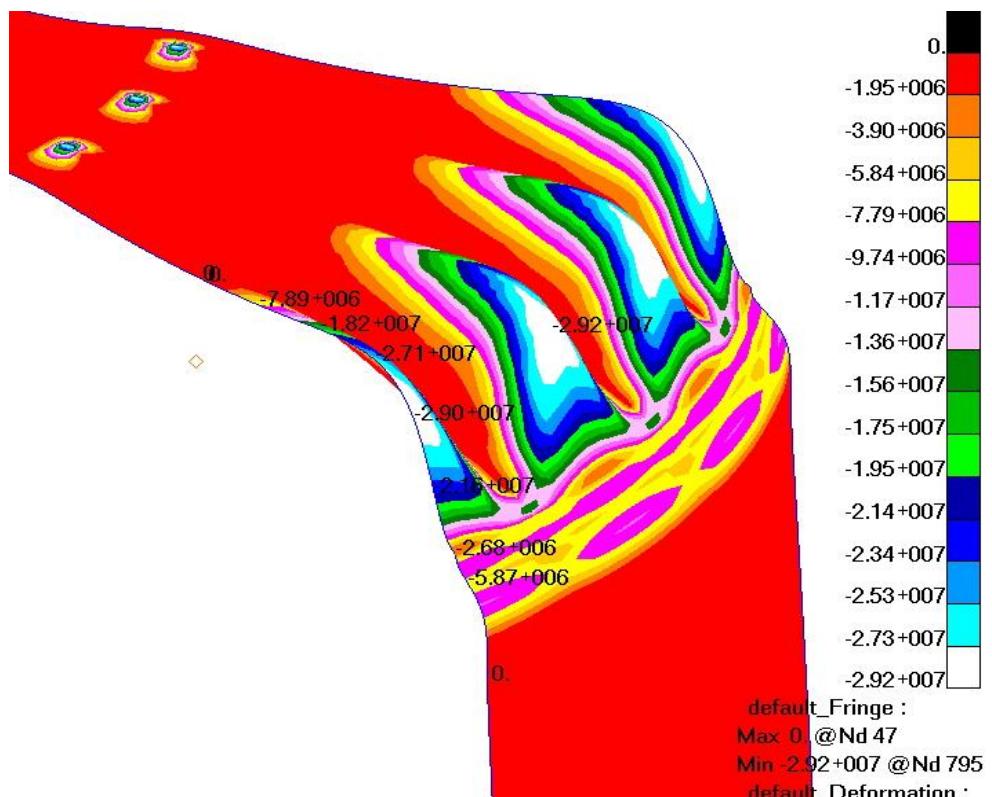
Slika 5.30 Minimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



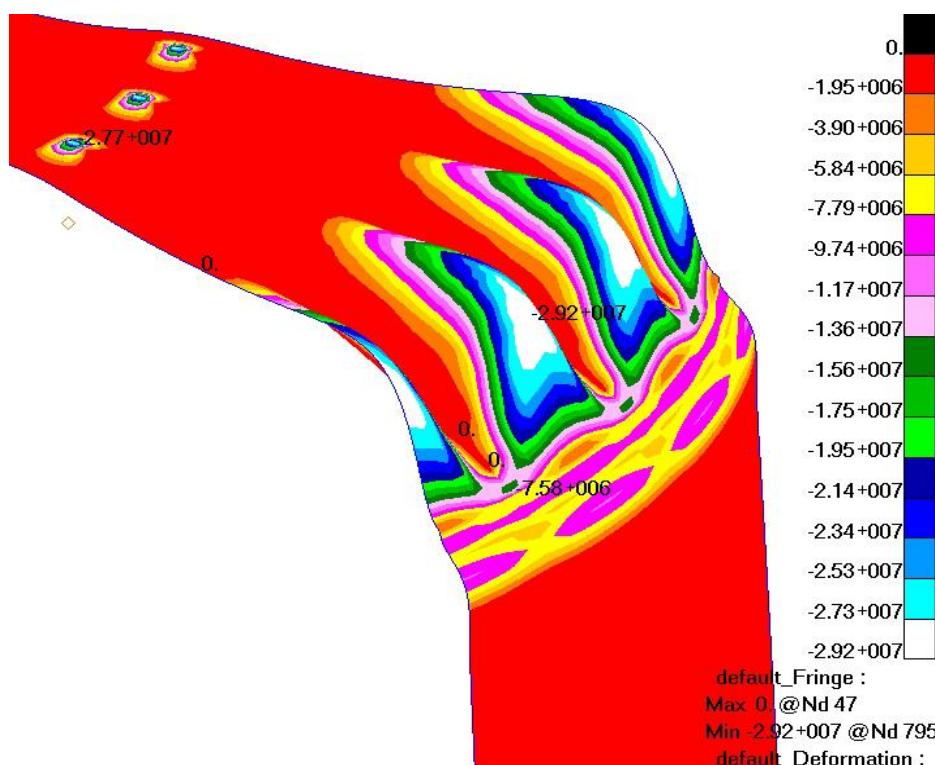
Slika 5.31 Minimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



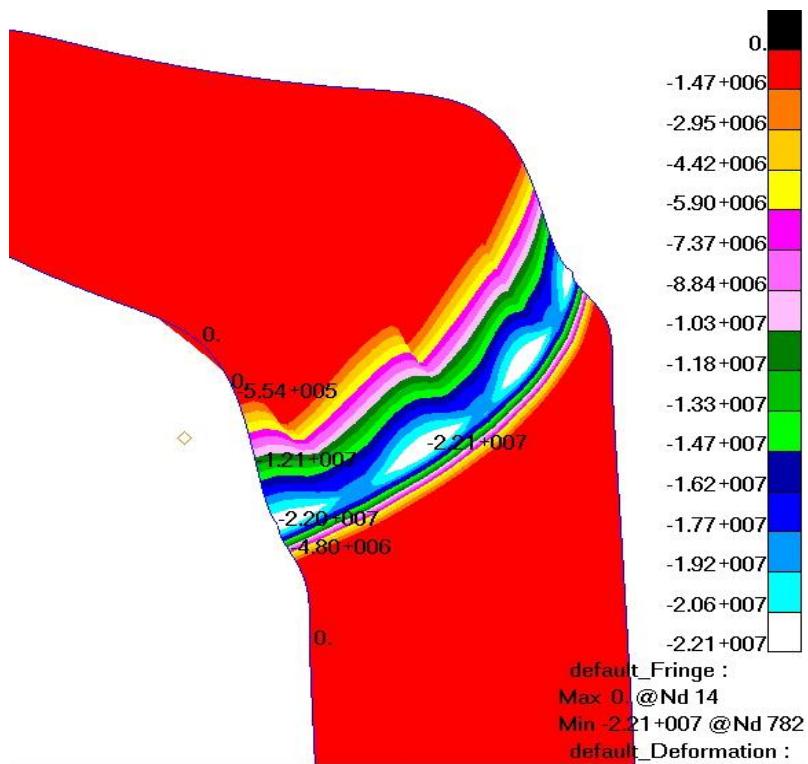
Slika 5.32 Minimalno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m<sup>2</sup>



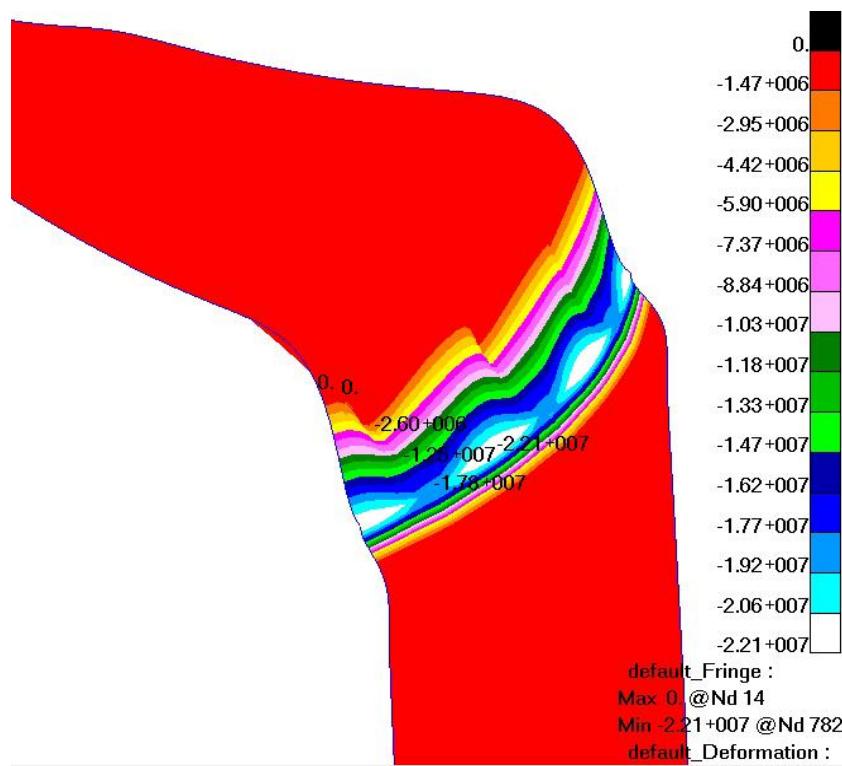
Slika 5.33 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



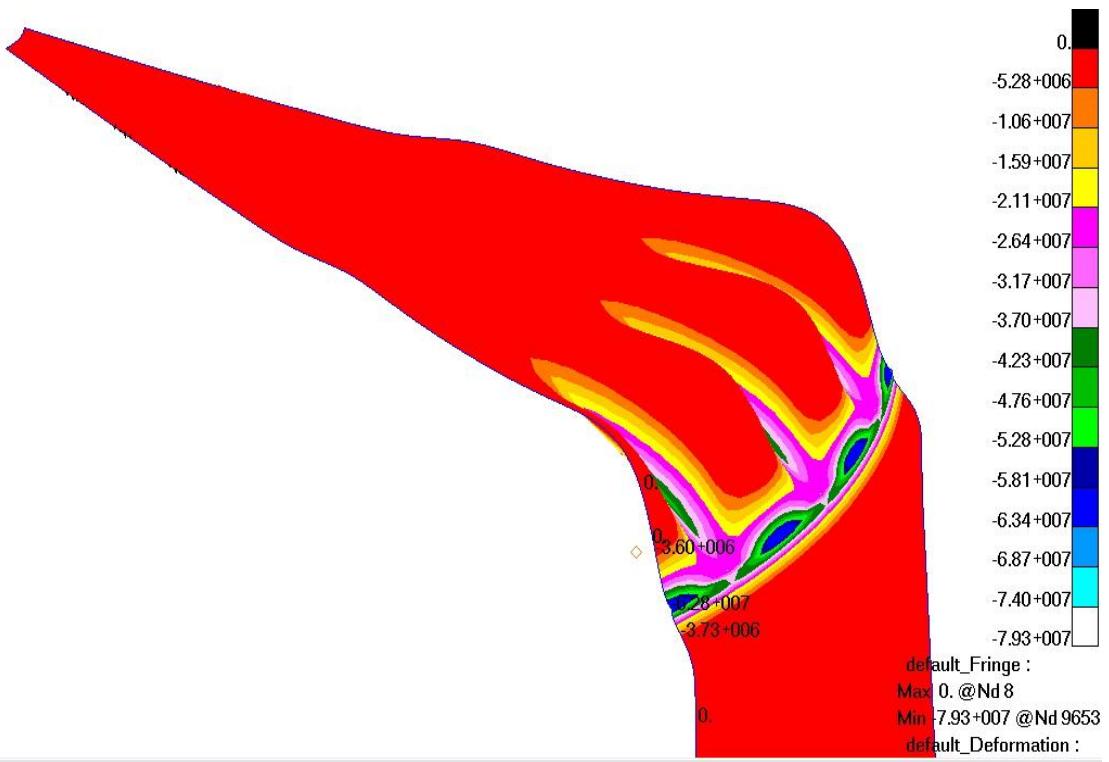
Slika 5.34 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



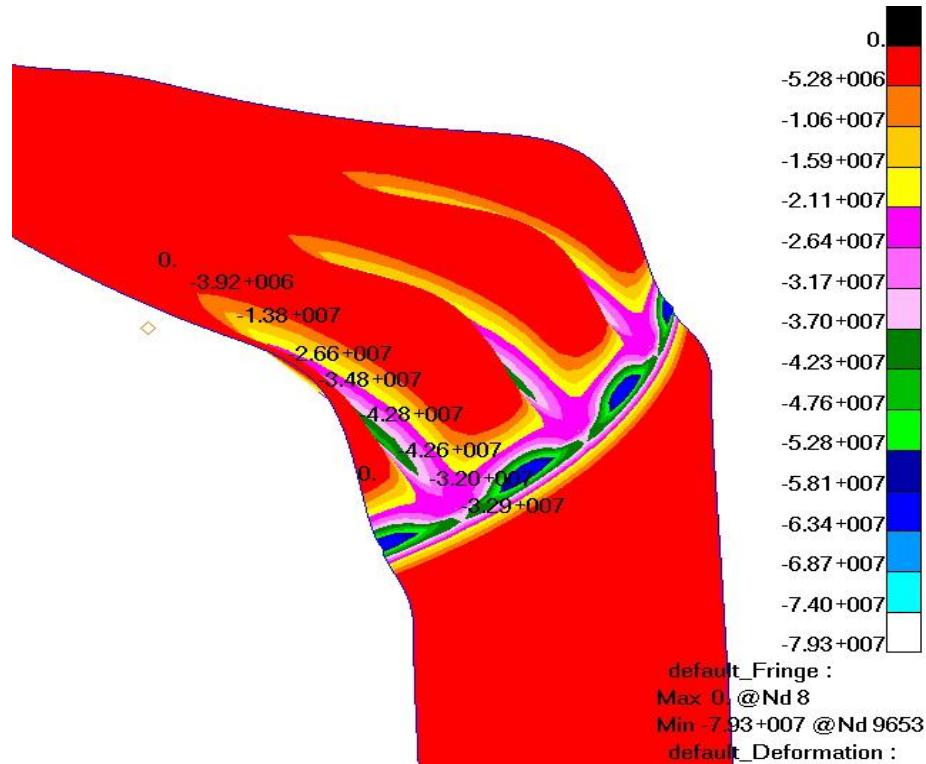
Slika 5.35 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



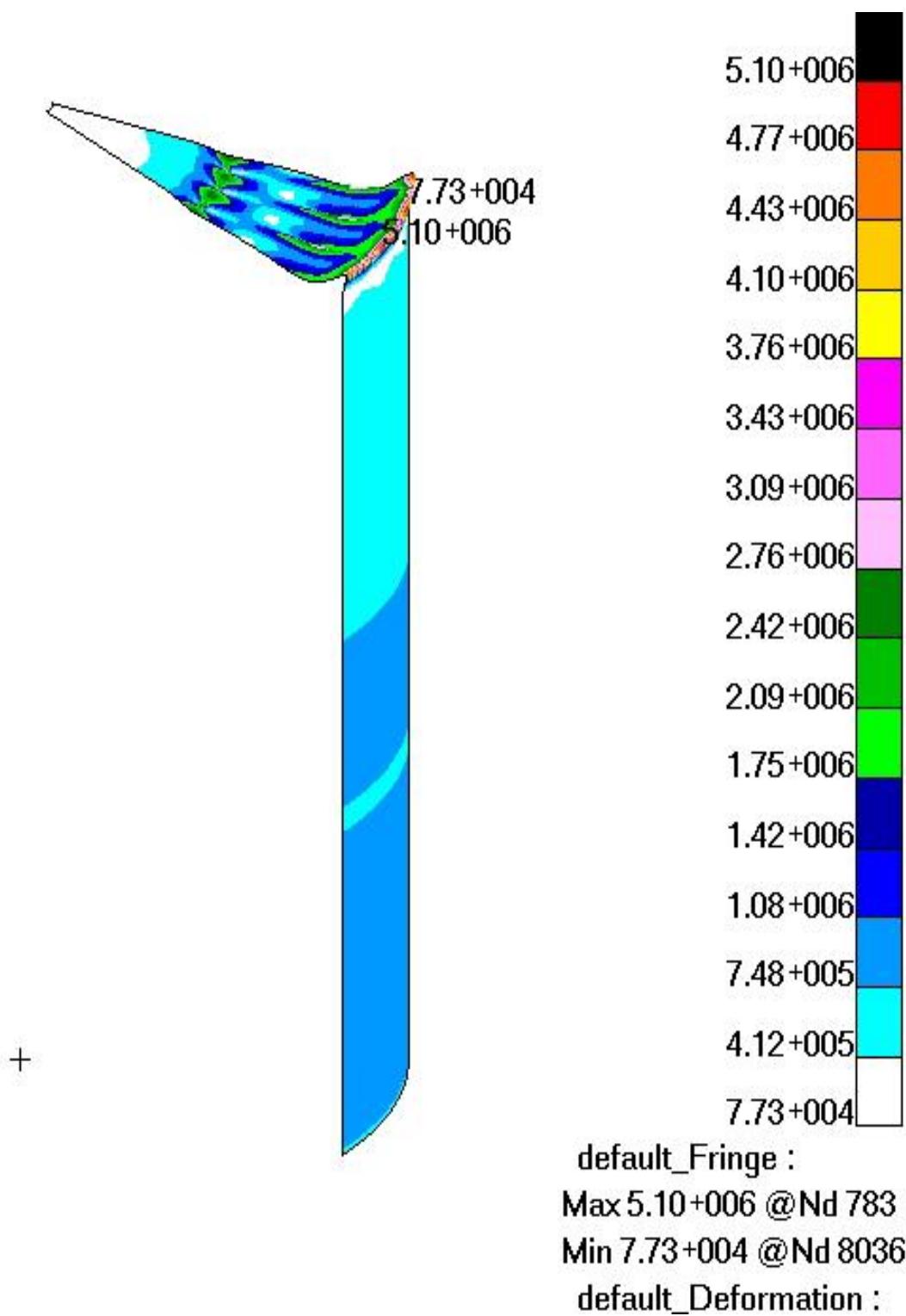
Slika 5.36 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



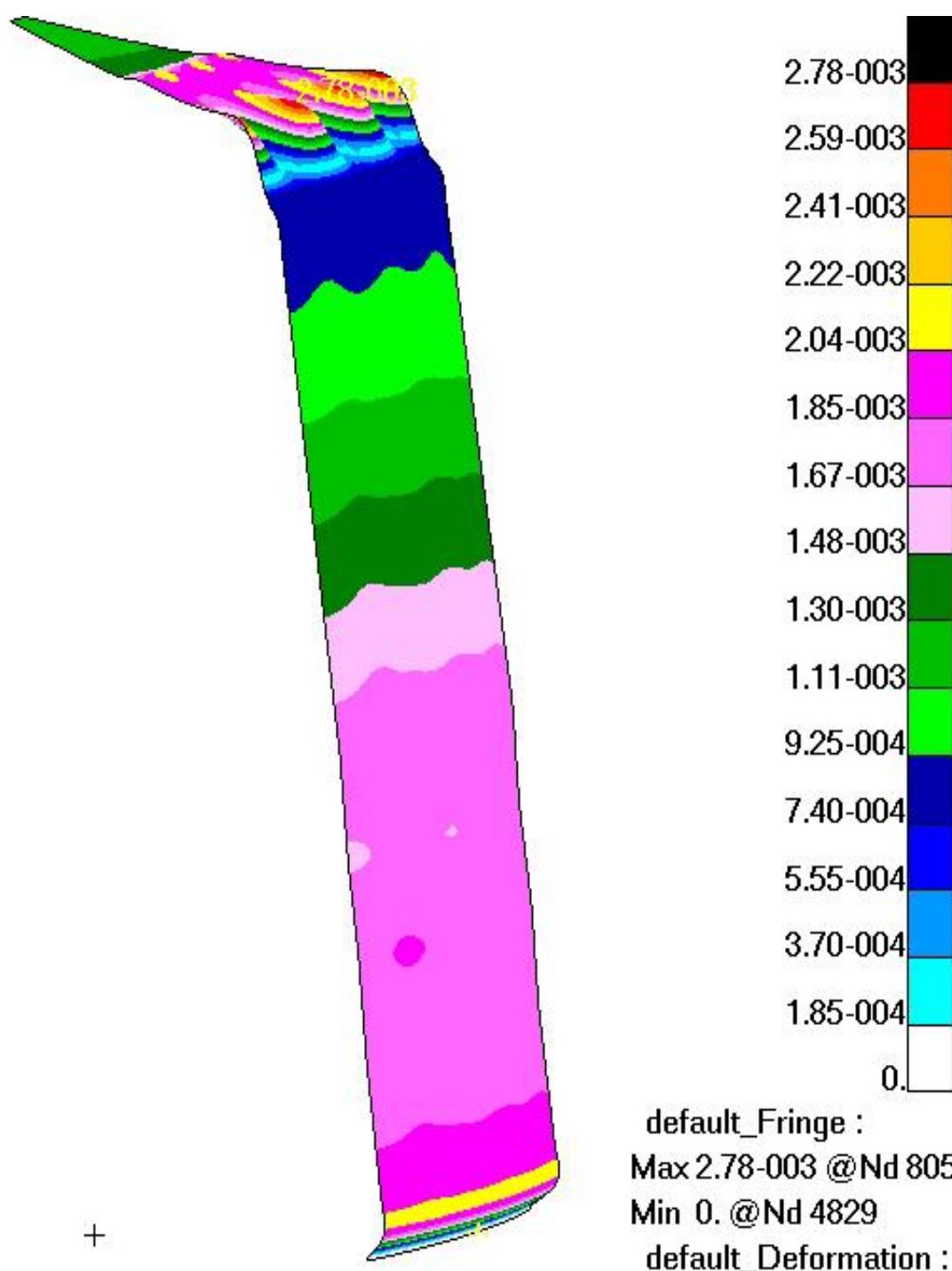
Slika 5.37 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



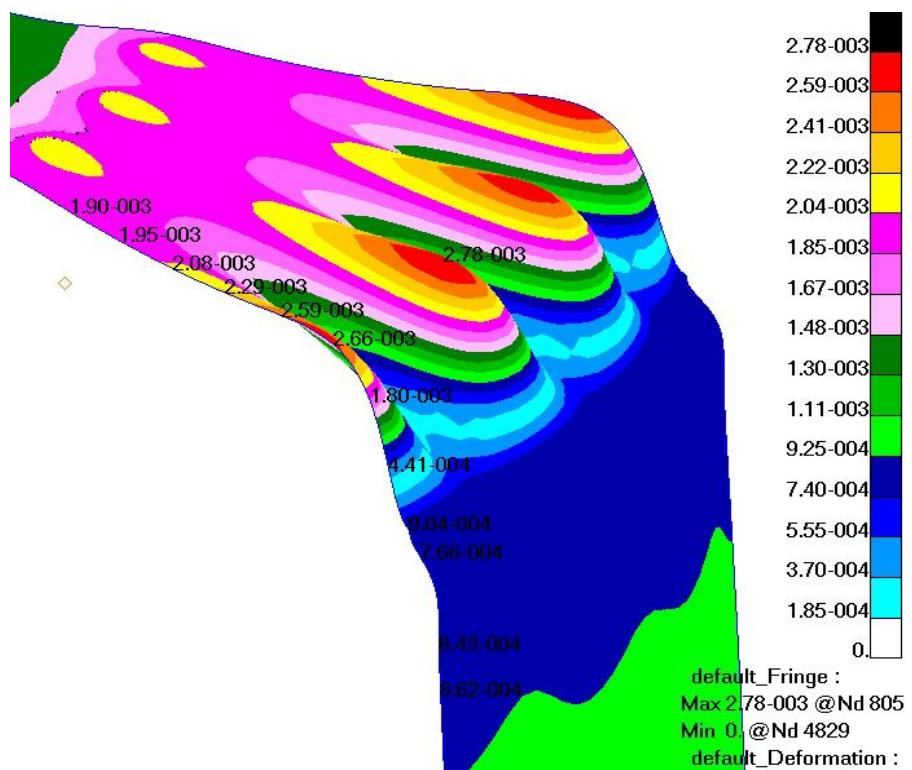
Slika 5.38 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



Slika 5.39 Ekvivalentno naprezanje prema vom Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika opterećenog vlastitom težinom. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

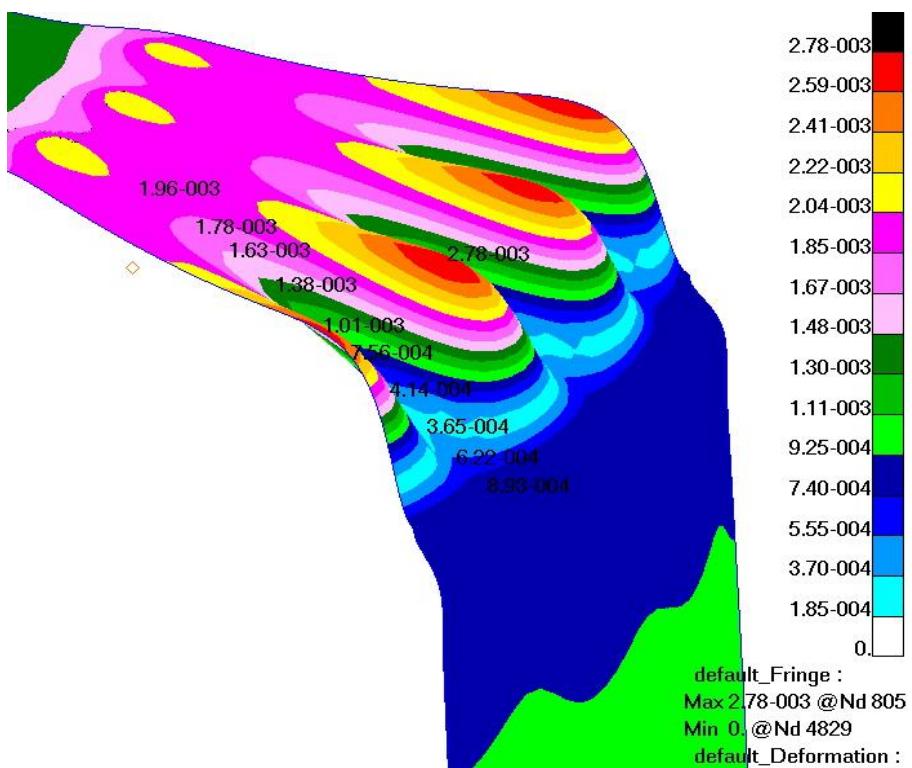


Slika 5.40 Ukupni pomak spremnika. Pomak je izražen u metrima



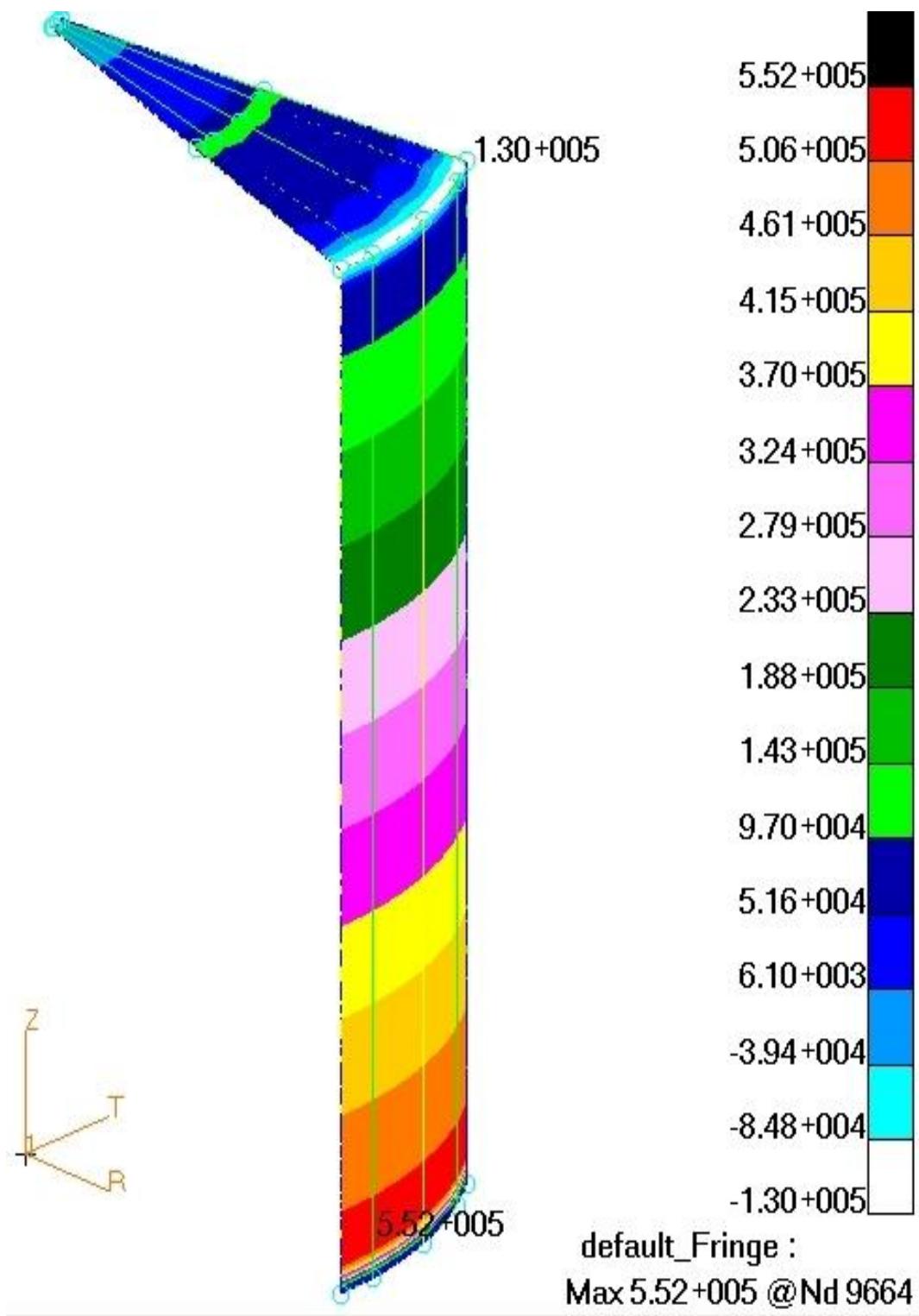
Slika 5.41 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu između rebara.

Pomak je izražen u metrima

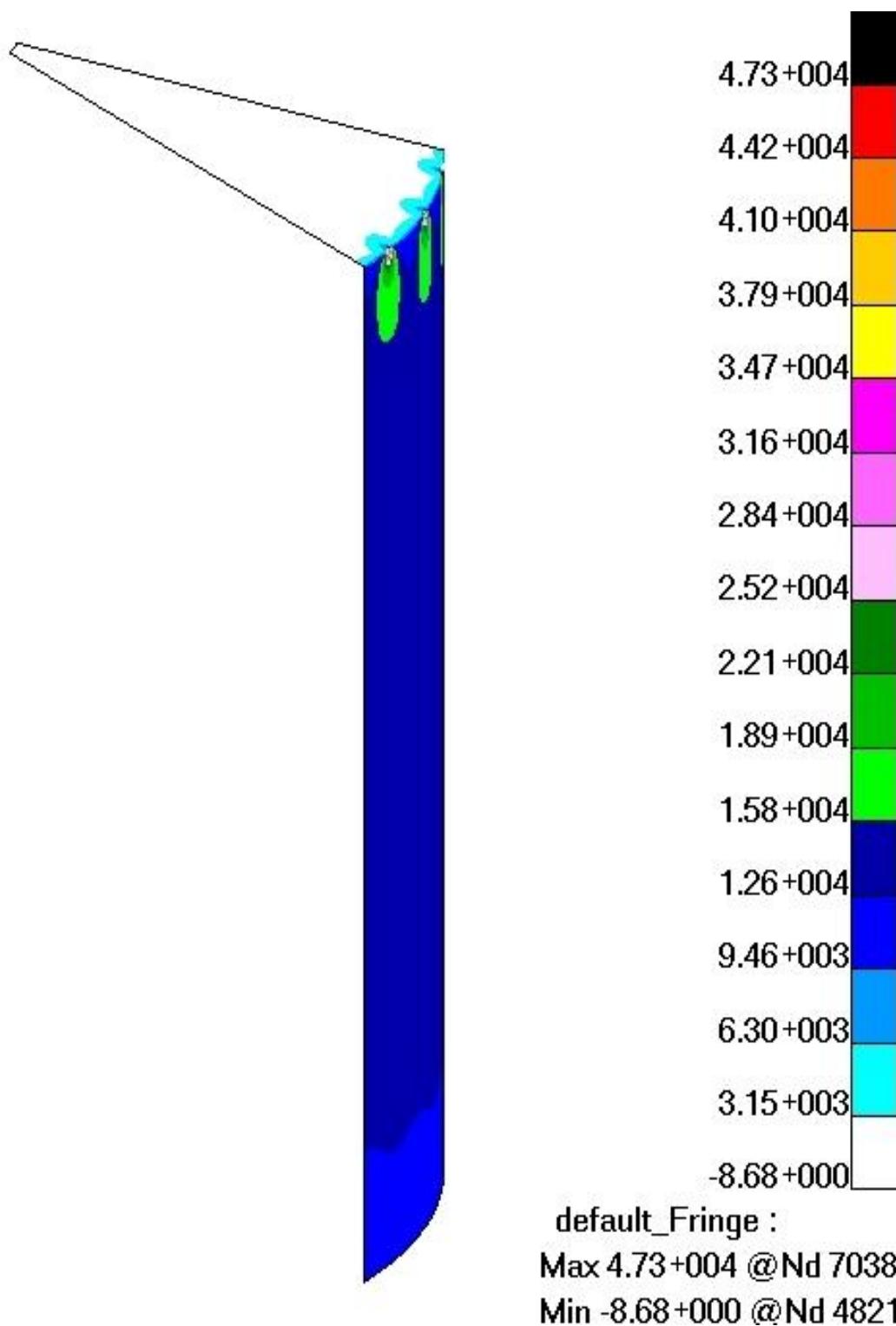


Slika 5.42 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu ispod rebara.

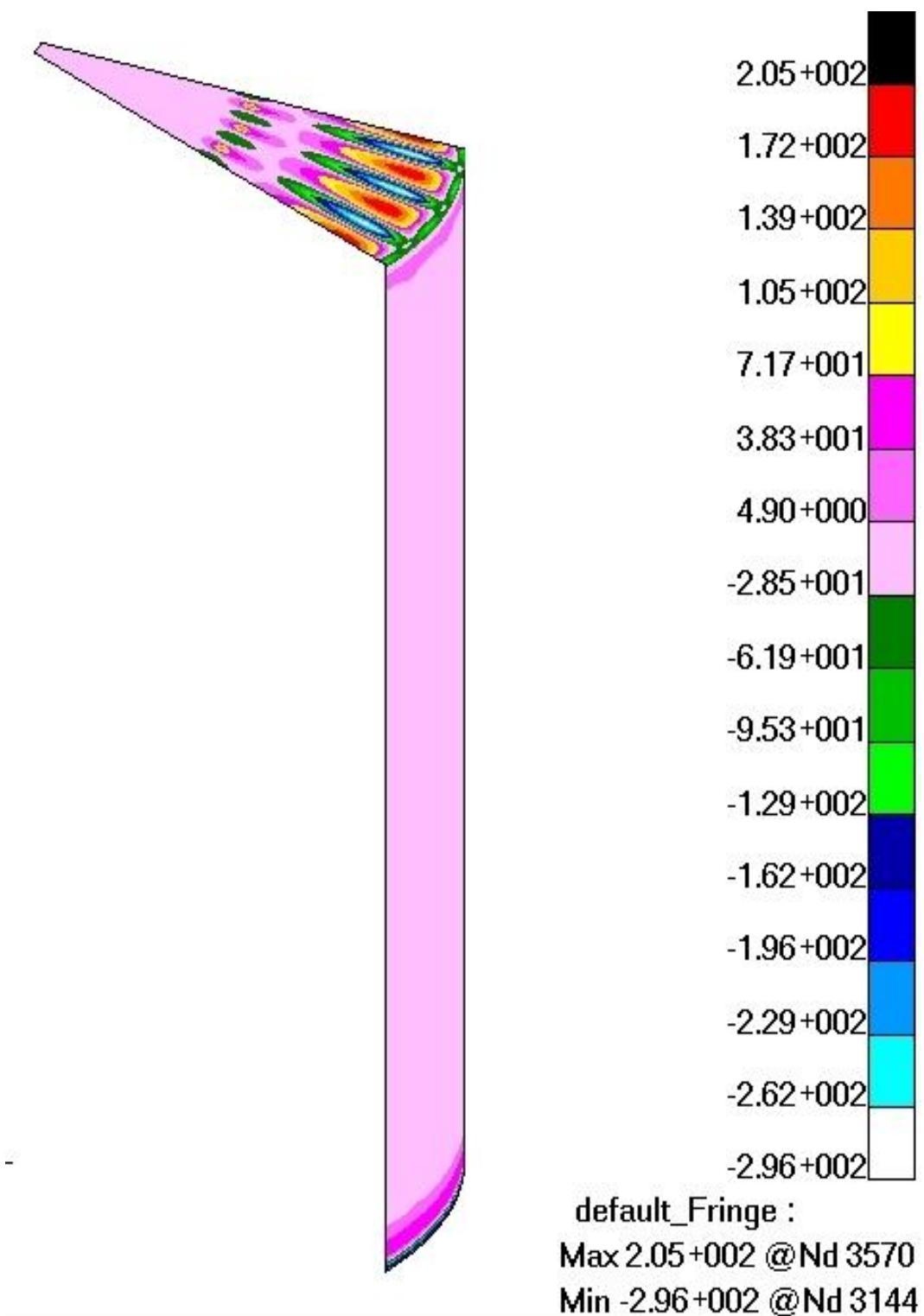
Pomak je izražen u metrima



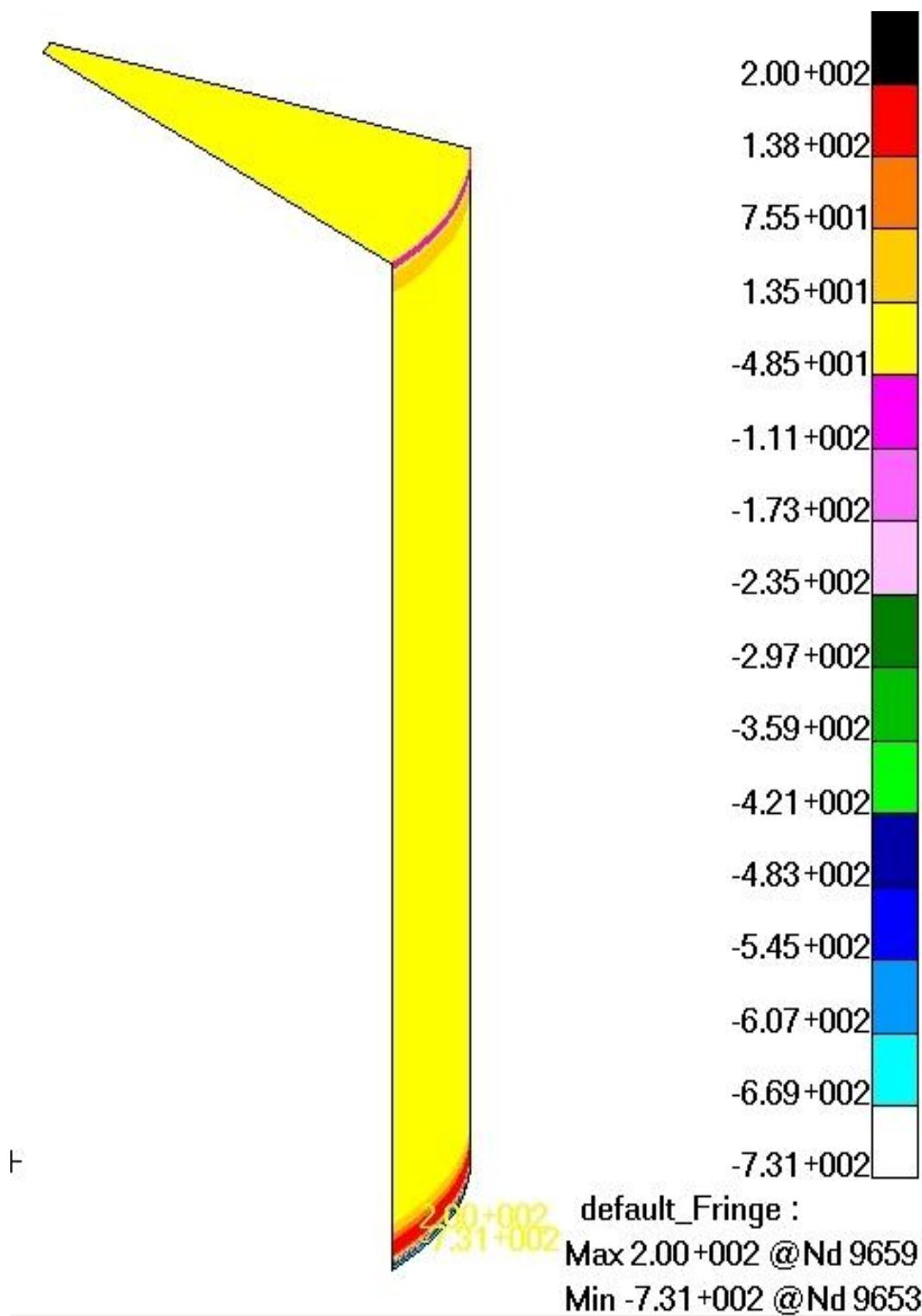
Slika 5.43 Raspodjela unutrašnjih normalnih cirkularnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m



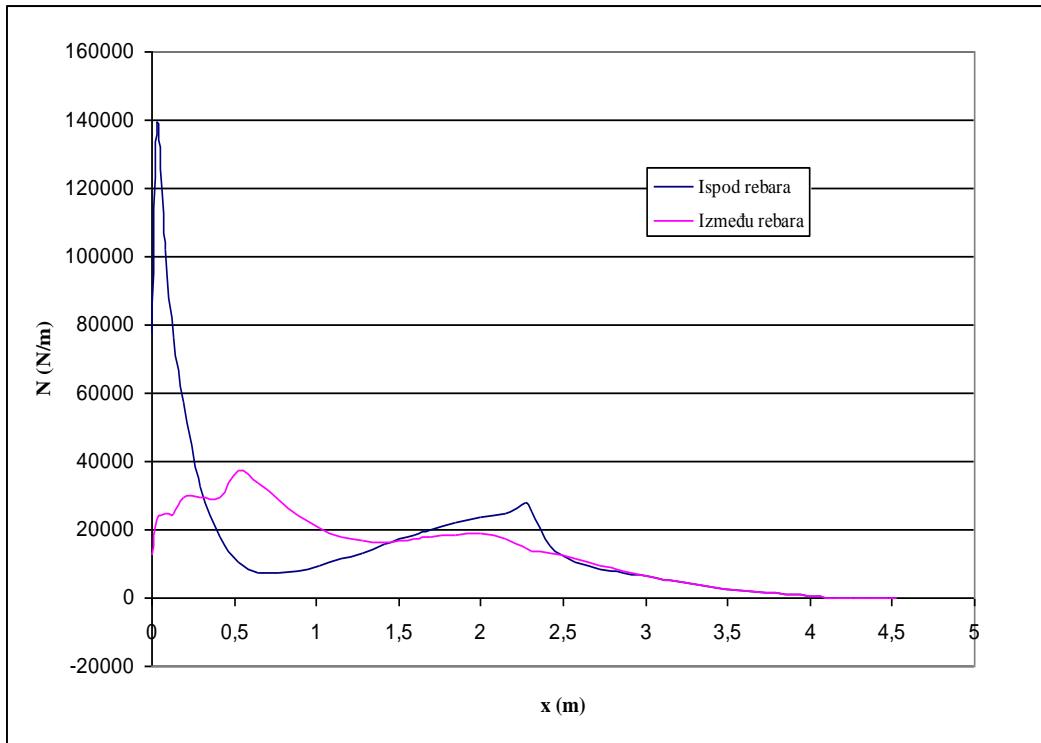
Slika 5.44 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m



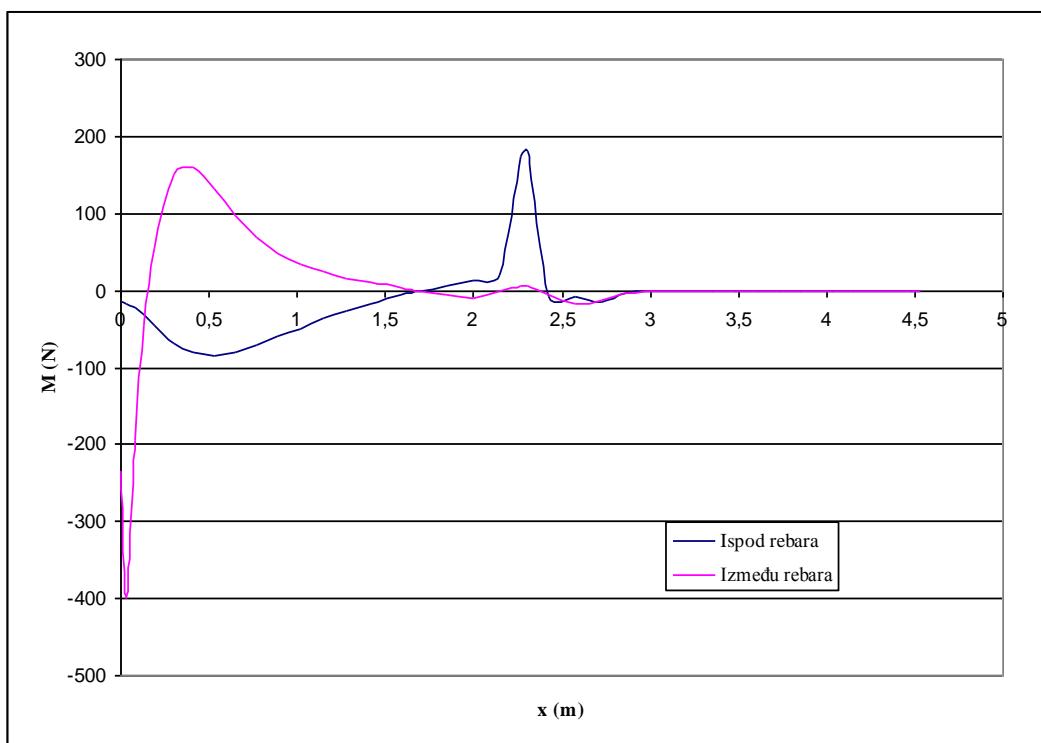
Slika 5.45 Raspodjela unutrašnjih cirkularnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenati su izražene u N



Slika 5.46 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenati su izražene u N



Slika 5.47 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Sile su izražene u N/m



Slika 5.48 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Momenti su izražene u N

## 5.1 Opterećenje spremnika vjetrom

Prilikom analiziranja spremnika opterećenog vjetrom prepostavljen je da vjetar djeluje samo na cilindrični dio spremnika. Opterećenje vjetrom za cilindrični dio ljske može se približno izračunati ako se prepostavi pojednostavljena pseudostatička raspodjela po opsegu cilindra. Ako se utjecaj vjera želi točnije promatrati, potrebno je eksperimentalno utvrditi raspodjelu opterećenja vjetrom po površini cilindra. U tu svrhu služe eksperimenti koji se provode u zračnim tunelima.

Utjecaj vjetra na cilindričnu ljsku vrlo jednostavno se može odrediti uz pomoć Fourierove harmonijske funkcije koja glasi [6]:

$$p(\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j \cos j\theta$$

gdje su

$p^j$  – Fourierovi koeficijenti

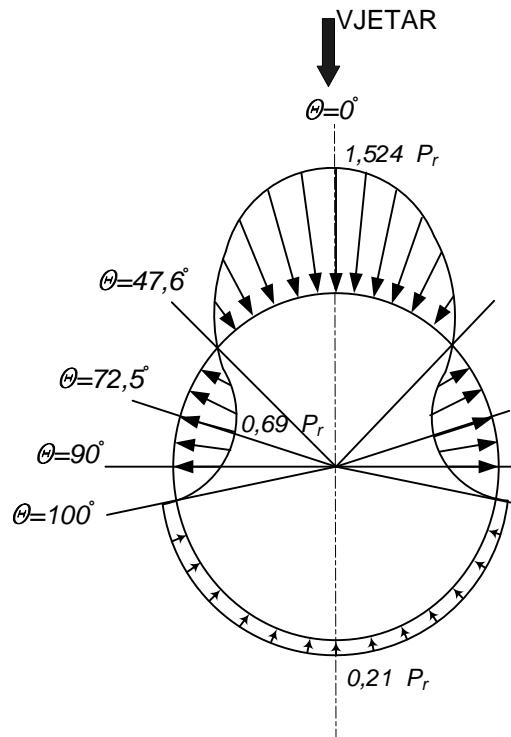
$\theta$  – cirkularni kut otklona izvodnice od smjera naleta vjetra

Prilikom modeliranja opterećenja vjetrom u ovom radu korištena je površinska raspodjela opterećenja vjetrom dobivena prema mjeranjima u zračnom tunelu [6]. Na slici 5.37 prikazana je raspodjela opterećenja i Fourierovi koeficijenti za takvu raspodjelu. Ovakva raspodjela koristi se za cirkularne raspodjele površinskog opterećenja vjetrom velikih cilindričnih i hiperboloidnih tornjeva. Prepostavlja je da raspodjela po visini jednolika, a da ovisi samo o kutu otklona meridijana prema naletu vjetra, odnosno samo o cirkularnom kutu  $\theta$ . Na slici su iznosi Fourierovih koeficijenata podijeljenih sa referentnim tlakom vjetra  $P_r$  (osnovno opterećenje vjetra) koji je funkcija geografske lokacije, terena, izloženosti konstrukcije vjetru i nadmorske visine, a može se izračunati prema izrazu:

$$P_r = \frac{1}{2} \rho_z \cdot v^2$$

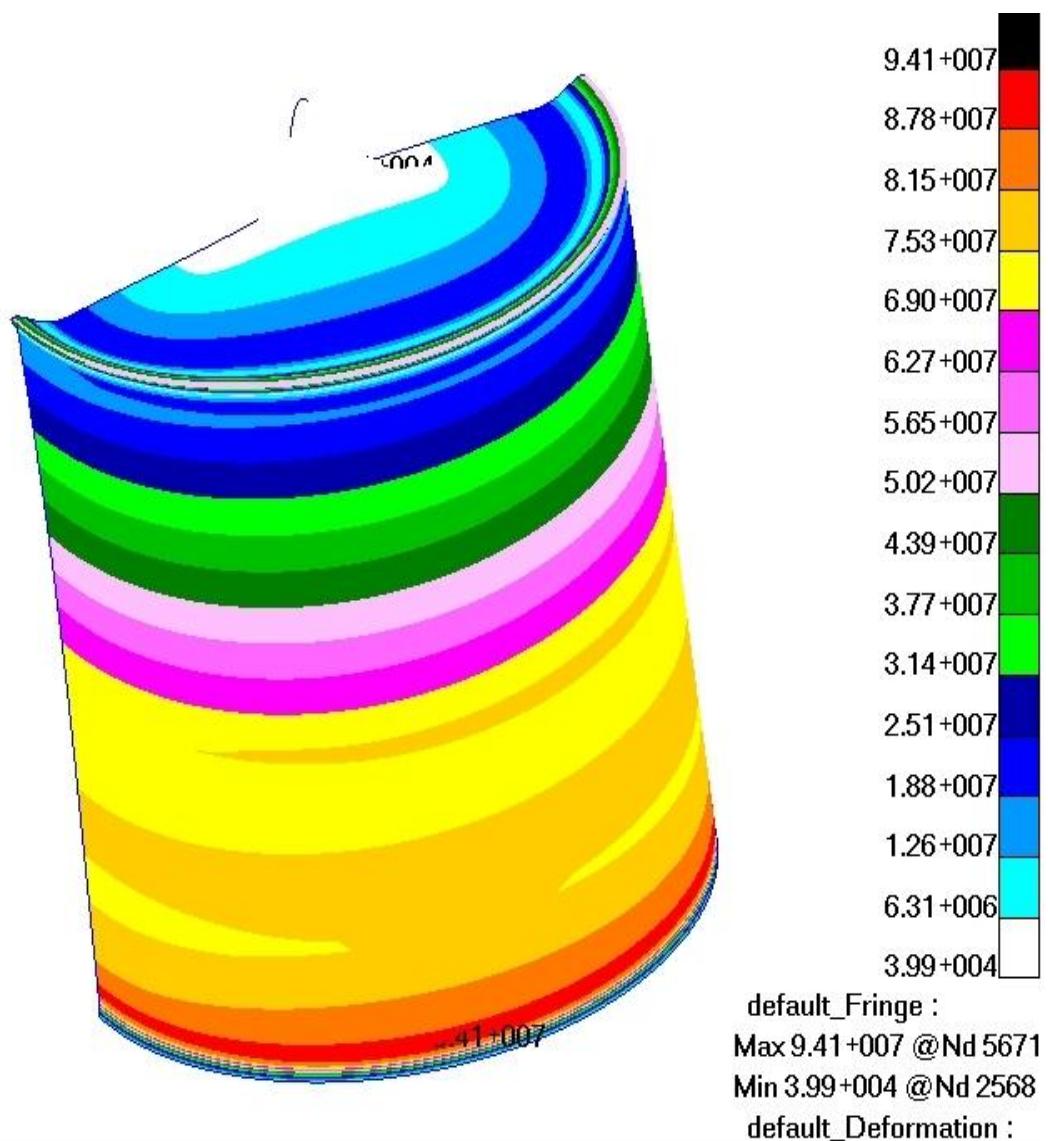
gdje je  $\rho_z$  gustoća medija, što u ovom slučaju za zrak iznosi  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , a veličina  $v$  predstavlja brzinu vjetra, koja ovisi o zonama, preuzeta iz hrvatskih normi za graditeljstvo iznosi  $120 \text{ km/h}$ .[6]

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
pj/P <sub>r</sub>	0,229	0,277	0,598	0,472	0,063	-0,124	-0,027	0,046	0	-0,023	0,009	0,013	-0,009

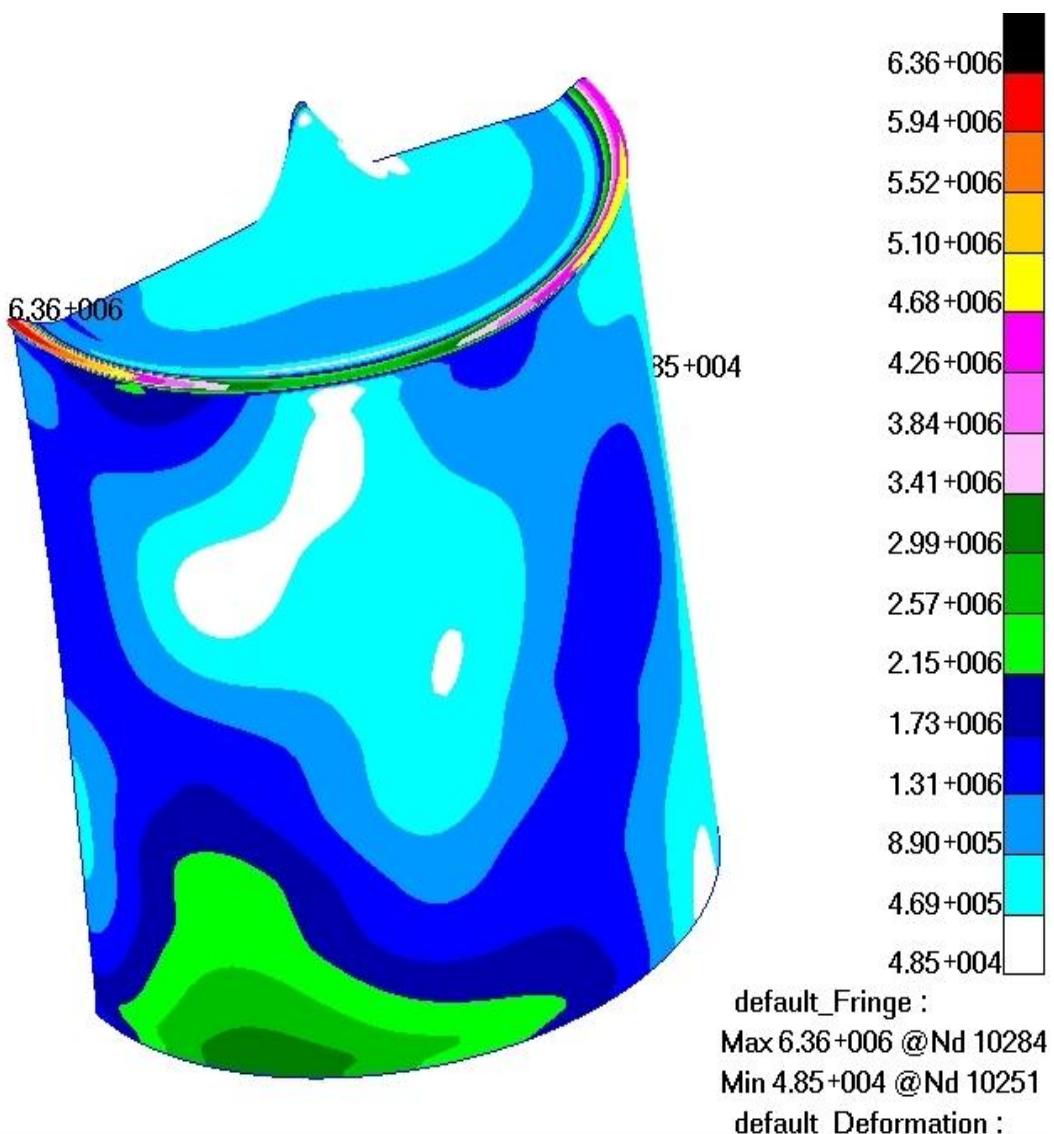


Slika 5.49 Raspodjela površinskog opterećenja vjetrom za plašt spremnika [6]

Kod opterećenja vjetrom raspodjela naprezanja i pomaka više nije simetrična kao u slučaju kad je spremnik opterećen samo hidrostatskim tlakom i vlastitom težinom. Na slici 5.50 spremnik je opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom i vjetrom. Promjena u simetriji kod raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesovoj teoriji čvrstoće je neznatna, dok je kod spremnika koji opterećen samo vlastitom težinom utjecaj vjetra na promjenu simetrije puno veći (slika 5.51). S obzirom da raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu zadovoljava uvjete čvrstoće (maksimalna vrijednost za  $\sigma_{ekv}=94,1 \text{ N/mm}^2$ ) nije potrebno poduzimati nikakve nove konstrukcijske zahvate.



Slika 5.50 Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom i vjetrom. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>



5.51 Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik opterećen vlastitom težinom i vjetrom. Naprezanja su izražena u N/m<sup>2</sup>

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom radu proračunat je spremnik za vino volumena  $750 \text{ m}^3$ . Proračun je proveden s obzirom na uvjete čvrstoće i krutosti. Za potpunu analizu spremnika potrebno je još provesti i proračun stabilnosti, kao i proračun na potres, što nije obuhvaćeno ovim diplomskim radom. Materijal je unaprijed zadan, te su prema njemu uzeti uvjeti čvrstoće. Osim uvjeta čvrstoće potrebno je zadovoljiti i uvjete krutosti. Proračun je proveden numeričkom metodom konačnih elemenata uz pomoć programskog paketa MSC.Nastran.

Spremnik je opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom, a za konačnu verziju spremnika uzeto je u obzir i opterećenje vjetrom. Optimalne dimenzije postignute su kroz slijedeće korake:

- spremnik s jednolikom debljinom stijenke i direktnim spojem ljski cilindra i konusnog krova. Spremnik debljine stijenke 10 mm zadovoljio je postavljene uvjete čvrstoće i krutosti, ali masa takvog spremnika iznosila bi 25200 kg, što je nepovoljno zbog prevelikog utroška materijala. Naprezanje u cilindričnom dijelu spremnika bilo je premalo ( $\sigma_{ekv}$  za srednju plohu iznosi  $78 \text{ N/mm}^2$ ), što nam dalo mogućnost smanjenja debljine stijenke. Maksimalni ukupni pomak za spremnik jednolike debljine stijenke  $h=10 \text{ mm}$  iznosi 4,32 mm.
- optimiranje debljine stijenke, u svrhu smanjenja mase spremnika. Cilindrični dio spremnika izведен je iz 3 pojasa različite debljine stijenke i visine. Proračun za cilindrični dio spremnika proveden je s obzirom na uvjete čvrstoće i krutosti za cilindrični spremnik. Smanjenjem debljine stijenke spremnika javlja se nepovoljno naprezanje uslijed savijanja na spoju ljski, koje ne zadovoljava uvjet čvrstoće ( $\sigma_{ekv}$  za srednju plohu iznosi  $124 \text{ N/mm}^2$ , a za vanjsku  $276 \text{ N/mm}^2$ ).
- nakon što je završeno optimiranje debljine plašta spremnika pristupilo se rješavanju spoja ljski. Nepovoljno naprezanje na spoju ljski uklonjeno je postavljanjem ukrute prstena po cijelom obodu spremnika na mjestu spoja ljski. Iako je postavljanje prstena smanjilo nepovoljan utjecaj savojnog naprezanja na spoju ljski ( $\sigma_{ekv}$  za srednju plohu iznosi  $93 \text{ N/mm}^2$ , a za vanjsku  $100 \text{ N/mm}^2$ ). U

krovu nije zadovoljen uvjet krutosti (maksimalni ukupni pomak za krov spremnika iznosi 5,13 mm).

- Uvjet krutosti krova spremnika zadovoljen je dodavanjem radijalno postavljenih rebara na krovu spremnika. Maksimalno  $\sigma_{ekv}$  za vanjsku plohu iznosi  $92,8 \text{ N/mm}^2$ , za srednju  $91 \text{ N/mm}^2$ , a za unutarnju  $90,4 \text{ N/mm}^2$ . Maksimalni ukupni pomak za krov spremnika iznosi 2,76 mm.

Hidrostatski tlak koji se mijenja sa visinom stupca vode i najveći je pri dnu spremnika, ima najveći utjecaj na naprezanja u ljudi. Opterećenje vlastitom težinom i opterećenje zbog utjecaja vjetra nema veliki utjecaj na ukupna naprezanja. Posebnu pozornost potrebno je obratiti na spoj ljudi gdje se uslijed savijanja javljaju visoki iznosi naprezanja koji narušavaju uvjete čvrstoće i krutosti. To je moguće izbjegći dodavanjem prstena na spoju ljudi. Dodatnim ukrućivanjem krova pomoći rebara pomaci u krovu dovedeni su u prihvatljive granice. Pokazalo se da spremnik sa ukrutama ima puno manju masu od spremnika s jednolikom debljinom stijenke od  $h=10 \text{ mm}$  te je na taj način napravljena najveća ušteda materijala.

Primijećeno je da metoda konačnih elemenata može olakšati proračun konstrukcija i uštedjeti vrijeme. Ako dovoljno dobro poznajemo programski paket za konačne elemente i uz dobro poznavanje fizike problema, metoda konačnih elemenata može znatno uštedjeti vrijeme potrebno za konstruiranje. Na primjeru ovog rada moguće je primijetiti veliku prednost rada uz pomoć metode konačnih elemenata. Vrlo je teško dobiti točne rezultate analitičkim proračunom, ako imamo složenu geometriju, kao u slučaju problema rješavanog u ovom radu, gdje se osim spoja ljudi javlja i problematika proračuna ukruta. Točni teorijski proračun za ukrute nije moguće provesti, već se proračuni izvršavaju uvođenjem pojednostavljenja, koja unose određenu grešku u rezultat. Pomoći metode konačnih elemenata takav proračun je moguće elegantno izvesti uz pravilan odabir elemenata.

## **POPIS LITERATURE**

- [1] Sorić J. , metoda konačnih elemenata, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [2] MSC Software, MSC. Reference Manual, MSC. Software, 2004.
- [3] Macnel R.H. , Finite elements : Their Desing and performance, Marcel Dekker, New York, 1994.
- [4] Alfrević I. , Linearna analiza konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.
- [5] grupa autora, Inženjerski priručnik IP4, Školska knjiga , Zagreb, 1998.
- [6] grupa autora, Zbirka tehničkih propisa u građevinarstvu, Građevinska knjiga, Beograd, 1980.