Modeliranje i regulacija elemenata pogona vozila s izraženim učincima trenja

Ivanović, Vladimir

Doctoral thesis / Disertacija

2010

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:702098

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

MODELIRANJE I REGULACIJA ELEMENATA POGONA VOZILA S IZRAŽENIM UČINCIMA TRENJA

DOKTORSKA DISERTACIJA

VLADIMIR IVANOVIĆ

ZAGREB 2010.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

MODELIRANJE I REGULACIJA ELEMENATA POGONA VOZILA S IZRAŽENIM UČINCIMA TRENJA

DOKTORSKA DISERTACIJA

MENTOR
Prof.dr.sc. JOŠKO DEUR

VLADIMIR IVANOVIĆ

ZAGREB 2010.

Podaci za bibliografsku karticu

UKD	531.4: 681.5.015: 624.144.8: 621.838.22: 681.53.6
Ključne riječi:	trenje, autoguma na ledenoj podlozi, električno vozilo, uljna spojka, elektromehanički aktuator, matematičko modeliranje, eksperimentalna identifikacija, regulacija
Znanstveno područje:	TEHNIČKE ZNANOSTI
Znanstveno polje:	Strojarstvo
Institucija:	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje
Mentor:	Dr. sc. Joško Deur, izv. prof.
Broj stranica:	256
Broj slika:	127
Broj tablica:	5
Broj korištenih bibliografskih jedinica:	120
Datum obrane:	16.7.2010.
Povjerenstvo:	Dr. sc. Vinko Ivušić, red. prof. – predsjednik Dr. sc. Joško Deur, izv. prof. – mentor Dr. sc. Dragutin Ščap, red. prof. – član Dr. sc. Ivan Mahalec, red. prof. – član Dr. sc. Nedjeljko Perić, red. prof. – član, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb
Institucija u kojoj je rad pohranjen:	Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagreb

Zahvala

Na prvome mjestu se zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Jošku Deuru na ukazanom povjerenju i što mi je time omogućio da radim na područjima istraživanja vezanim uz probleme automobilske industrije, što sam želio raditi od malih nogu. Pored toga zahvaljujem mu se na pomoći i bezbrojnim savjetima, diskusijama i poticajima tijekom istraživanja i pisanja ovog rada.

Zahvaljujem se tvrtki "Ford Motor", posebice njihovim istraživačkim centrima u Dearbornu SAD i Aachenu Njemačka koji su financijski i logistički podržali dio istraživanja vezanog uz kontakt gume i ledene podloge. Posebno se zahvaljujem dr. Davoru Hrovatu, dr. Jahanu Asgariu, dr. Markosu Troulisu i dr. Carlu Mianou na njihovim korisnim sugestijama i konstruktivnim diskusijama.

Zahvaljujem se tvrtki "Jaguar Cars", posebice njihovom istraživačkom centru u Coventryu Velika Britanija koji je financijski i logistički podržao dio istraživanja vezanog uz spojku aktivnog diferencijala. Ovdje se posebno zahvaljujem dr. Francisu Assadianu i dr. Matthewu Hancocku na njihovim korisnim sugestijama i konstruktivnim diskusijama.

Zahvaljujem se kolegama dr. sc. Danijelu Pavkoviću i dipl. ing. Mariju Hrgetiću za brojne diskusije i savjete tijekom istraživanja, te pomoći oko eksperimentalnih postava, mjerenja i obrade podataka.

Zahvaljujem se kolegama s Katedre za transportne uređaje i konstrukcije prof. dr. sc. Zvonku Heroldu i doc. dr. sc. Milanu Kostelcu na razradi, konstruiranju, osiguravanju brze izrade dijelova postava, te velikodušnoj pomoći pri sastavljanju postava u što su uložili puno dragocjenog vremena. Od vas sam naučio iznimno puno iz područja praktičnog strojarstva tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se kolegama s Katedre za motore i vozila prof. dr. sc Ivanu Mahalecu, prof. dr. sc Zoranu Luliću i dr. sc. Darku Kozarcu na pomoći pri projektiranju i pokretanju vozila i za nesebično ustupanje dijela laboratorija za motore i vozila za potrebe postavljanja eksperimentalnih postava.

Zahvaljujem se svojim roditeljima koji su mi omogućili školovanje i uvijek mi pružali veliku podršku, te svojoj sestri na beskrajnoj podršci i razumijevanju tijekom svih ovih godina.

Na kraju se posebno zahvaljujem svojoj supruzi Maji na svakodnevnoj potpori, strpljenju i razumijevanju.

"As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality."

Albert Einstein (1879 - 1955)

"One of the greatest discoveries a man makes, one of his great surprises, is to find he can do what he was afraid he couldn't do."

Henry Ford (1863- 1947)

"An expert is a man who has made all the mistakes which can be made, in a narrow field."

Niels Bohr (1886 - 1952)

Sadržaj

Predgovor ..... **vii**
Sažetak ..... **ix**
Summary ..... **xi**
Ključne riječi - Keywords ..... **xiii**
Popis oznaka ..... **xv**
Popis slika ..... **xxi**
Popis tablica ..... **xxix**
1 Uvod **1**
1.1 Motivacija 1
1.1.1 Kontakt autogume s ledenom podlogom 2
1.1.2 Uljna lamelna spojka 3
1.2 Dosadašnje spoznaje 4
1.2.1 Modeliranje trenja 4
1.2.2 Kontakt autogume s ledenom podlogom 5
1.2.3 Uljna lamelna spojka 8
1.3 Hipoteza 14
1.4 Pregled rada 15
2 Modeliranje trenja **19**
2.1 Učinci trenja 19
2.1.1 Coulombovo trenje 19
2.1.2 Statičko trenje 21
2.1.3 Deformacija tarnog sloja prije odvajanja 22
2.1.4 Viskozno trenje 23
2.1.5 Stribeckov učinak 24
2.1.6 Učinak kašnjenja odziva trenja 26
2.1.7 Trenje kotrljanja 26

2.2 Modeliranje trenja ... 28
2.2.1 Statički modeli ... 28
2.2.1.1 Klasični model ... 28
2.2.1.2 Karnoppov model ... 29
2.2.2 Dinamički modeli ... 30
2.2.2.1 Dahlov model ... 30
2.2.2.2 Vlaknasti model ... 31
2.2.2.3 Reset-Integrator model ... 32
2.2.2.4 Bliman-Sorine model ... 33
2.2.2.5 LuGre model ... 34
2.2.2.6 Elasto-plastični model ... 36
2.2.2.7 Lueven model ... 36
2.2.2.8 Poopćeni Maxwell-slip model ... 37
2.2.3 Diskusija o uzimanju promjenljive normalne sile u dinamičkim modelima trenja ... 38
2.3 Model trenja između autogume i podloge za uzdužno gibanje ... 39
2.3.1 Prostorno raspodijeljeni vlaknasti model ... 41
2.3.2 Statička karakteristika gume ... 46
2.3.3 Koncentrirani dinamički model ... 48
2.3.4 Diskusija o parametriranju modela ... 48
2.4 Kratki zaključak ... 49
3 Eksperimentalni postavi ... 51
3.1 Eksperimentalno električno vozilo ... 51
3.1.1 Mehanički sustav ... 51
3.1.1.1 Prednji kotač i pogonski motor ... 52
3.1.1.2 Stražnji i pomoćni kotač ... 53
3.1.2 Električki, upravljački i mjerni sustav ... 55
3.1.3 Rezultati eksperimentalne identifikacije motora ... 59
3.1.3.1 Odziv momenta motora ... 59
3.1.3.2 Moment tromosti i moment trenja motora ... 59
3.1.3.3 Statičke karakteristike motora ... 63

3.2 Ispitni sustav aktivnog diferencijala 64
3.2.1 Mehanički podsustav 66
3.2.2 Električki podsustav 66
3.2.2.1 Upravljačko računalo 67
3.2.2.2 Pogonski motor 67
3.2.2.3 Istosmjerni motor aktuatora spojke 68
3.2.2.4 Mjerni podsustav 68
3.3 Eksperimentalni postav uljne lamelne spojke 69
3.3.1 Mehanički i mjerni podsustav 70
3.3.2 Električki podsustav 73
4 Identifikacija i analiza dinamičkog potencijala trenja autogume 75
4.1 Plan pokusa 75
4.2 Obrada signala 77
4.3 Karakteristični eksperimentalni odzivi 78
4.4 Analiza eksperimentalnih rezultata 79
4.4.1 Statička karakteristika gume 79
4.4.2 Dinamički potencijal trenja autogume (DTFP) za slučaj početnog stanja mirovanja i kotrljanja 82
4.4.2.1 Početno stanje mirovanja 82
4.4.2.2 Početno stanje kotrljanja 84
4.4.2.3 Kratki pregled rezultata i hipoteza 86
4.4.3 Utjecaj prosječnog vremena mirovanja vlakana 88
4.4.4 Provjera postojanja DTFP-a za slučaj kontrolirane vožnje na malim brzinama 90
4.5 Kratki zaključak 92
5 Modeliranje dinamičkog potencijala trenja autogume 95
5.1 Parametriranje LuGre modela uzdužne dinamike trenja autogume 95
5.2 Model vremena mirovanja vlakna 96
5.2.1 Prostorno raspodijeljeni model 96
5.2.2 Stacionarno rješenje 97
5.2.3 Koncentrirani model 98

5.2.4 Simulacijska usporedba prostorno raspodijeljenog i koncentriranog modela vremena kontakta vlakana 99
5.3 Cjelokupni dinamički model gume 100
5.4 Model uzdužne dinamike vozila 102
5.5 Provjera valjanosti modela 106
5.6 Kratki zaključak 110
6 Regulacija vuče vozila temeljena na dinamičkom potencijalu trenja autogume . 113
6.1 Tradicionalni sustav regulacije vuče 113
6.1.1 Sinteza regulacijskog kruga 114
6.1.2 Eksperimentalna provjera 116
6.2 Koncept regulacije vuče temeljene na dinamičkom potencijalu trenja 119
6.2.1 Analiza utjecaja radnih parametara 124
6.2.1.1 Vrijeme mirovanja 125
6.2.1.2 Referentna vrijednost brzine 128
6.2.1.3 Sila otpora 128
6.2.1.4 Rampa primijenjene sile 129
6.3 Kratki zaključak 132
7 Modeliranje uljne lamelne spojke 135
7.1 Opis sustava 135
7.2 Struktura modela 138
7.3 Dinamika razvijanja normalne sile 138
7.3.1 Istosmjerni motor 139
7.3.2 Mehanizam s kuglicama na rampi 140
7.3.2.1 Krutost mehanizma 142
7.3.2.2 Graničnik 142
7.3.2.3 Elastični prigušni element 142
7.3.2.4 Povratna opruga 143
7.3.2.5 Trenje mehanizma 144
7.3.3 Aksijalna dinamika spojke 146
7.3.3.1 Otpori trenja 146
7.3.3.2 Otpori istiskivanja ulja i deformacije lamela 147

7.3.4 Dinamičke jednadžbe ... 149
7.4 Dinamika razvijanja momenta ... 150
7.4.1 Dinamičke jednadžbe ... 151
7.4.2 Trenje spojke ... 153
7.4.3 Trenje ležaja i zupčanika ... 155
7.4.4 Diskusija o mogućem pojednostavljenju modela torzijske dinamike ... 156
7.5 Toplinska dinamika ... 157
7.5.1 Potpuni model ... 158
7.5.2 Pojednostavljeni model ... 160
7.6 Kratki zaključak ... 161
8 Identifikacija parametara i provjera modela uljne lamelne spojke ... 163
8.1 Identifikacija parametara modela ... 163
8.1.1 Istosmjerni motor ... 163
8.1.1.1 Otpor armature ... 163
8.1.1.2 Induktivitet armature ... 164
8.1.1.3 Konstanta elektromotorne sile ... 165
8.1.1.4 Konstanta momenta ... 166
8.1.1.5 Moment tromosti i kinetičko trenje ... 167
8.1.1.6 Statičko trenje i konstanta krutosti tarnog kontakta ... 168
8.1.1.7 Prijenosni omjer reduktora ... 169
8.1.2 Mehanizam s kuglicama na rampi ... 170
8.1.2.1 Prijenosni omjer ... 170
8.1.2.2 Krutost ... 170
8.1.2.3 Faktor trenja kotrljanja kuglica na rampi i sila prednaprezanja povratne opruge ... 171
8.1.2.4 Konstanta krutosti graničnika ... 172
8.1.3 Parametri aksijalne dinamike spojke ... 172
8.1.3.1 Ekvivalentna krutost lamela ... 172
8.1.3.2 Zračnost lamela spojke (i reduktora) ... 173
8.1.3.3 Otpori istiskivanja ulja ... 174
8.1.4 Torzijska krutost elemenata pogona ... 177
8.1.5 Faktor trenja spojke ... 178

8.1.5.1 Plan pokusa ... 178
8.1.5.2 Obrada podataka ... 180
8.1.5.3 Regresijska analiza ... 180
8.1.5.4 Konačni rezultati i diskusija ... 182
8.1.6 Toplinski model ... 184
8.1.6.1 Potpuni model toplinske dinamike ... 184
8.1.6.2 Pojednostavljeni model toplinske dinamike ... 185
8.2 Eksperimentalna provjera valjanosti modela i analiza dinamičkog ponašanja spojke ... 189
8.2.1 Provjera na eksperimentalnom postavu uljne lamelne spojke ... 189
8.2.2 Model s konfiguracijom ispitnog sustava aktivnog diferencijala ... 194
8.3 Kratki zaključak ... 201
9 Regulacija uljne lamelne spojke ... 203
9.1 Motivacija ... 203
9.2 Struktura sustava regulacije ... 206
9.3 Sinteza regulacijskog kruga pozicije motora ... 207
9.4 Algoritam samopodešavanja regulatora ... 210
9.5 Eksperimentalna provjera sustava regulacije spojke ... 214
9.6 Kratki zaključak ... 217
10 Zaključak ... 221
Dodatak A: Osnove veznih dijagrama ... 229
Dodatak B: Parametri modela vozila ... 235
Dodatak C: Definicija efektivnog polumjera spojke ... 237
Dodatak D: Parametri modela uljne lamelne spojke ... 239
Literatura ... 241
Životopis ... 249
Biography ... 253

Predgovor

Razvoj modernih vozila praćen je naglim uvođenjem regulacijskih uređaja s ciljem povećanja sigurnosti, ekonomičnosti, udobnosti i voznosti. Postojanje vjernih fizikalnih matematičkih modela komponenti i sustava pogona vozila osnovni je preduvjet za projektiranje odgovarajućih regulacijskih sustava, ali i vrlo koristan alat za optimiranje statičkih i dinamičkih karakteristika u samom procesu konstruiranja pogona. Trenje ima značajan utjecaj na radne značajke nekoliko ključnih komponenti pogona vozila poput spojki, kočnica, autoguma i elektromehaničkih aktuatora. U slučaju aktuatora, zadatak regulacije je kompenzacija utjecaja trenja djelovanjem motora aktuatora, a s ciljem preciznog ostvarenja zadanog gibanja. S druge strane, kod spojki, kočnica i autoguma, regulator treba ostvariti točno i stabilno držanje sile ili momenta trenja na zadanom iznosu (npr. regulacija vuče). Neovisno o objektu regulacije, precizno modeliranje trenja neophodno je za kvalitetno projektiranje sustava regulacije, procjene i nadzora varijabli stanja pogona vozila. Iako je temeljni model trenja vrlo jednostavan (npr. Coulombova statička karakteristika), kod zahtjevnijih primjena poput onih kod vozila, model trenja treba uključiti niz dodatnih učinaka poput elastičnosti tarnog sloja, složene termodinamičke utjecaje, hidrodinamičke učinke (kod uljnih spojki) i više funkcionalnu ovisnost parametara modela. U danom istraživanju razmatra se modeliranje i poboljšanje regulacije dva karakteristična elementa pogona vozila s izraženim učincima trenja: a) autoguma na ledenoj podlozi, gdje se pokazalo da u uvjetima naglih porasta momenta kotača uzdužna sila gume može biti više od dvostruko veća od statičkog potencijala trenja, a što nije objašnjeno u postojećoj literaturi i b) uljna lamelna spojka aktivnog diferencijala s elektromehaničkim aktuatorskim sustavom, gdje se pokazalo da klasični pristup regulacije ne daje zadovoljavajući dinamički odziv i stacionarnu točnost. Rezultati istraživanja mogu se izravno primijeniti i na druge elemente vozila i uopće tehničke sustave poput kočnica, suhih spojki i aktuatorskih servosustava.

Sažetak

U radu se razmatra problematika modeliranja, eksperimentalne identifikacije i unaprjeđenja kvalitete regulacije dvaju karakterističnih elemenata pogona vozila s izraženim učincima trenja: autoguma na ledenoj podlozi i uljna lamelna spojka aktivnog diferencijala s elektromehaničkim aktuatorskim sustavom. Dinamika autogume razmatra se s ciljem utvrđivanja fizikalne podloge za uočeni učinak povećanja potencijala trenja u uvjetima nagle promjene pogonskog momenta (dinamički potencijal trenja) i istraživanja mogućnosti primjene navedenog učinka u svrhu poboljšanja sustava regulacije vuče vozila. Uljna lamelna spojka aktivnog diferencijala razmatra se s ciljem stjecanja uvida u dinamičko ponašanje cjelokupnog sustava, objašnjenja fizikalne podloge učinka sporog odziva momenta spojke pri malim relativnim brzinama i istraživanja naprednijeg koncepta upravljanja momentom spojke. Metodologija i rezultati prikazani u ovom istraživanju primjenjivi su na druge elemente vozila poput suhih spojki, kočnica, sustava skretanja, kotača pružnih vozila, te općenito na razne mehatroničke sustave.

Dinamički potencijal trenja autogume detaljno se analizira temeljem eksperimentalnih rezultata dobivenih korištenjem eksperimentalnog električnog vozila na skliskim podlogama. Pokazuje se kako je utjecaj raznih radnih parametara, poput vremena porasta primijenjenog momenta i brzine vozila zapravo posljedica karakteristične rotacijske kinematike gume i utjecaja vremena kontakta elemenata nagazne površine gume (tzv. vlakana) i podloge na potencijal trenja. Temeljem ovog saznanja, LuGre vlaknasti model trenja gume proširen je prostorno raspodijeljenim fizikalnim modelom vremena mirovanja vlakana i eksperimentalno određenom ovisnosnošću potencijala trenja i vremena mirovanja vlakna. Rezultati eksperimentalne provjere pokazuju kako razvijeni model točno opisuje dinamiku trenja gume u širokom opsegu radnih uvjeta. Konačno, predlaže se i eksperimentalno provjerava koncept regulacije vuče koji koristi dinamički potencijal trenja za svladavanje sila otpora vožnje na uzbrdici prekrivenoj ledom, koje su veće od statičkog potencijala trenja gume.

U drugom dijelu rada, postavlja se višefizikalni model spojke koji uključuje dinamiku aktuatora (razvijanje normalne sile spojke), dinamiku razvijanja momenta spojke, toplinsku dinamiku i višefunkcionalnu karakteristiku trenja. Analiziraju se razni načini modeliranja elemenata s trenjem i predlažu pragmatična pojednostavljenja modela s ciljem povećanja računalne učinkovitosti. Parametri modela određuju se eksperimentalnim putem primjenom razvijenih postava. Rezultati eksperimentalne provjere modela ukazuju na visok stupanj točnosti modela. Analiza rezultata pokazuje kako učinci trenja aktuatorskog mehanizma i trenja spojke imaju značajan utjecaj na dinamiku sustava i kako uobičajeni koncept upravljanja momentom spojke putem regulacije struje aktuatora ima značajne nedostatke. Temeljem eksperimentalno utvrđene jednoznačne eksperimentalne ovisnosti normalne sile spojke i pozicije motora aktuatora predložen je i eksperimentalno provjeren koncept upravljanja momentom spojke u krugu regulacije pozicije aktuatora, koji pokazuje visoku statičku i dinamičku točnost upravljanja.

Summary

The thesis deals with modeling, experimental identification, and control system improvement of two characteristic vehicle powertrain components with emphasized friction effects: the tire on ice surface and the active differential wet clutch with electromechanical actuation system. The tire dynamics are considered in order to provide a physical explanation of observed effect of tire friction potential increase during an abrupt change of driving motor torque (dynamic tire friction potential, DTFP) and to investigate a possibility of the DTFP exploitation for the purpose of traction control system improvement. The active differential wet clutch research is aimed to gain insights into dynamic behavior of the overall clutch system, provide physical explanation of slow clutch torque response at low clutch relative speeds, and provide a basis for investigation of an advanced clutch control system. The presented methodology and results can also be applied to other vehicle elements such as brake or steering systems, dry clutches, railway vehicle wheels, and generally various mechatronic systems.

A detailed analysis of the DTFP effect is given based on a comprehensive set of experimental results recorded by using an experimental electrical vehicle on slippery roads. It is shown that the influence of various operating parameters, such as the applied torque rise time or the vehicle speed, are actually a consequence of the characteristic tire rotation kinematics and the tire friction potential dependence on the dwell time of tire tread elements (so-called bristles). Based on these findings, the dynamic brush-type LuGre tire friction model has been extended with a distributed-parameter dynamic bristle dwell time model and an experimentally obtained dependence between the static friction potential and the bristle dwell time. The experimental validation results point out that the proposed model accurately describes the tire friction dynamics for a wide range of operating parameters. Finally, a concept of the traction control system is proposed and experimentally verified, which exploits the DTFP effect for the purpose of providing vehicle driving on an icy hill in the case when the static tire friction potential is lower than the up-hill driving resistive force.

In the second part of the thesis, a multi-physical mathematical model of the active differential wet clutch is developed, which includes actuator dynamics (clutch normal force development dynamics), clutch torque development dynamics, thermal dynamics, and a multi-functional clutch friction coefficient model. Various approaches of friction elements modeling are analyzed and pragmatic model simplifications are proposed in order to increase the computational efficiency. The model parameters are obtained experimentally by using developed experimental setups. The model validation results point to a high level of modeling accuracy. The analysis of system responses shows that the actuator and the clutch friction effects have significant influence on the overall system dynamic response and that the traditional concept of clutch torque control based on actuator current control can be characterized by significant disadvantages. Using an experimentally obtained hysteresis-free dependence between the clutch normal force and the actuator motor position, a concept of clutch torque control based on actuator motor position closed-loop control is proposed, which shows a high static and dynamic control accuracy.

Ključne riječi - Keywords

- Trenje
- Autoguma na ledenoj podlozi
- Električno vozilo
- Uljna spojka
- Elektromehanički aktuator
- Matematičko modeliranje
- Eksperimentalna identifikacija
- Regulacija

- Friction
- Tire on ice surface
- Electrical vehicle
- Wet clutch
- Electromechanical actuator
- Mathematical modeling
- Experimental identification
- Control

Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
$\boldsymbol{A}$	-	matrica tromosti
$\boldsymbol{B}$	-	matrica ulaza
C	-	C element veznog dijagrama
C_0	kN	Statička moć nošenja ležaja
c_{21}, c_{23}	Nms/rad	Konstanta prigušenja ulaznog i izlaznog vratila diferencijala
c_{22}	Ns/m	Konstanta prigušenja oslonaca vanjskog kućišta
c_{cl}	Ns/m	Konstanta prigušenja spojke
$c_{cl.e}$	Ns/m	Ekvivalentna konstanta prigušenja spojke
$C_{oil,}\ C_{dc,}\ C_{sp}$	J/K	Toplinski kapacitet ulja, kućišta diferencijala i čelične lamele spojke
D_i	-	Karakteristični odnosi zatvorenog regulacijskog kruga
E	MPa	Modul elastičnosti materijala
F	N	Sila opterećenja ležaja
f	-	Faktor otpora kotrljanja autogume
f_0	-	Faktor konstrukcije ležaja i načina podmazivanja
f_1	-	Faktor smjera opterećenja ležaja
F_{app}	N	Primijenjena sila kotača
F_b	N	Sila trenja odvajanja
F_C	N	Sila Coulombovog trenja
F_h	N	Histerezna sila
F_n	N	Normalna sila spojke
F_R	N	Sila otpora vozila
F_{rs}	N	Sila povratne opruge mehanizma s kuglicama na rampi
F_S	N	Sila statičkog trenja
F_t	N	Sila trenja autogume
$F_{v.long}$	N	Uzdužna sila vozila
F_z	N	Normalne sile autogume
$g(v_r)$	N	Funkcija potencijala trenja
g_c	Nm	Potencijal trenja spojke

Oznaka	Jedinica	Opis
GY	-	Žirator – element veznog dijagrama
h	m	Debljina uljnog filma
H_e	-	Bezdimenzionalni faktor Stribeckove karakteristike
H_e	W/K	Efektivni koeficijent odvođenja topline između čelične lamele i ulja
$H_{sp.oil}, H_{sp.dc}, H_{dc.oil}, H_{oil.air}$	W/m	Koeficijenti prijelaza topline redom između čelične lamele i ulja, čelične lamele i kućišta diferencijala, kućišta diferencijala i ulja, ulja i zraka
i	-	Parametar Dahlovog modela trenja koji određuje oblik karakteristike deformacije u fazi držanja
I	-	Inercijski I element veznog dijagrama
i_a	A	Struja armature električnog motora
i_{aR}	A	Referentna vrijednost struje armature
i_{br}	rad/m	Prijenosni omjer mehanizma s kuglicama na rampi
i_{g1}	-	Prijenosni omjer reduktora aktuatora spojke
i_{g2}	-	Prijenosni omjer redukcije diferencijala
J_0	kgm^2	Moment tromosti zamašnjaka
J_1	kgm^2	Moment tromosti motora aktuatora spojke
J_{21}	kgm^2	Moment tromosti pogonskog motora
J_{22}, J_{23}, J_{24}	kgm^2	Moment tromosti ulaznog vratila, rotirajućeg kućišta i izlaznog vratila diferencijala
J_m	kgm^2	Moment tromosti rotora pogonskog motora
J_r, J_b	kgm^2	Moment tromosti naplatka i obruča autogume
J_w	kgm^2	Moment tromosti kotača
k_{21}, k_{23}	Nm/rad	Konstante krutosti ulaznog vratila diferencijala i izlaznog vratila
k_{22}	N/m	Konstanta krutosti oslonaca vanjskog kućišta diferencijala
k_{br}	N/m	Konstanta krutosti mehanizma s kuglicama na rampi
k_{cl}	N/m	Konstanta krutosti spojke
k_{lim}	N/m	Konstanta krutosti graničnika položaja
K_R	-	Pojačanje P regulatora
$k_{roughness}$	N/m	Konstanta krutosti hrapavosti tarnih obloga
k_{sw}	Nm/rad	Konstanta krutosti bočnih stranica autogume
K_t	V/A	Konstanta momenta motora
L	m	Duljina kontaktne površine autogume

Oznaka	Jedinica	Opis
L_a	H	Induktivitet armature motora
M_0	Nm	Moment kotrljanja neopterećenog ležaja
m_b	kg	Masa kućišta diferencijala
M_c	Nm	Moment spojke
M_{cog}	Nm	Amplituda valovitosti momenta motora
M_{cR}	Nm	Referentna vrijednost momenta spojke
$M_{f.br}$	Nm	Moment trenja mehanizma s kuglicama na rampi
$M_{f.nb.1}$, $M_{f.nb.2}$	Nm	Moment trenja igličastih ležaja mehanizma s kuglicama na rampi
M_{f1}	Nm	Moment trenja motora i reduktora aktuatora spojke
M_l	Nm	moment trenja ležaja u funkciji opterećenja
M_m	Nm	Pogonski moment motora električnog vozila
$M_{m.f}$	Nm	Moment trenja motora električnog vozila
M_{mR}	Nm	Referentni moment pognoskog motora električnog vozila
M_N	Nm	Nominalni moment motora električnog vozila
m_{pp}	kg	Masa potisne ploče spojke
M_R	Nm	Moment otpora kotača
n	min^{-1}	Brzina vrtnje ležaja
N	-	Broj vlakana prostorno raspodijeljenog modela trenja gume
N_f	-	Broj aktivnih tarnih obloga
p_c	Pa	Kontaktni tlak
Q	m^4	Faktor proporcionalnosti vezan uz geometriju spojke
R	-	Element otpora veznog dijagrama
r_1, r_2	m	Srednji polumjeri hipoidnih zupčanika diferencijala
R_a	Ω	Otpor armature motora aktuatora spojke
r_e	m	Efektivni polumjer lamela spojke ili kotača
r_i	m	Unutarnji polumjer lamele
r_o	m	Vanjski polumjer lamele
s	-	Uzdužno klizanje autogume
s	-	Laplaceov operator
T	m	Srednji promjer ležaja
t	s	Vrijeme
t	mm	Debljina materijala
T	ms	Vrijeme uzorkovanja

Oznaka	Jedinica	Opis
T_a	ms	Vremenska konstanta armature motora aktuatora
T_c, ($\hat{T}_c$)	°C	Temperatura spojke (procijenjena temperatura spojke)
T_e	s	Nadomjesna vremenska konstanta zatvorenog regulacijskog kruga
TF	-	Transformerski element veznog dijagrama
T_F	s	Vremenska konstanta niskopropusnog filtra
T_I	s	Vremenska konstanta I djelovanja regulatora
T_Σ	s	Parazitska vremenska konstanta regulacijskog kruga
u_a	V	Napon armature motora
$u_{a,filt}$	V	Filtrirana vrijednost napona armature
u_{emf}	V	Inducirana elektromotorna sila
v	m/s	Brzina središta kotača (vozila)
v_{pp}	m/s	Brzina potisne ploče spojke
v_s	m/s	Stribeckova brzina
x_b	m	Deformacija tarnog kontakta u trenutku odvajanja
x_i	m	Relativna pozicija vlakna vlaknastog modela trenja
x_{pp}	m	Pomak potisne ploče spojke
z	m	Deformacija vlakna tarnog kontakta
z_0, z_{ba}, z_{max}	m	Maksimalna deformacija vlakna tarnog kontakta

Grčka slova

Oznaka	Jedinica	Opis
Γ	-	Uvjet poništavanja vremena mirovanja vlakna vlakna
Φ_{gen}	W	Toplinski tok disipirane topline spojke
α_{b1}	rad	Zračnost reduktora aktuatora spojke
α_{m1}	rad	Pozicija aktuatora spojke
δ	-	Stribeckov eksponent
$\gamma_1 \ldots \gamma_1$, γ_{23}	-	Pomoćne varijable stanja vlakna
η	Pas	Dinamička viskoznost fluida
μ_C	-	Faktor Coulombovog trenja
μ_S	-	Faktor statičkog trenja

Oznaka	Jedinica	Opis
μ_1	-	Faktor trenja ležaja koji ovisi o tipu ležaja i opterećenju
ν	mm^2/s	Kinematska viskoznost fluida
ν	-	Poissonov koeficijent
ρ	-	Indeks stanja vlakna
σ_0	N/m	Konstanta tangencijalne krutosti vlakana tarnog kontakta
σ_1	Ns/m	Konstanta prigušenja mikroskopkog tarnog kontakta
σ_2	Ns/m	Konstanta viskoznog trenja
σ_T	MPa	Vlačna granice tečenja
τ	-	Vrijeme mirovanja vlakna autogume
τ_d	s	Mrtvo vrijeme razvijanja momenta motora
τ_{dwell}	s	Vrijeme mirovanja autogume
τ_T	MPa	Granica tečenja smicanja
ω	rad/s	Brzina vrtnje
ω_f	rad/s	Brzina vrtnje pogonskog kotača
ω_{fR}	rad/s	Referentna vrijednost brzine vrtnje kotača
ω_r	rad/s	Brzina vrtnje stražnjeg (nepogonskog) kotača
ω_s	rad/s	Relativna brzina (brzina klizanja) spojke
ζ	m	Prostorna koordinata kontaktne površine autogume

Kratice

ALSD	Aktivni diferencijal s ograničenim proklizavanjem (engl *Active Limited Slip Differential*)
BDT	Vrijeme mirovanja vlakna (engl. *Bristle Dwell Time*)
DTFP	Dinamički potencijal trenja spojke (engl. *Dynamic Tire Friction Potential*)
STFP	Statički potencijal trenja autogume (engl. *Static Tire Friction Potential*)
TCS	Sustav regulacije vuče (engl. *Traction Control System*)
ZOH	Kašnjenje uslijed uzorkovanja i ekstrapolacije 0. reda (engl. *Zero Order Hold*)

Popis slika

Slika 2-1. Coulombovo trenje. 19
Slika 2-2. Ilustracija deformacije tarnog sloja prije odvajanja a) i lokalnog memorijskog učinka b). 22
Slika 2-3. Ilustracija statičkog trenja (a), promjene statičkog trenja s vremenom mirovanja (b) i rampom primijenjene sile (c). 22
Slika 2-4. Ilustracija viskoznog trenja. 23
Slika 2-5. Stribeckova krivulja [100]. 24
Slika 2-6. Ilustracija Stribeckovog učinka i generalizirane opisne funkcije. 25
Slika 2-7. Ilustracija učinka kašnjenja. 26
Slika 2-8. Izvorni (a) i modificirani (b) klasični model trenja. 29
Slika 2-9. Karnoppov model trenja. 30
Slika 2-10. Ilustracija vlaknastog modela trenja. 31
Slika 2-11. Ilustracija greške procesa deformacije u fazi držanja LuGre modela trenja. 35
Slika 2-12. Kinematika kotrljanja i definicija osnovnih varijabli gume a) i ilustracija vlaknastog modela gume b). 41
Slika 2-13. Blokovski dijagram generaliziranog modela dinamike kontakta vlakna i podloge. 44
Slika 2-14. Statička karakteristika uzdužne vučne sile gume na asfaltu i F_{z0} = 4 kN: a) usporedba s funkcijom potencijala trenja (v = 60 km/h), b) utjecaj brzine vozila i c) utjecaj promjene normalne sile (v = 60 km/h). 47
Slika 3-1. Fotografija vozila. 51
Slika 3-2. Sklop prednjeg kotača. 53
Slika 3-3. Fotografije sklopa stražnjeg kotača. 54
Slika 3-4. Fotografija pomoćnog kotača. 55
Slika 3-5. Shema električnog sustava. 56
Slika 3-6. Fotografija senzora sile pomoćnog kotača i akcelerometra. 57
Slika 3-7. Upravljački podsustav na vozilu. 58
Slika 3-8. Brzina motora uslijed skokovite promjene referentnog momenta motora a) i detalj brzine b). 60
Slika 3-9. Karakteristika pokretanja i zaustavljanja motora bez naplatka i gume. 62

Slika 3-10. Proračunate vrijednosti momenta tromosti motora, kotača i krivulja ovisnosti momenta trenja o brzini vrtnje. 63

Slika 3-11. Statička karakteristika momenta motora. 64

Slika 3-12. Maksimalni moment motora na različitima brzinama: (a) rezultati identifikacije (b) iz dokumentacije. 64

Slika 3-13. Principijelna shema ispitnog sustava aktivnog diferencijala. 65

Slika 3-14. Fotografije ispitnog sustava aktivnog diferencijala. 66

Slika 3-15. Principijelna shema električnog sustava ispitnog sustava diferencijala. 67

Slika 3-16. Principijelna shema eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke. 69

Slika 3-17. Eksperimentalni postav uljne lamelne spojke: a) fotografija cijelog postava, b) fotografija pojedinačnih komponenata, c) 3D CAD model spojke, i d) uvećani detalj 3D CAD modela spojke 71

Slika 3-18. Principijelna shema sustava elektrike eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke. 73

Slika 4-1. Ilustracija izbora radnih parametara kod identifikacije dinamičkog potencijala trenja autogume gume. 76

Slika 4-2. Karakteristični eksperimentalni odzivi za slučaj ledene podloge u ledenoj dvorani. 78

Slika 4-3. Statička karakteristika gume dobivena kvazi-stacionarnim eksperimentom i odgovarajući rezultat LuGre modela (uglačani led, F_{z0} = 3650 N, T_{amb} = 8°C, T_{ice} = -3°C, relativna vlažnost 45%). 80

Slika 4-4. Faktor trenja klizanja autogume na ledu u funkciji brzine klizanja za razne brzine vozila, atmosferske uvjete i tipove podloge. 81

Slika 4-5. Eksperimentalni rezultati i regresijske krivulje dinamičkog potencijal trenja za početno stanje gume u mirovanju (objašnjenje legendi: temperature podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost; d = prijeđeni put do trenutka odvajanja, v = brzina vozila u trenutku odvajanja). 83

Slika 4-6. Utjecaj brzine vozila i nagiba rampe primijenjene sile na dinamički potencijal trenja autogume. 84

Slika 4-7. Utjecaj početne sile i nagiba rampe primijenjene sile na dinamički potencijal trenja autogume (v je brzina i d je prevaljeni put vozila u trenutku početka rampe primijenjene sile). 85

Slika 4-8. Usporedni prikaz utjecaja početne brzine i početne sile na dinamički potencijal trenja autogume. 85

Slika 4-9. Vlaknasti model kontakta autogume i podloge (a) i ilustracija vremena mirovanja vlakna (engl. *Bristle Dwell Time, BDT*) za stacionarni slučaj kotrljanja (b). 87

Slika 4-10. Fotografija utiskivanja autogume u ledenu podlogu (tip gume: Mastercraft™ Glacier Grip W195/60 R15 M+S) 87

Slika 4-11. Ovisnost dinamičkog potencijal trenja autogume o prosječnom vremenu mirovanja vlakana za različite tipove podloge i uvjete okoline (objašnjenje legendi: temperatura podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost)..... 89

Slika 4-12. Ilustracija ideje korištene za provjeru postojanja DTFP-a putem regulirane vožnje na malim brzinama..... 90

Slika 4-13. Eksperimentalni odziv vožnje vozila malom brzinom uz silu otpora veću od statičkog potencijala trenja. 91

Slika 5-1. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana u funkciji brzine vrtnje kotača za slučaj kontaktne površine duljine L = 0.12 m..... 99

Slika 5-2. Usporedni dinamički odzivi prostorno raspodijeljenog i koncentriranog modela vremena mirovanja vlakana za slučaj skokovite promjene brzine vrtnje kotača (ω = 3 rad/s). 100

Slika 5-3. Blokovski dijagram cjelokupnog modela dinamike trenja autogume. 101

Slika 5-4. Blokovski dijagram logike poništavanja vremena mirovanja vlakna..... 101

Slika 5-5. Funkcionalni blokovski dijagram modela vozila korištenog za potrebe provjere modela trenja gume i ilustracija modela kotača. 103

Slika 5-6. Vezni dijagram uzdužne dinamike eksperimentalnog vozila. 104

Slika 5-7. Rezultati provjere modela za slučaj početnog stanja mirovanja i početnog vremena mirovanja od 4 s za razne rampe primijenjene sile..... 107

Slika 5-8. Rezultati provjere modela za slučaj primjene strme promjene primijenjene sile (dF_{app}/dt = 10 kN/s) u početnom stanju kotrljanja..... 108

Slika 5-9. Rezultati provjere modela za slučaj kontrolirane vožnje malom brzinom. 109

Slika 5-10. Rezultati provjere modela u pogledu ovisnosti dinamičkog potencijala trenja autogume u početnom stanju mirovanja o nagibu rampe primijenjene sile. 110

Slika 5-11. Rezultati provjere modela u pogledu ovisnosti dinamičkog potencijala trenja autogume o prosječnom vremenu mirovanja vlakana. 111

Slika 6-1. Blokovski dijagram tradicionalnog sustava regulacije vuče..... 114

Slika 6-2. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za referencu klizanja od 5%..... 117

Slika 6-3. Usporedni odzivi tradicionalnog sustava regulacije vuče za reference klizanja od 5% i različite vrijednosti nadomjesne vremenske konstante regulacijskog kruga T_e. 118

Slika 6-4. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za razne reference klizanja..... 119

Slika 6-5. Fotografija vozila tijekom eksperimenata emulacije vožnje na usponu prekrivenom ledom. 120

Slika 6-6. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za slučaj sile otpora stražnjih kotača od 900 N. 121

Slika 6-7. Blokovski dijagram predloženog sustava regulacije vuče vozila za vožnju na uzbrdici i ledenoj podlozi. 122

Slika 6-8. Karakteristični vremenski odziv predloženog sustava regulacije vuče: a) varijanta 1 i b) varijanta 2. 123

Slika 6-9. Analiza utjecaja vremena mirovanja na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) τ_{dwell} = 1 s, b) τ_{dwell} = 2 s, c) τ_{dwell} = 4 s i d) τ_{dwell} = 16 s (**varijanta 1**, F_R = 900 N, $\omega_{fR.min}$ = 0.4 rad/s, $M_{mR.max}/r_e = F_{app.max}$ = 1000 N, T_{amb} = 10°C, 75% RH). 126

Slika 6-10. Pregledni prikaz utjecaja vremena mirovanja gume na prevaljeni put temeljem rezultata sa slike 6-9. 127

Slika 6-11. Analiza utjecaja vremena mirovanja na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) τ_{dwell} = 1 s i b) τ_{dwell} = 2 s (**varijanta 2**, F_R = 950 N, ω_{fR} = 0.05 rad/s → v =1.5 cm/s, T_{amb} = 10°C, 85% RH). 127

Slika 6-12. Analiza utjecaja reference brzine vrtnje na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) v = 1.5 cm/s i b) v = 1 cm/s (**varijanta 2**, τ_{dwell} = 2 s). 128

Slika 6-13. Analiza utjecaja sile otpora na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) F_R = 750 N (20% više od STFP) i b) F_R = 950 N (50 % više od STFP) (**varijanta 2**, τ_{dwell} = 2 s, v = 1 cm/s). 129

Slika 6-14. Analiza utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče za slučaj nadomjesne vremenske konstante $T_e = T_{e.min}$ (**varijanta 1**, τ_{dwell} = 2 s, dF_{app}/dt = 5600 N/s). 130

Slika 6-15. Analiza utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) dF_{app}/dt = 1900 N/s ($T_e = 2T_{e.min}$), b) dF_{app}/dt = 950 N/s ($T_e = 3T_{e.min}$), c) dF_{app}/dt = 340 N/s ($T_e = 5T_{e.min}$) i d) dF_{app}/dt = 90 N/s ($T_e = 10T_{e.min}$) (**varijanta 1**, τ_{dwell} = 2 s) 131

Slika 6-16. Pregledni prikaz utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na srednju brzinu gibanja vozila. 132

Slika 7-1. Shematski prikaz aktivnog diferencijala s ograničenim proklizavanjem. 136

Slika 7-2. Fotografija lamela spojke. 137

Slika 7-3. Fotografija elemenata mehanizma s kuglicama na rampi. 138

Slika 7-4. Blokovski dijagram modela spojke aktivnog diferencijala. 139

Slika 7-5. Shematski prikaz dinamike razvijanja normalne sile. 140

Slika 7-6. Vezni dijagram sustava uljne lamelne spojke. 141

Slika 7-7. Ilustracija karakteristike krutosti mehanizma s kuglicama na rampi a) i graničnika b). 143

Slika 7-8. Povratna tanjurasta opruga: a) shema i b) karakteristika. 144

Slika 7-9. Statička karakteristika normalne sile spojke s uključenom mrtvom zonom aksijalne zračnosti elemenata spojke. 149

Slika 7-10. Shematski prikaz dinamike razvijanja momenta. 151

Slika 7-11. Analiza utjecaja frekvencije promjene relativne brzine na odziv momenta spojke pri konstantnoj struji motora aktuatora. 153

Slika 7-12. Blokovski dijagram modificiranog reset-integrator modela trenja. 155

Slika 7-13. Shematski prikaz toplinske dinamike. 157

Slika 7-14. Blokovski dijagram predloženog modela dinamike efektivnog koeficijenta prijelaza topline H_e. 161

Slika 8-1. Eksperimentalno identificirani parametri dinamike armature istosmjernog motora: a) otpor armature, b) konstanta elektromotorne sile c) karakteristika momenta u funkciji struje armature i d) normirana konstanta momenta u funkciji temperature. 165

Slika 8-2. Mehanička karakteristika motora aktuatora. 166

Slika 8-3. Fotografija postava za identifikaciju istosmjernog motora aktuatora. 166

Slika 8-4. Odzivi eksperimenta pokretanja i zaustavljanja a) i rezultati identifikacije momenta tromosti motora i kinetičkog trenja b). 167

Slika 8-5. Vremenski odziv eksperimenta odvajanja a), karakteristika deformacije tarnog kontakta u području držanja b) i rezultati validacije modela aktuatorskog motora c). 168

Slika 8-6. Prijenosni omjeri aktuatorskog sustava spojke. 169

Slika 8-7. Karakteristika aksijalne deformacije mehanizma s kuglicama na rampi a) i lamela spojke b). 170

Slika 8-8. Histerezna karakteristika momenta motora u funkciji pozicije motora za slučaj linearne promjene struje armature. 171

Slika 8-9. Histerezna karakteristika momenta motora u funkciji pozicije motora za slučaj linearne promjene struje armature: a) slučaj s lamelama spojke i b) slučaj sa zakočenom potisnom pločom. 173

Slika 8-10. Shematski prikaz eksperimenta identifikacije otpora istiskivanja ulja 175

Slika 8-11. Rezultati identifikacije otpora istiskivanja ulja provedenih na postavu uljne lamelne spojke: a) sila otpora u funkciji brzine potisne ploče i debljine uljnog filma (eksperimentalni rezultati i rezultati funkcije regresije), b) ekvivalentna konstanta prigušenja i c) procijenjena sila otpora za slučaj potpune spojke aktivnog diferencijala. 176

Slika 8-12. Karakteristika torzijske deformacije podsustava razvijanja momenta za slučaj zakočene spojke i sinusne pobude momenta motora. 177

Slika 8-13. Odziv karakterističnog kvazi-statičkog eksperimenta identifikacije faktora trenja spojke.....179

Slika 8-14. Fazni dijagram temperature spojke u odnosu na relativnu brzinu dobiveni kvazi-statičkim eksperimentima identifikacije faktora trenja spojke pri F_n = 18 kN. 179

Slika 8-15. Eksperimentalni rezultati i regresijske krivulje faktora trenja za slučaj normalne sile F_n = 18 kN.....181

Slika 8-16. Pregledni prikaz parametara funkcije regresije faktora trenja u funkciji relativne brzine i normalne sile. 182

Slika 8-17. Pregledni prikaz utjecaja radnih parametara na faktor trenja spojke.....183

Slika 8-18. Ilustracija utjecaja normalne sile na faktor trenja spojke. 183

Slika 8-19. Ilustracija identifikacije koeficijenata prijelaza topline potpunog toplinskog modela. 184

Slika 8-20. Ilustracija plana pokusa identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline. 185

Slika 8-21. Odziv eksperimenta identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline pri a) skokovitoj promjeni normalne sile (8-3 kN) i konstantnoj relativnoj brzini (50 min^{-1}) i b) skokovitoj promjeni relativne brzine (50-25 min^{-1}) i konstantnoj normalnoj sili (13 kN).....186

Slika 8-22. Rezultati identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline u funkciji momenta i relativne brzine spojke.....188

Slika 8-23. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i aktiviranja spojke u a) krugu regulacije struje motora aktuatora i b) krugu regulacije pozicije motora aktuatora (model 1 i model 2 odnose se redom na potpuni odnosno pojednostavljeni toplinski model spojke).....190

Slika 8-24. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i naizmjeničnog aktiviranja i deaktiviranja spojke a) u krugu regulacije pozicije motora aktuatora sa skokovitom b) i linearnom promjenom reference pozicije u trajanju od 100 s, nakon čega se spojka hladi u vremenu od 200 s (model 1 i model 2 odnose se redom na potpuni odnosno pojednostavljeni toplinski model spojke). 191

Slika 8-25. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i naizmjeničnog aktiviranja i deaktiviranja spojke u krugu regulacije pozicije motora aktuatora sa skokovitom promjenom reference u trajanju od 300 s. 192

Slika 8-26. Rezultati provjere modela spojke diferencijala: a) normalna sila u funkciji pozicije potisne ploče i motora (regulacija struje/regulacija pozicije), b)

normalna sila u funkciji struje armature (regulacija struje) i c) normalna sila u funkciji struje armature (regulacija pozicije motora)..... 193

Slika 8-27. Rezultati provjere modela aktivnog diferencijala za slučaj konfiguracije postava aktivnog diferencijala i skokovite srednje-visoke promjene struje armature (i_{aR} = 7 A) pri a) srednje visokoj relativnoj brzini spojke od 25 min^{-1} b) i niskoj relativnoj brzini od 1 min^{-1}. 197

Slika 8-28. Rezultati provjere modela za slučaj konfiguracije postava aktivnog diferencijala za slučaj skokovite promjene struje armature aktuatora iznosa 2, 7 ili 12 A: a) uz početni momenta jednak nuli i konstantnu relativnu brzinu b) uz početni moment koji nije jednak nuli i konstantnu relativnu brzinu i c) u početni moment jednak nuli i sinusnu promjenu relativne brzine 199

Slika 8-29. Rezultati provjere dinamike razvijanja momenta za slučaj skokovite promjene momenta pogonskog motora i zakočene spojke. 200

Slika 9-1. Karakteristika normalne sile spojke u funkciji pozicije motora aktuatora i pozicije potisne ploče svedene na pomak motora a) i utjecaja trošenja lamela spojke na karakteristiku b). 205

Slika 9-2. Blokovski dijagram koncepta regulacije spojke. 206

Slika 9-3. Blokovski dijagram kaskadne strukture regulacije pogona s istosmjernim motorom: a) podređeni krug regulacije struje i b) nadređeni krugovi regulacije brzine i pozicije. 208

Slika 9-4. Eksperimentalni odziv regulacijskog kruga pozicije motora aktuatora. 210

Slika 9-5. Blokovski dijagram sustava automatskog samopodešavanja. 211

Slika 9-6. Experimentalni odziv sustava automatskog samopodešavanja. 213

Slika 9-7. Rezultati eksperimentalne provjere regulacijskog sustava spojke pri relativnoj brzini od 10 min^{-1}: a) režim velikih signala i b) režim malih signala pri raznim iznosima početnih momenata..... 215

Slika 9-8. Rezultati analize pogreške sustava regulacije spojke. 216

Slika 9-9. Rezultati analize utjecaja kompenzacije faktora trenja s obzirom na temperaturu spojke (ω_s = 50 min^{-1}, bez kompenzacije $\mu = \mu(40°C)$; utjecaj temperature je kompenziran). 216

Slika 9-10. Rezultati analize utjecaja kompenzacije faktora trenja s obzirom na relativnu brzinu (ω_s = 1 min^{-1}, bez kompenzacije $\mu = \mu(10\ min^{-1})$). 217

Slika A-1. Prikaz veze a) i značenje oznaka kauzalnosti b). 229

Slika A-2. Elementi veznih dijagrama s prikazom mogućih kauzalnosti..... 232

Popis tablica

Tablica 3-1. Tehničke specifikacije vozila. 52

Tablica 4-1. Parametri faktora trenja klizanja $\mu(v_r)$ za gumu na ledenoj podlozi. 82

Tablica 4-2. Parametri regresijske funkcije ovisnosti statičkog faktora trenja gume na ledenoj podlozi o prosječnom vremenu mirovanja vlakana. 90

Tablica 5-1. Identificirani parametri LuGre modela uzdužne dinamike trenja autogume za slučaj podloge prekrivene uglačanim ledom. 96

Tablica 7-1. Parametri elemenata s trenjem mehanizma s kuglicama na rampi. 146

Tablica A-1: Pregled varijabli snage i energije veznih dijagrama za slučaj raznih energijskih domena 231

1 Uvod

1.1 Motivacija

Trenje je pojava koja se manifestira kao otpor relativnom gibanju ili tendenciji prema takvom gibanju dviju površina u kontaktu. Ono je neizostavni element svega što nas okružuje. U nekim primjenama, npr. kontakt između automobilske gume i ceste, poželjno je imati visoko trenje, dok se u drugim primjenama, npr. u ležajevima, teži postizanju što nižeg trenja. U mnogim primjenama, posebno regulaciji mehaničkih sustava bitno je da je trenje predvidljivo, tj. da se može točno procijeniti. Kada se govori o predvidljivosti ne misli se samo na iznos kinetičkog trenja, nego i na ostale statičke i dinamičke karakteristike kao što su: statičko trenje ili trenje odvajanja, Stribeck-ov učinak, viskozno trenje, deformacija tarnog sloja u fazi držanja (engl. *presliding displacement*) i ostali memorijski učinci (vidi npr. [1],[2]). Stoga je točno poznavanje učinaka trenja kao i modela koji ih kvalitetno opisuju od iznimne važnosti za razvoj sustava regulacije.

Kod proučavanja trenja postoje općenito dva pravca. Jedan pravac obuhvaća detaljno proučavanje učinaka trenja na makro i mikro razini, a temelji se na mikroskopskoj geometriji površine, te kemijskim i termodinamičkim procesima u kontaktu dvaju tijela (tribosloju). Tu govorimo o zasebnoj grani znanosti koja se naziva tribologija ([3]-[6]). Tribologija pored samog trenja obuhvaća i proučavanje učinaka usko povezanih uz trenje, a to su mehanizmi trošenja i podmazivanja. Modeliranje sa stanovišta tribologije je ciljano na potencijalnu mogućnost optimiranja pojedinih učinaka trenja, trošenja i maziva. Drugi pravac proučavanja trenja vezan je uz matematičko modeliranje i regulaciju mehaničkih sustava. Pritom se naglasak stavlja na identifikaciju i modeliranje trenja postojećih tarnih parova u ciljnim sustavima. Cilj ovoga je dobivanje modela koji mogu točno opisati učinke trenja na makroskopskoj razini ([1],[2],[7]-[18]). Ovi se modeli koriste za optimiranje

karakteristika dinamičkih sustava, te projektiranje regulacijskih sustava i metoda kompenzacija učinaka trenja ([1],[2]). Ovaj rad predstavlja prilog drugom pravcu istraživanja učinaka trenja i motiviran je realnim problemima vezanim uz dva karakteristična objekta vozila s izraženim učincima trenja: a) kontakt između autogume i ledene plohe i b) uljna lamelna spojka s elektromehaničkim aktuatorskim sustavom aktivnog diferencijala. Rezultati istraživanja mogu se izravno primijeniti i na druge elemente vozila i uopće tehničke sustave poput kočnica, suhih spojki i aktuatorskih servo sustava.

1.1.1 Kontakt autogume s ledenom podlogom

Autoguma ostvaruje vezu između vozila i podloge. Točni matematički modeli autogume su od ključne važnosti za proučavanje dinamike vozila pri raznim uvjetima vožnje ([19]-[24]), kao i za razvoj te provjeru naprednih sustava regulacije i estimacije dinamike vozila ([25]-[27]). Osnova za razvoj točnih matematičkih modela autogume je dobro poznavanje fizikalnih pojava u tarnom kontaktu između autogume i ceste, bez obzira na pristup modeliranja dinamike tijela autogume (npr. metoda konačnih elemenata, fleksibilni ili kruti prsteni) i način modeliranja trenja kontakta s cestom (npr. statički ili dinamički model).

Jedan od važnih karakterističnih slučajeva radnih uvjeta gume je kada se vozilo nalazi na cesti prekrivenoj ledom. Godine 1990. godine tijekom zimskih testova Fordovog istraživačkog centra u SAD-u (Ford Research Laboratory - FRL) primijećeno je specifično vladanje gume za koje se pokazalo da ga nije moguće opisati postojećim modelima trenja gume. Eksperimentalni podaci su pokazali da u slučaju naglog pritiskanja papučice akceleratora prilikom pokretanja vozila vrijednost uzdužne sile trenja autogume u trenutku odvajanja (prije početka proklizavanja) može biti značajno veća od vršne sile prema statičkoj karakteristici trenja autogume [28]. Budući da ovaj učinak postoji samo kod naglog pritiskanja papučice akceleratora, što je karakterizirano naglom dinamičkom promjenom pogonskog momenta kotača, učinak je nazvan dinamički potencijal trenja autogume (engl. *Dynamic Tire Friction Potential, DTFP*; [28]). Eksperimentalni rezultati prikazani u [28] ukazuju na ovisnost dinamičkog potencijala o vremenskoj promjeni (rampi) pogonskog momenta kotača. Za slučaj jako strme rampe pogonskog momenta potencijal može biti dvostruko veći od vršne vrijednosti statičke karakteristike trenja autogume. Dinamički

potencijal najveći je za slučaj pokretanja vozila iz mirovanja i smanjuje se s povećanjem brzine vozila. Ovdje je važno naglasiti kako opisano povećanje sile trenja odvajanja gume (dinamički potencijal) nije rezultat oscilacija uzrokovanih dinamikom bočnih stranica gume, kao što je to npr. slučaj u [29]. Stoga se može zaključiti kako je spomenuti dinamički potencijal trenja autogume evidentno rezultat specifičnih učinaka trenja u kontaktu između gume i leda, koji su očito usko povezani s intenzitetom vremenske promjene pogonskog momenta kotača. Pronalazak objašnjenja ovog učinka i razvoj adekvatnog matematičkog modela važan je sa stanovišta mogućeg unaprjeđenja sustava regulacije vuče (engl. *Traction Control System, TCS*) temeljem dinamičkog potencijala trenja.

1.1.2 Uljna lamelna spojka

Moderna vozila opremaju se sve više raznim mehatroničkim sustavima s ciljem povećanja sigurnosti, ekonomičnosti, voznosti i upravljivosti. Jedan od takvih sustava odnosi se na aktivno upravljane spojke koje imaju široki spektar primjena u vozilima. Neka od područja primjene su automatski mjenjači ([30]-[32]), sustavi pogona na sve kotače ([33],[34]), aktivni diferencijali ([35]-[42]) ili automatski mjenjači s dvostrukom uljnom spojkom ([43],[44]) i slično. Razvoj regulacijskih sustava samih spojki i nadređenih upravljačkih sustava vozila zahtjeva dobro poznavanje učinaka trenja spojki i postojanje odgovarajućih vjernih matematičkih modela. Pored toga vrlo je važno imati dobar uvid u aktuatorski mehanizam spojke, te postaviti odgovarajući matematički model, jer učinci trenja ovog mehanizma vrlo često imaju izražen utjecaj na statičko i dinamičko vladanje spojke.

Nekoliko proizvođača vozila, među njima i Jaguar, su nedavno uveli u svoja vozila sustav regulacije dinamike vozila koji pored sustava kočenja koristi i poluaktivni diferencijal. Poluaktivni diferencijal se sastoji od sklopa diferencijala proširenog elektromagnetski upravljanom uljnom spojkom koja povezuje kućište diferencijala s jednom od poluosovina [35]. Na taj je način moguće ostvariti aktivni prijenos pogonskog momenta s bržeg na sporiji kotač i time unaprijediti kvalitetu regulacije vuče i dinamike vozila ([36],[38]). U [36] je pokazano kako odziv momenta spojke Jaguarovog aktivnog diferencijala s obzirom na skokovitu promjenu reference momenta karakteriziraju dva učinka: a) mrtvo vrijeme koje se povećava sa smanjenjem reference momenta spojke i b) nakon mrtvog vremena odziv ima

dinamiku P1 člana (proporcionalnog člana prvog reda) pri čemu vrijeme odziva postaje dulje sa smanjenjem brzine klizanja. Ovi učinci mogu se pokušati modelirati bez izravnog fizikalnog uvida u dinamiku sustava [36]. Međutim, postojanje fizikalnih objašnjenja i odgovarajućih matematičkih modela bilo bi od velike važnosti za razvoj sustava regulacije spojke i cjelokupne dinamike vozila. Također, poboljšanjem uvida u dinamiku sustava potencijalno bi bilo moguće dodatno optimirati konstrukcijske elemente spojke uključujući i aktuatorski sustav.

1.2 Dosadašnje spoznaje

1.2.1 Modeliranje trenja

Trenje je pojava koja se manifestira kao sila koja se odupire relativnom gibanju dvaju tijela. Leonardo da Vinci (1452.) dao je prvi znanstveni doprinos objašnjenju tog učinka, koji je tri stoljeća kasnije doradio Charles Augustin de Coulomb (1779.). Nakon toga je slijedio napredak do konačnog postavljanja klasične teorije trenja. Od važnih znanstvenika potrebno je spomenuti imena poput Bowdena i Tabora [4] i Rabinowicha [3], koji su proveli iscrpna istraživanja s ciljem izučavanja učinaka trenja na mikroskopskoj razini. Usprkos značajnom napretku još uvijek ne postoji teorija koja može opisati sve učinke trenja.

Ako se ograničimo na mehaničke sustave, osnovni učinci koji karakteriziraju trenje su ([1],[2]): a) Coulombovo trenje klizanja ili kinetičko trenje, b) statičko trenje, c) Stribeckov učinak (padajuće statičko trenje u području malih brzina), d) viskozno trenje, e) histerezna pojava deformacije tarnog sloja u fazi držanja prije odvajanja (engl. *presliding displacement*), f) učinak kašnjenja između promjene sile trenja i relativne brzine kontaktnih ploha (engl. *frictional lag effect*), g) utjecaj brzine vremenske promjene primijenjene sile na silu trenja (engl. *varying break-away force*), g) utjecaj vremena kontakta na trenje odvajanja (engl. *dwell time effect*). Učinci e)-g) se još nazivaju i memorijski ili dinamički učinci. Matematički modeli trenja se u osnovi dijele na statičke i dinamičke modele i ovisno o kompleksnosti imaju mogućnost opisivanja određenih učinaka.

1.2.2 Kontakt autogume s ledenom podlogom

Mehanizam trenja klizanja u kontaktu leda i tijela određenog materijala, uključujući i samog leda, razmatraju se eksperimentalno i teorijski u ([4],[45]-[48]). Pokazuje se kako je ono određeno učinkom podmazivanja sloja vode u kontaktnoj površini (unutarnjim trenjem tekućine) i može se fizikalno opisati jednadžbama termodinamike i hidrodinamike [48]. Naime, trenjem klizanja razvija se toplina, koja se mehanizmom kondukcije odvodi u okolinu dijelom kroz led i dijelom kroz klizni materijal. Uslijed toga dolazi do otapanja određene količine leda, čime se stvara sloj vode između neotopljenog krutog leda i kliznog materijala. Debljina sloja vode u kontaktu određena je jednadžbama hidrodinamike, pri čemu su najvažniji parametri brzina klizanja i kontaktni tlak. Slično kao u slučaju hidrodinamičkog podmazivanja uljem, sila otpora trenja (tj. faktor trenja) klizanja na ledu proporcionalna je smičnim naprezanjima u sloju vode (unutarnje trenje tekućine) uslijed relativnog pomicanja ploha u kontaktu. Tako se faktor trenja klizanja na ledu općenito smanjuje s povećanjem brzine, jer s povećanjem brzine klizanja raste toplinski tok dispirane topline što uzrokuje povećanje debljine sloja vode, a istovremeno se s povećanjem brzine klizanja povećava debljina sloja vode. Temperatura okoline značajno utječe na faktor trenja na način da raste sa smanjenjem temperature okoline i to do nekoliko puta [4]. Faktor trenja nije neovisan od normalne sile. Njegova vrijednost se nešto smanjuje s povećanjem normalne sile. Vezano uz karakteristike materijala, faktor trenja se smanjuje sa smanjenjem toplinske vodljivosti kliznog materijala, jer se smanjuje toplinski tok kondukcijom [4]. Sam led ima vrlo nizak koeficijent provođenja topline što ga svrtava u grupu dobrog izolatora (λ_{led} = 0.17 W/mK). Za usporedbu materijal autogume ima 12 puta veći koeficijent provođenja topline (λ_{guma} = 2.10 W/mK), što je pogodno u smislu povećanja faktora trenja. Faktor statičkog trenja općenito je nekoliko puta veći od faktora kinetičkog (dinamičkog) trenja, što je u [4] demonstrirano na primjeru klizanja leda po ledu, a očekivano je da općenito vrijedi bez obzira na odabir kliznog materijala. U navedenom slučaju pokazuje se kako je faktor statičkog trenja pri temperaturi okoline od 0°C približno tri puta veći od faktora kinetičkog trenja. Smanjenje temperature okoline ova se razlika značajno povećava do pet puta. Pritom se strmi rast primjećuje u rasponu temperatura od 0 do -30°C, nakon čega se zasićuje.

Eksperimentalni rezultati koji se odnose na materijal autogume dani su u ([49]-[52]). U navedenim radovima razmatraju se samo stacionarni radni uvjeti pri raznim vrijednostima radnih parametara poput brzine klizanja i temperature leda. Eksperimentalna identifikacija kontakta cjelovite autogume i ledene podloge razmatra se u strogo kontroliranim laboratorijskim uvjetima na specijalnim uređajima (kotač na bubnju ili kotač na traci) ([53],[54]) ili u realnim uvjetima na otvorenom ([55],[56]). Rezultati se odnose na statičke karakteristika trenja gume u uzdužnom smjeru za razne radne parametre poput temperature ledene podloge, temperature okoline i stanja ledene podloge. Osnovni zaključci rezultata vezanih uz materijal gume su sljedeći. Pri temperaturi oko ili malo ispod 0°C, faktor kinetičkog trenja je nizak (približno 0.1) zbog toga što površina leda nije stabilna i čvrsta. Topljenje leda se događa zbog pritiska između leda i gume i zbog toga što su sile kohezije između susjednih kristala leda slabije od sila adhezije između gume i leda. Kako se temperatura leda smanjuje, faktor trenja se povećava. Svoj maksimum doseže na vrlo niskim temperaturama između –5 i –10°C prema [52] ili -25°C prema [51]. Daljnjim snižavanjem temperature, faktor trenja počinje opadati kao posljedica viskoelastične karakteristike gume u nagaznoj površini. Temperatura pri kojoj faktor trenja doseže maksimum ovisi o tipu gume (tj. njenoj viskoelastičnoj karakteristici) i brzini klizanja. Na vrlo niskim brzinama klizanja, temperatura prijelaza je na vrlo niskoj temperaturi (manjoj od -25°C). Zanimljivo je napomenuti da nakon što led postane dovoljno krut počinje se ponašati kao bilo koja druga površina (staklo, čelik, itd.) ([52] - str. 394). Faktor trenja klizanja između uzorka gume i leda kreće se ovisno o radnim parametrima između 0.1 i 0.7. Za slučaj autogume na ledu faktor trenja je manji i iznosi od 0.05 do ekstremno 0.4. Ako je led vrlo čist, faktor trenja može biti izrazito visok (sve do 3, [49]). U praksi je površina leda gotovo uvijek onečišćena snijegom, vodom ili drugom nečistoćom i u [49] se pokazuje kako onečišćenje površine leda s ledenom prašinom ili vodom značajno utječe na smanjenje faktora trenja. Isti je učinak demonstriran u [54] za slučaj naizmjeničnih blokiranja kotača, što je opisano utjecajem čestica leda koje ostaju zaglavljene u utorima gume prilikom svakog kočenja. Pored toga se u [53] pokazuje kako i tip leda ima značajan utjecaj na karakteristike trenja na ledu. Ovo je potkrijepljeno precizno snimljenim podacima statičkih karakteristika klizanja autogume na ledu u strogo kontroliranim laboratorijskim uvjetima korištenjem specijalnog ispitnog uređaja za gume. Tip leda je klasificiran prema obliku kristala leda, koji se mijenja

s brzinom stvaranja leda. S povećanjem brzine stvaranja leda smanjuje se veličina kristala. Faktor trenja je veći za manje kristale leda, tj. za led koji se stvorio vrlo brzo. Pokazano je kako pri istoj temperaturi maksimum statičke karakteristike gume za dva tipa leda, kojima je omjer vremena stvaranja leda 20, razlikuju za 100%, točnije 0.2 nasuprot 0.4. Nedavno su objavljeni rezultati mjerenja karakteristika trenja gume u realnim uvjetima na zaleđenom jezeru, koji su provedeni u okviru Europskog VERTEC projekta [56]. Dani rezultati ukazuju na velike varijacije faktora trenja s promjenom stanja površine (slaba ponovljivost u vremenu) i promjene atmosferskih uvjeta.

Matematičko modeliranje faktora trenja autogume na ledu razmatra se u ([57],[58]). Modeliranje se temelji na opisivanju termodinamičkih pojava (opisivanje procesa otapanja leda) i hidrodinamičkih pojava (određivanje debljine vodenog filma i opisivanje procesa viskoznog trenja) u tarnom sloju. Pritom se kao ulazni parametri koriste brzina klizanja, normalna sila, termodinamička svojstva leda i materijala koji po njemu kliže, temperatura leda, faktor trenja između leda i materijala u području graničnog podmazivanja (vidi odjeljak 2.1.5), koji je određen mikroskopskim stanjem kontaktne površine, te kod gume njezinim viskoelastičnim karakteristikama. Uobičajeno se razmatra stacionarni slučaj klizanja. Rezultati su kvalitativno dobri, ali kvantitativno u određenoj mjeri odstupaju od rezultata mjerenja.

Zanimljivo je napomenuti kako se provode istraživanja s ciljem kontrole procesa trenja između gume i leda putem dva mehanizma: a) kontrola sile adhezije između leda i gume putem promjene elektromagnetskog polja u kontaktu [59] i b) kontrola procesa otapanja i smrzavanja graničnog sloja leda putem električnih grijača ugrađenih u tijelu gume [60]. Ove patentirane ideje predstavljaju nastavak dugogodišnjih istraživanja autora na odleđivanju i proučavanju leda općenito ([61],[62]). U patentima se daju obećavajući eksperimentalni rezultati za slučaj klizanja određenog materijala po ledu. Rezultati za slučaj realne autogume do sada nisu objavljeni.

Kako se može zaključiti temeljem gore navedenog pregleda literature, trenje između autogume i leda razmatra se u stacionarnim uvjetima brzine klizanja. S druge strane, za slučaj kontakta čelik/čelik postoji dosta publiciranih rezultata koji analiziraju dinamičke

učinke trenja odvajanja za razne vremenske promjene primijenjene sile i vremena kontakta prije početka primjene sile ([3],[63]-[65]). Eksperimentalni rezultati pokazuju kako se trenje odvajanja para čelik/čelik smanjuje s povećanjem nagiba rampe primijenjene sile, odnosno povećava s povećanjem vremena kontakta. Utjecaj primijenjene sile objašnjen je preko vremena kontakta, jer su pri sporoj vremenskoj promjeni primijenjene sile površine duže u kontaktu prije samog odvajanja i obrnuto. Sam utjecaj vremena kontakta objašnjava se jačanjem kontakta zbog smanjivanja uljnog filma u kontaktu. Za razliku od čelika, kod autogume se pokazalo obrnuto vezano uz vremensku promjenu primijenjene sile [37], tj. s povećanjem nagiba rampe sila trenja odvajanja se povećava. Prema tome, evidentno je da su mehanizmi trenja odvajanja očito različiti za čelik-čelik i guma-led. Jedan od razloga može biti i specifična kinematika kotrljanja gume povezana s određenim učincima trenja.

1.2.3 Uljna lamelna spojka

Kako je prije navedeno uljne lamelne spojke imaju široku primjenu u vozilima i neizostavni su element sustava automatskih mjenjača ([30]-[32]), sustava pogona na sve kotače ([33],[34]), aktivnih diferencijala ([35]-[42]) i automatskih mjenjača s dvostrukom uljnom spojkom (engl. *Dual Clutch Transmission, DCT*) ([43],[44]). Za svako područje primjene karakteristični su različiti radni parametri (brzina klizanja, moment i normalna sila), tipovi ulja i materijali tarnih obloga (najčešće obloge na bazi papira u automatskim mjenjačima, te sinterirana bronca ili karbonska vlakna u ostalim primjenama). Uljne spojke u automatskim mjenjačima i u mjenjačima s dvostrukom spojkom imaju funkciju regulacije brzine klizanja prilikom izmjena stupnjeva prijenosa, pri čemu moraju osigurati željeni odziv uz minimalne trzaje i oscilacije pogona. Za to je vrlo važan način upravljanja spojkama koji se optimira na osnovu matematičkih modela dinamike mjenjača i spojki.

Literatura dobro pokriva problem **modeliranja dinamičkog odziva momenta spojke** tijekom ukapčanja kod automatskih mjenjača ([66]-[71]), koji se mogu izravno upotrijebiti za određivanje statičke karakteristike faktora trenja klizanja [67]. Osnovni učinci koji karakteriziraju odziv momenta jesu viskozno i kontaktno trenje, koje je određeno kao trenje u uvjetima graničnog podmazivanja. Brzina klizanja se pri ukapčanju spojke smanjuje s velikih relativnih brzina na nulu. U početku procesa spojka je potpuno otvorena što znači da

ne postoji mehanički kontakt lamela. Stoga u procesu ukapčanja spojka prolazi kroz sve karakteristične faze trenja: potpuno podmazivanje (viskozno trenje), mješovito podmazivanje (viskozno trenje + kontaktno trenje) i granično podmazivanje (engl. *boundary lubrication*, čisto kontaktno trenje) (vidi odjeljak 2.1.5). Modeliranje odziva momenta spojke uključuje modeliranje procesa istiskivanja ulja primjenom Reynoldsove jednadžbe i jednadžbe ravnoteže sila u aksijalnom smjeru, procesa deformacije kontaktnih asperita tarne obloge (čelična lamela se uzima kao idealno glatka) i procesa zagrijavanja spojke. Modeliranje aktuatorskog mehanizma spojke, koji je kod automatskih mjenjača gotovo uvijek hidraulički cilindar, ne uzima se u obzir, uz iznimku radova ([69],[71]). Nadalje, u [66] se koristi Reynoldsova jednadžba za strujanje između glatkih ploha, dok se u ([67]-[71]) koristi modificirani oblik jednadžbe koji je proširen s koeficijentima strujanja za slučaj hrapavih površina (tzv. Partir and Cheng faktorima [72],[73]). Tlak fluida u kontaktu izračunava se izravno iz jednadžbe ravnoteže sila u aksijalnom smjeru spojke, tj. primjenjene sile spojke (normalna sile), sile deformacije kontaktnih asperita i rezultantne sile tlaka fluida na površinu lamele spojke. Sila deformacije kontaktnih asperita računa se pojednostavljenim modelom elastičnih i potpuno deformabilnih piramidalnih elemenata pravilno raspoređenih po površini tarne obloge [66] ili primjenom Greenwood-Williamson modela za deformaciju hrapavih površina ([67]-[71]), koji uzima normalnu razdiobu prostorne raspodjele visine hrapavosti po površini obloge. Temperatura spojke se određuje modelom toplinske dinamike spojke i koristi se za skaliranje viskoznosti ulja u modelu istiskivanja ulja i viskoznog trenja ([66],[71]). U [71] se koriste prethodno dobiveni vremenski odzivi temperature dobiveni primjenom složenog dvo-dimenzionalnog modela riješenog metodom konačnih diferencija [74]. U ([66],[71]) se koristi jednostavni nul-dimenzionalni model, koji služi za procjenu srednje vrijednosti temperature spojke. Opisanim postupkom dobivaju se vrijednosti debljine uljnog filma i kontaktnog tlaka, koji se izravno koriste za izračunavanje momenta viskoznog odnosno kontaktnog trenja. Faktor kontaktnog trenja uzima se kao konstantana vrijednost u [67] ili samo kao funkcija relativne brzine u ostalim navedenim radovima iako je općenito funkcija temperature, normalne sile, tipa ulja i trošenja [71]. Karakteristika faktora kontaktnog trenja određuje se eksperimentalno u uvjetima graničnog podmazivanja primijenom tribološkog uređaj sa skaliranim uzorkom na disku (engl. *pin-on-disk*) ili standardiziranog SAE#2 ispitnog

uređaja. Pokazuje se kako se primjenom *pin-on-disk* uređaja općenito dobiva bolji uvid u ponašanje karakteristike trenja [75]. Rezultati razvijenih simulacijskih modela ([67]-[71]) primijenjeni su za razne analize utjecaja radnih parametara, a u ([68],[71]) rezultati su dodatno provjereni u odnosu na eksperimentalne rezultate ukapčanja spojke snimljene na SAE#2 uređaju. Rezultati validacije u [68] odnose se na utjecaj zaglađivanja hrapavosti tarne obloge tijekom procesa uhodavanja, pri čemu se može uočiti vrlo dobra točnost modela. Rezultati validacije u [71] pokazuju vrlo dobru točnost modela za dva karakteristična slučaja uključivanja u odnosu na primijenjenu silu i razne početne temperature spojke.

Statička karakteristika faktora kinetičkog trenja (faktor trenja u funkciji relativne brzine), koja se može odrediti teorijski [67] ili eksperimentalno na npr. SAE#2 uređaju [76] vrlo je važna za stabilnost rada spojke. Osnovni uvjet za stabilan rad spojke je postojanje pozitivnog gradijenta karakteristike trenja (faktor trenja raste s porastom relativne brzine) u cijelom radnom području relativnih brzina spojke. Karakteristika karakterizirana smanjenjem faktora trenja s porastom brzine dovodi do nestabilnosti karakteriziranima oscilacijama momenta i brzine klizanja spojke (engl. *shudder effect*) ([32],[77],[78]). Pored temperature i normalne sile spojke ([75],[79]), na ovu karakteristiku značajno utječu i tip i starost ulja ([79],[80]), poroznost tarne obloge [81] te oblik utora i stupanj istrošenosti tarnih obloga [82]. Iz navedene literature slijedi zaključak kako povećana poroznost i aksijalna krutost materijala tarnih obloga, te otvorena struktura utora djeluju povoljnije na karakteristiku trenja, jer sprječavaju stvaranje hidrodinamičkog sloja ulja.

Za razliku od uklopnog načina primjene u automatskim mjenjačima, **uljne spojke u aktivnim diferencijalima i sustavima pogona na sve kotače** imaju ulogu raspodijele pogonskog momenta, te se stoga regulacija tih spojki odnosi na trajnu regulaciju momenta putem odgovarajućeg aktuatorskog sustava. Uljne spojke u ovim primjenama rade u uvjetima niskih brzina klizanja odnosno graničnog podmazivanja [34]. Stoga je za potrebe modeliranja i regulacije važno imati precizno snimljenu karakteristiku faktora trenja, koja bi trebala imati pozitivan gradijent u cijelom radnom području spojke. Zbog rada u uvjetima graničnog proklizavanja informacija o debljini uljnog filma nije potrebna, te stoga dinamika

istiskivanja uljnog filma nije važna za procjenu momenta spojke. Ona međutim može potencijalno biti relevantna za modeliranje aktuatorskog mehanizma, jer istiskivanje ulja predstavlja otpor aktuatorskom mehanizmu.

Raspoloživa literatura vrlo slabo pokriva uljne spojke za primjene u diferencijalima i pogonima na sve kotače. U [34] je dana detaljna karakterizacija triboloških učinaka uljne spojke za primjenu u Haldex pogonima na sve kotače. Razmatrana spojka ima obloge od sinterirane bronce i hidraulički aktuator. Za potrebe ispitivanja razvijen je odgovarajući ispitni uređaj razmatrane spojke. U okviru istog istraživanja analizirana je opravdanost korištenja jednostavnih i jeftinih metoda karakterizacije trenja korištenjem tribometarskog uređaja tipa *"pin-on-disk"* [83]. Pokazano je kako ovakav pristup daje rezultate koji vrlo dobro koreliraju podacima snimljenim na samoj komponenti spojke. Osnovni zaključak cijelog istraživanja je kako temperatura spojke ima dominantan utjecaj na moment spojke, zbog čega je za potrebe regulacije momenta pored precizno snimljenih karakteristika trenja potrebno imati odgovarajući termodinamički model za potrebe procjene temperature.

U radu spojke oslobađa se znatna toplina uslijed trenja (engl. *frictional heat*), koja se jednim dijelom odvodi konvekcijom u ulje, a drugim djelom kondukcijom kroz elemente spojke u kućište diferencijala te dalje konvekcijom u ulje. Općenito je **termodinamika spojke** vrlo kompleksan vremenski promjenjiv i prostorno raspodijeljen problem. Problem se opisuje poznatim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama toplinske dinamike uz odgovarajuće rubne uvjete za 3D ili 2D slučaj. Jednadžbe se rješavaju primjenom relativno spore metode konačnih elemenata za 3D slučaj [84], 2D slučaj [85], 2D slučaj uzimajući u obzir hrapavost kontaktne površine [86], te metode konačnih diferencija za 2D slučaj ([74],[87]). Ovaj pristup daje dobar uvid u raspodjelu temperature u cijeloj spojci i može se primijeniti za optimiranje dizajna komponenti spojki i odabira materijala. Takav pristup, međutim, nije pogodan za procjenu temperature u realnom vremenu (*on-line* procjena) zbog kompleksnosti i visokih zahtjeva na računalnu memoriju. Za *on-line* procjenu zahtijevaju se jednostavni koncentrirani modeli, koji se mogu jednostavno parametrirati, te pritom imati zadovoljavajuću točnost. Modeli ovog tipa temelje se na prvom glavnom stavku termodinamike primijenjenom na komponente spojke, koji se uzimaju kao koncentrirane

toplinske mase. Kompleksnost odnosno broj parametara ovisi o broju mehanizama odvođenja topline koji se uzimaju u obzir. U [88] je predložen pristup modeliranju koji uzima u obzir samo kondukciju u materijalu čelične obloge i kućište spojke (zanemaruje se odvođenje topline u ulje) i pogodan je za slučaj ukapčanja spojki automatskih mjenjača ili spojki za pokretanje vozila, koji vrlo kratko traju. Model za uljne spojke za pokretanje vozila u mjenjačima s kontinuiranim varijablinim prijenosom (CVT) ili mjenjačima s dvostrukom spojkom (DCT) predložen je u [78]. Ovaj model uzima koncentriranu masu čelične lamele spojke od koje se toplina odvodi konvenkcijom u ulje koje se prisilno dovodi u spojku iz hladnjaka ulja sa određenom početnom temperaturom. U radu su dani koeficijenti prijelaza topline za razne vrijednosti protoka ulja i tipove tarnih obloga spojki. Vrijednosti koeficijenta projelaza topline kreću se u rasponu od 1500 do 8000 W/m^2K. Pritom je površina kojom se odvodi toplina jednaka površini utora lamela. U [39] je dan model razvijen za uljnu spojku aktivnog diferencijala. Ovaj model uzima da se 15% topline razvijene trenjem izravno odvodi u ulje, a ostali dio topline zagrijava čeličnu lamelu i dalje mehanizmom kondukcije odvodi u ulje, pri čemu se uzima konstantna vrijednost koeficijenta prijelaza topline kondukcijom. U [89] je predložen linearni toplinski model suhe spojke za pokretanje vozila, koji uzima nekoliko koncentriranih masa sustava (čelična obloga, tarna obloga, kućište) i mehanizme prijenosa topline između njih i okoline putem konstantnih koeficijenata prijelaza topline. Navedena istraživanja vezana uz uljne spojke automatskih mjenjača i pogona na sve kotače odnose se na materijal obloga na bazi papira (dobar izolator) odnosno sinteriranu broncu (slab izolator). Ne daju se rezultate za slučaj obloga na bazi karbonskih vlakana, koje se nalaze na poluaktivnom diferencijalu koji se razmatra u okviru ovog rada, a koji je općenito vrlo slab izolator.

Nadalje, kako je već gore navedeno u literaturi se gotovo uopće ne razmatra **modeliranje aktuatorskog mehanizma spojke**, koji može isto tako značajno utjecati na dinamiku aktiviranja. Pretpostavlja se kako je razlog tomu što se u automatskim mjenjačima a i aktivnim diferencijalima, još uvijek većinom koriste hidraulički aktuatori [39]. Kod ovakvih aktuatora odziv je vrlo brz i izravan zbog malih masa, relativno malih hodova i zanemarivog trenja mehanizma. Drugi načini upravljanja spojkom modernih aktivnih diferencijala i sustava pogona na sve kotače su putem elektromagnetskog aktuatora [90],

elektromehaničkog aktuatora s električnim istosmjernim ([38],[91],[92]) ili izmjeničnim motorom [40] ili aktuatorskim sustavima koji povezuju prednosti elektromehaničkog i hidrauličkog sustava [98]. Pored aktuatorskih sustava uljnih spojki, elektromehanički aktuatori se propulzivno uvode u sustave skretanja [93], sustave kočenja ([94],[95]) i spojke općenito ([96],[97]). Osnovni problem ovakvi aktuatori su kinematički puno složeniji od hidrauličkih i elektromagnetskih aktuatora, jer zahtijevaju pretvorbu rotacijskog gibanja u translacijsko, te kao takvi predstavljaju razmjerno složen mehatronički sustav. Stoga je dobro poznavanje njihove dinamike i postojanje vjernih matematičkih modela važno za potrebe optimiranja dinamičkih karakteristika i razvoja odgovarajućih regulacijskih sustava.

Budući da trenutno u serijski proizvedenim vozilima nema mogućnosti za financijski isplativim načinom mjerenja momenta spojki, **upravljanje momentom spojki** se provodi posredno putem upravljanja normalnom silom spojke uz dodatne adaptacije s obzirom na promjenu faktora trenja u odnosu na mjerenu brzinu klizanja, procjenjenu temperaturu spojke primjenom dinamičkog toplinskog modela i procjenu stupnja trošenja (npr. [90]). Vezano uz vrijeme odziva općenito se zahtjeva brzi odziv unutar 100 ms [98]. Najpogodniji aktuatorski sustav za ovu namjenu predstavlja hidraulički aktuator, jer je tlak koji gotovo izravno djeluje na normalnu silu spojke moguće jednostavno izravno mjeriti i na taj način implementirati upravljanje spojkom temeljenog na sustavu regulacije tlaka ([39],[98]). Međutim, zbog visoke cijene izrade, slabije modularnosti i složene integracije u druge slične sustave, sve veći broj proizvođača primijenjuje gore navedene elektromagnetske i elektromehaničke aktuatore [39]. Elektromagnetski aktuatorski sustav sličan je hidrauličkom u pogledu izravne veze između struje napajanja i normalne sile, ali je jeftiniji zbog primjene električne energije za pokretanje. Njegov osnovni nedostatak u odnosu na hidrauliku je promjenjivost parametara sustava tijekom rada zbog zagrijavanja i starenja što je potrebno kompenzirati dodatnim adaptacijama [90]. Nedostatak u odnosu na elektromehanički sustav je slabija modularnost. Kod elektromehaničkih sustava, upravljanje normalnom silom vrši se putem upravljanja strujom motora [38]. Jedan od potencijalnih problema pri implementaciji ovakvog načina upravljanja jest eventualna prisutnost značajne mehaničke histerezne ovisnosti momenta spojke i napona motora uzrokovane trenjem u elektromehaničkom aktuatorskom sustavu [38]. Kao moguće rješenje ovog problema u [38] se navodi primjena

metode kompenzacije učinaka trenja zasnovane na tzv. dither oscilacijskom signalu dodanom na upravljački signal napona istosmjernog motora. U [40] se za slučaj sličnog aktuatora navodi kako se koristi povratna veza po poziciji aktuatora, ali bez detalja oko motivacije, implementacije i eventualnih prednosti i nedostataka u odnosu na konvencionalna rješenja zasnovana na upravljanju u otvorenom krugu. Primjena povratne veze po poziciji motora navodi se i u [98] bez iznošenja detalja o implementaciji, no navodi se potencijalni problem ovakve implementacije vezano uz točnost upravljanja uzrokovanog trošenjem lamela i aktuatorskog mehanizma. Prema [98], trenutna komercijalna rješenja elektromehaničkih i elektromagnetskih sustava ne posjeduju zadovoljavajuću točnost, koja se zahtjeva od proizvođača vozila za potrebe integracije u sustave dinamike vozila. Kao rješenje predlažu novi sustav koji predstavlja fuziju elektromehaničkog i hidrauličkog sustava, gdje električni motor preko zupčaničkog sklopa i navojnog vretena potiskuje hidraulički cilindar, koji je hidraulički povezan s drugim hidrauličkim cilindrom potisne ploče spojke. Upravljanje spojkom izvedeno je u kaskadnoj strukturi. Unutarnja petlja predstavlja regulaciju pozicije motora npr. PID regulatorom, a vanjska petlja predstavlja regulaciju normalne sile putem povratne veze mjerenog tlaka u cilindru. Ovo rješenje rješava problem regulacije normalne sile spojke, ali je mehanički značajno složenije od elektromehaničkog sustava. Stoga je istraživanje mogućnosti poboljšanja upravljanja momentom elektromehaničkih sustava, koje se provodi u ovom radu, potencijalno važno sa stanovišta razvoja novih proizvoda.

1.3 Hipoteza

Ciljevi ovog istraživanja jesu: a) eksperimentalnim putem istražiti fizikalnu podlogu učinka dinamičkog potencijala trenja gume na ledenoj podlozi, razviti odgovarajući fizikalni matematički model, te na temelju stečenih saznanja pokušati poboljšati karakteristike regulacijskog sustava vuče vozila i b) postaviti vjeran upravljanju-orijentiran fizikalni matematički model uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala uključujući elektromehanički aktuator, te istražiti mogućnost unaprjeđenja regulacije spojke primjenom regulacije položaja motora aktuatora.

Temeljna hipoteza ovog rada je da se dinamičko vladanje elemenata pogona vozila s izraženim učincima trenja (konkretno, guma na ledenoj podlozi i uljna spojka s elektromehaničkim aktuatorom) može precizno opisati fizikalno utemeljenim i eksperimentalno identificiranim matematičkim modelima i dobivena saznanja primijeniti na unaprjeđenje kvalitete regulacije ovih elemenata.

1.4 Pregled rada

Modeliranje, identifikacija, eksperimentalna provjera i regulacija dva karakteristična elementa pogona vozila s izraženim učincima trenja opisani su u deset poglavlja, uključujući uvod i zaključak. U nastavku se sažeto opisuju pojedini dijelovi rada.

Drugo poglavlje: *Modeliranje trenja*. Daje se opis svih relevantnih statičkih i dinamičkih učinaka trenja i temeljnih postupaka njihovog matematičkog modeliranja. Također, opisuju se postupci modeliranja procesa trenja između autogume i podloge, te se daje detaljan prikaz LuGre modela za uzdužno gibanje autogume, u oblicima s raspodijeljenim i koncentriranim parametrima.

Treće poglavlje: *Eksperimentalni postavi*. Daje se opis eksperimentalnih postava, koji su razvijeni i korišteni u ovom radu za potrebe identifikacije dinamičkog ponašanja autogume i uljne spojke, te provjeru predloženih matematičkih modela i regulatora. Eksperimentalni postavi uključuju ispitno električno vozilo s izravnim pogonom putem električnog servo-motora ugrađenog u kotač, ispitni sustav aktivnog diferencijala i eksperimentalni postav uljne lamelne spojke.

Četvrto poglavlje: *Identifikacija i analiza dinamičkog potencijala trenja autogume*. Prikazuju se rezultati eksperimentalne identifikacije i analize dinamičkog ponašanja trenja između autogume i ledene podloge, koji su provedeni s ciljem davanja fizikalnog objašnjenja učinka dinamičkog potencijala trenja autogume. Analizira se utjecaj svih relevantnih radnih parametara poput nagiba funkcije linearnog porasta (rampe) primijenjenog momenta kotača, brzine vozila, početne uzdužne sile gume i vremena mirovanja gume, i to za slučajeve početnog stanja mirovanja i kotrljanja gume. Analiza

uključuje i utjecaje uvjeta okoline (temperatura i relativna vlažnost) i tipa podloge (hrapavi/uglačani led i snijeg). Temeljem provedenih eksperimentalnih analize, postavlja se hipoteza fizikalnog objašnjenja dinamičkog potencijala trenja autogume na ledenoj podlozi, koja se zasniva na vezi između dinamičkog potencijala trenja i vremena mirovanja elemenata nagazne površine autogume (vlakana) u kontaktnoj plohi.

Peto poglavlje: *Modeliranje dinamičkog potencijala trenja autogume*. Postavlja se matematički model uzdužne dinamike autogume koji opisuje dinamički potencijal trenja. Model se temelji na LuGre modelu trenja autogume, koji se proširuje dinamičkim modelom vremena mirovanja vlakana i odgovarajućom ovisnosti faktora statičkog trenja o vremenu mirovanja. Točnost predloženog modela potvrđuje se eksperimentalnom provjerom s obzirom na podatke snimljene na električnom vozilu u širokom opsegu radnih uvjeta i parametara.

Šesto poglavlje: *Regulacija vuče vozila temeljena na dinamičkom potencijalu trenja autogume*. Predlaže se koncept primjene učinka dinamičkog potencijala trenja autogume u svrhu unaprjeđenja sustava regulacije vuče vozila. Koncept se odnosi na koordinirano upravljanje vožnje na uzbrdici prekrivenoj ledom u slučaju kada su otpori vožnje veći od maksimuma statičke karakteristike autogume. Prvo se prikazuje postupak sinteze tradicionalnog sustava regulacije vuče i daju rezultati njegove eksperimentalne provjere za slučaj izravnog pogona vozila putem električnog servo-motora. Zatim se tradicionalni sustav regulacije proširuje koordiniranim upravljanjem vožnje i zaustavljanja vozila s ciljem pobuđivanja dinamičkog potencijala trenja i svladavanja poleđene uzbrdice. Na kraju se daje analiza utjecaja radnih parametara na kvalitetu sustava regulacije vuče, koji uključuju nagib rampe primijenjene sile, vrijeme mirovanja gume, sile otpora vožnje i brzinu vozila.

Sedmo poglavlje: *Modeliranje uljne lamelne spojke*. Postavlja se matematički model sustava elektromehanički aktuirane uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala. Model se postavlja za potrebe analize dinamičkog ponašanja sustava i razvoja odgovarajućeg koncepta regulacije spojke. Model uzima u obzir sve relevantne mehaničke, električke, hidrodinamičke i termodinamičke učinke u aktuatorskom podsustavu i podsustavu za razvijanje momenta spojke. Jednadžbe modela izvode se primjenom postupka veznih

dijagrama. Analizira se odabir modela trenja za pojedine elemente. Predlažu se pragmatična rješenja s ciljem ostvarivanja računalne (simulacijske) učinkovitosti modela i jednostavnosti identifikacije njegovih parametara.

Osmo poglavlje: *Identifikacija parametara i provjera modela uljne lamelne spojke*. Prikazuju se postupci i rezultati eksperimentalne identifikacije parametara postavljenog fizikalnog modela uljne lamelne spojke. Točnost modela potvrđuje se rezultatima eksperimentalne provjere za razne karakteristične režime rada spojke. Daje se i podrobna analiza i fizikalno objašnjenje dinamičkih odziva spojke.

Deveto poglavlje: *Regulacija uljne lamelne spojke*. Predlaže se koncept upravljanja momentom spojke, koji se temelji na regulaciji pozicije istosmjernog motora aktuatora. Koncept je motiviran rezultatima analize iz osmog poglavlja, koji pokazuju kako postoji jednoznačan odnos između normalne sile spojke i pozicije motora aktuatora. Prikazuje se analitički postupak sinteze regulacijskog kruga položaja motora, temeljen na optimumu dvostrukog odnosa. Podrobno se opisuje predloženi nadređeni sustav upravljanja momentom spojke, te algoritam njegovog samopodešenja. Kvaliteta upravljanja momentom spojke ilustrira se eksperimentalnim odzivima u raznim radnim uvjetima. Također, analiziraju se dinamički odzivi sustava regulacije i utjecaj radnih parametara (temperatura, brzina klizanja i referentni moment spojke).

2 Modeliranje trenja

Trenje je pojava koja se manifestira kao sila otpora koja se suprotstavlja relativnom gibanju dvije plohe u kontaktu. Fizikalna podloga sile otpora može se opisati kao rezultat različitih mehanizama, koji uključuju elastičnu i plastičnu deformaciju hrapavih površina u kontaktu, teoriju valova i dinamiku fluida [3]. Ovi mehanizmi ovise o geometriji i topologiji (stanju hrapavosti) kontaktne površine, karakteristikama materijala tijela i površine, relativnom pomaku i relativnoj brzini između ploha i postojanju maziva. U ovom se poglavlju daje opis svih relevantnih učinaka trenja i temeljnih postupaka njihovog matematičkog modeliranja.

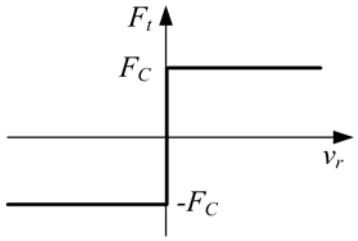
2.1 Učinci trenja

Učinci trenja se općenito dijele na statičke i dinamičke učinke. Statički učinci trenja odnose se na slučaj stacionarnih uvjeta radnih parametara. Dinamički ili memorijski učinci su s druge strane svi oni koji su vezani uz vremensku promjenu parametara. U nastavku se daje opis svih relevantnih učinaka trenja ([1]-[5], [9],[18]).

2.1.1 Coulombovo trenje

Coulombovo trenje je neovisno o kontaktnoj površini, proporcionalno je normalnom opterećenju (tj. normalnoj sili), ima konstantan iznos neovisan o veličini brzine klizanja i predznak mu je ovisan o smjeru gibanja (slika 2-1).

Ova temeljna svojstva trenja bila su poznata već puno ranije Leonardu da Vinciu (1452.-1519.), čije je ideje 1699. godine neovisno otkrio Guilliame Amonton (1663.-1705.) po kojemu je poznat Amontonov paradoks: “trenje je proporcionalno normalnom opterećenju i neovisno o površini



Slika 2-1. Coulombovo trenje.

kontakta". Konačno je Charles Augustin de Coulomb (1736.-1806.) formalno postavio klasični model trenja po kome ovaj učinak danas nosi naziv.

Matematički se Coulombovo trenje može zapisati kao:

$$F_C = \mu_C F_n \, sgn(v_r) \ , \tag{2-1}$$

gdje je v_r relativna brzina kontakta, μ_C je faktor Coulombovog trenja i F_n normalna sila. Coulombovo trenje se isto tako naziva i kinetičko trenje, jer određuje trenje samo za slučaj gibanja.

Coulombovo trenje može se fizikalno opisati teorijom čvrstoće materijala, tj. silama elastične i plastične deformacije mikroskopskih vlakana koje ostvaruju kontakt između površina (adhezijska teorija) [3]. Svako vlakno nosi dio (f_{ni}) od ukupne normalne sile F_n. Pritom se uzima da je svako vlakno plastično deformirano kada nosi svoj dio normalne sile. Na osnovi toga se može izračunati da je veličina kontaktne površine pojedinog vlakna jednaka $A_i = f_{ni}/H$, gdje je H tvrdoća mekšeg materijala od dva tijela u kontaktu. Uzimajući da je tvrdoća materijala približno H=3σ_T (σ_T je vlačna granica tečenja), tada se ukupna površina kontakta može zapisati kao $A_u \geq F_n/(3\sigma_T)$. Površina A_u je ograničena minimalnom vrijednosti $A_{u.min} = F_n/(3\sigma_T)$, ali može biti i veća. Takav slučaj može se dogoditi ako je hrapavost površina izrazito mala. No, za hrapave metalne površine vrijedi da je površina upravo jednaka navedenoj vrijednosti $A_{u.min}$. Važno je napomenuti da se površina mijenja i pod djelovanjem tangencijalne sile, a isto tako i s prirastom puta klizanja. U određenim slučajevima može biti i do 3 puta veća od teorijske vrijednosti A_u. Kada se pojavi relativni pomak između površina u kontaktu, sila deformacije svakog pojedinog kontakta vlakana u tangencijalnom smjeru biti će jednaka sili elastične deformacije sve dok vrijednost naprezanja ne prijeđe granicu tečenja smicanja τ_T, kada će proces deformacije prijeći u plastično područje.

Za slučaj čistog klizanja sila otpora trenja može se izračunati kao $F_t = \tau_T A_u$ iz čega slijedi vrijednost faktora trenja $\mu_C = F_t/F_n = \tau_T/(3\sigma_T)$. Poznato je da je za većinu materijala granica tečenja smicanja približno jednaka polovini vlačne granice tečenja σ_T (τ_T=1/2σ_T). Prema

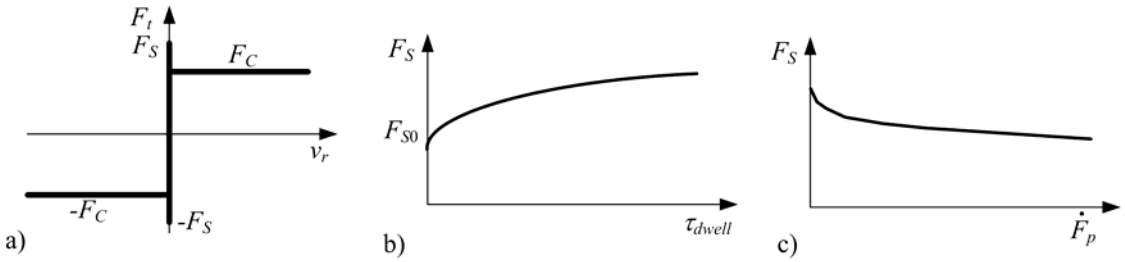
tome teorijski faktor trenja konačno iznosi $\mu_C = \tau_T/3\sigma_T = 1/6 = 0.1667$. Teorijska vrijednost faktora trenja nije funkcija normalne sile niti brzine klizanja i približno je jednaka za sve materijale. U stvarnosti, međutim, poznato je da se faktor trenja značajno razlikuje od ove vrijednosti. Jedan od razloga je što, kako je gore objašnjeno, površina kontakta može biti i do 3 puta veća. Drugi razlog je što izvedeni teorijski faktor trenja vrijedi za idealni slučaj kada su površine u kontaktu apsolutno čiste, što u stvarnosti nikada nije slučaj zbog postojanja barem sloja oksida na površini.

2.1.2 Statičko trenje

Statičko trenje je sila trenja tijela u mirovanju. Sila statičkog trenja F_S uz $F_S = \mu_S F_n$ (μ_S - faktor statičkog trenja) često je veća od kinetičkog trenja, tj. Coulombovog trenja F_C (slika 2-3a). Ideju statičkog trenja postavio je Arthur Jules Morin (1795.-1880.) temeljeno na nizu eksperimenata u razdoblju između 1831. i 1834. godine. U novije vrijeme je pokazano kako statičko trenje može biti funkcija vremena mirovanja i nagiba (rampe) linearnog porasta primijenjene tangencijalne sile ([3],[63]). Naime, pokazano je kako se u kontaktu čelik/čelik uz prisustvo maziva sila trenja povećava s povećanjem vremena mirovanja τ_{dwell} prije pokretanja (slika 2-3b), odnosno smanjuje s povećanjem nagiba rampe primijenjene sile dF_p/dt (slika 2-3c). Ovi učinci predstavljaju memorijske (dinamičke) učinke. Prvi učinak, vezan uz vrijeme mirovanja, djelomično se objašnjava na način da se s vremenom ostvaruje bolji kontakt između površina zbog istiskivanja maziva. Drugi učinak se objašnjava prvim; naime, što je vrijeme porasta primijenjene sile kraće (strmija rampa), vrijeme mirovanja za vrijeme primijenjene sile je manje i stoga rezultira smanjenim statičkim trenjem. Postoje određeni rezultati [64] koji pokazuju da vrijeme mirovanja nije jedini faktor koji utječe na navedene dinamičke učinke trenja, ali još nije dano potpuno objašnjenje.

Sila trenja F_t u mirovanju može se formalno zapisati kao funkcija brzine v_r, primijenjene tangencijalne sile F_p i sile statičkog trenja F_S kao [1]:

$$F_t(v_r = 0) = \begin{cases} F_p & \text{ako } |F_p| < F_S \\ F_S\, sgn(F_p) & \text{ako } |F_p| \geq F_S \end{cases} . \tag{2-2}$$



Slika 2-3. Ilustracija statičkog trenja (a), promjene statičkog trenja s vremenom mirovanja (b) i rampom primijenjene sile (c).

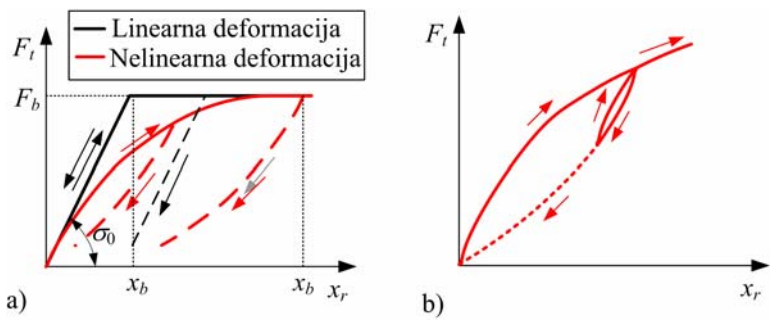
2.1.3 Deformacija tarnog sloja prije odvajanja

Kada na tijelo u mirovanju djeluje primijenjena tangencijalna sila dolazi do deformacije tarnog sloja, što rezultira relativnim pomakom tijela x_r (slika 2-2a). Ovaj učinak također spada u grupu dinamičkih učinaka trenja. Rezultat je elasto-plastične deformacije vlakana u kontaktu i vrlo je važan sa stanovišta regulacije ([1],[2],[99]).

U nekim definicijama, sila otpora koja se protivi sili koja djeluje na tijelo u fazi držanja ne smatra se silom trenja, jer nije posljedica klizanja i ne uzrokuje promjenu entropije, tj. nije disipativna [1]. Ona ovisi o geometriji vlakana, elastičnosti materijala i normalnoj sili. Za ovu silu se ponekad umjesto termina sila trenja koristi termin tangencijalna sila. Tangencijalna sila F_t definirana je kao:

$$F_t = -\sigma_0 x_r \ , \tag{2-3}$$

gdje je σ_0 tangencijalna krutost kontakta. Ovo vrijedi ako postoji samo elastična deformacija



Slika 2-2. Ilustracija deformacije tarnog sloja prije odvajanja a) i lokalnog memorijskog učinka b).

vlakana što rezultira nepostojanjem histereze. No, eksperimentalni rezultati upućuju na postojanje nelinearne histerezne karakteristike koja upućuje na postojanje plastične deformacije (slika 2-2). Naime, kod deformacije kontakta, vlakna se deformiraju u početku elastično, a nakon toga prelaze u plastično područje nakon čega slijedi pucanje veze i prijelaz u kinetički režim trenja. Zbog stohastičke prirode pojave trenja pucanje veza se ne ostvaruje u isto vrijeme. Važna karakteristika koja je primijećena u eksperimentima je kako se nakon rasterećenja tijelo vraća u početni položaj, dakle ne postoji trajni pomak [16]. Ovaj učinak se naziva lokalni memorijski učinak (vidi sliku 2-2b).

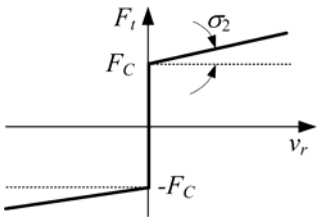
Tangencijalna sila u trenutku odvajanja naziva se sila odvajanja i označava kao F_b. Deformacija u trenutku odvajanja x_b za npr. par čelik/čelik iznosi 2-5 μm. Zanimljivo je kako se x_b ne mijenja s promjenom normalne sile, što se može objasniti činjenicom da se tangencijalna krutost mijenja s promjenom normalne sile [1]. Povećanje normalne sile rezultira većom silom odvajanja ($F_b = F_S = \mu F_n$) i stoga povećanjem tangencijalne krutosti:

$$\sigma_0 = F_b / x_b \ . \tag{2-4}$$

Slično ponašanje primijećeno je za slučaj trenja kotrljanja aksijalnih kugličnih ležaja [10].

2.1.4 Viskozno trenje

Viskozno trenje javlja se u slučaju kada se između kontaktnih površina nalazi sloj maziva. Kod relativnog gibanja površina ostvaruje se profil gibanja čestica maziva po visini sloja na način da se čestice maziva gibaju u paralelnim slojevima. Relativno gibanje pojedinih slojeva rezultira silom otpora, koja ovisi o viskoznosti maziva i gradijentu brzine strujanja po visini uljnog sloja. Gradijent brzine strujanja ovisi o relativnoj brzini klizanja površina, debljini sloja maziva i hrapavosti površina. Apsolutni iznos viskoznog trenja ovisi o veličini površine. Ovaj učinak je prvi opisao M. Osborne Reynolds (1842.-1912.) jednadžbama hidrodinamike koje se odnose na slučaj idealnih glatkih površina. U slučaju



Slika 2-4. Ilustracija viskoznog trenja.

kada se radi o realnim nekonformnim površinama, u što se mogu uključiti i hrapave površine, problem se rješava elastohidrodinamičkim jednadžbama. Viskozno trenje je od velike važnosti kod modeliranja trenja kliznih ležaja i uljnih spojki. Sila viskoznog trenja najčešće se matematički zapisuje kao linearna funkcija brzine klizanja [1] (slika 2-4)

$$F_t = \sigma_2 v_r \ . \tag{2-5}$$

Primjenjuju se i drugi zapisi u slučaju nelinarne ovisnosti o brzini (slučaj kod hrapavih površina) [1]:

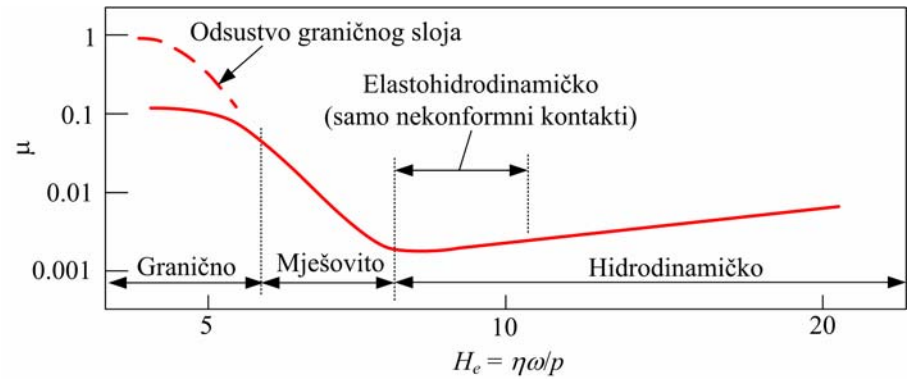
$$F_t = \sigma_2 \, | v_r |^{\delta_v} \ sgn(v_r) \ , \tag{2-6}$$

gdje je δ_v koeficijent koji ovisi o geometriji površine.

Opisano viskozno trenje vrijedi za slučaj malih tlakova u kontaktu. Pri velikim brzinama klizanja i velikim tlakovima sloj maziva se pretvara u amorfnu krutinu zbog djelovanja visokog tlaka. Posmična naprezanja ove krutine nezavisna su o brzini smicanja [2].

2.1.5 Stribeckov učinak

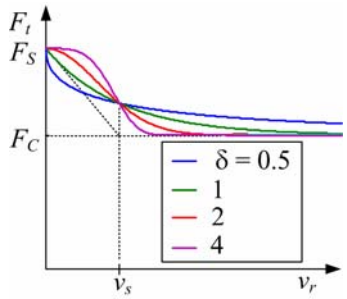
Stribeck (1902.) je proveo detaljno istraživanje trenja u kliznim ležajima, koji se izravno preslikavaju i na proces trenja u uljnim spojkama. Rezultat istraživanja je poznata Stribeckova krivulja (slika 2-5) koja daje ovisnost faktora trenja u stacionarnim uvjetima u funkciji bezdimenzionalnog faktora $H_e = \eta\omega/p$ (poznat kao Hersey-ev broj; gdje je ω brzina



Slika 2-5. Stribeckova krivulja [100].

vrtnje [s^{-1}], η je dinamička viskoznost [Pas] i p je kontaktni tlak [Pa]) [100]. S povećanjem faktora H_e raste debljina uljnog sloja. Pri malim vrijednostima faktora H_e faktor trenja je velik zbog postojanja mehaničkog dodira asperita (kontaktno trenje). Ovo je područje graničnog podmazivanja (engl. *boundary lubrication*), gdje trenje ovisi o fizikalnim i kemijskim karakteristikama tankog graničnog sloja (1 do 10 nm) i materijala kliznog para i nije funkcija viskoznosti maziva. U odsustvu graničnog sloja faktor trenja ide do izrazito velikih vrijednosti (μ = 1). Povećanjem faktora H_e, npr. povećanjem brzine klizanja uz konstantni kontaktni tlak, počinje se u kontaktnoj površini lokalno stvarati hidrodinamičko podmazivanje te faktor trenja uslijed toga opada. Ovo područje se naziva područje mješovitog podmazivanja. S daljnjim povećanjem faktora H_e ostvaruje se uljni sloj po cijeloj površini kada faktor trenja postiže minimalnu vrijednost. Tu počinje područje hidrodinamičkog i elastohidrodinamičkog (EHL; vrijedi samo kod deformabilnih tijela kao npr. ležaji) podmazivanja. U ovom području faktor trenja se povećava s porastom faktora H_e kao posljedica viskoznog trenja.

Učinak karakteriziran postupnim prijelazom sa statičkog na viskozno trenje naziva se Stribeckov učinak. Iako je ovaj učinak karakterističan za mokro klizanje, često se slično vladanje može vidjeti i kod suhog klizanja, gdje se ostvaruje postupni prijelaz sa statičkog na Coulombovo trenje (slika 2-6). Razlog tomu je što idealni slučaj suhog klizanja u prirodi praktički ne postoji zbog uvijek prisutne kontaminacije (oksidni sloj i sl.), koja djeluje kao mazivo. Ovaj učinak ključan je za opisivanje vrlo važne pojave karakterizirane naizmjeničnim klizanjem i zaustavljanjem (ili samo usporavanjem) tijekom klizanja tijela po površini (tzv. stick-slip efekt) i objašnjava mnoge pojave iz svakodnevice kao što su škripanje kod otvaranja i zatvaranja vrata, povlačenja krede po ploči ili kočenja automobila. U praksi je ova pojava vrlo nepoželjna zbog stvaranja mehaničkih vibracija i buke.



Slika 2-6. Ilustracija Stribeckovog učinka i generalizirane opisne funkcije.

U modelima trenja se Stribeckov učinak proširen Coulombovim trenjem matematički opisuje sljedećom funkcijom potencijala trenja koja ne uzima u obzir viskozno trenje ([1], [13]):

$$g(v_r) = F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r / v_s|^{\delta}} \quad , \tag{2-7}$$

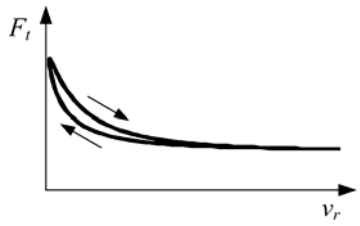
gdje je v_s Stribeckova brzina i δ Stribeckov eksponent, koji se određuju najčešće eksperimentalno za određeni tarni kontakt. Utjecaj parametara modela na oblik karakteristike $g(v_r)$ ilustriran je na slici 2-6.

2.1.6 Učinak kašnjenja odziva trenja

Kod periodičke promjene brzine klizanja v_r u Stribeckovom području, sila trenja pokazuje histereznu pojavu (slika 2-7). Širina histereze se povećava s porastom normalne sile, viskoznosti maziva i frekvencije promjene relativne brzine [1]. Ovaj učinak se opisuje postojanjem konstantnog vremena kašnjenja između promjene relativne brzine i sile trenja i stoga predstavlja dinamički učinak trenja.

2.1.7 Trenje kotrljanja

Trenje kotrljanja odnosi se na otpore koji nastaju kod npr. kotrljajućih ležaja i autoguma. Ove komponente se navode za primjer, jer su relevantne za navedeno istraživanje. Fizikalna podloga trenja kotrljanja kod dva navedena objekta se dosta razlikuje. Naime u oba slučaja općenito se može reći da su otpori kotrljanja rezultat viskoelastične deformacije kotrljajućih elemenata i podloge[1], te trenja klizanja u samoj kontaktnoj površini. Kod valjnih ležaja, dominantni udio u ukupnim otporima dolazi od trenja klizanja u kontaktnoj površini, zbog čega je vrlo važno osigurati podmazivanje ležaja ([1],[101]). Kod autoguma, međutim, otpori kotrljanja najvećim dijelom dolaze od



Slika 2-7. Ilustracija učinka kašnjenja.

[1] Elastična deformacija kod kotrljajućih ležaja opisuje se Hertzovim jednadžbama.

viskoelastične deformacije materijala u nagaznoj površini (cca. 75% ukupnih otpora zbog viskoelastične deformacije tijela gume), a manjim dijelom trenja u kontaktnoj površini (2-10%) [52][2]. Zbog toga se otpori kotrljanja autogume zanemarivo razlikuju za slučajeve vožnje na ledu i asfaltu.

Moment otpor trenja kotrljajućih ležaja računa se kao suma otpora momenta kotrljanja neopterećenog ležaja M_0 i momenta u funkciji opterećenja M_l [101]:

$$M_t = M_0 + M_l = f_0 \cdot 10^{-7} (\nu \cdot n)^{2/3} T^3 + \mu_1 f_1 \frac{T}{2} F \ , \tag{2-8}$$

gdje je f_0 je faktor konstrukcije ležaja i načina podmazivanja, ν [mm^2/s] je kinematska viskoznost maziva, n [min^{-1}] je brzina rotacije ležaja, μ_1 je faktor trenja koji ovisi o tipu ležaja i opterećenju, F [N] je ukupna sila normalnog opterećenja ležaja, T [mm] je srednji promjer ležaja i f_1 je faktor smjera opterećenja. Faktor trenja μ_1 kod kugličnih ležaja ovisi o sili ležaja zbog deformacije kotrljajućih elemenata i definiran je elastohidrodinamičkim trenjem. Računa se prema izrazu $(F/C_0)^s$, gdje je C_0 statička moć nošenja ležaja, tj. opterećenje koje rezultira maksimalnom dozvoljenom plastičnom deformacijom kotrljajućih elemenata ležaja od 0.01% i mijenja se u širokom rasponu ovisno o konstrukciji ležaja, a faktor s iznosi 1/2 za ležaje s malim i 1/3 za ležaje s visokim trenjem kotrljanja (npr. radijalni ležaji) [101]. Za valjne ležaje faktor trenja μ_1 je konstantan. Okvirna vrijednost faktora trenja μ_1 za radijalne kuglične ležaje iznosi $0.0020 \cdot (F/C_0)^{1/2}$, za aksijalne kuglične ležaje $0.0015 \cdot (F/C_0)^{1/3}$, za igličaste aksijalne ležaje 0.0035 i za igličaste radijalne ležaje 0.0005. Moment trenja opisan izrazom (2-8) predstavlja potencijal trenja kotrljanja kotrljajućih ležaja. Dinamika ovog trenja u fazi držanja ima nelinearnu histereznu karakteristiku (vidi sliku 2-2, [9],[10]) i vrlo se precizno može opisati Dahlovim dinamičkim modelom trenja (poglavlje 2.2.2.1).

Trenje kotrljanja autogume izražava se kao sila trenja kotrljanja i računa se kao umnožak faktora otpora kotrljanja f i normalne sile gume F_n [52]

[2] Otpori kotrljanja kod autogume mogu se smanjiti smanjivanjem prigušenja materijala nagazne površine, ali se na taj način smanjuje potencijal trenja posebno na mokroj podlozi.

$$F_r = f \cdot F_n = \left(0.0136 \ + \ 0.40^{-7} v^2\right) F_n \ , \tag{2-9}$$

gdje je v [km/h] brzina centra kotača. Navedeni izraz za računanje faktora otpora kotrljanja f približna je vrijednost za radijalne automobilske gume.

2.2 Modeliranje trenja

Ciljevi matematičkog modeliranja trenja jesu primjena u računalnim simulacijama mehaničkih sustava, te procjena i kompenzacija učinaka trenja u području regulacije. Osnovni zahtjevi na modele su sljedeći: a) trebaju biti što jednostavniji zbog potrebe za njihovom implementacijom u realnom vremenu, b) trebaju biti dovoljno složeni kako bi mogli opisati sve relevantne učinke i c) broj parametara modela treba biti što manji i parametri se moraju moći jednostavno odrediti. Modeli se općenito dijele na statičke i dinamičke modele. Statički modeli temelje se na statičkoj vezi između sile trenja i brzine klizanja i stoga ne opisuju učinke trenja u fazi držanja. Ovi modeli su za mnoge primjene dovoljni. U slučajevima kada su memorijski učinci trenja važni, kao npr. kod preciznog pozicioniranja servo-mehanizama, potrebno je koristiti dinamičke modele [1]. U nastavku se daje pregled relevantnih matematičkih modela trenja. Također, zasebno se daje matematički model trenja autogume, koji predstavlja složeniji oblik prostorno distribuiranog modela trenja i relevantan je za dano istraživanje.

2.2.1 Statički modeli

Statički model trenja funkcija opisuje samo statičke učinke: Coulombovo trenje, Stribeckov učinak, viskozno trenje i trenje mirovanja (vidi poglavlje 2.1).

2.2.1.1 Klasični model

Klasični model trenja polazi od sljedećeg matematičkog zapisa (usporedi (2-2) i sliku 2-8a) [2]:

$$F_t = \begin{cases} F_t(v_r) & \text{za} \quad v_r \neq 0 \\ F_p & \text{za } v_r = 0 \text{ i } |F_p| \leq F_S \\ F_S\, sgn(F_p) & \text{inače} \end{cases} , \tag{2-10}$$

gdje je $F_t(v_r)$ funkcija potencijala trenja klizanja (tj. kinetičkog trenja), koja u općenitom obliku (usporedi (2-7) i (2-5)) ima slijedeći zapis:

$$F_t(v_r) = \left[F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r / v_s|^{\delta}} + \sigma_2 |v_r|\right] sgn(v_r) \ . \tag{2-11}$$

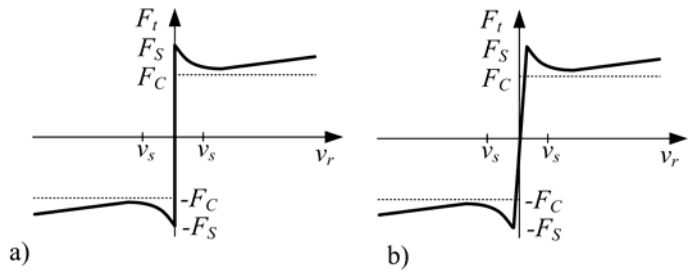
Ovaj model ima nedostatak diskontinuiranosti oko brzine jednake nuli, što rezultira dugim vremenima simulacije ili numeričkim nestabilnostima. Ovaj problem se djelomično može riješiti uvođenjem strme linearne karakteristike oko brzine jednake nuli kako je prikazano na slici 2-8b ([1],[8]). No, na ovaj se način gubi točan opis trenja u i oko faze mirovanja.

2.2.1.2 Karnoppov model

Karnoppov model predstavlja učinkovito rješenje osnovnog problema klasičnog modela (vidi odjeljak 2.2.1.1), te zapravo predstavlja praktičnu implementaciju matematičkog zapisa (2-10) [7]. Karnoppov model ima određen interval nulte brzine *DV* kako je ilustrirano na slici 2-9. Sila trenja se definira kao:

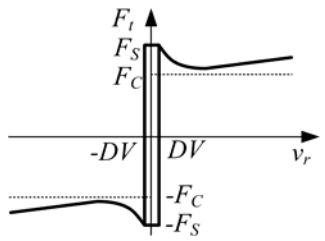
$$F_t = \begin{cases} sat(F_p, F_S\, sgn(F_p)) & \text{za } |v_r| \leq DV \\ F_t(v_r) & \text{za } |v_r| > DV \end{cases} , \tag{2-12}$$

gdje je $F_t(v_r)$ karakteristika trenja klizanja i određena je izrazom (2-11), a *sat* je funkcija zasićenja (usporedi (2-10) i (2-12)). Nedostatak ovog modela je što je izravno povezan s



Slika 2-8. Izvorni (a) i modificirani (b) klasični model trenja.

ostalim elementima modela mehaničkog sustava preko primijenjene sile F_p, koju treba računati za dani sustav. To komplicira sveukupni model za sustave s više međusobno ovisnih elemenata s trenjem, poput spojki planetarnog automatskog mjenjača [8].



Slika 2-9. Karnoppov model trenja.

2.2.2 Dinamički modeli

Dinamički modeli su razvijeni s ciljem opisivanja dinamičkih učinaka (vidi potpoglavlje 2.1). U ovom odjeljku se daje opis nekoliko najznačajnijih dinamičkih modela.

2.2.2.1 Dahlov model

Dahlov model [9] bio je prvi pokušaj modeliranja dinamike trenja u fazi držanja (odjeljak 2.1.3). Model je razvijen s ciljem točnog opisivanja eksperimentalno snimljene karakteristike između deformacije i naprezanja u fazi držanja za aksijalni kuglični ležaj.

Polazna osnova ovog modela je karakteristika deformacije kakva je poznata u teoriji čvrstoće (vidi nelinearnu karakteristiku na slici 2-2). Originalni Dahlov model temelji se na diferencijalnoj jednadžbi deformacije tarnog sloja, koja je dana sljedećim izrazom:

$$\frac{dF_t}{dx_r} = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_t}{F_C} sgn(v_r) \right)^i , \tag{2-13}$$

gdje je i parametar koji određuje oblik karakteristike. Najčešće se koristi $i = 1$, djelom zbog jednostavnosti implementacije modela, a dijelom zbog dobrog podudaranja s eksperimentalnim podacima. Veće vrijednosti daju karakteristiku s oštrijim prijelazom. Jako velike vrijednosti daju karakteristiku sličnu linearnoj (vidi sliku 2-2). Model je funkcija relativnog pomaka u fazi držanja x_r i predznaka relativne brzine v_r.

Primjenom pravila lančaih derivacija, model (2-13) je moguće transformirati u vremensku domenu:

$$\frac{dF_t}{dt} = \frac{dF_t}{dx_r}\frac{dx_r}{dt} = \frac{dF_t}{dx_r}v_r = \sigma_0\left(1 - \frac{F_t}{F_C}sgn(v_r)\right)^i v_r \ . \tag{2-14}$$

Uvođenjem varijable $F_t = \sigma_0 z$, model se može zapisati kao

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= v_r - \frac{z}{F_C}|v_r| \\ F_t &= \sigma_0 z \end{aligned} \ . \tag{2-15}$$

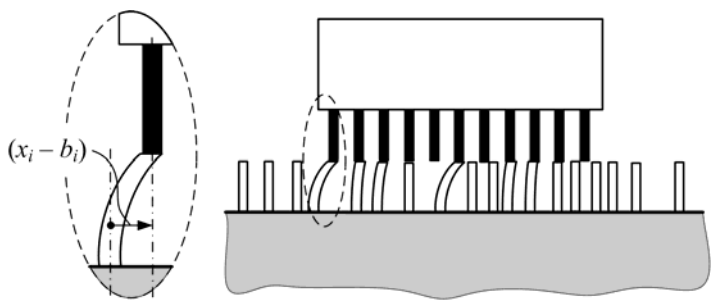
Model predstavlja generalizaciju Coulombovog trenja. Model ne opisuje Stribeckov učinak, te stoga ne može opisati tzv. stick-slip gibanje. Uzimanjem u obzir dinamike trenja u fazi držanja automatski se rješava problem jednoznačnog opisa statičkog trenja (potpoglavlje 2.2.1.1)

2.2.2.2 Vlaknasti model

Vlaknasti model razvijen je s ciljem opisivanja učinaka trenja vezanih uz kontakte vlakana na mikroskopskoj razini [11]. Zbog nesavršenosti ploha u prirodi, broj i položaj kontakata razmatra se stohastički. Svaka točka kontakta uzima se kao elastično vlakno (slika 2-10). Relativnim pomicanjem površina vlakno se elastično deformira i na taj način pridonosi ukupnoj sili trenja. Ukupna sila definira se kao

$$F_t = \sum_{i=1}^{N} \sigma_0 (x_i - b_i) \ , \tag{2-16}$$

gdje je N broj vlakana, σ_0 je tangencijalna krutost vlakana, x_i je relativna pozicija vlakna i b_i



Slika 2-10. Ilustracija vlaknastog modela trenja.

je pozicija ostvarivanja veze (kontakta). Kada $|x_i\text{-}b_i|$ postane jednako $\delta_s = F_S/\sigma_0$ veza puca i stvara se nova veza na novome mjestu.

Složenost modela raste s brojem vlakana N. Dobri rezultati su dobiveni sa 20-25 vlakana, ali i već s jednim vlaknom rezultati su kvalitativno dobri. Važna karakteristika ovog modela je opisivanje stohastičke prirode pojave trenja. S druge strane ovaj model je računalno neučinkovit zbog složenosti. Također, postoji mogućnost pojave oscilacija u fazi držanja zbog nepostojanja prigušenja vlakana.

2.2.2.3 Reset-Integrator model

Reset-Integrator model predstavlja pojednostavljenje vlaknastog modela s ciljem poboljšanja računalne učinkovitosti [11]. Ovaj model ima samo jednu (usrednjenu) varijablu stanja za računanje sile u fazi držanja. Pored toga, za razliku od vlaknastog modela, gdje se u slučaju odvajanja primjenjuje prekid veze i ostvarivanje nove, kod Reset-Inegrator modela se u tom slučaju uvodi zaustavljanje (držanje) tangencijalne deformacije vlakna. Deformacija vlakna z predstavlja varijablu stanja modela i određeno je izrazom

$$\frac{dz}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{ako}\left(v_r > 0 \text{ i } z \geq z_0\right) \text{ ili } \left(v_r < 0 \text{ i } z \leq -z_0\right) \\ v_r, & \text{inače} \end{cases}, \tag{2-17}$$

gdje z_0 maksimalna deformacija vlakna (slično kao x_b u odjeljku 2.1.3). Ukupna sila trenja dana je kao

$$F_t = \left[1 + a(z)\right]\sigma_0(v_r)z + \sigma_1 \frac{dz}{dt}, \tag{2-18}$$

gdje je σ_1 faktor prigušenja. Učinak statičkog trenja opisuje se uvođenjem funkcije $a(z)$ koja je dana sljedećim izrazom

$$a(z) = \begin{cases} a & \text{ako } |z| \leq z_0 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}. \tag{2-19}$$

Za $|z| \leq z_0$ sila trenja je funkcija varijable z, a vrijednost statičkog trenja se određuje koeficijentom $a = (F_S\text{-}F_C)/F_C$. Kada varijabla z dosegne maksimalnu vrijednost z_0, ona se zasićuje ($z = \pm z_0$), a sila trenja naglo opada s F_S na F_C jer a postaje jednak nuli. U području klizanja sila trenja je funkcija "varijable" krutosti $\sigma_0(v_r)$, koja posredno opisuje funkciju $g(v_r) = \sigma_0(v_r)z_0$. Ovaj model karakterizira elastična deformacija u fazi držanja $dz/dt = v_r$ opisana pravcem na slici 2-2, što je za mnoge primjene u praksi dovoljno. Nedostatak modela je postojanje diskontinuiteta pri prijelazu iz faze držanja u fazu klizanja. Također, za razliku od kompaktnog Dahlovog modela, reset-integrator model uključuje diskretnu ako-onda logiku.

2.2.2.4 Bliman-Sorine model

Bliman i Sorine razvili su familiju dinamičkih modela trenja temeljem rezultata eksperimentalnih istraživanja Rabinowicza [12]. Cilj je bio uvođenje učinka statičkog trenja i Stribeckovog učinka. Bliman-Sorine model trenja je definiran kao sustav linearnih diferencijalnih jednadžbi opisan u prostoru stanja u prostornoj varijabli s (umjesto u vremenskoj varijabli t)

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{x}_s}{ds} &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_s + \boldsymbol{B}v_s \\ F_t &= \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_s \end{aligned} , \tag{2-20}$$

gdje je v_s predznak relativne brzine $v_s = sgn|v_r|$ i $\boldsymbol{x}_s$ vektor varijabli stanja deformacije vlakana. Prostorna varijabla s određena je izrazom

$$s = \int_0^t |v_r(\tau)|\, d\tau \ , \tag{2-21}$$

i ima značenje apsolutne linearne tangencijalne deformacije. Ovisno o izboru reda sustava mijenja se kompleksnost modela. Model prvog reda određen je matricama

$$\boldsymbol{A} = -1/\varepsilon_f, \quad \boldsymbol{B} = f_1/\varepsilon_f, \quad i \quad \boldsymbol{C} = 1 \tag{2-22}$$

i može se zapisati kao

$$\frac{dF_t}{dt} = \frac{dF_t}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dF_t}{ds} \mid v_r \mid = \frac{f_1}{\varepsilon_f}\left(1 - sgn(v_r)\frac{F_t}{f_1}\right)v_r \ , \tag{2-23}$$

što je identično Dahlovom modelu (2-14) sa $f_1=F_C$, $\sigma_0=f_1/\varepsilon_f$ i i = 1. Kao što je objašnjeno u odjeljku 2.2.2.1, model prvog reda ne može opisati Stribeckov učinak. Ovo se, međutim, postiže modelom drugog reda, koji je određen matricama

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} &= \begin{bmatrix} -1/(\eta\varepsilon_f) & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon_f \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{B} &= \begin{bmatrix} f_1/(\eta\varepsilon_f) \\ -f_2/\varepsilon_f \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \ , \tag{2-24}$$

gdje f_1-f_2 predstavlja kinetičko trenje F_C koje se postiže za s→∞. Model opisan jednadžbama (2-20) i (2-24) može se promatrati kao paralelni spoj sporog i brzog Dahlovog modela. Sila trenja sporog modela oduzima se od sile trenja brzog modela, što rezultira nadvišenjem pri prijelazu sa statičkog na kinetičko trenje kao opisom Stribeckovog učinka:

$$\begin{aligned} \frac{dF_{t1}}{dt} &= \frac{f_1}{\eta\varepsilon_f}\left(1 - sgn(v_r)\frac{F_{t1}}{f_1}\right)v_r \ - \text{brzi model} \\ \frac{dF_{t2}}{dt} &= \frac{f_2}{\varepsilon_f}\left(1 - sgn(v_r)\frac{F_{t2}}{f_2}\right)v_r \ - \text{spori model} \ . \\ F_t(t) &= F_{t1}(t) - F_{t2}(t) \end{aligned} \tag{2-25}$$

Nedostatak ovog modela je što je Stribeckov učinak prisutan (emuliran) samo prilikom odvajanja, a ne i tijekom zaustavljanja.

2.2.2.5 LuGre model

LuGre model predstavlja svojevrsno proširenje Dahlovog modela Stribeckovim učinkom [13]. Model se temelji na varijabli stanja deformacije vlakna z, koje predstavlja usrednjenu veličinu deformacije kontaktnog sloja. Interpretacija varijable stanja deformacije je slična kao kod reset-integrator modela (odjeljak 2.2.2.3). Poboljšanje je u tome da LuGre model opisuje točniju nelinearnu (plastičnu) karakteristiku deformacije u fazi držanja (vidi sl. 2-2).

Varijabla stanja deformacije određena je izrazom (usporedi Dahlov model (2-15)):

$$\frac{dz}{dt} = v_r\left(1 - \frac{\sigma_0 z}{g(v_r)} sgn(v_r)\right) , \tag{2-26}$$

gdje je σ_0 tangencijalna krutost vlakna u području promjene predznaka brzine (oko brzine nula), a $g(v_r)$ je funkcija potencijala trenja koja uključuje Coulombov i Stribeckov učinak (usporedi izraz (2-7)):

$$g(v_r) = F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r / v_s|^{\delta}} . \tag{2-27}$$

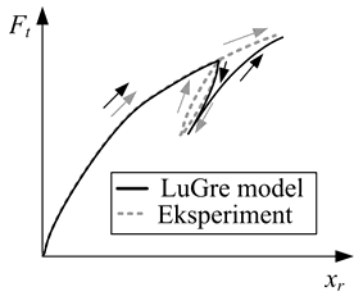
Sila trenja određuje se prema izrazu

$$F_t = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v_r , \tag{2-28}$$

gdje je σ_1 faktor prigušenja mikroskopskog kontakta trenja (slično kao kod Reset-Integrator modela; potpoglavlje 2.2.2.3) i σ_2 faktor viskoznog trenja (potpoglavlje 2.1.4).

LuGre model opisuje sva tri temeljna dinamička učinka trenja opisana u odjeljcima 2.1.2 - 2.1.6. Ovaj model je široko prihvaćen u području regulacije i upravljanja, jer se može lagano eksperimentalno identificirati i pogodan je za kompenzaciju učinaka trenja. Isto tako pokazao se kao vrlo koristan za potrebe modeliranja trenja autogume [102].

No pored navedenih prednosti LuGre model ima i određene nedostatke koji se odnose na netočan opis dinamike trenja u fazi držanja. Naime, histerezna karakteristika deformacije u području držanja, koju opisuje LuGre model, nije vezana uz poziciju (engl. *nonlocal memory effect*) [16] (slika 2-11). Zbog toga se u slučaju kada se primijenjena sila mijenja oscilatorno u fazi držanja može primijetiti kako se pozicija polagano



Slika 2-11. Ilustracija greške procesa deformacije u fazi držanja LuGre modela trenja.

povećava (puzanje pozicije) što nema fizikalnu podlogu [15]. Rješenje ovog problema predstavljeno je modifikacijama osnovnog modela u obliku elasto-plastičnog modela [15], Lueven modela [16] i poopćenog Maxwell-slip modela [17].

2.2.2.6 Elasto-plastični model

Elasto-plastični model predstavlja empirijsko proširenje LuGre modela trenja uvođenjem dodatne funkcije $\alpha(z, v_r)$ u jednadžbu stanja kako slijedi [15]:

$$\frac{dz}{dt} = v_r\left(1 - \alpha(z, v_r)\, sgn(v_r)\frac{\sigma_0 z}{g(v_r)}\right)^i . \tag{2-29}$$

Funkcija α je definirana sljedećim izrazom

$$\alpha(z, v_r) = \begin{cases} 0 & |z| < z_{ba} \\ \frac{1}{2} sin\left(\pi \frac{z - (z_{max} + z_{ba})}{z_{max} - z_{ba}}\right) & z_{ba} < |z| < z_{max} \\ 1 & |z| \geq z_{max} \end{cases} , \tag{2-30}$$

gdje z_{ba} i z_{max} definiraju područje deformacije vlakna u kojemu će se sustav ponašati karakteriziran elastičnom ($z < z_{ba}$) ili plastičnom deformacijom ($z > z_{max}$), pri čemu se u potonjem slučaju dobiva klasični LuGre model. U području $z_{ba} < |z| < z_{max}$ sinusna funkcija ima ulogu ostvarivanja kontinuiranog prijelaza između ova dva područja. Ovaj model osigurava nepostojanje puzanja pozicije u području držanja kada se primijenjena sila periodički mijenja, ali ne opisuje eksperimentalno dobivenu histereznu pojavu s lokalnom memorijom (sužena histereza na slici 2-11).

2.2.2.7 Lueven model

Lueven model je razvijen s ciljem točnog opisivanja histerezne karakteristike u području držanja, koja je ilustrirana na slici 2-11 [16]. Ovaj je model definiran sljedećim izrazima:

$$\frac{dz}{dt} = v_r\left(1 - sgn\left(\frac{F_d(z)}{g(v_r) - F_b}\right)\left|\frac{F_d(z)}{g(v_r) - F_b}\right|^i\right) , \tag{2-31}$$

$$F_h(z) = F_b + F_d(z) \ , \tag{2-32}$$

$$F_t = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v_r \ , \tag{2-33}$$

gdje je $F_h(z)$ sila koja definira histereznu silu. Histerezna sila F_h određena je silom u trenutku promjene predznaka brzine F_b i silom promjene u određenom trenutku $F_d(z)$.

Ovaj model točno opisuje histereznu pojavu deformacije u fazi držanja, ali je relativno složen za praktičnu implementaciju zbog logike koja se odnosi na pamćenje sile F_b (osjetljivo na oscilacije signala) i složenog parametriranja što se ponajprije odnosi na traženje analitičkog izraza za silu $F_d(z)$.

2.2.2.8 Poopćeni Maxwell-slip model

Poopćeni Maxwell-slip model razvijen je s ciljem rješavanja problema Lueven modela, koji se odnose na problem složene implementacije zbog korištenja analitičkog izraza za histereznu silu $F_d(z)$ [17]. Model se temelji na paralelnom spoju N modela trenja prvog reda tako da svi imaju jednaki ulazni parametar (poziciju) ali različite iznose parametara (krutost, prigušenje i sl.). Model je diskontinuiran u pogledu prijelaza iz držanja u klizanje. U fazi držanja vrijede jednadžbe stanja:

$$\frac{dz_i}{dt} = v_r \ . \tag{2-34}$$

Element se nalazi u fazi držanja sve dok je $z_i \leq g_i(v_r)$, gdje je $g_i(v_r)$ funkcija potencijala trenja za pojedini element. U fazi klizanja varijabla stanja računa se iz izraza

$$\frac{dz_i}{dt} = C_i \left(1 - \frac{z_i}{g_i(v_r)} \right) sgn(v_r) \ , \tag{2-35}$$

gdje je C_i pojačanje koje određuje brzinu konvergencije varijable stanja z_i na potencijal trenja g_i. Ukupna sila trenja izračunava se sumiranjem pojedinih udjela elemenata

$$F_t = \sum_{i=1}^{N} \left(\sigma_{0i} z_i + \sigma_{1i} \dot{z}_i \right) + f\left(v_r \right) , \tag{2-36}$$

gdje je σ_{0i} konstanta tangencijalne krutosti pojedinog elementa, σ_{1i} konstanta prigušenja (viskoelastični element) i $f(v_r)$ viskozno trenje. Ovaj model točno opisuje sve dinamičke učinke uključujući i histereznu karakteristiku u fazi držanja. Međutim, parametriranje je prilično složeno zbog postojanja određenog broja kompletnih modela trenja u kontaktu dviju ploha.

2.2.3 Diskusija o uzimanju promjenljive normalne sile u dinamičkim modelima trenja

Dinamički modeli trenja se općenito daju za slučaj konstantne normalne sile. Međutim, elementi s trenjem su često podvrgnuti promjenljivoj normalnoj sili kao što je to slučaj kod spojki i ležaja. Postoje dva načina uzimanja promjenljive normalne sile [102]: a) *g-skaliranje* odnosno skaliranje funkcije potencijala trenja $g(v_r)$ u jednadžbi stanja (izraz (2-26) za slučaj LuGre modela) s faktorom F_n/F_{n0}, gdje se parametri modela odnose na nominalnu normalnu silu F_{n0} i b) *f-skaliranje* odnosno skaliranje izlazne jednadžbe sile trenja (izraz (2-28) za LuGre model) s faktorom F_n/F_{n0}, što se odnosi na istovremeno skaliranje potencijala trenja $g(v_r)$ i krutosti tarnog kontakta σ_0 (uz pretpostavku $\sigma_{1,2} \approx 0$).

Prema [103] postupak *g-skaliranja* je prikladniji od postupka *f-skaliranja*. Za slučaj trenja aksijalnih kugličnih ležaja, rezultati eksperimentalnih mjerenja u [10], međutim, pokazuju kako je odzive moguće točno opisati jedino uzimajući postupak *f-skaliranj*a. Odabir postupka skaliranja općenito ovisi o tome da li se deformacija tarnog kontakta u trenutku odvajanja x_b mijenja s promjenom normalne sile. Ako se x_b ne mijenja s promjenom normalne sile (vidi odjeljak 2.1.3), tada je potrebno primijeniti postupak *f-skaliranja*. Može se primijetiti kako u ovom slučaju promjena normalne sile ne utječe na dinamičku promjenu sile trenja, već samo skalira izlaznu jednadžbu F_t. Da li promjena normalne sile stvarno ne utječe na dinamiku sile trenja, teško je reći, jer se u literaturi ne daju eksperimentalne analize.

U slučaju ako bi se x_b mijenjao s promjenom normalne sile, tada postupak *g-skaliranja* predstavlja prihvatljivije rješenje. Treba napomenuti kako u ovom slučaju promjena normalne sile utječe na dinamički odziv sile trenja, jer se skalira parametar u diferencijalnoj jednadžbi deformacije vlakna. Ovaj slučaj se npr. može dogoditi ako tarni kontakt uključuje elastičnost tijela na makroskopskoj razini. Prilikom promjene normalne sile dolazi do deformacije tijela i kao posljedica toga javlja se kašnjenje razvijanja sile trenja.

2.3 Model trenja između autogume i podloge za uzdužno gibanje

Dinamika sile koju autoguma prenosi na podlogu i na taj način omogućava pokretanje i gibanje vozila, određena je konstrukcijom i karakteristikama materijala tijela gume (bočne stranice, nagazna površina i sl.), karakteristikama podloge (hrapavost, krutost i sl.) i učincima trenja u kontaktu između nagazne plohe i podloge. Općenito kada se govori o pojmu sile autogume, govori se o sili trenja autogume.

Modeliranje sile trenja autogume predstavlja prostorno raspodijeljeni problem zbog prisutnog kotrljanja. Prilikom kotrljanja dijelovi nagazne površine autogume ulaze u i izlaze iz kontakta s podlogom. Za vrijeme dok se nalaze u kontaktnoj površini dolazi do njihove deformacije u uzdužnom i poprečnom smjeru što rezultira prijenosom uzdužnih i bočnih sila između gume i podloge. Ukupna sila gume (u nekom smjeru) jednaka je sumi sila svih dijelova nagazne površine koji se trenutno nalaze u kontaktu s cestom.

Općenito postoji pet glavnih pristupa (kategorija) modeliranja ovisno o području primjene modela trenja autogume (vidi [23],[24] i tamo dane reference). Osnovna razlika je u stupnju složenosti. *Prva kategorija* je najjednostavniji statički ″Magic″ formula model (poznat pod nazivom Pacejka model) [19], koji se temelji na regresijskim krivuljama statičkih karakteristika dobivenih eksperimentalnim mjerenjem uključujući i učinke vezane uz nesavršenosti gume (koničnost, engl. *conicity*; učinci vezani uz strukturu pletiva gume, engl. *ply-steer*; itd.). Ovaj model pokriva frekvencijsko područje dinamike gume do 3 Hz i najčešće se koristi u aplikacijama u realnom vremenu, projektiranju regulacijskih sustava i simulacijama dinamike vozila. Kod korištenja ovog modela u simulacijama dinamike vozila osnovni problemi nastaju u ekstremnim manevrima kada dolazi do velikih klizanja i

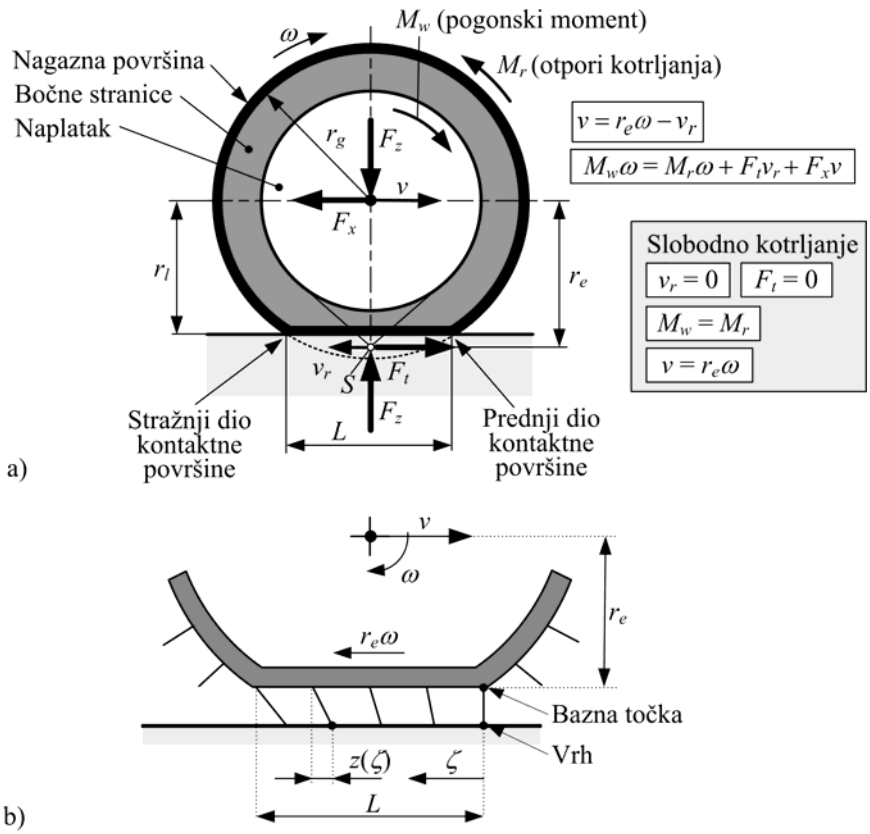
deformacija tijela gume [19]. U tim slučajevima se pokazuju primjereniji modeli iz *druge kategorije* kojoj pripadaju fizikalni dinamički modeli temeljeni na vlaknastoj strukturi kontakta između gume i ceste [19]. Dinamika tijela gume se kod ovih dinamičkih modela opisuje prstenima, koji se odnose na pojedine elemente gume (bočne stranice, vanjski obruč i nagazna površina) i koji su međusobno povezani koncentriranim opružnim i prigušnim elementima. Ovi modeli pokrivaju frekvencijsko područje do 80 Hz i namijenjeni su za potrebe modeliranja i analize dinamike vozila, no kako se navodi u [23] ovi modeli često u usporedbi s eksperimentalnim statičkim rezultatima daju lošije rezultate nego jednostavniji statički ″Magic″ formula model. Stoga su razvijeni pragmatični modeli koji pripadaju *trećoj kategoriji*. U odnosu na modele iz druge kategorije, kod ovih se modela dinamika sile trenja opisuje uvođenjem *relaxation-length* pristupa, koji predstavlja filtersko djelovanje u prostornoj koordinati, a statičke vrijednosti sile se dobivaju iz statičkog ″Magic″ formula modela. Za razliku od modela iz druge kategorije, ulaz u pragmatični model trenja gume predstavlja varijabla klizanja, a ne relativna brzina. Poznati komercijalni model koji predstavlja spoj druge i treće kategorije predstavlja SWIFT model (engl. *Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre Model, SWIFT*) [19], kod kojega se sile u fazi prijanjanja određuju iz vlaknastog modela prema drugom pristupu, a pri velikim klizanjima prema trećem pristupu s ciljem ostvarivanja bolje točnosti u stacionarnim uvjetima. *Četvrta kategorija* odnosi se na fizikalne modele, koji uključuju deformaciju tijela gume. Kod ovih modela tijelo gume se diskretizira elementima s koncentriranim masama ili štapnim elementima međusobno povezanim opružnim i prigušnim elementima (npr. FTire ili RMOND-K model). Ovi modeli pokrivaju frekvencijsko područje gume do 300 Hz i koriste se za potrebe tzv. NVH analiza (NVH = Noise Vibration and Harshness, hrv. buka vibracije i grubost) te simulacije izdržljivosti. Konačno tu su potpuni modeli strukture tijela gume temeljeni na metodi konačnih elemenata (*peta kategorija*). Ovi se modeli koriste za potrebe konstruiranja i optimiranja same strukture gume [52].

U nastavku se daje opis dinamičkog prostorno raspodijeljenog modela uzdužne sile trenja autogume temeljenog na vlaknastoj strukturi i LuGre modelu trenja za opis kontakta između vlakna i podloge. Razmatra se samo dinamika u uzdužnom smjeru, jer poprečna dinamika

nije važna za istraživanje koje je predmet ovog rada. Detaljni opis kompletnog modela dan je u [102].

2.3.1 Prostorno raspodijeljeni vlaknasti model

Slika 2-12 prikazuje kinematiku kotrljanja, definiciju osnovnih varijabli i strukturu vlaknastog modela gume za uzdužno gibanje. Tijelo gume sastoji se od bočnih stranica i nagazne površine (slika 2-12a). Geometriju gume karakteriziraju tri polumjera: geometrijski polumjer r_g, polumjer opterećene gume r_l i efektivni polumjer r_e, pri čemu općenito vrijedi $r_l < r_e < r_g$ ([19],[21]). Efektivni polumjer r_e predstavlja udaljenost između centra i pola rotacije kotača S. Ovaj se polumjer određuje eksperimentalno za slučaj slobodnog kotrljanja



Slika 2-12. Kinematika kotrljanja i definicija osnovnih varijabli gume a) i ilustracija vlaknastog modela gume b).

gume kada je pogonski moment M_w jednak momentima otpora kotrljanja M_r i sila trenja gume jednaka nuli $F_t = 0$ (vidi sliku 2-12a)[3]. Kako je u ovom slučaju sila trenja jednaka nuli, relativna brzina pola S isto tako iznosi nula $v_r = 0$, te se efektivni polumjer može zapisati kao $r_e = v/\omega$. Sila trenja gume F_t djeluje u točki S i funkcija je relativne brzine v_r. Sila F_z predstavlja normalnu silu gume. U nekim definicijama, otpori kotrljanja gume uzimaju se u obzir postavljem normalne sile F_z zamaknute u odnosu na centar kotača prema prednjem dijelu kontaktne površine, što istovremeno uzima u obzir nejednoliku raspodjelu kontaktnog tlaka u odnosu na središte kontaktne površine [52]. Kako su otpori kotrljanja primarno posljedica histereznih gubitaka nagazne površine (vidi odjeljak 2.1.7), otpore kotrljanja je fizikalnije uzeti na način kako je prikazano na slici 2-12a putem momenta M_r koji djeluje na obruč gume.

Kako je ilustrirano na slici 2-12b, kontakt između gume i podloge ostvaruje se nizom vlakana uzdužne krutosti σ_0 i zanemarive mase koji se nalaze u kontaktnoj površini duljine L. Bazna točka vlaka vezana je uz obruč gume, a vrh vlakna je u kontaktu s podlogom. Tijekom procesa rotacije gume, vlakna ulaze u kontaktnu površinu i putuju prema stražnjem dijelu kontaktne površine (brzinom jednakoj brzini centra kotača v) pri čemu se horizontalno deformiraju uslijed razlike brzine bazne točke i vrha, tj. brzine obruča $r_e\omega$ i centra kotača v. Deformacija pojedinog vlakna je određena varijablom $z(\zeta)$, pri čemu položaj vlakna u kontaktnoj površini određuje varijabla prostorne koordinate ζ. Zbog rotacije gume, prvo vlakno u kontaktnoj površini uvijek je nedeformirano.

Proces deformacije pojedinog vlakna na poziciji ζ može se zapisati kao

$$\frac{dz(\zeta,t)}{dt} = \Phi(v_r, z) \ , \tag{2-37}$$

[3] U nekim primjerima, efektivni polumjer se uzima općenito za sve radne uvjete gume (slobodno kotrljanje, prijenos vučnih i kočnih sila) [104]. Ovakav način definicije efektivnog polumjera nije pogodan za modeliranje trenja gume, jer se temelji na bilanci toka snage $M_w\omega = F_t r_e$, koja ne uzima eksplicitno gubitke uslijed otpora kotljanja i trenja u kontaktnoj površini ($M_r\omega + F_t v_r$, usporedi sliku 2-12a). Na taj su način gubici snage uslijed otpora kotrljanja i trenja u kontaktnoj površini sadržani u efektivnom polumjeru i zato se njegova vrijednost mijenja s promjenom sila gume. Ovakav način definicije efektivnog polumjera pogodan je za analize gubitaka snage u pogonskom sustavu vozila.

gdje je $\Phi(v_r, z)$ funkcija koja ovisi o modelu trenja koji se primjenjuje i ovisi o relativnoj brzini koja je definirana kao (vidi sliku 2-12b):

$$v_r = r_e\omega - v \ . \qquad (2\text{-}38).$$

Varijabla stanja deformacije vlakna z jest funkcija pozicije vlakna u kontaktnoj površini ζ i vremena t, odnosno $z = z(\zeta, t)$. Totalni diferencijal varijable z može se izraziti kao

$$dz(\zeta,t) = \frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial \zeta} d\zeta + \frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial t} dt \ . \qquad (2\text{-}39)$$

Zapisivanjem jednadžbe (2-39) u drugom obliku i uzimanjem $d\zeta/dt = r_e|\omega|$ prema definiciji vlaknastog modela (slika 2-12b) slijedi:

$$\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial t} = \frac{dz(\zeta,t)}{dt} - \frac{d\zeta}{dt}\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial \zeta} = \frac{dz(\zeta,t)}{dt} - r_e\,|\,\omega\,|\,\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial \zeta} \ . \qquad (2\text{-}40)$$

Uvrštavanje izraza (2-37) u (2-40) slijedi konačna parcijalna diferencijalna jednadžba procesa deformacije vlakana:

$$\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial t} = \Phi(v_r, z) - r_e|\omega|\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial \zeta} \ , \qquad (2\text{-}41)$$

Za potrebe praktične implementacije model (2-41) se diskretizira u prostoru određenim brojem vlakana N (slika 2-12b) i rješava numeričkim postupkom primjenom postupka konačnih diferencija. Diskretizirani oblik jednadžbe (2-41) glasi:

$$\dot{z}_i = \Phi(v_r, z) - r|\omega|\frac{N-1}{L}(z_i - z_{i-1}), \quad i = 2,\ldots,N, \quad z_1 = 0 \ , \qquad (2\text{-}42)$$

gdje je L duljina kontaktne površine i z_i deformacija i-tog vlakna. Dinamika deformacije i-tog vlakna može se prikazati u obliku blokovskog dijagrama kako je dano na slici 2-13. Crtkane linije odnose se na logiku zasićenja deformacije vlakna u slučaju da ju model trenja nema implicitno danu, što se detaljnije objašnjava u nastavku.

Kako je navedeno funkcija Φ ovisi o odabiru modela trenja koje se primjenjuje na pojedino vlakno. U slučaju **tradicionalnog vlaknastog modela**, koji podrazumijeva linearnu deformaciju vlakna u fazi držanja (usporedi reset-integrator model u potpoglavlju 2.2), za funkciju Φ vrijedi izraz:

$$\Phi(v_r, z) = v_r \tag{2-43}$$

Prijelaz iz držanja u klizanje ostvaruje se dodatnom funkcijom zasićenja na sljedeći način:

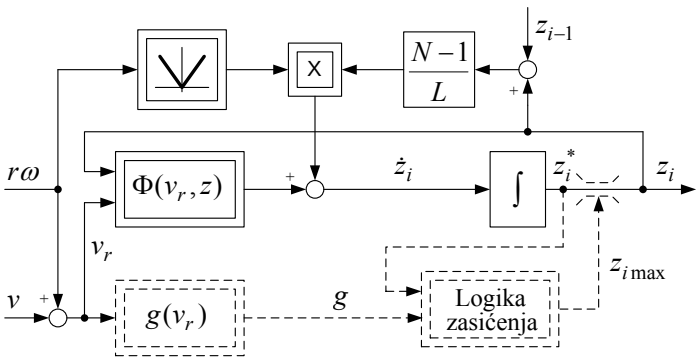
$$z_i = \begin{cases} z_i^*, \text{ za } |z_i^*| < z_{i\,max} \\ z_{i\,max}, \text{ za } |z_i^*| \geq z_{i\,max} \end{cases}, \tag{2-44}$$

$$z_{i,max} = \frac{g(v_r)}{\sigma_0} \ . \tag{2-45}$$

U slučaju **LuGre modela** trenja, funkcija $\Phi(v_r,z)$ je određena izrazom (vidi potpoglavlje 2.2.2.5):

$$\Phi(v_r, z) = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} z \ . \tag{2-46}$$

Funkcija $\Phi(v_r, z)$ LuGre modela sadrži član koji ovisi o trenutnoj vrijednosti deformacije ($\sigma_0 |v_r| / g(v_r)\, z$). Ovaj član doprinosi histereznoj deformaciji tarnog sloja u fazi držanja, ali



Slika 2-13. Blokovski dijagram generaliziranog modela dinamike kontakta vlakna i podloge.

istovremeno predstavlja unutarnju povratnu vezu koja ostvaruje zasićenje varijable deformacije z, te ne zahtijeva uvođenje dodatne funkcije zasićenja kao kod vlaknastog modela trenja (crtkane linije na slici 2-13). Primjenom LuGre modela trenja dobiva se s matematičkog gledišta kompaktno i elegantno rješenje, jer nema potrebe za uvođenjem logike prekapčanja iz faze držanja u fazu klizanja i obrnuto, koja uvodi diskontinuiranost u model. Praktična prednost ovoga je mogućnost izvođenja analitičkih izraza za statičke karakteristike gume (odjeljak 2.3.2) i razvijanje koncentriranog dinamičkog modela trenja gume temeljenog na jednoj usrednjenoj varijabli deformacije (potpoglavlje 2.3.3).

Nadalje, sila po jedinici duljine koju pojedino vlakno na poziciji ζ prenosi na podlogu, dana je kao

$$\varphi(\zeta,t)=\hat{p}(\zeta)\frac{1}{L}\left[\sigma_0 z(\zeta,t)+\sigma_1\frac{\partial z(\zeta,t)}{\partial t}+\sigma_2 v_r\right], \tag{2-47}$$

gdje je σ_0 konstanta uzdužne krutosti vlakna, σ_1 je konstanta prigušenja, σ_2 je koeficijent viskoznog trenja i $\hat{p}(\zeta)$ je normirana razdioba tlaka u kontaktu u uzdužnom smjeru:

$$\hat{p}(\zeta)=\frac{p(\zeta)}{\overline{p}(\zeta)}=\frac{LW}{F_z}p(\zeta), \tag{2-48}$$

gdje je W širina kontaktne površine. Vezano uz raspodjelu tlaka u kontaktnoj površini, opravdano je koristiti jednoliku raspodjelu ($\hat{p}(\zeta)=1$) umjesto vjernije nejednolike raspodjele u slučaju kada se razmatraju sile gume (uzdužne i bočne) [102]. Odabir raspodjele tlaka utječe značajno samo na točnost momenta poravnanja gume [102]. Zbog toga se u ovom radu pretpostavlja jednolika raspodjela.

Ukupna sila trenja gume F_t dobiva se integriranjem udjela pojedinih vlakana $\varphi(\zeta, t)$ po duljini kontaktne površine i skaliranjem omjerom trenutne F_z i nominalne normalne sile F_{z0}:

$$F_t(t)=\frac{F_z}{F_{z0}}\int_0^L \varphi(\zeta,t)d\zeta\ . \tag{2-49}$$

Kao što se može uočiti utjecaj promjenljive normalne sile kod autogume provodi se postupkom *f-skaliranja* (usporedi poglavlje 2.2.3). Na taj se način dobivaju rezultati usporedivi s eksperimentalnim rezultatima odnosno s rezultatima ″Magic″ formula modela. U diskretiziranoj formulaciji modela (usporedi sliku 2-13) umjesto integracije koristi se sumacija.

2.3.2 Statička karakteristika gume

Statička karakteristika gume dobiva se rješavanjem dinamičkog prostorno raspodijeljenog modela za slučaj stacionarnih uvjeta ($\partial z / \partial t = 0$). Ovdje se daje rješenje za slučaj kada se koristi LuGre model trenja (izraz (2-46) za funkciju $\Phi(v_r,z)$), jer u slučaju kada se koristi tradicionalni vlaknasti model ne postoji eksplicitno rješenje zbog diskontinuiranog prijelaza između faze držanja i klizanja. Postavljanjem $\partial z / \partial t = 0$ za slučaj stacionarnih uvjeta i rješavanjem jednadžbi (2-41), (2-46)-(2-49) dobiva se jednadžba statičke karakteristike gume:

$$F_t = \frac{F_z}{F_{z0}} sgn(v_r) g(v_r) \left[1 - \frac{Z}{L} \left(1 - e^{-L/Z} \right) \right] + \sigma_2 v_r \quad , \tag{2-50}$$

gdje je

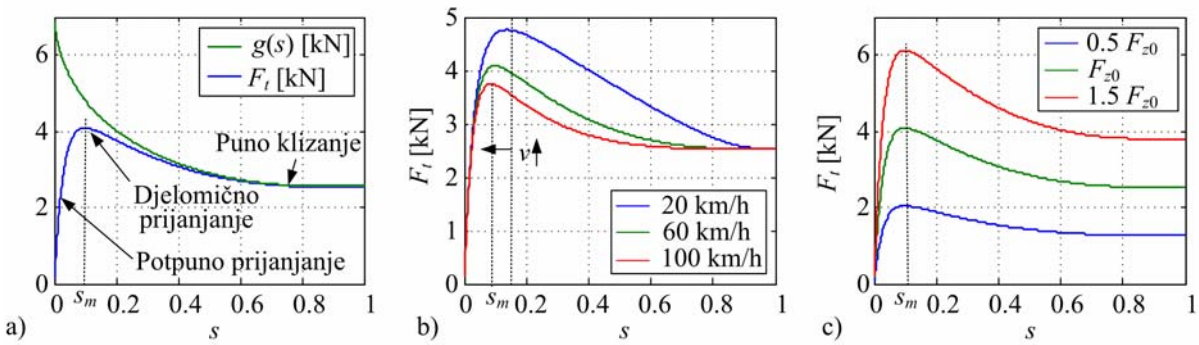
$$Z = \left| \frac{r_e \omega}{v_r} \right| \frac{g(v_r)}{\sigma_0} \quad .$$

U [102] je pokazano kako ovo rješenje vjerno prati eksperimentalno dobivene rezultate koji se najčešće opisuju statičkim ″Magic″ formula modelom trenja gume [19].

Statička karakteristika uzdužne sile gume prikazuje se uglavnom u funkciji varijable klizanja s. Postoji nekoliko definicija klizanja ([19],[21],[52]). Najčešće se koriste sljedeće definicije ovisno da li se radi o kočenju ili ubrzavanju kotača:

$$s = \begin{cases} \dfrac{v - r_e\omega}{v}, & za\ \ r_e\omega < v\ \ (\text{kočenje}) \\ \dfrac{r_e\omega - v}{r_e\omega}, & za\ \ v \le r_e\omega\ \ (\text{ubrzavanje}) \end{cases}, \tag{2-51}$$

Slika 2-14a prikazuje statičku karakteristiku uzdužne sile gume na asfaltu za nominalnu normalnu silu F_{z0} = 4 kN (parametri modela trenja preuzeti su iz [102]). Prvi dio karakteristike odnosi se na slučaj potpunog prijanjanja svih vlakana (vidi sliku 2-12), gdje sila raste približno linearno s povećanjem klizanja s. Daljnjim povećanjem klizanja, pojedina vlakna počinju klizati zbog čega nagib karakteristike počinje opadati. U određenom trenutku karakteristika dostiže maksimalnu vrijednost (pri klizanju s_m = 10 % u prikazanom primjeru). Daljnjim porastom klizanja s, broj vlakana koja prelaze u fazu klizanja se povećava i kao posljedica toga sila trenja gume se asimptotski približava potencijalu trenja $g(s)$. Slika 2-14b prikazuje utjecaj brzine vozila na statičku karakteristiku. Može se uočiti kako se s povećanjem brzine vozila maksimum karakteristike pomiče prema nižim vrijednostima klizanja, jer se s povećanjem brzine vozila smanjuje relativna brzina pri istoj vrijednosti klizanja s (usporedi izraz 2-51), a potencijal trenja se općenito povećava sa smanjenjem relativne brzine (slika 2-6). Slika 2-14c prikazuje utjecaj promjene normalne sile na statičku karakteristiku. Može se uočiti kako maksimum karakteristike ostaje uvijek pri istom iznosu klizanja s_m bez obzira na promjenu normalne sile.



Slika 2-14. Statička karakteristika uzdužne vučne sile gume na asfaltu i F_{z0} = 4 kN: a) usporedba s funkcijom potencijala trenja (v = 60 km/h), b) utjecaj brzine vozila i c) utjecaj promjene normalne sile (v = 60 km/h).

2.3.3 Koncentrirani dinamički model

Uvođenjem definicije usrednjene varijable deformacije vlakna kao varijable stanja modela:

$$\tilde{z}(t) \overset{\Delta}{=} L^{-1} \int_0^L z(\zeta, t) d\zeta \ , \tag{2-52}$$

prostorno raspodijeljeni dinamički model opisan jednadžbama (2-41) i (2-46 - 2-49) može se transformirati u dinamički model s usrednjenom varijablom stanja:

$$\frac{d\tilde{z}}{dt} = v_r - \eta(v_r)\tilde{z} \ , \tag{2-53}$$

$$\eta(v_r) = \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} + \frac{\kappa}{L} r |\omega| \ , \tag{2-54}$$

$$F_t = \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \sigma_2 v_r \ . \tag{2-55}$$

Ovaj model ima jednako stacionarno rješenje kao i statički model (2-50) ako se faktor κ izrazi kao

$$\kappa = \frac{1 - e^{-L/Z}}{1 - Z/L \cdot \left(1 - e^{-L/Z}\right)} \ . \tag{2-56}$$

Faktor κ se, također, može postaviti na konstantnu vrijednost jednaku 1.2 pri čemu se dobiva zadovoljavajuća točnost u pogledu statičke karakteristike i dinamičkog odziva u usporedbi s prostorno-raspodijeljenim modelom.

2.3.4 Diskusija o parametriranju modela

Koeficijent prigušenja σ_1 ima mali iznos zbog slabo prigušenih vibracija nagazne površine, te se stoga često može zanemariti [102]. Za većinu uvjeta na cesti je isto tako moguće zanemariti i viskozno trenja ($\sigma_2 \approx 0$). Parametri μ_C, μ_S, v_s, i δ funkcije potencijala trenja gume mogu se dobiti optimiranjem iz eksperimentalno snimljenih rezultata u uvjetima čistog

klizanja (potpoglavlje 5.1). Konstanta uzdužne krutosti vlakna σ_0 određuje se metodom optimiranja s ciljem ostvarivanja dobrog poklapanja eksperimentalno snimljene statičke karakteristike i statičke karakteristike opisane izrazom (2-50).

2.4 Kratki zaključak

Trenje je nelinearna, dinamička i vrlo složena pojava. Manifestira se silom otpora pri relativnom gibanju tijela u kontaktu uključujući i relativne pomake u fazi držanja dok nije došlo do punog klizanja. U fazi držanja sila otpora jednaka je sili deformacije asperita u kontaktu, pri čemu je odnos deformacije i sile otpora opisan nelinearnom histereznom karakteristikom. Kada naprezanje u asperitnom kontaktu naraste do iznosa plastičnog tečenja dolazi do klizanja. Sila trenja odvajanja (statičko trenje) proporcionalna je normalnoj sili, jer stvarna površina kontakta ovisi o normalnoj sili kao posljedica hrapavosti površine (veća sila = veća površina kontakta). Površina može biti jednaka ili veća teorijskoj površini. Uzima se da je deformacija u trenutku odvajanja jednaka bez obzira na normalnu silu. Statičko trenje u nekim slučajevima ovisi o vremenu mirovanja između zadnjeg zaustavljanja i novog pokretanja (engl. *dwell time*) i rampe primijenjene sile. Ovi učinci se nazivaju dinamički ili memorijski učinci.

Kada se uspostavi klizanje, kod idealno čistog kontakta sila trenja (kinetičko trenje) je proporcionalna silama otpora plastičnog tečenja. U realnim uvjetima postoji granični sloj (npr. oksid, granični sloj fluida). Sila trenja tada ovisi o fizikalnim i kemijskim karakteristikama materijala i graničnog sloja. Povećanjem brzine klizanja, sila trenja postupno opada bez obzira da li se radi o suhom ili mokrom trenju. Kod suhog trenja, sila trenja smanjuje se na vrijednost Coulombovog trenja, a kod mokrog trenja postoji prijelaz na viskozno trenje, gdje s povećanjem brzine klizanja raste sila trenja (približno linearno). Fizikalno modeliranje trenja je zbog postojanja graničnog sloja izrazito složeno i točno se može odrediti jedino mjerenjima. Fizikalno se može dosta dobro opisati samo viskozno trenje. Kod dinamičke promjene brzine klizanja, trenje pokazuje histereznu karakteristiku poznatu pod nazivom učinak kašnjenja. Širina histereze raste s porastom frekvencije promjene relativne brzine.

Za potrebe simulacija dinamike mehaničkih sustava, u literaturi su razvijeni modeli koji opisuju učinke trenja na makroskopskoj razini. Statički modeli (npr. klasični model ili Karnoppov model) opisuju trenje u stacionarnim uvjetima brzine klizanja. U području brzine nula klasični model opisuje trenje ne sasvim konzistentnom i numerički zahtjevnom strmom karakteristikom, dok Karnoppov model uvodi primijenjenu silu kao dodatnu ulaznu varijablu i na taj način točno opisuje držanje. U slučaju složenijih mehaničkih sustava s više povezanih elemenata s trenjem primjena Karnopp-ovog modela zahtjeva dodatni podmodel za izračun sila u fazi držanja. Dinamičke učinke trenja opisuju dinamički modeli trenja, koji općenito imaju dodatnu diferencijalnu jednadžbu deformacije tarnog kontakta. Broj razvijenih modela je velik. Najčešće korišteni modeli su Dahl, LuGre (poopćeni Dahl) i reset-integrator. LuGre i Dahl imaju prednost pred reset-integrator modelom zbog implicitno uključenog prijelaza iz faze držanja u fazu klizanja. LuGre model ne opisuje u potpunosti točno histereznu pojavu silu trenja u fazi držanja. Iz tog razloga razvijeni su razni složeniji modeli poput elastoplastičnog, Lueven i Maxwell-slip modela.

Fizikalno modeliranje sile trenja autogume temelji se na vlaknastom modelu koji opisuje kontakt između gume i podloge. Primjenom kinematskih odnosa i modela trenja klizanja na pojedino vlakno u kontaktu dobiva se ukupni model trenja gume. LuGre model se pokazao izrazito povoljan za ovu primjenu zbog implicitno uključenog prijelaza iz faze držanja u fazu klizanja. Zbog toga je moguće izvesti eksplicitne izraze u stacionarnim uvjetima i koncentrirani dinamički model sa samo jednom usrednjenom varijablom stanja (za jedan stupanj slobode gibanja – u ovom slučaju uzdužni).

3 Eksperimentalni postavi

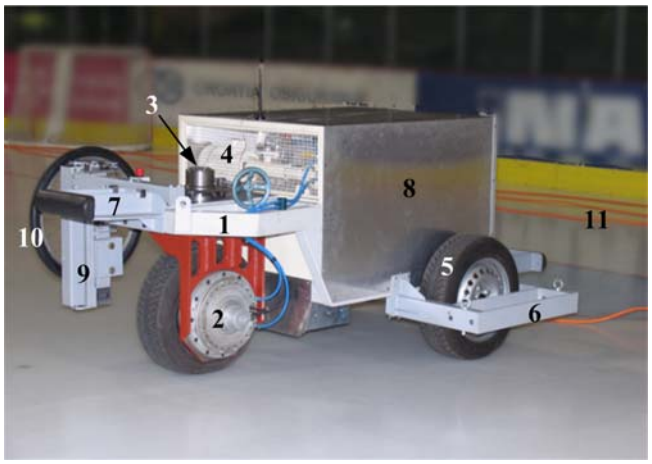
U ovom se poglavlju daje detaljni opis eksperimentalnih postava razvijenih i korištenih u ovom radu za potrebe eksperimentalne identifikacije i predloženih razvijenih matematičkih modela i regulatora.

3.1 Eksperimentalno električno vozilo

Slika 3-1 prikazuje fotografiju razvijenog eksperimentalnog električnog vozila. Glavna tehnička obilježja dana su u tablici 3-1. Eksperimentalno vozilo može se podijeliti na nekoliko sustava: mehanički, električki i upravljački. U ovom poglavlju dan je kratak opis pojedinih sustava.

3.1.1 Mehanički sustav

Vozilo je razvijeno kao eksperimentalno vozilo za potrebe ispitivanje karakteristika autoguma, pri čemu se ispitna guma nalazi na prednjem pogonskom kotaču (2), koji predstavlja četvrtinski model vozila s krutim ovješenjem. Pogonski motor je direktni



1 Glavni okvir
2 Prednji kotač s ugrađenim servo motorom
3 Ručni mehanizam za skretanje
4 Rashladni sustav
5 Stražnji kotač
6 Nosač utega na stražnjem kotaču
7 Nosač utega na prednjem kotaču
8 Poklopac
9 Nosač pomoćnog kotača
10 Pomoćni kotač
11 Kabel za upravljanje s napajanjem

Slika 3-1. Fotografija vozila.

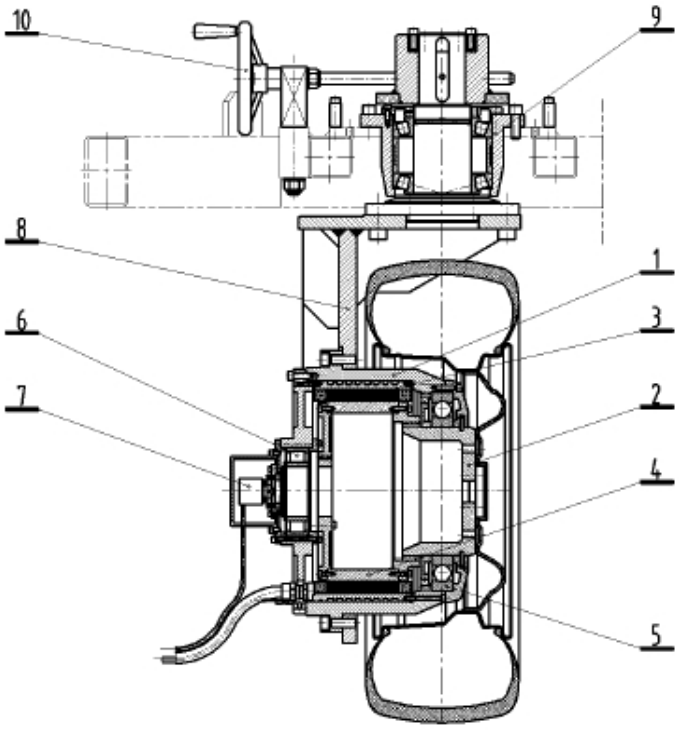
vodom-hlađeni električni servo motor visokih dinamičkih značajki, koji je u mogućnosti razviti maksimalnu uzdužnu silu gume od oko 2500 N. Direktni pogon ostvaren je ugradnjom servomotora u sam kotač, a karakterizira ga zanemariva zračnost, elastičnost i trenje. Stražnji kotači (5) su istih dimenzija kao i pogonski kotač i koriste se za mjerenje brzine vozila. U slučaju blokiranih stražnjih kotača, brzina vozila može se mjeriti putem pomoćnog kotača (10). Električka i elektronička oprema (PC, frekvencijski pretvarač, ispravljači, pojačalo i sl.) instalirana je ispod aluminijskog poklopca koji štiti samu opremu od fizičkog oštećivanja i od različitih utjecaja okoline.

Tablica 3-1. Tehničke specifikacije vozila.

KARAKTERISTIKE VOZILA		
Dimenzije		
Duljina	mm	2333
Visina	mm	1140
Širina	mm	1500
Masa i nosivost kotača		
Masa vozila (s pomoćnim kotačem)	kg	759
Nosivost prednjeg kotača	N	4204
Nosivost stražnjeg kotača	N	3237
Gume		
Tip	-	Good Year™ Ultra Grip 6 M+S
Dimenzije	-	195/60 R15
Tlak u prednjoj gumi	bar	2.6
Tlak u stražnjoj gumi	bar	2.3
Ostale karakteristike		
Maksimalna brzina	km/h	25
Maksimalni moment ugrađenog motora u kotaču	Nm	878

3.1.1.1 Prednji kotač i pogonski motor

Slika 3-2 prikazuje tehnički crtež sklopa prednjeg kotača [105]. Ruka kotača (8) predstavlja nosač motora i prednjeg kotača spajajući ih s glavnim okvirom vozila. Gornji ležaj (9) je povezan s glavnim okvirom preko prirubnice i omogućuje rotaciju prednjeg kotača oko vertikalne osi. S namjerom da se omogući upravljanje i izvođenje eksperimenata s fiksnim kutom zakreta i manevriranja u slučaju isključenog motora, ugrađen je mehanizam s malim upravljačem (10) za ručno skretanje. Ručni mehanizam upravljanja je naknadno zamijenjen s dodatnim servomotorom koji omogućuje ispitivanje autogume/vozila u uvjetima bočnog gibanja.



1 Kućište motora
2 Glavčina kotača
3 Stator motora
4 Rotor motora
5 Glavni ležaj
6 Radijalni ležaj
7 Inkrementalni davač pozicije
8 Nosač kotača
9 Gornji ležaj
10 Mehanizam za skretanje

Slika 3-2. Sklop prednjeg kotača.

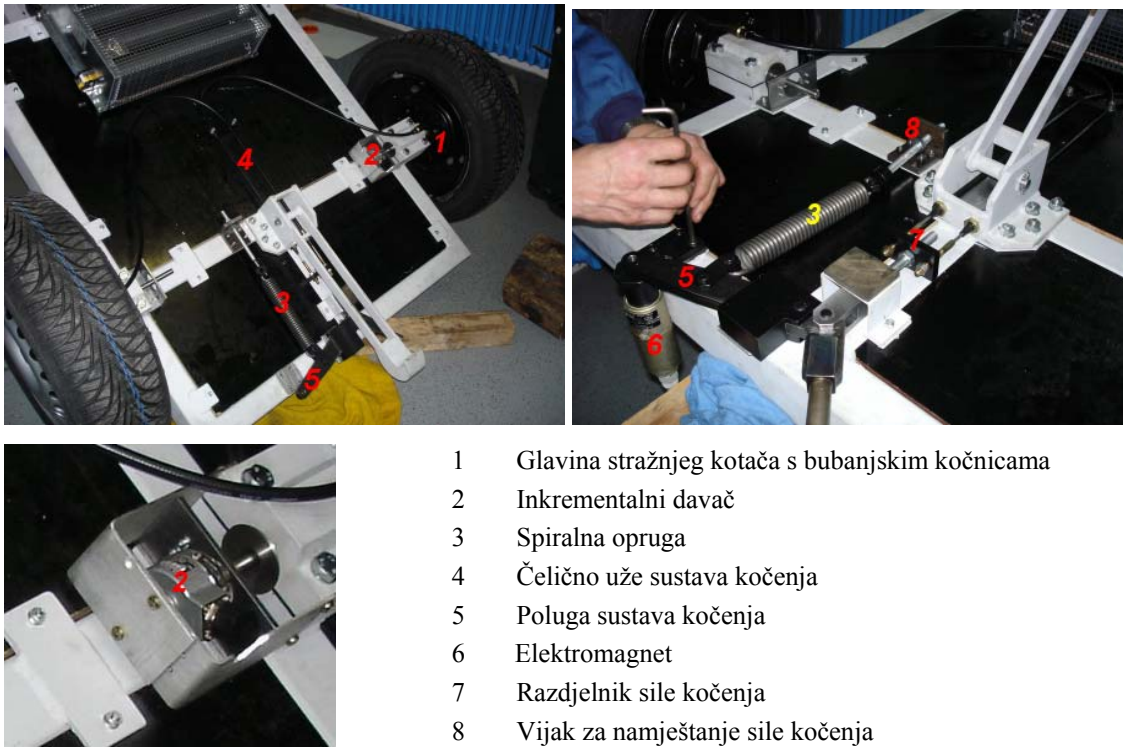
Ugrađeni elektromotor (1) temelji se na Siemensovom motoru 1FW61300PA10. Radi se o sinkronom motoru s permanentnim magnetima, koji se sastoji od statora s namotom (3) i rotora sa 33 para permanentnih magnetskih polova (4). Na vanjskoj strani statora nalaze se otvoreni kanali za hlađenje. Kanali se zatvaraju ugrađivanjem elektromotora u kućište i na taj način omogućuju vodeno hlađenje motora. Osim standardnih dijelova (statora i rotora) motor se sastoji od glavčine kotača (2), kućišta (1), sustava ležajeva (5,6), te inkrementalnog davača položaja (7). Uležištenje motora se sastoji od dva valjna ležaja smještena između glavine i kućišta. Glavni ležaj (5), pozicioniran u centru kotača, prenosi sile u radijalnom i aksijalnom smjeru. Drugi ležaj (6) prenosi sile samo u radijalnom smjeru. Glavčina (2) je izravno spojena s rotorom (4).

3.1.1.2 Stražnji i pomoćni kotač

Na slici 3-3 prikazane su fotografije sklopa stražnjih kotača. Postavljeni su na odvojene standardne glavčine (1) s bubanjskim kočnicama. Na desni kotač prigrađen je precizni

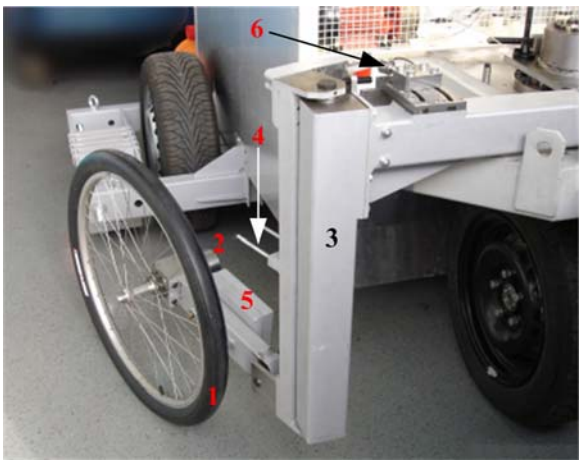
inkrementalni davač (2) (vidi detalje u potpoglavlju 3.1.2). Kočnice se aktiviraju elektromagnetom (6) i to u slučajevima nestanka električne energije, kritične pogreške izvođenja upravljačkog programa ili pritiska na sigurnosnu sklopku. Sustav kočenja je mehanički polužni mehanizam koji se sastoji od opruge (3) koja stvara silu. Da bi se omogućilo učinkovito kočenje, sila kočenja se lako može mehanički podešavati pomoću za to predviđenog vijka (8).

Slika 3-4 prikazuje fotografiju pomoćnog kotača. Pomoćni kotač (1) je standardni kotač bicikla s posebnom glatkom gumom (tzv. *slick* gumom). Kotač je opremljen prolaznim inkrementalnim davačem (2) (vidi detalje u odjeljku 3.1.2). Kotač je prigrađen vozilu pomoću nosača (3) koji ima mogućnost zakretanja oko vertikalne osi. Zakretanjem nosača za određeni kut oko vertikalne osi (vidi sliku 3-4) javlja se kod pravocrtnog gibanja vozila bočna sila na gumu pomoćnog kotača. Ta sila se može mjeriti tenzometarskim senzorom sile (6). Za potrebe eksperimenata normalna sila redundantnog kotača može se mijenjati utezima (5) (85-140 N).



1 Glavina stražnjeg kotača s bubanjskim kočnicama
2 Inkrementalni davač
3 Spiralna opruga
4 Čelično uže sustava kočenja
5 Poluga sustava kočenja
6 Elektromagnet
7 Razdjelnik sile kočenja
8 Vijak za namještanje sile kočenja

Slika 3-3. Fotografije sklopa stražnjeg kotača.



1 Pomoćni kotač
2 Inkrementalni davač
3 Nosač pomoćnog kotača
4 Vijci za sklapanje kotača u slučaju nekorištenja i transporta vozila
5 Uteg za prigušivanje vertikalnih vibracija
6 Senzor sile

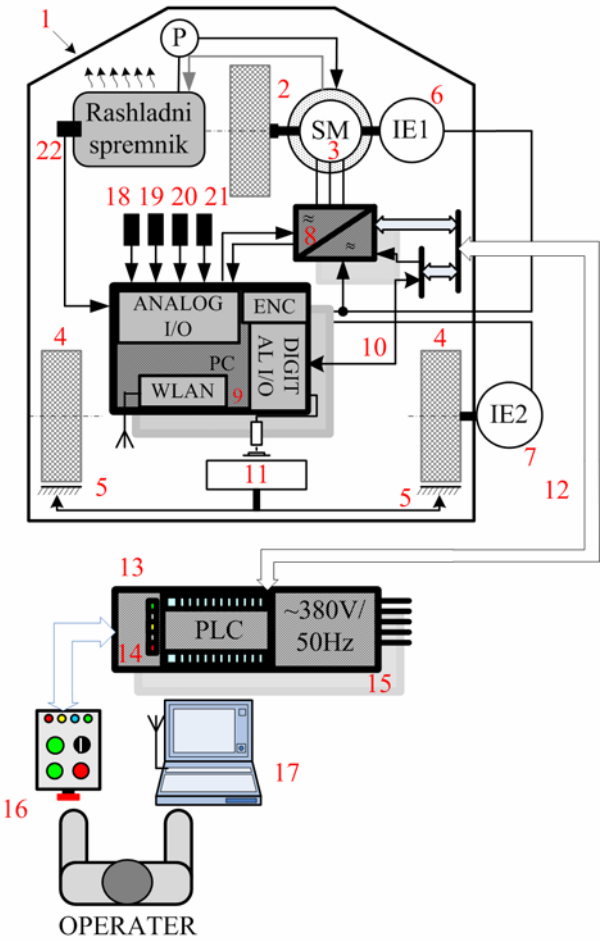
Slika 3-4. Fotografija pomoćnog kotača.

3.1.2 Električki, upravljački i mjerni sustav

Slika 3-5 prikazuje pojednostavljenu shemu električnog sustava vozila. Sustav se može podijeliti na energetski i upravljački podsustav. Energetski podsustav obuhvaća ugrađeni servo motor (3) zajedno sa frekvencijskim pretvaračem (8), elektromagnet za kočenje na stražnjim kotačima (11) i upravljačku kutiju s napajanjem (13). Upravljački podsustav sastoji se od industrijskog PC-a (21), inkrementalnih davača (6,7), programabilnog logičkog kontrolera (PLC) (14), upravljačke konzole (16) i prijenosnog računala (17). Operater daje instrukcije preko upravljačke konzole (16). Instrukcije se zatim procesiraju od strane PLC-a (14) i šalju vozilu preko serijske veze. Na taj način vozilo može biti spojeno na izvor napajanja i upravljački sistem preko jednog kompaktnog kabla (12) sa četiri energetske (strujne) i četiri signalne linije.

Upravljački podsustav na vozilu zasniva se na Pentium III industrijskom PC-u tipa *Končar AVA 19"*. Industrijski PC opremljen je s *Advantech PLC-812 PG* akvizicijskom karticom koja sadrži A/D i D/A pretvornike i digitalne ulaze i izlaze. Priključak analognih i digitalnih ulaza i izlaza postignut je korištenjem standardnih *Advantech*-ovih eksternih terminalnih ploča.

Ugrađeni motor u kotaču upravlja se frekvencijskim pretvaračem *Simovert Masterdrives MC, Siemens*. Na motor je prigrađen inkrementalni davač tipa *Heidenhain ERN 1085* koji generira 2048 sinusoidalnih impulsa po okretaju s kutnom preciznošću većom od 40". Sličnim davačem, *Heidenhain ERN 480*, sa rezolucijom od 5000 impulsa po okretaju i preciznošću većom od 13", opremljen je desni stražnji kotač i pomoćni kotač. Davači su povezani s industrijskim računalom, preko *Heidenhain IK-121* kartice koja interpolira signale dobivene od senzora. Ovo omogućuje izuzetno visoku rezoluciju mjerenja od oko $2x10^6$ impulsa po okretu za pogonski kotač i $5x10^6$ impulsa po okretu za stražnji i pomoćni kotač, što omogućuje vrlo preciznu rekonstrukciju signala kutne brzine i kutne akceleracije kotača.



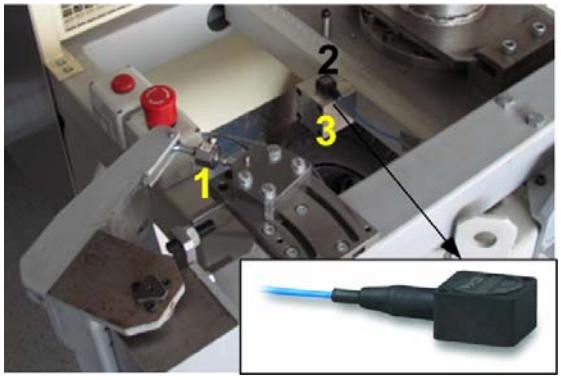
1 Platforma vozila
2 Prednji kotač
3 Servo motor
4 Stražnji kotači
5 Kočnice na stražnjim kotačima
6 Inkrementalni davač servo motora
7 Inkrementalni davač stražnjih kotača
8 Frekvencijski pretvornik
9 Industrijski PC s akvizicijskom karticom i bežičnom Ethernet karticom
10 PC/PLC komunikacijske linije
11 Sustav kočenja
12 Kompaktni kabl s napajanjem/protokom informacija (100 m)
13 Upravljačka kutija s napajanjem
14 Programabilni logički kontroler (PLC)
15 Glavni prekidač napajanja zajedno s glavnim osiguračem
16 Upravljačka konzola
17 Prijenosno računalo s ugrađenom bežičnom karticom
18 Senzor sile redudantnog kotača
19 Akcelerometar
20 Senzor relativne vlažnosti zraka
21 Senzor temperature okoline
22 Senzor temperature rashladnog spremnika

Slika 3-5. Shema električnog sustava.

Za mjerenje bočne sile pomoćnog kotača koristi se vlačno-tlačni tenzometarski senzor proizvođača HBM oznake U9B. Nominalna sila senzora iznosi 500 N. Senzor je spojen na pojačalo proizvođača HBM tipa RM4220. Pri tom je korišten četvrožični spoj uz napon napajanja mosta od 10 V. Analogni naponski izlaz pojačala ima dinamički opseg 0-10 V. Senzor je kalibriran korištenjem ručnog dinamometra.

Vozilo je opremljeno kapacitivnim akcelerometrom proizvođača PCB (slika 3-6) za mjerenje uzdužnih, bočnih i vertikalnih vibracija/akceleracija vozila, što se može iskoristiti za rekonstrukciju sila. Senzor ima mjerni opseg od ±20g, osjetljivost 100 mV/g i frekvencijski opseg 0 do 200 Hz. Kapacitivni senzor je odabran zbog toga što omogućava mjerenje statičke akceleracije (mjeri komponentu akceleracije sile teže). Ovakvi akcelerometri se skraćeno nazivaju DC akcelerometri. Relativno veliki mjerni opseg (±20g – za mjerenje akceleracije vozila je dovoljno ±2g) je odabran iz razloga što se precizni kapacitivni akcelerometri ne izrađuju s mjernim opsegom manjim od ±10g. Osnovni problem kapacitivnih akcelometara je izrazita osjetljivost posmaka signala s promjenom temperature (engl. *temperature signal offset drift*). Deklarirana osjetljivost je <100 mg/°C. Iskustva stečena prilikom mjerenja u ledenoj dvorani pokazala su kako je promjena posmaka signala značajna i relativno točno mjerenje je moguće jedino u kratkom vremenskom periodu (do 30-tak s) uz prethodnu kompenzaciju posmaka signala prije svakog mjerenja.

Vozilo je isto tako opremljeno senzorom relativne vlažnosti zraka proizvođača Honeywell tipa HIH-3610-002. Senzor je postavljen s donje strane vozila. Točnost senzora iznosi ±2% RH, mjerni opseg je u granicama 0 do 100% RH, a osjetljivost iznosi 30.6 mV/%RH. Dinamika senzora



1 – Senzor sile pomoćnog kotača
2 – Akcelerometar
3 – Prihvatni blok akcelerometra

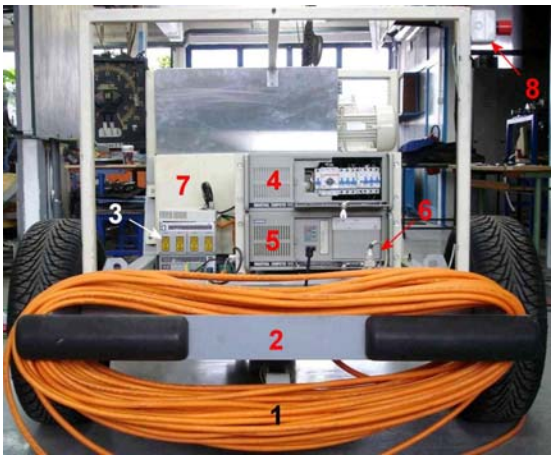
Slika 3-6. Fotografija senzora sile pomoćnog kotača i akcelerometra.

je spora s vremenskom konstantom od 15 sekundi.

Industrijski PC je opremljen s bežičnom Ethernet karticom i omogućuje komunikaciju s prijenosnim računalom operatera. Upravljački program na industrijskom PC-u napisan je u *Borland Turbo C ver. 3.0* u DOS okruženju. S obzirom da su bežična mrežna komunikacija i daljinska kontrola industrijskog računala implementirane u Windows 98™ okruženju, automatsko izvođenje upravljačkog programa u DOS-u omogućeno je kreiranjem *.pif* veze.

Operater upravlja operacijama vozila uz pomoć upravljačke konzole. Upravljačka konzola posjeduje tri prekidača (AUTO, MANUAL, STOP) za pokretanje/prekidanje izvršavanja upravljačkog algoritma i vožnju vozila u ručnom modu (na maloj konstantnoj brzini), prekidač za ručni mod kretanja naprijed/nazad (FWD/REV), prekidač u slučaju opasnosti i četiri indikacijske LED lampice.

Prijenosno računalo je opremljeno bežičnim Ethernet priključkom koji se koristi za prijenos upravljačkog programa na industrijski PC, izvršavanje i kontrolu programa i prijenos (engl. *download*) snimljenih podataka na prijenosno računalo. Bežična komunikacija temelji se na kombinaciji *Microsoft Networking for PCs* i *Virtual Network Computing* (VNC) sustava temeljenih na *RealVNC™* daljinskoj kontroli. Prvi je korišten za izmjenjivanje datoteka dok se drugi koristi za daljinsko izvršavanje i kontrolu programa.



1 Kompaktni kabel s napajanjem i komunikacijskim linijama
2 Odbojnik i nosač kabela
3 Frekvencijski pretvarač
4 Napajanje i elektronika (pojačala, ispravljači) na vozilu
5 Industrijski PC s akvizicijskom karticom i bežičnom karticom
6 Elektromagnet kočnice
7 Spremnik rashladne tekućine
8 Prekidač za zaustavljanje u slučaju opasnosti

Slika 3-7. Upravljački podsustav na vozilu.

3.1.3 Rezultati eksperimentalne identifikacije motora

Svi identifikacijski eksperimenti prikazani u ovom poglavlju provedeni su s podignutim prednjim kotačem. U tom je slučaju sila otpora gume jednaka nuli i ispituje se ponašanje samog motora.

3.1.3.1 Odziv momenta motora

U nedostatku senzora momenta, moment motora u dinamičkim uvjetima može se rekonstruirati iz izmjerene brzine vrtnje motora ili mjerenjem fazne struje motora. Slika 3-8a prikazuje brzinu vrtnje motora u odnosu na odskočnu promjenu momenta motora od vrijednosti 0 na 878 Nm. Nakon izvjesnog početnog kašnjenja, brzina linearno raste do 120 min^{-1}. Ovakav linearan rast posljedica je činjenice da je moment motora konstantan u ovom području (nema zasićenja napona) i mnogo veći nego moment trenja motora. Detaljniji prikaz brzine na slici 3-8b prikazuje da je inicijalno kašnjenje brzine jednako 3 ms. S obzirom da kašnjenje mjerenja brzine temeljeno na vremenskoj derivaciji izmjerene pozicije iznosi $T/2$ = 1 ms (T = 2 ms – vrijeme uzorkovanja), kašnjenje momenta motora jednako je 2 ms.

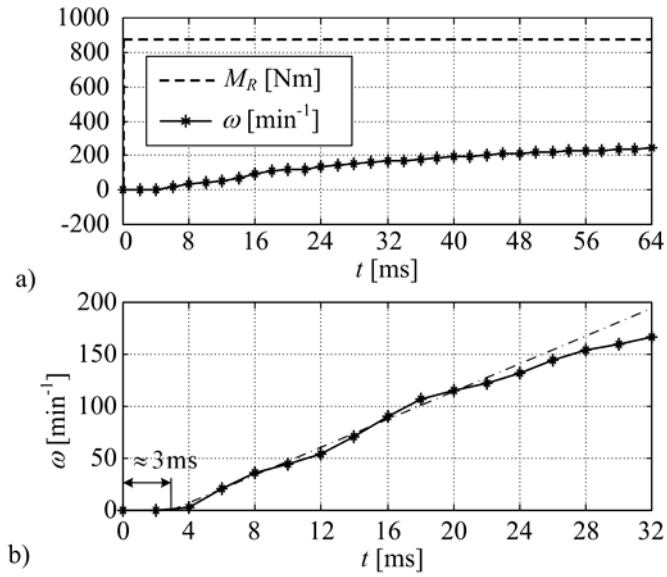
3.1.3.2 Moment tromosti i moment trenja motora

Moment tromosti i moment trenja procijenjeni su prema proceduri koja se temelji na eksperimentima pokretanja i zaustavljanja pogonskog motora [106]. Jednadžbe pokretanja (I) i zaustavljanja pogonskog motora (II) dane su kako slijedi:

$$K_{\mathrm{t}} \cdot M_R - M_t(\omega) = J_m \cdot \frac{d\omega_I(t)}{dt} \ , \tag{3-1}$$

$$M_t(\omega) = -J_m \cdot \frac{d\omega_{II}(t)}{dt} \ , \tag{3-2}$$

gdje je M_R referentni moment motora, K_t korekcijski faktor momenta motora koji općenito može ovisiti o referentnoj vrijednosti momenta, M_t moment trenja motora i J_m moment tromosti rotora motora. Potrebno je napomenuti kako je stvarni moment motora jednak $M_m = K_t M_R$.



Slika 3-8. Brzina motora uslijed skokovite promjene referentnog momenta motora a) i detalj brzine b).

Kako bi se odredile nepoznanice J_m, M_t i K_t, a isto tako i moment tromosti kotača J_w, eksperimenti pokretanja i zaustavljanja mogu se ponoviti za slučaj kada je kotač pričvršćen na rotor motora. Taj je slučaj određen jednadžbama:

$$K_t \cdot M_R - M_t(\omega) = (J_m + J_w) \cdot \frac{d\omega_I^*(t)}{dt} \tag{3-3}$$

$$M_t(\omega) = -(J_m + J_w) \cdot \frac{d\omega_{II}^*(t)}{dt} \tag{3-4}$$

Sustav jednadžbi (3-1)-(3-4) predstavlja homogeni linearni sustav s reduciranim rangom jednakim 3, te stoga sustav nema jedinstveno rješenje za nepoznate parametre J_m, J_w, M_t i K_t, osim ako jedan od tih parametara nije unaprijed poznat. Ako se pretpostavi da je moment tromosti $J_w = J_0$, gdje je J_0 moment tromosti zamašnjaka, koji se može pričvrstiti na pogonski motor i koji je unaprijed poznat iz danih dimenzija, tada konačno rješenje sustava jednadžbi (3-1)-(3-4) izraženo u domeni brzine vrtnje motora ω glasi:

$$J_m = \frac{J_0}{K_\omega} \tag{3-5}$$

$$M_t(\omega) = -\frac{J_0}{K_\omega} \cdot \dot{\omega}_{II}(\omega) \tag{3-6}$$

$$K_t = \frac{J_0}{M_R \cdot K_\omega} \cdot \left[\dot{\omega}_I(\omega) - \dot{\omega}_{II}(\omega)\right] \tag{3-7}$$

gdje je K_ω karakteristični omjer brzina dan izrazom:

$$K_\omega = \frac{\dot{\omega}(\omega)}{\dot{\omega}_I^*(\omega)} - 1 \tag{3-8}$$

Rješenje se daje u domeni brzine vrtnje ω jer je moment trenja M_t u jednadžbama (3-1)-(3-4) funkcija brzine vrtnje. Za ostale nepoznanice domena rješavanja nije relevantna jer predstavljaju konstantne vrijednosti bez obzira na domenu u kojoj se rješenja dobivaju.

Kako bi se odredio moment tromost kotača J_w, proveden je dodatni eksperiment pokretanja motora s kotačem pričvršćenim na pogonski motor. Koristeći jednadžbe (3-2) i (3-4) i ako se pritom označi odziv brzine vrtnje kod pokretanja s kotačem s $\omega_{I.w}$ slijedi:

$$J_w = J_m \left(\frac{\dot{\omega}_I(\omega)}{\dot{\omega}_{I.w}(\omega)} - 1 \right) \tag{3-9}$$

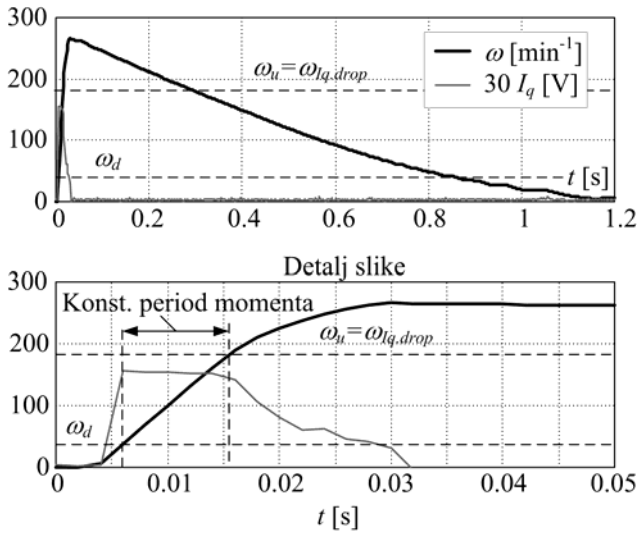
Moment tromosti naplatka J_r pogonskog kotača (skinuta autoguma), kao i svih ostalih rotirajućih masa (inercija motora i autogume) može se odrediti na sličan način s dodatnim eksperimentom.

Postupak obrade podataka za potrebe uvrštavanja u konačne jednadžbe (3-5), (3-6) i (3-9) je sljedeći. Snimljeni odzivi brzine vrtnje motora $\omega(t)$ u eksperimentima pokretanja i zaustavljanja motora (vidi sliku 3-9) interpolirani su polinomom četvrtog stupnja u području brzina vrtnje pogonskog motora [ω_d, ω_g][4] pri konstantnom momentu motora. Koeficijenti polinoma se tada koriste za izračunavanje vremenske derivacije odziva brzine vrtnje $\dot{\omega}(t)$.

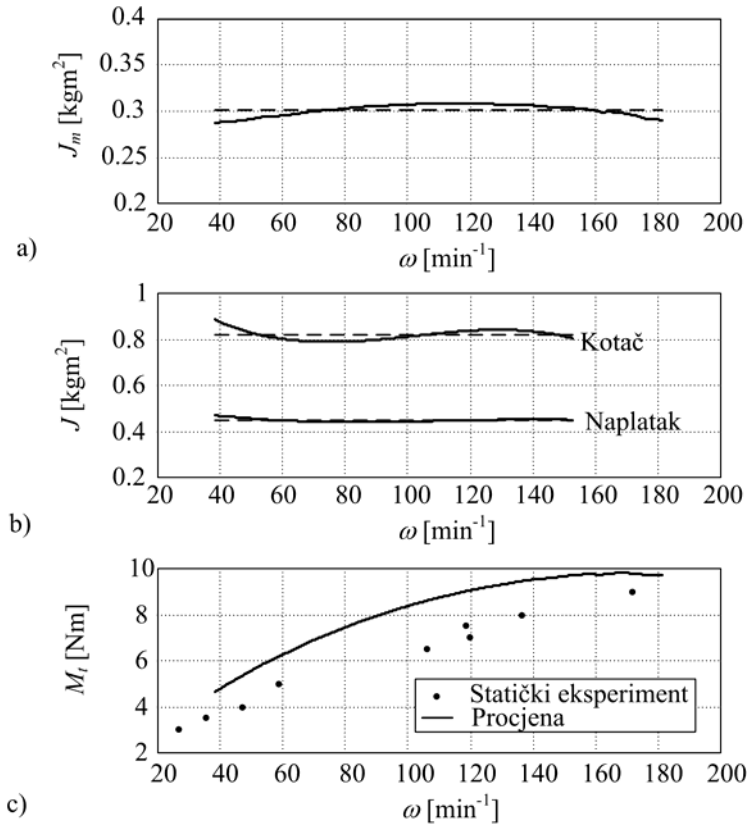
[4] Moment vrtnje motora nije konstantan za $\omega_n < \omega_d$ zbog kašnjenja regulacijskog kruga fazne struje i isto tako nije konstantan za $\omega > \omega_g$ zbog efekta zasićenja napona motora.

Odzivi u vremenskoj domeni $\dot{\omega}(t)$ se tada transformiraju u odzive u domeni brzine vrtnje $\dot{\omega}(\omega)$ koristeći linearnu interpolaciju. Dobiveni odzivi u domeni brzine vrtnje koriste se za izračunavanje parametara motora prema jednadžbama (3-5), (3-6) i (3-9).

Slika 3-10 prikazuje krajnje rezultate identifikacije. Rezultati su dobiveni identificiranim krivuljama za više od 10 eksperimenata s referencom momenta vrtnje od M_N i M_N /3 (M_N = 373 Nm – nominalni moment vrtnje). Krivulje $J_m(\omega)$, J_w (ω) i $J_r(\omega)$ pokazuju relativno malu devijaciju od ≈0.6%, ≈2.1% odnosno ≈0.7%, što ukazuje na konzistentnost procijenjenih parametara. Srednje vrijednosti procijenjenih značajki momenata tromosti su: J_m = 0.320 kgm^2 i J_w = 0.820 kgm^2. Moment trenja motora M_t (slika 3-10c) raste od 4 do 10 Nm s porastom brzine vrtnje motora ω, što je prvenstveno utjecaj gubitaka u željezu. Moment trenja je stoga manji od 1.2% maksimalnog momenta vrtnje motora M_{max}. Dijagram momenta trenja (slika 3-10c), sadrži također i rezultate direktne metode identifikacije, određene u stacionarnim odzivima motora u otvorenom krugu s malim konstantnim referencama momenta vrtnje $M_R = M_t$. Maksimalna greška procjene momenta trenja prema izrazu (3-6) je 1.7 Nm, što je mala vrijednost u usporedbi s punom skalom momenta vrtnje od 880 Nm korištenom u eksperimentima pokretanja i zaustavljanja.



Slika 3-9. Karakteristika pokretanja i zaustavljanja motora bez naplatka i gume.



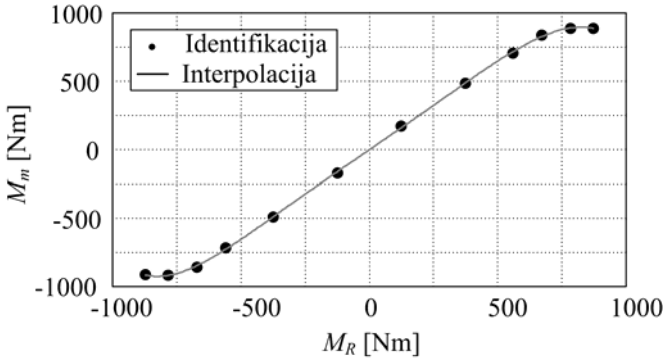
Slika 3-10. Proračunate vrijednosti momenta tromosti motora, kotača i krivulja ovisnosti momenta trenja o brzini vrtnje.

3.1.3.3 Statičke karakteristike motora

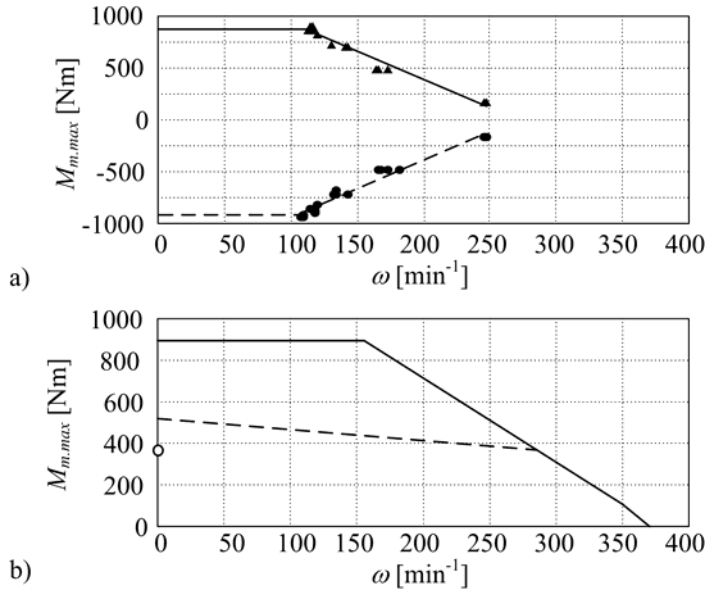
Identificirana statička krivulja motora dana je na slici 3-11. Motor daje maksimalni moment od oko 880 Nm u oba smjera vrtnje. Statička krivulja je linearna do vrijednosti momenta 500 Nm te posjeduje blago smanjeni gradijent u području od 500 Nm do 880 Nm. Ovakvo vladanje je u skladu s dokumentacijom motora. Inverzna statička karakteristika motora je u upravljačkom programu interpolirana polinomom četvrtog stupnja, kako bi se realiziralo što točnije upravljanje momentom.

Kao što je uočeno na slikama 3-8 i 3-9, moment motora pada na visokim brzinama vrtnje. Pad momenta nastupa uslijed ograničenog napona motora. Maksimalni moment u ovisnosti o brzini vrtnje, dobiven je iz eksperimenta pokretanja motora prikazanog na slici 3-9 kao $M_{m,max}(\omega) = M_m(\omega_{Iq,drop}) = f(M_R(\omega_{Iq,drop}))$. Ta je krivulja prikazana na slici 3-12a. Ona ima isti trend kao odgovarajuća krivulja iz dokumentacije motora (slika 3-12b). Razlika je u

tome što kod većih brzina moment motora pada brže uslijed pada napona na 100 m dugom kablu napajanja vozila.



Slika 3-11. Statička karakteristika momenta motora.

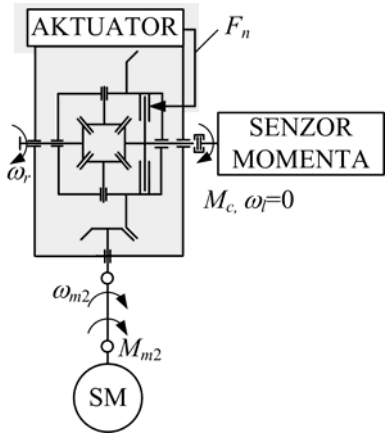


Slika 3-12. Maksimalni moment motora na različitima brzinama: (a) rezultati identifikacije (b) iz dokumentacije.

3.2 Ispitni sustav aktivnog diferencijala

Ovaj ispitni sustav razvijen je za potrebe eksperimentalne identifikacije, validacije modela i regulacije aktivnog diferencijala s ograničenim proklizavanjem (engl. *Active Limited Slip Differential, ALSD*). Diferencijal ima konvencionalnu strukturu (vidi sliku 3-13), gdje je jedno od izlaznih poluvratila (u ovom slučaju je to lijevo poluvratilo) povezano s rotirajućim kućištem diferencijala posredstvom višelamelne spojke upravljane elektromehaničkim

aktuatorom. Spojka se sastoji od naizmjenično postavljenih čeličnih lamela (engl. *separator plates*) i lamela s tarnim oblogama od karbonskih vlakana (engl. *friction plates*). Čelične lamele su spojene s kućištem diferencijala, a lamele s oblogama s izlaznim vratilom diferencijala. Spoj je ostvaren ozubljenjem, koje dopušta aksijalno gibanje lamela. Spojkom se upravlja putem električnog istosmjernog motora s reduktorom, koji pomoću mehanizma s kuglicama na rampi (engl. *ball-ramp system*) pretvara rotacijsko gibanje motora u translatorno gibanje potisne ploče spojke. Ovaj mehanizam može ostvariti normalne (pritisne) sile na spojki do iznosa od 40 kN. U slučaju kvara ili nestanka napajanja povratna opruga vraća mehanizam u početni položaj i na taj način otvara spojku. Više detalja o aktuatorskom sustavu može se naći u poglavlju 7.



Slika 3-13. Principijelna shema ispitnog sustava aktivnog diferencijala.

Slika 3-13 prikazuje principijelnu shemu postava. Postav je koncipiran prije svega s ciljem istraživanja spojke u uvjetima karakterističnim onima kada se diferencijal primjenjuje kao dio sustava regulacije dinamike vozila. To podrazumijeva relativno niske brzine klizanja do 30 min^{-1} i momente do maksimalnih vrijednosti od 2500 Nm. U tom smislu, ulazno vratilo diferencijala je pogonjeno momentnim električnim servo motorom (SM) razvijenim za pogon električnog vozila (vidi potpoglavlje 3.1), a izlazno vratilo koje je spojeno s lamelama spojke mehanički je uzemljeno putem sustava za mjerenje momenta. Radni parametri pogonskog motora (120 min^{-1}/880 Nm) u potpunosti zadovoljavaju zahtjevane radne parametre spojke zbog postojanja reduktora na ulazu diferencijala s prijenosnim omjerom 3.73. Regulacija pritisne sile spojke temeljena je na regulaciji struje istosmjernog motora, tj. upravljanju momentom motora.

Ispitni sustav aktivnog diferencijala općenito se sastoji od mehaničkog i električnog podsustava, koji su u nastavku detaljnije opisani.

3.2.1 Mehanički podsustav

Slika 3-14 prikazuje fotografije ispitnog sustava. Momentni motor (2) i ulaz diferencijala su povezani putem poluvratila s homokinetičkim zglobovima (3) zbog kompenzacije netočnosti osnosti, koje su neminovne zbog grešaka pozicioniranja i izrade prihvata. Izlazno vratilo spojke (vratilo diferencijala koje je povezano sa spojkom) mehanički je uzemljeno putem sustava mjerenja momenta, dok se drugo vratilo slobodno okreće. Sustav za mjerenje momenta sastoji se od poluge duljine 350 mm (4) i senzora momenta (5).

Kućište istosmjernog motora (6) modificirano je za potrebe prigradnje inkrementalnog davača proizvođača tipa *Heidenhain ERN 480*, sa rezolucijom od 5000 impulsa po okretaju (7), koji se koristi za precizno mjerenja brzine vrtnje motora. Inkrementalni davač je postavljen izravno na osovinu motora.

1 - Aktivni diferencijal
2 - Momentni motor
3 - Spojno vratilo
4 - Mjerni sustav momenta
6 - Istrosmjerni motor spojke
7 - Inkrementalni davač
8 - Čoperska kutija (čoper, pojačala senzora, napajanje)
9 - Industrijski Pentium III PC, frekvencijski pretvarač i upravljački podsustav

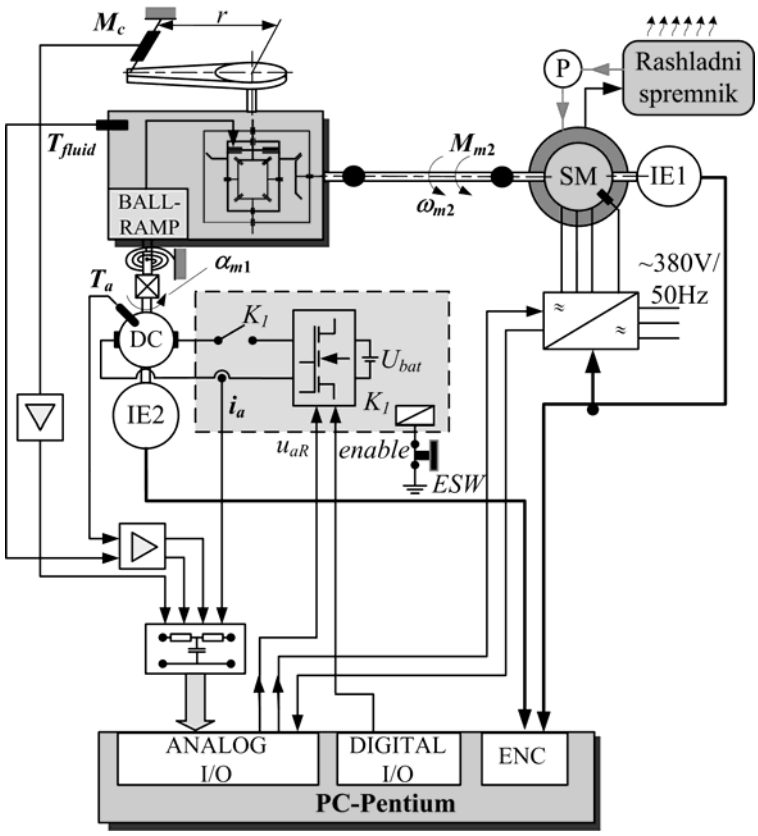
Slika 3-14. Fotografije ispitnog sustava aktivnog diferencijala.

3.2.2 Električki podsustav

Slika 3-15 prikazuje principijelnu shemu električkog podsustava, koji se sastoji od upravljačkog računala, pogonskog motora, istosmjernog motora aktuatora i mjernog podsustava.

3.2.2.1 Upravljačko računalo

Za potrebe upravljanja, regulacije i nadzora ispitnog sustava koristi se sustav razvijen za električno eksperimentalno vozilo (vidi potpoglavlje 3.1.2). Koristi se industrijski Pentium III PC. Upravljački program je razvijen u programskom jeziku C u DOS okruženju. Vrijeme uzorkovanja sustava je 2 ms (500 Hz).



Slika 3-15. Principijelna shema električnog sustava ispitnog sustava diferencijala.

3.2.2.2 Pogonski motor

Regulacija i napajanje pogonskog motora vrši se putem frekvencijskog pretvarača. Frekvencijski pretvarač osigurava regulaciju momenta motora putem implementiranog regulacijskog kruga struje brze dinamike. Brzina vrtnje motora regulira se putem upravljačkog računala. Koristi se PI regulator s predupravljačkim kompenzacijskim djelovanjem (engl. *feed-forward*) po mjerenom signalu momenta spojke M_c. Na taj se način smanjuje propad brzine vrtnje u trenutku uključivanja spojke.

3.2.2.3 Istosmjerni motor aktuatora spojke

Istosmjerni motor aktuatora napaja se standardnim automobilskim akumulatorom napona 12 V i istosmjernim MOSFET čoperom, koje je razvijen posebno za ovu primjenu. Čoper podešava napon armature u_a putem pulsno-širinske modulacije signala napona (engl. PWM-based control). Struja armature i_a regulira se putem upravljačkog računala. Zbog vrlo male armaturne vremenske konstante dovoljno je koristiti regulator s integralnim djelovanjem (umjesto tradicionalnog PI regulatora).

3.2.2.4 Mjerni podsustav

Mjerene varijable su moment spojke M_c, brzina pogonskog motora ω_{m2} (tj. brzina klizanja spojke ω_s), pozicija motora aktuatora α_{m1} i struja armature i_a, temperatura armature T_a i temperatura fluida T_{fluid} (vidi sliku 3-15).

Sustav mjerenja momenta spojke M_c temelji se na poluzi i senzoru sile. Koristi se vlačno-tlačni senzor S-tipa proizvođača HMB klase točnosti 0.05% s nominalnom silom 10 kN i nominalnom deformacijom od 0.4 mm (vidi sliku 3-14). Očekivana relativna pogreška mjerenja zbog primjene sustava s polugom i senzorom sile (umjesto mjernog vratila) je manje od 1% i uzrokovana je trenjem u igličastom kotrljajućem ležaju izlaznog vratila.

Brzina pogonskog motora ω_{m2} i pozicija aktuatora α_{m1} mjere se inkremenetalnim sinusnim enkoderima proizvođača Heidenhein (IE1 i IE2) (vidi sliku 3-14). Enkoderi imaju 2048 fizičkih impulsa po okretu, što omogućava vrlo precizno mjerenje kutnog pomaka i rekonstrukciju brzine vrtnje.

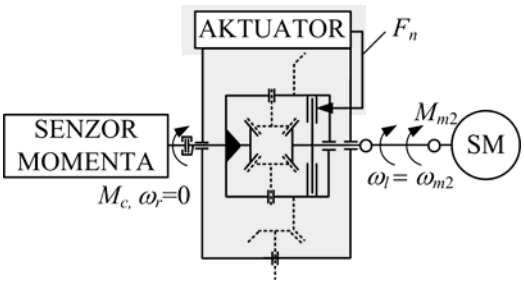
Struja armature i_a mjeri se Hallovim senzorom visokih dinamičkih svojstava.

Temperatura armature T_a i temperatura fluida T_{fluid} mjere se standardnim NTC senzorima temperature koji se nalaze na diferencijalu. Za potrebe mjerenja na ispitnom sustavu ovi senzori su dodatno umjereni u temperaturnoj komori.

3.3 Eksperimentalni postav uljne lamelne spojke

Eksperimentalni postav uljne lamelne spojke razvijen je za potrebe karakterizacije faktora trenja, detaljnije istraživanje dinamičkih učinaka uljne spojke i koncepata regulacije. Istraživanje dinamičkih efekata obuhvaća: a) toplinsku dinamiku, b) dinamiku istiskivanja ulja koja potencijalno može biti važna za modeliranje aktuatorskog mehanizma i c) detaljniju identifikaciju parametara aksijalne dinamike poput krutosti lamela i aktuatorskog sustava. U tom smislu, postav uključuje izravne senzore temperature spojke, pozicije potisne ploče i pritisne sile spojke.

Postav se temelji na sklopovlju aktivnog diferencijala opisanog u prethodnom potpoglavlju. Kako bi se mjerenje navedenih veličina omogućilo bez primjene telemetrije, postav je izveden prema konceptu prikazanom na slici 3-16. Pogonski motor spojen je s izlaznim vratilom diferencijala koje je povezano s tarnim lamelama spojke (lijevo vratilo). Moment spojke se prenosi preko čeličnih lamela na kućište diferencijala. Kućište diferencijala je mehanički povezano s drugim (desnim) izlaznim vratilom, koje je mehanički uzemljeno sustavom za mjerenje momenta. Kako bi se osigurao prostor za ugradnju dodatnih senzora, broj lamela spojke reduciran je na samo jednu lamelu s dvije aktivne tarne plohe, tj. jednu lamelu s oblogama postavljenu između dvije čelične lamele. Svi nepotrebni zupčanici su izvađeni iz kućišta.



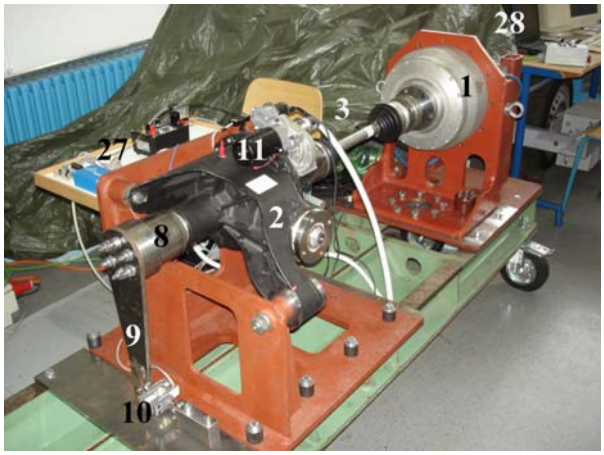
Slika 3-16. Principijelna shema eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke.

3.3.1 Mehanički i mjerni podsustav

Slika 3-17 prikazuje fotografije i 3D CAD model postava s naglaskom na detalje koji se odnose na modifikacije spojke i kućišta diferencijala. Postav se pogoni momentnim motorom (1), koji se koristi i za ispitni sustav diferencijala (potpoglavlje 3.2). Motor i ulazno vratilo povezani su vratilom s homokinetičkim zglobovima (3). Izlazno vratilo (8) je mehanički spojeno s kućištem diferencijala (5) putem koničnog zupčanika izlaznog vratila (7), koje je radijalnim vijcima (9) učvršćeno za kućište diferencijala (5). Izlazno vratilo (8) je mehanički uzemljeno mjernim sustavom momenta, koje se isto kao i kod ispitnog sustava diferencijala sastoji od poluge duljine 350 mm (9 – vidi sliku 3-17a) i senzora sile (10).

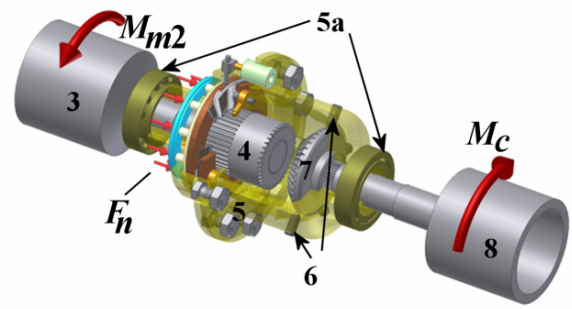
Koristi se vlačno-tlačni tenzometarski senzor sile S-tipa proizvođača HBM klase točnosti 0.05%, nominalne sile 500 N i nominalne deformacije manje od 0.4 mm. Očekivana relativna pogreška mjerenja momenta je do 3%, što je lošije nego kod ispitnog sustava diferencijala (1%) zbog dodatnih trenja u ležajima a) između kućišta diferencijala i aktuatorskog sustava (aksijalni igličasti ležaji srednjeg promjera 40 mm na koji djeluje pritisna sila spojke), b) kućišta diferencijala i vanjskog kućišta diferencijala (radijalno-aksijalni valjni ležaji s očekivanim momentom trenja < 0.05 Nm neovisnim o pritisnoj sili spojke) i c) izlaznog vratila i vanjskog kućišta (radijalni igličasti ležaj na koji djeluje sila senzora). Više o ovim elementima i modeliranju trenja je dano u poglavlju 7. Pogreška od 3% nije potpuno nezadovoljavajuća, a po potrebi se može kompenzirati kod obrade podataka. Direktnije i točnije mjerenje ostvarilo bi se korištenjem bitno skupljeg rotacijskog senzora momenta postavljenog na ulazno vratilo spojke.

Pozicija potisne ploče mjeri se korištenjem LVDT (engl. *Linear Variable Displacement Transducer*) senzora proizvođača Omega s mjernim opsegom $d_N = \pm 1.25$ mm i mjernom rezolucijom od 0.5 μm. Tijelo senzora (23) učvršćeno je za kućište diferencijala. Metalna jezgra senzora (26) spojena je s potisnom pločom spojke (13) preko dodatne nosive ploče (14) i nosača (25). Nosiva ploča (14) je spojena s potisnom pločom s tri vijka.

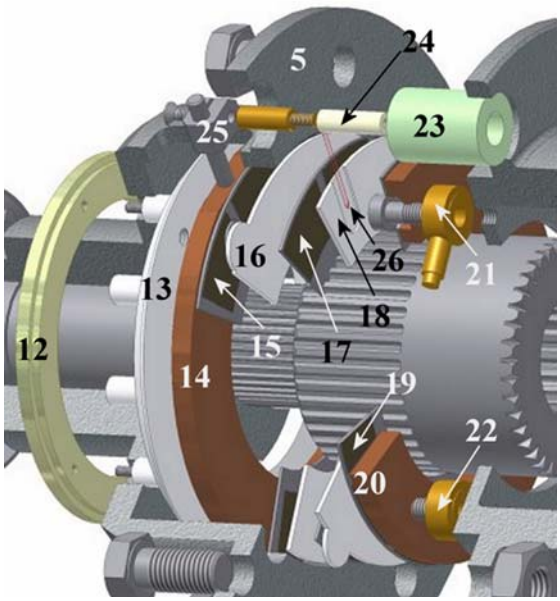


a)

b)



c)



d)

1 - Momentni motor
2 - Vanjsko kućište diferencijala
3 - Ulazno vratilo
4 - Zupčanik ulaznog vratila (ozubljenje odstranjeno)
5 - Kućište diferencijala
5a – Ležaji kućišta diferencijala
6 - Pričvrsni vijci
7 - Zupčanik izlaznog vratila
8 - Izlazno vratilo
9 - Poluga sustava mjerenja momenta
10 - Senzor sile
11 - Istosmjerni motor aktuatora
12 - Izlazna ploča sustava s kuglicama na rampi
13 - Potisna ploča
14 - Pričvrsna ploča senzora pozicije potisne ploče
15 - "Lažna" lamela s tarnom oblogom 1
16 - Čelična lamela
17 - Lamela s tarnom oblogom
18 - Čelična lamela 2 s utorom za termopar
19 - "Lažna" lamela s tarnom oblogom 2
20 - Ploča senzora pritisne sile
21 - Piezo sensor sile
22 - "Lažni" sensor sile
23 - Tijelo LVDT senzora pozicije potisne ploče
24 - Metalna jezgra LVDT senzora
25 - Nosač LVDT senzora
26 - Termopar debljine 50 μm
27 - Pojačala senzora
28 –Industrijski Pentium III PC, frekvencijski pretvarač I upravljački sustav

Slika 3-17. Eksperimentalni postav uljne lamelne spojke: a) fotografija cijelog postava, b) fotografija pojedinačnih komponenata, c) 3D CAD model spojke, i d) uvećani detalj 3D CAD modela spojke

Potisna ploča (13) zajedno s nosivom pločom (14) potiskuje spojku, koja se sastoji od jedne lamele s tarnom oblogom (17) postavljene između dvije čelične lamele (16 i 18). Kako bi se osigurali vjerni granični uvjeti u pogledu otpora prijelaza topline, između nosive ploče (14) i čelične lamele (16) postavljena je ″lažna″ lamela s tarnim oblogama (15). Ova lamela ne prenosi moment što je osigurano skidanjem unutarnjeg ozubljenja i zalijepljena je za nosivu ploču (14). Iz istog razloga s druge strane spojke postavljena je još jedna ″lažna″ lamela s tarnim oblogama (19), koja je zalijepljena za nosivu ploču senzora sile (20).

Pritisna sila F_n mjeri se na zadnjoj čeličnoj lameli spojke (18), koja se oslanja na nosivu ploču senzora sile (20). Nosiva ploča (20) je oslonjena u tri točke prema kućištu diferencijala. Mjerenje ukupne pritisne sile temelji se na principu mjerenja reaktivne sile u jednom od tri oslonca. Koristi se vrlo kruti tlačni piezo-električni senzor sile proizvođača PCB (21). U ostala dva oslonca nalaze se dva ″lažna senzora″, jednakih dimenzija i usporedive krutosti kao i originalni senzor. Ukupna pritisna sila jednaka je tri puta uvećanoj vrijednosti sile izmjerene na senzoru. Nominalna sila senzora je F_N = 22 kN. Osjetljivost senzora je 4047 pC/kN i gornja granična frekvencija je 90 kHz.

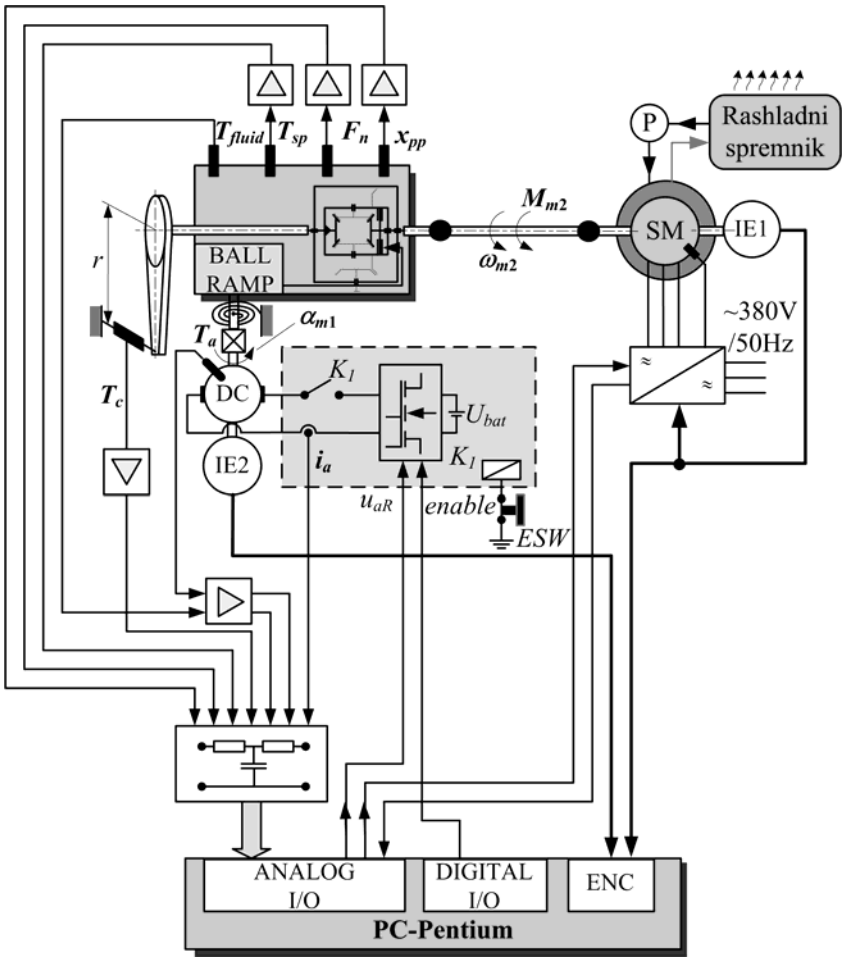
Temperatura spojke mjeri se termoparom u zadnjoj čeličnoj lameli (18). Lamele imaju debljinu od 1.3 mm, što osigurava zanemariv gradijent temperature po debljini lamele. Stoga se ovim putem može vrlo vjerno mjeriti temperaturu u tarnom kontaktu. Termopar je postavljen u izrađeni utor na lameli dubine 0.5 mm na srednjem polumjeru lamele, gdje se očekuje srednja temperatura kontakta (vidi sliku 3-17b i d). Gradijent temperature po polumjeru lamele može biti značajan, no za ovo istraživanje je bitna informacija o približnoj srednjoj temperaturi. Za potrebe detaljnijeg istraživanja toplinske dinamike bilo bi potrebno postaviti nekoliko termoparova na raznim polumjerima. Za mjerenje se koristi termopar (26) proizvođača Omega promjera 50 μm i deklariranog vremena odziva od 7 ms u mirujućoj vodi.

U razmatranom aktuatorskom sustavu diferencijala, potisna ploča spojke (13) nije čvrsto povezana s izlaznom pločom mehanizma s kuglicama na rampi (12). Za potrebe eksperimentalne identifikacije učinaka vezanih uz istiskivanje ulja, potisna ploča je

modificirana tako da se po potrebi omogući njeno izravno spajanje na aktuatorski mehanizam.

3.3.2 Električki podsustav

Slika 3-18 prikazuje principijelnu shemu električnog sustava eksperimentalnog postava diferencijala. Sustav je sličan onom na ispitnom sustavu aktivnog diferencijala (potpoglavlje 3.2.2). Razlika se odnosi na dodatne senzore normalne sile F_n, pozicije potisne ploče x_{pp} i temperature spojke T_c.



Slika 3-18. Principijelna shema sustava elektrike eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke.

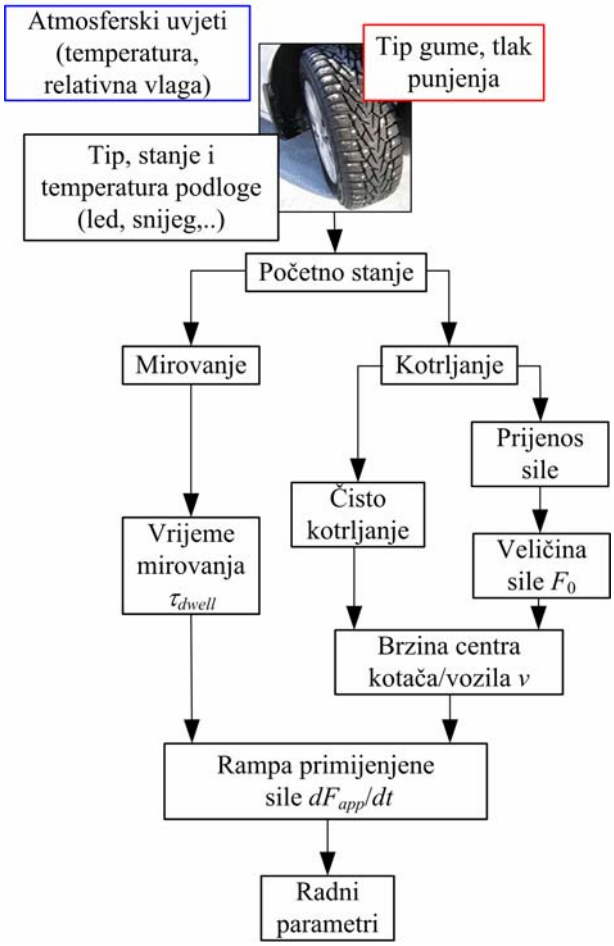
4 Identifikacija i analiza dinamičkog potencijala trenja autogume

U ovom se poglavlju daju rezultati eksperimentalne identifikacije i analize trenja autogume na ledenoj podlozi s konačnim ciljem dobivanja fizikalnog objašnjenja učinka dinamičkog potencijala trenja gume.

4.1 Plan pokusa

Preliminarna mjerenja na testnom vozilu Ford Focus pokazala su kako na maksimalnu silu trenja gume utječe nagib rampe (vremenska derivacije linearne promjene) primijenjenog momenta na kotač, što se može promatrati i kao nagib rampe primijenjene sile u kontaktu gume i podloge [28]. Cilj prikazanog istraživanja je pronaći fizikalnu podlogu ovog učinka. Zbog kinematike kotrljanja gume i s tim povezane prostorne raspodijeljenosti sila duž kontaktne površine (vidi potpoglavlje 2.3), detaljno istraživanje ovog učinka treba uzeti u obzir sve radne parametre i stanja autogume (vidi ilustraciju na slici 4-1). Za određenu gumu pri nominalnom tlaku punjenja na određenoj podlozi (npr. led ili snijeg) i u određenim uvjetima okoline (temperatura i vlaga zraka) razmatraju se dva početna stanja: mirovanje i kotrljanje. Kod mirovanja se uzima u obzir vrijeme mirovanja gume između zadnjeg zaustavljanja i trenutka ponovnog pokretanja, $\tau_{dwell.}$ U slučaju kotrljanja pri određenoj brzini v uzima se slučaj čistog kotrljanja (engl. *free rolling*) kada guma prenosi samo sile otpora kotrljanja i slučaj kada guma prenosi određenu silu F_0. Konačno za svaku od ove tri grupe parametara uzima se određena rampa primijenjene sile dF_{app}/dt. Točne vrijednosti koje su razmatrane u istraživanju dane su u potpoglavljima vezanim uz identifikaciju točno određenog slučaja.

Statističke metode odzivnih površina [107] vrlo su pogodne kada se razmatra utjecaj relativno velikog broja parametara i potencijalno mogu smanjiti broj potrebnih eksperimenta uz dobivanje dobrog uvida u razmatrani proces. Dio mjerenja se pokušao provesti na taj način, ali nije rezultirao zadovoljavajućim rješenjem zbog nemogućnosti kontroliranja svih parametara i relativno velikog rasipanja podataka razmatrane sile trenja. Zbog toga je primijenjen klasični pristup uz provođenje eksperimenata za veliki broj kombinacija parametara i barem tri ponavljanja za svaki set parametara. Regresijska analiza (npr. [108]) primijenjena je za konačne rezultate mjerenja.



Slika 4-1. Ilustracija izbora radnih parametara kod identifikacije dinamičkog potencijala trenja autogume gume.

Najveći dio mjerenja provodio se u ledenoj dvorani. Temperatura leda je bila oko -3°C, a temperatura okoline varirala je između 7 i 11 °C ovisno o danu kada su se mjerenja odvijala. Promjena temperature okoline utjecala je na relativnu vlažnost zraka. Na nižim temperaturama vlaga je iznosila 45%, a na višim temperaturama oko 85%. Kako bi se osigurala konzistentnost uvjeta podloge, većina mjerenja se provodila na uglačanom ledu. Zbog kompletnosti, dio mjerenja se provodio i na hrapavom ledu nakon utakmice hokeja. Konačno, neki od značajnijih mjerenja provedeni su i u realnim uvjetima snijega na cesti. Temperatura okoline u ovim uvjetima varirala je između -5 i -10 °C. Relativna vlažnost je bila oko 70%.

Potrebno je napomenuti da se u pogledu odnosa između temperature leda i okoline, uvjeti u ledenoj dvorani mogu značajno razlikovati od uvjeta u realnim uvjetima na otvorenom. Međutim, mjerenja na realnom testnom vozilu Ford Focus pokazala su kako razlika uvjeta ima zanemariv utjecaj na dinamički potencijal trenja [28].

4.2 Obrada signala

Uzdužna sila trenja gume F_t određuje se rekonstrukcijom iz momenta pogonskog motora M_m i vremenske derivacije brzine pogonskog kotača ω_f:

$$F_t = \frac{M_m - J\dot{\omega}_f}{r_e} = F_{app} - \frac{J}{r_e}\dot{\omega}_f \ , \tag{4-1}$$

gdje je primijenjena sila definirana kao $F_{app}=M_m/r_e$ (r_e = efektivni polumjer gume) i J je moment tromosti kotača određen u potpoglavlju 3.1.3. Model (4-1) zanemaruje dinamiku bočnih stranica gume, jer se razmatraju prijelazi u području razmjerno niskih frekvencija dinamike gume (područje frekvencije ispod prve vlastite frekvencije gume, koja za razmatranu gumu iznosi 20 Hz). Signal momenta motora M_m jednak je referenci momenta motora pomaknutoj u vremenu za 2 ms koliko iznosi kašnjenje razvijanja momenta motora, tj. kašnjenje regulacijskog kruga struje motora (vidi sliku 3-8). Signal akceleracije kotača $\dot{\omega}_f$ rekonstruiran je vremenskim diferenciranjem signala brzine ω_f. Kako bi se izbjegao šum koji se pojačava diferenciranjem, signal brzine vrtnje se prethodno filtrira Chebyshevim filtrom visokog reda s gornjom graničnom frekvencijom 80 Hz.

U svrhu provjere rekonstrukcije sile trenja gume prema izrazu (4-1) određuje se i uzdužna sila koja djeluje na vozilo rekonstruirana iz signala akcelerometra (slika 3-6):

$$F_{v.long} = m \cdot a_{long} \ , \tag{4-2}$$

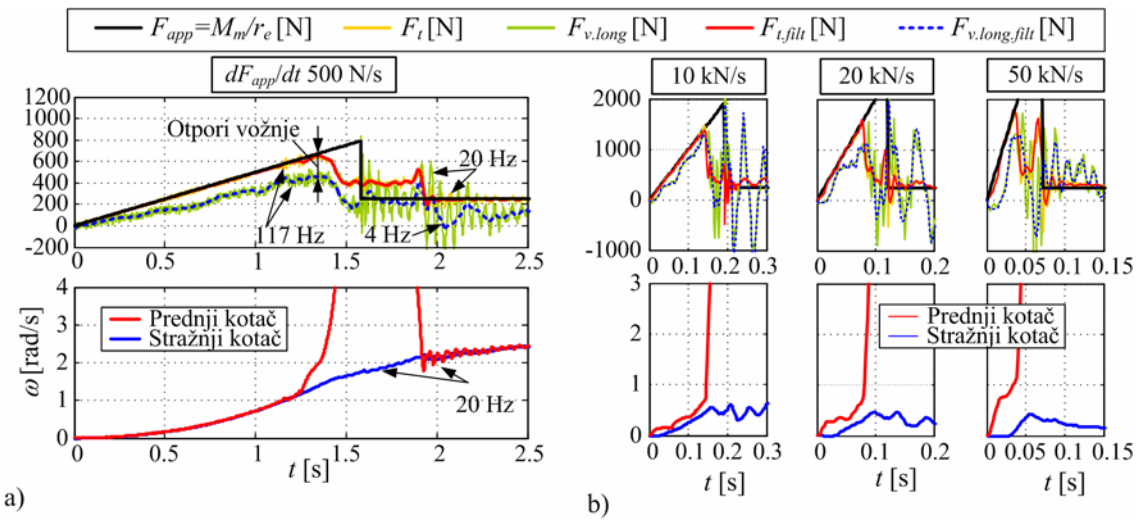
gdje je a_{long} izmjerena uzdužna akceleracija vozila i m je masa vozila. Signal akceleracije se filtrira već spomenutim Chebyshevim filtrom. Masa vozila m određena je precizno pomoću digitalne vage i ne mijenja tijekom testova.

4.3 Karakteristični eksperimentalni odzivi

Slika 4-2 prikazuje eksperimentalne odzive snimljene za razne nagibe rampe primijenjene sile ($F_{app}=M_m/r_e$) na ledenoj podlozi. Prije početka primjene sile vozilo je mirovalo u vremenu od 1 s. Nakon što je guma proklizala nakon primijenjene rampe sile, primijenjena sila je postavljena na iznos manji od statičkog potencijala gume (250 N u ovom slučaju).

Analiza odziva pokazuje sljedeće:

- Za slučaj niske rampe primijenjene sile dF_{app}/dt = 500 N/s (slika 4-2a), maksimum sile trenja gume F_t odgovara statičkom potencijalu trenja gume (engl. *Static Tire Friction Potential*, STFP) i iznosi približno 600 N. Kako se povećava rampa sile (slika 4-2b), maksimum sile trenja gume postaje značajno veći od statičkog potencijala (dinamički potencijal trenja autogume; engl. *Dynamic Tire Friction Potential*, DTFP).
- Odziv rekonstruirane uzdužne sile vozila, $F_{v.long}$, potvrđuje dinamički potencijal trenja. Sila $F_{v.long}$ je, međutim, nešto manja od rekonstruirane sile F_t zbog sila otpora vozila. Sile otpora uključuju: a) otpore kotrljanja prednje i stražnjih guma koji iznose 60 i 20 N (dobiveno prema izrazu (2-9)), b) otpori uslijed mehaničkog trenja i gubitaka u željezu pogonskog motora (od 5 N do 33 N ovisno o brzini vrtnje motora, vidi sliku 3-10) i c) dinamičke sile ubrzanja stražnjih kotača (prema rezultatima



Slika 4-2. Karakteristični eksperimentalni odzivi za slučaj ledene podloge u ledenoj dvorani.

simulacija iznose približno 20 N po kotaču). Za grubu procjenu može se uzeti da je efektivna sila trenja prednje gume manja od rekonstruirane sile trenja F_t za iznos otpora kotrljanja prednje gume u iznosu od 60 N. Gubitke momenta motora može se zanemariti za ovdje razmatrani slučaj malih brzina vozila. Razlika između sila F_t i $F_{v.long}$ postaje veća za nagibe rampe primijenjene sile veće od 20 kN/s, što se može objasniti kao posljedica zanemarivanja dinamike bočnih stranica. Drugim riječima rekonstrukcija F_t prema jednadžbi (4-1) postaje netočna za $dF_{app}/dt \geq 20$ kN/s (vidi i potpoglavlje 4.4).

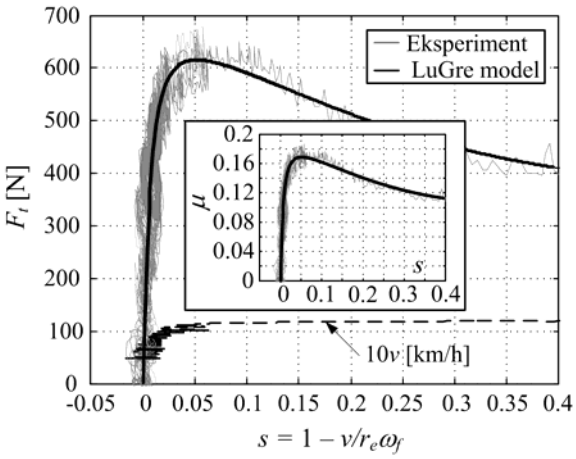
- Pored osnovnog vibracijskog moda gume s frekvencijom 20 Hz ([26],[109]), može se primijetiti nekoliko drugih vibracijskih modova: a) mod vertikalnih vibracija gume s frekvencijom 4 Hz, b) modovi gume na višim frekvencijama (40 Hz i 117 Hz) i c) mod uslijed valovitosti momenta vrtnje motora (engl. *cogging torque*) s frekvencijom ovisnom o brzini vrtnje motora (vidi odziv sile $F_{v.long}$ za $t < 1.3$ s na slici 4-2a)

4.4 Analiza eksperimentalnih rezultata

4.4.1 Statička karakteristika gume

Statička karakteristika gume daje odnos uzdužne sile trenja gume u funkciji uzdužnog klizanja $s = 1\text{-}v/r_e\omega$ (vidi izraz (2-50)). Ova se karakteristika najčešće dobiva provođenjem niza statičkih eksperimenata uz konstantne radne parametre brzine centra kotača v, brzine vrtnje kotača ω i normalne sile gume F_z (vidi [109]). Ovaj je pristup prilično dugotrajan i zahtjeva mogućnost precizne regulacije radnih parametara, što je u potpunosti moguće jedino na specijalnim testnim uređajima za autogume. U slučaju kada se ova karakteristika snima izravno na vozilu, moguće ju je dobiti iz jednostavnijeg kvazi stacionarnog eksperimenta [109]. Pri određenoj početnoj brzini vozila primijeni se spora rampa pogonskog momenta, slično eksperimentu pokazanom na slici 4-2a. Treba napomenuti da kod kvazi stacionarnih eksperimenata dolazi do promjene brzine vozila i normalne sile, što se može kompenzirati kod konačne obrade signala. Slika 4-3 prikazuje statičku karakteristiku gume na ledenoj podlozi dobivenu iz kvazi stacionarnog eksperimenta s

rampom primijenjene sile od 250 N/s. Usporedno je dana i karakteristika dobivena iz LuGre modela trenja za slučaj stacionarnih uvjeta (izraz (2-50)) i parametre optimirane za danu podlogu. Crtkana linija pokazuje promjenu brzine vozila tijekom eksperimenta. Sila gume F_t odgovara pravoj sili gume dobivenoj rekonstrukcijom prema izrazu (4-1) uz kompenzaciju promjene normalne sile i dodatno umanjenoj za procijenjenu vrijednost otpora kotrljanja od 60 N (poglavlje 4.3).



Slika 4-3. Statička karakteristika gume dobivena kvazi-stacionarnim eksperimentom i odgovarajući rezultat LuGre modela (uglačani led, F_{z0} = 3650 N, T_{amb} = 8°C, T_{ice} = -3°C, relativna vlažnost 45%).

Maksimum statičke karakteristike na slici 4-3 iznosi 625 N pri klizanju gume od 5%. Maksimalna sila odgovara faktoru trenja $\mu=F_t/F_z$=0.165. Pri velikim klizanjima sila trenja gume je manja od 400 N ($\mu\approx$0.1).

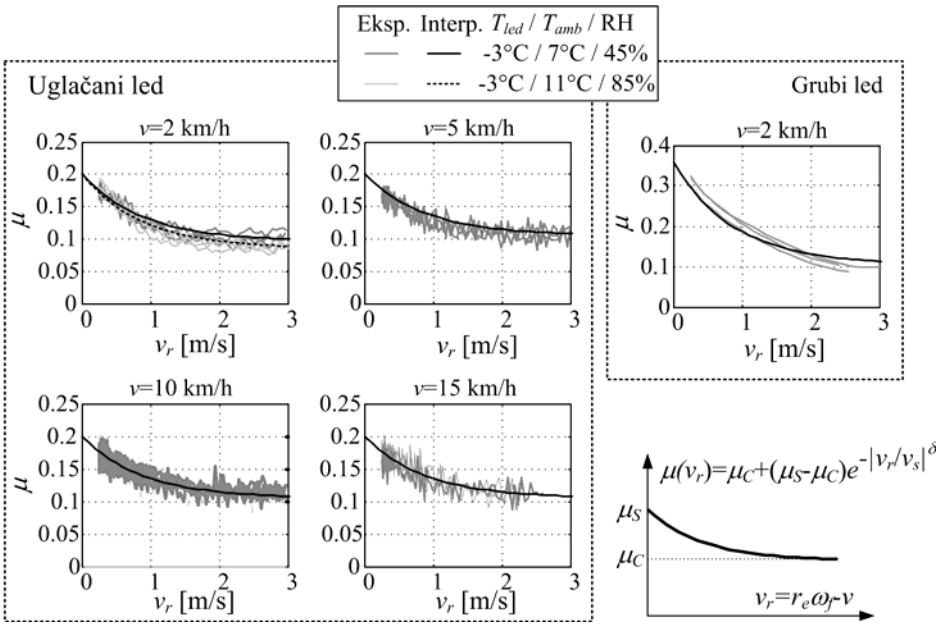
Utjecaj atmosferskih uvjeta (temperatura okoline T_{amb} i relativna vlažnost RH), brzine vozila v i tipa podloge na faktor trenja klizanja μ analiziran je za slučaj krivulja faktora trenja u funkciji relativne brzine $\mu(v_r) = \mu(r_e\omega_f - v)$. Konačni rezultati su dani na slici 4-4. Rezultati odgovaraju dijelu kvazi-stacionarnog eksperimenta nakon trenutka odvajanja (npr. t > 1.25 s na slici 4-2a), koji je karakteriziran čistim klizanjem i opisan Stribeckovom krivuljom (vidi sliku u donjem desnom uglu slike 4-4 i usporedi sliku 2-6)

Rezultati na slici 4-4 pokazuju sljedeće:

- Faktor Coulombovog trenja iznosi $\mu_C \approx 0.1$ i u velikoj je mjeri neovisan o brzini vozila v i hrapavosti podloge. Može se, međutim, primijetiti kako ipak postoji mali utjecaj brzine vozila na μ_C na način da je μ_C nešto niži pri malim brzinama. Ovo se može objasniti činjenicom da se vrijeme kontakta gume i podloge povećava

smanjenjem brzine vozila, zbog čega se povećava dio kontaktne površine s otopljenim ledom što doprinosi smanjenju ukupne sile trenja odnosno faktora trenja [57].

- Rezultati snimljeni na višoj temperaturi okoline (11°C u odnosu na 7 °C), odnosno višoj relativnoj vlažnosti (85% vs. 45%), ukazuju na određeno smanjenje faktora Coulombovog trenja μ_C s povećanjem temperature okoline.
- Faktor statičkog trenja μ_S za uglačani i grubi led iznosi redom 0.2 i 0.36 (približno dvostruko povećanje) i neovisan je o brzini vozila i atmosferskim uvjetima.
- Eksperimentalni rezultati faktora kinetičkog trenja (faktora trenja klizanja) $\mu(v_r)$ mogu se točno interpolirati eksponencijalnom funkcijom (masna linija) definiranom u donjem desnom uglu slike 4-4 s parametrima danim u tablici 4-1.



Slika 4-4. Faktor trenja klizanja autogume na ledu u funkciji brzine klizanja za razne brzine vozila, atmosferske uvjete i tipove podloge.

Tablica 4-1. Parametri faktora trenja klizanja $\mu(v_r)$ za gumu na ledenoj podlozi.

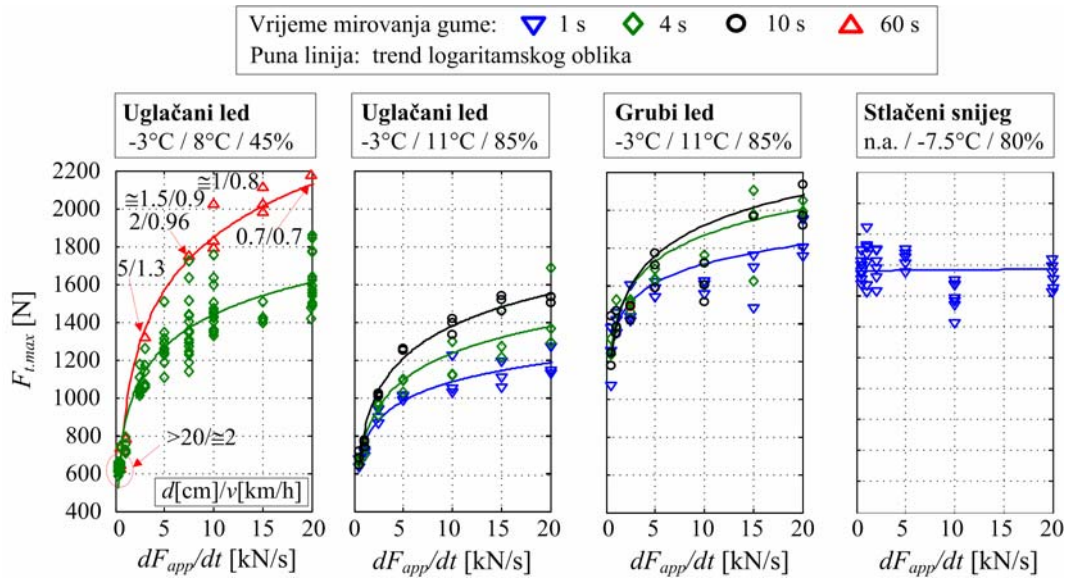
Parametar	Tip podloge / temperature podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost		
	Uglačani led/ -3°C/7°C/45%	Uglačani led/ -3°C/11°C/85%	Grubi led/ -3°C/7°C/85%
μ_c	0.105	0.095	
μ_s	0.2		0.36
v_s [m/s]	0.9		
δ_s	1		

4.4.2 Dinamički potencijal trenja autogume (DTFP) za slučaj početnog stanja mirovanja i kotrljanja

4.4.2.1 Početno stanje mirovanja

Cilj eksperimenata je istražiti utjecaj nagiba rampe primijenjene sile i vremena mirovanja gume na dinamički potencijal trenja autogume $F_{t.max}$. Vrijeme mirovanja τ_{dwell} definirano je kao vrijeme od zadnjeg zaustavljanja vozila do novog pokretanja. Kako bi se osigurala točna kontrola vremena mirovanja, vozilo je u prvom dijelu eksperimenta ubrzano do brzine od 2 km/h, nakon čega je pušteno da usporava pod djelovanjem otpora kotrljanja (vučna sila jednaka nuli). Nakon što se vozilo zaustavilo i dodatne stanke mirovanja τ_{dwell}, primijenjena je rampa s danim nagibom. Nagib rampe primijenjene sile i vrijeme mirovanja uzimali su se slučajnim odabirom iz unaprijed određenog skupa podataka {500, 1000, 2500, 5000, 10000, 15000, 20000} N/s odnosno {1, 4, 10, 60} s.

Slika 4-5 prikazuje konačne rezultate za slučaj različitih tipova podloge i atmosferskih uvjeta. Za slučaj ledene podloge DTFP raste s porastom rampe primijenjene sile i vremena mirovanja. Porast DTFP-a ima logaritamski trend i značajno raste sve do rampe od 10 kN/s. Daljnji spori porast DTFP-a za rampe dF_{app}/dt > 10 kN/s treba uzeti u obzir s rezervom, jer nije vidljiv u odzivu uzdužne sile vozila ($F_{v.long}$) na slici 4-2. Blagi rast DTFP-a koji se može uočiti na slici 4-5 za velike vrijednosti rampe dF_{app}/dt može se pripisati zanemarenom kašnjenju odziva sile trenja autogume izazvanom dinamikom bočnih stranica (približno 10 ms) kod rekonstrukcije sile trenja gume u modelu (4-1).



Slika 4-5. Eksperimentalni rezultati i regresijske krivulje dinamičkog potencijal trenja za početno stanje gume u mirovanju (objašnjenje legendi: temperature podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost; d = prijeđeni put do trenutka odvajanja, v = brzina vozila u trenutku odvajanja).

Važno je uočiti korelaciju između vrijednosti DTFP-a, brzine vozila (v) i prevaljenog puta (d) u trenutku odvajanja gume (vidi krajnji lijevi dijagram na slici 4-5). Može se uočiti da kako se povećanjem DTFP-a smanjuju vrijednosti brzine i puta. Drugim riječima, DTFP postoji samo u slučaju kada je prevaljeni put manji od duljine kontaktne površine gume (približno 12 cm). Kako su brzina vozila, prevaljeni put i rampa primijenjene sile međusobno zavisne varijable, nije unaprijed jasno koji od ovih faktora ima značajniji (izvorni) utjecaj.

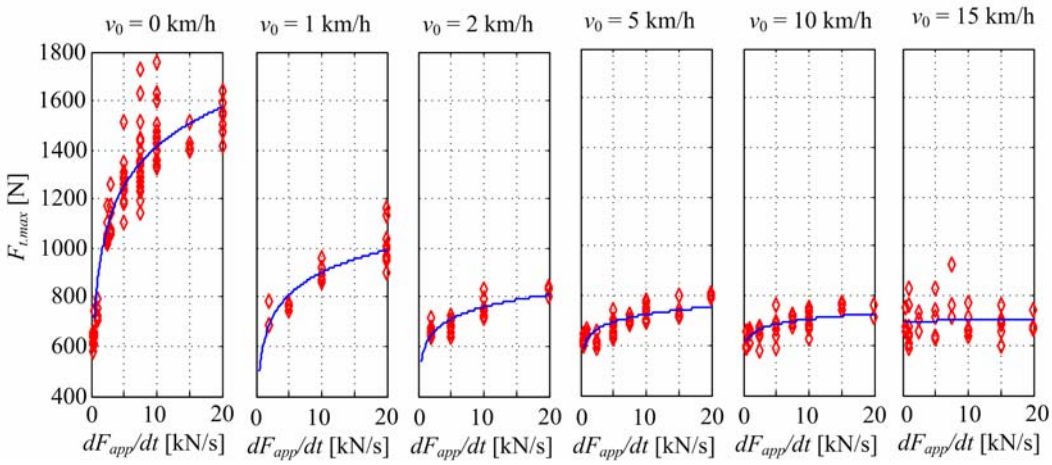
Nadalje, DTFP je manje izražen na višim temperaturama okoline, odnosno višim vrijednostima relativne vlažnosti. Za vrijeme mirovanja od 4 s, DTFP je pri rampi iznosa 10 kN/s veći u usporedbi sa STFP-om (statički potencijal trenja) za 900 N pri višoj odnosno 600 N pri nižoj temperaturi okoline. Pri istim atmosferskim uvjetima, apsolutni iznos razlike DTFP-a i STFP-a neovisan je od tipa podloge (uglačani ili grubi led).

Za slučaj podloge prekrivene snijegom (vidi krajnji desni dijagram na slici 4-5), uočava se kako potencijal trenja autogume ne ovisi o nagibu rampe primijenjene sile, dok vrijeme mirovanja pokazuje vrlo blagi utjecaj (vidi potpoglavlje 4.4.3 za dodatno pojašnjenje).

4.4.2.2 Početno stanje kotrljanja

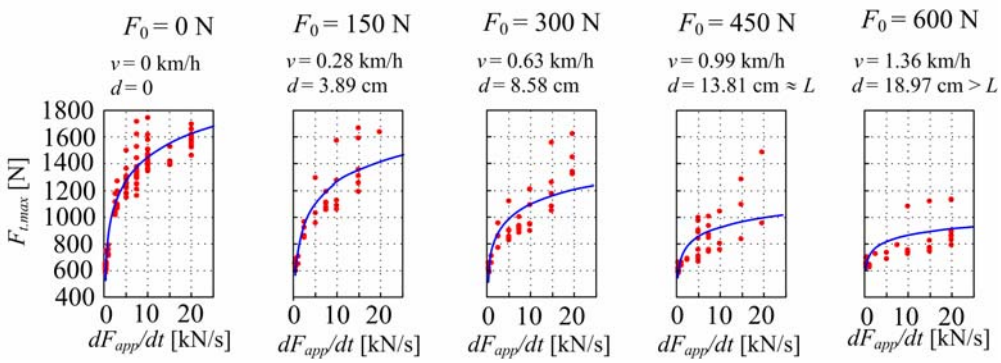
U slučaju kada se guma kotrlja u početnom stanju razmatraju se slučajevi uz: a) razne početne brzine vozila v_0 i početnu silu $F_0 = 0$ i b) razne početne sile F_0 i početnu brzinu vozila $v_0 = 0$ (vidi sliku 4-1).

Eksperimenti vezani uz utjecaj brzine vozila provedeni su na sljedeći način. Vozilo je prvo ubrzano do dane početne brzine v_0 primjenom konstantne vučne sile od 400 N. Zatim je vučna sila postavljena na iznos nula i držana na toj vrijednosti u vremenu od pola sekunde, nakon čega je primijenjena rampa sile. Nagib rampe primijenjene sile i početna brzina vozila odabirane su slučajnim odabirom iz skupa podataka {500, 1000, 2500, 5000, 10000, 15000, 20000} N/s odnosno {1, 2, 5, 10, 15} km/h. Slika 4-6 prikazuje konačne rezultate. U rezultate su uključeni i rezultati sa slike 4-5 koji se odnose na slučaj početnog stanja mirovanja i vremena mirovanja od 4 s. Može se uočiti kako se DTFP postupno smanjuje s povećanjem brzine vozila, te potpuno nestaje za brzine vozila veće od 2 km/h. Ovaj rezultat dovodi u pitanje postojanje izravne korelacije između nagiba rampe primijenjene sile i DTFP-a. U tom pogledu važno je naglasiti kako je prevaljeni put do trenutka odvajanja nešto manji od duljine kontaktne površine za brzinu $v_0 = 2$ km/h odnosno za brzine $v_0 \geq 5$ km/h guma se otkotrljala iz početne kontaktne površine do trenutka odvajanja.

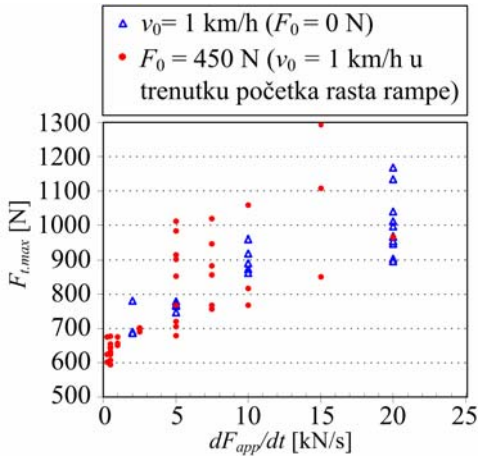


Slika 4-6. Utjecaj brzine vozila i nagiba rampe primijenjene sile na dinamički potencijal trenja autogume.

Utjecaj početne sile istražen je putem eksperimenata provedenih na sljedeći način. Vozilo je u početnom stanju mirovalo. U početnom dijelu eksperimenta je u vremenu od 0.5 s primijenjena konstantna početna sila F_0, nakon čega je slijedila nagibna promjena primijenjene sile. Početna sila F_0 i nagib rampe primijenjene sile dF_{app}/dt odabirane su slučajnim odabirom iz skupa podataka {150, 300, 450, 600} N odnosno {500, 1000, 2500, 5000, 10000, 15000, 20000, 30000} N/s. Konačni rezultati dani su na slici 4-7. Rezultati uključuju i rezultate sa slike 4-6, koji se odnose na početnu silu nula. Može se uočiti kako se dinamički potencijal smanjuje s porastom početne sile. Međutim, nije unaprijed jasno je li to smanjenje posljedica same početne sile ili početne brzine vozila koja se pod djelovanjem početne sile razvije do trenutka odvajanja. Legende dane na slici 4-7 pokazuju kako je kod



Slika 4-7. Utjecaj početne sile i nagiba rampe primijenjene sile na dinamički potencijal trenja autogume (v je brzina i d je prevaljeni put vozila u trenutku početka rampe primijenjene sile).



Slika 4-8. Usporedni prikaz utjecaja početne brzine i početne sile na dinamički potencijal trenja autogume.

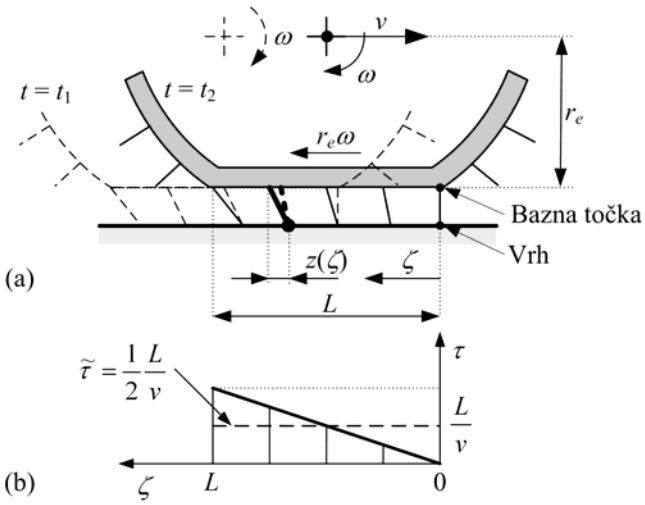
najveće početne sile brzina vozila u trenutku početka primijene rampe primijenjene sile veća od 1 km/h, što je prema rezultatima na slici 4-6 brzina pri kojoj je potencijal trenja značajno smanjen. Kako bi se razjasnila ova dilema, uspoređeni su rezultati eksperimenata sa i bez početne sile u kojima je bila jednaka brzina vozila u trenutku početka rasta rampe primijenjene sile (slika 4-8). Rezutati se preklapaju, te se prema tome može zaključiti kako je vrlo vjerojatno brzina vozila parametar koji utječe na dinamički potencijal, a ne početna sila.

4.4.2.3 Kratki pregled rezultata i hipoteza

Prikazani rezultati pokazuju kako je DTFP na ledenoj podlozi izravno ovisan o vremenu mirovanja gume. S druge strane, postoji neizravna ovisnost o nagibu rampe primijenjene sile preko međusobno zavisnih parametara brzine vozila i prevaljenog puta. Prema ovim rezultatima može se postaviti hipoteza kako je ovisnost o brzini vozila/prevaljenom putu u izravnoj vezi s učinkom vremena mirovanja na način da se vrijeme mirovanja definira kao prosječno vrijeme mirovanja pojedinih elemenata gume za vrijeme dok prolaze kroz kontaktnu površinu tijekom njenog kotrljanja. Vrijeme mirovanja pojedinih dijelova gume određeno je kao vrijeme mirovanja vlakna (engl. *Bristle Dwell Time,* BDT).

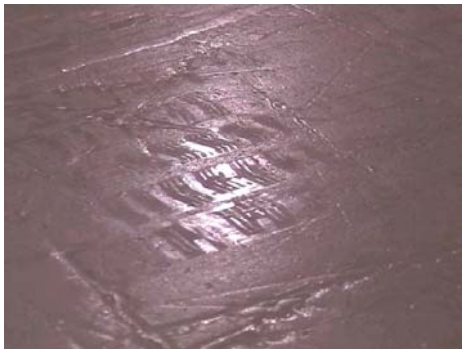
Prema vlaknastom modelu kontakta autogume i podloge (potpoglavlje 2.3.1) i uz pretpostavku stanja držanja svih vlakana duž cijele kontaktne površine (slika 4-9a, [19]), svako vlakno prijanja na jednu te istu točku podloge tijekom cijelog vremena gibanja kroz kontaktnu površinu (vidi vlakno označeno masnom crtom na slici 4-9a). S povećanjem brzine vozila, smanjuje se i vrijeme mirovanja vlakna na određenoj točki podloge (manji BDT) i zbog toga dolazi do smanjivanja potencijala trenja između vlakna i podloge. Na primjer, za duljinu kontaktne površine L = 12 cm i brzinu vozila v od 1, 5, i 15 km/h odgovarajuće prosječno vrijeme mirovanja vlakana $\tilde{\tau} = 1/2 \cdot L/v$ (slika 4-9b) iznosi redom 0.216, 0.0432 i 0.011 s. Pri brzini od 1 km/h prosječno vrijeme kontakta vlakana je dovoljno veliko kako bi moglo utjecati na dinamički potencijal trenja (vidi sliku 4-6). Sam utjecaj vremena mirovanja na povećanje potencijala trenja može se objasniti učinkom utiskivanjem gume u ledenu podlogu (vidi sliku 4-10) odnosno ″ljepljenjem″ gume za podlogu kao posljedica zaleđivanja sloja vode koji se nalazi između gume i ledene plohe, a koji nastaje

otapanjem leda u kontaktnoj površini zbog topline razvijene trenjem prilikom rotacije gume i prijenosa sile na podlogu.



Slika 4-9. Vlaknasti model kontakta autogume i podloge (a) i ilustracija vremena mirovanja vlakna (engl. *Bristle Dwell Time, BDT*) za stacionarni slučaj kotrljanja (b).

Važno je primijetiti kako je prosječno vrijeme mirovanja vlakana uvijek dulje od vremena mirovanja gume čiji je utjecaj analiziran u potpoglavlju 4.4.2.1. Čak i u slučaju vremena mirovanja gume nula, vlakna akumuliraju određeno vrijeme mirovanja tijekom pokretanja i zaustavljanja gume u početnom dijelu eksperimenta. Prema rezultatima simulacije dobivenim korištenjem razvijenog modela vremena mirovanja vlakna (vidi potpoglavlje 5.2), procijenjeno početno prosječno vrijeme mirovanja vlakana $\tilde{\tau}$ iznosi približno 1.5 s. Ako bi ovo relativno kratko prosječno vrijeme mirovanja vlakana bilo dovoljno dugo da doprinese povećanju potencijala trenja gume do 1000 N (vidi sliku 4-5 za slučaj vremena mirovanja gume od 1 s), utjecaj rampe primijenjene sile mogao bi se objasniti samo utjecajem vremena mirovanja vlakna. Kako bi se provjerila ova hipoteza provedena su dodatna eksperimentalna ispitivanja kako je opisano u slijedećem poglavlju.



Uvećani detalj

Slika 4-10. Fotografija utiskivanja autogume u ledenu podlogu (tip gume: Mastercraft™ Glacier Grip W195/60 R15 M+S)

4.4.3 Utjecaj prosječnog vremena mirovanja vlakana

Kako bi se dobilo eksperimentalne podatke za široko područje vrijednosti prosječnog vremena mirovanja vlakana, uključujući i vrlo male vrijednosti manje od 1 s, primijenjena je sljedeća eksperimentalna procedura. Vozilo je prvo ubrzano do brzine od 2 km/h. Nakon toga je vučna sila postavljena na nulu uslijed čega je vozilo počelo lagano usporavati djelovanjem otpora kotrljanja. Brza rampa primijenjene sile (10 ili 20 kN/s) primijenjena je u trenutku kada je vozilo usporilo do određene brzine manje od 1.5 km/h uključujući i brzinu v = 0 km/h. U slučaju nulte brzine v = 0, vozilo je moglo biti određeno vrijeme u mirovanju (vrijeme mirovanja gume τ_{dwell}) prije brze rampe. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana $\tilde{\tau}$ procijenjeno je korištenjem razvijenog dinamičkog modela s usrednjenom varijablom vremena mirovanja (potpoglavlje 5.2.3) i dodatno uvećano za vrijeme mirovanja gume u slučaju kada je vozilo bilo zaustavljeno.

Konačne rezultate ovisnosti DTFP-a o prosječnom vremenu mirovanja vlakana u trenutku odvajanja gume za slučaj različitih tipova podloge i uvjeta okoline prikazuje gornji dijagram na slici 4-11. Evidentno je postojanje logaritamske ovisnosti. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana od samo nekoliko sekundi doprinosi značajnom povećanju DTFP-a. Navedeno potvrđuje točnost hipoteze kako se utjecaj rampe primijenjene sile može objasniti učinkom vremena mirovanja vlakana u kontaktu.

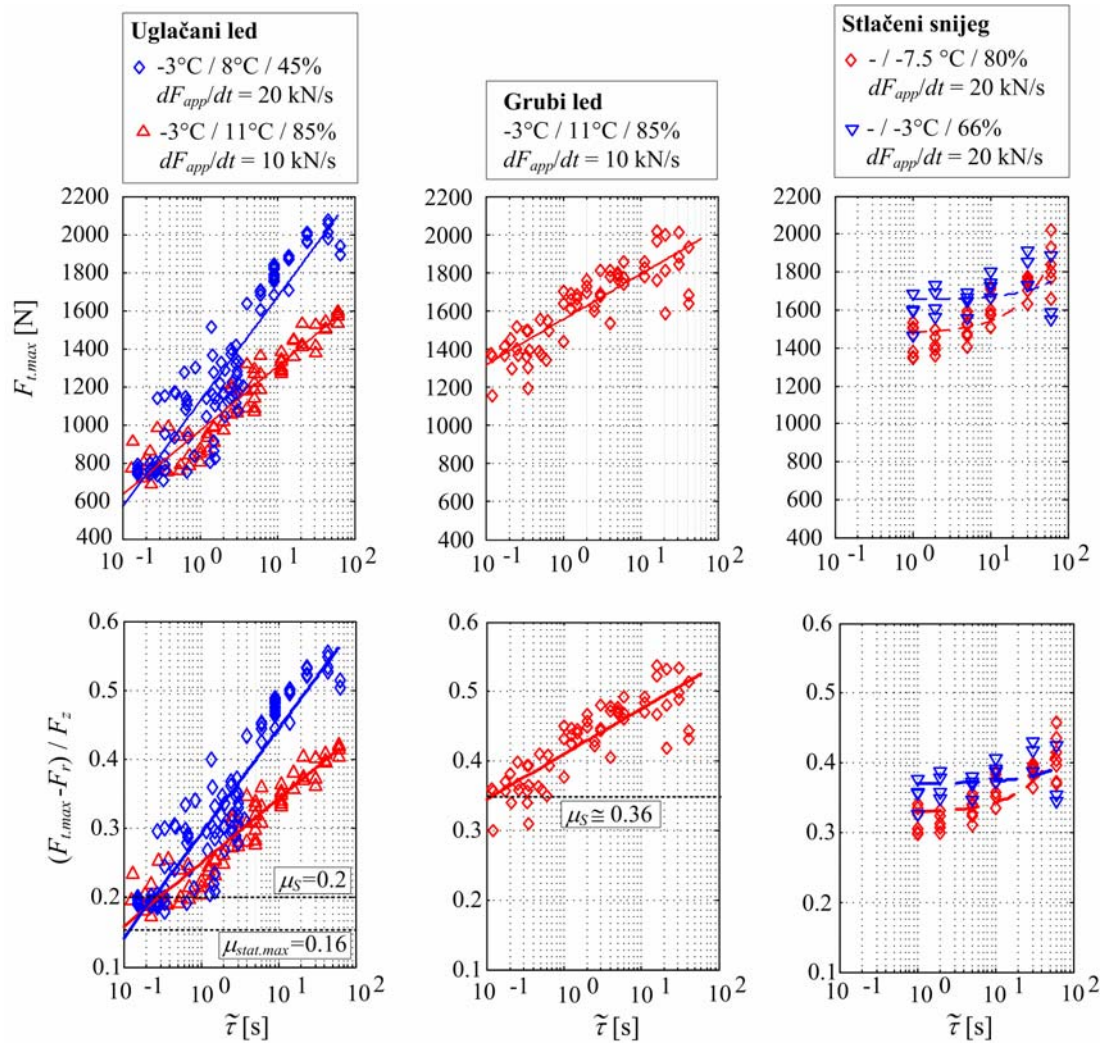
Rezultati koji se odnose na snježnu podlogu ukazuju na povećanje potencijala trenja s povećanjem vremena mirovanja, ali tek pri izrazito dugim vrijednostima vremena mirovanja. Ovaj rezultat objašnjava rezultate sa slike 4-5, gdje za slučaj snježne podloge i vremena mirovanja gume od samo 1 s nije primijećeno postojanje dinamičkog potencijala trenja.

Donji dijagrami na slici 4-11 prikazuju rezultate potencijala trenja izražene kao faktor trenja. Kako bi se dobile prave vrijednosti faktora trenja usporedive s rezultatima sa slike 4-4, vrijednosti DTFP-a su umanjene za iznos otpora kotrljanja od 60 N. Može se uočiti kako za uglačani led minimalna vrijednost faktora trenja sa slike 4-11 odgovara faktoru statičkog

trenja μ_s sa slike 4-4 i tablice 4-1. Stoga je prikladno faktor statičkog trenja μ_S izraziti kao logaritamsku funkciju prosječnog vremena mirovanja vlakana $\tilde{\tau}$:

$$\mu_S(\tilde{\tau}) = \max(a + b\ln(\tilde{\tau}), \mu_{S0}) \tag{4-3}$$

s donjom graničnom vrijednosti faktora statičkog trenja $\mu_S(\tilde{\tau})$ jednakoj statičkoj vrijednosti μ_{S0} sa slike 4-4 odnosno iz tablice 4-1. Parametri funkcijske ovisnosti izraza (4-3) dani su u tablici 4-2.



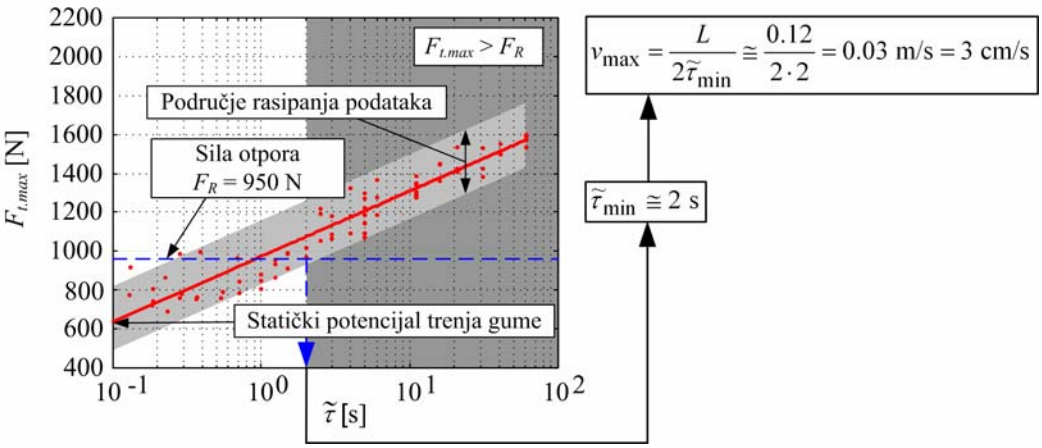
Slika 4-11. Ovisnost dinamičkog potencijal trenja autogume o prosječnom vremenu mirovanja vlakana za različite tipove podloge i uvjete okoline (objašnjenje legendi: temperatura podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost).

Tablica 4-2. Parametri regresijske funkcije ovisnosti statičkog faktora trenja gume na ledenoj podlozi o prosječnom vremenu mirovanja vlakana.

Parametar	Tip podloge / temperatura podloge / temperatura okoline / relativna vlažnost		
	Uglačani led / -3°C/7°C/45%	Uglačani led / -3°C/11°C/85%	Grubi led/ -3°C/7°C/85%
a	0.292	0.249	0.409
b	0.065	0.039	0.028
μ_{S0}	0.2	0.2	0.36

4.4.4 Provjera postojanja DTFP-a za slučaj kontrolirane vožnje na malim brzinama

Prema prikazanim eksperimentalnim rezultatima i provdenoj analizi može postaviti sljedeća hipoteza. Ako je sila otpora vozila F_R veća od statičkog potencijala trenja gume (STFP), npr. kod vožnje na zaleđenoj uzbrdici, vožnja bi svejedno bila ostvariva ako bi se vozilo gibalo brzinom v dovoljno niskom da se ostvari prosječno vrijeme mirovanja vlakana koje će rezultirati dinamičkim potencijalom trenja gume većim od sile otpora. Prema ilustraciji na slici 4-12, brzina od 3 cm/s bila bi teorijski maksimalna brzina (uzimajući u obzir rasipanje podataka), kod koje bi bila ostvariva vožnja na ledu uz silu otpora F_R = 950 N > STFP = 600 N.

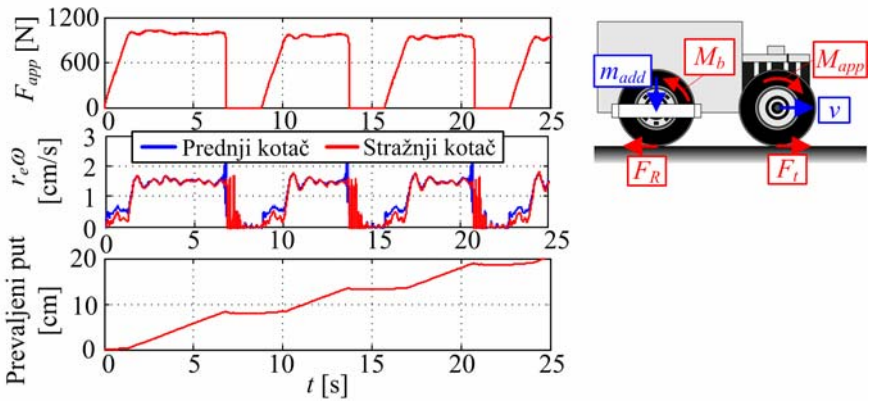


Slika 4-12. Ilustracija ideje korištene za provjeru postojanja DTFP-a putem regulirane vožnje na malim brzinama.

Hipoteza je provjerena eksperimentalnim putem. Brzina vrtnje pogonskog kotača regulirana je proporcionalno-integralnim (PI) regulatorom brzine (potpoglavlje 6.1). Vrijednost referentne vrijednosti brzine vrtnje postavljena je na malu zadanu vrijednost. Sila otpora bila je postavljena na iznos F_R = 950 N putem stražnjih kočnica s ciljem emulacije vožnje na uzbrdici. Stražnji su kotači bili dodatno opterećeni utezima kako bi mogli prenositi sile otpora kočnica bez klizanja kotača. Kako bi se ostvario višak potencijala trenja u usporedbi sa silom otpora, referentna brzina vozila je postavljena na 50% manju vrijednost od teorijski potrebne brzine, tj. referentna vrijednost je iznosila 1.5 cm/s što odgovara prosječnom vremenu mirovanja vlakana od 4 s. Slika 4-13 prikazuje eksperimentalne odzive. Može se uočiti kako guma zaista može svladati otpore gibanja veće od statičkog potencijala trenja i omogućiti kretanje vozila. Pritom, međutim, dolazi do odvajanja (klizanja) gume nakon prevaljenog puta od približno 7 cm, što odgovara vrijednosti 70% duljine kontaktne površine. Guma može ponovno savladati otpore gibanja samo ako se nakon odvajanja zaustavi i ostavi da miruje u vremenu od nekoliko sekundi kako bi se ponovno razvio dinamički potencijal trenja (slika 4-13, t > 7 s).

Eksperimentalno istraživanje uključilo je detaljnu analizu utjecaja radnih parametara (vidi poglavlje 6). Ustanovljeno je kako duljina prevaljenog puta ne ovisi o referenci brzine, već samo o razlici između statičkog potencijala i sile otpora gibanja i vremenu mirovanja gume.

Navedena saznanja ukazuju na to da ako guma prenosi silu veću od otpora kotrljanja, učinak



Slika 4-13. Eksperimentalni odziv vožnje vozila malom brzinom uz silu otpora veću od statičkog potencijala trenja.

dinamičkog potencijala trenja ne vrijedi za nova vlakna koja ulaze u kontaktnu površinu. Ovo vladanje nije sasvim lako fizikalno objasniti. Jedno od objašnjenja bi mogla biti pojava klizanja u kontaktu gume i leda na mikroskopskoj razini tijekom prijenosa većih sila. Posljedica ovoga je reduciranje vremena mirovanja vlakna na nulu te stoga i faktora statičkog trenja na nominalnu/minimalnu vrijednost μ_{S0}. Detaljno fizikalno objašnjenje ovih rezultata zahtijevalo bi proučavanje klizanja u kontaktnoj površini eksperimentalnim putem što izlazi iz područja ovog istraživanja.

4.5 Kratki zaključak

U ovom su poglavlju dani rezultati analize rezultata eksperimentalne uzdužne dinamike trenja autogume na klizavim podlogama u slučaju nagle promjene pogonskog momenta. Testovi su provedeni u ledenoj dvorani i testnoj stazi prekrivenoj snijegom u realnim uvjetima na otvorenom. Analiza rezultata je pokazala kako je prosječno vrijeme mirovanja elemenata nagazne površine gume (vlakana) u kontaktnoj površini ključno za odziv sile trenja gume tijekom nagle promjene pogonskog momenta na podlozi prekrivenoj ledom. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana predstavlja varijablu stanja, koja se mijenja s brzinom kotača i vozila te duljinom kontaktne površine.

Utvrđeno je kako vrijeme mirovanja utječe na potencijal trenja autogume. Ako guma miruje ili se slobodno kotrlja na podlozi prekrivenoj ledom, potencijal trenja autogume se povećava s porastom prosječnog vremena mirovanja vlakana. Ako guma prenosi vučnu i kočnu silu na podlogu, opisano vladanje vrijedi samo za vlakna koja su ušla u kontaktnu površinu prije trenutka početka prijenosa sile. Pri malim vrijednostima prosječnog vremena mirovanja vlakana manjim od 0.1 sekunde, potencijal trenja autogume jednak je statičkom potencijalu trenja. S porastom prosječnog vremena mirovanja vlakana potencijal trenja se povećava trendom logaritamskog oblika i za vrijeme mirovanja od 2 s povećanje potencijala iznosi 50%. Porast potencijala je nešto veći pri nižim temperaturama okoline odnosno nižim vrijednostima relativne vlažnosti. Za velike vrijednosti vremena mirovanja (npr. $\geq$ 10 s), povećanje potencijala trenja može biti veće od 100%. Utjecaj vremena mirovanja na povećanje potencijala trenja može se fizikalno objasniti učinkom utiskivanjem gume u

ledenu podlogu odnosno ″ljepljenjem″ gume za podlogu kao posljedica zaleđivanja sloja vode koji se nalazi između gume i ledene plohe, a koji nastaje otapanjem leda u kontaktnoj površini zbog topline razvijene trenjem prilikom rotacije gume i prijenosa sile na podlogu. Povećanje potencijala trenja može se upotrijebiti za savladavanje sila otpora većih od statičkog potencijala trenja, međutim ostvariva brzina vozila je prilično niska (u redu veličina cm/s). Za slučaj podloge prekrivene snijegom uočeno je kako vrijeme mirovanja utječe na dinamički potencijal trenja, međutim vidljivi porast potencijala trenja primjećuje se tek pri izrazito dugom vremenu mirovanja iznosa većeg od 60 s.

5 Modeliranje dinamičkog potencijala trenja autogume

Rezultati eksperimentalne identifikacije i analize iz poglavlja 4 pokazali su kako je dinamički potencijal trenja autogume (DTFP) posljedica utjecaja vremena mirovanja vlakna na faktor statičkog trenja, koji se može opisati regresijskom funkcijom (4-3). Ovo vrijedi samo kada guma miruje ili se slobodno kotrlja bez prijenosa vučne sile. Kada guma na podlogu prenosi određenu vučnu silu, faktor statičkog trenja vlakna koji ulaze u kontaktnu površinu ne ovisi više o vremenu mirovanja vlakna i jednak je nominalnoj/minimalnoj vrijednosti μ_{S0}.

Navedena saznanja se u ovom poglavlju ugrađuju u model trenja autogume. Model se temelji na LuGre modelu trenja uzdužne dinamike autogume (potpoglavlje 2.3, [102]), koji je dodatno proširen modelom vremena mirovanja vlakna i odgovarajućom ovisnosti faktora statičkog trenja.

5.1 Parametriranje LuGre modela uzdužne dinamike trenja autogume

Prema diskusiji u potpoglavlju 2.3.4, faktor viskoznog trenja postavljen je na nulu, jer je to opravdano za većinu uvjeta na cesti, pa tako i ledenu podlogu pri radnim uvjetima razmatranim u istraživanju. Faktor prigušenja vlakana σ_1 može se teorijski zanemariti zbog slabog prigušenja materijala nagazne površine. No razumno ga je postaviti na vrijednost koja osigurava barem malo prigušenje ($\zeta = 0.1$) kako ne bi došlo da pojave neprigušenih oscilacija varijable stanja deformacije z, što može dovesti i do povećanja vremena izvođenja simulacije modela. Parametri funkcije potencijala trenja μ_C, μ_S, v_s i δ uzeti su prema vrijednostima dobivenim iz dijela čistog klizanja kvazi-statičkih eksperimenta (tablica 4-1)

kako je objašnjeno u potpoglavlju 4.4.1. Zadnji preostali parametar – kontanta uzdužne krutost vlakna σ_0 dobiven je postupkom optimiranja temeljenog na metodi najmanjih kvadrata s ciljem ostvarivanja dobre korelacije između eksperimentalnih rezultata statičke karakteristike (vidi sliku 4-3) i odgovarajuće karakteristike LuGre modela dane izrazom (2-50). Konačni rezultati za slučaj uglačanog leda dani su u tablici 5-1.

Tablica 5-1. Identificirani parametri LuGre modela uzdužne dinamike trenja autogume za slučaj podloge prekrivene uglačanim ledom.

Parametar	Vrijednost	Jedinica
σ_0	$1.4 \cdot 10^6$	[N/m]
μ_c	0.105	-
μ_s	0.2	-
v_s	0.9	[m/s]
δ_s	1	-
σ_1	4500	[Ns/m]
σ_2	0	[Ns/m]

5.2 Model vremena mirovanja vlakna

5.2.1 Prostorno raspodijeljeni model

Varijable stanja mirovanja vlakna u kontaktu gume i podloge τ jest funkcija pozicije vlakna u kontaktnoj površini ζ i vremena t, odnosno $\tau = \tau(\zeta, t)$. Totalni diferencijal varijable τ može se izraziti kao

$$d\tau(\zeta, t) = \frac{\partial \tau}{\partial \zeta} d\zeta + \frac{\partial \tau}{\partial t} dt \ . \tag{5-1}$$

Jednadžba (5-1) može se zapisati u obliku

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{d\tau}{dt} - \frac{d\zeta}{dt} \frac{\partial \tau}{\partial \zeta} \ . \tag{5-2}$$

Parcijalna vremenska derivacija pozicije temeljne točke vlakna, $d\zeta / dt$, glasi (slika 4-9a, [102]):

$$\frac{d\zeta}{dt} = r_e \,|\, \omega \,|\ , \tag{5-3}$$

dok je totalna vremenska derivacija vremena mirovanja, $d\tau/dt$, prirodno jednaka jedinici:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1\ . \tag{5-4}$$

Uvrštavanjem izraza (5-3) i (5-4) u jednadžbu (5-2) slijedi konačna parcijalna diferencijalna jednadžba vremena mirovanja vlakna τ

$$\frac{\partial \tau(\zeta,t)}{\partial t} = 1 - r \,|\, \omega \,|\, \frac{\partial \tau(\zeta,t)}{\partial \zeta}\ . \tag{5-5}$$

Jednadžba (5-5) može se riješiti za stacionarni slučaj (odjeljak 5.2.2). Na sličan način kako je u [102] pokazano za varijablu stanja deformacije vlakana, prostorno raspodijeljeni model može se prevesti u jednostavniji oblik koji se temelji na usrednjenoj varijabli (potpoglavlje 5.2.3).

Prikazani model vremena mirovanja vrijedi samo za slučaj potpunog prijanjanja (držanja) vlakana gume o podlogu (vidi sliku 4-9). Ako dođe do odvajanja (proklizavanja) vlakna, njegovo vrijeme mirovanja trebalo bi biti poništeno na nulu (potpoglavlje 4.4). Ovo je posebno važno kada se guma nalazi u području djelomičnog prijanjanja, odnosno kada kližu samo vlakna blizu stražnjeg dijela kontaktne površine. U slučaju kada dođe do potpunog odvajanja odnosno proklizavanja gume, doći će ionako do naglog povećanja brzine rotacije gume i sukladno tome do izrazitog smanjenja (praktički poništenja) vremena mirovanja.

5.2.2 Stacionarno rješenje

Postavljanjem $\partial\tau/\partial t = 0$ za slučaj stacionarnih uvjeta (ω = konst.), iz jednadžbe (5-5) slijedi linearna prostorna raspodjela vremena mirovanja u kontaktnoj površini dana izrazom:

$$\tau(\zeta) = \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{r_e \,|\, \omega \,|} = \frac{\zeta}{r_e \,|\, \omega \,|}\ . \tag{5-6}$$

5.2.3 Koncentrirani model

Koncentrirani oblik dinamičkog modela dobiva se uvođenjem prosječnog vremena mirovanja vlakana određenog izrazom

$$\tilde{\tau}(t) \overset{\Delta}{=} \frac{1}{L}\int_0^L \tau(\zeta,t)d\zeta \ . \tag{5-7}$$

Prostorno raspodijeljeni model (5-5) usrednjava se uvođenjem integrala $L^{-1}\int_0^L(\cdot)d\zeta$ i uzimanjem definicije prosječnog vremena mirovanja (5-7), iz čega slijedi

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{\tau}(t)}{dt} &= 1-\frac{r_e\,|\,\omega\,|}{L}\int_0^L \frac{\partial\tau(\zeta,t)}{\partial\zeta}d\zeta = 1-\frac{r_e\,|\,\omega\,|}{L}\tau(\zeta,t)\Big|_0^L = \\ &= 1-\frac{r_e\,|\,\omega\,|}{L}\left[\tau(L,t)-\underbrace{\tau(0,t)}_{0}\right].\end{aligned} \tag{5-8}$$

Kako bi se dobio model s usrednjenom varijablom stanja, vrijeme mirovanja zadnjeg vlakna $\tau(L,\ t)$ u jednadžbi (5-8) potrebno je aproksimativno izraziti preko prosječnog vremena mirovanja vlakana $\tilde{\tau}(t)$. Slijeđenjem principa primijenjenog u [102] za slučaj modela trenja gume, primijenjuje se linearni odnos između dviju varijabli:

$$\tau(L,t) \cong \kappa_\tau \tilde{\tau}(t) \ . \tag{4-9}$$

Faktor κ_τ slijedi iz jednadžbe (4-9) uz pretpostavku zadovoljenja stacionarnog rješenja raspodijeljenog modela (5-6):

$$\kappa_\tau = \frac{\tau(L)}{\tilde{\tau}} = \left.\frac{\tau(L)}{\frac{1}{L}\int_0^L \tau(\zeta)d\zeta}\right|_{stac.\ uvjeti} = \frac{\frac{L}{r\,|\,\omega\,|}}{\frac{1}{2}\frac{L}{r\,|\,\omega\,|}} = 2 \tag{5-10}$$

Nakon uvrštavanja jednadžbi (4-9) i (5-10) u jednadžbu (5-8) i sređivanja, slijedi konačni koncentrirani dinamički model vremena mirovanja vlakana:

$$\dot{\tilde{\tau}}(t) = 1 - \frac{2r\,|\,\omega\,|}{L}\tilde{\tau}(t) \ . \tag{5-11}$$

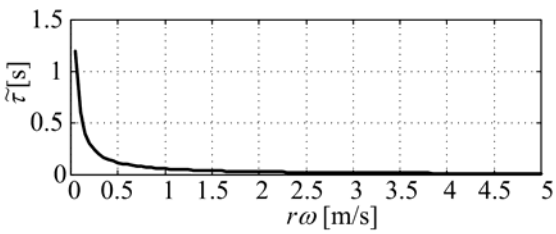
Stacionarno rješenje dobiva se postavljanjem $\dot{\tilde{\tau}} = 0$ u jednadžbu (5-11) (usporedi nazivnik jednadžbe (5-10) i sliku 4-9b):

$$\tilde{\tau} = \frac{L}{2r\,|\,\omega\,|} \ . \tag{5-12}$$

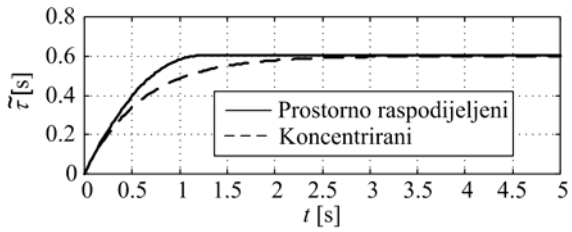
Slika 5-1 prikazuje odnos prosječnog vremena mirovanja vlakana u stacionarnim uvjetima u funkciji brzine vrtnje kotača ω za slučaj duljine kontaktne površine L = 0.12 m. Može se vidjeti kako prosječno vrijeme mirovanja vrlo brzo pada na vrijednosti manje od 0.1 s (0.5 m/s uz r = 0.3 m), kada dinamički potencijal trenja autogume na ledenoj podlozi potpuno iščezava (poglavlje 4).

5.2.4 Simulacijska usporedba prostorno raspodijeljenog i koncentriranog modela vremena kontakta vlakana

Slika 5-2 daje usporedne simulacijske rezultate prostorno raspodijeljenog modela s brojem vlakana n = 21 i usrednjenog modela za slučaj idealizirane (ispitne) skokovite promjene brzine rotacije kotača ω s 0 na 3 rad/s. Može se vidjeti kako koncentrirani model ima nešto sporiji odziv kao posljedica reducirane dinamike prvog reda. Slični rezultati dobiveni su i za slučaj sile trenja gume [102].



Slika 5-1. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana u funkciji brzine vrtnje kotača za slučaj kontaktne površine duljine L = 0.12 m.



Slika 5-2. Usporedni dinamički odzivi prostorno raspodijeljenog i koncentriranog modela vremena mirovanja vlakana za slučaj skokovite promjene brzine vrtnje kotača (ω = 3 rad/s).

5.3 Cjelokupni dinamički model gume

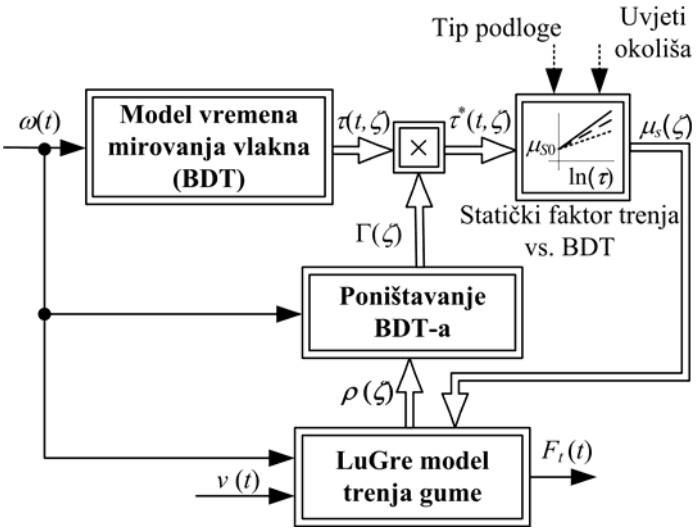
Prošireni LuGre model trenja gume, koji uključuje učinke vezane uz vrijeme mirovanja vlakana, daje se samo u prostorno raspodijeljenom obliku. Razlog tomu je što usrednjeni model trenja gume ne omogućava implementaciju logike poništavanja (engl. *resetting*) vremena mirovanja individualnih vlakana, a što se pokazalo vrlo važno za točno opisivanje učinka dinamičkog potencijala.

Osnovni koncept modela ilustriran je blok dijagramom na slici 5-3. Varijabla stanja vremena mirovanja vlakna (BDT) $\tau(t,\zeta)$ dobiva se iz modela (5-5) primjenom metode konačnih diferencija (vidi potpoglavlje 2.3.1 i [102] za slučaj modela trenja gume). U određenim uvjetima BDT se poništava na nulu ($\Gamma(\zeta)$ = 0). Dobivena vrijednost varijable BDT-a $\tau^*(t,\zeta)$ koristi se za procjenu faktora statičkog trenja μ_S prema regresijskoj funkciji (4-3). Faktor statičkog trenja μ_S uvodi se u LuGre model trenja gume (izrazi (2-41) i (2-46)–(2-49)) za potrebe izračuna potencijala trenja $g(v_r)$ svakog pojedinog vlakna.

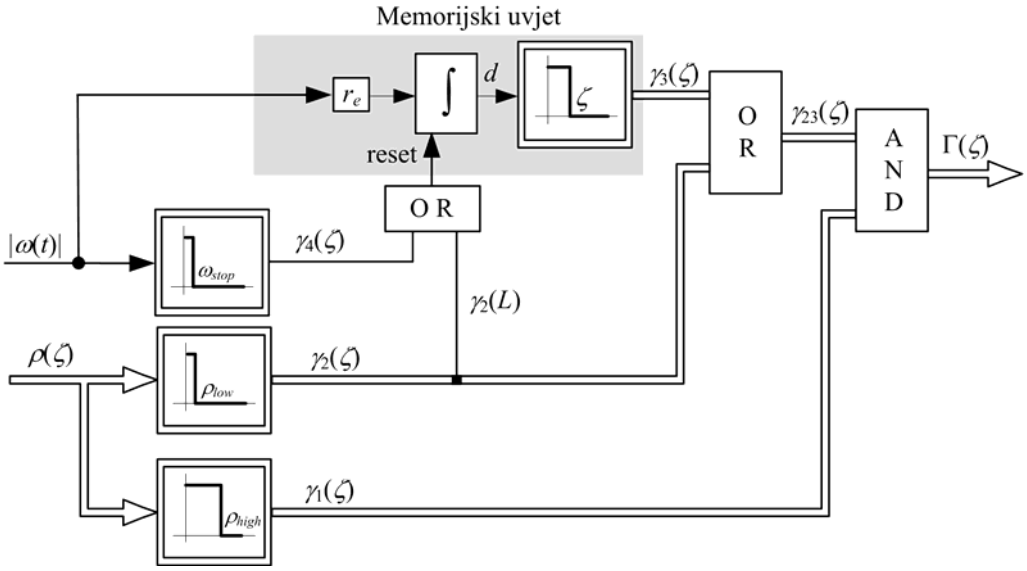
Logika poništavanja vrijednosti BDT-a opisana je blok dijagramom na slici 5-4. Ova se logika koristi za poništavanje BDT-a na nulu ($\Gamma(\zeta)$ = 0) u slučaju sljedećih karakterističnih radnih uvjeta prema rezultatima eksperimentalne analize iz potpoglavlja 4.4: a) kada vlakno počinje klizati ($\rho(\zeta) > \rho_{high} \Rightarrow \gamma_1(\zeta)$=0) i b) kada novo vlakno koje ulazi u kontaktnu površinu ($\gamma_3(\zeta)$=0, vidi dolje) prenosi silu veću od sile potrebne za savladavanje otpora kotrljanja ($\rho(\zeta) > \rho_{low} \Rightarrow \gamma_2(\zeta)$=0). Indeks stanja klizanja vlakna $\rho(\zeta)$ može se definirati kao odnos apsolutne vrijednosti trenutne sile trenja $|\sigma_0 z|$ i trenutne vrijednosti potencijala trenja $g(v_r)$:

$$\rho(\zeta) = \frac{\sigma_0 \,|\, z(\zeta) \,|}{g(v_r, \tau(\zeta))} \quad . \tag{5-13}$$

Vrijednost ovog indeksa kreće se u rasponu između 0 za slučaj sile trenja nula i 1 za slučaj punog klizanja. Prihvatljive granične vrijednosti indeksa, koje su uzete u konačnom simulacijskom modelu, iznose ρ_{low} = 0.1 i ρ_{high} = 0.95.



Slika 5-3. Blokovski dijagram cjelokupnog modela dinamike trenja autogume.



Slika 5-4. Blokovski dijagram logike poništavanja vremena mirovanja vlakna.

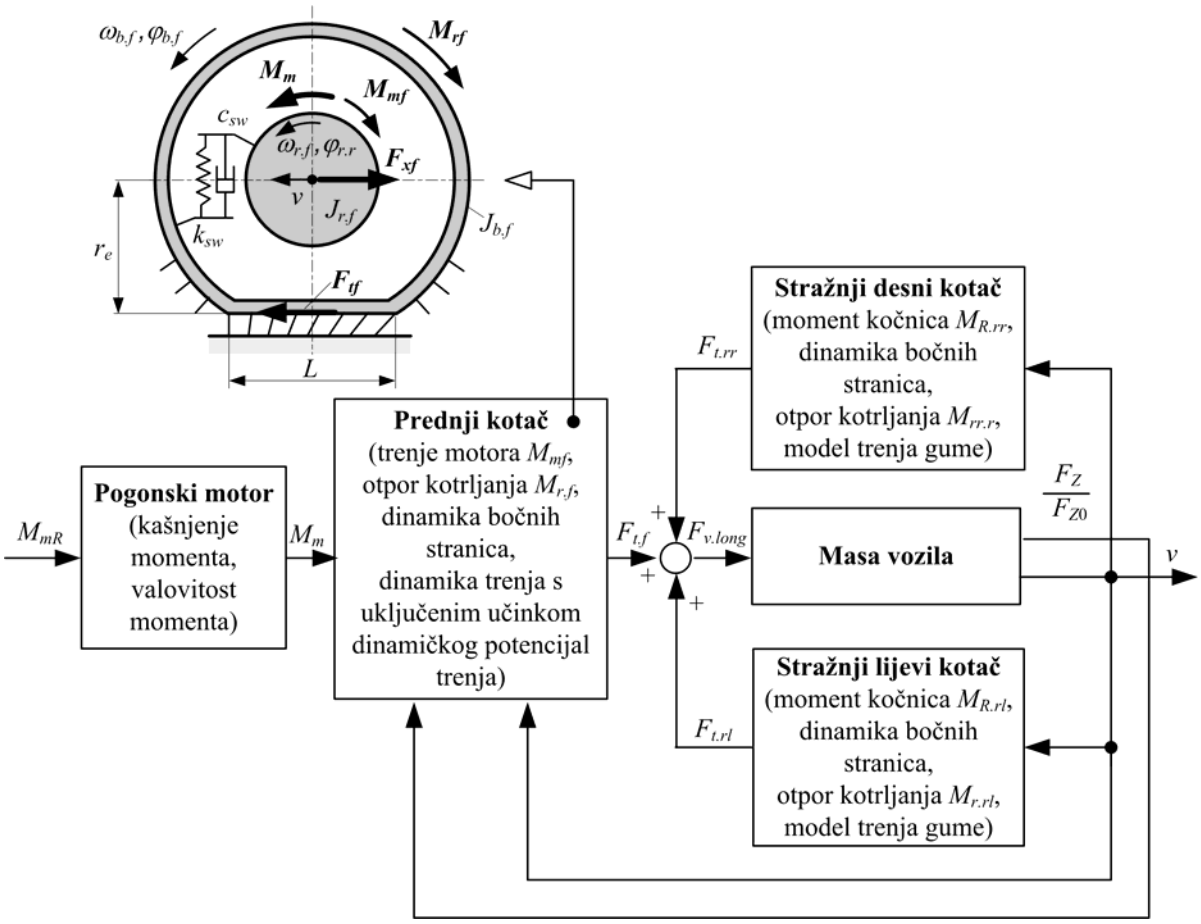
Takozvani "memorijski uvjet", koji se odnosi na prošla radna stanja vlakna (zaostalo vlakno: $\gamma_3(\zeta) = 1$ ili novo vlakno: $\gamma_3(\zeta) = 0$, slika 5-4) provjerava se usporedbom pozicije vlakna u kontaktnoj površini ζ s obodnim pomakom gume (prevaljeni put oboda gume) d nakon vremenskog trenutka (t_0) od zadnjeg zaustavljanja vozila ili slobodnog kotrljanja:

$$d = \int_{t_0}^{t} r_e \omega dt \ . \tag{5-14}$$

Vremenski trenutak t_0 je trenutak kada se poništava (resetira) integrator. Dok vozilo stoji na mjestu ili se slobodno giba (bez prijenosa vučne sile), integrator se kontinuirano poništava na vrijednost nula i stoga je $d = 0$ i $\gamma_3 = 1$. Zato se sva vlakna u kontaktnoj površini klasificiraju kao zaostala vlakna s iznimkom prvog (prednjeg) vlakna u kontaktnoj površini. Tek kada se guma kotrlja ($\gamma_4 = 0$) i prenosi silu veću od otpora kotrljanja ($\gamma_2(L) = 0$), poništavanje integratora se prekida i prevaljeni put oboda gume d se počinje računati. Vlakna na poziciji $\zeta > d$ klasificiraju se kao zaostala vlakna ($\gamma_3 = 1$), dok se ona s $\zeta < d$ klasificiraju kao nova ($\gamma_3 = 0$). Za $d > L$, u kontaktnoj površini više nema zaostalih (starih) vlakana.

5.4 Model uzdužne dinamike vozila

Za potrebe provjere razvijenog dinamičkog modela trenja gume (slika 5-3), razvijen je model uzdužne dinamike vozila. Model vozila uključuje odvojene modele podsustava pogonskog motora, prednjeg pogonskog kotača, lijevog i desnog stražnjeg kotača, te masu vozila (slika 5-5). Modeli kotača uključuju dinamiku relevantnu za istraživanje. Uzima se torzijska elastičnost bočnih stranica, dok se elastičnost gume u vertikalnom smjeru zanemaruje, a time i promjena efektivnog polumjera r_e. Naplatak kotača momenta tromosti J_r povezan je s krutim obručem gume momenta tromosti J_b putem elastičnih bočnih stranica konstante krutosti k_{sw} i konstante prigušenja c_{ws} (vidi sliku 5-5, [19]). Kontakt između podloge i gume modelira se LuGre modelom trenja gume F_t. uključujući utjecaj promjene normalne sile F_z/F_{z0}.

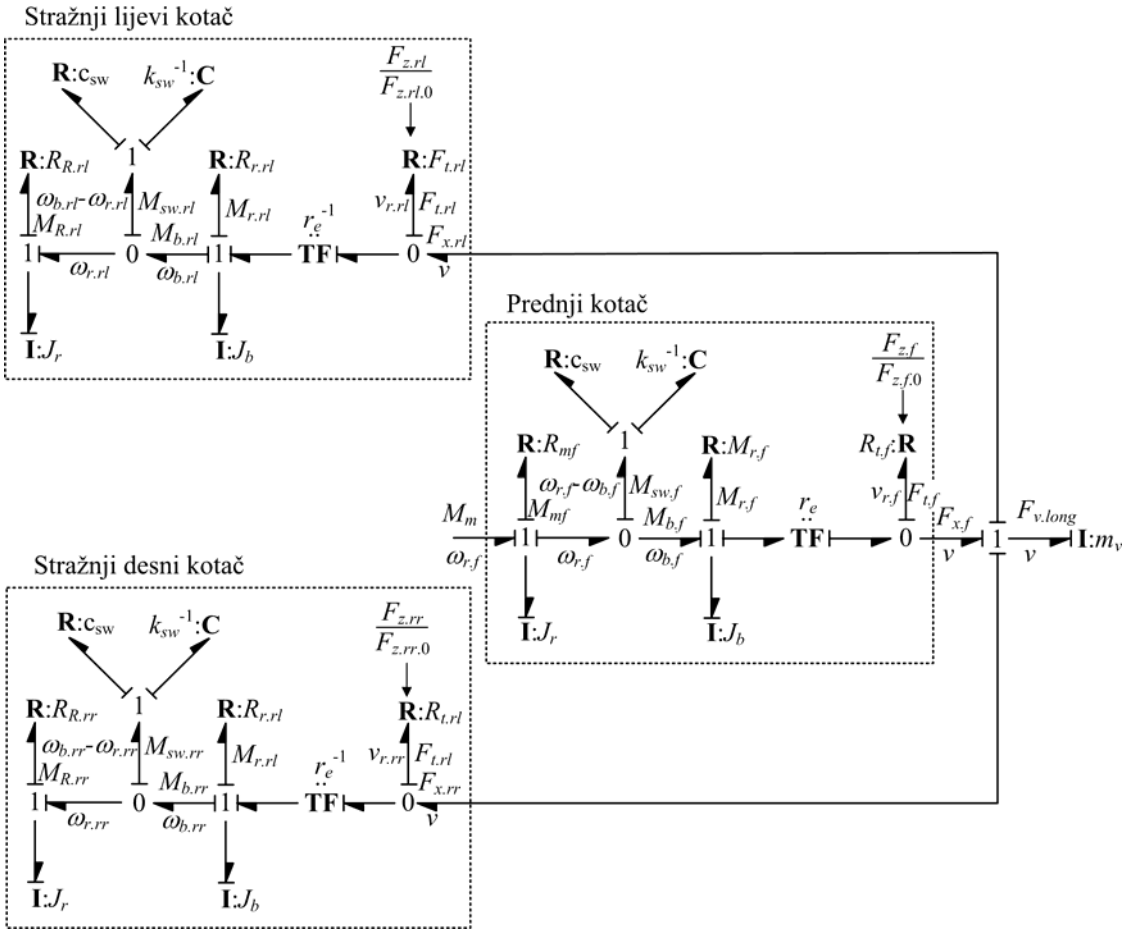


Slika 5-5. Funkcionalni blokovski dijagram modela vozila korištenog za potrebe provjere modela trenja gume i ilustracija modela kotača.

Razvijeni model trenja s uključenim učincima dinamičkog potencijala trenja primjenjuje se samo u modelu prednjeg (pogonskog) kotača. Otpori kotrljanja uzimaju se kao moment trenja koji djeluje na obruč gume $M_{r.}$. Za modeliranje otpora kotrljanja pokazalo se pogodno koristiti klasični model trenja s linearnom karakteristikom oko brzine nula (potpoglavlje 2.2.1.1), jer kako je pokazano u potpoglavlju 4.3 sila otpora kotrljanja približno linearno raste do određene brzine i nakon toga se zasićuje (parametri modela su dani u dodatku B). Pogonski kotač dodatno uključuje trenje motora $M_{m,f}$ (slika 3-10) i pogonski moment motora M_m uključujući valovitost momenta i kašnjenje odziva (vidi sliku 3-8), a stražnji kotači moment trenja kočnica $M_{R.}$. Momenti trenja su modelirani korištenjem klasičnog modela

trenja (potpoglavlje 2.2.1.1), jer nema potrebe za precizno modeliranje učinaka u fazi držanja. Aerodinamički otpori su zanemareni zbog male brzine vozila.

Jednadžbe sustava izvedene su primjenom postupka veznih dijagrama (vidi dodatak A za kratki pregled ovog postupka). Vezni dijagram modela vozila dan je na slici 5-6. Može se primijetiti kako dijagram izravno odražava mehaničku strukturu vozila. Kako sva stanja imaju integralnu kauzalnost izvod jednadžbi je jednostavan. Jednadžbe sustava dane su za svaki podsustav zasebno.



Slika 5-6. Vezni dijagram uzdužne dinamike eksperimentalnog vozila.

Jednadžbe modela stražnjih kotača (lijevog – index *l* i desnog – index *r*, slika 5-6) glase:

$$\begin{aligned} J_r\dot{\omega}_{r.r.} &= M_{sw.r.} - M_{R.r.} \\ J_b\dot{\omega}_{b.r.} &= r_e \cdot F_{t.r.}\left(v_{r.r.}, F_{z.r.} / F_{z.r..0}\right) - M_{sw.r.} - M_{r.r.}\left(\omega_{b.r.}\right) \\ \dot{M}_{sw.r.} &= k_{sw}\left(\omega_{b.r.} - \omega_{r.r.}\right) + c_{sw}\left(\dot{\omega}_{b.r.} - \dot{\omega}_{r.r.}\right) \end{aligned} \quad . \tag{5-15}$$

Omjer trenutne i nominalne normalne sile stražnjih guma koji se koristi kao ulaz u model trenja gume dan je izrazom:

$$\frac{F_{z.r.}}{F_{z.r..0}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{F_{v.long}}{F_{z.r..0}}\frac{h_g}{l_w} \quad . \tag{5-16}$$

Uvođenjem varijable koja se odnosi na razliku kutnih pomaka obruča i naplatka $\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_r$ i sređivanjem, model (5-15) se može zapisati u matričnom obliku prostora stanja:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{r.r.} \\ \Delta\dot{\varphi} \\ \dot{\omega}_{b.r.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{sw}}{J_r} & \frac{k_{sw}}{J_r} & \frac{c_{sw}}{J_r} \\ -1 & 0 & 1 \\ \frac{c_{sw}}{J_b} & -\frac{k_{sw}}{J_b} & -\frac{c_{sw}}{J_b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{r.r.} \\ \Delta\varphi \\ \omega_{b.r.} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{R.r.} \\ M_{r.r.} \\ F_{t.r.} r_e \end{bmatrix} \quad . \tag{5-17}$$

Jednadžbe modela prednjeg kotača glase:

$$\begin{aligned} J_r\dot{\omega}_{r.f} &= M_m - M_{sw.f} - M_{fm} \\ J_b\dot{\omega}_{b.f} &= M_{sw.f} - r_e \cdot F_{t.f}\left(v_{r.f}, F_{z.f}\right) - M_{r.f}\left(\omega_{b.f}\right) \\ \dot{M}_{sw.f} &= k_{sw}\left(\omega_{r.f} - \omega_{b.f}\right) + c_{sw}\left(\dot{\omega}_{r.f} - \dot{\omega}_{b.f}\right) \end{aligned} \quad . \tag{5-18}$$

Omjer trenutne i nominalne normalne sile prednje gume koji se koristi kao ulaz u model trenja gume dan je izrazom:

$$\frac{F_{z.f}}{F_{z.f.0}} = 1 - \frac{F_{v.long}}{F_{z.f.0}}\frac{h_g}{l_w} \quad . \tag{5-19}$$

Na sličan način kao kod stražnjih kotača, uvođenjem $\Delta\varphi = \varphi_r - \varphi_b$ i sređivanjem, model se može zapisati u matričnoj formi kao:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{r.r.} \\ \Delta\dot{\varphi} \\ \dot{\omega}_{b.r.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{sw}}{J_r} & -\frac{k_{sw}}{J_r} & \frac{c_{sw}}{J_r} \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{c_{sw}}{J_b} & \frac{k_{sw}}{J_b} & -\frac{c_{sw}}{J_b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{r.r.} \\ \Delta\varphi \\ \omega_{b.r.} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_m \\ M_{fm} \\ M_{r.f} \\ F_{t.f} r_e \end{bmatrix} . \tag{5-20}$$

Jednadžba gibanja mase vozila glasi:

$$m_v \dot{v} = F_{v.long} = F_{x.f} - F_{x.rr} - F_{x.rl} = F_{t.f} - F_{t.rr} - F_{t.rl} \ . \tag{5-21}$$

Model momenta motora određen je izrazom:

$$M_m(t) = M_{mR}(t - \tau_d) - M_{cog}\, sin\left(p \int \omega_{r.f}\, dt\right) , \tag{5-22}$$

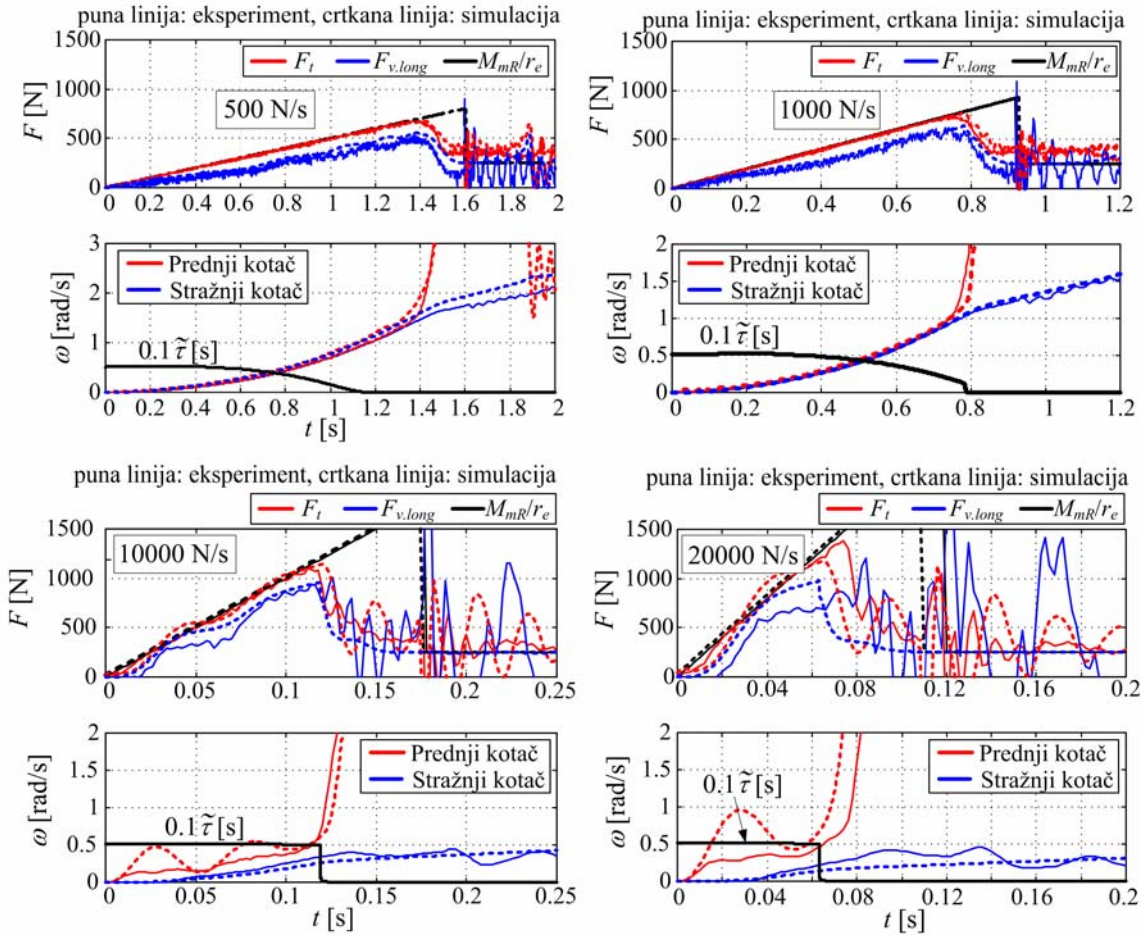
gdje je M_{mR} referentni moment motora, τ_d je mrtvo vrijeme razvijanja momenta motora (2 ms), M_{cog} je amplituda valovitosti momenta i p je broj pari polova (više o parameterima motora može se naći u [105]). Parametri prikazanog modela vozila dani su u dodatku B. Jednadžbe sustava su za potrebe simulacija implementirane u MatLab Simulink programskom paketu.

5.5 Provjera valjanosti modela

Točnost razvijenog modela trenja gume provjerena je usporedbom vremenskih odziva razvijenog modela vozila u odnosu na karakteristične eksperimentalne odzive iz poglavlja 4. Kako bi se omogućila vjernija usporedba simulacijskih i eksperimentalnih odziva, simulirana sila trenja gume F_t korištena za potrebe provjere modela dobivena je na isti način kao i u obradi eksperimentalnih signala (rekonstrukcijom iz M_m i ω_f prema izrazu (4-1)). Uzdužna sila vozila $F_{v.long}$ u eksperimentalnim odzivima rekonstruirana je iz signala akcelerometra primjenom izraza (4-2).

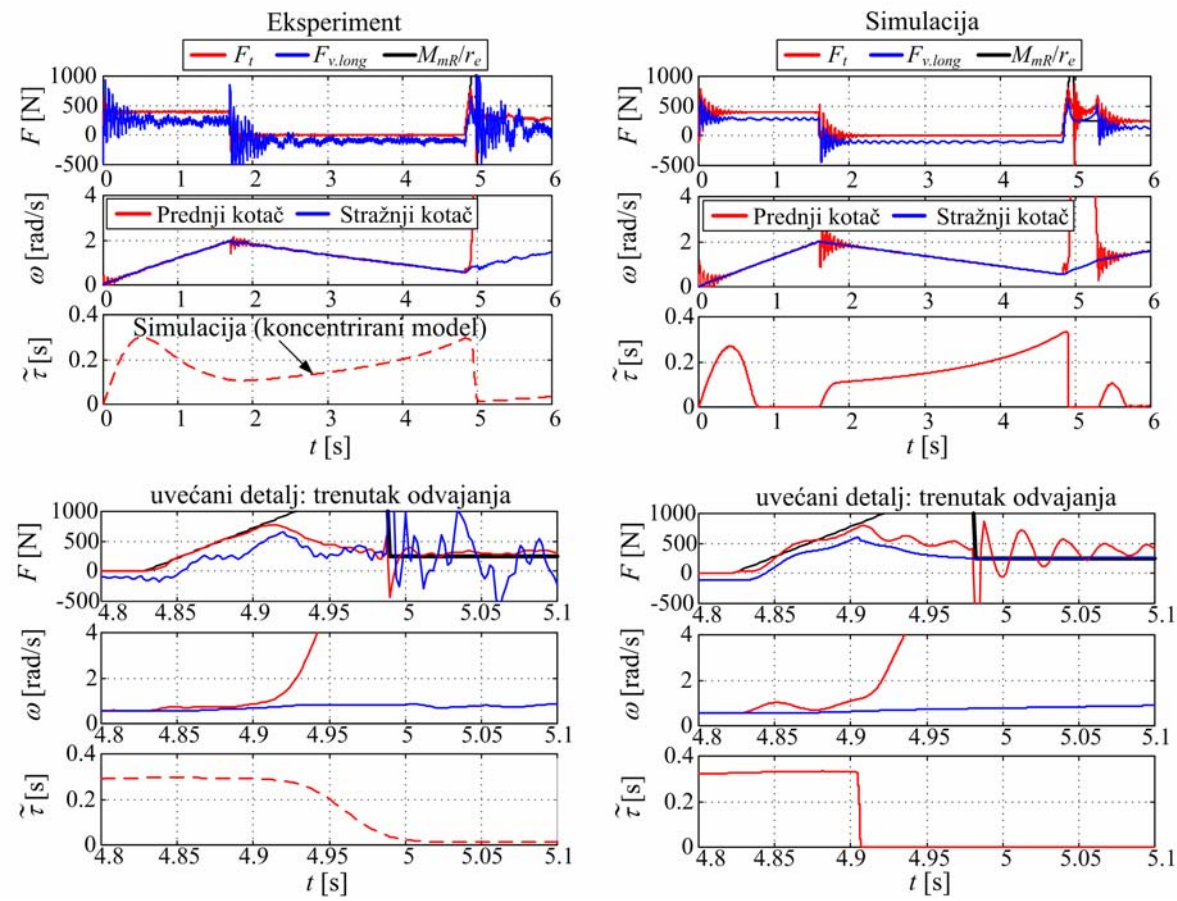
Slika 5-7 prikazuje rezultate provjere za slučaj početnog stanja mirovanja gume i razne nagibe rampe primijenjene sile. Vrijeme mirovanja gume je 4 s. U simulacijama je početno vrijeme mirovanja uvećano na vrijednost od 5.5 sekundi kako bi se uključilo rezidualno

prosječno vrijeme mirovanja vlakana koje se ostvari tijekom prethodnog zaustavljanja vozila (vidi potpoglavlje 4.4.2.1). Usporedba simulacijskih i eksperimentalnih odziva ukazuje na vrlo dobru točnost. Značajnije odstupanje može se uočiti jedino u signalu brzine prednjeg kotača u slučaju vrlo strme rampe primijenjene sile od 20 kN/s. Simulacijski odziv brzine vrtnje ima izraženije oscilacije, a maksimum sile trenja (DTFP) je manji u odnosu na rezultat eksperimenta. Ovo odstupanje može se objasniti korištenjem jednostavnog/temeljnog modela dinamike bočnih stranica s konstantnim parametrima i činjenicom kako je model razvijen pod pretpostavkom obuhvaćanja područja niskih frekvencija što ne vrijedi kod visokih vrijednosti rampe primijenjene sile dF_{app}/dt (vidi potpoglavlja 4.3 i 4.4).



Slika 5-7. Rezultati provjere modela za slučaj početnog stanja mirovanja i početnog vremena mirovanja od 4 s za razne rampe primijenjene sile.

Drugi vremenski odziv koji je korišten za provjeru modela odnosi se na slučaj kada se guma kotrlja u početnom stanju i kada se na nju primijeni strma rampa primijenjene sile (dF_{app}/dt = 10 kN/s). Ovaj tip eksperimenta korišten je za potrebe identifikacije DTFP-a za male iznose prosječnog vremena mirovanja vlakana (vidi potpoglavlje 4.4.3). Rezultati provjere su prikazani na slici 5-8. Točnost modela je vrlo dobra. Simulacijski odziv prosječnog vremena mirovanja vlakana (BDT-a) $\tilde{\tau}$ pokazuje logiku poništavanja danu na slici 5-4. U prvoj fazi kada vozilo ubrzava uz vučnu silu od 400 N, $\tilde{\tau}$ raste za zaostala (stara) vlakna (t < 0.4 s). Kako se brzina vozila povećava i time nova vlakna ulaze u kontaktnu površinu, $\tilde{\tau}$ se postupno smanjuje i pada na nulu u vremenskom trenutku t = 0.8 s. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana $\tilde{\tau}$ ostaje na vrijednosti nula sve dok se vozilo ne počne slobodno gibati (vučna sila jednaka nuli) u vremenskom trenutku t = 1.8 s. Tada se $\tilde{\tau}$ počinje povećavati do

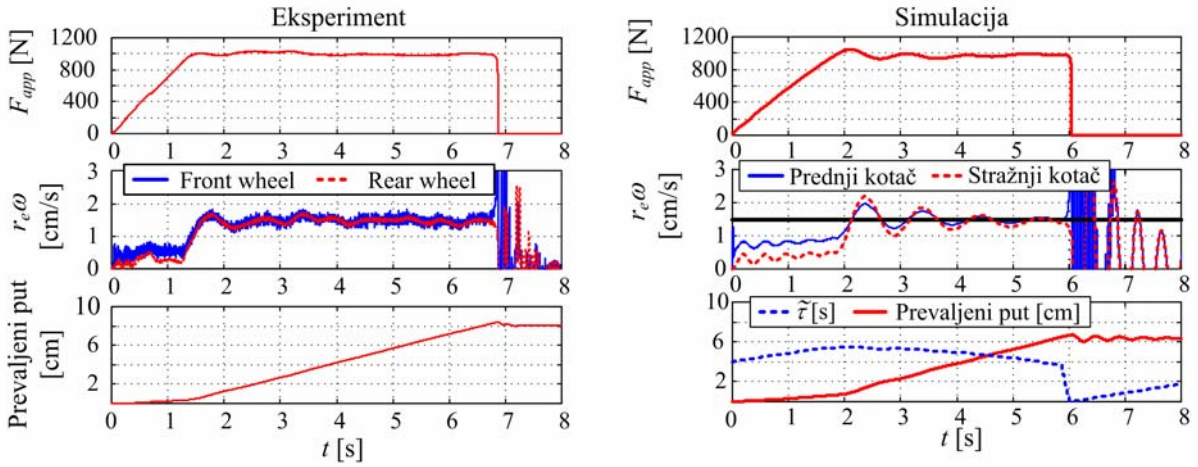


Slika 5-8. Rezultati provjere modela za slučaj primjene strme promjene primijenjene sile (dF_{app}/dt = 10 kN/s) u početnom stanju kotrljanja.

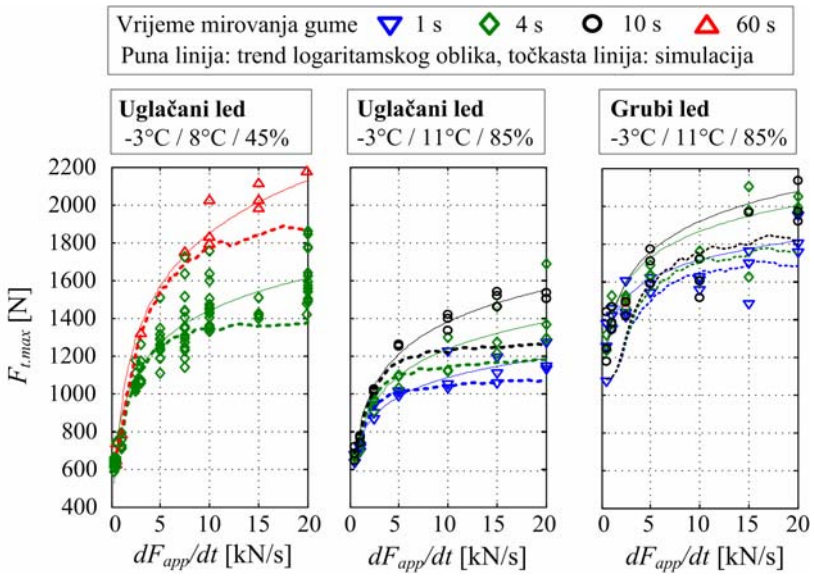
trenutka naglog povećanja primijenjene sile, kada biva poništen na nulu. Odziv koncentriranog modela (crtkana linija $\tilde{\tau}$ u eksperimentalnom odzivu) ne osigurava konzistentnu procjenu odziva vremena mirovanja u svim radnim uvjetima, jer ne uključuje logiku poništavanja. Vrijednost dinamičkog potencijala trenja gume na slici 5-8 jest relativno mala kao posljedica male vrijednosti prosječnog vremena mirovanja vlakana u razmatranim uvjetima kotrljanja ($\tilde{\tau}$ < 0.4 s).

Zadnji vremenski odziv korišten za potrebe provjere valjanosti modela odnosi se na kontroliranu vožnju malom brzinom. Ovaj eksperiment je korišten za potrebe provjere postojanja dinamičkog potencijala trenja u uvjetima kada je sila otpor vozila veća od statičkog potencijala trenja gume (potpoglavlje 4.4.4, slika 4-12). Za potrebe ove provjere model je proširen istim onim regulacijskim krugom koji je korišten na upravljačkom računalu vozila tijekom snimanja eksperimentalnih odziva. Slika 5-9 prikazuje rezultate provjere modela. Korelacija između simulacijskih i eksperimentalnih odziva je vrlo dobra s naglaskom na prevaljeni put vozila prije trenutka odvajanja.

Nadalje, model je provjeren i prema eksperimentalno snimljenim podacima ovisnosti dinamičkog potencijala trenja (DTFP) u odnosu na nagib rampe primijenjene sile i vrijeme mirovanja gume za slučaj početnog stanja mirovanja (vidi sliku 4-5). Razmatrani su slučajevi kada se guma nalazi na podlogama prekrivenim uglačanim i grubim ledom. Slika



Slika 5-9. Rezultati provjere modela za slučaj kontrolirane vožnje malom brzinom.



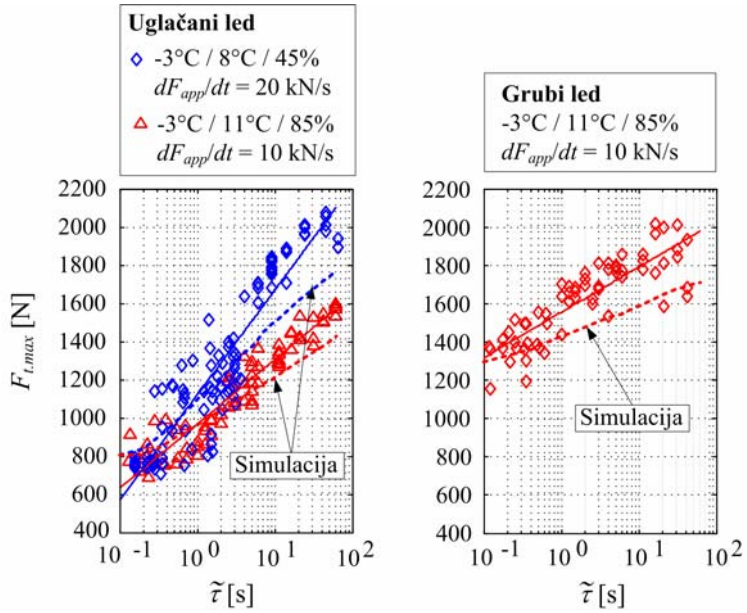
Slika 5-10. Rezultati provjere modela u pogledu ovisnosti dinamičkog potencijala trenja autogume u početnom stanju mirovanja o nagibu rampe primijenjene sile.

5-10 prikazuje konačne rezultate provjere modela. Rezultati simulacije dobro prate eksperimentalne rezultate. Korelacija je posebno dobra za slučaj rampi primijenjene sile manjih od 10 kN/s. Pri visokim iznosima nagiba rampi simulacijski odzivi su zasićeni, što kvalitativno odgovara eksperimentalnim rezultatima, no postoji određeno odstupanje u intenzitetu zasićenja u odnosu na eksperimentalne rezultate. Čini se kako bi se daljnjim poboljšanjem dinamike bočnih stranica poboljšala točnost modela u području vrlo strmih rampi primijenjenih sila (dF_{app}/dt < 10 kN/s).

Konačno, valjanost modela provjerena je u odnosu na eksperimentalne odzive dinamičkog potencijala trenja u funkciji prosječnog vremena mirovanja vlakana (slika 4-11). Konačni rezultati su dani na slici 5-11. Korelacija između simulacijskih i eksperimentalnih rezultata je ponovno dobra, iako rezultati simulacije pokazuju nešto niži gradijent krivulje dinamičkog potencijala trenja.

5.6 Kratki zaključak

U ovom je poglavlju razvijen vlaknasti model uzdužne dinamike trenja autogume s ciljem opisivanja dinamike trenja na klizavim podlogama u slučaju nagle promjene pogonskog



Slika 5-11. Rezultati provjere modela u pogledu ovisnosti dinamičkog potencijala trenja autogume o prosječnom vremenu mirovanja vlakana.

momenta. Model je razvijen temeljem saznanja iz eksperimentalnog dijela istraživanja. Temelji se na standardnom prostorno raspodijeljenom LuGre modelu trenja gume, koji je proširen dinamičkim modelom vremena mirovanja vlakana. Kako bi se točno opisalo vladanje dinamike vremena mirovanja vlakana, model uključuje logiku poništavanja ovisnu o radnim uvjetima (mirovanje, slobodno kotrljanje ili vožnja). Točnost razvijenog modela je provjerena u odnosu na eksperimentalno snimljene vremenske odzive i rezultate ovisnosti dinamičkog potencijala trenja u funkciji rampe primijenjene sile, vremena mirovanja gume i brzine vozila. Rezultati provjere su ukazali na vrlo visoki stupanj točnosti, što potvrđuje hipotezu da se utjecaj raznih radnih parametara na potencijal trenja može objasniti samo putem učinka vremena mirovanja vlakana.

6 Regulacija vuče vozila temeljena na dinamičkom potencijalu trenja autogume

U ovom se poglavlju predstavlja koncept primjene učinka dinamičkog potencijala trenja autogume u svrhu unaprjeđenja sustava regulacije vuče vozila. Koncept se odnosi na koordinirano upravljanje vožnje na uzbrdici prekrivenoj ledom u slučaju kada su otpori vožnje veći od maksimuma statičke karakteristike gume i predstavlja svojevrsno proširenje tradicionalnog sustava regulacije vuče (engl. *Traction Control System*, TCS). Stoga se prema [27] na početku poglavlja prikazuje sinteza i eksperimentalna provjera tradicionalnog regulacijskog sustava vuče temeljenog na PI regulatoru faktora klizanja pogonskog kotača [110]. Kako se ovdje radi o izravnom električnom pogonu kotača, ovi rezultati su također zanimljivi sa stanovišta istraživanja potencijala primjene ovakvih naprednih pogonskih sustava u regulaciji vuče (TCS) i kočenja (ABS) cestovnih vozila. Ovaj trend je pokrenut uvođenjem hibridnih i punih električnih vozila, a krajnji cilj je ugradnja pogonskih motora izravno u kotač na sličan način kako je to izvedeno na eksperimentalnom vozilu.

6.1 Tradicionalni sustav regulacije vuče

Tradicionalni način regulacije vučne sile temelji se na regulaciji faktora klizanja kotača s na iznosu koji odgovara maksimumu statičke karakteristike trenja gume ($s=s_m$, vidi sliku 4-3). Tipične referentne vrijednosti klizanja gume su oko 5-10%. Ovdje se pretpostavlja kako je informacija o trenutnoj vrijednosti klizanja poznata, što vrijedi u slučaju pogona vozila putem jedne osovine, gdje nepogonjeni kotači osiguravaju informaciju o stvarnoj brzini vozila.

6.1.1 Sinteza regulacijskog kruga

Slika 6-1 prikazuje blokovski dijagram tradicionalnog regulacijskog kruga vuče. Regulacijski krug temelji se na regulatoru brzine vrtnje pogonskog kotača ω_f. Referentna vrijednost brzine vrtnje ω_{fR} određuje se iz referentne vrijednosti klizanja kotača $s_R \approx s_m$. Izraz za računanje referentne brzine vrtnje ω_{fR} dobiva se iz definicije klizanja kotača:

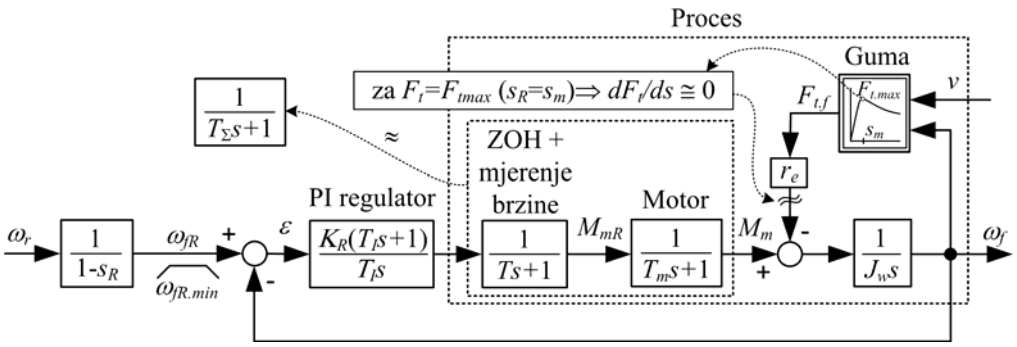
$$s = \frac{\omega_f - \omega_r}{\omega_f} \ , \tag{6-1}$$

iz čega slijedi

$$\omega_{fR} = \frac{\omega_r}{1 - s_R} \ , \tag{6-2}$$

gdje je ω_r brzina vrtnje stražnjeg (nepogonskog) kotača.

Model procesa uključuje: a) dinamiku rotacije kotača $1/J_w s$ (J_w = 1.12 kgm^2 je ukupna inercija pogonskog kotača), b) nelinearnu statičku karakteristiku gume, c) dinamiku razvijanja momenta motora (interni zatvoreni krug regulacije struje) aproksimiranu PT1 članom s vremenskom konstantom T_m = 2 ms (vidi potpoglavlje 3.1.3.1) i d) kašnjenje vezano uz diskretizaciju (A/D pretvorba), mjerenje brzine vrtnje i vrijeme potrebno za proračune regulatora (aproksimirano PT1 članom s vremenskom konstantom $T = 2T_s/2 + T_{comp}$ = 2 + 0.8 ms; T_s = 2 ms je vrijeme uzorkovanja). Kako se radi o vrlo malim



Slika 6-1. Blokovski dijagram tradicionalnog sustava regulacije vuče.

vremenskim konstantama procesa, kašnjenja se mogu aproksimirati jednim PT1 članom s tzv. parazitskom vremenskom konstantom $T_\Sigma = T + T_m$ [111] (slika 6-1). Nadalje, ako se pretpostavi da se klizanje gume drži na vrijednosti koja odgovara maksimalnom iznosu sile trenja gume $s_R \approx s_m$, tada vrijedi $dF_t/ds \approx 0$, tj. $dF_t/d\omega_f \approx 0$. Prema tome sila trenja gume predstavlja konstantni poremećaj i može se zanemariti sa stanovišta regulacije (otklanja se I djelovanjem regulatora). Treba, međutim, napomenuti kako u slučaju kada guma prijeđe u područje prianjanja ($s << s_m$, npr. kod naglog povećanja faktora trenja guma-podloga) više ne vrijedi pretpostavka $dF_t/ds \cong 0$, što dovodi do usporavanja odziva regulacijskog kruga [111]. To potencijalno može biti problem u slučaju pogonskog motora spore dinamike (npr. benzinski motor). Tada je krug potrebno proširiti odgovarajućim predupravljačkim djelovanjem po procijenjenoj sili trenja gume. U slučaju eksperimentalnog električnog vozila radi se o motoru brze dinamike, te stoga predupravljačko djelovanje nije potrebno.

Sinteza parametara regulacijskog kruga provedena je metodom optimuma dvostrukog odnosa [27], što za specijalni slučaj IT1 procesa odgovara primijeni simetričnog optimuma. Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga glasi:

$$G_z(s) = \frac{\omega_f(s)}{\omega_{fR}(s)} = \frac{T_I s + 1}{\frac{J_w T_I T_\Sigma}{K_R} s^3 + \frac{J_w T_I}{K_R} s^2 + T_I s + 1} \ , \tag{6-3}$$

Prema optimumu dvostrukog odnosa karakteristični polinom (polinom nazivnika prijenosne funkcije) glasi:

$$N_{ODO}(s) = D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \ , \tag{6-4}$$

gdje je T_e nadomjesna vremenska konstanta zatvorenog regulacijskog kruga (vrijedi da je vrijeme smirivanja regulacijskog kruga $t_{set} \approx 2T_e$) i D_2 i D_3 su karakteristični odnosi s optimalnim iznosom D_2=D_3=0.5 (odgovara referentnom faktoru prigušenja ζ = 0.71 za sustav 2. reda). Izjednačavanjem koeficijenata polinoma nazivnika prijenosne funkcije $G_z(s)$ i polinoma $N_{ODO}(s)$ i sređivanjem dobivaju se konačni izrazi za parametre regulatora:

$$
\begin{aligned}
T_I &= T_e \\
K_R &= 2J_w / T_e \ , \\
T_{e.min} &= 4T_\Sigma
\end{aligned}
\tag{6-5}
$$

gdje $T_{e.min}$ predstavlja minimalnu vrijednost nadomjesne vremenske konstante za dobro prigušenje sustava.

Početno stanje regulatora potrebno za pokretanja vozila može se postaviti tako da je početna sila ($F_{appR.0} = M_{mR.0}/r_e$) nešto manja od maksimuma statičke karakteristike (npr. 500 N). Drugi način je da se početno stanje regulatora postavi na nulu i uvede donja granična vrijednost reference brzine vrtnje kotača $\omega_{fR.min}$ (npr. 0.4 rad/s; vidi sliku 6-1). Kako će biti pokazano drugi način pokazao se kao bolje rješenje.

6.1.2 Eksperimentalna provjera

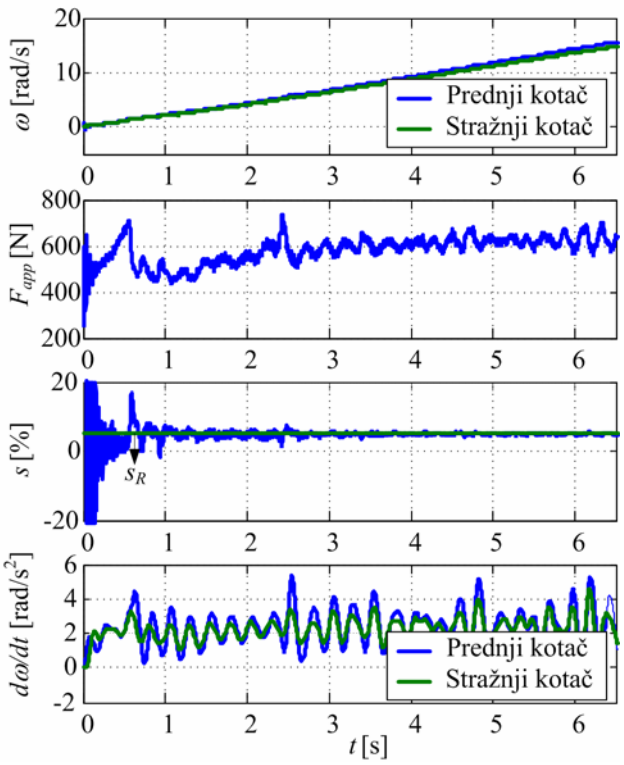
Slika 6-2 prikazuje odziv regulacijskog kruga vuče za referentno klizanje $s_R = 5\%$. Odziv se može podijeliti u tri dijela. Prvi dio odziva (traje od 0 s do 0.2 s) uključuje značajne oscilacije visoke frekvencije u signalu sile trenja, brzine i klizanja. To je posljedica nagle (skokovite) promjene početne vrijednosti primijenjene sile od 0 na 500 N u vremenskom trenutku $t = 0$ s (prvi način inicijalizacije regulatora). Ove oscilacije se mogu značajno prigušiti ako se regulator inicijalizira na nulu i primijeni donji limit na referencu brzine (vidi sliku 6-4).

Drugi dio odziva na slici 6-2 (od 0.2 do 0.7 s) uključuje prijelaz iz početnog radnog područja niskog klizanja (područje prianjanja gume) do željene vrijednosti maksimalne sile trenja. Sila se pritom povećava približno linearnim trendom (rampa sile) pod djelovanjem integralnog djelovanja regulatora. Ovaj prijelaz traje relativno dugo, budući da regulator nije projektiran za područje niskih vrijednosti klizanja (pogledaj prethodno poglavlje). Sila trenja gume u trenutku odvajanja iznosi približno 700 N. Ova vrijednost je 100 N viša od maksimuma statičke karakteristike i posljedica je dinamičkog potencijala trenja pri rampi primijenjene sile od 800 N/s. Nakon trenutka odvajanja klizanje se naglo povećava. Djelovanjem regulacijskog kruga učinkovito se sprječava daljnji porast klizanja, tj. ono se precizno postavlja na referentnu vrijednost od 5% u vremenu od približno 50 ms. Ovaj

primjer demonstrira učinkovitost sustava regulacije vuče u realnom slučaju eventualnog prijelaza s podloge visokog faktora trenja na podlogu niskog faktora trenja ili obrnuto.

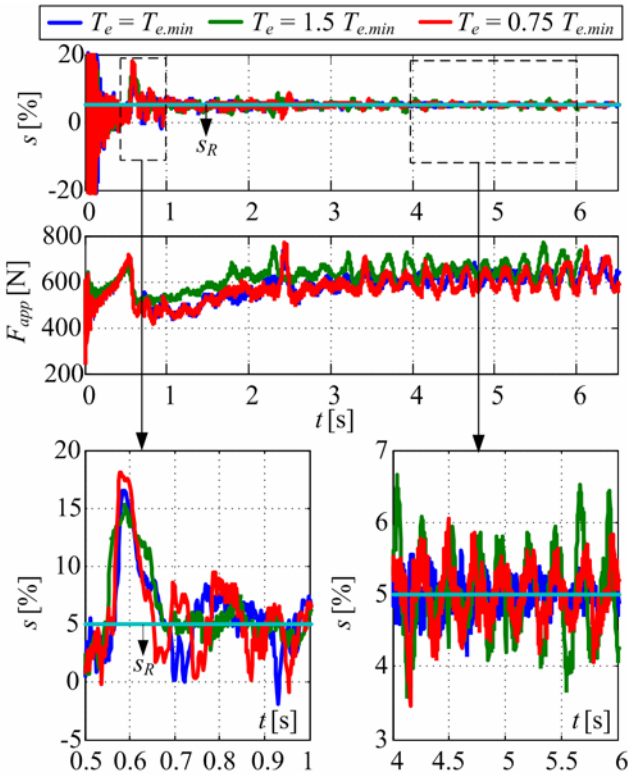
Treći dio odziva (od približno 0.7 s do kraja) predstavlja kvazi-stacionarni odziv regulacijskog sustava. U ovom dijelu, klizanje s drži se točno na vrijednosti 5% i sila trenja gume $F_t \approx F_{app}$ iznosi približno 600 N (pogledaj statičku karakteristiku na slici 4-3). Oscilacije u signalu sile trenja gume imaju relativno nisku amplitudu od približno 40 N i frekvenciju od oko 5 Hz, a posljedica su primarno vertikalne dinamike pogonskog sklopa prednjeg kotača s gumom. Šum u signalima sile i klizanja je nizak zbog preciznog mjerenja brzine vrtnje kotača. Akceleracija stražnjih kotača[5] $d\omega_f/dt$ iznosi približno 4.2 rad/s^2, što odgovara ubrzanju vozila od $2.3 \cdot 0.3 = 0.7$ m/s^2 i poklapa se s očekivanom vrijednosti $(F_t - F_r) / m = (600 - 100) / 630 = 0.8$ m/s^2 (F_r odgovara otporima kotrljanja).

Slika 6-3 ilustrira utjecaj izbora nadomjesne vremenske konstante T_e na vladanje regulacijskog kruga. Evidentno je kako nominalna vrijednost $T_e = T_{e.min} =$ 18.4 ms daje najbolju kvalitetu regulacije. Povećanje vrijednosti T_e preko vrijednosti $T_{e.min}$ (sporiji regulator) rezultira povećanjem amplitude oscilacija u signalu klizanja oko referentne vrijednosti (vidi interval [4-6] s) i sporiji odziv s obzirom na poremećaj klizanja (širi interval povećanja klizanja, vidi interval [0.5-1] s).



Slika 6-2. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za referencu klizanja od 5%.

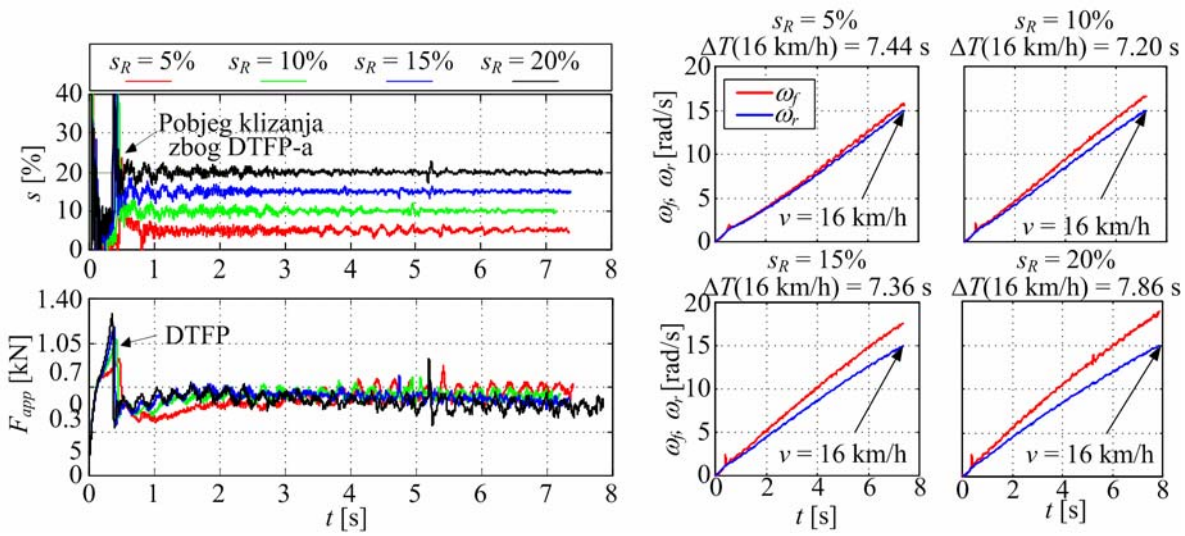
[5] Signal akceleracije stražnjih kotača je filtriran korištenjem Butterworth-ovog filtra 4. reda s lomnom frekvencijom od 5 Hz s ciljem uklanjanja oscilacija koje se odnose na dinamiku gume.



Slika 6-3. Usporedni odzivi tradicionalnog sustava regulacije vuče za reference klizanja od 5% i različite vrijednosti nadomjesne vremenske konstante regulacijskog kruga T_e.

Smanjivanjem vrijednosti T_e ispod vrijednosti $T_{e.min}$ negativno se odražava na stabilnost sustava (tj. smanjuje se prigušenje) i dolazi do određene rezonancije. Kao posljedica pojačavaju se oscilacije u stacionarnom stanju u signalu sile i klizanja, tj. povećava se varijanca signala (interval [4-6] s).

Slika 6-4 prikazuje odzive sustava regulacije vuče za $T_e = T_{e.min}$ i različite vrijednosti reference klizanja s_R (5, 10 i 20 %). Regulacijski sustav točno drži klizanje na referentnoj vrijednosti (relativne oscilacije signala klizanja su tipično manje od 0.5%), a šum u signalu primijenjene sile F_{app} je relativno nizak. Nadvišenje klizanja se učinkovito sprječava djelovanjem regulatora. Neovisno o referenci klizanja, vrijeme smirivanja iznosi niskih 50 ms. Maksimalno prosječno ubrzanje vozila dobiveno je za s_R = 10%. Međutim, može se primijetiti kako je pri nižim brzinama (ispod 5 rad/s što odgovara približno 5 km/h) najveće ubrzanje (sila trenja) dobiva za najveće klizanje (20%) kao posljedica smanjivanja faktora trenja klizanja s povećanjem relativne brzine.



Slika 6-4. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za razne reference klizanja.

Dani rezultati pokazuju kako električni servo motor brze dinamike (2 ms vrijeme odziva momenta) omogućava iznimne performanse sustava kontrole vuče.

6.2 Koncept regulacije vuče temeljene na dinamičkom potencijalu trenja

Rezultati eksperimentalne identifikacije potencijala trenja autogume na podlozi prekrivenoj ledom pokazali su kako sila trenja u određenim uvjetima može biti veća od maksimalne vrijednosti statičke karakteristike gume (dinamički potencijal trenja autogume). Uočeni dinamički potencijal trenja autogume postoji samo na malim brzinama vozila (manjim od 1 km/h) i posljedica je logaritamske veze između vremena mirovanja elemenata nagazne površine gume u kontaktnoj površini (vlakana) i faktora statičkog trenja. Tipično je dovoljno vrijeme od 2 s za relativno povećanje potencijala od oko 50%, što se mijenja ovisno o uvjetima podloge, temperature i relativne vlažnosti okoline. U slučaju kada su otpori vožnje veći od statičkog potencijala trenja gume, vozilo se uslijed dinamičkog potencijala trenja može pomaknuti najviše za duljinu kontaktne površine, nakon čega je potrebno ostaviti gumu određeno vrijeme u mirovanju kako bi se izgradio dinamički potencijal trenja i vozilo se može ponovno pokrenuti. Kontinuirana vožnja konstantnom brzinom nije moguća niti u

slučaju ako je brzina vozila dovoljno niska da osigura prosječno vrijeme mirovanja vlakana koje teorijski osigurava dinamički potencijal trenja veći od sile otpora.

Kako dinamički potencijal trenja postoji samo na malim brzinama, njegova primjena nažalost nije moguća u svrhu poboljšanja sustava vuče ili kočenja u normalnoj vožnji. Međutim, u praksi postoji jedan specijalni slučaj vožnje u kojem bi se dinamički potencijal trenja ipak mogao korisno upotrijebiti. Radi se o vožnji na usponu prekrivenom ledom. Pretpostavlja se vožnja vozila s pogonom putem jedne osovine i slučaj kada je sila otpora uspona veća od statičkog potencijala trenja pogonskih guma.

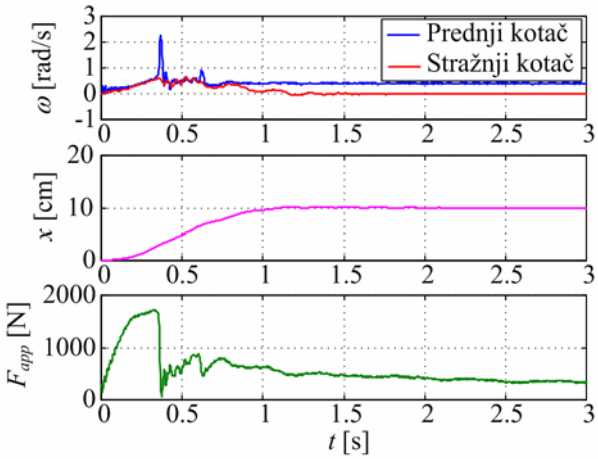
Zbog eksperimentalnih provjera uvjeti uspona emulirani su u ledenoj dvorani kočenjem stražnjih kotača. Točnost i oscilacije sile kočenja su provjereni dodatnim eksperimentima. Utvrđeno je da se sila može podesiti precizno i oscilacije sile kočenja pri rotaciji kotača su zanemarive. Kako bi se spriječilo eventualno klizanje stražnjih kotača, normalna sila stražnjih kotača povećana je dodatnim utezima u ukupnom iznosu od 400 kg. Brzina vozila mjerena je putem pomoćnog (umjesto stražnjeg) kotača, kako bi se izbjegla pogreška mjerenja zbog klizanja stražnjih kotača uslijed prijenosa značajnih sila kočenja. Fotografija

Slika 6-5. Fotografija vozila tijekom eksperimenata emulacije vožnje na usponu prekrivenom ledom.

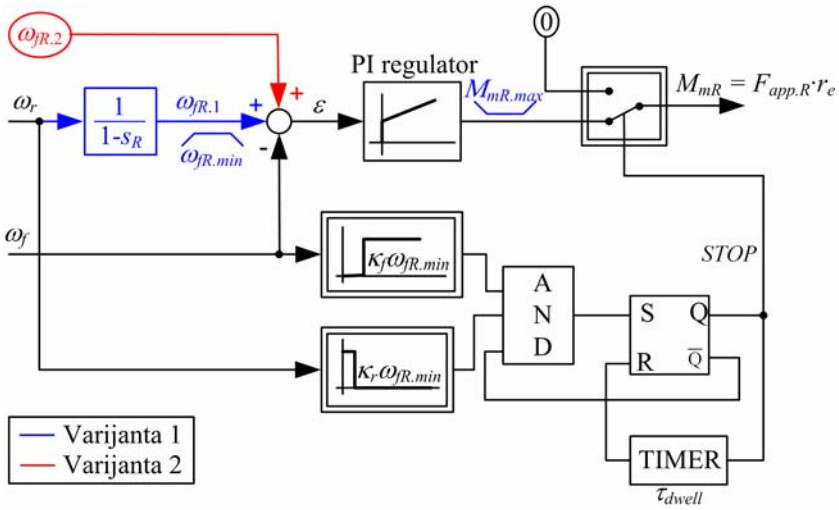
vozila tijekom ispitivanja je prikazana je na slici 6-5.

Slika 6-6 prikazuje odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče uz podešenu silu otpora kočnica od približno 900 N (50% više od statičkog potencijala trenja pogonskog kotača). Može se uočiti kako se vozilo pomakne približno 10 cm zbog postojanja dinamičkog potencijala trenja gume. Nakon toga, brzina prednjeg pogonskog kotača ω_f se drži na postavljenoj minimalnoj vrijednosti $\omega_{fR.min}$ = 0.4 rad/s, a brzina vozila (brzina pomoćnog kotača) ω_r pada na vrijednost nula. Drugim riječima, prednji kotač kontrolirano proklizava i nije u mogućnosti ostvariti silu koja bi bila dovoljno velika da se suprotstavi sili otpora vožnje. Tradicionalni sustav regulacije vuče, dakle, ne omogućava svladavanje uspona.

Svladavanje uspona bilo bi moguće uz proširenje tradicionalnog sustava u smislu primijene dinamičkog potencijala trenja autogume. Predloženi koncept ilustriran je blokovskim dijagramom na slici 6-7. Koncept se zasniva na koordiniranim uzastopnim ciklusima vožnje i mirovanja. Predložene su dvije varijante rješenja, pri čemu se razlike odnose na upravljanje referencom brzine kotača. Varijanta 1 zadržava jednaki način određivanja reference kao u tradicionalnom sustavu vuče (postoji ograničenje na minimalnu vrijednost brzine $\omega_{fR.min}$). U varijanti 2 se referenca drži na konstantnoj vrijednosti $\omega_{fR.2}$, nezavisno o brzini vozila. Vremenski odzivi za obje varijante rješenja su dani na slici 6-8.



Slika 6-6. Odziv tradicionalnog sustava regulacije vuče za slučaj sile otpora stražnjih kotača od 900 N.



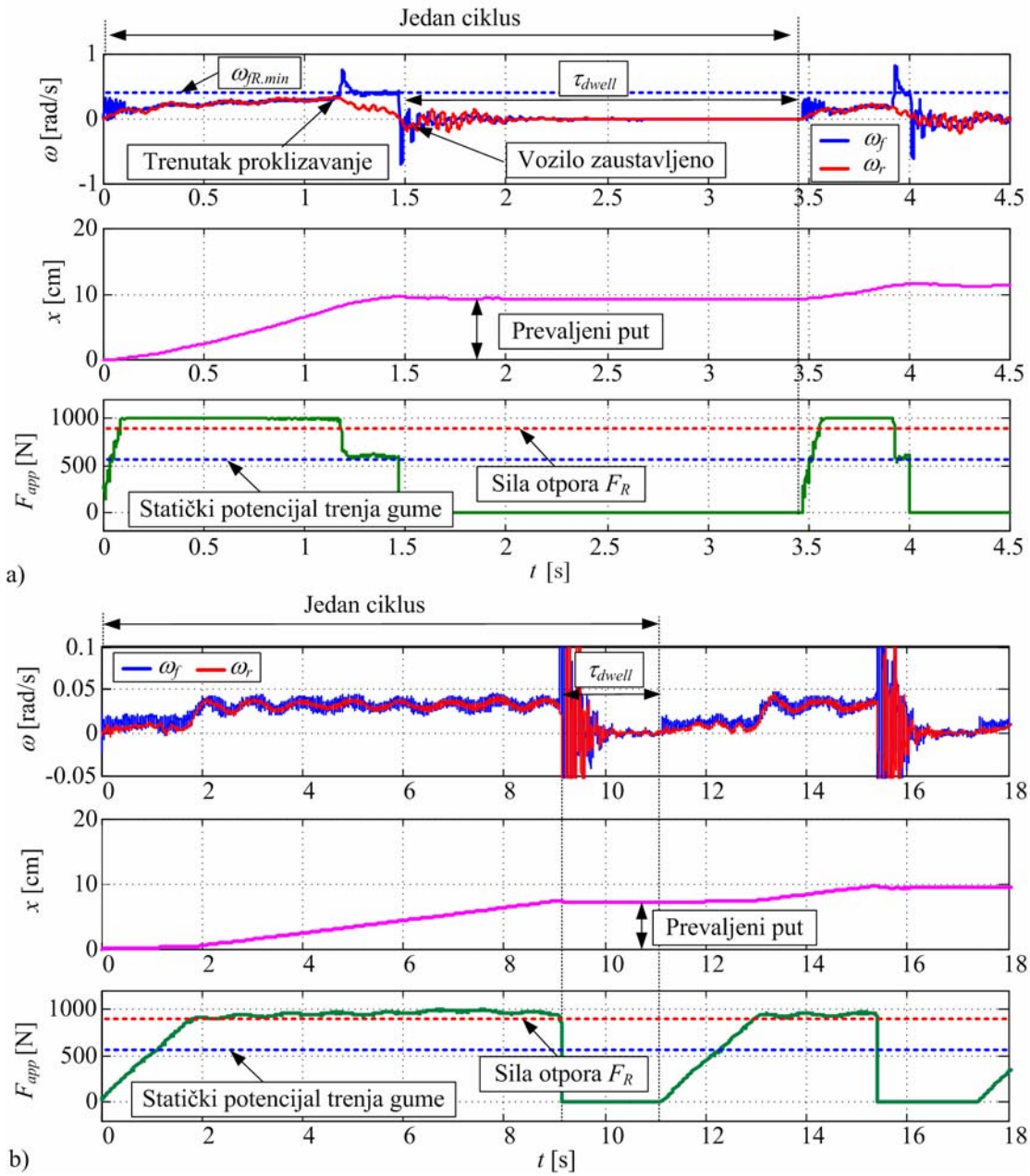
Slika 6-7. Blokovski dijagram predloženog sustava regulacije vuče vozila za vožnju na uzbrdici i ledenoj podlozi.

Sustav radi na sljedeći način:

- Tradicionalni sustav vuče uključen je sve dok brzina prednjeg kotača ω_f ne postigne vrijednost veću od $\omega_{fR.min}$ (κ_f = 0.9, logički sklop na slici 6-7) i brzina stražnjih kotača ne padne na nulu (κ_r = 0.4, logički sklop na slici 6-7), tj. sve dok je izlaz logičkog sklopa ″AND″ jednak nuli. U varijanti 1 je pritom potrebno osigurati zasićenje izlaza regulatora (moment motora M_{mR}) na vrijednost $M_{mR.,max}$ koja odgovara nešto većoj vrijednosti ukupnih otpora vožnje (npr. 15%). Idealno bi bilo silu ograničiti na vrijednost otpora, jer će u tom slučaju prevaljeni put u svakom ciklusu biti najdulji. Objašnjenje je vezano uz postupno smanjivanje ukupnog potencijala trenja ulaskom novih vlakana u kontaktnu površinu (vidi potpoglavlje 4.4.4). Ovo predstavlja određeni nedostatak, jer se tijekom vožnje uvjeti mijenjaju što zahtjeva dodatno logiku procjene vrijednosti ukupnih otpora vožnje. U ovom smislu varijanta 2 ima prednost, jer nema potrebe za dodatnim ograničavanjem izlaza regulatora. Kako se može vidjeti na odzivu danom na slici 6-8b, primijenjena sila F_{app} (M_{mR}/r_e) jednaka je sili otpora. Prikazani odziv snimljen je za vrlo nisku referencu brzine $\omega_{fR.2}$ = 0.04 rad/s što odgovara brzini vozila od 1 cm/s. Brzinu je naravno moguće povećati i na više vrijednosti. Viša referenca brzine ne daje samo veću brzinu gibanja, nego i bržu rampu primijenjene sile na početku svakog ciklusa

(usporedi odzive sile na slikama 6-8a i 6-8b) i stoga kraće vrijeme od početka ciklusa do pokretanja vozila.

- Držanje reference brzine vrtnje prednjeg kotača ω_{fR} na konstantnoj vrijednosti (varijanta 1: $\omega_{fR.min}$, varijanta 2: $\omega_{fR.2}$) u trenutku dok brzina stražnjih kotača pada na



Slika 6-8. Karakteristični vremenski odziv predloženog sustava regulacije vuče: a) varijanta 1 i b) varijanta 2.

nulu ima za posljedicu nagli pad sile trenja gume nakon odvajanja na vrijednost statičkog potencijala trenja (vremenski trenutak t = 1.2 s na slici 6-8a).

- Kada su zadovoljeni uvjeti brzina iz točke 1, bistabil (vidi sliku 6-7) se setira i postavlja na vrijednost Q = 1. Time postavlja sklopku koja definira referencu momenta motora M_{mR} u položaj koji daje moment jednak nuli (tj. F_{app} = 0) i aktivira brojilo vremena mirovanja τ_{dwell} (timer, vidi sliku 6-7). U isto vrijeme bi se trebale uključiti aktivne kočnice. Umjesto korištenja aktivnih kočnica može se uzeti u obzir mogućnost kočenja motorom, pri čemu sustav regulacije vuče ostaje aktivan, a referenca brzine ω_{fR} se postavlja na nulu. Kako se na vozilu emuliraju uvjeti uspona, nema potrebe za korištenjem kočnica.

- Moment se drži na nuli određeno vrijeme (vrijeme mirovanja gume $\tau_{dwell} \approx$ 2s), kako bi se razvio dinamički potencijal trenja.

- Nakon vremena mirovanja, bistabil se poništava (tj. resetira, Q = 0), sklopka momenta postavlja se u položaj tradicionalnog sustava vuče, aktivne kočnice se isključuju i vozilo se ponovno pokreće. Time započinje novi ciklus vožnje.

Kod praktične implementacije ovaj sustav je zamišljen kao sustav koji vozač mora uključiti pritiskom na gumb kada se nađe u navedenim uvjetima. Na tržištu postoje slični sustavi za druge namjene koji su implementirani u vozilima. Radi se, primjerice, o sustavu regulacije vožnje na nizbrdici (engl. *Hill Descent Control System*), koji je ugrađen u terenska vozila Land Rover i o sustavu za sigurno držanje vozila na uzbrdici (engl. *Hill Holder System*), koji ima dosta raširenu primjenu kod gotovo svih proizvođača automobila.

6.2.1 Analiza utjecaja radnih parametara

Vožnja vozila primjenom predloženog sustava je vrlo spora zbog intermitirajućeg rada koji se sastoji od ciklusa vožnje i mirovanja. U radu je provedena eksperimentalna analiza utjecaja parametara na prosječnu brzinu gibanja vozila. Razmatrani parametri su: a) referentna vrijednost brzine vrtnje pogonskog kotača, b) vrijeme mirovanja, c) sila otpora i d) nagib rampe primijenjene sile (tj. vrijeme prirasta sile na početku ciklusa).

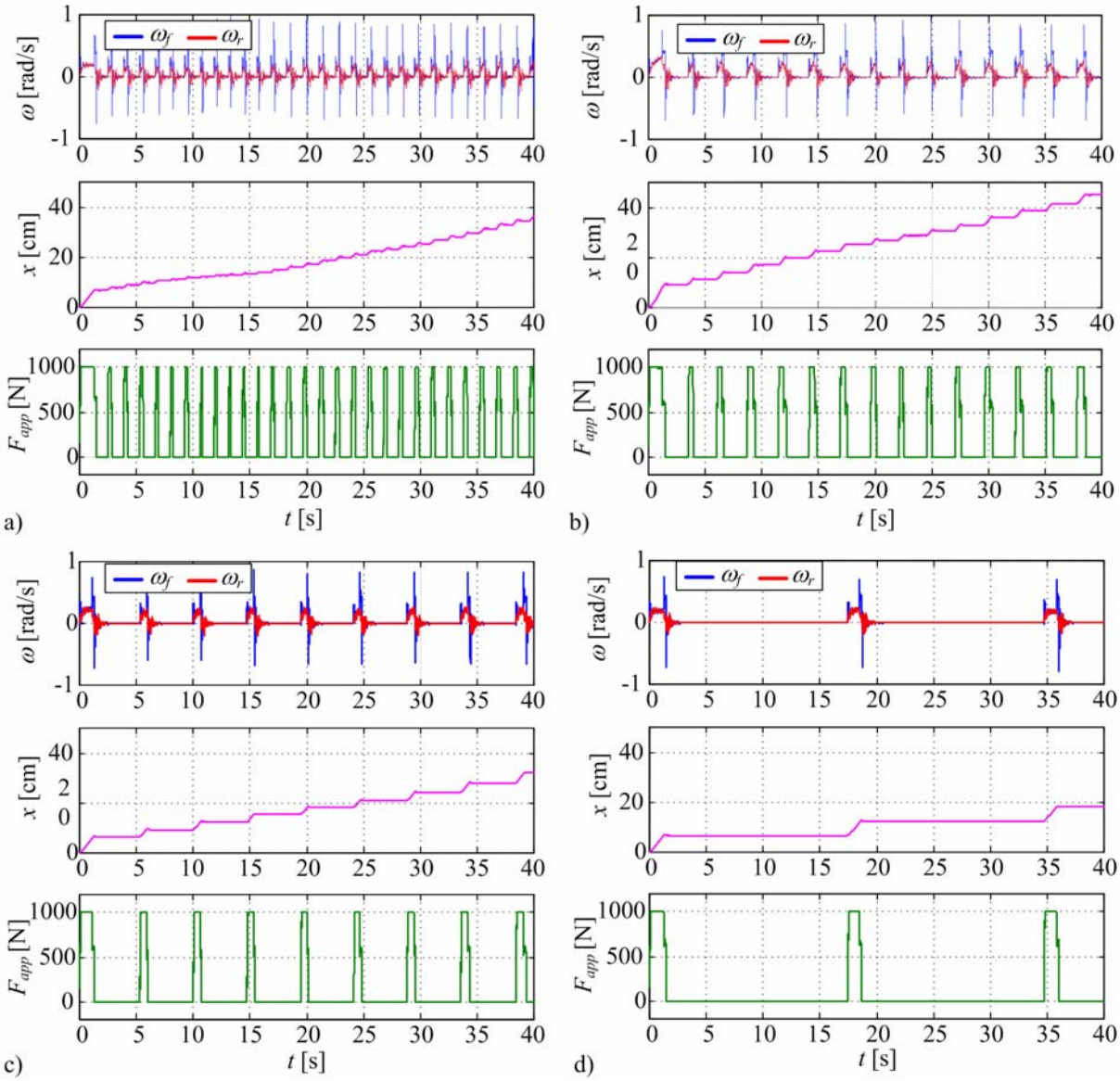
6.2.1.1 Vrijeme mirovanja

Utjecaj vremena mirovanja analiziran je na primjeru obiju varijanti regulacijskog sustava. Slika 6-9 prikazuje vremenske odzive analize za slučaj varijante 1 i vremena mirovanja od 1, 2, 4 i 16 s. Sila otpora je bila namještena na približno 900 N. Limit sile je bio podešen na 1000 N. Pregledni prikaz rezultata prevaljenog puta u vremenu od 40 s dan je na slici 6-10. Može se zaključiti kako je optimalno vrijeme mirovanja upravo 2 s. Za vrijeme od 1 s (slika 6-9a), javlja se više ciklusa u razmatranom vremenskom intervalu, ali je prevaljeni put u svakom ciklusu kraći nego za vrijeme od 2 s. Za duže vrijeme mirovanja (>2s), prevaljeni put u svakom ciklusu se povećava, međutim ukupni prevaljeni put je manji kao posljedica dugog vremena mirovanja. Prosječni prevaljeni put u svakom ciklusu za razmatrana vremena mirovanja od 1, 2, 4 i 16 s iznose redom 1.5, 2.5, 3.3 odnosno 6.5 cm. Pomak u prvom ciklusu je uvijek veći kao posljedica inicijalno većeg vremena mirovanja i iznosi između 7 i 10 cm. Relativno mali iznosi prevaljenog puta u svakom idućem ciklusu posljedica su visoke temperature okoline (10°C) odnosno relativne vlažnosti (RH 75%) tijekom eksperimenata. Rasipanje prevaljenog puta po ciklusu nije kvantificirano, ali se može uočiti kako je relativno malo.

Slika 6-11 prikazuje vremenske odzive analize za slučaj varijante 2 i vremena mirovanja od 1 i 2 s. Veće vrijednosti nisu razmatrane. Sila otpora je bila namještena na približno 950 N. Ovi eksperimenti su snimljeni u razmaku godinu dana u odnosu na rezultate sa slike 6-9. Uvjeti okoline su bili dosta slični. Temperatura okoline od 10°C i relativna vlažnost visokih 85%. Referenca brzine vozila je bila postavljena na iznos 1.5 cm (ω_{fR} = 0.05 rad/s). Sila otpora je bila podešena na 950 N (nešto više nego u primjeru na slici 6-9). U prvom ciklusu vozilo napravi značajniji pomak. Prevaljeni putovi iznose 10 i 20 cm za vrijeme mirovanja od 1 odnosno 2 s. Veći iznos nije u skladu s rezultatima identifikacije i modeliranja i pretpostavlja se da je posljedica nekonzistentnosti uvjeta podloge, te se može uzeti kao izolirani slučaj. Nakon prvog ciklusa prevaljeni put iznosi 3 cm (τ_{dwell} = 1 s) odnosno 7 cm (τ_{dwell} = 2 s). Može se uočiti kako u slučaju vremena od 1 s prevaljeni put po ciklusu opada s vremenom. To se može objasniti promjenom stanja površine u kontaktu (topljenjem leda), jer se vozilo pomiče iznimno sporo i ne uspijeva se značajnije pomaknuti u pojedinom ciklusu. Treba uzeti u obzir kako je duljina kontaktne površine 12 cm, a vozilo se u vremenu

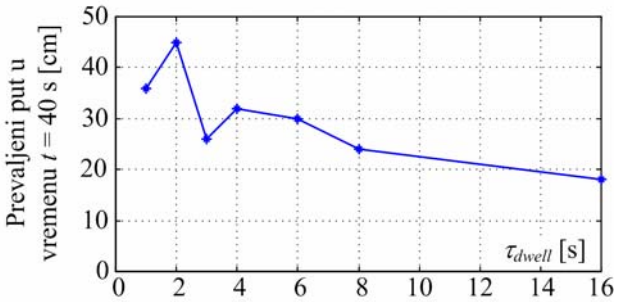
od 30 s gledano od početka drugog ciklusa uspijeva pomaknuti jedva za duljinu kontaktne površine. Pored toga vrijeme mirovanja od 1 s očito nije dovoljno da se postigne termodinamička ravnoteža u kontaktu i ostvari čvrsta veza između gume i podloge (dinamički potencijal trenja). U slučaju varijante 1 slično se može primijetiti do vremena od 15 s, nakon čega prevaljeni put raste linearnim trendom (slika 6-9a).

Usporedbom rezultata varijante 1 i varijante 2 za slučaj vremena mirovanja od 2 s može se

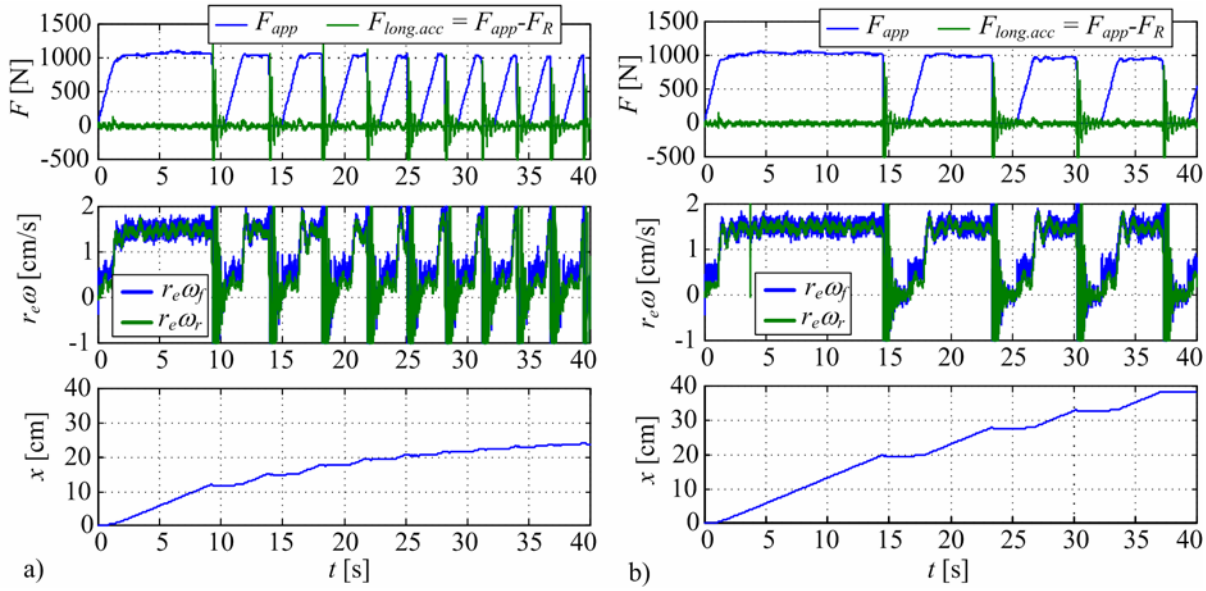


Slika 6-9. Analiza utjecaja vremena mirovanja na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) τ_{dwell} = 1 s, b) τ_{dwell} = 2 s, c) τ_{dwell} = 4 s i d) τ_{dwell} = 16 s (**varijanta 1**, F_R = 900 N, $\omega_{fR.min}$ = 0.4 rad/s, $M_{mR.max}/r_e = F_{app.max}$ = 1000 N, T_{amb} = 10°C, 75% RH).

primijetiti kako je prevaljeni put po ciklusu veći u slučaju varijante 2 (7 prema 2.5 cm) iako su uvjeti okoline, sile otpora i maksimalne vučne sile podjednake. Ovo se može objasniti povećanim prosječnim vremenom mirovanja vlakana u slučaju varijante 2. U varijanti 2 je referenca brzine približno 10 puta manja što ima za posljedicu sporu rampu vučne sile na početku svakog ciklusa. Vrijeme mirovanja se zbog toga praktički udvostručuje. Tu još treba uzeti u obzir nešto drugačije uvjete okoline i isto tako optimalno podešenje sile u slučaju varijante 2 (sila je upravo jednaka sili otpora što omogućava bolje iskorištenje dinamičkog potencijala).



Slika 6-10. Pregledni prikaz utjecaja vremena mirovanja gume na prevaljeni put temeljem rezultata sa slike 6-9.



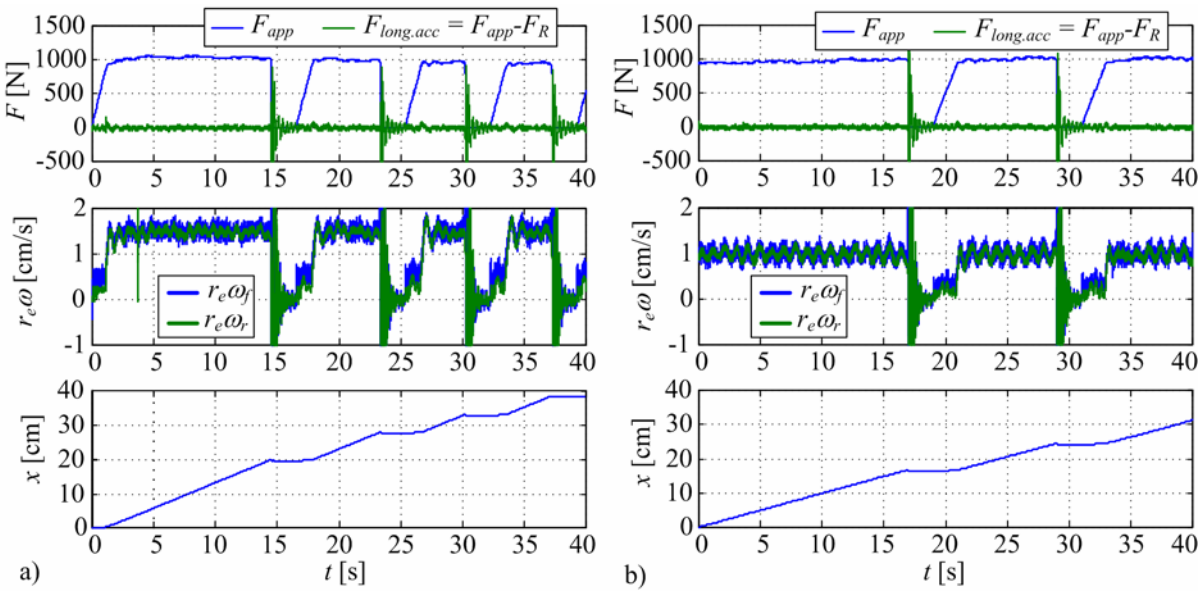
Slika 6-11. Analiza utjecaja vremena mirovanja na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) τ_{dwell} = 1 s i b) τ_{dwell} = 2 s (**varijanta 2**, F_R = 950 N, ω_{fR} = 0.05 rad/s → v =1.5 cm/s, T_{amb} = 10°C, 85% RH).

6.2.1.2 Referentna vrijednost brzine

Utjecaj referentne vrijednosti brzine analiziran je za slučaj varijante 2. Vremenski odzivi su dani na slici 6-12 za reference brzine koje odgovaraju brzinama vozila iznosa 1.5 cm/s i 1 cm/s. U prvom ciklusu se vozilo pomakne čak do 20 cm (vidi objašnjenje u prethodnom potpoglavlju). U svakom idućem ciklusu prevaljeni put iznosi približno 7 cm bez obzira na referencu brzine. Prosječni prevaljeni put veći je za slučaj veće brzine. Povećanjem reference povećala bi se brzina u svakom ciklusu, ali bi potencijalno došlo do smanjenja prevaljenog puta zbog smanjenja prosječnog vremena mirovanja vlakana (vidi objašnjenje u prethodnom potpoglavlju). Može se zaključiti kako veliko povećanje brzine nema smisla. Gornja granica se može uzeti oko 7 cm/s. Veće reference mogu unijeti snažnije djelovanje regulatora brzine vrtnje i time narušiti iskorištavanje dinamičkog potencijala trenja.

6.2.1.3 Sila otpora

Utjecaj sile otpora analiziran je za slučaj varijante 2. Referenca brzine postavljena je na iznos od 1cm/s, a vrijeme mirovanja gume na τ_{dwell} = 2 s. Razmatrana su dva slučaja sile otpora 750 i 950 N (20% odnosno 50% više u odnosu na statički potencijal trenja autogume). Vrijednosti veće od 1000 N nemaju smisla, jer predstavljaju granični slučaj zbog

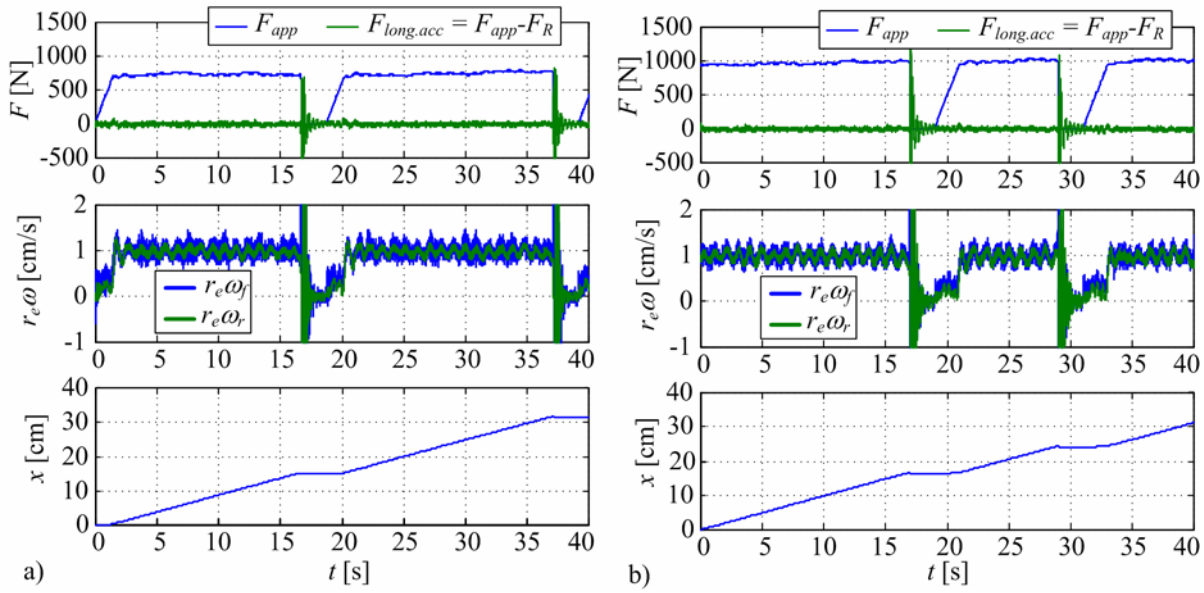


Slika 6-12. Analiza utjecaja reference brzine vrtnje na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) v = 1.5 cm/s i b) v = 1 cm/s (**varijanta 2**, τ_{dwell} = 2 s).

zasićenja dinamičkog potencijala trenja i s tim povezanu potrebu za dugim vremenima mirovanja, koji nemaju praktični značaj. Dijagrami eksperimentalnih odziva dani su na slici 6-13. Može se primijetiti kako je pomak po ciklusu (nakon prvog pomaka) gotovo dvostruko veći u slučaju manje sile otpora. Vozilo u svakom ciklusu prevali put iznosa duljine kontaktne površine, jer je sila otpora 20% veća od statičkog potencijala.

6.2.1.4 Rampa primijenjene sile

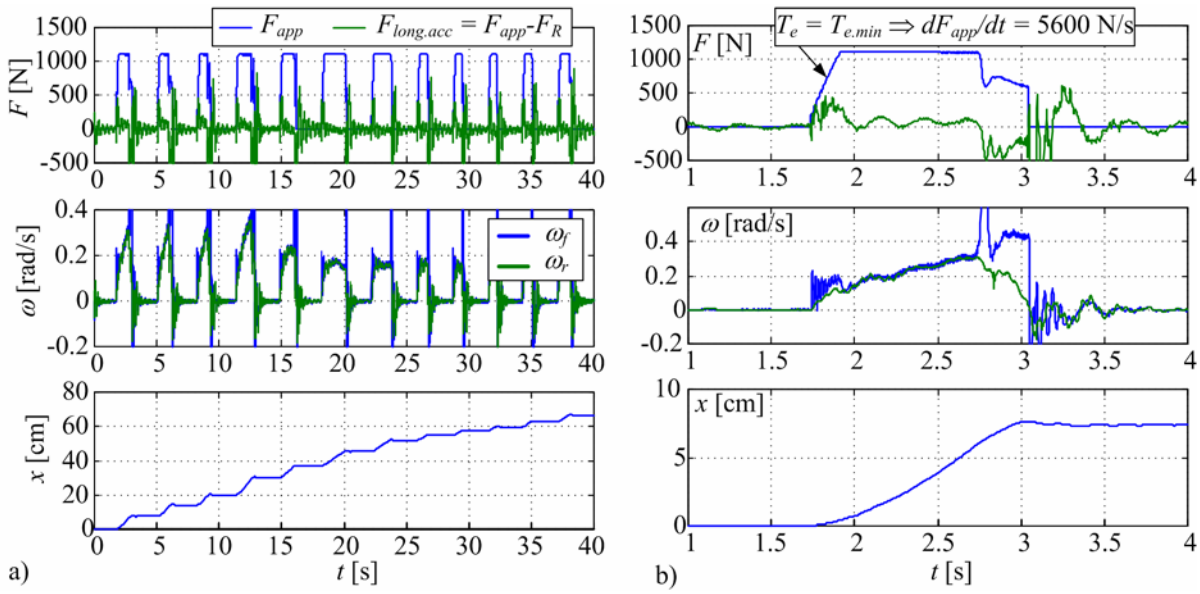
Utjecaj nagiba rampe primijenjene sile na početku ciklusa analiziran je za slučaj varijante 1. Nagib rampe rezultat je integralnog djelovanja regulatora pri zadanoj konstantnoj vrijednosti reference brzine. U varijanti 1 referenca brzine se računa iz brzine stražnjih kotača, međutim postoji uvjet na minimalnu vrijednost brzine (slika 6-7, $\omega_{fR.min}$ = 0.4 rad/s). U razmatranim uvjetima brzina kotača gotovo nikada ne dosegne tu vrijednost prije trenutka odvajanja, pa se prema tome referenca može uzeti kao konstantna veličina. Osim o referentnoj vrijednosti brzine, nagib rampe ovisi i o dinamici regulacijskog kruga određenoj vrijednošću nadomjesne vremenske konstante T_e. Tako za relativne vrijednosti vremenske konstante $T_e/T_{e.min}$ od 1, 2, 3, 5 i 10 rampe primijenjene sile iznose 5600, 1900, 950, 340 odnosno 90



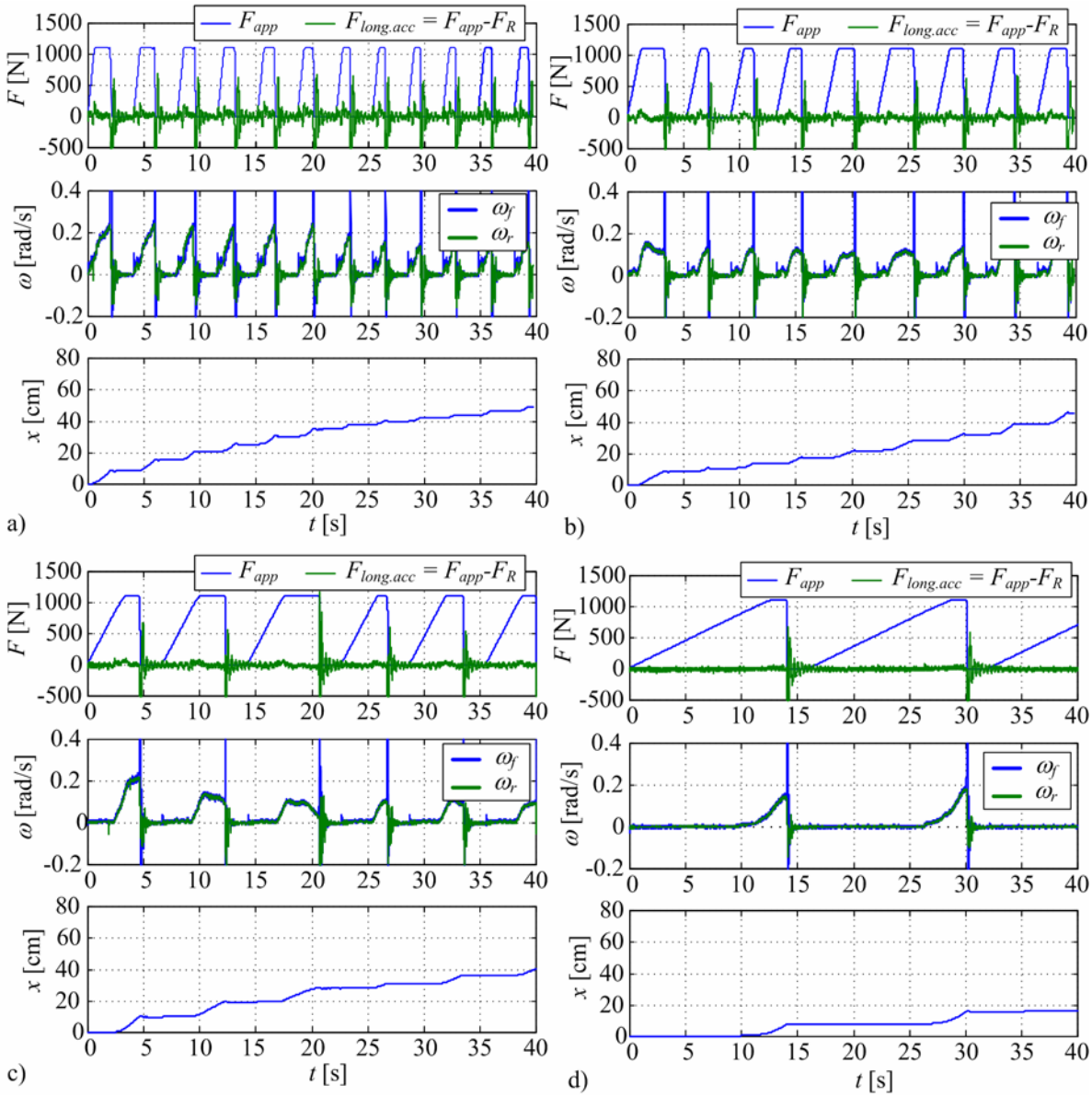
Slika 6-13. Analiza utjecaja sile otpora na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) F_R = 750 N (20% više od STFP) i b) F_R = 950 N (50 % više od STFP) (**varijanta 2**, τ_{dwell} = 2 s, v = 1 cm/s).

N/s. Navedeni slučajevi uzeti su u razmatranje. Pritom je limit sile bio postavljen na 1100 N, a sila otpora na 950 N.

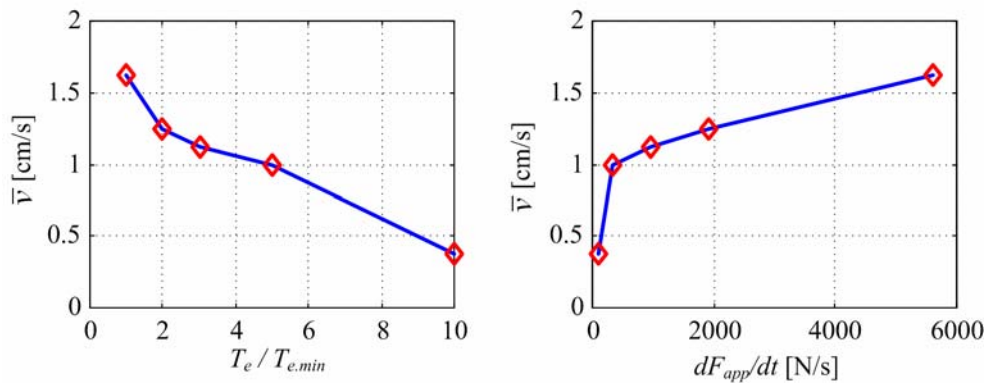
Slike 6-14 i 6-15 prikazuju odgovarajuće eksperimentalne odzive. Pregledni prikaz utjecaja nagiba rampe na srednju brzinu gibanja dan je na slici 6-16. Bez obzira na rampu primijenjene sile prevaljeni put po ciklusu je približno 7 cm (60% duljine kontaktne površine). Pa ipak, prosječna brzina gibanja vozila u promatranom vremenskom intervalu od 40 s opada s povećanjem vremenske konstante sustava regulacije vuče, odnosno sa smanjenjem nagiba rampe primijenjene sile. Razlog tomu je što je sa smanjenjem rampe primijenjene sile, sila trenja gume dulje vrijeme ispod vrijednosti sile otpora. Drugog utjecaja rampe na dinamički potencijal nema, što dodatno potvrđuje rezultate identifikacije i modeliranja iz poglavlja 4 i 5, prema kojima je osnovni utjecajni faktor vrijeme mirovanja vlakana. Može se zaključiti kako brža rampa općenito ima prednost u odnosu na sporu. U tom smislu važno je koristiti kvalitetniji aktuator, poput električnog motora.



Slika 6-14. Analiza utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče za slučaj nadomjesne vremenske konstante $T_e = T_{e.min}$ (**varijanta 1**, τ_{dwell} = 2 s, dF_{app}/dt = 5600 N/s).



Slika 6-15. Analiza utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na ponašanje predloženog sustava regulacije vuče: a) dF_{app}/dt = 1900 N/s ($T_e = 2T_{e.min}$), b) dF_{app}/dt = 950 N/s ($T_e = 3T_{e.min}$), c) dF_{app}/dt = 340 N/s ($T_e = 5T_{e.min}$) i d) dF_{app}/dt = 90 N/s ($T_e = 10T_{e.min}$) (**varijanta 1**, τ_{dwell} = 2 s)



Slika 6-16. Pregledni prikaz utjecaja nagiba rampe primijenjene sile na srednju brzinu gibanja vozila.

6.3 Kratki zaključak

U ovom je poglavlju razmatrana sinteza tradicionalnog sustava regulacije vuče i njegovog proširenja s ciljem iskorištavanja dinamičkog potencijala trenja autogume. Tradicionalni sustav vuče temelji se na PI regulatoru brzine vrtnje pogonjenog kotača, pri čemu se referentna vrijednost brzine računa izravno iz brzine nepogonjenih kotača i željene vrijednosti klizanja kotača. Sinteza sustava provedena je metodom optimuma dvostrukog odnosa. Rezultati provjere tradicionalnog sustava regulacije vuče pokazuju kako električni servo-motor brze dinamike (2 ms vrijeme odziva momenta) omogućava iznimne performanse sustava. Oscilacije klizanja u stacionarnim uvjetima klizanja manje su od 1%, dok je vrijeme smirivanja odziva nakon pobjega klizanja uslijed poremećaja manje od 50 ms.

Kako dinamički potencijal trenja postoji samo na malim brzinama vozila, njegovo iskorištavanje nije moguće u cilju poboljšanja kvalitete regulacije vučne sile (ili sile kočenja) u normalnoj vožnji. Međutim, pokazano je kako se on ipak može iskoristiti u slučaju vožnje na zaleđenoj uzbrdici kako bi se savladali otpori vožnje veći od statičkog potencijala trenja. Kod predloženog sustava vuče, vožnja se sastoji od radnog ciklusa i ciklusa mirovanja, pri čemu se potonji koristi kako bi se nakon odvajanja gume ponovno izgradio dinamički potencijal trenja. Vezano uz generiranje referentne vrijednosti brzine kotača predložene su dvije varijante. Pokazalo se kako ju treba držati na konstantnom iznosu (varijanta 2), kako bi se osigurala optimalna iskoristivost dinamičkog potencijala trenja.

Analiziran je utjecaj sljedećih radnih parametara: vrijeme mirovanja gume, referentna vrijednost brzine, sila otpora i i nagib rampe primijenjene sile. Osnovni zaključci su sljedeći. Vrijeme mirovanja gume potrebno je postaviti na minimalne iznose za izgradnju značajnog dinamičkog potencijala trenja. Vrijeme od 2 s pokazalo se optimalno s obzirom na maksimizaciju prevaljenog puta. Prekratko vrijeme ima za posljedicu kratki prevaljeni put po ciklusu što može dovesti do nekontroliranog topljenja leda i nemogućnosti uspostavljanja termodinamičke ravnoteže u pojedinom ciklusu. U konačnici to dovodi do opadanja dinamičkog potencijala trenja u svakom ciklusu. Predugačko vrijeme ne doprinosi značajnom povećanju dinamičkog potencijala trenja odnosno prevaljenog puta po ciklusu, a rezultira smanjenjem prosječne brzine vozila. Referentna vrijednost brzine ne bi trebala biti veća od približno 7 cm/s. Premali iznosi referentne vrijednosti brzine rezultiraju malim nagibom rampe sile na početku svakog ciklusa, što ima za posljedicu smanjenje prosječne brzine vozila. Smanjenjem sila otpora povećava se prevaljeni put po ciklusu. U slučaju sile otpora nešto veće od statičkog potencijala trenja, prevaljeni put po ciklusu približno je jednak duljini kontaktne površine. Sila otpora 60% veća od statičkog potencijala trenja je maksimalna sila otpora pri kojoj se postiže zadovoljavajuća vožnja vozila, a maksimalna prosječna ostvariva brzina pritom iznosi približno 1.5 cm/s. Vezano uz rampu primijenjene sile na početku ciklusa, brža rampa je poželjna jer smanjuje gubitke vremena inicijalnog prirasta sile do trenutka pokretanja vozila, te rezultira nižom prosječnom brzinom vozila.

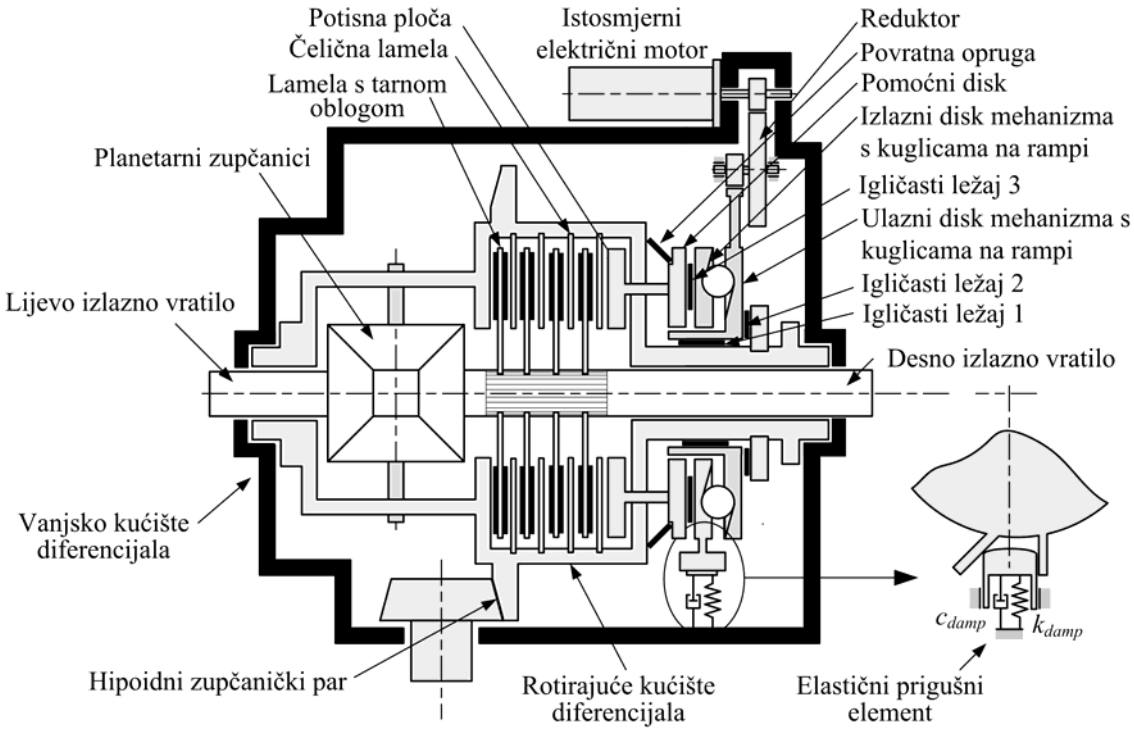
7 Modeliranje uljne lamelne spojke

U ovom se poglavlju prikazuje matematičko modeliranje sustava elektromehanički aktuirane uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala. Model se postavlja za potrebe analize ponašanja sustava i razvoja odgovarajućeg koncepta regulacije spojke. Model uzima u obzir sve relevantne mehaničke, električke, hidromehaničke i toplinske dinamičke učinke u aktuatorskom podsustavu i podsustavu za razvijanje momenta spojke. Jednadžbe modela izvode se primjenom postupka veznih dijagrama (vidi dodatak A, [112],[113]).

7.1 Opis sustava

Slika 7-1 prikazuje principijelnu shemu razmatranog aktivnog diferencijala s ograničenim proklizavanjem (engl. *Active Limited Slip Differential*, ALSD). Diferencijal ima standardnu strukturu, kod koje se pogonski moment prenosi putem hipoidnog ozubljenja s ulaznog vratila na rotirajuće kućište diferencijala ([20],[21]). Moment se dalje prenosi na izlazna vratila putem planetarnih zupčanika i upravljive uljne spojke. Spojka povezuje jedno od izlaznih vratila (u ovom slučaju lijevo vratilo) s rotirajućim kućištem diferencijala i na taj način omogućuje prijenos momenta s bržeg na sporije vratilo prilikom vožnje u zavoju ili proklizavanja kotača nailaskom na sklisku podlogu. Kada je spojka otvorena, na svako se izlazno vratilo prenosi polovina momenta kućišta diferencijala. Detalje o primjeni ovog diferencijala i analizi njegovog dinamičkog ponašanja može se pronaći u ([35]-[38],[41]).

Spojka diferencijala (slika 7-2) sastoji se od naizmjenično postavljenih kaljenih čeličnih lamela debljine 1.3 mm (engl. *separator plate*) i lamela s tarnim oblogama ukupne debljine 1.35 mm (engl. *friction plate*). Nosivi dio lamela s oblogama izrađen je od kaljenog čelika debljine 0.8 mm, a same obloge izrađene su od karbonskih vlakana povezanih fenoličnom



Slika 7-1. Shematski prikaz aktivnog diferencijala s ograničenim proklizavanjem.

smolom. Debljina tarnog materijala sa svake strane iznosi 0.275 mm. Ovakve obloge karakterizira otvorena tekstura površine, koja pospješuje protok ulja, te poroznost na mikroskopskoj razini, koja uspješno sprječava stvaranje hidrodinamičkog filma i na taj sprječava stvaranje Stribeckovog učinka na malim brzinama ([114],[115]). Nepostojanje Stribeckovog učinka pozitivno se odražava na stabilnost sustava u smislu sprječavanja neželjenih pojava stick-slip gibanja kao što su škripanje i vibracije sustava (engl. *shudder*). Pored toga ovaj je materijal izrazito čvrst i otporan na trošenje. Maksimalni moment spojke (engl. *clutch torque capacity*) iznosi 2500 Nm. Maksimalna relativna brzina spojke je relativno niska, tipično do 120 min^{-1} ([36]). Za podmazivanje se koristi standardno ulje za aktivne diferencijale *Castrol* 75W-140.

Spojka se aktivira putem aktuatorskog sustava koji se sastoji od električnog istosmjernog motora, reduktora i mehanizma s kuglicama na rampi (engl. *ball-ramp mechanism*), koji pretvara rotacijsko gibanje motora u translatorno gibanje potisne ploče, tj. moment motora u pritisnu silu spojke. Kako je ilustrirano na slici 7-1, osnovni elementi mehanizma s kuglicama na rampi su ulazni disk, izlazni disk i kuglice. Svaki disk ima 5 kružnih utora s

određenim usponom (rampa) (vidi fotografiju elemenata na slici 7-3). U svakom utoru nalazi se po jedna kuglica. Nagib rampe je konstantan duž utora[6].

Slika 7-2. Fotografija lamela spojke.

Ulazni disk mehanizma pogoni se električnim motorom preko dvostrukog zupčastog reduktora sa čelnicima. Relativni pomak diskova ima za posljedicu kotrljanje kuglica po rampi, pri čemu dolazi do razmicanja diskova mehanizma. Kako je translatorno gibanje ulaznog diska onemogućeno pričvrsnom pločom, translatorno se giba samo izlazni disk.

Gibanje izlaznog diska ograničeno je putem elastičnog prigušnog elementa, koji je pričvršćen na vanjsko kućište diferencijala (slika 7-1). Elastični prigušni element omogućava slobodno translatorno gibanje diska i ograničeno rotacijsko gibanja tijekom povrata mehanizma u početni položaj. Na taj način smanjuje udarna opterećenja na elemente mehanizma s kuglicama na rampi tijekom povrata mehanizma u početni položaj. Tada kuglice nekontrolirano i maksimalnom brzinom dolaze do krajnjeg položaja u utorima (tj. graničnika). Energija udara akumulira se u elastičnom prigušnom elementu, pri čemu se diskovi zajedno s motorom i zupčanicima reduktora gibaju kao kruto tijelo. Zbog postojanja elastičnog elementa, mehanizam se zajedno s vratilom motora na kraju vraća u jednaki početni položaj. Potisna poloča se pritom ne giba. Ovaj element utječe na odziv sustava (preciznije aktuatorskog motora) samo u slučaju pasivnog isključivanja (postavljanje napona motora na nulu).

Mehanizam s kuglicama na rampi dio je rotirajućeg kućišta diferencijala, ali ne rotira zajedno s njim. To je osigurano odvajanjem mehanizma od kućišta putem tri igličasta ležaja (dva aksijalna i jedan radijalni) i pomoćnog diska kako je ilustrirano na slici 7-1 (vidi

[6] U nekim izvedbama nagib rampe nije konstantan. Preciznije, u početku je nagib veći i postupno se smanjuje ([40],[92]). Na taj način postiže se brži odziv u početnom dijelu prijelazne pojave, kada aktuator pomiče lamele kroz zračnost.

Slika 7-3. Fotografija elemenata mehanizma s kuglicama na rampi.

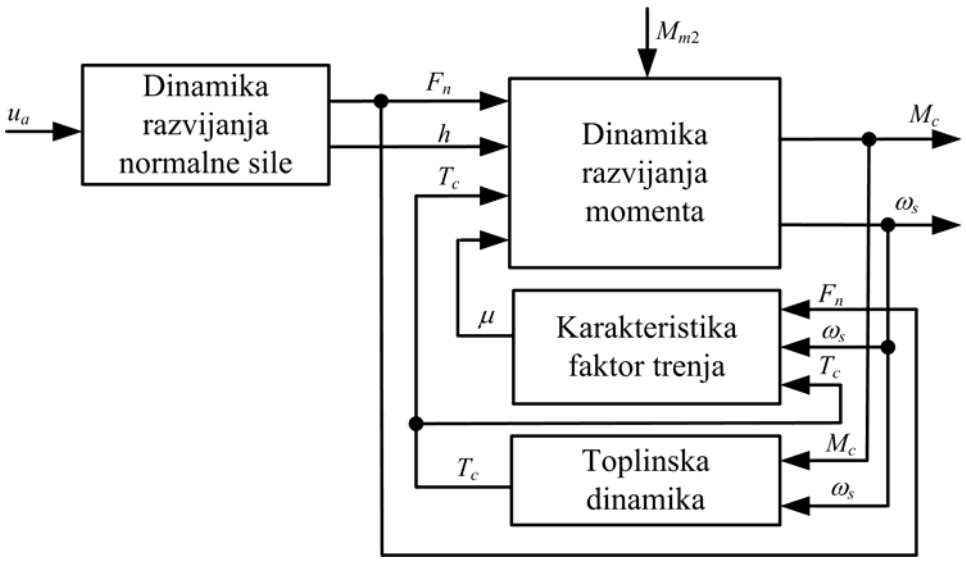
također sliku 7-3). Veza između izlaznog diska i potisne ploče ostvarena je putem pomoćnog diska i radijalnog igličastog ležaja 3, pri čemu pomoćni disk i potisna ploča rotiraju zajedno s kućištem diferencijala. Vraćanje mehanizma u početni položaj tijekom pasivnog otvaranja spojke (postavljanjem momenta motora na nulu) ili uslijed nestanka napajanja zbog kvara osigurano je putem povratne tanjuraste opruge. Opruga je postavljena između pomoćnog diska i kućišta diferencijala (vidi slike 7-1 i 7-3).

7.2 Struktura modela

Slika 7-4 prikazuje strukturu modela sustava spojke aktivnog diferencijala. Model se može podijeliti u četiri međusobno zavisna podsustava: a) dinamika razvijanja normalne (pritisne) sile, b) dinamika razvijanja momenta, c) toplinska dinamika i d) karakteristika faktora trenja. Slika 7-5 ilustrira podsustave a)-c) sa svim relevantnim elementima.

7.3 Dinamika razvijanja normalne sile

Podsustav razvijanja normalne sile (slika 7-5) uključuje dinamiku istosmjernog električnog motora s reduktorom, mehanizma s kuglicama na rampi i aksijalnu dinamiku spojke. Konačne dinamičke jednadžbe sustava izvode se temeljem metode veznih dijagrama. Prije izvođenja konačnih jednadžbi daju se detalji pojedinih dijelova dinamike sustava i njihove

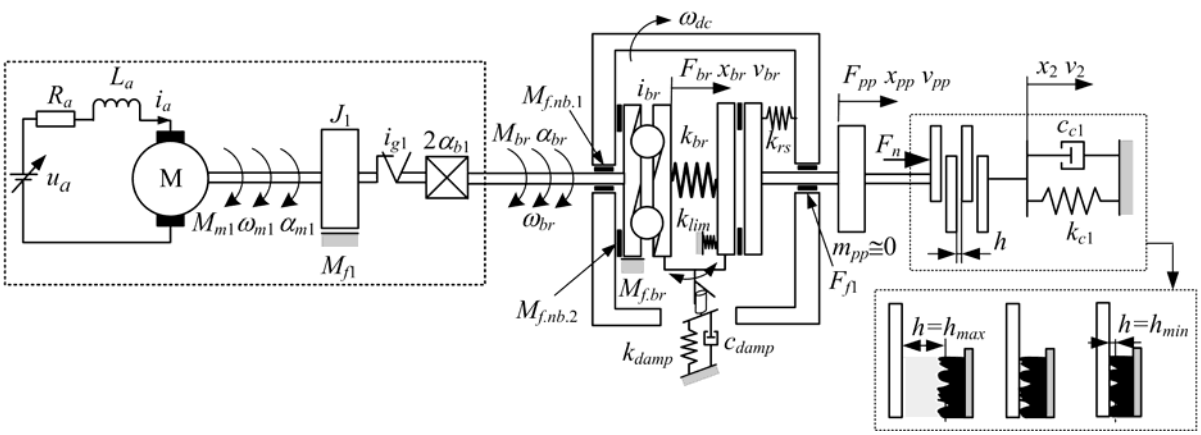


Slika 7-4. Blokovski dijagram modela spojke aktivnog diferencijala.

integracije u vezni dijagram cjelokupnog sustava, koji je prikazan na slici 7-6. Istovremeno se razmatraju načini modeliranja pojedinih elemenata.

7.3.1 Istosmjerni motor

Dinamika motora određena je (vidi npr. [116]) otporom armature R_a, induktivitetom armature L_a, momentom tromosti pogona J_1, trenjem motora i reduktora M_{f1}, prijenosnim omjerom reduktora i_{g1}, zračnošću α_{b1} i silama otpora (trenja) mehanizma s kuglicama na rampi ($M_{f.br} + M_{f.nb1} + M_{fnb2} + F_{br}i_{br}^{-1}$) (vidi sliku 7-5). Inercija J_1 uključuje moment tromosti rotora motora, zupčanika reduktora i ulaznog diska mehanizma s kuglicama na rampi. Vezni dijagram opisanog podsustava prikazan je u gornjem lijevom uglu slike 7-6. Elementi otpora **R** opisuju otpore armature R_a i trenja motora M_{f1}. Inercijski elementi **I** opisuju induktivitet armature L_a i moment tromosti rotora motora J_1. Razvijanje momenta motora M_{m1} opisuje se žiratorom **GY** s modulom K_t, koji predstavlja konstantu momenta motora. Ovaj element istovremeno opisuje i induciranu elektromotornu silu $u_{emf} = K_t \cdot \omega_{m1}$ koja se protivi narinutom naponu armature motora. U praksi, međutim, konstanta elektromotorne sile u_{emf} / ω_{m1} može odstupati od pojačanja momenta K_t zbog gubitaka motora. Stoga se kod izvođenja jednadžbi konstanta elektromotorne sile uzima kao $K_v = u_{emf} / \cdot \omega_{m1}$. Reduktor se opisuje transformerskim elementom **TF** s modulom i_{br} (prijenosni omjer reduktora).



Slika 7-5. Shematski prikaz dinamike razvijanja normalne sile.

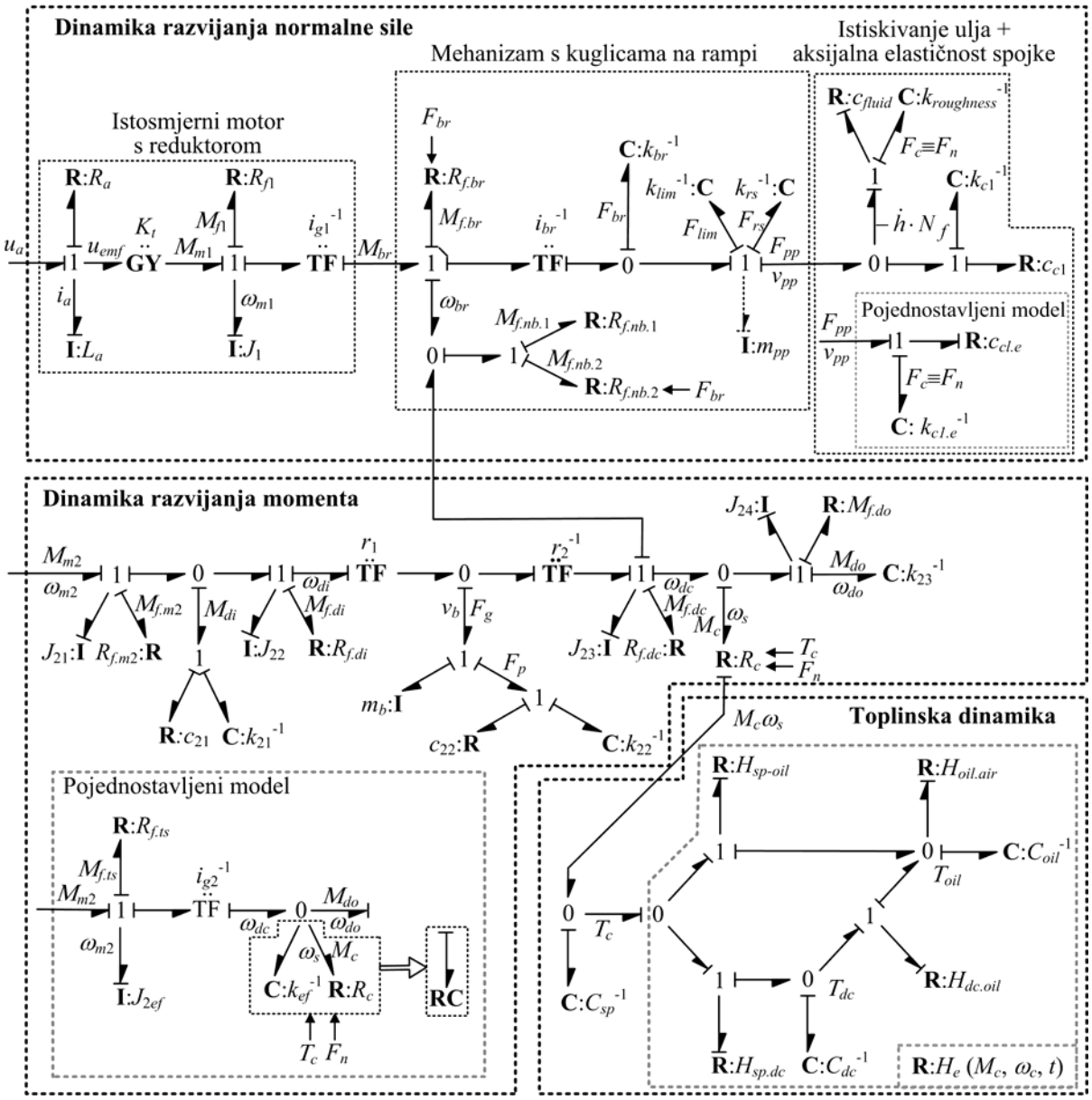
Trenje motora M_{f1} opisuje se korištenjem LuGre modela trenja (potpoglavlje 2.2.2.5), jer je temeljem rezultata identifikacije (poglavlje 8) utvrđeno kako je ono karakterizirano Stribeckovim učinkom, viskoznim trenjem i nelinearnom elastičnom deformacijom u području držanja. Ostali elementi s trenjem dio su podsustava mehanizma kuglica na rampi (potpoglavlje 7.3.2).

7.3.2 Mehanizam s kuglicama na rampi

Mehanizam s kuglicama na rampi uzima se (vidi sliku 7-5) kao spoj elastičnog elementa krutosti k_{br}, elementa za pretvaranje rotacijskog u translatorno gibanje s prijenosnim omjerom i_{br}, elastičnog prigušnog elementa krutosti k_{damp} i prigušenja c_{damp}, graničnika položaja krutosti $k_{limiter}$, povratne opruge krutosti k_{rs} i elemenata s trenjem, koji uključuju trenje kuglica na rampi $M_{f.br}$ i trenje igličastih ležaja $M_{f.nb.1}$ i $M_{f.nb.2}$ (igličasti ležaj 3 sa slike 7-1 je pomoćni ležaj koji nije relevantan za modeliranje dinamike aktuatora; vidi potpoglavlje 7.1).

Izlazni disk mehanizma s kuglicama na rampi potiskuje povratnu tanjurastu oprugu i potisnu ploču spojke mase m_{pp}. Masa m_{pp} je vrlo malog iznosa ($m_{pp}\dot{v}_{pp} << F_{pp}$) te se zanemaruje. U protivnom bi se dobilo vrlo sporo izvođenje simulacije, engl. *stiff simulation problem*[7].

[7] Do ovog problema dolazi kada u jednom sustavu postoje elementi izrazito brze i izrazito spore dinamike. Općenito se uzima da omjer maksimalne i minimalne vlastite vrijednosti (tj. vlastite frekvencije oscilacija) ne



Slika 7-6. Vezni dijagram sustava uljne lamelne spojke.

Zanemarivanjem mase potisne ploče, vezni dijagram podsustava mehanizma s kuglicama na rampi reducira se na elemente **R**, **C** i **TF** (slika 7-6), koji se redom odnose na elemente trenja, elastičnosti sustava i pretvaranje rotacijskog u translatorno gibanje.

---

bi smio biti veći od oko 1000 [22], a u praksi niti veći od 100. Sustav razvijanja normalne sile uključuje dvije koncentrirane mase (inercija motora i masa potisne ploče) povezane elastičnim elementom krutosti k_{br}. Zbog izrazito velikog ukupnog prijenosnog omjera $i_{total} = i_{g1} \cdot i_{br} = 41750$ omjer vlastitih frekvencija iznosi $\Lambda = (k_{br}/m_{pp})^{1/2}/(k_{br}/J_1 i_{total}^2)^{1/2} = J_1 i_{total}^2 / m_{pp} = 806$. Prema rezultatima simulacija ovaj faktor je dovoljno visok da značajno usporava simulacije.

7.3.2.1 Krutost mehanizma

Krutost mehanizma k_{br} predstavlja ekvivalentnu krutost mehanizma, koja uključuje aksijalnu deformaciju kuglica na rampi, vratila motora i reduktora. Pretpostavlja se kako je elastičnost prvenstveno posljedica deformacije kuglica. Izvorno fizikalni pristup modeliranja trebao bi se temeljiti na teoriji Hertzovih naprezanja [101]. Ovaj se pristup ne primijenjuje u ovom radu zbog neraspolaganja točnim parametrima aktuatora vezanih uz geometriju utora i kuglica. Stoga se primijenjuje ekvivalentna elastičnost mehanizma s karakteristikom krutosti koji se određuje eksperimentalnim putem kako je opisano u poglavlju 8. Ilustracija karakteristike krutosti prikazana je na slici 7-7a. Krutost za slučaj vlačnog opterećenja k_{damp} odnosi se na pojednostavljeni opis elastičnog prigušnog elementa (vidi karakteristiku na slici 7-7a za negativnu apscisnu poluos i objašnjenje u potpoglavlju 7.3.2.3).

7.3.2.2 Graničnik

Graničnik određuje početni položaj izlazne ploče mehanizma s kuglicama na rampi, koji je određen najnižom točkom utora (rampi) mehanizma po kojima se kotrljaju kuglice (potpoglavlje 7.1). Graničnik je važno uzeti u obzir zbog postojanja prednapregnute povratne opruge F_{rs}, koja djeluje na izlazni disk mehanizma i vraća ga u početni položaj.

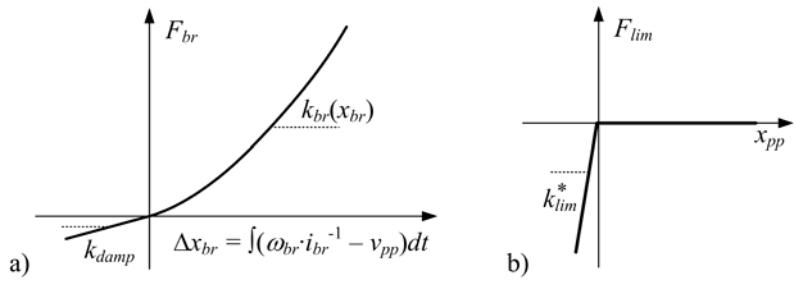
Graničnik se pogodno modelira kao elastični element konstante krutosti k_{lim} koji se odupire sili povratne opruge F_{rs} i sili mehanizma F_{br}. Konstanta krutosti se uzima kao funkcija pozicije potisne ploče x_{pp}, tj. pozicije izlazne ploče mehanizma, kao:

$$k_{lim}\left(x_{pp}\right)=\begin{cases} k_{lim}^{*} \; za \;\; x_{pp} \le 0 \\ 0 \;\; za \;\; x_{pp} > 0 \end{cases}, \tag{7-1}$$

gdje je konstanta k_{lim}^{*} vrlo visokog iznosa (slika 7-7b)

7.3.2.3 Elastični prigušni element

Utjecaj elastičnog prigušnog elementa (k_{damp}, c_{damp}) nije važan za odziv sustava tijekom aktiviranja mehanizma (vidi potpoglavlje 7.1). Ovaj element se, stoga, može zanemariti ili uzeti u pojednostavljenom obliku kako je uzeto u ovom radu. U pojednostavljenom obliku,



Slika 7-7. Ilustracija karakteristike krutosti mehanizma s kuglicama na rampi a) i graničnika b).

zanemaruje se prigušenje elastičnog prigušnog elementa (c_{damp} = 0), jer samo trenje mehanizma s kuglicama na rampi osigurava značajno prigušenje. Njegovo elastično djelovanje (konstanta krutosti k_{damp}) uzima se kroz elastičnost mehanizma s kuglicama na rampi k_{br}^{-1} za slučaj vlačnog opterećenja (vidi sliku 7-7a). Do vlačnog opterećenja dolazi tijekom pasivnog deaktiviranja mehanizma kada izlazni disk dođe do graničnika ($k_{limiter}$), a ulazni disk se zajedno s rotorom motora i reduktorom zbog inercije nastavlja gibati.

7.3.2.4 Povratna opruga

Za povratnu oprugu koristi se tanjurasta opruga (slika 7-8a). Karakteristika ove opruge određena je izrazom [117]:

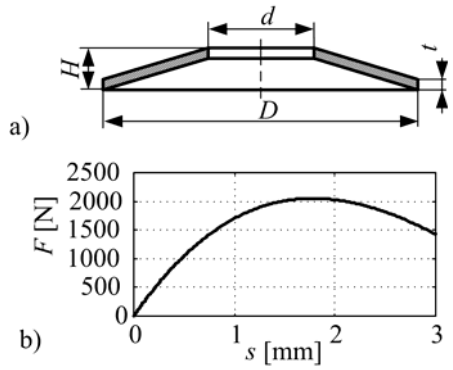
$$F_{rs}(s) = \frac{4E \cdot t \cdot s}{\left(1-\nu^2\right) \cdot \alpha \cdot D^2} \cdot \frac{s}{t} \cdot \left[\left(\frac{h}{t} - \frac{s}{t}\right) \cdot \left(\frac{h}{t} - \frac{s}{2t}\right) + 1\right], \tag{7-2}$$

gdje je s deformacija opruge, E = 210000 MPa je Young-ov modul elastičnosti, ν =0.3 je Poisson-ov broj, a ostali parametri su dani izrazima:

$$h = H\text{-}d,\ \alpha = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\delta - 1}{\delta}\right)^2 \Big/ \left(\frac{\delta + 1}{\delta - 1} - \frac{2}{ln\,\delta}\right),\ \beta = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{6}{ln\,\delta}\left(\frac{\delta - 1}{ln\,\delta} - 1\right),\ \delta = D/d.$$

Slika 7-8b prikazuje karakteristiku opruge za parametre opruge (dodatak D), koja se koristi u mehanizmu. Rezultati identifikacije (odjeljak 8.1.2.3) ukazuju na to da je opruga prednapregnuta (s_0 = 1mm).

7.3.2.5 Trenje mehanizma



Slika 7-8. Povratna tanjurasta opruga: a) shema i b) karakteristika.

Trenje mehanizma uključuje trenje kotrljanja a) kuglica na rampi $M_{f.br}$, b) igličastog aksijalnog ležaja $M_{f.nb.2}$ i c) igličastog radijalnog ležaja $M_{f.nb.1}$. Vezano uz utjecaj radnih parametara i kinematske odnose sustava (slika 7-5) momenti trenja općenito se mogu zapisati kao funkcije (slika 7-6): $M_{f.br}(F_{br}, \omega_{br})$, $M_{f.nb.1}(\omega_{br} + \omega_{dc})$, $M_{f.nb.2}(F_{br}, \omega_{br} + \omega_{dc})$, gdje je F_{br} aksijalna sila mehanizma s kuglicama na rampi, ω_{br} je brzina vrtnje ulaznog diska mehanizma i ω_{dc} je brzina vrtnje rotirajućeg kućišta diferencijala.

Potencijal trenja ležaja računa se kao suma trenja neopterećenog (viskozno trenje) i opterećenog ležaja M_0+M_l (vidi potpoglavlje 2.1.7). Faktori trenja za igličaste ležaje mogu se pronaći u literaturi ili izravno od proizvođača ležaja (tablica 7-1). Može se primijetiti kako maksimalno očekivano viskozno trenje iznosi 0.13 Nmm, te se stoga može zanemariti.

Mehanizam s kuglicama na rampi predstavlja aksijalni kuglični ležaj s reduciranim brojem kuglica. Prema tome vrijednost faktora trenja kotrljanja nije moguće pronaći u literaturi. Karakteristično za ovaj mehanizam je da se normalna sila $F = F_{br}$ mijenja u širokom rasponu, tj. od minimalne vrijednosti koja odgovara sili prednaprezanja povratne tanjuraste opruge (F_0 = 1680 N, vidi poglavlje 8) do maksimalne vrijednosti jednake normalnoj sili spojke od preko 30000 N, a relativna brzina se kreće u području 0-36 min^{-1} (određeno maksimalnom brzinom vrtnje motora aktuatora i prijenosnim omjerom reduktora). Eksperimentalnom identifikacijom (poglavlje 8) određena je vrijednost faktora trenja za slučaj minimalne normalne sile (tablica 7-1). Zanimljivo je primijetiti kako je vrijednost faktora trenja μ_l mehanizma približno tri puta veća od vrijednosti koja odgovara standardnom aksijalnom kugličnom ležaju (0.0012, vidi potpoglavlje 2.1.7) i približno je jednak faktoru trenja kotrljanja aksijalnog igličastog ležaja (0.0035). Ovo je očekivani rezultat zbog činjenice da mehanizam kuglica na rampi ima manji broj kuglica u odnosu na aksijalni ležaj istih dimenzija. Zbog konstrukcijskih značajki mehanizma, faktor trenja nije

bilo moguće odrediti na većim vrijednostima normalnih sila. Prema teoriji trenja kugličnih ležaja (potpoglavlje 2.1.7, [101]), faktor trenja se mijenja s normalnom silom prema faktoru skaliranja $(F/C_0)^{1/3}$, gdje je C_0 statička moć nošenja ležaja koja za slučaj mehanizma kuglica na rampi nije poznata (za kuglični aksijalni ležaj sličnih dimenzija SKF 51312 vrijedi C_0=224 kN). Prema ovoj relaciji odnos faktora trenja na maksimalnom odnosno minimalnom opterećenju iznosi $(30000/1680)^{1/3}$=2.58. Rezultati simulacije pokazali su kako ovaj način skaliranja faktora trenja s normalnom silom ne daje točne rezultate. Stoga se u konačnom modelu koristi konstantna vrijednost faktora. Kako je trenje kugličnih ležaja određeno primarno elastohidrodinamičkim podmazivanjem u kontaktu kuglice s podlogom (utorom prstena ležaja), statički moment trenja kugličnih ležaja općenito može biti značajno veći od kinetičkog trenja pri uvjetima nominalnih brzina vrtnje [101] i ima za posljedicu Stribeckovu karakteristiku trenja (potpoglavlje 2.1.5). Za slučaj mehanizma s kuglicama na rampi radno područje relativne brzine određeno je relativno malom maksimalnom brzinom od 36 min^{-1}. U ovom području brzina ne očekuje se značajnija promjena faktora trenja s promjenom relativne brzine. Ovo je potvrđeno eksperimentalnom identifikacijom.

Trenje mehanizma s kuglicama na rampi se može opisati dinamičkim ili statičkim modelima opisanim u potpoglavlju 2.2. Usporedbom simulacijskih odziva klasičnog, Dahlovog[8] i reset-integrator modela ustanovljeno je kako se najbolji rezultati dobivaju primjenom Dahlovog dinamičkog modela. Pored točnosti, primjenom ovog modela rezultira i najkraćim vremenima simulacije[9]. Krutost kugličnog valjnog kontakta teško je precizno odrediti putem eksperimentalne identifikacije na danom postavu, te je stoga određena metodom pokušaja s ciljem ostvarivanja dobre točnosti simulacije u usporedbi s eksperimentalnim odzivima. Vezano uz utjecaj normalne sile, rezultati iz [10] provedeni na aksijalnom kugličnom ležaju ukazuju na to kako treba koristiti metodu *f*-skaliranja (istovremeno skaliranje potencijala trenja i krutosti asperitnog kontakta s normalnom silom). U radu su razmotrene obje metode: *g*-skaliranje i *f*-skaliranje (potpoglavlje 2.2.3). Konačno je odabrana metoda *g*-skaliranja, jer

[8] Zbog uskog područja relativnih brzina nema promjene faktora trenja s brzinom i stoga nema potrebe za LuGre modelom trenja.

[9] Kod klasičnog modela potrebno je uzeti vrlo usko područje oko nule ($\Delta\omega = \pm 0.005$ min^{-1}) kako bi se dobila zadovoljavajuća točnost. U tom slučaju je vrijeme izvođenja simulacije pet puta dulje u usporedbi s Dahlovim modelom. Primjenom reset-integrator modela s jednakom konstantom krutosti asperitnog kontakta vrijeme izvođenja simulacije dvostruko je duže, a točnost lošija.

je utvrđeno kako daje najbolje rezultate. Dobivena krutost asperitnog kontakta je vrlo visoka i iznosi σ_0 = 5000 Nm/rad.

Tablica 7-1. Parametri elemenata s trenjem mehanizma s kuglicama na rampi.

Parametar / Element	T [mm]	f_1	μ_1	f_0	$M_{0.max.vozilo}$/ $M_{0.max.postav}$ [Nmm]
Kuglice na rampi	84	1	0.00378	-	-
Igličasti aksijalni ležaj	80	1	0.0035	2-3 (3)	0.0404/0.0028
Igličasti radijalni ležaj	65	1	0.0005	6-12 (12)	0.1312/0.0093
ν = 122 mm^2/s @ 40°C, 15.9 mm^2/s @ 100°C (SAE 75W-90) Maksimalna brzina rotirajućeg kućišta diferencijala: $n_{max.vozilo}$ = 1600 min^{-1}, $n_{max.postav}$ = 30 min^{-1}					

7.3.3 Aksijalna dinamika spojke

Gibanjem potisne ploče pritišću se lamele spojke i u isto vrijeme istiskuje ulje, koje se nalazi između njih. Ukupna reaktivna sila na potisnoj ploči jednaka je (slike 7-5 i 7-6) sumi sile otpora trenja F_{f1} (nije prikazana na slici 7-6 jer se u konačnici zanemaruje), sile deformacije lamela (tijela lamela krutosti k_{cl} i prigušenja c_{cl} i hrapavosti tarnih obloga krutosti $k_{roughness}$) i sile otpora istiskivanja ulja tijekom gibanja kroz zračnost, koja ovisi o debljini uljnog filma h.

7.3.3.1 Otpori trenja

Sila trenja F_{f1} odnosi se na trenje prilikom aksijalnog pomicanja lamela u radijalnim utorima u kućištu diferencijala i izlaznom vratilu, trenje u vodilicama potisne ploče i trenje kod aksijalnog pomicanja izlaznog diska u odnosu na elastični prigušni element (vidi sliku 7-1). Utjecaj ovog trenja zanemaruje se iz sljedećih razloga. Prema rezultatima identifikacije utvrđeno je kako je krutost lamela izrazito visoka, što rezultira zanemarivim pomacima lamela u radijalnim utorima reda veličine desetak mikrometara. Trenje u vodilicama potisne ploče i trenje klizanja izlaznog diska po elastičnom prigušnom elementu može se zanemariti

zbog malog iznosa normalne sile u tarnom kontaktu. Normalna sila u vodilicama javlja se kao reaktivna sila momentu otpora u igličastom ležaju 3 tijekom rotacije kućišta diferencijala, koji ovisi o aksijalnoj sili izlaznog diska. Prema faktoru trenja ležaja (μ_1 = 0.0035), geometriji mehanizma i pretpostavci faktora trenja u vodilicama μ = 0.1 ukupna slila trenja u vodilicama iznosi 0.35% iznosa normalne sile spojke. Slična vrijednost vrijedi i za silu trenja u elastičnom prigušnom elementu.

7.3.3.2 Otpori istiskivanja ulja i deformacije lamela

Proces aktiviranja spojke uključuje serijski spojene otpore istiskivanja ulja i deformacije lamela. U veznom dijagramu (slika 7-6 – gornji desni ugao) proces je definiran 0-čvorištem koje predstavlja točku zbrajanja brzina, gdje je brzina potisne ploče v_{pp} jednaka zbroju a) brzine promjene debljine uljnog filma jednog uljnog raspora pomnožene s brojem uljnih raspora koji je jednak broju aktivnih tarnih obloga N_f ($-N_f\dot{h}$; negativni predznak je zbog negativno definirane brzine istiskivanja ulja – h se smanjuje) i b) brzine deformacije tijela lamela, koja je određena konstantom krutosti k_{cl} i prigušenja c_{cl} (elementi **R**:c_{cl} i **C**:k_{cl}^{-1} povezani 1-čvorištem).

Model istiskivanja ulja uključuje Reynoldsove jednadžbe za slučaj hrapavih površina i Greenwood-Williamson model deformacije hrapavih površina ([67]-[71]). Utjecaj hrapavosti u Reynoldsovoj jednadžbi uzima se proširenjem jednadžbe Partir and Cheng faktorima strujanja ulja ([72],[73]). Prema modelu s koncentriranim parametrima za općeniti slučaj uljne spojke, sila otpora na potisnoj ploči jednaka je otporima istiskivanja i deformacije jednog tarnog kontakta (serijski spoj elemenata) i dana je izrazom [71]:

$$F_{pp} = \underbrace{\underbrace{12\eta Q \frac{\phi(h)}{g(h)}\left(1+3\eta_{BJ}(h)+\frac{12\Phi d}{h^3}\right)^{-1}}_{K_h(h)} \frac{1}{h^3}}_{c_{e.cl}(h)} \frac{dh}{dt} + \underbrace{\frac{N_g\theta_0}{2\pi} A p_c(h)}_{F_c} , \qquad (7\text{-}3)$$

gdje je η dinamička viskoznost ulja, Q je faktor proporcionalnosti vezan uz geometriju spojke, ϕ je Partir i Cheng faktor strujanja, Φ je permeabilnost tarne obloge, g je funkcija prostorne razdiobe hrapavosti, η_{BJ} je Beaver-Joseph faktor brzine klizanja za radijalno

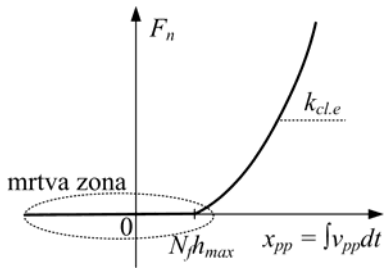
strujanje kroz poroznu površinu, d je debljina tarne obloge, N_g je broj radijalnih utora, θ_0 je aktivna površina lamele (bez utora) izražen preko kutnog pomaka ($\theta_0 = 2\pi$ za spojku bez utora) i p_c je kontaktni tlak prema Greenwood-Williamson modelu deformacije hrapave površine (za detalje vidi [71] i tamo priložene reference). Ova jednadžba predstavlja 1-čvorište u veznom dijagramu (slika 7-6) s otporima istiskivanja ulja definiranim elementom **R**:c_{fluid} i otporima deformacije hrapavosti **C**:$k_{roughness}^{-1}$. Model je vrlo kompleksan sa stanovišta parametrizacije. Međutim, moguće ga je pragmatično pojednostaviti u oblik s parametrima koji se mogu jednostavno odrediti eksperimentalnom identifikacijom.

Kod pojednostavljenog modela (također danog na slici 7-6), ukupni otpor pri uključivanju spojke može se definirati a) ekvivalentnom konstantom prigušenja $c_{cl.e}$, koja emulira dinamiku istiskivanja ulja na način sličan viskoznom trenju i funkcija je debljine uljnog filma (usporedi jednadžbu (7-3)) i b) ekvivalentnom konstantom krutosti $k_{cl.e}$ koja uključuje deformaciju hrapavosti i tijela lamela u aksijalnom smjeru (slika 7-6). Sila potisne ploče može se tada zapisati kao:

$$F_{pp} = \underbrace{K_h(h)\frac{1}{h^3}}_{c_{cl.e}(h)}\frac{dh}{dt} + k_{cl.e}(h_{max} - h) = c_{cl.e}(h)v_{pp} / N_f + k_{cl.e}x_{pp} / N_f \ , \qquad (7\text{-}4)$$

gdje je h_{max} aksijalna zračnost između čelične lamele i lamele s tarnom oblogom jedne tarne površine (slika 7-5). Ekvivalentne konstante krutosti $k_{cl.e}$ i prigušenja $c_{cl.e}$ mogu se odrediti eksperimentalnom identifikacijom. U općenitom slučaju, konstanta prigušenja $c_{cl.e}$ funkcija je debljine uljnog filma h (izraz (7-4)). Međutim, rezultati identifikacije razmatrane uljne spojke pokazali su kako utjecaj otpora istiskivanja ulja nije značajan za cjelokupnu dinamiku aktuatora, jer je mali u usporedbi s otporima povratne opruge (potpoglavlje 8.1). Prema tome, za dani se slučaj parametar $c_{cl.e}$ može postaviti na konstantnu malu vrijednost. Ovakva mala vrijednost konstante prigušenja osigurava dovoljno (realistično) prigušenje procesa deformacije lamela nakon prolaska kroz zonu istiskivanja ulja (″zračnosti″). U ovoj formulaciji otpora pri aktiviranju spojke, zračnost elemenata lamele opisuje se standardnim elementom zračnosti (s mrtvom zonom širine $N_f \cdot h_{max}$) primijenjenom na elastični element **C**:$k_{cl.e}^{-1}$ (slika 7-9). Važno je, također, napomenuti kako je konstanta prigušenja $c_{cl.e}$ važna za

praktičnu implementaciju modela zbog zanemarivanja mase potisne ploče (vidi potpoglavlje 7.3.2). Naime, uz unaprijed postavljenu integralnu kauzalnost na element **C**:$k_{cl.e}^{-1}$ potreban je elementu **R**:$c_{cl.e}$ kako bi cijeli podsustav imao zahtjevanu ulaznu kauzalnost (brzina potisne ploče v_{pp} određuje se iz sile F_{pp} vidi sliku 7-6).



Slika 7-9. Statička karakteristika normalne sile spojke s uključenom mrtvom zonom aksijalne zračnosti elemenata spojke.

7.3.4 Dinamičke jednadžbe

Prema veznom dijagramu sustava prikazanog na slici 7-6 i diskusiji u prethodnim odjeljcima, dinamika razvijanja normalne sile spojke (dinamika aktuatora) može se konačno opisati sljedećim jednadžbama:

$$L_a \dot{i}_a = u_a - R_a i_a - K_v \omega_{m1} \ , \tag{7-5}$$

$$J_{m1} \dot{\omega}_{m1} = K_t i_a - M_{f1} - \left(M_{f.br} + M_{f.nb1} + M_{f.nb2} + F_{br} i_{br}^{-1} \right) \cdot i_{g1}^{-1} \ , \tag{7-6}$$

$$\dot{F}_{br} = \left(i_{g1}^{-1} \cdot i_{br}^{-1} \cdot \omega_{m1} - v_{pp} \right) k_{br}\left(x_{br} \right) \ , \tag{7-7}$$

$$\dot{F}_{rs} = k_{rs}\left(x_{pp} \right) v_{pp} \ , \tag{7-8}$$

$$\dot{F}_{limit} = k_{limit}\left(x_{pp} \right) v_{pp} \ , \tag{7-9}$$

$$\dot{F}_n = k_{cl.e}\left(x_{pp} \right) v_{pp} \ , \tag{7-10}$$

$$v_{pp} = \left(\underbrace{F_{br} - F_{limit} - F_{rs}}_{F_{pp}} - F_n \right) / c_{cl.e} \ . \tag{7-11}$$

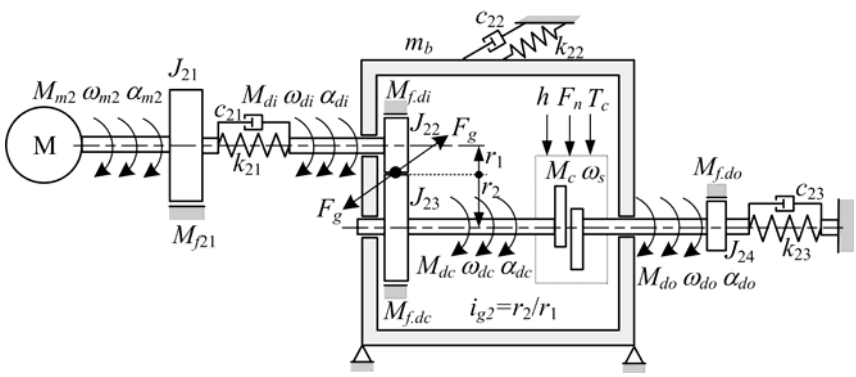
gdje je i_a struja armature motora i u_a je napon armature motora, $x_{br} = \int \left(i_{g1}^{-1} \cdot i_{br}^{-1} \cdot \omega_{m1} - v_{pp} dt \right)$ je relativni aksijalni pomak ulazne i izlazne ploče mehanizma, a v_{pp} i $x_{pp} = \int v_{pp} dt$ su brzina odnosno pomak potisne ploče spojke. Kako je masa potisne ploče zanemarena, brzina potisne ploče v_{pp} računa se pomoću algebarskog izraza iz rezultantne sile na ploči $F_{pp} - F_n$ i ekvivalentne konstante prigušenja $c_{cl.e}$.

7.4 Dinamika razvijanja momenta

Dinamika razvijanja momenta spojke (slika 7-10) opisuje torzijsku dinamiku eksperimentalnog postava (vidi slike 3-13 i 3-14). Odgovarajući vezni dijagram dinamike prikazan je na srednjem dijelu slike 7-6. Jednostavnim modifikacijama, ovaj se model može primijeniti i na standardnu konfiguraciju pogonskog sustava vozila.

Dinamika razvijanja momenta uključuje dominantne inercijske elemente (momente tromosti pogonskog motora **I**:J_{21}, ulaznog vratila diferencijala **I**:J_{22}, rotirajućeg kućišta diferencijala **I**:J_{23}, izlaznog vratila **I**:J_{24}, i mase kućišta diferencijala **I**:m_b), elastičnosti i odgovarajuća strukturna prigušenja (ulazno vratilo **C**:k_{21}^{-1}, **R**:c_{21}; izlazno vratilo **C**:k_{23}^{-1}, **R**:c_{23} i oslonci vanjskog kućišta **C**:k_{22}^{-1}, **R**:c_{22}) i elemente s trenjem (trenje motora **R**:$R_{f.21}$, ležaja vratila **R**:$R_{f.di}$, **R**:$R_{f.dc}$, **R**:$R_{f.do}$ i najznačajnije trenje spojke **R**:R_c). Transformerski elementi **TF** s modulima r_1 i r_2^{-1} odnose se na srednje polumjere hipoidnih zupčanika na ulazu u diferencijal. Dinamika gibanja tijela diferencijala uzeta je kao dinamika vertikalnih pomaka kućišta djelovanjem tangencijalne sile zupčaničkog para F_g. U slučaju ispitnog postava diferencijala to je realniji slučaj od uzimanja dinamike rotacije kućišta, što je opet realniji slučaj na vozilu (vidi npr. [31]). Kod vozila, dinamika rotacije kućišta diferencijala određena je elastičnim prigušnim elementima preko kojih se diferencijal veže na karoseriju vozila.

Predloženi model detaljno uzima u obzir sve elemente sustava od kojih mnogi nisu relevantni za sam dinamički odziv momenta spojke. Stoga se u zasebnom poglavlju razmatra mogućnost pojednostavljenja modela, koji je pogodan za npr. vremenske analize odziva sustava.



Slika 7-10. Shematski prikaz dinamike razvijanja momenta.

7.4.1 Dinamičke jednadžbe

Pripisivanjem kauzalnosti elementima veznog dijagrama (slika 7-6) slijedi kako je inercijski element mase kućišta **I**:m_b ima derivativnu kauzalnost. To znači da je varijabla brzine gibanja kućišta v_b zavisna energetska varijabla, koja je algebarski povezana s (nezavisnim) varijablama stanja brzine vrtnje ulaznog vratila ω_{di} i rotirajućeg kućišta diferencijala ω_{dc}. Dinamičke jednadžbe brzina glase:

$$J_{21}\dot{\omega}_{m2} = M_{m2} - M_{fm2} - M_{di} \ , \tag{7-12}$$

$$J_{22}\dot{\omega}_{di} = M_{di} - M_{f.di} - r_1 F_g \ , \tag{7-13}$$

$$m_b \dot{v}_b = F_g - F_p \ , \tag{7-14}$$

$$J_{23}\dot{\omega}_{dc} = r_2 F_g - M_{f.dc} - M_c - M_{f.nb.1} - M_{f.nb.2} \ , \tag{7-15}$$

$$J_{24}\dot{\omega}_{do} = M_c - M_{f.do} - M_{do} \ . \tag{7-16}$$

Dinamičke jednadžbe momenata i sila glase:

$$\boxed{\dot{M}_{di} = k_{21}\left(\dot{\omega}_{m2} - \dot{\omega}_{di}\right) + c_{21}\left(\omega_{m2} - \omega_{di}\right)} \ , \tag{7-17}$$

$$\boxed{\dot{F}_p = k_{22}\left(r_1\dot{\omega}_{di} - r_2\dot{\omega}_{dc}\right) + c_{22}\left(r_1\omega_{di} - r_2\omega_{dc}\right)} \ , \tag{7-18}$$

$$\boxed{\dot{M}_{do} = k_{23}\dot{\omega}_{do}}\,, \tag{7-19}$$

Zavisna varijabla v_b u jednadžbama brzina (7-12)-(7-19) eliminira se koristeći sljedeći kinematski odnos brzina (slika 7-6):

$$v_b = r_1\omega_{di} - r_2\omega_{dc} \tag{7-20}$$

Uvrštavanjem izraza (7-20) u jednadžbu (7-14) slijedi izraz za tangencijalnu silu zupčanika F_g

$$F_g = F_p + m_b\left(r_1\dot{\omega}_{di} - r_2\dot{\omega}_{dc}\right)\,. \tag{7-21}$$

Uvrštavanjem jednadžbe (7-21) u jednadžbe (7-13) i (7-15) i sređivanjem, jednadžbe brzina sustava konačno se mogu zapisati u obliku prostora stanja:

$$\boxed{\boldsymbol{A}\left[\dot{\omega}_{m2}\ \ \dot{\omega}_{di}\ \ \dot{\omega}_{dc}\ \ \dot{\omega}_{do}\right]^T = \boldsymbol{B}\left[M_{m2}\ \ M_{f.m2}\ \ M_{di}\ \ M_{f.di}\ \ F_p\ \ M_{f.dc}\ \ M_c\ \ M_{f.do}\ \ M_{do}\right]^T}\,, \tag{7-22}$$

gdje su matrica tromosti $\boldsymbol{A}$ i matrica ulaza $\boldsymbol{B}$ dane kako slijedi

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} J_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} + m_b r_1^2 & -m_b r_1 r_2 & 0 \\ 0 & -m_b r_1 r_2 & J_{23} + m_b r_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{24} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Karakteristični zapis jednadžbi sustava (7-17)-(7-19) i (7-22) koristi se umjesto zapisa svih jednadžbi u obliku prostora stanja kako bi se omogućilo jednostavno uvođenje zračnosti sustava u jednadžbe momenata i sila sustava.

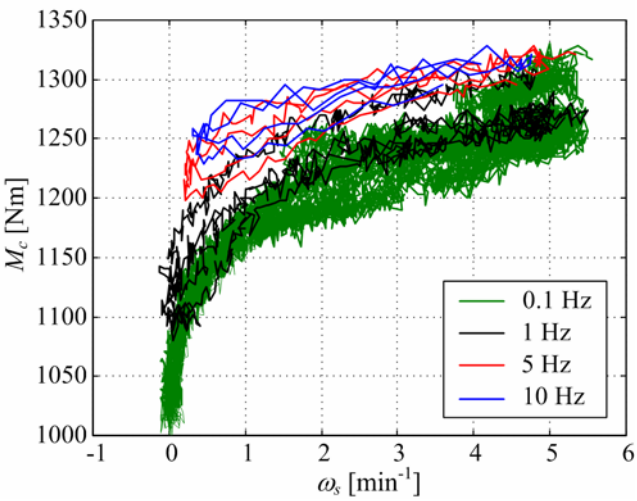
7.4.2 Trenje spojke

Potencijal trenja spojke (moment koji prenosi kod klizanja, dodatak C) funkcija je normalne sile F_n, broja aktivnih tarnih površina N_f, faktora trenja μ i efektivnog polumjera r_e:

$$g_c = F_n \cdot \mu(\omega_s, F_n, T_c) \cdot r_e \cdot N_f \ , \tag{7-23}$$

pri čemu faktor trenja ovisi o relativnoj brzini ω_s, normalnoj sili F_n i temperaturi spojke T_c (vidi potpoglavlje 8.1.5). Efektivni polumjer spojke r_e ovisi o uvjetima rada spojke (dodatak C): a) jednoliko radijalno trošenje ili b) jednoliko opterećenje po cijeloj površini. Kod razmatrane spojke uzima se pretpostavka jednolikog trošenja zbog krutog aktuatorskog mehanizma i krutih obloga, te je stoga efektivni polumjer definiran izrazom $r_e = (r_o + r_i)/2$, gdje je r_o vanjski i r_i unutarnji polumjer lamele.

Dinamika trenja može se modelirati primjenom statičkih ili dinamičkih modela opisanih u potpoglavlju 2.2, uzimajući potencijal trenja g_c definiran izrazom (7-23). U svrhu odabira modela provedena je analiza utjecaja frekvencije promjene relativne brzine na odziv momenta spojke pri konstantnoj struji motora aktuatora (slika 7-11). Prema rezultatima može se uočiti kako moment spojke pokazuje blago histerezno ponašanje, ali se pritom širina histereze ne mijenja s promjenom frekvencije periodičke promjene relativne brzine. Iz toga se može zaključiti kako učinak kašnjenja odziva trenja (potpoglavlje 2.1.6) ne vrijedi u slučaju razmatrane spojke (kruti asperitni kontakt) i stoga nema opravdanosti za korištenje složenijih dinamičkih modela trenja. Postojanje histereze može se objasniti utjecajem oscilacija brzine kućišta na aktuatorski mehanizam

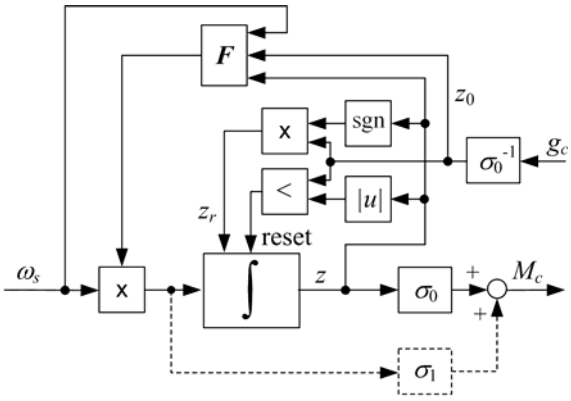


Slika 7-11. Analiza utjecaja frekvencije promjene relativne brzine na odziv momenta spojke pri konstantnoj struji motora aktuatora.

zbog postojanja veze između rotirajućeg kućišta diferencijala i ulaznog diska mehanizma s kuglicama na rampi preko igličastih ležaja (vidi potpoglavlje 7.3). Na isti se način može objasniti i povećanje momenta s porastom frekvencije, jer s porastom frekvencije vibracije utječu na način da se povećava normalna sila. Konačno, slika 7-11 prikazuje kako se moment spojke značajno mijenja s relativnom brzinom što upućuje na značajnu osjetljivost faktora trenja u odnosu na relativnu brzinu (vidi potpoglavlje 8.1.5).

Među statičkim modelima trenja moguće je upotrijebiti klasični model ili Karnoppov model, koji točnije i numerički efikasnije opisuje učinak držanja (poglavlje 2). Međutim, Karnoppov model zahtjeva dodatni podmodel držanja, koji može biti složen u slučaju kada u modelu postoji veći broj drugih elemenata s trenja. Kako bi se izbjeglo ovo usložnjenje i ostalo pri točnom opisu učinka držanja i numeričkoj efikasnosti, konačno je odabran reset-inegrator dinamički model trenja (potpoglavlje 2.2.2.3). Kod ovog se modela linearnom karakteristikom držanja (slika 2-2) opisuje torzijska deformacija spojke, koja je u slučaju razmatrane spojke vrlo mala. U orginalnoj formi reset-integrator modela nije uključeno skaliranje s promjenom normalne sile. Stoga je u radu je razvijen prošireni model, koji se pokazao pogodnim za redukciju reda sustava kod modeliranja mehaničkih sustava s elastičnostima i spojkama [35].

Reset-inegrator model se proširuje uzimajući g metodu skaliranja s obzirom na promjenu normalne sile tarnog kontakta, pri čemu se samo potencijal trenja skalira s promjenom normalne sile, dok se konstanta krutosti drži na konstantnoj vrijednosti (vidi potpoglavlje 2.2.3). Ovaj je pristup sa stanovišta tribologije manje fizikalan, međutim u slučaju spojke koja ima izrazito visoku torzijsku krutost unosi zanemarivu razliku odnosu na g metodu skaliranja, a može se upotrijebiti za redukciju reda sustava kako je objašnjeno u potpoglavlju 7.4.4. Prošireni reset-integrator model prikazan je na slici 7-12. Varijabla deformacije z emulira deformaciju tarnog kontakta u području držanja. Ova se varijabla zasićuje na vrijednost z_0 u slučaju klizanja (uvjet $\boldsymbol{F}$), pri čemu se maksimalna deformacija z_0 određuje iz potencijala trenja $z_0 = g_c/\sigma_0$. Zasićenje se realizira postupkom držanja integratora (engl. *integrator hold*), tj. postavljanjem ulaza integratora na nulu. U slučaju kada je integrator u zasićenju ($z = z_0$) i dođe do smanjenja potencijala trenja g_c zadovoljen je uvjet $|z| < z_0$. To



$$F: \overline{(\omega_s > 0 \wedge z \geq z_0) \vee (\omega_s < 0 \wedge z \leq -z_0)}$$

Slika 7-12. Blokovski dijagram modificiranog reset-integrator modela trenja.

dovodi do poništavanja (engl. *reset*) inegratora na vrijednost $z_r = z_0 \cdot \mathrm{sgn}(z)$. Element "<" na slici 7-12 može se opcijski proširiti histerezom okidanja s ciljem povećanja numeričke efikasnosti. Konstanta prigušenja σ_1 osigurava prigušenje oscilacija elastičnog tarnog kontakta dok spojka radi u području držanja.

7.4.3 Trenje ležaja i zupčanika

Ostali elementi s trenjem uključuju trenje pogonskog motora $M_{f.m2}$ (**R**:$R_{f.m2}$) ulaznog vratila $M_{f.di}$ (**R**:$R_{f.di}$), rotirajućeg kućišta $M_{f.dc}$ (**R**:$R_{f.dc}$)i izlaznog vratila diferencijala $M_{f.do}$ (**R**:$R_{f.do}$) (vidi slike 7-10 i 7-6). Modeliranje ovih elemenata važno je sa stanovišta točnog opisivanja prigušenja vibracija sustava i gubitaka momenta od pogonskog motora do spojke.

Trenje pogonskog motora je posljedica mehaničkog trenja ležaja i gubitaka u željezu armature. Detalji su objašnjeni u potpoglavlju 3.1.3.2. Trenje ulaznog vratila i rotirajućeg kućišta diferencijala ($M_{f.di}$ i $M_{f.dc}$) odnosi se na valjkaste radijalno-aksijalne ležaje ulaznog vratila i kućišta i trenje hipoidnih zupčanika. U razvijenom modelu momenta spojke (potpoglavlje 7.4.1) jednadžbe momenata zupčanika hipoidnog zupčastog para razmatraju se odvojeno zbog uključivanja dinamike gibanja vanjskog kućišta diferencijala. U tom je slučaju razumno pola gubitaka snage pridružiti trenju ulaznom vratilu, $M_{f.di}$, a drugu polovicu trenju rotirajućeg kućišta diferencijala, $M_{f.dc}$.

Moment trenja ležaja ulaznog vratila i kućišta računa se prema izrazu (2-8). Za slučaj relativno malog opsega brzina vrtnje vratila na postavu (< 30 min^{-1}; vidi tablicu 7-1), viskozno trenje se može zanemariti, a karakteristični umnožak faktora trenja i polumjera ležaja prema katalogu iznosi $\mu_1 \cdot T/2 \cdot f_0$ = 0.0004. Ukupna sila ležaja približno je jednaka tangencijalnoj sili zupčanika F_g (izraz (7-21), slika 7-6).

Trenje zupčanika posljedica je klizanja bokova zubaca zupčanika i određeno je procesima elastohidrodinamočkog podmazivanja na koja utječe hrapavost površina, geometrija zupčanika, kinematika klizanja i mazivo [118]. Općenito se trenje zupčanika razmatra preko faktora iskoristivosti, koji je za slučaj hipoidnih zupčanika relativno nizak (0.92 - 0.96). Eksperimentalno je utvrđeno kako faktor iskoristivosti u slučaju razmatranog diferencijala iznosi približno 0.96, tj. gubitak snage/momenta je približno: $100 \cdot (M_{m1} - M_{f.di} - (M_c - M_{f.dc} - M_{f.do})/i_{g2})/M_{m1} \cong 4\%$.

Trenje izlaznog vratila $M_{f.do}$ odnosi se na radijalni igličasti ležaj izlaznog vratila s faktorom trenja prema katalogu μ_1= 0.002 (uz $T/2$ = 17 mm, f_0 = 1) na koji djeluje radijalna sila jednaka reaktivnoj sili senzora sile sustava za mjerenje momenta (može se izračunati iz momenta spojke: $F = M_c/0.298$).

Opisani elementi trenja gotovo se stalno nalaze u uvjetima klizanja s iznimkom trenja izlaznog vratila, koje je općenito malog iznosa (< 1 Nm) i nije značajno za dinamiku cijelog sustava. Kako precizan opis trenja u području držanja nije važan, za potrebe modeliranja dinamike trenja odabire se klasični model trenja sa širinom pojasa oko brzine nula $\Delta\omega = \pm$ 0.1 min^{-1}.

7.4.4 Diskusija o mogućem pojednostavljenju modela torzijske dinamike

Za potrebe analize vremenskog odziva momenta spojke, model razvijen u potpoglavlju 7.4.1 moguće je pojednostaviti primjenom modela trenja objašnjenog u potpoglavlju 7.4.2. Dominantne elemente elastičnosti koji se odnose na ulazno vratilo k_{21}^{-1} i oslonce vanjskog kućišta k_{22}^{-1} (izlazno vratilo je vrlo kruto) moguće je prikazati preko koncentrirane efektivne elastičnosti $k_{ef}^{-1} = (k_{21}^{-1} + (k_{22} \cdot r_1^2)^{-1})/i_{g2}^2$ (i_{g2} je prijenosni omjer redukcije diferencijala).

Efektivna elastičnost uzima se kao elastičnost tarnog kontakta modela trenja $\sigma_0^{-1} = k_{ef}^{-1}$ (vidi sliku 7-12). Na taj se način model reducira na samo jednu varijablu stanja koja se odnosi na brzinu vrtnje motora (element **I**:J_{ef}) (vidi pojednostavljeni model u donjem lijevom uglu slike 7-6). Efektivna inercija pritom obuhvaća inerciju motora J_{21}, ulaznog vratila J_{22} i rotirajućeg kućišta diferencijala J_{23}: $J_{ef} = J_{21} + J_{22} + m_b \cdot r_1^2 + J_{23} \cdot i_{g2}^{-2}$. Jednadžbe pojednostavljenog modela glase:

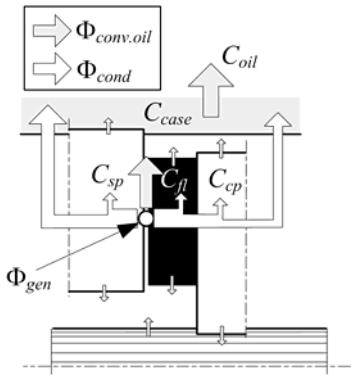
$$J_{ef}\dot{\omega}_{m2} = M_{m2} - M_c \cdot i_{g2} \ , \tag{7-24}$$

$$M_c = f\left(F_n, T_c, \sigma_0\right) \ . \tag{7-25}$$

Pritom treba naglasiti kako ovo pojednostavljenje potencijalno može negativno utjecati na točnost modeliranja dinamike aktuatora (vidi potpoglavlje 8.2). Razlog tomu je nedostatak informacije o točnoj brzini rotirajućeg kućišta diferencijala, koja predstavlja jedan od ulaza modela trenja igličastih ležaja mehanizma s kuglicama na rampi $M_{f.nb.1}$ i $M_{f.nb.2}$ (vidi slike 7-5 i 7-6).

7.5 Toplinska dinamika

Spojka tijekom rada proizvodi toplinski tok Φ_{gen}, koji je jednak umnošku momenta spojke M_c i relativne brzine ω_s. Kako je ilustrirano na slici 7-13, toplinski tok se dijelom prenosi kondukcijom u kućište diferencijala Φ_{cond}, a dijelom konvekcijom u ulje $\Phi_{conv.oil}$. Kućište se hladi odvođenjem topline konvekcijom u ulje. Ulje se hladi strujanjem zraka po vanjskoj površini kućišta diferencijala. Zbog toplinskog otpora komponenata spojke i diferencijala i njihovog ograničenog toplinskog kapaciteta C_i, dolazi do zagrijavanja lamela spojke. Toplinska dinamika spojke općenito predstavlja prostorno raspodijeljeni, vremenski varijabilni problem ([84]-[87]; za



Slika 7-13. Shematski prikaz toplinske dinamike.

dodatno pojašnjenje vidi potpoglavlje 1.2.3). Zbog zahtjeva na jednostavnost implementacije modela (npr. zbog primjene u realnom vremenu za procjene temperature([39],[78],[88],[89]; za dodatno pojašnjenje vidi potpoglavlje 1.2.3), u ovom se radu primjenjuje pristup s koncentriranim parametrima s ciljem dobivanja srednje temperature spojke. Predlažu se dva pristupa s različitim razinama složenosti modela.

7.5.1 Potpuni model

Model se temelji na prvom glavnom stavku termodinamike primijenjenom na toplinsku masu jedne čelične lamele, te se stoga sve ostale toplinske mase sustava dijele s brojem čeličnih lamela. Ukupni razvijeni toplinski tok spojke također se dijeli s brojem čeličnih lamela. Ovaj pristup je odabran zato što se pogodan za parametriranje i validaciju modela u odnosu na eksperimentalne rezultate koji uključuju izravno mjerenje temperature jedne čelične lamele poznatog toplinskog kapaciteta i jednostavno se može proširiti na različite konfiguracije spojke. Pritom se pretpostavlja jednolika raspodjela temperature u aksijalnom smjeru. Ova pretpostavka nije u potpunosti ispunjena, ali je opravdana u slučaju kada je cilj modeliranja procjena srednje temperature spojke. Nadalje, pretpostavlja se da kroz spojku struji konstantno novo ulje temperature ulja u spremniku. Model uzima u obzir tri koncentrirana toplinska kapaciteta: čelična lamela $C_{sp} = m_{sp} \cdot c_{steel}$, rotirajuće kućište diferencijala $C_{dc} = m_{dc} \cdot c_{steel}/N_{sp}$ i ulje $C_{oil} = m_{oil} \cdot c_{oil}/N_{sp}$ (m – ukupna masa elementa, c je specifični toplinski kapacitet i N_{sp} je broj čeličnih lamela) i koeficijente prijelaza topline, koji određuju toplinski tok između koncentriranih toplinskih kapaciteta ($H_{sp.oil}$, $H_{sp.dc}$, $H_{dc.oil}$, $H_{oil.air}$). Koeficijent prijelaza topline $H_{sp.oil}$ (konvekcija topline s lamela u ulje) uzima se kao linearna funkcija relativne brzine, jer radijalni utori lamele djeluju kao centrifugalna pumpa i protok ulja ovisi o relativnoj brzini: $H_{sp.oil} = H_{sp.oil}^{*} \cdot \omega_s$. Koeficijent $H_{oil.air}$ općenito ovisi o brzini strujanja zraka oko kućišta, tj. brzini vozila $H_{oil.air} = H_{oil.air}(v)$. Ostali koeficijenti uzimaju se kao konstantne vrijednosti. Toplinski kapacitet lamele s tarnom oblogom uzima se kao dio kapaciteta rotirajućeg kućišta C_{dc}. Vezni dijagram modela prikazan je na slici 7-6 (donji desni ugao). Treba napomenuti kako se koristi pseudo-oblik veznog dijagrama, gdje varijabla toka odgovara toplinskom toku Φ umjesto vremenske derivacije entropije $\dot{s}$ ([112],[113]).

Prema veznom dijagramu (slika 7-6) toplinski tok razvijen na jednoj čeličnoj lameli Φ_{gen} temperature T_c dijelom se akumulira u lamelama spojke u elementu **C**:C_{sp} a dijelom odvodi izravno u ulje i prema kućištu (0-čvorište). Toplinski tok koji se odvodi u ulje određen je elementom **R**:$H_{sp.oil}$. Toplinski tok koji se odvodi u kućište diferencijala određen je elementom **R**:$H_{sp.dc}$. Razvijeni toplinski tok dijelom se akumulira u kućištu diferencijala u elementu **C**:C_{dc}^{-1}, a dio se preko elementa **R**:$H_{dc.oil}$ odvodi u ulje. Toplina dovedena u ulje na ova dva načina dijelom se akumulira u ulju (element **C**:C_{oil}), a dijelom se odvodi u okolinu preko elementa **R**:$H_{oil.air}$, koji u slučaju vozila ovisi o brzini strujanja zraka oko diferencijala, tj. o brzini vozila.

Pripisivanjem kauzalnosti elementima veznog dijagrama sa slike 7-6 slijede konačne jednadžbe sustava

$$\Phi_{gen} = M_c \omega_s / N_{sp} \ , \tag{7-26}$$

$$C_{sp}\dot{T}_c = \Phi_{gen} - H_{sp.oil}(T_c - T_{oil}) - H_{sp.dc}(T_c - T_{dc}) \ , \tag{7-27}$$

$$C_{dc}\dot{T}_{dc} = H_{sp.dc}(T_c - T_{dc}) - H_{dc.oil}(T_{dc} - T_{oil}) \ , \tag{7-28}$$

$$C_{oil}\dot{T}_{oil} = H_{dc.oil}(T_{dc} - T_{oil}) + H_{sp.oil}(T_{sp} - T_{oil}) - H_{oil.air}(T_{oil} - T_{air}) \ , \tag{7-29}$$

gdje je N_{sp} ukupni broj čeličnih lamela. Za potrebe simulacije temperature spojke ispitnog sustava diferencijala, dinamika temperature ulja T_{oil} se zanemaruje, jer se temperatura ulja u eksperimentima zanemarivo mijenja. Isto se može učiniti i u slučaju kada se model koristi za potrebe procjene temperature u realnom vremenu na vozilu, jer se temperatura ulja izravno mjeri. U tom slučaju model se reducira na jednadžbe temperature lamele spojke i kućišta diferencijala (7-26)-(7-28).

Model (7-26)-(7-29) prilično vjerno opisuje fizikalnu strukturu toplinske dinamike spojke. Međutim, njegov nedostatak se odnosi na problem relativno složenog parametriranja modela, koje u osnovi zahtjeva mjerenja temperatura svih koncentriranih masa i svodi se na problem identifikacije sustava. Identifikacija parametara provodi se nelinearnom metodom

optimiranja vremenskih odziva temperature lamele spojke uzimanjem u obzir uvjeta konstantne temperature ulja, tj. uzimanjem reduciranog modela (potpoglavlje 8.1).

7.5.2 Pojednostavljeni model

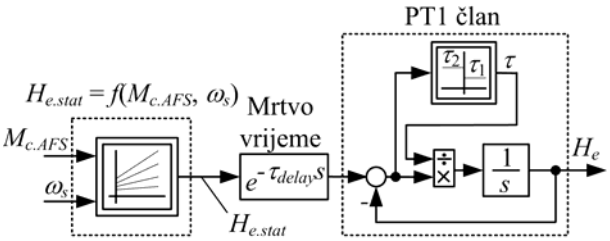
S ciljem pojednostavljenja postupka parametriranja modela, predlaže se pojednostavljeni model s reduciranom dinamikom odvođenja topline, koja se svodi na jedan efektivni koeficijent odvođenja topline između čelične lamele i ulja H_e. (vidi sliku 7-6). Kako bi se obuhvatila bitno složenija toplinska dinamika, toplinski koeficijent prijelaza topline H_e uzima se kao funkcija osnovnih radnih parametara (brzine klizanja ω_s i momenta spojke M_c) i vremena koje se općenito odnosi na dinamičku promjenu koeficijenta:

$$H_e = f(\omega_s, M_c, t) \ . \tag{7-30}$$

Eksperimentalnom identifikacijom (potpoglavlje 8.1.6) utvrđeno je a) kako se efektivni koeficijent prijelaza topline značajno mijenja s radnim parametrima i b) kako pri skokovitoj promjeni radnih parametara koeficijent H_e ima odziv karakteriziran mrtvim vremenom (τ_{delay}) i odzivom dinamičkog člana prvog reda (PT1 član) s promjenjivom vremenskom konstantom ovisno o predznaku promjene koeficijenta (τ_1 - kod povećanja τ_2 - kod smanjivanja). Slika 7-14 prikazuje predloženi blokovski dijagram dinamike efektivnog koeficijenta prijelaza. Model uključuje promjenu statičke vrijednosti koeficijenta s radnim parametrima ($H_{e.stat} = f(\omega_s, M_{c.AFS})$), član s mrtvim kašnjenjem i dinamiku PT1 člana s promjenjivom vremenskom konstantom ovisno o predznaku promjene. Uvedeno skaliranje vremenske konstante PT1 člana (slika 7-14) uvodi algebarsku petlju u dinamički sustav, što može negativno djelovati na stabilnost sustava. Ovaj se problem može efikasno riješiti uvođenjem kašnjenja (npr. PT1 član vremenske konstante približno 10 puta manje od τ_1) na ulazu u oglednu mapu vremenske konstante.

Toplinski model spojke se time svodi na jednu dinamičku jednadžbu (slika 7-6):

$$C_{sp}\dot{T}_c = \Phi_{gen} - H_e(T_c - T_{oil}) \ . \tag{7-31}$$



Slika 7-14. Blokovski dijagram predloženog modela dinamike efektivnog koeficijenta prijelaza topline H_e.

7.6 Kratki zaključak

U ovom je poglavlju izveden fizikalni model dinamike uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala. Model se sastoji od četiri međusobno zavisna podsustava: a) dinamika razvijanja normalne sile, b) dinamika razvijanja momenta vrtnje, c) toplinska dinamika i d) karakteristika faktora trenja spojke. Dinamičke jednadžbe modela podsustava a)-c) izvedene su primjenom metode veznih dijagrama. *Podsustav faktora trenja* spojke uzima se u obliku funkcije regresije ili ogledne tablice (potpoglavlje 8.1.5).

Dinamika razvijanja normalne sile uključuje dinamiku elektromotora s reduktorom, mehanizma s kuglicama na rampi, otpore istiskivanja ulja i deformacije lamela. Model se sastoji od velikog broja nelinearnih elemenata koji se odnose na elastičnosti, zračnosti i trenje. Predložena struktura modela odražava zahtjeve na visoku računalnu učinkovitost i jednostavnu pretežno eksperimentalnu parametrizaciju. Masa potisne ploče je zanemarena zbog izbjegavanja problema visokih vlastitih frekvencija, te uz to vezanih sporih računalnih simulacija. Predložen je pragmatični način pojednostavljenja potpune aksijalne dinamike spojke, koja uključuje dinamiku istiskivanja ulja, deformaciju hrapavosti i deformaciju tijela lamela. Pojednostavljeni model reducira se na ekvivalentne konstante krutosti i prigušenja. Konstanta krutosti uključuje deformaciju lamela, a konstanta prigušenja emulira otpore istiskivanja ulja i istovremeno omogućava realizaciju modela uz zanemarenje mase potisne ploče. Način modeliranja elemenata s trenjem detaljno je analiziran. Utvrđeno je kako dinamički Dahlov model trenja daje najbolju točnost i računalnu učinkovitost.

Model dinamike razvijanja momenta vrtnje odnosi se na specifičnu konfiguraciju ispitnog postava, koja se lako može proširiti na realnu konfiguraciju na vozilu. Model uključuje sve

relevantne inercijske elemente, elastične elemente i elemente trenja, pri čemu je naglasak na modeliranju trenja spojke. Razmatrana je i mogućnost redukcije modela za potrebe analize vremenskih odziva, koja se temelji na modelu trenja koji se koristi za opis dinamike trenja spojke. Dominantni elementi elastičnosti sustava reduciraju se u koncentriranu efektivnu elastičnost, koja se uzima kao elastičnost tarnog kontakta modela trenja. Na taj se način model reducira na samo jednu varijablu stanja koja se odnosi na brzinu vrtnje motora.

Model toplinske dinamike spojke razvijen je s ciljem procjene srednje temperature spojke. Predložena su dva pristupa temeljena na koncentriranim parametrima toplinskih kapaciteta (masa): a) puni model i b) pojednostavljeni model. Puni model je 3. reda i temelji se na prvom glavnom stavku termodinamike primijenjenog na sve relevantne toplinske mase spojke (masa čelične lamele, kućište diferencijala i ulje) i koeficijente prijelaza topline između pojedinih elemenata. Model se odnosi na jednu čeličnu lamelu, te su stoga ostale mase skalirane s ukupnim brojem lamela. Pojednostavljeni model reduciran je na jednu toplinsku masu (masu čelične lamele; model je 1. reda) i ekvivalentni koeficijent odvođenja topline koji se uzima kao nelinearna funkcija (mapa) brzine klizanja i momenta spojke.

8 Identifikacija parametara i provjera modela uljne lamelne spojke

U ovom se poglavlju prikazuju postupci i rezultati eksperimentalne identifikacije parametara razvijenog fizikalnog modela uljne lamelne spojke, razvijenog u poglavlju 7. Također, daju se rezultati eksperimentalne provjere modela, kao i analize karakterističnih dinamičkih odziva spojke.

8.1 Identifikacija parametara modela

Razvijeni model ima fizikalnu strukturu i parametri su odabrani na način da se osigura jednostavana eksperimentalna identifikacija parametara. Stoga se postupak identifikacija provodi uglavnom eksperimentalnim putem u koracima (″step-by-step″) za svaki parametar zasebno temeljem fizikalnog opisa parametra. U manjoj se mjeri koristi tzv. ″black-box″ pristup identifikacije, koji se temelji na ulaznim i izlaznim varijablama procesa bez uvida u fizikalnu podlogu procesa.

8.1.1 Istosmjerni motor

8.1.1.1 Otpor armature

Otpor armature R_a određen je prema jednadžbi (7-5) za slučaj stacionarnih uvjeta ($di_a/dt = 0$) pri čemu je motor skinut s postava i zakočen ($\omega_{m1} = 0 \Rightarrow u_{emf} = 0$). Napon armature tada iznosi

$$R_a\big|_{\omega_{m1}=0} = u_a / i_a \ . \tag{8-1}$$

Proveden je niz eksperimenata za razne napone napajanja armatura u_a u punom rasponu od 0 do 12 V i temperature armature T_a u području od 20 do 110 °C. Naponom napajanja armature precizno se upravlja čoperom, temperatura armaturnog namota se mjeri ugrađenim NTC senzorom temperature, a struja se mjeri izravno Hall-ovim senzorom (vidi potpoglavlje 3.2). Eksperimenti su provedeni na sljedeći način. Motor se prvo zagrijao na maksimalnu temperaturu primjenom periodičkog pravokutnog napona s razinama nula i 12 V. Periodi napona jednakog nuli uključeni su kako bi se armatura postupno progrijavala i kako ne bi došlo do oštećenja namota armature. Nakon toga, kako se motor postupno hladio snimani su statički eksperimenti u trajanju od nekoliko sekundi. Slika 8-1a prikazuje konačnu statičku karakteristiku otpora armature u funkciji temperature uključujući i linearnu funkciju regresije.

8.1.1.2 Induktivitet armature

Induktivitet armature L_a određen je iz vremenske konstante odziva armaturne struje T_a zakočenog motora (ω_{m1} = 0) pri skokovitoj promjeni napona armature u_a. Naime, Laplaceovom transformacijom jednadžbe (7-5) za slučaj zakočenog motora slijedi prijenosna funkcija armature motora (član prvog reda, PT1):

$$G_a(s) = \frac{i_a(s)}{u_a(s)} = \frac{K_a}{T_a s + 1} \ , \tag{8-2}$$

gdje je $T_a = L_a/R_a$ vremenska konstanta armature i $K_a = 1/L_a$ je pojačanje armature. Kako je otpor armature osjetljiv na promjenu temperature (slika 8-1a), a induktivitet približno konstanta vrijednost, pretpostavlja se kako se vremenska konstanta mijenja s temperaturom armature T_a. Za poznati otpor armature R_a i vremenske konstante T_a induktivitet armature se može izračunati kao:

$$L_a = R_a T_a \ . \tag{8-3}$$

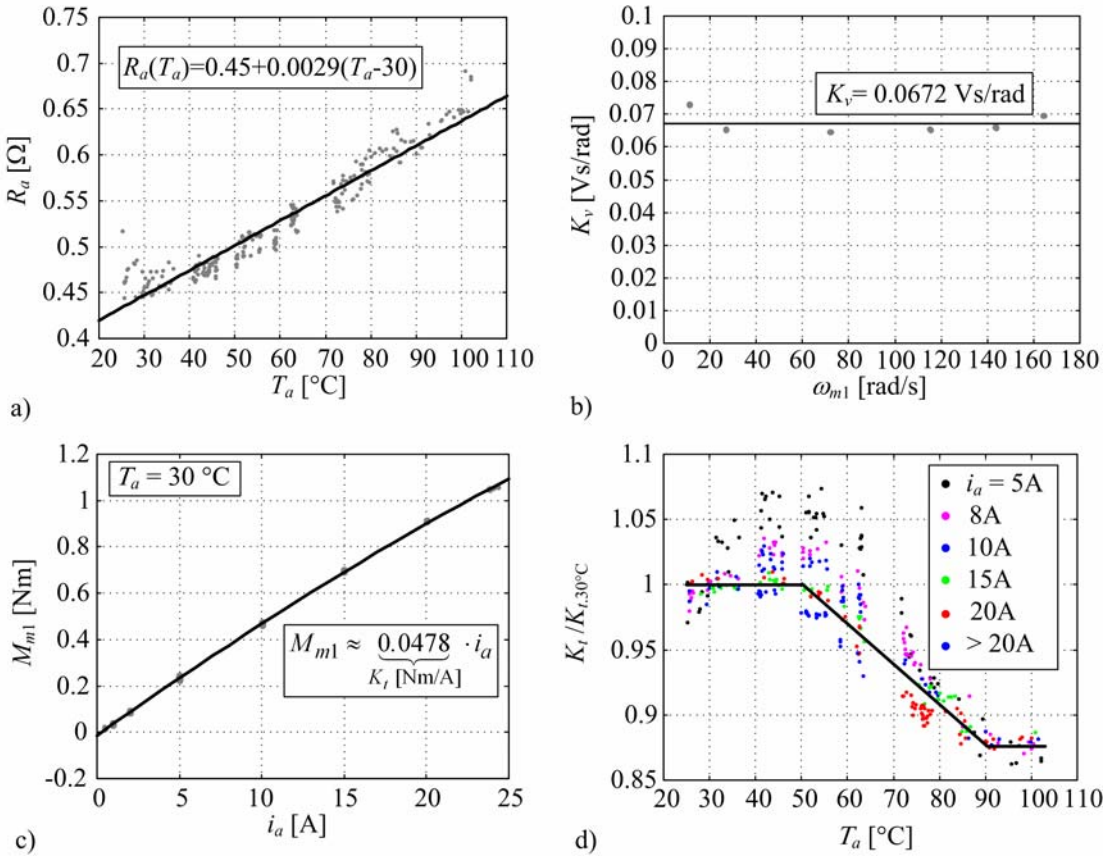
Pritom je važno uzeti rezultate mjerenja pri jednakoj temperaturi armature. Vremenska konstanta armature određena je iz mjerenja snimljenim osciloskopom i iznos T_a = 2 ms. Konačna vrijednost induktiviteta prema tome iznosi $L_a = 0.002 \cdot 0.45 = 9 \cdot 10^{-4}$ H.

8.1.1.3 Konstanta elektromotorne sile

Konstanta elektromotorne sile K_v određena je prema jednadžbi (7-5) za slučaj stacionarnih uvjeta ($di_a/dt = 0$) u praznom hodu motora. Konstanta elektromotorne sile tada iznosi

$$K_v = \left(u_a - i_a R_a\right) / \omega_{m1} \ . \tag{8-4}$$

Proveden je niz eksperimenata za razne napone napajanja armatura s ciljem da se pokrije cijelo područje brzine motora (0-180 rad/s) na temperaturi armature oko T_a = 30°C. Mjerenja su uključila struju armature i brzinu vrtnje motora (vidi potpoglavlje 3.2). Obradom rezultata mjerenja prikazanih na slici 8-1b utvrđena je vrijednost konstante elektromotorne sile K_v = 0.0672 Vs/rad. Neke alternativne identifikacijske metode mogu se pronaći u [119].



Slika 8-1. Eksperimentalno identificirani parametri dinamike armature istosmjernog motora: a) otpor armature, b) konstanta elektromotorne sile c) karakteristika momenta u funkciji struje armature i d) normirana konstanta momenta u funkciji temperature.

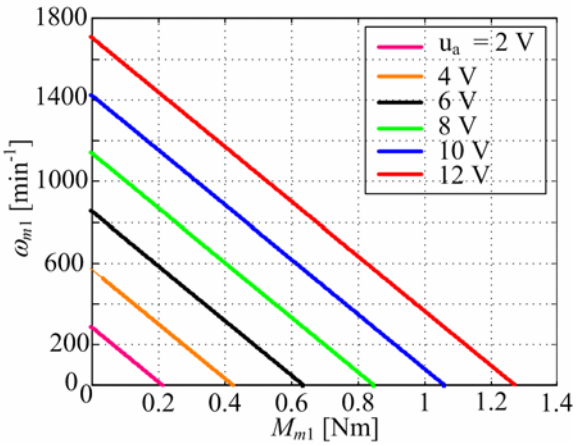
8.1.1.4 Konstanta momenta

Konstanta momenta K_t predstavlja odnos između momenta motora M_{m1} i struje armature i_a:

$$K_t = M_{m1} / i_a \ . \tag{8-5}$$

Ova se konstanta mijenja s temperaturom armature T_a uslijed temperaturne ovisnosti magnetskog toka permanentnih magneta statora. Vrijednost konstante momenta određena je mjerenjem zakočenog motora za razne struje i_a i temperature armature T_a. Za potrebe ovih mjerenja razvijen je postav prikazan na slici 8-3. Konačni rezultati momenta motora u funkciji struje armature pri temperaturi armature T_a = 30°C prikazani su na slici 8-1c. Moment se približno linearno mijenja s promjenom struje armature, pri čemu konstanta momenta iznosi K_t = 0.0478 Nm/A. U usporedbi s konstantom elektromotorne sile K_v, identificirana konstanta momenta K_t je 28% manja. Teorijski bi ove konstante trebale biti jednake [116]. Ova razlika se može objasniti gubicima trenja ležaja rotora motora, koji se ne mogu izbjeći u mjerenju. Na slici 8-1d su prikazani rezultati promjene konstante motora s promjenom temperature armature. Do temperature T_a = 60°C konstanta momenta ima približno konstantnu vrijednost. U području temperatura od 60 do 90 °C konstanta se linearno smanjuje za 13%. Daljnjim povećanjem temperature konstanta momenta se ponovno ustaljuje. Slika 8-2 prikazuje mehaničke karakteristike motora za razne napona

Slika 8-3. Fotografija postava za identifikaciju istosmjernog motora aktuatora.



Slika 8-2. Mehanička karakteristika motora aktuatora.

armature, koje su dobivenu iz identificiranih parametara i jednadžbe (7-5) uz $di_a/dt = 0$ i T_a = 30°C. Karakteristika je izrazito mekana, tj. potezni moment (1.2 Nm) i potezna struja (struja kratkog spoja, 25 A) nisu puno veće od nazivnih.

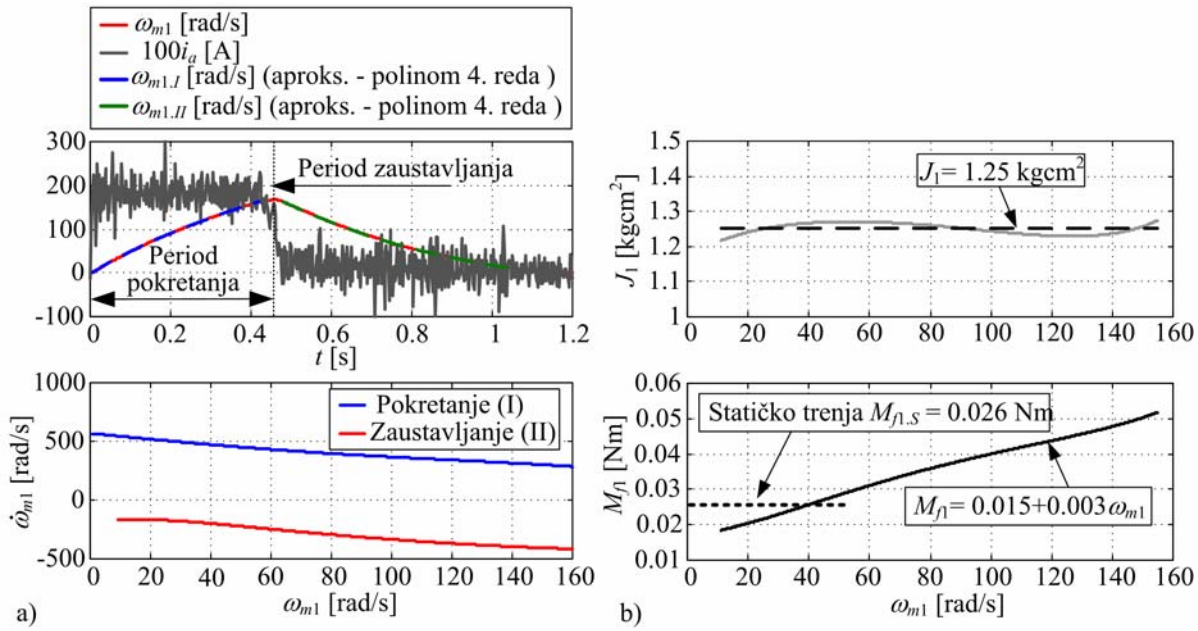
8.1.1.5 Moment tromosti i kinetičko trenje

Moment tromosti i kinetičko trenje određeni su temeljem metode zaustavljanja i pokretanja motora [106]. Rješenje sustava izraženo kao funkcija brzine vrtnje glasi:

$$M_{f1}(\omega_{m1}) = \frac{i_a K_t}{1 - \dfrac{\dot{\omega}_{m1.I}(\omega_{m1})}{\dot{\omega}_{m1.II}(\omega_{m1})}}, \tag{8-6}$$

$$J_1(\omega_{m1}) = -\frac{M_{f1}(\omega_{m1})}{\dot{\omega}_{m1.II}(\omega_{m1})}. \tag{8-7}$$

Krivulje vremenske derivacije brzine $\dot{\omega}_{m1.I,II}(\omega_{m1})$ dobivaju se iz eksperimentalnih odziva pokretanja i zaustavljanja motora (vidi gornji dijagram na slici 8-4a). Kako bi se uklonio šum mjerenja, vremenski odzivi derivacije brzine pokretanja i zaustavljanja $\dot{\omega}_{m1.I,II}(t)$ aproksimira se polinomom četvrtog reda. Dobiveni polinomi koriste se za dobivanje krivulja



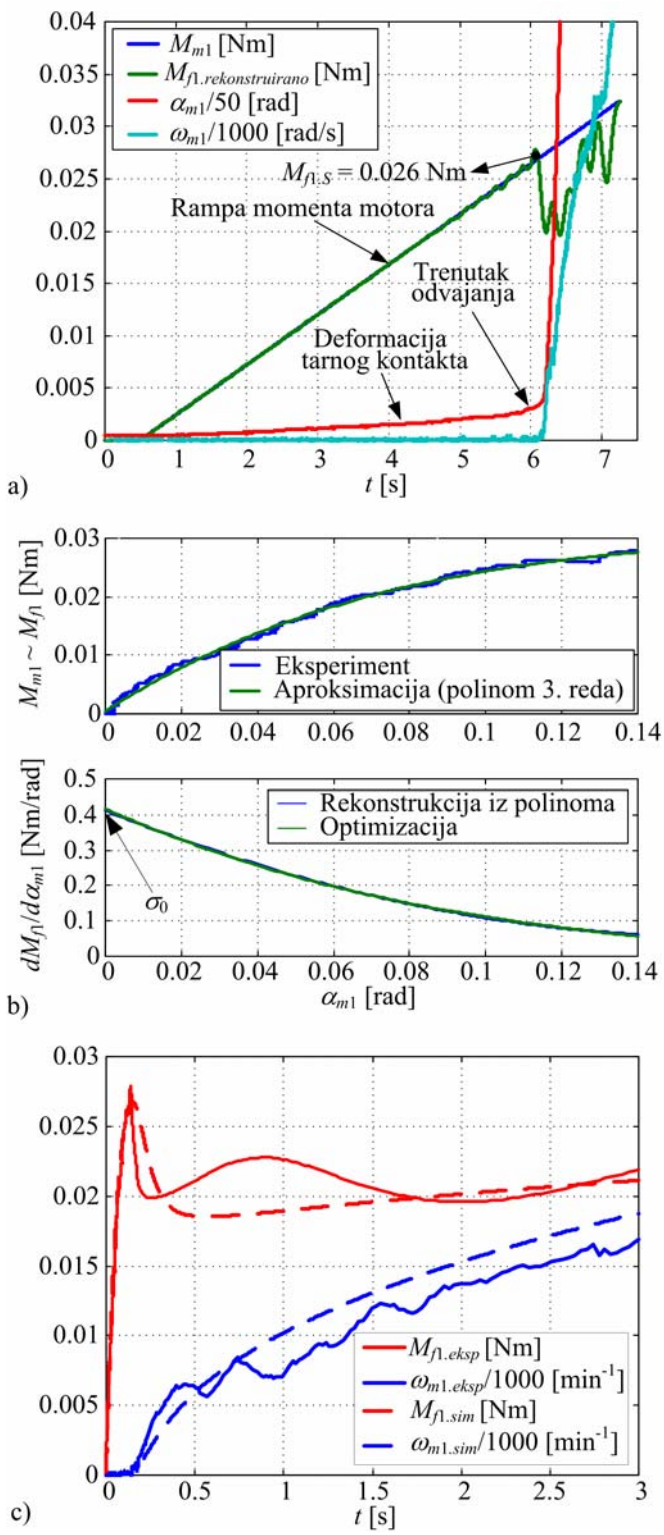
Slika 8-4. Odzivi eksperimenta pokretanja i zaustavljanja a) i rezultati identifikacije momenta tromosti motora i kinetičkog trenja b).

vremenske derivacije u funkciji brzine vrtnje $\dot{\omega}_{m1.I,II}(\omega_{m1})$ (vidi donji dijagram na slici 8-4a).

Konačni rezultati momenta tromosti i momenta kinetičkog trenja dani su na slici 8-4b. Parametri funkcije regresije momenta kinetičkog trenja određuju moment Coulombovog trenja M_C = 0.015 Nm i faktor viskoznog trenja σ_2 = 0.003 Nms/rad LuGre modela trenja, koji je odabran u svrhu opisa dinamike trenja motora (potpoglavlje 7.3.1).

8.1.1.6 Statičko trenje i konstanta krutosti tarnog kontakta

Statičko trenje M_S, krutost tarnog kontakta σ_0 i parametri funkcije potencijala trenja (δ i ω_s) određeni su iz eksperimentalnog odziva odvajanja (slika 8-5a). U navedenom eksperimentu moment motora se povećava linearno (rampa momenta) do trenutka odvajanja, tj. pokretanja rotora motora. Odziv momenta trenja rekonstruiran je iz odziva momenta i brzine vrtnje motora prema izrazu $M_{f1.rek} = M_{m1} - J_1 d\omega_{m1}/dt$. Može se primijetiti kako je statički moment



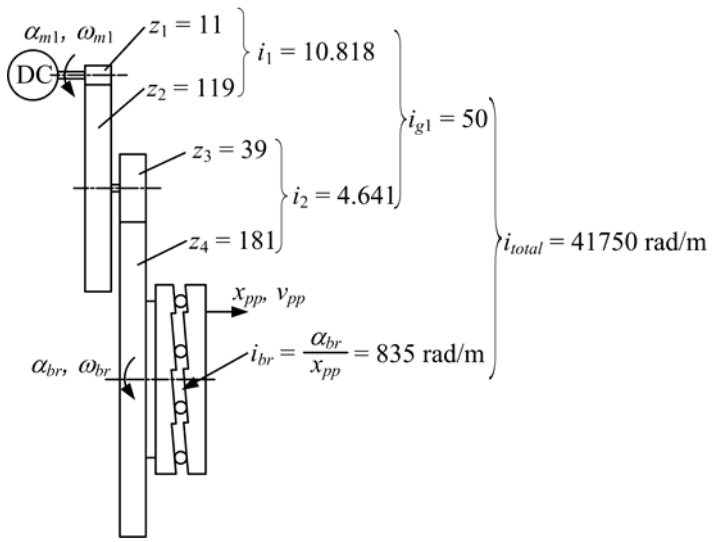
Slika 8-5. Vremenski odziv eksperimenta odvajanja a), karakteristika deformacije tarnog kontakta u području držanja b) i rezultati validacije modela aktuatorskog motora c).

izražen i iznosi M_S = 0.026 Nm. Nakon odvajanja moment trenja naglo pada na vrijednost Coulombovog trenja (Stribeckov učinak). S porastom brzine vrtnje, moment trenja raste uslijed viskoznog trenja identificiranog u prethodnom potpoglavlju.

Slika 8-5b (gornji dijagram) prikazuje krivulju deformacije tarnog kontakta u području držanja. Karakteristika je nelinearna i odgovara rezultatima koji se u literaturi navode za slučaj valjnih ležaja [10]. Konstanta krutosti asperita tarnog kontakta σ_0 (donji dijagram slike 8-5b) i preostali parametri funkcije potencijala trenja (δ i ω_s) dobiveni su primjenom algoritma parametarskog optimiranja temeljenom na metodi najmanjih kvadrata odstupanja između simulacijskog i eksperimentalnog odziva karakteristike deformacije. Dobiveni parametri dani su u dodatku D. Slika 8-5c prikazuje usporedne rezultate eksperimenta i simulacije za slučaj eksperimenta odvajanja. Rezultati simulacije su dobiveni korištenjem razvijenog modela motora aktuatora (potpoglavlje 7.3) Rezultati ukazuju na vrlo dobru točnost modeliranja.

8.1.1.7 Prijenosni omjer reduktora

Prijenosni omjer reduktora i_{g1} određen je pregledom zupčanika reduktora. Rezultati su prikazani su shematski na gornjem dijelu slike 8-6.



Slika 8-6. Prijenosni omjeri aktuatorskog sustava spojke.

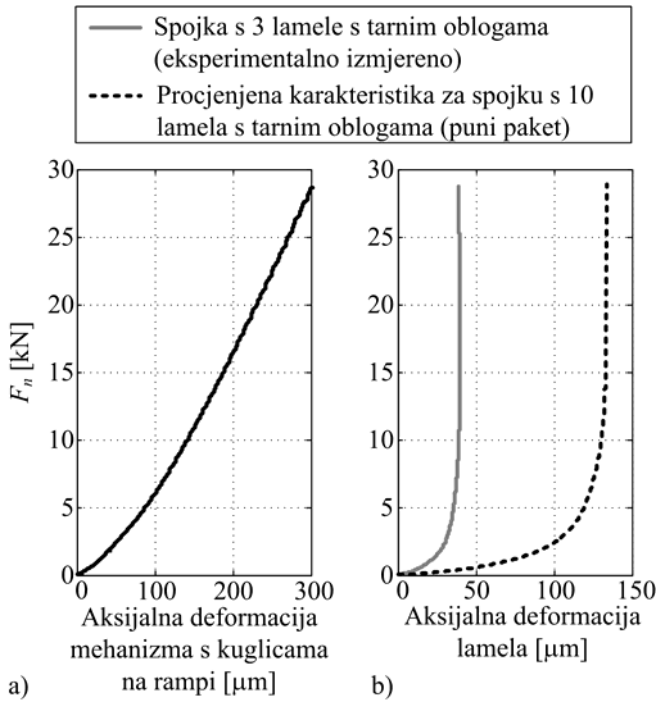
8.1.2 Mehanizam s kuglicama na rampi

8.1.2.1 Prijenosni omjer

Prijenosni omjer reduktora i_{g1} određen je istovremenim mjerenjem pomaka ulaznog diska i potisne ploče spojke bez opterećenja na potisnoj ploči. Za jedan okretaj ulaznog diska mehanizma s kuglicama na rampi, potisna ploča prijeđe put od 7.5 mm, tj. $i_{br} = \alpha_{br}/x_{pp} = 835$ rad/m (slika 8-6).

8.1.2.2 Krutost

Krutost mehanizma s kuglicama na rampi određena je korištenjem eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke, koja uključuje precizno mjerenje pozicije motora i potisne ploče, te normalne sile spojke (vidi potpoglavlje 3.3). Slika 8-7a prikazuje dobivenu karakteristiku aksijalne deformacije mehanizma u funkciji normalne sile spojke. Karakteristika je progresivna i kvalitativno se dobro slaže s rezultatima Hertz-ove teorije naprezanja [101]. Deformacija pri sili od 28 kN, koja je približno jednaka maksimalnoj normalnoj sili spojke, iznosi 300 μm. Zbog velikog ukupnog prijenosnog omjera mehanizma



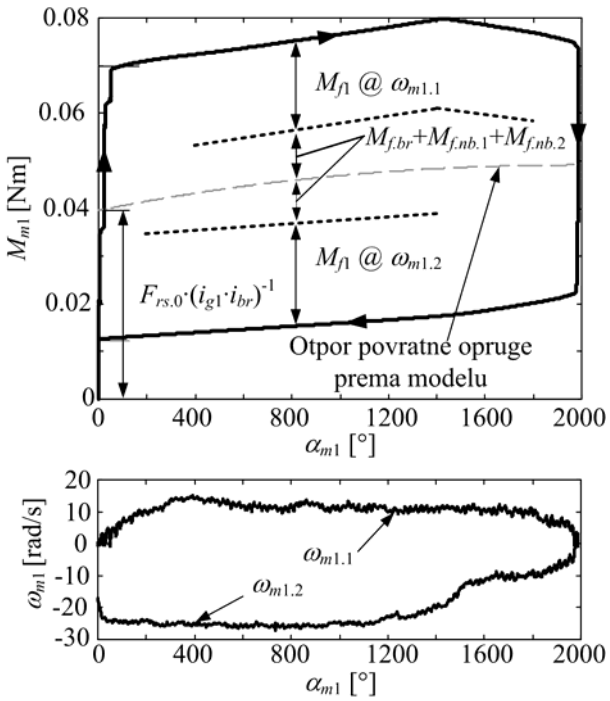
Slika 8-7. Karakteristika aksijalne deformacije mehanizma s kuglicama na rampi a) i lamela spojke b).

($i_{g1} \cdot i_{br}$ = 41750 rad/m, slika 8-6), ova deformacija odgovara značajnom kutnom pomaku motora od 12.5 rad (≈2 okreta).

Prema slici 7-7, elastični prigušni element mehanizma s kuglicama na rampi modelira se kao elastičnost (k_{damp}^{-1}) za slučaj vlačnih naprezanja. Ovu vrijednost nije lako identificirati eksperimenalnim putem na postavu. Stoga je vrijednost konstante krutosti k_{damp} utvrđena simulacijom s ciljem dobivanja zadovoljavajućeg odziva pozicije motora u trenutku dolaska mehanizma u krajnji položaj (k_{damp} = 0.98 N/m).

8.1.2.3 Faktor trenja kotrljanja kuglica na rampi i sila prednaprezanja povratne opruge

Faktor trenja kotrljanja kuglica na rampi μ_l određen je iz histerezne karakteristike momenta motora M_{m1} u funkciji pozicije motora α_{m1} za slučaj rasterećenog mehanizma (lamele spojke uklonjene iz sustava). Istovremeno je provjereno je li povratna opruga prednapregnuta i koliki je točan iznos sile prednaprezanja. Karakteristiku je moguće dobiti primjenom linearne promjene (rampe) pozicije ili struje motora u oba smjera (od nule do određene maksimalne vrijednosti i nakon toga nazad na nulu). Slika 8-8 prikazuje karakteristiku dobivenu linearnom promjenom struje motora. Histereza karakteristike posljedica je ukupnog trenja koje nastaje u motoru i reduktoru, M_{f1} (potpoglavlje 8.1.1.5), mehanizmu s kuglicama na rampi, $M_{f.br}$, $M_{f.nb.1}$ i $M_{f.nb.2}$ (poglavlje 7). Vertikalni pomak histereze (crtana linija na slici 8-8a) posljedica je prednapregnute povratne opruge F_{rs} sa silom prednaprezanja iznosa F_{rs0} = 0.0402·41750 = 1680 N. Prikazana karakteristike opruge određena je prema modelu (potpoglavlje 7.3.2.4)



Slika 8-8. Histerezna karakteristika momenta motora u funkciji pozicije motora za slučaj linearne promjene struje armature.

uzimanjem u obzir identificirane vrijednosti sile prednaprezanja. Karakteristika vrlo dobro prati srednju vrijednost histereze, što ukazuje na točnost modela opruge.

Faktor trenja kotrljanja kuglica na rampi μ_1 određen je iz ravnoteže momenata na ulaznom disku mehanizma s kuglicama na rampi koja glasi

$$M_{m1} i_{g1} = F_{rs} i_{br}^{-1} + \left[M_{f1}(\omega_{m1}) i_{g1} + M_{f.nb.1} + M_{f.nb.2}(F_{rs}) + \mu_1 F_{rs} \frac{T_{br}}{2} \right] \cdot sign(\omega_{m1}) \quad ,$$

iz čega slijedi:

$$\mu_1 = \frac{2}{F_{rs} T_{br}} \left(\left| M_{m1} i_{g1} - F_{rs} i_{br}^{-1} \right| - \left(M_{f1}(\omega_{m1}) i_{g1} + M_{f.nb.1} + M_{f.nb.2}(F_{rs}) \right) \cdot sign(\omega_{m1}) \right) . \qquad (8\text{-}8)$$

Moment trenja igličastih ležaja određen je parametrima u tablici 7-1. Moment trenja motora uzima se prema rezultatima identifikacije (slika 8-4b). Prijenosni omjeri dani su na slici 8-6. Brzina vrtnje motora za model trenja uzima se prema rezultatima mjerenja (donji dijagram na slici 8-8). Identificirana vrijednost faktora trenja prema izrazu (8-8) iznosi μ_1 = 0.035 (vidi komentar vezan uz eksperimentalno dobivenu vrijednost faktora trenja u potpoglavlju 7.3.2.5).

8.1.2.4 Konstanta krutosti graničnika

Konstanta krutosti (vrlo krutog) graničnika k_{lim}^* određena je kao kompromis između zahtjeva na numeričku učinkovitost simulacije (manji k_{lim}^*) i ograničenu simuliranu vrijednost deformacije graničnika (veći k_{lim}^*) kako bi se izbjeglo narušavanje točnosti modela. Odabrana vrijednost iznosi $k_{lim}^* = 5 \cdot 10^9$ N/m.

8.1.3 Parametri aksijalne dinamike spojke

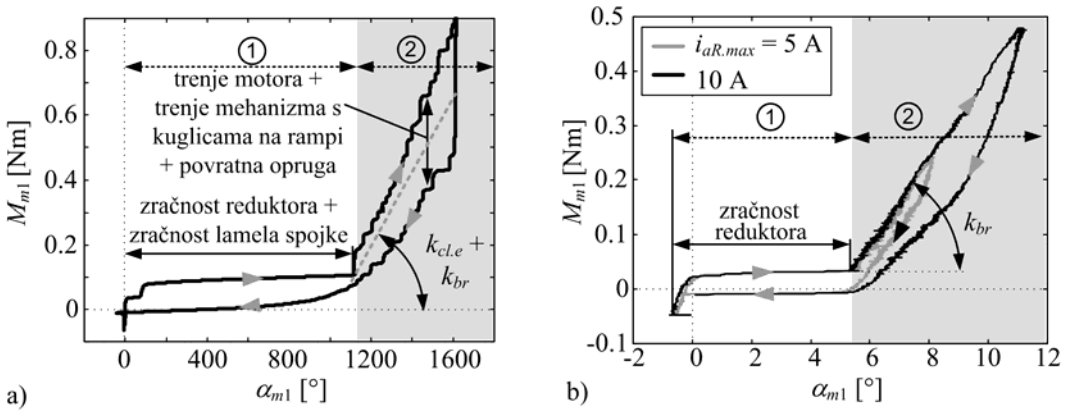
8.1.3.1 Ekvivalentna krutost lamela

Ekvivalentna krutost $k_{e.cl}$ (slika 7-6) određena je korištenjem eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke, koja uključuje precizno mjerenje pozicije motora i potisne ploče, te normalne sile (vidi potpoglavlje 3.3). Siva puna linija na slici 8-7b prikazuje dobivenu karakteristiku aksijalne deformacije lamela, koja odgovara poziciji potisne ploče u procesu

pritiskanja lamela. Treba napomenuti kako se ova karakteristika odnosi na spojku s reduciranim brojem elemenata (3 lamele s oblogama i 2 čelične lamele, poglavlje 3). Karakteristika deformacije izrazito je nelinearna, ukazuje na visoku krutost lamela i slična je karakteristici deformacije hrapavosti prema Greenwood-Williamson modelu (vidi npr. [71]). Ovo ukazuje na to kako bi deformacija lamela mogla biti prvenstveno rezultat deformacije njenih obloga (karbonska vlakna povezana fenoličnom smolom, potpoglavlje 7.1). Do sile od 5 kN (približno 14% maksimalne sile) deformacija lamela iznosi 90%. Ukupna deformacija pri normalnoj sili od 28 kN iznosi 40 μm što, ako se u obzir uzme da je deformacija rezultat deformacije obloga lamela, odgovara deformaciji od približno 7 μm po svakoj oblozi, pri čemu debljina jedne nove obloge iznosi približno 275 μm. Crtkana linija na slici 8-7b prikazuje procijenjenu karakteristiku aksijalne deformacije potpune spojke diferencijala s 10 lamela s tarnim oblogama. Procjena se temelji na serijskom spoju elastičnih lamela.

8.1.3.2 Zračnost lamela spojke (i reduktora)

Zračnost lamela $x_{cl.bl}$ određena je iz histerezne karakteristike momenta motora M_{m1} u funkciji pozicije motora α_{m1} za slučaj s uključenom deformacijom lamela spojke. Eksperiment je proveden na isti način kao onaj opisan u potpoglavlju 8.1.2.3. Slika 8-9a prikazuje dobivenu histereznu karakteristiku (usporedi sliku 8-8). Prvi dio karakteristike (označeno s 1) odnosi



Slika 8-9. Histerezna karakteristika momenta motora u funkciji pozicije motora za slučaj linearne promjene struje armature: a) slučaj s lamelama spojke i b) slučaj sa zakočenom potisnom pločom.

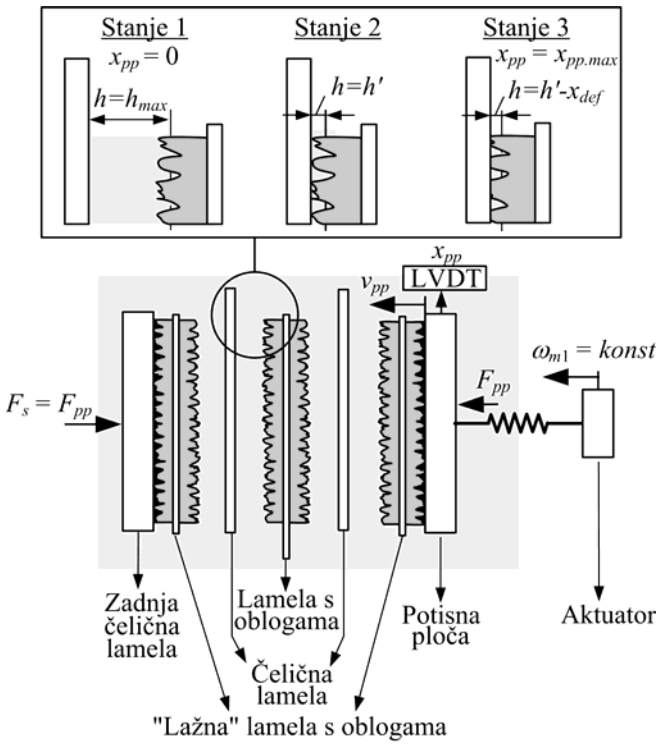
se na zračnost reduktora α_{bl} i lamela $x_{cl.bl}$ svedenu na kutni pomak motora aktuatora ($\alpha_{bl}+k_{g1}k_{br}x_{cl.bl}$ = 1160°). Drugi dio krivulje (označeno s 2) odnosi se na deformaciju kuglica mehanizma i lamela. Histereza je posljedica trenja motora i mehanizma s kuglicama na rampi. Histereza se širi s povećanjem momenta motora zbog povećanja momenta trenja mehanizma kao posljedica povećanja normalne sile spojke.

Kako bi se odvojilo zračnost reduktora (α_{bl} od zračnosti lamela spojke $x_{cl.bl}$ proveden je sličan eksperiment sa zakočenom potisnom pločom. Dobivena histerezna karakteristika prikazana je na slici 8-9b. Ova karakteristika se također sastoji od dva dijela. Prvi dio (1) odnosi se na zračnost reduktora (α_{bl} = 6°), a drugi dio (2) na proces deformacije kuglica mehanizma.

Konačne vrijednosti zračnosti reduktora i pune spojke (10 lamela s oblogama – spojka ispitnog sustava aktivnog diferencijala) svedene na poziciju motora aktuatora iznose α_{bl} = 6° odnosno $k_{g1}k_{br}x_{cl.bl}$ = 1154°. Svedeno na poziciju potisne ploče, zračnost reduktora iznosi 2.5 μm, a lamela 480 μm). Kako zračnost reduktora iznosi samo 0.52% zračnosti lamela, ona se s pravom može zanemariti, kako je učinjeno u konačnom simulacijskom modelu.

8.1.3.3 Otpori istiskivanja ulja

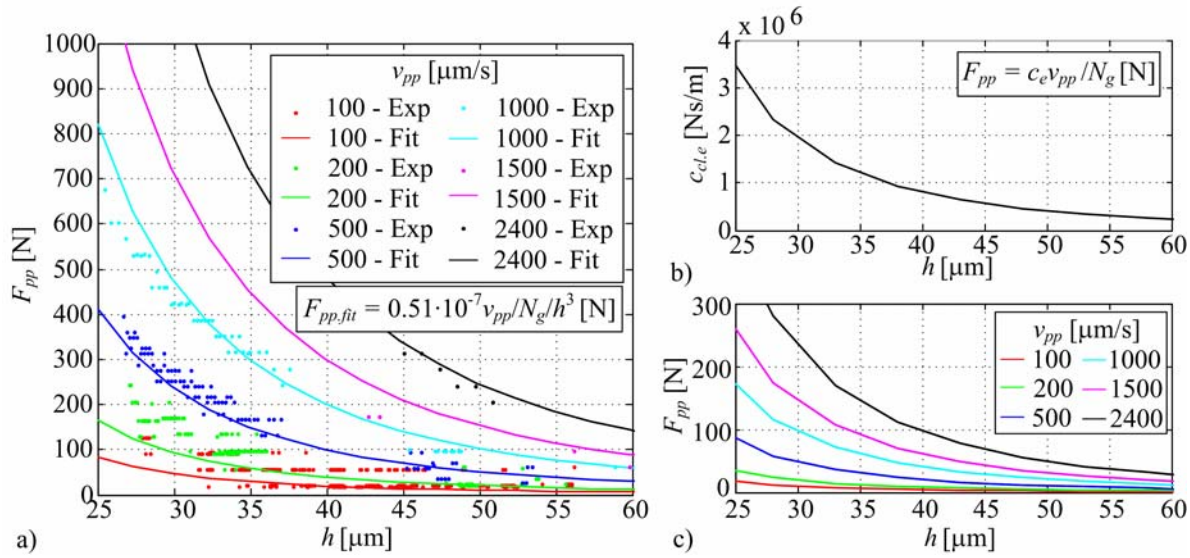
Identifikacija otpora istiskivanja ulja provedena je na postavu uljne lamelne spojke (potpoglavlje 3.3) temeljem eksperimenata aktiviranja spojke uz regulaciju pozicije motora aktuatora (vidi sliku 8-10). Koristi se linearna promjena reference pozicije motora kako bi se ostvarila konstantna brzina potisne ploče. Snimljeni eksperimentalni rezultati uključuju brzine motora koje odgovaraju vrijednostima brzine potisne ploče spojke od 100, 200, 500, 1000, 1500 i 2400 μm/s. Slika 8-11a prikazuje konačne rezultate sile otpora istiskivanja ulja F_{pp}. Rezultati uključuju otpore istiskivanja od stanja 1 do stanja 2 ilustriranih an slici 8-10, tj. sve dok nije nastupila deformacija tarnih obloga. Rezultati su dani u funkciji debljine uljnog filma h i brzine potisne ploče v_{pp}. Sila istiskivanja F_{pp} odnosi se na silu izmjerenu na zadnjoj potisnoj ploči (slika 8-10). Brzina potisne ploče v_{pp} rekonstruirana je iz mjerenja pozicije potisne ploče x_{pp} korištenjem LVDT senzora. Debljina uljnog filma h definirana je kao $h = \left(x_{pp.max} - x_{pp}\right)/N_f + h'$ (slika 8-10), gdje $x_{pp.max}$ pozicija potisne ploče kod



Slika 8-10. Shematski prikaz eksperimenta identifikacije otpora istiskivanja ulja

maksimalne aksijalne deformacije lamela spojke, h' je pretpostavljena rezidualna debljina uljnog filma koja ovisi o hrapavosti materijala i N_f je broj aktivnih tarnih obloga (za spojku eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke $N_f = 4$; vidi sliku 8-10).

Rezidualna debljina uljnog filma određena je optimiranjem parametara pretpostavljene funkcije regresije temeljem metode najmanjih kvadrata. Pretpostavljena funkcija regresije proizlazi iz jednadžbe modela istiskivanja (7-3) i glasi $F_{pp} = K_h v_{pp}/N_f/h^3$, pri čemu faktor K_h obuhvaća geometriju lamela, viskoznost ulja i hrapavost površina. Prema slici 8-11a, odabrana fizikalna funkcija regresije vrlo dobro prati eksperimentalne rezultate. Optimirani parametri funkcije regresije iznose: $K_h = 0.51 \cdot 10^{-7}$ Nm^{2}s i $h' = 12$ μm. Teorijska vrijednost faktora K_h za glatke lamele bez radijalnih utora prema modelu (7-3) iznosi $K_{h.teor} = 12\eta Q = 2.1 \cdot 10^{-7}$ Nm^{2}s ($Q = 1.782 \cdot 10^{-7}$ m^4, $\eta = 0.1$ Pas), što ukazuje na značajan utjecaj utora lamela i hrapavosti (usporedi [71]). Dobivena vrijednost rezidualne debljine h' usporediva je s ukupnom deformacijom pojedine obloge (7 μm), što ukazuje na točnost pristupa.



Slika 8-11. Rezultati identifikacije otpora istiskivanja ulja provedenih na postavu uljne lamelne spojke: a) sila otpora u funkciji brzine potisne ploče i debljine uljnog filma (eksperimentalni rezultati i rezultati funkcije regresije), b) ekvivalentna konstanta prigušenja i c) procijenjena sila otpora za slučaj potpune spojke aktivnog diferencijala.

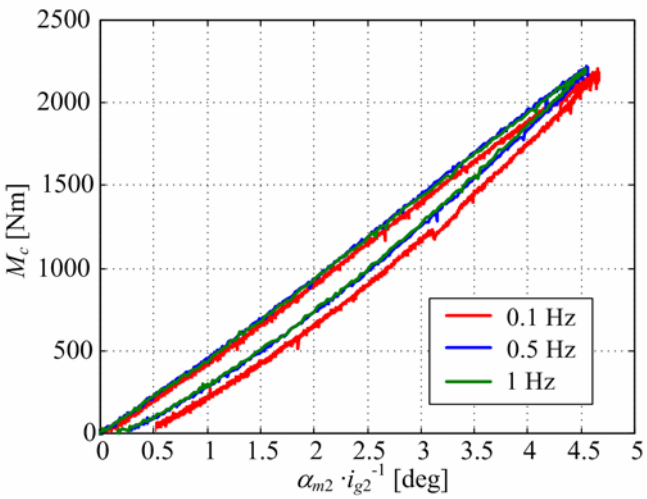
Rezultati na slici 8-11a nadalje pokazuju kako maksimalni otpor istiskivanja ulja iznosi 700 N i u najvećem dijelu mjerenja manji je od 300 N. Za slučaj potpune spojke aktivnog diferencijala s pet puta većim brojem aktivnih tarnih obloga (N_f = 20), brzina istiskivanja $dh/dt = v_{pp}/N_f$ pet puta je manja u odnosu na postav uljne spojke (za istu brzinu potisne ploče), stoga su u realnom slučaju diferencijala očekivane sile otpora istiskivanja pet puta manje od izmjerenih sila na postavu spojke (vidi ilustraciju na slici 8-11c). U usporedbi sa silom povratne opruge ($F_{rs.0}$ = 1670 N), očekivani utjecaj otpora istiskivanja ulja je malen i može se zanemariti.

Kako je elaborirano u potpoglavlju 7.3.3.2, jednadžba sila otpora istiskivanja može se izraziti preko ekvivalentne konstante prigušenja $c_{cl.e} = K_h/h^3$, tj. $F_{pp} = c_{cl.e} \cdot v_{pp}/N_f$. (slika 8-11b). Ovaj način definiranja sila otpora pogodan je za implementaciju u simulacijskom modelu. Međutim, u slučaju razvijenog modela zanemarena je inercija potisne ploče te se zbog toga brzina potisne ploče računa algebarski iz ukupne sile otpora potisne ploče i konstante prigušenja (vidi potpoglavlje 7.3.2). U tom slučaju, realno mali iznosi prigušenja na većim vrijednostima debljine uljnog filma h (slika 8-11b) dovode do nestabilnosti simulacije. Stoga je u simulaciji uzeta konstantna, dovoljno velika, srednja vrijednost

ekvivalente konstante prigušenja, koja prema slici 8-11b iznosi $c_{cl.e}$ = 10^6 Ns/m. Pritom je utvrđeno kako se primjenom konstante vrijednosti konstante prigušenja unosi zanemariva greška u dinamiku modela, što je djelom posljedica zanemarivog utjecaja otpora istiskivanja ulja u odnosu na druge otpore poput povratne opruge.

8.1.4 Torzijska krutost elemenata pogona

Konstante krutosti dinamike razvijanja momenta uključuju: ulazno vratilo k_{21}, oslonce vanjskog kućišta k_{22} i izlazno vratilo k_{23} (potpoglavlje 7.4) Ulazno vratilo je standardno poluvratilo diferencijala s homokinetičkim zglobovima čija je konstanta krutosti poznata i iznosi k_{21} = 11001 Nm/rad [36]. Krutosti izlaznog vratila odnosi se na krutost sustava mjerenja mometa. Prema iznosu krutosti senzora (k_s = $25 \cdot 10^6$ N/m, potpoglavlje 3.2.2.4) i duljini poluge l_s = 0.3489 m, konstanta krutosti izlaznog vratila iznosi $k_{23} = k_s \cdot l_s^2$ = $3.0511 \cdot 10^6$ Nm/rad. Krutost oslonaca kućišta određena je iz eksperimentalnog odziva s obzitom na sinusnu promjenu momenta motora uz zakočenu spojku. Slika 8-12 prikazuje dobivenu karakteristiku, koja daje odnos između momenta spojke i kutnog pomaka rotora pogonskog motora svedena na stranu spojke i posljedica je elastičnosti svih navedenih elemenata. Ekvivalenta konstanta krutosti sustava svedena na spojku (tj. izlazno vratilo) iznosi k_{2e} = 495 Nm/deg (28375 Nm/rad). Svedeno na vratilo motora ova krutost zbog



Slika 8-12. Karakteristika torzijske deformacije podsustava razvijanja momenta za slučaj zakočene spojke i sinusne pobude momenta motora.

prijenosnog omjera redukcije diferencijala iznosi $k_{2e.m2} = k_{2e}/i_{g2}^2 = 35.4$ Nm/deg (2034 Nm/rad) što je približno pet puta elastičnije od krutosti pogonskog vratila. Elementi su povezani serijski (slike 7-6 i 7-10) iz čega slijedi:

$$\frac{1}{k_{2e.m2}} = \frac{1}{k_{21}} + \frac{1}{k_{22} \cdot r_1^2} + \frac{1}{k_{22} \cdot i_{1g2}^2} \Rightarrow k_{22} = 2.1896 \cdot 10^6 \text{ N/m} .$$

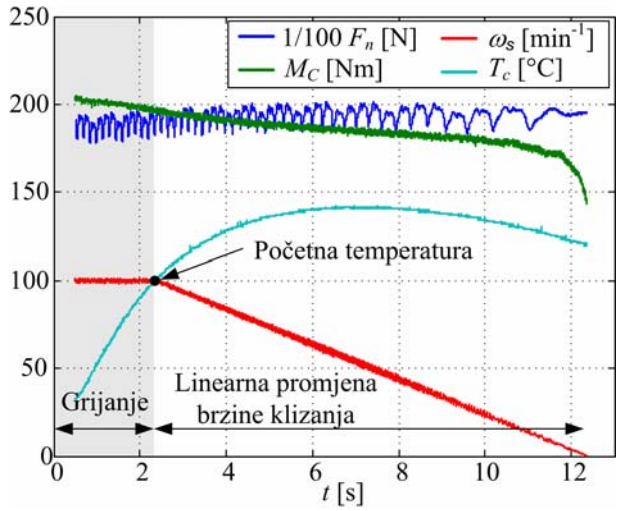
Vrijednosti parametara r_1 i i_{g2} dani su u dodatku D.

8.1.5 Faktor trenja spojke

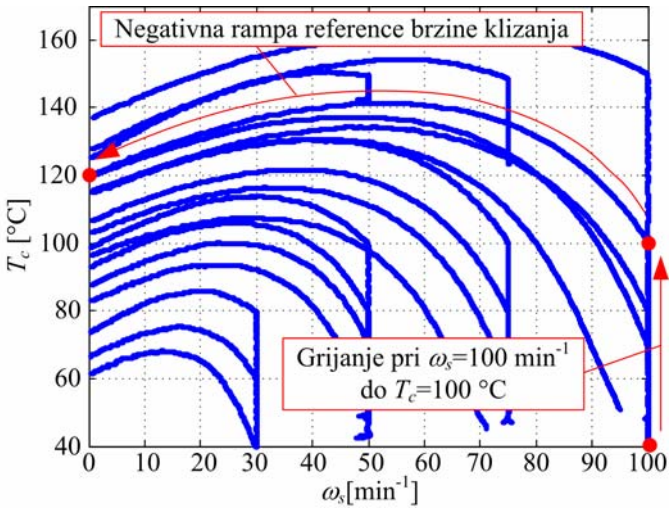
8.1.5.1 Plan pokusa

Standardni postupak dobivanja statičke karakteristike faktora trenja sastoji se od snimanja niza statičkih eksperimenata pri raznim kombinacijama kontroliranih radnih parametara poput relativne brzine, temperature tarnog kontakta i normalne sila. Plan pokusa mjerenja pogodno je pritom oblikovati primjenom metode odzivnih površina kako bi se smanjio broj mjerenja [107]. Češći pristup je snimanje niza eksperimenata koji uzimaju u obzir sve kombinacije razmatranih parametara, što može biti puno dugotrajniji postupak (vidi npr. [34],[83]). Ovaj pristup općenito zahtjeva mogućnost kontrole radnih parametara. Na eksperimentalnom postavu uljne spojke postoji mogućnost regulacije relativne brzine i normalne sile, a temperatura tarnog kontakta se samo mjeri putem termopara postavljenog u čeličnoj lameli (vidi potpoglavlje 3.3). Pokusnim mjerenjima utvrđeno je kako se temperatura kontakta ne može precizno kontrolirati. U eksperimentima karakteriziranim visokim tokom topline razvijene trenjem, nije moguće provesti mjerenja na niskim temperaturama (blizu temperature okoline), zbog vrlo brzog zagrijavanja spojke. U slučaju niskog toplinskog toka, mjerenja nije moguće provesti na višim temperaturama, jer dolazi do hlađenja lamele zbog odvođenja topline u ulje i ostale elemente diferencijala (vidi potpoglavlje 7.5). Iz navedenih razloga postav nije pogodan za identifikaciju faktora trenja primjenom statičkih eksperimenata. Zbog toga je u ovom radu odabran pristup primjenom kvazi-statičkih eksperimenata, koji istovremeno zahtjeva manje vremena (npr. [76]).

Slika 8-13 prikazuje odziv karakterističnog kvazi-statičkog eksperimenta. U prvom dijelu eksperimenta, spojka se zagrijava na početnu temperaturu T_{c0} uz relativnu brzinu ω_{s0} (100 min^{-1} u prikazanom primjeru) i namještenu normalnu silu F_n (18 kN u prikazanom primjeru). Oscilacije normalne sile, koje se mogu primijetiti, posljedica su varijacije debljine lamele po obodu. Frekvencija oscilacija proporcionalna je brzini vrtnje. Nakon što temperatura spojke dosegne željenu vrijednost T_{c0}, relativna brzina se linearno i kontrolirano smanjuje do vrijednosti nula u vremenu od 10 s (spora promjena). Pritom se temperatura spojke slobodno mijenja prema zakonima toplinske dinamike spojke. Promjena temperature u funkciji relativne brzine prikazana je na slici 8-14, gdje crvena strelica označava promjenu temperature u eksperimentu sa slike 8-13.



Slika 8-13. Odziv karakterističnog kvazi-statičkog eksperimenta identifikacije faktora trenja spojke



Slika 8-14. Fazni dijagram temperature spojke u odnosu na relativnu brzinu dobiveni kvazi-statičkim eksperimentima identifikacije faktora trenja spojke pri F_n = 18 kN.

Kako bi se što bolje pokrilo područje (temperatura – relativna brzina), početne vrijednosti brzine i temperature spojke odabrane su na način kako je ilustrirano na slici 8-14 za slučaj normalne sile od 18 kN. U radu su razmatrane četiri karakteristične vrijednosti normalne sile (3, 8, 13, 18 kN). Početne vrijednosti relativnih brzina i temperatura odabirane su tijekom

izvođenja eksperimenata temeljem vizualnog pregleda faznog dijagrama temperatura – relativna brzina (vidi sliku 8-14) za svaku normalnu silu zasebno s konačnim ciljem da se ostvari dobra pokrivenost područja relativnih brzina od 0 do 100 min^{-1} i temperature spojke od 40 do 140 °C.

8.1.5.2 Obrada podataka

Odzivi relativne brzine ω_s, temperature T_c i momenta spojke M_c filtrirani su niskopropusnim Chebyshevim filtrom trećeg reda s lomnom frekvencijom od 10 Hz kako bi se uklonio šum mjerenja. Uklanjanje oscilacija signala normalne sile F_n (slika 8-13) ne može se provesti primjenom standardnog niskopropusnog filtra, jer se relativna brzina tijekom jednog eksperimenta mijenja. Međutim, kako se normalna sila drži na konstantnoj vrijednosti tijekom cijelog eksperimenta, za analizu se uzima srednja vrijednost signala u vremenu. Faktor trenja se računa prema izrazu (vidi dodatak C):

$$\mu = \frac{M_c}{F_n \cdot N_f \cdot r_e} \ ,$$

gdje je broj aktivnih tarnih površina $N_f = 2$ i efektivni polumjer $r_e = 0.049$ m. Za potrebe regresijske analize, vremenski odzivi faktora trenja sortirani su prema relativnoj brzini i normalnoj sili i pretvoreni u vektore za potrebe regresijske analize.

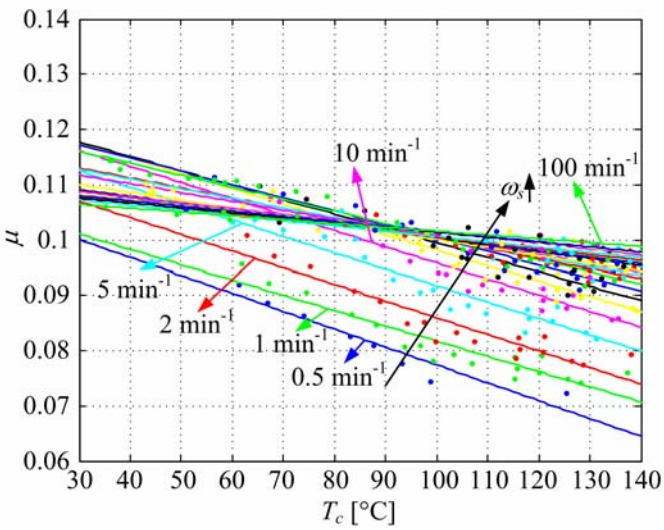
8.1.5.3 Regresijska analiza

Regresijska analiza provedena je s ciljem dobivanja funkcije regresije faktora trenja s obzirom na relativnu brzinu, normalnu silu i temperaturu spojke za potrebe simulacijskog modela i algoritma regulacije spojke. Zbog izrazite nelinearnosti karakteristike faktora trenja, definiranje funkcije regresije koja bi uzela u obzir sve parametre vrlo je složeno. U raspoloživoj literaturi ne navodi se funkcija regresije koja obuhvaća sve parametre. Za sličan problem u [83] provedena je regresijska analiza faktora trenja samo u funkciji relativne brzine za određenu temperaturu i normalnu silu. Predložena je funkcija regresije oblika $\mu(\omega_s)\big|_{T_c,F_n} = C_1 \, tanh(C_2\omega_s) + C_3\omega_s^{0.1} + C_4$. Optimiranje parametara C_i, i = 1...4, osjetljivo je na nedostatak rezultata mjerenja u području niskih relativnih brzina, što je upravo slučaj

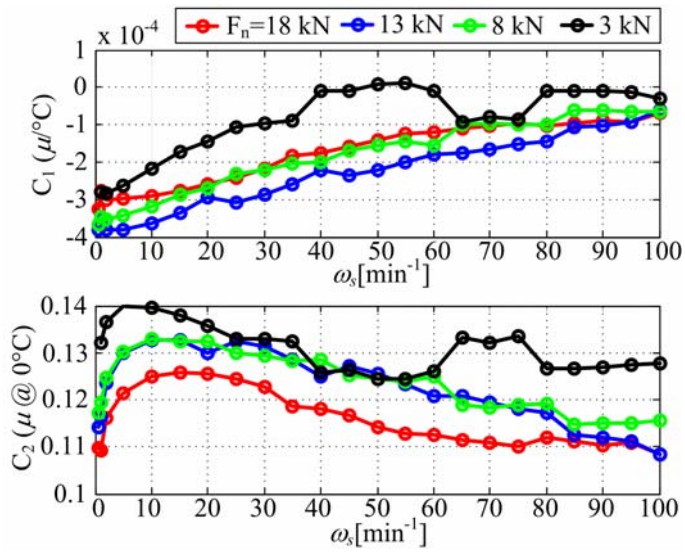
podataka mjerenja dobivenih primjenom kvazi-statičkih eksperimenata primijenjenih u ovom radu.

Analizom podataka (vidi sliku 8-15) utvrđeno je kako se pri konstantnoj relativnoj brzini i normalnoj sili faktor trenja mijenja linearno s temperaturom. Funkcija regresije u tom slučaju ima oblik $\mu(T_c)\big|_{\omega_s,F_n} = C_1T_c + C_2$. Optimiranje parametara funkcije u ovom slučaju nije osjetljivo na nedostatak rezultata mjerenja. Valja napomenuti kako linearna promjena ne mora vrijediti u širem području temperatura. Naime u [83] je pokazano da za slučaj spojke aktivnog diferencijala s tarnim oblogama od sinterirane bronce postoji nelinarnost u području od 10 do 50 °C.

Slika 8-15 prikazuje rezultate regresijske analize faktora trenja u funkciji temperature spojke za slučaj normalne sile od 18 kN. Prema rezultatima statističke analize, rasipanje odstupanja eksperimentalnih rezultata od procijenjenih vrijednosti prema funkciji regresije $\mu = C_1T_c+C_2$ (T_c [°C]) ima normalnu razdiobu, što upućuje na točnost modela. Relativna standardna devijacija odstupanja manja je od 3% za slučaj normalnih sila (8, 13 i 18 kN). Nešto veća standardna devijacija od 7% dobivena je za slučaj najmanje normalne sile iznosa 13 kN.



Slika 8-15. Eksperimentalni rezultati i regresijske krivulje faktora trenja za slučaj normalne sile F_n = 18 kN.



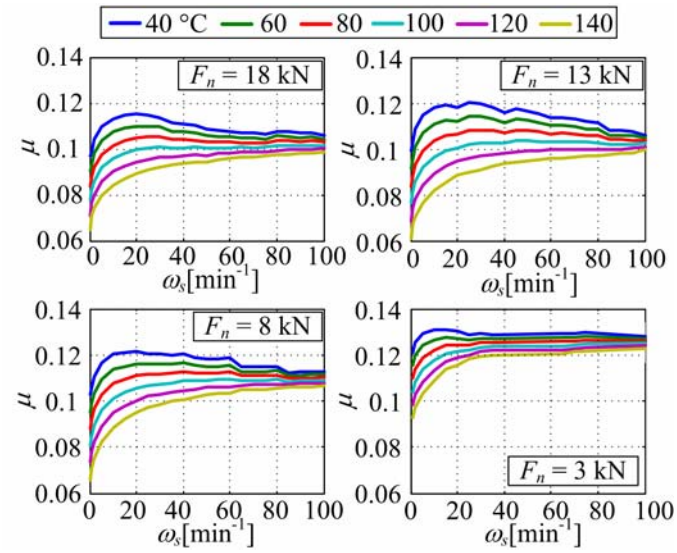
Slika 8-16. Pregledni prikaz parametara funkcije regresije faktora trenja u funkciji relativne brzine i normalne sile.

Slika 8-16 prikazuje pregledni prikaz parametara funkcije regresije u funkciji relativne brzine i normalne sile. Parametar C_1, koji fizikalno predstavlja gradijent promjene faktora trenja s promjenom temperature tarnog kontakta, povećava se približno linearno s povećanjem relativne brzine. Parametar C_1 se mijenja i s obzirom na normalnu silu, ali je teško odrediti na koji način. Parametar C_2 ima fizikalno značenje faktora trenja pri temperaturi od 0°C. S obzirom na promjenu relativne brzine, parametar C_2 opisuje krivulja konveksnog oblika s maksimumom na približno 15 min^{-1}. Istovremeno, parametar C_2 pada s porastom normalne sile.

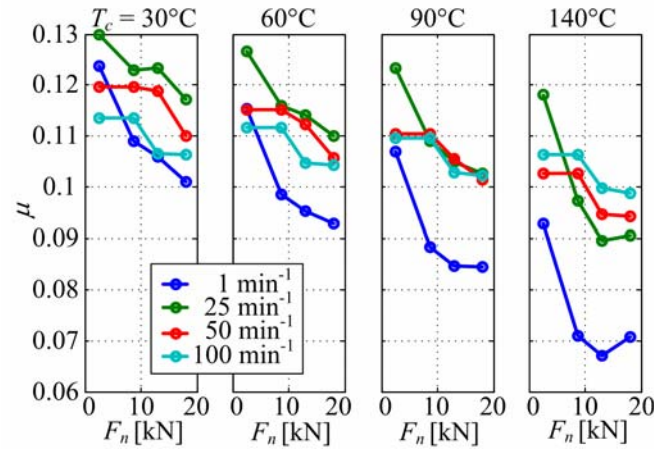
8.1.5.4 Konačni rezultati i diskusija

Slike 8-17 i 8-18 prikazuju pregledni prikaz utjecaja radnih parametara na promjenu faktora trenja. Vrijednosti faktora trenja temelje se na predloženom modelu regresije s parametrima danim na slici 8-16. Osnovni zaključci su sljedeći:

- Faktor trenja se kreće u rasponu od 0.06 do 0.12 (srednja vrijednost iznosi približno 0.1), što ukazuje na uvjete graničnog podmazivanja ([83],[100]), pri čemu je kontaktno podmazivanje određeno fizikalnim i kemijskim svojstvima tankog površinskog sloja debljine reda veličine molekula (1-10 nm). U ovim uvjetima, faktor trenja je neovisan o viskoznosti ulja [100].



Slika 8-17. Pregledni prikaz utjecaja radnih parametara na faktor trenja spojke.



Slika 8-18. Ilustracija utjecaja normalne sile na faktor trenja spojke.

- Utjecaj relativne brzine i temperature na faktor trenja je kroskoreliran i značajan. Trend se ne mijenja s promjenom normalne sile.
- Pri temperaturama višim od 80°C gradijent faktora trenja u odnosu na relativnu brzinu (gradijent karakteristike trenja) je pozitivan, tj. $d\mu/d\omega_s > 0$, što osigurava stabilnost sustava (vidi npr. [32]).
- Pri temperaturama manjim od 80°C gradijent karakteristike faktora trenja $d\mu/d\omega_s$ je pozitivan samo u području relativnih brzina manjih od 25 min^{-1} ($\omega_s < 25$ min^{-1}).

- Faktor trenja smanjuje se s povećanjem normalne sile, što je čest slučaj u tribologiji [3] ali ne i nužan [83]. Trend je približno linearan u razmatranom radnom području. U području normalnih sila od 3 do 18 kN, pad faktora trenja iznosi 10-15%.

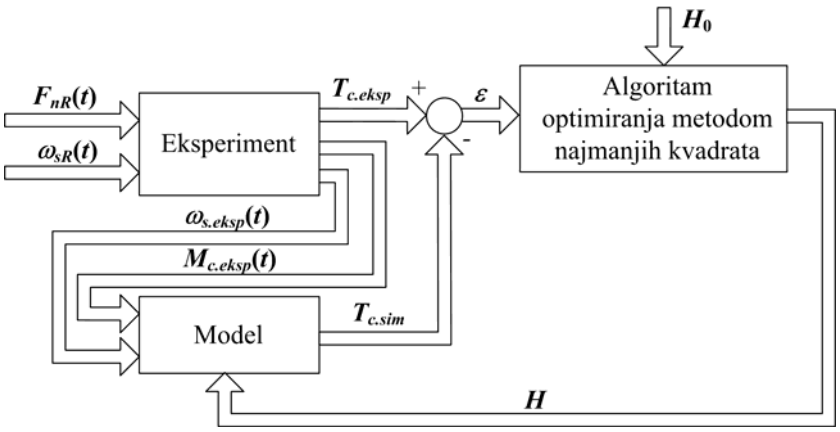
Rezultati prikazani na slici 8-17 koriste se u razvijenom modelu spojke u obliku ogledne tablice (engl. *look-up table*).

8.1.6 Toplinski model

Parametri toplinskog modela uključuju toplinske kapacitete karakterističnih masa i koeficijente prijelaza topline između njih. Toplinski kapaciteti su poznati. Njihove vrijednosti dane su u dodatku D. U ovom odjeljku razmatraju se koeficijenti prijelaza topline zasebno za potpuni i pojednostavljeni model.

8.1.6.1 Potpuni model toplinske dinamike

Parcijalni koeficijenti prijelaza topline potpunog modela $\boldsymbol{H} = [H_{sp.dc}\ H_{sp.oil}(\omega_s)\ H_{dc.oil}]^T$ određeni su primjenom algoritma optimiranja temeljenog na metodi najmanjih kvadrata (programski paket MatLab, funkcija *lsqcurvefit*). Postupak optimiranja ilustriran je na slici 8-19. Optimira se vektor koeficijenata $\boldsymbol{H}$ s ciljem minimiziranja kvadrata odstupanja vremenskih odziva temperature spojke T_c dobivenih simulacijom toplinskog modela (odjeljak 7.5.1) u odnosu na eksperimentalno snimljene odzive. Pritom se u simulaciju

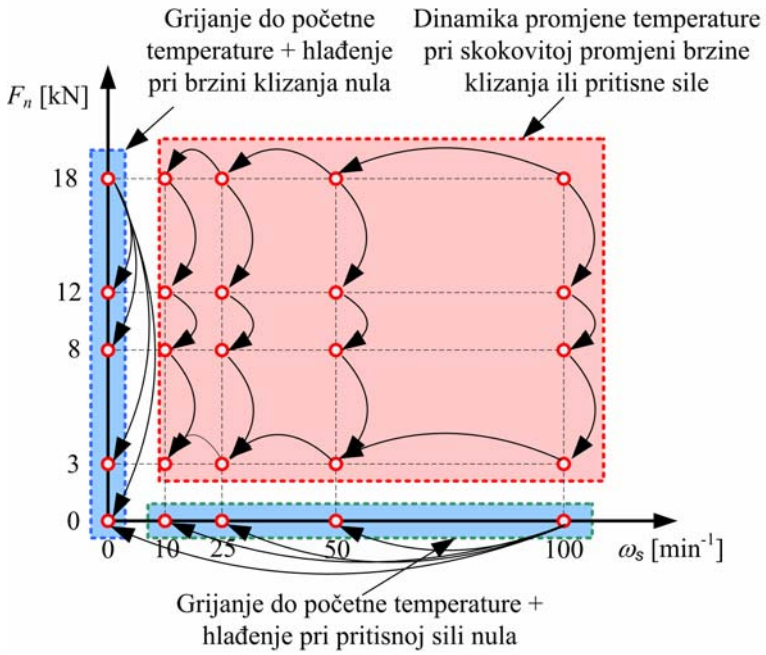


Slika 8-19. Ilustracija identifikacije koeficijenata prijelaza topline potpunog toplinskog modela.

dovode eksperimentalno snimljeni vremenski odzivi radnih parametara: relativna brzina $\omega_{s.eksp}$ i moment spojke $M_{c.eksp}$. Početne vrijednosti koeficijenata $\boldsymbol{H_0}$ određene su s posebnom pažnjom prema informacijama iz literature ([74],[84],[86]). Važno je naglasiti kako je za postupak optimiranja ovih parametara nužno uzeti eksperiment s početnom temperaturom spojke približno jednakoj temperaturi ulja, kako bi se osigurali točni početni uvjeti za temperaturu kućišta diferencijala. Koeficijenti su optimirani za slučaj većeg broja karakterističnih eksperimentalnih odziva. Konačne vrijednosti koeficijenata određene su kao srednje vrijednosti rezultata za slučajeve svih razmatranih karakterističnih odziva i iznose: $H_{sp.oil} = 0.03 \cdot \omega_s$ W/K (ω_s [rad/s]), $H_{sp.dc} = 2.1$ W/K, $H_{dc.oil} = 3.05$ W/K.

8.1.6.2 Pojednostavljeni model toplinske dinamike

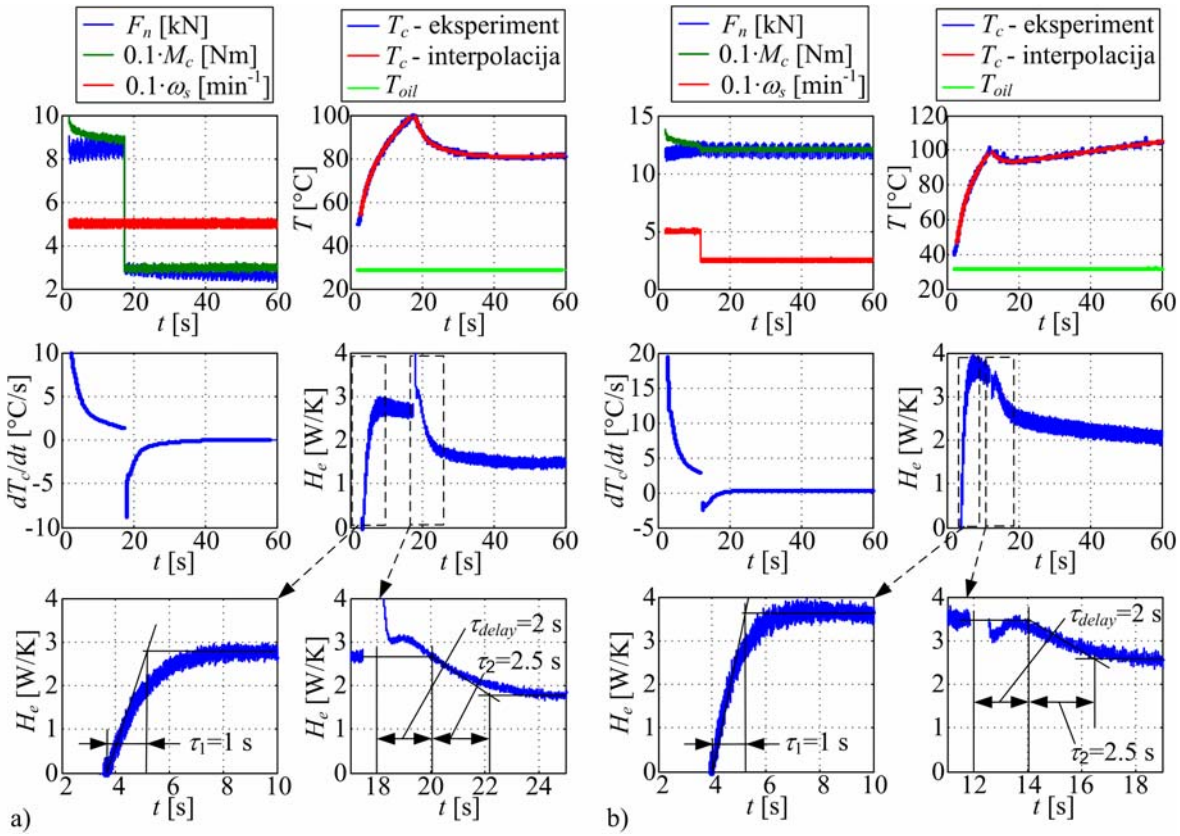
Identifikacija efektivnog koeficijenta prijelaza topline H_e provedena je primjenom niza statičkih eksperimenata u uvjetima konstantne normalne sile F_n i relativne brzine ω_s za pojedini eksperiment. Kako bi se provjerilo dinamičko vladanje koeficijenta H_e svaki eksperiment obuhvatio je dvije statičke točke, a prijelaz je ostvaren skokovitom promjenom jednog od parametara (F_n ili ω_s). Vremensko trajanje svakog eksperimenta bilo je 60 s. Slika 8-20 ilustrira plan pokusa. Karakteristični vremenski odzivi prikazani su na gornjim



Slika 8-20. Ilustracija plana pokusa identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline.

dijagramima na slici 8-21. Pokusi su obuhvatili široko radno područje normalne sile: 0, 3, 8, 13, 18 kN i relativne brzine: 0, 10, 25, 50, 100 min^{-1}. Temperatura ulja u kućištu diferencijala bila je u svim eksperimentima približno 25°C. Svaka točka eksperimenta prikazana na slici 8-20 odnosi se grijanje do početne temperature od 100°C, što predstavlja prvi dio eksperimenta. U eksperimentima u kojima se temperatura od 100°C nije mogla postići zbog malog toplinskog toka disipirane topline, trajanje prvog dijela eksperimenta bilo je ograničeno na 30 s. Nakon postizanja temperature ili vremenskog ograničenja, jedan od parametara (F_n ili ω_s) skokovito se promijenio kako je ilustrirano strelicama (slika 8-20), čime počinje drugi dio eksperimenta koji traje do ukupnog vremena eksperimenta od 60 s.

Za svaki eksperiment određuje se vremenski odziv efektivnog koeficijenta prijelaza topline H_e prema jednadžbi (7-31):



Slika 8-21. Odziv eksperimenta identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline pri a) skokovitoj promjeni normalne sile (8-3 kN) i konstantnoj relativnoj brzini (50 min^{-1}) i b) skokovitoj promjeni relativne brzine (50-25 min^{-1}) i konstantnoj normalnoj sili (13 kN).

$$H_e = \frac{C_{sp}}{T_c(t) - T_{oil}(t)} \left(\frac{\Phi_{gen}(t)}{C_{sp}} - \frac{dT_c(t)}{dt} \right) , \tag{8-9}$$

Temperatura ulja T_{oil} odnosi se na mjerenu temperaturu ulja u kućištu diferencijala. Kako bi se izbjeglo poteškoće s mjernim šumom, vremenska derivacija temperature spojke dT_c/dt određuje se iz koeficijenata polinoma 7. reda s kojim se aproksimira odziv temperature oblika:

$$T_c(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{7} a_i \, ln^i \, t \ .$$

Vremenska derivacije temperature tada iznosi:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{7} i \cdot a_i \cdot ln^{i-1} \, t \ .$$

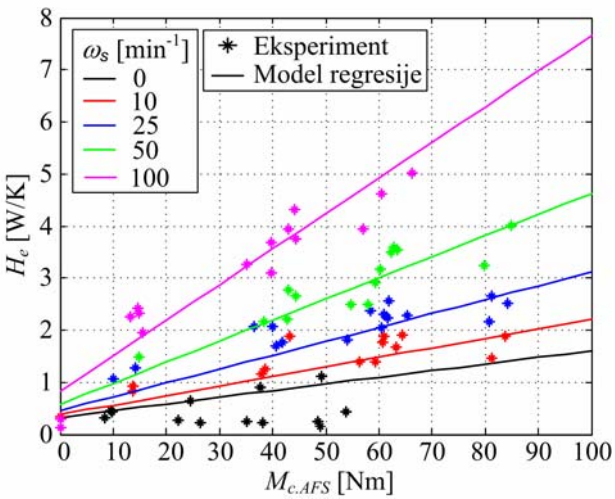
Slika 8-21 prikazuje karakteristične eksperimentalne odzive pri skokovitoj promjeni relativne brzine odnosno normalne sile. Može se uočiti kako se statička vrijednost koeficijenta H_e mijenja s radnim parametrima. Pored toga, pri skokovitoj promjeni radnih parametara, odziv koeficijenta H_e karakteriziran je mrtvim vremenom ($\tau_{delay} \cong 2$s) i odzivom dinamičkog člana prvog reda (PT1 član; vidi donje dijagrame na slici 8-21). Vremenska konstanta PT1 člana ovisi o predznaku promjene koeficijenta. Vrijednosti vremenske konstante tijekom povećanja odnosno smanjenja koeficijenta H_e iznose redom $\tau_1 \cong 1$s odnosno $\tau_2 \cong 2.5$s. Slične vrijednosti vrijede i za druge kombinacije radnih parametara. Iznimno, u specijalnom slučaju iniciranja hlađenja spojke postavljanjem relativne brzine na nulu ($\omega_s = 0$), koeficijent H_e mijenja se skokovito, tj. ne pokazuje odziv PT1 člana. Treba napomenuti kako je opisano dinamičko ponašanje približna, jer koeficijent H_e ne postiže čvrstu statičku vrijednost, već se blago mijenja s promjenom temperature spojke. Kada se ustali temperatura spojke, ustali se i koeficijent H_e. Ovaj se učinak može objasniti ne posve točnom pretpostavkom jednakosti temperature okoline i temperature ulja u kućištu, jer dolazi do postupnog progrijavanja kućišta diferencijala.

Slika 8-22 prikazuje statičke vrijednosti koeficijenta H_e u funkciji radnih parametara. Podaci se mogu opisati funkcijom regresije oblika:

$$H_e = C_1 + C_2\omega_s + C_3 M_c + C_4\omega_s M_c \ . \tag{8-10}$$

Parametri su dobiveni algoritmom optimiranja temeljenim na metodi najmanjih kvadrata (programski paket MatLab, funkcija *lsqcurvefit*). Optimirani parametri imaju iznose: C_1 = 0.3265 W/K, C_2 = 0.0050 W·s/K·rad, C_3 = 0.0064W/K·Nm, C_4 = 0.0003 W·s/K·Nm·rad. Procijenjene vrijednosti koeficijenta H_e prema predloženom modelu regresije prikazani su na slici 8-22. Ustanovljeno je kako rasipanje razlike između rezultata mjerenja i rezultata procjene modelom regresije ima normalnu razdiobu, što upućuje na točnost modela.

Koeficijent prijelaza topline H_e mijenja se značajno s radnim parametrima u širokom rasponu od 0.326 do 7 W/K. Prema predloženoj funkciji regresije i rezultatima na slici 8-22 koeficijent H_e linearna je funkcija relativne brzine i momenta spojke, te disipiranog toplinskog toka Φ_{gen} (snage, tj. umnoška relativne brzine i momenta). Utjecaj relativne brzine može se fizikalno objasniti. Povećanjem brzine povećava se radijalni tok ulja kroz spojku koji poboljšava hlađenje spojke ([39],[66]). Utjecaj momenta spojke mogao bi se objasniti izravnom vezom s normalnom silom (vidi izraz (7-23)). Naime, povećanjem



Slika 8-22. Rezultati identifikacije efektivnog koeficijenta prijelaza topline u funkciji momenta i relativne brzine spojke.

normalne sile može imati za posljedicu ostvarivanje boljeg kontakta elemenata spojke u aksijalnom smjeru i na taj način poboljšati odvođenje topline. Faktor funkcije regresije vezan uz disipiranu snagu može se uzeti u obzir kao dio topline koji se izravno odvodi u ulje kao što se uzima u modelu razvijenom u [39]. No, budući da rezultati validacije (i identifikacija parametara) potpunog modela pokazuju kako je uz konstante koeficijente prijelaza topline (uz iznimku koeficijenta odvođenja topline u ulje $H_{sp.oil} = f(\omega_s)$) moguće ostvariti zadovoljavajuću točnost (vidi iduće potpoglavlje), za očekivati je da je utjecaj momenta i disipirane toplinske snage vezan primarno uz toplinsku dinamiku kućišta i ulja, koja se u ovom pojednostavljenom pristupu zanemaruje.

8.2 Eksperimentalna provjera valjanosti modela i analiza dinamičkog ponašanja spojke

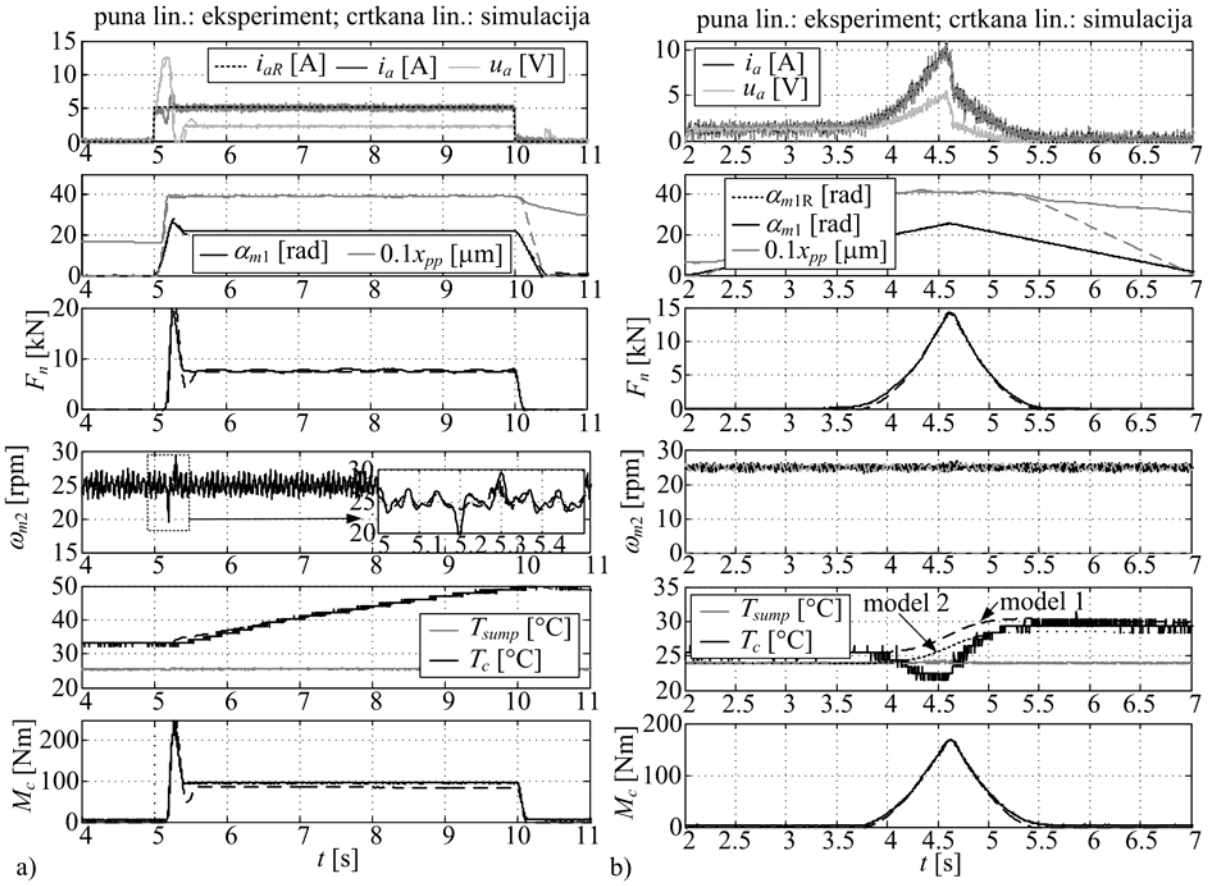
Razvijeni model uljne spojke implementiran je u programskom paketu MatLab Simulink i provjeren s obzirom na eksperimentalno snimljene odzive za dvije konfiguracije. Prva konfiguracija odnosi se na eksperimentalni postav spojke, koji uključuje mjerenja momenta spojke M_C, normalne sile F_n, temperature spojke T_c i pomaka potisne ploče x_{pp}. Stoga se ova konfiguracija koristi za detaljnu provjeru dinamike razvijanja normalne sile i toplinskog modela spojke. Druga konfiguracija odnosi se na ispitni sustav aktivnog diferencijala i koristi se za provjeru modela koji uključuje složeniju dinamiku razvijanja momenta i spojku s punim brojem lamela. Za potrebe eksperimentalne provjere, simulacijski model je proširen istim regulatorom brzine vrtnje pogonskog motora kakav se koristi na postavu. Pored toga model uključuje i kaskadni regulator pozicije motora aktuatora (poglavlje 9). Analizom velikog broja eksperimenata ustanovljeno je kako je standardna devijacija rasipanja rezultata mjerenja manja od 3%. Stoga se provjera valjanosti modela prikazuje samo za jedan eksperiment za dane radne parametre.

8.2.1 Provjera na eksperimentalnom postavu uljne lamelne spojke

Slika 8-23 prikazuje rezultate provjere modela aktiviranja spojke u krugu regulacije struje i pozicije motora aktuatora. Slika 8-23a odnosi se na skokovitu promjenu reference struje iznosa 5 A, a slika 8-23b na linearnu promjenu reference pozicije motora. Relativna brzina

spojke u oba slučaja je konstantna i iznosi 25 min^{-1}. Analizom rezultata može se zaključiti sljedeće:

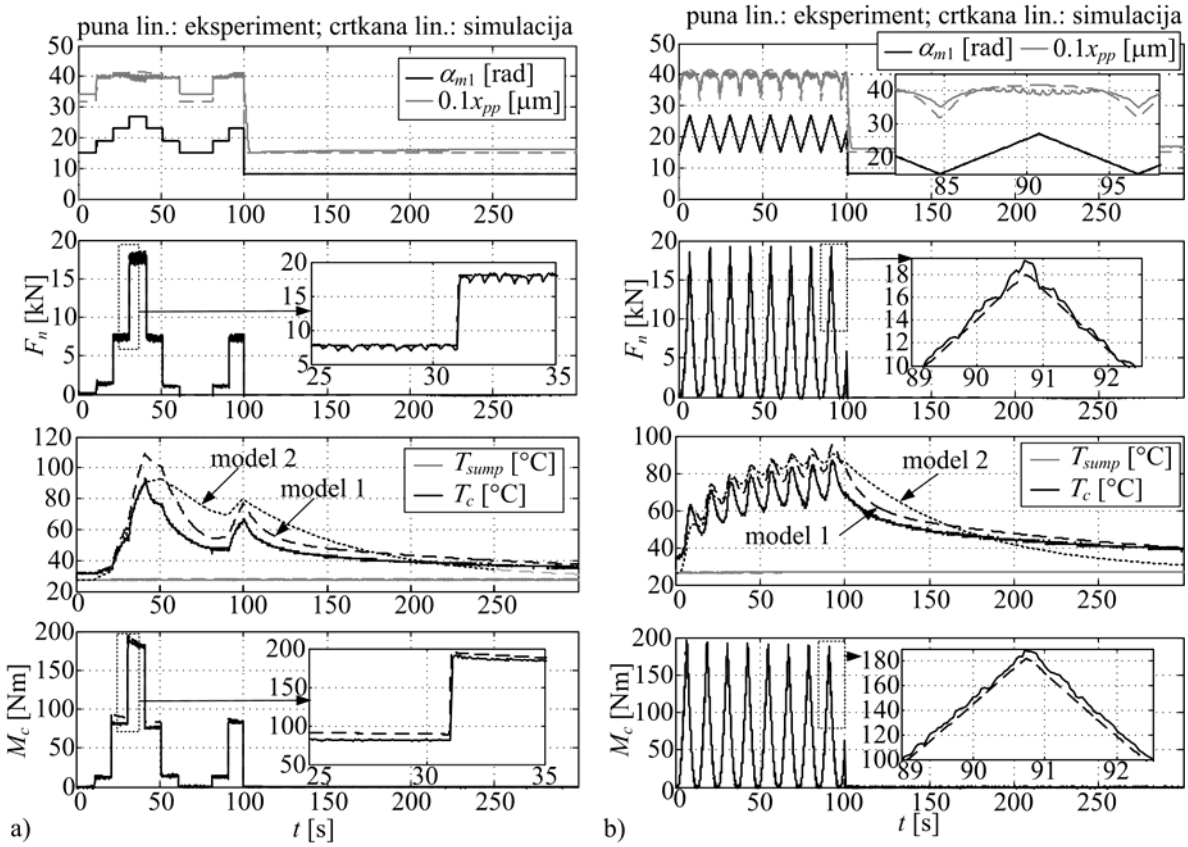
- Vrlo visok stupanj točnosti modela može se primijetiti za slučaj svih varijabli sustava u oba slučaja.
- Određeno odstupanje se može primijetiti u odzivu normalne sile F_n, momenta spojke M_c i pozicije motora α_{m1} na slici 8-23a u trenutku završetka aktiviranja spojke ($t \cong$ 5.3 s). Odstupanje se manifestira slabije prigušenim odzivom i posljedica je netočnosti modeliranja trenja mehanizma s kuglicama na rampi, koje najznačajnije doprinosi prigušenju dinamike razvijanja normalne sile.



Slika 8-23. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i aktiviranja spojke u a) krugu regulacije struje motora aktuatora i b) krugu regulacije pozicije motora aktuatora (model 1 i model 2 odnose se redom na potpuni odnosno pojednostavljeni toplinski model spojke).

- Odstupanje se može isto tako primijetiti u oba primjera u odzivu pozicije potisne ploče x_{pp} tijekom deaktiviranja spojke. U eksperimentu, potisna ploča se ne vraća u početnu nultu poziciju. Razlog tomu je što konstrukcija aktuatorskog mehanizma omogućava guranja, ali ne i povlačenja potisne ploče (vidi potpoglavlje 7.1). Vraćanje potisne ploče u realnim uvjetima može biti stohastičke naravi i ovisi o vibracijama sustava. U modelu je stoga uzeto pojednostavljenje, gdje je potisna ploča izravno spojena s aktuatorskim mehanizmom.

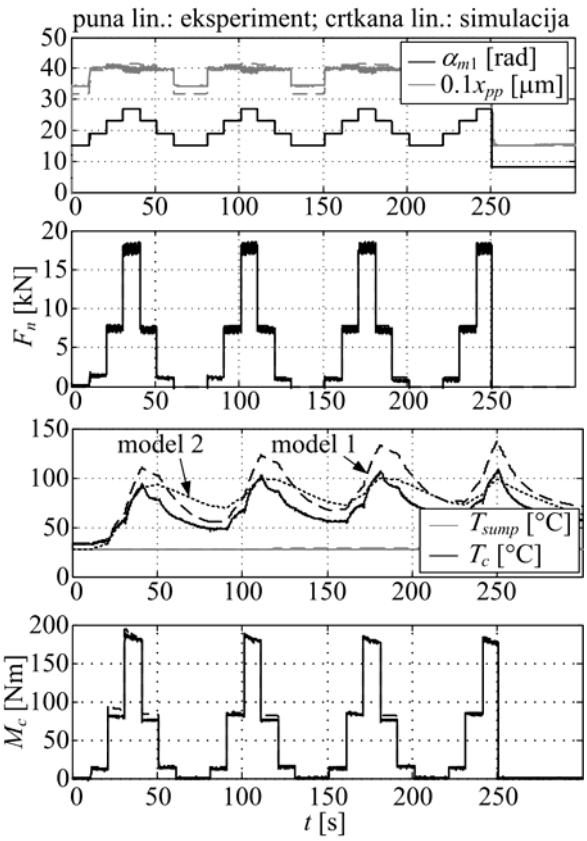
Slika 8-24 prikazuje rezultate provjere modela za slučaj naizmjeničnog aktiviranja i deaktiviranja spojke u trajanju od 100 s, nakon čega se spojka hladi u vremenu od 200 s. Ovi



Slika 8-24. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i naizmjeničnog aktiviranja i deaktiviranja spojke a) u krugu regulacije pozicije motora aktuatora sa skokovitom b) i linearnom promjenom reference pozicije u trajanju od 100 s, nakon čega se spojka hladi u vremenu od 200 s (model 1 i model 2 odnose se redom na potpuni odnosno pojednostavljeni toplinski model spojke).

dugi odzivi koriste se s ciljem provjere toplinskog modela. Spojka se aktivira u krugu regulacije pozicije motora aktuatora. Slike 8-24a odnosi se na skokovitu, a slika 8-24b na linearnu promjenu reference pozicije. Relativna brzina spojke u oba slučaja iznosi 100 min^{-1}, kako bi se osiguralo dovoljno disipirane topline za značajnije promjene temperature spojke. Analizom rezultata može se zaključiti sljedeće:

- Točnost modela je vrlo dobra
- Zanimljivo je uočiti vrlo dobru točnost odziva normalne sile, što ukazuje na postojanje direktne povezanosti između pozicije motora aktuatora i normalne sile spojke.
- Relativne pogreške momenta spojke iznose maksimalno 5% i može biti posljedica varijacije faktora trenja ili netočnosti odziva temperature spojke.
- Toplinski modeli pokazuju vrlo dobru točnost. Odziv temperature kvalitativno i kvantitativno točniji je za slučaj potpunog modela (model 1) u odnosu na rezultat pojednostavljenog modela (model 2) (vidi potpoglavlje 7.5). Bez obzira na to, odziv pojednostavljenog modela je zadovoljavajući s obzirom na jednostavnost modela i primjenjiv je za potrebe procjene temperature spojke u realnom vremenu.

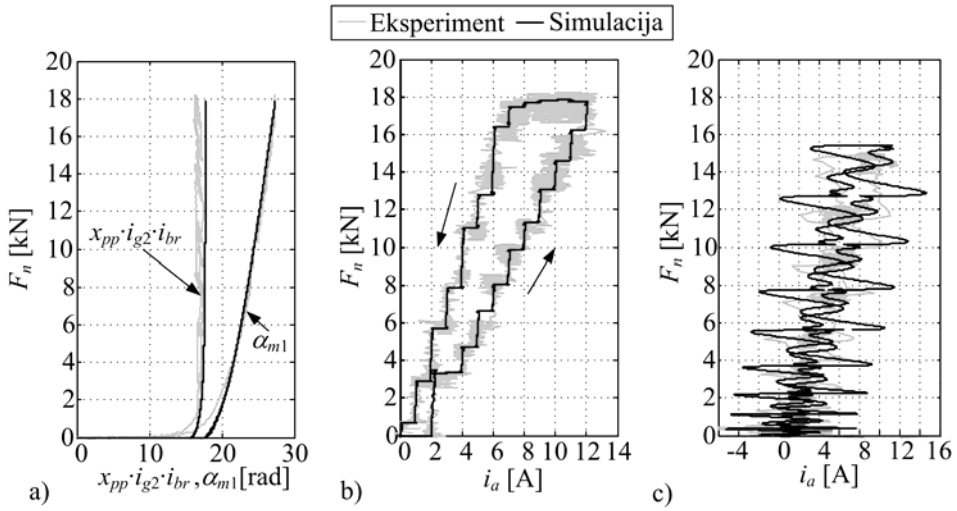


Slika 8-25. Rezultati provjere modela spojke za slučaj konfiguracije eksperimentalnog postava uljne lamelne spojke i naizmjeničnog aktiviranja i deaktiviranja spojke u krugu regulacije pozicije motora aktuatora sa skokovitom promjenom reference u trajanju od 300 s.

- Relativna pogreška temperature spojke za slučaj potpunog modela iznosi do 20%.

Slika 8-25 prikazuje još jedan odziv provjere toplinskog modela za slučaj naizmjenične skokovite promjene pozicije motora (odnosno normalne sile) u dugom vremenskom intervalu od 300 s. Ovaj rezultat dodatno potvrđuje točnost toplinskog modela. Vezano uz usporedbu toplinskih modela općenito vrijede gore navedeno.

Slika 8-26 prikazuje karakteristične fazne dijagrame rezultata provjere modela. Slika 8-26a prikazuje normalnu silu F_n u funkciji pozicije motora aktuatora α_{m1} i potisne ploče svedene na pomak motora $x_{pp}i_{g1}i_{br}$. Odzivi se odnose na slučaj skokovite promjene struje armature u koracima od 1 A do maksimalne vrijednosti od 14 A i nakon toga nazad na nulu. Simulacijski rezultati prate eksperimentalne odzive s visokom točnošću. Postojanje histereze za male vrijednosti sila na slici 8-26a posljedica su otpora istiskivanja ulja Model ne prati histereznu karakteristiku, jer se normalna sila modela odnosi na silu deformacije lamela. Simulacijski se odziv upravo iz tog razloga poklapa točno s eksperimentalnim rezultatima u periodu deaktiviranja spojke. Zanimljivo je uočiti kako karakteristika normalne sile u funkciji pozicije motora aktuatora ne uključuje histerezno ponašanje i promjena pozicije motora tijekom ostvarivanja normalne sile je značajna. Pritom je deformacija lamela izrazito



Slika 8-26. Rezultati provjere modela spojke diferencijala: a) normalna sila u funkciji pozicije potisne ploče i motora (regulacija struje/regulacija pozicije), b) normalna sila u funkciji struje armature (regulacija struje) i c) normalna sila u funkciji struje armature (regulacija pozicije motora).

mala i vrlo nelinearna. Lamele su potpuno deformirane već pri normalnoj sili od približno 1.5 kN.

Slika 8-26b prikazuje odnos normalne sile i struje armature motora za slučaj eksperimenta sa slike 8-26a (eksperiment u regulacijskom krugu struje). Točnost modela je izrazito dobra. Karakteristika pokazuje izraženo histerezno ponašanje. Histereza se širi s povećanjem normalne sile i posljedica je trenja kotrljanja kuglica na rampi (potpoglavlje 7.3.2.5).

Slika 8-26c prikazuje odnos normalne sile i struje armature motora za slučaj eksperimenta koji se odnosi na aktiviranje spojke u krugu regulacije pozicije motora aktuatora. U danom primjeru pozicija se mijenjala u koracima od 1 rad. Točnost modela je i u ovom slučaja vrlo dobra. Zanimljivo je primijetiti kako regulacija pozicije djeluje kao kompenzator učinka trenja i gotovo potpuno uklanja histerezu normalne sile u odnosu na struju armature. Ovo je zajedno s rezultatima $F_n(\alpha_{m1})$ na slici 8-26a, bila motivacija za razvoj sustava upravljanja momentom spojke temeljenog na regulaciji položaja motora (poglavlje 9).

8.2.2 Model s konfiguracijom ispitnog sustava aktivnog diferencijala

Slika 8-27 prikazuje rezultate provjere modela za slučaj aktiviranja i deaktiviranja spojke putem skokovite promjene struje armature motora aktuatora srednje veličine (i_{aR} = 7 A). Razmatraju se dva karakteristična slučaja relativne brzine spojke: srednje visoka brzina od 25 min^{-1} i niska brzina od 1 min^{-1}. S obzirom na odziv momenta spojke, cjelokupni vremenski odziv spojke može se općenito podijeliti u četiri faze:

1. **Mrtvo vrijeme.** Nakon skokovite promjene reference struje armature i_{aR}, prvi dio odziva momenta spojke M_c karakteriziran je mrtvim vremenom. Ono je posljedica zračnosti lamela spojke, tj. odgovara vremenu koje je potrebno da mehanizam kompenzira zračnost spojke i započne s deformacijom lamela. Na početku odziva motor aktuatora je u početnom položaju i zračnost spojke je maksimalna. Nakon što se izgradi struja armature i_a, motor se počinje gibati i pomicati mehanizam kroz zonu zračnosti spojke. Istovremeno, motor postiže maksimalnu vrijednost brzine, elektromotorna sila postaje velika i napon armature u_a ulazi u zasićenje određeno naponom baterije od 12 V. Kao posljedica toga, dolazi do propada struje armature i_a, a stoga i momenta motora.

Primjenom motora kruće mehaničke karakteristike motora (veći otpor armature R_a, usporedi mehaničku karakteristiku na vidi slici 8-2), ne bi se skratila zona mrtvog vremena. Razlog tomu je što je potrebni moment motora za gibanje kroz zonu zračnosti relativno mali i motor bez obzira na mekanu karakteristiku doseže maksimalnu brzinu vrtnje od 1800 min^{-1}. Međutim, faza mrtvog vremena može se skratiti primjenom metode kompenzacije zračnosti kao dijela regulacijskog sustava spojke (poglavlje 9). Model točno opisuje fazu mrtvog vremena (vidi također sliku 8-28).

2. **Aktiviranje spojke.** Faza mrtvog vremena nastavlja se fazom aktiviranja spojke, kada spojka počinje razvijati moment. U ovoj fazi zračnost spojke je kompenzirana i započinje proces razvijanja normalne sile F_n i kao posljedica toga raste potencijal trenja spojke g_c (nije prikazan na odzivu, jer se normalna sila ne mjeri na postavu; vidi također dodatak C). Zbog torzijske elastičnosti sustava, stvarni moment spojke M_c nije jednak potencijalu trenja spojke.

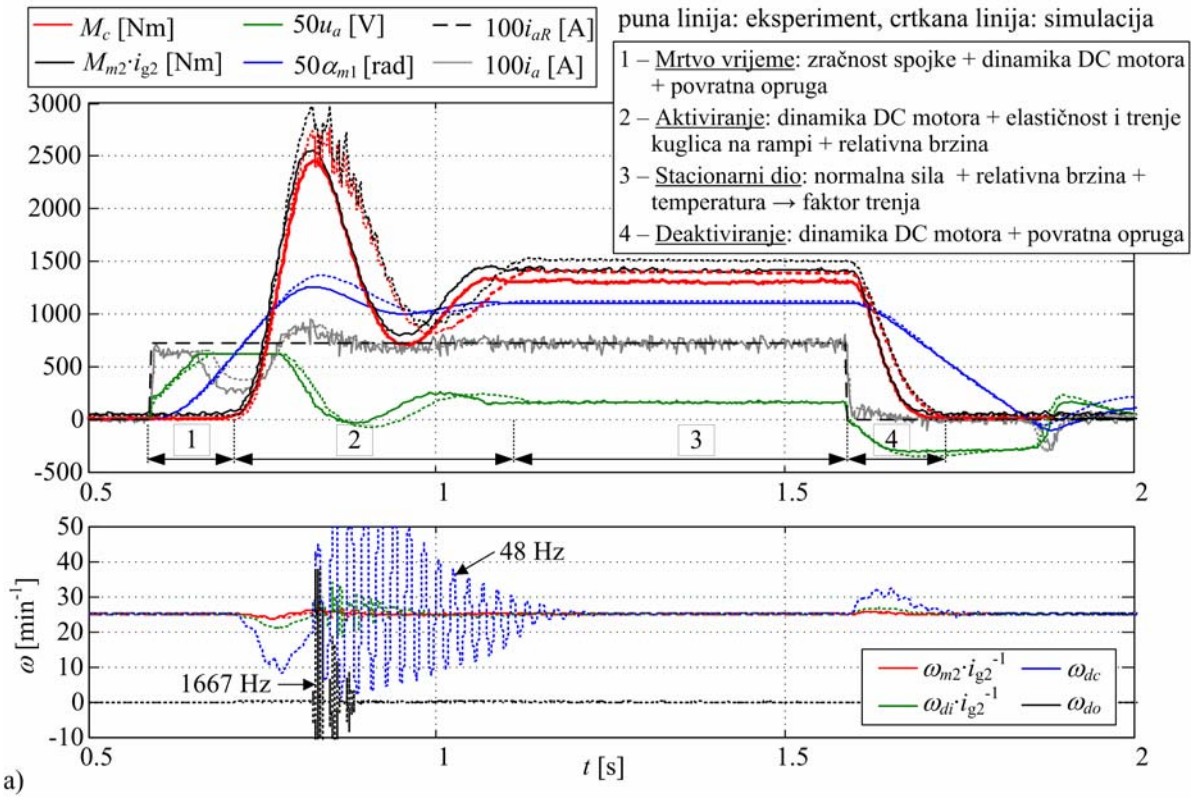
   Pri višoj brzini pogonskog motora (slika 8-27a), moment spojke M_c prati gotovo izravno potencijal trenja određen normalnom silom spojke (usporedi odziv na slici 8-23, koji uključuje odzive normalne sile i momenta spojke). Ovo se objašnjava činjenicom da pri visokoj brzini motora dolazi do brzog razvijanja momenta u elastičnim elementima sustava. Može se primijetiti kako tijekom ove faze spojka pokazuje tendenciju blokiranja, na što ukazuje odziv brzine kućišta diferencijala ω_{dc} koji pada na vrijednost ispod 10 min^{-1} (prikazan je samo odziv simulacije, jer se brzina kućišta ne mjeri na postavu). Pritom se brzina vrtnje pogonskog motora ω_{m1} vrlo precizno regulira na iznosu 25 min^{-1}. Cjelokupni dinamički odziv momenta spojke u fazi aktiviranja spojke karakteriziran je odzivom dinamičkog člana 2. reda s relativno visokim nadvišenjem praćenim dobro prigušenim stacioniranjem. Ovaj odziv je posljedica dinamike razvijanja normalne sile, tj. dinamike aktuatorskog mehanizma prilikom deformacije lamela spojke. Frekvencija oscilacija dinamičkog odziva momenta iznosi približno 4 Hz i određena je dominantnom elastičnosti sustava koja se odnosi na aksijalnu elastičnost kuglica na rampi (vidi sliku 8-26a i potpoglavlje 7.3.2).

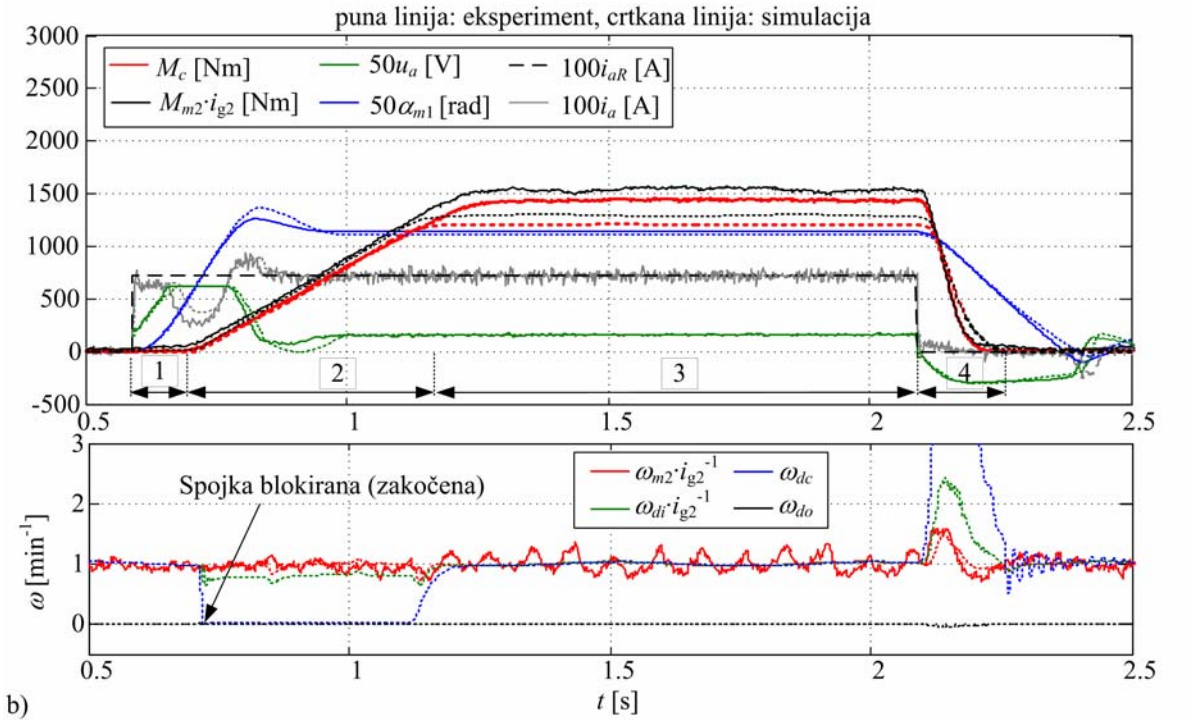
Pri maloj brzini pogonskog motora (slika 8-27b) odziv momenta spojke je značajno sporiji i ne prati dinamiku razvijanja normalne sile, što je dobro opisano modelom. Kratko nakon razvijanja normalne sile (tj. potencijala trenja spojke), spojka se blokira (postaje neupravljiva, $\omega_{dc} = 0$) i ostaje blokirana sve dok moment spojke ne naraste do iznosa potencijala trenja spojke. Zbog konstante i vrlo male brzine vrtnje motora, razvijanje momenta spojke je linearno i vrlo sporo, sve do trenutka odvajanja. Sličan scenarij može se dogoditi u realnim uvjetima na vozilu, gdje je relativna brzina spojke jednaka polovni razlike brzine lijevog i desnog kotača, a elastičnost odgovara elastičnosti poluvratila [35].

Nadalje, detaljnija analiza rezultata otkriva kako je odziv pozicije motora slabije prigušen u slučaju veće brzine pogonskog motora i ima manju stacionarnu vrijednost kao posljedica utjecaja brzine kućišta diferencijala na trenje igličasth ležaja aktuatorskog mehanizma (vidi odjeljak 7.3.2.5). Model opisuje vrlo dobro učinak prigušenja, ali ne i utjecaj brzine na stacionarnu vrijednost pozicije, koja je približno jednaka u oba slučaja.

3. **Stacionarni dio.** Stacionarna vrijednost momenta spojke određena je normalnom silom spojke i faktorom trenja, koji ovisi o normalnoj sili, relativnoj brzini i temperaturi spojke (vidi potpoglavlje 8.1.5). Model opisuje stacionarnu vrijednost vrlo dobro. Relativne pogreške iznose 14% za 1 min^{-1} i 7 % za 25 min^{-1}. Ove pogreške mogu se u najvećoj mjeri pripisati netočnosti odziva normalne sile i djelom pogreškama modela faktora trenja.

4. **Deaktiviranje spojke.** Spojka se deaktivira pasivno, tj. postavljanjem reference struje na nulu, pri čemu povratna opruga gura mehanizam prema početnoj poziciji i na taj način otvara spojku. Dinamički odziv deaktiviranja je brz (130 ms). Točnost modela je vrlo dobra. Model prati isto tako i poskakivanje pozicije motora u zadnjem dijelu deaktiviranja, koje je posljedica elastično prigušnog elementa (potpoglavlje 7.3.2.3).



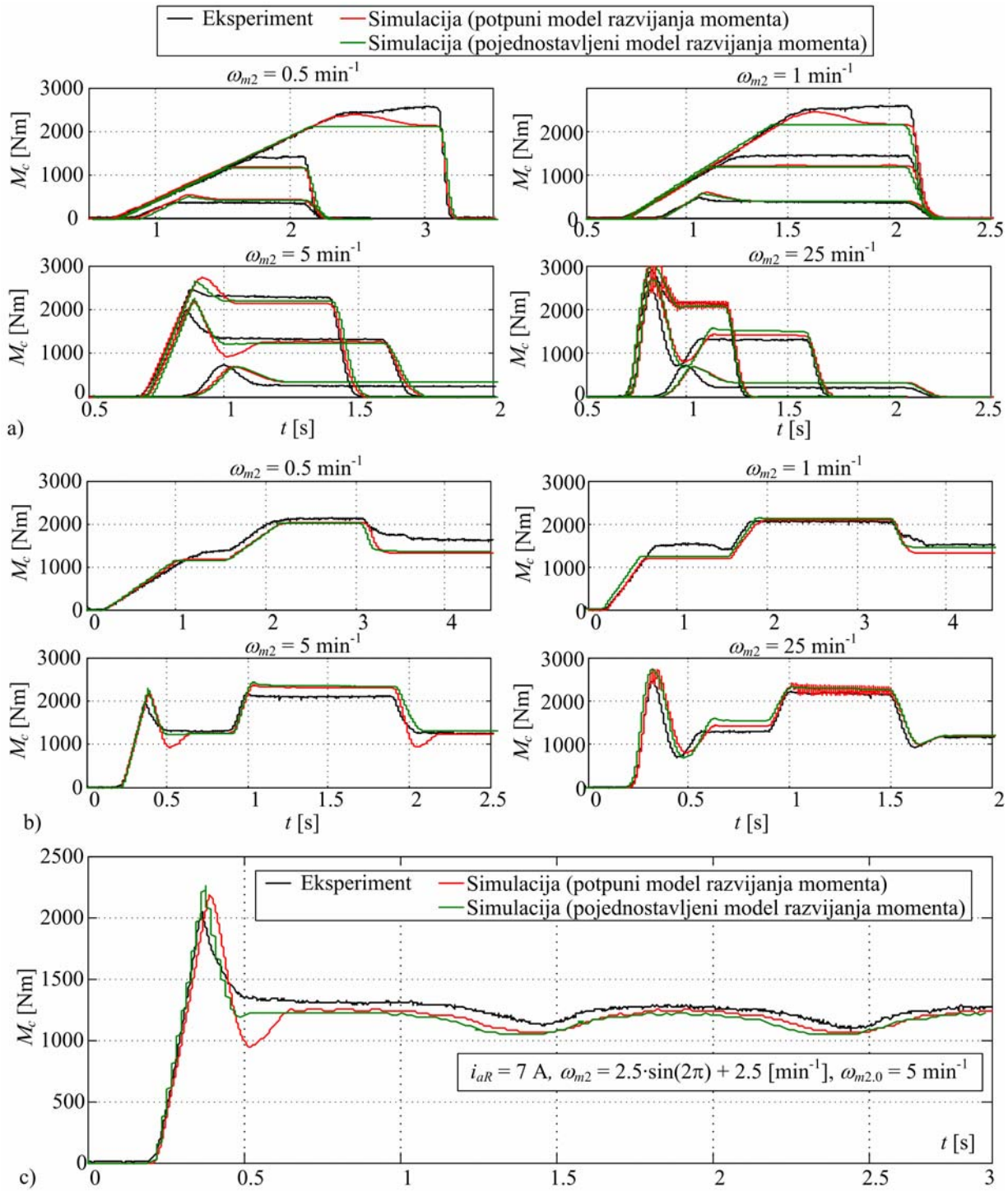


Slika 8-27. Rezultati provjere modela aktivnog diferencijala za slučaj konfiguracije postava aktivnog diferencijala i skokovite srednje-visoke promjene struje armature (i_{aR} = 7 A) pri a) srednje visokoj relativnoj brzini spojke od 25 min^{-1} b) i niskoj relativnoj brzini od 1 min^{-1}.

Slika 8-28a i 8-28b prikazuju rezultate provjere modela za razne brzine pogonskog motora (0.5, 1, 5, 10, 25 min^{-1}) za slučaj skokovite promjene struje armature aktuatora iznosa 2, 7 ili 12 A. Rezultati na slici 8-28a odnose se na slučaj s početnim momentom spojke nula, dok su na slici 8-28b prikazani rezultati za slučaj određene vrijednosti početnog momenta. Radi provjere opravdanosti pojednostavljenja modela dinamike razvijanja momenta (odjeljak 7.4.4), simulacijski rezultati uključuju rezultate dobivene potpunim i pojednostavljenim modelom.

Točnost modela je općenito vrlo dobra za slučaj obje razine složenosti modela. U nekim slučajevima pojednostavljeni model daje čak i bolje odzive, što ukazuje na visoku osjetljivost odziva modela s obzirom na trenje ležaja mehanizma. Prihvatljivu točnost modela potvrđuje razmjerno niska relativna stacionarna pogreška procjene momenta od 14%. Točnost modela je najbolja u slučaju najveće relativne brzine. U tom se slučaju odzivi prema potpunom i pojednostavljenom modelu praktički poklapaju. Ovo vrijedi za oba razmatrana slučaja s obzirom na početni moment.

U slučaju male relativne brzine, simulacijski odzivi su manje prigušeni, pri čemu pojednostavljeni model čak pokazuje bolje vladanje. Slabije prigušenje posljedica je netočnosti opisa trenja igličastih ležaja aktuatorskog mehanizma (vidi odjeljak 7.3.2.5). Ova netočnost može biti posljedica netočnosti brzine kućišta diferencijala ili modela trenja. Iz istog razloga u simulacijskim odzivima postoji propad u stacionarnom dijelu odziva pri brzinama 0.5 i 1 min^{-1} i najvećoj referenci momenta (12 A). Navedeni propad posljedica je odvajanja spojke nakon faze blokiranog stanja, pri čemu brzina kućišta diferencijala naglo naraste, te djelovanjem sila trenja ležaja povuče ulazni disk mehanizma zbog čega se smanji normalna sila. U eksperimentu ovo očito nije tako. Točniji opis ovog učinka zahtjevao bi detaljnije modeliranje. Međutim, treba napomenuti kako male brzine kućišta diferencijala nisu od praktične važnosti, jer se u vozilu kućište diferencijala vrti brzinom koja je određena brzinom gibanja vozila i iznosi najmanje 200 min^{-1} pri minimalnoj brzini vozila od 20 km/h.

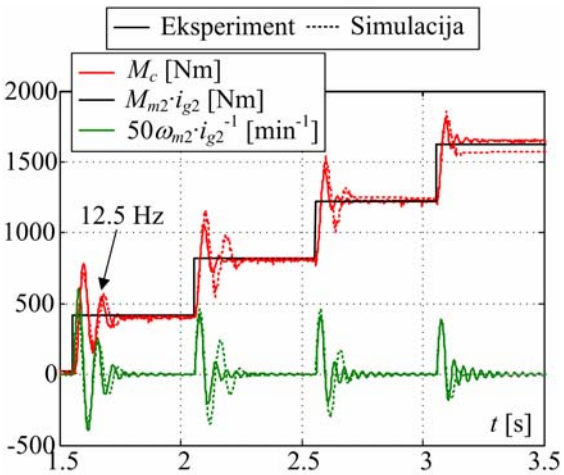


Slika 8-28. Rezultati provjere modela za slučaj konfiguracije postava aktivnog diferencijala za slučaj skokovite promjene struje armature aktuatora iznosa 2, 7 ili 12 A: a) uz početni momenta jednak nuli i konstantnu relativnu brzinu b) uz početni moment koji nije jednak nuli i konstantnu relativnu brzinu i c) u početni moment jednak nuli i sinusnu promjenu relativne brzine

Usporedni prikaz rezultata provjere modela na slici 8-28 pokazuje kako se mrtvo vrijeme mijenja s referencom struje armature. Veća referenca struje rezultira bržim prolaskom kroz zračnost i kraćim mrtvim vremenom. Za zračnost spojke od 230 μm, koliko iznosi u danim primjerima, mrtvo vrijeme iznosi 100 ms za najveću referencu struje (koja odgovara 100% maksimalnog momenta) i 360 ms za najmanju referencu (koja odgovara 7% maksimalnog momenta). Mrtvo vrijeme nije izravno proporcionalno referenci struje zbog ograničenja napona baterije, tj. ograničenja brzine vrtnje motora. Stoga je ono gotovo jednako za slučaj srednje (60%) i maksimalne referentne vrijednosti struje.

Slika 8-28c prikazuje rezultate validacije modela za slučaj sinusne promjene brzine vrtnje pogonskog motora. Može se primijetiti kako i u ovom slučaju simulacijski odziv modela vrlo dobro prati eksperimentalni odziv.

Zadnji rezultat provjere modela odnosi se na vibracijski eksperiment torzijskog sustava spojke (slika 8-29). Rezultati prikazuju odziv momenta izlaznog vratila i brzine pogonskog motora u slučaju zakočene (blokirane) spojke i skokovite promjene momenta pogonskog motora. Odziv je karakteriziran oscilatornim ponašanjem s frekvencijom od 12.5 Hz, pri čemu prigušenje odziva raste s porastom momenta motora. Model dobro prati eksperimentalni odziv. Povećanje prigušenja posljedica je trenja u hipoidnom ozubljenju redukcije diferencijala i ležajima ulaznog vratila deiferencijala, koje se povećava s porastom



Slika 8-29. Rezultati provjere dinamike razvijanja momenta za slučaj skokovite promjene momenta pogonskog motora i zakočene spojke.

momenta. Ovi rezultati ukazuju na točnost modeliranja elemenata trenja sustava razvijanja momenta spojke.

8.3 Kratki zaključak

U ovom su poglavlju dani rezultati identifikacije (parametrizacije), provjere valjanosti modela i analize dinamičkog ponašanja spojke. Model ima fizikalnu strukturu i gotovo sve parametre je moguće odrediti metodama eksperimentalne identifikacije. Osnovni zaključci identifikacije su sljedeći. Dominantna elastičnost sustava odnosi se na aksijalnu elastičnost kuglica na rampi, pri čemu promjena pozicije motora za slučaj maksimalne normalne sile iznosi približno dva puna okreta. Identifikacija otpora istiskivanja ulja pokazala je kako su ovi otpori zanemarivi u odnosu na ostale otpore mehanizma. Utvrđeno je kako se otpori istiskivanja u tom slučaju mogu uzeti u obzir putem ekvivalentne konstante prigušenja konstantnog iznosa, koji odgovara srednjoj vrijednosti konstante prigušenja tijekom procesa istiskivanja ulja. Provedena je detaljna identifikacija faktora trenja za široko područje radnih parametara. Razmatrani parametri se odnose na normalnu silu, temperaturu spojke i relativnu brzinu. Rezultati su pokazali kako se faktor trenja značajno mijenja s promjenom radnih parametara u rasponu od 0.06 do 0.12, što ukazuje na uvjete graničnog podmazivanja. Gradijent karakteristike faktora trenja u odnosu na relativnu brzinu uvijek je pozitivan za slučaj temperature veće od 80°C. Pri nižim temperaturama, gradijent postaje negativan pri relativnim brzinama većim od 25 min^{-1}. Faktor trenja se smanjuje s porastom normalne sile u iznosu od 10-15 % za razmatrano radno područje parametara. Efektivni koeficijent prijelaza topline identificiran je nizom eksperimenta koji uključuju stacionarni dio i dinamičku promjenu radnih parametara (normalna sila i relativna brzina). Utvrđeno je kako se statička vrijednost mijenja značajno u iznosu od 0.034 do 7 W/K i može se opisati funkcijom regresije koja uključuje linearnu kombinaciju radnih parametara relativne brzine, momenta spojke i razvijene toplinske snage. Pri dinamičkoj promjeni radnih parametara efektivni koeficijent prijelaza pokazuje dinamičko vladanje koje se sastoji od mrtvog vremena i dinamike člana prvog reda.

Valjanost razvijenog modela (s parametrima određenim identifikacijom) i analiza odziva provedena je u odnosu na karakteristične eksperimentalne odzive aktiviranja i deaktiviranja spojke. Točnost modeliranja je vrlo dobra bez obzira na konfiguraciju modela (konfiguracija ispitnog sustava aktivnog diferencijala ili eksperimentalnog postava uljne spojke) i načina aktiviranja spojke (u krugu regulacije struje ili pozicije motora aktuatora). Relativna pogreška momenta iznosi do 14%. Model s pojednostavljenom dinamikom razvijanja momenta (efektivna elastičnost sustava uključena u elastičnost asperitnog kontakta modela trenja reset-integratora s predloženom modifikacijom) daje gotovo jednake odzive momenta. U nekim slučajevima pojednostavljeni model daje bolje odzive, što ukazuje na visoku osjetljivost odziva modela s obzirom na trenje ležaja mehanizma. Kod aktiviranja spojke u krugu regulacije struje karakteristika promjene normalne sile u funkciji struje armature pokazuje izrazitu histerezu (posljedica trenja kotrljanja kuglica na rampi). U slučaju aktiviranja u krugu regulacije pozicije motora aktuatora, navedena karakteristika ne pokazuje histerezno ponašanje (regulacija pozicije djeluje kao kompenzator učinaka trenja).

Dinamički odziv momenta spojke tijekom aktiviranja u krugu struje motora karakterizirana je a) mrtvim vremenom (posljedica zračnosti sustava i dinamike aktuatorskog sustava, mijenja se nelinearno s referencom momenta/struje akturatora u rasponu od 100 do 360 ms) i b) brzim dinamički odzivom člana drugog reda (veliko nadvišenje + dobro prigušenje) pri velikim relativnim brzinama spojke, koji prati dinamiku razvijanja normalne sile (posljedica dinamike aktuatora, elastičnosti i trenja aktuatorskog sustava) odnosno sporim dinamičkim odzivom prvog reda pri malim brzinama klizanja (posljedica sporog razvijanja momenta sustava razvijanja momenta zbog male brzine klizanja spojke i odgovarajuće elastičnosti sustava. Odziv momenta kod pasivnog deaktiviranja spojke (postavljanjem reference struje na nulu) neovisan je o početnom momentu spojke (iznosi 130 ms) i određen je primarno karakteristikom povratne opruge.

9 Regulacija uljne lamelne spojke

U ovom se poglavlju predlaže koncept upravljanja momentom spojke, koji je temeljen na regulaciji pozicije motora aktuatora. Koncept je motiviran rezultatima analize iz prethodnog poglavlja, koji pokazuju kako postoji jednoznačan odnos između normalne sile spojke i pozicije motora aktuatora.

9.1 Motivacija

Bez obzira na područje primjene spojke potrebno je osigurati točno upravljanje momentom spojke. Budući da trenutno nema mogućnosti za financijski isplativi način mjerenja momenta spojki u serijski proizvedenim vozilima, momentom spojke M_c upravlja se posredno putem upravljanja normalnom silom spojke F_n (usporedi uzraz C-1):

$$M_c = F_n \cdot \mu(\omega_s, F_n, T_c, W) \cdot r_e \cdot N_f \ ,$$

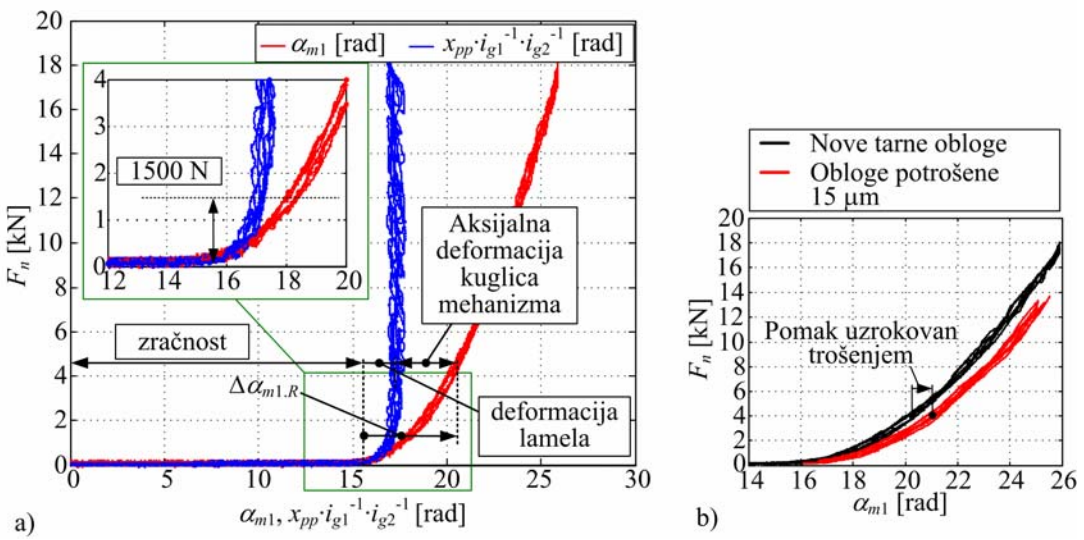
gdje je W dodatni parametar, koji označava stupanj trošenja lamela spojke. U realnim uvjetima na vozilu relativna brzina ω_s se može rekonstruirati iz mjerenih brzina ulaznog i izlaznih vratila, temperatura spojke T_c se procjenjuje temeljem dinamičkog modela (vidi potpoglavlje 7.5), dok se stupanj trošenja W također može procijeniti modelima koji se temelje na ukupnom unosu disipirane energije.

Prema rezultatima analize dinamičkih odziva razmatranog aktuatora ustanovljeno je kako se upravljanje normalnom silom spojke ne može na jednostavni način temeljiti na regulaciji struje, tj. upravljanju momentom motora aktuatora. Razlog tomu je postojanje izražene mehaničke histereze (slika 8-26), koja je posljedice trenja mehanizma s kuglicama na rampi i izravno ovisi o normalnoj sili spojke. Evidentno je kako točno upravljanje normalnom

silom zahtjeva neki oblik kompenzacije učinaka trenja (vidi npr. [1],[111]). Jedna od metoda koja može poboljšati ponašanje sustava je primjena oscilirajućeg signala napona (dither) pridodanog na referentni signal napona regulacijskog (ili upravljačkog) kruga struje [38]. Ova metoda kompenzacije trenja dosta je korištena u industrijskim primjenama prije svega zbog jednostavnosti i robusnosti. Na ovaj se način u određenoj mjeri može riješiti problem mehaničke histereze, no ne rješava se potencijalni problem promjenljive dinamike razvijanja normalne sile s obzirom na referencu struje motora (potpoglavlje 8.2.2). Ovaj se problem teorijski može riješiti metodama optimiranja upravljačkog signala struje ili napona temeljem razvijenog modela i eksperimentalnom kalibracijom, što može biti dosta zahtjevno sa stanovišta vremenskih resursa. Nadalje, zbog utjecaja temperature motora na njegove parametre (vidi potpoglavlje 8.1.1) ovaj bi pristup dodatno zahtjevao informaciju o temperaturi armature za potrebe podešavanja napona armature kako bi se osigurao referentni iznos momenta motora, što iziskuje dodatne kalibracijske napore [90].

Rezultati identifikacije sustava (potpoglavlje 8.1) ukazali su na mogućnost poboljšanja upravljanja normalnom silom temeljem regulacije pozicije motora i eksperimentalno utvrđenoj karakteristici između normalne sile i pozicije motora, koja ne uključuje histerezu (slika 9-1a – plava linija). Pritom se uzimaju u obzir sljedeće pretpostavke.

Pretpostavka 1. Dio karakteristike koji se odnosi na deformaciju mehanizma ne mijenja se tijekom rada i trošenja obloga lamela spojke.
Komentar. Karakteristika je primarno posljedica aksijalne deformacije mehanizma s kuglicama na rampi i ne očekuju se znatna promjena ove elastičnosti tijekom rada (vidi sliku 9-1a). Treba napomenuti kako se rezultati prikazani na slici 9-1a odnose na eksperimente snimljene za razne relativne brzine spojke (0.5 – 100 min^{-1}), što pokazuje kako niti ovaj parametar ne utječe na karakteristiku. Moguće je očekivati određena odstupanja tijekom proizvodnje, ali analiza takvih uvjeta prelazi okvire ovog rada. Prema rezultatima prikazanim na slici 9-1a evidentno je kako deformacija lamela spojke ima mali udio u ukupnoj karakteristici. Pritom su lamele gotovo potpuno deformirane (75%) već pri normalnoj sili od 1500 N (4% maksimalne sile). Zbog toga se ne očekuje utjecaj trošenja obloga lamela na silama većim od navedenog iznosa. Utjecaj trošenja provjeren je



Slika 9-1. Karakteristika normalne sile spojke u funkciji pozicije motora aktuatora i pozicije potisne ploče svedene na pomak motora a) i utjecaja trošenja lamela spojke na karakteristiku b).

eksperimentalno. Slika 9-1b prikazuje utjecaj trošenja na primjeru novih lamela spojke i lamela u stanju nakon niza eksperimenata pri čemu je nastupilo trošenje u iznosu od 15μm (2.5% od ukupna debljine obloga jedne lamele koja iznosi 550 μm). Može se uočiti kako trošenje lamela uzrokuje pomak karakteristike u smjeru pozicije motora kao posljedica povećanja zračnosti lamela. Međutim, oblik karakteristike je nepromijenjen, što znači da trošenje ne bi trebalo imati bitniji utjecaj pod uvjetima da se kompenzira (povećana) zračnost.

Pretpostavka 2. Zračnost mehanizma (lamela spojke) može se odrediti u realnom vremenu kao dio samopodešavajućeg algoritma (potpoglavlje 9.4).

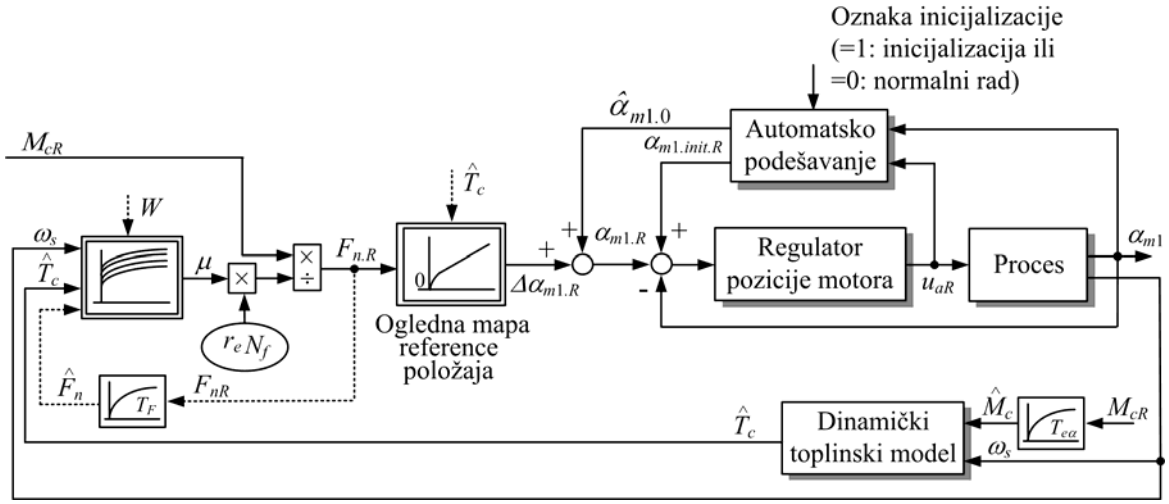
Pretpostavka 3. Predloženi pristup regulacije spojke moguće je primijeniti bez dodatnih izmjena na aktuatorskom sustavu, što se prije svega odnosi na kvalitetu mjerenja pozicije aktuatora.

Komentar. Ukupni kutni pomak motora za promjenu normalne sile od 0 do približno maksimalnog iznosa od 28 kN (slika 8-7, usporedi također sliku 9-1a) iznosi približno 2 puna okreta motora. Takve kutne pomake moguće je mjeriti bez primjene izrazito preciznih inkrementalnih davača. Na aktuatoru postoji ugrađen Hall-ov davač pozicije s rezolucijom

barem 50 impulsa po okretu. Kako je vremenska konstanta armature mala (2 ms, potpoglavlje 8.1.1), moguće je primijeniti izravnu regulaciju pozicije (nema potrebe za kaskadnom strukturom) [99], koja ne zahtjeva mjerenje struje armature (nije dostupno u standardnom sustavu).

9.2 Struktura sustava regulacije

Slika 9-2 prikazuje blokovski dijagram koncepta regulacije spojke. Momentom spojke upravlja se posredno putem regulacije pozicije motora aktuatora. Iz vrijednosti referentnog momenta spojke M_{cR}, procijenjene trenutne vrijednosti faktora trenja μ, poznatog efektivnog polumjera lamela spojke r_e i broja aktivnih tarnih obloga N_f izračunava se referentni iznos normalne sile F_{nR}. Trenutna vrijednost faktora trenja μ procjenjuje se korištenjem odgovarajuće funkcije regresije ili ogledne mape temeljem informacija o mjerenoj brzini klizanja ω_s i procijenjenoj temperaturi spojke $\hat{T}_c$. Opcijski se može koristiti i informacija o procijenjenoj vrijednosti normalne sile $\hat{F}_n$ i stanju istrošenosti W. Procijenjena vrijednost normalne sile odnosi se na referentnu vrijednost F_{nR}, filtriranu niskofrekventnim filtrom vremenske konstante T_F, kako bi se izbjegla algebarska petlja (slika 9-2). Temperatura spojke procjenjuje se korištenjem razvijenog punog ili pojednostavljenog toplinskog dinamičkog modela (potpoglavlje 7.5).



Slika 9-2. Blokovski dijagram koncepta regulacije spojke.

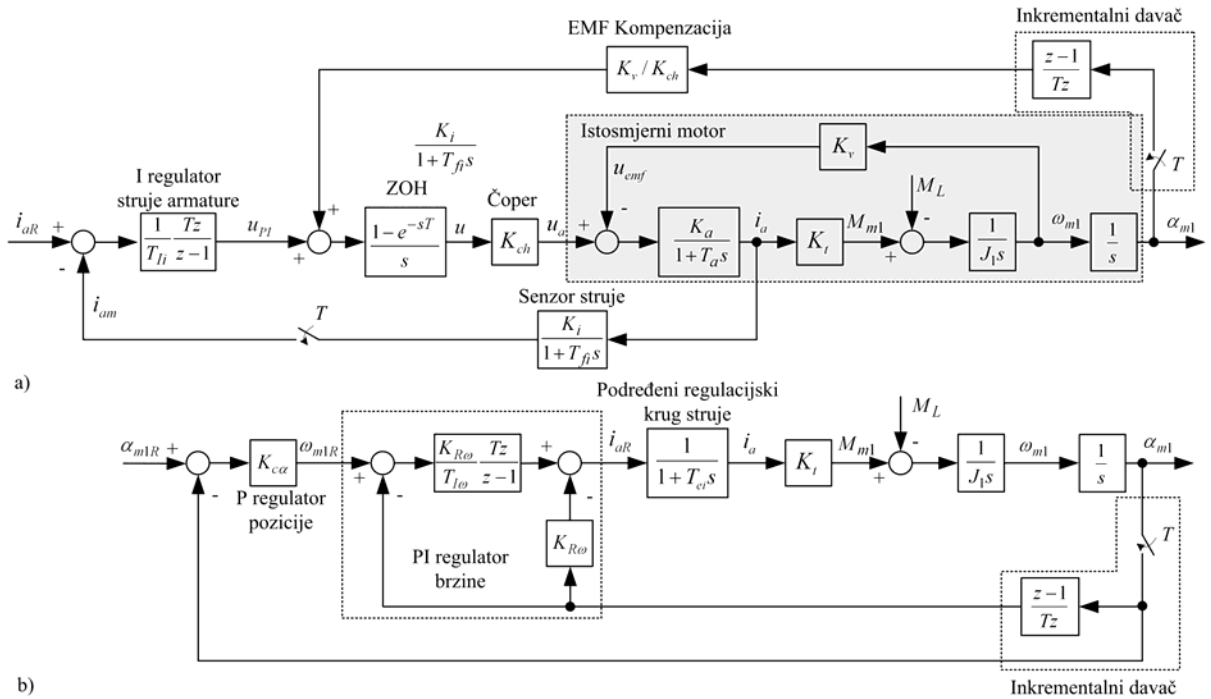
Referentna vrijednost normalne sile F_{nR} uvodi se u oglednu mapu reference položaja, koja odgovara inverznoj statičkoj karakteristici sustava sa slike 9-1a, bez uključene zračnosti. Relativna pozicija motora uvećava se za vrijednost zračnosti sustava $\hat{\alpha}_{m1.0}$, koja se određuje putem predloženog sustava samopodešenja, koji se izvodi promjerice prilikom svakog pokretanja i zaustavljanja motora vozila. Na taj se način dobiva referenca apsolutne pozicije motora. $\alpha_{m1R} = \Delta\alpha_{m1.R} + \hat{\alpha}_{m1.0}$, koja se uvodi se u regulator pozicije motora. Regulator pozicije motora može se realizirati u obliku kaskadne strukture što je primijenjeno u ovom radu ili putem kompaktnog PID regulatora pozicije, koji ne zahtjeva senzor mjerenja struje armature (vidi [28]). Referentna vrijednost pozicije sustava samopodešenja $\alpha_{m1.init.R}$ zadaje se dok je aktivan sustav samopodešanja (oznaka inicijalizacije = 1). U normalnom radu (oznaka inicijalizacije = 0) referentna vrijednost pozicije postavlja se na nulu.

9.3 Sinteza regulacijskog kruga pozicije motora

Regulacijski krug pozicije motora realizira se kroz kaskadnu strukturu (slika 9-3, [116]), koja se sastoji od I regulatora struje, PI regulatora brzine i P regulatora pozicije. Integralni regulator struje koristi se umjesto tradicionalnog PI regulatora, jer razmatrani istosmjerni motor male snage ima vrlo malu vrijednost vremenske konstante armature (T_a = 2 ms).

Sustav regulacije implementiran je u digitalnom obliku s vremenom uzorkovanja T = 2 ms kako je prikazano na slici 9-3. Sinteza parametara regulatora provodi se u nadomjesnom vremenski-kontinuiranom području primjenom metodom optimuma dvostrukog odnosa.

I regulator struje. Sinteza regulatora pojednostavljuje se uvođenjem parazitske vremenske konstante otvorenog regulacijskog kruga T_Σ koja uključuje vremensku konstantu armature T_a i filtriranja struje T_{fi}, te kašnjenje uslijed uzorkovanja i ekstrapolacije 0. reda (engl. *Zero-Order-Hold,* ZOH) ukupnog iznosa $T/2$. Parazitska vremenska konstanta prema tome iznosi $T_\Sigma = T_a + T_{fi} + T/2$. Dinamika elektromotorne sile u_{emf} izravno se kompenzira kao mjerljivi poremećaj uz korištenje unaprijednog kompenzatora temeljenog na mjerenju brzine vrtnje motora ω_{m1} (slika 9-3a). Prijenosna funkcija zatvorenog kruga regulacije struje glasi:



Slika 9-3. Blokovski dijagram kaskadne strukture regulacije pogona s istosmjernim motorom: a) podređeni krug regulacije struje i b) nadređeni krugovi regulacije brzine i pozicije.

$$G_{ci}(s)=\frac{i_a(s)}{i_{aR}(s)}=\frac{1}{\frac{T_{Ii}T_{\Sigma i}}{K_a}s^2+\frac{T_{Ii}}{K_a}s+1}\,, \tag{9-1}$$

Izjednačavanjem karakterističnog polinoma prijenosne funkcije (9-1) s karakterističnim polinomom kriterija optimuma dvostrukog odnosa 2. reda (izraz (6-4)) slijede izrazi za integralnu konstantu regulatora T_{Ii} i nadomjesnu vremensku konstantu zatvorenog regulacijskog kruga struje T_{ei}:

$$T_{Ii}=K_aT_{ei}\ ,\ \ T_{ei}=\frac{T_{\Sigma i}}{D_{2i}}=\frac{T_a+T_{fi}+T/s}{D_{2i}}\ . \tag{9-2}$$

Optimalni iznos karakterističnog odnosa iznosi D_{2i} = 0.5 (poglavlje 6).

PI regulator brzine vrtnje. Koristi se modificirani oblik PI regulatora s proporcionalnim pojačanjem u povratnoj petlji brzine (slika 9-3b), kako bi se izbjeglo veliko nadvišenje odziva regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na referencu [111]. Kašnjenje rekonstrukcije brzine temeljem signala inkrementalnog davača (vremensko diferenciranje) i

dinamike podređenog regulacijskog kruga struje opisuje se nadomjesnom vremenskom konstantom otvorenog regulacijskog kruga $T_{\Sigma\omega} = T/2 + T_{ei}$. Prijenosna funkcija zatvorenog kruga poprima oblik:

$$G_{c\omega}(s) = \frac{\omega_{m1}(s)}{\omega_{m1R}(s)} = \frac{1}{\frac{T_{I\omega}T_{\Sigma\omega}J_1}{K_{R\omega}K_t}s^3 + \frac{T_{I\omega}J_1}{K_{R\omega}K_t}s^2 + T_{I\omega} + 1}, \tag{9-3}$$

Korištenjem već opisanog optimuma dvostrukog odnosa (usporedi (6-4)) dobivaju se sljedeći konačni izrazi za parametre regulacijskog kruga brzine vrtnje $K_{R\omega}$ i $T_{I\omega}$ i nadomjesna vremenska konstanta regulacijskog kruga brzine $T_{e\omega}$:

$$T_{I\omega} = T_{e\omega}\ ,\ \ K_{R\omega} = \frac{J_1}{K_t D_{2\omega} T_{e\omega}}\ ,\ \ T_{e\omega} = \frac{T_{\Sigma\omega}}{D_{2\omega} D_{3\omega}}\ . \tag{9-4}$$

Optimalni iznos karakterističnih odnosa iznose $D_{2\omega} = D_{3\omega} = 0.5$ (poglavlje 6, [111]).

P regulator pozicije. P regulator zadovoljava, jer je proces integralnog tipa s kompenziranim utjecajima poremećajnih veličina unutar podređenog regulacijskog kruga brzine vrtnje. Aproksimacijom dinamike regulacijskog kruga brzine vrtnje nadomjesnim PT1 članom s vremenskom konstantom $T_{e\omega}$ i korištenjem blokovskog dijagrama na slici 9-3b slijedi prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga pozicije:

$$G_{c\alpha}(s) = \frac{\alpha_{m1}(s)}{\alpha_{m1R}(s)} = \frac{1}{\frac{T_{e\omega}}{K_{R\alpha}}s^2 + \frac{1}{K_{R\alpha}}s + 1}, \tag{9-5}$$

Na isti način kako je opisano za regulacijski krug struje i brine vrtnje, korištenjem optimuma dvostrukog odnosa, dobivaju se sljedeći konačni izrazi za pojačanje regulatora $K_{R\alpha}$ i nadomjesnu vremensku konstantu regulacijskog kruga pozicije $T_{e\alpha}$:

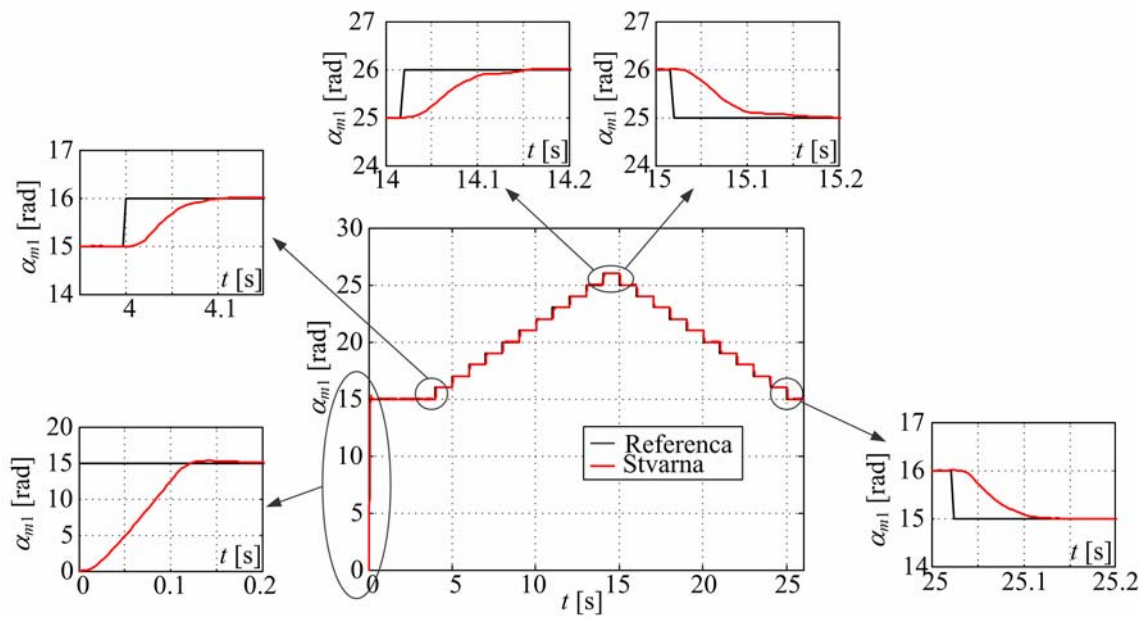
$$K_{R\alpha} = \frac{1}{T_{e\alpha}}\ ,\ \ T_{e\alpha} = \frac{T_{e\omega}}{D_{2\alpha}}\ . \tag{9-6}$$

Karakteristični odnos postavlja se na iznos $D_{2\alpha} = 0.4$ s ciljem postizanja aperiodskog odziva [111]. Za parametre procesa (dodatak D) nadomjesna vremenska konstanta regulacijskog kruga pozicije iznosi $T_{e\alpha} = 70$ ms.

Slika 9-4 prikazuje eksperimentalni odziv regulacijskog kruga pozicije za slučaju režima velikih i malih signala. Odziv je aperiodski s vremenom smirivanja od 100 ms, što je moguće dodatno ubrzati (npr. za 30%) dodavanjem DT1 (engl. *lead-lag*) kompenzatora u granu reference pozicije. Odziv postaje nešto sporiji u režimu malih signala za slučaj velikih početnih pozicija kao posljedica povećanog trenja sustava kod većih normalnih sila spojke. Unatoč tomu vrijeme porasta je unutar 100 ms, pa prema tome nema izražene potrebe za uvođenjem kompenzatora trenja.

9.4 Algoritam samopodešavanja regulatora

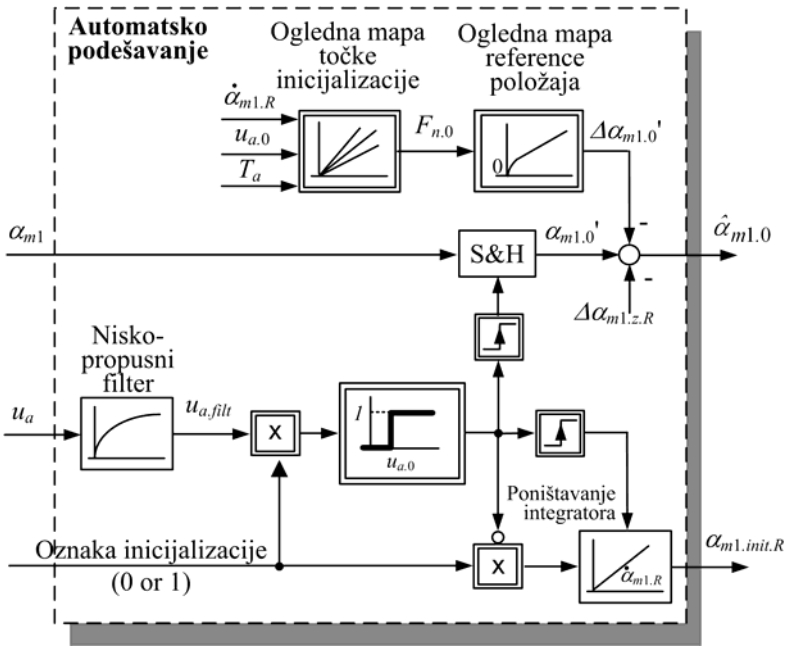
Samopodešavanje regulatora odnosi se na procjenu zračnosti lamela $\hat{\alpha}_{m1.0}$ i podešenje odgovarajućeg parametra regulatora (slika 9-2), a može se primjerice provesti kod svakog pokretanja i zaustavljanja motora vozila. Koncept procjene zračnosti uključuje kontrolirano aktiviranje spojke i odgovarajuću logiku praćenja varijabli stanja sustava. Jedina informacija koja se pritom koristi je napon armature motora, koji općenito ovisi o otporima motora i potisne ploče (vidi potpoglavlje 7.3), brzini vrtnje motora i temperaturi armature (vidi potpoglavlje 8.1.5). Razmatra se slučaj aktiviranja s konstantnom brzinom motora, kod



Slika 9-4. Eksperimentalni odziv regulacijskog kruga pozicije motora aktuatora.

kojeg je pad napona uslijed povratne elektromotorne sile jednak tijekom cijelog eksperimenta. Napon armature počinje se značajnije mijenjati nakon početka deformacije lamela. Međutim, informacija o naponu armature u ovom trenutak nije sasvim pogodna za procjenu zračnost, jer se armature počinje vrlo blago mijenjati u trenutku doticanja lamela (vidi sliku 9-6) zbog izražene nelinearne karakteristike deformacije lamela (slika 9-1a). Stoga se predlaže određivanje zračnosti temeljem referentne točke koja odgovara određenoj većoj normalnoj sili spojke (većem naponu) kako je prikazano blokovskim dijagramom na slici 9-5 i eksperimentalno ilustrirano na slici 9-6.

Kada se prema slici 9-5 oznaka inicijalizacije postavi na vrijednost 1, primjenjuje se nagibna promjena reference pozicije s nagibom $\dot{\alpha}_{m1.init.R}$ (tj. konstantna brzina vrtnje motora). Nagib reference bi trebao biti što veći kako bi se skratilo vrijeme trajanja inicijalizacije. Istovremeno se prati napon armature motora filtriran niskopropusnim filtrom prvog reda kako bi se uklonio šum mjerenja. Povećanje reference pozicije motora zaustavlja se u trenutku kada filtrirana vrijednost napona armature $u_{a.filt}$ prijeđe prag unaprijed definirane (konstantne) vrijednosti $u_{a.0}$. Pozicija motora u trenutku prelaska praga se zadržava u bloku



Slika 9-5. Blokovski dijagram sustava automatskog samopodešavanja.

uzorkovanja (engl. *Sample & Hold block,* S&H) kao vrijednost $\alpha_{m1.0}'$. Vrijednost praga napona armature $u_{a.0}$ odabire se tako da odgovara normalnoj sili $F_{n.0}$ većoj od 2000 N kada su lamele već gotovo potpuno deformirane (usporedi sliku 9-1a). Preporuča se uzeti područje koje odgovara silama većim od 6000 N (slika 9-6), jer je tada karakteristika postaje približno linearna s maksimalnim nagibom, što je pogodno za točnije određivanje referentne točke. Prag napona $u_{a.0}$, referentna normalna sila $F_{n.0}$, brzina vrtnje motora $\dot{\alpha}_{m1.init.R}$ i temperatura armature T_a izravno su povezane dinamikom sustava. Zbog općenitosti uvedena je ogledna mapa točke inicijalizacije koja povezuje ove varijable, a dobiva se prilično jednostavnom kalibracijom sustava temeljem rezultata eksperimentalne identifikacije sustava. Referentna sila $F_{n.0}$ (izlaz iz ogledne mape točke inicijalizacije, slika 9-5) uvodi se u uglednu mapu reference pozicije (usporedi sliku 9-1a) iz koje se dobiva relativna pozicija $\Delta\alpha_{m1.0}'$, koja odgovara vrijednosti pozicije motora potrebne za ostvarivanje normalne sile $F_{n.0}$ u slučaju bez zračnosti.

Apsolutna vrijednost početne pozicije motora koja se koristi za potrebe sustava regulacije normalne sile $\hat{\alpha}_{m1.0}$ i koja odgovara poziciji motora pri kojoj zračnost između lamela spojke ima minimalnu vrijednost određuje se prema izrazu:

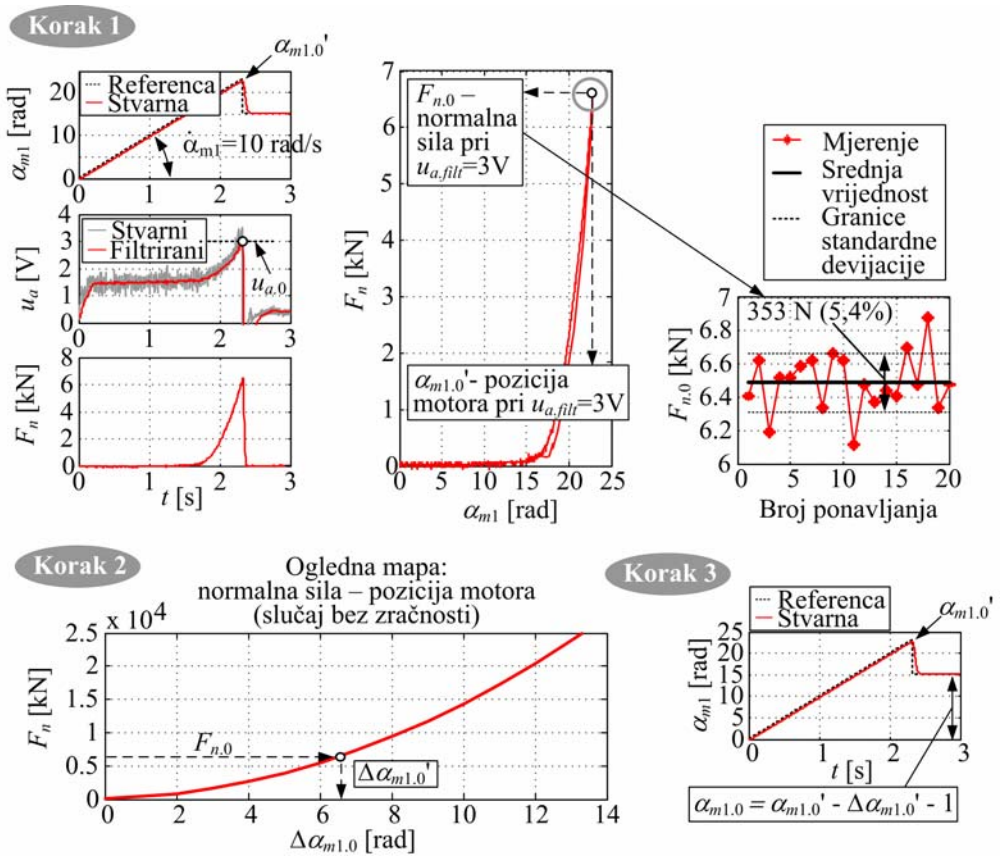
$$\hat{\alpha}_{m1.0} = \alpha'_{m1.0} - \Delta\alpha'_{m1.0} - \Delta\alpha_{m1.z.R} \ ,$$

gdje je $\alpha_{m1.0}'$ apsolutna pozicija motora koja odgovara normalnoj sili spojke $F_{n.0}$, $\Delta\alpha_{m1.0}'$ je relativna pozicija motora pri $F_{n.0}$ i $\Delta\alpha_{m1.z.R}$ je referentna vrijednost zračnosti svedena na poziciju motora aktuatora koja se uvodi kako bi se osigurala određena zračnost lamele u deaktiviranom stanju za pouzdano isključenje spojke i zanemarivi gubici viskoznim trenjem. Kako bi se smanjila potrošnja energije potrebna za držanje aktuatora u postavljenom početnom položaju, aktuator je opremljen dodatnom elektromagnetskom kočnicom.

Opisani postupak samopodešenja regulatora provjeren je eksperimentalnim putem. Rezultati su prikazani na slici 9-6 s obzirom na tri karakteristična koraka postupka. U prvom koraku primjenjuje se rampa referentne vrijednosti pozicije do trenutka prelaska podešenog praga napona $u_{a.0}$. Rampa referentne pozicije motora $\dot{\alpha}_{m1.init.R}$ odabrana je tako da se osigura

ukupno trajanje podešavanja u vremenu manjem od 2 s i iznosi $\dot{\alpha}_{m1.init.R}$ = 10 rad/s. Vrijednost praga napona postavljena je na iznos $u_{a.0}$=3 V (25% nazivnog napona), koji odgovara referentnom (okidnom) iznosu normalne sile od $F_{n.0}$ = 6500 Nm (slika 9-6, korak 1). Prema rezultatima 20 uzastopnih eksperimenata, utvrđeno je kako relativna standardna devijacija mjerene vrijednosti okidne normalne sile $F_{n.0}$ iznosi σ_r = ±2.7% (vidi desni gornji dijagram slike 9-6). Prema tome, može se očekivati relativna pogreška regulacije s 95% vjerojatnosti u iznosu od ±2σ_r = ±5.4%. Utjecaj temperaturnog namota motora i analiza s obzirom na odabir normalne sile i napona nije provedena i potencijalno može biti predmet nastavka istraživanja.

Nadalje, nakon prelaska praga napona slijedi korak 2, koji se odnosi na određivanje relativne pozicije motora $\Delta\alpha_{m1.0}$' iz ogledne mape reference pozicije na temelju poznate vrijednosti



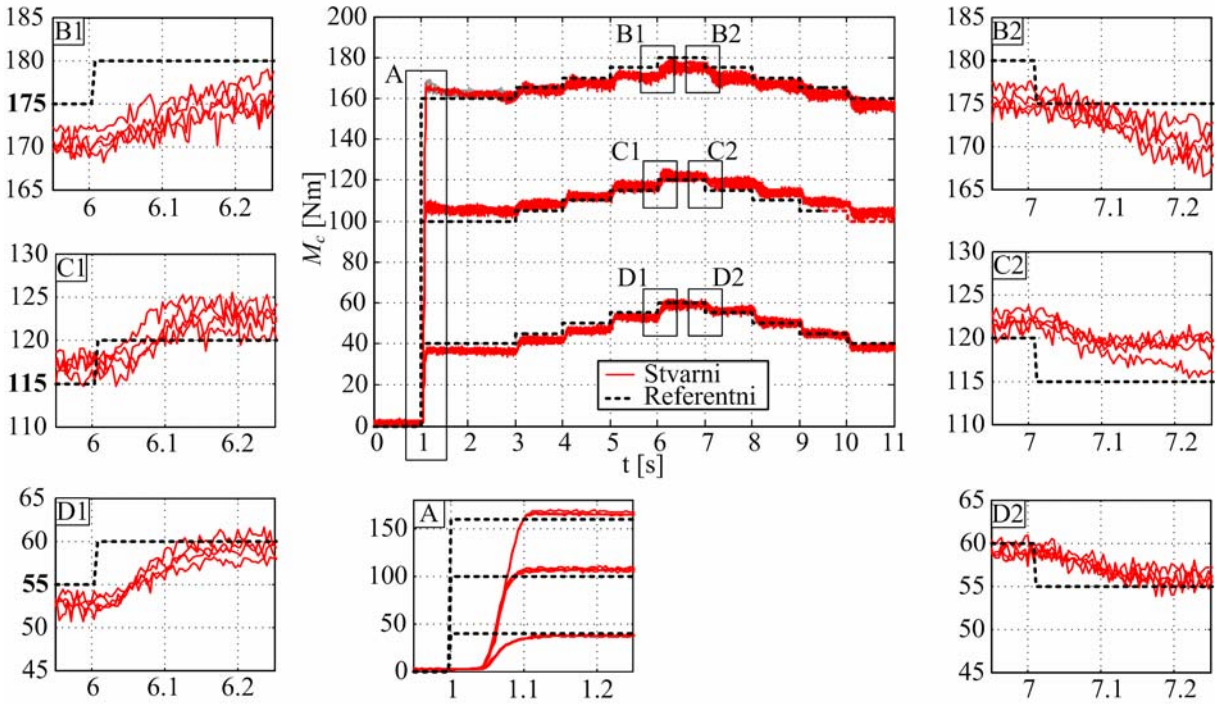
Slika 9-6. Experimentalni odziv sustava automatskog samopodešavanja.

okidne normalne sile $F_{n.0}$. U koraku 3 izračunava se konačna vrijednost početne pozicije motora. Odabrana pozicija motora koja se odnosi određenu vrijednost zračnosti otvorene (deaktivirane) spojke iznos $\Delta\alpha_{m1.z.R}$ = 1 rad, što odgovara zračnosti lamela od približno 20 μm.

9.5 Eksperimentalna provjera sustava regulacije spojke

Predloženi sustav regulacije (slika 9-2) provjeren je na eksperimentalnom postavu uljne spojke. Slika 9-7 prikazuje eksperimentalne odzive za: a) režim velikih signala (skokovitog referentnog momenta od 40, 100 i 160 Nm) i b) režim malih signala (skokovitog referentnog momenta od 5 Nm; 2% maksimalnog momenta) pri raznim iznosima početnih momenata: 40, 100 i 160 Nm kako bi se provjerio utjecaj trenja mehanizma (trenje mehanizma je veće pri većim momentima/normalnoj sili, potpoglavlje 7.3). Važno je napomenuti kako navedene vrijednosti momenta odgovaraju 10 puta većim iznosima za slučaj stvarne spojke diferencijala s kompletnim paketom lamela. Svaki eksperiment je ponovljen barem četiri puta. Prije svakog eksperimenta proveden je postupak automatskog samopodešavanja (potpoglavlje 9.4). Procjena faktora trenja za potrebe izračuna referentne normalne sile (slika 9-2) provodi se s obzirom na ulazne signale relativne brzine i temperature spojke, pri čemu se koristi mjereni signal temperature. Treći mogući ulazni signal normalna sila nije bila uključena u ovom dijelu istraživanja. Uzeti faktor trenja odnosio se na normalnu silu iznosa 18 kN, pri čemu su korištene mape faktora trenja iz potpoglavlja 8.1.5.

Za slučaj režima velikih signala (slika 9-7A), vrijeme porasta odziva momenta spojke iznosi približno 100 ms bez obzira na referentnu vrijednost momenta. Za režim malih signala (slike 9-7B-D) vrijeme porasta odziva povećava se s iznosom početnog momenta u rasponu od 100 ms do približno 150 ms (usporedi odziv pozicije motora na slici 9-4). Pritom je dulje vrijeme porasta karakteristično za slučaj smanjenja reference momenta (slike 9-7B2, 9-7C2, 9-7D2). Ovo je posljedica trenja mehanizma i može se učinkovito poboljšati primjenom kompenzatora trenja ([1],[111],[119]).

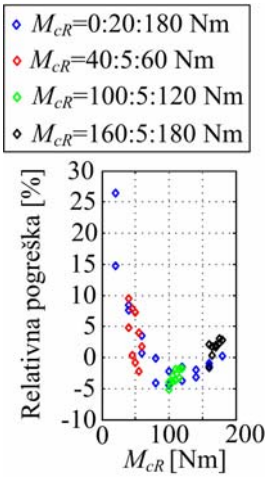


Slika 9-7. Rezultati eksperimentalne provjere regulacijskog sustava spojke pri relativnoj brzini od 10 min^{-1}: a) režim velikih signala i b) režim malih signala pri raznim iznosima početnih momenata.

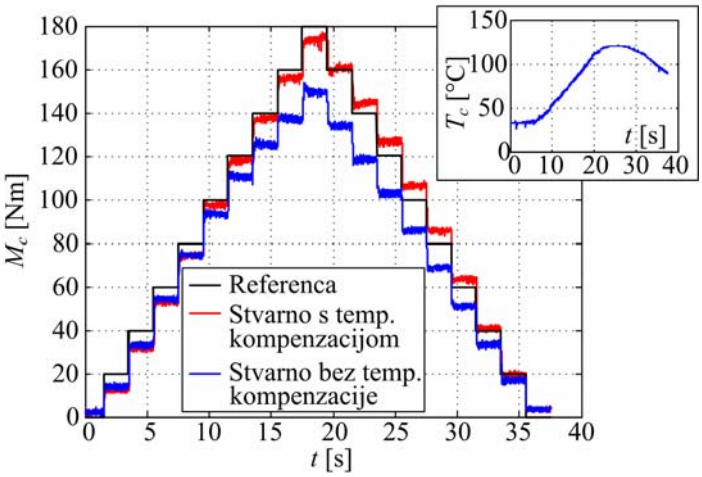
Slika 9-8 prikazuje rezultate analize pogrešaka sustava upravljanja momentom spojke. Analizirana je relativna pogreška stacionarne vrijednosti momenta $(M_{cR}-M_c)/M_{cR}\cdot 100$ %. Pogreška je manja od 5% u širokom opsegu referentnih vrijednosti momenta M_{cR}, što odgovara rasipanju postupka samopodešavanja regulatora (usporedi sliku 9-6). Veće vrijednosti (do približno 20%) mogu se, međutim, uočiti za slučaj malih referentnih vrtijednosti momenta (<10% maksimalnog momenta). Postoje pokazatelji kako je ova pogreška posljedica: a) netočnosti statičke karakteristike između normalne sile i pozicije motora u području malih iznosa normalne sile (slika 9-1) i b) postojanja relativno uske histereze karakteristike (slika 9-1), jer čak i vrlo uska histereza može značajno utjecati na točnost upravljanja u području malih iznosa momenta. Ovo su pretpostavke koje zahtjevaju dodatno istraživanje i mogu biti predmet nastavka istraživanja.

Slike 9-9 i 9-10 demonstriraju važnost kompenzacije faktora trenja u odnosu na temperaturu, odnosno relativnu brzinu spojke. U slučaju analize utjecaja temperature, faktor trenja u

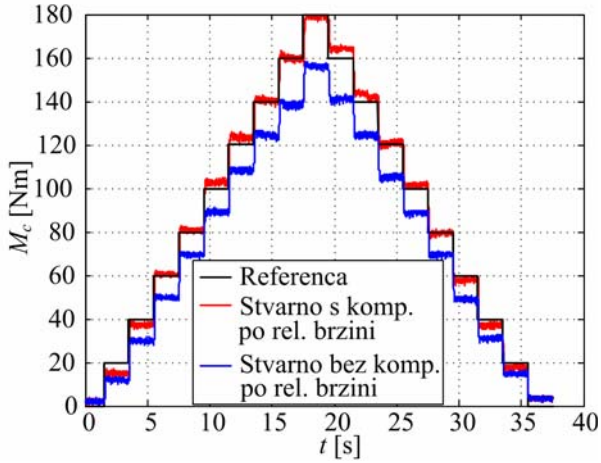
eksperimentima koji se odnose na slučaj bez kompenzacije utjecaja temperature bio je postavljen na vrijednost koja odgovara temperaturi od 40 °C. Temperatura spojke se u eksperimentu mijenjala u širokom opsegu od 30 – 120 °C. U slučaju analize utjecaja relativne brzine, eksperimenti bez kompenzacije odnose se na konstantan faktor trenja koji odgovara brzini od 10 min^{-1}. Odzivi na slikama 9-9 i 9-10 jasno pokazuju kako je kompenzacija faktora trenja nužna za ostvarivanje visoke razine točnosti sustava upravljanja momentom.



Slika 9-8. Rezultati analize pogreške sustava regulacije spojke.



Slika 9-9. Rezultati analize utjecaja kompenzacije faktora trenja s obzirom na temperaturu spojke (ω_s = 50 min^{-1}, bez kompenzacije $\mu = \mu(40°C)$; utjecaj temperature je kompenziran).



Slika 9-10. Rezultati analize utjecaja kompenzacije faktora trenja s obzirom na relativnu brzinu (ω_s = 1 min^{-1}, bez kompenzacije $\mu = \mu$(10 min^{-1})).

9.6 Kratki zaključak

U ovom je poglavlju predložen koncept sustava upravljanja momentom spojke temeljem regulacije pozicije istosmjernog motora aktuatora. Koncept se temelji na eksperimentalno utvrđenoj jednoznačnoj (nehistereznoj) ovisnosti između normalne sile spojke i pozicije motora aktuatora. Ova je karakteristika primarno posljedica deformacije mehanizma s kuglicama na rampi, za koju se ne očekuju znatne promjene tijekom životnog vijeka mehanizma. Parametar koji bi mogao utjecati na ovu karakteristiku je temperatura okoline (tj. ulja diferencijala) zbog toplinskog širenja komponenata. Ovaj utjecaj, međutim, nije obuhvaćena u ovom radu i trebao bi biti tema budućeg istraživanja. Deformacija lamela ima vrlo nelinearnu progresivnu karakteristiku i stoga pridonosi ukupnoj deformaciji samo do iznosa normalnih sila spojke od 1500 N (4% maksimalne sile). Prema tome, trošenje lamela ne bi trebalo imati osjetniji utjecaj na kvalitetu upravljanja normalnim silama većim od 1500 N. Zaista, eksperimentalno je utvrđeno je kako trošenje rezultira pomakom karakteristike u smjeru pozicije motora (povećanja zračnost), bez osjetnijeg utjecaja na samu karakteristiku deformacije.

Predloženi koncept upravljanja momentom spojke uključuje sustav regulacije pozicije motora, mape za izračun referentne pozicije motora i algoritam samopodešenja regulatora s obzirom na procjenjenu vrijednost zračnosti lamela. Sustav regulacije pozicije

implementiran je u obliku kaskadne strukture, dok bi u primjeni poželjnija opcija, bez negativnog utjecaja na kvalitetu regulacije, bila kompaktni PID regulatora pozicije (nema potrebe za mjerenje struje armature motora). Vrijeme smirivanja odziva regulacijskog kruga pozicije iznosi 100 ms s mogućnošću daljnjeg smanjivanja primjenom pretkompenzatora regulatora u grani reference pozicije. Referenca pozicije motora izračunava se iz referentne vrijednosti momenta spojke, procijenjenog faktora trenja u funkciji mjerene relativne brzine spojke i procijenjene temperature tarnog kontakta, te konstrukcijskih značajki spojke. Sustav automatskog samopodešenja razvijen je s ciljem određivanja zračnosti lamela pri svakom pokretanju i zaustavljanju motora vozila. Osnovna prednost predloženog koncepta upravljanja momentom spojke uključuje visoku razinu neosjetljivosti na trenje mehanizma i promjene parametara motora aktuatora, te brzi odziv momenta bez obzira na referentnu vrijednost momenta spojke.

Predloženi koncept upravljanja momentom spojke provjeren je korištenjem eksperimentalnog postava uljne spojke. Vrijeme prirasta odziva momenta manje je od 100 ms za slučaj režima srednjih i velikih signala. Za slučaj režima malih signala, vrijeme prirasta se povećava s povećanjem vrijednosti početnog momenta u rasponu od 100 to 150 ms, što bi se moglo izbjeći primjenom kompenzatora trenja. Stacionarna relativna pogreška upravljanja manja je od 5% u širokom rasponu referenci momenta spojke. Za slučaj malih apsolutnih vrijednosti referenci momenta (manjih od 10% maksimalnog momenta), pogreške mogu biti do 20% s naznakama da se ove pogreška mogu smanjiti točnijim definiranjem (identifikacijom) karakteristike između normalne sile i pozicije motora u ″kritičnom″području području malih normalnih sila. Navedeno vrijedi za slučaj kada procjena faktora trenja uključuje utjecaj temperature odnosno relativne brzine spojke. U protivnom pogreške značajno rastu, što ukazuje na izraziti značaj točne procjene faktora trenja spojke.

Prikazani rezultati potvrđuju provedivost predloženog koncepta upravljanja. Međutim, daljnje istraživanje trebalo bi obuhvatiti a) analizu utjecaja normalne sile, temperature i relativne brzine spojke, b) analizu utjecaja odstupanja u proizvodnji komponenti diferencijala, c) analizu utjecaja uvjeta okoline, ponajprije temperature ulja u kućištu

diferencijala, na karakteristiku normalne sile u funkciji pozicije motora i rad sustava samopodešenja i d) provjeru koncepta upravljanja na punoj spojci aktivnog diferencijala.

10 Zaključak

U ovom se radu razmatra matematičko modeliranje dvaju karakterističnih elementa pogona vozila s izraženim učincima trenja. Prvi element odnosi se na automobilsku gumu u kontaktu s ledenom podlogom. Drugi element jest uljna lamelna spojka aktivnog diferencijala s elektromehaničkim aktuatorskim sustavom. Modeli su razvijeni s ciljem objašnjenja dinamičkog ponašanja ovih elemenata i istraživanja unaprjeđenja sustava njihove regulacije. Kod autogume cilj je osigurati maksimalnu silu trenja između autogume i podloge prilikom vožnje, ubrzanja ili kočenja vozila. U slučaju spojke cilj je osigurati točno i predvidljivo upravljanje momentom spojke, što zahtjeva postojanje dobrog uvida u dinamičke učinke trenja spojke i njenog aktuatorskog sustava. Sa stanovišta matematičkog modeliranja učinaka trenja navedeni elementi predstavljaju karakteristične slučajeve kod vozila. Autoguma zbog kinematike kotrljanja kotača predstavlja prostorno raspodijeljeni problem, dok se kod uljne spojke radi o prostorno koncentriranim tarnim kontaktima s izraženim toplinskim i hidrodinamičkim učincima te velikom broju elemenata s trenjem aktuatorskog sustava. Rezultati i metodologija primijenjena u ovom istraživanju primjenjiva je na druge elemente vozila poput suhih spojki, kočnica, sustava skretanja, kotača pružnih vozila, te općenito na razne mehatroničke sustave.

U radu su detaljno razmotreni **učinci trenja**, njihova fizikalna podloga i **načini modeliranja**. Statički modeli (npr. klasični model ili Karnoppov model) opisuju trenje u stacionarnim uvjetima brzine klizanja. U području brzine nula klasični model opisuje trenje ne sasvim konzistentnom i numerički zahtjevnom strmom karakteristikom, dok Karnoppov model uvodi primijenjenu silu kao dodatnu ulaznu varijablu i na taj način točno opisuje držanje. Najčešće korišteni dinamički modeli su Dahlov, LuGre (poopćeni Dahlov) i reset-integrator model. LuGre i Dahlov model imaju prednost pred reset-integrator modelom zbog implicitno uključenog prijelaza iz faze držanja u fazu klizanja. Razmotreni su načini

modeliranja trenja autogume i detaljno je opisan vlaknasti model za uzdužni smjer gibanja gume temeljen na LuGre modelu trenja. Ovaj se model pokazao izrazito povoljnim za primjenu zbog svoje kompaktnosti, koja rezultira eksplicitnim analitičkim izrazima statičke karakteristike gume i koncentriranim opisom dinamike gume sa samo jednom usrednjenom varijablom stanja.

Dinamički potencijal trenja autogume istražen je putem niza testova u ledenoj dvorani, te testnoj stazi prekrivenoj snijegom u realnim uvjetima na otvorenom. Analiziran je utjecaj svih relevantnih radnih parametara, tj. brzine vozila, nagiba rampe primijenjene sile, početne sile gume i vremena mirovanja gume s podlogom. Analiza rezultata pokazala je kako je prosječno vrijeme mirovanja elemenata nagazne površine gume (vlakana) u kontaktnoj površini ključno za odziv sile trenja gume tijekom nagle promjene pogonskog momenta na podlozi prekrivenoj ledom. Prosječno vrijeme mirovanja vlakana predstavlja varijablu stanja, koja se mijenja s brzinom kotača i vozila, te duljinom kontaktne površine. Utvrđeno je kako vrijeme mirovanja utječe na potencijal trenja autogume. Ako guma miruje ili se slobodno kotrlja na podlozi prekrivenoj ledom, potencijal trenja autogume se povećava s porastom prosječnog vremena mirovanja vlakana. Ako guma prenosi vučnu i kočnu silu na podlogu, opisano vladanje vrijedi samo za vlakna koja su ušla u kontaktnu površinu prije trenutka početka prijenosa sile. Pri malim vrijednostima prosječnog vremena mirovanja vlakana (manjim od 0.1 sekunde), potencijal trenja autogume jednak je statičkom potencijalu trenja. S porastom prosječnog vremena mirovanja vlakana potencijal trenja se povećava trendom logaritamskog oblika i za vrijeme mirovanja od 2 s povećanje potencijala iznosi 50%. Porast potencijala je nešto veći pri nižim temperaturama okoline, odnosno nižim vrijednostima relativne vlažnosti zraka. Za velike vrijednosti vremena mirovanja (npr. $\geq$ 10 s), povećanje potencijala trenja može biti veće od 100%. Slično vladanje dinamičkog potencijala trenja nije uočeno na podlozi prekrivenoj snijegom.

Temeljem saznanja iz eksperimentalnog dijela istraživanja razvijen je **matematički model uzdužne dinamike trenja autogume** s ciljem opisivanja dinamike trenja autogume na ledenoj podlozi. Model se temelji na standardnom prostorno raspodijeljenom LuGre modelu trenja gume, koji je proširen analitičkim prostorno raspodijeljenim dinamičkim modelom

vremena mirovanja vlakana. Kako bi se točno opisalo vladanje dinamike vremena mirovanja vlakana, model uključuje logičku funkciju poništavanja vremena mirovanja, ovisnu o radnim uvjetima (mirovanje, slobodno kotrljanje ili vožnja). Valjanost razvijenog modela provjerena je u odnosu na eksperimentalno snimljene vremenske odzive i rezultate ovisnosti dinamičkog potencijala trenja u funkciji nagiba rampe primijenjene sile, vremena mirovanja gume i brzine vozila. Rezultati provjere ukazali su na visoki stupanj točnosti predloženog modela, što potvrđuje hipotezu da se utjecaj raznih radnih parametara na dinamički može objasniti putem učinka vremena mirovanja vlakana.

Temeljem saznanja dobivenih identifikacijom i modeliranjem dinamičkog potencijala trenja gume, predložen je *koncept* **primjene dinamičkog potencijala trenja gume** u **sustavima regulacije vuče vozila**. Koncept polazi od tradicionalne strukture sustava regulacije vuče temeljene na regulaciji klizanja putem PI regulatora brzine vrtnje pogonjenog kotača i rekonstrukcije brzine vozila iz brzine vrtnje nepogonjenih kotača. Rezultati provjere tradicionalnog sustava regulacije vuče pokazali su kako izravni pogon kotača s električnim servo-motorom omogućava iznimne performanse sustava karakterizirane stacionarnom pogreškom regulacije klizanja manjom od 1% i vremenom smirivanja odziva nakon pobjega klizanja manjim od 50 ms. Kako dinamički potencijal trenja postoji samo na malim brzinama vozila, njegovo iskorištavanje nije moguće u cilju poboljšanja kvalitete regulacije vučne sile (ili sile kočenja) u normalnoj vožnji. Međutim, pokazano je kako se on ipak može iskoristiti u slučaju vožnje na zaleđenoj uzbrdici kako bi se savladali otpori vožnje veći od statičkog potencijala trenja autogume. Kod predloženog sustava regulacije vuče, vožnja se sastoji od radnog ciklusa i ciklusa mirovanja, pri čemu se potonji koristi kako bi se nakon odvajanja gume ponovno izgradio dinamički potencijal trenja. Referentnu vrijednost brzine kotača treba držati na konstantnom iznosu, kako bi se osigurala optimalna iskoristivost dinamičkog potencijala trenja. Predloženi sustav provjeren je eksperimentalnim putem, pri čemu su uvjeti uspona emulirani u ledenoj dvorani kočenjem stražnjih kotača. Utvrđeno je kako se primjenom dinamičkog potencijala trenja mogu savladati sile otpora 60% veće od statičkog potencijala trenja, a pri čemu maksimalna prosječna ostvariva brzina vozila iznosi približno 1.5 cm/s. Prevaljeni put po ciklusu upravljanja ograničen je na duljinu kontaktne površine.

U drugom dijelu rada, postavljen je fizikalni **model dinamike uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala**. Model se sastoji od četiri međusobno zavisna podsustava: a) dinamika razvijanja normalne sile koja uključuje dinamiku aktuatora, b) dinamika razvijanja momenta vrtnje, c) toplinska dinamika i d) karakteristika faktora trenja spojke. Dinamičke jednadžbe modela podsustava a)-c) izvedene su primjenom metode veznih dijagrama. Podsustav faktora trenja spojke uzima se u obliku funkcije regresije ili ogledne tablice, koja uzima u obzir utjecaj relativne brzine, temperature i normalne sile spojke na faktor trenja. Dinamika razvijanja normalne sile uključuje dinamiku elektromotora s reduktorom, mehanizma s kuglicama na rampi, otpore istiskivanja ulja i deformacije lamela. Model se sastoji od velikog broja nelinearnih elemenata koji se odnose na elastičnosti, zračnosti i trenje. Predložena struktura modela odražava zahtjeve na visoku računalnu učinkovitost i jednostavnu, pretežno eksperimentalnu parametrizaciju. Predložen je pragmatični način pojednostavljenja punog modela aksijalne dinamike spojke, koja uključuje dinamiku istiskivanja ulja i deformaciju lamela spojke. Pojednostavljeni model reducira se na ekvivalentne konstante krutosti i prigušenja, koji se mogu izravno odrediti eksperimentalnom identifikacijom. Način modeliranja elemenata s trenjem detaljno je analiziran. Utvrđeno je kako u većini slučajeva dinamički Dahlov model trenja daje najbolju točnost i računalnu učinkovitost. Model dinamike razvijanja momenta vrtnje odnosi se na specifičnu konfiguraciju ispitnog postava, koja se lako može proširiti na realnu konfiguraciju na vozilu. Model uključuje sve relevantne inercijske i elastične elemente, te elemente trenja, pri čemu je naglasak na modeliranju trenja spojke. Trenje spojke je modelirano predloženim modificiranim reset-integratorom modelom, koji uključuje torzijsku elastičnost tarnog kontakta i promjenljivu normalnu silu. Razmatrana je i potvrđena mogućnost redukcije modela, koja se temelji na modelu trenja spojke s uključenom ekvivalentnom elastičnošću vratila. Model toplinske dinamike spojke razvijen je s ciljem procjene srednje temperature spojke. Predložena su dva pristupa temeljena na koncentriranim parametrima toplinskih kapaciteta (masa): a) puni modeli 3. reda i b) pojednostavljeni model 1. reda. Puni model temelji se na prvom glavnom stavku termodinamike primijenjenom na sve relevantne toplinske mase spojke (masa čelične lamele, kućište diferencijal i ulje) i koeficijente prijelaza topline između pojedinih elemenata. Pojednostavljeni model reduciran je na jednu toplinsku masu (masu čelične

lamele) i ekvivalentni koeficijent prijelaza topline koji se uzima kao funkcija relativne brzine i momenta spojke.

Provedena je detaljna **eksperimentalna identifikacija parametara predloženog fizikalnog modela spojke**. Osnovni zaključci identifikacije su sljedeći. Dominantna elastičnost sustava odnosi se na aksijalnu elastičnost kuglica na rampi. Aksijalna elastičnost spojke je vrlo niska i ima izraženu nelinearnu karakteristiku. Otpori istiskivanja ulja pokazali su se zanemarivi u odnosu na ostale otpore aktuatorskog mehanizma. Faktor trenja značajno se mijenja s promjenom radnih parametara (relativna brzina, temperatura i normalna sila spojke) u rasponu od 0.06 do 0.12, što ukazuje na uvjete graničnog podmazivanja. Gradijent karakteristike faktora trenja u odnosu na relativnu brzinu uvijek je pozitivan za slučaj temperature veće od 80°C. Pri nižim temperaturama, gradijent postaje negativan pri relativnim brzinama većim od 25 min^{-1}. Faktor trenja smanjuje se s porastom normalne sile u iznosu od 10-15 % za razmatrano radno područje parametara. Ekvivalentni koeficijent prijelaza topline toplinskog modela 1. reda značajno se mijenja s relativnom brzinom i momentom spojke (u rasponu od 0.034 do 7 W/K) i može se opisati funkcijom regresije koja uključuje linearnu kombinaciju radnih parametara. Pri dinamičkoj promjeni radnih parametara, efektivni koeficijent prijelaza topline pokazuje dinamičko vladanje koje se sastoji od mrtvog vremena i dinamike člana prvog reda. Kod realističnijeg toplinskog modela 3. reda identificirani koeficijenti prijelaza topline imaju konstantne vrijednosti (osim koeficijenta prijelaza između čelične lamele i ulja, koji je funkcija relativne brzine), te ne pokazuju dinamičko ponašanje.

Valjanost razvijenog modela i analiza dinamičkog ponašanja spojke provedena je u odnosu na karakteristične eksperimentalne odzive aktiviranja i deaktiviranja spojke. Točnost modeliranja je vrlo dobra za širok raspon radnih uvjeta i parametara. Relativna pogreška modelom-predviđenog momenta spojke iznosi do 14%. Model s pojednostavljenom dinamikom razvijanja momenta daje gotovo jednake odzive momenta. U nekim slučajevima pojednostavljeni model daje bolje odzive, što ukazuje na visoku osjetljivost odziva modela s obzirom na trenje ležaja mehanizma. Analiza dinamičkog odziva momenta spojke za uobičajeni slučaj aktiviranja putem regulacije struje (upravljanjem naponom motora

aktuatora) pokazala je da je odziv karakteriziran a) mrtvim vremenom koji je posljedica zračnosti sustava i mijenja se nelinearno s referencom momenta/struje aktuatora u rasponu od 100 do 360 ms i b) brzim dinamičkim odzivom člana drugog reda s velikim nadvišenjem i dobrim prigušenjem, koji prati dinamiku razvijanja normalne sile i posljedica je dinamike aktuatora, elastičnosti i trenja aktuatorskog sustava. U specijalnom slučaju malih relativnih brzina spojke odziv b) poprima svojstva odziva prvog reda s dugačkim vremenom smirivanja (do npr. 800 ms pri relativnoj brzini 1 min^{-1}), a što je posljedica blokiranja spojke i strukturne elastičnosti sustava. Odziv momenta kod pasivnog deaktiviranja spojke neovisan je o početnom momentu spojke, iznosi 130 ms i određen je primarno karakteristikom povratne opruge aktuatorskog mehanizma.

Temeljem rezultata analize dinamičkih odziva spojke predložen je **koncept sustava upravljanja momentom spojke** temeljen na regulaciji pozicije istosmjernog motora aktuatora. Koncept se temelji na eksperimentalno utvrđenoj jednoznačnoj (nehistereznoj) ovisnosti između normalne sile spojke i pozicije motora aktuatora. Ova je karakteristika primarno posljedica deformacije mehanizma s kuglicama na rampi, za koju se ne očekuju znatne promjene tijekom životnog vijeka mehanizma, osim eventualnog utjecaja temperature okoline (tj. ulja diferencijala) zbog toplinskog širenja komponenata. Trošenje lamela rezultira pomakom karakteristike u smjeru pozicije motora (povećanja zračnost), bez osjetnijeg utjecaja na samu karakteristiku deformacije. Predloženi koncept upravljanja momentom spojke uključuje sustav regulacije pozicije motora, mape za izračun referentne pozicije motora i algoritam samopodešenja regulatora s obzirom na procjenjenu vrijednost zračnosti lamela pri svakom pokretanju i zaustavljanju motora vozila. Referentna vrijednost pozicije motora izračunava se iz referentne vrijednosti momenta spojke, procijenjenog faktora trenja u funkciji mjerene relativne brzine spojke i procijenjene temperature tarnog kontakta, te konstrukcijskih značajki spojke. Osnovna prednost predloženog koncepta upravljanja momentom spojke uključuje visoku razinu neosjetljivosti na trenje mehanizma i promjene parametara motora aktuatora, te brzi odziv momenta bez obzira na referentnu vrijednost momenta spojke. Predloženi koncept upravljanja momentom spojke provjeren je korištenjem eksperimentalnog postava uljne spojke. Odziv momenta spojke karakteriziran je vremenom smirivanja manjim od 100 ms i stacionarnom pogreškom upravljanja manjom od

5% za široki raspon referentnih vrijednosti momenta spojke i radnih uvjeta. U slučaju radnog područja visokih vrijednosti normalnih sila vrijeme odziva iznosi do 150 ms kao posljedica trenja sustava, što bi se moglo izbjeći primjenom kompenzatora trenja. Eksperimentalno je pokazano kako je kompenzacija faktora trenja spojke u odnosu na relativnu brzinu i temperaturu spojke izrazito važna za postizanje točnosti upravljanja momentom. Daljnje istraživanje trebalo bi dodatno obuhvatiti a) analizu utjecaja uvjeta okoline, ponajprije temperature ulja u kućištu diferencijala, na karakteristiku normalne sile u funkciji pozicije motora i rad sustava samopodešenja, b) analizu utjecaja trošenja obloga lamela na promjenu faktora trenja, i c) provjeru koncepta upravljanja na punoj spojci aktivnog diferencijala.

Na temelju izloženog može se zaključiti da se izvorni znanstveni doprinos ovog rada sastoji u sljedećem:

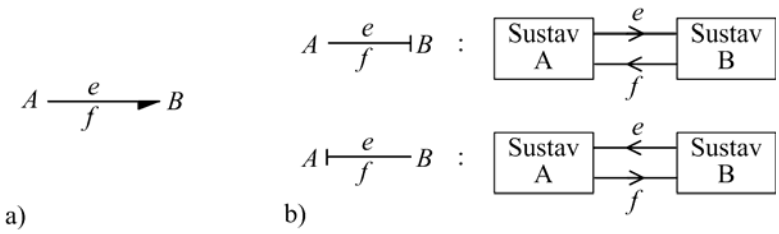
- Eksperimentalna analiza, fizikalno objašnjenje i matematički model dinamičkog potencijala trenja između autogume i ledene podloge.
- Prijedlog sustava regulacije vuče vozila zasnovanog na dinamičkom potencijalu trenja autogume. Sustav je eksperimentalno provjeren i omogućava vožnju vozila na zaleđenoj uzbrdici u slučaju kada je statički potencijal trenja autogume manji od otpora uspona.
- Postavljanje eksperimentalno provjerenog multi-fizikalnog dinamičkog modela uljne lamelne spojke aktivnog diferencijala s elektromehaničkim aktuatorom, uključujući postupke i rezultate eksperimentalne identifikacije parametara modela.
- Prijedlog sustava upravljanja momentom spojke temeljenog na regulaciji položaja motora aktuatora. Sustav je eksperimentalno provjeren i omogućava statičko i dinamičko precizno upravljanje momentom spojke za širok raspon radnih uvjeta i parametara.

Dodatak A: Osnove veznih dijagrama

Metoda veznih dijagrama (engl. *bond graphs*) se pokazala kao vrlo pogodan alat za modeliranje mehatroničkih sustava ([31],[112],[113]). Razlozi su mnogostruki. Struktura veznog dijagrama primijenjena na mehatronički sustav izravno prikazuje fizikalnu strukturu sustava i tok snage kroz njega, što omogućava postavljanje jednog jedinstvenog dijagrama cijelog sustava bez obzira na transformaciju energije (npr. električna-mehanička-toplinska). Postavljeni dijagram daje izravni uvid u kauzalnost (uzročnost) varijabli sustava vezanih uz pojedine elemente/podsustave, čime se vrši izravna klasifikacija varijabli stanja u nezavisne i zavisne varijable. Primjenom postavljene metodologije, iz veznih dijagrama izravno slijede jednadžbe sustava u obliku prostora stanja s minimalnom realizacijom. U nastavku se daju osnovne značajke veznih dijagrama.

Vezni dijagram sustava sastoji se od podsustava (elemenata) međusobno povezanih vezama (linijama) koje predstavljaju veze toka snage. **Smjer toka snage** označava se polovičnom strelicom na vezi (slika A-1a). Svakoj vezi odgovara varijabla napora e (engl. = *effort*) i varijabla toka f (engl. = *flow*). Ove se varijable nazivaju **varijable snage** (engl. *power variables*). U pojedinoj vezi njihov je umnožak jednak snazi koja prolazi vezom: $P(t)=e(t)f(t)$.

Pored smjera snage u sustavu, važna informacija na pojedinom elementu/podsustavu je koja varijabla snage (e, f) predstavlja uzročnu (ulaznu), a koja posljedičnu (izlaznu) varijablu



Slika A-1. Prikaz veze a) i značenje oznaka kauzalnosti b).

(slika A-1b). Ova se značajka naziva kauzalnost (uzročnost, engl. *causality*). **Kauzalnost** se označava okomitim crticama na jednom od krajeva veze. Kako je ilustrirano na slici A-1b, crtica je postavljena uz element (sustav) kojemu je varijabla napora *e* ulaz, a varijabla toka *f* izlaz. Pravila za postavljanje kauzalnosti na pojedinim elementima i čvorištima dana su u nastavku.

U dinamičkom se sustavu varijable napora i toka, te stoga i snaga, mijenjaju u vremenu. Stoga se za potrebe opisivanja ponašanje dinamičkog sustava uvode dodatne tzv. **varijable energije** (engl. *energy variables*). Ove varijable su poopćena količina gibanja $p(t)$ i poopćeni pomak $q(t)$ (engl. *generalized momentum and generalized displacement*). Poopćeni momentum je određen kao vremenski integral napora

$$p(t) \equiv \int^{t} e(t)dt = p_0 + \int_{t_0}^{t} e(t)dt \ , \ \frac{dp(t)}{dt} = e(t) \ , \ dp = edt \ , \tag{A-1}$$

a poopćeni pomak kao vremenski integral toka

$$q(t) \equiv \int^{t} f(t)dt = q_0 + \int_{t_0}^{t} f(t)dt \ , \ \frac{dq(t)}{dt} = f(t) \ , \ dq = fdt \tag{A-2}$$

Energija, $E(t)$, koja je ušla ili izašla iz određene veze veznog dijagrama jednaka je vremenskom integralu snage $P(t)$:

$$E(t) \equiv \int^{t} P(t)dt = \int^{t} e(t)f(t)dt \ . \tag{A-3}$$

Korištenjem izraza (A-1) i (A-2), energiju je moguće zapisati kao

$$E(t) = \int^{t} f(t)dp(t) = \int^{t} e(t)dq(t) \ . \tag{A-4}$$

ili kao funkciju varijabli energije u slučaju kada je napor funkcija pomaka ili tok funkcija količine gibanja

$$E(p) = \int^{p} f(p)dp \ \text{ ili } \ E(q) = \int^{q} e(q)dq \ . \tag{A-5}$$

Može se uočiti kako prema izrazima (A-4) i (A-5) energija predstavlja izravnu funkciju varijabli p i q, što objašnjava motivaciju za nazivanjem varijabli p i q varijablama energije.

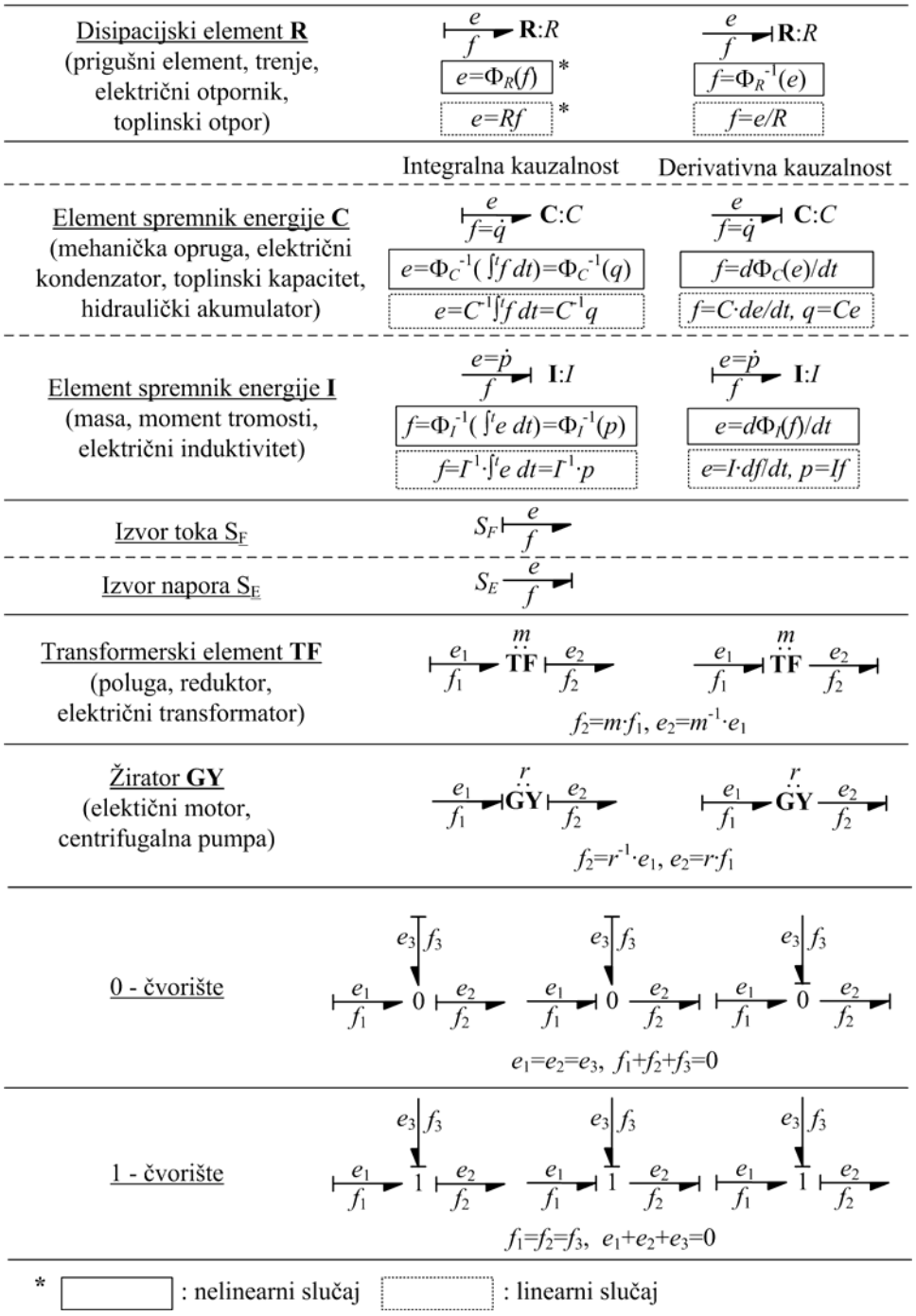
Fizikalno značenje varijabli snage (e i f) i energije (p i q) ovisi o energijskoj domeni kako je prikazano u tablici A-1. Ponekad se zbog pogodnosti odstupa od varijabli navedenih u tablici A-1. Pritom se za varijable e i f uzimaju varijable koje nisu prave varijable snage, jer njihov umnožak ne predstavlja veličinu snage. Takvi se vezni dijagrami nazivaju **pseudo vezni dijagrami**. Karakterističan primjer predstavlja domena topline kada se za varijablu toka umjesto vremenske derivacije entropije $\dot{s}$ koristi toplinski tok Φ, koji sam predstavlja veličinu snage (vidi potpoglavlje 7.5).

Tablica A-1: Pregled varijabli snage i energije veznih dijagrama
za slučaj raznih energijskih domena

Energijska domena	Tok e		Poopćeni pomak q		Napor f		Poopćena količina gibanja p	
Mehanika - translacija	brzina gibanja	v	pomak	x	sila	F	količina gibanja	p
Mehanika - rotacija	brzina vrtnje	ω	kutni pomak	α	moment	M	kinetički moment	L,h
Elektrika	struja	i	naboj	q	napon	u	ulančani magnetski tok	λ,ψ
Magnetizam	vremenska promjena toka	$\dot{\varphi}$	tok	φ	magneto-motorna sila	M	-	
Nestlačivo strujanja	protok	Q	volumen	V	tlak	p	količina gibanja	p_p
Stlačivo strujanja	maseni protok	$\dot{m}$	masa	m	entalpija	h	-	
Toplina	vremenska promjena entropije	$\dot{s}$	entropija	s	temperatura	T	-	

Elementi veznih dijagrama se ovisno o tipu označavaju određenim velikim slovom ili kombinacijom više slova. Ovisno o broju veza koje se spajaju na element postoje elementi s jednom vezom, s dvije veze ili n veza. Osnovni elementi s jednom i dvije veze dani su na

slici A-2. Za svaki element su dane odgovarajuće jednadžbe ovisno o postavljenoj kauzalnosti.



Slika A-2. Elementi veznih dijagrama s prikazom mogućih kauzalnosti.

Element **R** je disipacijski element (viskozni prigušni element, trenje, električni, toplinski ili hidraulički otpor). Kauzalnost kod ovog elementa se može postaviti na dva načina ovisno o elementu koji se opisuje. Ako se radi o prigušnom elementu onda je svejedno da li je sila ovisna o brzini ili brzina o sili, dakle odabir kauzalnosti nije važan. Ako element **R** opisuje trenje, tada je nužno da element ima kauzalnost gdje varijabla e ovisi o varijabli toka f ($e = e(f)$).

Elementi **I** (npr. masa, moment tromosti, električni ili hidraulički induktivitet) i **C** (npr. mehanička opruga, električni otpornik ili toplinski kapacitet) su elementi spremnici energije. Kod ovih se elemenata govori o integralnoj ili derivativnoj kauzalnosti (engl. *integral or derivative causality*). Poželjna je integralna kauzalnost, jer je tada element spremnik energije dinamički nezavisan od ostatka sustava. Općenito vrijedi da energijske varijable (p, q) **I** i **C** elemenata predstavljaju varijable stanja sustava, iako je dopušten i drugačiji način odabira varijabli (vidi potpoglavlje 7.4). Integralnu kauzalnost, međutim, nije moguće uvijek ostvariti. Tada energijske varijable uz elemente **I** ili **C** koji imaju derivativnu kauzalnost predstavljaju zavisne varijable (vidi primjer u potpoglavlju 7.4; dodatne detalje i primjere može se naći u [112]).

Elementi $\boldsymbol{S_F}$ i $\boldsymbol{S_E}$ predstavljaju elemente izvora energije. Element $\boldsymbol{S_F}$ predstavlja izvor toka, a $\boldsymbol{S_E}$ izvor napora. Ovi elementi imaju jednoznačno definiranu kauzalnost.

Elementi s dvije veze su transformerski element **TF** (npr. poluga, reduktor ili električni transformator) i žirator **GY** (npr. centrifugalna pumpa, električni motor ili elektromagnet). Kauzalnost ovih elemenata ima dva moguća rješenja kako je prikazano na slici A-2.

Čvorišta određuju mjesta grananja toka energije i na njih se može spojiti neograničen broj veza. Postoji dva tipa čvorišta: 0-čvorišta i 1-čvorišta (vidi sliku A-1). 0-čvorišta predstavljaju mjesto zbrajanja varijabli toka f, gdje je vrijednost varijable napora e jednaka u svim vezama (npr. serijski spoj opruga). 1-čvorišta predstavljaju mjesto zbrajanja varijabli napora e, gdje je vrijednost varijable toka f konstantna (npr. paralelni spoj opruga). Kauzalnost čvorišta je točno određena. U 0 čvorištima samo jedna veza određuje ulaznu

vrijednost varijablu toka *f*, dok u 1-čvorištima samo jedna veza određuje ulaznu vrijednost varijablu napora *e*.

Kada su određeni smjerovi toka snage i kauzalnosti, dinamičke jednadžbe sustava izvode se izravno iz postavljenog dijagrama kako je prikazano u primjerima u potpoglavljima 5.4 i 7.3-7.5.

Dodatak B: Parametri modela vozila

Parametar		Vrijednost	Jedinica
Masa vozila	m	700	kg
Efektivni polumjer	r_e	0.3	m
Visina težišta vozila	h_g	0.8	m
Razmak kotača	l_w	1.2	m
Normalna sila prednjeg kotača	F_{zf}	3650	N
Normalna sila stražnjeg desnog kotača	$F_{zr.r}$	1550	N
Normalna sila stražnjeg lijevog kotača	$F_{zr.l}$	1675	N
Inercija naplatka prednjeg kotača i motora	$J_{r.f}$	0.775	kgm^2
Inercija naplatka	$J_{r.r}$	0.455	kgm^2
Inercija obruča gume	J_b	0.365	kgm^2
Konstanta krutosti bočnih stranica gume	k_{sw}	10.25	Nsm/rad
Konstanta prigušenja bočnih stranica gume	c_{sw}	12829	Nm/rad
Duljina kontaktne površine gume	L	0.120	m
Moment trenja pogonskog motora	M_{mf}	$1.53 + 0.059\cdot\omega_r - 9.22\cdot10^{-5}\cdot\omega_r^2$	Nm
Otpor kotrljanja prednjeg kotača	M_{rf}	$\min(193\cdot\lvert\omega_b\rvert, 60)\cdot\mathrm{sign}(\omega_b)$	Nm
Otpor kotrljanja stražnjeg kotača	M_{rr}	$\min(193\cdot\lvert\omega_b\rvert, 20)\ \mathrm{sign}(\omega_b)$	Nm
Amplituda valovitosti momenta motora	M_{cog}	4	Nm
Broj pari polova pogonskog motora	p	33	-
Vremenska konstanta razvijanja momenta motora	τ_d	2	ms

Dodatak C: Definicija efektivnog polumjera spojke

Maksimalni moment koji može prenijeti spojka (engl. *clutch torque capacity*), tj. potencijal trenja spojke g_c, funkcija je geometrije spojke (r_i -unutarnji polumjer lamela r_o - vanjski polumjer lamela i N_f - broj aktivnih tarnih površina), normalnoj (pritisnoj) sili F_n i uvjetima kontakta elemenata spojke koji određuju iznos faktora trenja μ [120].

$$g_c = F_n \cdot \mu(\omega_s, F_n, T_c) \cdot r_e \cdot N_f \ , \tag{C-1}$$

gdje je r_e efektivni polumjer spojke, ω_s je brzina klizanja spojke i T_c je temperatura spojke. Efektivni polumjer r_e ovisi o pretpostavki radnih uvjeta: jednoliko radijalno trošenje ($r_e = (r_o + r_i)/2$) ili jednolika raspodjela kontaktnog tlaka ($r_e = 2/3 \cdot (r_o^3 - r_i^3)/(r_o^2 - r_i^2)$) (za izvod vidi npr. [120]). Prva pretpostavka vrijedi kada je konstrukcija spojke takva da lamele spojke održavaju jednaki razmak tijekom trošenja tarnog materijala. Druga pretpostavka vrijedi kada su elementi spojke dovoljno elastični da omoguće deformaciju potrebnu da se održi jednolika (konstantna) raspodjela tlaka po čitavoj kontaktnoj površini. Efektivni polumjer prema pretpostavci uniformne raspodjele tlaka je nekoliko postotaka veći od polumjera prema pretpostavci jednolikog trošenja (2.8 % za slučaj geometrije uljne spojke razmatrane u radu). Stoga je s uniformnom raspodjelom tlaka postiže veći potencijal trenja spojke uz istu geometriju i radne parametre, ali se teže postiže sa stanovišta konstrukcije elemenata spojke i negativno se odražava na konačnu cijenu [120].

Dodatak D: Parametri modela uljne lamelne spojke

Komponenta	Parametar	Vrijednost	Jedinica
Motor aktuatora	Moment tromosti J_1	1.25	kgm^2
	Coulombov moment trenja M_{f1C}	0.015	Nm
	Statički moment trenje M_{f1S}	0.026	Nm
	Konstanta krutosti tarnog kontakta σ_0	0.5	Nm/rad
	Stribeckova brzina ω_s	1	rad/s
	Stribeckov koeficijent δ	0.5	-
	Kontanta elektromotorne sile K_v	0.0672	Vs/rad
	Konstanta momenta motora K_t	0.0478	Nm/A
	Optor armature R_a	$0.45 + 0.0029(T_a - 30)$	Ω
	Induktivitet armature L_a	$9 \cdot 10^{-4}$	H
Povratna opruga	Vanjski promjer D	120	mm
	Unutarnji promjer d	100	mm
	Visina H	4.75	mm
	Debljina materijala t	0.7	mm
	Youngov modul elastičnosti E	205000	MPa
	Poissonov koeficijent ν	0.3	-
Reduktor i mehanizma s	Prijenostni omjer reduktora i_{g1}	50	-
	Prijenosni omjer mehanizma s kuglicama na rampi i_{br}	835	rad/m
Toplinski model	Toplinski kapacitet čelične lamele C_{sp}	28.9	J/K
	Toplinski kapacitet kućišta diferencijala C_{dc}	201	J/K
	Toplinski kapacitet ulja C_{oil}	20400	J/K
	Koeficijent prijelaza topline čelična lamela - ulje $H_{sp.oil}$	$0.03 \cdot \omega_s$	W/K

Komponenta	Parametar	Vrijednost	Jedinica
	Koeficijent prijelaza topline čelična lamela - kućište $H_{sp.dc}$	2.10	W/K
	Koeficijent prijelaza topline kućište - ulje $H_{dc.oil}$	3.05	W/K
Sustava razvijanja momenta	Moment trenja pogonskog motora $M_{f.m2}$	$M_{f.m2} = (-9.22\cdot10^{-5}\ \omega_{m2}^2+5.910\cdot10^{-2}\ \lvert\omega_{m2}\rvert+1.53)\cdot\mathrm{sign}(\omega_{m2})$	Nm
	Prijenosni omjer zupčanika diferencijala i_{g2}	3.73	-
	Polumjer zupčanika 1 r_{g1}	0.034	m
	Polumjer zupčanika 2 r_{g2}	0.1268	m
	Moment tromosti pogonskog motora J_{21}	0.3541	kgm^2
	Moment tromosti ulaznog vratila diferencijalaDifferential input inertia J_{22}	0.0063	kgm^2
	Moment tromosti kućišta diferencijala J_{23}	0.0648	kgm^2
	Moment tromosti izlaznog vratila diferencijala J_{24}	0.0284	kgm^2
	Masa vanjskog kućišta diferencijala m_b	20	kg
	Konstanta krutosti ulaznog vratila k_{21}	11001	Nm/rad
	Konstanta krutosti oslonaca k_{22}	$2.1869\cdot10^6$	N/m
	Konstanta krutosti vizlaznog vratila k_{23}	$3.0511\cdot10^6$	Nm/rad
Spojka	Unutarnji polumjer r_i	68	mm
	Vanjski polumjer r_o	118	mm
	Konstanta krutosti tarnog kontakta σ_0	$8\cdot10^6$	Nm/rad
	Broj aktivnih tarnih obloga N_f	20	-

Literatura

[1] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, C. Canudas de Wit, "A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction", Automatica, vol. 40, pp. 419-425., 1994.

[2] H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, P. Lischinsky, "Friction Models and Friction Compensation", European Journal of Control, vol 4, 176-195, 1998.

[3] E. Rabinowicz, "Friction and Wear of Materials, Second Edition", John Wiley & Sons, 1995.

[4] F. P. Bowden, D. Tabor, "The Friction and Lubrication of Solids", Oxford University Press, Oxford, 1950.

[5] B. Bhushan (editor), "Modern Tribology Handbook", Volume Two: Materials Coatings and Industrial Application, CRC Press LLC, 2001.

[6] V. Ivušić, "Tribologija", Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2008.

[7] D. C. Karnopp, "Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems", ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, vol. 107, pp. 100-103, 1985.

[8] J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, "Modeling of and Automotive Planetary Gear Set Based on Karnopp model for clutch friction" Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Washington, D.C., November 2003.

[9] P. R. Dahl, "A Solid Friction Model", Technical Report TOR-0158(3107-18)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, 1968.

[10] P. R. Dahl, "Measurement of Solid Friction Parameters of Ball Bearings", Proc. of 6th Annual Symp. on Incremental Motion, Control Systems and Devices, University of Illinois, ILO, 1977.

[11] D. A. Haessig, B. Friedland, "On the Modeling and Simulation of Friction", ASME Journal of Dynamicsl Systems, Measurement, and Control, vol. 113, pp. 354-346, 1991.

[12] P. A. Bliman, M. Sorine, "Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control", Proceedings of the 3rd European Control Conference, Rome, Italy, 1995, pp.3788-3794.

[13] C. Canudas de Wit, K.J. Olsson, P. Aström, A. Lischinsky, "A New Model for Control of System with Friction", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 10, 1995.

[14] K. J. Arström, C. Canudas-de-Wit, "Revisiting the LuGre Model: Stick-slip motion and rate dependence", IEEE Control System Magazine, Vol. 28, pp. 101-114, 2008.

[15] P. Dupont, B. Armstrong, V. Hayward, "Elasto-Plastic Friction Model: Contact Compliance and Stiction", Proceedings of the American Control Conference, Chicago, IL, 2000.

[16] J. Swevers, F. Al-Bender, C. Ganseman, M. Altpeter, "An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behaviour for Accruate Friction Compensation", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 45, pp. 675-686, 2000.

[17] F. Al-Bender, V. Lampaert, J. Swevers, "The Generalized Maxwell-Slip Model: A Novel Model for Friction Simulation and Compensation", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, No. 11, 2005.

[18] J. A. de Marchi, "Modeling of Dynamic Friction, Impact Backlash and Elastic Compliance Nonlinearities in Machine Tools, with Applications to Asymmetric Viscous and Kinetic Friction Identification", Doctoral thesis, Rensselaer Polytecnic Institute, 1998.

[19] H. B. Pacejka, "Tyre and Vehicle Dynamics", Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.

[20] G. Genta, "Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1997.

[21] W. F. Milliken, D. L. Milliken, "Race Car Vehicle Dynamics", SAE International, 1997.

[22] M. Gipser, "Systemdynamik und Simulation", Teubner Verlag, 1999.

[23] J. Rauch, M. Mössner-Beigle, "Tyre simulation challenges", Vehicle System Dynamics, Vol. 46, Supplement, pp. 49-62, 2008.

[24] D. Ammon, "Vehicle dynamics analysis tasks", Vehicle System Dynamics, Vol. 43, Supplement, pp. 30-47, 2005.

[25] U. Kiencke, L. Nielsen, "Automotive Control System, For Engine, Driveline, and Vehicle", Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 2005.

[26] D. Pavković, "Procjena varijabli stanja automobilskog pogona s primjenama u regulaciji", doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, 2007.

[27] J. Deur, D. Pavković, G. Burgio, D. Hrovat, "A Model-Based Control Strategy Non-Reliant on Wheel Slip Information",Vehicle System Dynamics International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, rad u postupku objavljivanja, 2010.

[28] J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, D. Hrovat, J. Asgari, M. Troulis, C. Miano, "Experimental Analysis and Modeling of Longitudinal Tire Friction Dynamics for Abrupt Transients", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, Supplement, pp. 525-539, 2005.

[29] J. P. Maurice, A.R. Savkoor, "Influence of flexibility properties and friction laws on tyre behaviour", Vehicle System Dynamics, 43 (2002), Supplement, pp. 209-222.

[30] J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, "Modeling and Analysis of Automatic Transmission Engagement Dynamics-Nonlinear Case Including Validation", ASME Journal of Dynamic and Measurement, and Control, Vol. 128, pp 251-262, 2006.

[31] D. Hrovat i W.E. Tobler, 1991, "Bond Graph Modeling of Automotive Power Trains," Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, pp. 623-662.

[32] F. Ali Jafri, "Nonlinear Dynamics of Controlled Slipping Clutches", Doctoral Thesis, University of Cincinnati, USA, 2007.

[33] R. C. Williams, "4WD-AWD Market Trends in Vehicles and Technology Differences and Similarities, from 1997 to 2004 primaraly in the US Market, and also some Global Comparisons", SAE 2006-01-0882, 2006.

[34] R. Mäki, "Wet Clutch Tribology", Doctoral Thesis, Lulea University of Technology, Sweden, 2005.

[35] J. Deur, V. Ivanović, M. Hancock, F. Assadian, "Modeling and Analysis of Active Differential Dynamics", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, in press

[36] M. Hancock "Vehicle Handling Control Using Active Differentials", Ph.D. Thesis, University of Loughborough, UK, 2006.

[37] D. Piyabongkarn, J. Lew, J. Grogg and R. Kyle, "Stability-Enhanced Traction and Yaw Control using Electronic Limited Slip Differential", SAE 2006-01-1016, 2006.

[38] T. Gassmann, J.A. Barlage, "Electronic Torque Manager (ETM): An Adaptive Driveline Torque Management System", SAE paper No. 2004-01-0866, 2004.

[39] J. C. Wheals, M. Deane, S. Drury, G. Griffith, P. Harman, R. Parkinson, S. Shepherd, and A. Turner, "Design and Simulation of a Torque Vectoring™ Rear Axle“, SAE paper #2006-01-0818.

[40] C. Billig, H. Boedrich, J. Brack, B. Holl, M. Holle, F. Kimmich, "The Dynamic Performance Control form BMW", ATZ 11/2008, Vol. 110, pp. 19-25, 2008.

[41] H. Huchtkoetter, T. Gassmann, "Vehicle Dynamics and Torque Management Devices", SAE techical paper #2004-01-1058, 2004.

[42] M. Höck, M. Auwiler, H.P. Nett, W. Hoffnamm, "Active Yaw Control in Front-wheel Drives", ATZ 06/2009, Vol. 111., 2009.

[43] B. Matthes, "Dual Clutch Transmissions – Lessons Learned and Future Potential", SAE paper #2005-01-1021, 2005.

[44] D. Carney, "Automatic for the people", Automotive Engineering International Magazine, pp. 20-22, June 2009.

[45] F. P. Bowden, T.P. Hughes, "The mechanism of sliding on ice and snow", Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 172 (949) (1939), pp. 280-298.

[46] F. P. Bowden, "Friction on snow and ice", Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 217 (1131) (1953), pp. 462-478.

[47] D. C. B. Evans, J. F. Nye, K. J. Cheeseman, "The kinetic friction of ice", Proc. R. Soc. Lond. A. 347 (1976), pp. 493-512.

[48] L. Bäurle, "Sliding Friction of Polyethylene on Snow and Ice", Doctoral Thesis, ETH Zürich, Switzerland, 2006.

[49] W. Gnörich, K.A. Grosch, "The Friction of Polymers on Ice", Institution of the Rubber Industry Journal 6(5) (1972), pp. 192–196.

[50] E. Southern, R. W. Walker, "Friction of Rubber on Ice", Nature Physical Science 237 (1972), pp. 142-143.

[51] D. D. Higgins, B. A. Marmo, C. E. Jeffree, V. Koutsos, J.R. Blackford, "Morphology of ice wear from rubber-ice friction tests and its dependence on temperature and sliding velocity", Wear 265 (2008), pp. 634-644.

[52] S. K. Clark, "Mechanics of Pneumatic Tires", US Department of Transportation National Highway Traffic Administration, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1981.

[53] S. Shimizu, M. Nihei, "Effect of Texture of Iced Road Surface on Characteristics of Ice and Snow Tires", SAE Paper 920018, 1992.

[54] S. Shimizu, M. Nihei, "Emergency Braking Test of the Ice and Snow Tires on Iced Drum Tester", SAE Paper 910167, 1991.

[55] M.J. Macnabb, R. Baerg, S. Sanderson, B. Chafe, "Tire/Ice Friction Values", SAE Paper 960959, pp. 49-57, 1996.

[56] M. Liukkula, D. Aroso, E. Giangiulio, I. Halen, M. Hjort, "Tyre Characterisation on Summer and Winter Surfaces", 3rd International Colloquium on Vehicle Tyre Road Interaction, Tire Technology Conference, Stuttgart, 2006.

[57] X. D. Peng, Y.B. Xie, K.H. Guo, "A Tire Traction Modeling for Use in Ice Mobile", SAE Paper 1999-01-0478, 1999.

[58] X. D. Peng, Y.B. Xie, K.H. Guo, "A New Method for Determining Tire Traction on Ice", SAE Paper 2000-01-1640, 2000.

[59] V. F. Petrenko, "Modification of ice in transportation systems", US Patent No. 6,693,786 B2, 2004.

[60] V. F. Petrenko, "Systems and Methods for Modifying and Ice-to-Object Interface", US Patent No. US 2005/0035110 A1, 2005.

[61] V. F. Petrenko, "Systems and Methods for Modifying Strength", US Patent No. US 6,427,946 B1, 2002.

[62] V. F. Petrenko, R.W. Whitworth, "Physics of Ice", Oxford University Press, 1999.

[63] E. Rabinowics, "The Nature of the Static and Kinetics Coefficient of Friction", Journal of Applied Physics, 22(11), pp. 1373-1379, 1951.

[64] R. S. H. Richardson, H. Nolle, "Surface Friction under Time-Dependent Loads", Wear 37, pp. 87-101, 1976.

[65] V. I. Johannes, M.A. Green, C.A. Brockley, "The role of the rate of application of the tangential force in determining the static friction coefficient", Wear, 24, pp. 381-385, 1973.

[66] B. Jacobson, "Engagement of Oil Immersed Multi-disc Clutches", International Power Transmission and Gearing Conference - Volume 2, ASME 1992.

[67] S. Sanda, Y. Nagasawa, A. Suzuki, K. Ilayashi, H. Itoh, "Mechanism of Friction of Wet Clutch with Paper Based Facings: Observations and Modeling of Facing Surface during Engagement", Proceedings of the Inetrnational Tribology Conference, Yokohama, 1995.

[68] E. J. Berger, F. Sadeghi, C. M. Krousgrill, "Finite Element Modeling of Engagement of Rough and Grooved Wet Clutches", Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 137-155, 1996.

[69] E. J. Berger, F. Sadeghi, C. M. Krousgrill, "Analytical and Numerical Modeling of Engagement of Rough, Permeable, Grooved Wet Clutches", ASME Journal of Tribology, Vol. 119, pp. 143-148, 1997.

[70] Y. Yang, R.C. Lam, T. Fujii, "Prediction of Torque Response During the Engagement of Wet Friction Clutch", SAE Paper, # 981097, 1998.

[71] J. Deur, J. Petrić, J. Asgari, D. Hrovat, "Modeling of Wet Clutch Engagement Including a Thorough Experimental Validation", SAE paper No. 2005-01-0877, 2005.

[72] N. Partir, H. S. Cheng, "Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication", Journal of Lubrication Technology, 100(1), pp. 12-17, 1978.

[73] N. Partir, H. S. Cheng, "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces", Transactions of the ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, pp. 220-230, 1979.

[74] Y. Yang, R.C. Lam, Y.F. Chen, H. Yabe, "Modeling of Heat Transfer and Fluid Hydrodynamics for a Multidisc Wet Clutch", SAE Paper #950898, 1995.

[75] W. Ost, P. De Baets, J. Degrieck, "The triblogical behaviour of paper friction plates for wet clutch application investigated on SAE#II and pin-on-disk test rig", Wear, Vol. 249, pp. 361-371, 2001.

[76] Y. Fujii, T. Snyder, R. Waldecker, W. Tobler, L. Davis, M. Scherzer, D. Zander, "Dynamic Characterization of Wet Friction Component under Realistic Transmission Shift Conditions", SAE paper #2006-01-0151, 2006.

[77] A. Crowther, N. Zhang, D. K. Liu, J. K. Jeyakumaran, "Analysis and simulation of clutch engagement judder and stick-slip in automotive powertrain systems", Proc. Instn. Mech. Engnrs, PartD: J. Automobile Engineering, Vol. 218, pp. 1427-1446, 2004.

[78] F. Ali Jafri, M. Fuß, G. Bailey, C.-K. Kao, S. T. Razzacki, E. Avny, "Shudder Durability of a Wet Launch Clutch Part I – Thermal Study and Development of Durability Test Profile", SAE paper #2009-01-0329, 2009.

[79] R. Mäki, N. Pär, R. Olsson, B. Ganemi, "Measurement and characterization of anti-shudder properties in wet clutch applications", SAE paper #2005-01-0878, 2005.

[80] R. C. Lam, B. Chavdar and T. Newcomb, "New Generation Friction Materials and Technologies", SAE paper #2006-01-0150, 2006.

[81] T. Matsumoto, "A Study of the Influence of Porosity and Resiliency of a Paper-Based Friction Material on the Friction Characteristics and Heat Resistance of the Material", SAE paper # 932924, 1993.

[82] F. Ali Jafri, M. Fuß, G. Bailey, C.-K. Kao, S. T. Razzacki, E. Avny, "Shudder Durability of a Wet Launch Clutch Part II – Durability Study ", SAE paper #2009-01-0330, 2009.

[83] P. Marklund, R. Larsson, "Wet clutch friction characteristics obtained from simplified Pin on Disc test", Tribology International, vol 41, issues 9-10, Nordtrib 2006, p. 824-830, 2008.

[84] L. Ye-Ben, Z.-P. Han, "Simulation the Interfacial Thermohydrodynamics and Thermomechanical Phenomena of Wet Clutch Discs by 3-D FEM Analysis", SAE paper #922096, 1992.

[85] S. Zhao, G. E. Hilmas, L. R. Dharani, "Behavior of a composite multidisk clutch subjected to mechanical and frictionally excited thermal load", Wear, Vol. 264, pp. 1059-1068, 2008.

[86] C.-H. Wang, A. Soom, G. F. Dargush, "Transient Thermoelastic Contact of Sliding Rings With Axisymmetric Surface Roughness", ASME Journal of Tribology, Vol. 126, pp. 217-224, 2004.

[87] P. Marklund, et al., "Thermal influence on torque transfer of wet clutches in limited slip differential applications", Tribology International, doi:10.1016/j.triboint.2006.09.004, 2006

[88] T.M. Cameron, T. McCombs, S. Tersigni, T.-C. Jao, "Flash Temperatures in Clutches", SAE paper, #2005-01-3890, 2005.

[89] M. Velardocchia, F. Amisano, R. Flora, "A Linear Thermal Model for and Automotive Clutch", SAE paper, #2000-01-0834, 2000.

[90] R. S. West, D. Haselton, "Approaches to Achieving AWD Torque Accuracy", SAE paper #2008-01-0303, 2008.

[91] J. R. Botterll, G. Kuhn, H. Mildt, "Differential unit including a friction locking clutch actuated by a variable rate ball ramp mechanism", UK Patent Application, GB 2 234 302 A, 1991.

[92] M. E. Kirkwood et al., "Torque Vectoring Drive Mechanism Having Power Sharping Control System", US Patent Application, US 2005/0176543 A1, 2005.

[93] W. Runge, A. Gaedke, M. Heger, A. Vähning, H.C. Reuss, "Electric Steering: Necessary Improvements in Vehicle Top Segment" ATZ 10/2009, Vol. 111, pp. 15-20, 2009.

[94] R. Roberts, M. Schautt, H. Hartmann i B. Gombert, "Modelling and Validation of the Mechatronic Wedge Brake", SAE paper #2003-01-3331, 2003.

[95] L. M. Ho, R. P. Roberts, H. Hartmann, B. Gombert, "The Electronic Wedge Brake – EWB", XXVIth International μ Symposium, Bad Neuenahr/Germany, pp. 216-252, June 2006.

[96] J. C. Wheals, J. McMicking, S. Shepherd, B. Bonnet, N. Jackson and O. Hall, "Proven High Efficiency Actuation and Clutch Technologies for eAMT™ and eDCT™", SAE paper #2009-01-0513, 2009.

[97] J. D. W. de Cock, "Technology survey on smartness added to automotive manual transmissions", Internal report, p. 51, 2003.

[98] P. Francis, D. Haselton, L. Pritchard, "Pre-emptive Torque Management™ (PTM)™", SAE paper #2006-01-0817, 2006.

[99] J. Deur, D. Pavković, N. Perić, M. Jansz, D. Hrovat, "An Electronic Throttle Control Strategy Including Compensation of Friction and Limp-Home Effects", IEEE Transactions on Industry Applications, 40, pp. 821-834, 2004.

[100] B. J. Hamrock, W.R. Schmid, B.O. Jacobson, "Fundamentals of Fluid Film Lubrication, second edition", Marcel Dekker, Inc., 2004.

[101] P. Eschmann, I. Hasbargen, Weigand, K., "Ball and Roller Bearings: Theory, Design, and Application", John Wiley and Sons Ltd., 1985.

[102] J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, "A 3D brush-type dynamic tire friction model", Vehicle System Dynamics, Vol. 42, pp. 133-173, 2004.

[103] C. de Wit, C., P. Lischinsky, "Adaptive Friction Compensation With Partially Known Dynamic Friction Model", Int. J. Adaptive Contr. Signal Process., Vol. 11, pp. 65–8, 1997.

[104] V.V. Vantshevich, D. Bartz, J. Kubler, A. Schumacher, "Tire Longitudinal Elasticity and Effective Rolling Radii: Experimental Method and Data", SAE Technical paper No. 2002-01-1198, 2002.

[105] M. Kostelac, "Utjecaj direktnih pogona na strukturu pogonskih mehanizama", doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, 2006.

[106] J. Deur, A. Božić, N. Perić, N., "Control of Electric Drives with Elastic Transmission, Friction, and Backlash - Experimental System", Automatika, Vol. 40, No. 3-4, pp. 129-137, 1999.

[107] D. C. Montgomery, G.C. Runger, "Applied Statistics and Probability for Engineers", John Wiley and Sons, Inc., 2003.

[108] "Inženjerski priručnik IP1", Školska knjiga, Biblioteka Inženjerski priručnik, (poglavlje: V. Bahovec, N. Šakić, "Vjerojatnost i statistika"), 1996.

[109] J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Hrgetić, J. Asgari, C. Miano, D. Hrovat, "An In-Wheel Motor-Based Tyre Test Vehicle", *International Journal of Vehicle System Modelling and Testing*, Vol. 2, No. 3, pp.252-275, 2007.

[110] D. Hrovat, J. Asgari i M. Fodor, "Automotive Mechatronic Systems", poglavlje 1 u knjizi *Mechatronic Systems Techniques and Applications, Vol. 2: Transportation and Vehicular Systems*, Leondes, C. T., ed., CRC Press, pp. 1-98, 2000.

[111] J. Deur, "Kompenzacija učinaka elastičnosti i trenja u prijenosnim mehanizmima slijednih sustava", doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, 1999.

[112] D. Karnopp, D.L. Margoli, R.C. Rosenber, "System Dynamics: A Unified Approach", Wiley-Interscience; 2 edition., 1990.

[113] W. Borutzky, "Bond Graph Metodology", Springer Verlag London Ltd., 2010.

[114] P.S. Winckler, "Improved carbon-based friction material for an automotive continuous slip service", US Patent #525486, Applicant: General Motors Corporation, 1996.

[115] V. Foege, "Nasslaufreibbelag", European Patent EP 1 933 057 A1, Applicant: Miba Frictec GmbH, 2007.

[116] W. Leonhard, "Control of Electrical Drives", 3rd Edition, Springer Verlag, Berlin, 2001.

[117] A. M. Wahl, "Mechanical springs, second edition", McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963.

[118] H Xu, A Kahraman, "Prediction of friction-related power losses of hypoid gear pairs", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, Vol. 221, No 3, pp. 387-400, 2007.

[119] D. Pavković, J. Deur, M. Jansz, N. Perić, "Experimental Identification of Electronic Throttle Body", Proceedings of 10th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE 2003), Toulouse, France, 2003.

[120] W. C. Orthwein, "Clutches and Brakes: Design and Selection, second edition", Marcel Dekker, Inc., 2004.

Životopis

Ime: Vladimir Ivanović

Datum rođenja: 30. 03. 1979.

Mjesto rođenja: Osijek, Hrvatska

Bračno stanje: Oženjen

Školovanje

2003-2010	Poslijediplomski studij strojarstva, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu
1997-2003	Dodiplomski studij strojarstva, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu
1993-1997	Srednja tehnička škola, Osijek
1985-1993	Osnovna škola, Osijek

Zaposlenje

2003-	Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zavod za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava, znanstveni novak/asistent

Profesionalna, istraživačka i akademska iskustva i postignuća

2010-	Istraživač na projektu ″Modeling and Control of Dry Friction Clutch for Powershift Transmissions″, projekt podržan od tvrtke Ford Motor Company, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2008-2009	Istraživač na projektu ″Experimental Characterization and Control of Dry Clutch Friction″, projekt podržan od tvrtke Ford Motor Company, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2007-2008	Istraživač na projektu ″Računalom upravljani tribometar″, tehnologijski projekt br. TP-06/0120-46 podržan od Ministarstava znanosti obrazovanja i športa RH, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Petrić
2007-	Istraživač na projektu ″Regulacija i estimacija dinamike vozila″, znanstveni projekt br. 120-1201773-1771 podržan od Ministarstava znanosti obrazovanja i športa RH, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2006-2008	Istraživač na projektu ″Tire Friction Modeling and Estimation for Traction

	Control, ABS, and Interactive Vehicle Dynamics Control Design″, projekt podržan od tvrtke Ford Motor Company, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2006-2008	Istraživač na projektu ″Active Differential Dynamics Modeling″, projekt podržan od Jaguar Cars Ltd., glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2004-2005	Istraživač na projektu ″An Experimental Electrical Vehicle with Direct Wheel Drive″, projekt podržan od tvrtke Ford Motor Company, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2003-2006	Istraživač na projektu ″Modeliranje i regulacija automobilskih sustava″, znanstveni projekt br. 0120-053 podržan od Ministarstava znanosti obrazovanja i športa RH, glavni istraživač prof. dr. sc. Joško Deur
2004	Sudjelovao na seminaru: "Tyre Models for Vehicle Dynamics Simulation", University of Technology Vienna, Austrija
2001	Sudjelovao na projektu "Thermoacoustic Oscillations in an Annular Combustion Chamber with Swirl Stabilized Premix Burners", katedra za termodinamiku, TU München, Njemačka

Nagrade

2003	“Medalja Fakulteta strojarstva i brodogradnje” za iznimni uspjeh tijekom studija, nagrada dodjeljena od Fakulteta strojarstva i brodogradnje, Zagreb.
2005	Nagrada za najbolji članak na simpoziju XIX IAVSD Symposium, Milano, Italija, kolovoz/rujan 2005, nagrada dodjeljena od International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD)

Popis objavljenih radova

Znanstveni članci u CC časopisima

1. J. Deur, V. Ivanović, M. Hancock, F. Assadian, "Modeling and Analysis of Active Differential Dynamics", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* prihvaćen za objavljivanje.
2. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, T. Pentek, D. Hrovat, "Tire Friction Behavior Under Abrupt Wheel Torque Transients on Slippery Road Surfaces: Experimental Analysis and Modeling" *Vehicle System Dynamics*, u postupku objavljivanja.

Znanstveni članci objavljeni u prilozima CC časopisa

3. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, M. Troulis, C. Miano, D. Hrovat, J. Asgari, D. Higgins, J. Blackford, V. Koustos, "Experimental Identification of Dynamic Tire Friction Potential on Ice Surfaces", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 44, *Supplement*, pp. 93-103, 2006.
4. J. Deur, V. Ivanović, M. Troulis, M., Miano, C., Hrovat, D., Asgari, J., "Extensions

of LuGre Tire Friction Model Related to Variable Slip Speed Along Contact Patch Length", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, *Supplement*, pp. 508-524, 2005.

5. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, D. Hrovat, J. Asgari, M. Troulis, C. Miano, "Experimental Analysis and Modeling of Longitudinal Tire Friction Dynamics for Abrupt Transients", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, *Supplement*, pp. 525-539, 2005.

Znanstveni članci u drugim časopisima

6. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Experimental Characterization of Wet Clutch Friction Behaviors Including Thermal Dynamics", SAE Int. J. Engines, Vol. 2, No. 1, pp. 1211-1220, 2009.
7. J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Hrgetić, J. Asgari, C. Miano, D. Hrovat, "An In-Wheel Motor-Based Tyre Test Vehicle", *International Journal of Vehicle System Modelling and Testing*, Vol. 2, No. 3, pp. 252-275, 2007.
8. D. Pavković, J. Deur, V. Ivanović, D. Hrovat, "SI Engine Load Torque Estimator Based on Adaptive Kalman Filter and Its Application to Idle Speed Control", SAE 2005 Transactions - Journal of Engines (V114-3), Vol. 1, pp. 71-82, 2006.

Znanstveni radovi na konferencijama

9. V. Ivanović, J. Deur, M. Hancock, F. Assadian, "A Closed-Loop Strategy of Active Differential Clutch Control", *ASME Dynamic Systems and Control Conference (2009 DSCC)*, Hollywood, CA, 2009.
10. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Modeling and Experimental Validation of Active Limited Slip Differential Clutch Dynamics", *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Boston, MA, 2008.
11. J. Deur, V. Ivanović, J. Petrić, M. Hancock, F. Assadian, "A Control-oriented Model of Hydrostatic Transmission with Application on Torque Vectoring Differential Modeling" *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Boston, MA, 2008.
12. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Experimental Setup for Active Limited Slip Differential Application", SAE paper #2008-01-0302, SAE Congress, Detroit, MI, 2008.
13. J. Petrić, J. Deur, V. Ivanović, "Mathematical Modeling of Hydrostatic Transmission Including an Experimental Verification", *6th IFK-Dresden*, 2008.
14. J. Petrić, D. Libl, V. Ivanović, Z. Herold, Z. Tihomirović, "Design of Hydrostatic Transmission Experimental Setup", *Proceedings of the 11th International Scientific Conference on Production Engineering CIM 2007*, pp. 271-276, 2007.
15. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, T. Pentek, O. Hofmann, D. Hrovat, "Experimental Characterization and Modeling of Dynamic Tire Friction Potential on Slipping Surfaces", *20th IAVSD Symposium "Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks"*, Berkeley, California, 2007.

16. V. Ivanović, J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, O. Hofmann, "Modeling of Dynamic Tire Friction Potential on Ice Surfaces", *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Chicago, IL, 2006.
17. J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Troulis, D. Hrovat, "An Experimental Electrical Vehicle with In-wheel Motor", *CD Proceedings of 13th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, Dubrovnik, Croatia, 2005.
18. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, J. Asgari, D. Hrovat, M. Troulis, C. Miano, "On Low-slip Tire Friction Behavior and Modeling for Different Road Conditions", *CD Proceedings of 19th IAVSD Symposium "Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks"*, Milan, Italy, 2005.
19. D. Pavković, J. Deur, V. Ivanović, D. Hrovat, "SI Engine Load Torque Estimator based on Adaptive Kalman Filter and Its Application to Idle Speed Control", *Electronic Engine Controls Proceedings SP-1975*, *Automotive Engineering International*, 2005.
20. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, M. Jansz, "Identification and Speed Control of SI Engine for Idle Operating Mode", *2004 SAE World Congress*, Paper No. 2004-01-0898, Detroit, MI, 2004.

Znanje jezika

Jezici:	Govori i piše engleski i njemači, služi se francuskim

Biography

Name: Vladimir Ivanović

Date of birth: 30th of March, 1979

Place of birth: Osijek, Croatia

Marital status: Married

Education

2003-	Postgraduate doctoral study of mechanical engineering, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb, Croatia
1997-2003	Undergraduate study of mechanical engineering, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, Croatia
1993-1997	Secondary technical school, Osijek, Croatia
1985-1993	Primary school, Osijek, Croatia

Positions

2003-	Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb, Department of Robotics and Automation of Manufacturing Systems, Croatia, Research/Teaching Assistant

Professional, research, academic experience and achievements

2009-	Researcher on project ″Characterization, Modeling and Control of Dry Friction Clutch for DPS6 Powershift Transmissions″, financially supported by the Ford Motor Company, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2008-2009	Researcher on project ″Experimental characterization and control of dry clutch friction″, financially supported by the Ford Motor Company, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2007-2008	Researcher on project ″Computer-Controlled Friction Testing Machine, technology project″, financially supported by the Ministry of Science, Education and Sports of the Republic of Croatia, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2007-	Researcher on project ″Control and estimation of vehicle dynamics″, scientific projects financially supported by the Ministry of Science,

	Education and Sports of the Republic of Croatia, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2006-2008	Researcher on project ″Tire friction modeling and estimation toward substantial improvements in traction control, ABS, and IVDC", University Research Program (Grant) financially supported by the Ford Motor Company, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2006-2008	Researcher on project ″Active Differential Dynamics Modeling″, financially supported by the Jaguar Cars Ltd., main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2004-2005	An Experimental Electrical Vehicle with Direct Wheel Drive″, financially supported by the Ford Motor Company, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2003-2006	Researcher on project ″Modeling, Estimation and Control of Automotive Systems″, scientific projects, financially supported by the Ministry of Science, Education and Sports of the Republic of Croatia, main researcher prof. dr. sc. Joško Deur
2004	Participated in the seminar: "Tyre Models for Vehicle Dynamics Simulation", University of Technology Vienna, Austria
2001	Participated on the project "Thermoacoustic Oscillations in an Annular Combustion Chamber with Swirl Stabilized Premix Burners" at the Lehrstuhl für Thermodynamik, TU München, Germany

List of published papers

Scientific paper in CC journals

1. J. Deur, V. Ivanović, M. Hancock, F. Assadian, "Modeling and Analysis of Active Differential Dynamics", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* prihvaćen za objavljivanje.
2. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, T. Pentek, D. Hrovat, "Tire Friction Behavior Under Abrupt Wheel Torque Transients on Slippery Road Surfaces: Experimental Analysis and Modeling" *Vehicle System Dynamics*, u postupku objavljivanja.

Scientific papers published in CC journal supplements

3. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, M. Troulis, C. Miano, D. Hrovat, J. Asgari, D. Higgins, J. Blackford, V. Koustos, "Experimental Identification of Dynamic Tire Friction Potential on Ice Surfaces", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 44, *Supplement*, pp. 93-103, 2006.
4. J. Deur, V. Ivanović, M. Troulis, M., Miano, C., Hrovat, D., Asgari, J., "Extensions of LuGre Tire Friction Model Related to Variable Slip Speed Along Contact Patch Length", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, *Supplement*, pp. 508-524, 2005.
5. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, D. Hrovat, J. Asgari, M. Troulis, C. Miano, "Experimental Analysis and Modeling of Longitudinal Tire Friction Dynamics for

Abrupt Transients", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 43, *Supplement*, pp. 525-539, 2005.

Scientific papers in other journals

6. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Experimental Characterization of Wet Clutch Friction Behaviors Including Thermal Dynamics", SAE Int. J. Engines, Vol. 2, No. 1, pp. 1211-1220, 2009.
7. J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Hrgetić, J. Asgari, C. Miano, D. Hrovat, "An In-Wheel Motor-Based Tyre Test Vehicle", *International Journal of Vehicle System Modelling and Testing*, Vol. 2, No. 3, pp. 252-275, 2007.
8. D. Pavković, J. Deur, V. Ivanović, D. Hrovat, "SI Engine Load Torque Estimator Based on Adaptive Kalman Filter and Its Application to Idle Speed Control", SAE 2005 Transactions - Journal of Engines (V114-3), Vol. 1, pp. 71-82, 2006.

Scientific conferences papers

9. V. Ivanović, J. Deur, M. Hancock, F. Assadian, "A Closed-Loop Strategy of Active Differential Clutch Control", *ASME Dynamic Systems and Control Conference (2009 DSCC)*, Hollywood, CA, 2009.
10. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Modeling and Experimental Validation of Active Limited Slip Differential Clutch Dynamics", *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Boston, MA, 2008.
11. J. Deur, V. Ivanović, J. Petrić, M. Hancock, F. Assadian, "A Control-oriented Model of Hydrostatic Transmission with Application on Torque Vectoring Differential Modeling" *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Boston, MA, 2008.
12. V. Ivanović, J. Deur, Z. Herold, M. Hancock, F. Assadian, "Experimental Setup for Active Limited Slip Differential Application", SAE paper #2008-01-0302, SAE Congress, Detroit, MI, 2008.
13. J. Petrić, J. Deur, V. Ivanović, "Mathematical Modeling of Hydrostatic Transmission Including an Experimental Verification", *6th IFK-Dresden*, 2008.
14. J. Petrić, D. Libl, V. Ivanović, Z. Herold, Z. Tihomirović, "Design of Hydrostatic Transmission Experimental Setup", *Proceedings of the 11th International Scientific Conference on Production Engineering CIM 2007*, pp. 271-276, 2007.
15. V. Ivanović, J. Deur, M. Kostelac, T. Pentek, O. Hofmann, D. Hrovat, "Experimental Characterization and Modeling of Dynamic Tire Friction Potential on Slipping Surfaces", *20th IAVSD Symposium "Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks"*, Berkeley, California, 2007.
16. V. Ivanović, J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, O. Hofmann, "Modeling of Dynamic Tire Friction Potential on Ice Surfaces", *CD Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Chicago, IL, 2006.
17. J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Troulis, D. Hrovat, "An

Experimental Electrical Vehicle with In-wheel Motor", *CD Proceedings of 13th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, Dubrovnik, Croatia, 2005.

18. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, J. Asgari, D. Hrovat, M. Troulis, C. Miano, "On Low-slip Tire Friction Behavior and Modeling for Different Road Conditions", *CD Proceedings of 19th IAVSD Symposium "Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks"*, Milan, Italy, 2005.
19. D. Pavković, J. Deur, V. Ivanović, D. Hrovat, "SI Engine Load Torque Estimator based on Adaptive Kalman Filter and Its Application to Idle Speed Control", *Electronic Engine Controls Proceedings SP-1975*, *Automotive Engineering International*, 2005.
20. J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, M. Jansz, "Identification and Speed Control of SI Engine for Idle Operating Mode", *2004 SAE World Congress*, Paper No. 2004-01-0898, Detroit, MI, 2004.

Awards

2003	"Medal of the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture" for the best students, awarded by the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, Zagreb.
2005	Best Paper Award for paper presented on XIX IAVSD Symposium, Milan, Italy, Aug/Sep 2005, awarded by the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD).

Languages

Languages:	Fluent in English and German, good understanding of French