

# Numerička analiza dvoplašnog spremnika za gorivo zapremine 2000 L

---

**Guštin, Marko**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:198256>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-20**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Marko Guštin

Zagreb, 2020.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Student:

Marko Guštin

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Htio bi se zahvaliti svom mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na pristupačnosti i razumijevanju te svoj pruženoj pomoći tijekom izrade ovoga rada.

Najveću zahvalu dugujem svojim roditeljima, bez kojih moje studiranje ne bi bilo moguće.

Marko Guštin



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marko Guštin**

Mat. br.: 0035204051

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza dvoplašnog spremnika za gorivo zapremine 2000 L**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of a 2000 L double wall fuel tank**

Opis zadatka:

Spremnici goriva služe za skladištenje različitih tekućih vrsta goriva i ulja za grijanje. Izrađuju se kao jednoplašni i dvoplašni spremnici. Jednoplašni spremnici se koriste u slučaju kada je spremnik smješten u prostor koji štiti okolinu od eventualnog istjecanja goriva. Dvoplašni spremnici nemaju ograničenja s obzirom na smještaj spremnika. Spremnici sa dvostrukim plaštem omogućavaju kontinuiranu kontrolu nepropusnosti i pružaju dugotrajnu sigurnost u primjeni.

Analizirati dvoplašni spremnik za gorivo zapremine 2000 L budući da spremnici do te zapremine ne podliježu strogim zakonskim regulativama. Za definirane podatke o konstrukciji, dimenzijama te opterećenju i rubnim uvjetima spremnika potrebno je provjeriti da li spremnik zadovoljava uvjet čvrstoće, tj. potrebno je izvršiti kontrolni proračun spremnika. Proračun je potrebno provesti analitički i numerički te usporediti dobivene rezultate. Numerički proračun provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. U numeričkim analizama koristiti dostupne konačne elemente iz baze programskog paketa. Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rezultatima.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
15. svibnja 2020.

Datum predaje rada:  
**2. rok (izvanredni):** 1. srpnja 2020.  
**3. rok:** 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:  
**2. rok (izvanredni):** 3.7.2020.  
**3. rok:** 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Prof. dr. sc. Igor Balen

# Sadržaj

Popis slika	V
Popis simbola	VI
Sažetak	IX
Summary	X
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Metoda konačnih elemenata</b>	<b>3</b>
2.1 Konačni elementi . . . . .	3
2.1.1 Pločasti konačni elementi . . . . .	4
2.1.2 Ljuskasti konačni elementi . . . . .	5
2.1.3 Općeniti trodimenzijski konačni elementi . . . . .	6
<b>3 Verifikacija</b>	<b>7</b>
3.1 Analitičko rješenje . . . . .	8
3.2 Numeričko rješenje . . . . .	11
3.2.1 Ljuskasti konačni elementi . . . . .	12
3.2.2 Osnosimetrični konačni elementi . . . . .	15
3.2.3 Trodimenzijski konačni elementi . . . . .	19
3.3 Analiza dobivenih rješenja . . . . .	22
<b>4 Proračun pojednostavljenog spremnika</b>	<b>23</b>
4.1 Analitičko rješenje . . . . .	24
4.2 Numeričko rješenje . . . . .	31
4.3 Analiza dobivenih rješenja . . . . .	33
<b>5 Proračun finalnog spremnika</b>	<b>35</b>
5.1 Opterećenje pretlakom . . . . .	35

5.2 Opterećenje hidrostatskim tlakom . . . . .	46
<b>6 Zaključak</b>	<b>57</b>
<b>Literatura</b>	<b>58</b>
<b>Prilozi</b>	<b>59</b>

## Popis slika

1	Primjer dvoplašnog spremnika Savi Serbatoi . . . . .	2
2	Prikaz pločastog konačnog elementa . . . . .	4
3	Prikaz ljuskastog konačnog elementa . . . . .	5
4	Prikaz općenitih trodimenzijskih elemenata . . . . .	6
5	Cilindrični spremnik za validaciju elemenata . . . . .	7
6	Unutarnje sile spremnika za validaciju elemenata . . . . .	8
7	Raspodjela radijalnog pomaka uzduž izvodnice ljuske . . . . .	11
8	Numerički model za verifikaciju ljuskastim elementima . . . . .	12
9	Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskastim elementima . . . . .	13
10	Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskastim elementima . . . . .	13
11	Konvergencija četverokutnih ljuskastih konačnih elemenata . . . . .	14
12	Konvergencija trokutastih ljuskastih konačnih elemenata . . . . .	14
13	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika . . . . .	14
14	Numerički model za verifikaciju osnosimetričnim elementima . . . . .	16
15	Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskastim elementima . . . . .	16
16	Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskastim elementima . . . . .	17
17	Konvergencija osnosimetričnih četverokutnih konačnih elemenata . . . . .	18
18	Konvergencija osnosimetričnih trokutastih konačnih elemenata . . . . .	18
19	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika . . . . .	18
20	Numerički model za verifikaciju trodimenzijskim elementima . . . . .	19
21	Diskretizacija četverokutnim, prizmatičnim i tetraedarskim elementima . . . . .	20
22	Diskretizacija četverokutnim, prizmatičnim i tetraedarskim ljuskastim elementima . . . . .	20
23	Konvergencija četverokutnih trodimenzijskih konačnih elemenata . . . . .	21
24	Konvergencija prizmatičnih konačnih elemenata . . . . .	21
25	Konvergencija tetraedarskih konačnih elemenata . . . . .	21

26	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika . . . . .	22
27	Dimenzije pojednostavljenog spremnika . . . . .	23
28	Prikaz unutarnjih sila pojednostavljenog spremnika . . . . .	24
29	Pojednostavljeni spremnik s ucrtanim rubnim uvjetima i opterećenjem . .	31
30	Diskretizacija pojednostavljenog spremnika . . . . .	32
31	Deformirani spremnik uslijed pretlaka od 1 bar . . . . .	32
32	Deformirani spremnik uslijed pretlaka od 1 bar . . . . .	33
33	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž cilindrične ljuske spremnika . . . . .	34
34	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž gornje sferne ljuske spremnika . . . .	34
35	Raspodjela radijalnih pomaka uzduž donje sfere ljuske spremnika . . . . .	34
36	Rubni uvjeti i opterećenja uslijed pretlaka . . . . .	36
37	Diskretizacija spremnika usljed opterećenja pretlaka . . . . .	37
38	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	38
39	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	39
40	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	40
41	Raspodjela radijalnog pomaka spremnika . . . . .	41
42	Raspodjela radijalnog pomaka spremnika . . . . .	42
43	Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika . . . . .	43
44	Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika . . . . .	44
45	Deformirani spremnik usljed hidrostatskog opterećenja . . . . .	45
46	Rubni uvjeti i opterećenja uslijed hidrostatskog tlaka . . . . .	47
47	Diskretizacija spremnika usljed opterećenja hidrostatskog tlaka . . . . .	48
48	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	49
49	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	50
50	Naprezanje spremnika prema von Misesu . . . . .	51
51	Raspodjela radijalnog pomaka spremnika . . . . .	52
52	Raspodjela radijalnog pomaka spremnika . . . . .	53
53	Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika . . . . .	54
54	Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika . . . . .	55

---

55	Deformirani spremnik usljed hidrostatskog opterećenja . . . . .	56
----	---	----



## Popis simbola

### Latinična slova

$b$	Širina prstena	m
$D$	Fleksijska krutost ljuske	N m
$E$	Youngov modul elastičnosti materijala	1/m
$F_R$	Radijalna sila prstena	N m <sup>-1</sup>
$h$	Debljina ljuske	m
$h_c$	Debljina cilindrične ljuske	m
$h_p$	Visina prstena	m
$h_s$	Debljina sferne ljuske	m
$J_1$	Geometrijska značajka prstena	m
$J_2$	Geometrijska značajka prstena	m <sup>2</sup>
$J_3$	Geometrijska značajka prstena	m <sup>3</sup>
$M$	Moment savijanja prstena	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$M_0$	Unutarnji moment u ljusci	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$M_1$	Unutarnji moment u ljusci	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$M_2$	Unutarnji moment u ljusci	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$M_R$	Moment uvijanja prstena	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$N$	Normalna sila prstena	N m <sup>-1</sup>
$N_x$	Meridijalna sila	N
$N_\varphi$	Cirkularna sila	N
$p_{hydro}$	Hidrostatski tlak	N <sup>2</sup> m <sup>-1</sup>
$Q_0$	Unutarnja sila u ljusci	N m <sup>-1</sup>
$Q_1$	Unutarnja sila u ljusci	N m <sup>-1</sup>
$Q_2$	Unutarnja sila u ljusci	N m <sup>-1</sup>
$R$	Promjer ljuske	m
$R_c$	Radijus cilindrične ljuske	m

$R_s$	Radijus sferne ljuske	m
$s$	Dužina ljuske	m
$u_p^d$	Pomak prstena na spoju s cilindričnom ljuskom	m
$u_p^g$	Pomak prstena na spoju sa sfernom ljuskom	m
$w$	Radijalni pomak ljuske	m
$w_c^g$	Ukupni pomak cilindrične ljuske na spoju sa prstenom	m
$w_m$	Partikularno rješenje radijalnog pomaka	m
$w_m^c$	Partikularno rešenje pomaka cilindrične ljuske	m
$w_m^s$	Partikularno rješenje pomaka sferne ljuske	m
$w_s^d$	Ukupni radijalni pomak donje sferne ljuske na spoju s cilindričnom ljuskom	m
$w_s^g$	Ukupni radijalni pomak gornje sferne ljuske	m

### Grčka slova

$\alpha_c^g$	Ukupni kut zakreta cilindrične ljuske na spoju sa prstenom	rad
$\alpha_m$	Partikularno rješenje kuta zakreta	rad
$\alpha_m^c$	Partikularno rješenje kuta zakreta cilindrične ljuske	rad
$\alpha_m^s$	Partikularno rješenje kuta zakreta sferne ljuske	rad
$\alpha_p$	Kut zakreta prstena	rad
$\alpha_s^d$	Ukupni kut zakreta donje sferne ljuske na spoju s cilindričnom ljuskom	rad
$\alpha_s^g$	Ukupni zakret gornje sferne ljuske	rad
$\alpha_{11}$	Uplivni koeficijent	—
$\alpha_{11}^c$	Uplivni koeficijent cilindrične ljuske	—
$\alpha_{11}^s$	Uplivni koeficijent sferne ljuske	—
$\alpha_{12}$	Uplivni koeficijent	—
$\alpha_{12}^c$	Uplivni koeficijent cilindrične ljuske	—
$\alpha_{12}^s$	Uplivni koeficijent sferne ljuske	—
$\alpha_{21}$	Uplivni koeficijent	—
$\alpha_{21}^c$	Uplivni koeficijent cilindrične ljuske	—
$\alpha_{21}^s$	Uplivni koeficijent sferne ljuske	—
$\alpha_{22}$	Uplivni koeficijent	—

---

$\alpha_{22}^c$	Uplivni koeficijent cilindrične ljuske	–
$\alpha_{22}^s$	Uplivni koeficijent sferne ljuske	–
$\beta$	Geometrijsko materijalna značajka	1/m
$\nu$	Poissonov koeficijent materijala	–
$\varrho$	Gustoća	kg m <sup>-3</sup>
$\vartheta_0$	Kut sferne ljuske	rad

## Sažetak

Zakonskom regulativom Republike Hrvatske određeno je kako spremnici dizelsog goriva te goriva na bazi dizela (lož ulje, plavi dizel, biodizel...) do volumetrijskog kapaciteta 2000 L ne podliježu strogim zakonskim propisima.

Analizom tržišta utvrđeno je kako postoje dvoplašni vertikalni spremnici volumetrijskog kapaciteta 1500 L te 2100 L, dok nije pronađen spremnik kapaciteta 2000 L. Prvi spremnik je premali, dok drugi podliježe strogim zakonskim propisima. U suradnji s tvrtkom Etradex d.o.o. odlučeno je konstruirati vlastiti dvoplašni spremnik koji bi zadovoljio njihove potrebe, a to je dvoplašni spremnik kapaciteta 2000 L.

U prvom poglavlju dana je teoretska podloga spremnika za štetne tvari, te je ukratko opisano dizelsko gorivo.

U drugom poglavlju ukratko je opisana metoda konačnih elemenata te glavne skupine konačnih elemenata. Također, ukratko su spomenute teorije na kojima se ti konačni elementi temelje te dana su neka ograničenja tih teorija.

Treće poglavlje bavi se verifikacijom konačnih elemenata na jednostavnom primjeru cilindrične ljske ispunjene vodom. Razmatrana je diskretizacija različitim konačnim elementima te je promatrana konvergencija tih elemenata ka točnom rješenju.

Četvrto poglavlje bavi se numeričkim i analitičkim proračunom pojednostavljene geometrije traženog finalnog spremnika. U ovom proračunu su uvedena neka pojednostavljenja i rubni uvjeti kako bi bilo moguće provesti proračun analitički.

U zadnjem poglavlju provedena je isključivo numerička analiza na finalnoj geometriji spremnika, te su rezultati takve analize uspoređeni s rezultatima iz prethodnog poglavlja.

Ključne riječi: metoda konačnih elemenata, dvoplašni spremnik, dizel gorivo, Abaqus.

## Summary

The legislation of the Republic of Croatia stipulates that dizel fuel tanks and dizel-based fuel tanks (heating oil, blue diesel, biodiesel ...) up to a volumetric capacity of 2000 L are not subject to strict legal regulations.

Market analysis revealed that there are double-walled vertical tanks with a volumetric capacity of 1500 L and 2100 L, but a tank with a capacity of 2000 L was not found. The first tank is too small, while the second is subjected to strict legal regulations. In cooperation with Etradex d.o.o. it was decided to construct their own double-walled tank that would meet their needs, and that is a double-walled tank with a capacity of 2000 L.

The first chapter provides a theoretical basis of containers for harmful substances, and a brief description of Diesel fuel.

The second chapter briefly describes the finite element method and the main groups of finite elements. Also, the theories on which these finite elements are based are briefly mentioned and some limitations of these theories are given.

The third chapter deals with the verification of finite elements on a simple example of a cylindrical shell filled with water. The discretization with different finite elements is considered and the convergence of these elements towards the correct solution is observed.

The fourth chapter deals with the numerical and analytical calculation of the simplified geometry of the required final tank. Some simplifications and boundary conditions have been introduced in this chapter to make it possible to carry out the calculation analytically.

In the last chapter, only a numerical analysis was performed on the final geometry of the tank, and the results of this analysis were compared with the results from the previous chapter.

Key words: finite element method, double-walled tank, dizel fuel, Abaqus.

# 1 Uvod

Spremnici su neizbježne konstrukcije koje nas svakodnevno okružuju. Imaju velik broj primjena, jedna od njih, o kojoj će se detaljnije govoriti u ovom radu su spremnici za gorivo, točnije dizel gorivo. Na tržištu postoje razne izvedbe spremnika kao što su primjerice

- transportni spremnici,
- vertikalni spremnici,
- podzemni spremnici,
- horizontalni spremnici,
- dvoplašni spremnici itd.

Dizel gorivo je smjesa različitih ugljikovodika rabljena kao tekuće gorivo za Dizelove motore. Dizelov motor je nazvan po njegovom izumitelju Rudolfu Dizelu. Dizel se može skladištiti za rezervne potrebe u plastičnim posudama. Od benzina se razlikuje po svojoj zelenoj ili plavoj boji, a može se osjetiti i razlikovati osjetom mirisa.

U cilindar Dizelova motora zrak se usisava, komprimira, tlak i temperatura mu rastu, a malo prije GMT-a u taj se vrući zrak ubrizgava gorivo koje se odmah pali uslijed visoke temperature zraka. Odatle proizlazi i osnovni zahtjev na goriva za Dizelove motore: ona se moraju upaliti lako i sa što manjim zakašnjenjem, odnosno moraju bit sklona samozapaljenju. Ta se sklonost iskazuje cetanskim brojem koji se određuje ispitivanjem u laboratorijskom motoru po normiranoj metodi. Što je gorivo sklonije samozapaljenju, to mu je cetanski broj veći.

Drugi pokazatelj samozapaljenja je cetanski indeks. On se računa na temelju gustoće goriva i točaka na krivulji destilacije. U usporedbi s izmjerenim cetanskim brojem, na cetanski indeks ne utječu dodaci za poboljšanje zapaljenja.

Zbog utjecaja na svojstva dizelskog goriva zimi se, pri niskim temperaturama, dizelu dodaje veći udio kerozina.

Pri niskim temperaturama u dizelskom gorivu dolazi do izlučivanja kristala parafina uslijed čega se začepi cijevi za dovod goriva i filtri. Kod nepovoljnih sastava goriva ova pojava nastupa već kod približno  $0^{\circ}\text{C}$  ili čak i više. Zbog toga se u dizelska goriva za zimske uvjete u rafineriji dodaju dodaci koji poboljšavaju tečenje. Oni doduše ne sprečavaju u potpunosti nastanak kristala parafina, ali jako ograničavaju njihov rast. Takvi su kristalići toliko sitni da prolaze kroz pore u filtru. Drugi dodaci djeluju tako da kristaliće jednoliko raspršuju u gorivu da se ne gomilaju na jednom mjestu.

Plamište je temperatura kod koje goriva tekućina ispušta u okolni zrak upravo toliko para da iznad tekućine nastaje goriva smjesa koja se može upaliti stranim izvorom zapaljenja. Da bi se osigurala dovoljna sigurnost kod transporta i skladištenje, dizelsko gorivo

mora odgovarati zahtjevima opasnosti razreda A III (plamište iznad 55 °C). Dodatkom benzina od niti 3% plamište se smanjuje toliko da pada na razinu sobne temperature.

Dizel detonira znatno slabije od benzina jer je poput ulja, teži je i manje isparava.

Premala viskoznost dovodi do propuštanja u pumpi za ubrizgavanje i zbog toga do smanjenja snage. Prevelika viskoznost pak pogoršava raspršivanje goriva i time pogoršava izgaranje. Zbog toga viskoznost treba biti u što je moguće užim granicama.

Hidrodinamička mazivost dizelskog goriva je manje značajna od mazivosti u prijelaznom području mješovitog trenja. Smanjivanje sadržaja sumpora u gorivu, radi smanjivanja čađe u ispušnim plinovima, dovodi do smanjivanja mazivosti i time do ozbiljnih problema u pumpama za ubrizgavanje. Ako sadržaj sumpora padne ispod 500 ppm (mg/kg), gorivu se dodaje aditiv za poboljšanje mazivosti.

Sadržaj sumpora u dizelskom gorivu ovisi o kvaliteti sirove nafte i o kvaliteti rafinerijskog postupka. Sumpor iz goriva izgara u SO<sub>2</sub> koji otapanjem u vodi u zraku stvara kiselinu. U ispušnim plinovima motora sumpor povećava emisiju čestica, emisiju CH, NO<sub>x</sub> i CO te dovodi do bržeg zapunjenja katalizatora. [1]

Na slici 1. prikazan je dvoplašni spremnik talijanskog proizvođača Savi Serbatoi. Sličan će biti proračunat u ovom radu.



Slika 1. Primjer dvoplašnog spremnika Savi Serbatoi [2]

## 2 Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se primjenjuje za rješavanje problema inženjerske prirode. Tipična područja interesa u kojima se može primijeniti metoda konačnih elemenata su strukturalna analiza, prijenost topline, protok fluida, prijenos mase te elektromagnetski potencijal.

Za fizičke sustave komplicirane geometrije, kompliciranih opterećenja, i kompliciranih svojstava materijala, najčešće nije moguće postaviti analitičko matematičko rješenje koje bi odgovaralo stvarnom fizičkom sustavu. Analitička rješenja u pravilu uključuju rješavanje običnih ili diferencijalnih jednadžbi koje zbog komplicirane geometrije, kompliciranih opterećenja i/ili kompliciranih svojstava materijala najčešće nije moguće dobiti. Zbog toga, u praksi se često oslanja na numeričke metode, kao što je npr. metoda konačnih elemenata, kojima je moguće aproksimirati rješenja takvih diferencijalnih jednadžbi.

Formulacija problema primjenom metode konačnih elemenata rezultira sustavom algebarskih jednadžbi čije rješenje je moguće dobiti znatno jednostavnije u usporedbi s diferencijalnim jednadžbama kod analitičkih metoda. Primjenom metode konačnih elemenata dobivaju se približne vrijednosti nepoznanica za diskretnan broj točaka kontinuuma. Stoga, proces modeliranja tjela dijeljenjem istog na manje djelove (konačne elemente) povezane u točkama (čvorovima) i/ili rubnim linijama koje su zajedničke minimalno dvima elementima se naziva diskretizacija. Primjenom metode konačnih elemenata, umjesto rješavanja problema za cijelo tijelo u jednoj operaciji, formuliraju se jednadžbe za svaki konačni element zasebno čija kombinirana rješenja daju rješenje problema cijelog tijela.

Ukratko, rješenje strukturalnih problema najčešće podrazumijeva određivanje pomaka čvorova te naprezanja svakog elementa, dok kod nestrukturalnih problema, nepoznanice u čvorovima mogu biti promjene temperature ili tlak fluida koji nastaju uslijed djelovanja termalnog ili fluidnog fluksa. U ovom radu razmatranja će se ograničiti na rješavanje strukturalnih problema. [3]

### 2.1 Konačni elementi

Iako postoje različite podjele konačnih elemenata, generalno se mogu svrstati u tri kategorije: jednodimenzijski (npr. štapni, gredni...), dvodimenzijski (npr. trokutasti, pravokutni...) i trodimenzijski (npr. tetraedarski, prizmatični...).

Teoretski, za svaki problem moguće je koristiti trodimenzijske konačne elemente, primjerice štapove i grede moguće je umjesto jednodimenzijskih štapnih ili grednih konačnih elemenata modelirati pomoću tetraedarskih konačnih elemenata. U praksi se, naime, to izbjegava zbog komplicirane diskretizacije i kompliciranog modeliranja samog modela. Također, rješavanje problema korištenjem trodimenzijskih konačnih elemenata iziskuje značajne računalne resurse. Tako se uvijek, gdje je to moguće, primjenjuju najprije jednodimenzijski, zatim dvodimenzijski konačni elementi, te ukoliko to nije moguće, trodimenzijski konačni elementi.



U ovom radu, zbog prirode problema, korišteni su primarno ljuskasti, zatim pločasti konačni elementi, te gdje je neophodno, i ostali trodimenzijski konačni elementi.

### 2.1.1 Pločasti konačni elementi

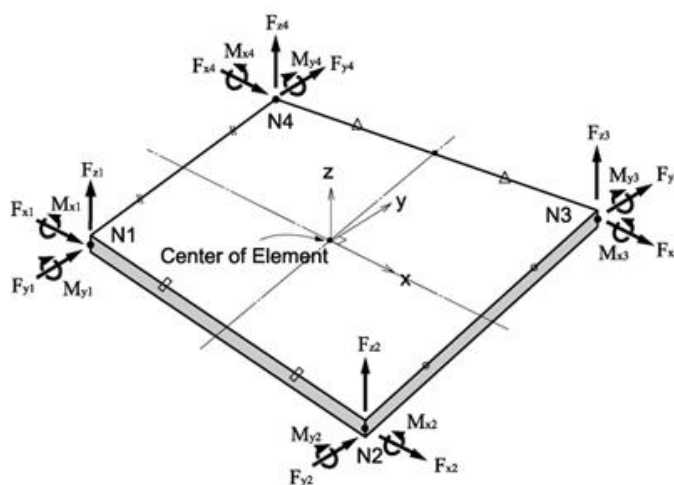
Ploče su poseban slučaj trodimenzijskog kontinuuma kad je jedna dimenzija, koja opisuje debljinu ploče, mnogo manja od ostalih dimenzija. Također, geometriju pločastih konačnih elemenata je moguće usporediti s dvodimenzijskim pravokutnim konačnim elementima, jedina razlika je što pločasti konačni elementi, za razliku od pravokutnih, preuzimaju samo poprečna opterećenja.

Deformacije koje nastaju kao posljedica poprečnog opterećenja ploče se manifestiraju kao progib i rotacija normale srednje plohe ploče zbog čega deformacije neće bit funkcija varijable  $z$ , već isključivo varijable  $x$  i  $y$ .

Postoji više teorija koje se bave problemom deformacija ploča. Najpoznatije teorije koje se koriste su Mindlinova teorija koja se bavi problemom debelih ploča te Kirchhoff-Loveova teorija koja se bavi problemom tankih ploča. Ovdje je korisno napomenuti kako konačni elementi razvijeni prema teoriji tankih ploča su u pravilu problematični, točnije, takvi elementi su nekompatibilni ili nekonformni što znači da neke komponente kuta zakreta neće bit kontinuirane po rubovima elemenata.

U praksi, konačni elementi dobiveni prema Reissner-Mindlinovoj teoriji ploča su se pokazali kao najpraktičniji i najkorisniji. Za dobivanje pločastih konačnih elemenata višeg reda koristi se više različitih teorija, no sve se također temelje na Reissner-Mindlinovoj teoriji.

Također treba imati na umu da većina programskih paketa za proračun metodom konačnih elemenata (kao npr. Abaqus) ne koristi pločaste konačne elemente koji se temelje na teoriji ploča već je za tu svrhu potrebno koristit ljuskaste konačne elemente opće namjene. [4, 5, 6, 7]



Slika 2. Prikaz pločastog konačnog elementa [8]

### 2.1.2 Ljuskasti konačni elementi

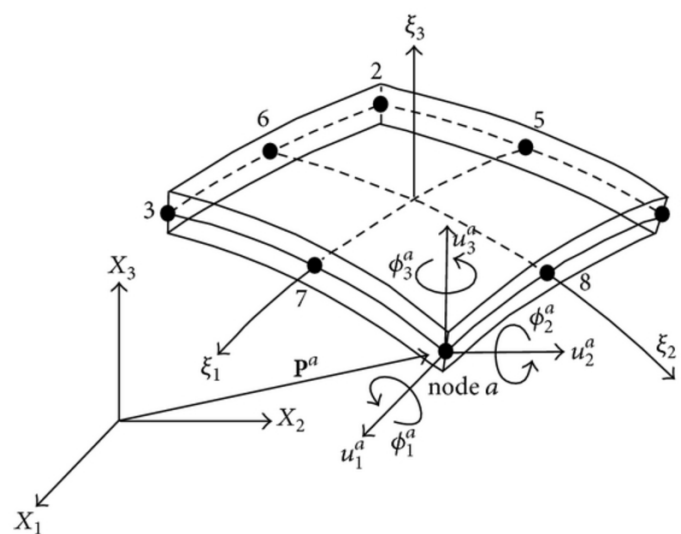
Za razliku od ploča kojima je srednja ploha ravnina, ljuskasti kontinuum omeđen je dvjema zakrivljenim plohama pri čemu je srednja ploha također zakrivljena. Osim momenata savijanja i uvijanja te poprečnih sila, koje su unutarnje veličine u pločastom kontinuumu, u ljuskastim konstrukcijama vanjsko opterećenje preuzimaju i membranske sile koje djeluju u tangencijalnoj ravnini srednje plohe.

Analitičko rješavanje problema teorije ljusaka je matematički vrlo složen problem. U literaturi su izvedene približne relacije koje se odnose samo na specijalne, najčešće osnosimetrične ljuskaste oblike za posebne slučajeve opterećenja. Pritom se uvode različite pretpostavke koje se odnose na geometriju, način deformiranja i opterećenje.

Primjena konačnih elemenata omogućuje s dovoljnom točnošću numeričku analizu napanja i deformacije proizvoljnih ljuskastih oblika za proizvoljno opterećenje. Njihova formulacija znatno je složenija nego pločastih konačnih elemenata, što je razlog da se zakrivljeni ljuskasti kontinuum vrlo često aproksimira s mnogo jednostavnijim ravnim elementima.

Najčešće se primjenjuju ravni trokutni i pravokutni elementi. Osim približnog opisivanja zakrivljene geometrije, nedostatak je ravnih elemenata potpuna međusobna neovisnost membranske energije deformiranja i energije zbog savijanja. Naime, membranske sile posljedica su samo tangencijalnih komponenta pomaka, a momenti savijanja i uvijanja povezani su samo s komponentom u pravcu normale na srednju plohu.

Najsloženiji ljuskasti elementi su zakrivljeni elementi pomoću kojih je moguće opisati proizvoljnu geometriju uz proizvoljno opterećenje, a formulacija im se temelji na klasičnoj teoriji ljusaka. Osim složenosti formulacije, njihov je nedostatak osjetljivost na pomake krutog tijela. Kako bi se ta osjetljivost smanjila, potreban je visok stupanj polinoma funkcije pomaka, što u znatnoj mjeri povećava broj stupnjeva slobode. [6]

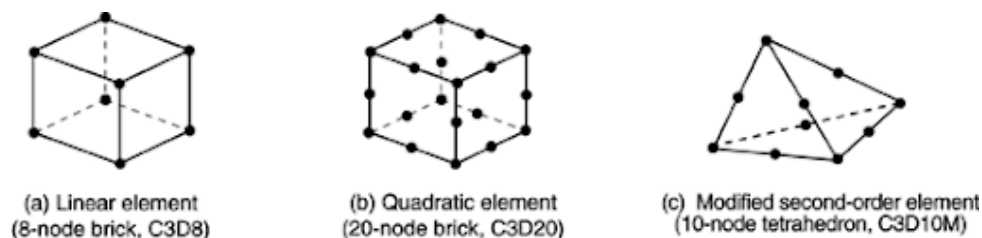


Slika 3. Prikaz ljuskastog konačnog elementa [8]

### 2.1.3 Općeniti trodimenzijski konačni elementi

Rješavanje problema čvrstoće za velik broj konstrukcijskih elemenata zahtijeva trodimenzijsku analizu. Pritom, za razliku od jednodimenzijskih i dvodimenzijskih problema, nisu postavljena ograničenja u odnosu na oblik i opterećenje konstrukcije. Najčešće se primjenjuju trodimenzijski elementi u obliku tetraedra i paralelopipeda, a stupnjevi slobode tri su komponente pomaka.

Trodimenzijski konačni elementi se smatraju najopćenitijim konačnim elementima budući da su sve veličine ovisne o koordinatama  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Tijela koja se diskretiziraju ovim elementima mogu imati proizvoljan oblik, proizvoljne karakteristike materijala i proizvoljne rubne uvjete. Uzimajući ovo u obzir, ti konačni elementi će imati šest komponenta naprezanja, tri normalne i tri tangencijalne. Svaki čvor ovog elementa može imati tri translatorska pomaka stoga je ovim elementima moguće opisati deformacije u sva tri smjera u prostoru. [6, 5]

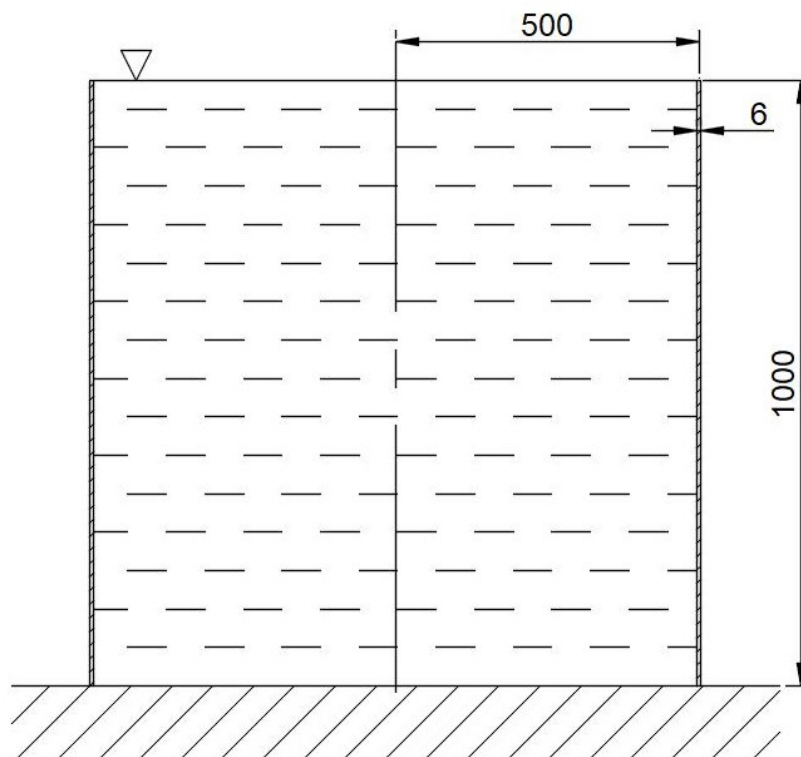


Slika 4. Prikaz općenitih trodimenzijskih elemenata [9]

### 3 Verifikacija

U ovom odjeljku je provedena verifikacija konačnih elemenata koji će se koristiti za proračun spremnika. Razmatrani su utjecaji diskretizacije različitim konačnim elementima, tj. razmatrat će se brzina konvergencije rješenja te točnost numeričkog rješenja u odnosu na analitičko. Na temelju dobivenih rezultata odabrani su elementi kojima će se provesti daljnja analiza spremnika.

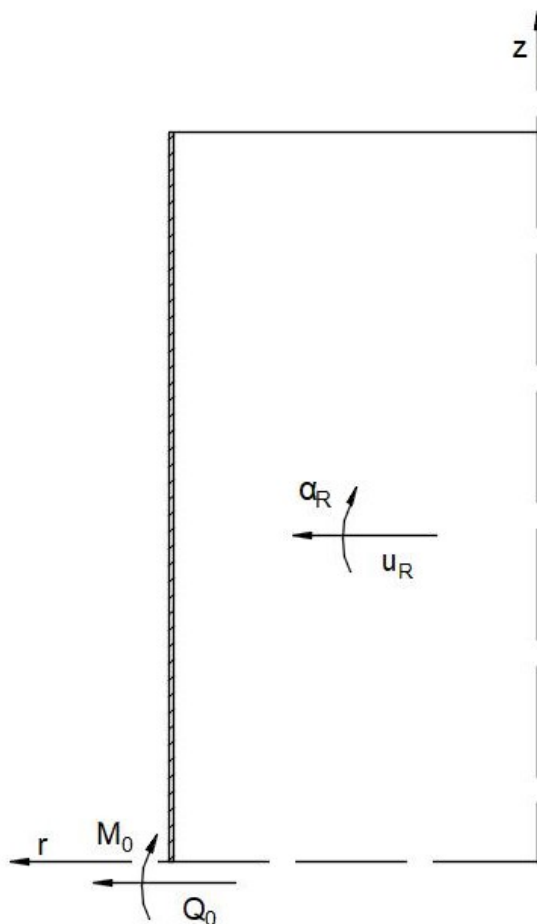
Konstrukcija na kojoj će se provesti verifikacija elemenata je prikazana na slici 5. Pretpostavlja se da je spremnik do vrha ispunjen fluidom gustoće  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , te da je izrađen od čelika čiji je modul elastičnosti  $E = 210 \text{ GPa}$  te Poissonov faktor  $\nu = 0,3$ . Razmatrat će se isključivo radijalni pomak stijenke.



Slika 5. Cilindrični spremnik za validaciju elemenata

### 3.1 Analitičko rješenje

Za dobivanje analitičkog rješenja ovog problema korištene su relacije teorije tankih ljusaka iz [10]. Budući da je spremnik ispunjen fluidom, fluid će ujedno i bit jedini izvor opterećenja ovog cilindričnog spremnika. Unutarnje sile spremnika prikazane su na slici 6.



Slika 6. Unutarnje sile spremnika za validaciju elemenata

Iz zadanih vrijednosti i dimenzija izračunava se fleksijska krutost spremnika

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 0,006^3}{12(1-0,3^2)} = 4153,84615 \text{ Nm} \quad (3.1)$$

i geometrijsko materijalna značajka spremnika

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2h^2}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-0,3^2)}{0,5^2 \cdot 0,006^2}} = 23,46821 \text{ m}^{-1}. \quad (3.2)$$

Korištenjem koeficijenata (3.1) i (3.2) moguće je izračunati potrebne uplivne koeficijente redom kako slijedi

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2D\beta^3} = \frac{1}{2 \cdot 4153,85 \cdot 23,46821^3} = 9,31279 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}, \quad (3.3)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2D\beta^2} = \frac{1}{2 \cdot 4153,85 \cdot 23,46821^2} = 2,18554 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{N}} \quad \text{i} \quad (3.4)$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D\beta} = \frac{1}{4153,85 \cdot 23,46821} = 1,02582 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{N}}. \quad (3.5)$$

Na proizvoljnom presjeku duž uzdužne osi spremnika, moguće je zapisati hidrostatski tlak kao funkciju varijable  $x$  koja predstavlja udaljenost presjeka od mjesta uklještenja

$$p_{\text{hydro}} = \varrho \cdot g \cdot (1 - x) = 1000 \cdot 9,80665 \cdot (1 - x) = 9806,65 \cdot (1 - x), \quad (3.6)$$

a gdje se vrijednost varijable  $x$  kreće u intervalu

$$0 \leq x \leq 1 \text{ m}. \quad (3.7)$$

Budući da je spremnik otvoren, iz uvjeta ravnoteže u smjeru vertikalne osi spremnika dobiva se vrijednost meridijalne sile

$$N_x = 0. \quad (3.8)$$

Cirkularnu silu, uz uvrštavanje vrijednosti za hidrostatski tlak (3.6), dobivamo pomoću relacije

$$N_\varphi = p_{\text{hydro}} \cdot R = 9806,65 \cdot (1 - x) \cdot 0,5 = 4903,325 \cdot (1 - x). \quad (3.9)$$

Sada je moguće, uvrštavanjem (3.8) i (3.9), odrediti membranski pomak cilindrične ljsuke

$$w_m = \frac{R}{Eh} (N_\varphi - \nu N_x) = \frac{0,5}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,006} \cdot 4903,325 \cdot (1 - x) = 1,9458 \cdot 10^{-6} \cdot (1 - x), \quad (3.10)$$

te meridijalni kut zakreta cilindrične ljsuke koji direktno slijedi iz membranskog pomaka

$$\alpha_m = \frac{dw_m}{dx} = -1,9458 \cdot 10^{-6} \text{ rad}. \quad (3.11)$$

Ukupni pomak i kut zakreta ljsuke se može zapisati kao suma rješenja savijanja i membranskog rješenja

$$w = w_s + w_m = \alpha_{11}Q_0 + \alpha_{12}M_0 + w_m, \quad (3.12)$$

$$\alpha = \alpha_s + \alpha_m = \alpha_{21}Q_0 + \alpha_{22}M_0 + \alpha_m. \quad (3.13)$$

Budući da je spremnik uklešten na dnu, tada vrijede rubni uvjeti

$$w = 0, \quad (3.14)$$

$$\alpha = 0, \quad (3.15)$$

na mjestu ukleštenja, odnosno na mjestu

$$x = 0 \text{ m}. \quad (3.16)$$

Uvrštavanjem rubnih uvjeta (3.14) i (3.15) na mjestu (3.16), te uplivnih koeficijenata (3.3), (3.4) i (3.5) u relacije (3.12) i (3.13) dobiva se sustav dvije jednačbe s dvije nepoznanice

$$0 = 9,31279 \cdot 10^{-9} \cdot Q_0 + 2,18554 \cdot 10^{-7} \cdot M_0 + 1,9458 \cdot 10^{-6}, \quad (3.17)$$

$$0 = 2,18554 \cdot 10^{-7} \cdot Q_0 + 1,02582 \cdot 10^{-5} \cdot M_0 - 1,9458 \cdot 10^{-6}. \quad (3.18)$$

Rješavanjem jednačbi (3.17) i (3.18) dobivaju se vrijednosti poopćene sile i momenta savijanja

$$Q_0 = -426,77651 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{i} \quad (3.19)$$

$$M_0 = 9,28228 \frac{\text{Nm}}{\text{m}}. \quad (3.20)$$

U teoriji ljsaka se koriste tzv. eksponencijalno trigonometrijske funkcije kako bi se prikazao raspored raznih veličina uzduž ljske. Razlikujemo 4 eksponencijalno trigonometrijske funkcije, a to su

$$f_1(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos(\beta x) + \sin(\beta x)), \quad (3.21)$$

$$f_2(\beta x) = e^{-\beta x} \sin(\beta x), \quad (3.22)$$

$$f_3(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos(\beta x) - \sin(\beta x)) \quad \text{i} \quad (3.23)$$

$$f_4(\beta x) = e^{-\beta x} \cos(\beta x). \quad (3.24)$$

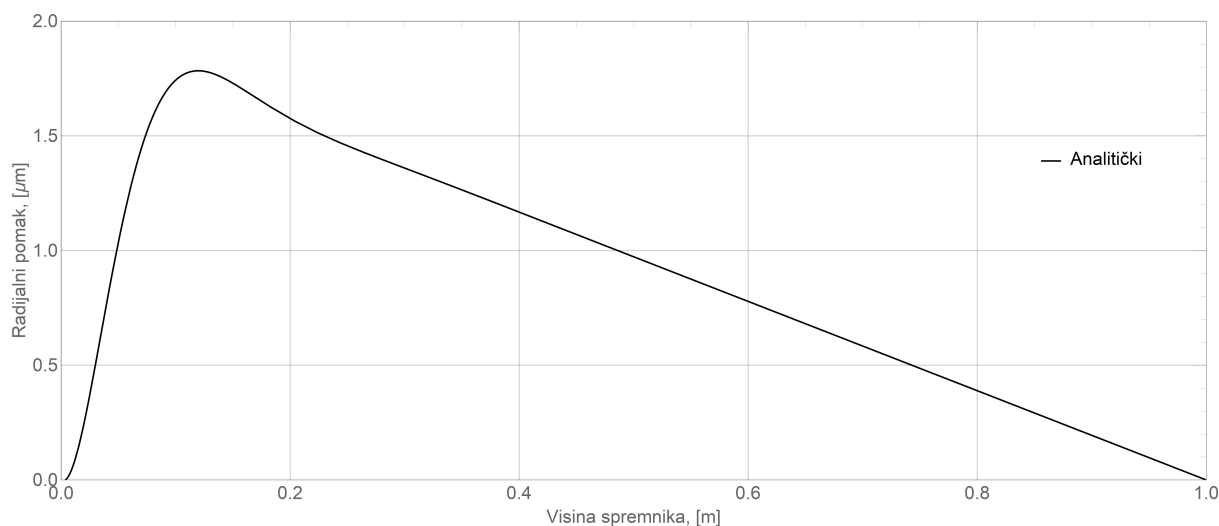
Trenutno je potrebno odrediti raspodjelu radijalnog pomaka kako bi mogli analitičko rješenje dobiveno ovim postupkom usporediti s numeričkim rješenjem dobivenim u sljedećem odjeljku. Za raspodjelu ukupnog radijalnog pomaka koristiti će se relacija preuzeta iz [10] koja glasi

$$w = \frac{Q_0}{2D\beta^3} \cdot f_4(\beta x) + \frac{M_0}{2D\beta^2} \cdot f_3(\beta x) + w_p, \quad (3.25)$$

odnosno nakon uvrštavanja numeričkih vrijednosti i eksponencijalno trigonometrijskih funkcija (3.23) i (3.24) dobiva se izraz

$$w = -3,97448 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-23,46821x} \cdot \cos(23,46821x) + 2,02868 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-23,46821x} \cdot [\cos(23,46821x) - \sin(23,46821x)] + 1,9458 \cdot 10^{-6} \cdot (1 - x). \quad (3.26)$$

Korištenjem nekog od programskih paketa za računalnu matematiku moguće je grafički prikazati funkciju raspodjele radijalnog pomaka (3.26) kao što je prikazano na slici 7.



Slika 7. Raspodjela radijalnog pomaka uzduž izvodnice ljuške

## 3.2 Numeričko rješenje

Za dobivanje numeričkog rješenja metodom konačnih elemenata, koristiti će se programski paket Abaqus. Verifikacijski problem je diskretiziran pomoću tri različite skupine konačnih elemenata, odnosno pomoću ljuskastih, osnosimetričnih i općenitih trodimenzijskih konačnih elemenata.

Za svaku tu skupinu konačnih elemenata odabrano je nekoliko reprezentativnih konačnih elemenata predefiniranih u programskom paketu Abaqus. Verifikacijski model je diskretiziran više puta istim konačnim elementima, ali različitim brojem elemenata, kako bi dobili krivulju konvergencije pojedinog elementa. Također, prikazan je raspored radijalnog pomaka uzduž izvodnice za elemente koji su najbrže konvergirali kako bi se mogla usporediti točnost s analitičkim rješenjem.

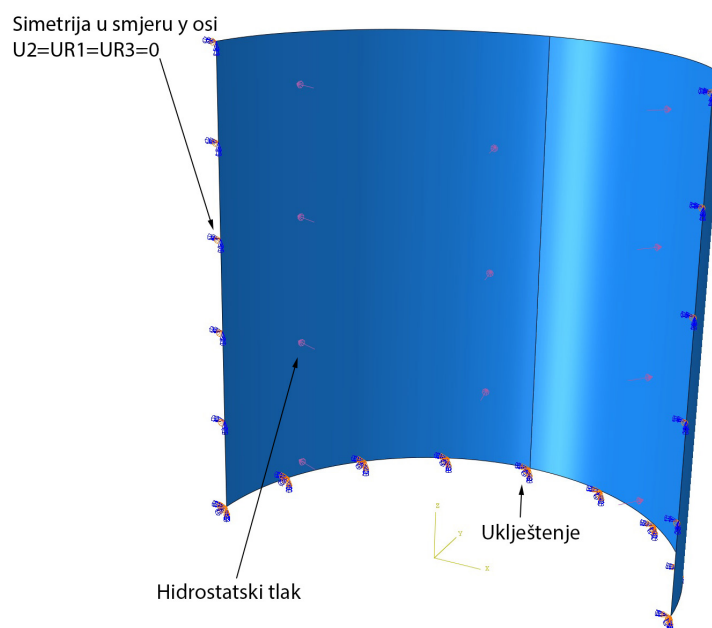


### 3.2.1 Ljuskasti konačni elementi

Tijekom diskretizacije korišteni su sljedeći četverkutni i trokutni ljuskasti elementi:

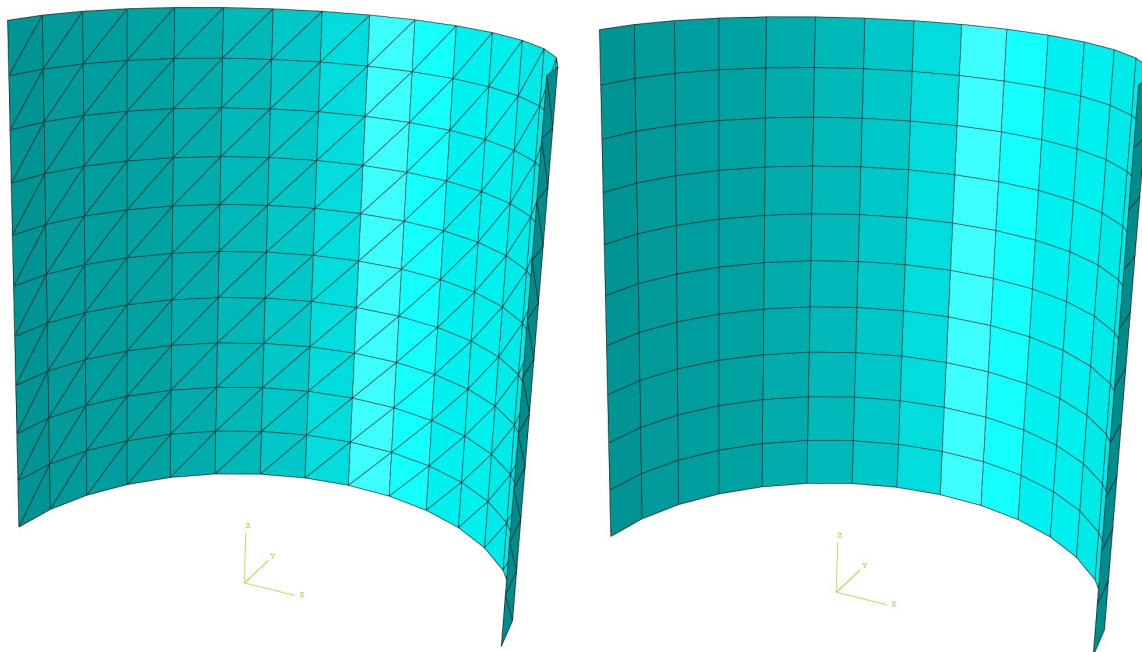
- S4 - dvostruko zakrivljeni ljuskasti element 1. reda s 4 čvora
- S4R - dvostruko zakrivljeni ljuskasti element 1. reda s 4 čvora i reduciranom integracijom
- S8R - dvostruko zakrivljeni ljuskasti element 2. reda s 8 čvorova, reduciranom integracijom i 6 stupnjeva slobode po svakom čvoru
- S8R5 - dvostruko zakrivljeni ljuskasti element 2. reda s 8 čvorova, reduciranom integracijom i 5 stupnjeva slobode po svakom čvoru
- S3 - trokutasti ljuskasti element 1. reda s 3 čvora
- STRI3 - tankostijeni ljuskasti trokutasti element 1. reda s 3 čvora
- STRI65 - tankostijeni ljuskasti trokutasti element 2. reda sa 6 čvorova i 5 stupnjeva slobode po svakom čvoru
- S3R - trokutasti ljuskasti element 1. reda s 3 čvora i reduciranom integracijom

Osnosimetričan model sa rubnim uvjetima i opterećenjem prikazan je na slici 8. Model je napravljen u programskom paketu Abaqus. Ovakav proračun moguć je za jednostavne ili pojednostavljene modele budući da ga je potrebno raditi u samom programu što i nije najpogodnije rješenje.



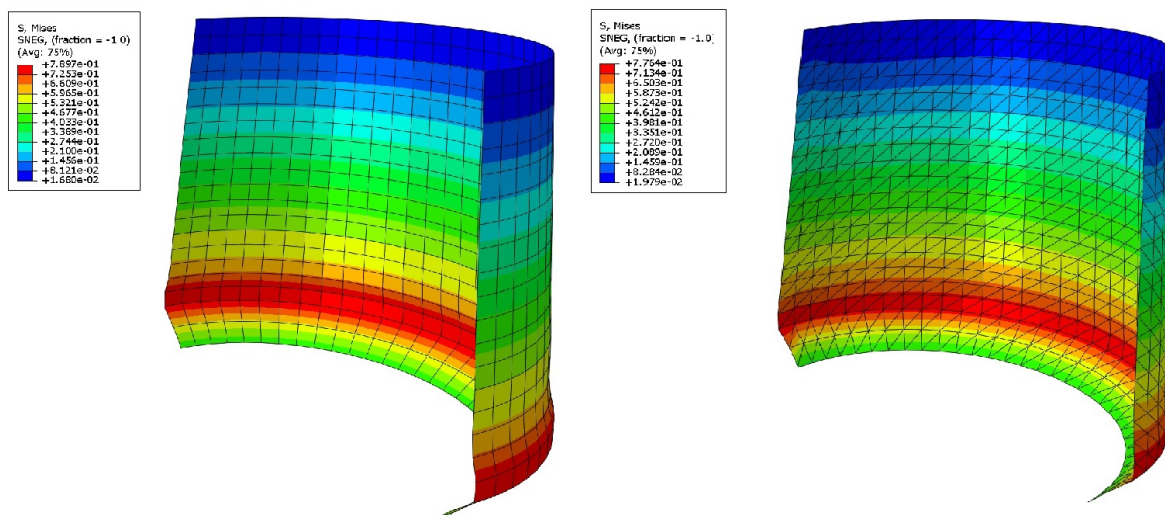
Slika 8. Numerički model za verifikaciju ljuskastim elementima

Primjer diskretizacije verifikacijskog modela četverokutnim i trokutastim ljuskatim elementima prikazan je na slici 9. Korištena je ista veličina konačnih elemenata za obje diskretizacije.



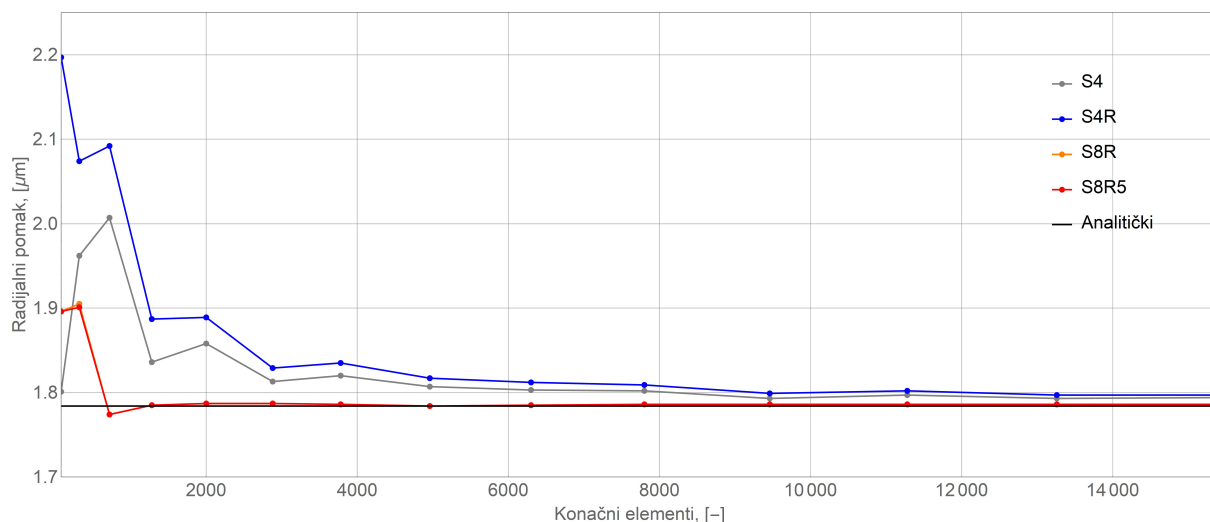
Slika 9. Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskatim elementima

Prikaz deformiranih modela, diskretiziranih na slici 9., prikazan je na slici 10. Moguće je primijetiti kako se diskretizacijom trokutastim elementima za istu veličinu konačnih elemenata dobilo nešto manje naprezanje u modelu. Detaljnija analiza odnosa veličine konačnih elemenata i dobivenih napreznja pokazana je u daljnjem tekstu.

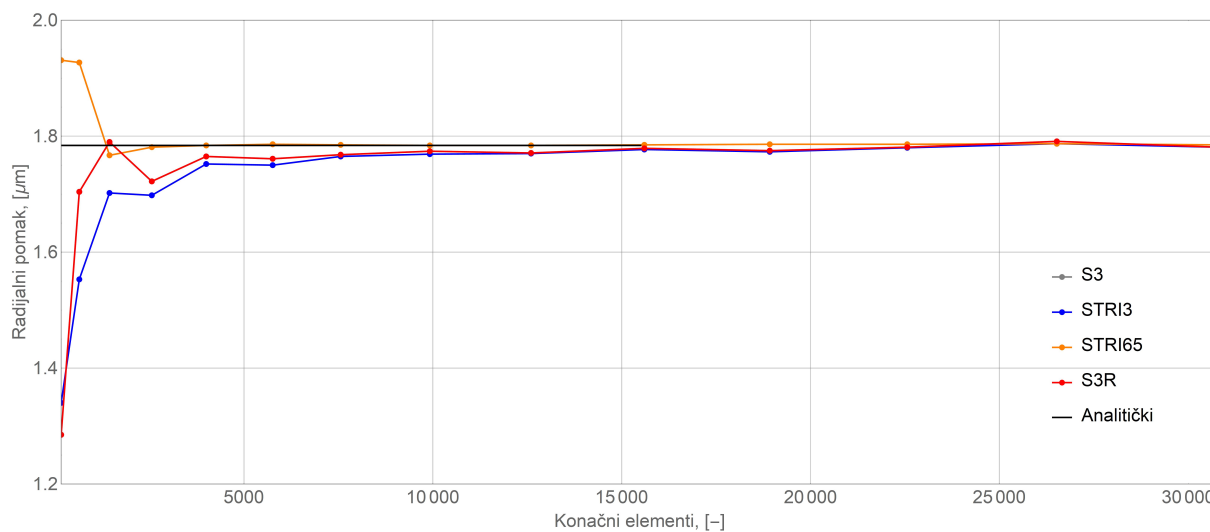


Slika 10. Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskatim elementima

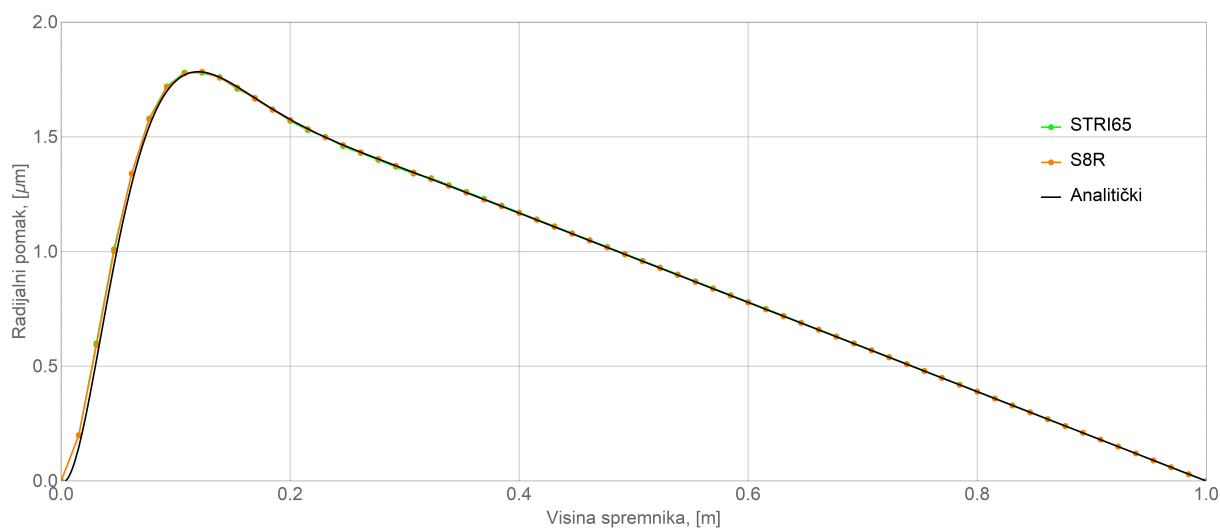
Radi preglednosti, krivulje konvergencije četvrtastih elemenata prikazane su na slici 11., dok su krivulje konvergencije trokutastih elemenata prikazane na slici 12.



Slika 11. Konvergencija četverokutnih ljuskastih konačnih elemenata



Slika 12. Konvergencija trokutastih ljuskastih konačnih elemenata



Slika 13. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika

Uspoređujući slike 11. i 12 moguće je zamjetiti kako četverokutni elementi znatno brže konvergiraju od trokutastih, te da elementi drugog reda konvergiraju brže od elemenata prvog reda.

Raspodjela radijalnog pomaka uzduž izvodnice spremnika prikazana je na slici 13. Za tu svrhu su korišteni konačni elementi STRI65 i S8R koji su najbrže konvergirali točnom rješenju. Usporedbe radi, u istom grafu, prikazana je i krivulja analitičke raspodjele radijalnog pomaka.

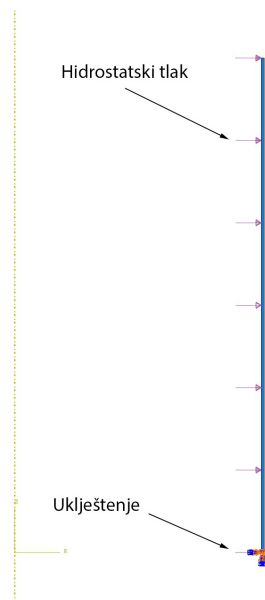
Na slici 13. moguće je primijetiti kako numeričko rješenje raspodjele radijalnog pomaka iznimno dobro prati raspodjelu radijalnog pomaka dobivenog analitičkim putem. Najveće odstupanje je uočeno na mjestu gdje je najveći porast radijalnog pomaka, tj. na prvih 0,1 m visine.

### 3.2.2 Osnosimetrični konačni elementi

Budući da je verifikacijski problem osnosimetrične geometrije, osnosimetričnog opterećenja te osnosimetrično oslonjen, moguće ga je diskretizirati osnosimetričnim konačnim elementima. Tijekom diskretizacije korišteni su slijedeći konačni elementi:

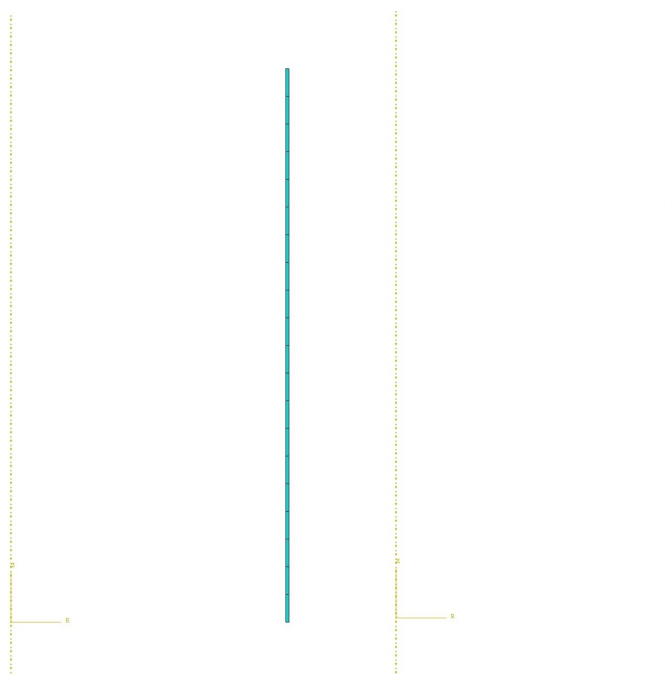
- CAX4 - četverokutni osnosimetrični konačni element 1. reda s 4 čvora
- CAX4R - četverokutni osnosimetrični konačni element 1. reda s 4 čvora i reduciranom integracijom
- CAX4I - četverokutni nekompatibilni osnosimetrični konačni element 1. reda s 4 čvora
- CAX8 - četverokutni osnosimetrični konačni element 2. reda s 8 čvorova
- CAX8R - četverokutni osnosimetrični konačni element 2. reda s 8 čvorova i reduciranom integracijom
- CAX3 - trokutni osnosimetrični konačni element 1. reda s 3 čvora
- CAX6 - trokutni osnosimetrični konačni element 1. reda sa 6 čvorova
- CAX6M - modificirani trokutni osnosimetrični konačni element 1. reda sa 6 čvorova

Osnosimetričan model sa rubnim uvjetima i opterećenjem prikazan je na slici 14. Model je napravljen u programskom paketu Abaqus. Ovakav proračun moguć je za jednostavne ili pojednostavljene modele budući da ga je potrebno raditi u samom programu što i nije najpogodnije rješenje.



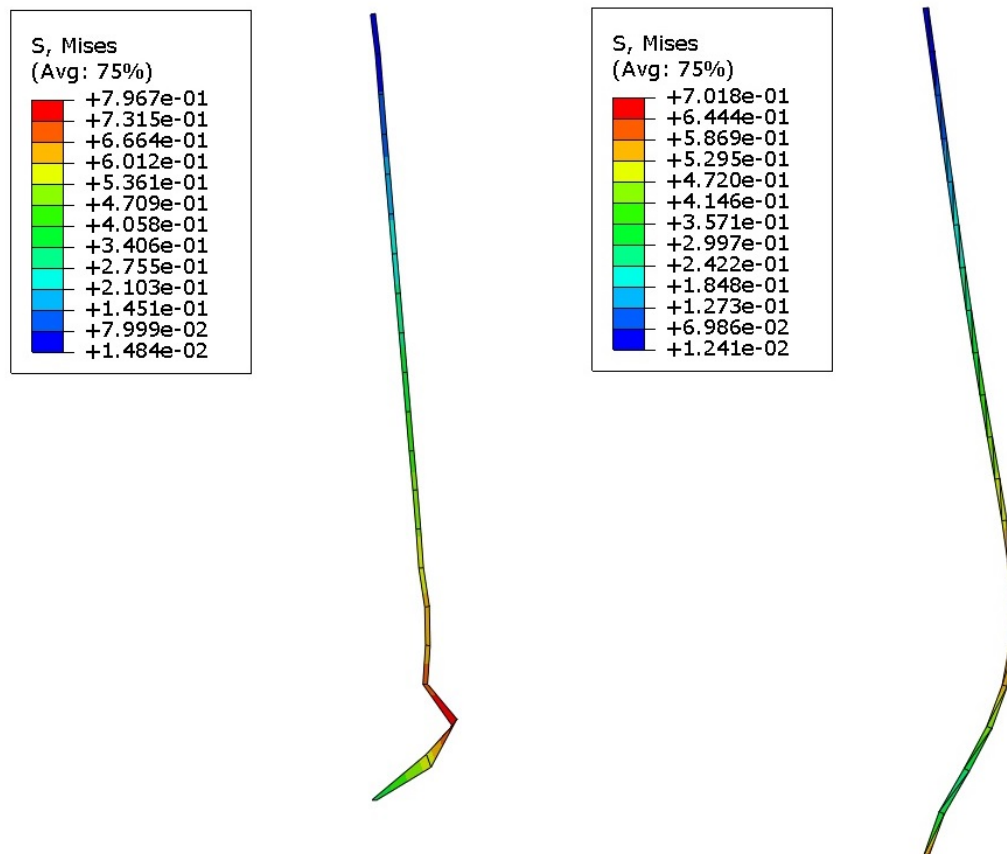
Slika 14. Numerički model za verifikaciju osnosimetričnim elementima

Primjer diskretizacije verifikacijskog modela četverokutnim i trokutastim ljuskatim elementima prikazan je na slici 15. Korištena je ista veličina konačnih elemenata za obje diskretizacije.



Slika 15. Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskatim elementima

Prikaz deformiranih modela, diskretiziranih na slici 15., prikazan je na slici 16. Moguće je primijetiti kako se diskretizacijom trokutastim elementima za istu veličinu konačnih elemenata dobilo nešto manje naprezanje u modelu. Detaljnija analiza odnosa veličine konačnih elemenata i dobivenih naprezanja pokazana je u daljnjem tekstu.

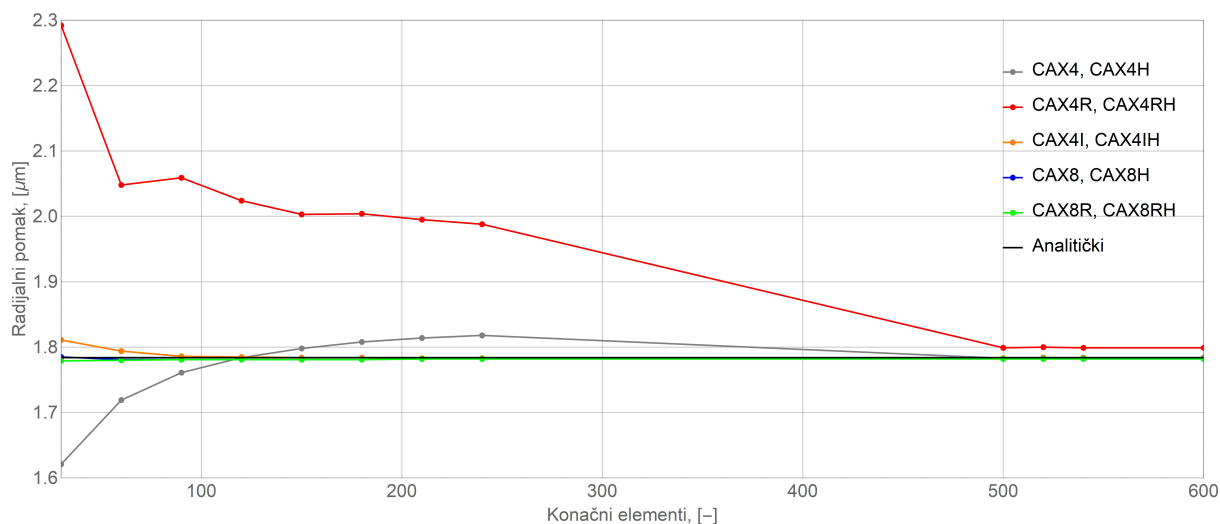


Slika 16. Diskretizacija četverokutnim i trokutastim ljuskastim elementima

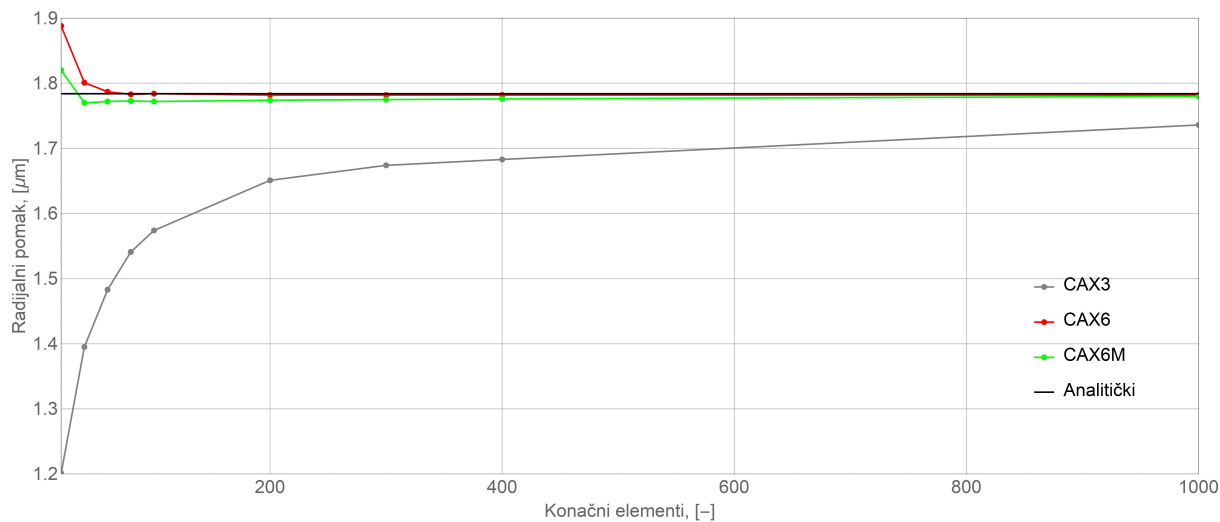
Radi preglednosti, krivulje konvergencije četverokutnih elemenata prikazane su na slici 17., dok su krivulje konvergencije trokutastih elemenata prikazane na slici 18.

Moguće je primijetiti kako elementi drugog reda konvergiraju znatno brže od elemenata prvog reda koji u nekim slučajevima ili ne konvergira u točno rješenje ili nemonotono konvergiraju.

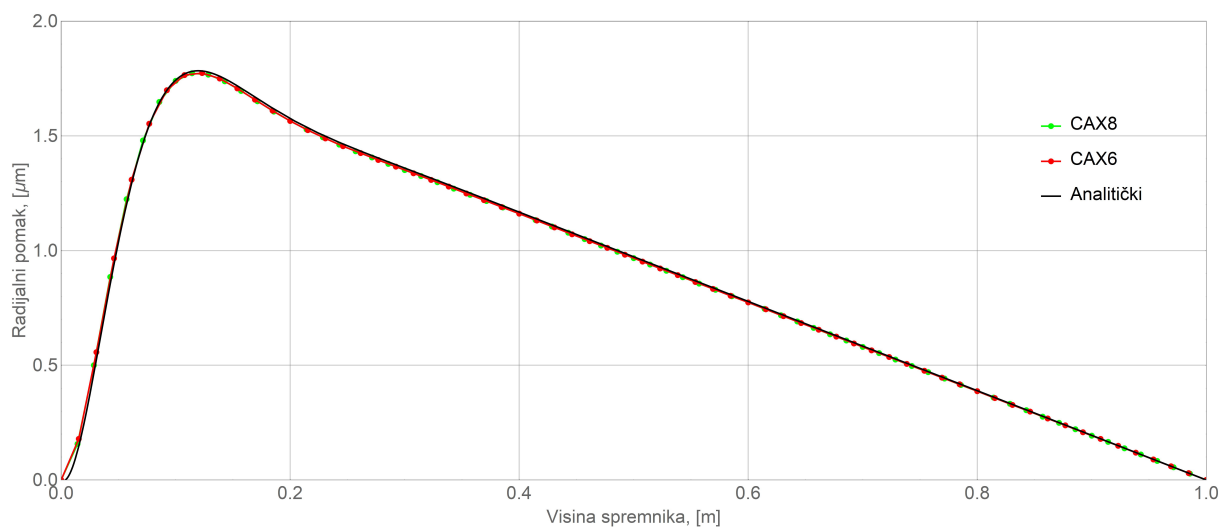
Raspodjela radijalnog pomaka uzduž izvodnice spremnika je prikazana na slici 19. Za tu svrhu su korišteni konačni elementi CAX8 i CAX6 koji su najbrže konvergirali točnom rješenju. Usporedbe radi, u istom grafu, prikazana je i krivulja analitičke raspodjele radijalnog pomaka. U ovom slučaju, numeričko rješenje uzduž cijele visine spremnika blago odstupa od analitičkog.



Slika 17. Konvergenca osnosimetričnih četverokutnih konačnih elemenata



Slika 18. Konvergenca osnosimetričnih trokutastih konačnih elemenata



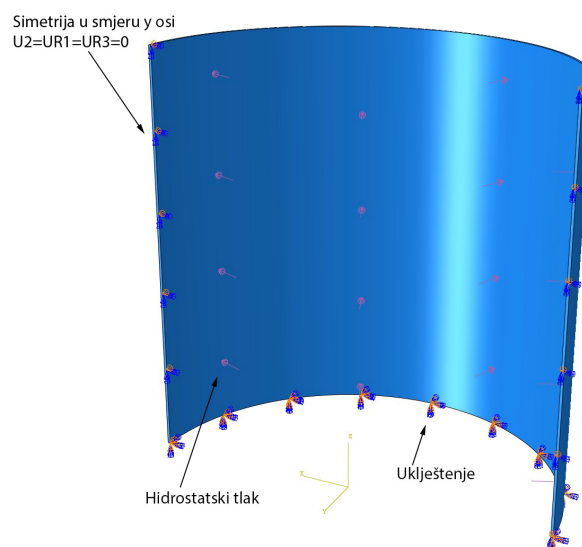
Slika 19. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika

### 3.2.3 Trodimenzijski konačni elementi

Tijekom diskretizacije korišteni su slijedeći konačni elementi:

- C3D8 - četverokutni konačni element 1. reda s 8 čvorova
- C3D8R - četverokutni konačni element 1. reda s 8 čvorova i reduciranom integracijom
- C3D8I - četverokutni nekompatibilni konačni element 1. reda s 8 čvorova
- C3D20 - četverokutni konačni element 2. reda s 20 čvorova
- C3D20R - četverokutni konačni element 2. reda s 20 čvorova i reduciranom integracijom
- C3D6 - prizmatični konačni element 1. reda sa 6 čvorova
- C3D15 - prizmatični konačni element 2. reda s 15 čvorova
- C3D4 - tetraedarski konačni element 1. reda s 4 čvora
- C3D10 - tetraedarski konačni element 2. reda s 10 čvorova
- C3D10M - modificirani tetraedarski konačni element 2. reda s 10 čvorova

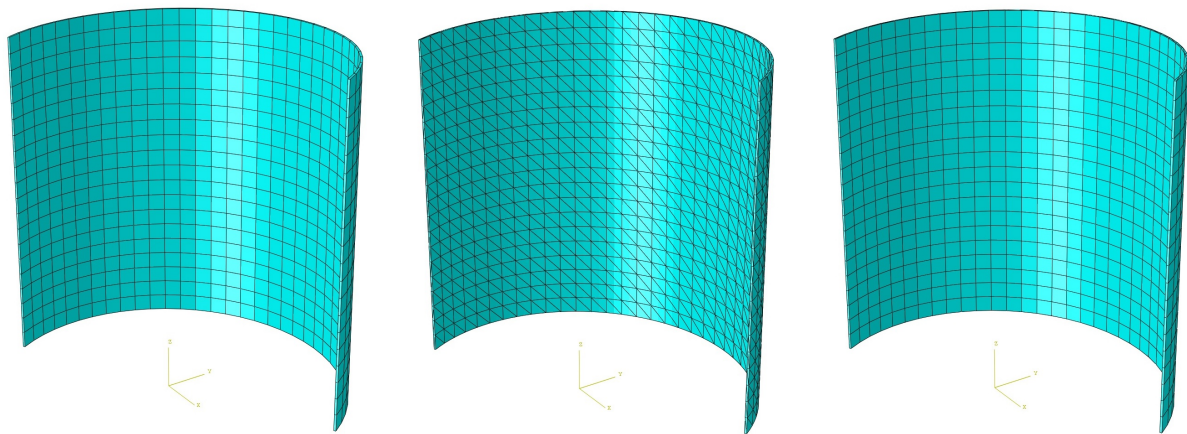
Trodimenzijski model sa rubnim uvjetima i opterećenjem prikazan je na slici 20. Ovakav model moguće je napraviti u bilo kojem CAD programskom paketu, te isti otvoriti u Abaqusu kako bi se proveo proračun pomoću konačnih elemenata. U ovom slučaju model je napravljen u programskom paketu Catia V5.



Slika 20. Numerički model za verifikaciju trodimenzijskim elementima

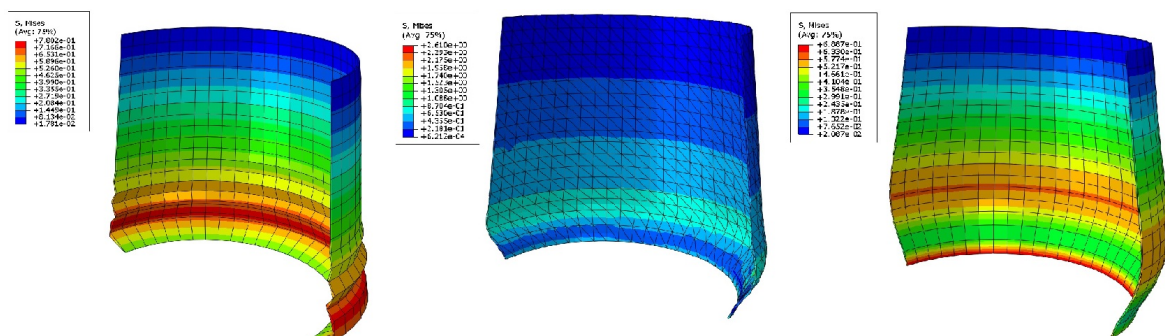


Primjer diskretizacije verifikacijskog modela četverokutnim, prizmatičnim i tetraedarskim trodimenzijskim elementima prikazan je na slici 21. Korištena je ista veličina konačnih elemenata za sve tri diskretizacije.



Slika 21. Diskretizacija četverokutnim, prizmatičnim i tetraedarskim elementima

Prikaz deformiranih modela, diskretiziranih na slici 21., prikazan je na slici 22. Moguće je primijetiti kako se diskretizacijom tetraedarskim i prizmatičnim elementima za istu veličinu konačnih elemenata dobilo nešto manje naprezanje u modelu. Detaljnija analiza odnosa veličine konačnih elemenata i dobivenih naprezanja pokazana je u daljnjem tekstu.

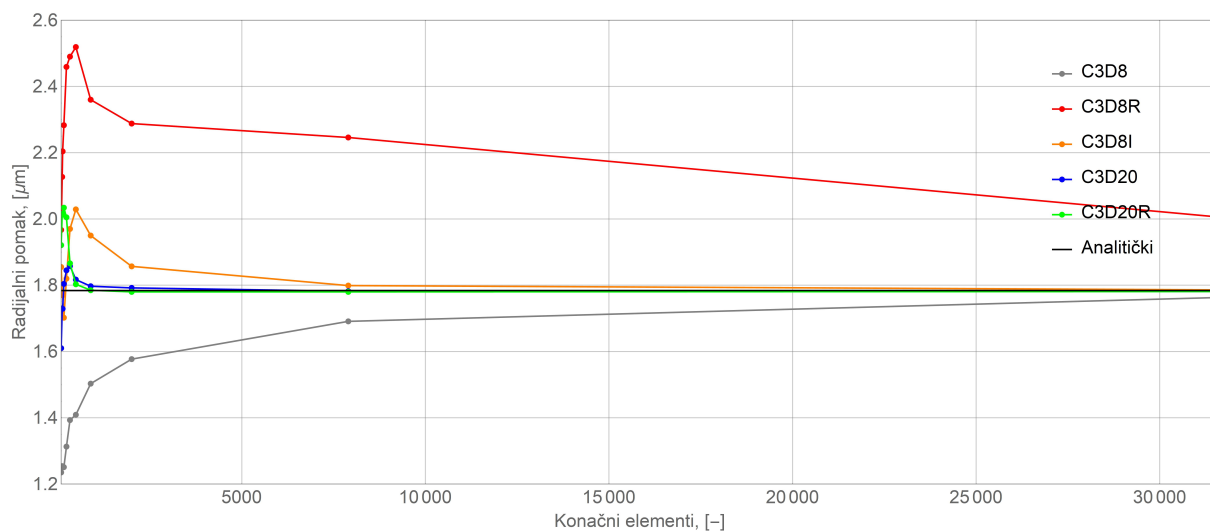


Slika 22. Diskretizacija četverokutnim, prizmatičnim i tetraedarskim ljuskastim elementima

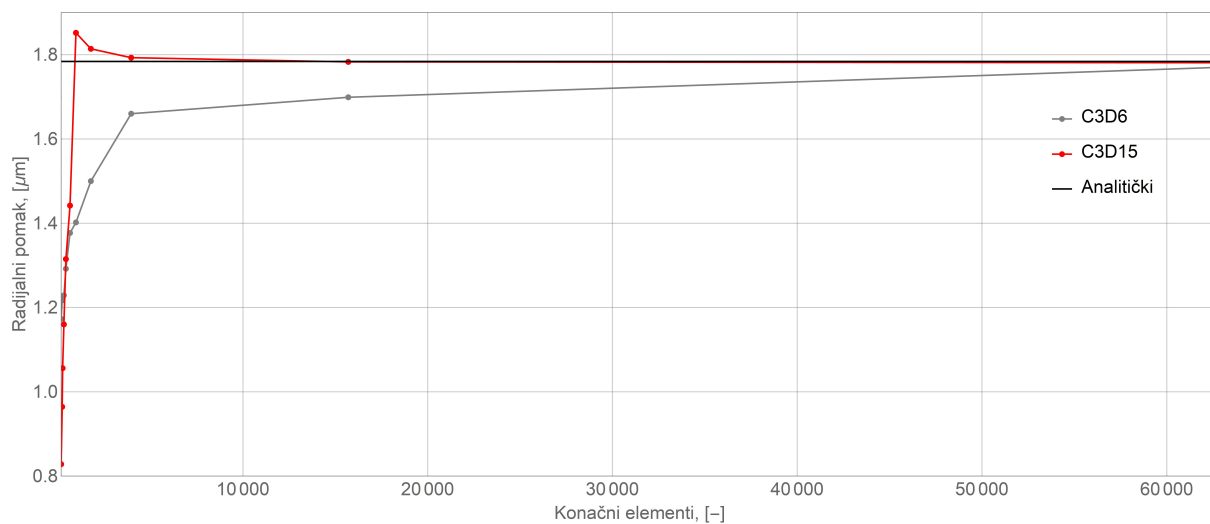
Radi preglednosti, krivulja konvergencije općenitih četverokutnih elemenata je prikazana na slici 23., prizmatičnih na slici 24 te tetraedarskih na slici 25.

Moguće je primijetiti kako elementi drugog reda konvergiraju znatno brže od elemenata prvog reda koji u nekim slučajevima ili ne konvergiraju u točno rješenje ili nemonotono konvergiraju.

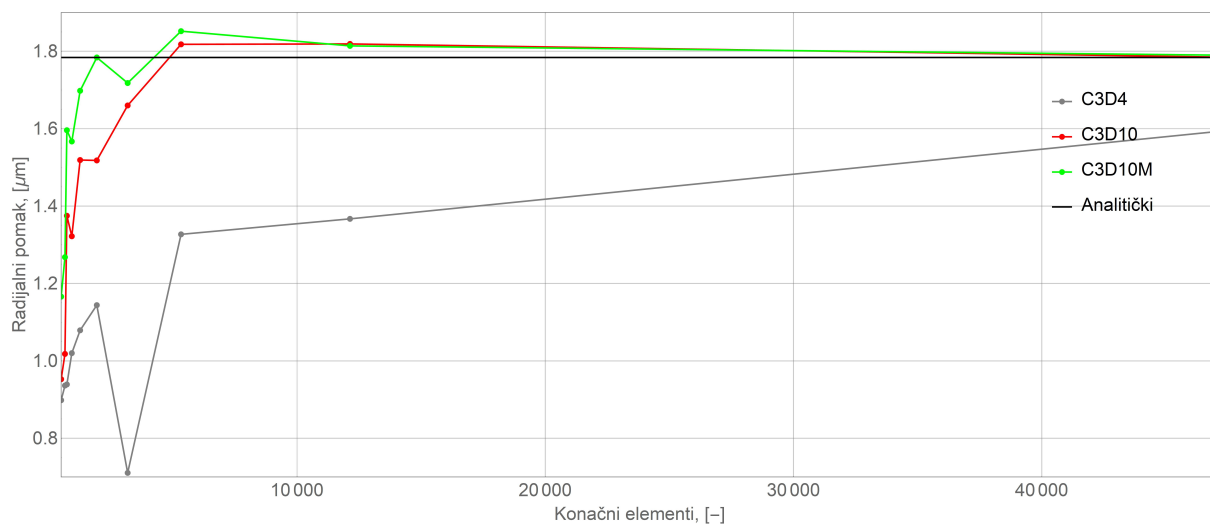
Na slici 26. prikazana je raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice cilindričnog spremnika za četverokutni, prizmatični i tetraedarski konačni element koji je najbrže konvergirao točnom rješenju, a to su elementi C3D20, C3D15 i C3D10. Moguće je primijetiti kako raspodjela numerički izračunate radijalne raspodjele pomaka u određenoj mjeri odstupa od analitičke raspodjele no u zanemarivoj mjeri.



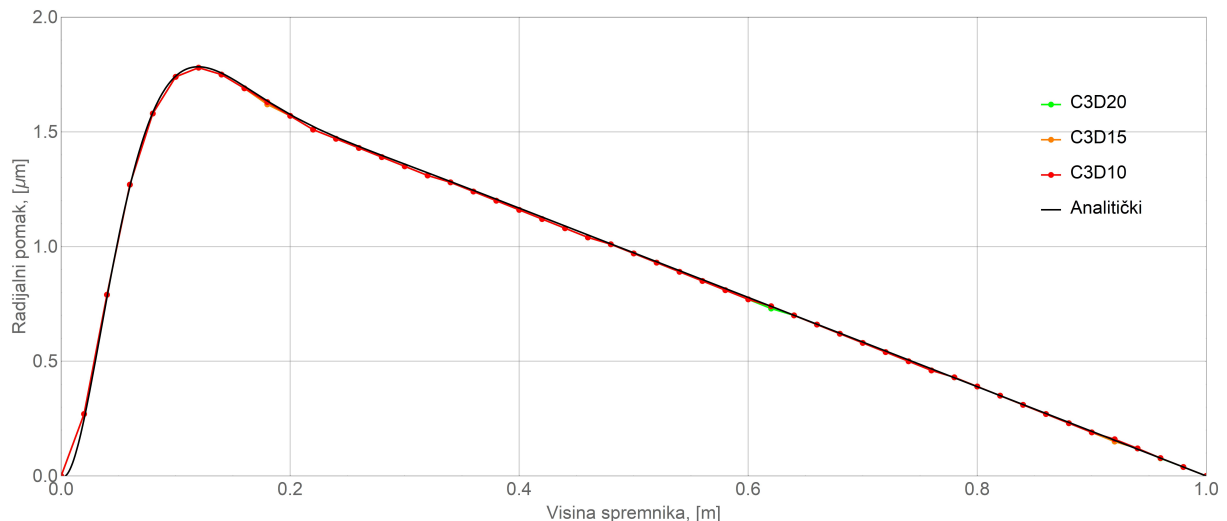
Slika 23. Konvergenca četverokutnih trodimenzijskih konačnih elemenata



Slika 24. Konvergenca prizmatičnih konačnih elemenata



Slika 25. Konvergenca tetraedarskih konačnih elemenata



Slika 26. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž izvodnice spremnika

### 3.3 Analiza dobivenih rješenja

Analizom dobivenih rješenja može se generalno zaključiti kako elementi drugog reda konvergiraju brže od elemenata prvog reda. Može se također zaključiti kako ljuskasti elementi prikazuju najbolju raspodjelu radijalnog pomaka uzduž izvodnice spremnika, dok su osnosimetrični konačni elementi najneprecizniji. Budući da se diskretizacija modela vrši na različitim geometrijskim modelima, ne može se paralelno usporediti potrebna količina konačnih elemenata za diskretizaciju.

Moguće je i primijetiti kako četverokutni konačni elementi brže konvergiraju od trokutastih, stoga će diskretizacija traženog problema bit diskretizirana pretežno četverokutnim konačnim elementima, tj. trokutasti konačni elementi će se koristiti isključivo na mjestima gdje nije moguće koristiti četverokutne. Analogno, za trodimenzijske konačne elemente koristiti će se obični četverokutni i tetraedarski elementi, te gdje je to neophodno i prizmatični.

Elementi s reduciranom integracijom znatno sporije konvergiraju od običnih elemenata, tj. u nekim slučajevima uopće ne konvergiraju. Oni se u pravilu koriste kako bi se smanjilo potrebno računalno vrijeme za provođenje analize i to na geometrijskim pozicijama manjeg interesa. Korisno je primijetiti kako elementi nekompatibilnih modova značajno poboljšavaju konvergenciju zbog dodatnih funkcija za opisivanje pomaka koje sadrže u sebi, no ti elementi se mogu primijeniti u samo određenim situacijama stoga će u ovom radu bit zanemareni.

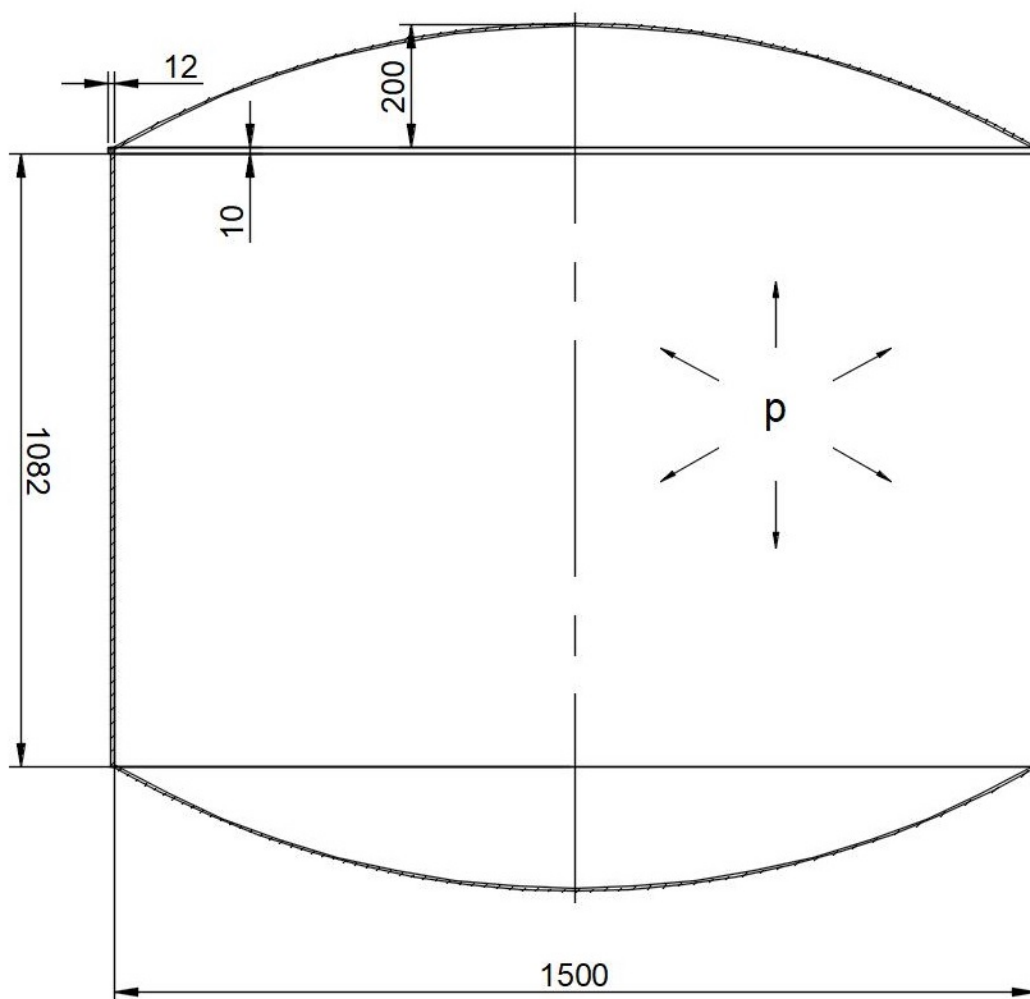
Odabir konačnih elemenata je kompromis. Potrebno je odabrati konačne elemente koji će dati najtočnije rješenje za minimalno računalno vrijeme potrebno za provođenje simulacije.

## 4 Proračun pojednostavljenog spremnika

U ovom poglavlju razmatramo pojednostavljenu geometriju spremnika, budući da se stvarna geometrija ne može analitički opisati. Takav spremnik, za razliku od stvarnog, neće imati provrte na sebi, neće imati zaobljenja na prelazima ljsaka te će bit osnosimetrično oslonjen. Također, geometrija će se sastojati isključivo od cilindričnih i sfernih ljsaka te prstena. Presjek spremnika prikazan je na slici 27.

Budući da za slučaj vanjskog spremnika nije moguće uvesti jednostavne rubne uvjete i pojednostavljenja, analitički proračun vanjskog spremnika neće bit proveden.

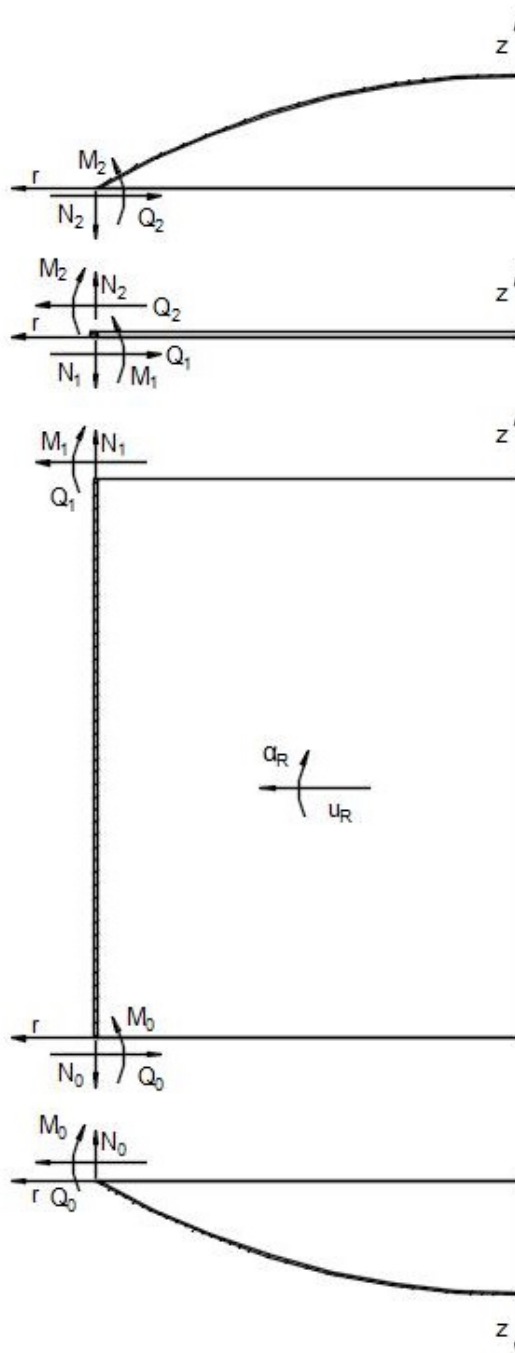
Standardna procedura za testiranje spremnika za gorivo je tlačenje istih na pretlak od 1 bar. Budući da je opterećenje od 1 bar znatno veće od opterećenja uslijed djelovanja hidrostatskog tlaka tekućine u spremniku, analiza će se provesti za opterećenje uslijed pretlaka od 1 bar. Materijal spremnika je S235JR.



Slika 27. Dimenzije pojednostavljenog spremnika

## 4.1 Analitičko rješenje

Na slici 28. prikazan je model sa slike 27. oslobođen veza i sa ucrtanim unutarnjim silama. Sa slike se može zaključiti kako se mode sastoji od dvije sferne ljuske, prstena i cilindrične ljuske. Jednadžbe će biti postavljene za svaki element zasebno, te na kraju pomoću unutarnjih sila i rubnih uvijeta povezani u sustav jednadžbi iz čega će se dobiti vrijednosti tih unutarnjih sila.



Slika 28. Prikaz unutarnjih sila pojednostavljenog spremnika

Prema [8] uvjet strme ljuske je

$$\frac{h_s}{R_s} > \frac{1}{5}, \quad (4.1)$$

odnosno uvrštavanjem vrijednosti može se zaključiti kako je ljuska strma

$$\frac{h_s}{R_s} > \frac{3}{1502} > \frac{1}{5}. \quad (4.2)$$

Kako bi se dokazalo kako se radi o dugoj ljusci, potrebno je izračunati geometrijsko materijalnu značajku koja glasi

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R_s^2 h_s^2}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1-0,3^2)}{1,5015^2 \cdot 0,003^2}} = 16,58348 \text{ m}^{-1}, \quad (4.3)$$

te kut sferne ljuske koji je moguće odrediti pomoću relacije

$$\vartheta_0 = \arcsin\left(\frac{R_c}{R_s}\right) = \arcsin\left(\frac{751,5}{1501,5}\right) = 30,04^\circ. \quad (4.4)$$

Prema [8], uvjet duge ljuske je

$$\beta = \int_{s_1}^{s_2} \beta(s) ds > 3, \quad (4.5)$$

odnosno nakon uvrštavanja numeričkih vrijednosti (4.3) te granica integracije dobiva se

$$\beta = \int_0^{\frac{\pi}{6} \cdot 2 \cdot 0,752} \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1-0,3^2)}{1,502^2 \cdot 0,004^2}} ds = 13,05937 \quad (4.6)$$

što nam govori da se radi o dugoj ljusci. Nadalje, kako bi se moglo izračunati tražene vrijednosti, potrebno je izračunati uplivne koeficijente. Općeniti izrazi za uplivne koeficijente glase redom

$$\alpha_{11} = \frac{2k}{E} \left(\frac{R_c}{h}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\sin(\vartheta)}, \quad (4.7)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{2k^2 R_c}{Eh} \frac{1}{h} i \quad (4.8)$$

$$\alpha_{22} = \frac{4k^3}{Eh^2} \left(\frac{R_c}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\sin(\vartheta)}}, \quad (4.9)$$

gdje je koeficijent  $k$

$$k = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2)} = \sqrt[4]{3(1 - 0,3^2)} = 1,28541, \quad (4.10)$$

odnosno nakon uvrštavanja vrijednosti dobivamo za sfernu ljusku

$$\alpha_{11}^s = \frac{2 \cdot 1,28541}{210 \cdot 10^9} \cdot \left(\frac{0,7515}{0,004}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\sin 30^\circ} = 2,23273 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}, \quad (4.11)$$

$$\alpha_{12}^s = \alpha_{21}^s = \frac{2 \cdot 1,28541^2}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,004} \cdot \frac{0,7515}{0,004} = 7,39592 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{N}} \text{ i} \quad (4.12)$$

$$\alpha_{22}^s = \frac{4 \cdot 1,28541^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,004^2} \cdot \left(\frac{0,7515}{0,004}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin 30^\circ}} = 4,89979 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{N}}, \quad (4.13)$$

te za cilindričnu ljusku

$$\alpha_{11}^c = \frac{2 \cdot 1,28541}{210 \cdot 10^9} \cdot \left(\frac{0,7515}{0,003}\right)^{\frac{3}{2}} = 3,15565 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}, \quad (4.14)$$

$$\alpha_{12}^c = \alpha_{21}^c = \frac{2 \cdot 1,28541^2}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,003} \cdot \frac{0,7515}{0,003} = 7,39592 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{N}} \text{ i} \quad (4.15)$$

$$\alpha_{22}^c = \frac{4 \cdot 1,28541^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 0,003^2} \cdot \left(\frac{0,7515}{0,003}\right)^{\frac{1}{2}} = 3,46677 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{N}}. \quad (4.16)$$

Potrebno je odrediti geometrijske značajke prstena tj.

$$J_1 = h_p \ln \frac{R_c + b}{R_c} = 0,010 \cdot \ln \frac{0,750 + 0,008}{0,750} = 1,06102 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad (4.17)$$

$$J_2 = 0 \text{ i} \quad (4.18)$$

$$J_3 = \frac{h_p^3}{12} \ln \frac{R_c + b}{R_c} = \frac{0,010^3}{12} \cdot \ln \frac{0,750 + 0,008}{0,750} = 8,84182 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3. \quad (4.19)$$

Postavljanjem ravnoteže u uzdužnom smjeru sferne ljuske dobiva se relacija

$$pr^2\pi - N_\vartheta 2r\pi \sin(\vartheta) = 0, \quad (4.20)$$

te nakon uvrštavanja identiteta sferne ljuske

$$r = R \sin(\vartheta) \quad (4.21)$$

i sređivanja dobivamo vrijednost meridijalne sile sferne ljuske

$$N_\vartheta = \frac{1}{2}pR. \quad (4.22)$$

Korištenjem vrijednosti za meridijalnu silu ljuske (4.22) moguće je dobit vrijednost sile

$$Q_m^s = N_\vartheta \cos(\vartheta_0). \quad (4.23)$$

Uvrštavanjem izraza za meridijalnu silu (4.22) u jednadžbu ravnoteže

$$\frac{N_\vartheta}{R} + \frac{N_\varphi}{R} = p \quad (4.24)$$

dobiva se izraz za silu u cirkularnom smjeru koja glasi

$$N_\varphi = \frac{1}{2}pR. \quad (4.25)$$

Sada je moguće korištenjem izraza za meridijalnu silu (4.22) i silu u cirkularnom smjeru (4.25) moguće je odrediti partikularno rješenje pomaka sferne ljuske korištenjem izraza

$$w_m^s = \frac{R}{Eh} (N_\varphi - \nu N_\vartheta) \quad (4.26)$$

iz čega se dobiva

$$w_m^s = \frac{1}{2} \frac{pR^2}{Eh} (1 - \nu). \quad (4.27)$$

Za izračunavanje partikularnog rješenja kuta zakreta koristi se opća jednadžba

$$\alpha_m = -\frac{1}{Eh} \left[ \frac{d}{ds} (p_n r_2^2) + r_2 \left( \frac{r_2}{r_1} + \nu \right) p_\vartheta - \frac{F(s)}{2\pi} r_2 \left( \frac{d}{ds} \left( \frac{1}{r_1 \sin^2(\vartheta)} \right) + \frac{\cot(\vartheta)}{r_2} \left( 1 + \frac{r_2}{r_1} \right) \right) \right] \quad (4.28)$$

iz čega se može zaključiti kako za ovu sfernu ljusku partikularno rješenje kuta zakreta glasi

$$\alpha_m^s = 0. \quad (4.29)$$

Za cilindričnu ljusku ravnoteža u uzdužnom smjeru ljuske glasi

$$N_\vartheta 2R\pi = pR^2\pi, \quad (4.30)$$

odnosno nakon sređivanja dobiva se vrijednost meridijalne sile



$$N_{\vartheta} = \frac{1}{2}pR. \quad (4.31)$$

Uvrštavanjem vrijednosti meridijalne sile u jednadžbu ravnoteže (4.24) dobiva se vrijednost sile u cirkularnom smjeru cilindrične ljuske

$$N_{\varphi} = pR. \quad (4.32)$$

Uvrštavanjem vrijednosti u relacije (4.26) i (4.28) dobivaju se partikularna rješenja pomaka i kuta zakreta cilindrične ljuske

$$w_m^c = \frac{pR^2}{Eh} \left( \frac{1}{2} - \nu \right) \text{ i} \quad (4.33)$$

$$\alpha_m^c = 0. \quad (4.34)$$

Redukcijom vanjskog opterećenja prstena na radijalnu silu  $F_R$  i moment uvijanja  $M_R$  vrijede slijedeći izrazi

$$F_R R d\varphi = -Q_1 R d\varphi + Q_2 R d\varphi + ph R d\varphi \text{ i} \quad (4.35)$$

$$M_R R d\varphi = -M_1 + M_2 + Q_1 R d\varphi \cdot \frac{1}{2}h + Q_2 R d\varphi \cdot \frac{1}{2}h, \quad (4.36)$$

odnosno nakon sređivanja dobiva se

$$F_R = -Q_1 + Q_2 + ph \text{ i} \quad (4.37)$$

$$M_R = -M_1 + M_2 + Q_1 \cdot \frac{1}{2}h + Q_2 \cdot \frac{1}{2}h. \quad (4.38)$$

Za opisivanje radijalnog pomaka i kuta zakreta prstena potrebno je odrediti normalnu silu i moment savijanja prstena, tako slijede relacije

$$N = F_R R = -Q_1 R + Q_2 R + ph R \text{ i} \quad (4.39)$$

$$M = -M_R R = M_1 R - M_2 R - Q_1 \cdot \frac{1}{2}h R - Q_2 \cdot \frac{1}{2}h R. \quad (4.40)$$

Izraz za radijalni pomak na spoju prstena sa gornjom sfernom ljuskom će tako glasiti

$$u_p^g = -\frac{M(-0,5h)}{EJ_3} + \frac{N}{EJ_1}, \quad (4.41)$$

dok je izraz za pomak na spoju prstena i cilindrične ljuske

$$u_p^d = -\frac{M(0,5h)}{EJ_3} + \frac{N}{EJ_1}. \quad (4.42)$$

Budući da se prsten zakreće kao kruta figura, kut zakreta na vrhu te na dnu prstena je jednak i glasi

$$\alpha_p = -\frac{M}{EJ_3}. \quad (4.43)$$

Korištenjem uplivnih koeficijenata moguće je postaviti izraze za radijalni pomak i kut zakreta gornje sferne ljuske

$$w_s^g = -\alpha_{11}^s(Q_2 - Q_m^s) - \alpha_{12}^s M_2 + w_p^s \text{ i} \quad (4.44)$$

$$\alpha_s^g = -\alpha_{21}^s(Q_2 - Q_m^s) - \alpha_{22}^s M_2 + \alpha_p^s, \quad (4.45)$$

te cilindrične ljuske na spoju s prstenom

$$w_c^g = \alpha_{11}^c Q_1 - \alpha_{12}^c M_1 + w_p^c \text{ i} \quad (4.46)$$

$$\alpha_c^g = -\alpha_{21}^c Q_1 + \alpha_{22}^c M_1 + \alpha_p^c, \quad (4.47)$$

cilindrične ljuske na spoju s donjom sfernom ljuskom

$$w_c^d = -\alpha_{11}^c Q_0 - \alpha_{12}^c M_0 + w_p^c \text{ i} \quad (4.48)$$

$$\alpha_c^d = -\alpha_{21}^c Q_0 - \alpha_{22}^c M_0 + \alpha_p^c, \quad (4.49)$$

te donje sferne ljuske

$$w_s^d = \alpha_{11}^s(Q_0 - Q_m^s) - \alpha_{12}^s M_0 + w_p^s \text{ i} \quad (4.50)$$

$$\alpha_s^d = -\alpha_{21}^s(Q_0 - Q_m^s) + \alpha_{22}^s M_0 + \alpha_p^s. \quad (4.51)$$

Na mjestu spoja gornje sfere i prstena vrijedi

$$w_s^g = u_p^g \text{ i} \quad (4.52)$$

$$\alpha_s^g = -\alpha_p, \quad (4.53)$$

na mjestu spoja prstena i cilindrične ljuske

$$w_c^g = u_p^d \text{ i} \quad (4.54)$$

$$\alpha_c^g = -\alpha_p, \quad (4.55)$$

te na mjestu spoja cilindrične ljuske i sferne ljuske

$$w_s^d = w_c^d \text{ i} \quad (4.56)$$

$$\alpha_s^d = \alpha_c^d. \quad (4.57)$$

Uvrštavanjem relacija (4.44)-(4.51) u (4.52)-(4.57) te uz uvijet

$$\alpha_p = 0 \quad (4.58)$$

dobivaju se jednadžbe

$$-\alpha_{11}^s (Q_2 - Q_m^s) - \alpha_{12}^s M_2 + w_p^s = -\frac{M(-0, 5h)}{EJ_3} + \frac{N}{EJ_1}, \quad (4.59)$$

$$-\alpha_{21}^s (Q_2 - Q_m^s) - \alpha_{22}^s M_2 + \alpha_p^s = 0, \quad (4.60)$$

$$\alpha_{11}^c Q_1 - \alpha_{12}^c M_1 + w_p^c = -\frac{M(0, 5h)}{EJ_3} + \frac{N}{EJ_1}, \quad (4.61)$$

$$-\alpha_{21}^c Q_1 + \alpha_{22}^c M_1 + \alpha_p^c = 0, \quad (4.62)$$

$$\alpha_{11}^s (Q_0 - Q_m^s) - \alpha_{12}^s M_0 + w_p^s = -\alpha_{11}^c Q_0 - \alpha_{12}^c M_0 + w_p^c, \quad (4.63)$$

$$-\alpha_{21}^s (Q_0 - Q_m^s) + \alpha_{22}^s M_0 + \alpha_p^s = -\alpha_{21}^c Q_0 - \alpha_{22}^c M_0 + \alpha_p^c, \quad (4.64)$$

odnosno dobiva se sustav 6 jednadžbi sa 6 nepoznanica čijim se rješavanjem dobivaju vrijednosti unutarnjih sila i momenata kako slijedi

$$\begin{bmatrix} Q_0 \\ M_0 \\ Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14179,8 \\ -287,849 \\ 8583,76 \\ 183,124 \\ 13321,1 \\ 290,439 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{N/m} \\ \text{Nm/m} \\ \text{N/m} \\ \text{Nm/m} \\ \text{N/m} \\ \text{Nm/m} \end{bmatrix}. \quad (4.65)$$

Za određivanje raspodjele radijalnog pomaka potrebno je odrediti fleksijsku krutost spremnika

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 0,006^3}{12(1-0,3^2)} = 4153,84615 \text{ Nm}. \quad (4.66)$$

Korištenjem eksponencijalno trigonometrijskih funkcija (3.23) i (3.24) i relacije (3.25) dobiva se izraz za raspodjelu radijalnog pomaka uzduž cilindrične ljuske

$$w_c = \frac{1}{2D\beta^3} \cdot e^{-\beta x} \cdot \cos(\beta x) \cdot Q_0 + \frac{1}{2D\beta^2} \cdot e^{-\beta x} \cdot (\cos(\beta x) - \sin(\beta x)) \cdot M_0 + w_p^c, \quad (4.67)$$

gornje sferne ljuske

$$w_c = \frac{-\sin(\vartheta_0)}{2D\beta^3} \cdot e^{-\beta x} \cdot \cos(\beta x) \cdot Q_2 + \frac{1}{2D\beta^2} \cdot e^{-\beta x} \cdot (\cos(\beta x) - \sin(\beta x)) \cdot M_2, \quad (4.68)$$

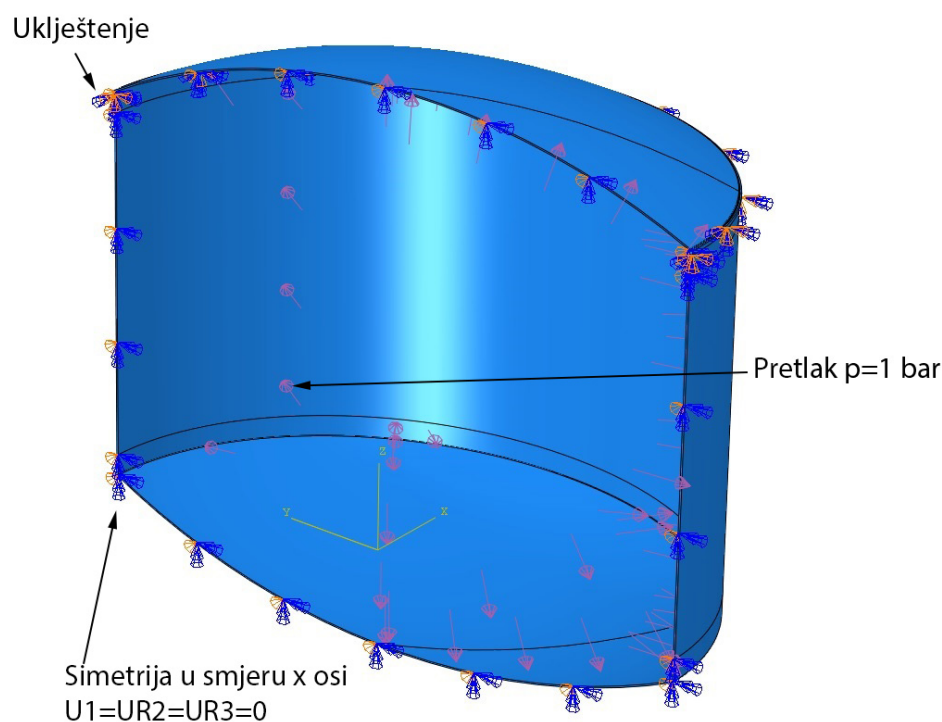
te donje sferne ljuske

$$w_c = \frac{-\sin(\vartheta_0)}{2D\beta^3} \cdot e^{-\beta x} \cdot \cos(\beta x) \cdot Q_0 + \frac{1}{2D\beta^2} \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos(\beta x) - \sin(\beta x)) \cdot M_0. \quad (4.69)$$

Kako bi se usporedilo numeričko i analitičko rješenje, grafički su prikazane relacije (4.67), (4.68) i (4.69) te rješenje dobiveno u programskom paketu Abaqus na slikama 33, 34 i 35.

## 4.2 Numeričko rješenje

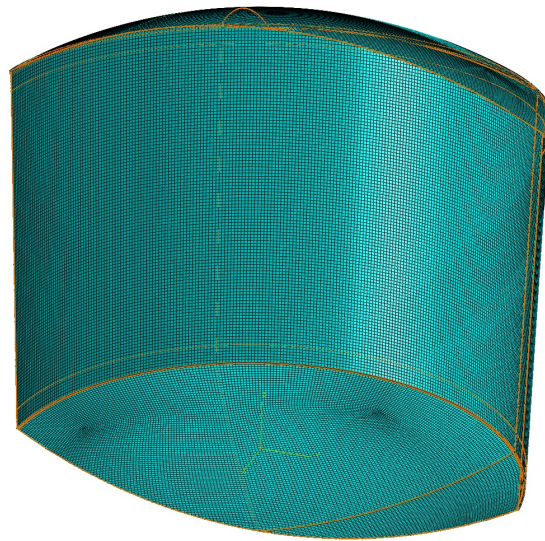
Trodimenzijski model sa rubnim uvjetima i opterećenjem prikazan je na slici 29. Ovakav model moguće je napraviti u bilo kojem CAD programskom paketu, te isti otvoriti u Abaqusu kako bi se proveo proračun pomoću konačnih elemenata. U ovom slučaju model je napravljen u programskom paketu Catia V5.



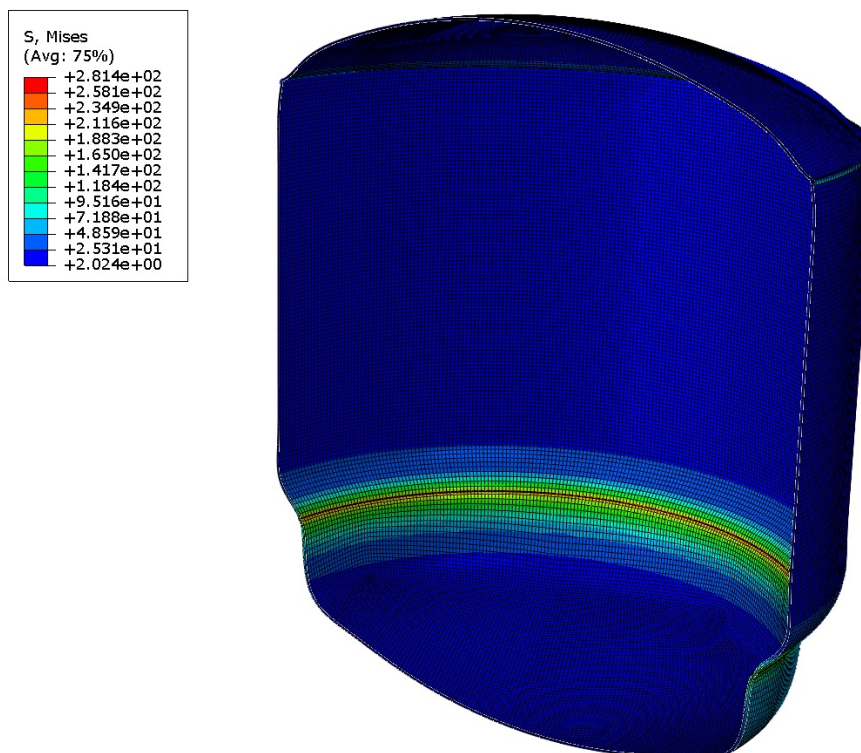
**Slika 29. Pojednostavljeni spremnik s ucrtanim rubnim uvjetima i opterećenjem**

Model je diskretiziran s 138 975 konačnih elemenata. Diskretizirana je samo polovica spremnika kako bi se uštedilo na vremenu računanja. Također, nije bilo moguće diskretizirati cijeli model korištenjem samo četverokutnih konačnih elemenata, već je bilo neophodno koristiti opciju "*Hex dominated*" koja koristi tetraedarske elemente umjesto četverokutnih gdje je to neophodno.

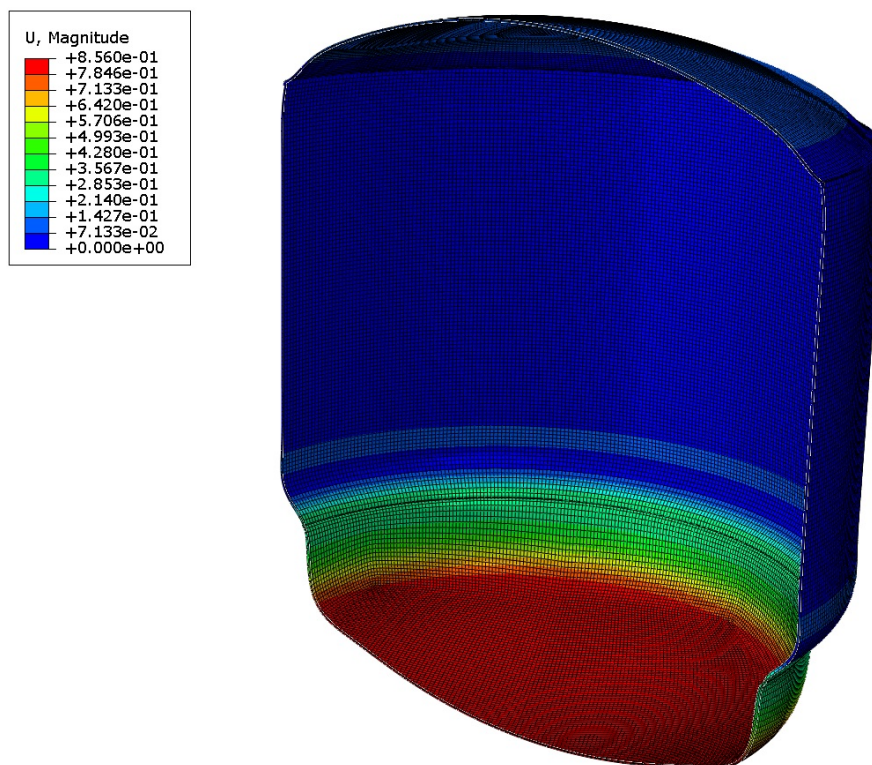
Na slici 31. prikazan je deformirani oblik spremnika i naprezanja prema von Misesu. Detaljnije grafove raspodjele naprezanja i pomaka uzduž ljusaka spremnika moguće je naći u nastavku.



Slika 30. Diskretizacija pojednostavljenog spremnika



Slika 31. Deformirani spremnik uslijed pritiska od 1 bar



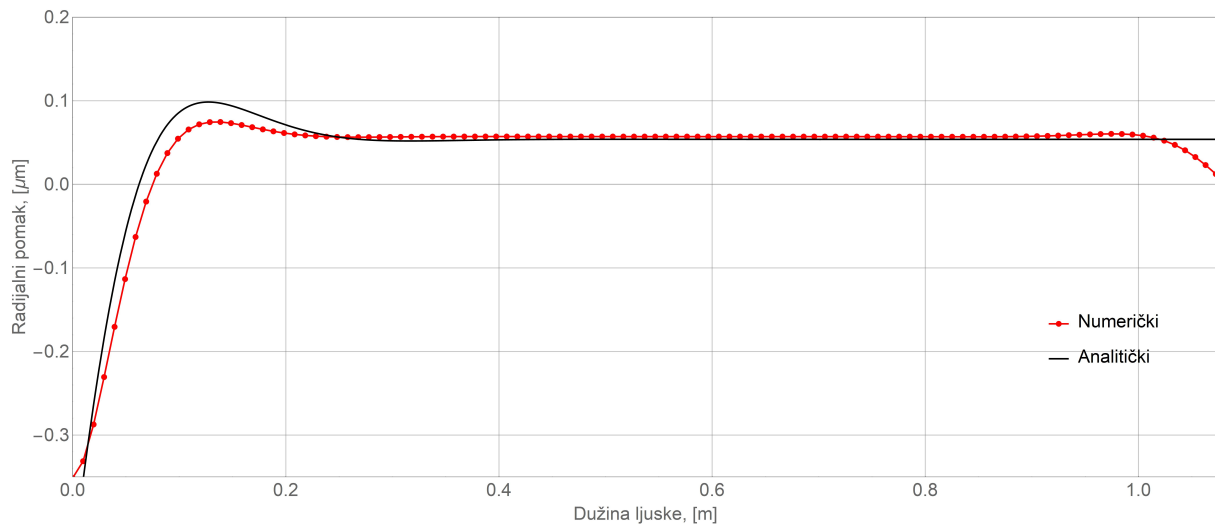
Slika 32. Deformirani spremnik uslijed pritiska od 1 bar

### 4.3 Analiza dobivenih rješenja

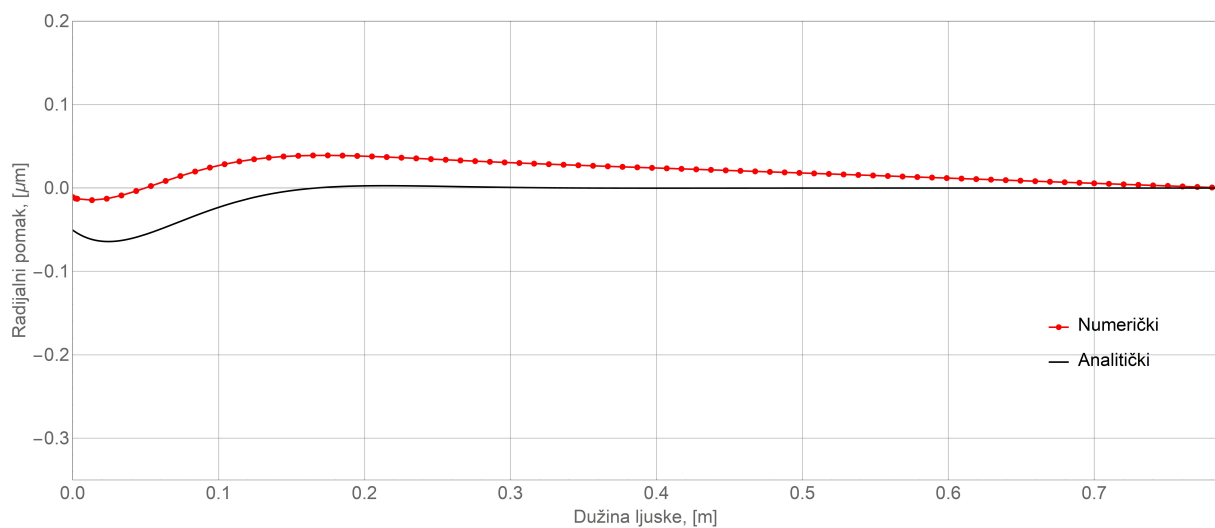
Uspoređivanjem numeričkog i analitičkog rješenja moguće je primijetiti kako se ta dva rješenja u većoj mjeri poklapaju. Krivulja raspodjele radijalnog pomaka uzduž ljuske ima identičan oblik i kod analitičkog i kod numeričkog rješenja jedina razlika je u mjestu gdje se postiže vršna vrijednost pomaka.

Kod sfernih ljusaka moguće je primijetiti kako je numeričko rješenje dalo nešto veći pomak od analitičkog, što je posljedica korištenja općih trodimenzijskih elemenata umjesto ljuskastih. Ovakvo ponašanje rezultata je prihvatljivo, budući da se uzimanjem dobivenih rezultata nalazimo na strani sigurnosti. To treba imati na umu pri odabiru faktora sigurnosti jer je moguće odabrati nešto manji faktor.

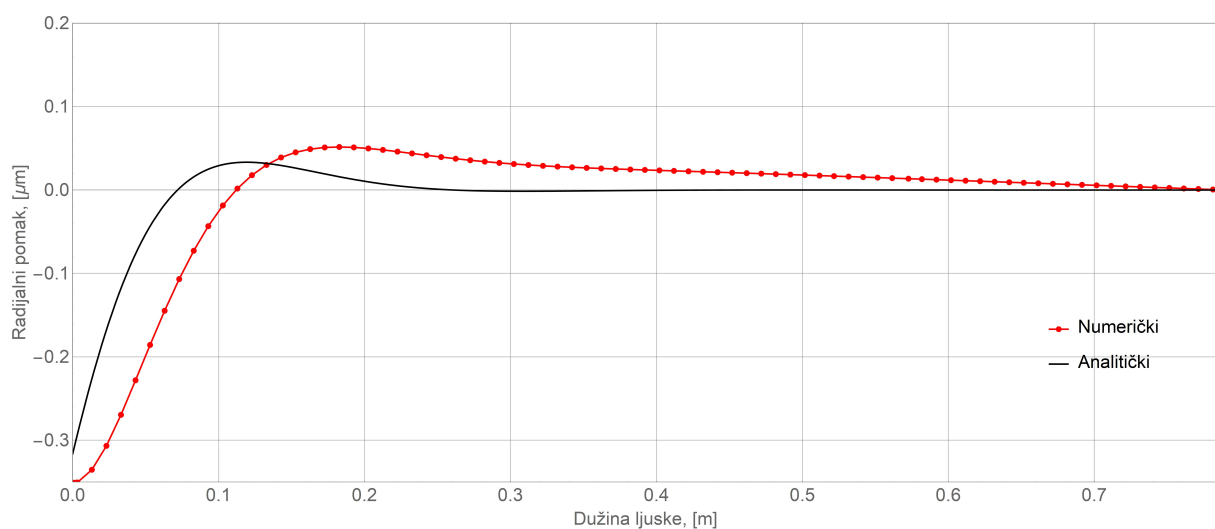
Također, odstupanja se mogu pripisati i drukčijoj geometriji za numerički proračun. Na prelazima ljusaka i prstena ucrtano je lagano zaobljenje budući da na mjestima oštrih kutova su se javljala nerealna opterećenja što je posljedica nerealne geometrije. U stvarnosti nije moguće postići savršeno oštar kut, već se tamo nalazi nekakvo zaobljenje ma kako malo ono bilo.



Slika 33. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž cilindrične ljuske spremnika



Slika 34. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž gornje sferne ljuske spremnika



Slika 35. Raspodjela radijalnih pomaka uzduž donje sfere ljuske spremnika

## 5 Proračun finalnog spremnika

U prethodnom poglavlju proračunat je idealiziran unutarnji spremnik analitički i numerički. Vanjski spremnik nije proračunat budući da nije osnosimetrično oslonjen te nije moguće formulirati analitičke jednadžbe za njegov izračun.

U ovom slučaju vanjski spremnik služi kao sigurnost u slučaju da se unutarnji spremnik ošteti, štiti unutarnji spremnik od vanjskih utjecaja i udaraca te služi kao oslonac za unutarnji spremnik.

Proračun će se provesti za dva slučaja opterećenja unutarnjeg spremnika, a to su:

- Pretlak od 1 bar za slučaj testiranja nepropusnosti, te
- Hidrostatski tlak samog goriva u slučaju punog spremnika.

Za oba slučaja korištena je ista geometrija spremnika, te ista diskretizacija s 184 719 konačnih elemenata. Također, budući da je spremnik dvaput simetričan, diskretizirana je samo jedna četvrtina istog kako bi se smanjilo potrebno vrijeme računanja.

### 5.1 Opterećenje pretlakom

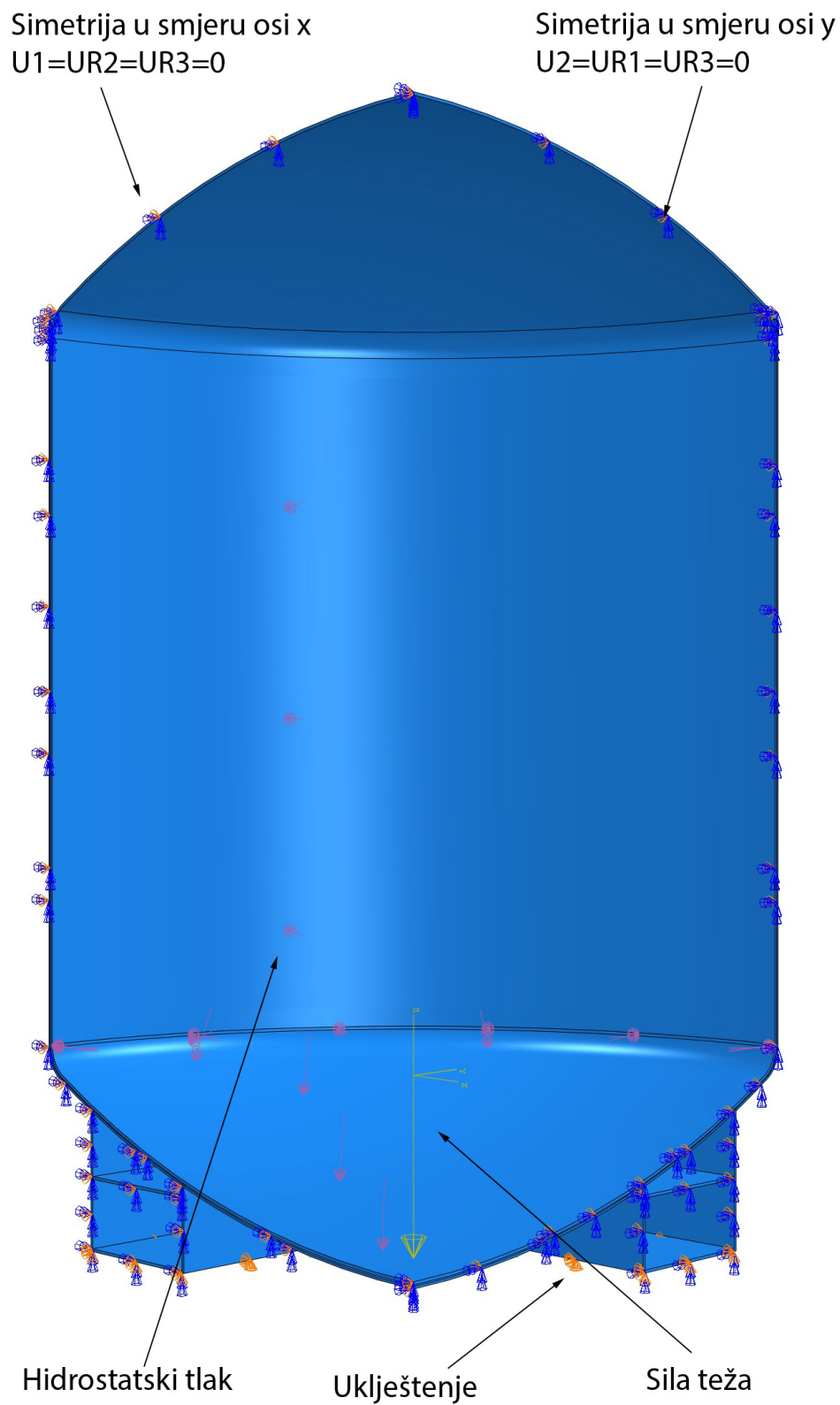
Standardna procedura za testiranje nepropusnosti spremnika je njegovo tlačenje na pritisak od 1 bar tijekom 24 sata. Na slici 36. prikazani su uvjeti simetrije u smjeru  $x$  i  $y$  osi, uklještenje noga spremnika te opterećenje uslijed hidrostatskog tlaka.

Za diskretizaciju spremnika korišteni su općeniti četverokutni konačni elementi drugog reda. Diskretizirani spremnik prikazan je na slici 37.

Naprezanje prema von Misesu je prikazano na slikama 38., 39. i 40. Najveće naprezanje od 170,8 MPa javlja se na prijelazu donje sferne ljuske i noge, dok se vrijednost naprezanja preostalog dijela spremnika kreće oko 40 MPa.

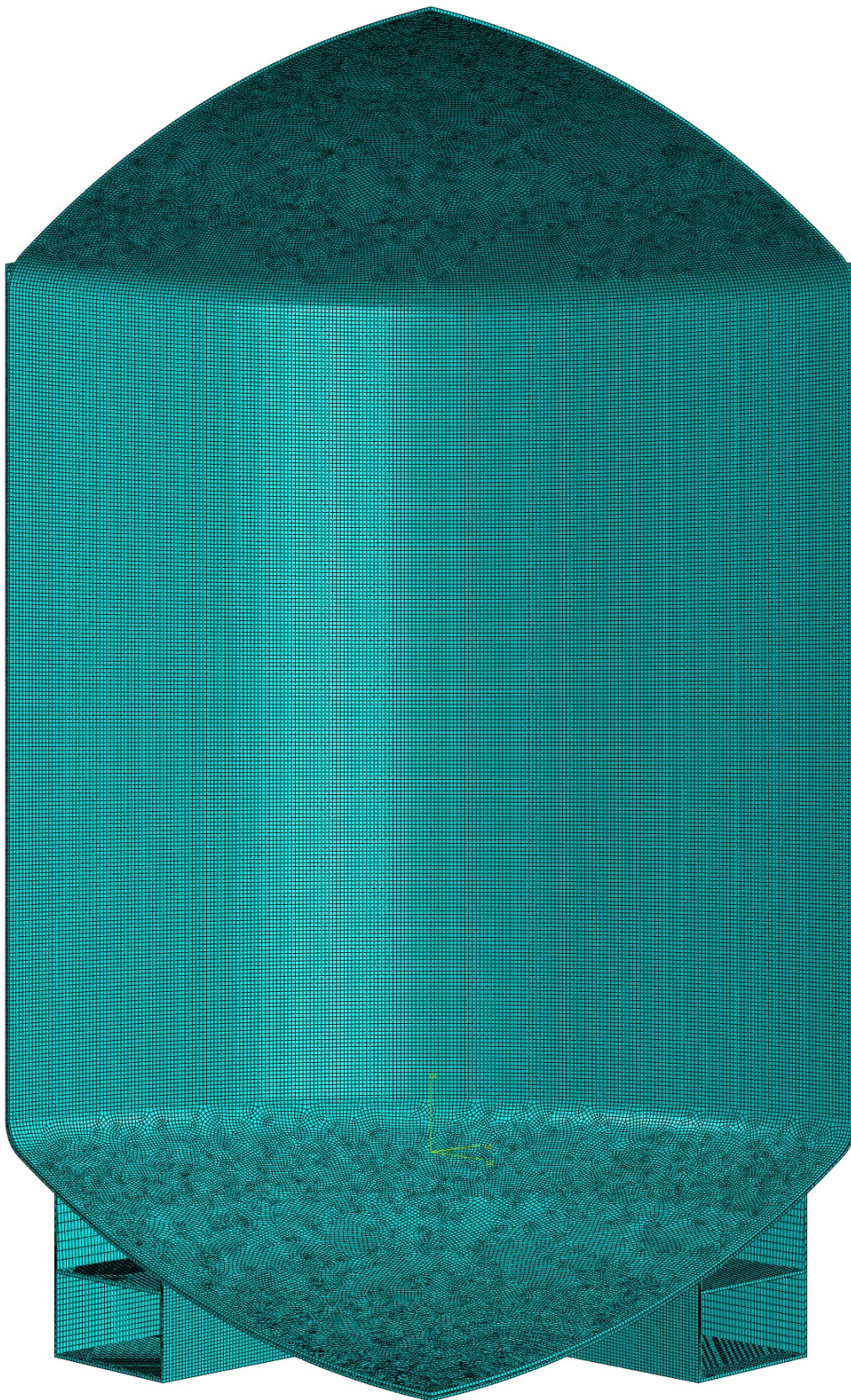
Raspodjela radijalnog pomaka prikazana je na slikama 41. i 42., dok je raspodjela vertikalnog pomaka prikazana na slikama 43. i 44. Maksimalna vrijednost radijalnog pomaka iznosi 0,07347 mm, dok maksimalna vrijednost vertikalnog pomaka iznosi 0,7969 mm.





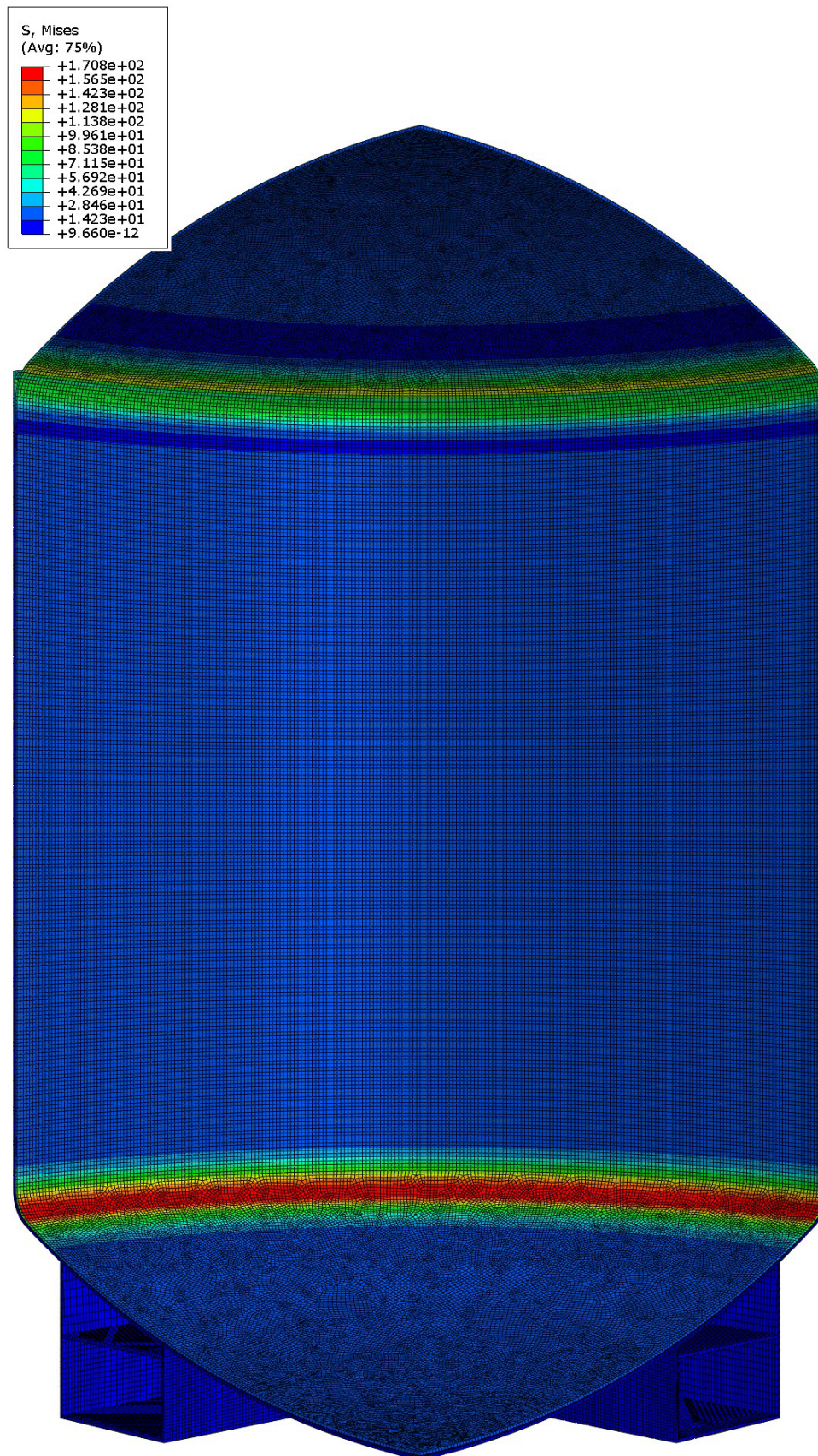
Slika 36. Rubni uvjeti i opterećenja uslijed pretlaka





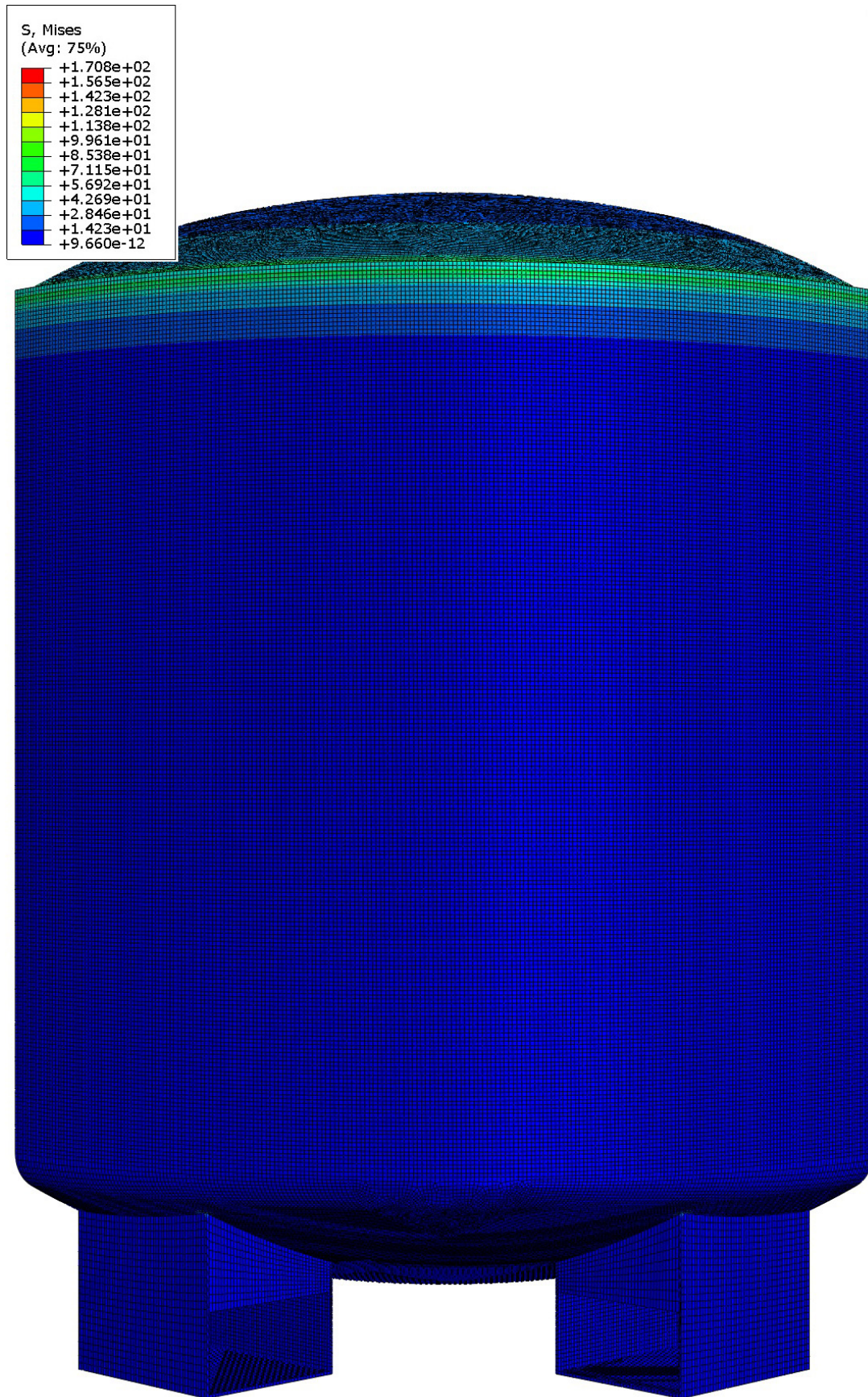
Slika 37. Diskretizacija spremnika usljed opterećenja pritlaka





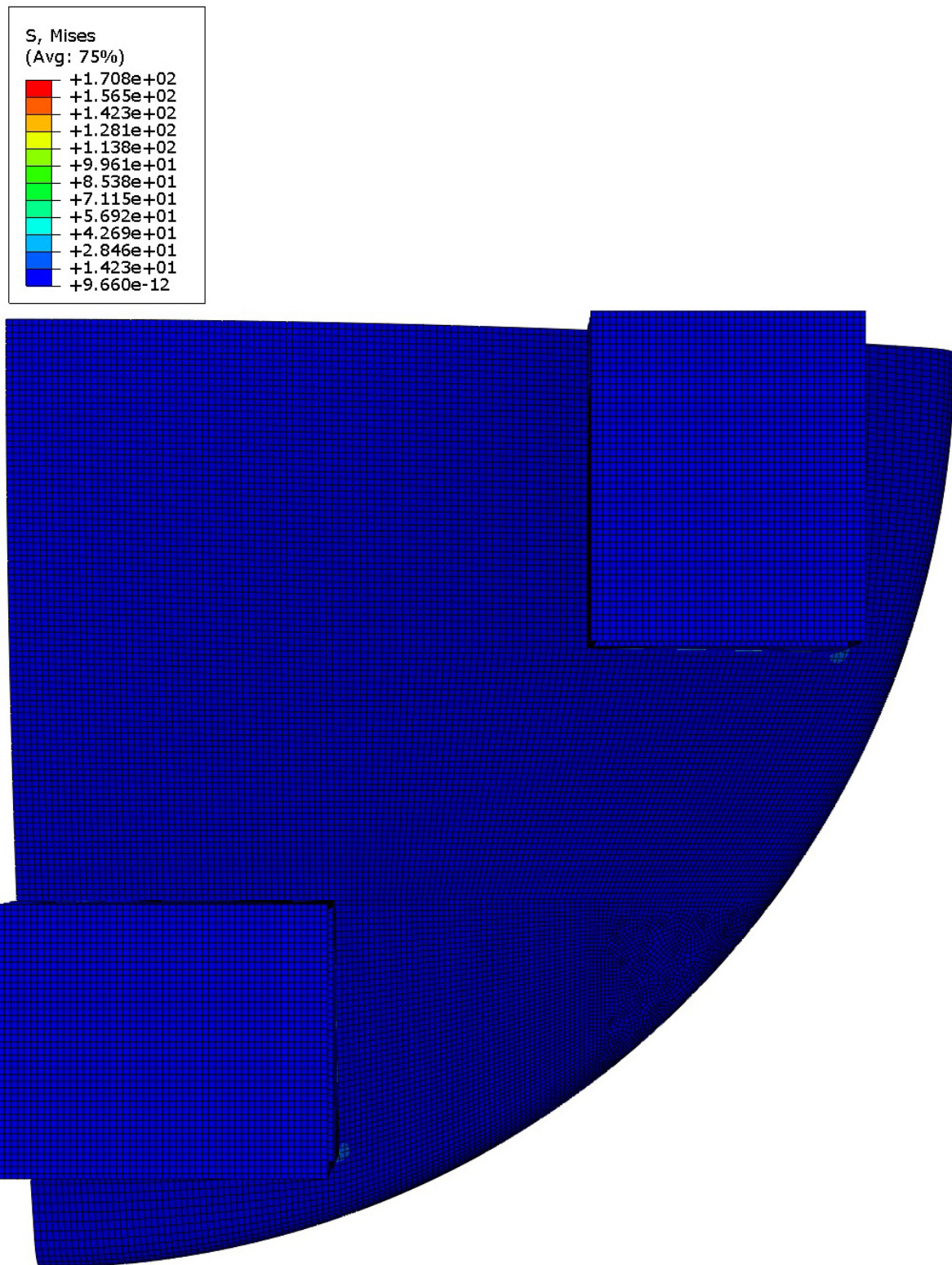
Slika 38. Naprežanje spremnika prema von Misesu





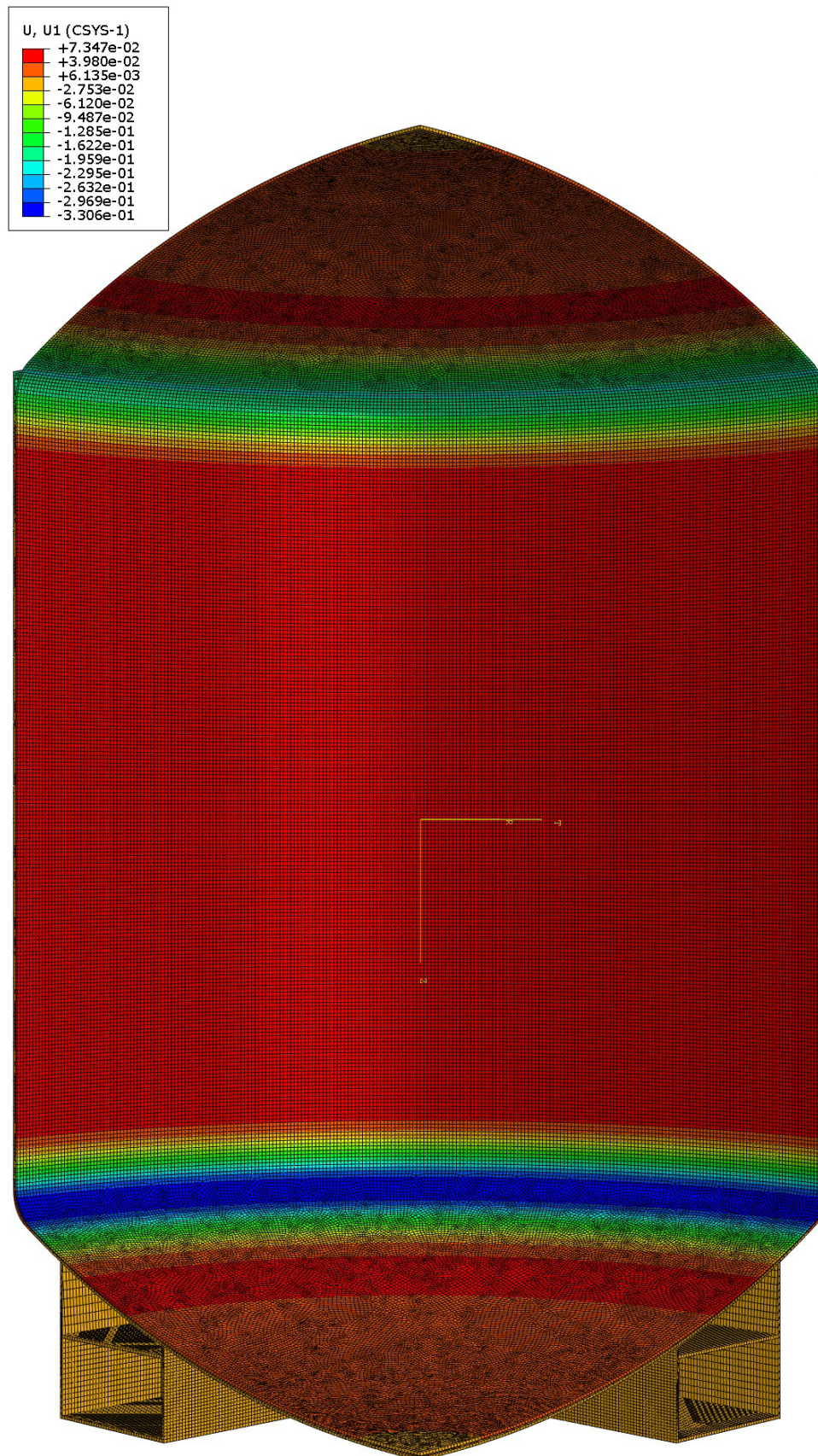
Slika 39. Naprežanje spremnika prema von Misesu





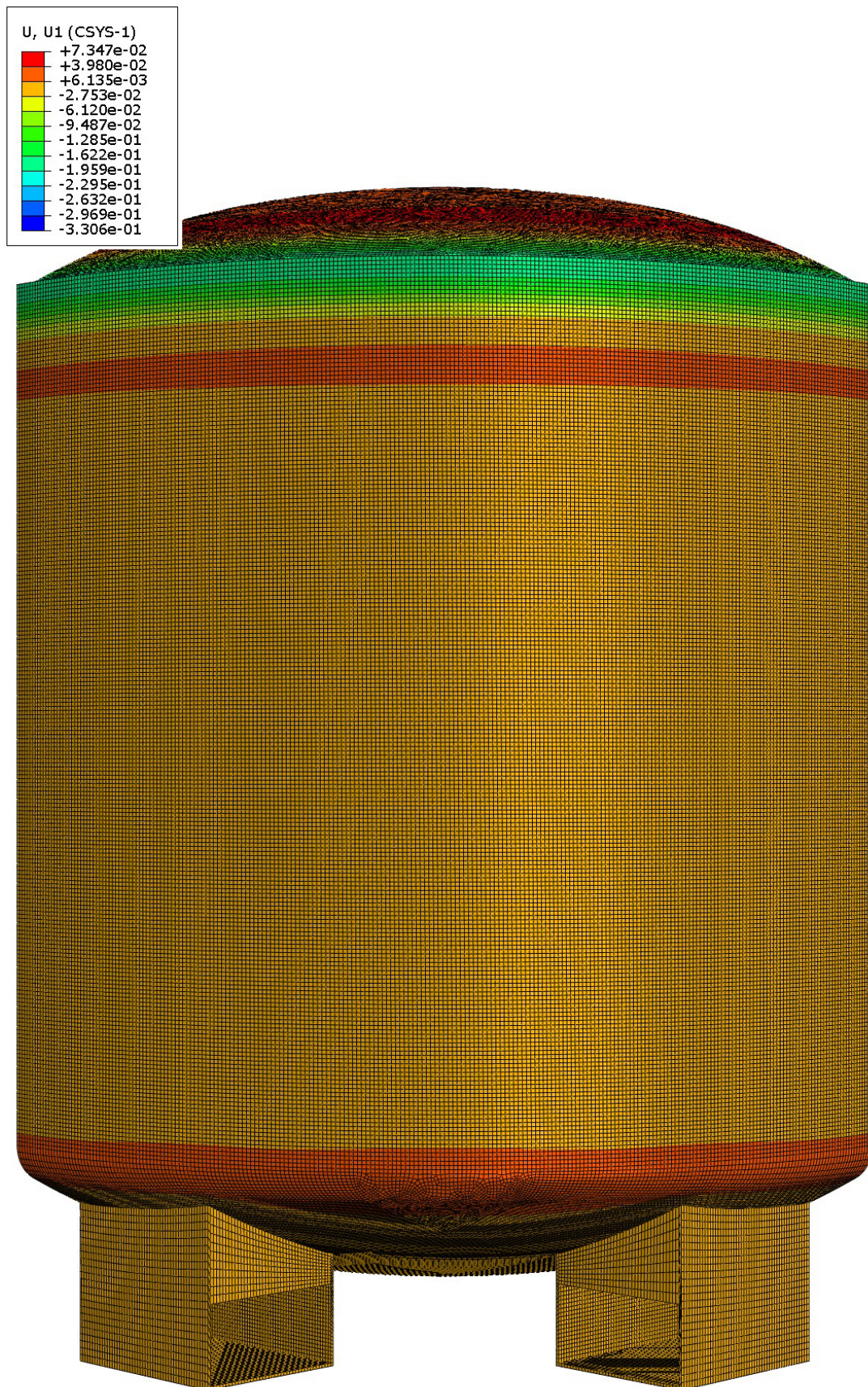
Slika 40. Naprezanje spremnika prema von Misesu





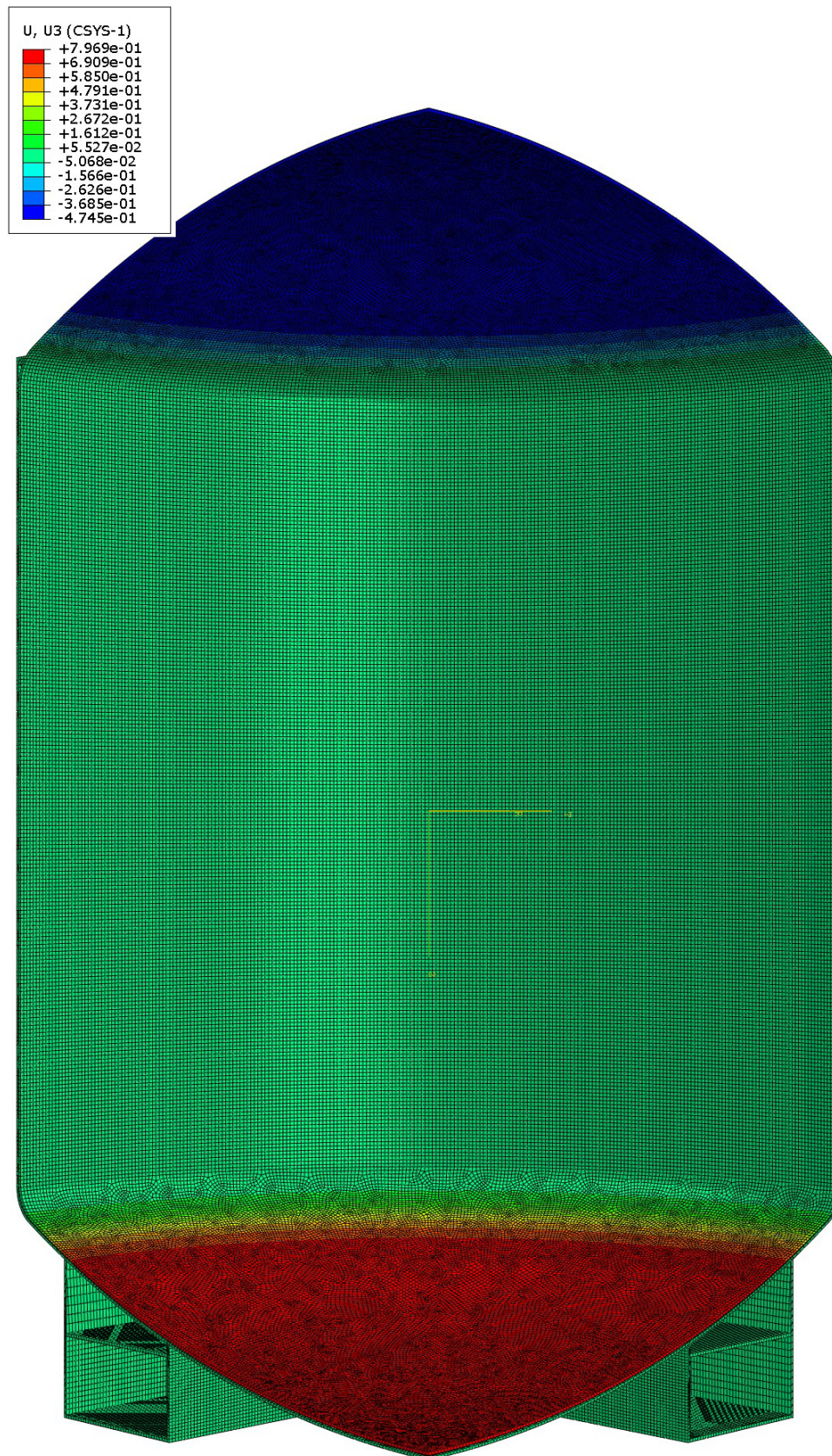
Slika 41. Raspodjela radijalnog pomaka spremnika





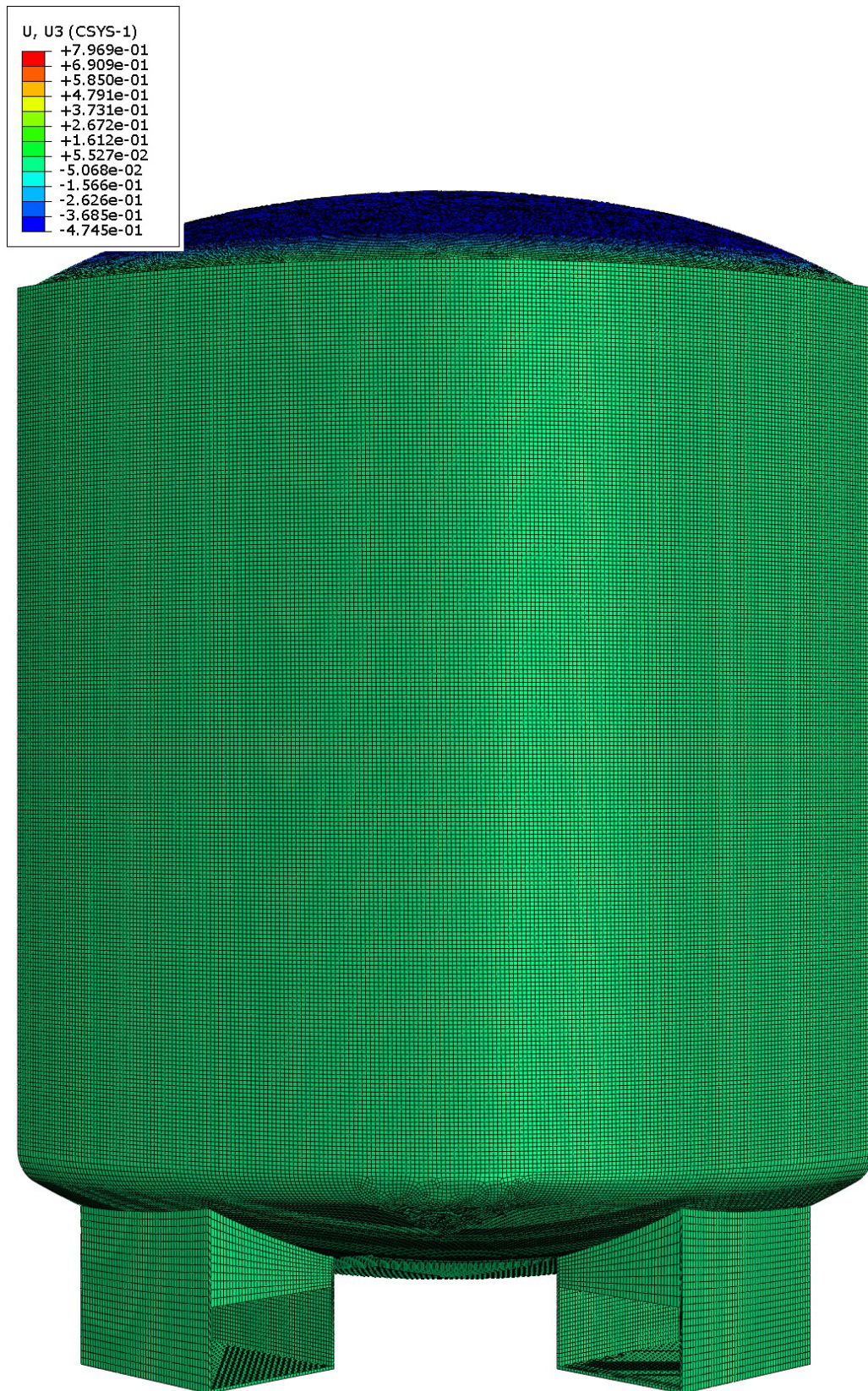
Slika 42. Raspodjela radijalnog pomaka spremnika





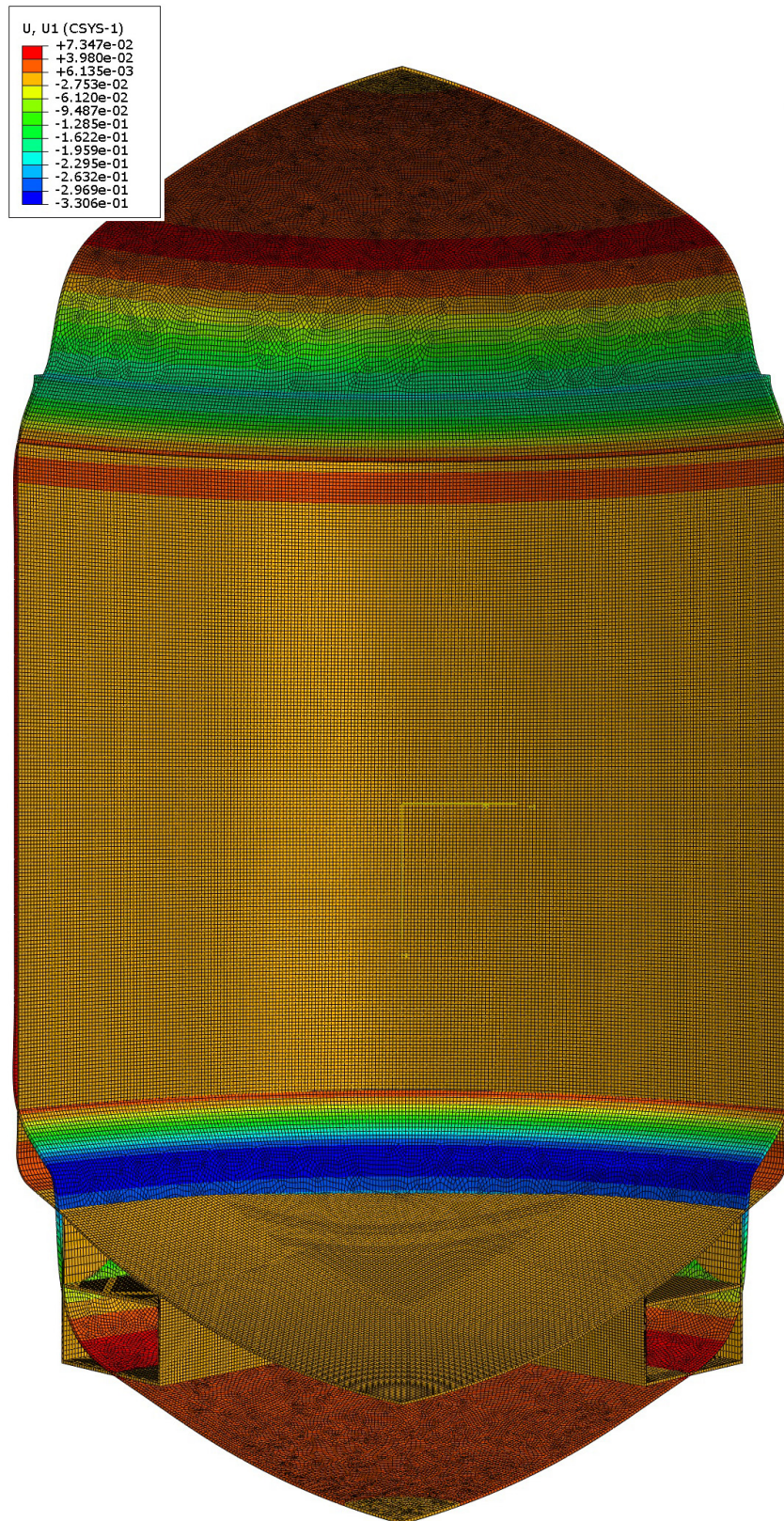
Slika 43. Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika





Slika 44. Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika





Slika 45. Deformirani spremnik usljed hidrostatskog opterećenja

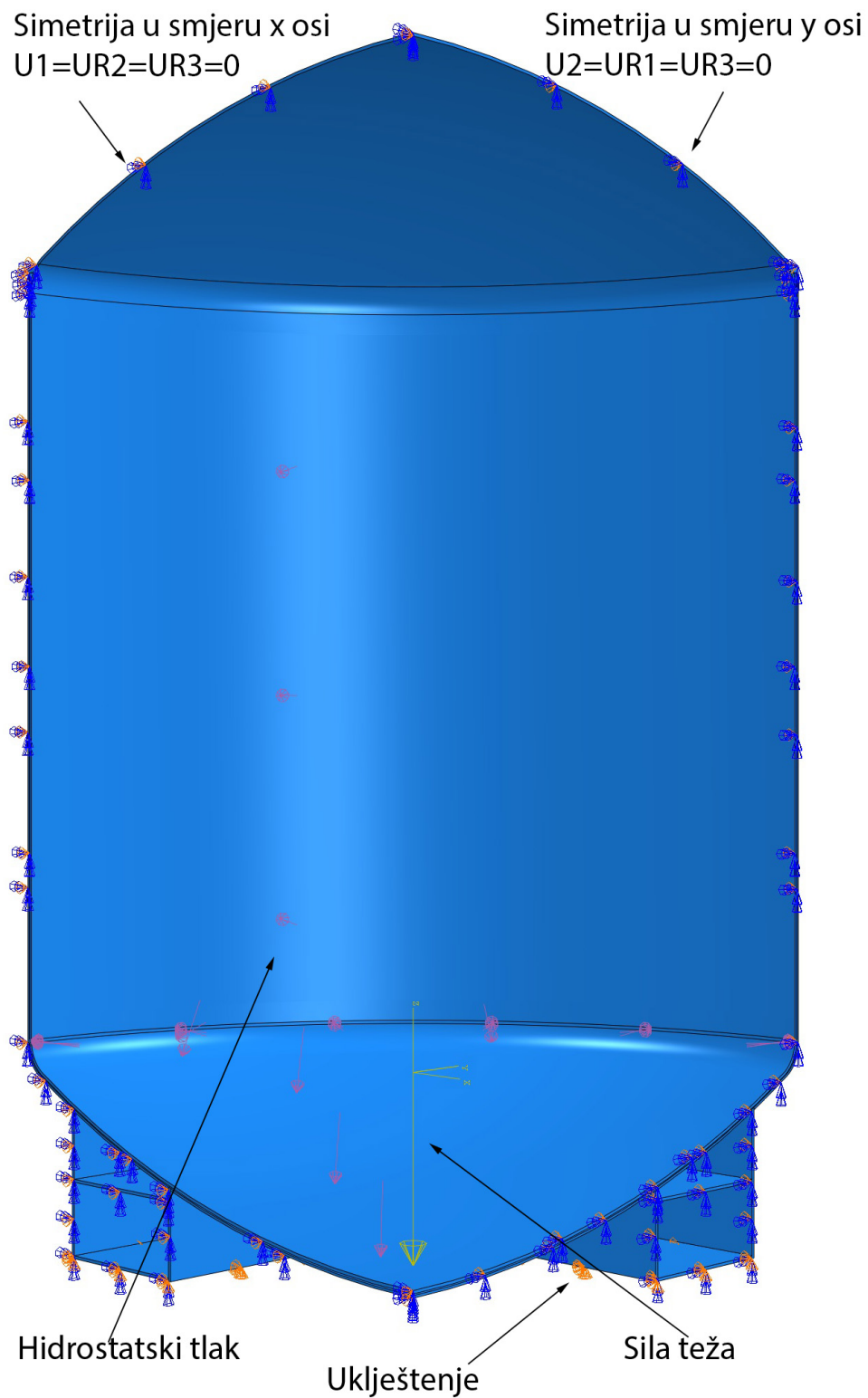
## 5.2 Opterećenje hidrostatskim tlakom

Spremnik je tako konstruiran da se visina maksimalne količine goriva od 2000 L nalazi točno na prijelazu cilindrične ljuške i gornje sferne ljuške. Na slici 46. prikazani su uvjeti simetrije u smjeru x i y osi, uklještenje noga spremnika te opterećenje usljed hidrostatskog tlaka. Za slučaj opterećenja hidrostatskim tlakom uzeta je prosječna gustoća europskog dizel goriva od  $845 \text{ kg/m}^3$ .

Za diskretizaciju spremnika korišteni su općeniti četverokutni konačni elementi drugog reda. Diskretizirani spremnik prikazan je na slici 47.

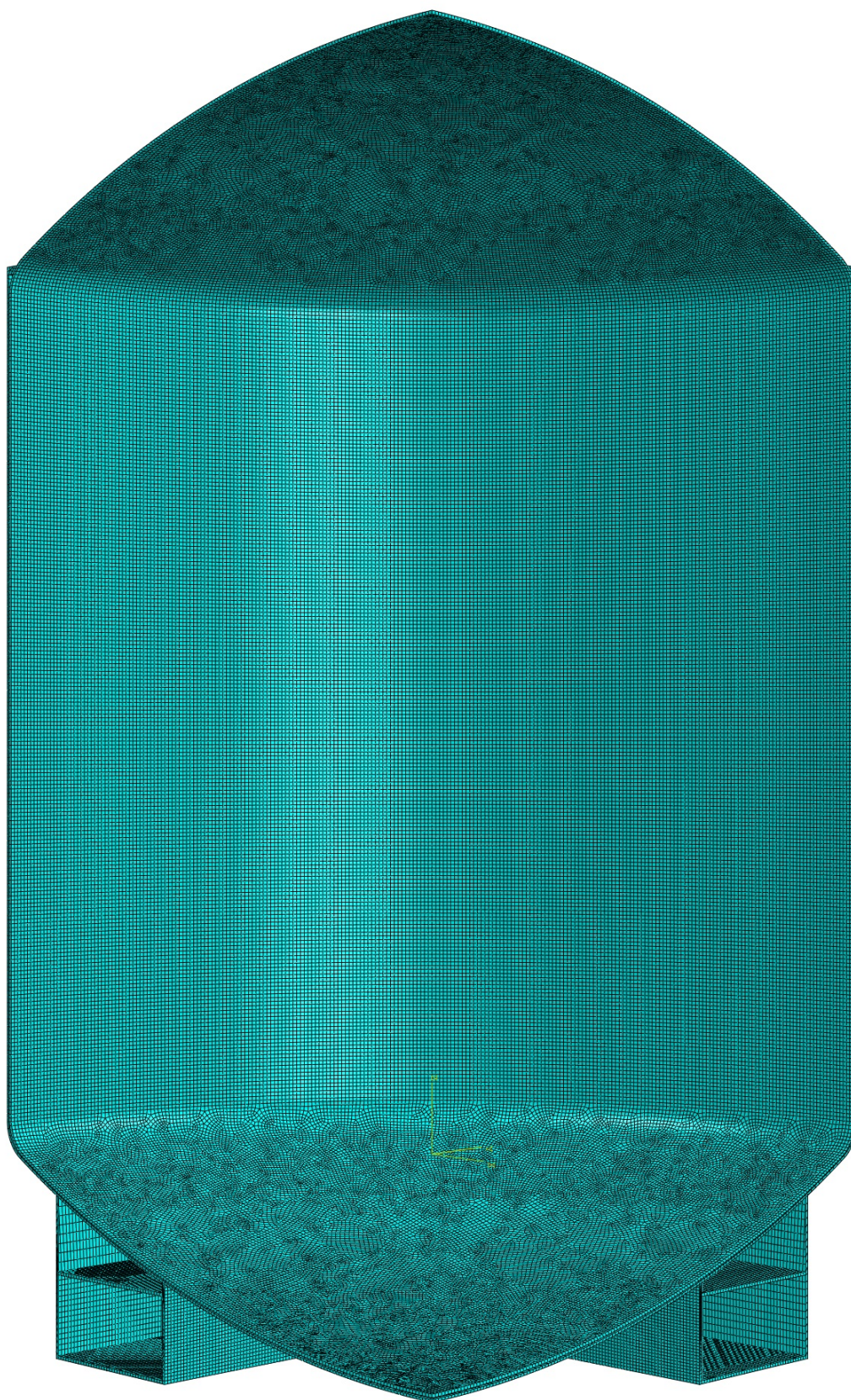
Naprezanje prema von Misesu je prikazano na slikama 48., 49. i 50. Najveće naprezanje od 172,9 MPa javlja se na prijelazu donje sferne ljuške i noge, dok se vrijednost naprezanja preostalog djela spremnika kreće oko 40 MPa.

raspodjela radijalnog pomaka prikazana je na slikama 51. i 52., dok je raspodjela vertikalnog pomaka prikazana na slikama 53. i 54. Maksimalna vrijednost radijalnog pomaka iznosi 0,07886 mm, dok maksimalna vrijednost vertikalnog pomaka iznosi 0,2575 mm.



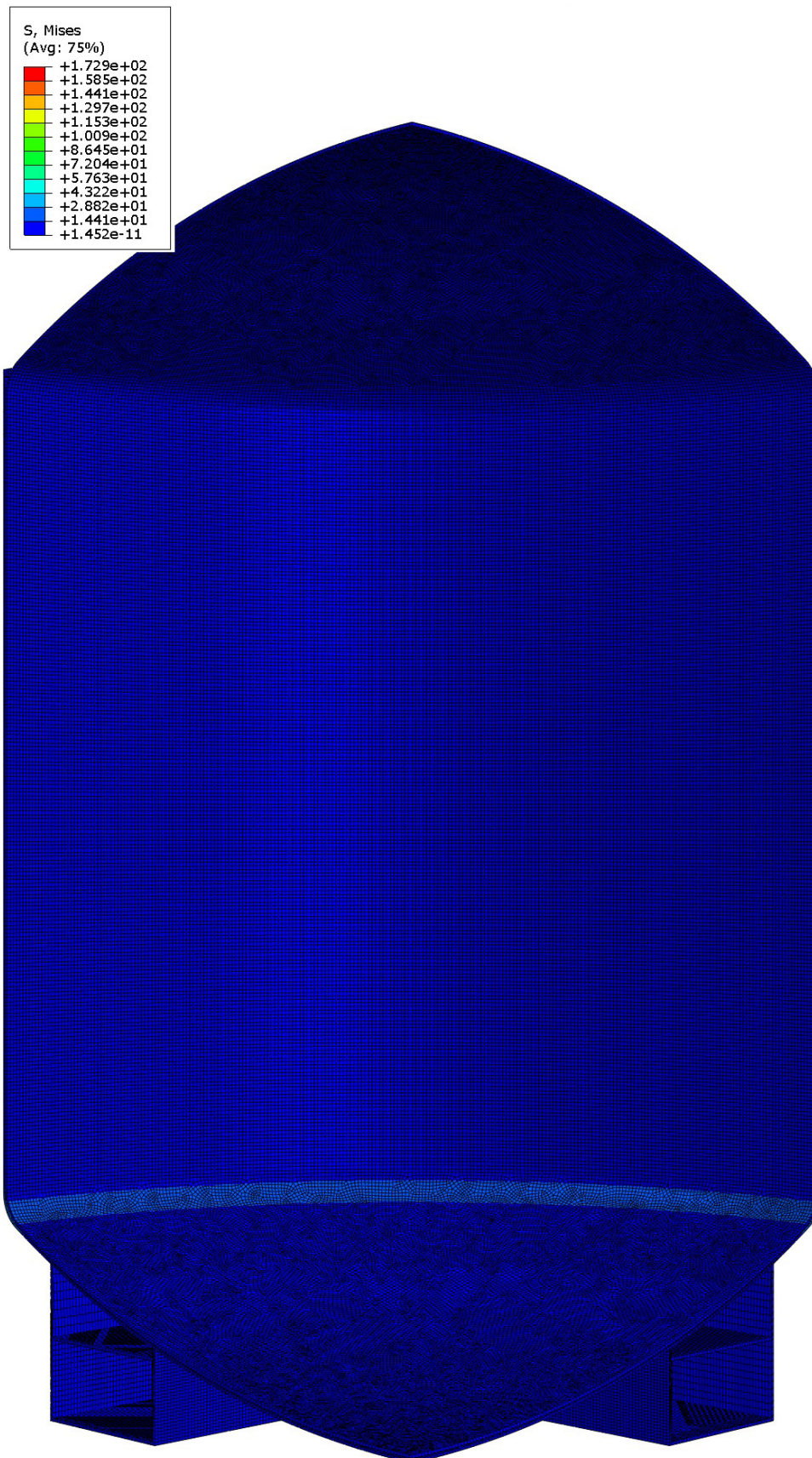
Slika 46. Rubni uvjeti i opterećenja uslijed hidrostatskog tlaka





Slika 47. Diskretizacija spremnika usljed opterećenja hidrostatskog tlaka





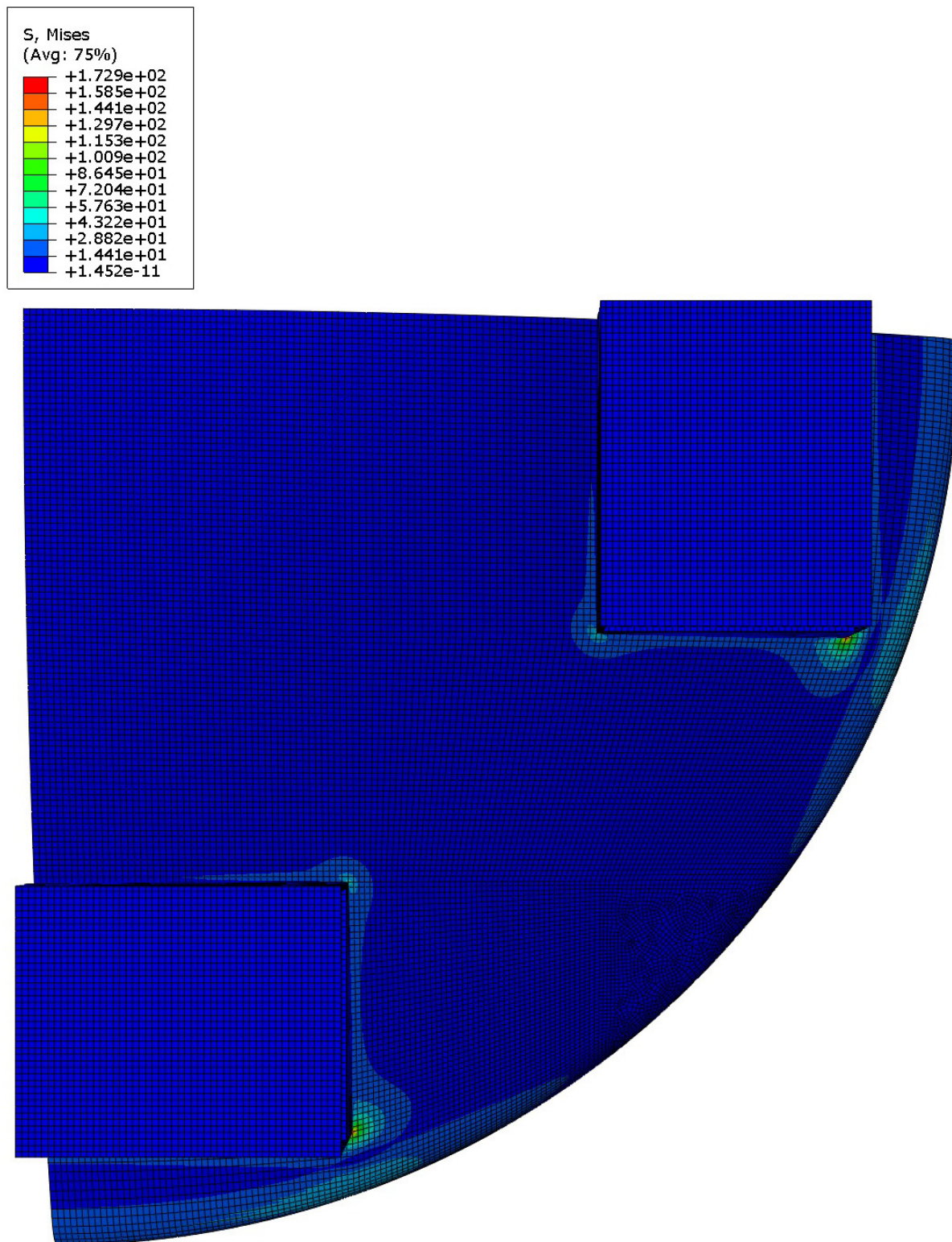
Slika 48. Naprezanje spremnika prema von Misesu





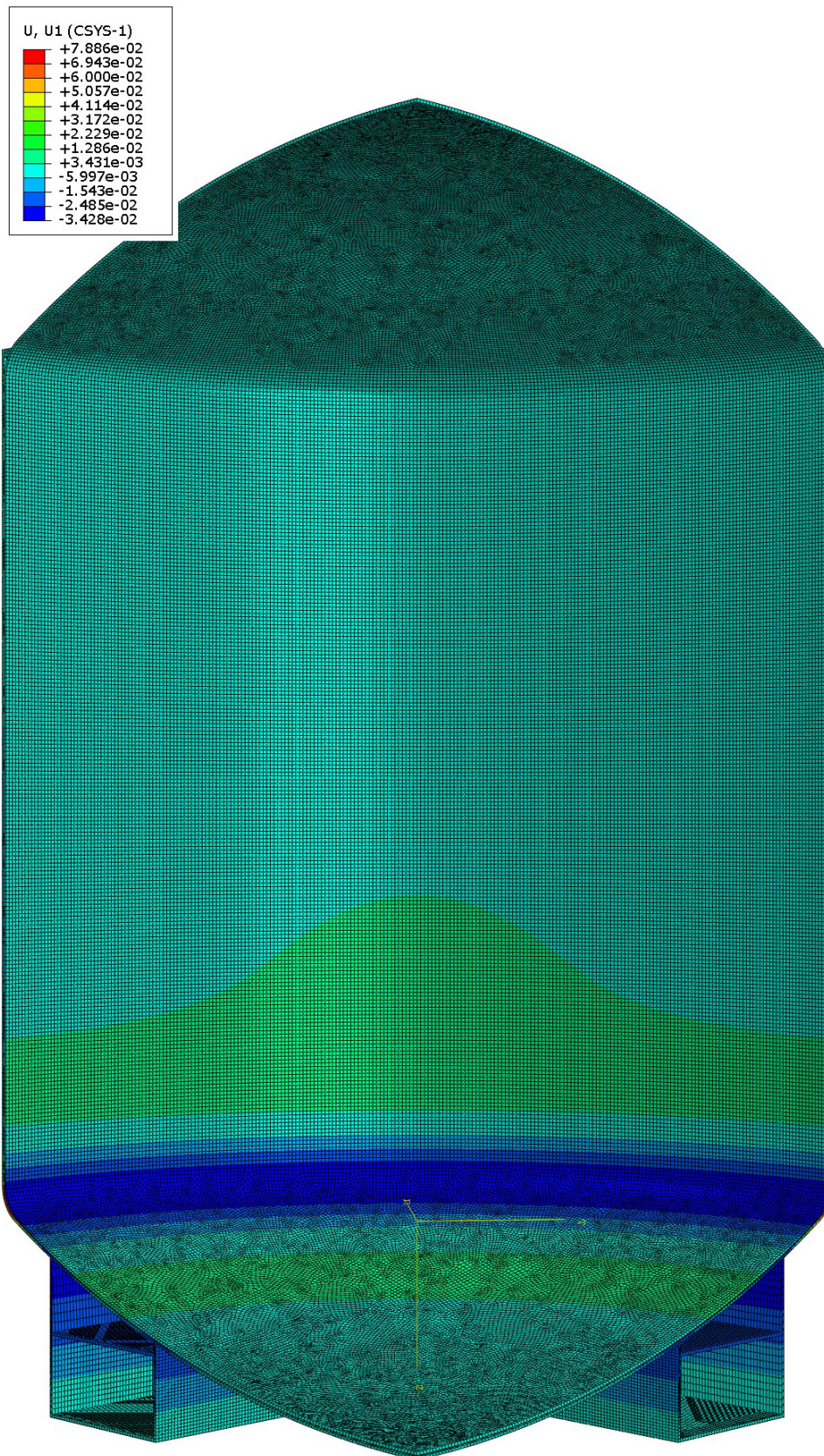
Slika 49. Naprežanje spremnika prema von Misesu





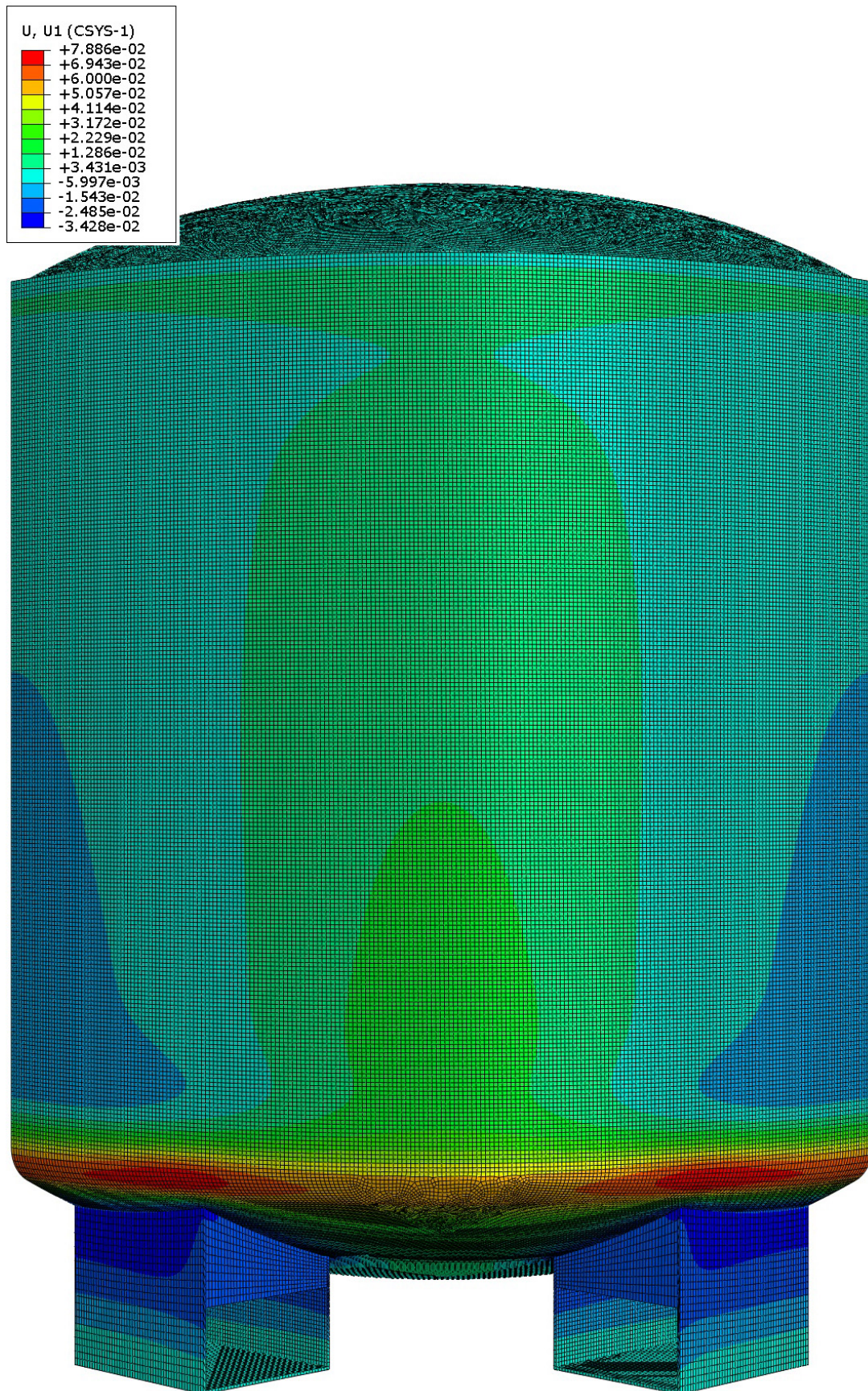
Slika 50. Naprežanje spremnika prema von Misesu





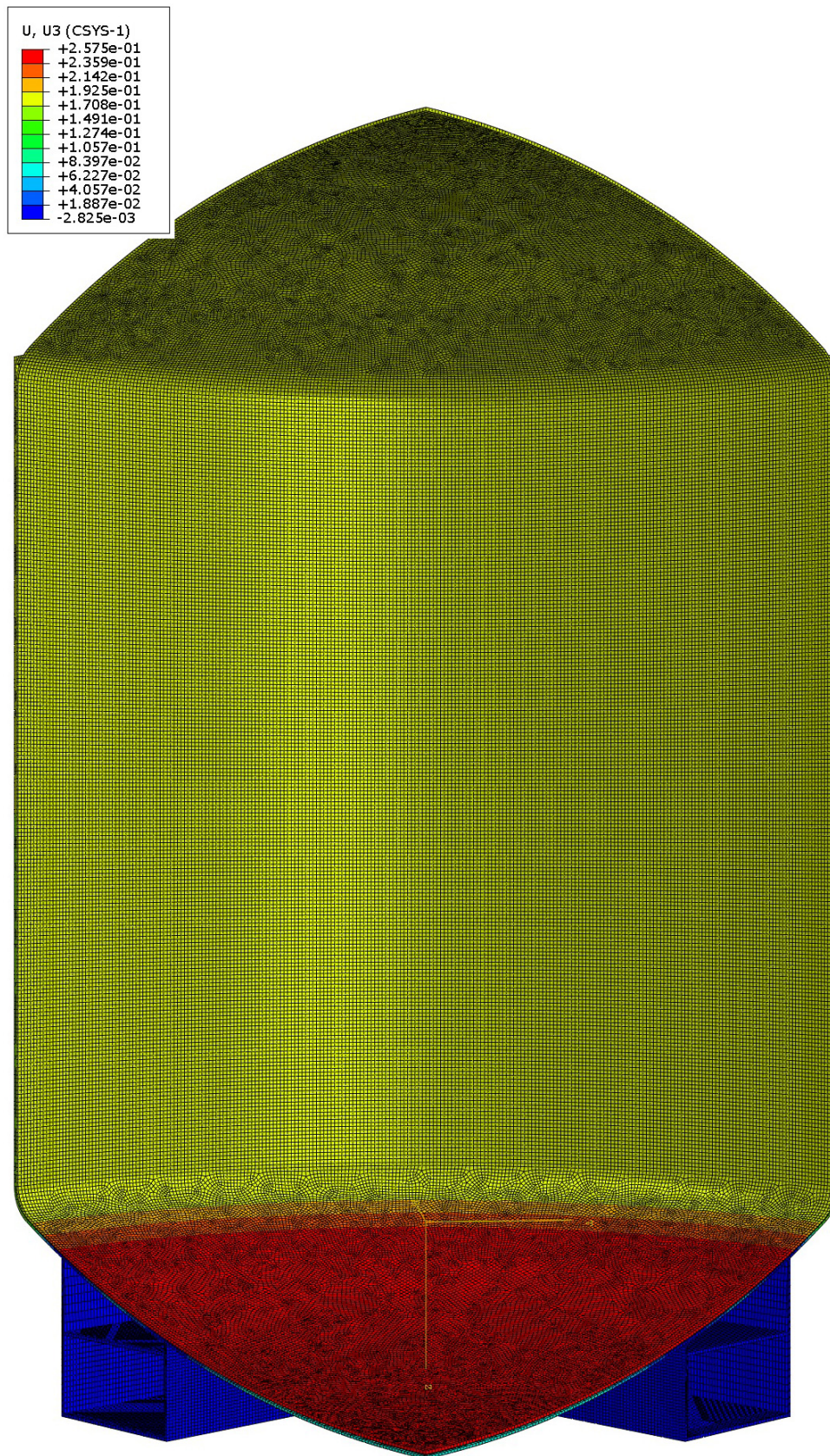
Slika 51. Raspodjela radijalnog pomaka spremnika





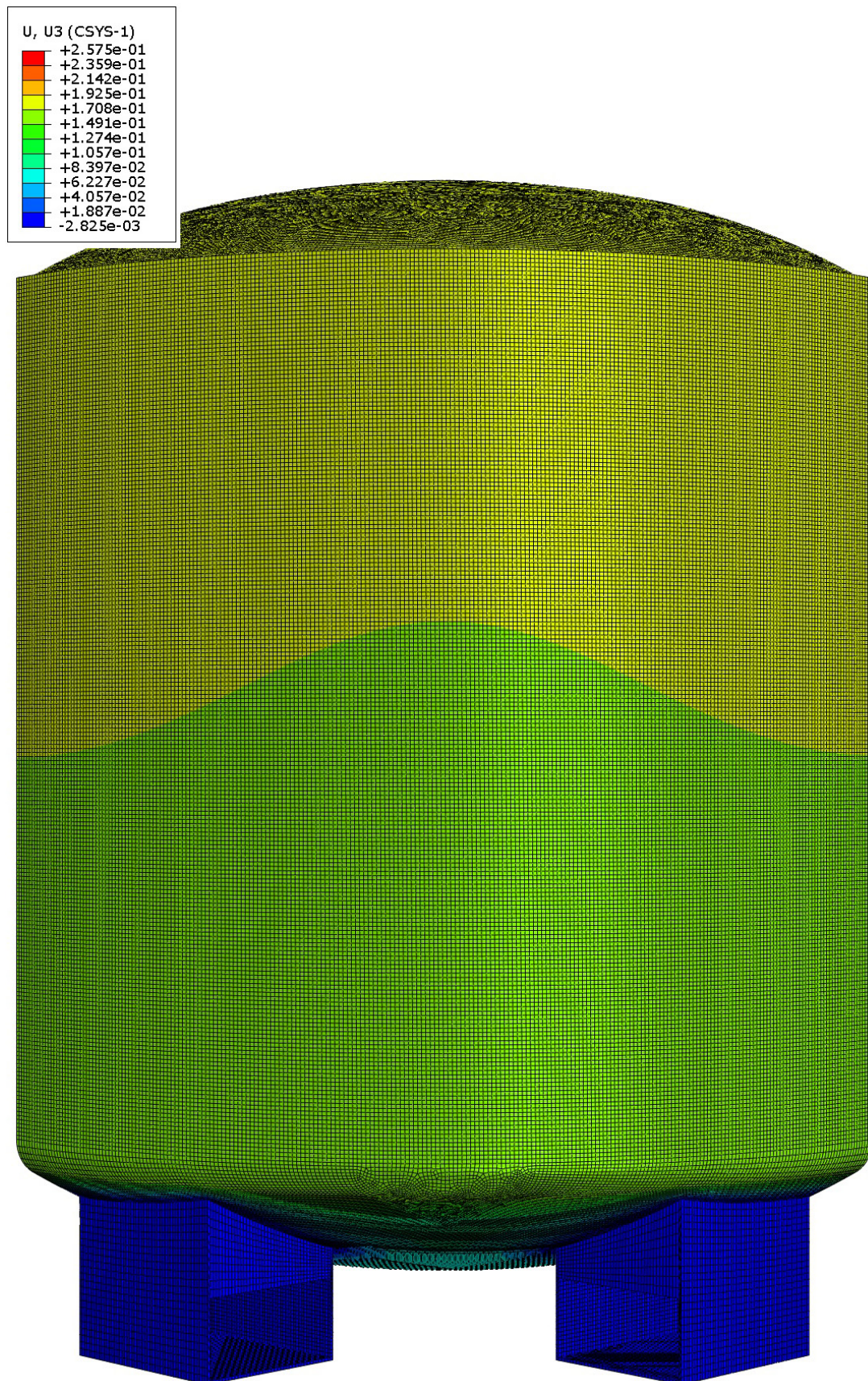
Slika 52. Raspodjela radijalnog pomaka spremnika





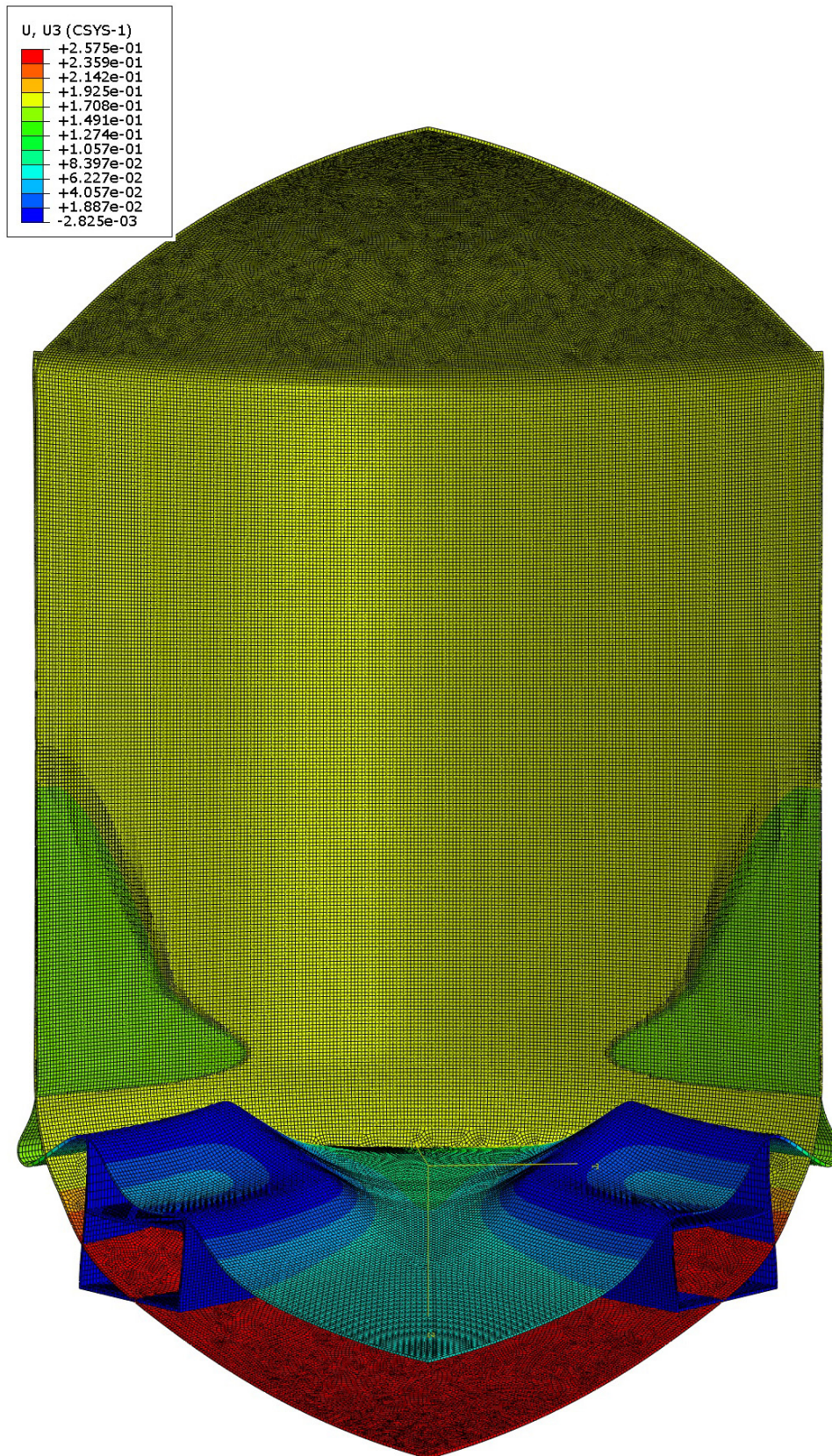
Slika 53. Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika





Slika 54. Raspodjela vertikalnog pomaka spremnika





Slika 55. Deformirani spremnik usljed hidrostatskog opterećenja

## 6 Zaključak

U ovom radu je proračunat vertikalni dvoplašni spremnik za dizel gorivo. Iako je stvarno opterećenje spremnika opterećenje usljed hidrostatskog tlaka dizel goriva i vlastite težine spremnika, u ovom radu se za opterećenje uzeo pretlak od 1 bar. Standardna procedura ispitivanja spremnika za štetne tvari je tlačenje na 1 bar. U zadnjem poglavlju, usporedbe radi, stvarna geometrija spremnika je proračunata i s hidrostatskim tlakom.

Prilikom verifikacije konačnih elemenata na jednostavnom primjeru, utvrđeno je kako unutar svake skupine konačnih elemenata postoji barem jedan tip elementa koji zadovoljava brzinom konvergencije točnom rješenju. Iako je zaključeno kako ljuskasti elementi najbolje opisuju raspodjelu radijalnog pomaka, u numeričkim analizama pojednostavljenog i finanog spremnika korišteni su općeniti trodimenzijski elementi iz razloga što je geometrija spremnika u dogovoru s poslodavcem već bila nacrtana u programskom paketu Catia V5. Ovakav proračun unosi određenu grešku u rješenje, što prilikom analize rezultata svakako treba imati na umu.

Dobiveni rezultati proračuna finalnog spremnika su istog reda veličina kao i rezultati pojednostavljenog spremnika iz čega se može zaključiti kako je proračun valjan. Za opterećenje pretlakom od 1 bar kao i za opterećenje usljed hidrostatskog tlaka dobiveno je vršno opterećenje od 170 MPa, razlika je u mjestu gdje se naprezanje pojavljuje. Za slučaj hidrostatskog opterećenja maksimalno naprezanje nalazi se na spoju noge i donje sferne ljuske, dok za slučaj pretlaka maksimalno naprezanje se nalazi na unutarnjem spremniku na radijusu zaobljenja donje ljuske. Također, na spoju unutarnjeg i vanjskog spremnika za slučaj pretlaka pojavljuje se naprezanje od 140 MPa što je vrlo blizu maksimalnog.

Maksimalna vrijednost radijalnog pomaka za oba slučaja opterećenja se kreće oko 0,07 mm, dok je pomak u vertikalnom smjeru 10 puta veći. Vertikalni pomak spremnika za slučaj opterećenja hidrostatskim tlakom iznosi 0,7 mm, dok za slučaj pretlaka iznosi 0,2 mm što je posljedica same težine goriva.

Kao najproblematičnije mjesto na stvarnom spremniku se pokazao spoj unutarnjeg i vanjskog spremnika. Na tom mjestu, za spoj unutarnjeg i vanjskog spremnika, predviđen je flah dimenzija 10x4 mm koji će biti savijen na potreban promjer te zavaren MIG postupkom. U svrhu pojednostavljenja numeričke analize u programskom paketu Abaqus, neka zaobljenja na samom modelu su zanemarena.

Također, uslijed same težine goriva pojavilo se značajno veće opterećenje od očekivanog na spoju oslonca i vanjskog spremnika nego na ostatku konstrukcije. Oslonac spremnika predstavljaju otvori za viličar kako bi se olakšao transport istoga, te je potrebno naglasiti kako je spremnik dopušteno transportirati isključivo kada je spremnik prazan.

Potrebna je daljnja konzultacija sa tvrtkom Etradex d.o.o. kako bi se utvrdilo zadovoljava li takav model njihove zahtjeve ili je potrebno razmotriti druga rješenja spajanja unutarnjeg i vanjskog spremnika te samog oslonca spremnika.

## Literatura

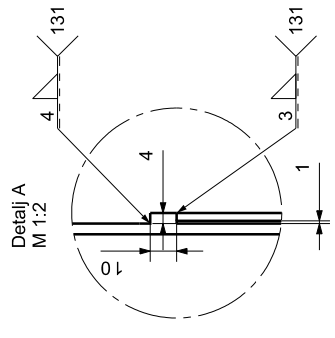
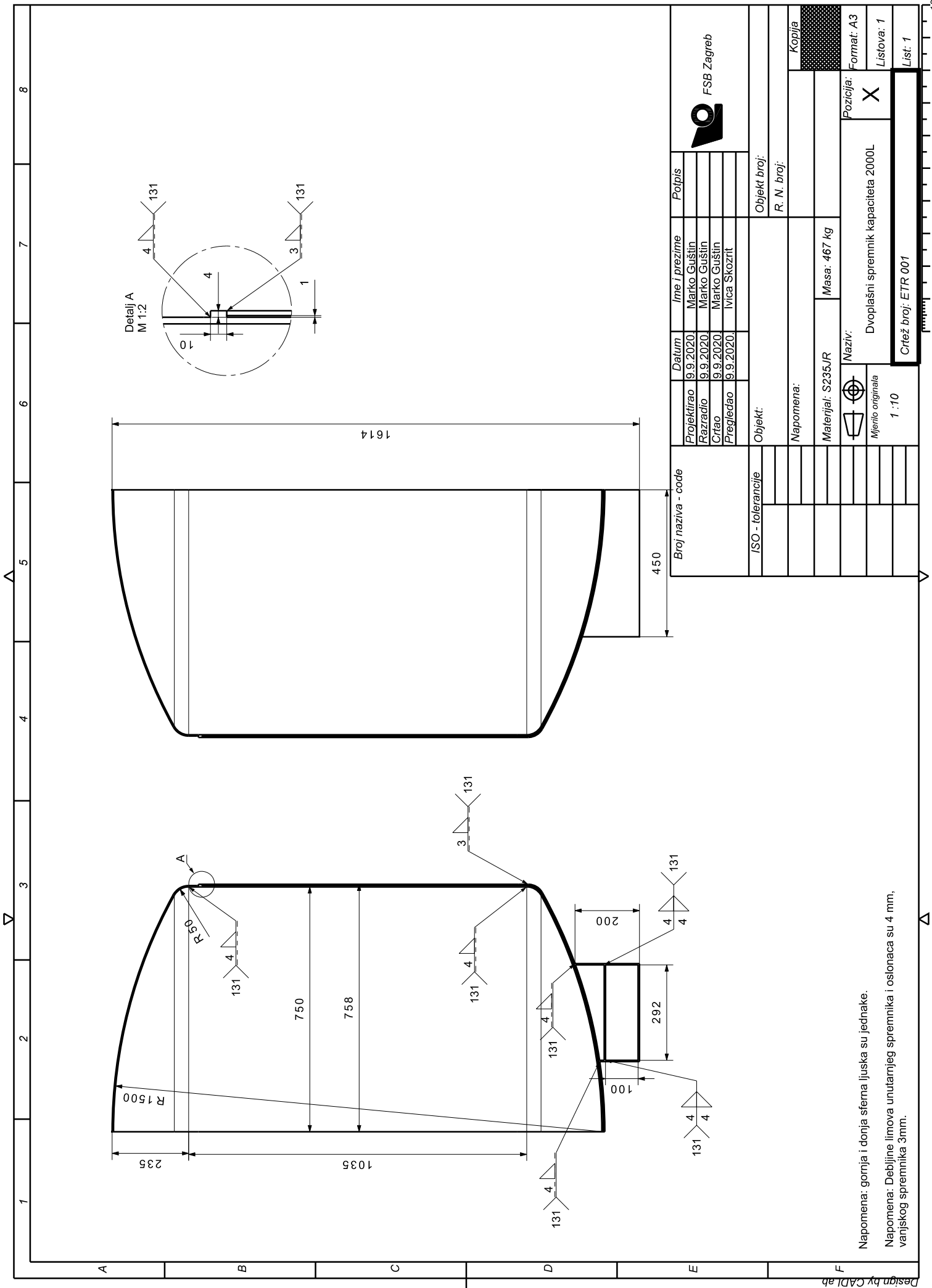
- [1] “Wikipedia - diesel fuel.” [https://en.wikipedia.org/wiki/Diesel\\_fuel](https://en.wikipedia.org/wiki/Diesel_fuel). Pristupljeno: 14.09.2020.
- [2] “Savi serbatoi - serbatoi a doppia parete.” <https://www.saviserbatoi.com/gian-versione-self-service-k44-70-100.html>. Pristupljeno: 14.09.2020.
- [3] D. L. Logan, *A First Course in Finite Element Method*. Boston, Massachusetts: Cengage Learning, 2015.
- [4] M. G. Larson and F. Bengzon, *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications*. Umeå, Sweden: Springer, 2013.
- [5] S. S. Quek and G. R. Liu, *The Finite Element Method, A practical course*. Oxford, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2003.
- [6] J. Sorić, *Metoda konačnih elemenata*. Zagreb: Golden marketing - Tehnička knjiga, 2004.
- [7] S. S. Rao, *The Finite Element Method in Engineering, Sixth edition*. Oxford, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, 2018.
- [8] M. Radwanska, A. Stankiewicz, A. Wosatko, and J. Pamin, *Plate and Shell Structures, Selected Analytical and Finite Element Solutions*. West Sussex, United Kingdom: JohnWiley & Sons Ltd, 2017.
- [9] FEM, “Abaqus documentation 6.14.”
- [10] I. Alfrević, *Linearna analiza konstrukcija*. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2011.

## **Prilozi**

1. CD - ROM







Broj naziva - code		Ime i prezime		Potpis	
Projektirao	9.9.2020	Marko Guštin			
Razradio	9.9.2020	Marko Guštin			
Crtao	9.9.2020	Marko Guštin			
Pregledao	9.9.2020	Ivica Skozit			
ISO - tolerancije		Objekt broj:		Objekt broj:	
Napomena:		R. N. broj:		R. N. broj:	
Materijal: S235JR		Masa: 467 kg		Kopija	
		Naziv:		Pozicija: X	
Mjerilo originala		Dvoplašni spremnik kapaciteta 2000L		Format: A3	
1:10		Crtež broj: ETR 001		Listova: 1	
				List: 1	



Napomena: gornja i donja sfera ljuska su jednake.  
 Napomena: Debljine limova unutarnjeg spremnika i oslonaca su 4 mm, vanjskog spremnika 3mm.