Analiza naprezanja tankostjenog spremnika volumena 750m^3

Blažević, Maja

Master's thesis / Diplomski rad

2010

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:072090

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

DIPLOMSKI RAD

Mentor
Prof. dr. sc. Jurica Sorić
Tomislav Jarak, dipl. ing.

Maja Blažević

Zagreb, 2010.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Studentica: **Maja Blažević** Mat. br.:2242003725

Naslov: **Analiza naprezanja tankostjenog spremnika volumena 750 m^3**

Opis zadatka:

Potrebno je provesti analizu unutarnjih sila, naprezanja i deformacija spremnika za vino volumena 750 m^3 prema priloženoj skici.
Analizirati dvije izvedbe krova spremnika u obliku:

a) konusne ljuske bez ojačanja,
b) konusne ljuske ojačane rebrima.

Uz zadovoljavanje potrebnih kriterija čvrstoće provesti optimalizaciju s obzirom na utrošak materijala. Prikazati raspodjelu unutarnjih sila, naprezanja i pomaka po konturi spremnika te za usvojenu izvedbu priložiti crteže. Proračun provesti numerički primjenom metode konačnih elemenata pomoću programskog paketa MSC/FEA.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

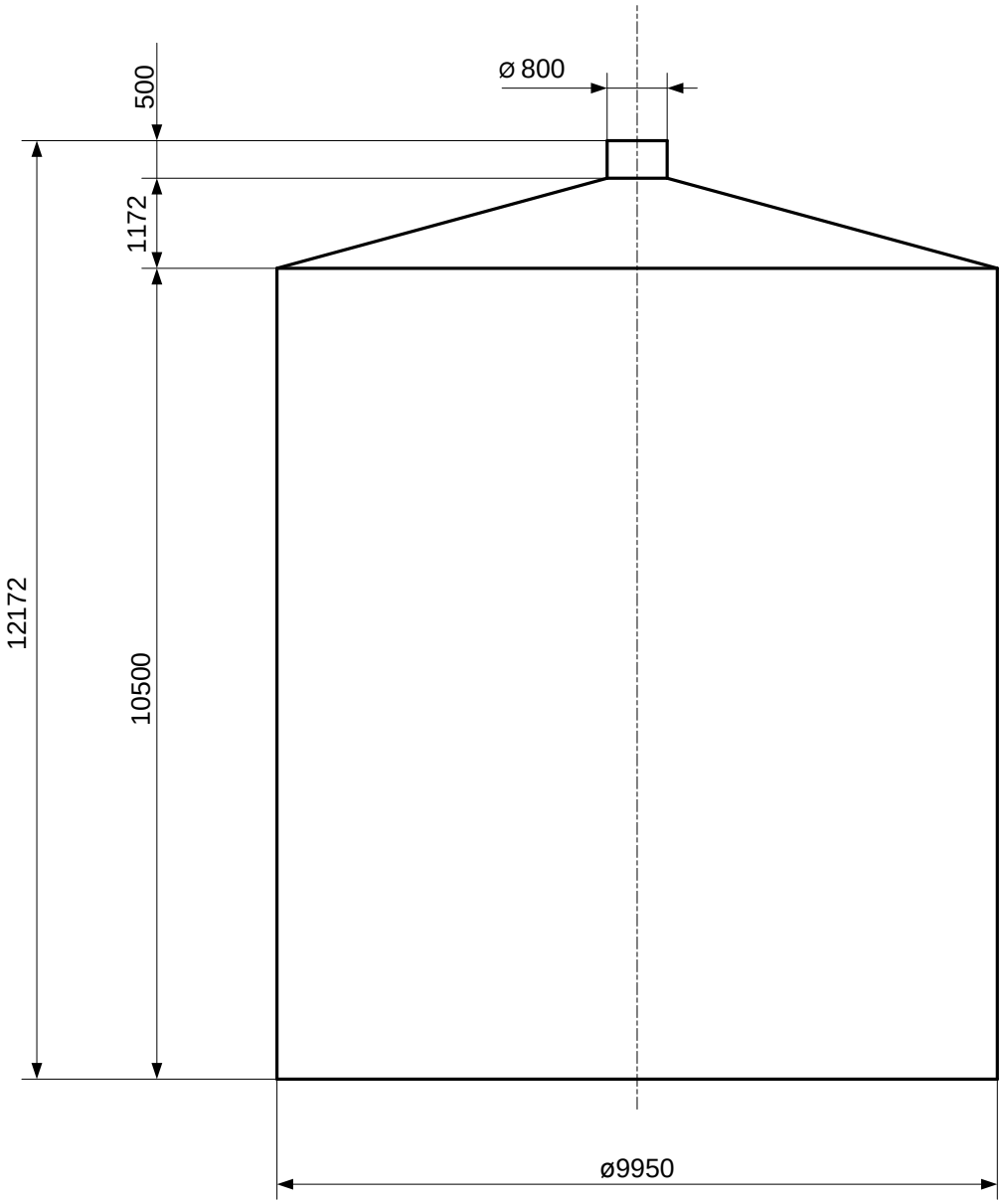
Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
17. prosinca 2009.	18. veljače 2010.	24. – 26. veljače 2010.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Jurica Sorić/ Tomislav Jarak, dipl.ing.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Mladen Andrassy



Slika 1. Skica spremnika s potrebnim dimenzijama

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad napravila samostalno uz stručnu pomoć prof. dr. sc Jurice Sorića, na čemu mu neizmjerno zahvaljujem. Rad ne bi bio moguć bez pomoći dipl. ing. Tomislava Jarka koji me vodio kroz virtualni svijet konačnih elemenata i pomogao mi pri pravilnom korištenju programa, na tome mu veliko hvala.

Maja Blažević

SAŽETAK

U ovom radu izvršena je analiza naprezanja, unutarnjih sila i pomaka spremnika za vino volumena 750 m^3. Proračun je proveden numerički primjenom metode konačnih elemenata, pri čemu je korišten programski paket MSC Nastran. Proračun spremnika proveden je uz određene uvjete čvrstoće i krutosti, s ciljem da se smanji količina utrošenog materijala. Spremnik je do vrha ispunjen tekućinom, a u proračunu se u obzir uzima i opterećenje vlastitom težinom te se za konačnu verziju promatra utjecaj vjetra na konstrukciju. Modeliranje spremnika započeto je sa jednolikom stijenkom cijelog spremnika, zatim se prelazi na dimenzioniranje plašta spremnika, uz zanemarivanje lokalnih naprezanja na spoju ljuski. U sljedećem koraku spremnik je ukrućen dodavanjem kružnog prstena na mjestu spoja cilindričnog dijela spremnika i konusnog krova te je obavljeno dimenzioniranje prstena s obzirom na kriterij čvrstoće.Dodavanjem prstena nije zadovoljen kriterij krutosti konstrukcije krova pa je stoga u krajnjem koraku krov spremnika ojačan postavljanjem sustava radijalnih rebara. Postavljanjem radijalnih rebara u potpunosti je zadovoljen uvjet krutosti za cijeli spremnik.

SADRŽAJ

POPIS SLIKA I
POPIS TABLICA VI
Popis oznaka i mjernih jedinica VII
1. Uvod 1
2. Metoda konačnih elemenata 2
2.1 Općenito o metodi konačnih elemenata 2
2.1.1 Osnovne pretpostavke o konačnim elementima 3
2.2 Varijacijska formulacija metode konačnih elemenata 4
2.3 Izoparametarski konačni elementi 6
2.3.1 Dvodimenzijski elementi 7
2.4 Matrica deformacija - pomak 8
2.5 Degenerirani ljuskasti elementi 10
2.6 Osnovni elementi iz programskog paketa MSC.Nastran 13
2.6.1 Jednodimenzijski elementi 13
2.6.2 Jednostavni gredni elementi – CBAR 14
2.6.3 Koordinatni sustav CBAR elemenata 14
2.6.4 Sile i naprezanja CBAR elemenata 18
2.6.5 Dvodimenzijski elementi 18
2.6.6 Četverokutni pločasti elementi (CQUAD4) 20
3. Ispitivanje konvergencije elemenata iz programskog paketa MSC.Nastran 23
3.1 Cilindrični spremnik opterećen hidrostatskim tlakom 24
3.1.1 Primjer zadatka za pokazivanje konvergencije četverokutnih elemenata 24
3.1.2 Analitičko rješenje zadatka 24
3.1.2 Rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata 28
3.1.3 Konvergencija rješenja 30
4. Numerička analiza spremnika 32
4.1 Uvjeti čvrstoće i krutosti konstrukcije 32
4.2 Modeliranje spremnika 33
4.3 Izvedba spremnika sa jednolikom debljinom stijenke 37
4.4 Optimiranje debljine stjenke cilindra 46

4.5 Izvedbe modelirane s prstenom za ukrutu na mjestu spoja ljuski 53
4.6 Modeliranje ojačanja na krovu spremnika uz pomoć rebara 62
5. Prikaz rezultata za odabranu konstukciju 65
5.1 Opterećenje spremnika vjetrom 101
6. ZAKLJUČAK 105
POPIS LITERATURE 107

POPIS SLIKA

Slika 2.1 Osnovni tetraedarski konačni element 4
Slika 2.3 Trodimenzijski ljuskasti element [1] 10
Slika 2.4 Ljuskasti elementa sa čvorovima na srednjoj plohi [1] 11
Slika 2.5 Dvije orijentacije iste grede [2] 15
Slika 2.6 Definiranje osi x za CBAR elemente [2] 15
Slika 2.7 Orijentacijski vektor za CBAR element [2] 16
Slika 2.8 Ravnina između osi x i orijentacijskog vektora [2] 16
Slika 2.9 Formiranje osi z za CBAR element [2] 17
Slika 2.10 Sile i momenti u CBAR elementu [2] 18
Slika 2.11 Koordinatni sustav *CQUAD4* elementa [2] 20
Slika 2.11 Unutarnje sile, momenti i naprezanja u CQUAD4 elementu [2] 21
Slika 3.1 cilindrična ljuska opterećena hidrostatskim tlakom 25
Slika 3.2 poprečne sile i momenti uklještenja 26
Slika 3.3 Rubni uvjeti i uvjeti simetrije za cilindričnu ljusku 28
Slika 3.4 Slika modela s mrežom iz MSC.Nastran 28
Slika 3.5 Radijalni pomak cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom 29
Slika 3.6 Cirkularno naprezanje σ_φ cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom 30
Slika 3.7 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od *H*= 1/5 31
Slika 3.8 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od *H*= 1/2 31
Slika 4.1 Rubni uvjeti proračunskog modela 33
Slika 4.2 Opterećenje spremnika a) hidrostatskim tlakom, b) vlastitom težinom 34
Slika 4.3 Detalj mreže modela za krovni dio spremnika 35
Slika 4.4 Detalj mreže modela za donji dio cilindričnog dijela spremnika 35
Slika 4.5 Deformirani oblik mreže za spremnik jednolike stijenke debljine *h*=7mm 39
Slika 4.6 Ukupni pomak spremnika jednolike stijenke debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima. 40
Slika 4.7 Detalj spoja ljuski s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika za jednoliku stijenku debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima. 41
Slika 4.8 Detalj ukupnog pomaka spremnika s prikazom raspodjele na dnu cilindra za jednoliku stijenku debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima. 41
Slika 4.9 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2 42
Slika 4.10 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2 43
Slika 4.11 Detalj spoja ljuski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2 44

Slika 4.12 Detalj spoja ljuski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2 44
Slika 4.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike stijenke cilindra *h*= 7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2..... 45
Slika 4.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2 45
Slika 4.15 Skica plašta spremnika za odabranu izvedbu..... 46
Slika 4.16 Ukupni pomak spremnika sa promjenjivom debljinom stijenke cilindra za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Pomaci su izraženi u metrima..... 47
Slika 4.17 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u N/m^2 48
Slika 4.18 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u N/m^2 49
Slika 4.19 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka. Ukupni pomak izražen je u metrima 50
Slika 4.20 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi. Naprezanje je izraženo u N/m^2..... 50
Slika 4.21 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi. Naprezanje je izraženo u N/m^2..... 51
Slika 4.22 Skica odabranih dimenzija za plašt cilindra..... 53
Slika 4.23 Detalj mreže spremnika ojačane prstenom 54
Slika 4.24 Skica profila prstena (BS EN 10219:1997)..... 55
Slika 4.25 Deformirani oblik mreže za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24..... 56
Slika 4.26 Ukupni pomak spremnika ojačanog prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Pomaci su izraženi u metrima 57
Slika 4.27 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 Naprezanja su izražena u N/m^2..... 58
Slika 4.28 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Naprezanja su izražena u N/m^2..... 59
Slika 4.29 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika. Pomaci su izraženi u metrima. 60
Slika 4.30 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za srednju plohu Naprezanja su izražena u N/m^2..... 60
Slika 4.31 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za vanjsku plohu Naprezanja su izražena u N/m^2..... 61

Slika 4.32 Skica dijela spremnika sa promijenjenim uvjetima simetrije 62
Slika 4.33 Model spremnika sa ukrutama prstena i rebara 64
Slika 4.34 skica rasporeda rebara za odabranu izvedbu spremnika 64
Slika 5.1 Raspored rebara za odabranu izvedbu spremnika 65
Slika 5.2 Skica presjeka spremnika s dimenzijama ljuski cilindra i krova te dimenzijama ukruta 66
Slika 5.3 Deformirani oblik mreže za konačnu verziju spremnika 69
Slika 5.4 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m2. 70
Slika 5.5 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m2. 71
Slika 5.6 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 72
Slika 5.7 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 73
Slika 5.8 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 73
Slika 5.9 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 74
Slika 5.10 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 74
Slika 5.11 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 75
Slika 5.12 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 75
Slika 5.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 76
Slika 5.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 76
Slika 5.15 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 77
Slika 5.16 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele cirkularne normalne komponente naprezanje σ_φ za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 77
Slika 5.17 Cirkularna normalna komponenta naprezanje σφ na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2 78

Slika 5.18 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu između rebara. Naprezanje je izraženo u N/m2 79
Slika 5.19 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu ispod rebara. Naprezanje je izraženo u N/m2 79
Slika 5.20 Meridijalna komponenta naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2 80
Slika 5.21 Maksimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 81
Slika 5.22 Maksimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 82
Slika 5.23 Maksimalno glavno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2 83
Slika 5.24 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 84
Slika 5.25 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 84
Slika 5.26 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 85
Slika 5.27 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 85
Slika 5.28 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 86
Slika 5.29 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 86
Slika 5.30 Minimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2 87
Slika 5.31 Minimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2 88
Slika 5.32 Minimalno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2 89
Slika 5.33 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 90
Slika 5.34 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 90
Slika 5.35 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 91
Slika 5.36 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 91
Slika 5.37 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 92

Slika 5.38 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2 92
Slika 5.39 Ekvivalentno naprezanje prema vom Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika opterećenog vlastitom težinom. Naprezanja su izražena u N/m2 93
Slika 5.40 Ukupni pomak spremnika. Pomak je izražen u metrima 94
Slika 5.41 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu između rebara. Pomak je izražen u metrima..... 95
Slika 5.42 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu ispod rebara. Pomak je izražen u metrima..... 95
Slika 5.43 Raspodjela unutrašnjih normalnih cirkularnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su 96
izražene u N/m..... 96
Slika 5.44 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m..... 97
Slika 5.45 Raspodjela unutrašnjih cirkularnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N 98
Slika 5.46 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N 99
Slika 5.47 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Sile su izražene u N/m 100
Slika 5.48 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Momenti su izražene u N 100
Slika 5.49 Raspodjela površinskog opterećenja vjetrom za plašt spremnika..... 102
Slika 5.50 Puni spremnik opterećen vjetrom 103
5.51 Prazni spremnik opterećen vjertom..... 104

POPIS TABLICA

Tablica 4.1 Svojstva čelika Č. 4572 32
Tablica 4.2 Usporedba rezultata za spremnik jednolike debljine stijenke 37
Tablica 4.3 Usporedba dimenzija i rezultata za modeliranje stijenke cilindra 52
Tablica 4.4 Prikaz različitih dimenzija prstenova korištenih pri modeliranju ojačanja na spoju ljuski i priradajučih rezultata 55
Tablica 4.5 Usporedba dimenzija i rezultata za različine izvedbe spremnika ojačanog prstenom i rebrima 63

POPIS OZNAKA I MJERNIH JEDINICA

a_i	Koeficijent interpolacijskih polinoma
B	Matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima, operator rubnih veličina
D	Matrica elastičnosti
E	Youngov modul elastičnosti, N/mm^2
F	Vektor koncentriranih sila u čvorovima konačnog elementa
F_S	Vektor čvornih sila poradi vanjskog površinskog opterećenja
$F_{\varepsilon 0}$	Vektor čvornih sila koje su posljedica početnih deformacija u elementu
J	Jacobijeva matrica
k	Matrice krutosti konačnog elementa
$\mathbf{N}_i$	Matrica funkcija oblika za *i*-ti čvor, submatrica u matrici **N**
N	Matrica funkcija oblika
N_i	Funkcija oblika za *i*-ti čvor konačnog elementa
q	Vektor volumenskih sila, poznata funkcija neovisnih varijabli
$\mathbf{q}_b$	Vektor površinskog opterećenja
R	Globalni vektor ukupnih čvornih sila, matrica ostatka ili reziduala
$\mathbf{R}_u$	Operator rubnih pomaka
R	Vektor ukupnih čvornih sila konačnog elementa, vektor položaja
S_q	Površina na kojoj je zadano opterećenje
u	Vektor pomaka, vektor zavisnih varijabli
$\mathbf{u}_s$	Vektor pomaka na plohi površine *S*
u, v, w	Komponente pomaka u Kartezijevu koordinatnom sustavu, Komponente pomaka srednje plohe ljuskastog kontinuuma u pravcu jediničnih vektora $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_n$
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	Komponente pomaka u pravcu lokalnih Kartezijevih koordinata $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$
u_i, v_i, w_i	Komponente pomaka *i*-tog čvora konačnog elementa
V_1^i, V_2^i, V_3^i	Vektori u *i*-tom čvoru degeneriranog ljuskastog elementa
V_i	Globalni stupnjevi slobode

$\mathbf{v}$	Vektor stupnjeva slobode konačnog elementa
$\mathbf{V}_i$	Vektor stupnjeva slobode *i*-tog čvora
V	Volumen
x_i, y_i, z_i	Kartezijeve koordinate *i*-tog čvora konačnog elementa
$\boldsymbol{\alpha}$	Matrica funkcija u interpolacijskim polinomima
α	Kut, °
α_i, β_i	Rotacije u *i*-tom čvoru degeneriranog ljuskastog elementa, Stupnjevi slobode degeneriranog ljuskastog elementa
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tenzor deformacije
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Duljinske deformacije u Kartezijevom koordinatnom sustavu
ν	Poissonov faktor
ξ, η, ζ	Bezdimenzijske prirodne koordinate
ξ_i, η_i, ζ_i	Prirodne koordinate *i*-tog čvora konačnog elementa
$\mathbf{\Pi}$	Ukupna potencijalna energija
ρ	Gustoća, kg/m^3
D	Fleksijska krutost ploče ili ljuske
$N_X, N_\varphi, N_\upsilon$	Membranske sile, N
σ_f	Naprezanje uslijed savijanja, N/mm^2
σ_m	Membransko naprezanje, N/mm^2
$\mathbf{N}_s$	Matrica funkcije oblika za pomake na površini elementa
σ_e	Ekvivalentno naprezanje po van Misesovoj teoriji, N/mm^2
ε_e	Ekvivalentna deformacija po van Misesovoj teoriji
h	Debljina stijenke ljuske, mm
R	Polumjer ljuske, mm
H	Visina ljuske, mm
γ	Specifična težina tekućine
g	Ubrzanje Zemljine sile teže, m/s^2
M_0	Moment na mjestu uklještenja, Nm
Q_0	Poprečne sile na mjestu uklještenja, Nm
e_f	Fleksijski pomak
w_m	Membranski pomak, mm

α_m	Membranski kut zakreta
f_1 ,f_2, f_3, f_4	Eksponencijalno-trigonometrijske funkcije

1. UVOD

U ovom radu izvršena je analiza naprezanja, unutarnjih sila i pomaka spremnika za vino volumena 750 m^3 uz zadovoljavanje uvjeta čvrstoće i krutosti, te optimiranje konstrukcije spremnika s obzirom na utrošak materijala. Proračun je proveden metodom konačnih elemenata uz pomoć računalnog programskog paketa MSC.Nastran.

U drugom poglavlju pokazane su osnovne jednadžbe varijacijske formulacije metode konačnih elemenata. Nakon toga ukratko je izložena formulacija degeneriranih ljuskastih elemenata korištenih u ovom radu za modeliranje ljuskastih dijelova konstrukcije. Navedena su i svojstva četverokutnih osnovnih ljuskastih elemenata CQUAD 4, kao i osnovnih grednih elemenata CBAR 2, korištenih za modeliranje ukruta.

Treće poglavlje ukratko prikazuje problematiku konvergencije elemenata. Konvergencija četverokutnih izoparametarskih elemenata koji se upotrebljavaju pri diskretizaciji spremnika, pokazana je na primjeru cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom za koju je poznato analitičko rješenje.

Dimenzioniranje i optimiranje spremnika pokazano je u četvrtom poglavlju. U prvom koraku korišten je najjednostavniji način modeliranja spremnika gdje je debljina stijenke na cijelom području spremnika jednaka. Za spremnik koji je modeliran na ovaj način, a zadovoljio je potrebne kriterije čvrstoće i krutosti, masa je prevelika. Smanjenje mase spremnika bilo je moguće jedino smanjenjem debljine stijenke pa se pristupilo optimiranju debljine stijenke cilindričnog dijela spremnika. Smanjenjem debljine stijenke javila su se velika naprezanja uslijed lokalnog savijanja na spoju konstrukcije plašta spremnika i krova. Da bi se smanjila ova nepovoljna naprezanja, mjesto spoja cilindričnog dijela i krova ukrućeno je dodavanjem kružnog prstena po obodu cilindra te je obavljeno dimenzioniranje prstena s obzirom na kriterij čvrstoće. Primjenom ukrute prstenom još uvijek nije bio zadovoljen uvjet krutosti za krovni dio konstrukcije. U krajnjem koraku ovaj problem riješen je dodavanjem ojačanja sustavom radijalnih rebara na krov konstrukcije.

Rezultati dobiveni analizom odabrane konstrukcije prikazani su u petom poglavlju koje sadrži i neke teorijske osnove potrebne za proračun ljuskastih konstrukcija opterećenih vjetrom. Utjecaj vjetra pokazan je na konačnoj verziji spremnika. Privitak rada sadrži sklopni crtež spremnika.

2. METODA KONAČNIH ELEMENATA

2.1 Općenito o metodi konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, područje kontinuuma dijeli se na konačan broj podpodručja koja se nazivaju konačni elementi, pa se razmatrani kontinuum prikazuje kao mreža konačnih elemenata. Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi elementa koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. Uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, približavanje točnom rješenju raste s povećanjem broja elemenata. Prilikom izvođenja algebarskih jednadžbi polazi se od definicije jednadžbi koje opisuju stanje u elementu ili se rabi varijacijska formulacija. Nakon izvođenja jednadžbi za konačni element, gdje su nepoznanice neovisne varijable u čvorovima, odgovarajućim postupcima izvode se globalne jednadžbe za diskretizirani model. Pomoću izračunatih čvornih veličina moguće je, primjenom poznatih teorijskih relacija, odrediti sve veličine potrebne za analizu opisanoga kontinuiranog sustava.

Razvoj računala omogućio je uvođenje metode konačnih elemenata u svakodnevnu inženjersku praksu te izbjegavanje mukotrpnoga ručnog računanja. Metoda konačnih elemenata ne bi se mogla primjenjivati bez današnjih računala koja omogućavaju rješavanje velikih sustava jednadžbi čije je rješavanje neophodno prilikom primjene metode konačnih elemenata. Osim skraćivanja vremena potrebnog za izradu proračuna, primjenom metode konačnih elemenata moguće je u vrlo kratkom roku napraviti i veliki broj eksperimenata, što omogućuje dodatnu uštedu vremena, ali i izradu bolje optimiranih konstrukcija.

U vremenu kad se količina prirodnih resursa svakim danom smanjuje, od velike je važnosti i optimiranje količine materijala potrebnog za izradu konstrukcije.

Većina onoga što prosječni inženjer korisnik mora znati o konačnim elementima

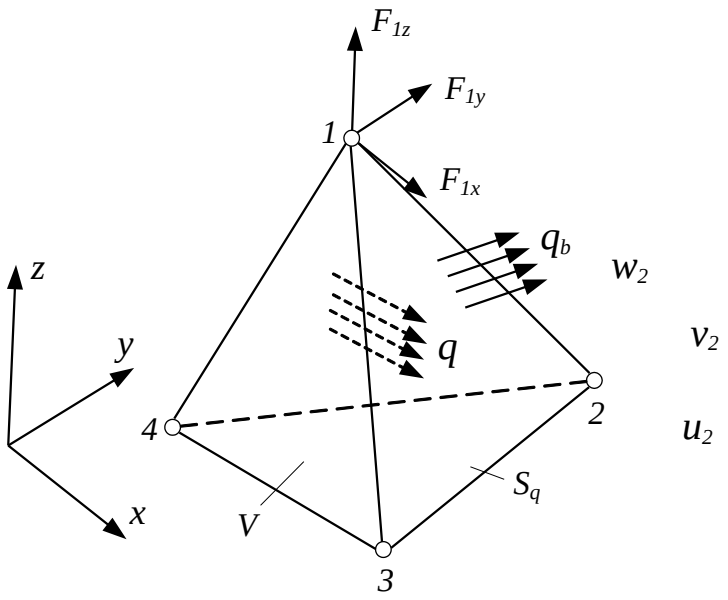
jest da je to skup elemenata povezanih u prostoru određenim brojem točaka, koji mogu opisati razne oblike. U određenim točkama zadani su uvjeti pomaka i sila. U većini slučajeva posao inženjera korisnika svodi se na odabir pogodnog elementa i navođenje računala ili automatskog umreživača da odabrane elemente spoji u suvislu simulaciju.
Prilikom rada inženjer mora moći prepoznati koje detalje je potrebno uključiti u simulaciju, a koje je moguće sa sigurnošću zanemariti (kao npr. rupe, spone, ukrute i sl.)
Dizajn elemenata utječe na tijek proračuna na posredan način, preko svog utjecaja na trošak analize i na točnost rezultata. S obzirom da svi elementi nemaju jednaka svojstva, njihov utjecaj na točnost rezultata je različit. Isto tako isti elementi nemaju jednaku točnost za različite probleme.

2.1.1 Osnovne pretpostavke o konačnim elementima

Najjednostavniji način za definiranje pojma "konačni elementi" je predstavljanjem skupa određenih pravila koje taj pojam mora zadovoljiti.
Pretpostavke, odnosno pravila koje konačni elementi moraju zadovoljiti su sljedeće:

1. Svaki konačni element popunjava pravilno definirano mjesto u prostoru i predstavlja sve relevantne zakone fizike unutar toga prostora. Svaki element koji zadovoljava ovaj uvjet je nezavisan.
2. Dva konačna elementa djeluju jedan na drugi samo preko zajedničkih vrijednosti konačnog skupa varijabli definiranih na zajedničkim granicama.
3. U unutrašnjosti konačnog elementa, odzivne varijable (kao što su pomak, naprezanje i deformacije) variraju s obzirom na funkciju koja je odabrana od strane dizajnera konačnog elementa za određenu varijablu.

2.2 Varijacijska formulacija metode konačnih elemenata



Slika 2.1 Osnovni tetraedarski konačni element

Element je po volumenu **V** opterećen silama koje su opisane vektorom **q**. Na površini $\mathbf{S_q}$ djeluje opterećenje $\mathbf{q_b}$, a u čvorovima djeluju koncentrirane sile prikazane vektorom **F**. Pretpostavlja se da u elementu vlada početno stanje deformacije $\boldsymbol{\varepsilon_0}$. ukupna potencijalna energija za prikazani element dana je relacijom :

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}\,\mathrm{d}V - \int_V \mathbf{u}^T\mathbf{q}\,\mathrm{d}V - \int_{Sq} \mathbf{u}_S^T\mathbf{q}_b\,\mathrm{d}S - \mathbf{v}^T\mathbf{F}$$

gdje prvi član izraza opisuje potencijalnu energiju elastičnog deformiranja u slučaju linearno-elastičnog materijala, drugi član opisuje potencijalnu energiju vanjskih volumenskih sila, a treći član potencijalnu energiju zadanih površinskih sila $\mathbf{q_b}$. Potencijalnu energiju koncentriranih sila koje djeluju u čvorovima elemenata opisuje posljednji član $\mathbf{v^T F}$.

Element je u ravnoteži kad je varijacija ukupne potencijalne energije jednaka nuli

$$\delta\pi = \int_V \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}\,\mathrm{d}V - \int_v \delta\mathbf{u}^T\mathbf{q}\,\mathrm{d}V - \int_{S_q} \delta\mathbf{u}_S^T\mathbf{q}_b\,\mathrm{d}S - \delta\mathbf{v}^T\mathbf{F} = 0 \ ,$$

pri čemu pomaci u elementu moraju biti jednoznačne i kontinuirane funkcije koje zadovoljavaju kinematičke relacije

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{u},$$

te rubni uvjet pomaka za opterećenu površinu S_q

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{R}_u \mathbf{u} \ ,$$

gdje je **D** matrica elastičnosti, $\mathbf{D_k}$ kinematički diferencijalni operator, **R** globalni vektor ukupnih čvornih sila, a **u** vektor pomaka.

Raspodjela pomaka u elementu opisana je pomoću funkcija oblika

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{v} \ .$$

Uvrštavanjem funkcije oblika u rubne uvjete $\mathbf{u}_s$ dobivaju se pomaci na rubu u ovisnosti o pomacima u čvorovima

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{R}_u \mathbf{N}\mathbf{v} = \mathbf{N}_s \mathbf{v},$$

gdje je

$$\mathbf{N}_S = \mathbf{R}_u \mathbf{N}$$

matrica funkcija oblika za pomake na površini elementa. Raspodjela deformacije u elementu izračunava se prema formuli

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{N}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{v} \ .$$

Jednadžba konačnog elementa

$$\mathbf{k}\,\mathbf{v} = \mathbf{r}$$

možemo napisati u obliku

$$\mathbf{k}\,\mathbf{v} = \mathbf{F}_{\varepsilon_0} + \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_S + \mathbf{F} \ ,$$

gdje je matrica krutosti

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}\mathbf{B}\,\mathrm{d}V \ .$$

$\mathbf{F}_{\varepsilon_0}$ je vektor sila koje su posljedica početnih deformacija u elementu

$$\mathbf{F}_{\varepsilon_0} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_0 \,\mathrm{d}V, \ \mathbf{F}_V \ \text{i} \ \mathbf{F}_S,$$

$\mathbf{F}_V$ su vanjske sile poradi vanjskog volumena i površinskog opterećenja

$$\mathbf{F}_V = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q}\,\mathrm{d}V \ ,$$

$$\mathbf{F}_S = \int_{S_q} \mathbf{N}_S^T \mathbf{q}_b \,\mathrm{d}S \ .$$

Iz toga se lako zaključuje da je

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}_{\varepsilon_0} + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_S + \mathbf{F}.$$

2.3 Izoparametarski konačni elementi

Kako su prilikom rješavanja diplomskog zadatka korišteni izoparametarski ljuskasti četverokutni elementi, u nastavku teksta bit će ukratko prikazani neki zajednički principi na kojima se temelje svi izoparametarski elementi [1] i [2].

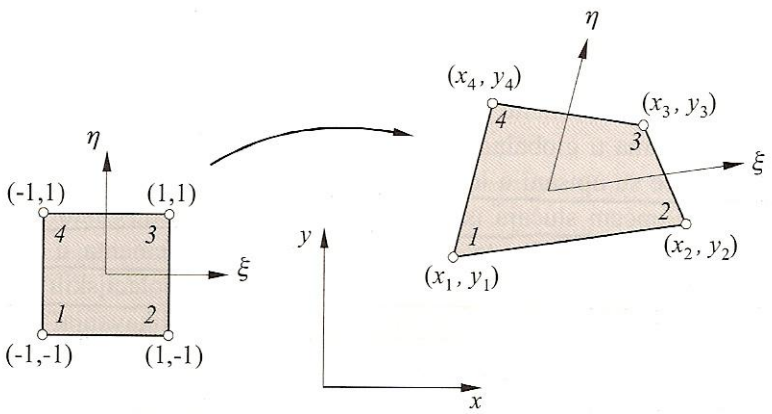
Kako se u praksi često javljaju slučajevi da su površine zakrivljenog i nepravilnog oblika, pokazala se potreba za uvođenjem elemenata nepravilnog oblika koji omogućuju znatno bolje modeliranje složenih geometrija u odnosu na elemente pravilnih geometrijskih oblika. Naime, elementi izrazito pravilnog oblika (trokut, pravokutnik, prizma, tetraedar), nisu pogodni za točno opisivanje zakrivljenih geometrija, tj. potreban je veliki broj ovakvih elemenata da bi se nepravilna geometrija opisala sa dovoljnom točnošću. Povećanjem broja elemenata povećava se i broj jednadžbi, što produljuje vrijeme proračuna.

Elemente osnovnih geometrijskih oblika moguće je preslikati, iz lokalnog koordinatnog sustava u različite nepravilne geometrijske oblike s ravnim ili zakrivljenim stranicama u globalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu. Osnovni elementi najčešće su opisani u lokalnim prirodnim koordinatama koje se nakon preslikavanja u općem slučaju iskrivljuju, tj. više nisu međusobno okomite ili prelaze u krivocrtne koordinate. Pritom je geometrija elementa u globalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu opisana pomoću interpolacijskih funkcija u prirodnim koordinatama. Ako je polje pomaka u elementu opisano pomoću istih interpolacijskih funkcija kao i geometrija elementa, elemente nazivamo *izoparametarskim konačnim elementima*.

2.3.1 Dvodimenzijski elementi

Izoprametarski konačni elementi prikazani su ovdje na primjeru osnovnog četverokutnog dvodimenzijskog elementa, čije osnovne relacije su navedene dolje, a detaljni opis se nalazi u [1].

Preslikavanjem izvornog ili referentnog elementa (kvadratni element čiji su vrhovi opisani jediničnim koordinatama) u Kartezijev globalni koordinatni sustav moguće je dobiti proizvoljan četverokutni element (slika 2.2). Ako izvorni element ima više čvorova duž stranica, moguće je ravne prirodne koordinate ξ, η preslikati u krivocrtne koordinate u globalnom koordinatnom sustavu koje opisuju element sa zakrivljenim stranicama.



Slika 2.2 Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokutni [1]

Relacije koje povezuju prirodne i globalne Kartezijeve koordinate dane su izrazima:

$$x = \sum_{i=1}^{4} N_i(\xi,\eta) x_i ,$$

$$y = \sum_{i=1}^{4} N_i(\xi,\eta) y_i ,$$

gdje su x_i i y_i Kartezijeve koordinate i-tog čvora, ε i η prirodne koordinate, a $N_i(\xi,\eta)$ interpolacijska funkcija oblika za čvor i dana izrazom $N_i(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)$. Za nju vrijedi da je $N_i(\xi_i, \eta_i)=1$ i $N_i(\xi_i, \eta_i)=0$ za $j \neq i$.

Polje pomaka opisuje se pomoću istih interpolacijskih funkcija na sljedeći način:

$$u = \sum_{i=1}^{4} N_i(\xi,\eta)u_i \ ,$$

$$v = \sum_{i=1}^{4} N_i(\xi,\eta)v_i \ ,$$

gdje su u i v komponente pomaka u pravcu globalnih kartezijevih koordinatnih osi, a u_i i v_i pomaci su u i-tom čvoru konačnog elementa.

Interpolacijske funkcije za izoparametarske elemente možemo općenito zapisati i u matričnom obliku kao:

$$\mathbf{N_i} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}_i \ .$$

Za četverokutne elemente prvoga reda (CQUAD4)

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi\eta \end{bmatrix},$$

a $\mathbf{a}_i$ je stupac u matrici koeficijenta $\mathbf{a}$, koja za CQUAD4 element glasi:

$$\mathbf{a}_i = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad .$$

2.4 Matrica deformacija - pomak

Računanje matrice krutosti na osnovi teorije elastičnosti provodi se na sljedeći način:

1. prvo se definira matrica deformacija – pomak $\mathbf{B}$ pomoću izraza

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{v}$$

gdje je $\boldsymbol{\varepsilon}$ tenzor deformacije, a $\mathbf{v}$ vektor stupnjeva slobode konačnog elementa

2. nakon toga potrebno je provesti integraciju po volumenu elementa da bi se izračunala matrica krutosti elementa

$$\mathbf{K} = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d}V \ .$$

Relaciju za $\boldsymbol{\varepsilon}$ možemo zapisati i na sljedeći način

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_i \mathbf{B}_i \mathbf{v}_i \ ,$$

gdje je $\mathbf{v}_i^T = \begin{bmatrix} u_i & v_i \end{bmatrix}$ vektor pomaka u i-tom čvoru, a $\mathbf{B}_i$ pripadna matrica međusobne ovisnosti deformacija u elementu i pomaka u čvorovima.

Pomoću tako zapisanog izraza za $\boldsymbol{\varepsilon}$ dobiva se relacija za ij-ti dio matrice krutosti

elementa

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{V_e} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j \, \mathrm{d}V \, ,$$

gdje je **D** matrica elastičnosti.

Komponente tenzora deformacije za linearne dvodimenzijske probleme definirane su kao

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} .$$

Kako se kod izoparametarskih elemenata polje pomaka opisuje pomoću parametarskih koordinata ξ, η, uz izraz za pomak $u = \sum N_i u_i$, dobiva se za komponentu ε_x sljedeći izraz:

$$\varepsilon_x = \sum_i N_{i,x} u_i = \sum_i \left(N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) u_i \ .$$

Nakon transformacije ostalih komponenata deformacije na sličan način dobiva se

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \sum_i \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \sum_i \mathbf{B}_i \, \mathbf{v}_i \, ,$$

gdje su derivacije funkcija oblika dane izrazima:

$$N_{i,x} = N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \, ,$$

$$N_{i,y} = N_{i,\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + N_{i,\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \ .$$

Da bi se dobile potrebne derivacije prirodnih koordinata $\dfrac{\partial \xi}{\partial x}, \dfrac{\partial \xi}{\partial y}, \dfrac{\partial \eta}{\partial x}, \dfrac{\partial \eta}{\partial y}$, potrebno je prvo definirati tzv. Jacobijevu matricu koja za dvodimenzijske elemente glasi

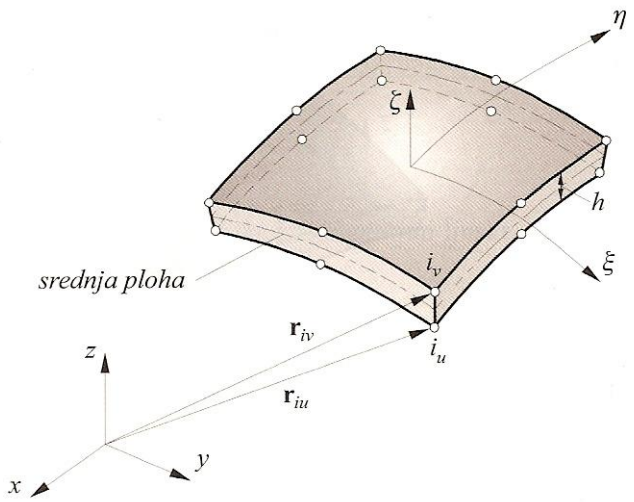
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} .$$

Inverz matrice **J** sadržava potrebne derivacije

$$\mathbf{J}^{-1}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \xi}{\partial x} & \dfrac{\partial \eta}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \xi}{\partial y} & \dfrac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

2.5 Degenerirani ljuskasti elementi

U ovom poglavlju ukratko je prikazana teorija degeneriranih ljuskastih elemenata, pri čemu su osnovne jednadžbe preuzete su iz [1] i [2]. Elementi korišteni prilikom diskretizacije modela spremnika su ravni pločasti elementi za koje se formulacija izvodi na sličan način.



Slika 2.3 Trodimenzijski ljuskasti element [1]

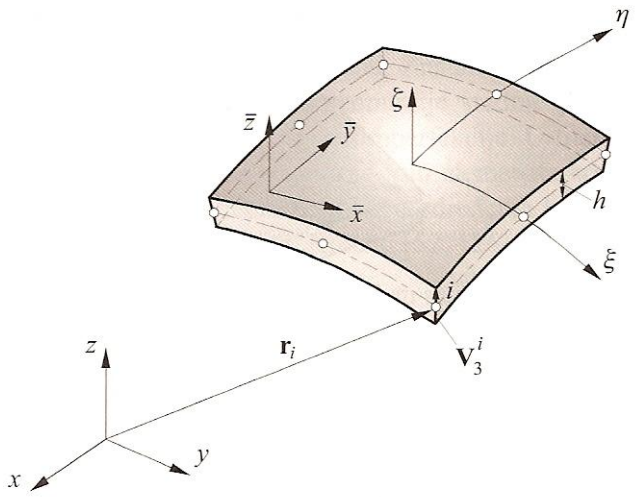
Degenerirani ljuskasti elementi izvode se iz trodimenzijskih izoparametarskih elemenata uvođenjem pretpostavki da normale na srednju plohu ljuske nakon deformiranja ostaju ravne, ali ne i okomite, te da vlakna u pravcu normale ne mijenjaju duljinu. Tako je ljuskasti kontinuum moguće opisati s čvorovima na unutarnjoj i na vanjskoj plohi, prema slici 2.3. Budući da su pomaci u pravcu normale jednaki, svakom paru čvorova po debljini trodimenzijskog elementa pridruženo je 5 stupnjeva slobode [1]. Također se pretpostavlja da su komponente naprezanja u pravcu normale na srednju plohu jednake nuli. U skladu s izoparametarskom formulacijom, geometrija elemenata opisana je u Kartezijevu koordinatnom sustavu u obliku

$$x = \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1+\xi}{2}x_{iu} + \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1-\xi}{2}x_{iv} \ ,$$

$$y = \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1+\xi}{2}y_{iu} + \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1-\xi}{2}y_{iv} \ ,$$

$$z = \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1+\xi}{2}z_{iu} + \sum N_i(\xi,\eta)\frac{1-\xi}{2}z_{iv} \ ,$$

gdje su ξ i η bezdimenzijske prirodne koordinate na srednjoj plohi ljuske, koje su u općem slučaju zakrivljene. Treća koordinata ζ je ravna koordinata duž debljine ljuske koja se ne mora poklapati s vektorom normale, a često je samo približno okomita na srednju plohu. $N_i(\xi, \eta)$ su dvodimenzijske interpolacijske funkcije, a x_{iu}, y_{iu}, z_{iu}, x_{iv}, y_{iv}, z_{iv} su koordinate čvorova na unutarnjoj i vanjskoj plohi ljuske.



Slika 2.4 Ljuskasti elementa sa čvorovima na srednjoj plohi [1]

Geometrija elemenata može se opisati pomoću koordinata čvorova na srednjoj plohi x_i, y_i, z_i i vektora $\mathbf{V}_3^i$ u pravcu koordinate ζ na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum N_i(\xi,\eta)\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \frac{\zeta}{2}\sum N_i(\xi,\eta)\begin{bmatrix} V_{3x}^i \\ V_{3y}^i \\ V_{3z}^i \end{bmatrix} ,$$

gdje su $V_{3x}^i, V_{3y}^i, V_{3z}^i$ komponente vektora $\mathbf{V}_3^i$ u pravcu Kartezijevih koordinata *x, y, z*, a mogu se prikazati pomoću koordinata čvorova na vanjskoj i na unutarnjoj plohi

$$\begin{bmatrix} V_{3x}^i \\ V_{3y}^i \\ V_{3z}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{iv} \\ y_{iv} \\ z_{iv} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{iu} \\ y_{iu} \\ z_{iu} \end{bmatrix} .$$

Gornja relacija može se napisati u obliku $\mathbf{V}_3^i = \mathbf{r}_{iv} - \mathbf{r}_{iu}$, gdje su $\mathbf{r}_{iv}$ i $\mathbf{r}_{iu}$ vektori položaja čvorova na vanjskoj i na unutarnjoj plohi.

Koordinate čvorova na srednjoj plohi su

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} x_{iu} \\ y_{iu} \\ z_{iu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{iv} \\ y_{iv} \\ z_{iv} \end{bmatrix} \right).$$

Jedinični vektor u pravcu koordinate ζ jednak je $\mathbf{e}_{i3} = \dfrac{\mathbf{V}_3^i}{\left\| \mathbf{V}_3^i \right\|}$.

Jedinični vektori $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ u pravcu su Kartezijevih koordinata x, y, z. Vektor $\mathbf{e}_{i3}$ može se prikazati pomoću kosinusa smjera

$$\alpha_{3x}^i = \cos < \left(\mathbf{e}_{i3}, \mathbf{e}_x\right),$$

$$\alpha_{3y}^i = \cos < \left(\mathbf{e}_{i3,} \mathbf{e}_y\right),$$

$$\alpha_{3z} = \cos < \left(\mathbf{e}_{i3}, \mathbf{e}_z\right),$$

pa se geometrija elemenata može aproksimirati kao

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \sum N_i(\xi,\eta) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \frac{\zeta}{2} \sum N_i(\xi,\eta) h_i \begin{bmatrix} a_{3x}^i \\ a_{3y}^i \\ a_{3z}^i \end{bmatrix}.$$

U skladu s gore navedenim pretpostavkama o deformiranju, polje pomaka u ljuskastom kontinuumu moguće je opisati pomoću pomaka u čvorovima na srednjoj plohi i kutova zaokreta $\mathbf{V}_3^i$.

Komponente naprezanja definirane su u lokalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, gdje je $\bar{z}$ normala na srednju plohu. Komponenate deformacije ljuske u lokalnom koordinatnom sustavu definirane su na sljedeći način

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}$$

$$\varepsilon_{\bar{y}} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}$$

$$\gamma_{\bar{x}\bar{y}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}$$

$$\gamma_{\bar{x}\bar{z}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}}$$

$$\gamma_{\bar{y}\bar{z}} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}},$$

gdje su $\varepsilon_{\bar{x}}$, $\varepsilon_{\bar{y}}$, $\varepsilon_{\bar{y}}$ komponente deformacije ljuske, a $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ komponente pomaka u lokalnom koordinatnom sustavu.

Prema teoriji o savijanju ploča, pretpostavlja se da pomaci linearno variraju sa udaljenošću od srednje plohe. Prema tome raspodjela pomaka $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ po debljini elementa je

$$\bar{u} = \overline{u_0} - \frac{\zeta t}{2}\alpha$$

$$\bar{v} = \overline{v_0} - \frac{\varsigma t}{2}\beta$$

$$\bar{w} = \overline{w_0},$$

gdje su $\overline{u_0}, \overline{v_0}, \overline{w_0}$ pomaci na srednjoj plohi, α i β rotacije normale na srednju plohu, a t je debljina stijenke ljuske.

2.6 Osnovni elementi iz programskog paketa MSC.Nastran

2.6.1 Jednodimenzijski elementi

Jednodimenzijski elementi, poznati i kao linijski elementi, koriste se za modeliranje ponašanja štapova i greda. Štapni elementi podržavaju vlačno i tlačno naprezanje, te naprezanje na uvijanje, ali ne i naprezanje na savijanje. Za razliku od štapnih elemenata, gredni elementi podržavaju naprezanje na savijanje.

U programskom paketu MSC. Nastran pojavljuje se dodatna razlika između tzv. „jednostavnih“ i „kompleksnih“ greda. Jednostavne grede modeliraju se uz pomoć CBAR elemenata koji imaju jednolika svojstva poprečnog presjeka. Pored jednolikog poprečnog presjeka kod CBAR elemenata neutralna je os koincidentna sa težištem poprečnog presjeka, pa ovaj tip elementa nije povoljan za modeliranje debelih savijenih greda. Kompleksne grede modeliraju se uz pomoć CBEAM elemenata, koje posjeduju sve mogućnosti CBAR elemenata uz različita dodatna svojstva. Za razliku od CBAR elemenata koji ne dozvoljavaju promjenu presjeka, CBEAM elementi mogu biti i promjenjivog poprečnog presjeka smicanja, a podudaranje neutralne osi i centra poprečnog presjeka također nije potrebno.

2.6.2 Jednostavni gredni elementi – CBAR

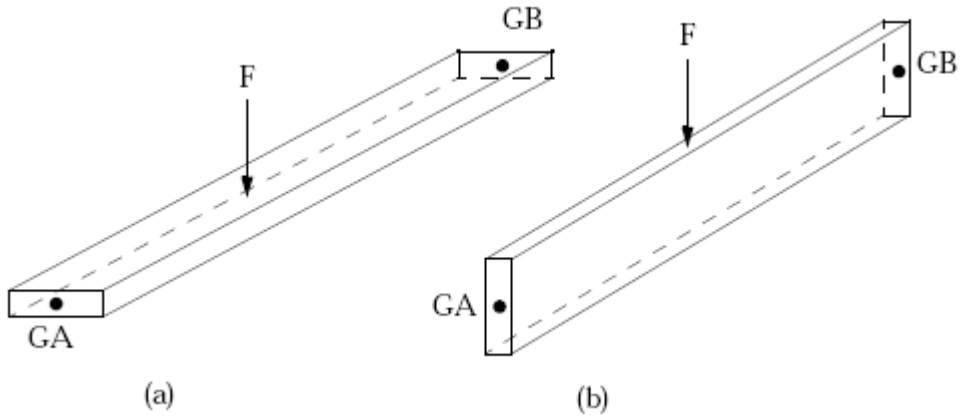
CBAR element predstavlja gredu za opću upotrebu koja podržava vlačno i tlačno naprezanje, uvijanje, savijanje u dvije okomite ravnine i smično naprezanje u dvije okomite ravnine. Sastoji se od dva čvora, te može osigurati krutost za svih 6 stupnjeva slobode svakog pojedinog čvora. Komponente pomaka za svaki čvor su tri translacije u smjeru koordinatnih osiju i tri odgovarajuće rotacije.
Karakteristike i ograničenja za CBAR elemente su:

- Njihova formulacija proizašla je iz klasične teorije za grede
- Moraju biti ravni i prizmatični (poprečni presjek ne može varirati po dužini)
- Centar poprečnog presjeka i neutralna os moraju biti koincidentne
- Različita poprečna svojstva su uključena
- Glavne osi tromosti ne trebaju se poklapati sa osima elementa
- Neutralne osi mogu biti odmaknute od čvorova, što je vrlo korisno prilikom modeliranja ukruta za ploče i sl.)

2.6.3 Koordinatni sustav CBAR elemenata

Kod korištenja CBAR elemenata u programskom paketu MSC. Nastran potrebno je ispravno definirati lokalni koordinatni sustav elementa. Naime, svi aksijalni momenti tromosti, definirani su preko koordinatnog sustava elementa, što stvara probleme prilikom modeliranja, odnosno orijentacije elementa u prostoru.

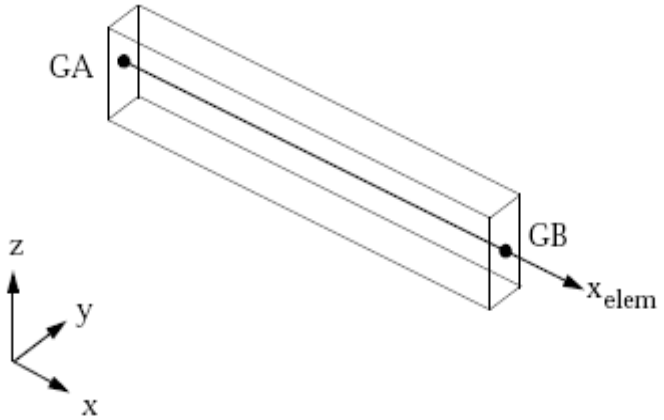
Ako za primjer uzmemo istovjetnu pravokutnu gredu, ali sa različitom orijentacijom poprečnog presjeka dobivamo dva bitno različita rješenja (slika 2.5). Iako su grede na slici 2.5 pod a) i b) fizikalno potpuno identične, njihova različita orijentacija bitno mijenja mogućnost opterećenja. Iz ovog razloga jako je bitno da gredni element bude pravilno orijentiran.



Slika 2.5 Dvije orijentacije iste grede [2]

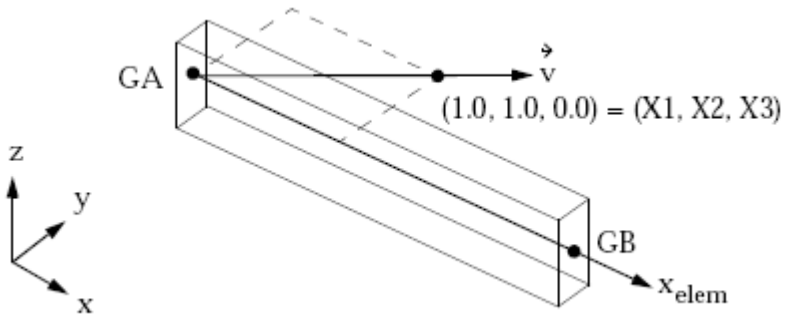
Na sljedećim slikama opisan je koordinatni sustav elementa:

- *x* os elementa automatski je definirana kao smjer od točke GA prema točki GB (slika 2.6)



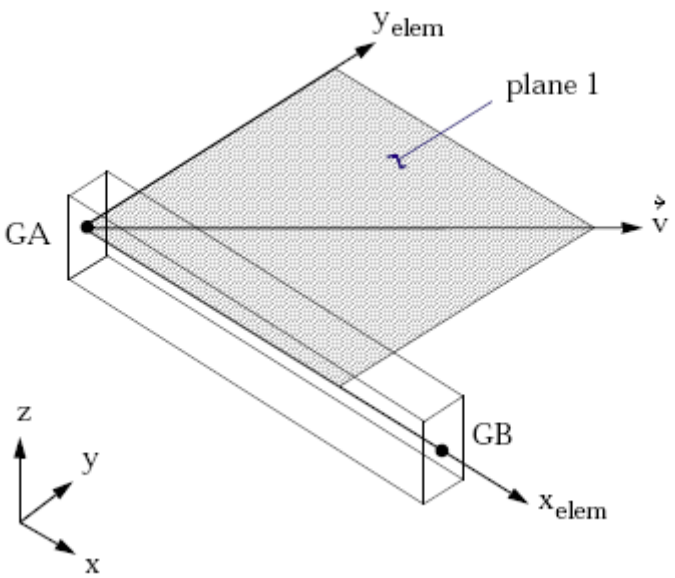
Slika 2.6 Definiranje osi x za CBAR elemente [2]

- Slika 2.7 prikazuje odabir orijentacijskog vektora grede **v**
  Vektor **v** počinje u točki GA i sadržava točku ($X1$, $X2$, $X3$)



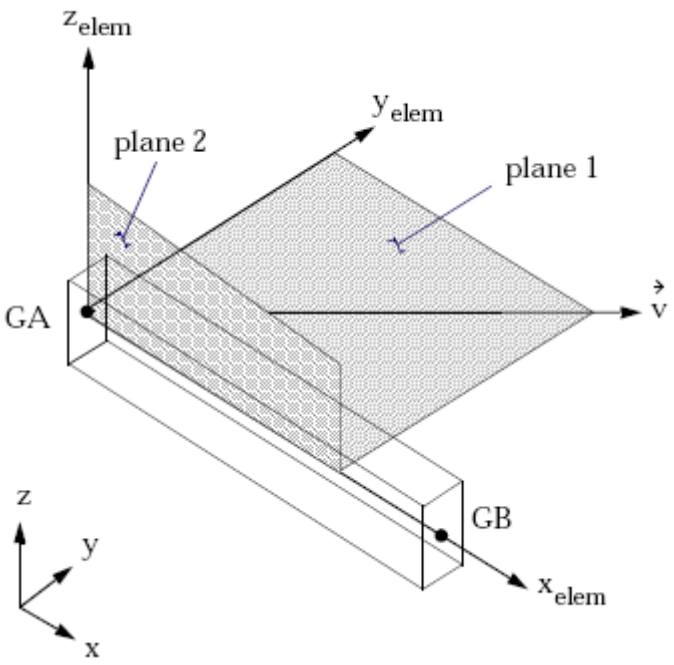
Slika 2.7 Orijentacijski vektor za CBAR element [2]

- Slika 2.8 prikazuje ravninu nastalu između *x* osi elementa i orijentacijskog vektora **v.** *y* os elementa leži u poluravnini ravnine 1 u kojoj se nalazi i vektor **v** i okomita je na *x* os elementa



Slika 2.8 Ravnina između osi x i orijentacijskog vektora [2]

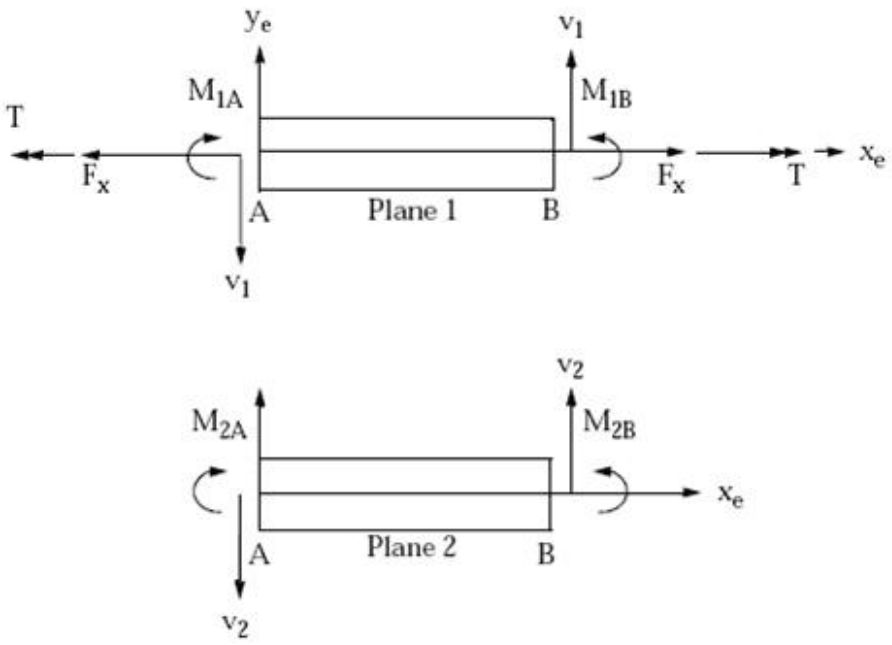
- Slika 2.9 prikazuje ravninu 2 koja je okomita na ravninu 1. Os *z* elementa formirana je poprečnim presjekom ravnina 1 i 2.



Slika 2.9 Formiranje osi z za CBAR element [2]

2.6.4 Sile i naprezanja CBAR elemenata

Proračun i ispis sila i naprezanja za CBAR elemente provodi se u koordinatnom sustavu elementa. Slika 2.10 prikazuje sile u CBAR elementu. V_1 i M_1 predstavljaju smičnu silu i moment savijanja koji djeluju u ravnini 1, a V_2 i M_2 predstavljaju smičnu silu i moment savijanja koji djeluju u ravnini 2.



Slika 2.10 Sile i momenti u CBAR elementu [2]

2.6.5 Dvodimenzijski elementi

Dvodimenzijski elementi, poznati kao i plošni elementi, u paketu MSC Nastran pripadaju grupi konačnih elemenata koji se koriste kod konstrukcija gdje je debljina zanemarivo mala naspram drugih dimenzija. Elementi SHELL iz te grupe mogu se koristiti za modeliranje ravnih ploča, ali i za modeliranje ljuskastih konstrukcija sa jednim radijusom zakrivljenosti (npr. cilindrične ljuske) ili sa dva radijusa zakrivljenosti (npr. sferne ljuske).

Kod čvorova ljuskastih elemenata, uvjeti krutosti postoje za pet od mogućih šest stupnjeva slobode po čvoru, naime, krutost vezana za os rotacije koja je normalna na plohu ploče nije definirana. U ovom slučaju potrebno je ograničiti ovaj rotacijski

stupanj slobode da bi se spriječila pojava singularnosti u matrici krutosti elementa.

Kod linearne analize tankih ljusaka, pločasti elementi u MSC.Nastran-u ponašaju se prema pretpostavkama klasične teorije ponašanja tankih ploča:

- Pod tankim ljuskama podrazumijevaju se one ljuske kod kojih je debljina zanemariva u odnosu na ostale dvije dimenzije
- Progib srednje plohe ljuske malen je u usporedbi sa njezinom debljinom
- Normale na srednju plohu ostaju okomite tijekom savijanja

MSC.Nastran koristi dva različita oblika ljuskastih izoparametarskih elemenata (trokutni i četverokutni) i dva različita stanja naprezanja (membransko i naprezanje na savijanje).

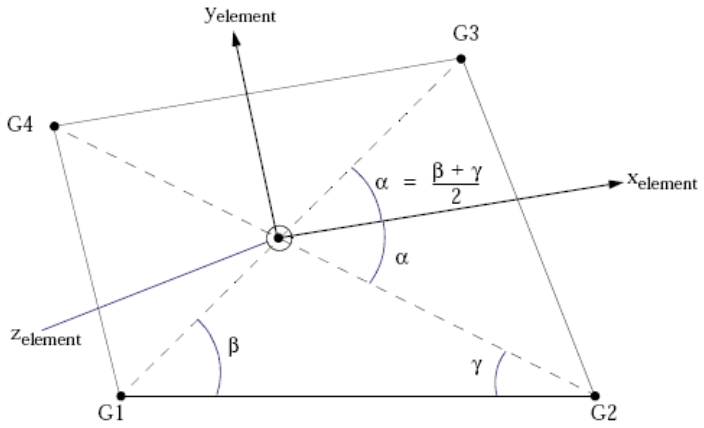
Svaki od ovih elemenata razlikuje se po definiranim ulaznim podacima:

- CTRIA3 – izoparametarski trokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti
- CTRIA6 - izoparametarski trokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti i opcionalnim čvorovima po sredini stranica
- CTRIAR – izoparametarski elementi bez mogućnosti spajanja savojne i membranske krutosti
- CQUAD4 - izoparametarski četverokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti
- CQUAD8 - izoparametarski četverokutni element sa proizvoljnim spajanjem savojne i membranske krutosti i opcionalnim čvorovima po sredini stranica
- CQUADAR – izoparametarski četverokutni element bez mogućnosti spajanja savojne i membranske krutosti

Kako su prilikom diskretizacije modela spremnika korišteni elementi CQUAD4 u daljnjem tekstu biti će spomenuta samo njihova svojstva.

2.6.6 Četverokutni pločasti elementi (CQUAD4)

CQUAD4 pločasti elementi su četverokutni ravni elementi sa četiri čvora u vrhovima elementa i jedni su od najčešće korištenih elemenata u MSC.Nastran-u za modeliranje ploča, ljuski i membrana. Na slici je prikazan četverokutni ljuskasti element zajedno sa svojim koordinatnim sustavom. (slika 2.11)



Slika 2.11 Koordinatni sustav *CQUAD4* elementa [2]

Unutrašnje sile i momenti koje je moguće dobiti uz pomoć CQUAD4 elemenata su:

F_x, F_y - membranske sile (po jedinici duljine)

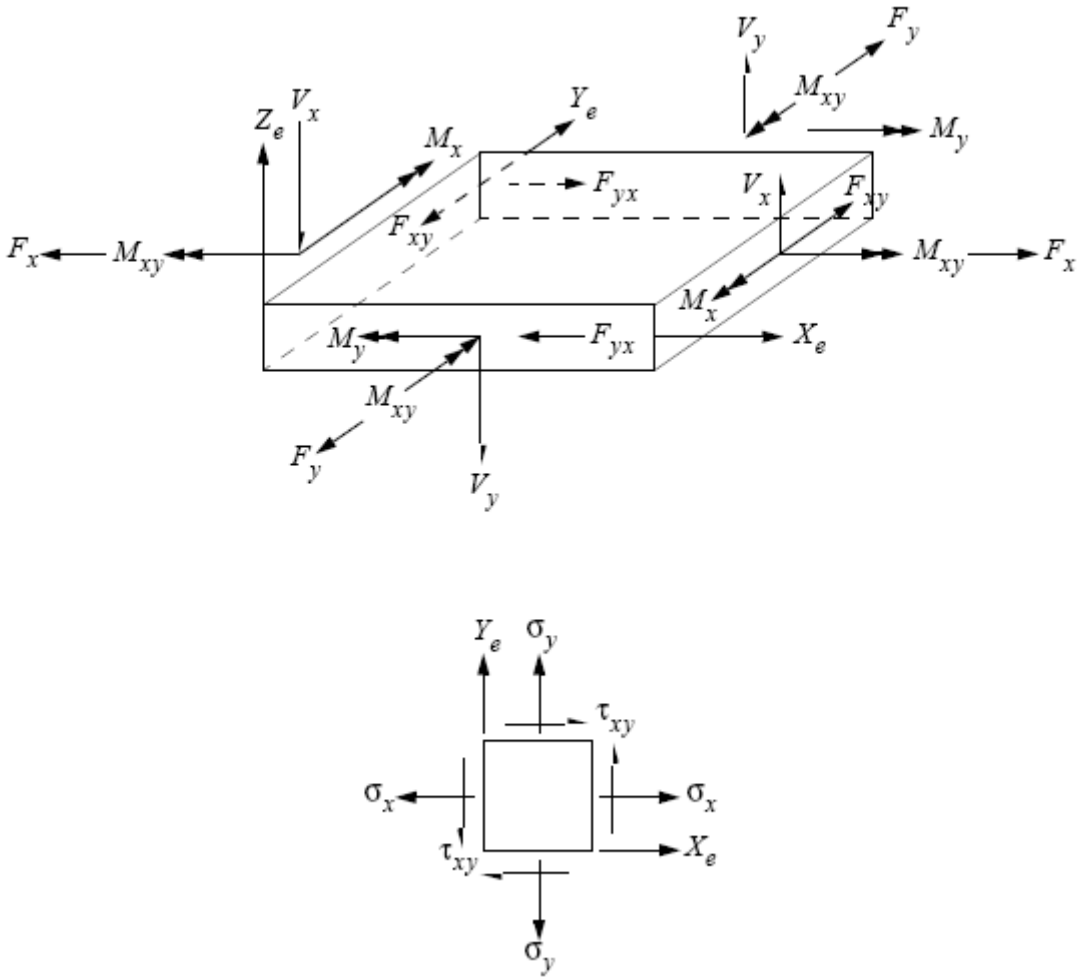
F_{xy} - smične membranske sile (po jedinici duljine)

M_x, M_y - momenti savijanja (po jedinici duljine)

M_{xy} - moment uvijanja (po jedinici duljine)

V_x, V_y - poprečne smične sile (po jedinici duljine)

Na slijedećoj slici definirane su unutarnje sile i momenti u CQUAD4 elementu (Slika 2.11):



Slika 2.11 Unutarnje sile, momenti i naprezanja u CQUAD4 elementu [2]

Sile i momenti za CQUAD4 elemente računaju se u težištu elementa, dok se naprezanja računaju na udaljenosti Z_1 i Z_2 od referentne ravnine elementa.

Osim sila i momenata za pločaste elemente moguće je direktni izračunati slijedeća naprezanja (naprezanja se izračunavaju koordinatnom sustavu elementa) :

- σ_x, σ_y normalno naprezanje u *x* i *y* smjeru
- τ_x, τ_y smično naprezanje na stranici *x* u smjeru *y*
- kut između osi *x* i glavne osi naprezanja
- minimalno i maksimalno glavno naprezanje
- ekvivalentno von Mises-ovo naprezanje

Ekvivalentno von Mises-ovo naprezanje definirano je kao:

$$\sigma_e = \left\{ \frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + 3\tau_{xy}^2 \right\}^{\frac{1}{2}},$$

dok je ekvivalentna deformacija po von Mises-u definirana pomoću sljedećeg niza:

$$\varepsilon_e = \left[\frac{4}{9} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y) + \frac{1}{3} \gamma_{xy}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad ,$$

gdje su ε_x, ε_y, γ_{xy} komponente deformacije.

3. ISPITIVANJE KONVERGENCIJE ELEMENATA IZ PROGRAMSKOG PAKETA MSC.NASTRAN

Cilj metode konačnih elemenata je da se rješenja što više približe vrijednostima koje točno opisuju razmatrani problem. S povećanjem broja elemenata, numerička rješenja moraju se približavati točnim vrijednostima. Kako bi se približavanje ostvarilo potrebno je da interpolacijska funkcija zadovoljava određene uvjete. Ovisno o konačim elementima i njihovoj formulaciji približavanje točnom rješenju može biti monotono i nemonotono. Da bi konvergencija bila monotona potrebno je da interpolacijske funkcije mogu opisati pomake krutog tijela i polje konstantne deformacije. Uz to moraju biti zadovoljeni svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata. Detaljnu formulaciju metode konačnih elemenata moguće je naći u [1].

Konvergenciju izoparametarskih elemenata moguće je postići ako su elementi dopuštenih geometrijskih oblika, što znači da nisu jako iskrivljeni, tj. distordirani. Poznato je da je prilikom usitnjavanja mreže u područjima s većim gradijentom naprezanja, distorziju elementa teško izbjeći. U slučaju jednolike mreže, brzina konvergencije u velikoj mjeri ovisi i o stupnju potpunosti interpolacijskih polinoma. Može se zaključiti da se elementi razlikuju po većoj ili manjoj osjetljivosti na promjenu geometrijskog oblika. Ta osjetljivost posebni dolazi do izražaja pri gruboj diskretizaciji. Kao jedan od načina za dokazivanje konvergencije određenog elementa može poslužiti tzv. „Patch test“.

3.1 Cilindrični spremnik opterećen hidrostatskim tlakom

3.1.1 Primjer zadatka za pokazivanje konvergencije četverokutnih elemenata

Cilindrična ljuska polumjera R, visine H i debljine stijenke h=1mm ispunjena je tekućinom specifične težine γ. Cilindrična stijenka ukliještena je na dnu. Potrebno je odrediti: poprečnu silu Q_0, moment savijanja M_0 na mjestu uklještenja, raspodjelu radijalnog pomaka w u smjeru osi z po visini cilindra te cirkularno naprezanje σ_φ na srednjoj plohi.

Zadano:

E = 210000 N/mm^2

ν=0.3

ρ=1000 kg/m^3

h=1 mm

R=100h

H=100h

gdje su:

E - modul elastičnosti čelika, (N/mm^2)

ν- Poissonov koeficijent čelika

ρ- gustoća tekućine, (kg/m^3)

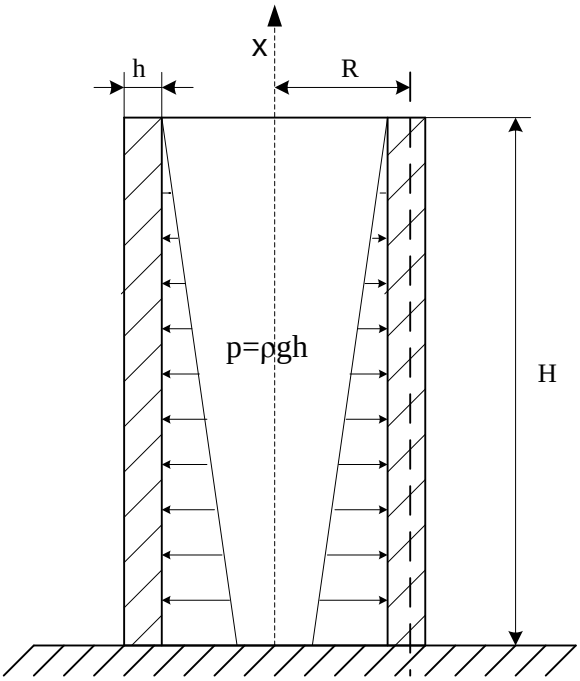
h - debljina stijenke ljuske, (mm)

R - polumjer ljuske, (mm)

H - visina ljuske, (mm)

3.1.2 Analitičko rješenje zadatka

Postupak analitičkog rješenja preuzet je iz [4]. Cilindrična ljuska opterećena je hidrostatskim tlakom, koji se mijenja linearno s visinom stupca tekućine, kao što je prikazano na slici 3.1. Kako u ljusci vlada membransko stanje naprezanja i naprezanje uslijed savijanja, potrebno je izračunati komponente pomaka za oba stanja. Specifična težina tekućine definirana je sa $\gamma = \rho g$, gdje je ρ gustoća tekućine, a g ubrzanje Zemljine sile teže.



Slika 3.1 cilindrična ljuska opterećena hidrostatskim tlakom

Ukupni radijalni pomak w i ukupni kut zakreta normale α definirani su kao:

$$w = w_f + w_m = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} f_4 + \frac{M_0}{2D\beta^2} f_3 + w_m ,$$

$$\alpha = -\frac{\mathrm{d}\,w}{\mathrm{d}\,x} = -\frac{Q_0}{2D\beta^2} f_1 - \frac{M_0}{D\beta} f_4 + \alpha_m ,$$

gdje su :

M_0- moment na mjestu uklještenja prema slici 3.2,

Q_0- poprečna sila na mjestu uklještenja prema slici 3.2,

w_f- fleksijski radijalni pomak,

w_m- membranski pomak,

α_m- membranski kut zakreta,

D- fleksijska krutost

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^{2)})} ,$$

β- oznaka izvedena iz izraza:

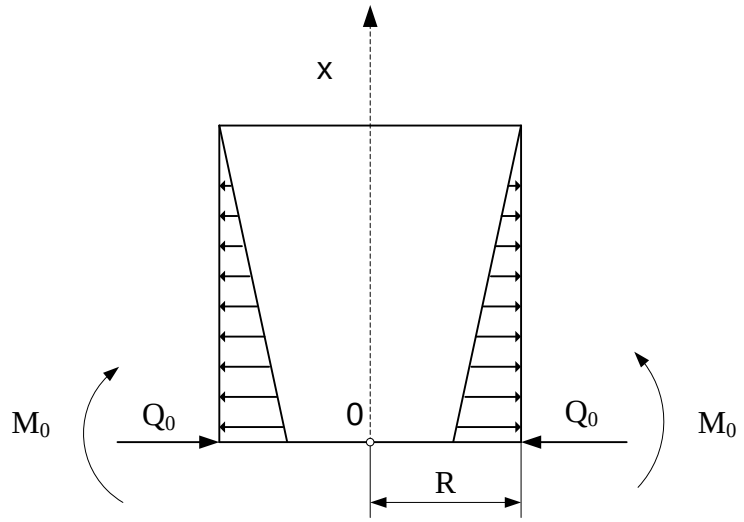
$$\frac{Eh}{DR^2} = 4\beta^4 ,$$

f_1, f_2, f_3, f_4, eksponencijalno trigonometrijske funkcije

$$f_1 = e^{-\beta x}\left[\cos(\beta x) + \sin(\beta x)\right],$$
$$f_2 = e^{-\beta x}\sin(\beta x),$$
$$f_3 = e^{-\beta x}\left[\cos(\beta x) - \sin(\beta x)\right],$$
$$f_4 = e^{-\beta x}\cos(\beta x).$$

Fleksijski radijalni pomak dan je izrazom

$$w_f = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} f_4 + \frac{M_0}{2D\beta^2} f_3 .$$



Slika 3.2 poprečne sile i momenti uklještenja

Membranski pomaci mogu se izračunati prema

$$w_m = \frac{\gamma R^2}{Eh}(H - x),$$
$$\alpha_m = \frac{dw_m}{dx} = -\frac{\gamma R^2}{Eh}.$$

Kako je ljuska na dnu uklještenja, ukupni pomaci na mjestu uklješenja jednaki su nuli.

$$w(x=0) = w_f^0 + w_m^0 = -\frac{Q_0}{2D\beta^3} + \frac{M_0}{2D\beta^2} + \frac{\gamma R^2 H}{Eh} = 0 ,$$

$$\alpha(x=0) = \alpha_f^0 + \alpha_m^0 = -\frac{Q_0}{2D\beta^2} + \frac{M_0}{D\beta} - \frac{\gamma R^2}{Eh} = 0 .$$

Rješavanjem gornjeg sustava jednadžbi dobivaju se Q_0 i M_0:

$$Q_0 = \frac{2}{21}(D\beta^2\gamma + 200D\beta^2\gamma) = 808{,}212\gamma\,,$$

$$M_0 = \frac{2}{21}D\beta(\gamma + 100\beta\gamma) = 3261{,}53\gamma\,.$$

Zbog načina definiranja koordinatnog sustava prikazanog na slici 3.1, sljedeći izrazi vrijede uz uvjet $x > 0$.

$$w_f = e^{-0{,}12854x} \cdot \left[-4{,}7619\gamma\cos(0{,}12854x) - 5{,}13237\gamma\sin(0{,}12854x)\right]$$

Ukupni radijalni pomak može se izračunati kao

$$w(x) = w_f(x) + w_m(x)$$

$$w(x) = \gamma\left[4{,}7619 - 0{,}047619x + e^{-0{,}12854x}(-4{,}7619\cos(0{,}12854x) - 5{,}13237\sin(0{,}12854x))\right]$$

Naprezanje na srednjoj plohi dobiva se iz izraza

$$\sigma_\varphi = \frac{N_\varphi}{h}\,,$$

gdje je N_φ dobiven iz izraza

$$N_\varphi = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{w}{R} + \nu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}\right)$$

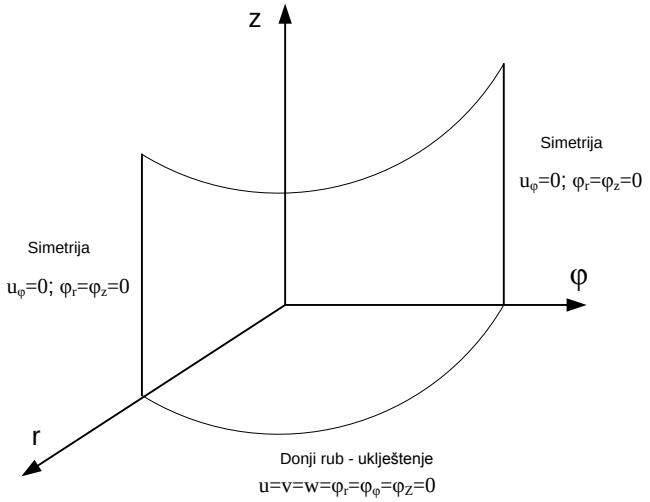
u kojem u predstavlja pomak u smjeru osi x.

U konačnici veličina cirkularnog naprezanja iznosi:

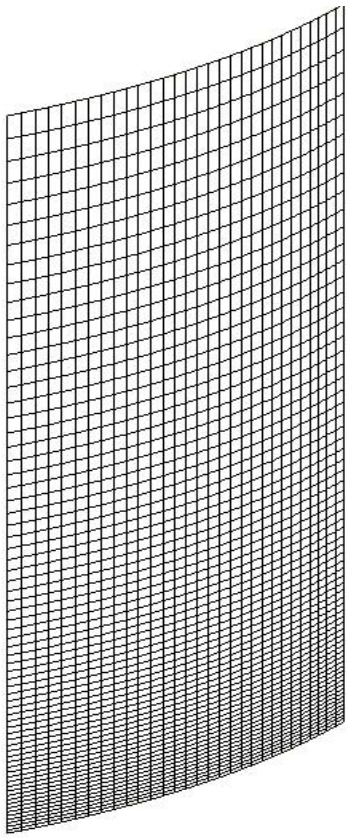
$$\sigma_\varphi(x) = 20{,}601\left(4{,}7619 - 0{,}047619x + e^{-,012854x}\left(-4{,}7619\cos(0{,}12854x) - 5{,}13237\sin(0{,}12854x)\right)\right)$$

3.1.2 Rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata

Zbog jednostavnijeg prikaza pomaka i deformacija cilindrične ljuske korišten je cilindrični koordinatni sustav. Zbog smanjenja broja čvorova modelirana je 1/4 cilindra, što je moguće zbog osnosimetrične geometrije. Rubni uvjeti pomaka definirani u cilindričnom koordinatnom sustavu, prikazani su na slici 3.4.

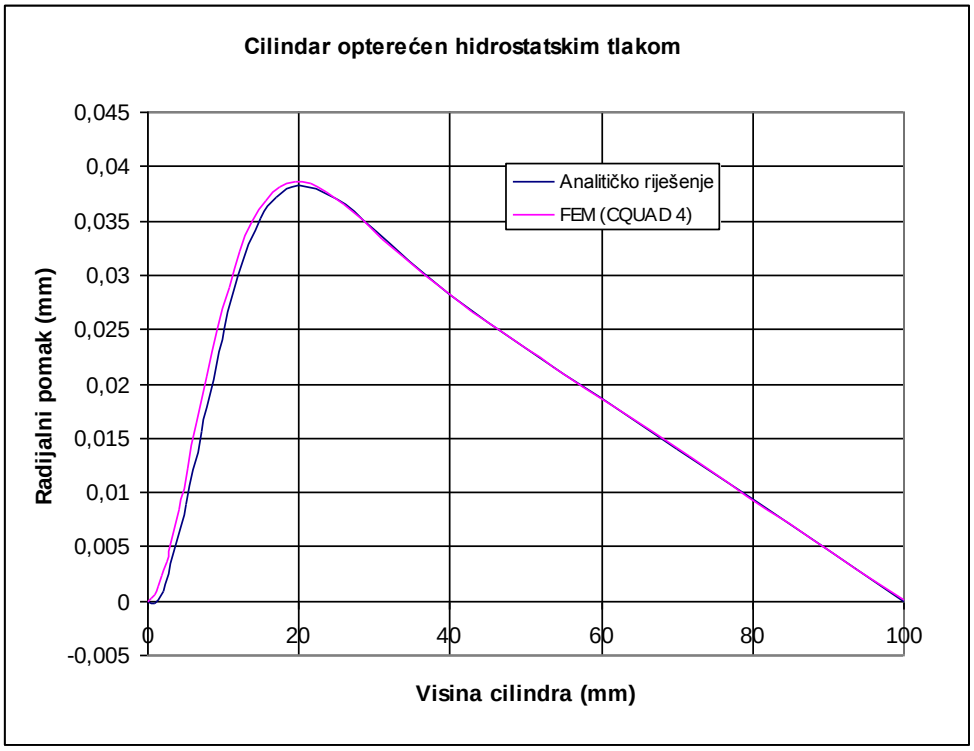


Slika 3.3 Rubni uvjeti i uvjeti simetrije za cilindričnu ljusku

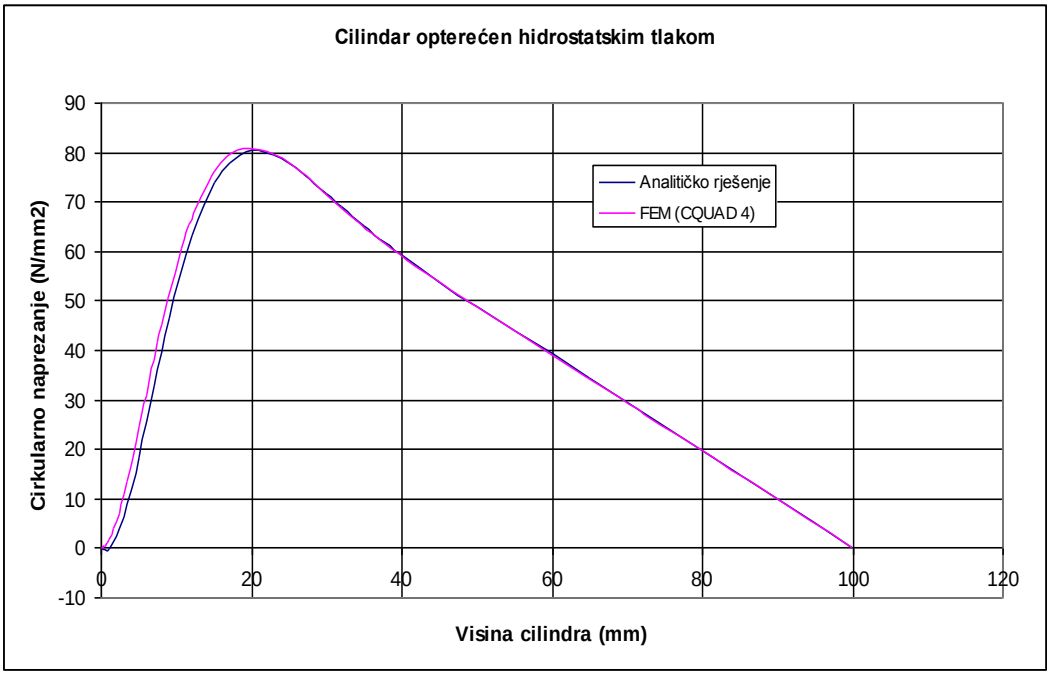


Slika 3.4 Slika modela s mrežom iz MSC.Nastran

Za diskretizaciju modela korišteni su dvodimenzijski elementi CQUAD4 i CQUAD8 iz programskog paketa MSC.Nastran. Da bi rješenje uz pomoć metode konačnih elemenata što vjernije prikazalo stvarno stanje, potrebno je koristiti veći broj elemenata. U tu svrhu cilindar je diskretiziran mrežom različite gustoće po visini cilindra. Visina elemenata je manja pri dnu cilindra, dok su dimenzije svih elemenata u cirkularnom smjeru jednake (slika 3.5). Kako se hidrostatski tlak povećava sa dubinom stupca tekućine, maksimalni radijalni pomak i naprezanje pojavljuje se pri dnu cilindra. Sukladno očekivanju, veći radijalni pomaci su pri dnu cilindra, što je vidljivo iz analitičkog rješenja. Slike 3.5 i 3.6 prikazuju usporedbu analitičkog rješenja i iskonvergiranog rješenja dobivenog uz pomoć konačnih elemenata CQUAD4.



Slika 3.5 Radijalni pomak cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom

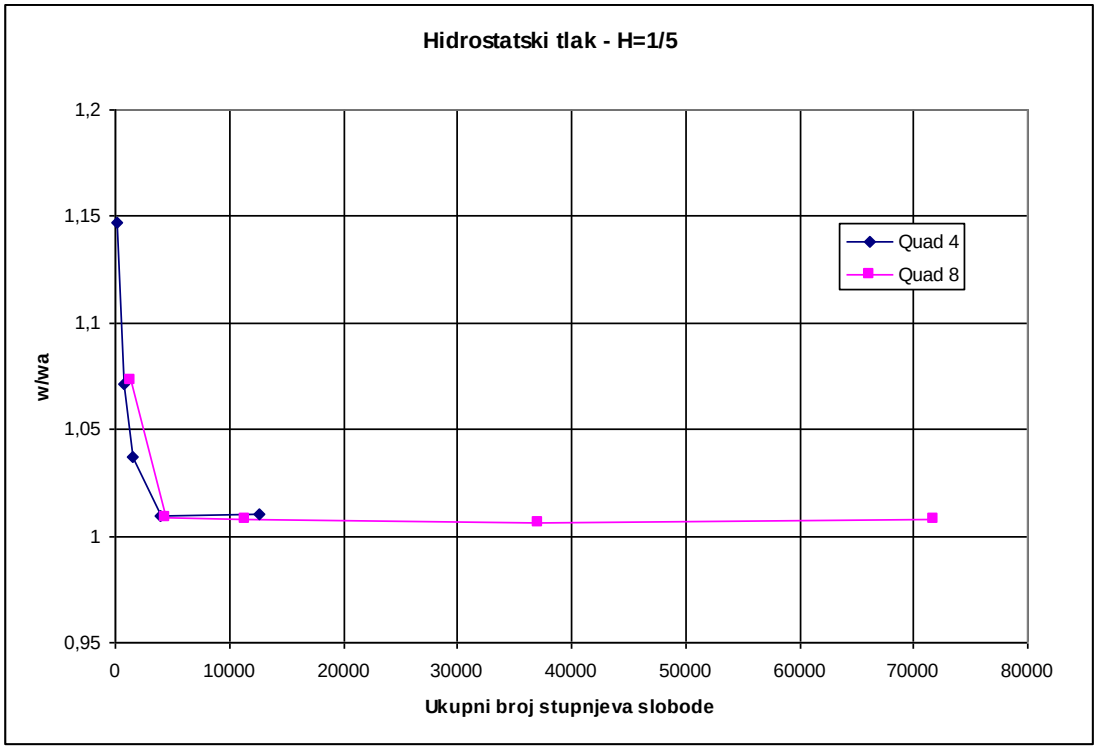


Slika 3.6 Cirkularno naprezanje σ_φ cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom

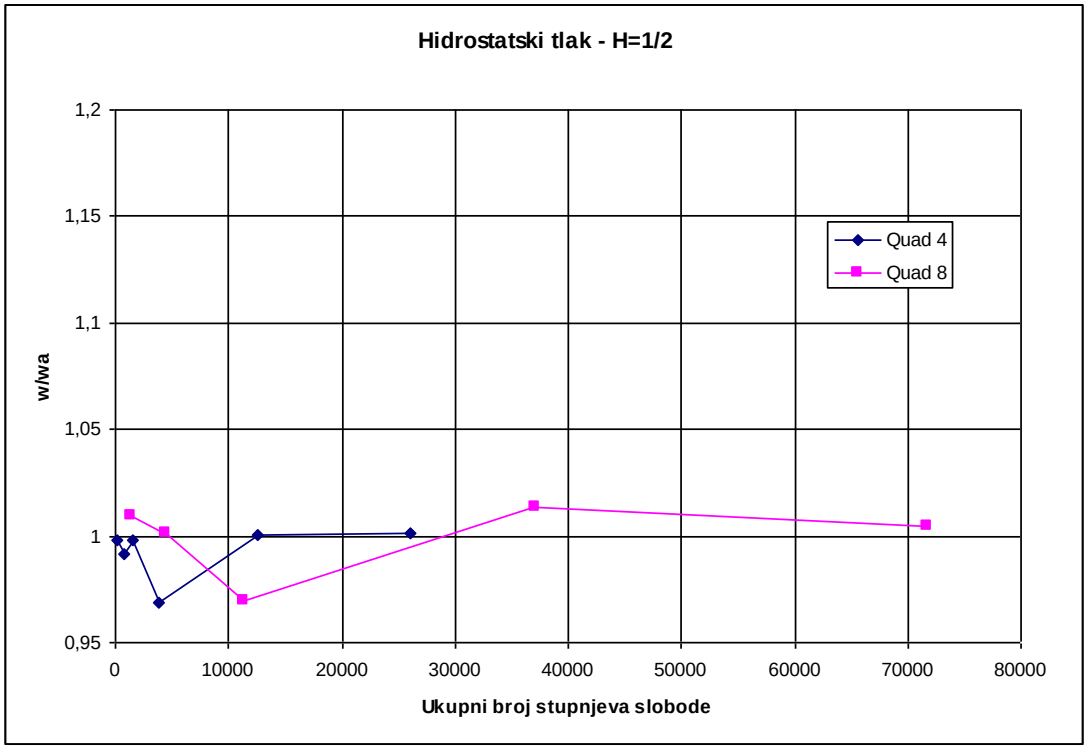
3.1.3 Konvergencija rješenja

Problem cilindrične ljuske opterećene hidrostatskim tlakom poslužio je u svrhu ispitivanja konvergencije četverokutnih izoparametarskih elemenata CQUAD4 i CQUAD8 iz programskog paketa MSC.Nastran. U tu svrhu model je diskretiziran sa nekoliko mreža različite gustoće za prethodno spomenute elemente. Za ispitivanje konvergencije odabrane su dvije točke na izvodnici cilindra i to na visini H= 1/5 i H =1/2, u kojima se promatra promjena vrijednosti radijalnog pomaka.

Konvergencija elemenata prikazana je na slikama 3.7 i 3.8, gdje je w radijalni pomak točke dobivene metodom konačnih elemenata, a w_a radijalni pomak točke dobiven analitičkim rješenjem. Prema slikama 3.7 i 3.8 dolazimo do zaključka da promjena malog broja elemenata dovodi do velikog odstupanja od analitičkog rješenja. Također se može primijetiti da je konvergencija rješenja za H =1/5 (slika 3.7) sporija jer se nalazi u području velikog gradijenta pomaka. Isto tako konvergencija elemenata CQUAD4 sporija je od one za CQUAD8 jer su CQUAD8 elementi drugog reda, ali konvergencija je usporediva. Za diskretizaciju modela ipak će se koristiti CQUAD4 elementi, jer manji broj čvorova znači i manji broj jednadžbi, što zahtjeva i manje računalne memorije. CQUAD4 elementi ujedno su jednostavniji za korištenje, a njihove mogućnosti dovoljne su za proračun zadatka.



Slika 3.7 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od *H*= 1/5



Slika 3.8 Konvergencija rješenja za CQUAD4 i CQUAD8 elemente za cilindar opterećen hidrostatskim tlakom na visini od *H*= 1/2

4. NUMERIČKA ANALIZA SPREMNIKA

4.1 Uvjeti čvrstoće i krutosti konstrukcije

Prilikom modeliranja bilo koje konstrukcije potrebno je primarno zadovoljiti uvjet čvrstoće. Kod ove konstrukcije potrebno je osim uvjeta čvrstoće zadovoljiti i uvjete krutosti, odnosno maksimalni pomaci trebaju ostati unutar određenih granica. Vrsta materijala unaprijed je određena pa prilikom optimiranja konstrukcije nije bilo potrebe i za optimiranjem vrste materijala. Materijal je vrsta nehrđajućeg čelika oznake Č.4572. svojstva materijala preuzeta su iz [4] i prikazana u tablici 4.1.

SVOJSTVO	SIMBOL	IZNOS	MJERNA JEDINICA
Gustoća	$\rho_č$	7850	kg/m^3
Poissonov koeficijent	ν	0,3	-
Modul elastičnosti	E	210 000	N/mm^2
Granica tečenja	$R_{p0,2}$	205	N/mm^2

Tablica 4.1 Svojstva čelika Č. 4572

Odabrani faktor sigurnosti je s =1,5.

Iz formule za dopušteno naprezanje dobiva se:

$$\sigma_{dop} = \frac{R_{p0,2}}{s} = \frac{205}{1,5} = 137\ \mathrm{N/mm^2}.$$

Prilikom dimenzioniranja spremnika kao relevantno naprezanje uzima se ekvivalentno naprezanja σ_e po von Mises-ovoj teoriji čvrstoće, koje se uspoređuje sa dopuštenim naprezanjem σ_{dop} : $\sigma_e < \sigma_{dop}$.

Osim zadovoljavanja uvjeta čvrstoće potrebno je zadovoljiti i uvjete krutosti.

Uvjeti krutosti su:

- Maksimalni pomak cilindričnog dijela spremnika

$$\frac{w_{\max}}{h} = 0,3 - 0,5.$$

- Maksimalni pomak krova spremnika

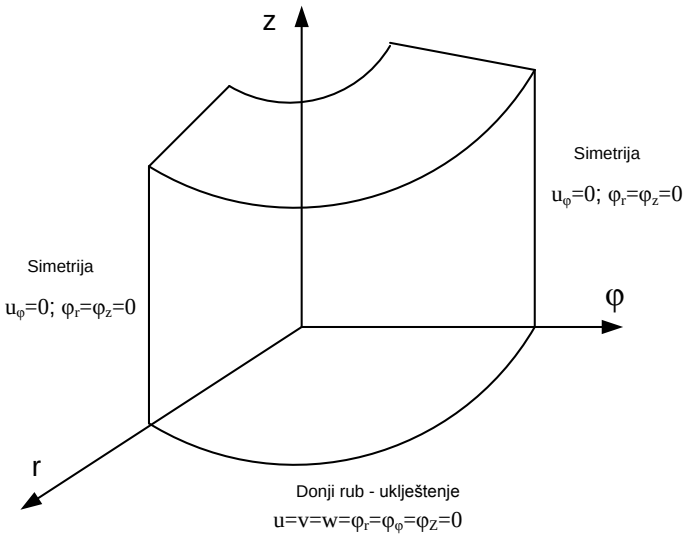
$$\frac{w_{max}}{h} = 0{,}3 - 0{,}5$$

gdje je *h* debljina stijenke.

4.2 Modeliranje spremnika

Prilikom izrade proračunskog modela konstrukcije modelirana je samo ¼ konstrukcije, što je moguće uslijed simetričnosti problema. Modeliranjem samo dijela konstrukcije dodatno se smanjuje vrijeme potrebno za dobivanje rezultata. Performanse računala određuju mogućnost i brzinu rješavanja velikog sustava jednadžbi koji karakterizira metodu konačnih elemenata. Modeliranjem samo dijela konstrukcije moguće je izraditi finiju mrežu elemenata bez većeg opterećenja računala.

Kako se ovdje radi o spremniku cilindričnog oblika s krovom u oblika konusa, radi jednostavnijeg zadavanja rubnih uvjeta i kasnijeg prikaza rezultata korišten je cilindrični koordinatni sustav. Geometrijski rubni uvjeti uklještenja i simetrije prikazani su na slici 4.1.



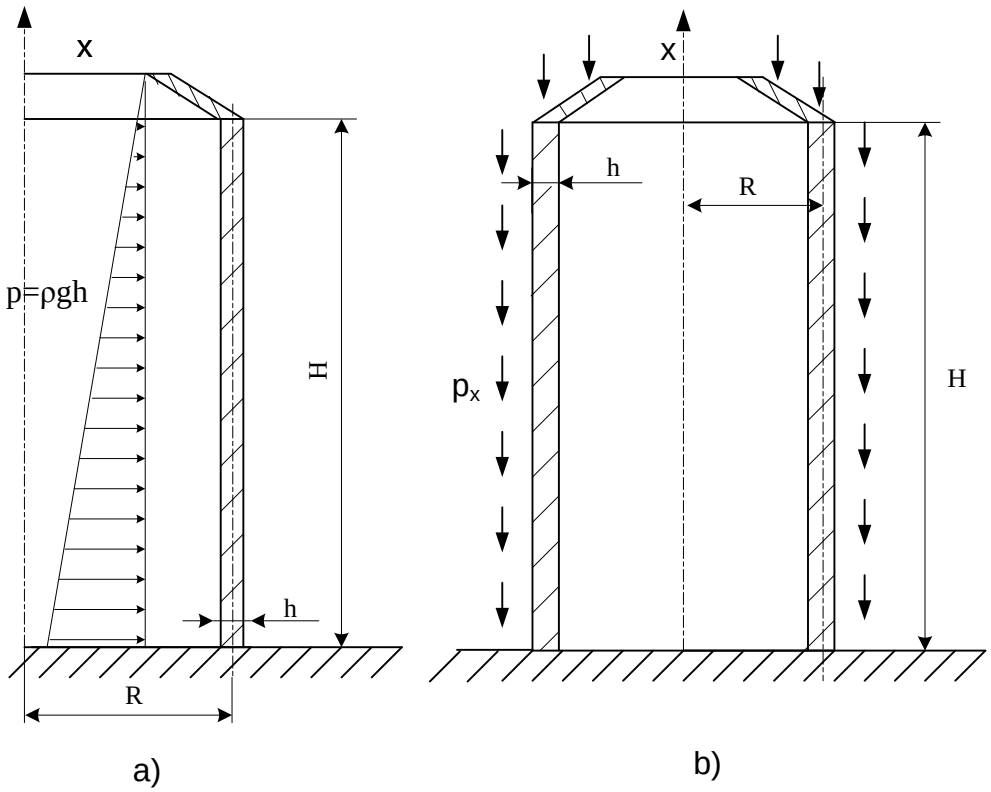
Slika 4.1 Rubni uvjeti proračunskog modela

Spremnik je napunjen do vrha tekućinom gustoće $\rho = 1000\ kg/m^3$, koja djeluje na stijenke cilindra u obliku hidrostatskog tlaka. Hidrostatski tlak se linearno mijenja sa visinom prema slici 4.2 i izračunava se prema izrazu

$p = \rho \cdot g \cdot h$,

gdje je p- hidrostatski tlak; ρ- gustoća tekućine; h – visina stupca tekućine.

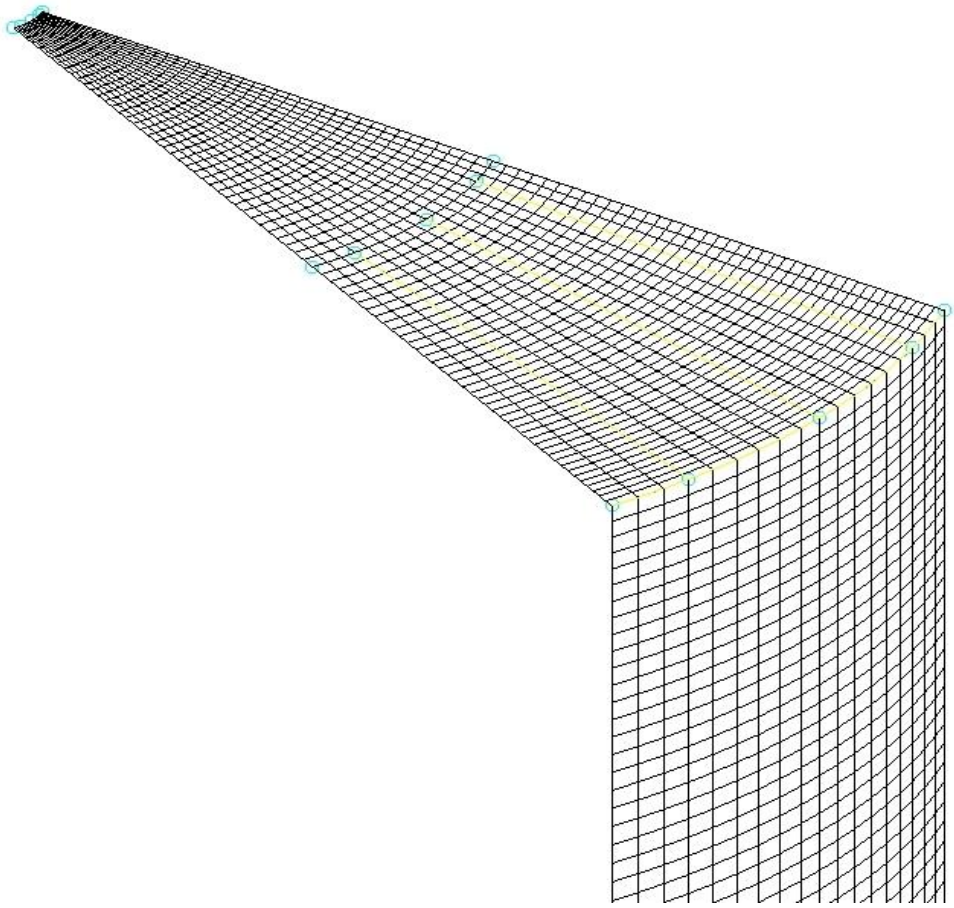
Osim hidrostatskog tlaka u obzir se uzima i opterećenje uslijed vlastite težine (slika 4.2 a) i b)) .



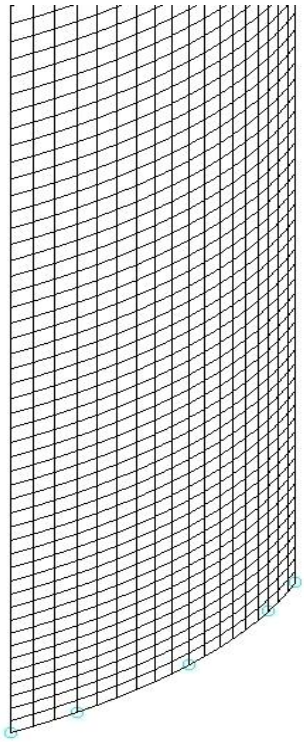
Slika 4.2 Opterećenje spremnika a) hidrostatskim tlakom, b) vlastitom težinom

Kako su kritična područja podnožje cilindra zbog opterećenja hidrostatskim tlakom te uklještenja, kao i spoj konusne i cilindrične ljuske, prilikom modeliranja korištena je nejednolika mreža gdje se elementi manje visine nalaze na vrhu i dnu, dok je širina elemenata u cirkularnom smjeru jednaka. Krov je također modeliran nejednolikom mrežom, koja je gušća na rubu spoja ljuski zbog detaljnije analize kritičnog područja, ali i na vrhu krova da bi se postigao povoljan omjer stranica elementa.

Slika 4.3 i 4.4 prikazuje mrežu modela iz MSC. Nastran koja je korištena za proračun.



Slika 4.3 Detalj mreže modela za krovni dio spremnika



Slika 4.4 Detalj mreže modela za donji dio cilindričnog dijela spremnika

Za diskretizaciju su korišteni elementi CQUAD4 i CBAR2 iz biblioteke programskog paketa MSC.Nastran, čija svojstva su iznesena u 2. poglavlju. Prednost ovih elemenata je što su vrlo jednostavni za korištenje, računalno nezahtjevni i daju dovoljno točne rezultate, pa su stoga i najčešće korišteni elementi u svakodnevnoj inženjerskoj praksi. CQUAD4 elementi korišteni su za diskretizaciju oplate spremnika, a CBAR2 elementi za modeliranje ojačanja spremnika.

Prednost programskog paketa MSC.Nastran očituje se i u fleksibilnost prema upotrebi mjernih jedinica. Kako su sve veličine bezdimenzijske, potrebno je jedino paziti na pretvorbu jedinica u sustavu koji se upotrebljava.

Fizikalne veličine izražene su u sustavu mjernih jedinica:

- sila – (N),
- naprezanje – (N/m^2),
- opterećenja – (N/m^2),
- masa – (kg),
- duljina – (m).

4.3 Izvedba spremnika sa jednolikom debljinom stijenke

Kako je najjednostavniji način izrade spremnika sa stijenkom jednolike debljine, prvo su modelirane takve varijante.

Prvi model oblikovan je sa debljinom stjenke od 7mm. Ovaj model zadovoljio je dva od tri uvjeta, uvjet krutosti i uvjet čvrstoće za cilindar, ali uvjet krutosti za krov spremnika nije ni približno zadovoljen. Kod slijedeća dva modela povećana je debljina stijenke da bi se promotrio utjecaj debljine stijenke na deformaciju korova. Iako model sa debljinom stjenke 10 mm zadovoljava sve uvjete, ne možemo ga uzeti kao optimalno rješenje jer se sa povećanjem debljine stjenke znatno povećava i masa konstrukcije, a s time i utrošak potrebnog materijala. Kako se potreba za ograničenim prirodnim resursima svakim danom povećava, važno je da materijal bude što bolje iskorišten. Na modelu sa debljinom stjenke 10 mm može se primijetiti da su maksimalna naprezanja daleko ispod granice dopuštenih, što ostavlja prostora za daljnje optimiranje. U tablici 4.2 je prikazana usporedba rezultata za navedena tri modela.

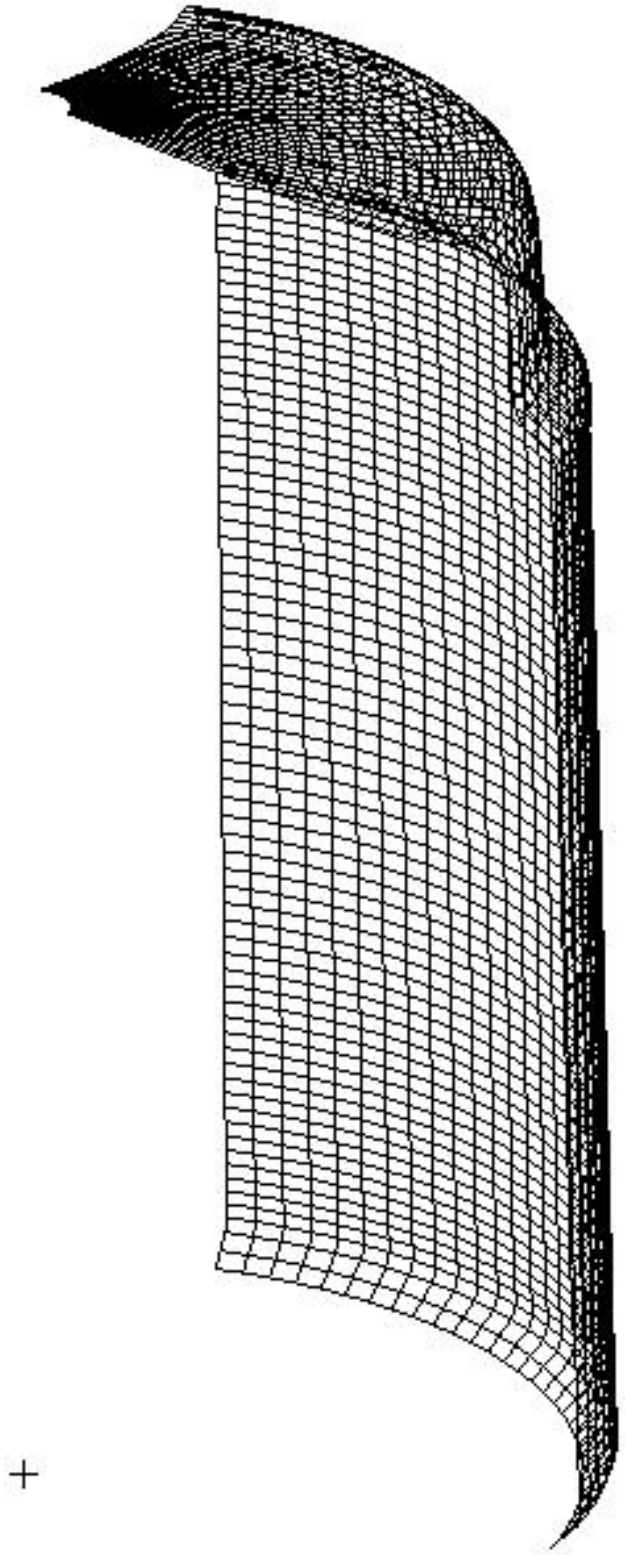
	Debljina stjenke	Max pomak krov	Max pomak cilindar	σ_e - sred.ploha	Masa spremnika
Primjer 1	7 mm	8,06 mm	1,80 mm	135 MPa	17646,4 kg
Primjer 2	8 mm	6,4 mm	1,57 mm	110 MPa	20167,3 kg
Primjer 3	10 mm	4,32 mm	1,26 mm	78 MPa	25209,2 kg

Tablica 4.2 Usporedba rezultata za spremnik jednolike debljine stijenke

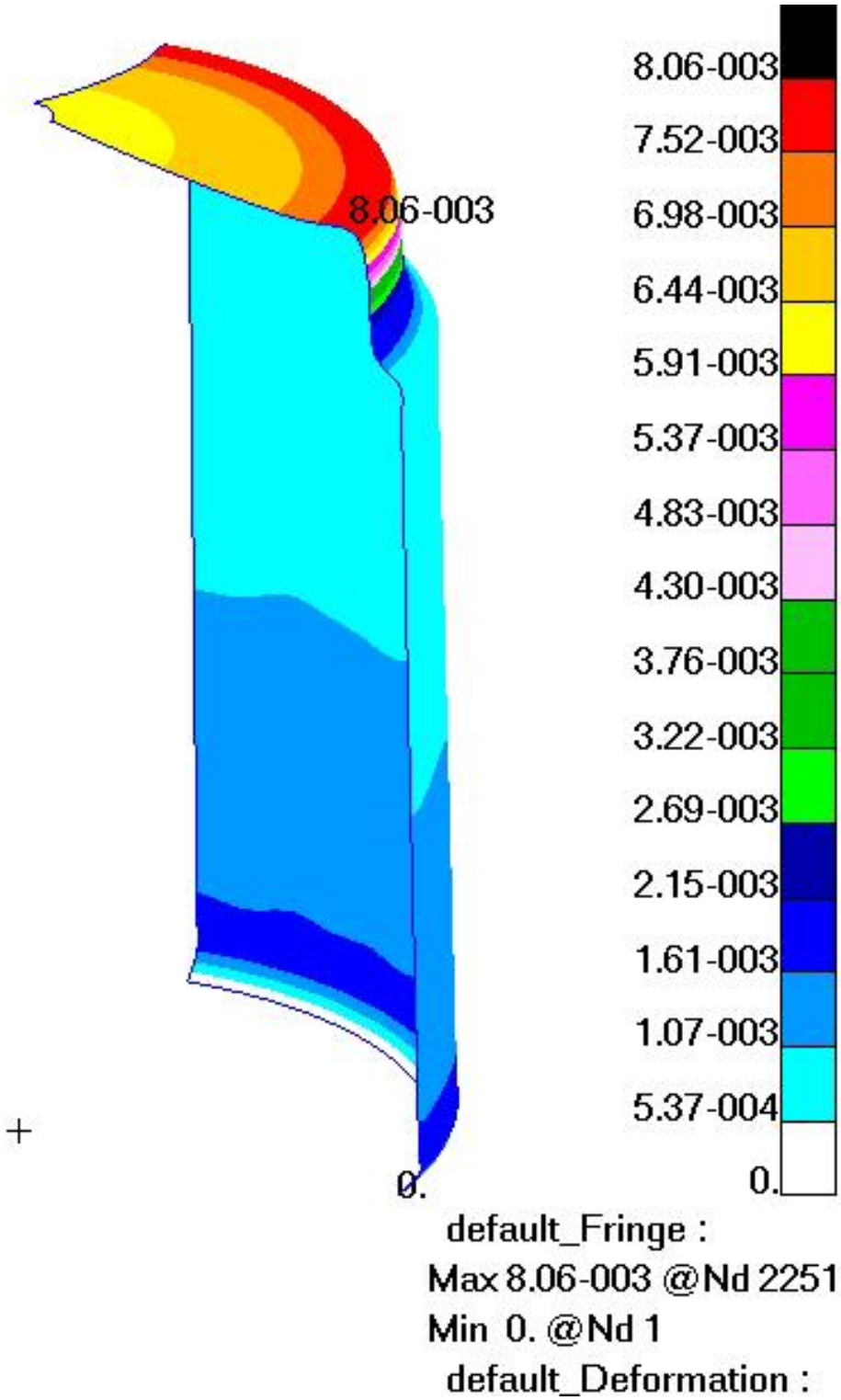
Na slici 4.6 prikazani su ukupni pomaci spremnika za model sa debljinom stijenke 7mm. Iz slike 4.6 može se zaključiti da do maksimalne vrijednosti pomaka dolazi na krovu spremnika i to na približnoj udaljenosti od ¼ dužine krova od spoja ljuski. Kao što je već navedeno ovaj pomak ne zadovoljava uvjete krutosti. Kako su kritična područja spoj ljuski i donji dio cilindra, na slikama 4.7 i 4.8 prikazani su detalji istih. Prikazani deformirani oblik je uvećan, a stvarne vrijednosti za pojedine čvorove brojčano su prikazani na istim slikama. Pomaci su izraženi u metrima (m). Slika 4.8 prikazuje detalj pomaka dna cilindra. Najveći pomak cilindra nalazi se pri donjem dijelu cilindra, gdje zbog geometrijskog rubnog uvjeta uklještenja pomak jednak nuli. Uslijed opterećenja hidrostatskim tlakom, koji se povećava sa veličinom stupca tekućine, maksimalni pomak cilindra pri dnu je očekivan.

Slike 4.9 i 4.10 prikazuju ekvivalentna naprezanja prema von Misesovoj teoriji čvrstoće za srednju i vanjsku plohu. Iz slika je vidljivo da vrijednosti ekvivalentna naprezanja rastu s porastom hidrostatskog tlaka. Maksimalna vrijednost ekvivalentnog naprezanja na srednjoj plohi iznosi 80,1 MPa, a na vanjskoj 135 MPa. Na spoju ljuski javlja se nepovoljno naprezanje uslijed savijanja koje može uzrokovati pucanje spremnika na tom mjestu. Ova nepovoljna naprezanja mogu utjecati i na gubitak stabilnosti spremnika, ali kako stabilnost nije predmet zadatka ovoga rada, ona se neće uzimati u obzir. Ekvivalentna naprezanja na srednjoj i vanjskoj plohi oko spoja ljuski, prikazana su na slikama 4.11 i 4.12.

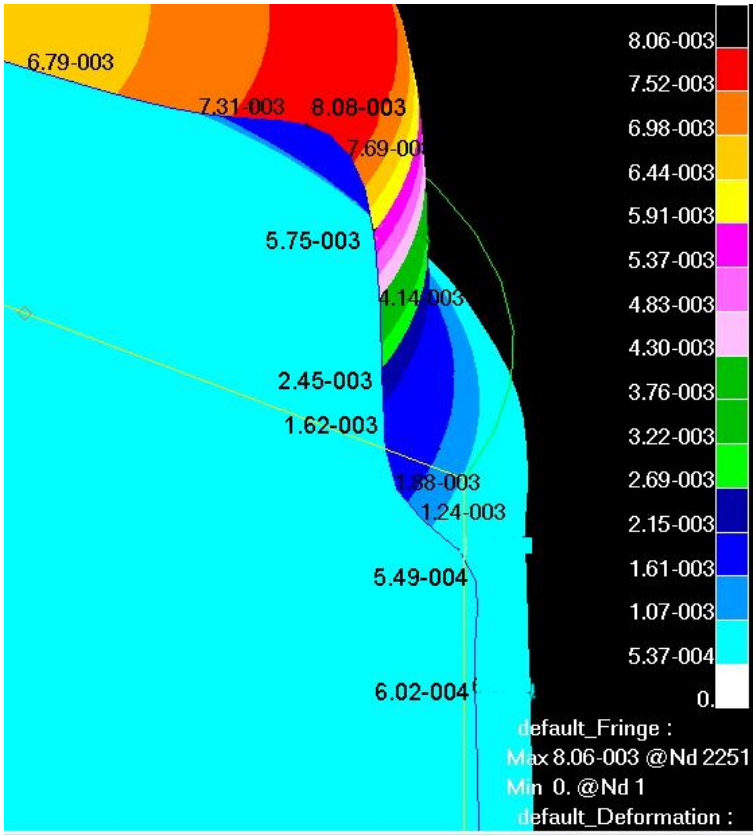
Kako je već spomenuto, utjecaj hidrostatskog tlaka na naprezanje cilindričnog dijela najveći je pri dnu spremnika i iznosi 78MPa na srednjoj plohi i 80MPa za vanjsku plohu. Raspored ovih naprezanja prikazan je na slikama 4.13 i 4.14. Pomaci i naprezanje u cilindričnom dijelu su daleko ispod dozvoljenih granica, te je stoga provedeno optimiranje debljine stijenke cilindrične ljuske koje je prikazano u sljedećem poglavlju.



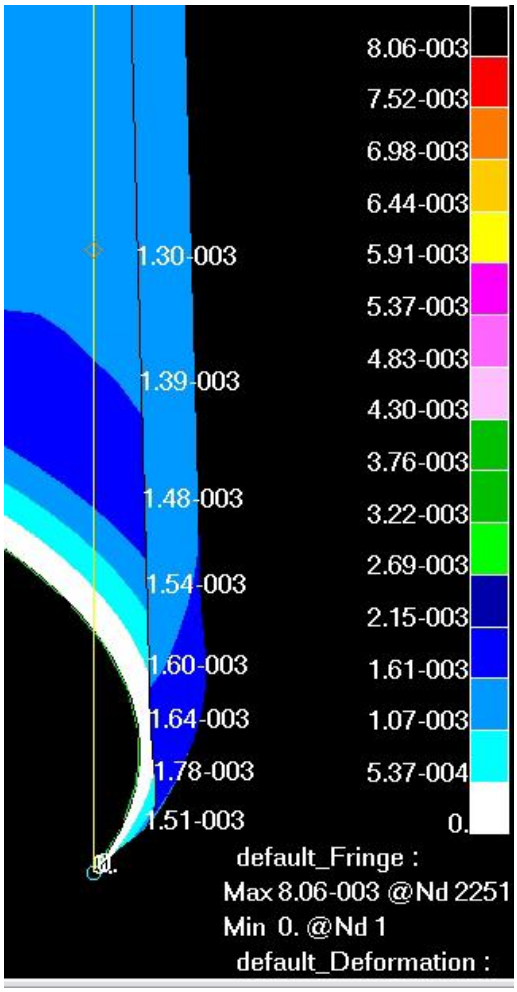
Slika 4.5 Deformirani oblik mreže za spremnik jednolike stijenke debljine *h*=7mm



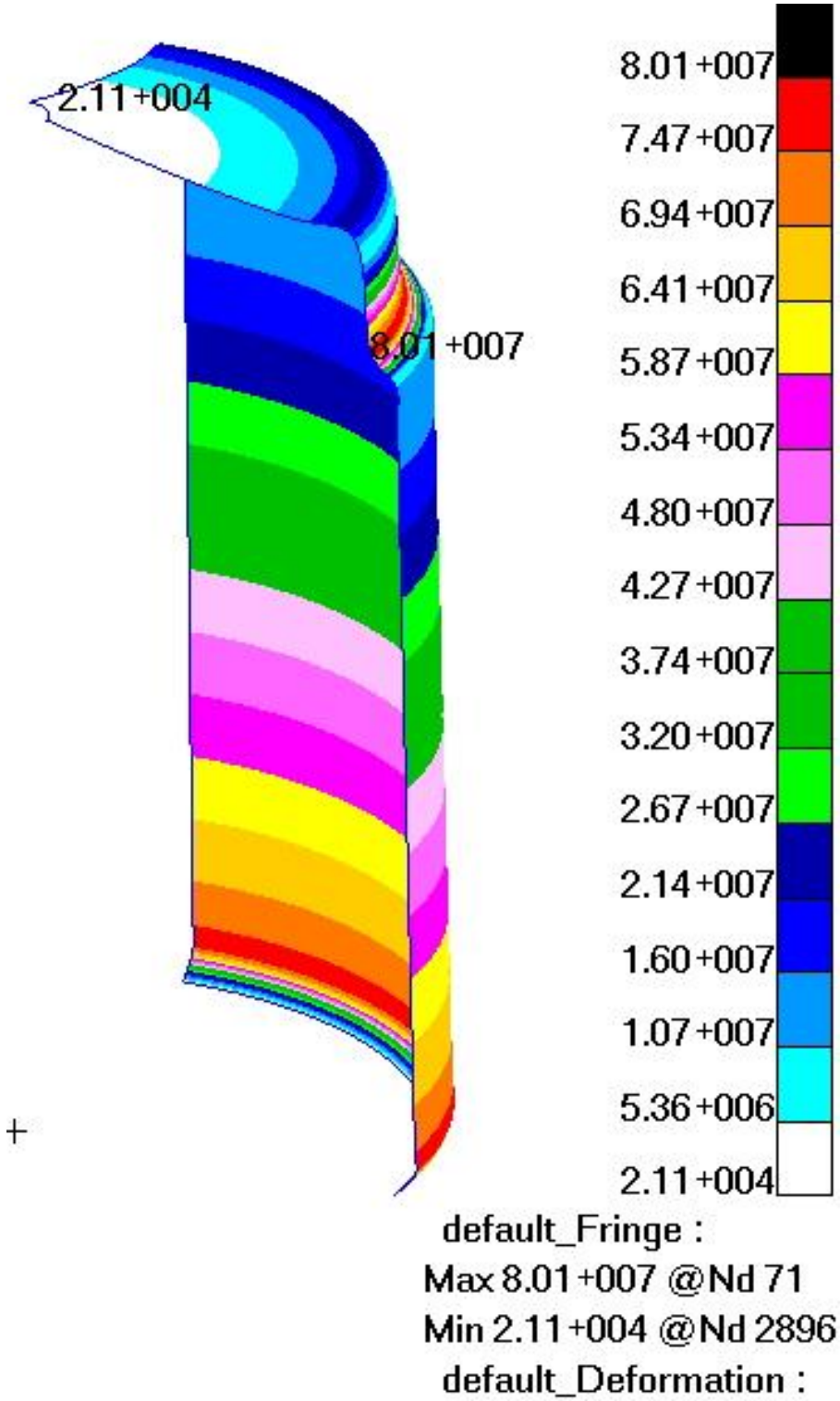
Slika 4.6 Ukupni pomak spremnika jednolike stijenke debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



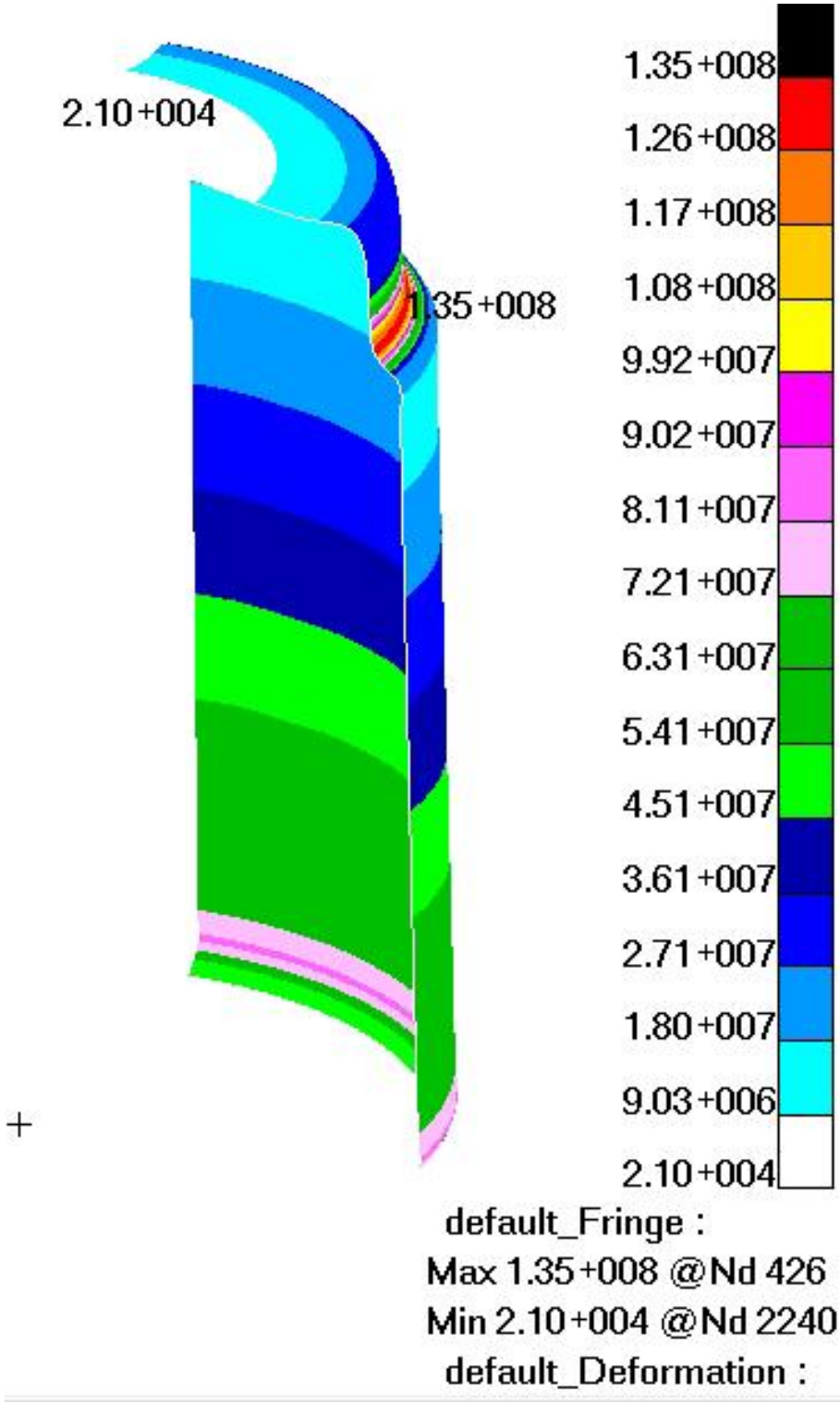
Slika 4.7 Detalj spoja ljuski s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika za jednoliku stijenku debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



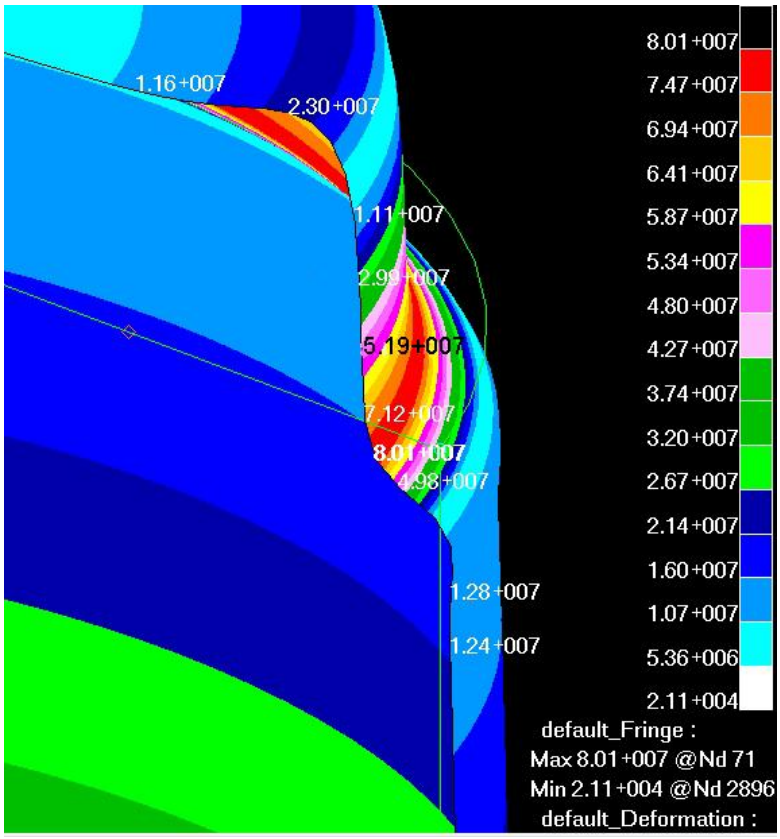
Slika 4.8 Detalj ukupnog pomaka spremnika s prikazom raspodjele na dnu cilindra za jednoliku stijenku debljine *h*=7 mm. Ukupni pomak izražen je u metrima.



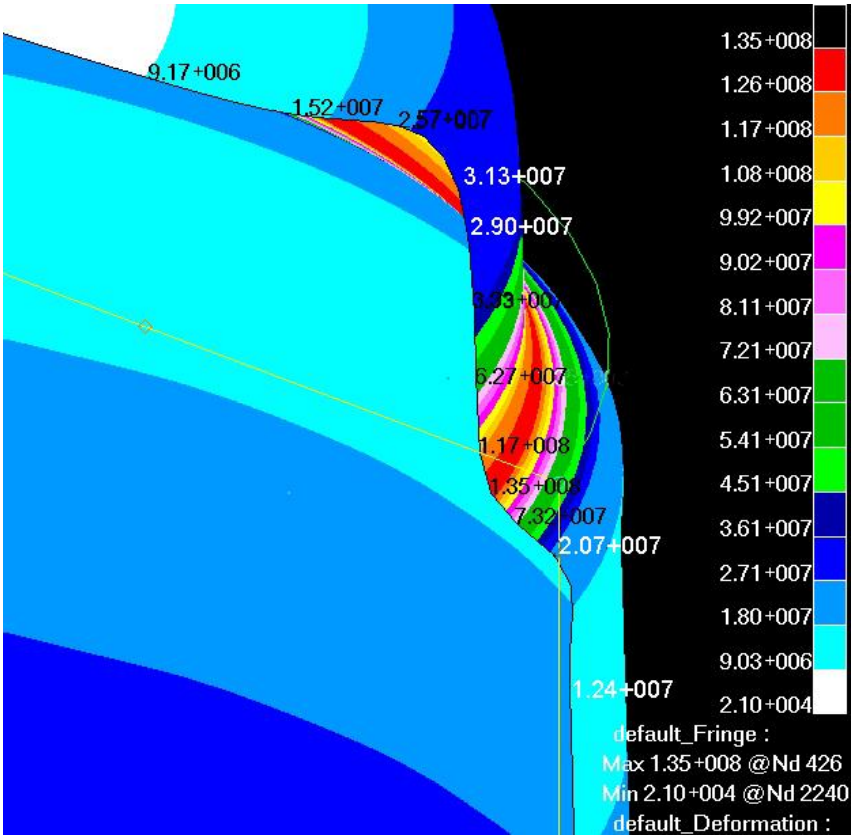
Slika 4.9 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2



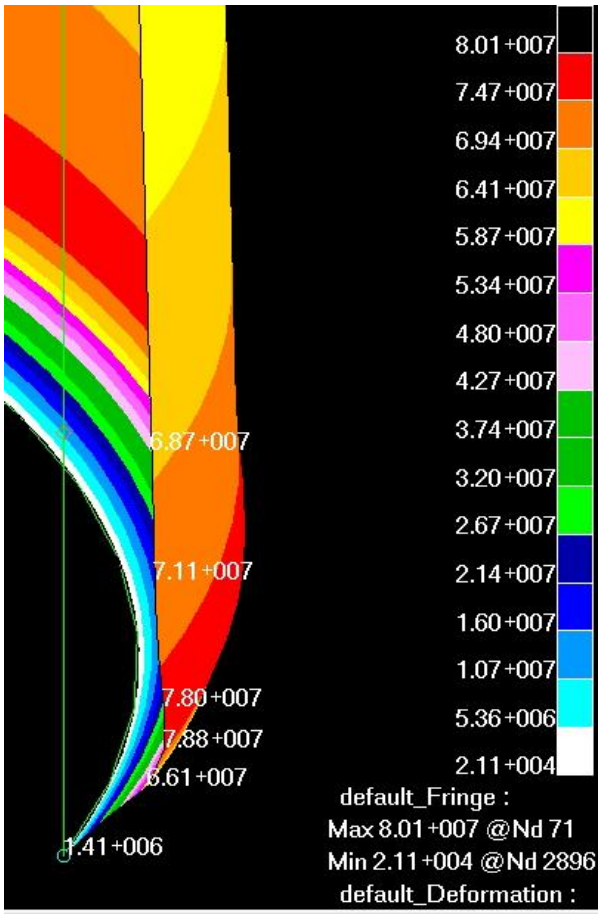
Slika 4.10 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2



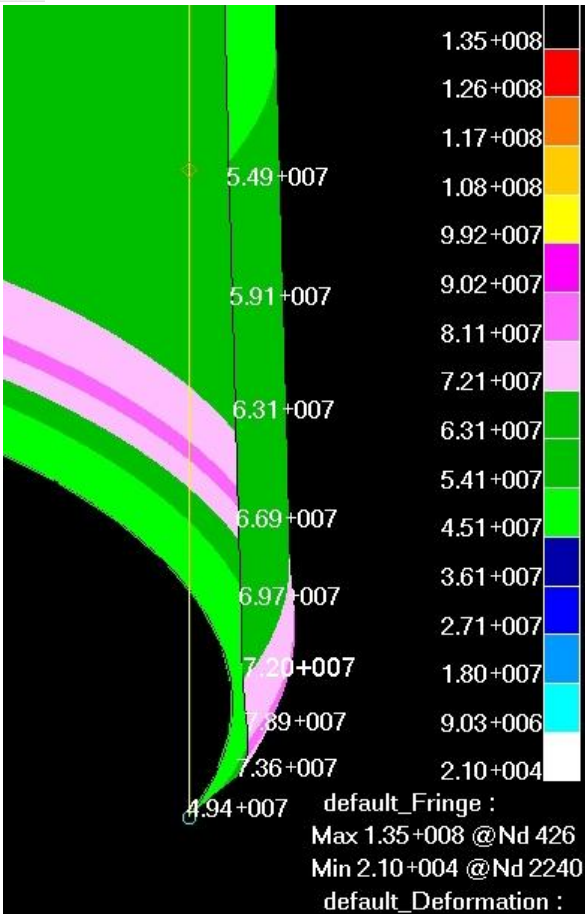
Slika 4.11 Detalj spoja ljuski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2



Slika 4.12 Detalj spoja ljuski s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike debljine stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2



Slika 4.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi za spremnik jednolike stijenke cilindra *h*= 7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2

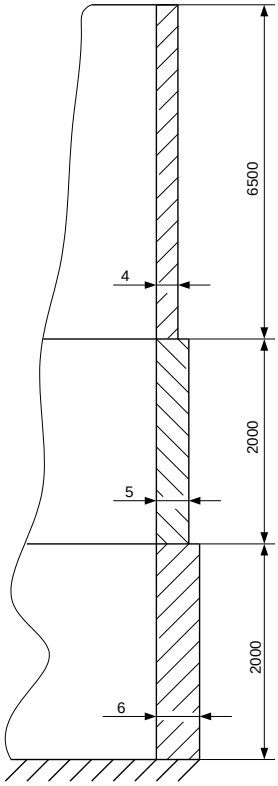


Slika 4.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom ekvivalentnih naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik jednolike stijenke *h*=7 mm. Naprezanje je prikazano u N/m^2

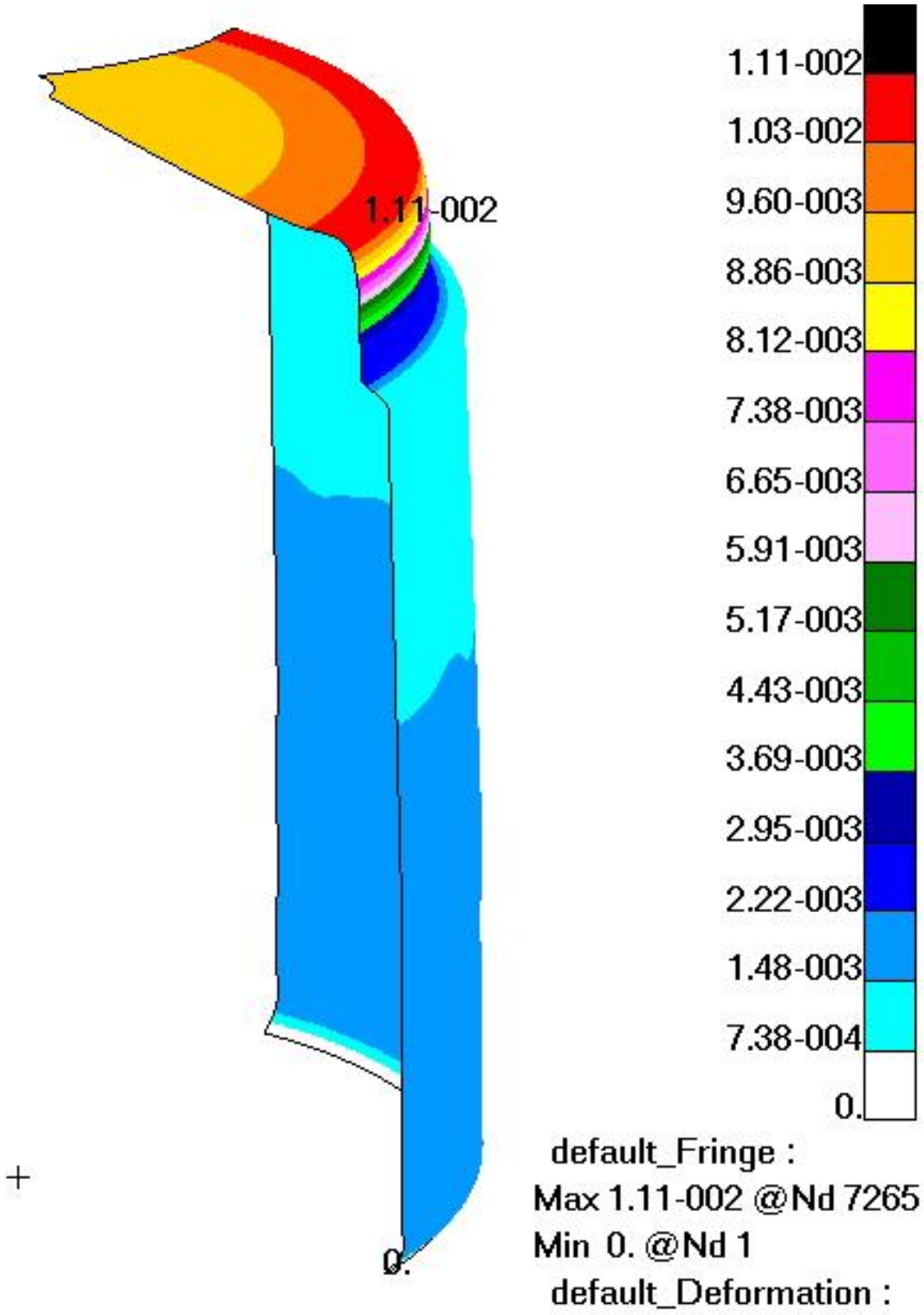
4.4 Optimiranje debljine stjenke cilindra

Kao što je već spomenuto, u ovom poglavlju bit će riječ o optimiranju debljine stijenke cilindra, pri čemu će lokalna naprezanja uslijed savijanja oko spoja ljuski biti zanemarena. U svim primjerima debljina krova je 7 mm.

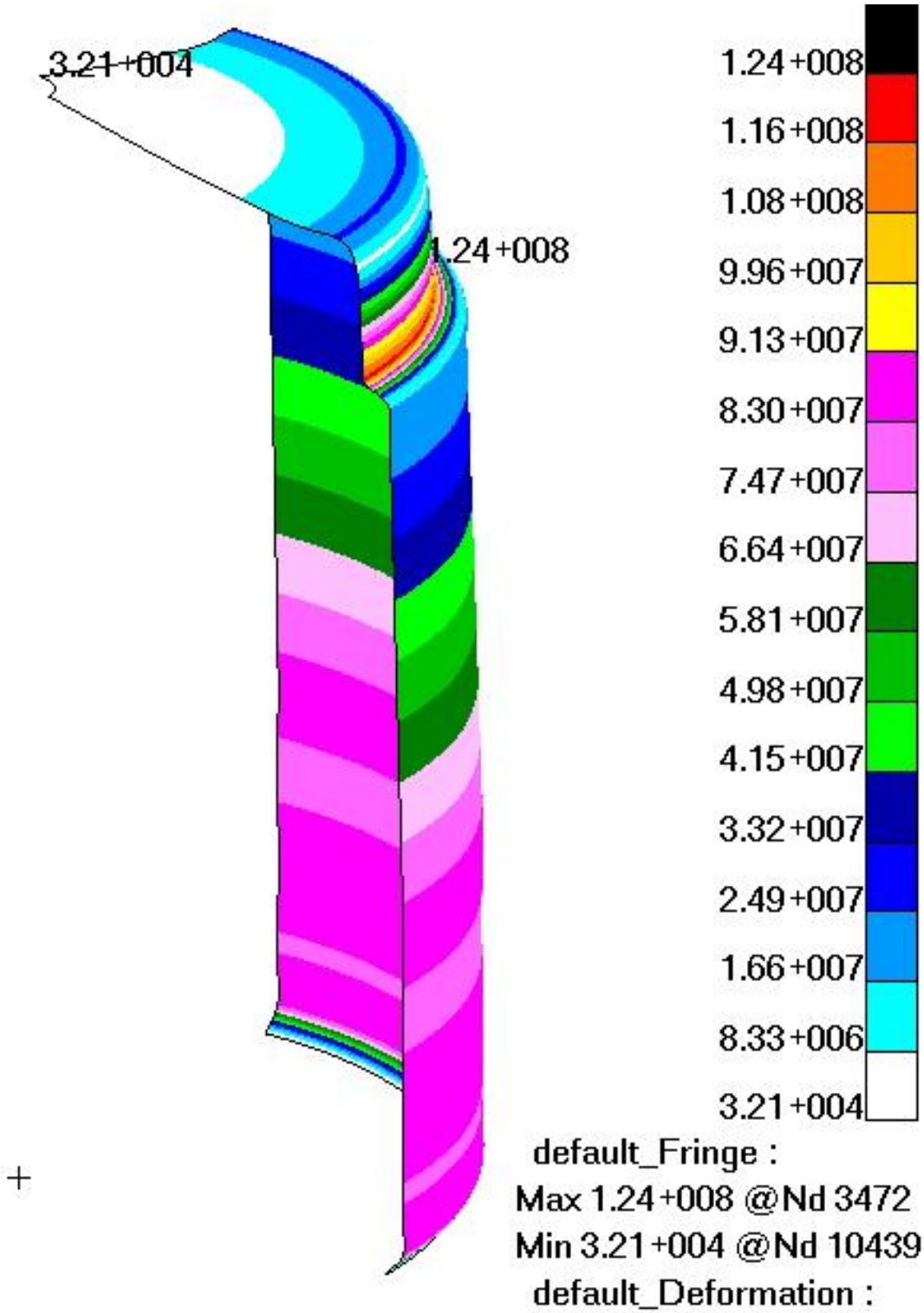
Debljina stijenke cilindra oblikovana je sa tri različite debljine limova. Budući da je raspodjela hidrostatskog tlaka linearna i da je njegov iznos pri dnu cilindra najveći, najdeblji lim postavljen je na dno cilindra, a debljina se postupno smanjuje prema vrhu cilindra (slika 4.15). Prilikom određivanja debljina stijenki i visine pojedinog pojasa cilindrične ljuske, u obzir su uzeti uvjeti čvrstoće i krutosti za cilindričnu ljusku (slike 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21). Na ovaj način postignute su optimalne dimenzije cilindrične ljuske s obzirom na utrošak materijala. Na spoju limova različitih debljina, zbog promjene krutosti, dolazi do nastanka lokalnog naprezanja uslijed savijanja, koje se smanjuje odmicanjem od mjesta spoja.



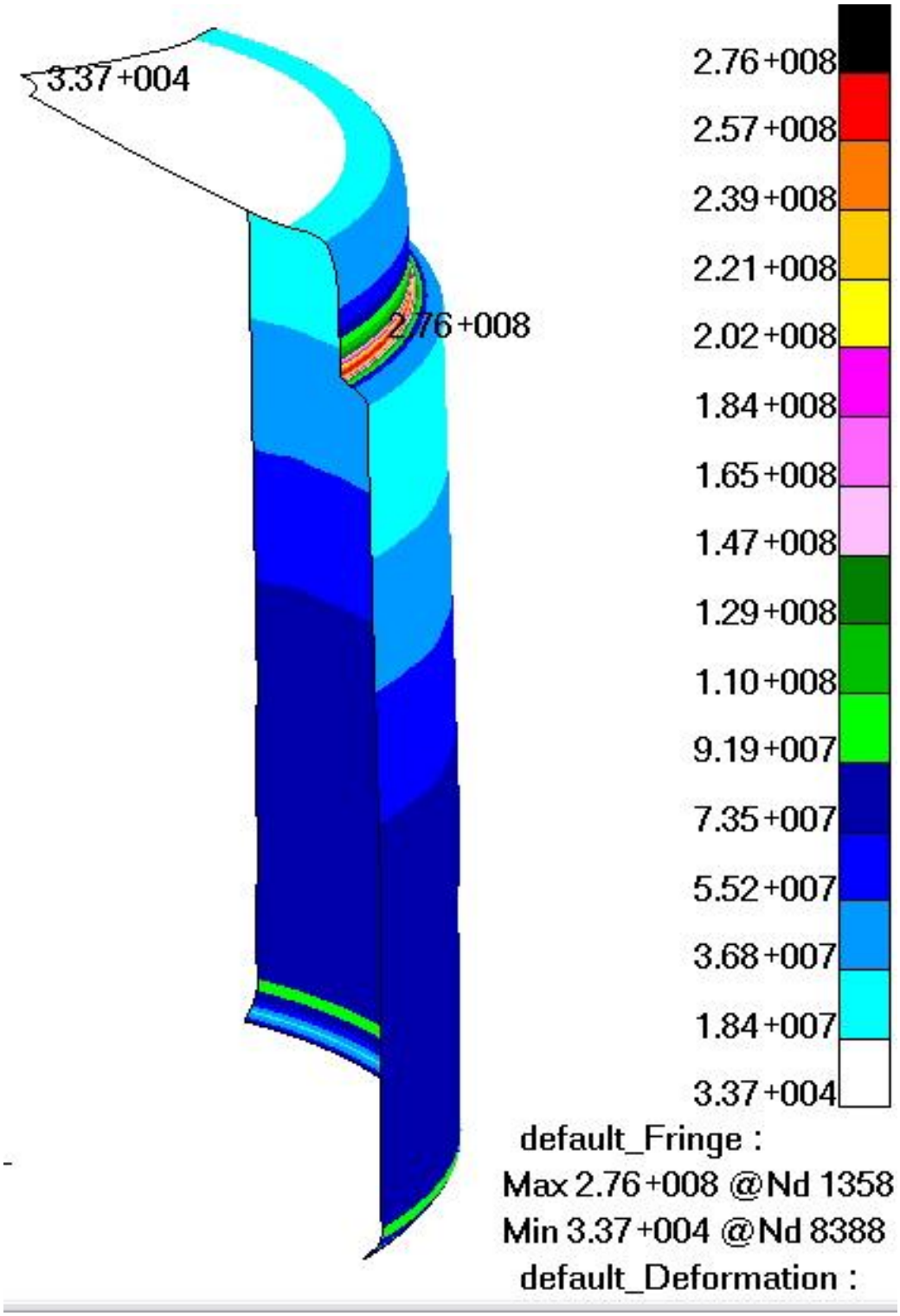
Slika 4.15 Skica plašta spremnika za odabranu izvedbu



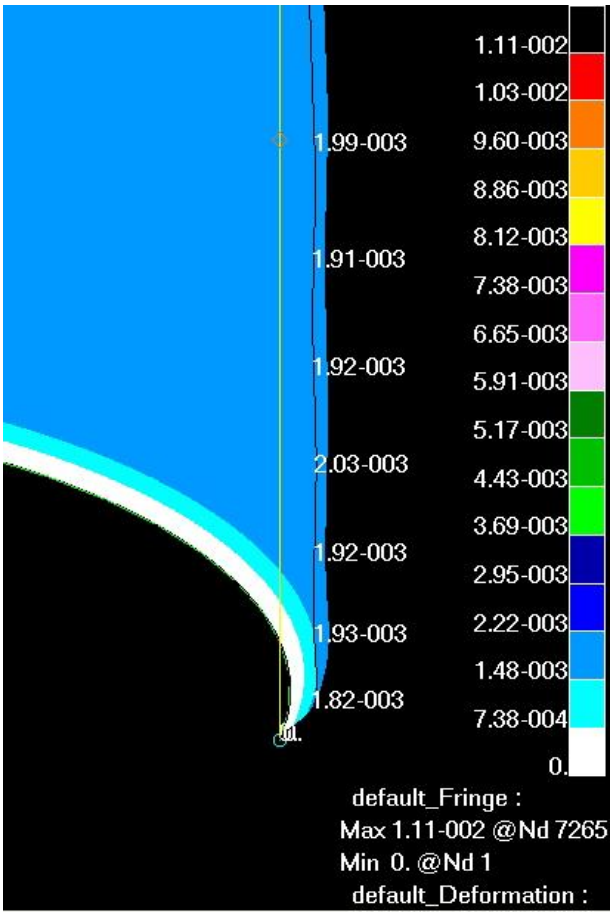
Slika 4.16 Ukupni pomak spremnika sa promjenjivom debljinom stijenke cilindra za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Pomaci su izraženi u metrima



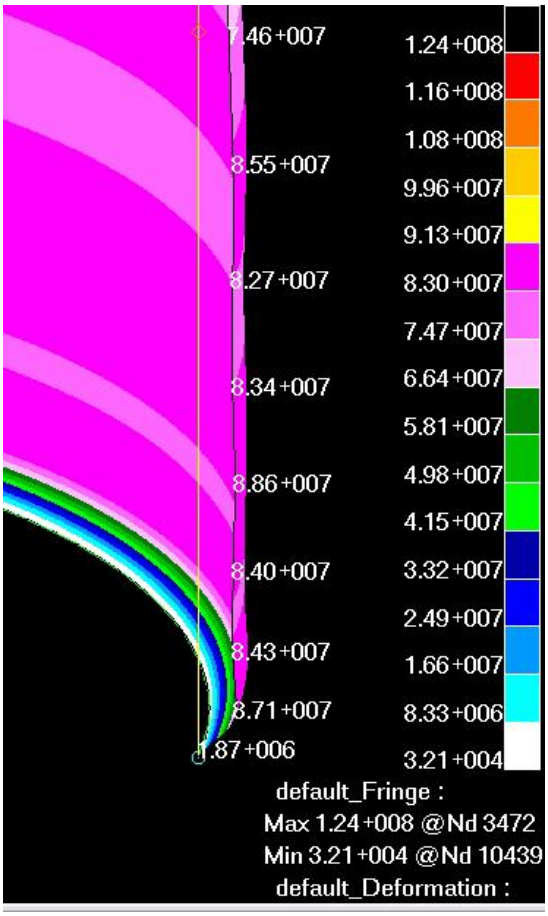
Slika 4.17 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u N/m^2



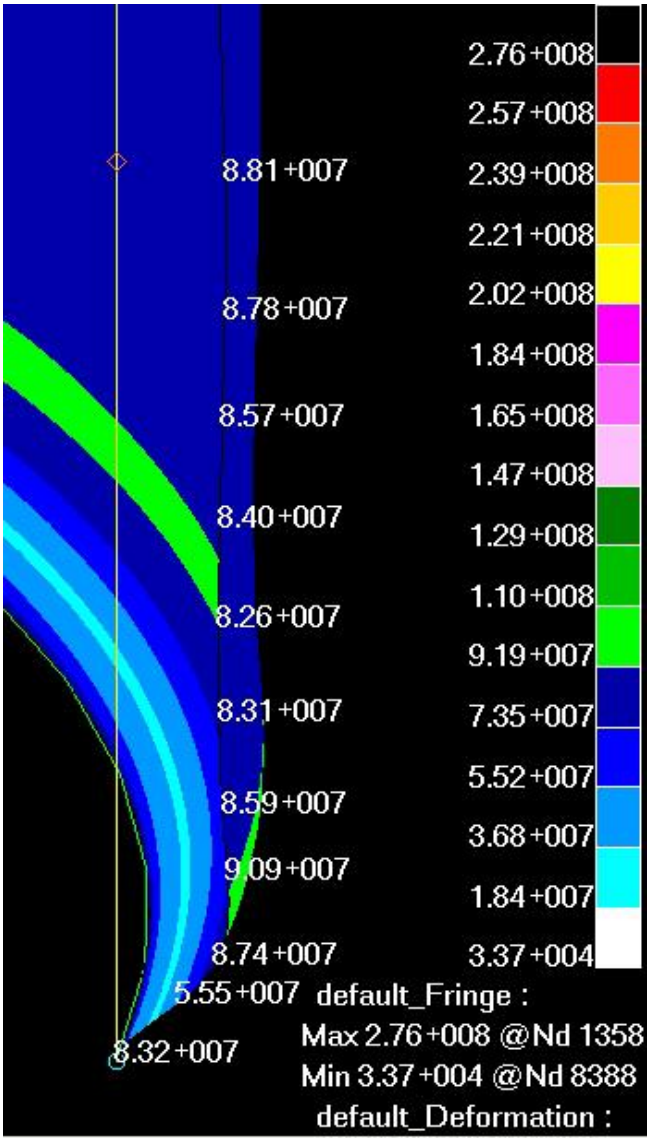
Slika 4.18 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik sa promjenjivom debljinom stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15. Naprezanja su izraženi u N/m^2



Slika 4.19 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka. Ukupni pomak izražen je u metrima



Slika 4.20 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na srednjoj plohi. Naprezanje je izraženo u N/m^2



Slika 4.21 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika promjenjive debljine stijenke, za izvedbu prikazanu na slici 4.15 s prikazom ekvivalentnog naprezanja po von Misesu na vanjskoj plohi. Naprezanje je izraženo u N/m^2

Promjena debljine stijenke nema utjecaja na maksimalni iznos ukupnog pomaka u krovu, koja iznosi 11,1 mm. Do povećanja lokalnog naprezanja na spoju ljuski dolazi zbog smanjenja debljine stijenke cilindra na tom mjestu sa 7mm na 4mm. Iznos tog naprezanja na srednjoj plohi je 124 N/mm^2, a na vanjskoj 276 N/mm^2.

.

	Debljina lima (mm) i visina pojasa (m)			Krov (mm)	Radij. pomak ur (mm)	σlok. (N/mm^2)	Masa spremnika (kg)
Primjer 1	7 (3)	5 (4)	4 (3,5)	7	1,80	78,65	13291,6
Primjer 2	7 (2)	5 (5)	4 (3,5)	7	1,85	79,05	12820,8
Primjer 3	6 (3)	5 (4)	4 (3,5)	7	2,13	92,92	12585,4
Primjer 4	6 (2)	5 (5)	4 (3,5)	7	2,13	92,91	12350
Primjer 5	6 (2)	5 (3)	4 (5,5)	7	2,13	92,9	11879,2
Primjer 6	6 (2)	5 (2)	4 (6,5)	7	2,12	91,13	11643,8
Primjer 7	6 (1)	5 (1)	4 (8,5)	7	2,23	99,08	10937,6

Tablica 4.3 Usporedba dimenzija i rezultata za modeliranje stijenke cilindra

U tablici 4.3 prikazan je tijek optimiranja ljuske cilindra. Dimenzije limova navedene su na način da je prvo navedena debljina lima, a u zagradama je navedena visina pojasa za tu debljinu lima. Iz tablice je vidljivo da je primjer 6 zadovoljio potrebne kriterije, dok se u primjeru 7, na području najmanje debljine lima od 4 mm javlja maksimalni pomak od 2,23 mm, što ne zadovoljava uvjet krutosti. Ako usporedimo masu, vidljivo je da promjene dimenzije stijenke uvelike utječu na ukupnu masu spremnika, a usporedimo li masu spremnika sa optimalnom debljinom stijenke i masu spremnika debljine stijenke 10 mm, vidljiva je ušteda materijala od oko 13 500 kg materijala.

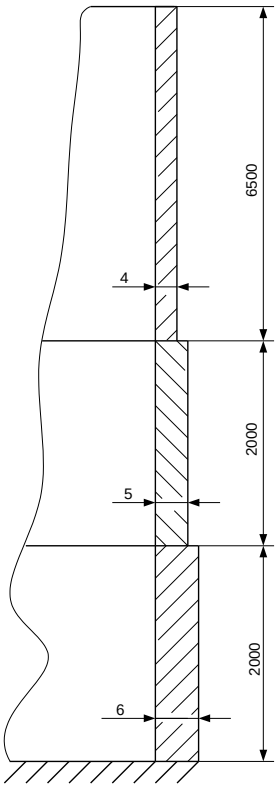
4.5 Izvedbe modelirane s prstenom za ukrutu na mjestu spoja ljuski

Nakon što su postignute optimalne dimenzije cilindričnog dijela spremnika, u sljedećem koraku rješava se problem spoja ljuski.

Odabrane dimenzije cilindra su:

- Lim debljine 6 mm i širine 2 m za dno cilindra
- Lim debljine 5 mm i širine 2 m za srednji pojas
- Lim debljine 4 mm i širine 6,5 m za vrh cilindra

Na slici 4.22 dan je prikaz stijenke cilindra.



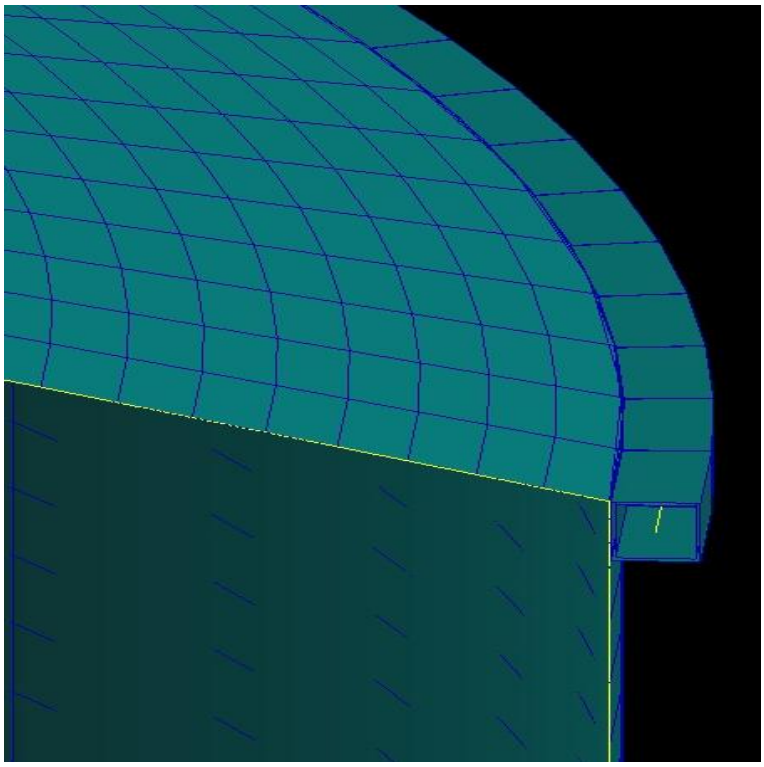
Slika 4.22 Skica odabranih dimenzija za plašt cilindra

Svi primjeri u ovom djelu modelirani su sa tim dimenzijama cilindra. Nepovoljno tlačno naprezanje na spoju ljuski rješava se dodavanjem prstena na gornjem rubu cilindra (slika 4.23). U prethodnim poglavljima pokazano je da se na spoju ljuske cilindra i konusa javlja naprezanje uslijed savijanja čiji iznos prelazi dozvoljenu granicu čvrstoće materijala. Ovaj problem moguće je riješiti na dva načina:

- povećanjem debljine stijenke

- dodavanjem elemenata za ukrućivanje kritičnog dijela.

U poglavlju 4.3 pokazano je da se povećavanjem debljine stijenke masa cijelog spremnika višestruko povećava, što je nepovoljno zbog nepotrebnog utroška materijala. Da bi se izbjeglo povećanje mase ostaje opcija gdje se dodavanje elemenata ukruta na kritično mjesto, što je u ovom slučaju mjesto spoja ljuski, nepovoljno naprezanje uslijed savijanja može poništiti.



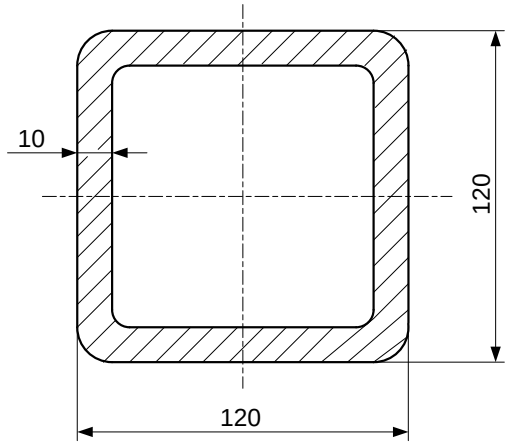
Slika 4.23 Detalj mreže spremnika ojačane prstenom

Prsten je izrađen od standardnog profila, čije dimenzije su prikazane na slici 4.23. Prsten je zavaren na vanjsku stijenku plašta. Dodavanje prstena imalo je očekivani utjecaj na deformaciju krova koja se smanjila za otprilike 30% i sada iznosi 5,15 mm (slika 4.26). Osim smanjenja deformacije krova, prsten je rasteretio i ljuske na mjestu spoja, (slika 4.27 i 4.28). Maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu za srednju plohi ne nalazi se više na spoju ljuski, nego na dnu spremnika i iznosi 93 N/mm^2. To je posljedica utjecaja hidrostatskog tlaka čija vrijednost je najveća na dnu cilindra. Ukupno naprezanje u prstenu je tlačno i iznosi 27,6 N/mm^2. Od komponenti naprezanja u prstenu prevladava aksijalno naprezanje, dok je naprezanje od savijanja

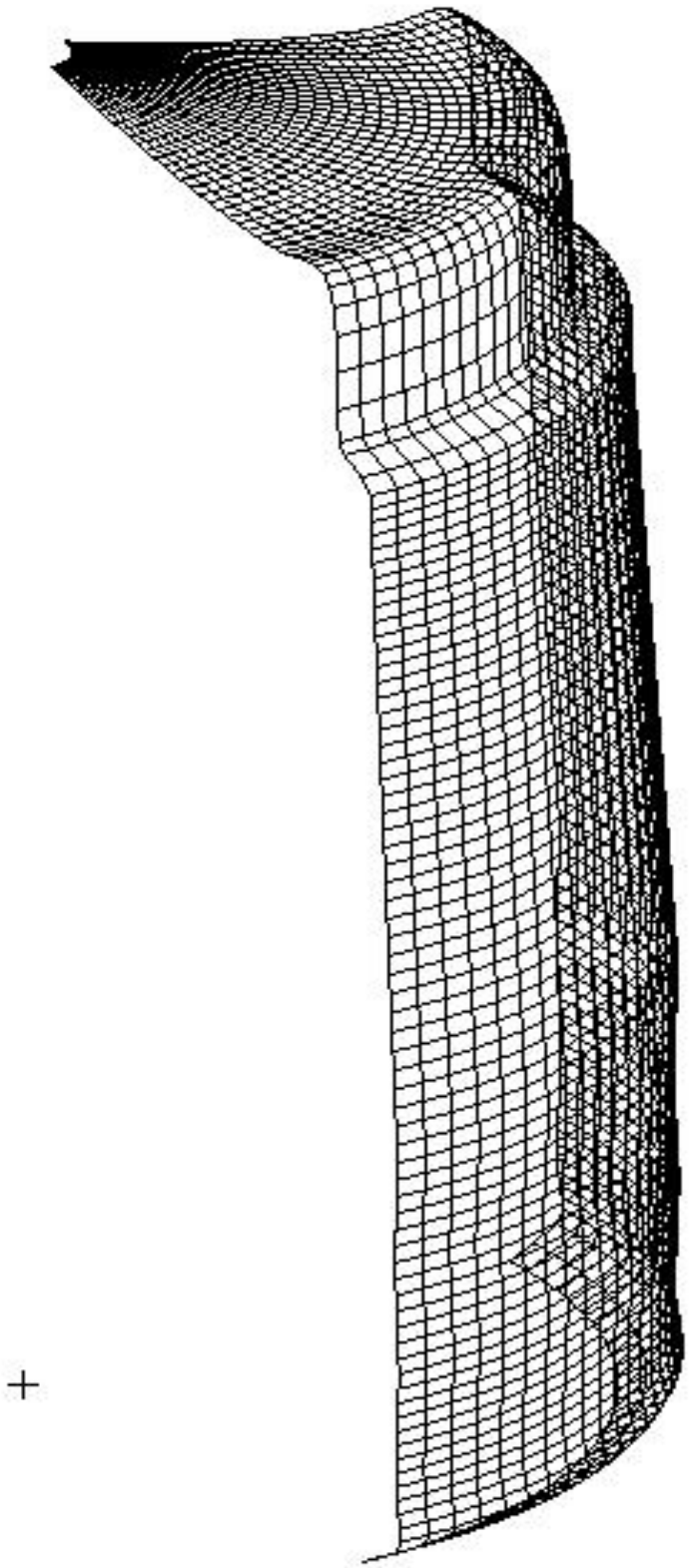
malo.Ukupno naprezanje u prstenu je puno manje od dopuštenog naprezanja, ali kako veličina prstena u velikoj mjeri utječe na deformacije spremnika, a masa mu je zanemariva s obzirom na ukupnu masu spremnika, puno je povoljnije staviti veći prsten nego povećavati debljine limova spremnika (tablica 4.4).

	Dimenzije prstena (mm)	Maksimalni pomak (mm)	σ_e - sred.ploha ljuske(N/mm^2)	σ_e – prsten (N/mm^2)	Masa spremnika (kg)
Primjer 1	100x100x10	4,57	93,1	-23,5	12071,9
Primjer 2	120x120x10	4,44	93,1	-13,7	12167,1
Primjer 3	150x150x10	4,3	93,1	-4,97	12309,8
Primjer 4	120x120x6	5,15	93,1	-27,6	11964,9
Primjer 5	100x100x6	5,34	93,1	-40,6	11917,3

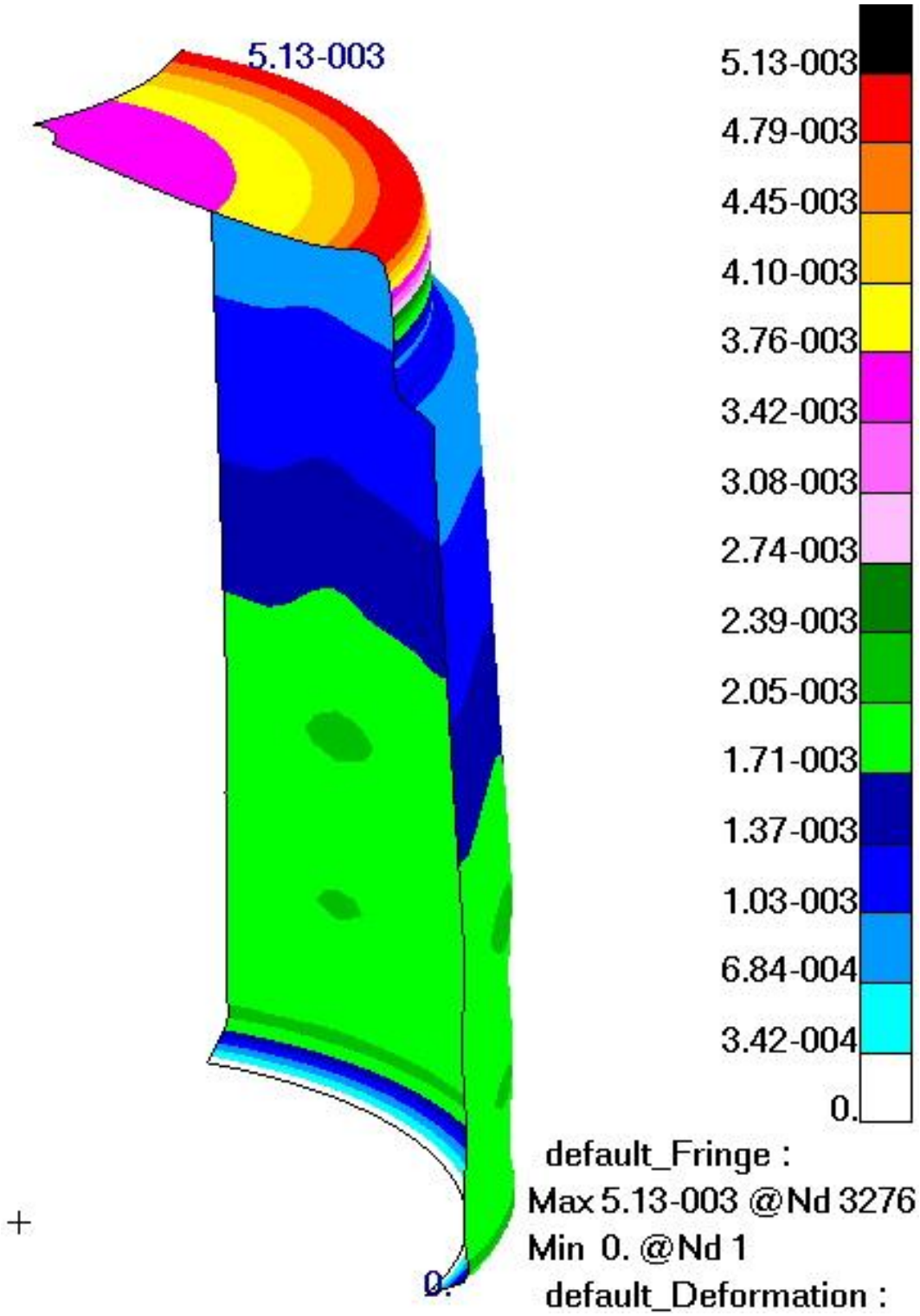
Tablica 4.4 Prikaz različitih dimenzija prstenova korištenih pri modeliranju ojačanja na spoju ljuski i priradajučih rezultata



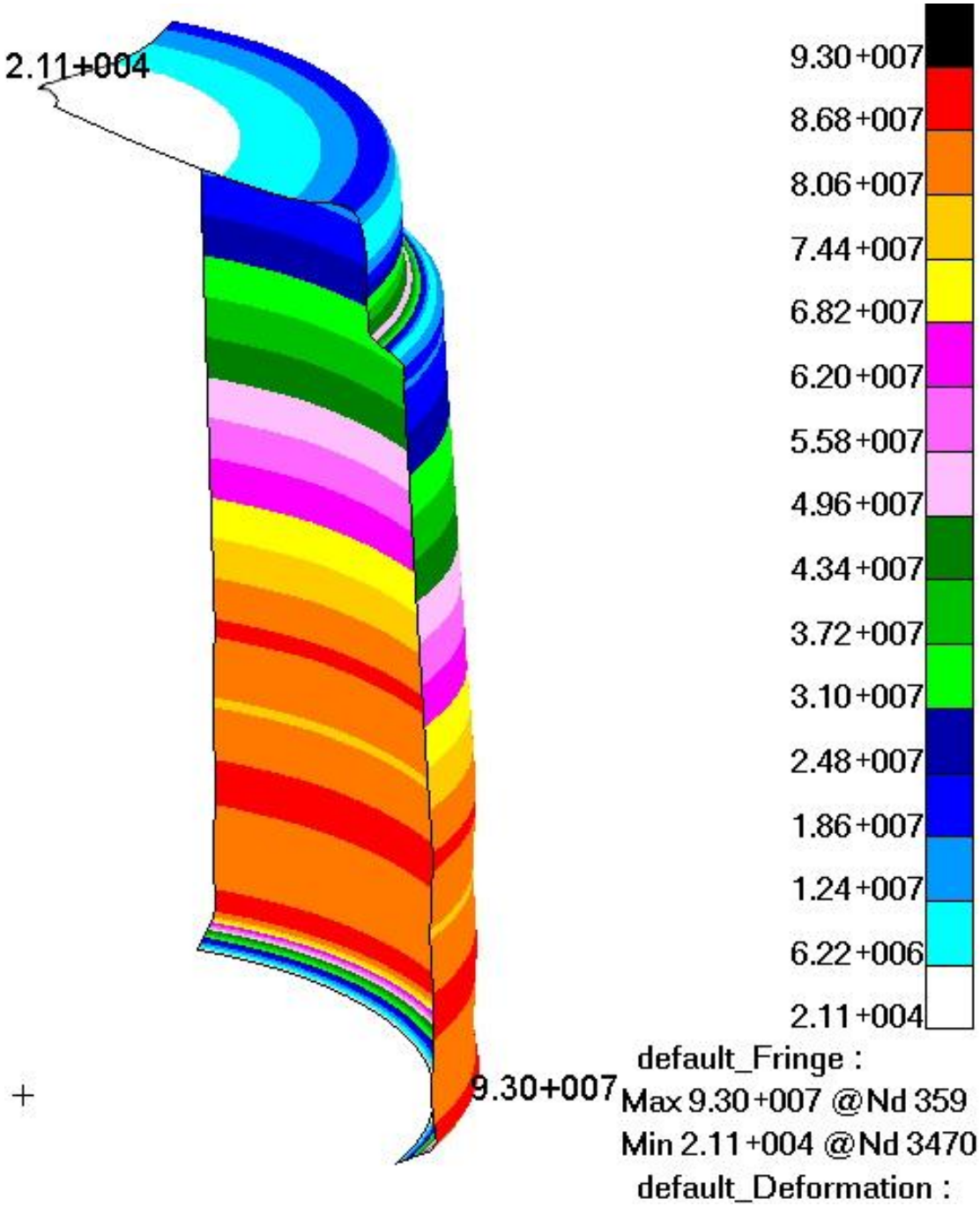
Slika 4.24 Skica profila prstena (BS EN 10219:1997)



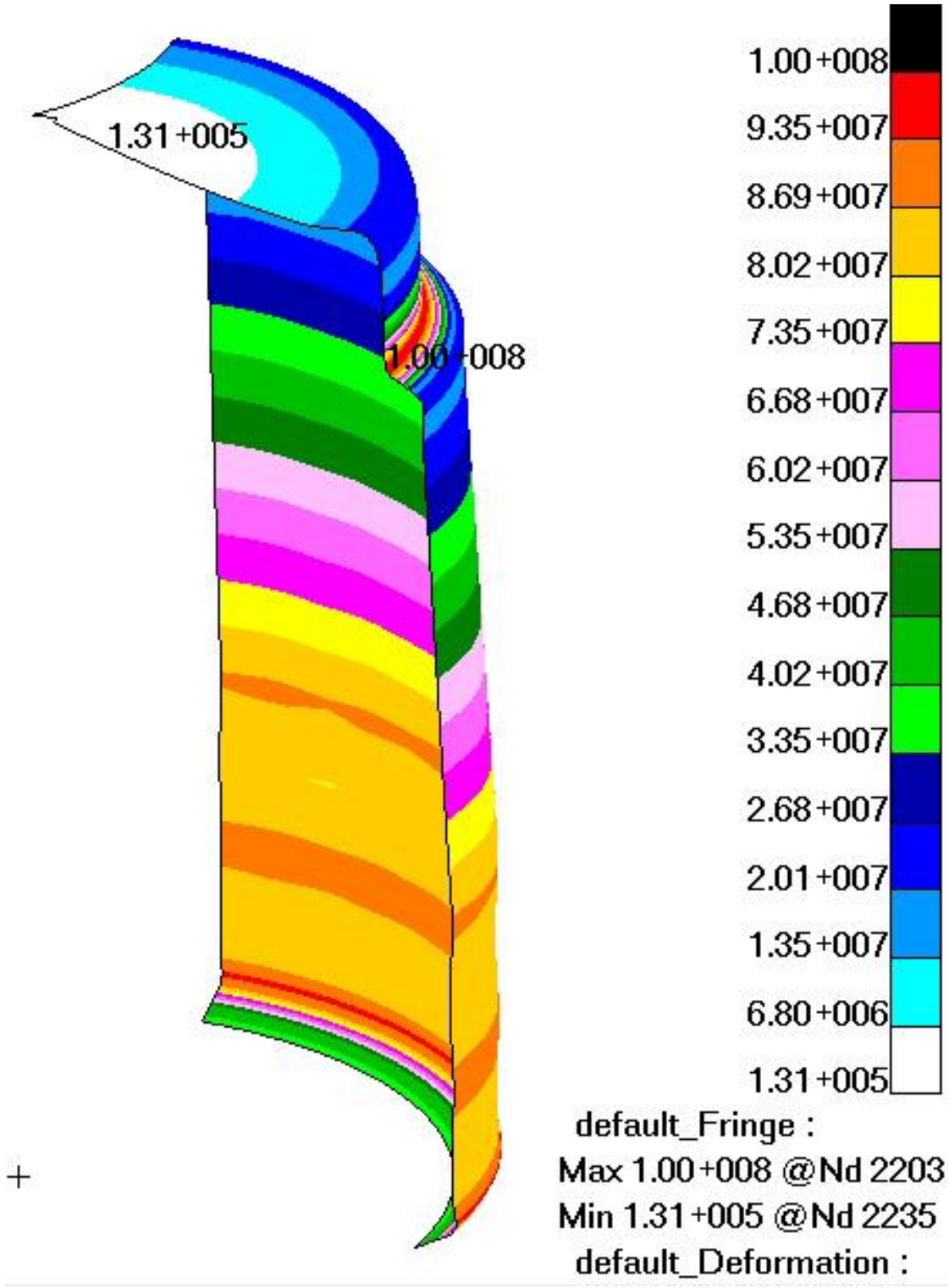
Slika 4.25 Deformirani oblik mreže za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24



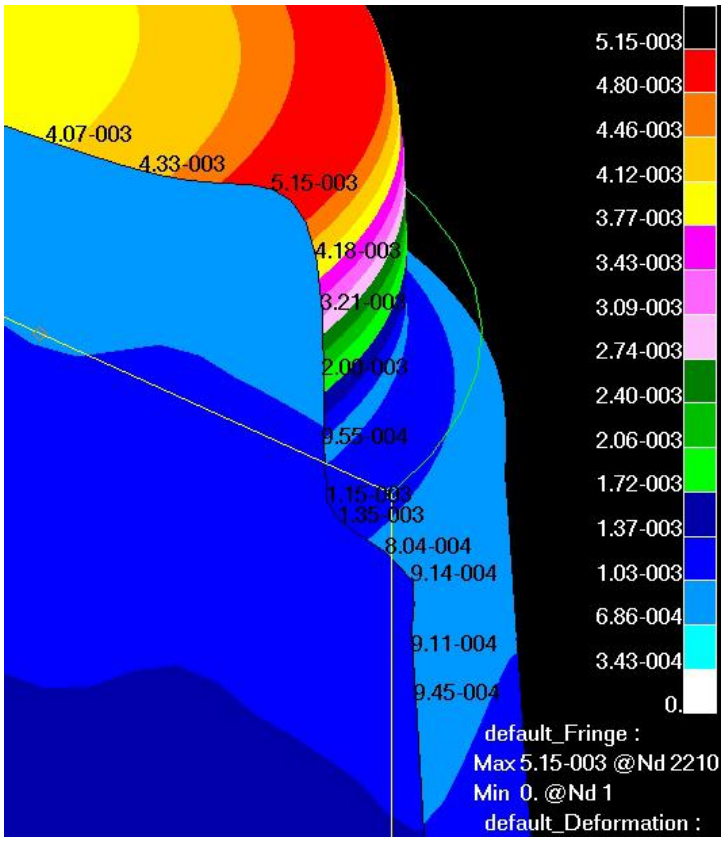
Slika 4.26 Ukupni pomak spremnika ojačanog prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Pomaci su izraženi u metrima



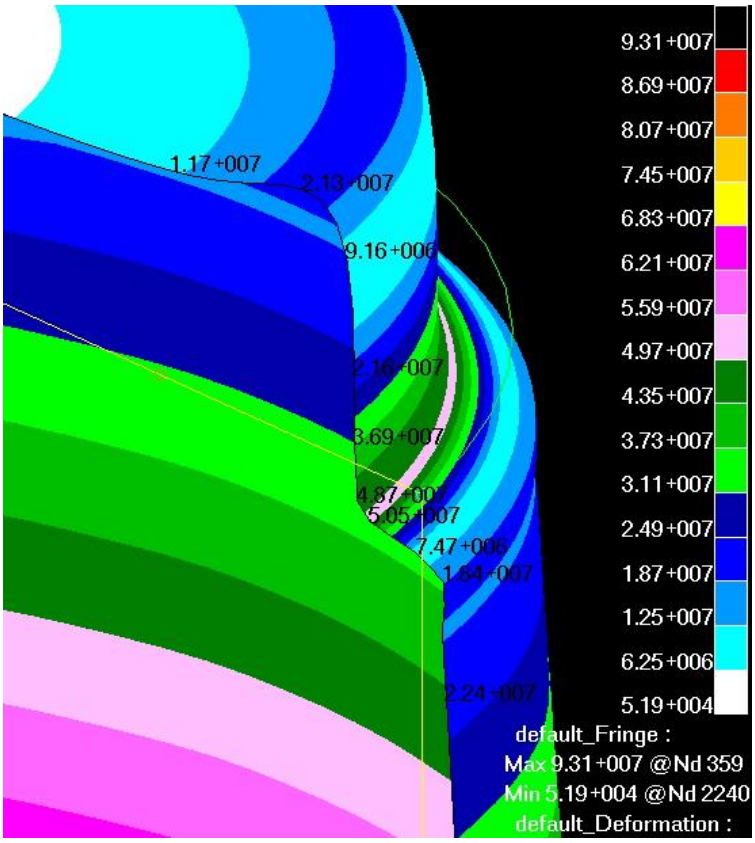
Slika 4.27 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 Naprezanja su izražena u N/m^2



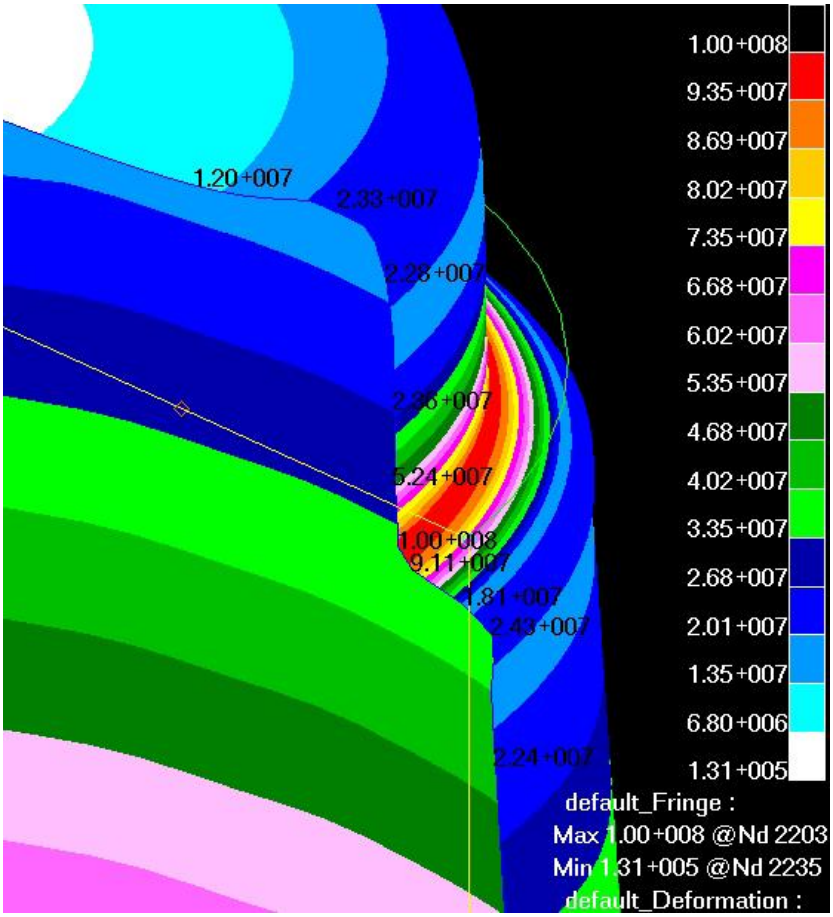
Slika 4.28 Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu na vanjskoj plohi za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24. Naprezanja su izražena u N/m^2



Slika 4.29 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom raspodjele ukupnog pomaka spremnika. Pomaci su izraženi u metrima.



Slika 4.30 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za srednju plohu Naprezanja su izražena u N/m^2



Slika 4.31 Detalj spoja ljuski za spremnik ojačan prstenom na spoju ljuski za izvedbu prstena prema slici 4.24 s prikazom ekvivalentnog naprezanja prema von Misesu za vanjsku plohu Naprezanja su izražena u N/m^2

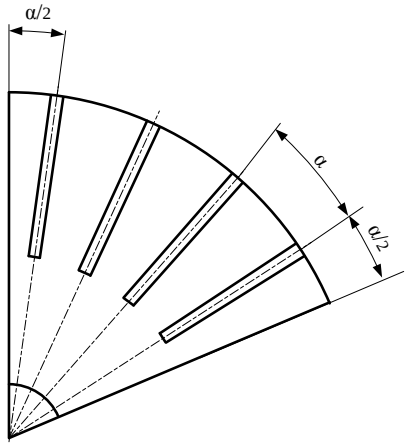
4.6 Modeliranje ojačanja na krovu spremnika uz pomoć rebara

Ojačanjem pomoću prstena na spoju ljuski nije zadovoljen uvjet krutosti konstrukcije, odnosno pomak krova spremnika još uvijek je preveliki. Stoga je potrebno ojačati krov spremnika uz pomoć radijalno postavljenih rebara. Postavljanjem rebara na krov mijenjaju se uvjeti simetrije, te se kao model uzima dio spremnika za koji je moguće zadovoljiti uvjete simetrije za cilindrični koordinatni sustav. Modeliranje se vrši prema načinu prikazanom na slici 4.32, gdje je α kut između rebara.

Analizirano je više varijanti izvedbe, pri čemu su varirani dužina, broj i oblik rebara. Nekoliko varijanti izvedbe modelirano je sa rebrima duž cijele izvodnice krova, a iz provedene analize može se zaključiti da dužina rebara ne utječe na maksimalni pomak u krovu. S obzirom da je naprezanje pri vrhu krova zanemarivo, duljina rebara jednaka je polovici duljine izvodnice konusne ljuske krova, a rebra su smještena u donji dio krova uz spoj sa cilindričnom ljuskom prema slici 4.33 i 4.34.

Usporedbom rezultata (tablica 4.5) primjećuje se da najveći utjecaj na deformaciju krova ima broj rebara, a potom i oblik rebara. Kako je očekivano da u rebrima prevladava opterećenje uslijed savijanja, optimalni oblike rebara postignut je povećanjem momenta tromosti oko osi savijanja. Tako oblikovana rebra smanjila su deformaciju krova u velikoj mjeri, što je omogućilo smanjivanje debljine stjenke krova sa 7 mm na 6 mm.

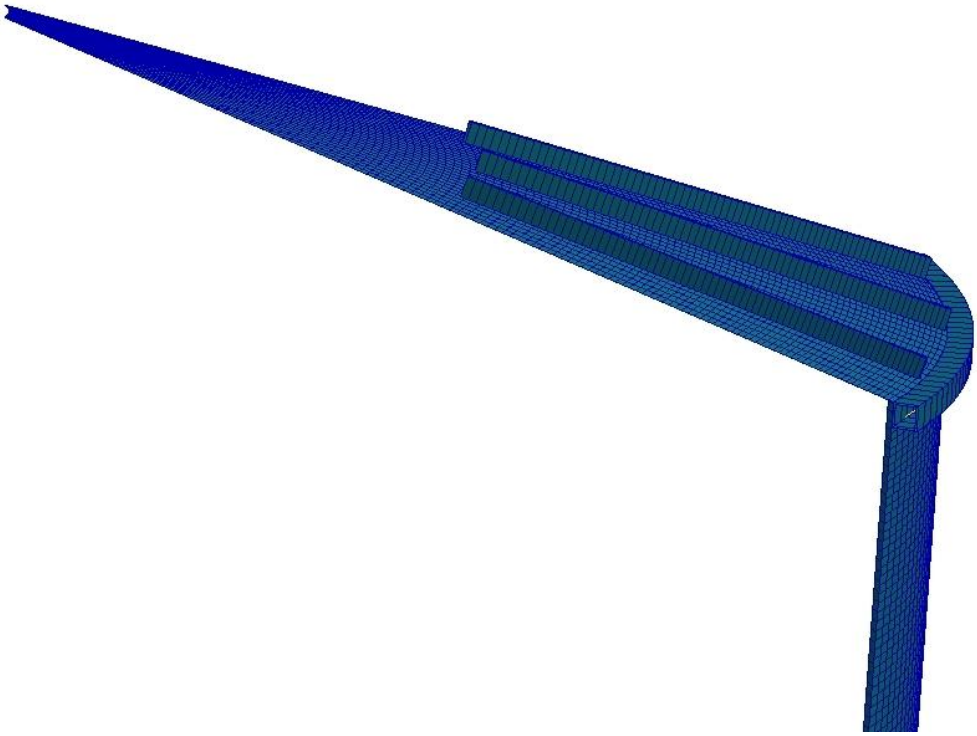
U sljedećem poglavlju prikazani su rezultati za završnu verziju spremnika.



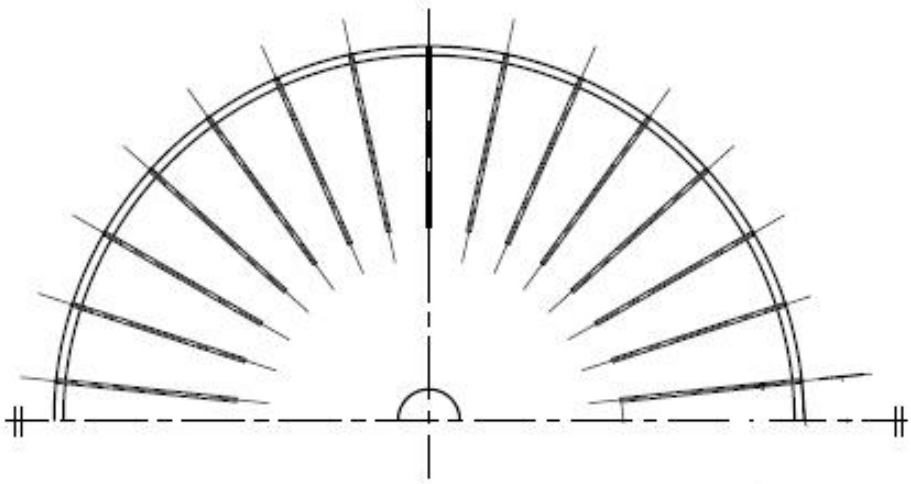
Slika 4.32 Skica dijela spremnika sa promijenjenim uvjetima simetrije

	Dimenzije prstena	Dimimenzije rebara	Broj rebara	Debljina krova (mm)	Maksimaln i pomak w (mm)	Maksimalni σ_{ekv} za srednju plohu	σ_{ekv} za prsten	σ_{ekv} za rebara	Masa spremnika (kg)
Primjer 1	100x100x10	100x100x10	6	7	5,59	93,1	-33,8	22,3	12669,1
Primjer 2	100x100x10	100x100x10	12	7	5,55	93,1	-34,3	22,9	12669,1
Primjer 3	100x100x10	100x100x10	18	7	5,41	93,1	-30,9	20,9	12967,6
Primjer 4	100x100x10	100x100x10	24	7	3,86	95	-32	22,3	13266,2
Primjer 5	100x100x10	100x50x8	24	7	3,25	94,1	-25,8	23,7	12882,3
Primjer 6	100x100x8	100x50x4	24	7	3,59	94	-29,7	40	12485,7
Primjer 7	100x100x8	100x50x4	24	6	4,69	94	-33,4	33,8	12353,2
Primjer 8	100x100x8	100x50x4	30	6	3,32	94	-28,8	33,5	12456,6
Primjer 9	120x120x8	100x50x4	30	6	3,02	94	-25,2	34,3	12540,4
Primjer 10	120x120x10	100x50x4	30	6	2,76	94	-22,2	31	12635,7
Primjer 11	150x150x10	100x50x4	30	5	3,52	94	-21,1	31,1	12731,9

Tablica 4.5 Usporedba dimenzija i rezultata za različine izvedbe spremnika ojačanog prstenom i rebrima



Slika 4.33 Model spremnika sa ukrutama prstena i rebara



Slika 4.34 skica rasporeda rebara za odabranu izvedbu spremnika

5. PRIKAZ REZULTATA ZA ODABRANU KONSTUKCIJU

Plašt spremnika izvodi se izvodi iz pravokutnih limova koji su međusobno sučeono zavareni. Plašt je na dnu zavaren dvostrukim kutnim zavarom za lim podnice. Optimalne dimenzije spremnika su:

- Debljina plašta spremnika (širina pojasa)
  - 6 mm (2 m)
  - 5 mm (2 m)
  - 4 mm (6,5 m)
- Debljina krova spremnika

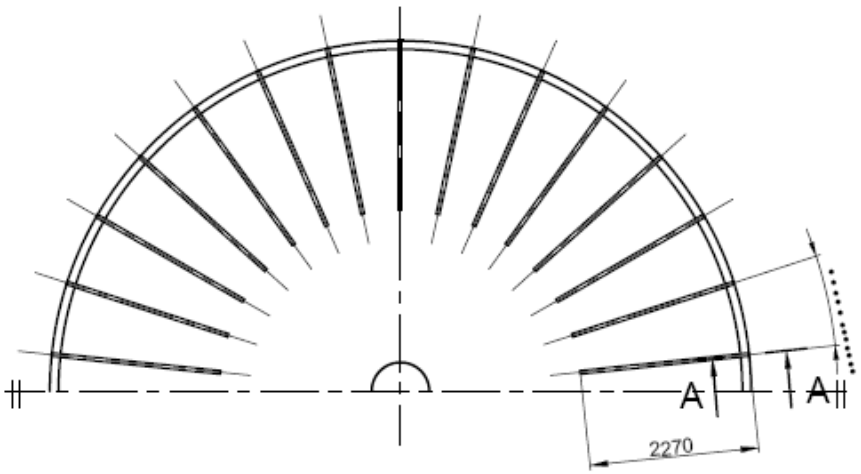
  6 mm
- Dimenzije prstena

  120x120x10 mm
- Broj rebara (n) i dimenzije

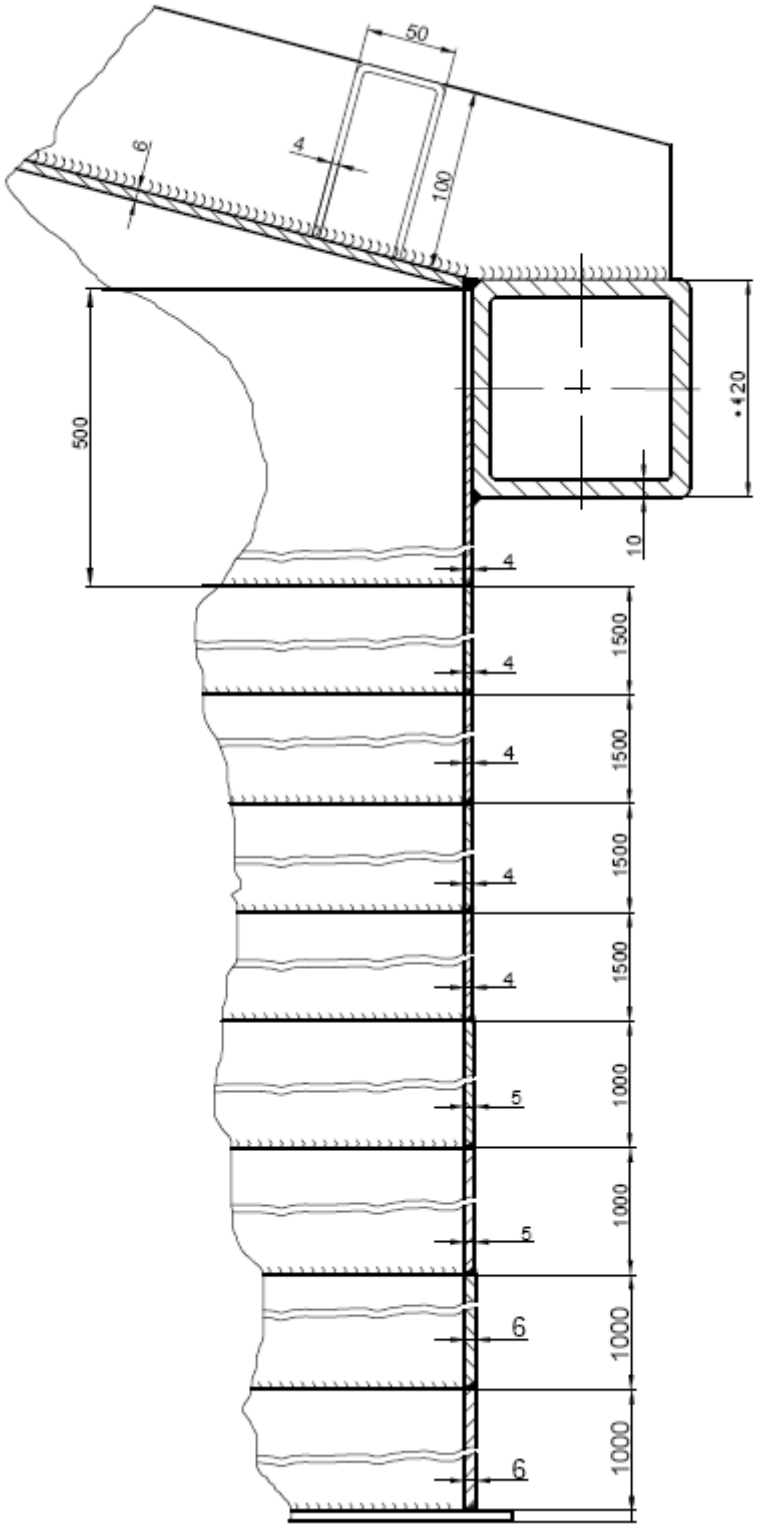
  n=30

  100x50x4 mm

Na slici 5.1 i 5.2 dane su skice konačne verzije spremnika sa svim potrebnom dimenzijama.



Slika 5.1 Raspored rebara za odabranu izvedbu spremnika



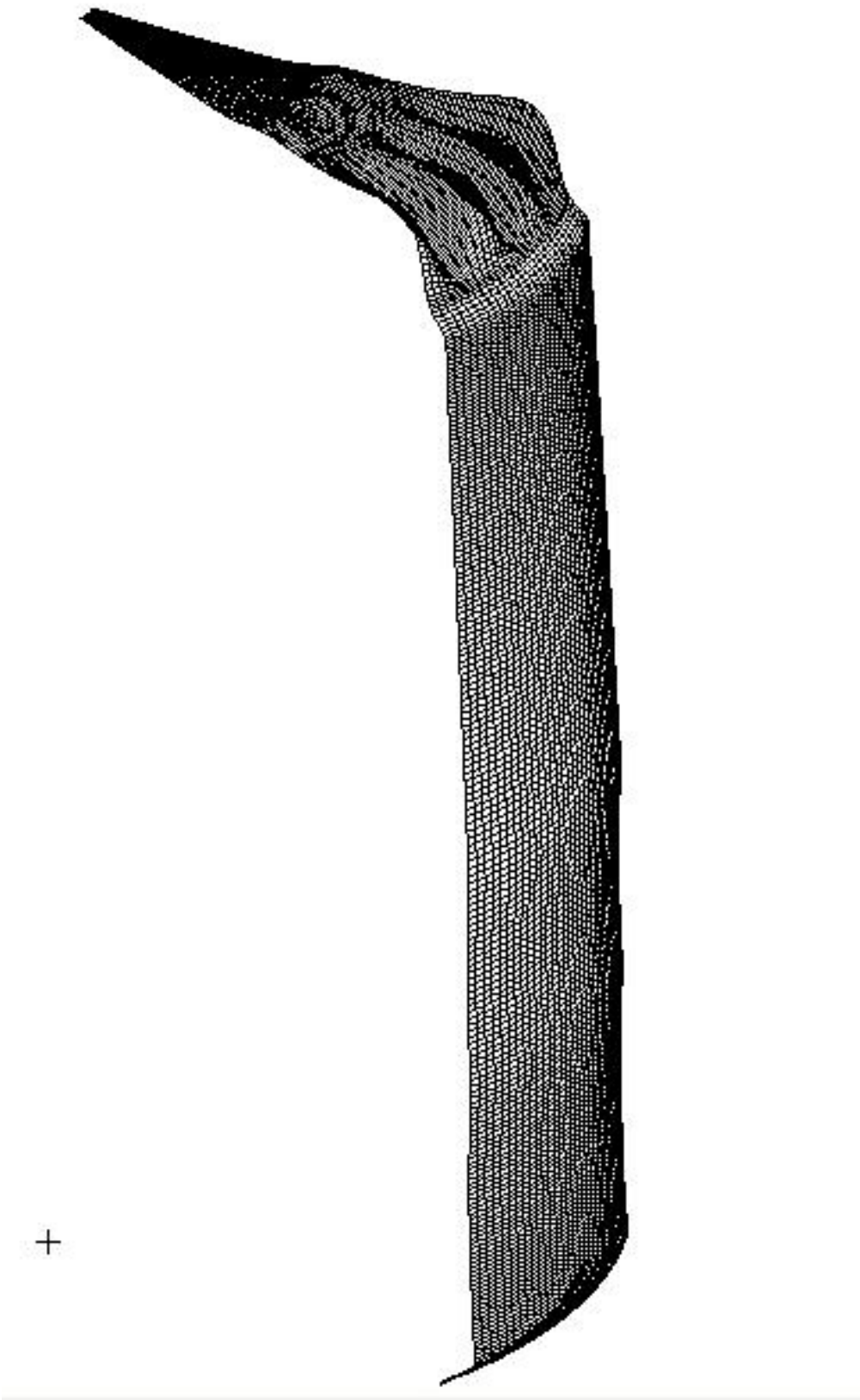
Slika 5.2 Skica presjeka spremnika s dimenzijama ljuski cilindra i krova te dimenzijama ukruta

Za proračun spremnika primarno naprezanje je ono do kojeg dolazi uslijed opterećenja hidrostatskim tlakom, čija vrijednost se mijenja s promjenom visine stupca tekućine. Važnost hidrostatskog tlaka vidljiva je iz raspodjele naprezanja. Prilikom provjere čvrstoće iznos ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu uspoređivao se sa iznosom dopuštenog naprezanja, pa je prikaz rezultata najbolje započeti sa ekvivalentnim naprezanjima. Najveće ekvivalentno naprezanje nalazi se pri dnu cilindra i iznosi 91 N/mm^2 za srednju plohu. Ekvivalentno naprezanje postepeno se smanjuje od vanjske plohe prema unutrašnjoj, pa tako maksimalno naprezanje na vanjskoj plohi iznosi 92,8 N/mm^2, na srednjoj 91 N/mm^2, a na unutrašnjoj 90,4 N/mm^2 (slike 5.4 do 5.15). Ovakav raspored naprezanja sukladan je teoriji ljusaka koje kaže da se naprezanje u ljusci sastoji od naprezanja uslijed savijanja i membranskog naprezanja. Kako je raspodjela membranskog naprezanja konstantna po debljini ljuske, može se zaključiti da u spremniku prevladava utjecaj membransko naprezanje. Usporedimo li iznose ekvivalentnog naprezanja i membranskog cirkularnog naprezanja (slike 5.4, 5.5, 5.6, 5.17) očigledno je da se njihove vrijednosti vrlo malo razlikuju, te se iz toga može zaključiti da je meridijanska komponenta σ_x zanemariva. Utjecaj hidrostatskog tlaka vidljiv je i u pojavi maksimalnih naprezanja na dnu cilindričnog dijela spremnika (slike 5.21 do 5.29). Meridijanska komponenta za cilindrični dio (σ_x) posljedica je opterećenja vlastitom težinom (slika 5.39), ali njezin iznos je vrlo mali pa nema veliki utjecaj na ukupna naprezanja. Maksimalna ekvivalentna naprezanja po von Misesu za srednju plohu kod spremnika opterećenog vlastitom težinom iznose 5,1 N/mm^2. Uzmemo li u obzir prije spomenutu tvrdnju da je meridijanska komponenta za cilindrični dio (σ_x) posljedica vlastite težine, iz slika 5.20 i 5.39 možemo zaključiti da je njezina vrijednost uistinu zanemariva naspram cirkularne komponente, a vrijednost σ_x se kreće u rasponu od 0,412 do 1,08 N/mm^2. Iz slika 5.18 i 5.19 vidljivo je da se maksimalni iznosi meridijalnih naprezanja na izvodnicama krova javljaju u blizini mjesta spoja ljuski zbog pojave lokalnog naprezanja uslijed savijanja. Lagani skok meridijalnog naprezanja na krovu uočava se na mjestu završetka rebara koji je posljedica promjene krutosti. U blizini otvora, na vrhu krova spremnika, meridijalna naprezanja su smanjena do zanemarivog iznosa.

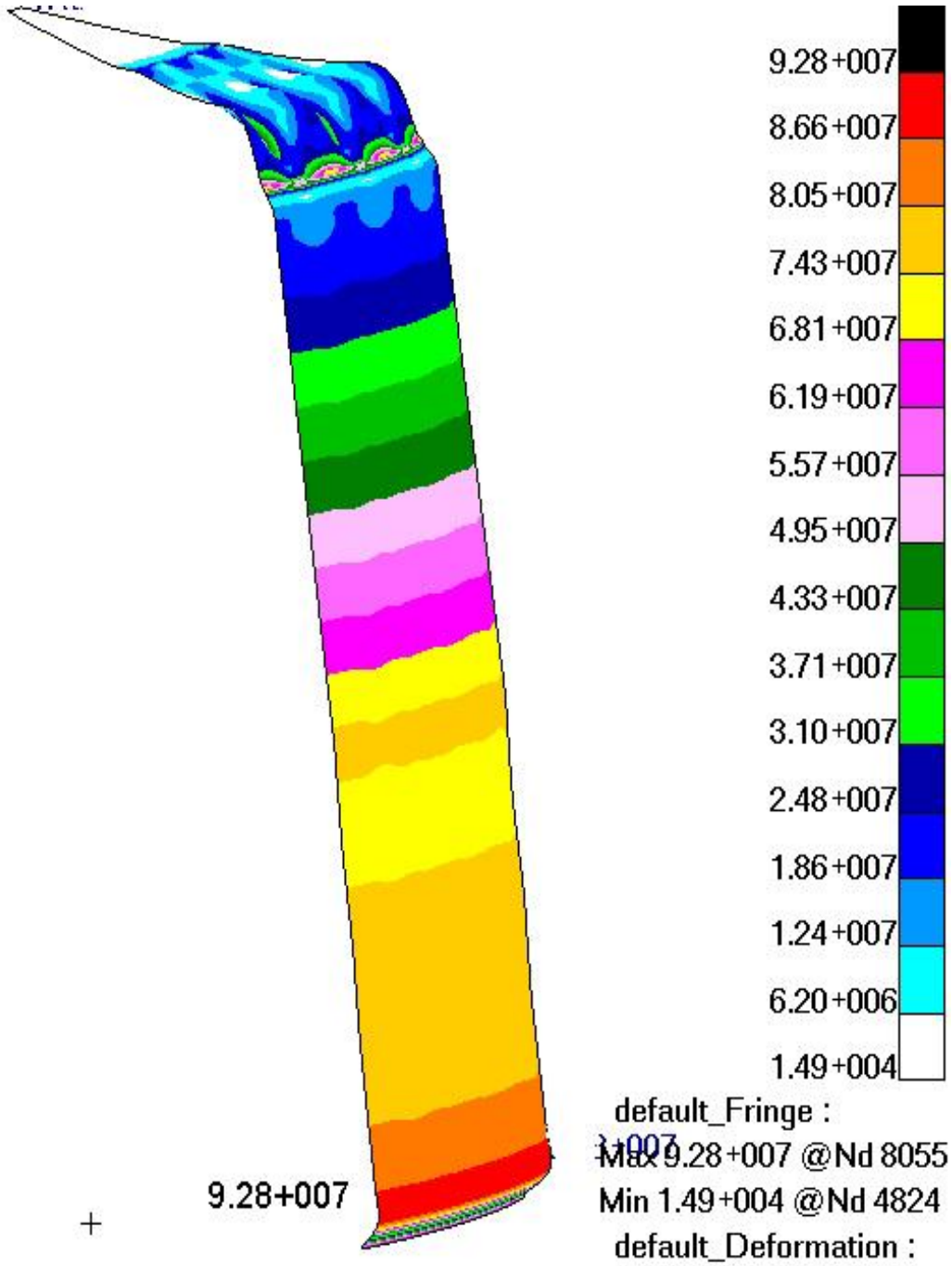
Ekvivalentno naprezanje krova spremnika postepeno se smanjuje od prstena prema kraju rebara, te njegov iznos pada gotovo na nulu na drugoj polovici krova (slike 5.7 do 5.12).

Iz raspodjele ekvivalentnih naprezanja po debljini ljuske (slike 5.4 do 5.15) vidljiv je utjecaj lokalnog savijanja na mjestu postavljanja ukruta prstena i rebara. S obzirom da rebra sprečavaju pomake u krovu, maksimalni pomak javlja se između rebara (slika 5.40 do 5.42).

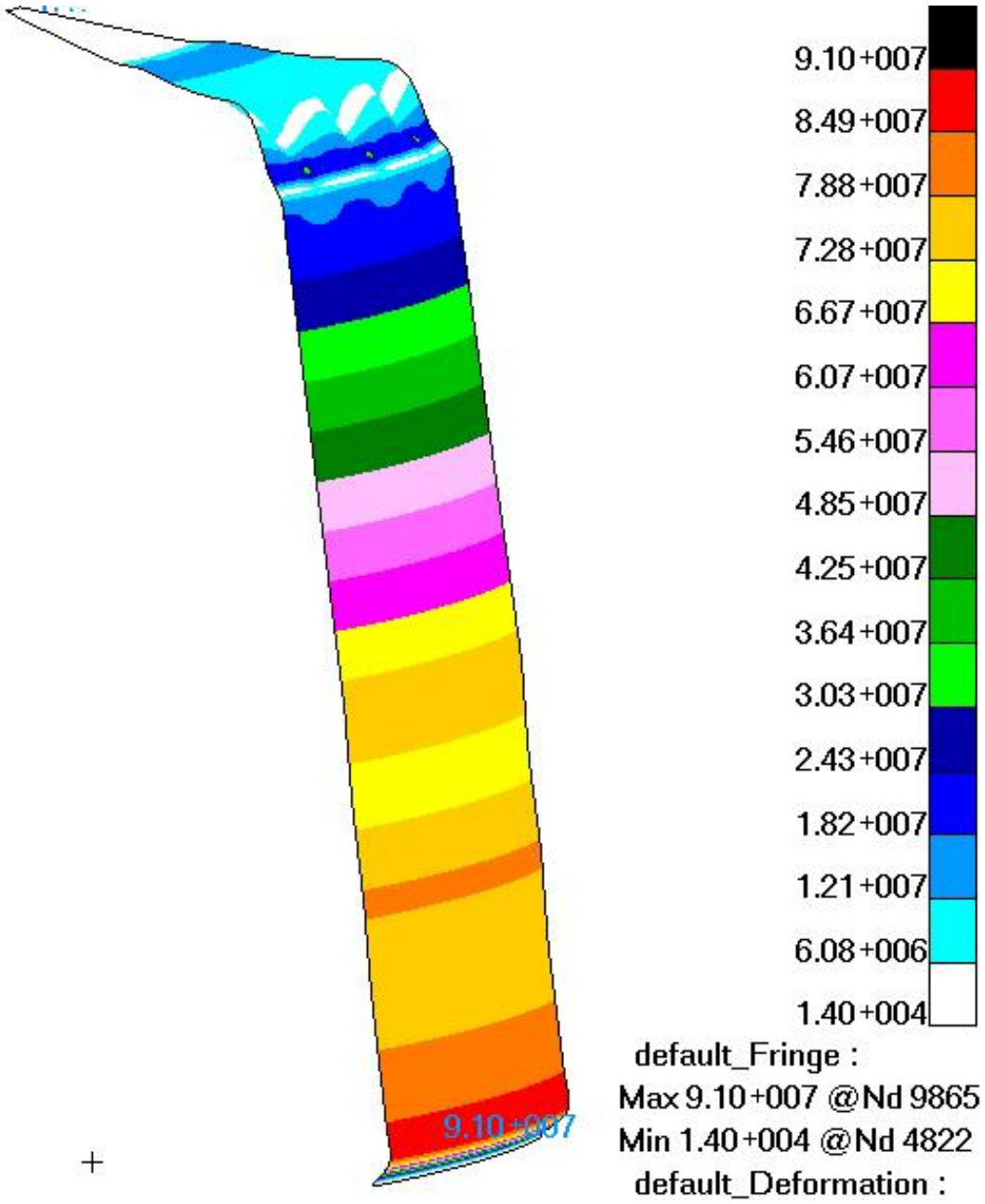
U prstenu prevladava tlačno naprezanje, a u rebrima naprezanje uslijed savijanja. Minimalna glavna naprezanja javljaju se na području ukruta prstena i rebara, i negativnog su iznosa, odnosno predstavljaju tlačna naprezanja (slika 5.30 do 5.38). Udaljavanjem od ukruta njihov iznos brzo pada u nulu.



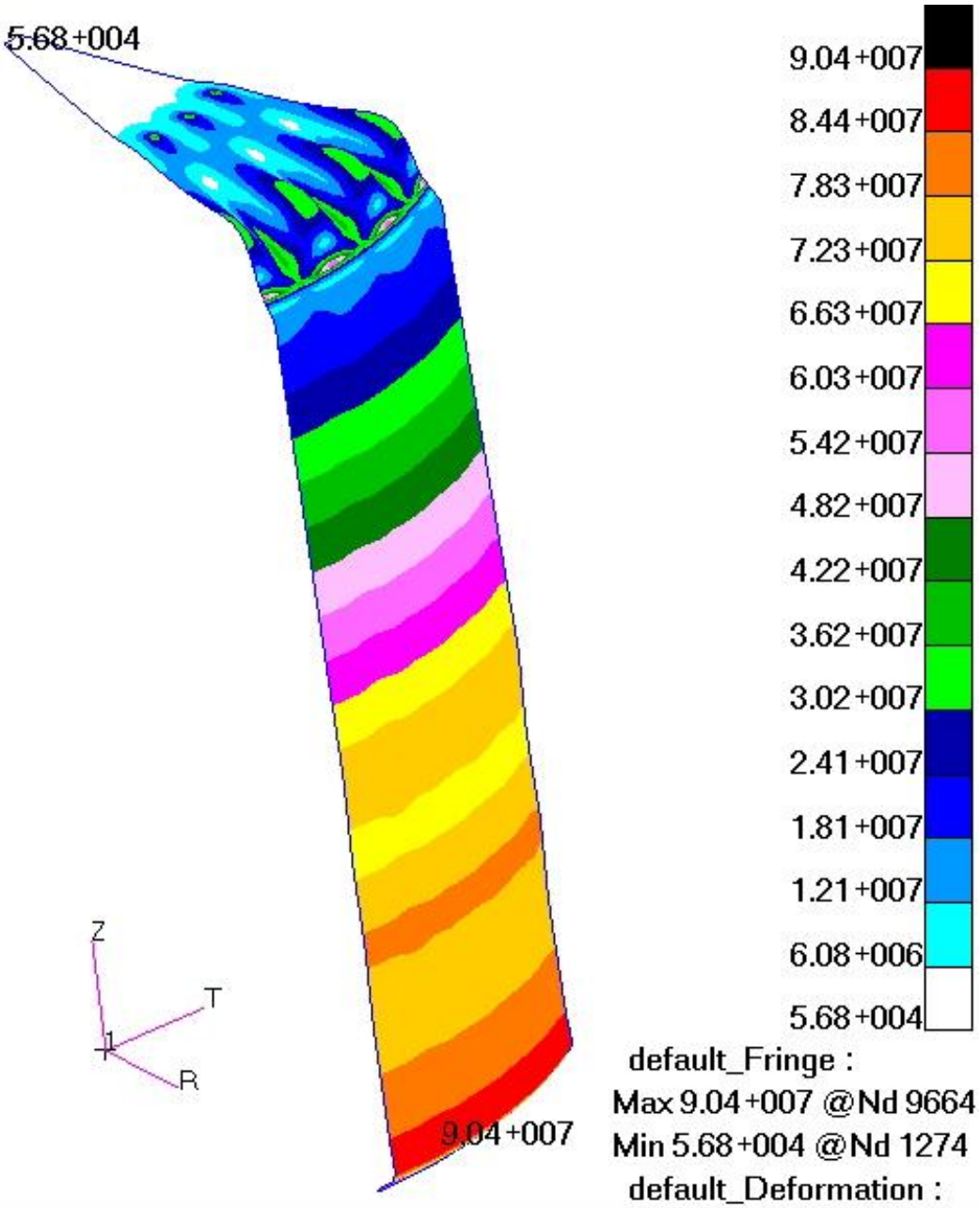
Slika 5.3 Deformirani oblik mreže za konačnu verziju spremnika



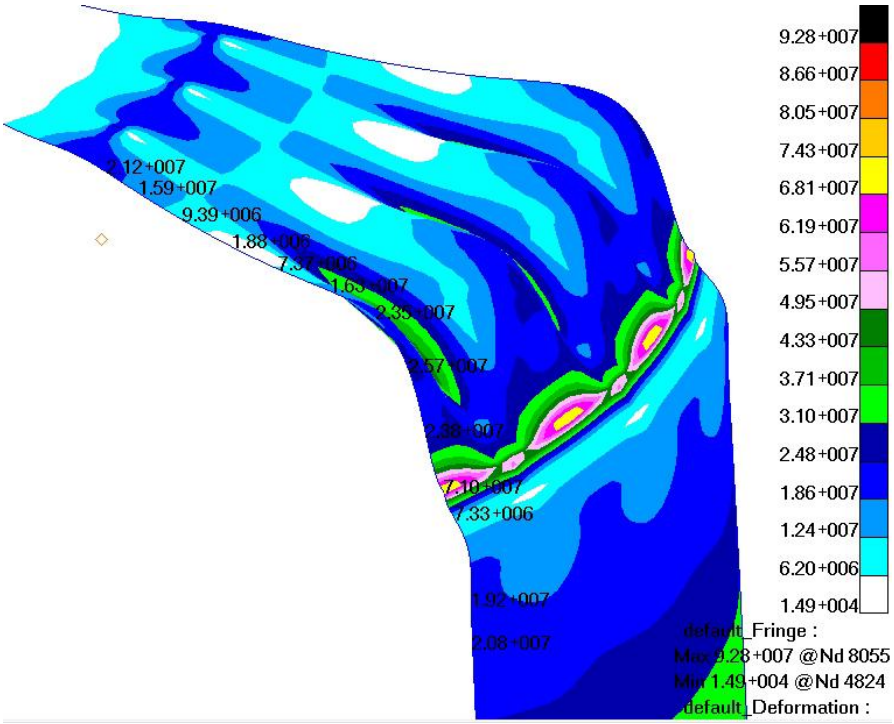
Slika 5.4 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m2.



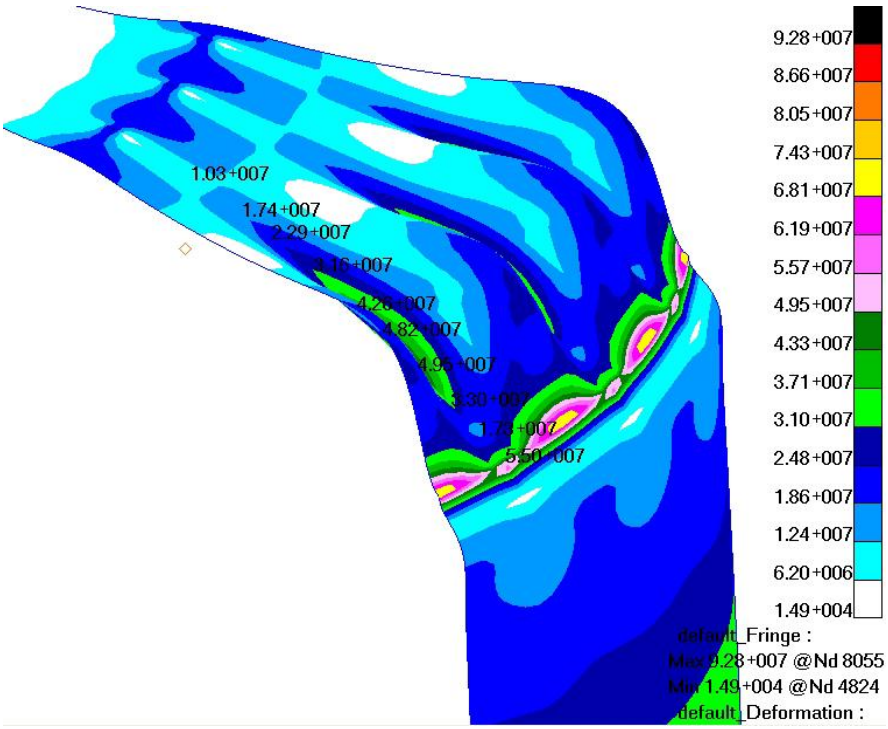
Slika 5.5 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika Naprezanja su izražena u N/m2.



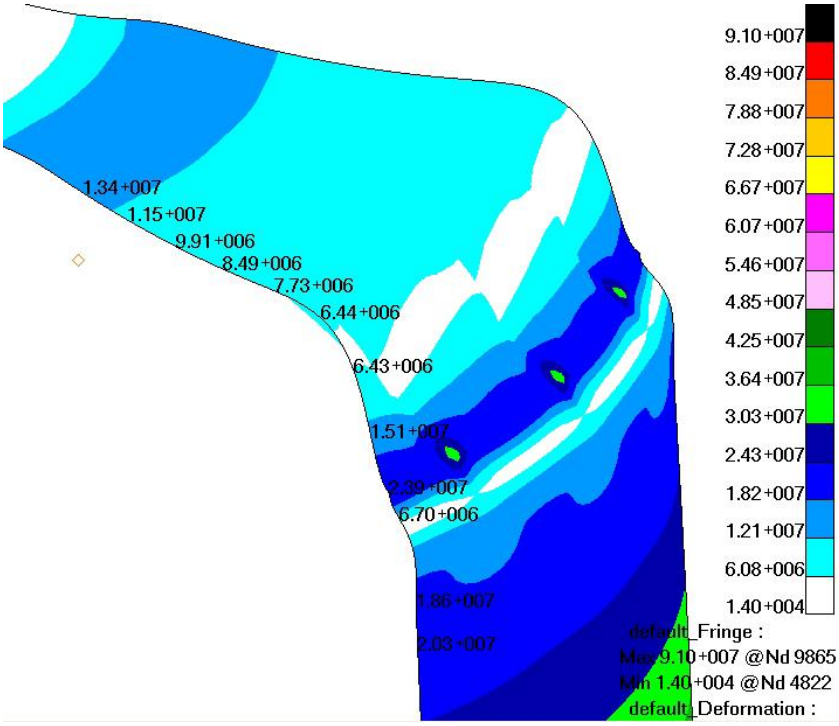
Slika 5.6 Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



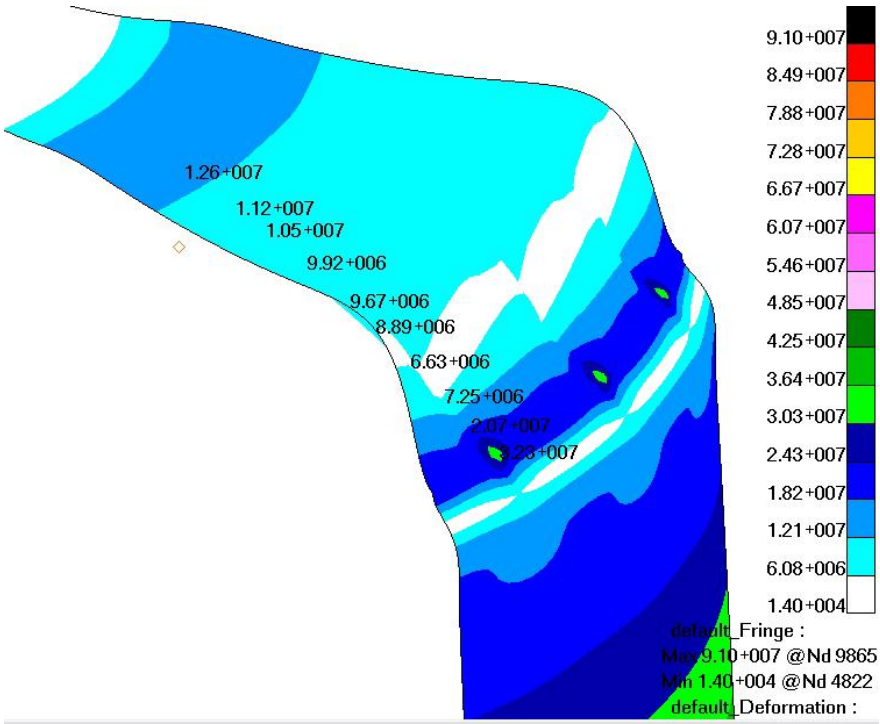
Slika 5.7 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



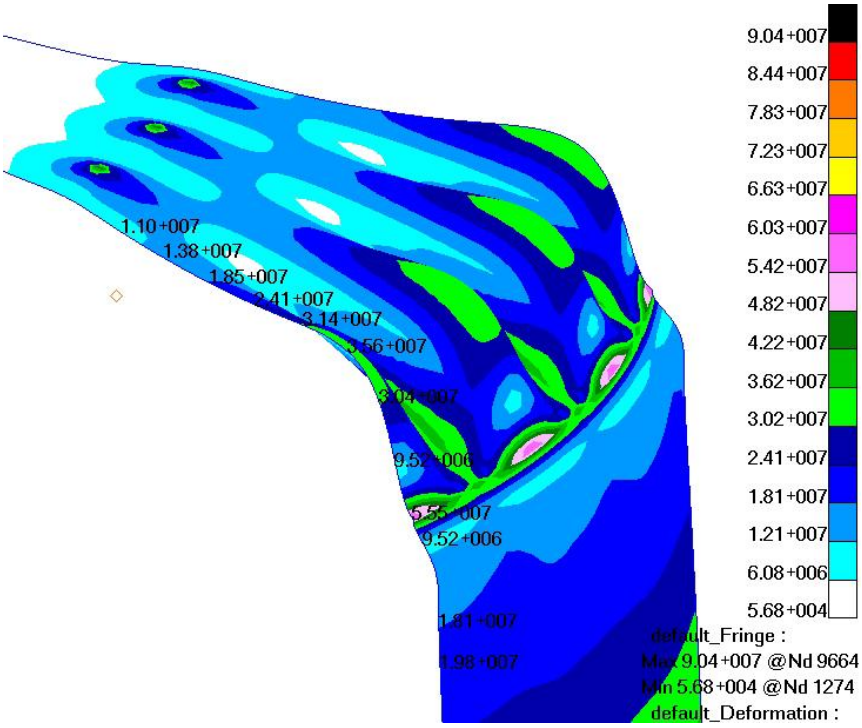
Slika 5.8 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



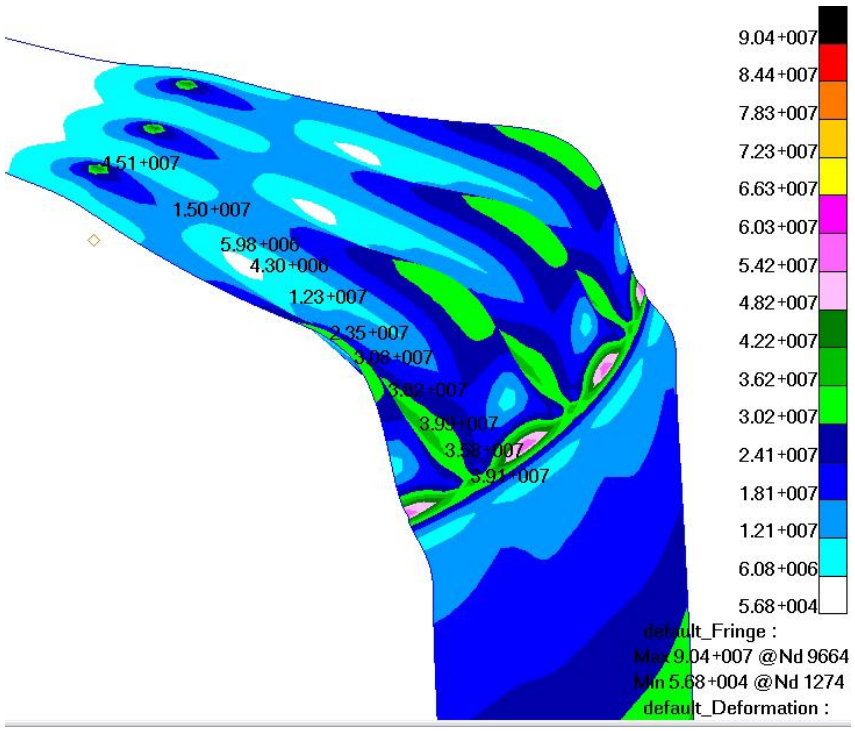
Slika 5.9 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



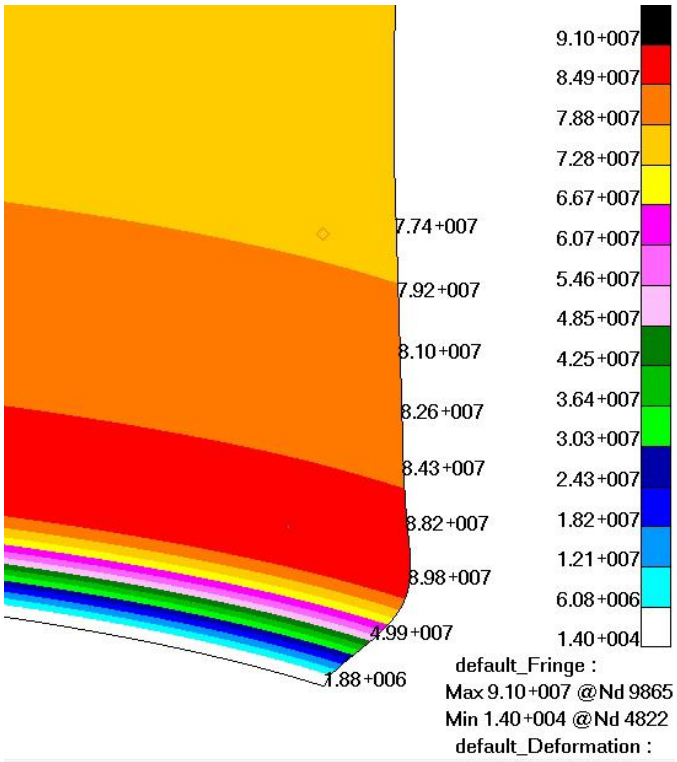
Slika 5.10 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



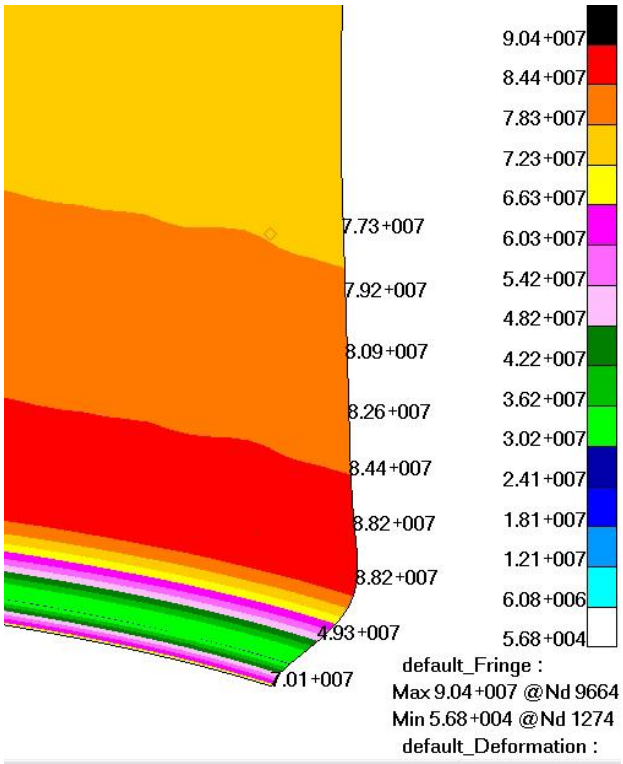
Slika 5.11 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



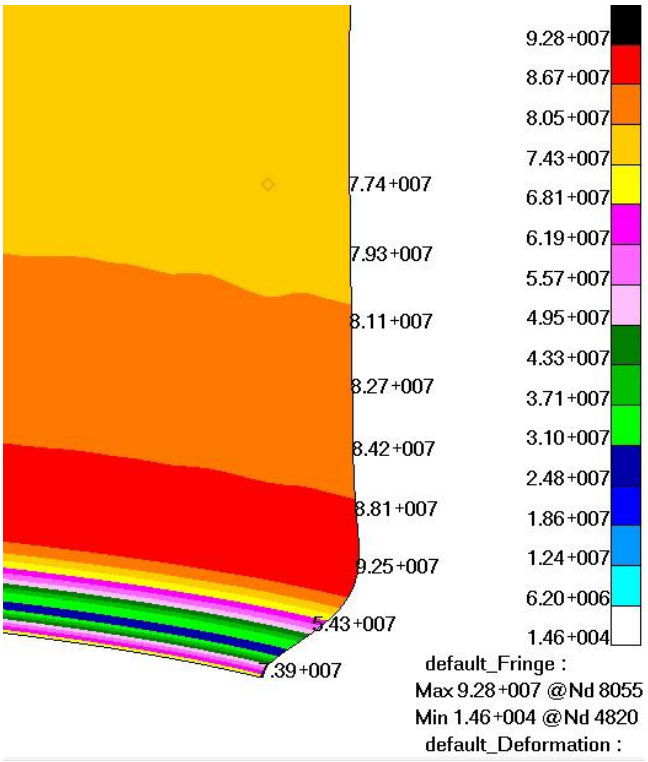
Slika 5.12 Detalj krova spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Prikazane su vrijednosti za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



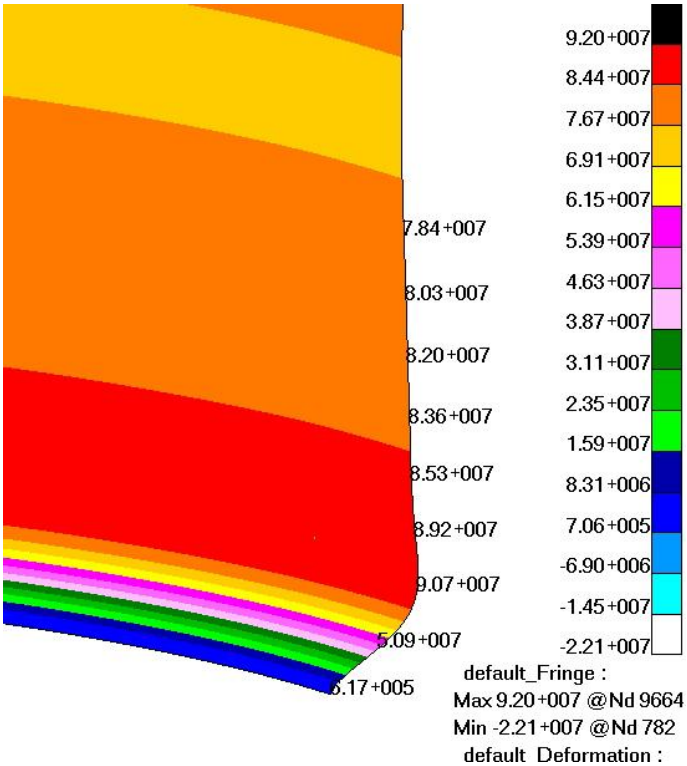
Slika 5.13 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za vanjsku plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



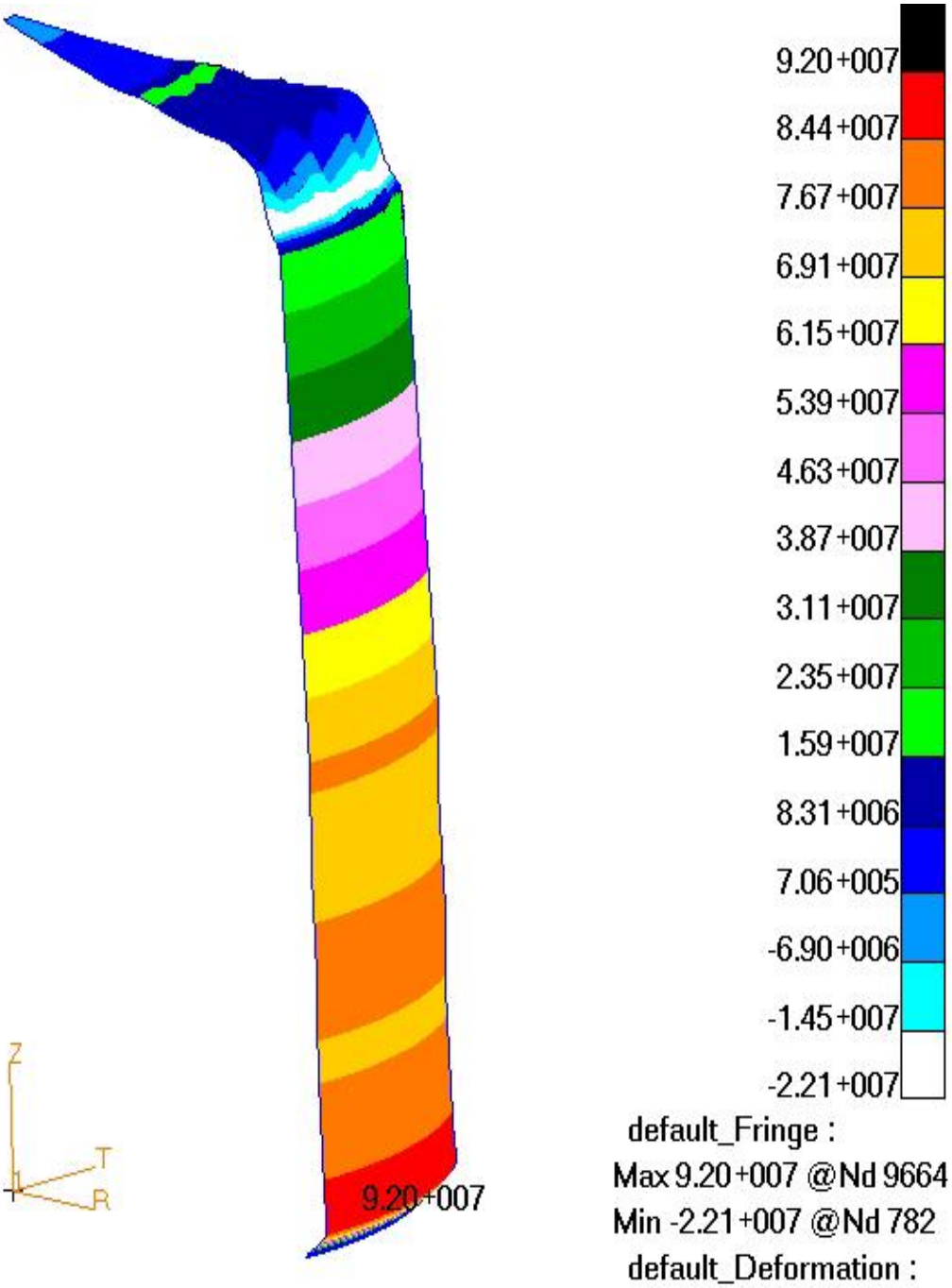
Slika 5.14 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



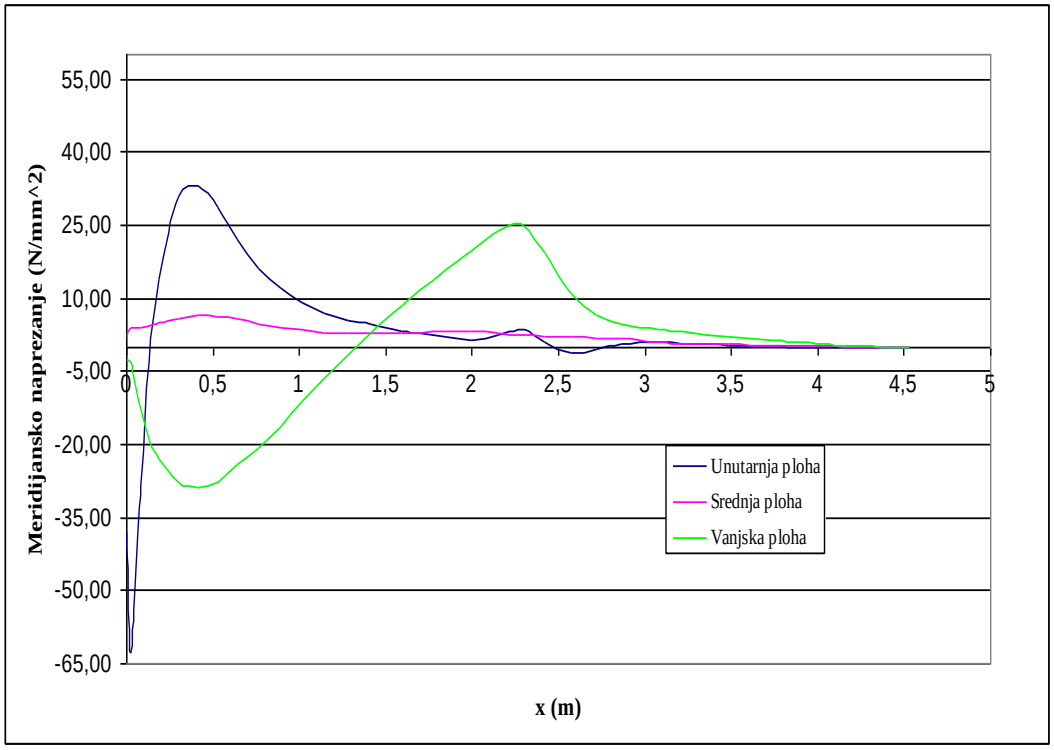
Slika 5.15 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele ekvivalentnog naprezanje prema von Misesu za unutarnju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



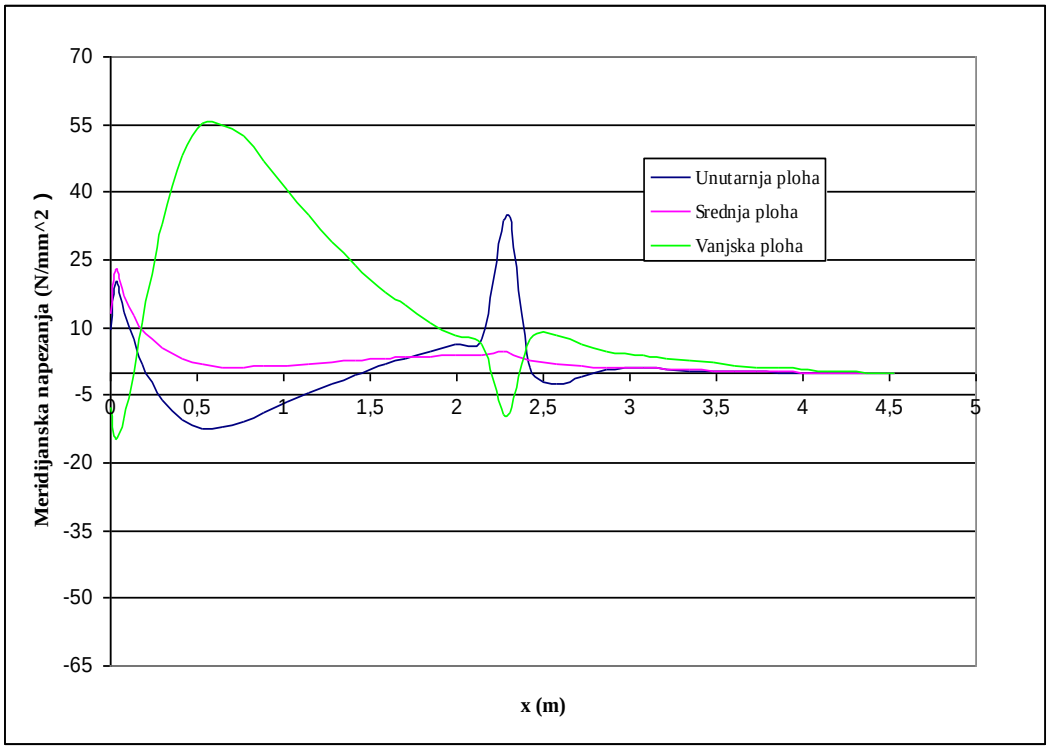
Slika 5.16 Detalj dna cilindričnog dijela spremnika s prikazom raspodjele cirkularne normalne komponente naprezanje σ_φ za srednju plohu konačne verzije spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



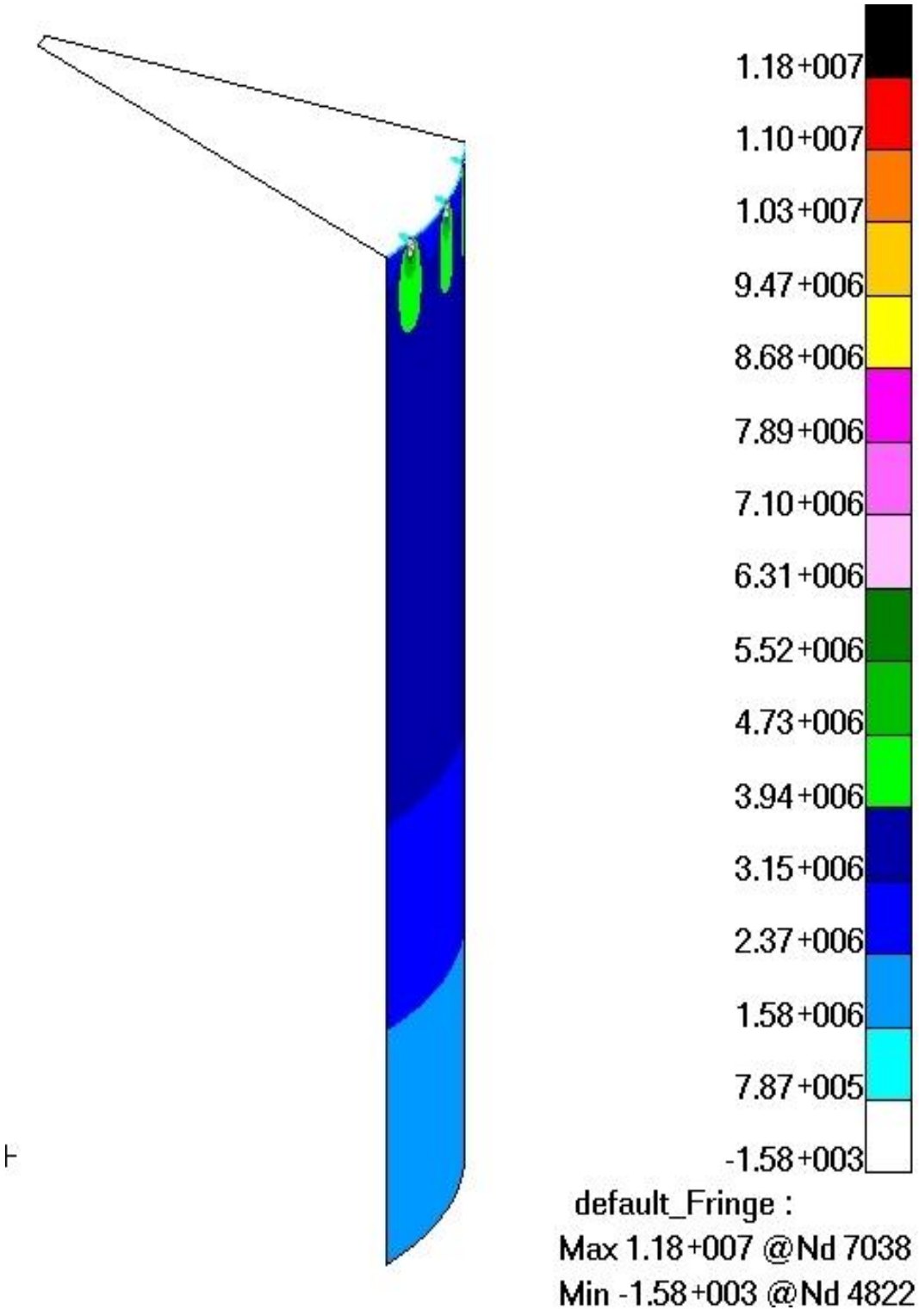
Slika 5.17 Cirkularna normalna komponenta naprezanje σφ na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2



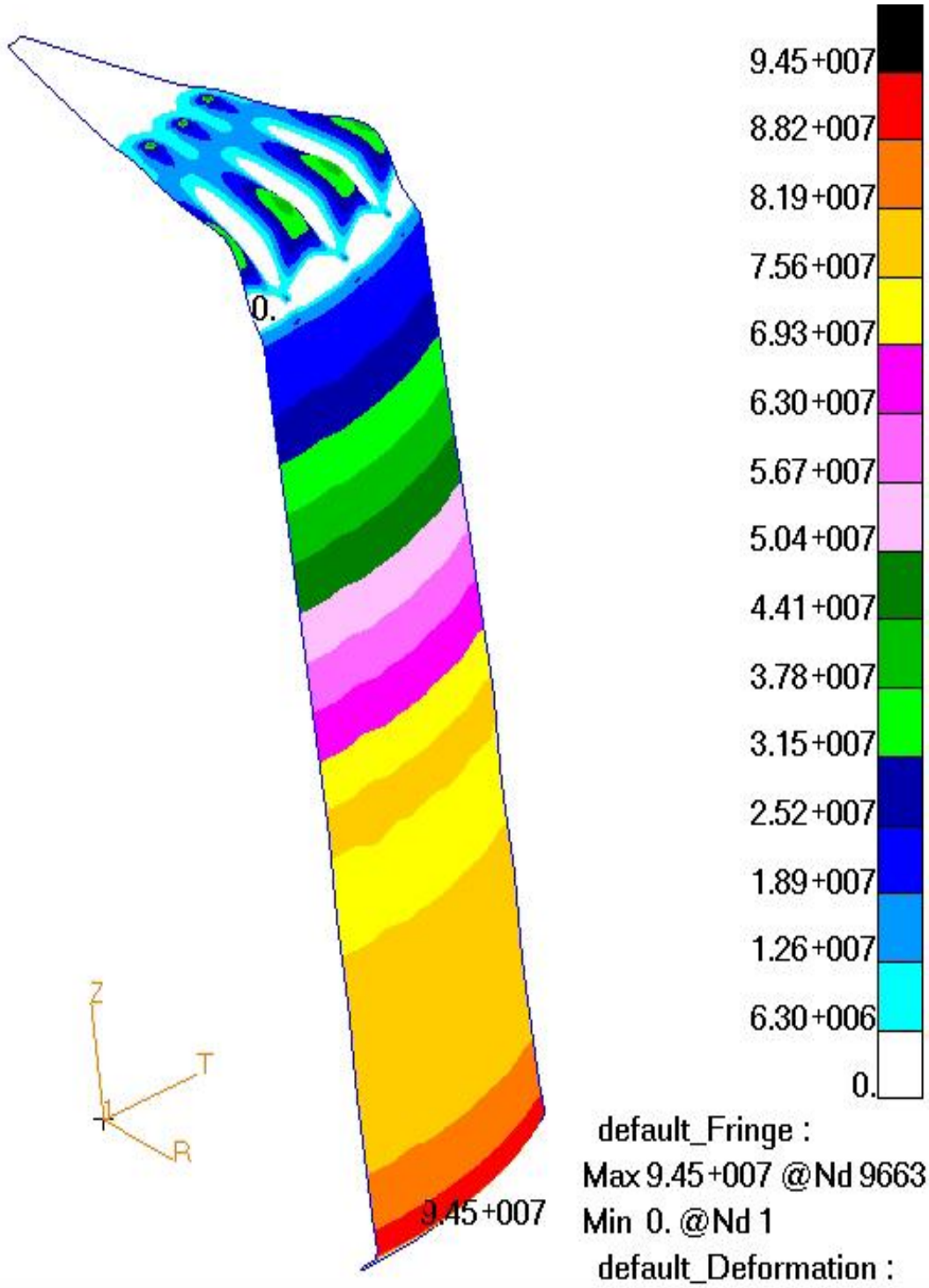
Slika 5.18 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu između rebara. Naprezanje je izraženo u N/m2



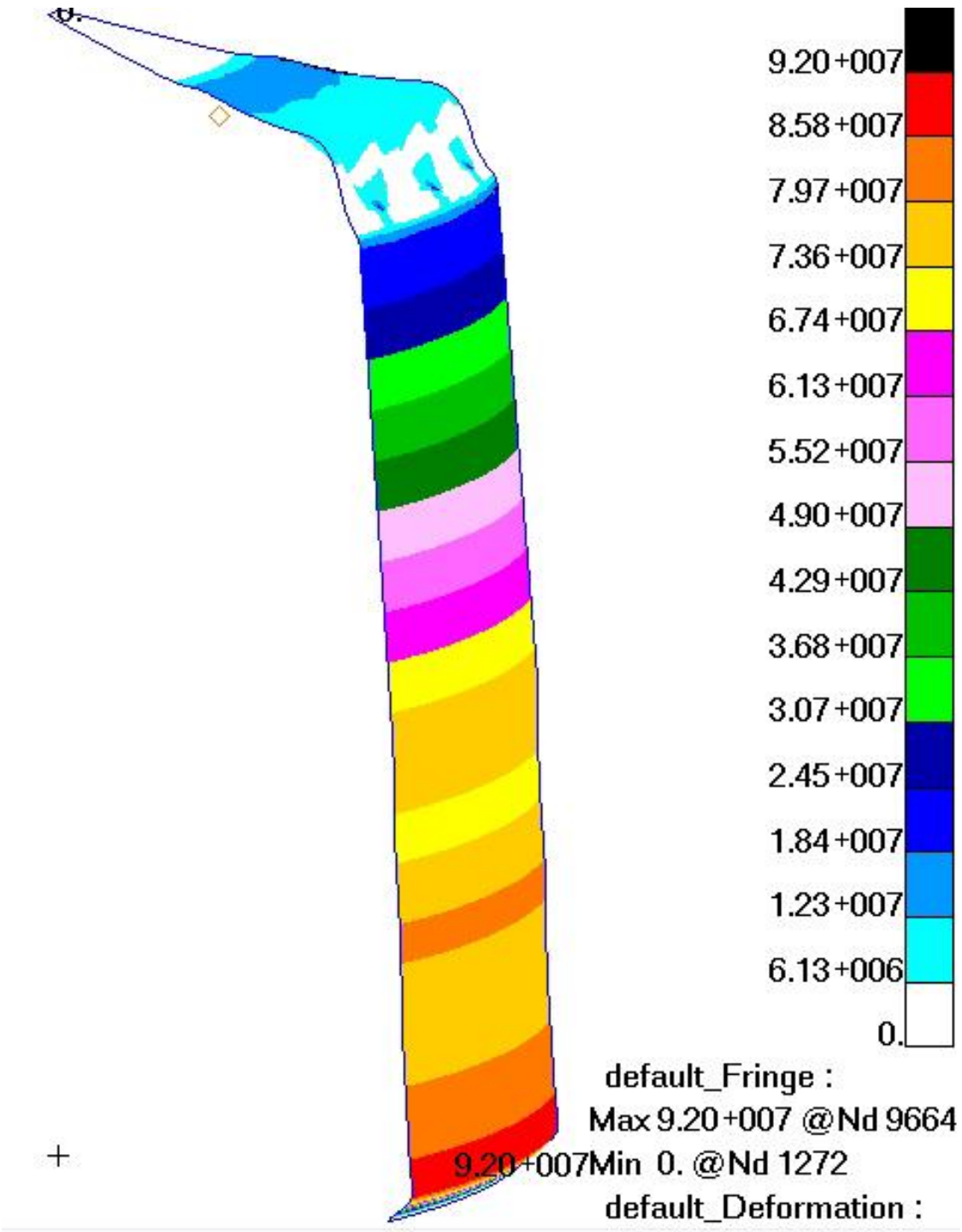
Slika 5.19 Meridijalna komponenta naprezanje za krov konačne verzije spremnika za izvodnicu ispod rebara. Naprezanje je izraženo u N/m2



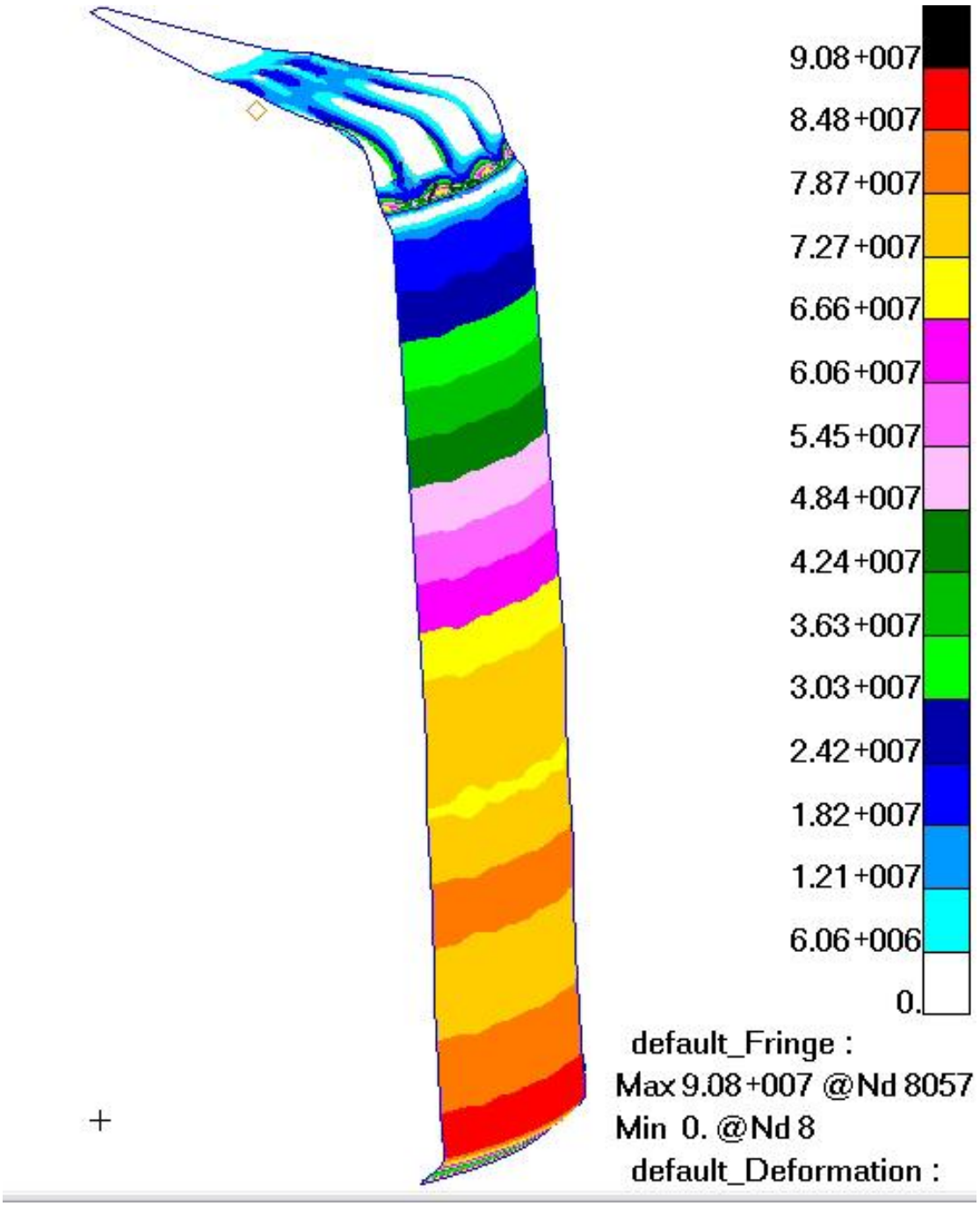
Slika 5.20 Meridijalna komponenta naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2



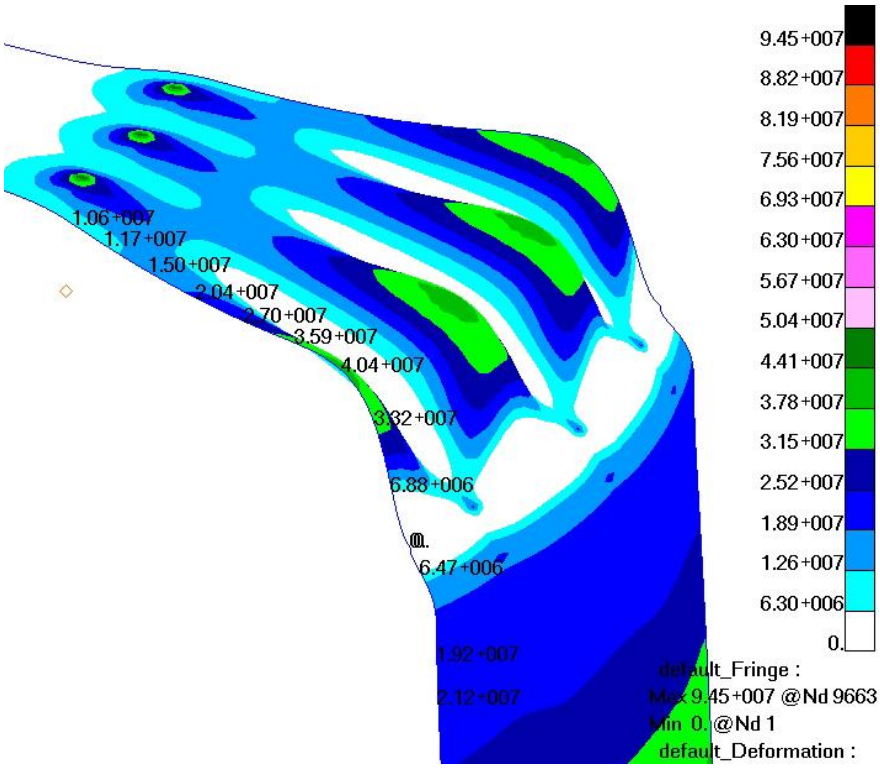
Slika 5.21 Maksimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



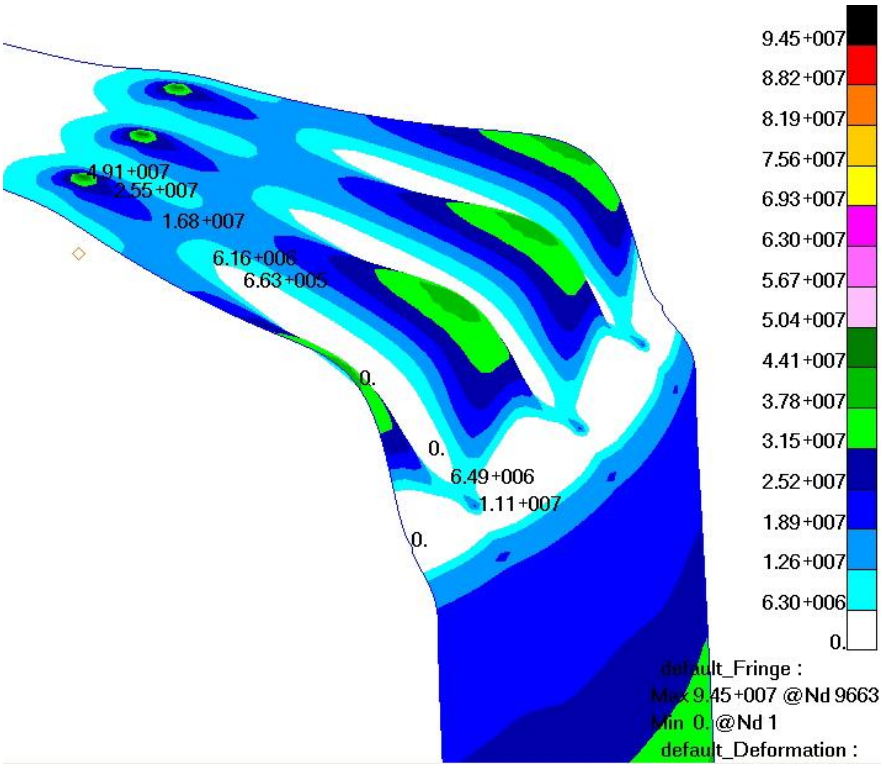
Slika 5.22 Maksimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



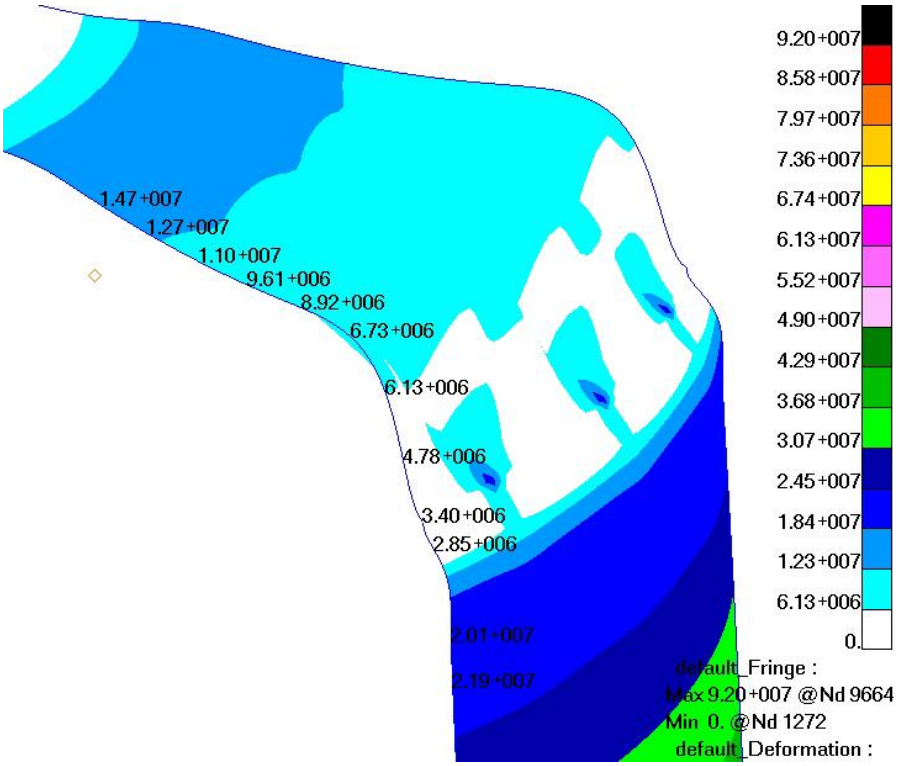
Slika 5.23 Maksimalno glavno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu verziju spremnika. Naprezanja su izražena u N/m2



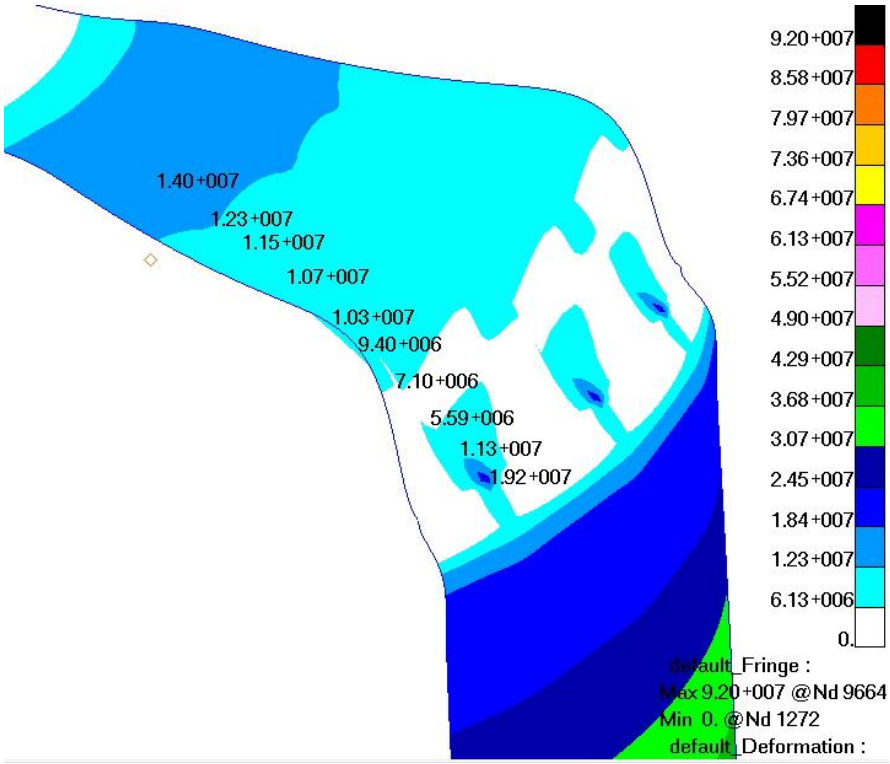
Slika 5.24 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



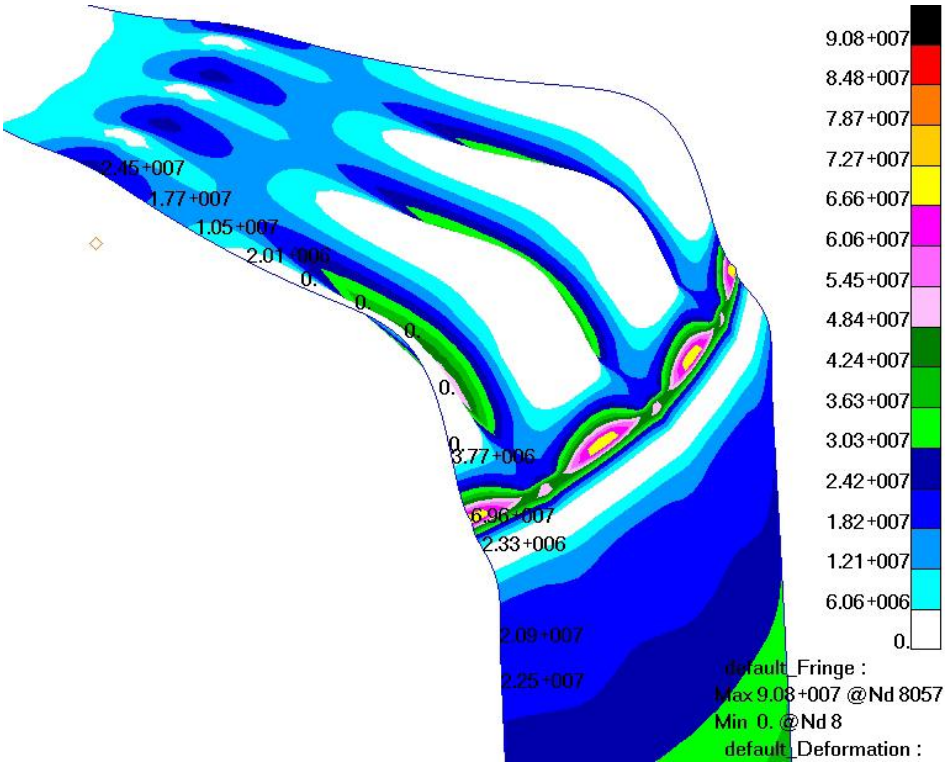
Slika 5.25 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



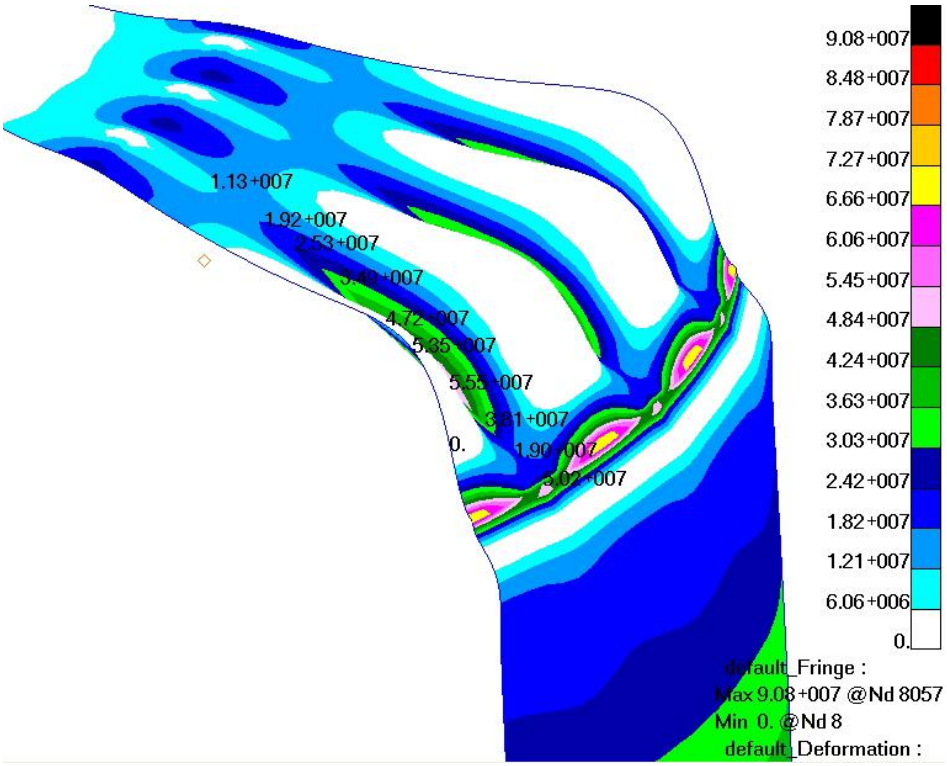
Slika 5.26 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



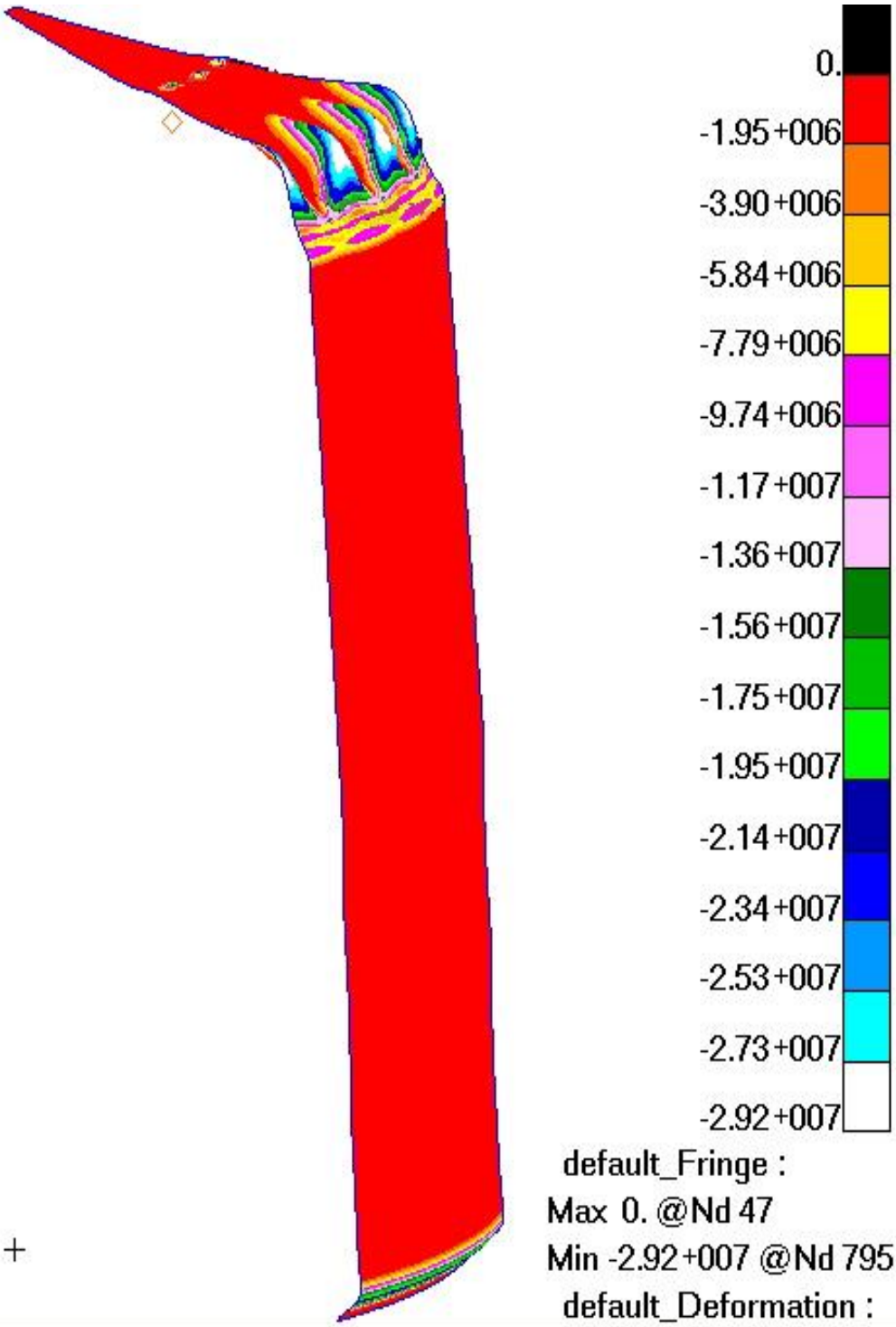
Slika 5.27 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



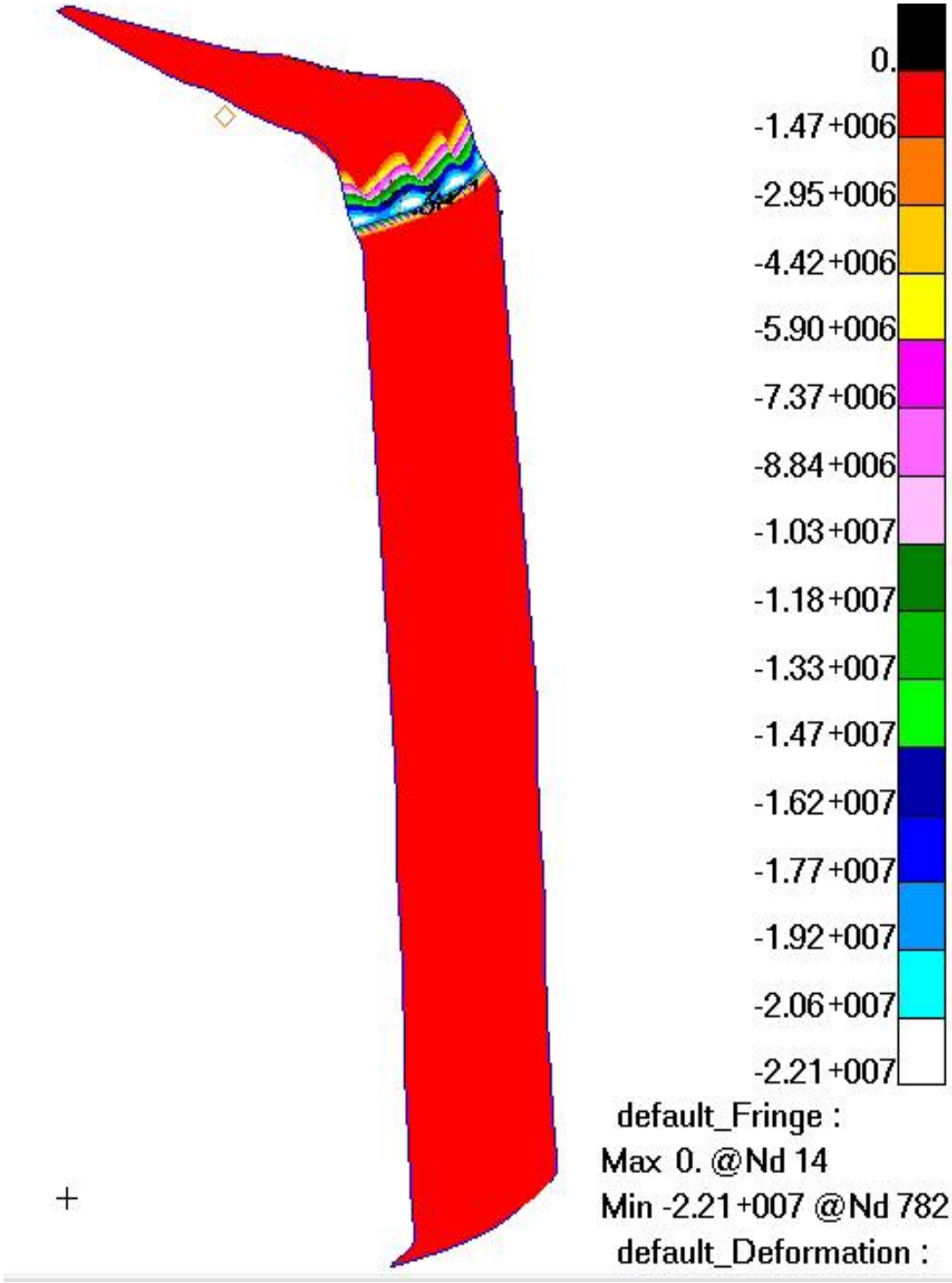
Slika 5.28 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



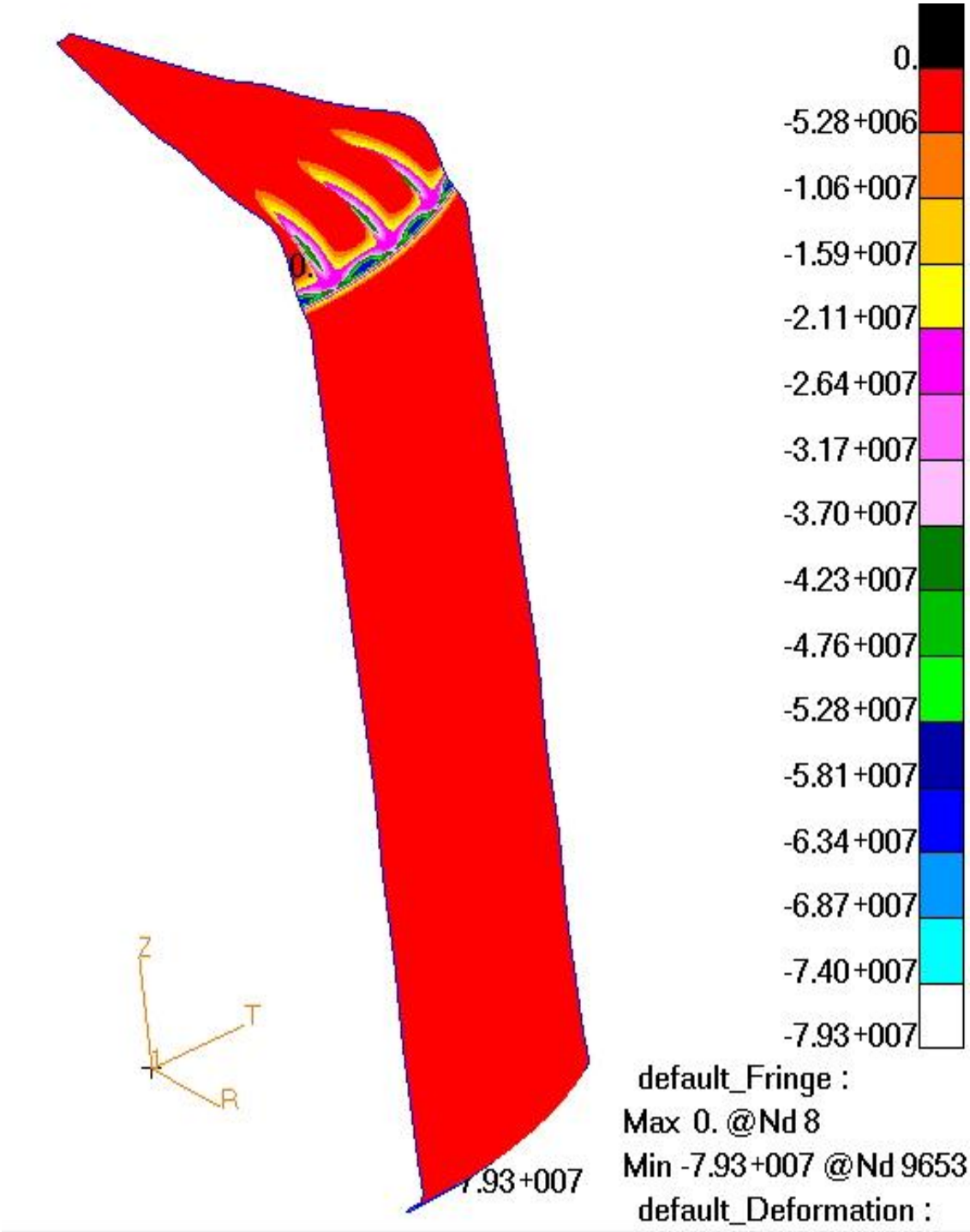
Slika 5.29 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele maksimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



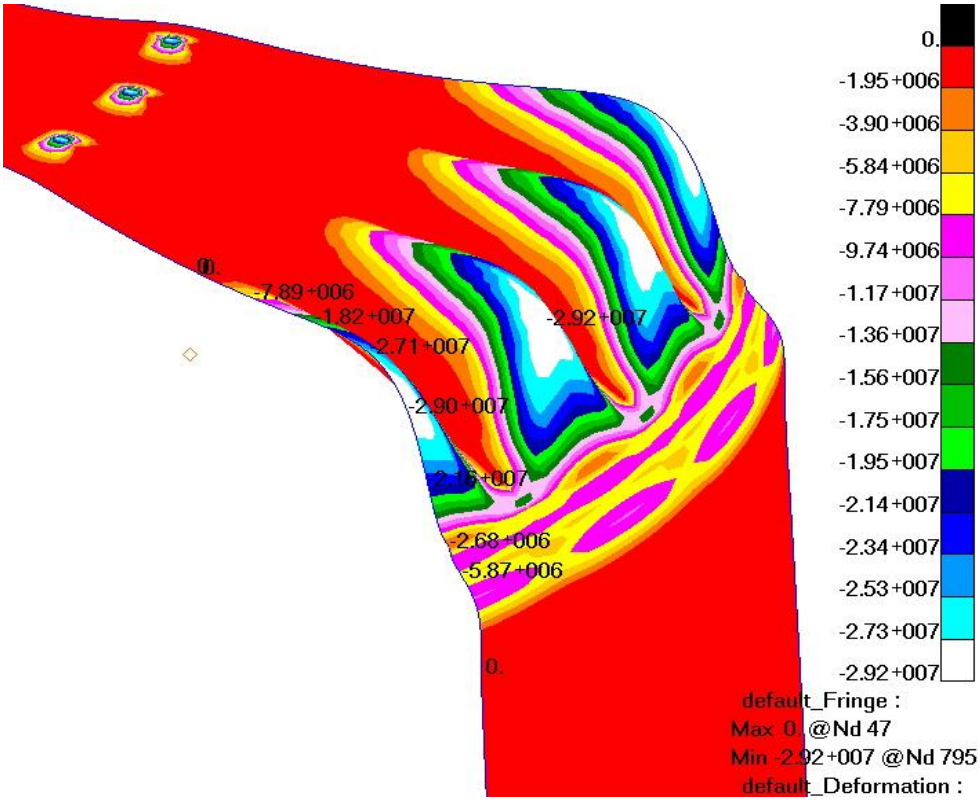
Slika 5.30 Minimalno glavno naprezanje na vanjskoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2



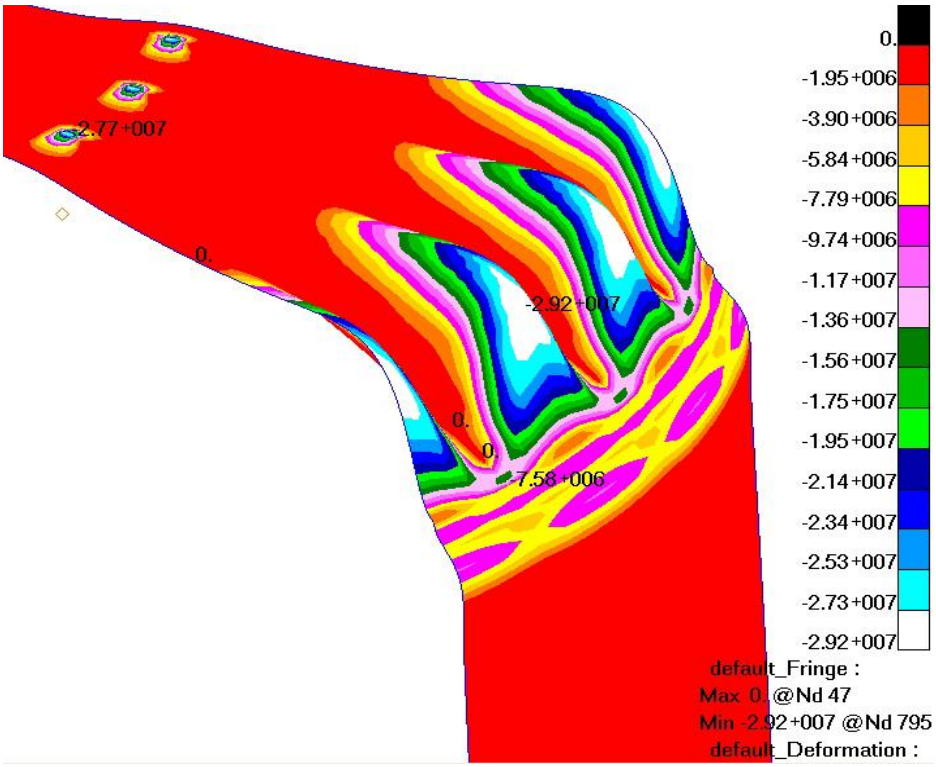
Slika 5.31 Minimalno glavno naprezanje na srednjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2



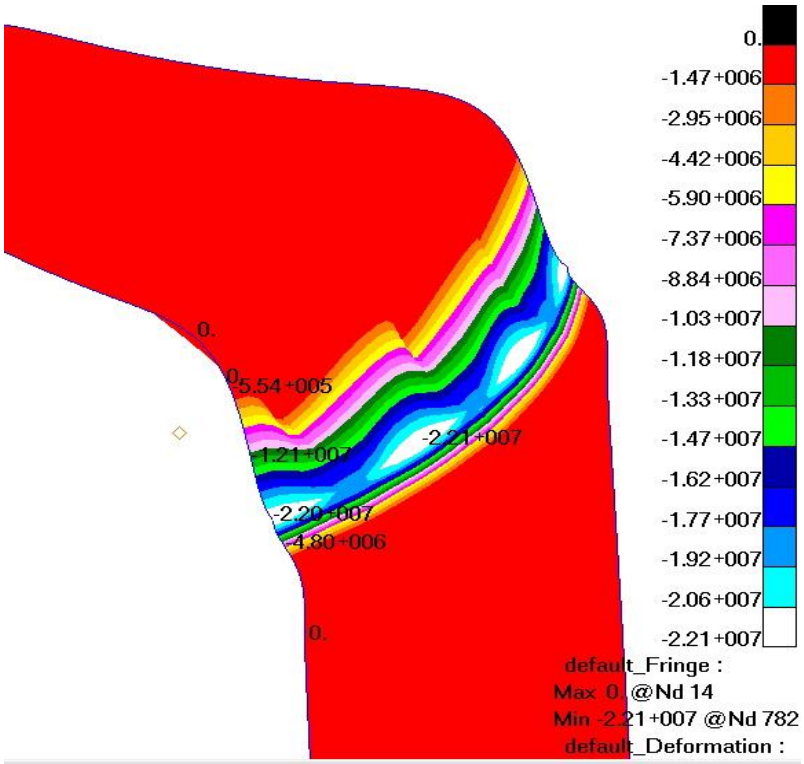
Slika 5.32 Minimalno naprezanje na unutarnjoj plohi za konačnu izvedbu spremnika. Naprezanje je izraženo u N/m2



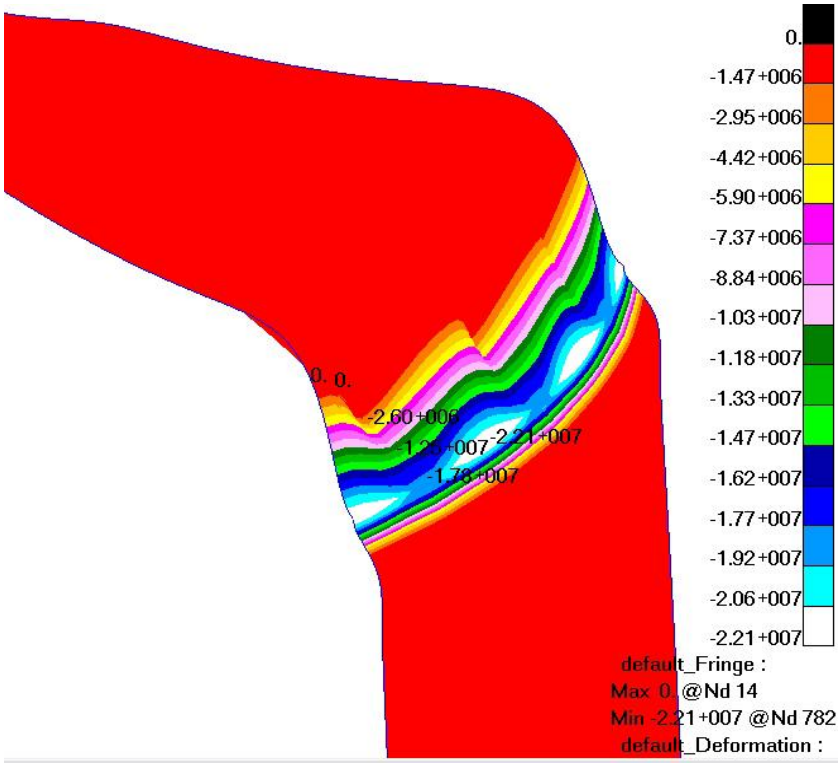
Slika 5.33 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



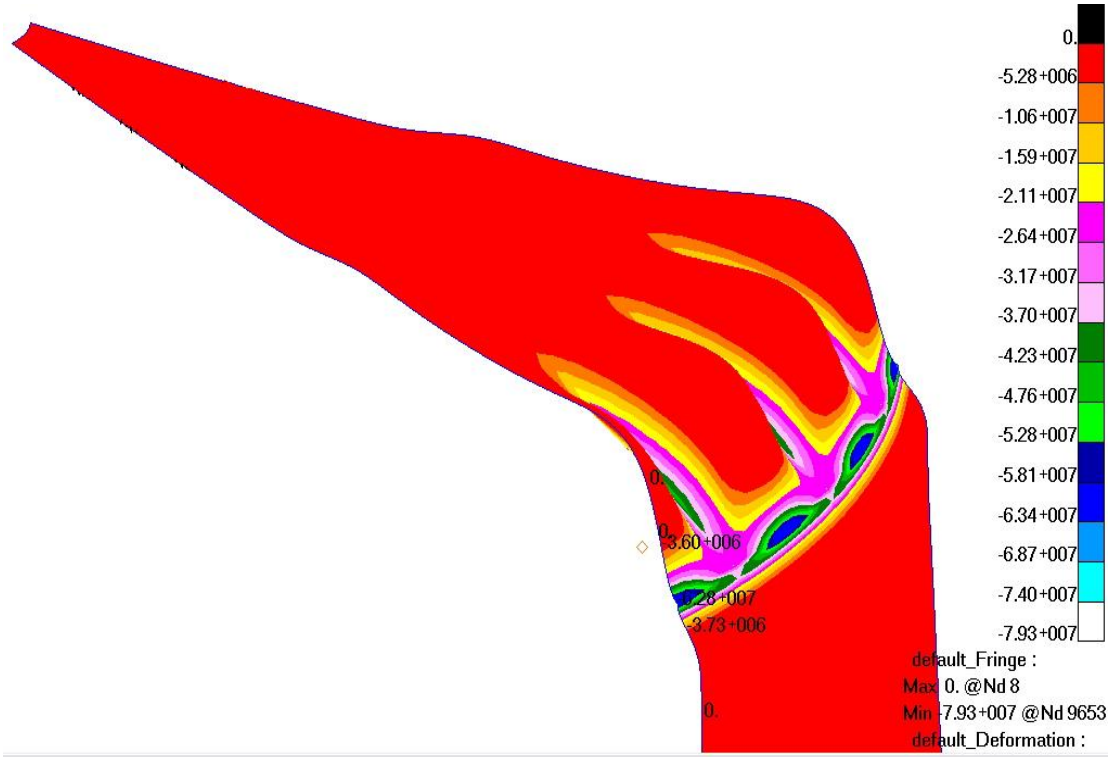
Slika 5.34 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za vanjsku plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



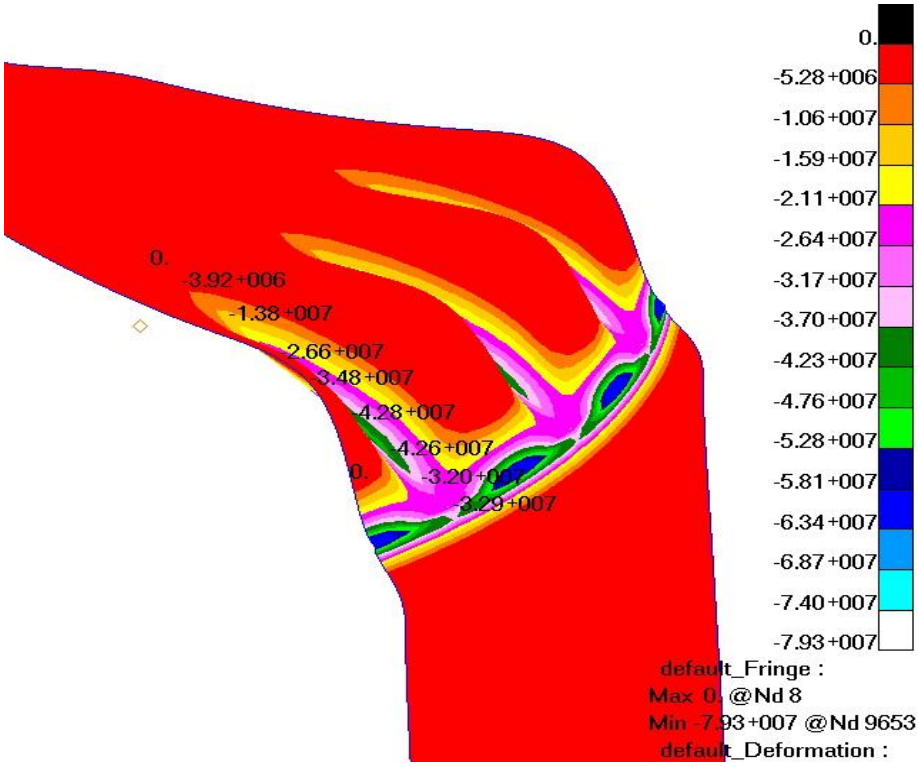
Slika 5.35 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



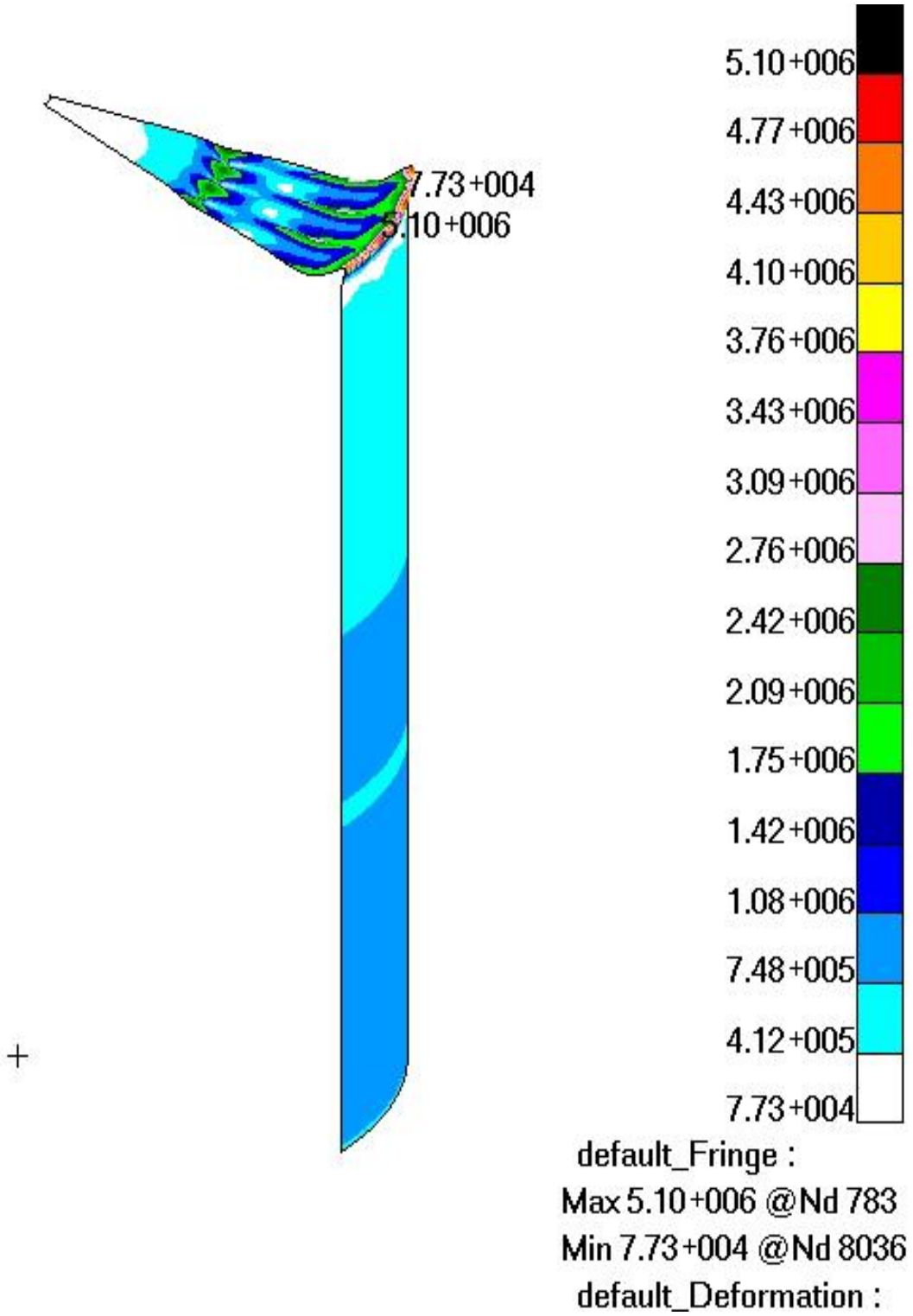
Slika 5.36 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za srednju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



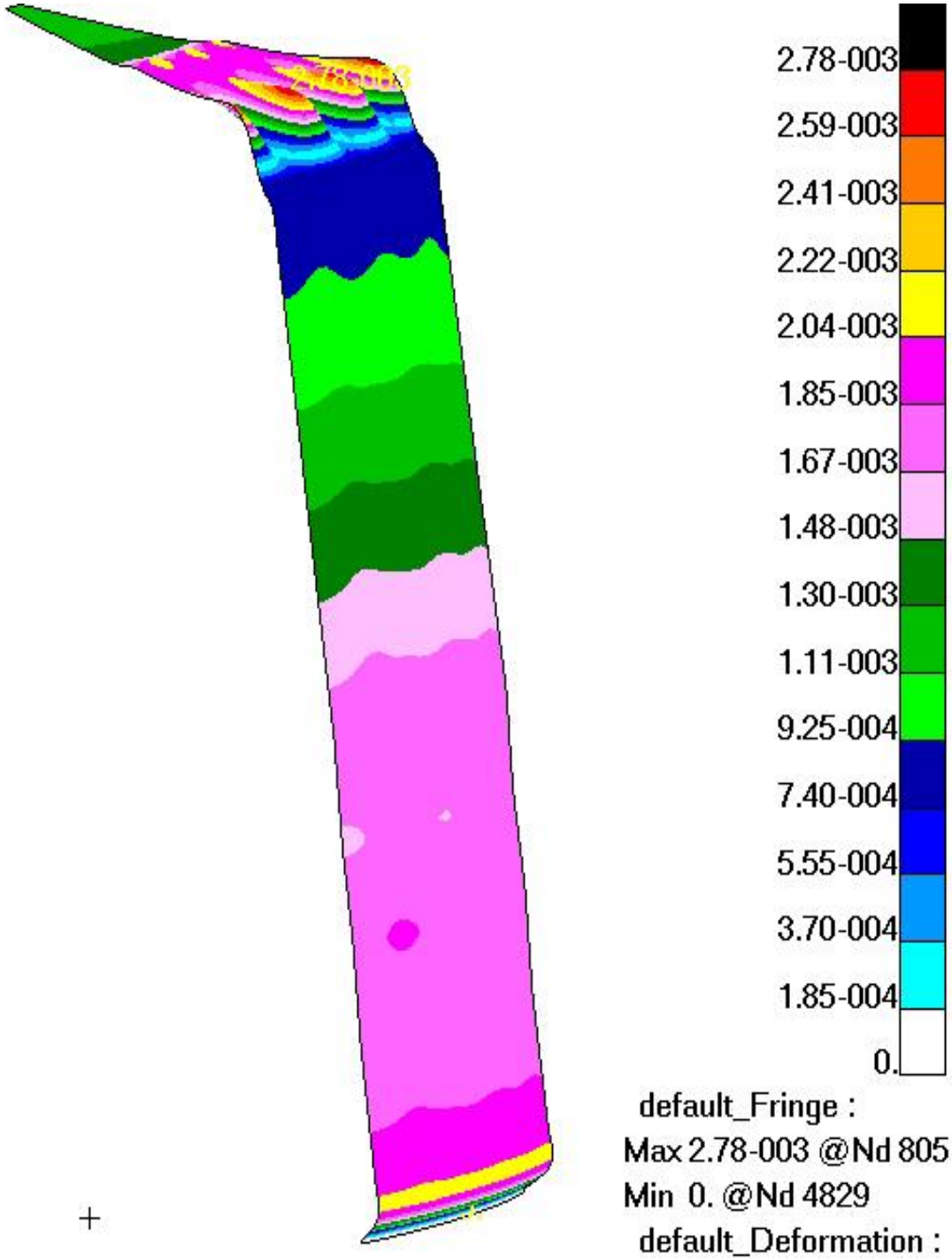
Slika 5.37 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu između rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



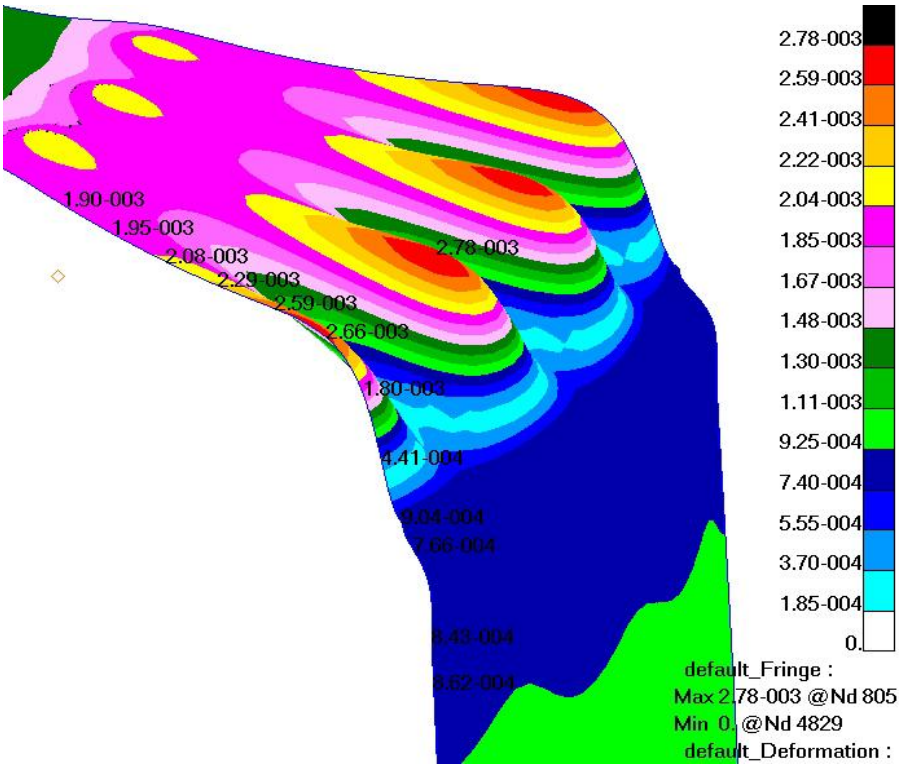
Slika 5.38 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele minimalnog glavnog naprezanja za unutarnju plohu. Prikazana naprezanja su za izvodnicu ispod rebara. Naprezanja su izražena u N/m2



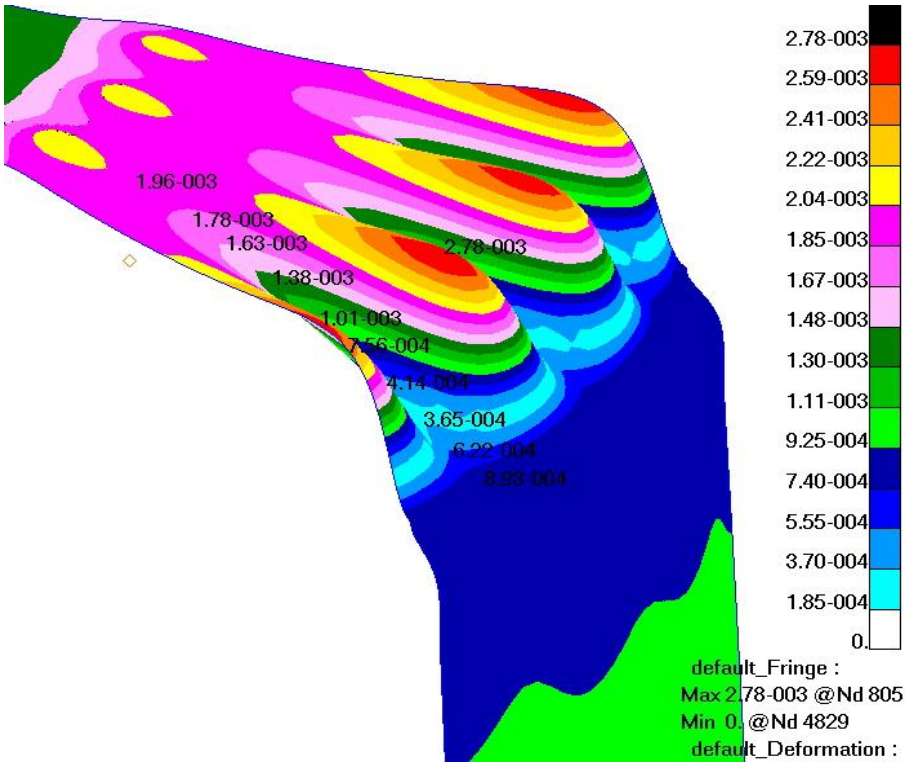
Slika 5.39 Ekvivalentno naprezanje prema vom Misesu za srednju plohu konačne verzije spremnika opterećenog vlastitom težinom. Naprezanja su izražena u N/m2



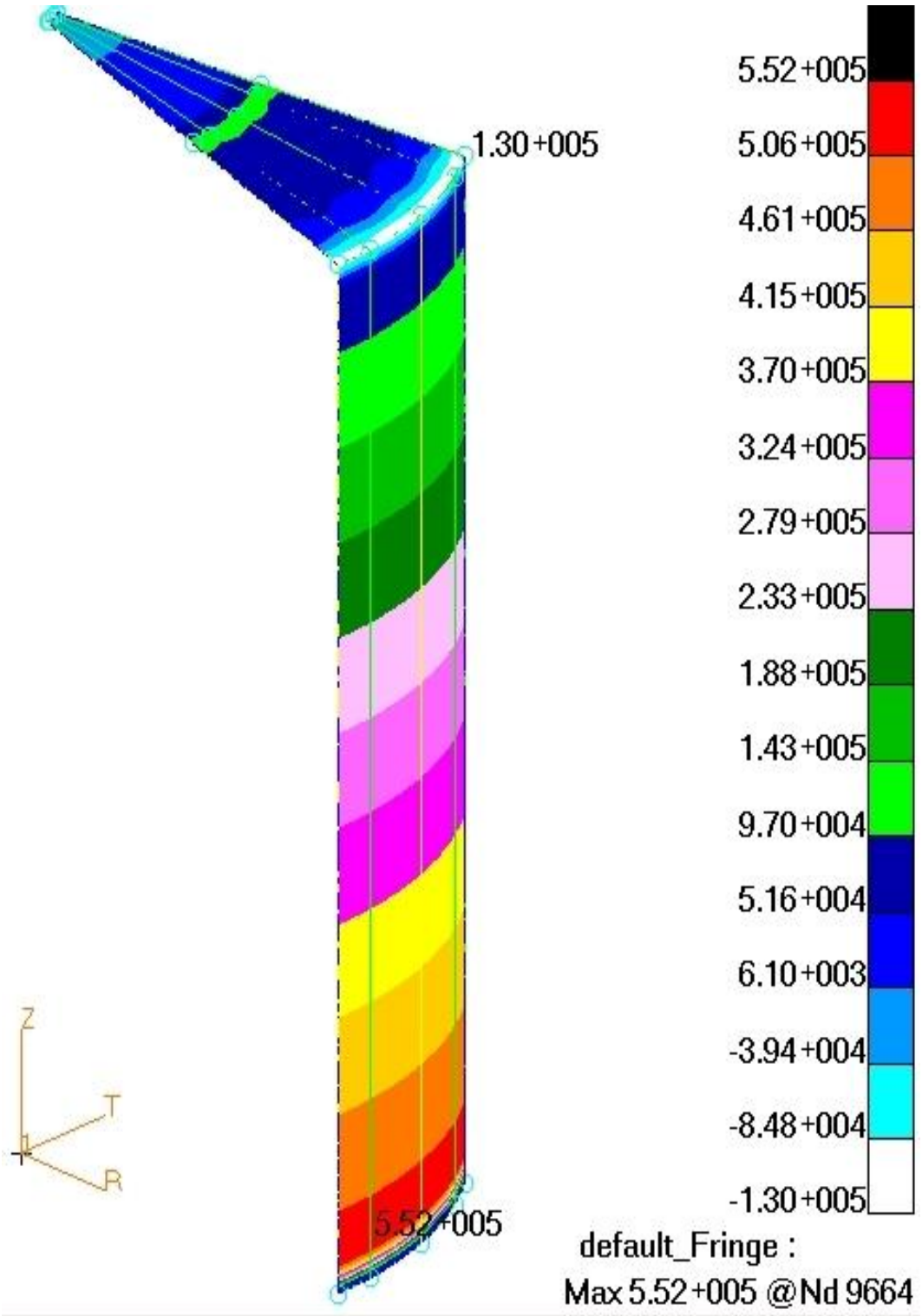
Slika 5.40 Ukupni pomak spremnika. Pomak je izražen u metrima



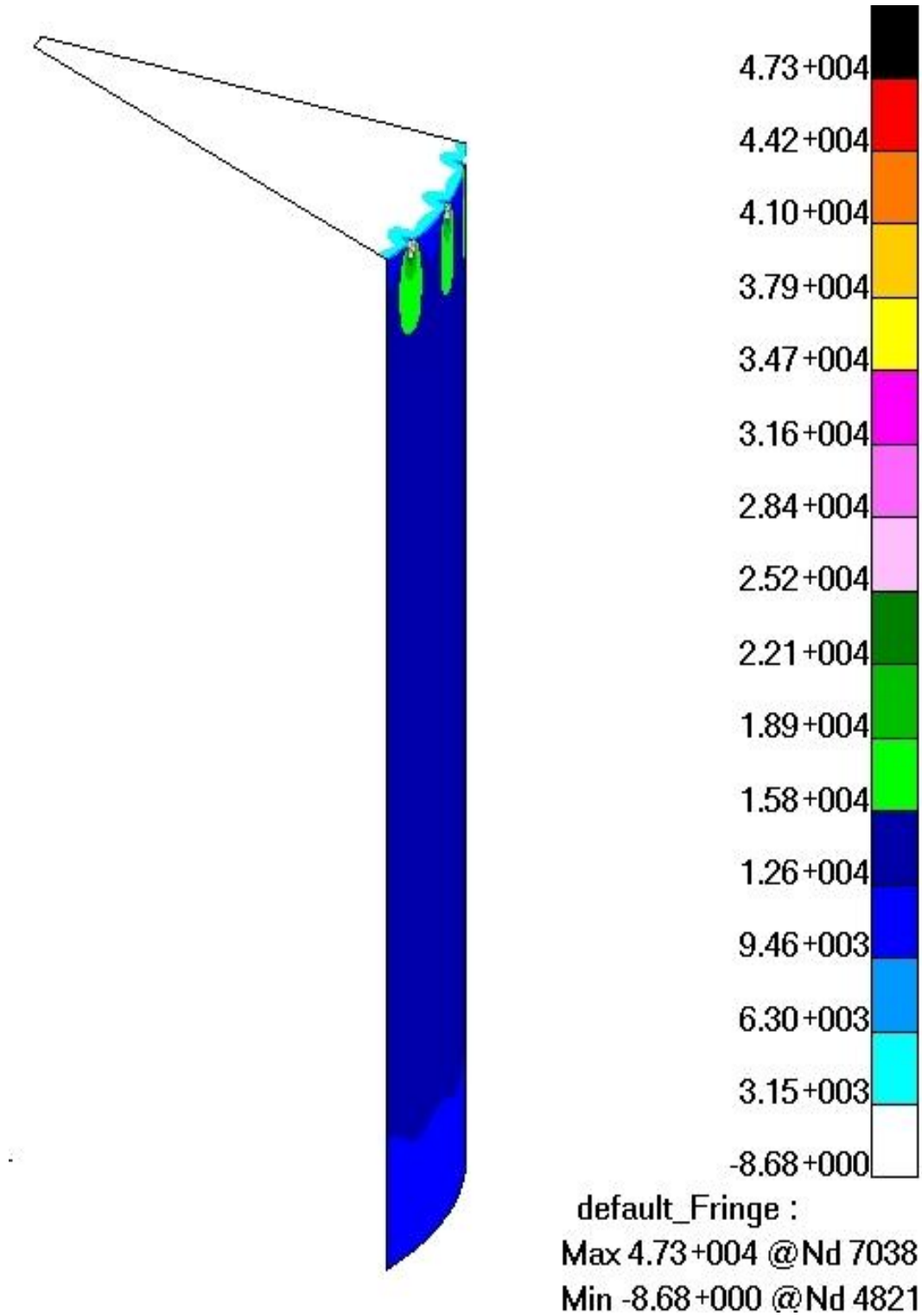
Slika 5.41 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu između rebara. Pomak je izražen u metrima



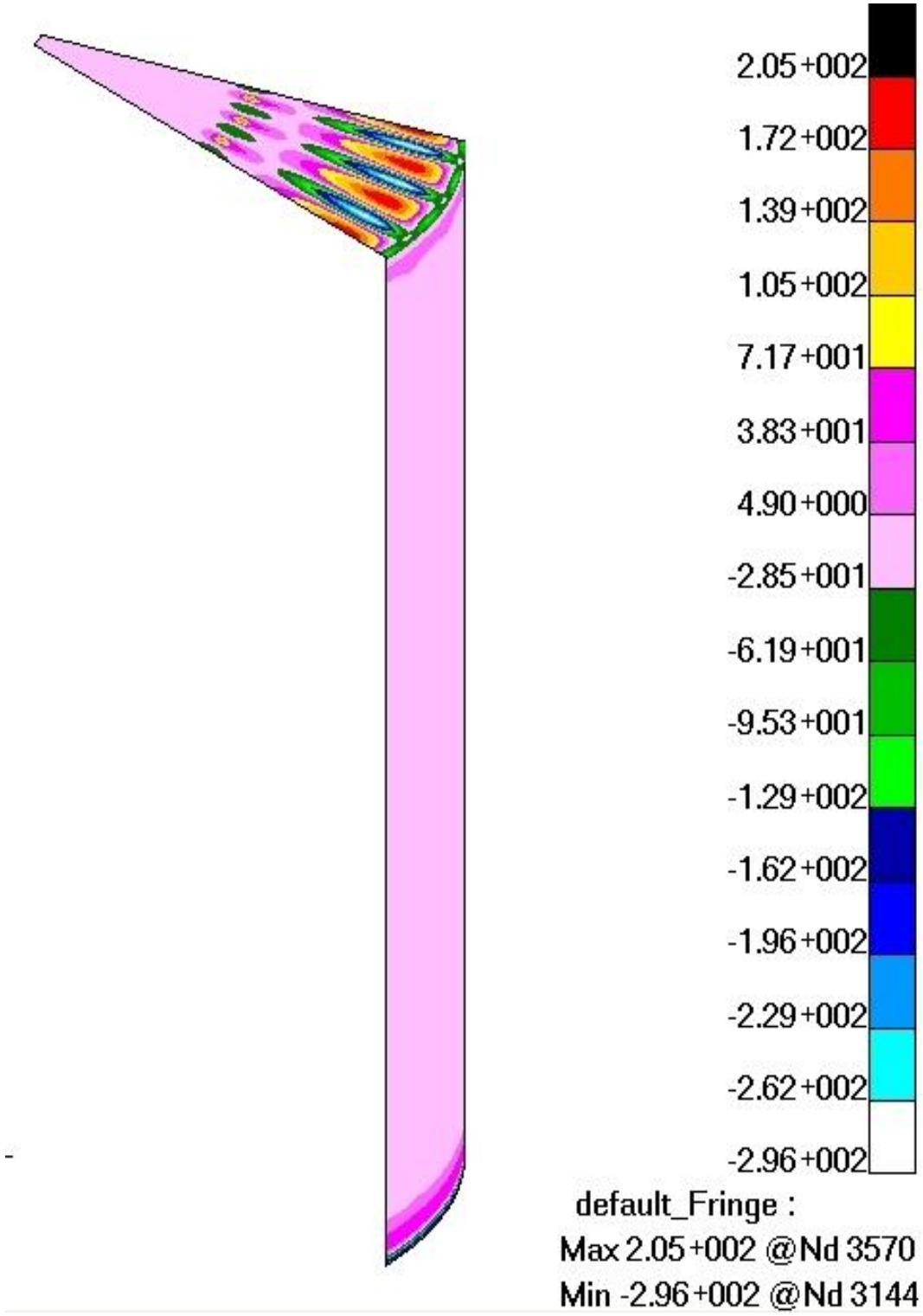
Slika 5.42 Detalj krova spremnika sa prikazom raspodjele ukupnog pomaka za izvodnicu ispod rebara. Pomak je izražen u metrima



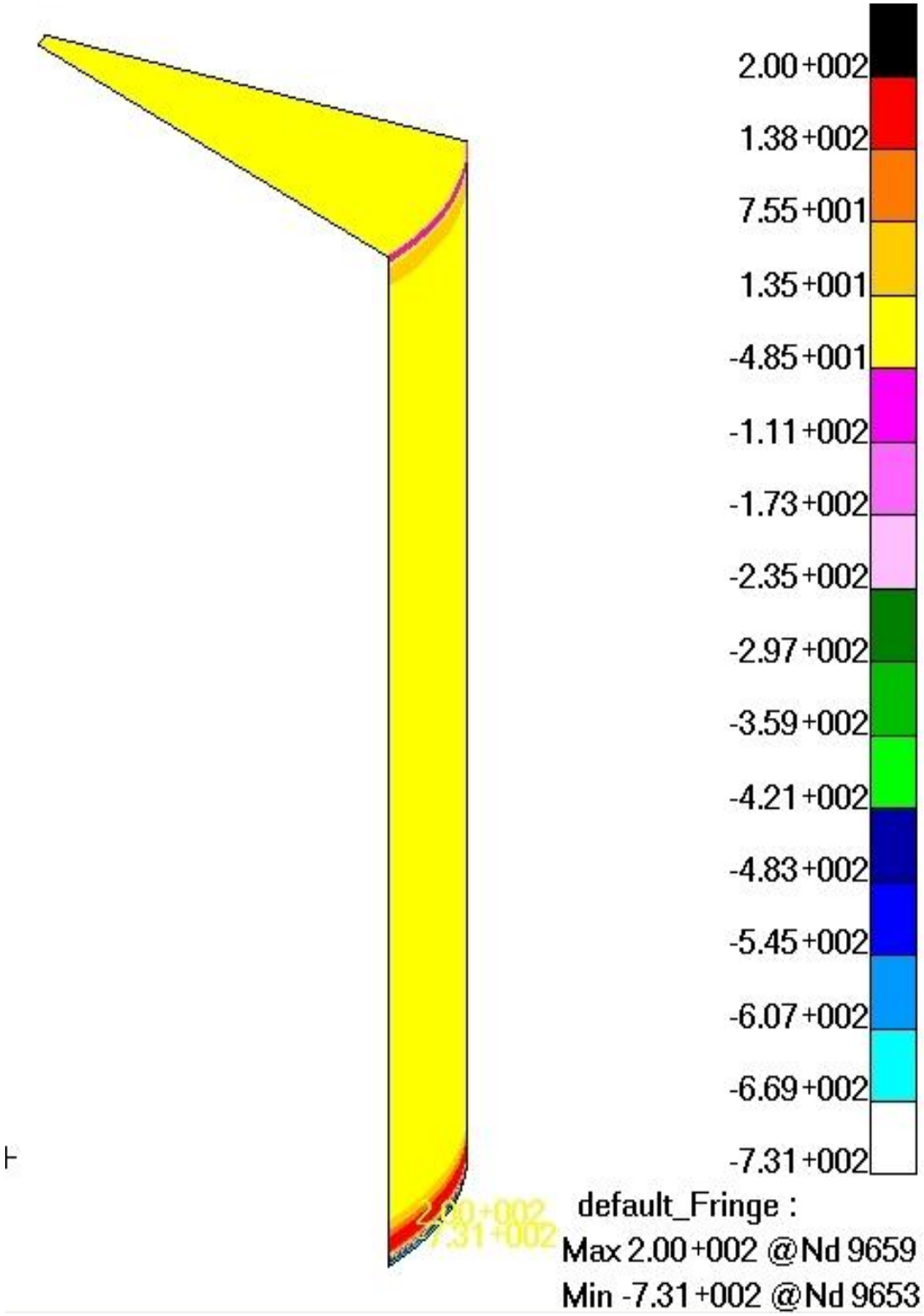
Slika 5.43 Raspodjela unutrašnjih normalnih cirkularnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m



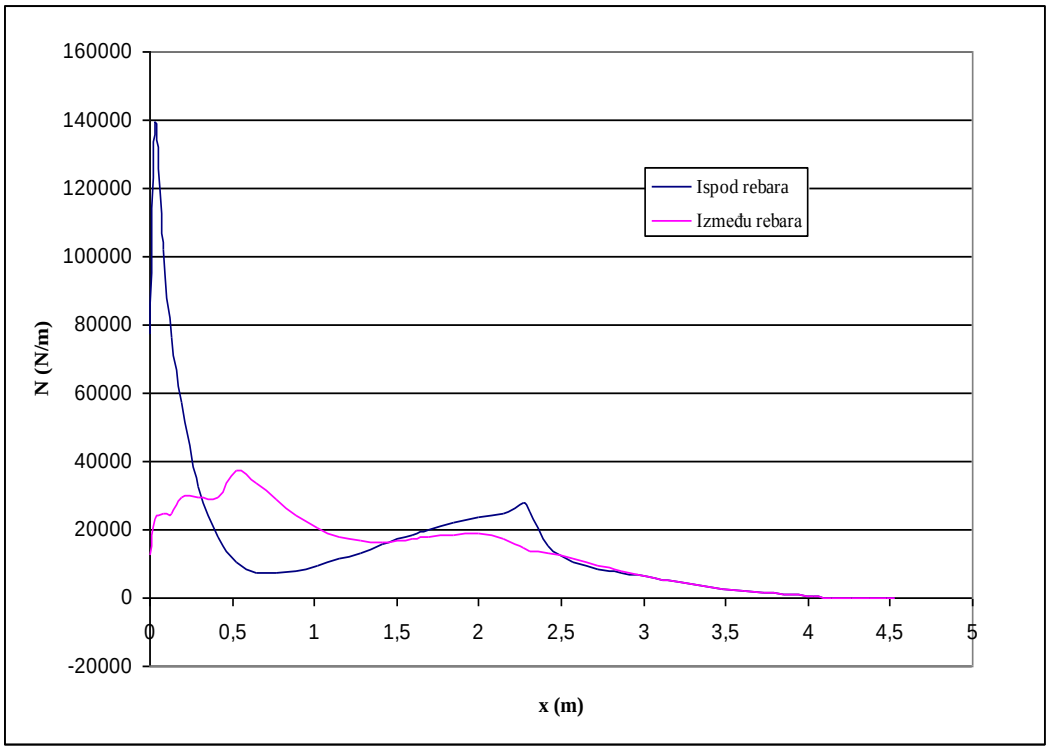
Slika 5.44 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika. Sile su izražene u N/m



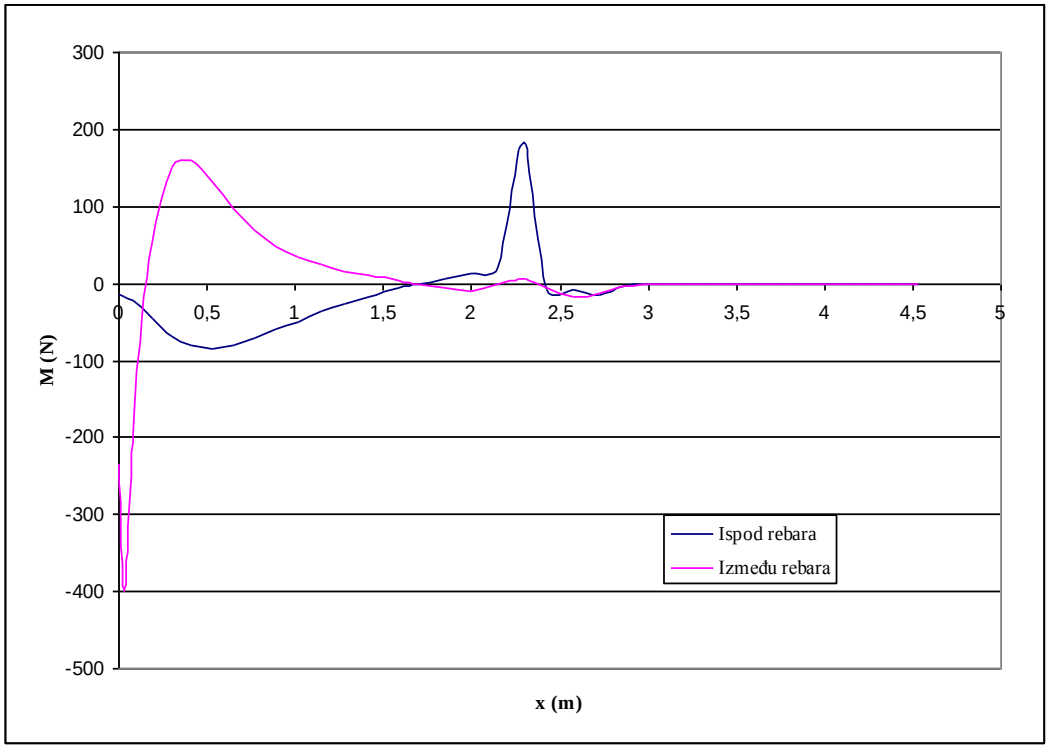
Slika 5.45 Raspodjela unutrašnjih cirkularnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N



Slika 5.46 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika. Momenti su izražene u N



Slika 5.47 Raspodjela unutrašnjih normalnih meridijalnih sila za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Sile su izražene u N/m



Slika 5.48 Raspodjela unutrašnjih meridijalnih momenata za konačnu verziju spremnika na krovu za izvodnicu između i ispod rebara. Momenti su izražene u N

5.1 Opterećenje spremnika vjetrom

Prilikom analiziranja spremnika opterećenog vjetrom pretpostavljeno je da vjetar djeluje samo na cilindrični dio spremnika. Opterećenje vjetrom za cilindrični dio ljuske može se približno izračunati ako se pretpostavi pojednostavljena pseudostatička raspodjela po opsegu cilindra. Ako se utjecaj vjera želi točnije promatrati, potrebno je eksperimentalno utvrditi raspodjelu opterećenja vjetrom po površini cilindra. U tu svrhu služe eksperimenti koji se provode u zračnim tunelima.

Utjecaj vjetra na cilindričnu ljusku vrlo jednostavno se može odrediti uz pomoć Furierove harmonijske funkcije koja glasi [6]:

$$p(\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j \cos j\theta$$

gdje su

p^j – Furierovi koeficijenti

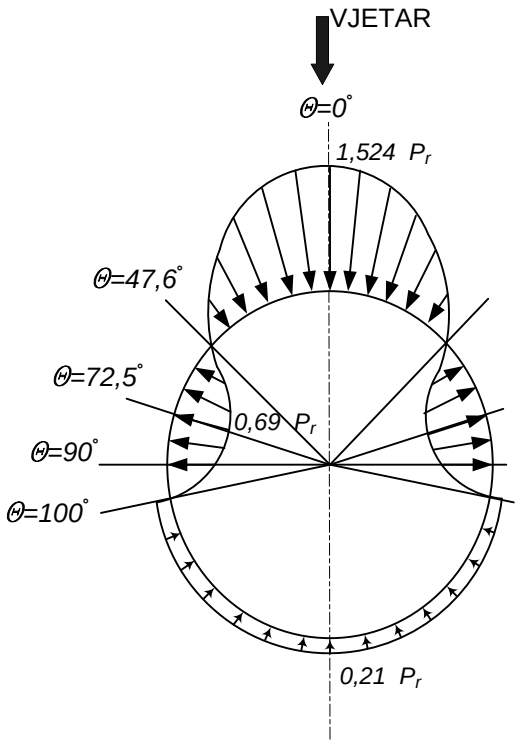
θ – cirkularni kut otklona izvodnice od smjera naleta vjetra

Prilikom modeliranja opterećenja vjetrom u ovom radu korištena je površinska raspodjela opterećenja vjetrom dobivena prema mjerenjima u zračnom tunelu [6]. Na slici 5.37 prikazana je raspodjela opterećenja i Furierovi koeficijenti za takvu raspodjelu. Ovakva raspodjela koristi se za cirkularne raspodjele površinskog opterećenja vjetrom velikih cilindričnih i hiperboloidnih tornjeva. Pretpostavlja je da raspodjela po visini jednolika , a da ovisi samo o kutu otklona meridijana prema naletu vjetra, odnosno samo o cirkularnom kutu θ. Na slici su iznosi Furierovih koeficijenata podijeljenih sa referentnim tlakom vjetra P_r (osnovno opterećenje vjetra) koji je funkcija geografske lokacije, terena, izloženosti konstrukcije vjetru i nadmorske visine, a može se izračunati prema izrazu:

$$P_r = \frac{1}{2}\rho_z \cdot v^2$$

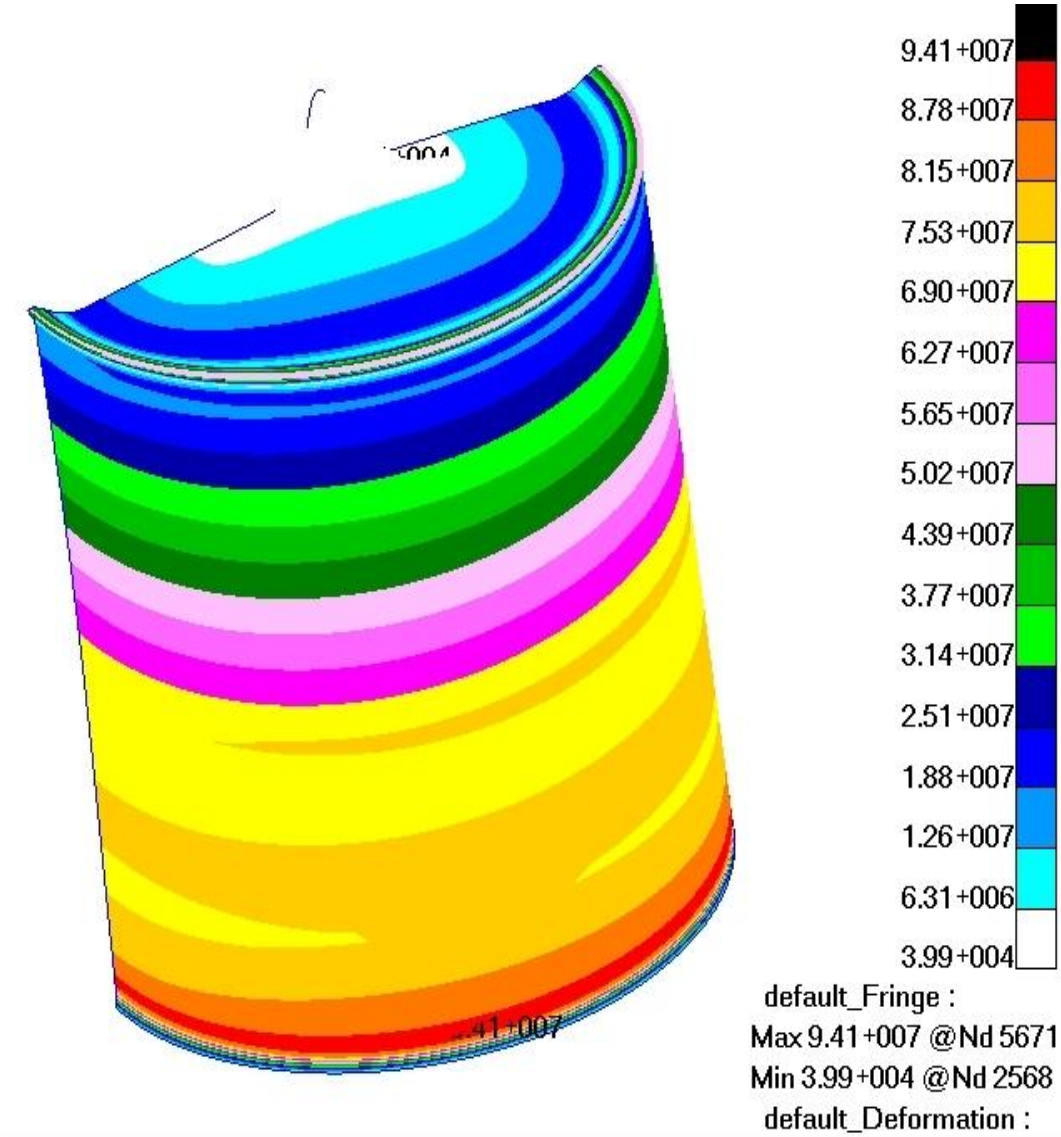
gdje je ρ_z gustoća medija, što u ovom slučaju za zrak iznosi 1,2 kg/m^3, a veličina v predstavlja brzinu vjetra, koja ovisi o zonama, preuzeta iz hrvatskih normi za graditeljstvo iznosi 120 km/h.[6]

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
pj/P_r	0,229	0,277	0,598	0,472	0,063	-0,124	-0,027	0,046	0	-0,023	0,009	0,013	-0,009

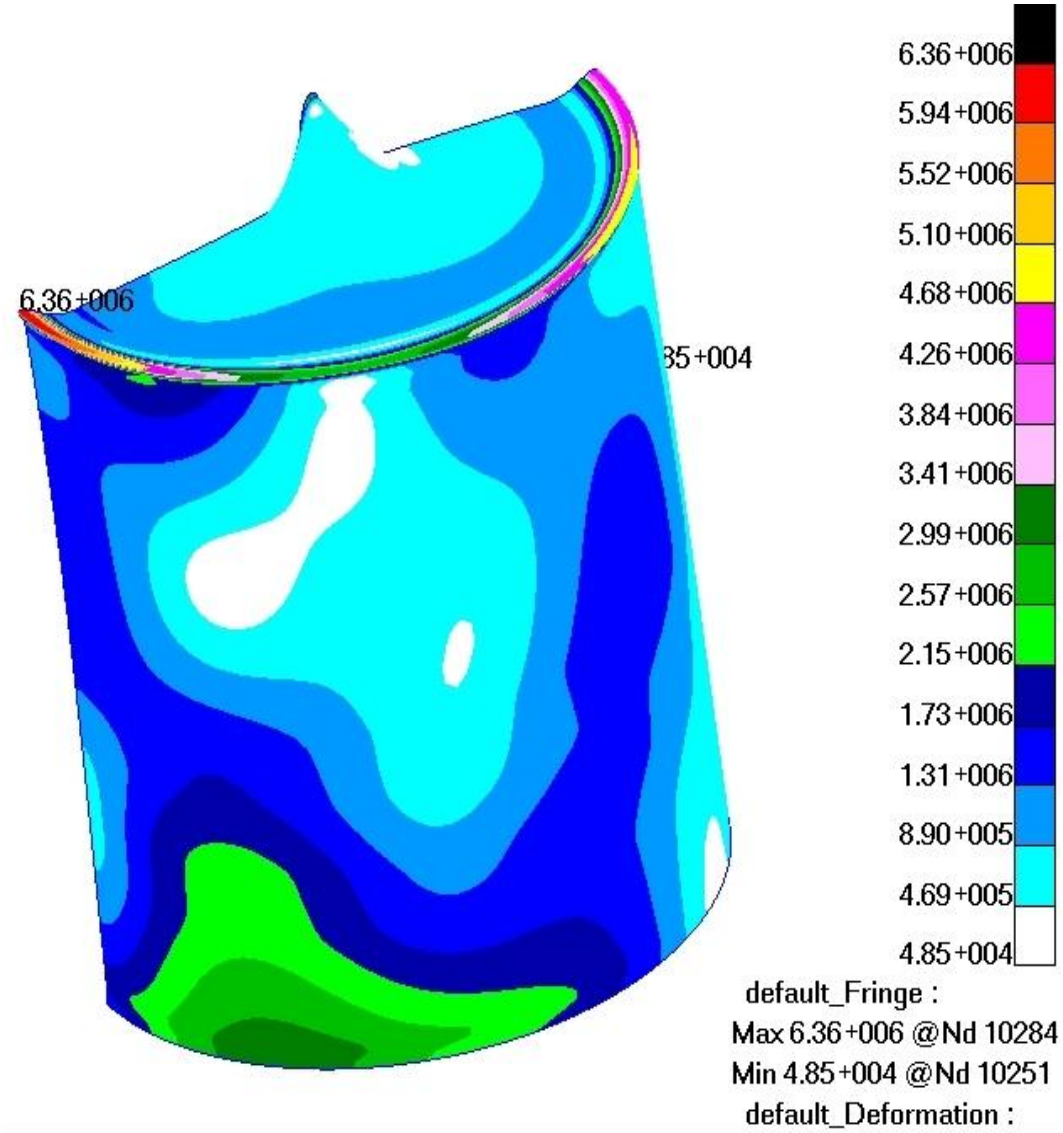


Slika 5.49 Raspodjela površinskog opterećenja vjetrom za plašt spremnika [6]

Kod opterećenja vjetrom raspodjela naprezanja i pomaka više nije simetrična kao u slučaju kad je spremnik opterećen samo hidrostatskim tlakom i vlastitom težinom. Na slici 5.50 spremnik je opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom i vjetrom. Promjena u simetriji kod raspodjele ekvivalentnog naprezanja prema von Misesovoj teoriji čvrstoće je neznatna, dok je kod spremnika koji opterećen samo vlastitom težinom utjecaj vjetra na promjenu simetrije puno veći (slika 5.51). S obzirom da raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu zadovoljava uvjete čvrstoće (maksimalna vrijednost za σ_{ekv}=94,1 N/mm^2) nije potrebno poduzimati nikakve nove konstrukcijske zahvate.



Slika 5.50 Raspodjela ekvivalentinih naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom i vjetrom. Naprezanja su izražena u N/m2



5.51 Raspodjela ekvivalentinih naprezanja prema von Misesu na srednjoj plohi za spremnik opterećen vlastitom težinom i vjetrom. Naprezanja su izražena u N/m2

6. ZAKLJUČAK

U ovom radu proračunat je spremnik za vino volumena 750 m^2. Proračun je proveden s obzirom na uvjete čvrstoće i krutosti. Za potpunu analizu spremnika potrebno je još provesti i proračun stabilnosti, kao i proračun na potres, što nije obuhvaćeno ovim diplomskim radom. Materijal je unaprijed zadan, te su prema njemu uzeti uvjeti čvrstoće. Osim uvjeta čvrstoće potrebno je zadovoljiti i uvjete krutosti. Proračun je proveden numeričkom metodom konačnih elemenata uz pomoć programskog paketa MSC.Nastran.

Spremnik je opterećen hidrostatskim tlakom, vlastitom težinom, a za konačnu verziju spremnika uzeto je u obzir i opterećenje vjetrom. Optimalne dimenzije postignute su kroz slijedeće korake:

- spremnik s jednolikom debljinom stijenke i direktnim spojem ljuski cilindra i konusnog krova. Spremnik debljine stijenke 10 mm zadovoljio je postavljene uvjete čvrstoće i krutosti, ali masa takvog spremnika iznosila bi 25200 kg, što je nepovoljno zbog prevelikog utroška materijala. Naprezanje u cilindričnom dijelu spremnika bilo je premalo (σ_{ekv} za srednju plohu iznosi 78 N/mm^2), što nam dalo mogućnost smanjenja debljine stijenke. Maksimalni ukupni pomak za spremnik jednolike debljine stijenke h=10 mm iznosi 4,32 mm.
- optimiranje debljine stijenke, u svrhu smanjenja mase spremnika. Cilindrični dio spremnika izveden je iz 3 pojasa različite debljine stijenke i visine. Proračun za cilindrični dio spremnika proveden je s obzirom na uvjete čvrstoće i krutosti za cilindrični spremnik. Smanjenjem debljine stijenke spremnika javlja se nepovoljno naprezanje uslijed savijanja na spoju ljuski , koje ne zadovoljava uvjet čvrstoće (σ_{ekv} za srednju plohu iznosi 124 N/mm^2, a za vanjsku 276 N/mm^2).
- nakon što je završeno optimiranje debljine plašta spremnika pristupilo se rješavanju spoja ljuski. Nepovoljno naprezanje na spoju ljuski uklonjeno je postavljanjem ukrute prstena po cijelom obodu spremnika na mjestu spoja ljuski. Iako je postavljanje prstena smanjilo nepovoljan utjecaj savojnog naprezanja na spoju ljuski (σ_{ekv} za srednju plohu iznosi 93 N/mm^2, a za vanjsku 100 N/mm^2). U

krovu nije zadovoljen uvjet krutosti (maksimalni ukupni pomak za krov spremnika iznosi 5,13 mm).

- Uvjet krutosti krova spremnika zadovoljen je dodavanjem radijalno postavljenih rebara na krovu spremnika. Maksimalno σ_{ekv} za vanjsku plohu iznosi 92,8 N/mm^2, za srednju 91 N/mm^2, a za unutarnju 90,4 N/mm^2. Maksimalni ukupni pomak za krov spremnika iznosi 2,76 mm.

Hidrostatski tlak koji se mijenja sa visinom stupca vode i najveći je pri dnu spremnika, ima najveći utjecaj na naprezanja u ljusci. Opterećenje vlastitom težinom i opterećenje zbog utjecaja vjetra nema veliki utjecaj na ukupna naprezanja. Posebnu pozornost potrebno je obratiti na spoj ljuski gdje se uslijed savijanja javljaju visoki iznosi naprezanja koji narušavaju uvjete čvrstoće i krutosti. To je moguće izbjeći dodavanjem prstena na spoju ljuski. Dodatnim ukrućivanjem krova pomoću rebara pomaci u krovu dovedeni su u prihvatljive granice. Pokazalo se da spremnik sa ukrutama ima puno manju masu od spremnika s jednolikom debljinom stijenke od h=10 mm te je na taj način napravljena najveća ušteda materijala.

Primijećeno je da metoda konačnih elemenata može olakšati proračun konstrukcija i uštedjeti vrijeme. Ako dovoljno dobro poznajemo programski paket za konačne elemente i uz dobro poznavanje fizike problema, metoda konačnih elemenata može znatno uštedjeti vrijeme potrebno za konstruiranje. Na primjeru ovog rada moguće je primijetiti veliku prednost rada uz pomoć metode konačnih elemenata. Vrlo je teško dobiti točne rezultate analitičkim proračunom, ako imamo složenu geometriju, kao u slučaju problema rješavanog u ovom radu, gdje se osim spoja ljuski javlja i problematika proračuna ukruta. Točni teorijski proračun za ukrute nije moguće provesti, već se proračuni izvršavaju uvođenjem pojednostavljenja, koja unose određenu grešku u rezultat. Pomoću metode konačnih elemenata takav proračun je moguće elegantno izvesti uz pravilan odabir elemenata.

POPIS LITERATURE

[1] Sorić J. , metoda konačnih elemenata, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.

[2] MSC Software, MSC. Reference Manual, MSC. Software, 2004.

[3] Macnel R.H. , Finite elements : Their Desing and performence, Marcel Dekker, New York, 1994.

[4] Alfirević I. , Linearna analiza konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.

[5] grupa autora, Inženjerski priručnik IP4, Školska knjiga , Zagreb, 1998.

[6] grupa autora, Zbirka tehničkih propisa u građevinarstvu, Građevinska knjiga, Beograd, 1980.