

# Parametri za detekciju i lociranje puknuća cijevi vodoopskrbnog sustava

---

Iličić, Kristijan

Doctoral thesis / Disertacija

2012

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:513032>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

**PARAMETRI ZA DETEKCIJU I LOCIRANJE PUKNUĆA CIJEVI**  
**VODOOPSKRBNOG SUSTAVA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

KRISTIЈAN ILIĆIĆ

**ZAGREB, 2011.**



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

**PARAMETRI ZA DETEKCIJU I LOCIRANJE PUKNUĆA CIJEVI**  
**VODOOPSKRBNOG SUSTAVA**

**DOKTORSKA DISERTACIJA**

Mentor:

prof. dr. sc. MARIO ŠAVAR

KRISTIЈAN ILIČIĆ

**ZAGREB, 2011.**



**PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU**

---

UDK:	628.147.25
------	------------

---

Ključne riječi:	vodoopskrbni sustav, kontrolirana zona, vodoopskrbni cjevovod, puknuće cjevovoda, hidraulički model, umjetne neuronske mreže
-----------------	--

---

Znanstveno područje:	tehničke znanosti
----------------------	-------------------

---

Znanstveno polje:	strojarstvo
-------------------	-------------

---

Institucija u kojoj je disertacija izrađena:	Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu
--	---

---

Mentor disertacije:	dr. sc. Mario Šavar, red. prof.
---------------------	---------------------------------

---

Broj stranica:	188
----------------	-----

---

Broj priloga:	10
---------------	----

---

Broj slika:	82
-------------	----

---

Broj tablica:	46
---------------	----

---

Broj korištenih bibliografskih jedinica:	80
--	----

---

Datum obrane:	16. siječnja 2012.
---------------	--------------------

---

Povjerenstvo:	dr. sc. Dubravko Majetić, red. prof., FSB – predsjednik dr. sc. Mario Šavar, red. prof., FSB – mentor dr. sc. Vesna Alar, doc. , FSB – član dr. sc. Ivo Džijan, izv. prof., FSB – član dr. sc. Igor Sutlović, izv. prof., FKIT – član
---------------	---

---

Institucija u kojoj je disertacija pohranjena:	Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu Nacionalna sveučilišna knjižnica, Zagreb
--	---

---

## ZAHVALA

Iskreno zahvaljujem svom mentoru dr. sc. Mariu Šavaru na korisnim smjernicama, dobrim savjetima i trudu uloženom u višestruko čitanje i provjeru sadržaja rada, a posebno na prijateljskom ozračju i spontanosti u vremenu koje smo zajedno proveli analizirajući problematiku kojom se rad bavi.

Zahvaljujem ostalim članovima povjerenstva dr. sc. Dubravku Majetiću, dr. sc. Vesni Alar, dr. sc. Ivi Džijanu i dr. sc. Igoru Sutloviću na korisnim primjedbama proizašlim iz čitanja teksta čime su značajno doprinijeli kvaliteti i omogućili da ovaj rad poprimi svoj konačni oblik.

Zahvaljujem Katedri za mehaniku fluida Fakulteta strojarstva i brodogradnje, posebice dr. sc. Zdravku Viragu koji je zajedno s mojim mentorom dr. sc. Mariom Šavarom, osim za znanstvene teme vezane uz ovaj rad, uvijek našao vremena za korisne razgovore i rasprave proizašle iz mojih praktičnih stručnih iskustava. Ovo je bilo korisno, ne samo za mene osobno, nego i za moju užu i širu radnu okolinu.

Osjećam potrebu zahvaliti brojnim kolegama i suradnicima koji su prošli kroz moj radni vijek neprestano me motivirajući i potičući na izgrađivanje ljubavi prema struci i znanosti. Oni su značajno utjecali na moj put koji je u konačnici doveo do realizacije ovoga rada, a zasigurno će se ovdje sami prepoznati.

Od srca zahvaljujem svojoj supruzi Ivani s kojom sam prošao ključna razdoblja života i zajednički donio sve odluke tijekom stručnog i znanstvenog usavršavanja čija je kruna ovaj rad koji posvećujem njoj i mojem sinu Lovri.

## SADRŽAJ

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU .....	I
ZAHVALA.....	II
SADRŽAJ .....	III
PREDGOVOR.....	VI
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VII
KLJUČNE RIJEČI.....	VIII
KEY WORDS.....	VIII
POPIS OZNAKA I SKRAĆENICA.....	IX
POPIS SLIKA.....	XVIII
POPIS TABLICA .....	XXIII
POPIS PRILOGA .....	XXVI
1. UVOD .....	1
1.1. Motivacija i definiranje problema .....	1
1.2. Hipoteza.....	5
2. MATEMATIČKO FIZIKALNI MODEL .....	7
2.1. Fizikalne osnove hidrauličkog modeliranja vodoopskrbnog sustava.....	7
2.1.1. Opći oblik zakona mehanike fluida .....	7
2.1.2. Integralni oblici jednažbi dinamike fluida.....	11
2.1.3. Jednažba kontinuiteta i Bernoullijeva jednažba .....	14
2.1.4. Modeliranje gubitaka energije uslijed viskoznog trenja .....	15
2.2. Hidrodinamičko modeliranje vodoopskrbnog sustava .....	21
2.2.1. Hidrodinamički model vodoopskrbnog sustava .....	21
2.2.2. Hidrodinamički proračun jednostavnih cjevovoda.....	22
2.2.3. Hidrodinamički proračun mreže cjevovoda .....	24
2.2.4. Hardy Crossova metoda.....	25
2.2.5. Newton-Raphsonova metoda.....	27
2.2.6. Topologija mreže hidrauličkog modela. Gradijentna metoda.....	29
2.3. Umjetne neuronske mreže .....	35
2.3.1. Umjetni neuron .....	35
2.3.2. Višeslojna perceptronska neuronska mreža .....	37
2.3.3. Učenje neuronske mreže .....	42
2.3.4. Algoritam povratnog prostiranja greške.....	48
2.3.5. Algoritam Gauss-Newton.....	54



2.3.6.	Algoritam Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) .....	59
2.3.7.	Algoritam konjugiranog gradijenta.....	60
3.	DETEKCIJA CURENJA VODE U CJEVOVODIMA VODOOPSKRBNOG SUSTAVA.....	63
3.1.	Općenito o sustavu vodoopskrbe .....	63
3.2.	Gubici vode u sustavu vodoopskrbe.....	73
3.3.	Sustavan pristup smanjenju gubitaka vode.....	76
3.4.	Analiza i izračunavanje gubitaka vode.....	78
3.5.	Detekcija i lociranje mjesta curenja na cjevovodima.....	86
4.	PLAN ISTRAŽIVANJA .....	93
4.1.	Planiranje zone regulacije i mjerenja – definiranje DMA.....	93
4.2.	Prikupljanje i obrada podataka iz DMA.....	97
4.3.	Priprema hidrauličkog modela.....	101
4.4.	Uvođenje scenarija za simultanu hidrauličku analizu različitih slučajeva puknuća cjevovoda.....	108
4.5.	Definiranje scenarija puknuća cjevovoda za generiranje ulaznih podataka u umjetne neuronske mreže .....	112
4.6.	Definiranje i primjena neuronskih mreža za detekciju puknuća cjevovoda...	115
4.7.	Definiranje i primjena neuronskih mreža za lociranje puknuća cjevovoda...	120
5.	REZULTATI ISTRAŽIVANJA.....	127
5.1.	Određivanje vrijednosti protoka puknuća cjevovoda koje daju signifikantne promjene ulaznih parametara neuronske mreže.....	127
5.2.	Detekcija puknuća cjevovoda na temelju podataka o protoku i tlakovima unutar DMA.....	131
5.2.1.	Protok puknuća: 900 l/min .....	131
5.2.2.	Protok puknuća: 1800 l/min .....	137
5.2.3.	Protok puknuća: 4500 l/min .....	143
5.2.4.	Protok puknuća: 9000 l/min .....	148
5.3.	Lociranje puknuća cjevovoda na temelju podataka o protoku i tlakovima unutar DMA.....	153
5.3.1.	Protok puknuća: 900 l/min .....	153
5.3.2.	Protok puknuća: 1800 l/min .....	157
5.3.3.	Protok puknuća: 4500 l/min .....	160
5.3.4.	Protok puknuća: 9000 l/min .....	163
6.	RASPRAVA .....	167
6.1.	Ovisnost točnosti neuronskih mreža kod detekcije puknuća cjevovoda o protoku puknuća.....	167

6.2. Ovisnost točnosti neuronskih mreža kod lociranja puknuća cjevovoda o protoku puknuća.....	170
7. ZAKLJUČAK.....	175
8. LITERATURA .....	179
ŽIVOTOPIS .....	187
BIOGRAPHY .....	188
PRILOZI.....	I

## **PREDGOVOR**

Disertacija je nastala kao plod višegodišnjeg proučavanja mehanike fluida, hidrauličkog modeliranja, praćenja istraživanja i iskustava u smanjenju gubitaka vode u sustavima vodoopskrbe, te povezivanja na ovaj način stečenih spoznaja, koristeći pri tome metode matematičke statistike. Tako se u radu polazi od osnovnih zakona mehanike fluida i na temelju njih razvijenog hidrauličkog modeliranja. Nastavlja se s uvođenjem koncepta neuronskih mreža za koji se predviđaju dobra svojstva koja se mogu iskoristiti za zadržavanje ili odbacivanje hipoteze disertacije. Prema njoj je moguće na temelju mjerenjima dobivenih fizikalnih veličina tlaka i protoka detektirati i locirati puknuća cjevovoda.

Postojeća iskustva i radovi objavljeni na ovu temu pokazuju da su osnovni razlozi dosadašnje nemogućnosti predviđanja puknuća cjevovoda na temelju mjerljivih parametara bili ograničenja povezana s nemogućnošću ostvarivanja stvarnog eksperimentalnog modela budući da pri tome postoje rizici od obustave isporuke vode ili poremećaja njene kvalitete. Zato je u radu predložen integralni model sastavljen od stvarne kontrolirane zone odijeljene od ostatka sustava vodoopskrbe, njenog hidrauličkog modela sa scenarijima puknuća cjevovoda, neuronskih mreža naučenih za prepoznavanje i lociranje puknuća, te statističkih metoda analize u svrhu potvrđivanja ostvarenih rezultata, odnosno postavljene hipoteze.

## SAŽETAK

U radu je istražena mogućnost detekcije i lociranja puknuća cijevi unutar izoliranog dijela sustava vodoopskrbe, tj. kontrolirane zone na temelju poznavanja vrijednosti pet parametra. Ti parametri bili su po jedna veličina protoka i tlaka mjerene na ulazu u sustav, te tri veličine tlaka mjerene na različitim lokacijama unutar sustava. Izmjerene vrijednosti svih pet parametra su prikupljane i bilježene kontinuirano u vremenu.

Za istraživanje su korišteni podaci o vrijednostima veličina protoka i tlaka po satima i danima u vremenskom razdoblju od jedne godine, na način da su hidrauličkim modelom simulirana hidraulička stanja sa i bez puknuća cjevovoda s različitim protocima curenja. Ovi podaci su korišteni kao ulazi u neuronske mreže, dok je primarno kao izlazna veličina razmatrano stanje puknuća, a sekundarno su, ukoliko je puknuće nastalo, izlazne veličine bile prostorne koordinate njegove lokacije.

Nakon provedenih simulacija različitih stanja sa i bez puknuća unutar vodoopskrbne mreže ustanovljeno je da se pomoću dobro modeliranih neuronskih mreža odabrani parametri mogu iskoristiti za dobivanje informacije o pojavi puknuća cijevi. Neuronske mreže modelirane u svrhu lociranja puknuća cijevi pokazale su da s povećanjem protoka iz cijevi nastalog uslijed njenog puknuća, pogreška kod određivanja lokacije puknuća linearno pada. Međutim, nije ostvaren dovoljan nagib tog pravca kod kojeg bi se, za neki realno očekivani protok puknuća, pogreška lociranja puknuća smanjila na prihvatljivu vrijednost.

## SUMMARY

The work explores the possibility of detection and location of the pipe burst inside an isolated part of the water supply system, i.e. district metered area, based on the known values of five parameters. These parameters were one variable of flow, one variable of pressure at the inlet of the system and three variables of pressure measured at different locations within the system. The measured values of all five parameters were collected and recorded continuously in time of one year.

For the research, we used data on the values of flow and pressure for hours and days in the period of one year, in a manner that the hydraulic model simulated hydraulic

conditions with and without pipe burst with different leakage flows. These data were used as inputs in neural networks; while the primarily considered output value was the state of burst, and the secondary, if the bursts occurred, output values were the spatial coordinates of burst location.

After the simulation of a number of different conditions with and without a pipe burst in the water supply network, it was found that, managing well trained neural networks, selected parameters could be used to provide information of occurrence of pipe burst. Neural networks modeled for the purpose of locating pipe burst showed that, when flow formed due to pipe burst increases, error in determining the location of burst drops. However, we could not obtain sufficient decrease of this flow-error correlation line in order to achieve acceptable pipe burst location error for particular realistic pipe burst flow.

## **KLJUČNE RIJEČI**

vodoopskrbni sustav, kontrolirana zona, vodoopskrbni cjevovod, puknuće cjevovoda, hidraulički model, umjetne neuronske mreže

## **KEY WORDS**

water supply system, district metered area, water pipeline network, pipe burst, hydraulic model, artificial neural networks

## POPIS OZNAKA I SKRAĆENICA

Oznaka	Značenje	Izraz*
$\partial$	parcijalni diferencijal	(2.1)
$\Delta H$	visina stupca vode u pseudovodospremi na ulazu u DMA, m	(4.4)
$\Delta t$	vremenski period unutar dana, h	115
$\Delta t_b$	vrijeme istjecanja kod pozadinskih curenja vode, m <sup>3</sup> /d	(3.28)
$\Delta t_u$	vrijeme istjecanja vode kod neprijavljenih puknuća cjevovoda, m <sup>3</sup> /d	(3.28)
$\Delta t_r$	vrijeme istjecanja vode kod prijavljenih puknuća cjevovoda, m <sup>3</sup> /d	(3.28)
$\Delta\mu$	odstupanje aritmetičkih sredina dvaju različitih statističkih skupova, -	(4.10)
$2\mu D_{ij}$	devijatorsko naprezanje, N/m <sup>2</sup>	(2.15)
$A$	ploština, m <sup>2</sup>	(2.17)
$\mathbf{A}, A_{jp}$	prva matrica incidencije	(2.113)
$a, b$	faktori odnosa Darcy-Weisbachove jednadžbe i eksponencijalne jednadžbe odnosa visine pada tlaka i protoka, -	(2.38)
AMR	automatsko očitavanje brojila vode (engl. Automatic Meter Reading)	176
$\mathbf{B}, B_{rp}$	druga matrica incidencije	(2.114)
BABE	procjena puknuća i pozadinskog curenja (engl. Burst and Background Estimates)	79
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algoritam	45
$c$	varijabla uzorka podataka za neuronske mreže; $U$ -učenje, $T$ -testiranje, $V$ -validacija	117
$\mathbf{C}, C_{pq}$	dijagonalna matrica tlaka	(2.117)
$CARL$	postojeći godišnji stvarni gubici po km cjevovoda ili broju priključaka, l/(km cjevovoda·dan) ili	

\* Ukoliko se oznaka ili skraćenica ne pojavljuje barem u jednom izrazu unutar teksta, za nju se umjesto navođenja izraza u obliku zagradama navodi broj stranice na kojoj se prvi puta pojavljuje.

	l/(priključak·dan)	(3.26)
$C_d$	koeficijent istjecanja	(3.31)
CE	unakrsna entropija (engl. Cross Entropy)	116
$C_{HW}$	Hazen-Williamsov koeficijent hrapavosti, $m^{0,37} \cdot s^{-1}$	(2.32)
$C_M$	Manningov koeficijent hrapavosti, $s \cdot m^{-1/3}$	(2.33)
D	materijalni diferencijal	(2.2)
d	diferencijal	(2.1)
D	promjer cjevovoda, mm	(2.29)
$\mathbf{D}, D_{ij}$	tenzor brzine deformacije, 1/s	(2.16)
DMA	kontrolirana zona (engl. District Metered Area)	76
e	energija, J	11
E	brid grafa	(2.106)
E	funkcija cilja	(2.131)
$E_{CE}$	funkcija cilja unakrsne entropije	(4.13)
$e_j$	i-ti brid grafa	(2.110)
ELL	Ekonomska razina gubitaka vode (engl. Economic Level of Leakage), l/(km cjevovoda·dan) ili l/(priključak·dan)	78
$e_p$	potencijal, N·m	(2.13)
EPS	simulacija proširenog perioda (engl. Extended Period Simulation)	115
$E_{SOS}$	funkcija cilja zbroja kvadrata odstupanja	(4.13)
F	varijabla F-testa	124
$\mathbf{f}(\mathbf{q}), f_i(q_j)$	I-dimenzijska funkcija J varijabli protoka	(2.71)
$\mathbf{F}, \vec{F}$	vektor sile, N	(2.22)
$\mathbf{f}, f_i$	vektor masene sile, $N/m^3$	(2.11)
FAVAD	metoda nepromjenljive i promjenljive ploštine istjecanja (engl. Fixed and Variable Area of Discharge Paths)	83
g	gravitacijsko ubrzanje, $m/s^2$	(2.13)
G	graf	(2.106)
$\mathbf{G}, \vec{G}$	vektor gravitacijske sile, N	(2.22)
$\mathbf{g}, g_i$	vektor gravitacijskog ubrzanja, $m/s^2$	(2.13)
grad	gradijent funkcije	(2.140)

$H$	visina tlaka u čvoru, m	(2.118)
$H$	visina dobave pumpe, m	(3.15)
$\mathbf{h}(n)$	aproksimacija Hessianove matrice	(2.213)
$H_0$	dubina podzemne vode, m	(3.8)
$h_0$	dubina podzemne vode u vodozahvatu zdenca, m	(3.8)
$h_F$	visina gubitka uslijed viskoznog trenja, m	(2.28)
$h_f$	visina linijskog gubitka energije cjevovoda, m	(2.28)
$\mathbf{H}_f, H_{ij}$	Hessian ili Hessianova matrica	(2.227)
$h_{fm}$	visina lokalnog gubitka energije cjevovoda, m	(2.28)
$h_P$	visina dobave pumpe, m	(2.27)
$h_S$	visina snage stroja, m	(2.26)
$h_T$	visina utroška turbine, m	(2.27)
$I$	hidraulički gradijent, 1	(2.35)
$ILI$	infrastrukturni indikator curenja, 1	(3.26)
$J$	broj čvorova cjevovoda, -	(2.61)
J-1 do J-160	čvorovi hidrauličkog modela	109
$\mathbf{J}_f, J_{ij}$	Jacobijan ili Jacobijeva matrica	(2.73)
$k$	visina hrapavosti stijenke cijevi, mm	(2.31)
$K$	linearni faktor eksponencijalne jednadžbe odnos visine pada tlaka i protoka, -	(2.37)
$k$	koeficijent filtracije vodonosnog sloja, m/s	(3.8)
$K_d$	koeficijent neravnomjernosti dnevne potrošnje vode, 1	(3.4)
$K_h$	koeficijent neravnomjernosti satne potrošnje vode, 1	(3.5)
$K_{LG}$	koeficijent lokalnog gubitka cjevovoda, -	(2.54)
$KP$	kontrolna površina, m <sup>2</sup>	(2.1)
$KV$	kontrolni volumen, m <sup>3</sup>	(2.1)
$L$	duljina cjevovoda, m	(2.29)
$L$	broj petlji cjevovoda, -	(2.62)
$L_e$	ekvivalentna duljina cjevovoda, m	(2.55)
$L_m$	ukupna duljina cjevovoda, km	(3.24)
$l_n$	udaljenost ciljane od ostvarene lokacije puknuća, m	(4.20)
$L_p$	ukupna duljina cjevovoda od granice posjeda potrošača	(3.24)



	do vodomjera, km	
$m$	masa, kg	(2.4)
$M(G)$	matrica incidencije	(2.110)
$\mathbf{M}, \vec{M}$	vektor momenta sile, N·m	(2.23)
MLP	višeslojna perceptronska mreža (engl. Multilayer Perceptron Neural Network)	39
$n$	eksponencijalni faktor eksponencijalne jednadžbe odnos visine pada tlaka i protoka, -	(2.37)
$N$	brojnost stanovnika, r	(3.1)
$N$	broj elemenata statističkog skupa općenite fizikalne veličine, 1	(4.6)
$n$	broj elemenata skupa koji se testira $F$ ili $t$ testom	124
$\mathbf{n}, n_j$	ortogonalni vektor površine	(2.1)
$N_1$	eksponent odnosa omjera protoka i tlakova u FAVAD metodi	(3.35)
$N_c$	ukupan broj priključaka vode, 1	(3.24)
$net$	veličina zbroja umnoška ulaznih signala i težina u neuronskoj mreži	(2.123)
$NRW$	neprihodovana voda u odnosu na zahvaćenu vodu, 1, ×100%	75
$O$	duljina linije dodira fluida i stijenke profila cijevi, m	(2.34)
$p$	tlak, N/m <sup>2</sup>	(2.15)
$P$	broj cijevi cjevovoda, -	(2.61)
P-1 do P-199	cijevi hidrauličkog modela	105
$p_C$	tlak u Cvijićevoj ulici, bar	113
$P_F$	snaga viskozne disipacije, W	(2.24)
$p_F$	vjerojatnost kod $F$ -testa	124
$p_H$	tlak u Horvaćanskoj ulici, bar	113
$P_i$	instalirana snaga pumpe, kW	(3.18)
$p_{ji}(n)$	smjer traženja (konjugirani vektor) u $n$ -tom koraku iteracije	(2.145)
$p_O$	tlak u Omiškoj ulici, bar	113

$p_{\text{podredenost}}$	određenost kod operativne karakteristike, 1, $\times 100\%$	(4.15)
$p_{\text{osjetljivost}}$	osjetljivost kod operativne karakteristike, 1, $\times 100\%$	(4.15)
$P_r$	rezervna snaga pumpe, kW	(3.17)
$p_R$	tlak u Romičevoj ulici, bar	113
$P_S$	snaga stroja, W	(2.24)
$P_s$	stvarna (potrebna) snaga pumpe, kW	(3.11)
$P_t$	teorijska snaga pumpe, kW	(3.12)
$p_t$	vjerojatnost kod $t$ -testa	125
$-p\delta_{ij}$	sferni dio tenzora naprežanja, $N/m^2$	(2.15)
$Q$	volumenski protok, $m^3/s$	(2.25)
$\mathbf{Q}$	vektor protoka u čvoru, l/min	(2.117)
$q$	potrošnja vode, l/(rd)	(3.1)
$Q$	ukupno zahvaćena voda, $m^3/y$	(3.19)
$q$	protok vode na ulazu u DMA u Horvaćanskoj ulici, l/min	113
$\mathbf{q}, q_i$	vektor površinske gustoće toplinskog toka	(2.18)
$\dot{Q}$	toplinski tok, J/s	(2.18)
$Q_{AC}$	ovlaštena potrošnja vode, $m^3/y$	(3.19)
$Q_{AL}$	prividni gubitak vode, $m^3/y$	(3.20)
$Q_{AL}$	gubitak iznad neizbježnog gubitka vode, $m^3/y$	(3.25)
$Q_b$	protok zbog pozadinskih curenja vode, $m^3/d$	(3.28)
$Q_{BAC}$	fakturirana ovlaštena potrošnja vode, $m^3/y$	(3.21)
$Q_{d,max}$	maksimalna dnevna potrošnja vode, l/s	(3.4)
$Q_{d,s}$	srednja dnevna potrošnja vode, l/s	(3.3)
$Q_{h,max}$	maksimalna satna potrošnja vode, l/s	(3.5)
$q_j$	potrošnja vode u $j$ -tom čvoru, l/min	(2.61)
$Q_n$	dotok vode u nepotpuni vodoopskrbni zdenac, l/s	(3.10)
$Q_N$	minimalni noćni protok vode, $m^3/h$	(3.29)
$Q_{NAC}$	legitimna noćna potrošnja vode, $m^3/h$	(3.29)
$Q_{NAL}$	noćni gubici iznad neizbježnih gubitaka vode, $m^3/h$	(3.30)
$Q_{NRL}$	stvarni noćni gubici vode, $m^3/h$	(3.29)
$Q_{NRW}$	neprihodovana voda, $m^3/y$	(3.22)

$Q_{\text{NUL}}$	noćni neizbježni gubici, $\text{m}^3/\text{h}$	(3.30)
$Q_p$	protok u $p$ -toj cijevi, $\text{l}/\text{min}$	(2.61)
$Q_p$	dotok vode u potpuni vodoopskrbni zdenac, $\text{l}/\text{s}$	(3.8)
$q_{\text{pb}}$	protok istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda, $\text{l}/\text{min}$	112
$q_{\text{pb,max}}$	inicijalna maksimalna vrijednost istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda, $\text{l}/\text{min}$	(4.12)
$q_{\text{pb,min}}$	inicijalna minimalna vrijednost istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda, $\text{l}/\text{min}$	(4.5)
$Q_r$	protok zbog prijavljenih puknuća cjevovoda, $\text{m}^3/\text{d}$	(3.28)
$Q_{\text{RL}}$	stvarni gubitak vode, $\text{m}^3/\text{y}$	(3.20)
$Q_{\text{RW}}$	prihodovana voda, $\text{m}^3/\text{y}$	(3.23)
$Q_s$	srednji protočni volumen potrebne vode za opskrbu, $\text{l}$	(3.1)
$Q_u$	protok zbog neprijavljenih puknuća cjevovoda, $\text{m}^3/\text{d}$	(3.28)
$Q_{\text{UAC}}$	nefakturirana ovlaštena potrošnja vode, $\text{m}^3/\text{y}$	(3.21)
$Q_{\text{UL}}$	neizbježni gubitak vode	(3.25)
$Q_{\text{WL}}$	ukupni gubitak vode, $\text{m}^3/\text{y}$	(3.19)
$q_{\text{WL}}$	prosječni gubitak vode po čvoru DMA, $\text{l}/\text{min}$	(4.1)
$R$	hidraulički polumjer, $\text{m}$	(2.34)
$\mathbf{r}(\mathbf{w}), r_n(w_{kj})$	vektor rezidualne funkcije cilja algoritma Gauss-Newton	(2.195)
$R_0$	polumjer utjecaja zdenca, $\text{m}$	(3.8)
$r_0$	unutarnji polumjer zdenca, $\text{m}$	(3.8)
$R^2$	koeficijent korelacije	(6.9)
$Re$	Reynoldsov broj, 1	(2.30)
ROC	operativna karakteristika (engl. Receiver Operating Characteristic)	118
$S$	ploština, $\text{m}^2$	(2.1)
$s$	pokazatelj puknuća cjevovoda, 0 (ne postoji puknuće), 1 (postoji puknuće)	117
$S(w_{kj})$	rezidualna minimalna funkcija algoritma Gauss-Newton	(2.196)
$s_0$	pad razine podzemne vode u zdencu, $\text{m}$	(3.10)
SANN	Statistica automatizirane neuronske mreže (engl.	115

	Statistical Automated Neural Networks)	
$s_o$	ostvarene vrijednosti iz neuronske mreže pokazatelja puknuća cjevovoda, 0 (ne postoji puknuće), 1 (postoji puknuće)	116
SOS	zbroj kvadrata odstupanja (engl. Sum Of Squares)	116
SSA	analiza stacionarnog modela (engl. Steady State Analysis)	171
$s_T$	željene vrijednosti pokazatelja puknuća cjevovoda, 0 (ne postoji puknuće), 1 (postoji puknuće)	116
$S_V$	izvor/ponor fizikalnog svojstva	(2.7)
$t$	vrijeme, t	(2.1)
$t$	vrijeme potrošnje vode, d	(3.1)
$t$	varijabla $t$ -testa	124
$TLI$	indikator ukupnih gubitaka, l/(priključak·dan)	(3.31)
$t_p$	dnevno vrijeme crpljenja, s/d	(3.13)
$u, u_j$	brzina gibanja proizvoljnog volumena, m/s	(2.1)
$UARL$	neizbježni godišnji stvarni gubici po km cjevovoda ili broju priključaka, l/(km cjevovoda·dan) ili l/(priključak·dan)	(3.26)
$V$	vrh grafa	(2.106)
$V(t)$	proizvoljni volumen, m <sup>3</sup>	(2.1)
$v, v_i$	brzina gibanja materijalnog volumena, m/s	(2.1)
$V_b$	volumen izgubljene vode zbog pozadinskih curenja, m <sup>3</sup> /d	(3.28)
$v_d$	brzina voda u distribucijskom cjevovodu, m/s	72
$v_j$	$j$ -ti rub grafa	(2.110)
$v_i$	$i$ -ti težinski faktor neurona	(2.123)
$V_M(t)$	materijalni volumen, m <sup>3</sup>	(2.2)
$V_r$	volumen izgubljene vode zbog prijavljenih puknuća cjevovoda, m <sup>3</sup> /d	(3.28)
$v_t$	brzina vode u transportnom cjevovodu, m/s	72
$V_u$	volumen izgubljene vode zbog neprijavljenih puknuća	(3.28)

	cjevovoda, m <sup>3</sup> /d	
$WL$	gubitak vode u odnosu na zahvaćenu vodu, 1, ×100%	75
$X$	općenita fizikalna veličina za statističku obradu, -	113
$x$	horizontalna relativna koordinata lokacije puknuća, m	(4.18)
$X, Y$	apsolutne Gauss-Krügerove prostorne koordinate čvora DMA	(4.18)
$x_i$	prostorna koordinata, m	(2.1)
$x_i$	veličina signala $i$ -tog ulaza u neuron	(2.123)
$X_{R-1}, Y_{R-1}$	apsolutne Gauss-Krügerove prostorne koordinate referentne točke R-1	(4.18)
$y$	vertikalna relativna koordinata lokacije puknuća, m	(4.18)
$y_j$	veličina signala $j$ -tog izlaza iz neurona	(2.126)
$z$	geometrijska visina, m	(2.26)
$\alpha$	faktor korekcije kinetičke energije	(2.17)
$\alpha$	signifikantnost $F$ testa i $t$ testa	124
$\alpha$	momentum ili zamah	(2.155)
$\alpha$	prvi parametar beta funkcije	(6.1)
$\alpha(n)$	veličina koraka u $n$ -tom koraku iteracije	(2.145)
$B(\alpha, \beta)$	beta funkcija	(6.1)
$\beta$	faktor korekcije količine gibanja	(2.17)
$\beta$	drugi parametar beta funkcije	(6.1)
$\gamma(net)$	aktivacijska funkcija	(2.126)
$\eta$	koeficijent iskoristivosti pumpe, 1	(3.12)
$\kappa$	koeficijent smjera linearne aktivacijske funkcije	(2.130)
$\lambda$	koeficijent trenja, 1	(2.29)
$\mu$	aritmetička sredina općenite fizikalne veličine, -	(4.6)
$\mu(q_{pb})$	aritmetička sredina udaljenosti ciljanih od ostvarenih točaka puknuća cjevovoda, m	(4.21)
$\mu_{ans}$	najmanja srednja udaljenost željenih i ostvarenih rezultata lokacije puknuća za ansambl 5 neuronskih mreža s najboljim karakteristikama, m	(5.3)

$\mu_{\min}$	najmanja srednja udaljenost željenih i ostvarenih rezultata lokacije puknuća za neuronsku mrežu s najboljim karakteristikama, m	(5.1)
$\mu_{pH}$	aritmetička sredina tlaka u Horvaćanskoj ulici na mjestu regulacije DMA, bar	(4.2)
$\nu$	stupanj slobode $F$ ili $t$ distribucije	124
$\rho$	gustoća, $\text{kg/m}^3$	(2.4)
$\sigma$	standardna devijacija općenite fizikalne veličine, -	(4.7)
$\sigma(q_{pb})$	standardna devijacija udaljenosti ciljanih od ostvarenih točaka puknuća cjevovoda, m	(4.22)
$\sigma, \sigma_{ij}$	tenzor površinske sile, $\text{N/m}^2$	(2.12)
$\sigma, \sigma_l$	vektor površinske sile, $\text{N/m}^2$	(2.12)
$\sigma_{\text{ans}}$	standardna devijacija udaljenosti željenih i ostvarenih rezultata lokacije puknuća za ansambl 5 neuronskih mreža s najboljim karakteristikama, m	(5.4)
$\sigma_C$	standardna greška za slučajni uzorak općenite fizikalne veličine, -	(4.8)
$\sigma_{\min}$	standardna devijacija udaljenosti željenih i ostvarenih rezultata lokacije puknuća za neuronsku mrežu s najboljim karakteristikama, m	(5.2)
$\sigma_{pH}$	standardna devijacija tlaka u Horvaćanskoj ulici na mjestu regulacije DMA, bar	(4.3)
$\Phi$	općenita fizikalna veličina izražena po jediničnom volumenu	(2.1)
$\varphi$	fizikalno svojstvo po jediničnoj masi	(2.4)
$\psi_G$	funkcija incidencije	(2.107)

## POPIS SLIKA

<b>Oznaka</b>	<b>Naziv</b>	<b>Stranica</b>
Slika 2.1.	Generalizirani model hidrodinamičkog sustava	13
Slika 2.2.	Primjer prikaza strukture grafa	30
Slika 2.3.	Primjer topologije mreže hidrauličkog modela	31
Slika 2.4.	Model biološkog neurona	35
Slika 2.5.	Model umjetnog neurona	35
Slika 2.6.	Model jednoslojne neuronske mreže	38
Slika 2.7.	Model višeslojne perceptronske neuronske mreže – MLP	40
Slika 2.8.	Bipolarna sigmoidalna aktivacijska funkcija	41
Slika 2.9.	Linearna aktivacijska funkcija	41
Slika 2.10.	Algoritam učenja statičke višeslojne neuronske mreže	42
Slika 2.11.	Dijagram toka minimiziranja funkcije $E(v_{ji})$	47
Slika 3.1.	Vremenska dnevna distribucija potrošnje prikazana pomoću multiplikatora potrošnje za dvosatni interval	68
Slika 3.2.	Strujanje podzemne vode prema običnom potpunom zdencu	69
Slika 3.3.	Strujanje podzemne vode prema običnom nepotpunom zdencu	69
Slika 3.4.	Shema tlačnog sustava vodoopskrbe s dvije visinske zone	72
Slika 3.5.	Četiri osnovne komponente upravljanja stvarnim gubicima	77
Slika 3.6.	Količina izgubljene vode iz sustava vodoopskrbe u ovisnosti o vremenu i intenzitetu curenja vode iz cjevovoda za različite kategorije curenja	80
Slika 3.7.	Dnevna dinamika protoka i tlaka s komponentama noćnog protoka	82
Slika 3.8.	Odnos kvocijenta protoka istjecanja i kvocijenta tlakova u ovisnosti o eksponentu $N_1$	84
Slika 3.9.	Dijagram gubitaka za nekoliko mjesta u Velikoj Britaniji	85
Slika 3.10.	Dijagram gubitaka za mjesto Lonsdale	85
Slika 3.11.	Ispitivanje curenja cjevovoda po sekcijama	88
Slika 3.12.	Korelator [66]	88
Slika 3.13.	Princip rada korelatora [67]	88
Slika 3.14.	Geofon [67]	89
Slika 3.15.	Princip rada geofona [68]	89

Slika 3.16.	Akustični logeri [68]	90
Slika 3.17.	Primjer uzoraka šuma dobivenih mjerenjima putem akustičnih logera	91
Slika 4.1.	Shematski prikaz sustava vodoopskrbe grada Zagreba	93
Slika 4.2.	Prikaz lokacije na kojoj je provedeno istraživanje – Zagrebačko naselje Knežija	94
Slika 4.3.	DMA s definiranim granicama i lokacijama mjernih mjesta protoka i tlaka	96
Slika 4.4.	Udjeli dužina cjevovoda po materijalu, promjeru i godini ugradnje u ukupnoj duljini	96
Slika 4.5.	Mjerno-regulacijska komora za kontrolu protoka regulacijom tlaka na ulazu u DMA	97
Slika 4.6.	Vodomjer s daljinskim očitanjem	98
Slika 4.7.	Logeri tlaka	98
Slika 4.8.	Simbolični prikaz mogućnosti daljinskog prijenosa podataka	98
Slika 4.9.	Regulacija tlaka i protoka u DMA – promjena veličina tlaka i protoka prije uvođenja regulacije po protoku	99
Slika 4.10.	Regulacija tlaka i protoka u DMA – promjena veličina tlaka i protoka nakon uvođenja regulacije po protoku	100
Slika 4.11.	Kontrolne karte prosječnih vrijednosti frekvencija kvarova cjevovoda po danu za stanje DMA sa slobodnim ulazom vode i za stanje pri regulaciji tlaka u ovisnosti o protoku	100
Slika 4.12.	Situacijski prikaz razmještaja potrošača u prostoru DMA	102
Slika 4.13.	Prikaz multiplikatora potrošnje za vremenski uzorak hidrauličkog modela – vremenska razdioba potrošnje privrede, gubitaka vode i potrošnje domaćinstava	105
Slika 4.14.	Situacijski prikaz iz GIS-a cjevovoda s atributima: materijal, promjer i godina ugradnje cjevovoda	106
Slika 4.15.	Hidraulički model DMA	107
Slika 4.16.	Struktura scenarija hidrauličkog modela	108
Slika 4.17.	Primjer strukture alternative potrošnje hidrauličkog modela	109



Slika 4.18.	Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-3	110
Slika 4.19.	Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-50	111
Slika 4.20.	Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-38	111
Slika 4.21.	ROC – Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža	119
Slika 5.1.	Statistička distribucija varijable $q$ , l/min	127
Slika 5.2.	Statistička distribucija varijable $p_H$ , bar	128
Slika 5.3.	Statistička distribucija varijable $p_R$ , bar	128
Slika 5.4.	Statistička distribucija varijable $p_O$ , bar	129
Slika 5.5.	Statistička distribucija varijable $p_C$ , bar	129
Slika 5.6.	Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža, $q_{pb}=900$ l/min	135
Slika 5.7.	Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža, $q_{pb}=900$ l/min	136
Slika 5.8.	Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža, $q_{pb}=900$ l/min	136
Slika 5.9.	Grafički prikaz ovisnosti varijabli $q$ , $s_T$ i $s_O$ , $q_{pb}=900$ l/min	137
Slika 5.10.	Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža, $q_{pb}=1800$ l/min	141
Slika 5.11.	Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža, $q_{pb}=1800$ l/min	141
Slika 5.12.	Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža, $q_{pb}=1800$ l/min	142
Slika 5.13.	Grafički prikaz ovisnosti varijabli $q$ , $s_T$ i $s_O$ , $q_{pb}=1800$ l/min	143
Slika 5.14.	Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža, $q_{pb}=4500$ l/min	146
Slika 5.15.	Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža, $q_{pb}=4500$ l/min	147
Slika 5.16.	Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža, $q_{pb}=4500$ l/min	147
Slika 5.17.	Grafički prikaz ovisnosti varijabli $q$ , $s_T$ i $s_O$ , $q_{pb}=4500$ l/min	148
Slika 5.18.	Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža, $q_{pb}=9000$ l/min	151

Slika 5.19.	Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža, $q_{pb}=9000$ l/min	152
Slika 5.20.	Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža, $q_{pb}=9000$ l/min	152
Slika 5.21.	Grafički prikaz ovisnosti varijabli $q$ , $s_T$ i $s_O$ , $q_{pb}=9000$ l/min	153
Slika 5.22.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $x$ , $q_{pb}=900$ l/min	155
Slika 5.23.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $y$ , $q_{pb}=900$ l/min	155
Slika 5.24.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $x$ , $q_{pb}=1800$ l/min	158
Slika 5.25.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $y$ , $q_{pb}=1800$ l/min	158
Slika 5.26.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $x$ , $q_{pb}=4500$ l/min	161
Slika 5.27.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $y$ , $q_{pb}=4500$ l/min	161
Slika 5.28.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $x$ , $q_{pb}=9000$ l/min	164
Slika 5.29.	Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable $y$ , $q_{pb}=9000$ l/min	164
Slika 6.1.	Ovisnost točnosti najboljih neuronskih mreža o protoku puknuća	167
Slika 6.2.	Ovisnost točnosti ansambla neuronskih mreža o protoku puknuća	168
Slika 6.3.	Usporedba testiranja neuronskih mreža kod detekcije puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara	169
Slika 6.4.	Usporedba validacije neuronskih mreža kod detekcije puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara	169
Slika 6.5.	Korelacija pogreške udaljenosti lociranja puknuća i protoka puknuća za najbolje neuronske mreže	172
Slika 6.6.	Korelacija pogreške udaljenosti lociranja puknuća i protoka puknuća za ansamble neuronskih mreža	173

- Slika 6.7. Usporedba točnosti testiranja neuronskih mreža kod lociranja puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara 174
- Slika 6.8. Usporedba točnosti validacije neuronskih mreža kod lociranja puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara 174

## POPIS TABLICA

<b>Oznaka</b>	<b>Naziv</b>	<b>Stranica</b>
Tablica 2.1.	Osnovni zakoni dinamike fluida	10
Tablica 2.2.	Izrazi za izračunavanje koeficijenta trenja po karakterističnim područjima strujanja	16
Tablica 2.3.	Hrapavosti prema Darcy-Weisbachu, Hazen-Williamsu i Manningu	17
Tablica 2.4.	Aktivacijske funkcije	41
Tablica 3.1.	IWA bilanca vode, $m^3/y$	74
Tablica 3.2.	Indikatori učinkovitosti za gubitke vode	75
Tablica 3.3.	Glavni faktori i njihovi udjeli u utjecaju na curenje cjevovoda	79
Tablica 3.4.	Tehnologija ispitivanja ovisno o zoni u koja se provode ispitivanja curenja vode	87
Tablica 4.1.	Šifre kategorija (vrsta) potrošača s pripadajućim periodima očitavanja	102
Tablica 4.2.	Periodički očitavana potrošnja po mjernim mjestima potrošača	103
Tablica 4.3.	Prosječna potrošnja po mjernim mjestima i čvorovima	103
Tablica 4.4.	Prosječna potrošnja po čvorovima i kategorijama potrošača	104
Tablica 4.5.	Djelomični prikaz slučajeva hidrauličke simulacije puknuća cjevovoda za određenu vrijednost količine curenja uslijed puknuća $q_{pb}$ , l/min	117
Tablica 4.6.	Frekvencije pojavljivanja izlazne varijable $s$ za stvarne $s_T$ i dobivene vrijednosti $s_0$	120
Tablica 4.7.	Djelomični prikaz slučajeva hidrauličke simulacije puknuća cjevovoda za određenu vrijednost količine curenja uslijed puknuća $q_{pb}$ , l/min	122
Tablica 5.1.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s različitim protocima istjecanja vode	130
Tablica 5.2.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 600 l/min	132
Tablica 5.3.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 900 l/min	132
Tablica 5.4.	Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 900 l/min	133
Tablica 5.5.	Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 900 l/min	133

Tablica 5.6.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 900 l/min	135
Tablica 5.7.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 1800 l/min	138
Tablica 5.8.	Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 1800 l/min	138
Tablica 5.9.	Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 1800 l/min	139
Tablica 5.10.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 1800 l/min	140
Tablica 5.11.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 4500 l/min	144
Tablica 5.12.	Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 4500 l/min	144
Tablica 5.13.	Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 4500 l/min	145
Tablica 5.14.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 4500 l/min	146
Tablica 5.15.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 9000 l/min	149
Tablica 5.16.	Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 9000 l/min	149
Tablica 5.17.	Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 9000 l/min	150
Tablica 5.18.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 9000 l/min	151
Tablica 5.19.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 900 l/min	154
Tablica 5.20.	Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli x i y za protok puknuća 900 l/min	156
Tablica 5.21.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 900 l/min	156
Tablica 5.22.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 1800 l/min	157
Tablica 5.23.	Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli x i y za protok puknuća 1800 l/min	159
Tablica 5.24.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 1800 l/min	159
Tablica 5.25.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 4500 l/min	160
Tablica 5.26.	Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli x i y za protok puknuća 4500 l/min	162
Tablica 5.27.	Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 4500 l/min	162
Tablica 5.28.	Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 9000 l/min	163

Tablica 5.29. Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli $x$ i $y$ za protok puknuća 9000 l/min	165
Tablica 5.30. Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 9000 l/min	165
Tablica 6.1. $F$ i $t$ testovi za provjeru hipoteze o jednakostima srednjih vrijednosti udaljenosti ciljanih od neuronskim mrežama s najboljim karakteristikama dobivenih lokacija puknuća cjevovoda za različite protoke puknuća $q_{pb}$	171
Tablica 6.2. $F$ i $t$ testovi za provjeru hipoteze o jednakostima srednjih vrijednosti udaljenosti ciljanih od ansamblima neuronskih mreža dobivenih lokacija puknuća cjevovoda za različite protoke puknuća $q_{pb}$	171

## POPIS PRILOGA

- Prilog 1. Montažna shema vodovodne komore
- Prilog 2. Prosječna potrošnja po čvorovima i kategorijama potrošača, 2005-2009
- Prilog 3. Definiranje i proračun vremenskih uzoraka potrošnje
- Prilog 4. Flex-tablica atributivnih podataka čvorova hidrauličkog modela
- Prilog 5. Flex-tablica atributivnih podataka cjevovoda hidrauličkog modela
- Prilog 6. Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=900$  l/min
- Prilog 7. Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=1800$  l/min
- Prilog 8. Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=4500$  l/min
- Prilog 9. Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=9000$  l/min
- Prilog 10. Udaljenosti između ciljanih i ansamblom neuronskih mreža ostvarenih lokacija puknuća cjevovoda za protoke puknuća  $q_{pb}=900$  l/min,  $q_{pb}=1800$  l/min,  $q_{pb}=4500$  l/min i  $q_{pb}=9000$  l/min skupa za testiranje ( $T$ )

# 1. UVOD

## 1.1. Motivacija i definiranje problema

Sustav vodoopskrbe je skup ljudskih i materijalnih resursa, te procesa koji su međusobno povezani u svrhu opskrbe potrošača vodom odgovarajuće kvalitete. Budući da voda postaje sve značajniji i rjeđi resurs, nameće se povećanje potrebe optimiranja vodoopskrbnih sustava. Ta optimizacija na najopćenitijoj razini podrazumijeva smanjenje troškova upravljanja sustavom, što se u prvom redu postiže boljim održavanjem. Nadalje, ovo je u vodoopskrbnim sustavima primarno povezano sa smanjenjem gubitaka vode za što je osnovni preduvjet detektiranje i lociranje mjesta curenja cjevovoda.

Navedeni razlozi iziskuju razvoj i primjenu novih metoda analize sustava u svrhu provođenja strateških, taktičkih i operativnih ciljeva vođenja sustava vodoopskrbe. Tehnike koje se pritom koriste utječu na brojne parametre sustava, čije su međusobne veze najčešće vrlo zamršene, te je umjesto determinističkog pristupa, često prikladnije koristiti statističke metode. Na ovaj način se rezultati iskustava i provedenih analiza, dobiveni na određenom uzorku sustava vodoopskrbe, mogu primijeniti na ostatak sustava, a u određenim slučajevima i na vodoopskrbne sustave u cjelini.

Dosadašnja istraživanja u području optimiranja sustava vodoopskrbe statističkim i srodnim metodama ukazala su na mogućnost njihove primjene u svrhu smanjenja gubitaka vode, te detekcije i otklanjanja kvarova na cjevovodima i ostalim objektima vodoopskrbnih sustava. To se posebno odnosi na period nakon 1996. godine, kada je u okviru međunarodne organizacije za vodu *International Water Association (IWA)* osnovana radna grupa za rješavanje gubitaka vode (*Water Loss Task Force*), sa zadaćom normiranja terminologije i procedura za ispunjavanje prikaza obračuna vode te uvođenja dosljednih indikatora za procjenu upravljačke i financijske učinkovitosti vodoopskrbnih sustava. Do kraja 2000. godine *Water Loss Task Force* razvila je „Standardnu bilancu vode i indikatore učinkovitosti“ [1, 2].

Ovakav pristup doveo je do uvođenja koncepta podjele sustava vodoopskrbe na manje vodoopskrbne *kontrolirane zone*, čiji je teorijski i praktični značaj obrađivan u



više radova [3, 4]. Metodologije razvijene i utemeljene na konceptu kontroliranih zona postale su osnova za analizu i rješavanje problema utjecaja tlaka na gubitke vode što se navodi u brojnoj literaturi koja obrađuje ovu tematiku [5, 6, 7, 8, 9]. U radu [10] na ovaj način rješavana je problematika detekcije kvarova korištenjem indikatora gubitaka. Značaj statističkih metoda pokazan je u slučajevima korištenja metode Monte Carlo s ciljem aktivne kontrole gubitaka na vodoopskrbnoj mreži [11], dok je koncept neuronskih mreža primijenjen na primjerima tretiranja vode za piće [12], kao i praćenja vremenskih serija podataka generiranih putem senzora kvarova cjevovoda, protoka i tlaka prema [13,14].

Pristup upravljanju gubicima vodoopskrbnih sustava najčešće je ograničen na niz osnovnih aktivnosti. U slučajevima puknuća cjevovoda to su: bilježenje podataka o prijavama, prikupljanje i prijenos podataka do lokacije njihovog korištenja, analiza podataka, izvješćivanje i mobilizacija ekipa za saniranje curenja vode. Ovaj proces u cijelosti često traje više dana, a u ekstremnim slučajevima i tjednima. Pretpostavljajući postojanje automatiziranog sustava kojim se provode dnevne analize podataka, realan cilj može biti smanjenje vremena od nastanka do popravka kvara cjevovoda na 2 ili manje dana. Poboljšano stanje sustava otkrivanja gubitaka treba omogućiti:

- detektiranje i lokaliziranje puknuća cjevovoda unutar distribucijskog sustava
- razgraničenje puknuća cjevovoda od neočekivane potrošnje ili sustavnih pojava
- razgraničenje puknuća koja se događaju trenutno od puknuća koja se razvijaju postupno [13, 14].

Da bi se postupci za ostvarivanje ovih ciljeva unaprijedili potrebno je osim poboljšanja postojećih istražiti nove metode detekcije i lociranja puknuća cjevovoda. Mogućnosti za to se povećavaju sa stalnim napretkom računalne tehnologije. Ovime je, prema [15] postalo uobičajeno pratiti intenzitete istjecanja putem mjerenja unutar vodoopskrbnih zona, međutim potrebno je na ovaj način dobivene podatke nadalje učinkovito koristiti. Efektivne metode koje se primjenjuju u smislu ekonomičnosti dane su u radovima [16, 17], no njihovo proširenje i razvoj su nužni preduvjeti za omogućavanje preciznog pronalaženja mjesta puknuća na cjevovodima uz smanjenje ljudskog čimbenika.

Na temelju poznavanja vrijednosti protoka i tlaka mjerenih na unaprijed određenim lokacijama, u radu je istražena mogućnost prepoznavanja pojave puknuća

---

cijevi unutar kontrolirane zone, te utvrđivanje prostorne lokacije na kojoj je uslijed puknuća cijevi došlo do nekontroliranog istjecanja vode. Prvi nužan uvjet da bi se ove veze prepoznale i iskoristile bio je uvođenje dovoljnog broja mjernih mjesta protoka i tlaka, tj. parametara kojima se ostvaruje određenost kontrolirane zone. Kao drugo je, zbog očekivane nelinearnosti veza, bilo nužno odabrati prikladnu metodu koja omogućava rješavanje odnosa nelinearnog karaktera. U tom cilju uvedena je metoda neuronskih mreža za detekciju i lociranje puknuća cjevovoda korištenjem podataka o vrijednostima protoka i tlaka. Ove veličine na vodoopskrbnoj mreži ovise o protoku iz otvora na cijevi koji je nastao njenim puknućem, te su ispitane mogućnosti neuronskih mreža u detekciji i lociranju puknuća za različite intenzitete istjecanja vode.

Da bi se omogućilo učenje neuronskih mreža treba osigurati dovoljan broj ulaznih podataka o protoku i tlaku, odnosno zabilježiti značajan broj situacija puknuća cjevovoda koji uzrokuju promjene ovih veličina. Pri tome su otežavajući faktori, s jedne strane potreba dovođenja sustava u idealno stanje praćenja i održavanja, a s druge strane ograničenost mogućnosti, za eksperiment nužnih, manipulacija fizičkim i hidrauličkim parametrima, pri čemu je ta ograničenost uvjetovana potrebama stalne opskrbe potrošača vodom u dovoljnim količinama i zadovoljavajućoj kvaliteti. Ovo ograničenje izbjegnuto je uvođenjem matematičkog modela koji je sa zadovoljavajućom točnošću simulirao hidrauličko stanje u sustavu, te dao dovoljan broj podataka za pouzdano učenje i testiranje neuronskih mreža.

Prema navedenom, istraživanje je bilo potrebno provesti na eksperimentalnom uzorku u obliku kontrolirane zone vodoopskrbe po fazama:

1. Odabir kontrolirane zone iz cjelokupnog sustava vodoopskrbe grada Zagreba.
2. Hidrauličko razgraničavanje kontrolirane zone od ostatka sustava vodoopskrbe.
3. Mjerenja i bilježenja rezultata mjerenja protoka i tlakova unutar kontrolirane zone, te mjerenja, očitavanja i bilježenja potrošnji na mjernim mjestima potrošača vode, sve u vremenskom periodu od jedne godine.
4. Izrada hidrauličkog modela kontrolirane zone, sa svrhom simuliranja dovoljnog broja puknuća uz zadane intenzitete curenja vode.
5. Testiranje hidrauličkog modela postavljanjem preliminarnih scenarija kojima se utvrđuje minimalna i maksimalna vrijednost istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda.

6. Provođenje simulacija pomoću hidrauličkog modela različitih scenarija puknuća cijevi prema mjestu puknuća za svaki sat i dan u promatranom vremenskom razdoblju od jedne godine.
7. Odabir i primjena umjetnih neuronskih mreža sa zadatkom detekcije puknuća cjevovoda prema strukturi podataka dobivenih simuliranjem različitih hidrauličkih stanja unutar kontrolirane zone.
8. Provođenje analize rezultata odvojeno za slučaj istraživanja detekcije puknuća od slučaja lociranja puknuća ukoliko je puknuće nastupilo.

Pri tome su osnovni pojmovi koji se nadalje koriste u postavljanju hipoteze definirani na sljedeći način:

*Kontrolirana zona* predstavlja izolirani dio vodoopskrbne mreže koji je određen i definiran tako da od ostatka sustava vodoopskrbe bude neovisan, uz uvažavanje stručnih kriterija u cilju smanjenja gubitaka vode. U obuhvatu kontrolirane zone definiraju se događaji detekcije i lociranja puknuća cijevi, te minimalni mjerni skup.

*Detekcija puknuća* cijevi podrazumijeva poznavanje podatka o tome je li ili nije u određenom vremenskom intervalu nastao lom cijevi s posljedicom istjecanja vode iz cijevi u okolinu.

*Lociranje puknuća* je određivanje podatka o mjestu nastalog puknuća cijevi.

*Minimalni mjerni skup* sastoji se od minimalnog broja parametara koji predstavljaju mjerna mjesta protoka i tlaka na ulazu u kontroliranu zonu, te mjerna mjesta tlaka na različitim lokacijama unutar kontrolirane zone.

*Umjetne neuronske mreže* su računalni modeli pomoću kojih će se istražiti uzročno-posljedična veza parametara protoka i tlaka s podacima o detekciji i lociranju puknuća.

## 1.2. Hipoteza

Cilj rada je, na temelju mjerenja parametara protoka i tlaka, te uočavanja njihove statistički značajne promjene uslijed puknuća cijevi, omogućiti detekciju i lociranje puknuća unutar kontrolirane zone. Za ovaj cilj postavlja se hipoteza u dvije točke:

1. Moguće je mjerenjem parametara protoka i tlaka obuhvaćenih minimalnim mjernim skupom detektirati puknuće cijevi unutar kontrolirane zone vodoopskrbne mreže. Pouzdanost rezultata detekcije ovisi o vrijednosti protoka na mjestu puknuća cijevi.
2. Detektirano puknuće unutar kontrolirane zone vodoopskrbne mreže moguće je locirati na temelju poznavanja parametara protoka i tlaka iz minimalnog mjernog skupa. Točnost lociranja puknuća ovisi o protoku vode iz cijevi u okolinu na mjestu puknuća.

U svrhu dobivanja podataka o dovoljno velikom broju puknuća nužnih za istraživanje, kreira se hidraulički model zone kojim je broj puknuća moguće simulirati po volji. Osnovni podaci za postavljanje hidrauličkog modela dobivaju se iz tehničke i poslovne baze podataka koje postoje za cjeloviti sustav vodoopskrbe, tako da se mogu koristiti i za razmatranu zonu, te iz rezultata mjerenja protoka i tlaka. Na hidrauličkom modelu se provode simulacije različitih stanja kontrolirane zone, tj. stanja bez pojave puknuća, te stanja uz pojavu puknuća za različite prostorne lokacije i puknuću pripadajuće intenzitete curenja vode.

Iz skupa podataka o svim stanjima kontrolirane zone kreiraju se baza podataka puknuća cjevovoda koja se koristi za učenje i baza podataka puknuća cjevovoda za testiranje umjetnih neuronskih mreža. Za učenje se koriste stariji, a kod postupka testiranja vremenski noviji podaci. U fazi učenja, neuronske mreže nastoje prepoznati povezanost vrijednosti parametara protoka i tlaka s njima pripadajućim podacima o stanjima i lokacijama puknuća. U fazi testiranja provjerava se s kolikom pouzdanošću i točnošću naučene neuronske mreže imaju sposobnost iz vrijednosti parametara protoka i tlaka dati podatke o stanju puknuća, a ukoliko se puknuće dogodilo i podatke o njegovoj lokaciji. Ako se pokaže da postoje takve neuronske mreže kod kojih su uvjeti pouzdanosti i točnosti zadovoljavajući, postavljena hipoteza o mogućnosti detekcije i lociranja puknuća cjevovoda na osnovi mjerenja protoka i tlaka će biti potvrđena.



## 2. MATEMATIČKO FIZIKALNI MODEL

### 2.1. Fizikalne osnove hidrauličkog modeliranja vodoopskrbnog sustava

#### 2.1.1. Opći oblik zakona mehanike fluida

Hidrauličko modeliranje koje obuhvaća razmatranje protoka i tlakova u vodoopskrbnom sustavu zasniva se i prati osnovne zakonitosti mehanike fluida, odnosno zakone klasične fizike u koje se ubrajaju:

- zakon održanja mase,
- zakon održanja količine gibanja (I. Cauchyev zakon, II. Newtonov zakon),
- zakon održanja momenta količine gibanja (II. Cauchyev zakon),
- zakon održanja energije (I. zakon termodinamike),
- zakon brzine produkcije entropije (II. zakon termodinamike).

Osnovni zakoni mehanike fluida se izvode za *materijalni sustav čestica fluida*. Pod materijalnim sustavom čestica fluida – *materijalnim volumenom*  $V_M(t)$  podrazumijeva se određena konačna masa fluida koja se sastoji od jednih te istih čestica fluida. Materijalni volumen je ograničen *materijalnom površinom*  $S_M(t)$ . Sve što se nalazi izvan materijalnog volumena predstavlja okolinu.

Kod hidrodinamičkog modeliranja potrebno je odrediti dinamičke i termodinamičke učinke fluida u određenom ograničenom dijelu prostora, tzv. *kontrolnom volumenu*, kroz koji tijekom vremena prolaze različiti materijalni volumeni. Kontrolni volumen  $KV$  je dio prostora koji je nepromjenljivog položaja, veličine, oblika i orijentacije relativno prema promatraču. Površina koja ograđuje kontrolni volumen zove se *kontrolna površina*, a označava se sa  $KP$ . Kontrolni volumen je, dakle takav ograničeni dio prostora koji nije funkcija vremena  $t$ .

Nasuprot pojmu kontrolnog volumena definira se volumen koji je promjenljiv u vremenu  $t$ . Njegove granice su definirane zadanom funkcijom prostora i vremena  $F(x_i, t) = 0$ . Takav volumen naziva se *proizvoljni volumen*  $V(t)$  i on je ograđen

proizvoljnom površinom  $S(t)$ . Sve fizikalne veličine variraju unutar kontrolnog volumena, odnosno površine, a opisi njihovih međusobnih veza dani jednadžbama dinamike fluida znatno se pojednostavljaju indeksnim zapisom koji se standardno koristi u literaturi [19, 20, 21, 22].

Nužno je povezati proizvoljni, odnosno materijalni volumen s kontrolnim volumenom. U prvom slučaju ta veza omogućena je Leibnizovim pravilom [18]:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \Phi(x_i, t) dV = \int_{KV} \frac{\partial \Phi(x_i, t)}{\partial t} dV + \int_{KP} \Phi(x_i, t) u_j n_j dS, \quad (2.1)$$

a u drugom (kao specijalnom slučaju prvog) Reynoldsovim transportnim teoremom:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \Phi(x_i, t) dV = \int_{KV} \frac{\partial \Phi(x_i, t)}{\partial t} dV + \int_{KP} \Phi(x_i, t) v_j n_j dS. \quad (2.2)$$

U jednadžbama (2.1) i (2.2),  $(x_i, t)$  označava prostorno vremenske koordinate fizikalne veličine  $\Phi$ , a integrali po volumenima, odnosno površinama, trostruke, odnosno dvostruke integrale po koordinatama  $x_i$ . Budući da je predmet razmatranja okolina fluida na koju on djeluje, u matematičkom prikazu se usvaja Eulerov pristup prema kojemu se referentni koordinatni sustav veže uz prostor, za razliku od Lagrangeovog, kod kojega je koordinatni sustav vezan uz čestice materije. Ove jednadžbe međusobno se razlikuju po oznakama derivacija „d“ i „D“, te po poljima brzina  $u_j$  i  $v_j$ . Jednadžba (2.1) govori o brzini promjene  $d/dt$  sadržaja veličine  $\Phi(x_i, t)$  proizvoljnog volumena  $V(t)$ , za kojeg vrijedi da se točke njegove proizvoljne površine  $S(t)$  gibaju brzinom  $u_j$  neovisnom o brzini gibanja materijalnih točaka fluida. Jednadžba (2.2) prikazuje brzinu promjene  $D/Dt$  sadržaja iste veličine  $\Phi(x_i, t)$ , ali u materijalnom volumenu  $V_M(t)$ , za kojeg vrijedi da se točke njegove materijalne površine  $S_M(t)$  gibaju brzinom  $v_j$  koja odgovara polju brzine čestica fluida. Veličina  $n_j$  je jedinični vektor vanjske normale na površinu  $KP$ .

Svi osnovni zakoni dinamike fluida mogu se iskazati univerzalno: "Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva  $\Phi(x_i, t)$  unutar materijalnog volumena  $V_M(t)$  jednaka je izvoru, odnosno ponoru,  $S_V$  tog fizikalnog svojstva unutar tog materijalnog volumena", tj.

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \Phi dV = \int_{V_M(t)} S_V dV. \quad (2.3)$$

Prethodnim izrazom definiran je opći oblik zakona klasične fizike u kojem je fizikalno svojstvo  $\Phi(x_i, t)$  izraženo po jediničnom volumenu fluida. Često je prikladno koristiti specifične veličine, izražene po masi fluida. Ako se sa  $\Phi = \Phi(x_i, t)$  označi fizikalno svojstvo po jediničnom volumenu, a sa  $\varphi = \varphi(x_i, t)$  po jediničnoj masi, tada za sadržaj fizikalnog svojstva  $\Phi^*$  unutar materijalnog volumena fluida vrijedi:

$$\Phi^* = \int_{V_M(t)} \Phi dV = \int_{V_M(t)} \varphi \rho dV = \int_m \varphi dm. \quad (2.4)$$

Iz gornje jednadžbe slijedi:

$$\Phi = \rho \varphi. \quad (2.5)$$

Za ostvarenje hidrauličkog modela potrebno je na zakone dinamike fluida primijeniti integralni pristup, koji podrazumijeva njihovo postavljanje u oblik koji opisuje vremensku promjenu sadržaja fizikalne veličine unutar kontrolnog volumena. Ako se Leibnizovo pravilo za derivaciju volumenskog integrala s promjenljivom granicom  $V(t)$  (2.1) primjeni na u prostoru nepromjenljivi, kontrolni volumen  $KV$ , tj.  $V(t) = KV$ , tada je  $u_j = 0$ , pa otpada zadnji član jednadžbe (2.1), koja nakon zamjene lijeve i desne strane poprima oblik

$$\int_{KV} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV = \frac{d}{dt} \int_{KV} \Phi dV. \quad (2.6)$$

Gornji izraz ukazuje na činjenicu da u slučaju integriranja polja po kontrolnom volumenu koji nije ovisan o vremenu operatori derivacije i integracije mogu zamijeniti mjesta. Pod pretpostavkom da se materijalni  $V_M(t)$  i kontrolni volumen  $KV$  u određenom trenutku  $t = t_0$  poklapaju, te je  $V_M(t_0) = KV$ , svi odgovarajući volumenski i površinski integrali koji se odnose na te volumene imaju istu vrijednost pa se iz izraza (2.3) koji opisuje univerzalni oblik osnovnih zakona dinamike fluida dobiva da je

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \Phi dV = \int_{KV} S_V dV. \quad (2.7)$$



Uvrštavanjem jednadžbi (2.6) i (2.7) u izraz za Reynoldsov transportni teorem (2.2) nastaje univerzalni oblik osnovnih zakona pogodan za primjenu u integralnom pristupu problemima dinamike fluida

$$\frac{d}{dt} \int_{KV} \Phi(x_i, t) dV = - \int_{KP} \Phi(x_i, t) v_j n_j dS + \int_{KV} S_V dV. \quad (2.8)$$

S  $\Phi(x_i, t)$  dano je općenito fizikalno svojstvo po jedinici volumena, a sa  $S_V$  veličina izvora ili ponora tog fizikalnog svojstva. Uvrštavanjem odgovarajućih veličina danih u tablici 2.1. u gornji odnos dobivaju se pojedinačni zakoni dinamike fluida.

**Tablica 2.1.** Osnovni zakoni dinamike fluida

Naziv	$\Phi$ - fizikalno svojstvo	$S_V$ - izvor, ponor fizikalnog svojstva	$[S_V]_{SI}$
Zakon održanja mase	$\rho$	0	kg/(sm <sup>3</sup> )
Zakon održanja količine gibanja	$\rho v_i$	$\rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}$	N/m <sup>3</sup>
Zakon održanja momenta količine gibanja	$\varepsilon_{ijk} \rho x_j v_k$	$\varepsilon_{ijk} \left[ x_j \rho f_k + \frac{\partial (x_j \sigma_{kl})}{\partial x_l} \right]$	Nm/m <sup>3</sup>
Zakon održanja energije	$\rho e$	$\rho f_i v_i + \frac{\partial (\sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}$	W/m <sup>3</sup>

Fizikalna značenja veličina navedenih u tablici 2.1. slijede iz njihovih definicija koje su zadane u matematičkom obliku. Tako je gustoća  $\rho$  čestice fluida definirana kao derivacija njene mase  $m$  po volumenu  $V$  koji zauzima:

$$\rho = \frac{dm}{dV}. \quad (2.9)$$

Budući da je s obzirom na SI sustav jedinica mase  $[m]_{SI} = \text{kg}$ , a volumena  $[V]_{SI} = \text{m}^3$ , jedinica gustoće  $\rho$  je  $[\rho]_{SI} = \text{kg}/\text{m}^3$ .

Brzina čestice fluida definira se kao derivacija promjene njenog položaja  $x_i$  po vremenu  $t$ , tj.

$$v_i = \frac{\partial x_i}{\partial t}. \quad (2.10)$$

Sa  $f_i$  je označena masena sila koja ima konzervativni karakter, te je po definiciji takva da za nju postoji polje skalarne veličine  $e_p$  koje se naziva potencijal, tako da vrijedi:

$$f_i = \frac{\partial e_p}{\partial x_i}. \quad (2.11)$$

Drugim riječima, masena sila jednaka je gradijentu njenog potencijala.

Veličina  $\sigma_{kl}$  predstavlja tenzor površinskog naprezanja koji pomnožen s ortogonalnim jediničnim vektorom površine  $n_k$  daje iznos površinske sile naprezanja fluida  $\sigma_l$  u točki prostora  $x_j$  i vremenu  $t$ , tj.

$$\sigma_l(x_j, t, n_k) = n_k \sigma_{kl}. \quad (2.12)$$

Vektor  $q_i$  je *površinska gustoća toplinskog toka* koja iskazuje intenzitet odvođenja topline iz čestice fluida s jedinicom  $[q_i]_{SI} = W/m^2$ . Efekt izmjene topline u daljnjem razmatranju se zanemaruje, tj. vrijedi da je  $q_i \approx 0$ . Iz istog razloga, kao i zbog toga što je predmet istraživanja nestlačivo adijabatsko strujanje, u tablici 2.1. nije iskazan zakon brzine produkcije entropije, koji se također ubraja u osnovne zakone dinamike fluida.

### 2.1.2. Integralni oblici jednadžbi dinamike fluida

Da bi se zakoni dinamike fluida iskoristili za kreiranje hidrodinamičkog modela sustava vodoopskrbe, uvode se pretpostavke koje omogućuju njihovo pojednostavljenje. Pri tome se uzima u obzir priroda fluida, polje sila koje na njega djeluje, te prostorna struktura, odnosno fizičke karakteristike samog sustava. Podrazumijeva se slijedeće:

- Od masenih sila na fluid djeluje isključivo polje sile gravitacije  $g_i$  potencijalne energije  $e_p$ :

$$e_p = g_i x_i, \quad g_i = (0, 0, -g), \quad g = 9,81 \frac{m}{s^2}; \quad \frac{\partial e_p}{\partial t} = 0. \quad (2.13)$$

- Fizikalne veličine se po poprečnom presjeku cijevi ne mijenjaju.
- Vektori brzina su okomiti na poprečni presjek cijevi.

- Strujanje fluida unutar cijevi je nestlačivo, tj. gustoća fluida je konstantna,

$$\rho = \text{konst.} \quad (2.14)$$

- Za fluid vrijedi Newtonov zakon viskoznosti koji ima oblik

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu D_{ij}, \quad (2.15)$$

iz čega je vidljivo da se tenzor naprezanja  $\sigma_{ij}$  može prikazati kao zbroj sfernog dijela tenzora naprezanja  $-p\delta_{ij}$  i devijatorskog dijela tenzora naprezanja  $2\mu D_{ij}$ , gdje su  $p$  tlak,  $\mu$  dinamički koeficijent viskoznosti, a  $D_{ij}$  tenzor brzine deformacije definiran izrazom

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.16)$$

u jedinicama  $[p]_{\text{SI}} = \text{Pa}$ ,  $[\mu]_{\text{SI}} = \text{Pas}$  i  $[D_{ij}]_{\text{SI}} = \text{s}^{-1}$ .

- Za srednje kvadrate i kubove brzine strujanja po poprečnom presjeku cijevi vrijedi

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{\beta A} \int_A v^2 dA, \quad \bar{v}^3 = \frac{1}{\alpha A} \int_A v^3 dA, \quad (2.17)$$

pri čemu je  $\beta$  faktor korekcije količine gibanja, dok je  $\alpha$  faktor korekcije kinetičke energije.

- Izmjena topline  $\dot{Q}$  sustava s okolinom se zanemaruje, te je

$$q_i \approx 0 \Rightarrow \dot{Q} = 0. \quad (2.18)$$

Kontrolni volumen  $KV$  sustava na slici 2.1. ograđen je kontrolnom površinom  $KP$  koja se sastoji od ulazne površine  $A_1$  kroz koju fluid ulazi u kontrolni volumen, izlazne površine  $A_2$  kroz koju fluid napušta kontrolni volumen, te kontrolne površine nepropusne stijenke cijevi  $S_s$ , tj.

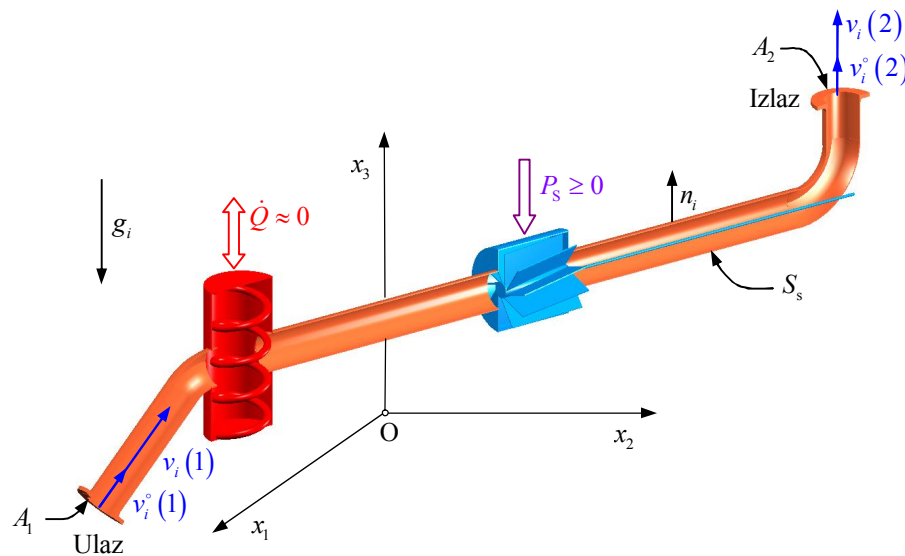
$$KP = A_1 + A_2 + S_s. \quad (2.19)$$

Na ovaj način se svaki površinski integral kontrolne površine može prikazati kao zbroj integrala ulazne površine, integrala izlazne površine i integrala površine nepropusne stijenke. Elementom s oznakom  $P_s \geq 0$  naznačeno je da sustavu okolina predaje snagu  $P_s$ . Brzina fluida na ulazu u kontrolni volumen, odnosno na ulaznoj površini  $A_1$ ,

označena je sa  $v_i(1)$ , a na izlazu iz kontrolnog volumena, odnosno na izlaznoj površini  $A_2$  sa  $v_i(2)$ . Jedinični vektori brzina na ulazu i izlazu iz kontrolnog volumena jednaki su

$$v_i^\circ(1) = \frac{v_i(1)}{|v_i(1)|}, v_i^\circ(2) = \frac{v_i(2)}{|v_i(2)|}. \quad (2.20)$$

Sa  $n_i$  označen je jedinični vektor vanjske normale na kontrolnu površinu.



**Slika 2.1.** Generalizirani model hidrodinamičkog sustava

Ako se osim navedenih pretpostavki uvede i pretpostavka stacionarnosti strujanja, uvrštavanjem fizikalnih veličina iz tablice 2.1. u univerzalni oblik osnovnih zakona (2.8), mogu se izvesti analitički izrazi zakona održanja koji vrijede za matematički linijski model hidrodinamičkog sustava, kako je to dano u [24]. Uvođenjem simboličkog umjesto indeksnog načina označavanja, pri čemu se mijenjaju i oznake  $v(1) \rightarrow v_1$ ,  $v(2) \rightarrow v_2$ ,  $v_i^\circ(1) \rightarrow \vec{v}_1^\circ$ ,  $v_i^\circ(2) \rightarrow \vec{v}_2^\circ$ ,  $x_3(1) \rightarrow z_1$ ,  $x_3(2) \rightarrow z_2$ , ti izrazi dobivaju oblik:

- Jednadžba zakona održanja mase:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2. \quad (2.21)$$

- Jednadžba zakona održanja količine gibanja:

$$(\beta_1 \rho v_1^2 + p_1) A_1 \vec{v}_1^\circ + \vec{G} = \vec{F} + (\beta_2 \rho v_2^2 + p_2) A_2 \vec{v}_2^\circ. \quad (2.22)$$

- Jednadžba zakona održanja momenta količine gibanja:

$$(\beta_1 \rho v_1^2 + p_1) A_1 \vec{x} \times \vec{v}_1^\circ + \vec{M}(\vec{G}) = \vec{M}(\vec{F}) + (\beta_2 \rho v_2^2 + p_2) A_2 \vec{x} \times \vec{v}_2^\circ. \quad (2.23)$$

- Jednadžba zakona održanja mehaničke energije:

$$\left( \frac{1}{2} \alpha_1 v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 \right) \dot{m}_1 + P_S = \left( \frac{1}{2} \alpha_2 v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 \right) \dot{m}_2 + P_F. \quad (2.24)$$

Gornji izrazi sadrže fizikalne veličine proizašle iz integriranja pojedinih članova jednadžbe (2.8), a imaju slijedeće značenje. Maseni protoci  $\dot{m}_1$  i  $\dot{m}_2$ , brzine  $v_1$  i  $v_2$ , smjerovi brzina  $\vec{v}_1^\circ$  i  $\vec{v}_2^\circ$ , tlakovi  $p_1$  i  $p_2$ , te visine  $z_1$  i  $z_2$  su vrijednosti koje te veličine poprimaju na ulaznoj površini  $A_1$  i izlaznoj površini  $A_2$ . Vektori  $\vec{G}$  i  $\vec{F}$  su sila težine fluida i sila kojom fluid cijevi djeluje na stijenku cijevi. Vektor  $\vec{x}$  određuje položaj hvatišta sila u odnosu na referentnu točku, dok su  $\vec{M}(\vec{G})$  i  $\vec{M}(\vec{F})$  momenti djelovanja sila  $\vec{G}$  i  $\vec{F}$  u odnosu na tu točku. U posljednjoj jednadžbi  $P_S$  predstavlja snagu koju fluidu daje stroj, dok je  $P_F$  snaga viskozne disipacije, odnosno brzina gubitka mehaničke energije fluida uslijed trenja. U SI sustavu jedinice navedenih veličina su  $[\dot{m}]_{SI} = \text{kg/s}$ ,  $[v]_{SI} = \text{m/s}$ ,  $[p]_{SI} = \text{Pa}$ ,  $[z]_{SI} = \text{m}$ ,  $[A]_{SI} = \text{m}^2$ ,  $[\vec{F}]_{SI} = [\vec{G}]_{SI} = \text{N}$ ,  $[\vec{M}(\vec{F})]_{SI} = [\vec{M}(\vec{G})]_{SI} = \text{Nm}$ , te  $[P_S]_{SI} = [P_F]_{SI} = \text{W}$ .

### 2.1.3. Jednadžba kontinuiteta i Bernoullijeva jednadžba

Osnovna svrha hidrauličkog modela je uspostavljanje i analiza odnosa između protoka i gubitaka tlaka unutar sustava, tako da se fizikalni koncept modela zasniva na zakonu održanja mase (2.21) i zakonu održanja energije (2.24). Pri tome je praktično u jednadžbi zakona održanja mase, maseni protok fluida  $\dot{m}$  podijeliti s njegovom gustoćom  $\rho$  koja je konstantna, tako da (2.21) dobiva oblik jednakosti volumenskih protoka:

$$Q_1 = Q_2, \quad (2.25)$$

i naziva se jednadžbom kontinuiteta, pri čemu je  $[Q]_{SI} = \text{m}^3/\text{s}$ .

Budući da u jednadžbi energije (2.24) vrijedi  $\dot{m} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \text{konst.}$ , te  $g = \text{konst.}$ , ona se može podijeliti silom gravitacije  $\dot{m}g = \text{konst.}$  Nakon toga se dobiva izraz

$$\alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + h_s = \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + h_f, \quad (2.26)$$

koji se naziva Bernoullijeva jednađba, u kojoj svaki član ima jedinicu visine  $[h]_{SI} = \text{m}$ . Članovi na prvom mjestu lijeve i desne strane jednakosti posljedica su rada inercijskih sila, te predstavljaju razliku kinetičkih energija u točkama 1 i 2 i imaju značenje *visine brzine*. Članovi na drugom mjestu posljedica su rada sile tlaka, te imaju značenje *visine tlaka*, dok članovi na trećem mjestu dolaze od rada gravitacijske sile, i imaju značenje *geometrijske visine*. Četvrti član na lijevoj strani je *visina snage stroja*, odnosno *visina dobave pumpe*  $h_s = h_p$  ili *visina utroška turbine*  $h_s = -h_T$ , tj.

$$h_s = h_p - h_T. \quad (2.27)$$

Četvrti član desne strane jednađbe predstavlja *visinu gubitka uslijed viskoznog trenja*, koja se sastoji od gubitka mehaničke energije u jedinici vremena na pravocrtnim dionicama cjevovoda  $h_f$  i gubitka mehaničke energije u jedinici vremena na lokalnim elementima cjevovoda  $h_{fm}$ :

$$h_f = h_f + h_{fm}. \quad (2.28)$$

#### 2.1.4. Modeliranje gubitaka energije uslijed viskoznog trenja

Gubitak energije trenjem nastaje uslijed svladavanja sila smičnih naprezanja između susjednih čestica fluida, te između čestica fluida i stijenke cijevi s kojom su te čestice u kontaktu. Visina pada tlaka  $h_f$  koja uslijed toga nastaje u ravnoj cijevi promjera  $D$  i duljine  $L$  uz srednju brzinu fluida  $v$  izražava se *Darcy-Weisbachovom jednađbom* [23, 24, 25, 26] koja glasi:

$$h_f = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (2.29)$$

gdje je  $\lambda$  koeficijent trenja. On je ovisan o Reynoldsovom broju

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.30)$$

i relativnoj hrapavosti cijevi  $k/D$  kao omjeru visine ekvivalentne pješčane hrapavosti stijenke  $k$  i unutarnjeg promjera cijevi  $D$ , što se prikazuje Moodyjevim dijagramom [23]. Veličine  $\lambda$ ,  $Re$  i  $k/D$  su bezdimenzijski parametri.

U Moodyjevom dijagramu postoje četiri karakteristična područja strujanja za koja se mogu analitički postaviti izrazi kojima su određene njihove granice, te izrazi pomoću kojih se mogu izračunati odgovarajući koeficijanti trenja, kako je prikazano u tablici 2.2. prema [24, 25, 26].

**Tablica 2.2.** Izrazi za izračunavanje koeficijenta trenja po karakterističnim područjima strujanja

Naziv	Izraz za donju granicu područja	Izraz za izračunavanje koeficijenta trenja	Izraz za gornju granicu područja
Laminarno strujanje	$Re > 0$	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$Re < 2320$
Strujanje u hidraulički glatkoj cijevi	$Re \geq 2320$	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right)$	$Re < 65 \frac{D}{k}$
Prijelazno strujanje	$Re \geq 65 \frac{D}{k}$	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{k}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right)$	$Re < 1300 \frac{D}{k}$
Strujanje u hidraulički hrapavoj cijevi	$Re \geq 1300 \frac{D}{k}$	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{k}{3,7D} \right)$	$Re < \infty$

Dobro pojednostavljenje izraza iz tablice 2.2. predstavlja eksplicitna jednadžba Swamee-Jain [27] koja ove izraze sažima u jedan, a vrijedi za čitavo područje turbulentnog strujanja pri  $Re > 5000$ . Jednadžba ima oblik

$$\lambda = \frac{1,325}{\left[ \ln \left( \frac{k}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}, \quad (2.31)$$

koji je uzrokovao povećanje učestalosti korištenja Darcy-Weisbachove jednadžbe [28].

Usprkos matematičko-fizikalnoj dosljednosti Darcy-Weisbachove jednadžbe čije prednosti naglašava većina autora [26], još uvijek se koriste empirijske jednadžbe za prikaz veze između protoka fluida i pada tlaka u cjevovodu. Najčešće je to *Hazen-Williamsova*, a zatim *Manningova jednadžba*. Potonja se koristi uglavnom kod proračuna otvorenih vodotokova. Oba pristupa ograničena su prvenstveno vrstom fluida, čija viskoznost približno mora biti jednaka viskoznosti vode, što u slučaju sustava vodoopskrbe nije značajno ograničenje. Uzimajući to u obzir, u radu je primijenjen Hazen-Williamsov pristup. Hazen-Williamsova [23, 24, 25] jednadžba glasi

$$Q = 0,849 C_{HW} A R^{0,63} I^{0,54}, \quad (2.32)$$

dok je Manningova jednadžba [23, 24] oblika:

$$Q = \frac{1}{C_M} A R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}. \quad (2.33)$$

S  $C_{HW}$  je označen Hazen-Williamsov, a sa  $C_M$  Manningov koeficijent hrapavosti.  $A$  je površina poprečnog presjeka toka strujanja. Veličina  $R$  je hidraulički polumjer definiran izrazom:

$$R = \frac{A}{O}, \quad (2.34)$$

u kojemu je  $O$  duljina linije dodira fluida i stijenke profila cijevi, odnosno oplakani opseg cijevi. Veličina  $I$  naziva se *hidraulički gradijent*, a predstavlja pad tlaka po jedinici duljine cjevovoda, tj.

$$I = \frac{h_f}{L}. \quad (2.35)$$

Prema Darcy-Weisbachovoj jednadžbi on je jednak

$$I = \lambda \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (2.36)$$

i ima bezdimenzijski karakter. Usporedni prikaz vrijednosti koeficijenata hrapavosti prema Darcy-Weisbachu, Hazen-Williamsu, te Manningu, za slučajeve materijala koji se koriste u sustavima vodoopskrbe, dan je u tablici 2.3. prema [24, 25, 26].

**Tablica 2.3.** Hrapavosti prema Darcy-Weisbachu, Hazen-Williamsu i Manningu

Naziv materijala	$k$ , mm	$C_{HW}$ , $m^{0,37} s^{-1}$	$C_M$ , $sm^{-1/3}$
Nodularni lijev	0,25	140	0,012
Sivi lijev	0,26	100	0,02
Čelik	0,045	130	0,014
Azbest-cement	0,05	140	0,011
PVC	0,02	150	0,009
PEHD	0,015	150	0,009

Teorije Darcy-Weisbacha, Hazen-Williamsa ili Manninga, koje daju ovisnost između pada tlaka i protoka u cjevovodu, mogu se objediniti postavljanjem *eksponencijalne jednadžbe*:

$$h_f = KQ^n, \quad (2.37)$$



u kojoj faktori  $K$  i  $n$  poprimaju vrijednosti ovisno o tome koja se od triju teorija koristi.

Da bi se izraz (2.37) prilagodio Darcy-Weisbachovoj jednadžbi, potrebno je krenuti od pretpostavke da se u ograničenom području strujanja koeficijent trenja  $\lambda$  može prikazati u ovisnosti o protoku  $Q$ , uz uvođenje koeficijenata  $a$  i  $b$ , na način da je

$$\lambda = \frac{a}{Q^b}. \quad (2.38)$$

Uvrštavanjem gornjeg izraza u Darcy-Weisbachovu jednadžbu (2.29), nakon što se unutar nje iznos brzine  $v$  iskaže kao kvocijent protoka  $Q$  i površine protoka  $D^2\pi/4$ , dobiva se:

$$h_f = a \frac{8LQ^{2-b}}{\pi^2 D^5 g}. \quad (2.39)$$

Nakon usporedbe (2.37) i (2.39) slijedi:

$$K = \frac{8aL}{\pi^2 D^5 g} \quad (2.40)$$

$$n = 2 - b. \quad (2.41)$$

Da bi se dobile vrijednosti varijabli  $a$  i  $b$ , potrebno je pretpostaviti dvije vrijednosti  $Re_1$  i  $Re_2$  Reynoldsovog broja  $Re$ , koje s donje i gornje strane ograničavaju očekivani režim strujanja. Korištenjem odgovarajućeg izraza iz tablice 2.2. ili jednadžbe Swamee-Jain (2.31) izračunavaju se za svaku od vrijednosti Reynoldsovog broja odgovarajuće vrijednosti koeficijenta trenja  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ , te odgovarajuće vrijednosti protoka  $Q_1$  i  $Q_2$ . Logaritmiranjem jednadžbe (2.38) i uvrštavanjem vrijednosti koeficijenta trenja i protoka za svaki od navedena dva slučaja dobiva se sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice oblika:

$$\ln \lambda_1 = \ln a - b \ln Q_1. \quad (2.42)$$

$$\ln \lambda_2 = \ln a - b \ln Q_2. \quad (2.43)$$

čije rješenje daje vrijednosti koeficijenata  $a$  i  $b$ :

$$a = \lambda_1 Q_1^b. \quad (2.44)$$

$$b = \frac{\ln(\lambda_1/\lambda_2)}{\ln(Q_2/Q_1)}. \quad (2.45)$$

Usporedbom Hazen-Williamsove jednadžbe (2.32) uz (2.35) s eksponencijalnom jednadžbom (2.37) dobiva se:

$$0,849 C_{\text{HW}} AR^{0,63} \left( \frac{h_f}{L} \right)^{0,54} = \left( \frac{h_f}{K} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.46)$$

odnosno:

$$K = \frac{h_f}{h_f^{0,54n}} \frac{L^{0,54n}}{0,849^n C_{\text{HW}}^n A^n R^{0,63n}}. \quad (2.47)$$

Da bi se u dobivenoj jednadžbi eliminirao utjecaj visine pada tlaka  $h_f$  mora vrijediti da je:

$$n = 1,852. \quad (2.48)$$

Uvrštavanjem ove vrijednosti u izraz (2.47) i njegovim daljnjim sređivanjem on dobiva oblik:

$$K = 1,354 \frac{L}{C_{\text{HW}}^{1,852} A^{1,852} R^{1,167}}. \quad (2.49)$$

Ako je predmet razmatranja cijev okruglog poprečnog presjeka ispunjena fluidom, tada gornja jednadžba, nakon što se u nju supstituiraju izrazi za površinu  $A = D^2 \pi / 4$  i za hidraulički polumjer  $R = A/O$  uz  $O = D\pi$ , dobiva oblik:

$$K = 10,68 \frac{L}{C_{\text{HW}}^{1,852} D^{4,87}}. \quad (2.50)$$

Faktori  $K$  i  $n$  za Manningovu jednadžbu (2.33) uz korištenje (2.35) dobivaju se njenom usporedbom s eksponencijalnom jednadžbom (2.37), nakon čega je:

$$\frac{1}{C_M} AR^{\frac{2}{3}} \left( \frac{h_f}{L} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{h_f}{K} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.51)$$

iz čega se, provođenjem postupka koji je proveden za Hazen-Williamsovu jednadžbu, dobiva konačno rješenje u obliku:

$$n = 2, \quad (2.52)$$

$$K = 10,29 \frac{C_M^2 L}{D^{5,33}}. \quad (2.53)$$

Osim gubitaka koji nastaju zbog otpora trenja ravne cijevi, prilikom strujanja fluida dolazi i do lokalnih gubitaka čiji su uzroci poremećaji u strujanju fluida na mjestima fizičkog diskontinuiteta cjevovoda. To su najčešće mjesta na kojima je

ugrađena cjevovodna armatura tipa ventila, zasuna, regulatora tlaka, hvatača nečistoće i sl., ili fazonski komadi u obliku lukova, račvi, proširenja, odnosno suženja cjevovoda i dr. Pad tlaka uslijed lokalnog otpora može se, na sličan način kao i kod linijskog gubitka, izraziti prema praktičnom obrascu:

$$h_{\text{fm}} = K_{\text{LG}} \frac{v^2}{2g}, \quad (2.54)$$

gdje je  $K_{\text{LG}}$  koeficijent *lokalnog gubitka*. On je bezdimenzijskog karaktera, a određuje se empirijski, zasebno za svaki tip elementa cjevovoda koji dovodi do nastanka lokalnih gubitaka. Utjecaj lokalnih gubitaka na strujanje u cjevovodu je u usporedbi s linijskim gubicima najčešće mali, te ga se u većini slučajeva zbog pojednostavljenja proračuna zanemaruje ili ga se računa u vidu dodatka linijskim gubicima. Međusobnom usporedbom jednadžbi linijskih (2.29) i lokalnih gubitaka (2.54), uviđa se da je moguće lokalne gubitke prikazati u vidu dodatnih ekvivalentnih linijskih gubitaka, tako da se umjesto koeficijenata lokalnih gubitaka uvrste njima ekvivalentna duljina cjevovoda za koju vrijedi:

$$L_e = D \frac{K_{\text{LG}}}{\lambda}. \quad (2.55)$$

## 2.2. Hidrodinamičko modeliranje vodoopskrbnog sustava

### 2.2.1. Hidrodinamički model vodoopskrbnog sustava

U hidrodinamičkom sustavu su svi parametri međusobno povezani, te promjena bilo kojega parametra utječe ne promjenu ostalih parametara. Iz tog razloga je osnova rješavanja problema predviđanja ponašanja vodoopskrbne mreže kompleksna, te u većini slučajeva teško rješiva bez korištenja računalne podrške čija je osnova hidraulički model.

Hidraulički model je sustav algebarskih ili diferencijalnih jednadžbi koje sa zadovoljavajućom točnošću opisuju ponašanje vodoopskrbnog sustava. Te jednadžbe se u svrhu računanja nepoznatih hidrauličkih veličina za različite praktične slučajeve i teorijska razmatranja vodoopskrbnog sustava rješavaju numeričkim metodama. Pri tome su osnovna područja primjene analiza postojećih, te projektiranje budućih vodoopskrbnih sustava.

Sastavni elementi modela vodoopskrbne mreže su cijevi, čvorovi, pumpe, ventili, te rezervoari i vodospreme. Cijevi predstavljaju osnovne elemente cjevovoda sa svrhom transporta vode s jedne na drugu lokaciju. Čvorovi su specifične točke u sustavu na kojima su mjesta grananja, spajanja i završeci cjevovoda sa značajnom potrošnjom vode koja obuhvaća velike industrijske ili privredne subjekte, koncentrirana domaćinstva, protupožarne hidrante, ili kritična mjesta sustava u kojima je tlak bitan za analizu sustava. Pumpe se u hidrauličkom modelu prikazuju kao čvorovi sa svrhom dovođenja energije u sustav i povećanja tlaka vode. Ventili su mehanički uređaji koji se koriste za zaustavljanje ili kontrolu protoka unutar cjevovoda, te za kontrolu tlaka uzvodno ili nizvodno od njihove lokacije, što za posljedicu ima gubitak energije sustava. Rezervoari i vodospreme su granični čvorovi s poznatim tlakovima koji definiraju početne vrijednosti visina tlaka za svaki računalni ciklus. One oblikuju rubne uvjete koji se koriste za određivanje vrijednosti tlakova u drugim čvorovima tijekom upravljanja sustavom.

Da bi se omogućila primjena matematičkih metoda na analizu hidrauličkog modela, uvodi se *petlja* kao dodatna struktura koju čini zatvorena kombinacija cijevi s pripadajućim čvorovima. Petlja se pojavljuje, ovisno o obliku vodoopskrbne mreže koji

može biti jednostavan ili složen, isključivo u složenom sustavu cjevovoda. Na ovaj način se topologija hidrauličkog modela objašnjava matematičkom teorijom grafova. Time se, uz pretpostavku da osnovne fizikalne zakonitosti mehanike fluida koje vrijede u stvarnom sustavu moraju vrijediti na modelu, ostvaruje međusobna ciljana sličnost modela i stvarnog sustava vodoopskrbe.

Primarni aspekt korištenja hidrauličkog modela je uspostavljanje relacija između gubitaka tlaka i pražnjenja sustava. Pri tome se od osnovnih zakonitosti mehanike fluida koriste zakon održanja mase (jednadžba kontinuiteta), te zakon održanja energije, uključujući Darcy-Weisbachovu ili Hazen-Williamsovu jednadžbu za izražavanje odnosa između protoka i pada tlaka u cjevovodu.

U analizi sustava vodoopskrbe, ključno mjesto čine matematičke metode koje moraju zadovoljavati uvjete pouzdanosti, preciznosti, točnosti i učinkovitosti. Njihova primjena omogućena je stupnjem razvoja informatičke tehnologije. U posljednjoj polovici dvadesetog stoljeća, u skladu s brzim razvojem računala, razvijeno je više metoda. Najvažnije su: Hardy Crossova metoda, metoda simultanih čvorova, metoda simultanih petlji, linearna metoda (metoda simultane cijevi) i gradijentna metoda [29].

Najstarija sustavna metoda za rješavanje problema stacionarnog strujanja u vodoopskrbnoj mreži je *Hardy Crossova metoda*, a predstavlja ranu prilagodbu metodi distribucije momenta konstrukcije, a koja je razvijena 1936. godine [24]. Prije uvođenja digitalne tehnologije u kasnim šezdesetim godinama prošlog stoljeća, ova metoda bila je jako cijenjena, budući da je bila prikladna za ručne proračune. Nakon toga metoda je postala osnova za primjenu u kompjuterskim softverima u ranoj fazi njihovog razvoja. Međutim, kod primjene metode na velikim sustavima vodoopskrbe koji uključuju pumpe i ostalu opremu pojavljuje se problem konvergencije rješenja. U posljednjoj četvrtini dvadesetog stoljeća za rješavanje nelinearnih jednadžbi superiornim su se pokazale *Newton-Raphsonova metoda*, te gradijentna metoda. One su omogućile analizu sustava vodoopskrbe s preko 2500 cijevi korištenjem osobnog računala [24].

### **2.2.2. Hidrodinamički proračun jednostavnih cjevovoda**

Cijevi od kojih se sastoji sustav vodoopskrbe su općenito povezane u složeni sustav cjevovoda. Međutim, u posebnim slučajevima kada se radi o primjerice transportnim cjevovodima ili distribucijskim cjevovodima u rijetko naseljenim

područjima, nameće se problem razmatranja jednostavnih cjevovoda, tj. cjevovoda za koje se podrazumijeva da nisu u obliku petlji. Osim toga, za razumijevanje i razvijanje teorije hidrodinamike složene mreže cjevovoda potrebno je poznavati teoriju hidrodinamike jednostavnih cjevovoda.

Prema zadanim i traženim veličinama, zadaci hidrodinamičkog proračuna jednostavnih cjevovoda mogu se svrstati u tri tipa. U sva tri tipa zadana je duljina cjevovoda  $L$ . U prvom tipu zadatka traži se visina dobave pumpe  $h_p$ , a zadani su promjer cjevovoda  $D$  i protok  $Q$ . Drugi tip zadatka podrazumijeva izračunavanje veličine protoka  $Q$  uz zadanu visinu dobave pumpe  $h_p$  i promjer cjevovoda  $D$ . Treći tip zadatka je izračunavanje nepoznatog promjera cjevovoda  $D$  iz poznatih veličina protoka  $Q$  i visine dobave pumpe  $h_p$ . Kod prve kategorije proračuna određuje se potrebna snaga pumpe, a kod treće kategorije promjer cjevovoda što, uz određivanje ostalih karakteristika sustava u cjelini, npr. kapaciteta i visina rezervoara i dr., odgovara projektiranju hidrauličkog sustava. Kod druge kategorije proračuna poznate su sve značajke postojećeg hidrauličkog sustava te se u ovom slučaju radi o njegovoj analizi.

Osnova proračuna je eksponencijalna jednadžba (2.37) čiji koeficijenti  $K$  i  $n$  ovise o tome koristi li se Darcy-Weisbachov, Hazen-Williamsov ili Manningov pristup. Kod Darcy-Weisbachove jednadžbe izračunavanje  $K$  i  $n$  je kompleksnije nego u slučajevima kad se koriste Hazen-Williamsova ili Manningova jednadžba. Naime, u prvom slučaju, prema (2.40) i (2.41), osim poznavanja veličina  $L$  i  $D$  nameće se potreba izračunavanja faktora  $a$  i  $b$ , za što je potrebno poznavati vrijednosti krajnjih procijenjenih protoka  $Q_1$  i  $Q_2$  takvih da je  $Q_1 < Q < Q_2$ , te njima pripadajućih koeficijenata trenja  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  koje je potrebno izračunati. U drugom slučaju, koji podrazumijeva korištenje Hazen-Williamsove, odnosno Manningove jednadžbe, izračunavanje vrijednosti  $K$  i  $n$  zahtijeva prema (2.48) i (2.50), odnosno (2.52) i (2.53), osim duljine  $L$  i promjera  $D$  cjevovoda, poznavanje koeficijenata  $C_{HW}$ , odnosno  $C_M$  za čije je određivanje dovoljno poznavati vrstu materijala cjevovoda.

Kod prvog tipa zadatka visina gubitaka energije  $h_f$  se iz zadanih veličina relativno jednostavno izračunava korištenjem bilo kojega od tri navedena pristupa. Međutim, kad se u druga dva tipa zadataka traže protok  $Q$  ili promjer cjevovoda  $D$  nameće se nužnost provođenja iteracija, čime Darcy-Weisbachov obrazac postaje

kompliciraniji od Hazen-Williamsovog i Manningovog obrasca. Budući da je Manningova formula prikladnija za proračun otvorenih vodotoka, kod proračuna vodoopskrbnog tlačnog sustava najjednostavniji je Hazen-Williamsov pristup. Netočnost Hazen-Williamsovog izraza dolazi do izražaja u slučajevima kada se proračun primjenjuje na tekućine čija kinematička viskoznost  $\nu = \mu/\rho$  značajno odstupa od viskoznosti vode. Korištenje metode Darcy-Weisbacha računalnim modeliranjem pokazuje se zbog svoje matematičko-fizikalne dosljednosti i egzaktnosti optimalnim, te ga preporuča većina autora [26].

### 2.2.3. Hidrodinamički proračun mreže cjevovoda

Distribucijska mreža cjevovoda može imati dva osnovna oblika, te po strukturi može biti linijska ili u obliku petlji. U svakome od ovih slučajeva problematika se može podijeliti na slučajeve analize postojećeg sustava i projektiranja novog sustava. Primarni zadatak analize sustava vodoopskrbe je određivanje protoka i pada tlaka unutar cjevovoda, te njihove međusobne veze, pri čemu se kao osnovni principi koriste jednačba kontinuiteta, energijska, tj. Bernoullijeva jednačba, te Darcy-Weisbachova ili Hazen-Williamsova jednačba. Za razliku od jednostavnih cjevovoda, složeni sustavi se opisuju pomoću većeg broja jednačbi kontinuiteta i energije, koje su međusobno povezane, te zadovoljavaju fizikalne zakonitosti pojedinačno i integralno. Jednačbe kontinuiteta vezane su uz pojedine čvorove mreže, dok su jednačbe energije vezane uz petlje, tj. međusobno povezane cjevovode unutar mreže koji čine neovisan hidraulički krug.

Broj jednačbi, koje čine sustav, nužnih i dovoljnih da bi se tražene veličine protoka i pada tlaka mogle jednoznačno izračunati, ovisi o odnosima između broja čvorova  $J$  (engl. Junction), broja cijevi  $P$  (engl. Pipe) i broja nezavisnih petlji  $L$  (engl. Loop). U jednostavnom sustavu po definiciji je broj petlji jednak nuli, tj.:

$$L = 0, \quad (2.58)$$

a broj cijevi je uvijek za jedan manji od broja čvorova, tj.:

$$P = J - 1. \quad (2.59)$$

Broj petlji složenog sustava unutar kojih je moguće postaviti nezavisne energijske jednačbe iznosi

$$L = P - J + 1. \quad (2.60)$$

Ovisno o tome koje varijable se razmatraju kao nepoznate veličine unutar mreže cjevovoda, mogu se razviti tri različita sustava jednačbi. To su jednačbe protoka, pada tlaka ili korektivnih protoka, tj.  $Q$ -jednačbe,  $H$ -jednačbe ili  $\Delta Q$ -jednačbe, a sve se temelje na jednačbi kontinuiteta i energetske jednačbi tijekom strujanja fluida.

#### 2.2.4. Hardy Crossova metoda

Kada se radi o jednostavnom cjevovodu njegov protok se lako izračunava postavljanjem bilance volumenskog protoka prema jednačbi kontinuiteta. Za slučaj mreže cjevovoda s više petlji to više nije moguće provesti na ovaj način, te se postavlja sustav nelinearnih jednačbi što zahtijeva uvođenje iteracijskih metoda za njihovo rješavanje.

Metodu koja je prva razvijena u svrhu izračunavanja protoka kroz cijevi kompleksnog sustava cjevovoda postavio je Hardy Cross [29]. Njenu osnovu čini jednačba kontinuiteta

$$q_j - \sum_{p=1}^{P_j} Q_p = 0; j = 1, \dots, J, \quad (2.61)$$

gdje je  $q_j$  potrošnja u  $j$ -tom čvoru, a  $Q_p$  protok u  $p$ -toj cijevi koja je priključena na taj čvor  $j = 1, \dots, J$ , te eksponencijalna jednačba (2.37) koja vrijedi za svaku zatvorenu petlju  $l = 1, \dots, L$  s pripadajućim cijevima  $p = 1, \dots, P_l$  daje

$$\sum_{p=1}^{P_l} h_{fp} = \sum_{p=1}^{P_l} K_p Q_p^n = 0; l = 1, \dots, L. \quad (2.62)$$

Budući da se traže protoci  $Q_p$  kroz cijevi, koji se zbog nelinearnosti sustava jednačbi kontinuiteta i energije ne mogu analitički odrediti, njihove vrijednosti se u početnom koraku pretpostavljaju. Međutim, uz inicijalno pretpostavljene protoke unutar cjevovoda koji zadovoljavaju jednačbu kontinuiteta (2.61), u isto vrijeme nije moguće zadovoljiti gornju energetske jednačbu. Da bi se to postiglo, tj. da bi jednačba (2.62) bila zadovoljena, inicijalnim protocima unutar  $l$ -te petlje dodaju se korekcijski protoci  $\Delta Q_l$ ;  $l = 1, \dots, L$ , te mora vrijediti

$$\sum_{p=1}^{P_l} K_p (Q_p + \Delta Q_l)^n = 0; l = 1, \dots, L. \quad (2.63)$$



Dobivena jednadžba može se razviti međusobnim množenjem članova unutar znaka apsolutne vrijednosti primjenom binomnog teorema nakon čega je

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^{P_l} K_p (Q_p + \Delta Q_l)^n = \\ & = \sum_{p=1}^{P_l} K_p (Q_p^n + nQ_p^{n-1}\Delta Q_l + (n-1)Q_p^{n-2}\Delta Q_l^2 + \dots \Delta Q_l^n) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Apsolutne vrijednosti od  $\Delta Q_l$  su male u odnosu na apsolutne vrijednosti protoka  $Q_p$ , te vrijedi:

$$|Q_p| \gg |\Delta Q_l| \Rightarrow \Delta Q_l^n \approx 0 \text{ za } n \geq 2. \quad (2.65)$$

Izraz (2.64) sada se može pojednostaviti u oblik

$$\sum_{p=1}^{P_l} K_p (Q_p + \Delta Q_l)^n = \sum_{p=1}^{P_l} (K_p Q_p^n + nK_p Q_p^{n-1} \Delta Q_l). \quad (2.66)$$

Nadalje, objedinjavanjem jednadžbi (2.63) i (2.66) može se pisati:

$$\sum_{p=1}^{P_l} (K_p Q_p^n + nK_p Q_p^{n-1} \Delta Q_l) = 0, \quad (2.67)$$

odnosno,

$$\sum_{p=1}^{P_l} nK_p Q_p^{n-1} \Delta Q_l = -\sum_{p=1}^{P_l} K_p Q_p^n, \quad (2.68)$$

te konančo

$$\Delta Q_l = -\frac{\sum_{p=1}^{P_l} K_p Q_p^n}{\sum_{p=1}^{P_l} nK_p Q_p^{n-1}}. \quad (2.69)$$

Dobiveni izraz može se iskoristiti za korekciju protoka koji nakon  $n$ -tog u  $n+1$ -om koraku postaje

$$Q_p(n+1) = Q_p(n) + \Delta Q_l. \quad (2.70)$$

Cjelovit postupak analize mreže cjevovoda prema Hardy Crossu, prikazan kao slijedivi niz aktivnosti, može se naći u [19, 20 26].

### 2.2.5. Newton-Raphsonova metoda

Newton-Raphsonova metoda omogućava rješavanje sustava nelinearnih jednačbi svođenjem problema na iterativno rješavanje sustava linearnih jednačbi, te se može primijeniti na sustave  $Q$ ,  $H$  i  $\Delta Q$ -jednačbi. Koncept metode za protoke  $Q_p$  unutar cjevovoda za svaki čvor s indeksom  $j$  izvodi se na sljedeći način.

Neka je  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_j(Q_p)$   $P$ -dimenzijska funkcija od  $J$  varijabli  $Q_p$  za koju je potrebno pronaći vrijednost  $\Delta Q_p$  tako da vrijedi:

$$f_j(q_j, Q_p + \Delta Q_p) = 0. \quad (2.71)$$

Gornju je funkciju moguće razviti u Taylorov red, nakon čega ona u indeksnoj notaciji dobiva oblik

$$f_j(q_j, Q_p + \Delta Q_p) = f_j(q_j, Q_p) + \frac{\partial f_j(q_j, Q_p)}{\partial Q_p} \Delta Q_p + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f_j(q_j, Q_p)}{\partial Q_p^2} \Delta Q_p^2 + \dots, \quad (2.72)$$

koji nakon izjednačavanja s nulom, pod pretpostavkom da se mogu zanemariti derivacije stupnja većega od jedan postaje

$$f_j(q_j, Q_p) + \frac{\partial f_j(q_j, Q_p)}{\partial Q_p} \Delta Q_p = 0, \quad (2.73)$$

odnosno, uz zamjenu mjesta pojedinih članova, u simboličkoj notaciji

$$\mathbf{J}_f \Delta \mathbf{Q} = -\mathbf{f}, \quad (2.74)$$

gdje se  $\mathbf{J}_f = J_{jp} = \frac{\partial f_j(q_j, Q_p)}{\partial Q_p}$  po definiciji *Jacobijan* ili *Jacobijeva matrica*. Ako je

dimenzija  $J$  funkcije  $f_j(Q_p)$  jednaka dimenziji  $P$  varijable  $Q_j$ , tj.  $J = P$ , zadovoljen je nužan uvjet postojanja inverzne Jacobijeve matrice  $\mathbf{J}_f^{-1}$ , s kojom se u tom slučaju jednačba (2.74) može pomnožiti slijeva tako da je

$$\Delta \mathbf{Q} = -\mathbf{J}_f^{-1} \mathbf{f}. \quad (2.75)$$

Vektori funkcije, te njenog argumenta, prirasta argumenta i Jacobijan imaju matrične oblike

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_P \end{bmatrix}; \mathbf{x} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_P \end{bmatrix}; \Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Q_P \end{bmatrix}; \mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_P} \\ \frac{\partial f_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial Q_P} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_P}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_P}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_P}{\partial Q_P} \end{bmatrix}, \quad (2.76)$$

koji omogućavaju matrični zapis jednadžbe (2.75):

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Q_P \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_P} \\ \frac{\partial f_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial Q_P} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_P}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_P}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_P}{\partial Q_P} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_P \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

što je osnova iterativnog postupka prema Newton-Raphsonu. Naime, vektor  $\Delta Q_p$  moguće je shvatiti kao razliku vektora

$$\Delta Q_p = Q_p(n+1) - Q_p(n), \quad (2.78)$$

tako da se sustav jednadžbi (2.77) može prikazati kao ovisnost vektora  $Q_p(n+1)$  o poznatim vrijednostima prethodnog vektora  $Q_p(n)$ , Jacobijeve matrice  $J_{pj}$  i vrijednosti vektorske funkcije  $f_j$ :

$$\begin{bmatrix} Q_1(n+1) \\ Q_2(n+1) \\ \dots \\ Q_P(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1(n) \\ Q_2(n) \\ \dots \\ Q_P(n) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_P} \\ \frac{\partial f_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial Q_P} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_P}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_P}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial f_P}{\partial Q_P} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_P \end{bmatrix}, \quad (2.79)$$

ili kraće:

$$Q_p(n+1) = Q_p(n) - \left( \frac{\partial f_p}{\partial Q_j} \right)^{-1} f_j. \quad (2.80)$$

Dobivena jednačba za iteraciju može se primijeniti na sva tri sustava jednačbi, tj na  $Q$ ,  $H$  i  $\Delta Q$  jednačbe. Koje će se od ovih jednačbi koristiti određeno je uvjetom da broj funkcija  $f_j$  mora odgovarati broju cijevi s protokom  $Q_p$ , tj mora vrijediti  $J = P$ .

Potpun postupak sastavljen od niza aktivnosti za provođenje Newton-Raphsonove metode s primjerima koji uključuju odgovarajuće računalne algoritme može se naći u [24, 26].

### 2.2.6. Topologija mreže hidrauličkog modela. Gradijentna metoda

Jednostavniji oblici mreže hidrauličkog modela dozvoljavaju postavljanje jednačbi kontinuiteta, energije i disipacije energije izravnim uvidom i zaključivanjem o vezama između elemenata hidrauličkog modela, tj. čvorova, cijevi i petlji. Kod kompleksnih sustava to više nije moguće bez sustavno matematički unificiranog proučavanja položaja, poretka i međusobnih veza elemenata hidrauličkog modela u prostoru, što se naziva *topologija mreže hidrauličkog modela*.

Za zadanu mrežu koja je definirana s  $J$  čvorova s nepoznatim visinama tlaka  $H_j$  i poznatim potrošnjama  $q_j$ ,  $P$  grana cjevovoda nepoznatih protoka  $Q_p$  i padova tlaka  $h_{fp}$ , te  $R$  fiksnih ili rubnih čvorova poznate visine tlaka  $H_r$ , topologija mreže može se izraziti pomoću dvije matrice incidencije:  $\mathbf{A} = A_{jp}$  dimenzija  $J \times P$  i  $\mathbf{B} = B_{rp}$  dimenzija  $R \times P$ , te dijagonalne matrice tlaka  $\mathbf{C} = C_{pq}$  dimenzija  $P \times P$ .

Matrica incidencije je definirana u matematičkoj teoriji grafova kao matrica koja prikazuje odnos između dvije klase objekata, a da bi se to pojasnilo potrebno je najprije definirati pojam grafa uz kojeg je vezan pojam matrice incidencije. Općenito govoreći *graf* (engl. *Graph*) je skup točaka koje nazivamo *vrhovi* (engl. *Vertex*) i točaka koje tvore linije spajanja tih vrhova a nazivamo ih *bridovi* (engl. *Edge*). Ako se s

$$V = V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_I\}, \quad E = E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_J\} \quad (2.106)$$

prikažu skup svih vrhova i skup svih bridova, tada se formalno-matematički *graf* definira kao uređena trojka

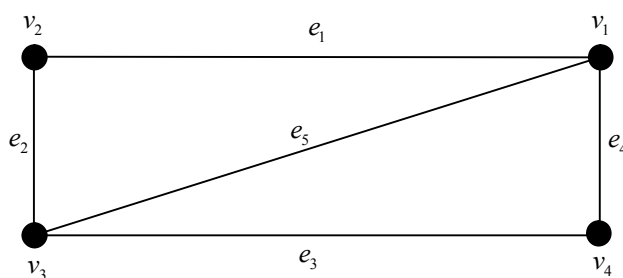
$$G = G(V(G), E(G), \Psi_G), \quad (2.107)$$

koja se sastoji od nepraznog skupa  $V = V(G)$ , čiji su elementi vrhovi od  $G$ , skupa  $E = E(G)$  disjunktnog sa  $V(G)$ , čiji su elementi bridovi od  $G$  i funkcije incidencije  $\psi_G$ , koja svakom bridu od  $G$  pridružuje neuređeni par (ne nužno različitih) vrhova od  $G$ . Na ovaj način, ako je  $\psi_G(e_i) = \{v_j, v_k\}$ , pri čemu je za proizvoljne vrijednosti indeksa  $i, j$  i  $k$ ,  $e_i \in E(G)$ ,  $v_j, v_k \in V(G)$ , kažemo da brid  $e_i$  spaja vrhove  $v_j$  i  $v_k$ , odnosno da su vrhovi  $v_j$  i  $v_k$  krajevi brida  $e_i$  [30]. Primjerice, za graf prikazan na slici 2.2., koji ima 4 vrha i 5 bridova vrijedi:

$$V = V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}, E = E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}, \quad (2.108)$$

pri čemu funkcija incidencije poprima vrijednosti:

$$\begin{aligned} \psi_G(e_1) &= \{v_1, v_2\}, \psi_G(e_2) = \{v_2, v_3\}, \psi_G(e_3) = \{v_3, v_4\}, \\ \psi_G(e_4) &= \{v_1, v_4\}, \psi_G(e_5) = \{v_1, v_3\}. \end{aligned} \quad (2.109)$$



Slika 2.2. Primjer prikaza strukture grafa

Sada se, za graf  $G$  sa  $I$  vrhova  $v_1, v_2, \dots, v_I$  i  $J$  bridova  $e_1, e_2, \dots, e_J$ , matrica incidencije definira kao matrica oblika

$$M(G) = \begin{bmatrix} & e_1 & e_2 & \dots & e_J \\ m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1J} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2J} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{I1} & m_{I2} & \dots & m_{IJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_I \end{bmatrix}, \quad (2.110)$$

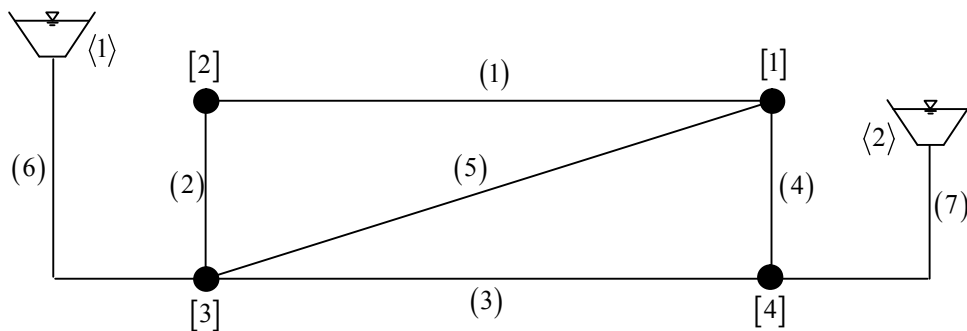
odnosno kraće,

$$M(G) = [m_{ij}] \begin{bmatrix} e_j \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

gdje je  $m_{ij}$  broj koji govori koliko puta su  $e_j$  i  $v_i$  incidentni. Matrica incidencije potpuno određuje graf. Matrica incidencije za primjer grafa prikazanog na slici 2.5. ima oblik

$$M(G) = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \\ \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

Prva matrica incidencije  $A_{jp}$  povezuje čvorove unutar modela  $v_j \rightarrow [j]$  s cijevima modela  $e_p \rightarrow (p)$ , dok druga matrica incidencije  $B_{rp}$  daje odnos između rubnih fiksnih čvorova, koje zbog isticanja razlike od unutarnjih čvorova označavamo zagradom različitom od uglate sa  $\langle r \rangle$ , i cijevi  $(p)$ . Fiksni čvorovi  $\langle r \rangle$  predstavljaju spremnike fluida, kako je primjerice prikazano na slici 2.3. gdje model odgovara sustavu cjevovoda s grafičkom strukturom kao na slici 2.2., uz dodana dva spremnika  $\langle 1 \rangle$  i  $\langle 2 \rangle$  s geodetskim visinama  $H_1$  i  $H_2$ , koji su s ostatkom mreže povezani dodatnim cjevovodima (6) i (7).



Slika 2.3. Primjer topologije mreže hidrauličkog modela

Matrice incidencije  $A_{jp}$  i  $B_{rp}$  imaju općeniti oblik,

$$A_{jp} = \begin{bmatrix} (1) & (2) & (\dots) & (P) \\ \left[ \begin{array}{cccc} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1P} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2P} \\ \dots & \dots & \dots & A_{3P} \\ A_{J1} & A_{J2} & \dots & A_{JP} \end{array} \right] \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ [\dots] \\ [J] \end{array} \end{bmatrix}, \quad (2.113)$$

$$B_{rp} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & \dots & (P) \end{matrix} \\ \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ [\dots] \\ [R] \end{matrix} & \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1P} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2P} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{R1} & B_{R2} & \dots & B_{RP} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (2.114)$$

a u specifičnom slučaju prikazanom na slici 2.3. one su jednake

$$A_{jp} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) \end{matrix} \\ \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ [3] \\ [4] \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (2.115)$$

$$B_{pr} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) \end{matrix} \\ \begin{matrix} \langle 1 \rangle \\ \langle 2 \rangle \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (2.116)$$

Općeniti oblik dijagonalne matrice tlaka  $C_{pq}$  je

$$C_{pq} = \begin{bmatrix} K_1 |Q_1|^{n_1-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_2 |Q_2|^{n_2-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & K_p |Q_p|^{n_p-1} \end{bmatrix}. \quad (2.117)$$

Za posebni slučaj mreže na slici 2.3. vrijedi gornja matrica uz  $P = 7$ .

Ako se sa

$$q_j = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_j \end{bmatrix}; H_j = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_j \end{bmatrix}; Q_p = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_p \end{bmatrix}; H_r = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_r \end{bmatrix}, \quad (2.118)$$

označe vektori: potrošnje i visine tlaka u čvorovima mreže  $[j]$ , protoka u cijevima  $[p]$ , te visina tlaka u fiksnim čvorovima  $\langle r \rangle$ , moguće je postaviti i primijeniti neku od iteracijskih metoda za izračun nepoznatih veličina. Odaberemo li Newton-Raphsonov postupak, jednadžbe kontinuiteta i energije u matricnom obliku glase:

$$\begin{bmatrix} F_1(Q_p) \\ F_2(Q_p) \\ \dots \\ F_J(Q_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_J \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1P} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2P} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{J1} & A_{J2} & \dots & A_{JP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_P \end{bmatrix} = 0, \quad (2.119)$$

$$\begin{bmatrix} F_1(Q_p) \\ F_2(Q_p) \\ \dots \\ F_P(Q_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{J1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{J2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1P} & A_{2P} & \dots & A_{JP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 |Q_1|^{n_1-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_2 |Q_2|^{n_2-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & K_P |Q_P|^{n_P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1R} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2R} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{P1} & B_{P2} & \dots & B_{PR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \dots \\ H_R \end{bmatrix} = 0. \quad (2.120)$$

Gornje matrične jednadžbe mogu se zapisati kraće u indeksnoj notaciji:

$$F_j(Q_p) = q_j - A_{jp} Q_p = 0, \quad (2.121)$$

$$F_p(Q_p) = A_{pj}^T H_j + C_{pq} Q_q - B_{pr} H_r = 0. \quad (2.122)$$

Dobivene jednadžbe moguće je rješavati Newton-Raphsonovim algoritmom za iterativno izračunavanje protoka i tlaka. U ovom radu primijenjena je *gradijentna metoda* koja počinje uvođenjem matrica incidencije (2.113) i (2.114), a završava sustavom jednadžbi koje se rješavaju iteracijskim postupkom. Gradijentnom metodom se rješenje mreže cjevovoda izražava putem potpunog sustava jednadžbi kojima se modeliraju i padovi tlakova i protoci. Budući da se i održanje mase i održanje energije balansira i rješava u svakoj od iteracija, metoda teorijski jamči istu razinu točnosti koja se očekuje od drugih dobro poznatih algoritama, kao što su metoda simultanog podešavanja staze (engl. Simultaneous Path Adjustment Method (Fowler)), te metoda linearne teorije (engl. Linear Theory Method (Wood)). Nadalje, postoji veći broj prednosti kod rješavanja sustava mreže cjevovoda ove nad metodom simultanih petlji ili



linearnom metodom, što navodi [31] koji kao osnovu koristi upravo gradijentnu metodu:

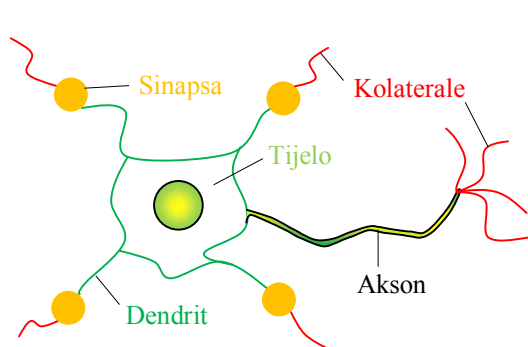
- Metoda može rješavati i prstenastu i granatu mrežu.
- Metoda je numerički stabilna.
- Struktura generiranog sustava jednažbi dozvoljava korištenje brzih i pouzdanih kalkulatora prorijedenih matrica.

## 2.3. Umjetne neuronske mreže

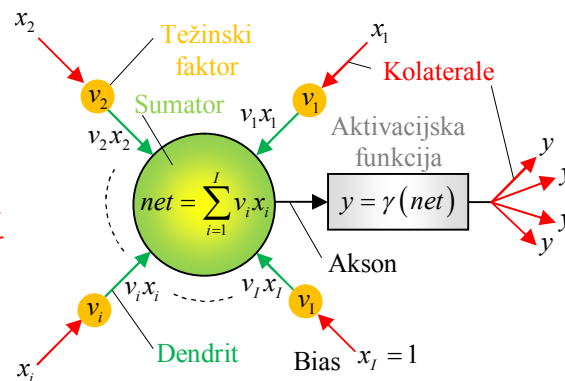
### 2.3.1. Umjetni neuron

Koncept umjetne neuronske mreže zasniva se na usvajanju i primjeni principa funkcioniranja biološkog živčanog sustava u svrhu rješavanja problema umjetnim putem. Svaki postupak rješavanja problema sastoji se od aktivnosti zapažanja, pohranjivanja, obrade, prijenosa i generiranja informacija. Analogno biološkom živčanom sustavu, osnovu umjetne neuronske mreže čine neuroni, te njihove međusobne veze i utjecaji. Kod izvršavanja skupova aktivnosti koje mogu biti istovremene ili u slijedu, u biološkim živčanim sustavima sudjeluje veliki broj međusobno višestruko povezanih neurona. Na ovaj način ostvaruju se kompleksni sustavi koje je nemoguće u potpunosti shvatiti i umjetnim putem oponašati. Zbog toga umjetne neuronske mreže predstavljaju pojednostavljene sustave čije su karakteristike određene stupnjem oponašanja biološke neuronske mreže.

Umjetni neuron je osnovna jedinica umjetne neuronske mreže. Njegov centralni dio je *aktivacijska funkcija* koja sa *sumatorom* predstavlja alternativu *tijelu* biološkog neurona, kako je uočljivo iz usporednog prikaza slika 2.4. i 2.5.



Slika 2.4. Model biološkog neurona



Slika 2.5. Model umjetnog neurona

U sumator ulazi jedan ili više nastavaka koji se nazivaju *dendriti* a odgovaraju dendritima biološkog neurona koji ulaze u njegovo tijelo s istom svrhom omogućavanja ulaza signala u neuron. Svaki ulaz u neuron je umnožak izlaza  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$  iz nekih

prethodnih neurona i njima pripadajućih *težinskih faktora*  $v_i, i=1,2,\dots,I$ , tj.  $v_i x_i, i=1,2,\dots,I$ .

Naime, izlaz signala iz umjetnog ili biološkog neurona, odnosno sumatora umjetnog ili tijela biološkog neurona, odvija se putem nastavka koji se naziva *akson* ili *neurit*. Svaki neuron ima isključivo jedan akson koji na suprotnom kraju od dijela kojim je spojen na tijelo neurona ima ogranke, tj. *kolaterale*. Sve kolaterale jednog aksona, odnosno neurona, prenose jednu te istu veličinu  $y$  signala na dendrite drugih neurona. Iste veličine signala koje dolaze iz drugih neurona na slici 2.5. označene su sa  $x_i$  jer predstavljaju ulaz u promatrani neuron, tj.  $y \rightarrow x_i$ . Veze kolaterala jednog neurona s dendritima drugih neurona se kod bioloških neurona ostvaruju *sinapsama*. Sinapsa se može predočiti kao prostor, odnosno mali razmak između kolaterale aksona jednog neurona i dendrita drugog neurona. Signal koji se prenosi putem sinapse je električni. Kod umjetnog neurona funkcija sinapse se simulira uvođenjem težinskog faktora  $v_i$ . Težinski faktori su kod svakog neurona promjenjive veličine. Sposobnost *učenja* neuronske mreže počiva upravo na mogućnosti promjene težinskih faktora pojedinih neurona. U stvari skup svih promjena težinskih faktora predstavlja proces učenja neuronske mreže, a konačno stanje težinskih faktora određuje naučenu neuronsku mrežu.

Na putu dovođenja neuronske mreže do tog željenog stanja nameće se potreba uvođenja posebnog neurona koji ima konstantan izlaz jednak jedinici. Tek dodavanjem ovog neurona, koji je na slici 2.5. prikazan dogovornom oznakom *Bias*, svakom sloju neuronske mreže osim zadnjem ostvaruje se mogućnost njenog učenja.

U sumatoru se sve vrijednosti ulaznih signala zbrajaju i svode na jednu veličinu:

$$net = \sum_{i=1}^I v_i x_i . \quad (2.123)$$

Izlaz iz tijela biološkog neurona moguć je samo onda kada se neuron dovede u stanje uzbude čija je mjera veća od veličine praga osjetljivosti samog neurona. Taj prag osjetljivosti se kod umjetnog neurona simulira *aktivacijskom funkcijom*. Aktivacijska funkcija preslikava veličinu dobivenu zbrajanjem svih ulaznih veličina u sumatoru u *izlaznu veličinu neurona*, tj.

$$y = \gamma (net) . \quad (2.124)$$

Sposobnost učenja neuronske mreže omogućuje da se na temelju određenog modela podataka uspostave pravila koja uređuju temeljne odnose između različitih atributa podataka. Cilj učenja je usvajanje bitnih informacija o podacima i njihovim vezama od strane neuronske mreže. Da bi se provjerilo i potvrdilo da je neuronska mreža u zadovoljavajućoj mjeri usvojila potrebna znanja provodi se postupak njenog testiranja. On se sastoji od niza aktivnosti kojima se uspoređuju izlazni podaci iz neuronske mreže sa stvarnim podacima. Ukoliko se ti podaci s dovoljnom točnošću podudaraju smatra se da je neuronska mreža dovoljno pouzdana za rješavanje zadanog problema.

### 2.3.2. Višeslojna perceptronska neuronska mreža

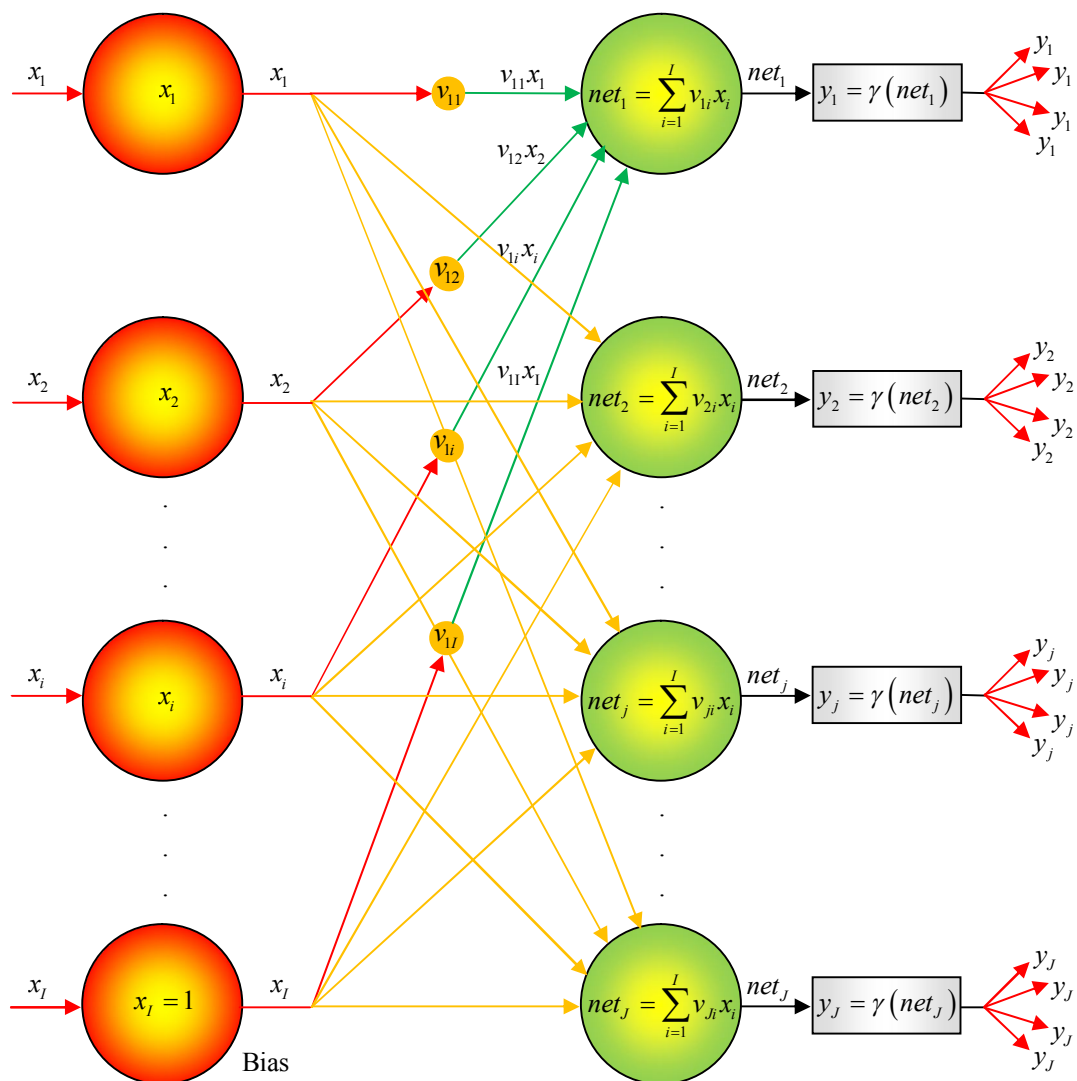
Najjednostavniji model neuronske mreže je jednoslojna neuronska mreža prikazana na slici 2.6. Ona se sastoji od varijacija spojeva svih ulaza sa svim izlazima, te je ukupan broj veza ulaznih signala  $x_i$ ,  $i=1,2,\dots,I$  s izlaznim signalima  $y_j$ ,  $j=1,2,\dots,J$  jednak  $I \cdot J$ . Ulazi se mogu shvatiti i kao skup neurona koje nazivamo *ulazni sloj*. Ulazni sloj vezan je s neuronima koji od njega primaju signale, obrađuju ih i prosljeđuju ka izlazima neuronske mreže.

Proces pretvaranja ulaznog u izlazni signal započinje odašiljanjem ulaznih signala  $x_i$   $i$ -tog ulaza prema svakom  $j$ -tom neuronu neuronske mreže. Svaki signal  $x_i$  se nakon toga množi s pripadajućom težinom  $v_{ji}$   $i$ -tog ulaza i  $j$ -tog izlaznog neurona, iz čega slijedi vrijednost  $v_{ji}x_i$ . U sumatoru svakog  $j$ -tog neurona sve se vrijednosti koje ulaze u taj neuron zbrajaju u veličinu

$$net_j = \sum_{i=1}^I v_{ji}x_i . \quad (2.125)$$

Ona ulazi kao argument u aktivacijsku funkciju koja je preslikava u izlaznu veličinu  $j$ -tog neurona, tj.

$$y_j = \gamma(net_j) . \quad (2.126)$$



Slika 2.6. Model jednoslojne neuronske mreže

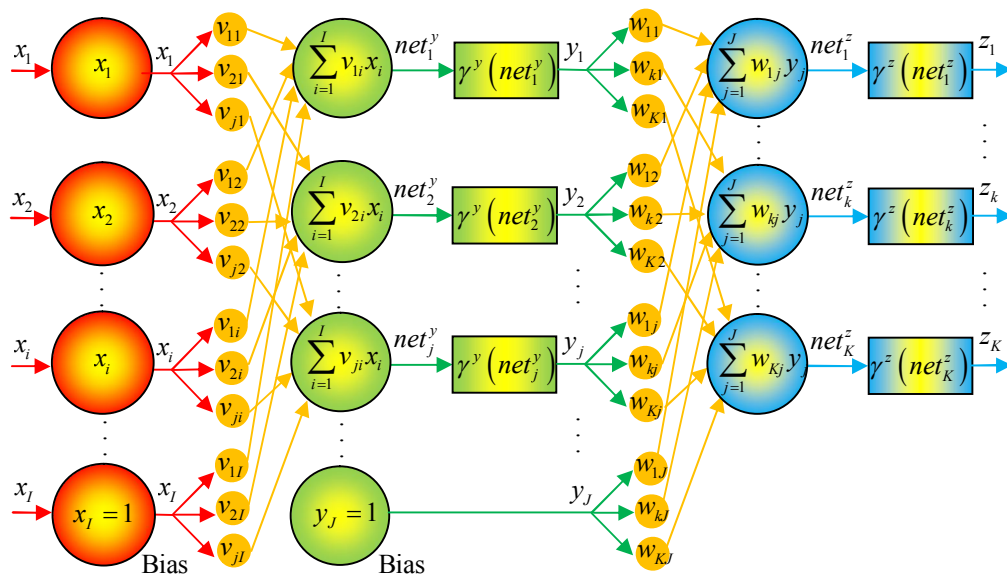
Veličina  $x_i$  može se shvatiti kao  $I$ -dimenzijski vektor,  $net_j$  i  $y_j$  kao  $J$ -dimenzijski vektori, te  $v_{ji}$  u vidu  $J \cdot I$ -multidimenzijskog vektora, te ih je moguće prikazati u obliku vektorskih matrica dimenzija  $I \times 1$ ,  $J \times 1$  i  $J \times I$ . Na ovaj način se vektor  $net_j$  može prikazati kao umnožak  $v_{ji} x_i$  matrice težinskih koeficijenata  $v_{ji}$  i ulaznog vektora  $x_i$ :

$$\begin{bmatrix} net_1 \\ net_2 \\ \dots \\ net_j \\ \dots \\ net_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \dots & v_{1i} \dots & v_{1I} \\ v_{21} & v_{22} \dots & v_{2i} \dots & v_{2I} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{j1} & v_{j2} \dots & v_{ji} \dots & v_{jI} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{J1} & v_{J2} \dots & v_{Ji} \dots & v_{JI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_I \end{bmatrix}, \quad (2.127)$$

dok je nadalje

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_j \\ \dots \\ y_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(net_1) \\ \gamma(net_2) \\ \dots \\ \gamma(net_j) \\ \dots \\ \gamma(net_J) \end{bmatrix}. \quad (2.128)$$

Iako jednoslojne neuronske mreže imaju praktična područja primjene, postoji veliki broj jednostavnih problema kod kojih njihovo korištenje ne daje dobre rezultate. Povijesni razvoj i široki opseg područja u primjeni neuronskih mreža doveo je da toga da se danas u najvećoj mjeri koriste višeslojne neuronske mreže. One su strukturirane tako da posjeduju ulazni sloj, skrivene slojeve i izlazni sloj neurona. Ulazni sloj nije građen od neurona u pravom smislu, nego predstavlja čvorove ulaza signala u neuronsku mrežu. Svi slojevi međusobno su povezani sinapsama, odnosno težinskim koeficijentima. Generalno se princip višeslojne mreže može objasniti dvoslojnom mrežom koja ima jedan skriveni sloj, a prikazana je na slici 2.7. Ovakva mreža neurona, kod koje se signali koji dolaze iz ulaza određenog sloja neurona množe s pridruženim vrijednostima težina i zbrajaju, te se zatim aktivacijskom funkcijom preslikavaju u vrijednost izlaza, naziva se *višeslojna perceptronska mreža*, engl. *Multilayer Perceptron Neural Network – MLP*.



Slika 2.7. Model višeslojne perceptronske neuronske mreže – MLP

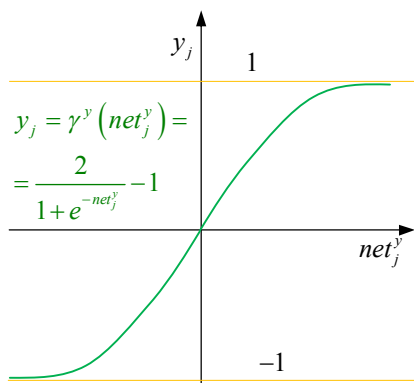
Da bi se u potpunosti jednoznačno definirala višeslojna neuronska mreža, moraju biti odabrane aktivacijske funkcije  $\gamma(net)$  njenog skrivenog i izlaznog sloja. Argumenti ovih funkcija, kao i same funkcije, su za različite slojeve međusobno različiti, te i argumentima i funkcijama radi razlikovanja dodajemo znak njihovog izlaznog signala na mjestu potencije. Tako za skriveni sloj aktivacijska funkcija ima oznaku  $\gamma^y(net_j^y)$ , dok se aktivacijska funkcija izlaznog sloja označava sa  $\gamma^z(net_k^z)$ . Najčešće korištena aktivacijska funkcija skrivenog sloja je *bipolarna sigmoidalna funkcija* (sl. 2.8.) koja ima oblik

$$y_j = \gamma^y(net_j^y) = \frac{2}{1 + e^{-net_j^y}} - 1, \quad (2.129)$$

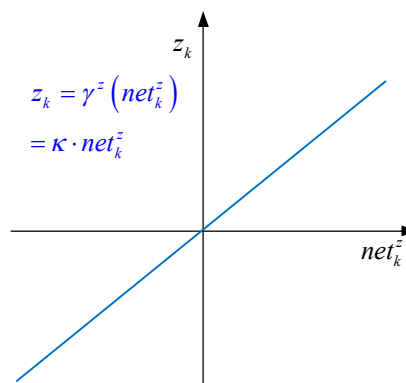
dok se za izlazni sloj koristi *linearna funkcija* (sl. 2.9.) dana izrazom

$$z_k = \gamma^z(net_k^z) = \kappa \cdot net_k^z, \quad \kappa = \text{konst.}, \quad (2.130)$$

pri čemu je  $\kappa$  nagib linearne funkcije. Aktivacijske funkcije najčešće korištene dane su u tablici 2.4.



Slika 2.8. Bipolarna sigmoidalna aktivacijska funkcija



Slika 2.9. Linearna aktivacijska funkcija

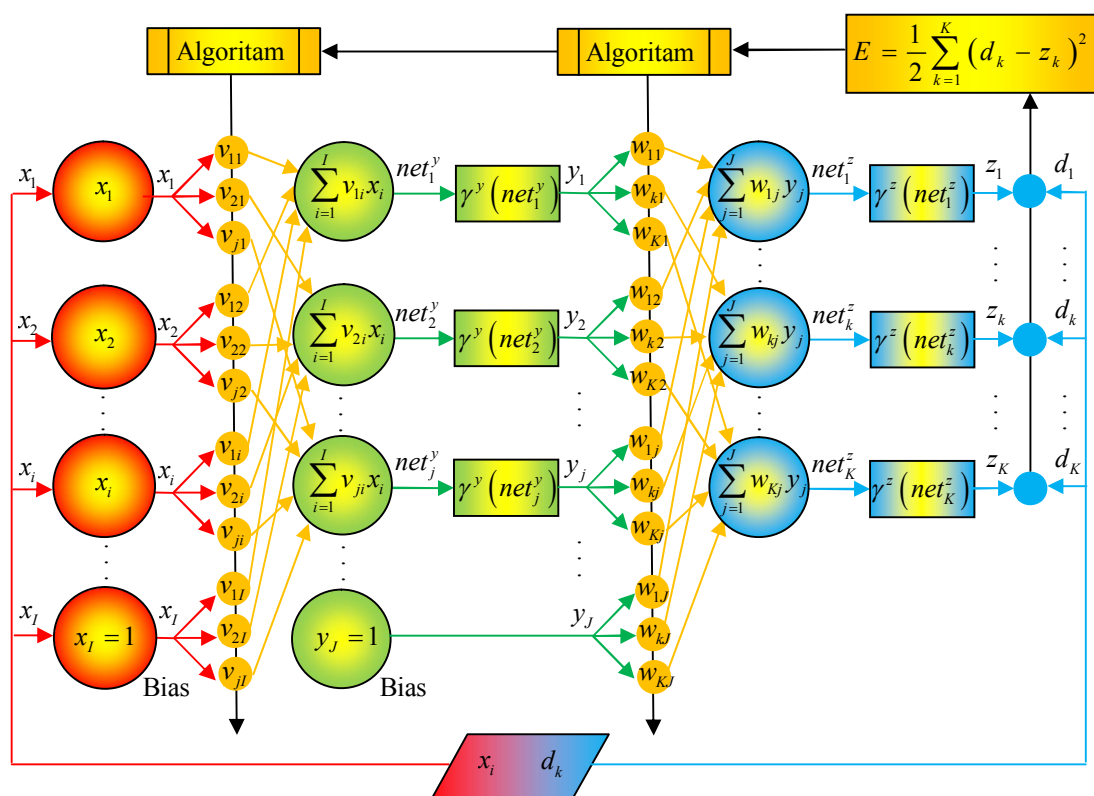
Tablica 2.4. Aktivacijske funkcije [32]

Funkcija	Definicija	Opis	Kodomena
Linearna	$\kappa \cdot net$	Neuron se aktivira kao linearan izlaz iz prethodnog neurona	$\langle -\infty, \infty \rangle$
Logistička sigmoidalna	$\frac{1}{1 + e^{-net}}$	Funkcija krivulje S-oblika	$\langle 0, 1 \rangle$
Tangens hiperbolni	$\frac{e^{net} - e^{-net}}{e^{net} + e^{-net}}$	Sigmoidalna krivulja slična logističkoj funkciji. Najčešće, zbog svoje simetrije, daje rezultate bolje od logističke funkcije. Prikladna naročito za višeslojne perceptrone, osobito za skrivene slojeve.	$\langle -1, 1 \rangle$
Eksponencijalna	$e^{-net}$	Negativna eksponencijalna funkcija	$\langle 0, \infty \rangle$
Sinus	$\sin(net)$	Velika vjerojatnost iskoristivosti kod prepoznavanja radialno distribuiranih podataka.	$[0, 1]$
Softmax	$\frac{e^{net_i}}{\sum e^{net_i}}$	Najčešće se koristi kod klasifikacijskih problema. Korisna kod oblikovanja neuronskih mreža s više normaliziranih izlaza, što je čini posebno prikladnom za kreiranje klasifikacijskih neuronskih mreža s probabilističkim izlazima.	$[0, 1]$
Gaussova	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{net-\mu}{\sigma}\right)^2}$	Koristi se najčešće za skrivene neurone RBF neuronskih mreža (RBF funkcija). Lokacija (koja se naziva prototipni vektor) i parametri širenja su ekvivalentni težinama ulaznih skrivenih slojeva MLP neuronske mreže.	$[0, 1]$



### 2.3.3. Učenje neuronske mreže

Učenje neuronske mreže je postupak prilagođavanja težina neuronske mreže tako da na kraju tog prilagođavanja uz zadane ulaze u mrežu izlazi iz mreže poprimalju takve stvarne vrijednosti koje od očekivanih izlaznih vrijednosti ne odstupaju značajno. Najčešće se koristi *supervizorno* učenje mreže, koje za razliku od *nesupervizornog* učenja, podrazumijeva promatranje neuronske mreže, te praćenje i korigiranje njenih težinskih parametara dok se na izlazu iz mreže ne pojave vrijednosti koje zadovoljavaju očekivanja. Ovisno o tome je li u proces učenja uvedena vremenska komponenta koja podrazumijeva kašnjenje signala, neuronska mreža može biti *statička* ili *dinamička*. Najčešće se koristi *statička višeslojna neuronska mreža*, koja je za slučaj jednog skrivenog sloja, tj. dvoslojne mreže, prikazana na slici 2.10., a na čijem se primjeru može sustavno pokazati i analizirati proces učenja neuronske mreže u generalnom smislu.



Slika 2.10. Algoritam učenja statičke višeslojne neuronske mreže

U procesu učenja sudjeluje više veličina koje su u slijedu međusobno povezane. Te veličine u slučaju dvoslojne neuronske mreže su: vektor ulaza u mrežu  $[x_i]$ ; matrica težina  $[v_{ji}]$ , vektor izlazne vrijednosti sumatora  $[net_j^y]$  i vektor izlaza  $[y_j]$  iz

skrivenog sloja neurona; matrica težina  $[w_{kj}]$ , vektor izlazne vrijednosti sumatora  $[net_k^z]$  i vektor izlaza  $[z_k]$  iz izlaznog sloja mreže. Cjeloviti proces učenja sastoji se od iterativnih koraka, pri čemu svaki korak učenja završava usporedbom neuronskom mrežom generirane izlazne veličine  $[z_k]$  s očekivanom izlaznom veličinom  $[d_k]$ . Kao funkcija cilja koristi se zbroj kvadrata greške oblika

$$E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (d_{kn} - z_{kn})^2. \quad (2.131)$$

Kod postavljanja funkcijskih odnosa u kojima se navedene veličine unutar neuronske mreže pojavljuju kao argumenti, te odnose jednostavnije je prikazati indeksnim umjesto tradicionalnim simboličkim zapisom. U tom slučaju vrijedi Einsteinova konvencija za zbroj. Na ovaj način se primjerice izrazi (2.127) i (2.128), koji prikazuju veličinu izlaza  $y_j$  kao rezultat aktivacijske funkcije, kojoj je argument umnožak težinskih faktora  $v_{ji}$  i ulaza  $x_i$  neuronske mreže, primijenjeni na skriveni sloj višeslojne neuronske mreže sa slike 2.10., pišu indeksnim zapisom u obliku:

$$net_j^y = v_{ji}x_i, \quad i=1, \dots, I-1; j=1, \dots, J-1; \quad (2.132)$$

$$y_j = \gamma^y (net_j^y), \quad j=1, \dots, J-1. \quad (2.133)$$

Iste veličine za izlazni sloj čiji je izlaz  $z_k$  rezultat aktivacijske funkcije s argumentom koji je umnožak težinskih faktora  $w_{kj}$  i ulaza  $y_j$  neuronske mreže, imaju indeksni zapis

$$net_k^z = w_{kj}y_j, \quad j=1, \dots, J-1, k=1, \dots, K; \quad (2.134)$$

$$z_k = \gamma^z (net_k^z), \quad k=1, \dots, K. \quad (2.135)$$

Učenje se sastoji od *unaprijedne* i *povratne* faze. Prije pokretanja procesa učenja potrebno je težinama skrivenog  $v_{ji}$  i izlaznog sloja  $w_{kj}$  neuronske mreže dodijeliti inicijalne vrijednosti. One se najčešće odabiru metodom slučajnih brojeva. Daljnje učenje sastoji se od promjene, odnosno prilagođavanja, težina  $v_{ji}$  i  $w_{kj}$  po iteracijskim koracima. Ako se za oznaku broja koraka učenja (iteracije) odabere  $n$ , tada se promjena težina može prikazati u obliku

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) + \Delta v_{ji}(n), \quad (2.136)$$

odnosno,

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n). \quad (2.137)$$

Gornje jednačbe govore da se vrijednost težine u  $n+1$  koraku učenja dobiva kao vrijednost iste težine u  $n$ -tom koraku uvećane za veličinu njene promjene od  $n$ -tog do  $n+1$  koraka. Veličina te promjene u svakom koraku mora biti takva da vodi ka konačnom cilju minimiziranja funkcije (2.131). Da bi se to postiglo potrebno je istražiti funkcijsku vezu između veličine ciljne funkcije  $E$  i parametara težina  $v_{ji}$  i  $w_{kj}$ .

Zbroj kvadrata greške  $E$  očito je, prema (2.131), u izravnoj ovisnosti o izlaznim vrijednostima  $z_k$  neuronske mreže. One su nadalje identične rezultatu aktivacijske funkcije  $\gamma^z(\text{net}_k^z)$  čiji je argument veličina  $\text{net}_k^z$ , koja je opet ovisna o težinama  $w_{kj}$  i izlaznim vrijednostima veličina  $y_j$  neurona skrivenog sloja. Veličine  $y_j$  na sličan način ovise o  $\text{net}_j^y$  koje su funkcija težina  $v_{ji}$  i veličina  $x_i$  ulaznih vrijednosti neuronske mreže. To se može prikazati kao kompozicija funkcija više varijabli:

$$E = E\left\{z_k\left[\text{net}_k^z(w_{kj}, y_j)\right]\right\} = E\left\{z_k\left[\text{net}_k^z(w_{kj}, y_j\left[\text{net}_j^y(v_{ji}, x_i)\right])\right]\right\}. \quad (2.138)$$

U konačnici, iz gornjeg izraza vidljivo je da se funkcija  $E$  može pisati u ovisnosti o veličinama  $w_{kj}$ ,  $v_{ji}$  i  $x_i$ , tj.

$$E = E(w_{kj}, v_{ji}, x_i). \quad (2.139)$$

Za vektore  $z_k$  i  $y_j$  vrijedi da je općenito svaka njihova komponenta u ovisnosti o vlastitoj pripadajućoj komponenti vektora  $\text{net}_k^z$  i  $\text{net}_j^y$ , a oni su opet dalje ovisni o veličinama  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$ . Potonje veličine, za razliku od vektora koji imaju  $K$  i  $J$  komponentata, sadrže  $K \cdot J$  i  $J \cdot I$  komponentata, te ih možemo smatrati multifaznim vektorima. Formalno, na ovaj način  $E$  pripada prostoru realnih brojeva  $\mathbb{R}$ ,  $z_k$  i  $\text{net}_k^z$  vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^K$ ,  $y_j$  i  $\text{net}_j^y$  vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^J$ , a  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$  multivektorskim prostorima  $\mathbb{R}^{K \times J}$  i  $\mathbb{R}^{J \times I}$ . Prostore  $\mathbb{R}^{K \times J}$  i  $\mathbb{R}^{J \times I}$  razapinje  $K \times J$ , odnosno  $J \times I$  koordinatnih osi komponentata  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$  [33].

Rješavanje problema dobivanja optimalnih vrijednosti veličina parametara  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$  rješava se primjenom metoda nelinearnog traženja i optimiranja. Kod neuronskih mreža to su analitički postupci koji mogu biti posredni i neposredni [34], kod kojih se

nameće potreba ispitivanja gradijenta funkcije  $E(w_{kj})$ , odnosno  $E(v_{ji})$ . Budući da argumente  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$  smatramo multifaznim vektorima koje razapinje  $K \cdot J$  i  $J \cdot I$  koordinatnih osi, gradijenti od  $E$  mogu se prikazati u matričnom obliku na način da je

$$\begin{aligned} \text{grad } E(w_{kj}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial w_{11}} & \frac{\partial E}{\partial w_{12}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial w_{1J}} \\ \frac{\partial E}{\partial w_{21}} & \frac{\partial E}{\partial w_{22}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial w_{2J}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial E}{\partial w_{K1}} & \frac{\partial E}{\partial w_{K2}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial w_{KJ}} \end{bmatrix}, \\ \text{grad } E(v_{ji}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial v_{11}} & \frac{\partial E}{\partial v_{12}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial v_{1I}} \\ \frac{\partial E}{\partial v_{21}} & \frac{\partial E}{\partial v_{22}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial v_{2I}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial E}{\partial v_{J1}} & \frac{\partial E}{\partial v_{J2}} & \dots & \frac{\partial E}{\partial v_{JI}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.140)$$

U indeksnoj notaciji može se kraće pisati:

$$\text{grad } E(w_{kj}) = \frac{\partial E}{\partial w_{kj}}, \quad \text{grad } E(v_{ji}) = \frac{\partial E}{\partial v_{ji}}, \quad (2.141)$$

ili, uz uvođenje Hamiltonovog diferencijalnog operatora (nabla ili del) oblika

$$\nabla_{kj} = \frac{\partial}{\partial w_{kj}}, \quad \nabla_{ji} = \frac{\partial}{\partial v_{ji}}, \quad (2.142)$$

$$\text{grad } E(w_{kj}) = \nabla_{kj} E, \quad \text{grad } E(v_{ji}) = \nabla_{ji} E. \quad (2.143)$$

Minimiziranje ciljne funkcije  $E$  je kod višeslojnih neuronskih mreža omogućeno uvođenjem metode najstrmijeg pada, koja je otvorila put do razvoja naprednijih algoritama [35], kao i metode Gauss-Newtona. Od naprednijih algoritama za treniranje neuronskih mreža najviše se preporuča korištenje algoritma BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) [36], te algoritama konjugiranih gradijenata [37]. Ove naprednije metode pokazuju bolja svojstva jer zahtijevaju manji broj iteracija za učenje neuronske mreže, pri čemu se postiže brža konvergencija uz naprednije metode učenja. Međutim, one su generalno računalno zahtjevnije [32]. U svakom slučaju minimizacija funkcije  $E$  je iteracijski proces u kojemu aproksimacija na funkciju u

okolini određene točke u prostoru težina  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$  neuronske mreže daje njen minimum. Aproksimacija je najčešće zadana prvim ili drugim stupnjem razvoja funkcije u Taylorov red. Tako se primjenom proširenog Taylorovog teorema prema [38] uz [37] za slučaj višedimenzijuskog argumenta  $v_{ji}$  funkcije  $E(v_{ji})$  može pisati da je

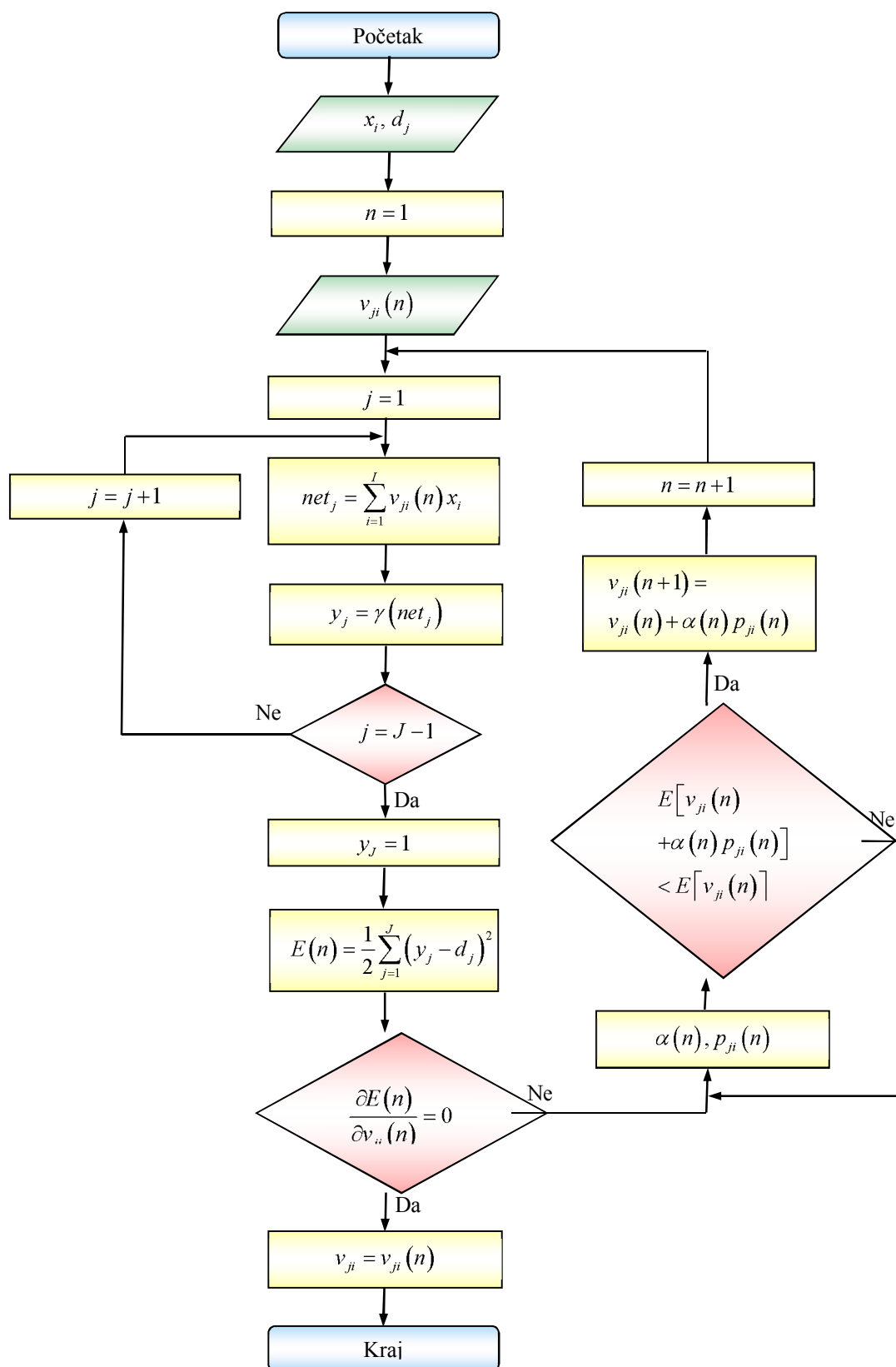
$$E(v_{ji} + \Delta v_{ji}) = E(v_{ji}) + \frac{1}{1!} \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} \Delta v_{ji} + \frac{1}{2!} \Delta v_{lk} \frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{lk} \partial v_{ji}} \Delta v_{ji} + \dots \quad (2.144)$$

Matrica derivacija prvog stupanja u drugom članu gornje jednadžbe prikazana u (2.140) je *Jacobijeva matrica* ciljne funkcije  $E$ , dok se matrica parcijalnih derivacija drugog reda iz trećeg člana iste funkcije naziva *Hessianova matrica*. Ona, za razliku od Jacobijeve matrice, u slučaju multivektorskih prostora  $\mathbb{R}^{K \times J}$  i  $\mathbb{R}^{J \times I}$  multivektora  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$ , nije dvodimenzijaska, te se ne može prikazati vizualno kao u (2.140).

U ovome iterativnom procesu određivanje slijedećih vrijednosti  $v_{ji}(n+1)$  težina  $v_{ji}(n)$  prema (2.136) podrazumijeva izračunavanje veličine njene promjene  $\Delta v_{ji}(n)$ , koja uključuje dva nezavisna koraka kako je prikazano na slici 2.11. Prvi je određivanje *smjera traženja*  $p_{ji}(n)$ , koji govori u kojemu smjeru unutar prostora težina  $v_{ji}$  se želi ići za vrijeme traženja slijedeće točke. Nakon što se pronade smjer traženja, određuje se *veličina koraka*  $\alpha(n)$  kojom se definira koliko daleko se želi ići u smjeru traženja [37]. Iz dobivenih veličina može se izračunati promjena težine  $v_{ji}(n)$  koristeći izraz

$$\Delta v_{ji}(n) = \alpha(n) p_{ji}(n). \quad (2.145)$$

Način na koji se definiraju i određuju smjer traženja  $p_{ji}(n)$  i veličina koraka  $\alpha(n)$  definira odabrana metoda kojom se minimizira funkcija cilja  $E$ . Izneseni zaključci vrijede univerzalno, odnosno jednostavno se proširuju na ostale težine  $w_{kj}(n)$  itd. višeslojne neuronske mreže.

Slika 2.11. Dijagram toka iteracijskog postupka minimiziranja funkcije  $E(v_{ji})$

### 2.3.4. Algoritam povratnog prostiranja greške

Algoritam povratnog prostiranja greške je naziv za metodu najstrmijeg pada primijenjenu na neuronske mreže, a predstavlja najpoznatiji i najčešće primjenjivani način promjene parametara učenja [39].

U unaprijednoj fazi učenja neuronska mreža putem ulaznog sloja prihvaća ulazne vrijednosti  $x_i$ , te ih distribuira prema sinapsama skrivenog sloja gdje se množe s odgovarajućim težinama i odašilju prema sumatorima neurona skrivenog sloja, kako je prikazano na slici 2.10. Na ovaj način iz svakog sumatora skrivenog sloja izlazi njemu pripadajuća vrijednost, tj.

$$net_j^y = v_{ji}x_i, \quad (2.146)$$

pri čemu se provodi zbrajanje svih ulaza po indeksima  $i$  od 1 do vrijednosti  $I$  koja pripada Bias-u, i to za sve neurone skrivenog sloja osim  $J$ -tog Bias-a tako da indeks  $j$  poprima vrijednosti od 1 do  $J-1$ . Odabrana bipolarna sigmoidalna aktivacijska funkcija (2.129) daje izlaze iz neurona skrivenog sloja, te je

$$y_j = \gamma^y (net_j^y) = \frac{2}{1 + e^{-net_j^y}} - 1, y_J = 1 \text{ (Bias)}. \quad (2.147)$$

Nadalje se vrijednosti  $y_j$  množe s odgovarajućim težinama izlaznog sloja  $w_{kj}$  i za svaki od  $K$  izlaznih neurona zbrajaju:

$$net_k^z = w_{kj}y_j, \quad (2.148)$$

gdje  $j$  poprima vrijednosti od 1 do  $J$ . Aktivacijska funkcija izlaznog sloja je linearna funkcija (2.130) tako da vrijednosti izlaza neuronske mreže slijede iz

$$z_k = \gamma^z (net_k^z) = \kappa \cdot net_k^z. \quad (2.149)$$

Povratna faza učenja neuronske mreže je postupak koji se zasniva na mogućnosti određivanja promjene težine  $\Delta w_{kj}(n)$  na osnovi njene veze s gradijentom  $\text{grad} E(w_{kj})$ , odnosno vezi promjene težine  $\Delta v_{ji}(n)$  i gradijenta  $\text{grad} E(v_{ji})$ . Metoda najstrmijeg pada pretpostavlja da je za njenu primjenu dovoljno funkciju (2.144) aproksimirati odbacivanjem članova s derivacijom većom od jedan [34], nakon čega je

$$E(v_{ji} + \Delta v_{ji}) = E(v_{ji}) + \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} \Delta v_{ji}. \quad (2.150)$$

Ako se u gornju jednadžbu ugradi uvjet da je

$$\Delta v_{ji} = -\eta \cdot \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}}, \quad (2.151)$$

ona dobiva oblik

$$E(v_{ji} + \Delta v_{ji}) = E(v_{ji}) - \eta \cdot \left[ \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} \right]^2, \quad (2.152)$$

koji omogućava smanjivanje vrijednosti funkcije cilja  $E$  u najvećem iznosu. Pri tome je veličina  $\eta$  osnova te promjene koja se naziva *koeficijent brzine učenja*. Njegova vrijednost utvrđuje se empirijski, a kreće se od  $10^{-3}$  do 10. Uvrštavanjem (2.154) u (2.136) slijedi algoritam promjene težine ulaznog sloja u obliku

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) - \eta \cdot \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}}. \quad (2.153)$$

Usporedbom gornje jednadžbe s izrazom (2.145) vidi se da je algoritam povratnog prostiranja greške metoda aproksimacije kod koje su veličina koraka i smjer traženja definirani tako da je

$$\alpha(n) = \eta, \quad p_{ji}(n) = -\frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}}. \quad (2.154)$$

U svrhu smanjenja broja potrebnih iteracija za postizanje minimuma funkcije cilja  $E$  dobivena jednadžba proširuje se veličinom *momentuma* ili *zamaha*  $\alpha$  tako da ona u konačnici glasi

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) - \eta \cdot \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} + \alpha \Delta v_{ji}(n-1). \quad (2.155)$$

Veličina  $\alpha$  doprinosi smanjenju broja iteracija uzimajući u obzir promjenu težine u prethodnom  $n-1$  koraku. Dobiveni izraz i njegov izvod vrijede analogno i za slučaj višedimenzijskog argumenta  $w_{kj}$  funkcije  $E(w_{kj})$ .

Budući da se postupak učenja odvija od izlaza prema ulazu neuronske mreže najprije se računaju promjene težina  $w_{kj}$  izlaznog sloja, te se uz pomoć (2.145) koristi jednadžba (2.155) u obliku

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) - \eta \nabla_{kj} E(w_{kj}) + \alpha \Delta w_{kj}(n-1). \quad (2.156)$$



Izračunavanje gradijenta  $\nabla_{kj} E(w_{kj})$  svodi se na izračunavanje parcijalnih derivacija složene funkcije (2.138) prema pravilu o derivaciji složene funkcije [40] prema kojem se, vodeći računa o pravilima indeksnog zapisa može pisati

$$\frac{\partial E(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E(z_m)}{\partial z_m} \frac{\partial z_m}{\partial net_l^z} \frac{\partial net_l^z(w_{kj})}{\partial w_{kj}}. \quad (2.157)$$

Prva parcijalna derivacija na desnoj strani gornje jednadžbe je derivacija funkcije (2.131) tako da je

$$\frac{\partial E(z_m)}{\partial z_m} = \frac{\partial}{\partial z_m} \left[ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (d_k - z_k)^2 \right], \quad (2.158)$$

odnosno

$$\frac{\partial E(z_m)}{\partial z_m} = -(d_m - z_m). \quad (2.159)$$

Druga parcijalna derivacija aktivacijske funkcije (2.149) ima oblik

$$\frac{\partial z_m(net_l^z)}{\partial net_l^z} = \frac{\partial}{\partial net_l^z} (\kappa \cdot net_m^z) = \kappa \cdot \frac{\partial net_m^z}{\partial net_l^z}. \quad (2.160)$$

Parcijalna derivacija desne strane jednadžbe očit će biti jednaka 1 ako su indeksi  $m$  i  $l$  jednaki, dok će u suprotnom biti 0. To se jednostavnije može pisati primjenom Kroneckeovog simbola, te se uz

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{za } i = j \\ 0 & \text{za } i \neq j \end{cases}; \quad i = 1, 2, \dots, I; \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (2.161)$$

može pisati da je

$$\frac{\partial z_m(net_l^z)}{\partial net_l^z} = \kappa \delta_{ml}. \quad (2.162)$$

Treća derivacija slijedi iz (2.148):

$$\frac{\partial net_l^z(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial}{\partial w_{kj}} (w_{lj} y_j) = y_j \frac{\partial w_{lj}}{\partial w_{kj}}, \quad (2.163)$$

a uz upotrebu Kroneckerovog simbola (2.161) ima konačni oblik

$$\frac{\partial net_l^z(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = y_j \delta_{lk}. \quad (2.164)$$

Uvrštavanjem (2.159), (2.162) i (2.164) u (2.157) dobiva se

$$\frac{\partial E(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = -(d_m - z_m) \kappa \delta_{ml} y_j \delta_{lk}. \quad (2.165)$$

Kroneckerov simbol ima svojstvo supstitucije odnosno zamjene indeksa. Naime, ako se bilo koja veličina općenitog oblika  $\tau_{jkl\dots}$  množi s  $\delta_{ij}$  vrijedi

$$\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{ikl\dots}. \quad (2.166)$$

To proizlazi iz:

$$\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \delta_{i1} \tau_{1kl\dots} + \delta_{i2} \tau_{2kl\dots} + \delta_{i3} \tau_{3kl\dots}. \quad (2.167)$$

Ako je  $i=1$ ,  $\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{1kl\dots}$  jer je  $\delta_{12} = \delta_{13} = \dots = \delta_{1J} = 0$ . Za  $i=2$  je  $\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{2kl\dots}$  jer je  $\delta_{21} = \delta_{23} = \dots = \delta_{2J} = 0$ . I za sve daljnje slučajeve  $i=3, \dots, I$  vrijedi  $\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{3kl\dots}, \dots$ ,  $\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{ikl\dots}$  budući da je  $\delta_{31} = \delta_{32} = \dots = \delta_{3J} = 0, \dots, \delta_{I1} = \delta_{I2} = \dots = \delta_{IJ} = 0$ . Svih  $I$  jednadžbi skraćeno se pišu:  $\delta_{ij} \tau_{jkl\dots} = \tau_{ikl\dots}$ , što je i smisao izraza (2.166).

Korištenjem svojstva (2.166), jednadžba (2.165) dobiva oblik

$$\frac{\partial E(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = -(d_m - z_m) \kappa \delta_{ml} y_j \delta_{lk} = -(d_m - z_m) \kappa y_j \delta_{mk}, \quad (2.168)$$

odnosno,

$$\frac{\partial E(w_{kj})}{\partial w_{kj}} = -\kappa (d_k - z_k) y_j. \quad (2.169)$$

Daljnjim uvrštavanjem dobivenog gradijenta u (2.156) slijedi konačni izraz za algoritam promjene težina izlaznog sloja

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \eta \kappa (d_k - z_k) y_j + \alpha \Delta w_{kj}(n-1). \quad (2.170)$$

Za skriveni sloj promjena težina  $v_{ji}$  odvija se iteracijama prema izrazu (2.155) koji uz (2.142) ima oblik

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) - \eta \nabla_{ji} E(v_{ji}) + \alpha \Delta v_{ji}(n-1). \quad (2.171)$$

Kao i kod promjene težina izlaznog sloja, u gornjem izrazu se gradijent  $\nabla_{ji} E(v_{ji})$  izračunava primjenom pravila derivacije kompozicije funkcija prema (2.138):

$$\frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial E(y_l)}{\partial y_l} \frac{\partial y_l}{\partial net_k^y} \frac{\partial net_k^y(v_{ji})}{\partial v_{ji}}. \quad (2.172)$$

Funkcija  $E(y_l)$  u prvoj parcijalnoj derivaciji je ustvari funkcija argumenta  $z_k$  koji je opet u funkciji veličine  $net_l^z$ , a ova je konačno u funkciji od  $y_l$ , te se  $E(y_l)$  može pisati kao kompozicija funkcija oblika

$$E(y_l) = \left\{ z_n \left[ net_m^z(y_l) \right] \right\}. \quad (2.173)$$

Na prvu parcijalnu derivaciju u (2.172) funkcije (2.173) sada se može primijeniti pravilo o deriviranju složene funkcije, nakon čega vrijedi

$$\frac{\partial E(y_l)}{\partial y_l} = \frac{\partial E(z_n)}{\partial z_n} \frac{\partial z_n}{\partial net_m^z} \frac{\partial net_m^z(y_l)}{\partial y_l}. \quad (2.174)$$

Funkcija iz prve parcijalne derivacije je oblika (2.131) tako da je

$$\frac{\partial E(z_n)}{\partial z_n} = \frac{\partial}{\partial z_n} \left[ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (d_k - z_k)^2 \right]. \quad (2.175)$$

odnosno

$$\frac{\partial E(z_n)}{\partial z_n} = -(d_n - z_n). \quad (2.176)$$

Druga parcijalna derivacija je derivacija aktivacijske funkcije (2.149), a ima oblik

$$\frac{\partial z_n(net_m^z)}{\partial net_m^z} = \frac{\partial}{\partial net_m^z} (\kappa \cdot net_n^z) = \kappa \cdot \frac{\partial net_n^z}{\partial net_m^z}, \quad (2.177)$$

ili

$$\frac{\partial z_n(net_n^z)}{\partial net_m^z} = \kappa \delta_{mn}. \quad (2.178)$$

Budući da je poznata funkcija (2.148) može se izračunati i treća derivacija u (2.174):

$$\frac{\partial net_m^z(y_n)}{\partial y_l} = \frac{\partial}{\partial y_l} (w_{mn} y_n) = w_{mn} \delta_{nl} \quad (2.179)$$

koja, nakon korištenja svojstva supstitucije veličine  $\delta_{nl}$  (2.166), prelazi u:

$$\frac{\partial net_m^z(y_m)}{\partial y_l} = w_{ml}. \quad (2.180)$$

Uvrštavanjem (2.176), (2.178) i (2.180) u (2.174) slijedi:

$$\frac{\partial E(y_l)}{\partial y_l} = -(d_n - z_n) \kappa \delta_{mn} w_{ml}, \quad (2.181)$$

odnosno

$$\frac{\partial E(y_l)}{\partial y_l} = -\kappa(d_n - z_n)w_{nl}. \quad (2.182)$$

Druža derivacija u (2.172) je derivacija aktivacijske funkcije (2.147) koje je jednaka

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_l(\text{net}_k^y)}{\partial \text{net}_k^y} &= \frac{\partial}{\partial \text{net}_k^y} \left( \frac{2}{1+e^{-\text{net}_k^y}} - 1 \right) = \delta_{kl} \frac{\partial}{\partial \text{net}_k^y} \left( \frac{2}{1+e^{-\text{net}_k^y}} - 1 \right) = \\ &= -\delta_{kl} \frac{2 \frac{\partial}{\partial \text{net}_k^y} (1+e^{-\text{net}_k^y})}{(1+e^{-\text{net}_k^y})^2} = -2\delta_{kl} \frac{-e^{-\text{net}_k^y}}{(1+e^{-\text{net}_k^y})^2} = \delta_{kl} e^{-\text{net}_k^y} \frac{1}{2} \left( \frac{2}{1+e^{-\text{net}_k^y}} - 1 + 1 \right)^2 = \\ &= \delta_{kl} e^{-\text{net}_k^y} \frac{1}{2} (y_k + 1)^2. \end{aligned} \quad (2.183)$$

Iz (2.147) slijedi da je

$$y_k = \frac{2}{1+e^{-\text{net}_k^y}} - 1 \Rightarrow 1+e^{-\text{net}_k^y} = \frac{2}{y_k+1} \Rightarrow e^{-\text{net}_k^y} = \frac{2}{y_k+1} - 1, \quad (2.184)$$

što uvršteno u (2.183) daje

$$\frac{\partial y_l(\text{net}_k^y)}{\partial \text{net}_k^y} = \delta_{kl} \left( \frac{2}{y_k+1} - 1 \right) \frac{1}{2} (y_k+1)^2 = \frac{1}{2} \delta_{kl} \frac{2-y_k-1}{y_k+1} (y_k+1)^2, \quad (2.185)$$

odnosno nakon sređivanja,

$$\frac{\partial y_l(\text{net}_k^y)}{\partial \text{net}_k^y} = \frac{1}{2} \delta_{kl} (1-y_k^2). \quad (2.186)$$

Treća derivacija u (2.172) dobiva se uvrštavanjem (2.146), nakon čega je

$$\frac{\partial \text{net}_k^y(v_{ji})}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial}{\partial v_{ji}} (v_{ki} x_i), \quad (2.187)$$

odnosno,

$$\frac{\partial \text{net}_k^y(v_{ji})}{\partial v_{ji}} = \delta_{kj} x_i. \quad (2.188)$$

Uvrštavanjem (2.182), (2.186) i (2.188) u (2.172) slijedi

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} &= -\kappa(d_n - z_n)w_{nl} \frac{1}{2} \delta_{kl} (1-y_k^2) \delta_{kj} x_i = \\ &= -\kappa(d_n - z_n)w_{nk} \frac{1}{2} (1-y_k^2) \delta_{kj} x_i. \end{aligned} \quad (2.189)$$

Ovdje je potrebno uočiti da je indeks  $k$  od  $y_k^2$  prilikom izvođenja postupka deriviranja od (2.183) do (2.186) izašao od iz konteksta indeksne notacije. On je zadržan uz  $y_k^2$  da bi označavao vezu s drugim indeksom težine  $w_{nk}$  u gornjoj jednadžbi. Kod množenja ove jednadžbe Kroneckerovim simbolom  $\delta_{kj}$ , pri čemu se indeks  $k$  od  $w_{nk}$  mijenja u  $j$ , potrebno je voditi računa i o promjeni  $y_k^2$  u  $y_j^2$  da bi ostalo poznato vrijednost kojega neurona skrivenog sloja u jednadžbi se uzima u obzir. Sada se može pisati da je

$$\frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} = -\kappa(d_n - z_n)w_{nj} \frac{1}{2}(1 - y_j^2)x_i. \quad (2.190)$$

Radi preglednosti u korištenju indeksa indeks  $n$  zamjenjujemo indeksom  $k$ , a radi poštivanja pravila indeksnog zapisa, indeks  $j$  uz veličinu  $y_j^2$  stavljamo u zagradu. Sada gornji izraz ima oblik

$$\frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} = -\frac{1}{2}\kappa(d_k - z_k)w_{kj}(1 - y_{(j)}^2)x_i. \quad (2.191)$$

Ako se dobiveni izraz za gradijent uvrsti u (2.171) dobiva se krajnji izraz za algoritam promjene težina skrivenog sloja, tj.

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) + \frac{1}{2}\eta K(d_k - z_k)w_{kj}(1 - y_{(j)}^2)x_i + \alpha \Delta v_{ji}(n-1). \quad (2.192)$$

Izvedene jednadžbe (2.170) i (2.192) promjene težina  $w_{kj}$  i  $v_{ji}$ , osim za korištene aktivacijske funkcije  $net_k^z(w_{kj})$  i  $net_j^y(v_{ji})$ , vrijede i u slučajevima drugih aktivacijskih funkcija uz uvjet računanja njima pripadajućih izmijenjenih derivacija  $\frac{\partial net_j^y(v_{ji})}{\partial v_{ji}}$  i  $\frac{\partial net_k^z(w_{kj})}{\partial w_{kj}}$ , dok se pri uvođenju dodatnih skrivenih slojeva isti izrazi proširuju korištenjem identičnih postupaka izvođenja [39].

### 2.3.5. Algoritam Gauss-Newton

Izračunavanje ekstremnih vrijednosti svake funkcije počiva na izjednačavanju njene prve derivacije s nulom. Ukoliko je nadalje njena druga derivacija u točki, koja je dobivena kao ekstrem prethodnim izjednačavanjem prve derivacije s nulom, veća od nule radi se o minimumu promatrane funkcije. Gaussovom prilagođavanjem ovoga

principa koji je prvi postavio Newton dobiva se algoritam koji se može koristiti za smanjenje zbroja kvadrata vrijednosti određene funkcije, te se naziva Gauss-Newtonov algoritam. Ako se on stavi u kontekst izračunavanja težina u neuronskoj mreži tada se zadatak svodi na provođenje iteracijskog postupka u cilju izračunavanja minimuma funkcije zbroja kvadrata greške (2.131) [41].

Za razliku od metode najstrmijeg pada kod koje se parametri učenja mijenjaju za svaki par ulazno-izlaznih vrijednosti, kod Gauss-Newtonovog algoritma parametri težina mijenjaju se jedanput nakon prolaza kroz mrežu čitavog ulaznog skupa podataka. U prvom slučaju metoda je poznata pod nazivom *pattern* postupak, dok se drugom slučaju metoda naziva *batch* postupak [39].

Postupak je radi preglednosti ograničen na izlazni sloj neuronske mreže, tj. na njegove stvarne izlazne vrijednosti  $z_k$ , ciljane izlazne vrijednosti poznate iz skupa za učenje  $d_k$ , te ulazne vrijednosti u izlazni sloj  $y_j$ . Svrha i cilj je pronaći vrijednosti težina  $w_{kj}$  izlaznog sloja takve da funkcija zbroja kvadrata greške (2.131) ima vrijednost nula za sve zadane ulazno-izlazne vrijednosti veličina  $y_{jn}$  i  $d_{kn}$  izlaznog sloja, pri čemu je  $n=1, \dots, N$  veličina skupa za učenje. Gauss-Newtonov algoritam zasniva se na traženju minimuma rezidualne funkcije koja predstavlja razliku između očekivane i stvarne vrijednosti određene funkcije, pri čemu se kao mjera te razlike računa njen zbroj kvadrata. Kod neuronske mreže očekuje se da zbroj kvadrata greške bude jednak nuli za svih  $N$  slučajeva zadanih vrijednosti veličina  $y_{jn}$  i  $d_{kn}$ , dok stvarna vrijednost iste funkcije ima oblik

$$E_n = E_n [d_{kn}, y_{jn}, w_{kj}] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\{ d_{kn} - \gamma^z \left[ \sum_{j=1}^J w_{kj} y_{jn} \right] \right\}^2. \quad (2.193)$$

Slijedi da je rezidualna funkcija vektor s indeksnom oznakom  $n$  uz  $n=1, \dots, N$ , tj. s  $N$  komponentata, koji je jednak

$$r_n = 0 - E_n, \quad (2.194)$$

odnosno,

$$\mathbf{r}(\mathbf{w}) = r_n(w_{kj}) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\{ d_{kn} - \gamma^z \left[ \sum_{j=1}^J w_{kj} y_{jn} \right] \right\}^2, \quad (2.195)$$

te se traže vrijednosti  $w_{kj}$  takve da funkcija

$$S(w_{kj}) = \sum_{n=1}^N r_n^2 = \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\{ d_{kn} - \gamma^z \left[ \sum_{j=1}^J w_{kj} y_{jn} \right] \right\}^2 \right\}^2, \quad (2.196)$$

bude minimalna.

Osnovu Gauss-Newtonovog algoritma predstavlja važeća pretpostavka da se funkcija (2.196) približava nuli ako se vrijednosti težina kao njeni argumenti iterativno mijenjaju za korake  $m = 1, 2, \dots$  prema izrazu

$$w_{kj}(m+1) = w_{kj}(m) + \Delta w_{kj}(m), \quad (2.197)$$

pri čemu, uz simbolički prikaz  $\Delta w_{kj}$ , tj.  $\Delta \mathbf{w}$ , mora biti zadovoljena relacija [42, 43]:

$$\mathbf{J}_r^T \mathbf{J}_r \Delta \mathbf{w} = -\mathbf{J}_r^T \mathbf{r}. \quad (2.198)$$

U gornjoj jednadžbi  $\mathbf{J}_r$  je simbolička oznaka Jacobijeve matrice vektorske funkcije  $\mathbf{r}$ .  $\mathbf{J}_r^T$  označava transponiranu matricu matrice  $\mathbf{J}_r$ , dok je  $\Delta \mathbf{w}$  simbolički prikaz promjene težina koje u indeksnom zapisu imaju oblik  $w_{kj}$ . Jacobijeva matrica definira se kao gradijent funkcije  $\mathbf{r}$  u prostoru multivektorskog polja  $\mathbf{w} = w_{kj}$ , tj.  $\mathbf{J}_r = \text{grad } r_n(w_{kj})$ , što u indeksnom zapisu ima oblik

$$\mathbf{J}_r = \text{grad } r_n(w_{kj}) = \frac{\partial r_n}{\partial w_{kj}}. \quad (2.199)$$

Primijetimo da gornja veličina ima tri slobodna indeksa koji joj daju karakter trodimenzionalnosti, tako da ju nije moguće prikazati zorno u obliku dvodimenzijске matrice.

Da bi se operacije množenja u jednadžbi (2.198) na veličinama koje, dakle, imaju više od dvije dimenzije učinile jasnim i razumljivim, najprije će se pokazati na koji način se one izvode na dvodimenzijским matricama. Pretpostavimo da se Gauss-Newtonova metoda primjenjuje na funkciju  $f_i(x_j)$ ;  $i = 1, \dots, I$ ;  $j = 1, \dots, J$ . Izrazu (2.198) tada je analogan izraz

$$\mathbf{J}_f^T \mathbf{J}_f \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{J}_f^T \mathbf{f}. \quad (2.200)$$

U gornjoj jednadžbi vektori funkcije i prirasta njenog argumenta imaju matrični oblik

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_I \end{bmatrix}; \Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \dots \\ \Delta x_J \end{bmatrix}, \quad (2.201)$$

dok je ista forma Jacobijeve i njene transponirane matrice dana sa

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_J} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_J} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_I}{\partial x_1} & \frac{\partial f_I}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \end{bmatrix}; \mathbf{J}_f^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_J} & \frac{\partial f_2}{\partial x_J} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \end{bmatrix}. \quad (2.202)$$

Umnožak zadnje dvije matrice jednak je

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_f^T \cdot \mathbf{J}_f &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_J} & \frac{\partial f_2}{\partial x_J} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_J} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_J} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_I}{\partial x_1} & \frac{\partial f_I}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_I}{\partial x_1} \frac{\partial f_I}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_J} + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \frac{\partial f_2}{\partial x_J} + \dots + \frac{\partial f_I}{\partial x_1} \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_J} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_J} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \frac{\partial f_I}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_J} \frac{\partial f_1}{\partial x_J} + \frac{\partial f_2}{\partial x_J} \frac{\partial f_2}{\partial x_J} + \dots + \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \frac{\partial f_I}{\partial x_J} \end{bmatrix}. \quad (2.203) \end{aligned}$$

Dobiveni izraz je kompliciran i dugačak, te se pojednostavljuje indeksnim prikazom oblika

$$\mathbf{J}_f^T \cdot \mathbf{J}_f = J_{kj} J_{ki} = \frac{\partial f_k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial f_k}{\partial x_i}. \quad (2.204)$$

Daljnijim množenjem s vektorom prirasta funkcije dobiva se

$$\mathbf{J}_f^T \cdot \mathbf{J}_f \cdot \Delta \mathbf{x} = J_{kj} J_{ki} \Delta x_i = \frac{\partial f_k}{\partial x_j} \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Delta x_i, \quad (2.205)$$

što je indeksni zapis lijeve strane jednadžbe (2.200). Indeksni zapis njene desne strane glasi:



$$-\mathbf{J}_f^T \mathbf{f} = -J_{kj} f_k = -\frac{\partial f_k}{\partial x_j} f_k. \quad (2.206)$$

Objedinjavanjem zadnja dva izraza slijedi obrazac algoritma Gauss-Newtonove metode primijenjene na funkciju  $f_i(x_j)$ ;  $i = 1, \dots, I$ ;  $j = 1, \dots, J$  u indeksnom obliku:

$$\frac{\partial f_k}{\partial x_j} \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \Delta x_i = -\frac{\partial f_k}{\partial x_j} f_k. \quad (2.207)$$

Ako se izvedene relacije (2.205) do (2.206) koje vrijede za funkciju  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_i(x_j)$  induktivno primjene na funkciju  $\mathbf{r}(\mathbf{w}) = r_n(w_{kj})$  tada je

$$\mathbf{J}_r^T \cdot \mathbf{J}_r \cdot \Delta \mathbf{w} = J_{npq} J_{nkj} \Delta w_{kj} = \frac{\partial r_n}{\partial w_{pq}} \frac{\partial r_n}{\partial w_{kj}} \Delta w_{kj}, \quad (2.208)$$

$$-\mathbf{J}_r^T \mathbf{r} = -J_{npq} r_n = -\frac{\partial r_n}{\partial w_{pq}} r_n, \quad (2.209)$$

odnosno na kraju

$$J_{npq} J_{nkj} \Delta w_{kj} = -J_{npq} r_n, \quad (2.210)$$

ili,

$$\frac{\partial r_n}{\partial w_{pq}} \frac{\partial r_n}{\partial w_{kj}} \Delta w_{kj} = -\frac{\partial r_n}{\partial w_{pq}} r_n. \quad (2.211)$$

Da bi se započeo Gauss-Newtonov algoritam potrebno je odrediti inicijalne vrijednosti težina  $w_{kj}(1)$ , nakon čega se provjerava je li funkcija (2.196) u zadovoljavajućoj mjeri približena vrijednosti nula. Ako to nije slučaj, pomoću (2.195) i (2.199) izračunava se za vrijednosti  $w_{kj}(1)$  rezidualni vektor  $r_n(1)$  i Jacobijeva matrica  $J_{nkj}(1)$ . Iz ovako dobivenih veličina, pomoću (2.211), računa se  $\Delta w_{kj}(1)$ , te napokon korištenjem (2.197) slijedeća iteracijska vrijednost  $w_{kj}(2) = w_{kj}(1) + \Delta w_{kj}(1)$ , za koju se ponovno provjerava je li vrijednost funkcije (2.196) približena nuli. Postupak se nastavlja sve dok se ovaj uvjet ne ispuni. Parcijalne derivacije u gornjoj jednadžbi rješavaju se metodama koje su izložene kod razvoja algoritma povratnog prostiranja greške, a kao i u tom slučaju dobiveni izraz za izračun težina  $w_{kj}$  izlaznog sloja vrijedi analogno i za težine  $v_{ji}$  skrivenog sloja.

### 2.3.6. Algoritam Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) metoda razvijena je iz Newtonove optimizacijske metode traženja stacionarne točke funkcije u kojoj je gradijent te funkcije jednak nuli. Smjer pretraživanja  $\mathbf{p}(n) = p_{ji}(n)$  u koraku  $n$  dan je diferencijalnom jednačinom

$$\mathbf{h}(n)\mathbf{p}(n) = -\mathbf{J}[\mathbf{v}(n)], \quad (2.212)$$

pri čemu je  $\mathbf{h}(n)$  aproksimacija Hessianove matrice  $\mathbf{H}(n)$  koja se obnavlja iterativno, dok je  $\mathbf{J}[\mathbf{v}(n)]$  gradijent funkcije izračunan u točki  $\mathbf{v}(n)$ . Pramac traženja u smjeru  $p_{ji}(n)$  nakon toga se koristi za pronalaženje slijedeće točke  $v_{ji}(n+1)$ . Iteracijski postupak započinje određivanjem smjera aproksimacije rješavanjem matricne diferencijalne jednačine (2.212) koja u indeksnom obliku glasi

$$h_{jk}(n)p_{ki}(n) = -J_{ji}[\mathbf{v}_{ji}(n)], \quad (2.213)$$

pri čemu se kod prve iteracije za  $n=1$  najčešće uzima da  $\mathbf{h}(1)$  odgovara Hessianovoj matrici  $\mathbf{H}(1)$  za koju se inicijalno uzima da je jednaka jediničnoj matrici  $\mathbf{I}$ . U drugom koraku izvodi se linijsko traženje veličine koraka  $\alpha(n)$  u smjeru određenom prethodnim korakom, nakon čega se ažuriraju težine

$$v_{ji}(n+1) = v_{ji}(n) + \Delta v_{ji}(n), \quad (2.214)$$

pri čemu promjena težina iznosi

$$\Delta v_{ji}(n) = \alpha(n)p_{ji}(n). \quad (2.215)$$

Nakon što se u narednom koraku izračuna razlika gradijenata, odnosno Jacobijevih matrica

$$y_{ji}(n) = J_{ji}(n+1) - J_{ji}(n), \quad (2.216)$$

ažurira se aproksimativna Hessianova matrica, tj. umjesto traženja potpune Hessianove matrice, odnosno računanja  $\mathbf{H}(n+1)$  u točki  $v_{ji}(n+1)$ , računa se aproksimativni Hessian u  $m$ -tom koraku pomoću dodavanja dvaju matrica na način da je [44]

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) + \frac{\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^T(n)}{\mathbf{y}^T(n)\Delta\mathbf{v}(n)} - \frac{[\mathbf{h}(n)\Delta\mathbf{v}(n)][\mathbf{h}(n)\Delta\mathbf{v}(n)]^T}{\Delta\mathbf{v}^T(n)\mathbf{h}(n)\Delta\mathbf{v}(n)} \quad (2.217)$$

odnosno, u indeksnom obliku

$$h_{ji}(n+1) = h_{ji}(n) + \frac{y_{jk}(n)y_{lk}(n)}{y_{pi}(n)\Delta v_{pl}(n)} - \frac{[h_{jk}(n)\Delta v_{kl}(n)][h_{qp}(n)\Delta v_{pl}(n)]}{\Delta v_{ik}(n)h_{jk}(n)\Delta v_{jq}(n)}. \quad (2.218)$$

Konvergencija se provjerava promatranjem normirane vrijednosti Jacobijana odnosno gradijenta  $|\mathbf{J}[\mathbf{v}(n)]|$ .

### 2.3.7. Algoritam konjugiranog gradijenta

Osnovu metode konjugiranog gradijenta čini postojanje konjugiranih ili spregnutih smjerova  $p_{ji}$ , tj. ortogonalnih smjerova koji u  $J \cdot I$ -dimenzijskom prostoru čine njegovu bazu. U iterativnom postupku se gradijentni vektor  $\partial E/v_{ji}$  projicira na najbliži vektor koji je konjugiran s obzirom na prethodne. Na ovaj način dobiva se funkcija razložena po konjugiranim vektorima koja daje optimalno rješenje, a metoda konjugiranog gradijenta u konačnici ima veću brzinu od metode najstrmijeg pada [32].

Osnovno polazište metode je pretpostavka da vrijedi aproksimacija Taylorovog reda na prvu i drugu derivaciju tj.

$$E(v_{ji} + \Delta v_{ji}) \approx E(v_{ji}) + \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} \Delta v_{ji} + \frac{1}{2} \Delta v_{lk} \frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{lk} \partial v_{ji}} \Delta v_{ji}. \quad (2.219)$$

Ako se sa  $E_{qv}(\Delta v_{ji})$  označi kvadratno približavanje prema  $E$  u okolini točke  $v_{ji}$ , tada vrijedi

$$E_{qv}(\Delta v_{ji}) = E(v_{ji}) + \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} \Delta v_{ji} + \frac{1}{2} \Delta v_{lk} \frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{lk} \partial v_{ji}} \Delta v_{ji}. \quad (2.220)$$

Da bi se odredio minimum od  $E_{qv}(\Delta v_{ji})$ , potrebno je pronaći kritičnu točku za koju je prva derivacija

$$\frac{\partial E_{qv}(\Delta v_{ji})}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} + \frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}} \Delta v_{lk} \quad (2.221)$$

jednaka nuli. Dakle mora biti

$$\frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}} \Delta v_{lk} = - \frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}}. \quad (2.222)$$

Kritične točke su rješenje linearnog sustava gornje diferencijalne jednadžbe. Nadalje se pretpostavlja da  $p_{ji}(1), p_{ji}(2), \dots, p_{ji}(n)$  predstavljaju sustav konjugiranih, odnosno spregnutih vektora. Oni čine bazu prostora  $\mathbb{R}^{J \times I}$  čime se omogućava prikazivanje promjene težina kao njihove linearne kombinacije, tj.

$$\Delta v_{ji} = \Delta v_{ji}(1) + \sum_{n=1}^N \alpha(n) p_{ji}(n), \quad (2.223)$$

gdje  $\alpha(n)$  poprima skalarne vrijednosti. Ovime je omogućeno traženje ulaznog vektora  $\Delta v_{ji}$  pomoću algoritma konjugiranih gradijenata na sljedeći način [37].

Prvi korak predstavlja odabir početne vrijednosti  $\Delta v_{ji}(n=1)$  za koju se inicijalno može uzeti da je jednaka nuli ili nekom drugom slučajno odabranom broju. Zatim se računa rezidualna veličina koja je jednaka derivaciji (2.221), tj. za

$$n = 1 \quad (2.224)$$

vrijedi

$$r_{ji}(n) = -\frac{\partial E(v_{ji})}{\partial v_{ji}} - \frac{\partial^2 E(v_{ji})}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}} \Delta v_{lk}(n). \quad (2.225)$$

U prvoj iteraciji konjugirani vektor se izjednačava s rezidualnim vektorom, te je

$$p_{ji}(n) = r_{ji}(n). \quad (2.226)$$

Sada je moguće izračunati skalarni koeficijent koji je oblika

$$\alpha(n) = \frac{r_{ji}(n) r_{ji}(n)}{p_{ji}(n) \frac{\partial^2 E}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}} p_{lk}(n)}. \quad (2.227)$$

Podrazumijevajući da su u nazivniku na desnoj strani gornjeg izraza  $p_{ji}(n)$  i  $p_{lk}(n)$  međusobno transponirani vektori, pri čemu je  $\frac{\partial^2 E}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}}$  Hessianova matrica, kažemo da

su ti vektori uz njihove simboličke oznake  $\mathbf{p}^T$  i  $\mathbf{p}$  te simboličke oznake Hessianove matrice  $\mathbf{H}$  konjugirani ako vrijedi da je

$$\mathbf{p}^T \mathbf{H} \mathbf{p} = 0. \quad (2.228)$$

Promjena težine u slijedećoj iteraciji iznosi

$$\Delta v_{ji}(n+1) = \Delta v_{ji}(n) + \alpha(n) p_{ji}(n), \quad (2.229)$$

dok rezidual poprima vrijednost

$$r_{ji}(n+1) = r_{ji}(n) - \alpha(n) \frac{\partial^2 E}{\partial v_{ji} \partial v_{lk}} p_{lk}(n). \quad (2.230)$$

Ako je sada vrijednost  $r_{ji}(n+1)$  dovoljno malena usvaja se da je  $\Delta v_{ji}(n+1)$  konačni rezultat. Inače, postupak se nastavlja dalje izračunavanjem

$$\beta(n) = \frac{r_{ji}(n+1)r_{ji}(n+1)}{r_{ji}(n)r_{ji}(n)}, \quad (2.231)$$

a nakon toga slijedećeg konjugiranog vektora

$$p_{ji}(n+1) = r_{ji}(n+1) + \beta(n) p_{ji}(n), \quad (2.232)$$

usvajanjem kojega se ponovno vraća na izračunavanje skalarnog koeficijenta  $\alpha(n)$  prema (2.227) uz povećanje koraka iteracije na

$$n = n + 1. \quad (2.233)$$

### 3. DETEKCIJA CURENJA VODE U CJEVODIMA VODOOPSKRBNOG SUSTAVA

#### 3.1. Općenito o sustavu vodoopskrbe

*Sustav vodoopskrbe* je skup objekata i opreme funkcionalno povezanih tako da se omogućava realizacija tehnoloških procesa, kojima se ostvaruje opskrba potrošača vodom prema zahtjevima pojedinih vrsta potrošača. Ti zahtjevi obuhvaćaju osiguranje dovoljne količine vode, te osiguranje njene kvalitete vezane uz specifičnu namjenu. S obzirom na veličinu vodoopskrbnog područja i njegove potrebe, te na lokacije izvorišta i njihovu izdašnost, vodoopskrbni sustavi mogu biti komunalnog ili regionalnog karaktera. *Komunalni vodoopskrbni sustavi* opskrbljuju pojedinačna naselja, pri čemu je udaljenost od zahvata vode do potrošača mala. *Regionalni vodoopskrbni sustavi* zasnivaju se na izvorištima vode koja su lokacijski udaljena od mjesta potrošnje, tako da se voda od izvorišta do mjesta potrošnje transportira transportnim cjevovodima, čija dužina može iznositi do više desetaka kilometara. Međusobni položaj izvorišta i mjesta potrošnje uvjetuje izbor optimalnog načina korištenja energije za vodoopskrbu. Tako, vodoopskrbni sustav, s obzirom na način pogona, može biti *gravitacijski*, koji koristi prirodan tok vode uslijed pada terena u smjeru njenog strujanja, te *tlačni*, kod kojega se koriste pumpna postrojenja za ostvarivanje prisilnog toka vode pri povećanju visine u smjeru njenog strujanja. Vodoopskrbni objekti se mogu kategorizirati u slijedeće grupe:

- Vodozahvati
- Pumpne stanice
- Objekti za kondicioniranje vode
- Vodoopskrbna mreža
- Vodospreme.

Glavni tehnološki procesi vodoopskrbe su:

- Potrošnja vode
- Zahvaćanje vode

- Distribucija vode.

**Vodozahvati** su objekti koji služe za prikupljanje vode na izvorištima, te mogu biti vodozahvati podzemnih, površinskih ili atmosferskih izvorišta. Najčešće se koriste vodozahvati podzemnih izvorišta jer se podzemne vode u velikom broju slučajeva nalaze u blizini naselja. Pri tome su podzemne vode najčešće prirodnim barijerama površinski zaštićene od izravnog onečišćenja. Osim toga, voda strujanjem kroz podzemlje prolazi kroz proces autopurifikacije, tj. prirodnog filtriranja, koji je dovodi u zadovoljavajuće stanje s obzirom na fizikalne, kemijske i mikrobiološke parametre. Izuzetak predstavljaju takozvane lažne podzemne vode, tj. rijeke ponornice koje nastaju u kraškim područjima. Voda se iz podzemlja prikuplja u zdence (bunare), koji se ovisno o geofizikalnim svojstvima izvorišta grade kao kopani ili bušeni. Kopani zdenci najčešće se koriste za prikupljanje vode na manjim, a bušeni na većim dubinama. Površinski vodozahvati podrazumijevaju objekte za zahvat vode iz površinskih izvora, odnosno rijeka, jezera, vanjskih izvora i mora. Ovisno o vrsti izvorišta i namjeni vode, kod korištenja površinskih zahvata, vodu je najčešće potrebno podvrgavati postupcima kondicioniranja. Atmosferski vodozahvati predstavljaju građevine projektirane i izgrađene na način koji omogućava prikupljanje, skladištenje i usmjeravanje atmosferskih oborina prema potrošačima vode. U organiziranim sustavima vodoopskrbe atmosferski izvori vode primjenjuju se vrlo rijetko.

**Pumpne stanice** se koriste za podizanje energetske razine vode unutar cjevovoda između objekata koji su na njega priključeni. Najčešće su to vodozahvat i vodosprema, a poseban slučaj predstavljaju *prepumpne stanice* za povećanje tlaka vode unutar same vodoopskrbne mreže. Osnovni element pumpne stanice je *pumpni agregat* koji se sastoji od pumpe i elektromotora međusobno povezanih vratilom putem kojeg se prenosi pogonska snaga.

Za prijenos snage pri većim tlakovima koriste se *centrifugalne pumpe* koje su najčešće višestupanjske, tj. s više serijski montiranih radnih kola, što je slučaj kod pumpanja vode iz izvorišta prema krajnjim točkama vodoopskrbne mreže, na kojima su najčešće smještene vodospreme. Za manje tlakove koriste se *aksijalne pumpe*, što je slučaj transporta vode od izvorišta do uređaja za kondicioniranje vode ili od izvorišta do sabirne vodospreme pri maloj visinskoj razlici. Pumpni agregat mora imati radnu karakteristiku, koja je definirana odnosom visine dobave i protokom, usklađenu s

radnom karakteristikom cjevovoda u koji se voda doprema. Ovisno o dinamici promjene visine dobave ili kapaciteta sustava vodoopskrbe ugrađuje se više serijski ili paralelno povezanih pumpi. Osim toga, treba voditi računa o instaliranju pričuvne pumpe za slučaj kvara ili remonta postrojenja. Pumpne stanice ovisno o dinamici pumpanja vode moraju imati ugrađenu opremu za ublažavanje hidrauličkog udara, koja može biti u vidu tlačne posude ili hidrauličkog ventila.

**Objekti za kondicioniranje vode** koriste se u slučajevima kada zahvaćena voda ne zadovoljava tražene uvjete kvalitete. Ovisno o tome kojoj kategoriji pripadaju parametri koji ne zadovoljavaju propisane vrijednosti, kondicioniranje je proces obrade vode koji se može sastojati od fizikalnih, kemijskih ili mikrobioloških postupaka.

**Vodoopskrbna mreža** je skup povezanih cijevi koji s pripadajućim *oblikovnim (fazonskim) elementima* i *vodovodnom armaturom* čini funkcionalnu cjelinu. Sastoji se od cjevovoda koji se prema funkciji dijele na *transportne* i *distribucijske* cjevovode, a prema topologiji na *složene* i *jednostavne* cjevovode. Cijevi predstavljaju fizičku prepreku između vode koja se transportira i okoline, te moraju zadovoljavati osnovni zahtjev nepropusnosti. Osim toga, one trebaju posjedovati mali hidraulički otpor strujanju, mehaničku otpornost prema vanjskim i unutarnjim silama, otpornost na kemijske utjecaje, te mogućnost jednostavne i pouzdane ugradnje.

Vodovodne cijevi izrađuju se od različitih vrsta materijala, a to su najčešće: NL – nodularni lijev (duktil), SL – sivi lijev (gus), Č – čelik, AC – azbest-cement (salonit), PEHD – polietilen visoke gustoće (engl. Poly-Ethylene High Density), PELD – polietilen niske gustoće (engl. Poly-Ethylene Low Density). Rjeđe se ugrađuju PVC – polivinil-klorid (engl. Poly-Vinyl Chloride), PE – poliester (engl. Poly-Ester) i AB – armiranobetonske cijevi. Odabir vrste materijala provodi se s obzirom na navedene karakteristike koje cijevi moraju zadovoljavati prilikom njihove ugradnje i eksploatacije. Međusobni izravni spojevi cijevi ostvaruju se ovisno o vrsti materijala, a mogu biti rastavljivi i nerastavljivi. Rastavljivi spojevi izvode se u obliku spojeva s naglavkom (kolčakom), prirubnicom (flanšom) ili navojem, dok se nerastavljivi spojevi postižu postupcima zavarivanja.

Fazonski elementi su standardizirani elementi cjevovoda koji imaju funkciju omogućavanja grananja, te promjene smjera, promjera i vrste materijala cjevovoda.



Vodovodne armature su uređaji koji se ugrađuju u sustave cjevovoda sa svrhom ostvarivanja regulacije, sigurnosti i korištenja vode. *Regulacijska armatura* podrazumijeva različite vrste zasuna i ventila kojima se ostvaruje zaustavljanje ili redukcija protoka unutar cjevovoda. *Sigurnosna armatura* obuhvaća slijedeće elemente s pripadajućim funkcijama: povratni ventili – onemogućuju strujanje vode u dva smjera; odzračni ventili – svojim položajem na najvišim točkama cjevovoda omogućavaju ispuštanje zraka prilikom punjenja cjevovoda i sprečavaju stvaranje zračnih jastuka za vrijeme pogona cjevovoda; muljni ispusti – na najnižim točkama cjevovoda omogućavaju ispuštanje vode i mulja iz cjevovoda za vrijeme njegovog popravljivanja ili čišćenja; završni hidranti – smješteni na slijepim krajevima cjevovoda služe za njihovo ispiranje i čišćenje. Korištenje vode unutar sustava vodoopskrbe ostvaruje se nadzemnom ili podzemnom ugradnjom hidranata i javnih zdenaca. Hidranti imaju primarnu funkciju osiguranja protupožarne zaštite, a koriste se i za ispiranje vodovodne mreže, zalijevanje zelenih površina, punjenje vodovodnih cisterni i dr. Javnim zdencima omogućava se uzimanje vode na javnim mjestima unutar naselja.

**Vodospreme** su građevine u koje se skladišti voda u svrhu hidrauličkog balansiranja vodoopskrbnog sustava i stvaranja zaliha vode. Mogu biti visoke i niske. Visoke vodospreme se nalaze na višoj koti od vodozahvata i pomoću njih se vrši izravnane potrebnih količina vode unutar sustava potrošnje, te uspostavljanje stabilnog tlaka unutar mreže. Visoke vodospreme najčešće se izvode kao ukopane, a u određenim slučajevima kao vodotornjevi. Niske vodospreme služe kao sabirni spremnici vode u crpnim stanicama i unutar eventualno postojećih objekata za pročišćavanje vode. U vodospreme se uvjetno ubrajaju i *hidrofori*, odnosno tlačni spremnici vode koji su sastavni dio hidrofora. Hidrofori su objekti koji se sastoje od pumpe, tlačnog spremnika i kompresora za dušik ili zrak kojim se izravnava tlak u sustavu na koji je hidrofor priključen, a služe za povećanje tlaka u lokalnoj vodoopskrbnoj mreži ili unutar većeg potrošača vode (zgrade, industrijskog postrojenja i sl.).

**Potrošnja vode** je proces korištenja vode od strane potrošača, a količina vode potrebna za zadovoljavanje potrošnje predstavlja osnovni parametar za projektiranje vodoopskrbnog sustava. Kategorizira se u potrošnju za potrebe domaćinstava, za javne potrebe, za protupožarnu zaštitu, te za vlastitu potrošnju vodovoda, dok se potrošači najčešće ugrubo dijele na domaćinstva i privredu. Vlastita potrošnja vodovoda

podrazumijeva korištenje vode od strane samog vodoopskrbnog poduzeća za potrebe tehnoloških procesa koji se provode u svrhu opskrbe potrošača vodom. Ti procesi su ispiranja i čišćenja vodosprema i cjevovoda, probna ispitivanja pumpnih postrojenja, kondicioniranje vode i dr. U širem kontekstu u ovu kategoriju spadaju i gubici vode. Potrošnja vode računa se prema izrazu

$$q = \frac{Q_s}{Nt}, \quad (3.1)$$

koji predstavlja srednji protočni volumen potrebne vode  $Q_s$  u litrama (l) za opskrbu  $N$  stanovnika čiju jedinicu brojnosti označavamo s  $r$  (skr. od engl. residents), tijekom vremena potrošnje  $t$  koje se izražava u broju dana koje označavamo s  $d$  (skr. od engl. day), tj.  $[q] = \frac{1}{r \cdot d}$ , a ovisi o vrsti i veličini naselja, standardu stanovanja, udjelu industrije, cijeni vode, klimatskim uvjetima, te drugim manje utjecajnim čimbenicima. Ona najčešće poprima vrijednosti

$$q = 70 \div 200 \frac{1}{r \cdot d}. \quad (3.2)$$

Međutim, ovisno o navedenim čimbenicima, ove vrijednosti kod visokorazvijenih i velikih industrijskih centara mogu poprimiti vrijednosti do 700 litara po stanovniku i danu.

Referentne veličine prema kojima se dimenzionira vodoopskrbni sustav su *maksimalna dnevna potrošnja*  $Q_{d,max}$  i *maksimalna satna potrošnja*  $Q_{h,max}$ . Da bi se one izračunale potrebno je poznavati *srednju dnevnu potrošnju* vode koja se dobiva korištenjem izraza

$$Q_{d,s} = \sum_{i=1}^n q_i N_i, \quad (3.3)$$

gdje su  $q_i$ ,  $m^3/d$  srednje dnevne potrošnje vode po različitim kategorijama korisnika, a  $N_i$  brojnost svakog od tih korisnika. Maksimalna dnevna potrošnja jednaka je

$$Q_{d,max} = K_d Q_{d,s}, \quad (3.4)$$

dok maksimalna satna potrošnja iznosi

$$Q_{h,max} = K_h Q_{d,max}, \quad (3.5)$$

gdje je  $K_d$  koeficijent neravnomjernosti dnevne potrošnje čije se vrijednosti kreću u intervalu

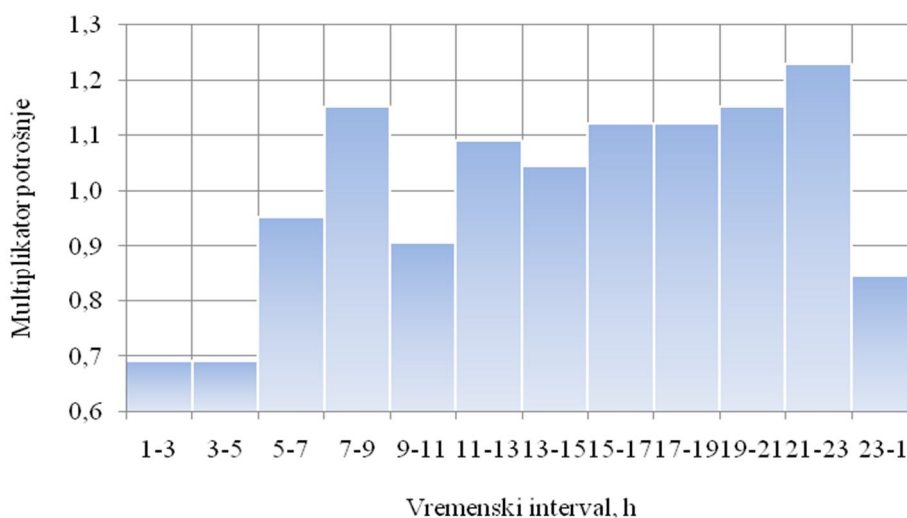
$$K_d = 1,1 \div 3,5, \quad (3.6)$$

a  $K_h$  je koeficijent neravnomjernosti satne potrošnje koji poprima vrijednosti

$$K_h = 1,2 \div 2,5. \quad (3.7)$$

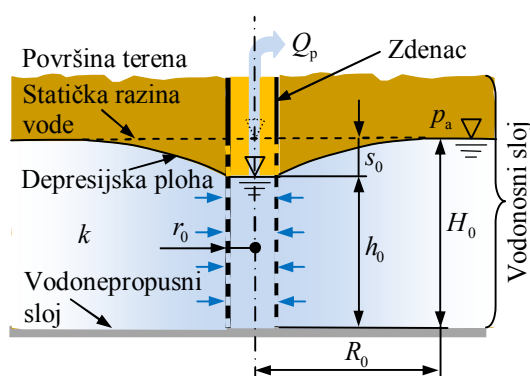
Veličine potrošnje vode izražavaju se u jedinicama  $[Q_{d,s}] = [Q_{d,max}] = [Q_{h,max}] = m^3/d$ ,  $[Q_{d,s}] = [Q_{d,max}] = [Q_{h,max}] = m^3/h$  ili  $[Q_{d,s}] = [Q_{d,max}] = [Q_{h,max}] = l/s$ , pri čemu vrijedi odnos  $24 \cdot 3,6 m^3/d = 3,6 m^3/h = l/s$ .

Maksimalna dnevna potrošnja određuje kapacitet vodozahvata, transportnog, tj. glavnog dovodnog cjevovoda, uređaja za kondicioniranje vode, vodospreme i crpnih stanica s tlačnim cjevovodima. Na osnovi maksimalne satne potrošnje dimenzionira se distribucijska mreža naselja [45]. Bitan parametar kod provođenja hidrauličke analize vodoopskrbnog sustava u vremenu je *multiplikator potrošnje*. Za najčešći slučaj, kada se razmatra vremenska distribucija potrošnje u jednom danu sa satnim intervalom, multiplikator potrošnje definira se kao kvocijent utrošene vode u određenom satnom intervalu i prosječno utrošene vode tijekom cijelog dana. Grafičkim prikazom multiplikatora potrošnje u vremenu dobiva se pregledna slika vremenske distribucije potrošnje, kako je primjerice prikazano na slici 3.1. s podacima koji su dobiveni mjerenjem protoka na ulazu u jednu izoliranu zonu uzimajući u obzir gubitke vode.

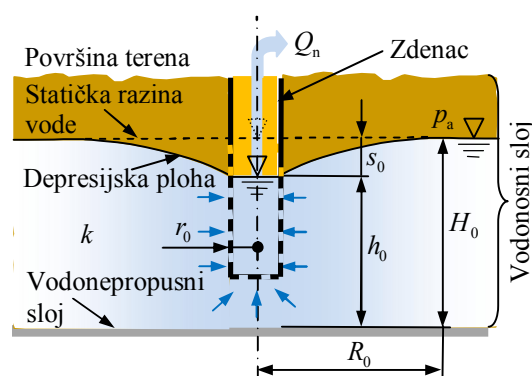


**Slika 3.1.** Vremenska dnevna distribucija potrošnje prikazana pomoću multiplikatora potrošnje za dvosatni interval

**Zahvaćanje vode** je proces izdvajanja i skladištenja vode iz izvorišta sa svrhom njene daljnje distribucije prema potrošačima. Ovisno o kategoriji izvorišta može se vršiti zahvaćanje podzemne, površinske ili vode atmosferskog porijekla. U prvom slučaju voda se sakuplja iz podzemlja na vodocrpilištima, u drugom slučaju koriste se kaptaze, tj. površinski vodozahvati, a treći slučaj je zasnovan na prikupljanju vode u atmosferske zahvate. Osnovu procesa zahvata vode čini proračun količine vode koja dotječe na lokaciju zahvata, tj. *dotoka vode*. Postupak proračuna ovisi o kategoriji vodozahvata. U javnim sustavima vodoopskrbe koriste se uglavnom vodozahvati podzemne vode u vidu kopanih i bušenih zdenaca, koji nadalje, ovisno o vrsti strujanja podzemne vode koje može biti sa slobodnim vodnim licem ili pod tlakom, mogu biti *obični* ili *arteški* zdenci. Na slikama 3.2. i 3.3. prikazan je slučaj strujanja vode prema običnom potpunom i nepotpunom zdencu.



**Slika 3.2.** Strujanje podzemne vode prema običnom potpunom zdencu



**Slika 3.3.** Strujanje podzemne vode prema običnom nepotpunom zdencu

U potpuni zdenac voda utječe isključivo kroz njegove bočne otvore, dok u nepotpuni zdenac, osim kroz bočne otvore, voda utječe kroz njegovo dno. Izrazi za proračun dotoka vode u zdence zasnivaju se na teoriji potencijalnog strujanja. U slučaju potpunog običnog zdenca dotok vode prema Dupuitu [46, 47] izračunava se korištenjem izraza:

$$Q_p = k\pi \frac{H_0^2 - h_0^2}{\ln \frac{R_0}{r_0}}, \quad (3.8)$$

u kojemu je  $k$ ,  $[k]=\text{m/s}$  koeficijent filtracije vodonosnog sloja koji se određuje eksperimentalno, a ovisi o vrsti tla [48],  $H_0$ ,  $[H_0]=\text{m}$  dubina podzemne vode,

$h_0, [h_0] = \text{m}$  dubina vode u vodozahvatu zdenaca,  $R_0, [R_0] = \text{m}$  polumjer utjecaja zdenaca,  $r_0, [r_0] = \text{m}$  unutarnji polumjer zdenca.

Kod nepotpunog običnog zdenca, Dupuitova jednadžba ne vrijedi zbog pojave vertikalnog strujanja prema dnu zdenca, te se uz uvjet da je

$$h_0 < \frac{H_0}{3}, \quad (3.9)$$

može koristiti izraz Girinskog koji je oblika [47]:

$$Q_n = k\pi \frac{(2h_0 - s_0)s_0}{\ln \frac{2h_0 - s_0}{1,2r_0}}, \quad (3.10)$$

gdje su  $k$ ,  $h_0$  i  $r_0$  iste veličine kao u slučaju potpunog zdenca, dok je  $s_0, [s_0] = \text{m}$  pad razine podzemne vode u zdencu.

**Distribucija vode** je proces koji započinje predajom zahvaćene vode iz vodozahvata u cjevovode vodoopskrbne mreže, a završava isporukom vode potrošačima. U slučaju tlačnog sustava kod kojega se zahvaćena voda tlači u cjevovode pumpama, potrebno je proračunati njihovu snagu. *Stvarna snaga* pumpe ili njena *potrebna snaga* jednaka je umnošku protoka i tlaka ili manometarske visine na koji je potrebno vodu podići:

$$P_s = Qp. \quad (3.11)$$

*Teorijska snaga pumpe* predstavlja snagu elektromotora pomoću kojega se postiže učinak stvarne snage uz koeficijent iskoristivosti pumpe  $\eta$ :

$$P_t = \frac{P_s}{\eta}. \quad (3.12)$$

Veličina  $Q$  je količina crpljenja vode izražena u  $[Q] = \text{m}^3/\text{s}$ . Ona se izračunava u ovisnosti o tome tlači li se voda u vodospremu ili izravno u cjevovode opskrbe. U prvom slučaju je

$$Q = \frac{Q_{d,\max}}{t_p}, \quad (3.13)$$

gdje je  $t_p$ ,  $[t_p] = \text{s/d}$  dnevno vrijeme crpljenja koje se ovisno o proračunu ekonomičnosti pumpe kreće do  $16\text{h/d} = 16 \cdot 3600\text{s/d}$ , pri čemu je  $[Q_{d,\max}] = \text{m}^3/\text{d}$ . U drugom slučaju je

$$Q = Q_{h,\max}, \quad (3.14)$$

izraženo u jedinici  $[Q_{h,\max}] = \text{m}^3/\text{s}$ .

Veličina  $p$ ,  $[p] = \text{Pa}$  je manometarski tlak koji ovisi o gustoći vode  $\rho$ ,  $[\rho] = \text{kg}/\text{m}^3$ , gravitacijskoj konstanti  $g$ ,  $[g] = \text{m}/\text{s}^2$  i manometarskoj visini dizanja vode  $H$ ,  $[H] = \text{m}$ :

$$p = \rho g H. \quad (3.15)$$

Veličine  $\rho$  i  $g$  su konstantne, dok se  $H$  mijenja i jednak je zbroju visina rada potrebnog za svladavanje visinskih razlika, odnosno postizanje tlaka na kraju sustava opskrbe  $\Delta H$ , rada koji se pretvara u kinetičku energiju vode  $v^2/(2g)$  i rada za svladavanje sila otpora strujanju vode kroz cjevovode  $H_F$ , tj.

$$H = \Delta H + \frac{v^2}{2g} + H_F. \quad (3.16)$$

Svaka od visina se sastoji od dijela koji se odnosi na usisni dio, tj. cjevovod prije pumpe i na tlačni dio, tj. cjevovod nakon pumpe. Prilikom pokretanja pumpe potrebno je uložiti dodatnu snagu za svladavanje početnih otpora uslijed tromosti sustava. Ta snaga se naziva *rezervna snaga* i iznosi:

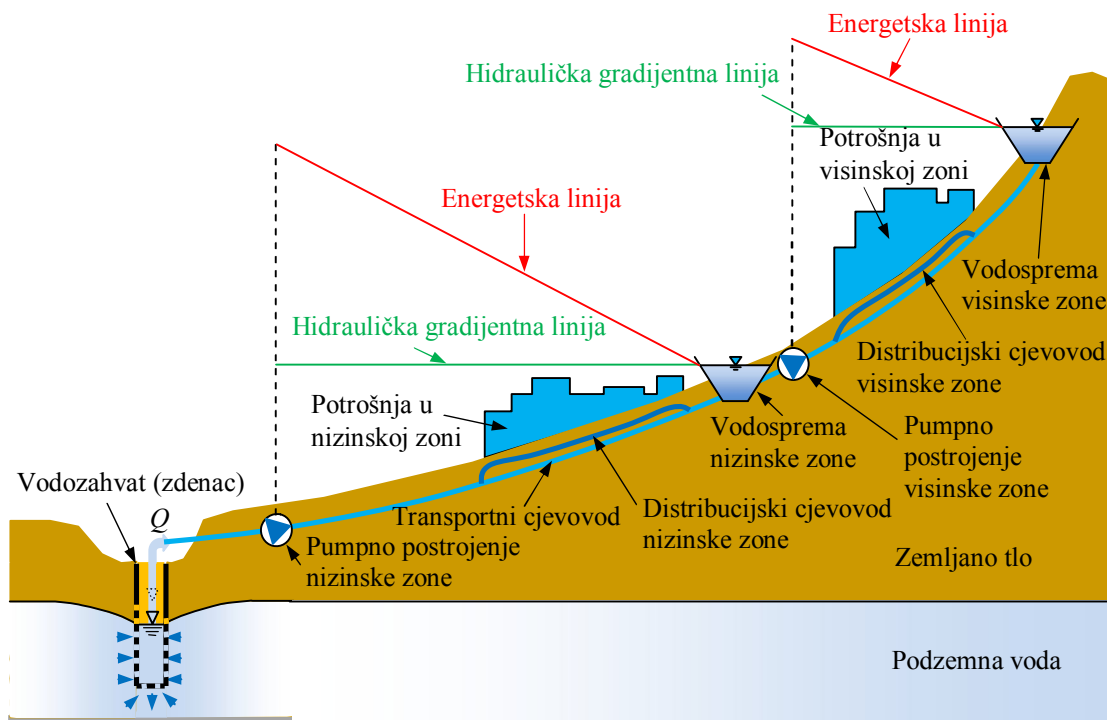
$$P_r \approx 0,15P_t, \quad (3.17)$$

te se pumpa mora birati tako da je njena *instalirana snaga* bude jednaka

$$P_i \approx P_t + P_r = 1,15P_t. \quad (3.18)$$

Dimenzije i topologija transportnih i distribucijskih cjevovoda ovise o količinama i dinamici potrošnje vode, te o konfiguraciji terena i rasporedu potrošnje. Osnovni parametri su minimalni tlak pri maksimalnoj potrošnji  $p_{\min}$ , maksimalni tlak pri minimalnoj potrošnji  $p_{\max}$  i minimalni tlak koji se propisuje za protupožarnu zaštitu pri propisanom protoku  $p_{p,\min}$  na najnepovoljnijim mjestima unutar vodoopskrbne mreže, te brzina strujanja vode unutar cjevovoda  $v$ . Ovisno o vrsti potrošača i lokalnim

prilikama na opskrbnom području ove vrijednosti mogu iznositi  $p_{\min} = 0,5 \text{ bar}$ ,  $p_{\max} = 8 \text{ bar}$  i  $p_{p,\min} = 2,5 \text{ bar}$  (u Republici Hrvatskoj). Na slici 3.4. prikazana je shema tlačnog sustava vodoopskrbe podijeljenog na dvije zone radi smanjenja tlakova i energije svladavanja visinskih razlika.



Slika 3.4. Shema tlačnog sustava vodoopskrbe s dvije visinske zone

Budući da premali tlakovi često ne osiguravaju dovoljnu protupožarnu zaštitu, dok preveliki tlakovi uzrokuju kvarove aparata koji su priključeni na vodovod, najčešće se tlak u vodovodnoj mreži kreće u rasponu vrijednosti  $4 \text{ bar} < p < 6 \text{ bar}$ . Brzine vode u transportnim cjevovodima iznose  $1,2 \text{ m/s} \leq v_t \leq 1,8 \text{ m/s}$ , a u distribucijskim  $1 \text{ m/s} \leq v_d \leq 2 \text{ m/s}$ . Premale brzine dovode do predugog mirovanja vode koje uzrokuje poremećaje u njoj kvaliteti, dok kod prevelikih brzina dolazi do prevelikih padova tlaka unutar cjevovoda, odnosno do povećanja pogonskih troškova transporta vode. Tip cjevovoda bira se na temelju gospodarske analize isplativosti, te proračunatih optimalnih vrijednosti promjera i materijala, te ostalih svojstava cjevovoda koji moraju zadovoljavati uvjet najmanje ukupne vrijednosti troškova izgradnje i korištenja cjevovoda u predviđenom eksploatacijskom razdoblju.

### 3.2. Gubici vode u sustavu vodoopskrbe

Pod *gubicima vode* (engl. Water Losses) podrazumijeva se količinski dio  $Q_{WL}$  od ukupno zahvaćene vode  $Q$  u obračunskom razdoblju od jedne godine koji nekontrolirano i nenamjenski isteče iz vodoopskrbne mreže kao posljedica nesavršenosti u upravljanju i korištenju sustava vodoopskrbe. Ostatak zahvaćene vode koji se kontrolirano i namjenski isporuči iz sustava vodoopskrbe naziva se *ovlaštena potrošnja* (engl. Authorized Consumption)  $Q_{AC}$ . Dakle, zahvaćena ili ukupno uvedena voda u sustav vodoopskrbe može se prikazati kao zbroj gubitaka i ovlaštene potrošnje:

$$Q = Q_{WL} + Q_{AC} \quad (3.19)$$

Gubici se dijele na *stvarne gubitke* (engl. Real Losses)  $Q_{RL}$  i *prividne gubitke*  $Q_{AL}$  (engl. Apparent Losses), te je

$$Q_{WL} = Q_{RL} + Q_{AL} \quad (3.20)$$

Stvarni gubici se definiraju kao istjecanje vode na objektima i opremi vodoopskrbnog sustava: curenje i puknuća cjevovoda, prelijevanje vodosprema i dr. Prividni gubici podrazumijevaju količine vode koje nekontrolirano istječu putem registriranih (evidentiranih) mjesta potrošnje uslijed netočnosti vodomjera ili kroz neregistrirana mjesta potrošnje kao posljedica krađe vode.

Ovlaštena potrošnja  $Q_{AC}$  sastoji se od fakturirane ovlaštene potrošnje (engl. Billed Authorized Consumption)  $Q_{BAC}$  i nefakturirane ovlaštene potrošnje (engl. Unbilled Authorized Consumption)  $Q_{UAC}$ , te je:

$$Q_{AC} = Q_{BAC} + Q_{UAC} \quad (3.21)$$

Ako se gubicima vode dodaju količine nefakturirane ovlaštene potrošnje vode koje odgovaraju vlastitoj potrošnji vodovoda, dobiva se količina vode koja se naziva *neprihodovana voda* (engl. Nonrevenue Water)  $Q_{NRW}$ , a jednaka je:

$$Q_{NRW} = Q_{WL} + Q_{UAC} \quad (3.22)$$

Razlika između zahvaćene vode i neprihodovane vode predstavlja *prihodovanu vodu* (engl. Revenue Water) vodoopskrbnog sustava  $Q_{RW}$ , tako da je

$$Q = Q_{RW} + Q_{NRW} \quad (3.23)$$



Ovakav način bilance (obračuna) vode počeo se razvijati nakon što su objavljeni indikatori učinkovitosti vodoopskrbnih sustava u [49], a usvojen je kao standardna IWA bilanca vode koja se pregledno prikazuje u obliku tablice 3.1. koja je objavljena u [50]. Standardna IWA bilanca vode podrazumijeva količine koje se mjere na bazi jedne godine što je iskustveno pokazano kao najprimjerenije referentno razdoblje, te je  $[Q] = [Q_{WL}] = [Q_{AC}] = [Q_{RL}] = [Q_{AL}] = [Q_{UAC}] = [Q_{BAC}] = [Q_{NRW}] = [Q_{RW}] = \text{m}^3/\text{y}$ , gdje je y jedinica godine (skr. od engl. year).

**Tablica 3.1.** IWA bilanca vode,  $\text{m}^3/\text{y}$

$Q$ Zahvaćena voda	$Q_{AC}$ Ovlaštena potrošnja	$Q_{BAC}$ Fakturirana ovlaštena potrošnja	Mjerena fakturirana količina vode	$Q_{RW}$ Prihodovana voda
			Nemjerena fakturirana količina vode	
		$Q_{UAC}$ Nefakturirana ovlaštena potrošnja	Mjerena nefakturirana količina vode	$Q_{NRW}$ Neprihodovana voda
			Nemjerena nefakturirana količina vode	
	$Q_{WL}$ Gubici vode	$Q_{AL}$ Prividni gubici	Netočnost mjerenja potrošnje	$Q_{NRW}$ Neprihodovana voda
			Neovlaštena potrošnja vode	
		$Q_{RL}$ Stvarni gubici	Curenja na cjevovodima	
			Puknuća cjevovoda	
Preljevanje vodosprema				

Tradicionalna ocjena gubitaka vode podrazumijeva odnos između gubitaka (prividnih i stvarnih) i zahvaćene vode. Međutim, ovaj indikator nije dovoljan za potpunu ocjenu učinkovitosti sustava vodoopskrbe. Tako primjerice, međusobna usporedba dvaju sustava vodoopskrbe temeljem isključivo ovoga indikatora ne daje realnu sliku o tome koji sustav je učinkovitiji. Uzroci toga su kompleksnost i

raznolikost sustava vodoopskrbe, te činjenica da je svaki vodoopskrbni sustav jedinstven i po svojim značajkama u odnosu na druge sustave specifičan. Da bi se omogućila bolja ocjena upravljanja sustavom vodoopskrbe uvode se dodatni indikatori učinkovitosti koji su predstavljeni u [51], iz čega su osnovni indikatori izdvojeni i prikazani u tablici 3.2.

**Tablica 3.2.** Indikatori učinkovitosti za gubitke vode

Oznaka indikatora	Naziv indikatora	Izračun indikatora	Jedinica indikatora
<i>NRW</i>	Neprihodovana voda u odnosu na zahvaćenu vodu	$\frac{Q_{NRW}}{Q}$	-, ×100%
<i>WL</i>	Gubitak vode u odnosu na zahvaćenu vodu	$\frac{Q_{WL}}{Q}$	-, ×100%
<i>CARL</i>	Postojeći godišnji stvarni gubici za $N_c \leq 20/\text{km}$ cjevovoda	$\frac{1000Q_{RL}}{365L_m}$	$\frac{1}{\text{km cjevovoda} \cdot \text{dan}}$
	Postojeći godišnji stvarni gubici za $N_c > 20/\text{km}$ cjevovoda	$\frac{1000Q_{RL}}{365N_c}$	$\frac{1}{\text{priključak} \cdot \text{dan}}$
<i>UARL</i>	Neizbježni godišnji stvarni gubici za $N_c \leq 20/\text{km}$ cjevovoda	$\frac{1000Q_{UL}}{365L_m}$	$\frac{1}{\text{km cjevovoda} \cdot \text{dan}}$
	Neizbježni godišnji stvarni gubici za $N_c > 20/\text{km}$ cjevovoda	$\frac{1000Q_{UL}}{365N_c}$	$\frac{1}{\text{priključak} \cdot \text{dan}}$
<i>ILI</i>	Infrastrukturni indikator curenja	$\frac{CARL}{UARL}$	-

Oznake indikatora su proizašle iz engleskog govornog područja, te se u praksi nazivaju: *NRW* – neprihodovana voda (engl. Nonrevenue Water), *WL* –gubici vode (engl. Water Losses), *CARL* –postojeći godišnji stvarni gubici (engl. Current Annual Real Losses), *UARL* –neizbježni godišnji stvarni gubici (engl. Unavoidable Annual Real Losses), te *ILI* –infrastrukturni indikator curenja (engl. Infrastructure Leakage Indicator).

Indikator *UARL* predstavlja najmanju referentnu teorijsku vrijednost gubitaka vode koju je uz trenutno postojeće metode i tehnologiju smanjenja gubitaka moguće u određenom vodoopskrbnom sustavu postići [52, 53]. Dobiven je iz veličine koja se

naziva *neizbježni gubici* (engl. Unavoidable Losses), a čija vrijednost se izračunava pomoću empirijskog izraza

$$Q_{UL} = 0,365(18L_m + 0,8N_c + 25L_p)p, \quad (3.24)$$

koji je razvijen 1999. godine i objavljen u [52], a prema [53, 54] se pokazao pouzdanim u većini sustava vodoopskrbe. Veličina  $L_m$  je ukupna duljina cjevovoda sustava vodoopskrbe izražena u kilometrima,  $N_c$  je broj priključnih mjesta u sustavu vodoopskrbe,  $L_p$  je duljina cjevovoda u kilometrima od granice posjeda potrošača do vodomjera, dok je  $p$  prosječan tlak u sustavu izražen u metrima vodenog stupca. Razlika između stvarnih i neizbježnih gubitaka daje *gubitke iznad neizbježnih* (engl. Avoidable Losses) koji su jednaki

$$Q_{AL} = Q_{RL} - Q_{UL}. \quad (3.25)$$

Veličine  $Q_{AL}$  i  $Q_{UL}$  izražavaju se također u jedinicama  $m^3/y$ . Indikator

$$ILI = \frac{CARL}{UARL}. \quad (3.26)$$

govori o tome koliko puta su stvarni gubici veći od neizbježnih, te u slučaju idealno vođenog sustava vodoopskrbe poprima najmanju moguću vrijednost koja je jednaka jedan.

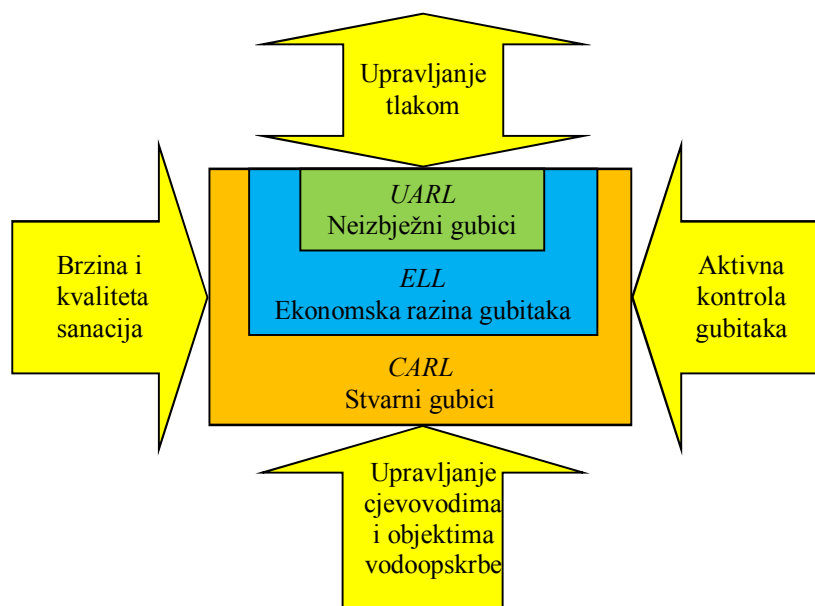
### 3.3. Sustavan pristup smanjenju gubitaka vode

Strategija upravljanja gubicima vodoopskrbnih sustava podrazumijeva korištenje više tehnika od kojih su nezaobilazne, a navodi ih [55]: zoniranje sustava, upravljanje tlakovima, aktivna kontrola gubitaka, zamjena starih cjevovoda novima, te brzina sanacije sustava.

Zoniranje sustava podrazumijeva određivanje granica i fizičku podjelu sustava vodoopskrbe na kontrolirane zone, tj. područja u kojima se mogu samostalno provoditi mjerenja i analize tlakova i protoka u svrhu reguliranja sustava vodoopskrbe i lociranja gubitaka. Svako na ovaj način definirano jedinično područje vodoopskrbe naziva se DMA (engl. District Metered Area). Da bi rezultati mjerenja davali potrebnu točnost, te da bi regulacija tlaka i protoka bila učinkovita, praktično se kapacitet DMA najčešće ograničava na protok do 50 l/s, dok se broj priključaka kreće od 1000 do 2000, što opet

ovisi o specifičnoj situaciji vodoopskrbe, a posebice o duljini i topologiji mreže cjevovoda.

Tehnike upravljanja tlakovima, aktivne kontrole gubitaka, upravljanje cjevovodima i objektima vodoopskrbe i brzine sanacije sustava predstavljaju četiri osnovne komponente upravljanja stvarnim gubicima čiji je standardni grafički prikaz, koji se u literaturi koristi vrlo često, [54, 56, 57], dan na slici 3.5.



**Slika 3.5.** Četiri osnovne komponente upravljanja stvarnim gubicima

Upravljanje tlakovima prema definiciji iz rada [58] predstavlja proces nadzora i podešavanja tlaka vode u sustavu vodoopskrbe u svrhu očuvanja vode, poboljšanja procesa njenog transporta i isporuke potrošačima. Upravljanjem tlakovima na optimalan način postiže se smanjenje količina vode koje nekontrolirano istječu iz sustava, smanjuje se broj kvarova na mreži, posebice puknuća cjevovoda i kvarova na vodovodnoj armaturi, dok se potrošačima omogućava priključenje na vodovodni sustav uz optimalne tlakove čime se sprječava preveliki tlak u internim instalacijama koji dovodi do prekomjerne potrošnje, te kvarova uređaja koji su na te instalacije priključeni.

Aktivna kontrola gubitaka je prema [59] definirana kao proaktivna strategija u svrhu smanjenja gubitaka vode detekcijom i lociranjem neuočljivih curenja, koja se provodi od strane visoko-treniranih inženjera i tehničara uz korištenje specijalizirane opreme, s konačnim ciljem sanacije ovakve vrste curenja vode.

Upravljanje cjevovodima i objektima vodoopskrbe podrazumijeva učinkovitost održavanja sustava vodoopskrbe, odnosno popravaka cjevovoda, armature i opreme, te

zamjena starih cjevovoda novima. Zamjena starih cjevovoda novima je postupak uklanjanja starih i ugradnje novih cjevovoda zbog višestrukih razloga. To su: istek amortizacijskog vijeka cjevovoda, trajna oštećenja cjevovoda uslijed različitih okolnosti, promjena hidrauličkih uvjeta u sustavu koji više ne odgovaraju postojećim eksploatacijskim zahtjevima i ekonomska neisplativost daljnjeg servisiranja i popravaka starih cjevovoda.

Brzina i kvaliteta sanacija podrazumijeva vrijeme potrebno za detektiranje, lociranje i popravak kvara, te učinkovitost radova u svrhu smanjenja štetnog učinka kvara na vodoopskrbnoj mreži.

Primjena svake od četiri prikazane kategorije upravljanja gubicima dovodi do promjene veličine stvarnih gubitaka *CARL*. Međutim, upravljanjem tlakom utječe se i na veličinu neizbježnih gubitaka *UARL*. Ovisno o tome mijenja se omjer *CARL*-a i *UARL*-a koji predstavlja vrijednost indikatora *ILI*. Optimalna primjena strategije upravljanja gubicima treba dovesti do *ekonomske razine gubitaka – ELL* (skr. engl. Economic Level of Leakage). Ona se definira kao granična količina vode koja se godišnje gubi iz sustava u slučaju kada zbroj ulaganja u smanjenje gubitaka i troškova samih gubitaka unutar jedne godine daje minimalnu vrijednost. Primjeri rezultata ostvarenih u sustavima vodoopskrbe primjenom prikazanih metoda dani su u radu [60].

### **3.4. Analiza i izračunavanje gubitaka vode**

Stvarni gubici se, prema preporuci koju daje IWA, definiraju kao godišnje količine vode izgubljene u vodoopskrbnom sustavu zbog svih vrsta curenja, puknuća i prelijevanja transportnih i distribucijskih cjevovoda, vodosprema i priključnih cjevovoda sve do mjernog mjesta potrošača. Stvarni gubici mogu se procijeniti korištenjem triju zasebnih metoda:

- *Godišnji obračun vode* (engl. Top-Down Annual Water Balance)
- *Analiza komponentata stvarnih gubitka* (engl. Component Analysis of Real Losses)
- *Analiza noćnih protoka* (engl. Bottom-Up Analysis of Night Flows),

ili njihovom kombinacijom [57].

Metodom godišnjeg obračuna vode se korištenjem IWA bilance vode koja je prikazana tablicom 3.1. iz izmjerene količine zahvaćene vode  $Q$ , te izmjerene i

procijenjene količine ovlašteno utrošene vode  $Q_{AC}$  i prividnih gubitaka  $Q_{AL}$ , izračunavaju stvarni gubici  $Q_{RL}$  vode pomoću izraza:

$$Q_{RL} = Q - Q_{AC} - Q_{AL} \quad (3.27)$$

Nedostatak metode je njena općenitost, budući da se ne raščlanjuju i analiziraju zasebno pojedine kategorije gubitaka, tako da njihov udio u ukupnim gubicima ostaje nepoznat. Iz tog razloga se ova metoda gotovo uvijek koristi u kombinaciji s jednom ili obje preostale metode.

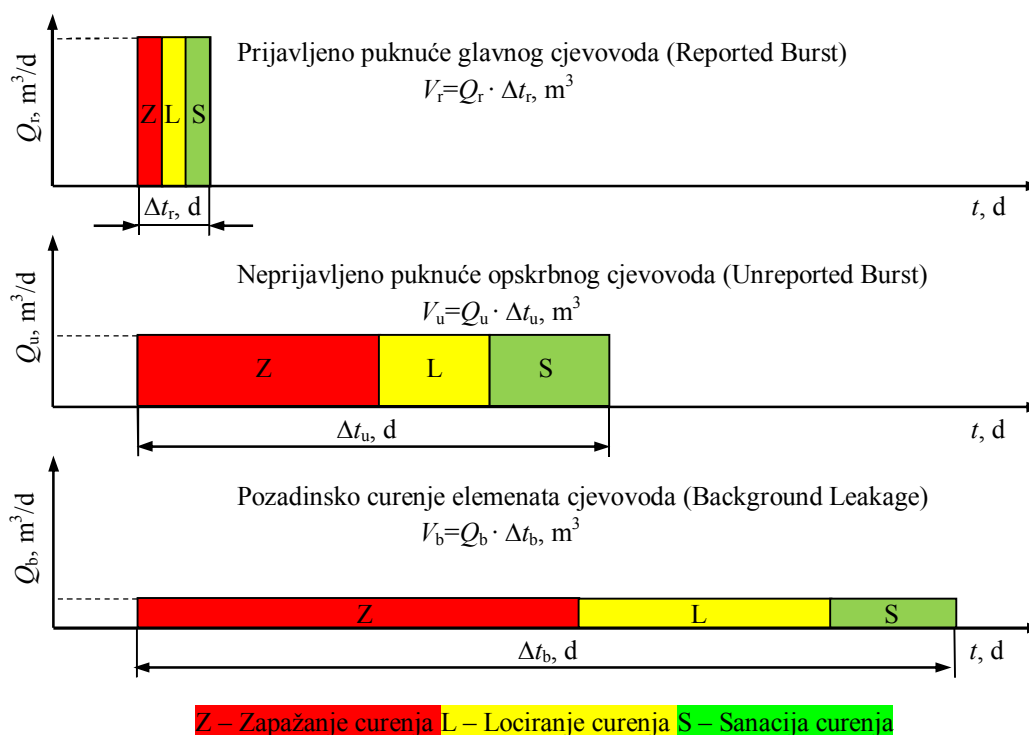
Analiza komponenata stvarnih gubitaka razvila se iz originalne metode *procjene puknuća i pozadinskog curenja* – BABE (skr. engl. Burst and Background Estimates) koja je 1990. godine uvedena kao prvi pravi korak naprijed u rješavanju curenja u sustavima vodoopskrbe [2]. Ključne značajke metode uključuju: podjelu ukupnih gubitaka na stvarne i prividne gubitke, utjecaj tlaka na curenje i utvrđivanje količine curenja iz minimalnih noćnih protoka [61]. Koje komponente će prevladavati u stvarnim gubicima najviše ovisi o uzroku curenja na cjevovodu. Glavni faktori koji utječu na curenja vode prikazani su prema [62] u tablici 3.3.

**Tablica 3.3.** Glavni faktori i njihovi udjeli u utjecaju na curenje cjevovoda

R. br.	Faktor koji utječe na curenje cjevovoda	Udio u utjecaju na curenje cjevovoda, %
1.	Pomicanje i poremećaji u tlu	27
2.	Korozija cijevi	19
3.	Prometna opterećenost	11
4.	Visoki tlak	8
5.	Radovi na prekapanju prometnica	8
6.	Starost cjevovoda	6
7.	Smrzavanje u zimskim uvjetima	6
8.	Greška na cijevi	5
9.	Greška na spoju cijevi	4
10.	Uvjeti u tlu	3
11.	Nekvalitetna izvedba cjevovoda	2

Kategorije curenja vode prema BABE metodi su: *prijavljena puknuća* (skr. engl. Reported Bursts) koja podrazumijevaju evidentna curenja vode bez ciljanih aktivnosti njihovog traženja, *neprijavljena puknuća* (skr. engl. Unreported Bursts) za čije je

zapažanje potrebno poduzimati ciljne aktivnosti njihovog traženja i *pozadinsko curenje* (skr. engl. Background Leakage) pod čime se podrazumijevaju istjecanja vode malog intenziteta na mnoštvu raspršenih lokacija sustava, zbog čega njihova detekcija nije moguća. Utjecaj ovih kategorija na količinu izgubljene vode ovisi o intenzitetu curenja i vremenu trajanja curenja koje se dijeli na tri kategorije: *vrijeme zapažanja* (Z), *vrijeme lociranja* (L) i *vrijeme sanacije* (S), kako je pojednostavljeno pod pretpostavkom jednolikog istjecanja vode tijekom vremena prikazano na slici 3.6.



**Slika 3.6.** Količina izgubljene vode iz sustava vodoopskrbe u ovisnosti o vremenu i intenzitetu curenja vode iz cjevovoda za različite kategorije curenja

Ako se sa  $Q_r$ ,  $Q_u$  i  $Q_b$ , odnosno sa  $\Delta t_r$ ,  $\Delta t_u$  i  $\Delta t_b$  označe protoci u  $\text{m}^3/\text{d}$ , odnosno vremenski intervali istjecanja vode u danima zbog prijavljenih puknuća, neprijavljenih puknuća i pozadinskih curenja, tada vrijedi odnos

$$V_r = Q_r \cdot \Delta t_r, V_u = Q_u \cdot \Delta t_u, V_b = Q_b \cdot \Delta t_b \Rightarrow V_r < V_u < V_b, \quad (3.28)$$

gdje su  $V_r$ ,  $V_u$  i  $V_b$  količine izgubljene vode u  $\text{m}^3$  za slučaj prijavljenih puknuća, neprijavljenih puknuća i pozadinskih curenja.

Analizom komponenata stvarnih gubitaka se ukupna količina stvarnih gubitaka dijeli na zasebne komponente svakog pojedinog vodoopskrbnog objekta, tj. transportnih, distribucijskih i priključnih cjevovoda, te vodosprema i to prema vrsti

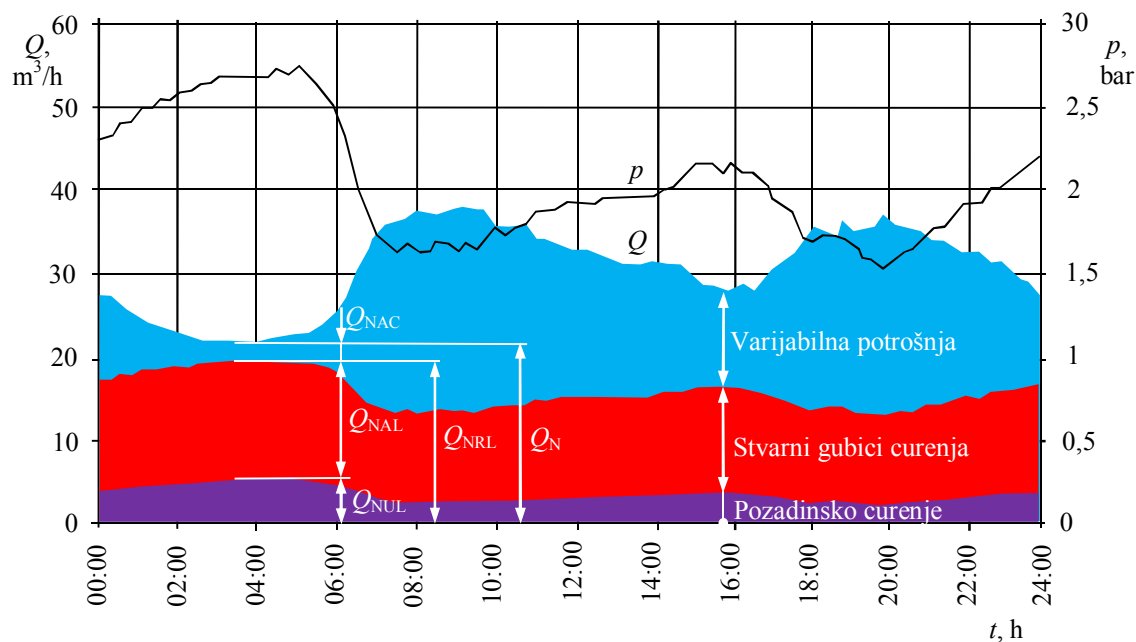
curenja koja mogu biti: puknuća koja je moguće detektirati ili pozadinska curenja gdje to nije moguće. O ovome ovisi koja strategija smanjenja gubitaka će se primijeniti. Naime, puknuća se mogu rješavati metodama sanacije vodovodnih objekata i aktivne kontrole gubitaka, dok je pozadinska curenja moguće smanjivati isključivo regulacijom tlaka. Kod provođenja metode bitno je poznavati karakteristike sustava vodoopskrbe, tj. prosječni tlak u sustavu i njegov odnos prema količini vode koja se gubi curenjem, duljinu cjevovoda, broj priključaka, duljinu od granice potrošačeva posjeda do mjernog mjesta, broj prijavljenih i neprijavljenih puknuća, vrijeme trajanja puknuća i dr.

Analiza noćnih protoka sastoji se u izračunavanju stvarnih noćnih gubitaka  $Q_{\text{NRL}}$  (engl. Night Real Losses) za vrijeme trajanja minimalnog noćnog protoka  $Q_{\text{N}}$  tako da se od njegove vrijednosti dobivene mjerenjem oduzme legitimna noćna potrošnja  $Q_{\text{NAC}}$  (engl. Night Authorized Consumption) koju u slučaju nemogućnosti mjerenja protoka na mjestima potrošnje treba procijeniti, tj.

$$Q_{\text{NRL}} = Q_{\text{N}} - Q_{\text{NAC}}. \quad (3.29)$$

Pri tome se svi protoci iz praktičnih razloga izražavaju u  $\text{m}^3/\text{h}$ . U naseljenim mjestima minimalni noćni protoci se pojavljuju u vremenskom periodu od 2 do 4 sata ujutro, a određena odstupanja od toga mogu nastati zbog, primjerice, velikog udjela privrednih potrošača vode, neispravnih internih vodovodnih instalacija potrošača, različitog stila života i navika potrošača i dr. Fizikalni koncept s parametrima tlaka i protoka prikazan je na slici 3.7. prema radu [63].





Slika 3.7. Dnevna dinamika protoka i tlaka s komponentama noćnog protoka

Ako se pored stvarnih noćnih gubitaka  $Q_{NRL}$ , korištenjem izraza (3.24) uz preračunavanje jedinica u  $m^3/h$ , uvrštavanja izmjerene vrijednosti noćnog tlaka  $p_N$ , te stvarnih vrijednosti veličina  $L_m$  i  $L_p$  unutar promatranog područja, izračunaju i neizbježni gubici (engl. Night Unavoidable Losses)  $Q_{NUL}$ , tada njihova razlika

$$Q_{NAL} = Q_{NRL} - Q_{NUL}, \quad (3.30)$$

predstavlja noćne gubitke iznad neizbježnih (engl. Night Avoidable Losses) koje je moguće otkloniti. Daljnjim dijeljenjem ove veličine s brojem priključaka  $N_c$  unutar promatrane zone dobiva se indikator ukupnih gubitaka (engl. Total Leakage Indicator):

$$TLI = \frac{Q_{NAL}}{N_c}, \quad (3.31)$$

koji predstavlja osnovu za ocjenu kritičnosti promatrane lokacije u odnosu na razinu gubitaka, a izražava se, nakon preračunavanja, u litrama po broju priključaka na dan. Da bi se dobila potpuna slika stanja promatrane zone tijekom cijelog dana u praksi je uobičajeno korištenje faktora  $NDF$  (skr. engl. Night Day Factor) koji se naziva *faktor odnosa dnevnih i noćnih gubitaka*. On se definira kao veličina kojom je potrebno pomnožiti vrijednost protoka noćnih gubitaka, dobivenu iz minimalnog noćnog protoka tijekom jednosatnog vremenskog perioda, da bi se dobila vrijednost protoka dnevnih gubitaka vode.

Vrijednosti noćnih gubitaka mogu se pretvarati u vrijednosti dnevnih gubitaka pri čemu je potrebno poznavati promjene tlaka u sustavu tijekom dana, te odnos tlaka i gubitaka vode. Ovaj odnos vezan je uz *Torricellijev izraz* za izračunavanje brzine istjecanja kapljevine  $v$  iz spremnika u kojemu je udaljenost razine kapljevine od otvora  $H$  fiksna:

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (3.32)$$

Ako je poznata ploština otvora istjecanja  $A$ , uz uvođenje *koeficijenta istjecanja*  $C_d$ , te uzimajući u obzir da je visina stupca  $H$  analogna tlaku  $p = \rho gH$  unutar cijevi, gornja jednadžba može se transformirati u oblik koji se odnosi na protok istjecanja:

$$Q = C_d A \sqrt{2 \frac{p}{\rho}}. \quad (3.33)$$

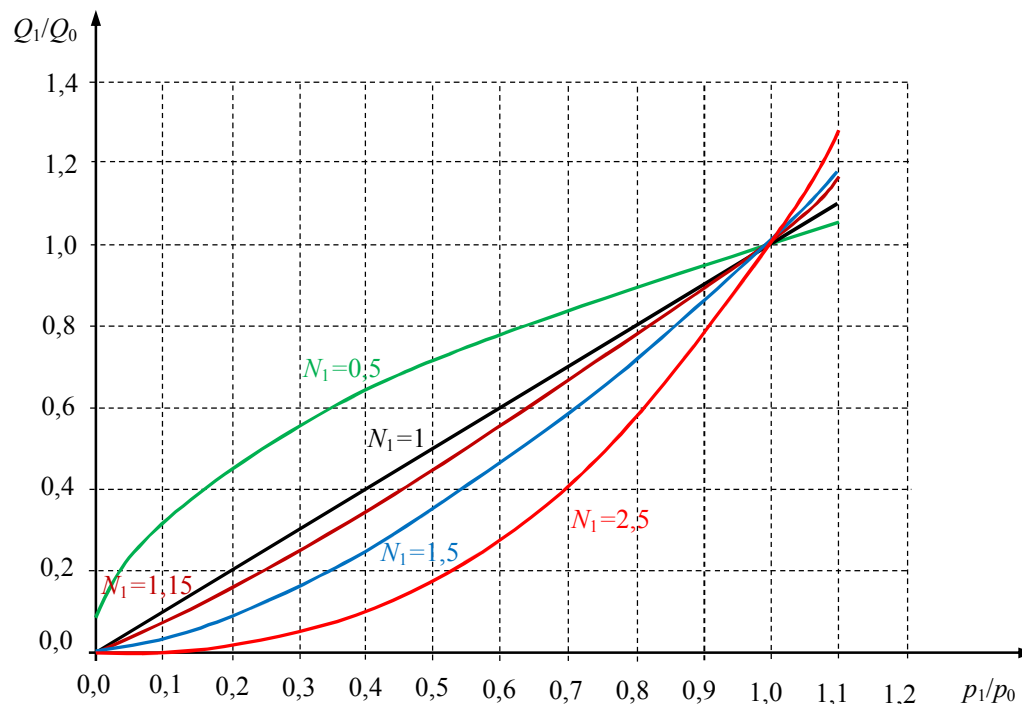
Odnos dvaju protoka istjecanja  $Q_1$  i  $Q_0$  za različite tlakove  $p_1$  i  $p_0$ , podrazumijevajući konstantnost efektivne ploštine istjecanja  $C_d A$  i gustoće  $\rho$ , ima oblik

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \sqrt{\frac{p_1}{p_0}}. \quad (3.34)$$

Gornja jednadžba vrijedi kada koeficijent  $C_d$ , odnosno efektivna ploština istjecanja  $C_d A$ , ne ovisi o tlaku, što nažalost najčešće nije slučaj. Zbog toga se gornji izraz poopćava u oblik

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{N_1}. \quad (3.35)$$

gdje eksponent  $N_1$  poprima vrijednosti od minimalnog iznosa 0,5 kad je efektivna ploština fiksna do 2,5 kada efektivna ploština izraženo varira s tlakom kako je prikazano na slici 3.8. Dobivena relacija predstavlja osnovu metode *nepromjenljive i promjenjive ploštine istjecanja* – FAVAD (skr. engl. Fixed and Variable Area of Discharge Paths) prvi puta objavljene u radu [64].



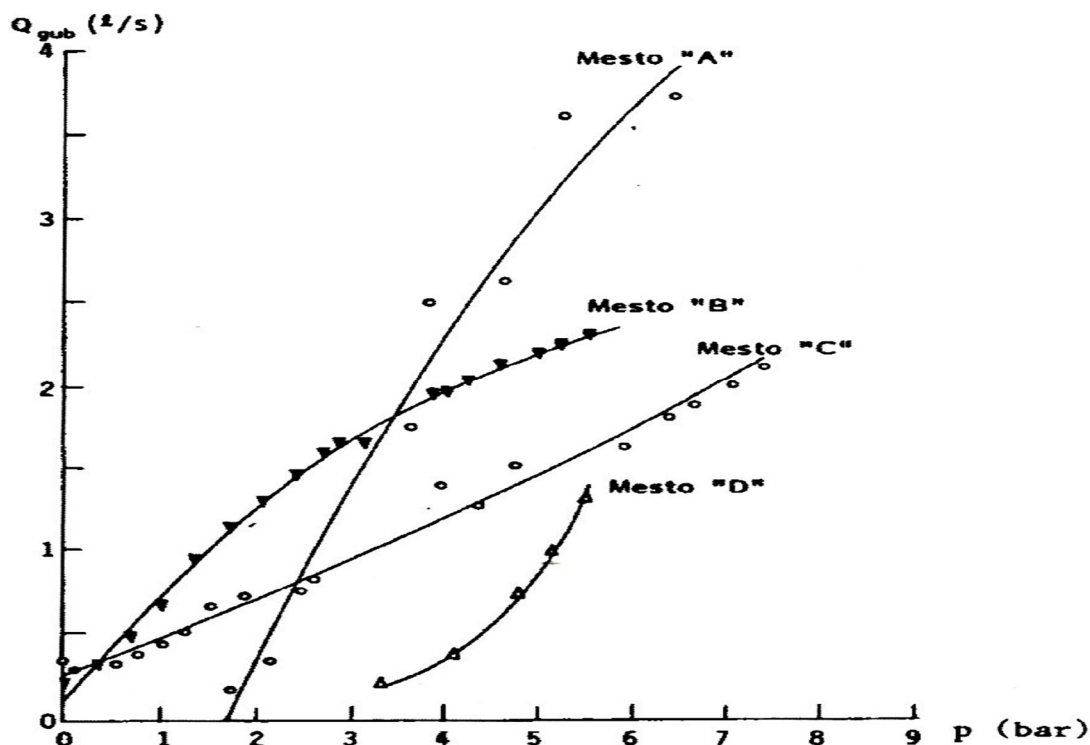
**Slika 3.8.** Odnos kvocijenta protoka istjecanja i kvocijenta tlakova u ovisnosti o eksponentu  $N_1$

Eksperimentalno je pokazano da se u slučajevima kada su na sustavu sva puknuća koja nije moguće detektirati sanirana ili privremeno zatvorena, tako da ostaju isključivo pozadinska curenja, vrijednost faktora  $N_1$  približava vrijednosti 1,5. Kod puknuća koja je moguće detektirati, na cjevovodima od krutih materijala  $N_1$  se kreće od 0,5 do 1,0, a kod fleksibilnih cijevi od 1,5 naviše. Međutim, sva curenja koja je moguće detektirati na fleksibilnim cijevima ne moraju imati visoke vrijednosti faktora  $N_1$ . Tako je pokazano da kod curenja koja su posljedica loše kvalitete priključaka,  $N_1$  može poprimiti vrijednosti i niže od 0,5. Praktični pristup upravljanja gubicima prema [56] preporuča slijedeće vrijednosti:

- pozadinsko curenje:  $N_1 = 1,5$
- prijavljena i neprijavljena puknuća
  - na cjevovodima nepoznatog materijala:  $N_1 = 1$
  - na cjevovodima od pretežno fleksibilnih materijala:  $1 < N_1 < 1,5$

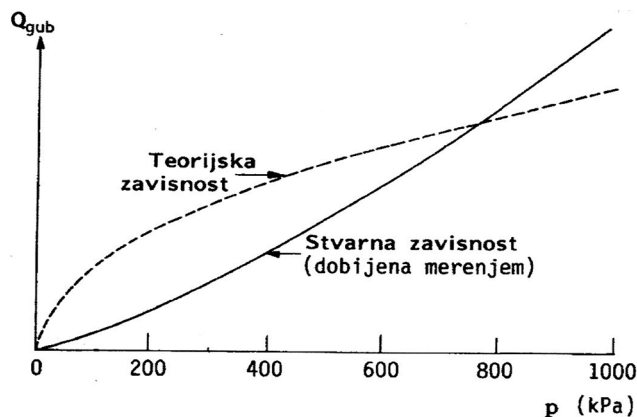
- na cjevovodima od pretežno krutih materijala ili na cjevovodima od pretežno fleksibilnih materijala s curenjima na spojevima glavnih cjevovoda:  $0,5 < N_1 < 1$ .

Primjer različitih slučajeva odnosa tlaka i curenja cjevovoda dan je na slici 3.9. gdje su prikazani dijagrami gubitaka za više vodoopskrbnih sustava u Velikoj Britaniji. U postojećoj literaturi nisu pronađeni slični podaci za Republiku Hrvatsku.



Slika 3.9 Dijagram gubitaka za nekoliko mjesta u Velikoj Britaniji

Na slici 3.10. prikazan je primjer nastalih odstupanja teorijskih od mjerenjima dobivenih rezultata koja su u većini slučajeva pri primjeni FAVAD metode neizbježna.



Slika 3.10. Dijagram gubitaka za mjesto Lonsdale

Prednost analize noćnih protoka leži u ostvarivanju mogućnosti neposrednog određivanja učinkovitosti mjera smanjenja gubitaka. Nadalje, podjelom sustava vodoopskrbe na veći broj DMA, metoda omogućuje dobivanje pouzdane procjene o tome koje od njih su najkritičnije s obzirom na gubitke vode, što bi kod sustavnog pristupa detekciji gubitaka trebalo prethoditi primjeni daljnjih tehnika preciznijeg otkrivanja i lociranja mjesta curenja vode.

### **3.5. Detekcija i lociranje mjesta curenja na cjevovodima**

Nakon što je sustav podijeljen na DMA zone čije specifičnosti i karakteristike su poznate, moguće je odabrati metodu kojom će se provesti ispitivanja curenja na cjevovodima. Rezultat ovih ispitivanja je dobivanje iznosa veličine potrošnje vode u DMA, te iznosa gubitaka vode koji se izražava u jedinici litra/priključak/dan. U zonama za koje se utvrdi povećan udio gubitaka u odnosu na potrošnju, odnosno na ulaz vode u zonu, potrebno je provesti detaljna ispitivanja u cilju utvrđivanja preciznih lokacija mjesta propuštanja cjevovoda.

Postoji više metoda ispitivanja curenja cjevovoda u sustavu vodoopskrbe. Odabir optimalne metode provodi se ovisno o karakteristikama dijelova sustava vodoopskrbe koji se ispituju. Na ovaj način postiže se učinkovitost mjerenja, odnosno najpreciznija informacija o kvaru na cjevovodu uz najmanji utrošak vremena. U tablici 3.3. prikazani su tipovi ispitivanja uz primijenjenu tehnologiju ovisno o uvjetima i karakteristikama zone unutar koje se provode ispitivanja curenja vode.

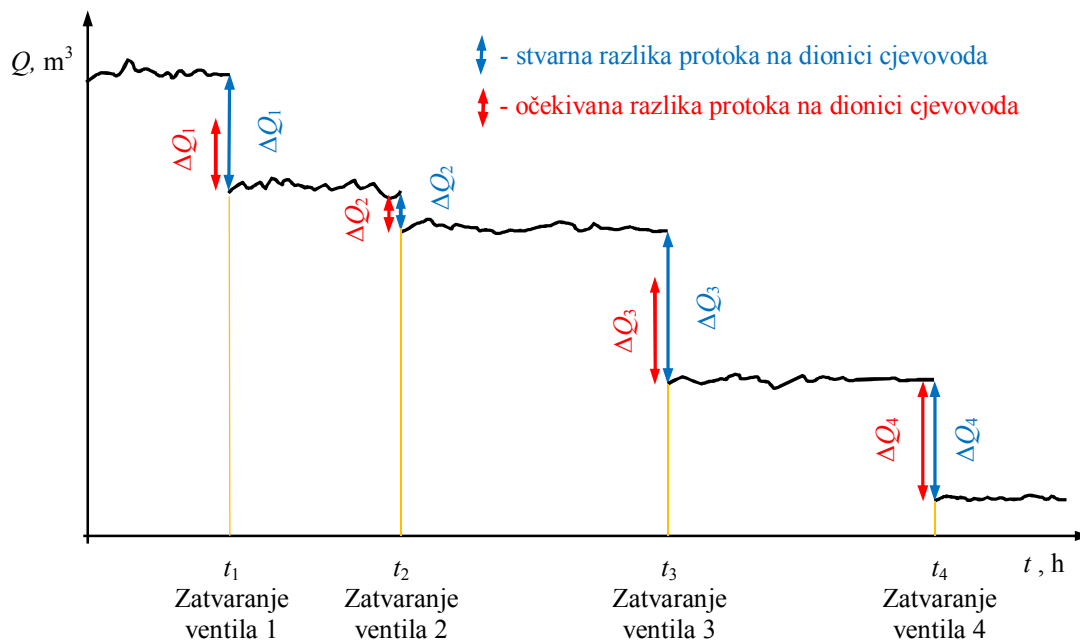
Nakon globalnog utvrđivanja postojanja gubitaka u određenoj zoni vodoopskrbe, provode se daljnja ispitivanja curenja vode u dva ili tri koraka. Prvo ispitivanje podrazumijeva preliminarno utvrđivanje stanja i sužavanje područja u kojem su prisutna propuštanja cjevovoda. U drugoj fazi provodi se neposredno ispitivanje u cilju utvrđivanja mjesta propuštanja, odnosno potvrđivanja utvrđenog mjesta propuštanja iz prethodnog koraka. Nakon izvršene sanacije utvrđenih mjesta propuštanja, preporuča se izvršiti dodatno ispitivanje curenja na cjevovodima, prvenstveno na dionicama na kojima su sanirana prethodna propuštanja, ali po mogućnosti i na ostalim dijelovima ispitivane zone. Ovo je mjera kojom se nastoji utvrditi je li kao posljedica saniranja većih propuštanja nastalo povećanje tlaka u toj mjeri da je prouzročilo pojavu novih

propuštanja na drugim lokacijama cjevovoda. U nastavku je dan kratak opis metoda utvrđivanja mjesta propuštanja cjevovoda, koje su predstavljene u tablici 3.4.

**Tablica 3.4.** Tehnologija ispitivanja ovisno o zoni u koja se provode ispitivanja curenja vode

Vrsta DMA	Prvo ispitivanje	Drugo ispitivanje	Dodatno ispitivanje
Centar grada	Korelator/Akustični logeri	Geofon/Akustični logeri	Korelator
Velika urbana zona	Korelator/Akustični logeri	Geofon/Korelator	Korelator
Mala urbana zona	Geofon	Geofon/Korelator	Korelator/Pipalica
Mala ruralna zona	Ispitivanje po sekcijama/Akustični logeri	Geofon/Korelator	Provjera noćnog protoka
Mala ruralna zona	Geofon	Geofon/Korelator	Korelator/ Geofon

**Ispitivanje curenja po sekcijama (engl. Step Testing).** Metoda se zasniva na ciljanoj zatvaranju tzv. sekcijskih ili step ventila na cjevovodima pri čemu se mjeri protok vode na ulazu u ispitivano područje. Redosljed zatvaranja ventila je od najudaljenijih prema ventilima koji se nalaze najbliže mjestu mjerenja protoka vode na ulazu u sustav. Ako je na određenoj dionici promatranog cjevovoda poznata potrošnja ili se ona može dovoljno dobro procijeniti, moguće je, usporedbom te vrijednosti s padom protoka prilikom zatvaranja ventila koji se nalazi nakon te dionice prema mjestu mjerenja protoka, izračunati koliko vode se na toj dionici gubi uslijed curenja. Shematski prikaz primjera postupka dan je na slici 3.11. Iz nje je vidljivo da je pri zatvaranju ventila 1 i 3 nastala znatna razlika između očekivanog i stvarnog pada protoka, dok je kod zatvaranja ventila 2 i 4 ta razlika neznatna.

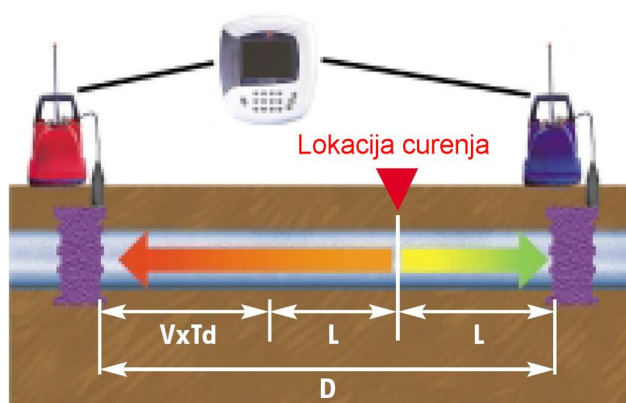


Slika 3.11. Ispitivanje curenja cjevovoda po sekcijama

**Ispitivanje curenja primjenom korelatora.** Korelator je elektronički uređaj za detektiranje curenja i lociranje mjesta propuštanja vode na cjevovodu u svrhu njegove sanacije. Sastoji se od prijemnika signala zvuka, tj. šuma, i elektroničke jedinice za procesiranje signala kako je prema [65] prikazano na slici 3.12. Prijemnik, koji može biti mikروفon, akustični senzor ili akcelerometar, ugrađuje se na dva ili više mjesta cjevovoda koji se ispituje, na način da je u izravnom kontaktu s cjevovodom (cijevi ili armaturom). Ovime se omogućava detektiranje i snimanje zvuka kojega proizvodi curenje vode. Podaci o zvuku procesiraju se kroz matematički algoritam koji uspoređuje ili korelira brzinu zvuka kojom šum curenja putuje od lokacije curenja do svakog od senzora. Iz dobivenih informacija moguće je izračunati udaljenost mjesta curenja od senzora kako je prikazano na slici 3.13. prema [66].



Slika 3.12 Korelator [65]



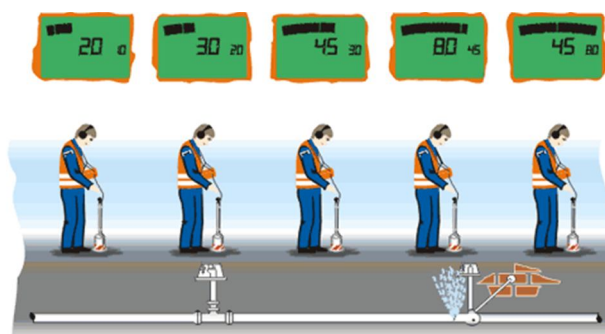
Slika 3.13. Princip rada korelatora [66]

Da bi korelacija bila precizna korelatori curenja zahtijevaju poznavanje točne informacije o brzini zvuka kroz ispitivani cjevovod. Za veliki broj standardnih cijevi ovaj podatak je poznat. Ukoliko to nije slučaj, brzinu zvuka kroz cjevovod potrebno je izračunati iz poznatih podataka o promjeru i materijalu cjevovoda. Ukoliko nije poznat materijal cijevi, brzinu zvuka kroz cjevovod potrebno je utvrditi neposrednim mjerenjima na licu mjesta. Većina korelatora ima mogućnost analiziranja razine i frekvencije šuma, tako da se na ovaj način mogu dobiti ostale informacije o curenju, poput intenziteta curenja, te nalazi li se mjesto propuštanja na glavnoj cijevi, hidrantu, ventilu, priključku vode i sl.

**Ispitivanje curenja primjenom geofona.** Geofon je uređaj koji sadrži mikrofoni i slušalice, kako je prikazano na slici 3.14. prema [66], pomoću kojih se detektiraju i osluškuju šumovi na površini tla nastali uslijed istjecanja vode iz cjevovoda. Geofoni se koriste uglavnom pri određivanju precizne lokacije curenja cjevovoda u svrhu njegove sanacije, što je prikazano na slici 3.15. prema [67]. Pri tome curenja mogu biti na glavnoj ili priključnoj cijevi, hidrantu, ventilu i dr. Ponekad se umjesto mikrofona koristi testni štap, prikladan pri mjerenjima u dubokim vodovodnim komorama.



Slika 3.14. Geofon [66]

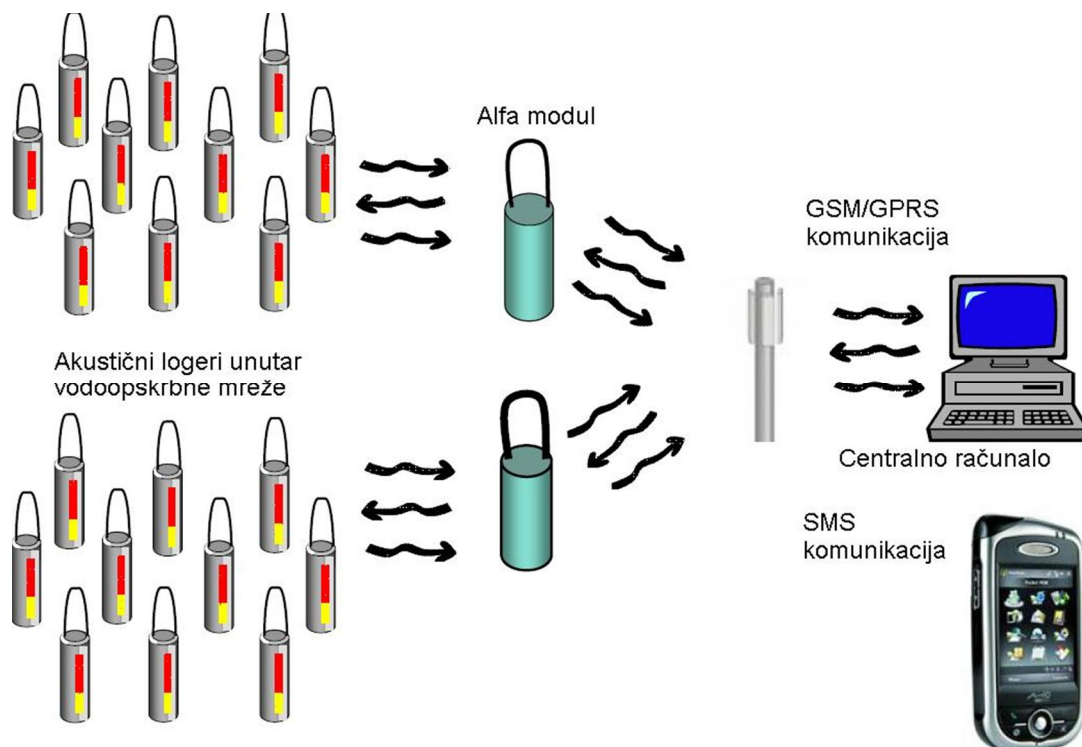


Slika 3.15. Princip rada geofona [67]

**Ispitivanje curenja primjenom akustičnih logera.** Akustični logeri koriste se za simultano i kontinuirano mjerenje šumova koji nastaju u cjevovodima vodoopskrbne zone koja se ispituje. Akustični logeri analiziraju karakteristike šumova, te na temelju toga utvrđuju postojanje i određuju točnu lokaciju curenja cjevovoda. Pojedine jedinice za utvrđivanje curenja postavljaju se u većem broju unutar zone ispitivanja curenja cjevovoda, na način da međusobni razmak dviju susjednih jedinica bude od 20 do 300 metara [63], nakon čega se akustični logeri programiraju na samostalan rad. Ova vrsta ispitivanja posebno je pogodna za detekciju i lociranje curenja tijekom noći, najčešće od

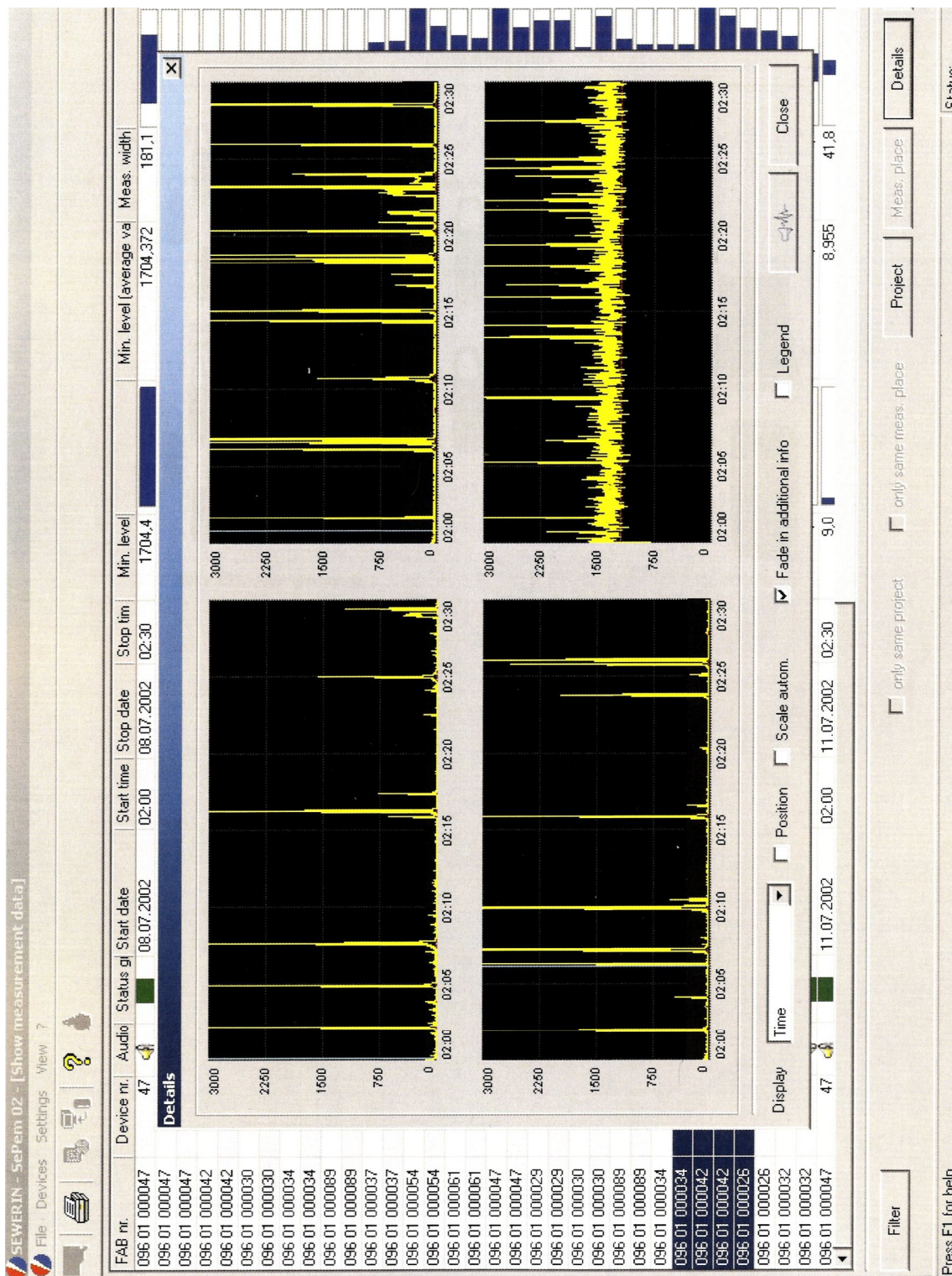


2 do 4 sata, kada je stanje u vodoopskrbnoj zoni ili sustavu stabilno, a ne postoje vanjski izvori zvuka, odnosno zvučne smetnje, koje ometaju detekciju šuma. Dobiveni rezultati mjerenja prebacuju se u računalo, kako je prikazano na slici 3.16. prema [67], gdje se podaci analiziraju, tako da konačan rezultat može biti precizna lokacija mjesta propuštanja cjevovoda unutar zone ispitivanja.



Slika 3.16. Akustični logeri [67]

Primjerice, na slici 3.17. prikazani su rezultati mjerenja šumova za četiri različita slučaja. Iz prva tri dijagrama (lijeva i donja desna strana slike) može se zaključiti da na promatranim lokacijama nije nastupilo curenje cjevovoda. Posljednji dijagram (gornja desna strana slike) prikazuje značajno povećanje intenziteta šuma što upućuje na pojavu curenja cjevovoda na promatranoj lokaciji.



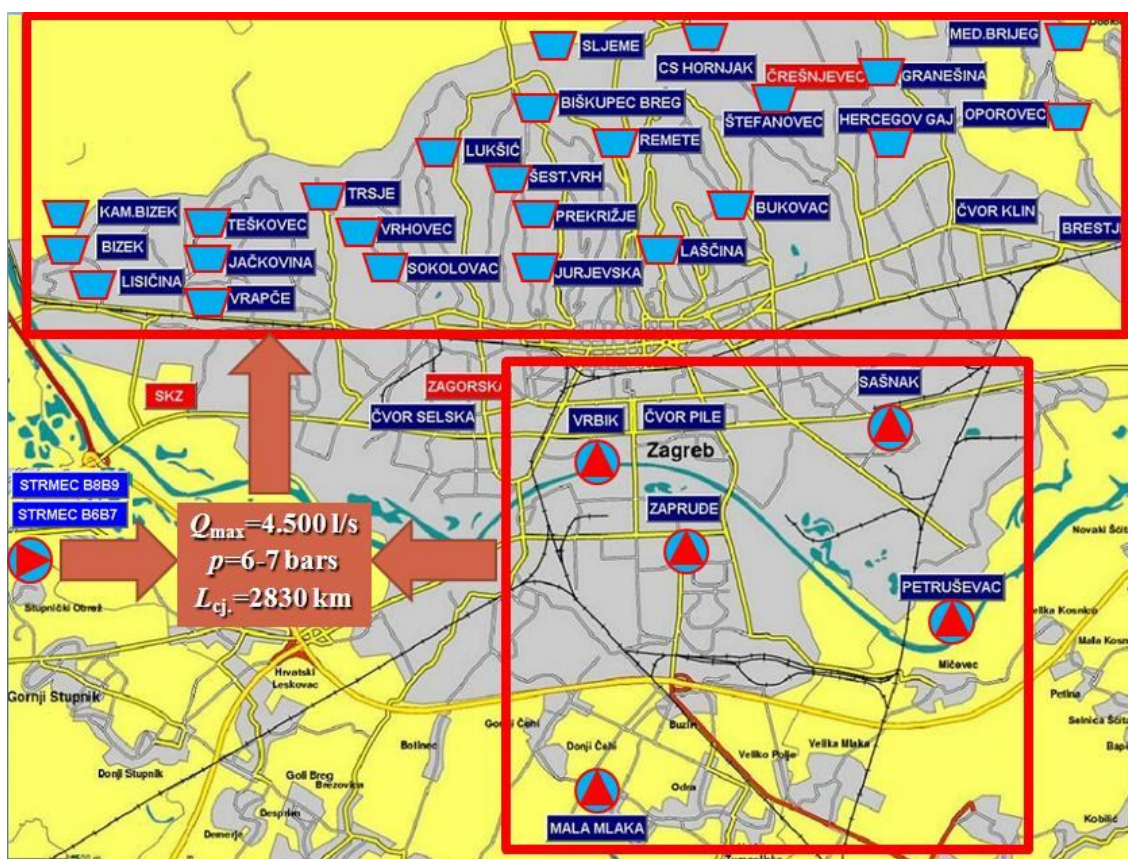
Slika 3.17. Primjer uzoraka šuma dobivenih mjerenjima putem akustičnih logera



## 4. PLAN ISTRAŽIVANJA

### 4.1. Planiranje zone regulacije i mjerenja – definiranje DMA

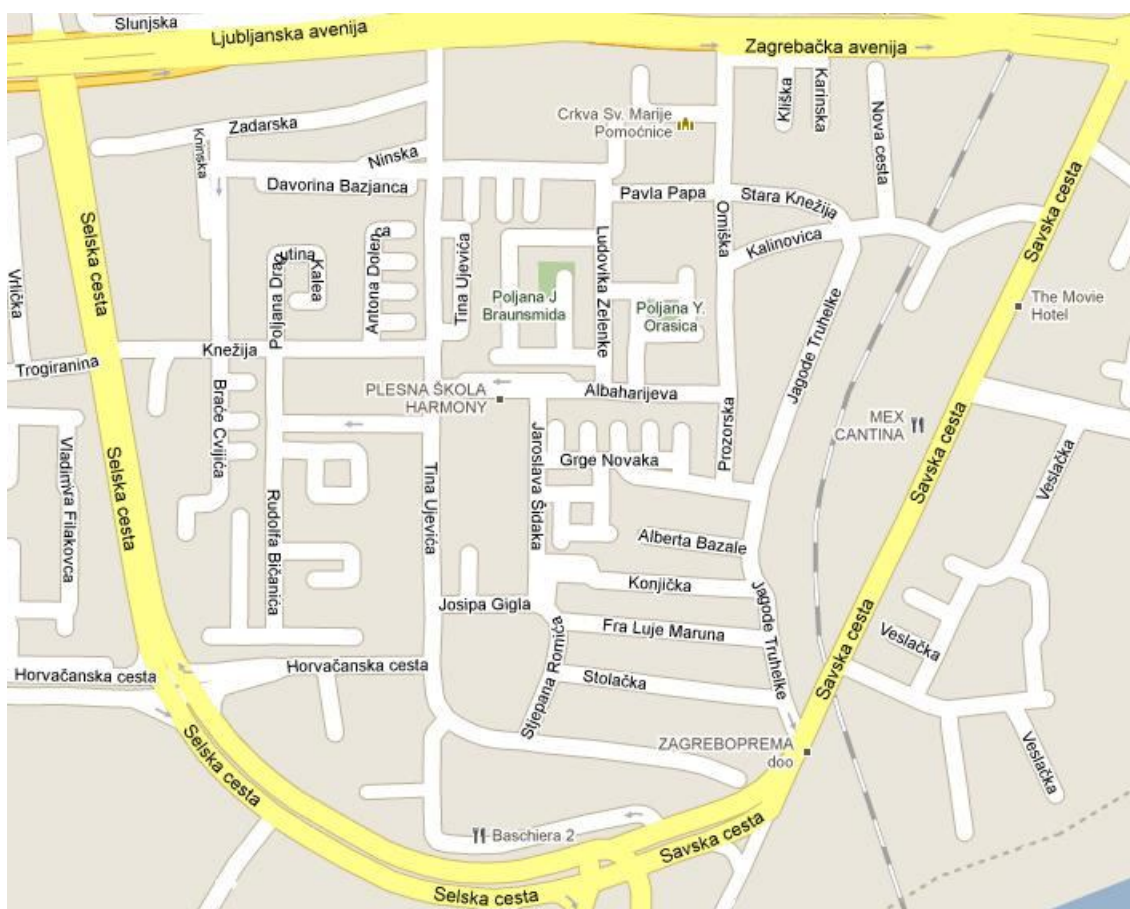
Hidraulički model razvijen za potrebe ovoga istraživanja obuhvaća uzorak vodoopskrbne mreže grada Zagreba. Vodoopskrbni sustav je shematski prikazan na slici 4.1. On gotovo u cijelosti funkcionira na principu pumpanja vode iz zdenaca, koji se nalaze u sustavima šest glavnih vodocrpilišta, te njenom transportu transportnim cjevovodima u rezervoare vodoopskrbnog sustava smještene na tri visinske zone. Sveukupni pumpni kapaciteti vodocrpilišta iznose oko 4.500 l/s ili 390.000 m<sup>3</sup>/d, dok je ukupni kapacitet vodospremnog prostora 115.000 m<sup>3</sup>. Do svojih krajnjih točaka, koje se nalaze na ulazima u vodospreme prve zone, transportni cjevovodi granaju se na distribucijske cjevovode putem koje se iscrpljenu vodu doprema potrošačima.



Slika 4.1. Shematski prikaz sustava vodoopskrbe grada Zagreba

Ukupna duljina cjevovoda je 2.830 km, s cijevima promjera od 50 do 1200 mm, koje su izrađene od više vrsta materijala: SL (sivi lijev), Č (čelik), NL (nodularni lijev), PEHD (poli-etilen visoke gustoće), PVC (polivinil-klorid) i AC (azbest cement). Osim toga, vodoopskrbna mreža obuhvaća oko 95.000 kućnih priključaka, 21.000 hidranata i 9.000 vodnih komora. Tlakovi u cjevovodima u blizini vodocrpilišta iznose oko 9,5 bara, dok su tlakovi u sustavu potrošnje oko 6-7 bara. Vodoopskrbnim sustavom upravlja se iz centralnog dispečerskog centra. Dispečerski centar prima podatke o radu vodocrpilišta i rezervoara daljinski i bežično putem telemetrijske veze. Na osnovi ovih podataka, iz dispečerskog centra se, također telemetrijski, povratno upravlja radom pumpi.

Reprezentativni uzorak, na čijem hidrauličkom modelu je provedeno istraživanje, je DMA unutar lokacije Zagrebačkog naselja Knežija prikazanog na slici 4.2., koja je odabrana kao dio cjelovitog vodoopskrbnog sustava, s jasno definiranim ciljevima uz primjenu odgovarajućih kriterija.



Slika 4.2. Prikaz lokacije na kojoj je provedeno istraživanje – Zagrebačko naselje Knežija [68]

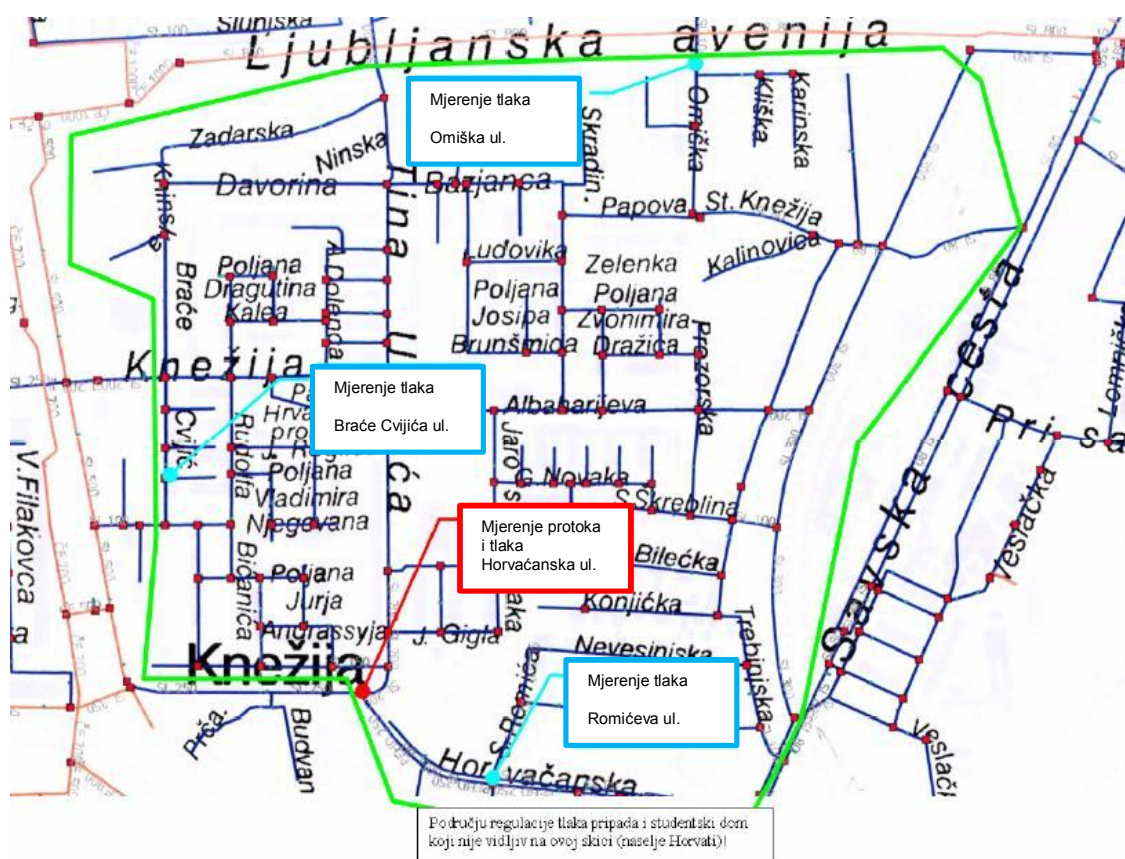
Ciljevi su izvedeni iz definicije koja, prema [69], kaže da je DMA dio vodoopskrbnog sustava ili zona koja je jasno definiranim granicama hidraulički razgraničena od ostatka vodoopskrbnog sustava, u cilju mjerenja i praćenja dnevne i noćne potrošnje unutar zone, otkrivanja mjesta propuštanja i puknuća cjevovoda, te upravljanja i optimiranja tlaka unutar zone. Kriteriji odabira DMA predstavljaju osnovu koja osigurava da u prvom redu odvajanje zone i mjerenja u njoj budu izvediva (potreba opskrbe vodom svih potrošača u kontinuitetu uz uvjet da voda u sustavu zadrži propisanu kvalitetu), te nadalje da ta mjerenja budu objektivna. Pri odabiru DMA uzeto je u obzir slijedeće:

- mogućnost izdvajanja visokih objekata iz zone, budući da ovakvi objekti onemogućavaju smanjenje tlaka bez posljedica nestanka vode,
- intenzitet protoka vode kroz cjevovode nakon smanjenja broja ulaza u zonu, da bi se osigurala zadovoljavajuća kvaliteta vode,
- značajnosti gubitaka vode zbog curenja cjevovoda, da bi se dao prioritet na kritičnija područja sustava vodoopskrbe,
- mogućnost izoliranja zone od ostatka sustava, u svrhu osiguranja točnosti podataka dobivenih mjerenjima,
- kritične veličine tlakova u cjevovodima, koje su uzrok kvarova na sustavu i prekomjernog istjecanja vode u zemlju (usp. [70] i [71]).

Nakon odabira DMA provedeno je njeno hidrauličko razgraničenje od ostatka sustava vodoopskrbe, te regulacija tlaka i protoka u sljedećim koracima:

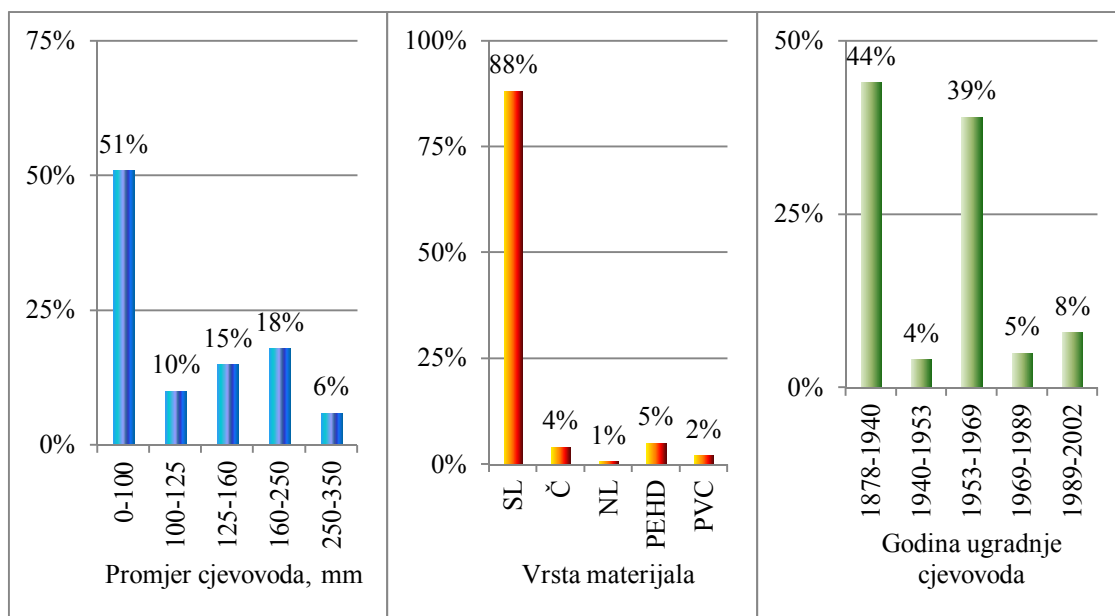
- određivanje lokacije ulaza vode u DMA i izgradnja vodovodne komore s ugradnjom pripadajuće mjerno-regulacijske opreme za mjerenje i kontrolu protoka i tlaka,
- pozicioniranje mjernih mjesta i ugradnja mjerača tlaka,
- određivanje lokacija rubnih ventila i cjevovoda i zatvaranje rubnih ventila,
- podešavanje rada ventila i automatike,
- provođenje probnog nadzora, bilježenje podataka, te analiza mjerenja,
- puštanje sustava DMA u kontinuirani rad.

Ovako definirana DMA s pripadajućim granicama i mjestima mjerenja protoka i tlaka prikazana je na slici 4.3. Kako je na slici naznačeno, definirano je jedno mjerno mjesto protoka smješteno u Horvaćanskoj ulici u sklopu kojega se mjeri i tlak na istoj lokaciji, te tri mjerna mjesta tlaka u Romićevoj, Omiškoj i Cvijićevoj ulici.



Slika 4.3. DMA s definiranim granicama i lokacijama mjernih mjesta protoka i tlaka

Unutar zone nalazi se ukupno 17 km cjevovoda, s udjelima vrste materijala po dužini cijevi koji su prikazani na slici 4.4. Ista slika prikazuje udio cjevovoda strukturiranih u grupe prema promjeru i godini ugradnje, pri čemu je prosječna starost cjevovoda 45 godina. Instalirani broj priključaka za potrošnju vode je 653.



Slika 4.4. Udjeli dužina cjevovoda po materijalu, promjeru i godini ugradnje u ukupnoj duljini

## 4.2. Prikupljanje i obrada podataka iz DMA

Ulaz vode u cjevovode DMA sveden je na jedan cjevovod promjera 250 mm (slika 4.5.) koji je smješten na lokaciji Horvaćanska ulica. Na tom cjevovodu ugrađena je mjerna i regulacijska oprema, te su provođena mjerenja protoka i tlaka, za tri različita slučaja:

- kod potpune otvorenosti redukcijskog ventila
- pri uspostavljenom režimu konstantnog tlaka u vremenu
- u zavisnosti protoka o tlaku na ulazu u DMA.



**Slika 4.5.** Mjerno-regulacijska komora za kontrolu protoka regulacijom tlaka na ulazu u DMA

Za mjerenje protoka na ulazu u DMA korišten je turbinski vodomjer DN250 PN10 s ugrađenim generatorom impulsa za pretvorbu podataka o protoku u elektronički oblik pogodan za daljinski prijenos, kako je prikazano na slici 4.6. Generatori impulsa mogu biti optoelektronički, indukcijski i relejni. Ovdje je korišten mjerni (engl. reed) relej koji registrira brzinu vrtnje vodomjernog mehanizma kojega pokreće kinetička energija vode, te na temelju brzine vrtnje generira impulse čija je učestalost proporcionalna brzini gibanja vode. Mjerenja tlaka na sustavu provedena su korištenjem logera tlaka (slika 4.7.) instaliranim na dostupnim mjestima cjevovoda. Korištenje



logera ima veliku prednost kod kontinuiranih mjerenja tlaka u cjevovodu, budući se podaci o vrijednostima tlaka spremaju u memoriju samog logera.

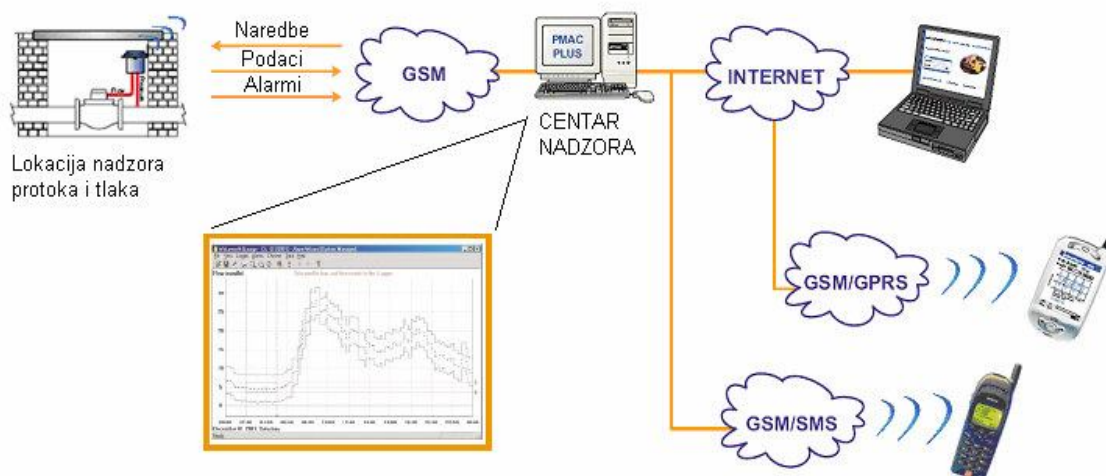


Slika 4.6. Vodomer s daljinskim očitanjem [72]



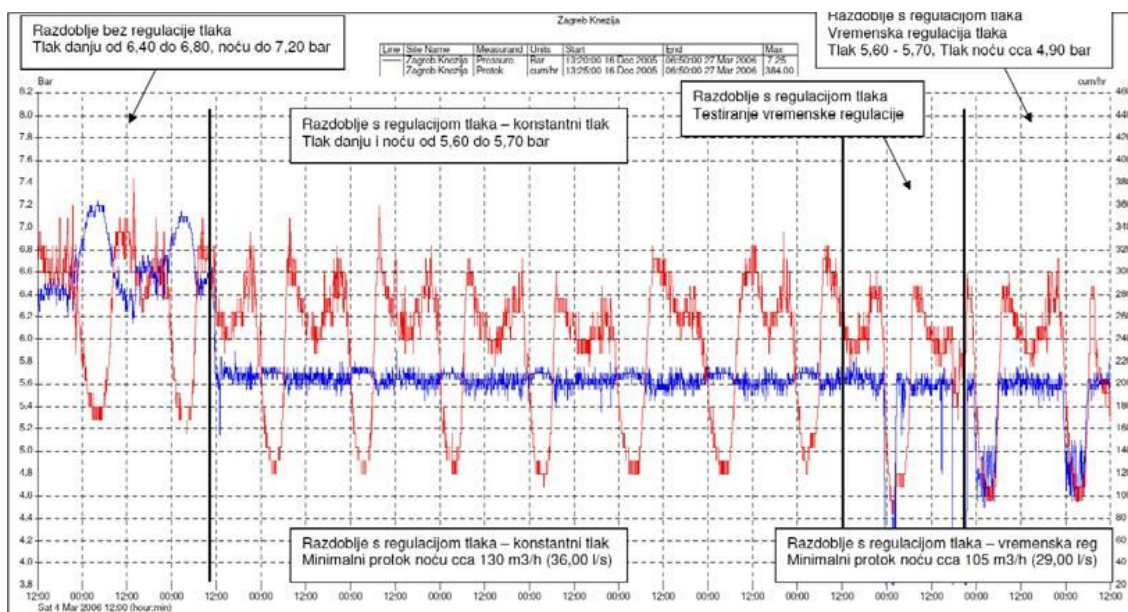
Slika 4.7. Logeri tlaka [73]

Svi dobiveni podaci o protoku i tlakovima su daljinski prenošeni u centralno računalo s instaliranim softverom za njihovu obradu. Pri tome je korištena GSM veza (skr. od engl. Global System for Mobile communications) [74] kako je shematski prikazano na slici 4.8. Za konverziju dobivenih rezultata u oblik baze podataka koju je moguće eksportirati u elektronički oblik prikladan za daljnju upotrebu korišten je softver PMAC Lite™ proizvođača opreme Technolog®.

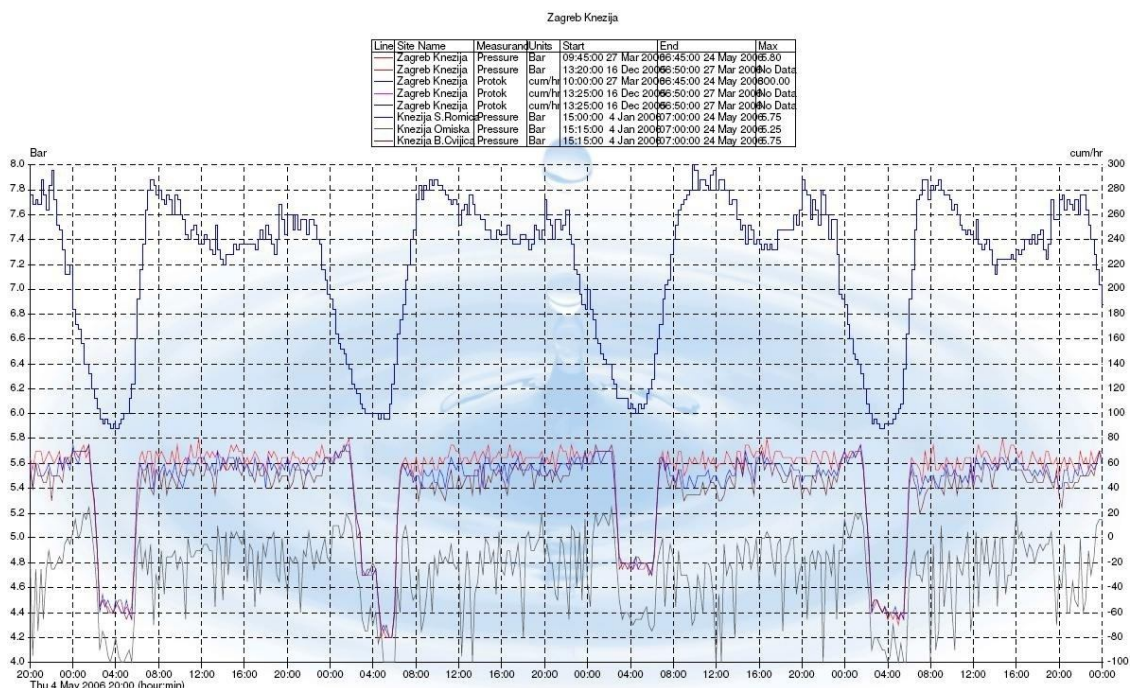


Slika 4.8. Simbolični prikaz mogućnosti daljinskog prijenosa podataka [74]

Prije uspostave režima regulacije, maksimalni tlak na ulazu u DMA iznosio je 7,6 bara a prosječni protok na istom mjestu 4.380 l/min. Nakon uvođenja regulacije maksimalna vrijednost tlaka i prosječan protok na ulazu iznosili su 5,3 bara i 3.013 l/min, prema podacima iz 2008. godine koji su korišteni za istraživanje. Osim na ulazu u zonu, veličine tlakova mjerene su i na tri zadane lokacije, tj. u Romičevoj, Omiškoj i Cvijićevoj. Rezultati mjerenja za tri različita slučaja, tj. sustav bez regulacije tlaka, s regulacijom tlaka po vremenu i uz regulaciju tlaka ovisno o protoku, prikazani su slikama 4.9. i 4.10.

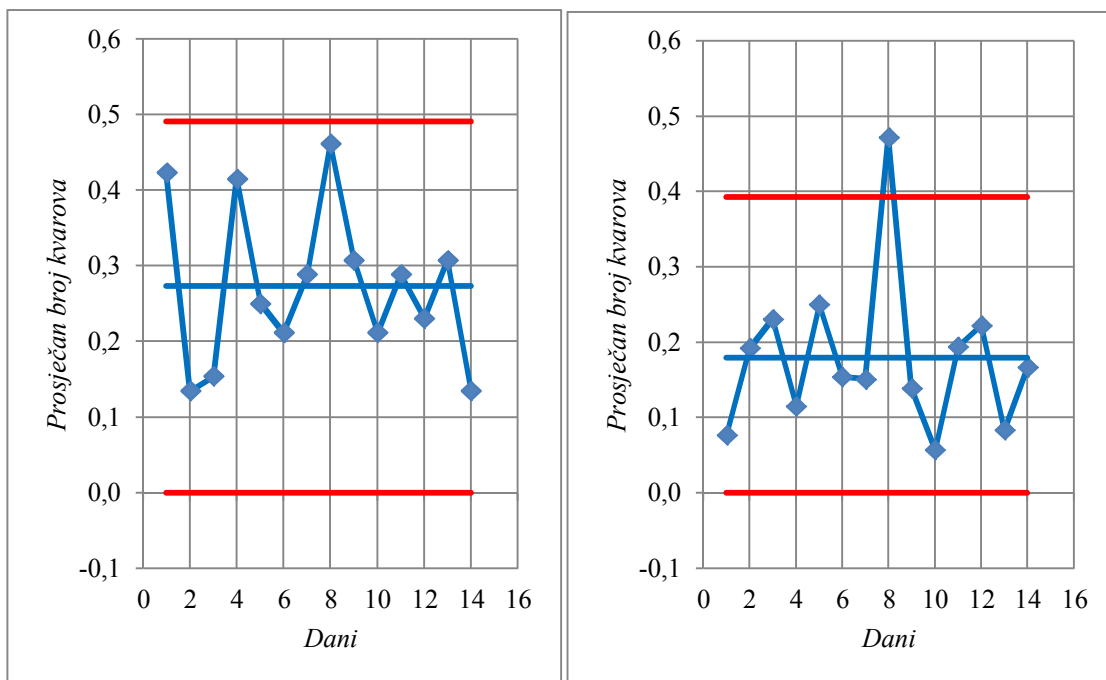


**Slika 4.9.** Regulacija tlaka i protoka u DMA – promjena veličina tlaka i protoka prije uvođenja regulacije po protoku



**Slika 4.10.** Regulacija tlaka i protoka u DMA – promjena veličina tlaka i protoka nakon uvođenja regulacije po protoku

U radu [75] statistički su obrađene frekvencije kvarova na cjevovodima za stanje DMA kod potpune otvorenosti redukcijuskog ventila, te za slučaj njegove regulacije tlaka u ovisnosti o protoku. Rezultati su vidljivi iz kontrolnih karata srednjih vrijednosti kvarova po danu za ova dva slučaja, koje su grafički prikazane na slici 4.11.



**Slika 4.11.** Kontrolne karte prosječnih vrijednosti frekvencija kvarova cjevovoda po danu za stanje DMA sa slobodnim ulazom vode i za stanje pri regulaciji tlaka u ovisnosti o protoku

U slučaju regulacije tlaka u ovisnosti o ulaznom protoku dobiveni su optimalni rezultati s obzirom na gubitke vode i smanjenje broja puknuća cjevovoda što je obrađeno u radu [76], te je ovaj režim rada zadržan kao trajno rješenje kojim su definirane varijable sustava na kojima je provedeno istraživanje.

### 4.3. Priprema hidrauličkog modela

DMA je definirana tako da ima jedan ulaz vode, a od ostatka sustava je fizički odvojena zatvorenim rubnim ventilima. Glavni sastavni dijelovi, odnosno elementi njenog hidrauličkog modela čine čvorovi i cijevi, te na ulaznom cjevovodu postavljena pseudovodosprema (garantirani tlak kao u vodospremi). Hidraulički model konstruiran je u Bentley WaterGEMS V8 XM™ for AutoCAD DWG™ formatu. Postupak se sastoji u crtanju cjevovoda od jednog do drugog čvora u mjerilu, tako da je prvi korak predstavljao definiranje čvorova na temelju topologije mreže i potrošnje, a drugi importiranje cjevovoda.

Unutar modela definirano je 160 čvorova koji su označeni simbolima J-1, J-2, ..., J-160. Svaki čvor određen je u prostoru s tri koordinate:  $x$ ,  $y$  i  $z$ , pri čemu  $x$  i  $y$  predstavljaju apsolutne Gauss-Krügerove prostorne koordinate (azimut), dok je koordinata  $z$  apsolutna visinska koordinata (elevacija) koja označava nadmorsku visinu u jedinicama metara nad morem (m n. m.). Prve dvije koordinate preslikane su iz postojećeg GIS-a (skr. od geografski informacijski sustav, engl. Geographic Information System) vodoopskrbe, dok je treća dobivena iz montažnih planova vodovodnih komora, od kojih je reprezentativno jedna prikazana u prilogu 1. Budući da manji broj čvorova unutar modela nije smješten na lokaciji komora za koje postoje podaci o nadmorskoj visini cjevovoda, nego predstavlja ili krajnje točke, ili mjesta račvanja cjevovoda,  $z$  koordinate tih čvorova određene su interpolacijom njima najbližih čvorova čije su vrijednosti koordinate  $z$  poznate. Ova aproksimacija ne može bitno utjecati na karakteristike modela budući da se radi o hidraulički zanemarivim visinskim razlikama u odnosu na vrijednosti tlakova koji vladaju unutar vodovodne mreže.

Podaci o potrošnji vode u čvorovima izračunani su zbrajanjem potrošnje potrošača koji su određenom čvoru najbliži. Informacije o geografskom položaju potrošača dobivene su iz centroida kuća GIS-a, kako je prikazano na slici 4.12., dok su

podaci o očitanjima njima pripadajućih vodomjera filtrirani iz poslovnog informacijskog sustava za obračun i prodaju vode.



Slika 4.12. Situacijski prikaz razmještaja potrošača u prostoru DMA

Svaki potrošač pripada jednoj kategoriji ili vrsti o čemu ovisi vremenski interval periodičkog očitavanja njegove potrošnje kako je prikazano u tablici 4.1.

Tablica 4.1. Šifre kategorija (vrsta) potrošača s pripadajućim periodima očitavanja

Šifra potrošača	Kategorija (vrsta) potrošača	Vremenski interval očitavanja potrošača u mjesecima
2	Privatne kuće, istok i zapad	2
8	Privatne kuće	2
20	Mala privreda	1
21	Mala privreda	1
22	Stambene zgrade	1
23	Velika privreda	1/2
24	Stambene zgrade s vodomjerima u stanovima	1

U razmatranje su uzeta periodička očitavanja potrošnje vode na mjernim mjestima u razdoblju od 2005. do 2009. godine. Za svaki interval očitavanja izračunata je njegova apsolutna potrošnja, te iz toga prosječna dnevna potrošnja po pojedinom mjernom

mjestu. Sve dobivene vrijednosti su, zbog velikog broja podataka, u tablici 4.2. prikazane djelomično. U istoj tablici svakom mjernom mjestu pridijeljen je broj njemu najbližeg čvora hidrauličkog modela.

**Tablica 4.2.** Periodički očitavana potrošnja po mjernim mjestima potrošača

Šifra mjernog mjesta	Naziv ulice	Kućni broj	Dodatak kućnom broju	Datum očitavanja od	Datum očitavanja do	Potrošnja, m <sup>3</sup>	Dnevna potrošnja, m <sup>3</sup> /d	Čvor, J-
0001770	CVIJIĆEVA	1		21.11.05.	31.12.05.	124	3,100	139
0001770	CVIJIĆEVA	1		31.12.05.	01.02.06.	92	2,875	139
0001770	CVIJIĆEVA	1		01.02.06.	24.02.06.	88	3,826	139
0001770	CVIJIĆEVA	1		24.02.06.	22.03.06.	92	3,538	139
0001770	CVIJIĆEVA	1		22.03.06.	20.04.06.	103	3,552	139
0001770	CVIJIĆEVA	1		20.04.06.	22.05.06.	110	3,438	139
...	...	...	...	...	...	...	...	...

Konačne referentne potrošnje svih potrošača dobivene su izračunavanjem prosječnih vrijednosti svih očitanih potrošnji odgovarajućim mjernim mjestima, sa svrhom izbjegavanja grešaka koje su mogle nastati uslijed eventualnih procjena potrošnje i pogreške pri očitavanju vodomjera. Prosječne potrošnje po mjernim mjestima prikazane su parcijalno u tablici 4.3.

**Tablica 4.3.** Prosječna potrošnja po mjernim mjestima i čvorovima

Šifra mjernog mjesta	Naziv ulice	Kućni broj	Dodatak kućnom broju	Kategorija potrošača	Potrošnja, m <sup>3</sup> /d	Čvor, J-
0893090	HORVAČANSKA CESTA	39		22	0,0445	1
0714660	HORVAČANSKA CESTA	31	E	21	1,2860	2
0714661	HORVAČANSKA CESTA	32	E	21	2,1630	2
0714690	HORVAČANSKA CESTA	31	D	21	1,0000	2
0714880	HORVAČANSKA CESTA	31	D	22	5,3193	2
0714890	HORVAČANSKA CESTA	31	E	22	4,7140	2
0714900	HORVAČANSKA CESTA	31	F	22	7,0221	2
0126430	HORVAČANSKA CESTA	20		2	0,6846	3
0126440	HORVAČANSKA CESTA	21		22	0,6580	3
0714670	HORVAČANSKA CESTA	33	C	21	0,0000	3
...	...	...	...	...	...	...

Vrijednosti potrošnje vode po pojedinim čvorovima dobivene su grupiranjem mjesta potrošnje oko pripadajućih čvorova, nakon čega su podaci filtrirani kako bi se potrošnja u domaćinstvima odvojila od potrošnje vode privrednih subjekata. Na ovaj način je dinamika istjecanja vode iz čvorova približena stvarnoj dinamici potrošnje koja ovisi o odnosu broja domaćinstava i broja privrednih subjekata koji pripadaju

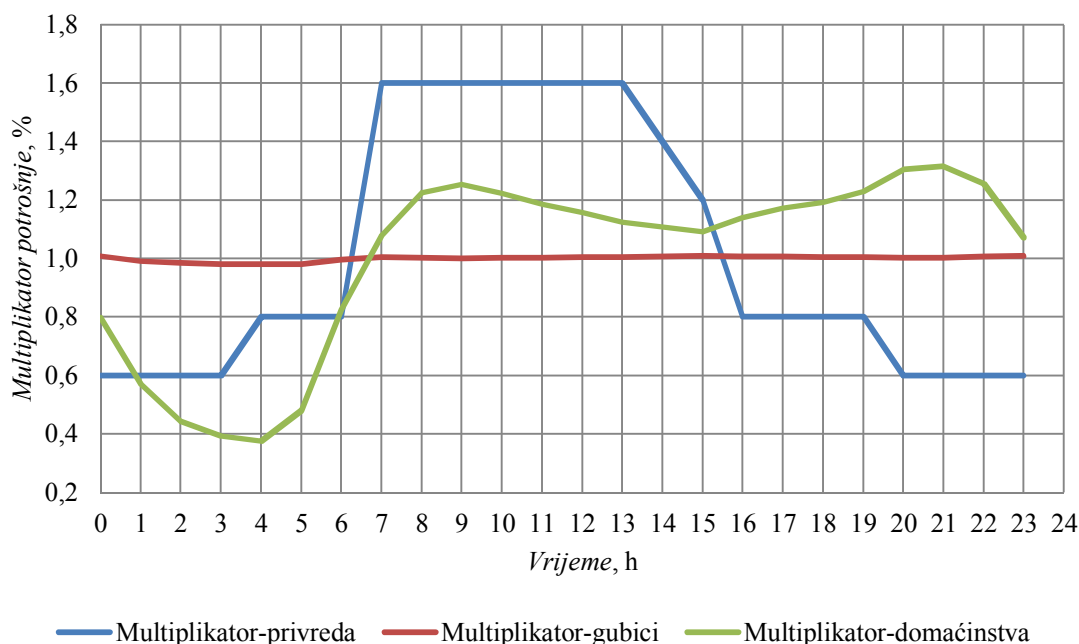
određenom čvoru hidrauličkog modela. U tablici 4.4. prikazane su djelomično, a u prilogu 2. u potpunosti potrošnje u čvorovima podijeljene na domaćinstva i privredu.

**Tablica 4.4.** Prosječna potrošnja po čvorovima i kategorijama potrošača

Čvor J-	Potrošnja-domaćinstva (2+8+22+24), l/min	Potrošnja-privreda (20+21+23), l/min	Potrošnja-ukupno (2+8+20+21+22+23+24), l/min	Čvor J-	Potrošnja-domaćinstva (2+8+22+24), l/min	Potrošnja-privreda (20+21+23), l/min	Potrošnja-ukupno (2+8+20+21+22+23+24), l/min
1	0,04	0,00	0,04	84	0,00	0,00	0,00
2	17,06	4,45	21,50	85	0,00	0,00	0,00
3	39,76	7,01	46,76	86	0,00	0,00	0,00
4	66,99	13,95	80,94	87	0,00	0,00	0,00
5	31,46	23,25	54,71	...	...	...	...
...	...	...	...	160	0,53	0,00	0,53
83	0,00	0,00	0,00	UKUPNO: 2.382 l/min			

*Vremenski uzorak potrošnje* definiran je kao razdioba potrošnje određene kategorije potrošača u vremenu. Za domaćinstva se može očekivati da je potrošnja povećana, odnosno veća od njenog prosjeka, u jutarnjim i večernjim satima kada su pojačane dnevne aktivnosti, dok je ispod prosjeka u noćnim satima. Kod privrednih potrošača je za očekivati povećanu potrošnju u vrijeme radne stanke ili prije kraja radnog vremena, dok se za vrijeme izvan radnog vremena, koje ovisi o vrsti djelatnosti subjekta, očekuju minimalne vrijednosti potrošnje. Prema tome, prvi vremenski uzorak potrošnje za razmatranu DMA kreiran je za domaćinstva, a drugi za privredu. Za kreiranje ovih uzoraka dan je podijeljen na 24 jednosatna vremenska intervala, pri čemu prvi interval započinje u pola noći, tj. u 0 sati. Ukupna prosječna potrošnja unutar DMA dobivena zbrajanjem protoka unutar svih čvorova mreže iznosila je 2.382 l/min. Od toga je potrošnja domaćinstava bila 2.179 l/min ili 92%, a potrošnja privrede 203 l/min ili 8% ukupne potrošnje unutar DMA. Prosječni protok na ulazu u DMA iznosio je 3.013 l/min, a nakon što je od njega oduzeta ukupna potrošnja, dobiveni su prosječni gubici u iznosu od 632 l/min. Ovi odnosi omogućili su izračunavanje prosječnog vremenskog uzorka potrošnje iz vremenske razdiobe protoka koji je izmjeren na ulazu u zonu i to na način da je najprije teorijski postavljena vremenska distribucija potrošnje privrede, a nakon toga, pomoću veze tlaka koji je također mjereno u kontinuitetu i protoka curenja, distribucija gubitaka unutar promatranog vremena. Potrošnja po domaćinstvima dobivena je na kraju odbijanjem veličina potrošnje privrede i gubitaka od ukupnog

protoka na ulazu u zonu, kako je grafički prikazano na slici 4.13., što je utemeljeno na podacima prikazanim u tablici priloga 3.



**Slika 4.13.** Prikaz multiplikatora potrošnje za vremenski uzorak hidrauličkog modela – vremenska razdioba potrošnje privrede, gubitaka vode i potrošnje domaćinstava

Istjecanje vode iz mreže uslijed curenja cjevovoda DMA aproksimirano je pretpostavkom njegove jednolike raspodjele po čvorovima mreže. Budući da su prosječni gubici unutar 160 čvorova iznosili 632 l/min, slijedi da je iz svakog čvora nekontrolirano istjecalo

$$q_{WL} = \frac{632}{160} = 3,947 \frac{1}{\text{min}} \quad (4.1)$$

vode. Ova veličina dodijeljena je u *Flex*-tablici hidrauličkog modela svakom čvoru uz vremenski uzorak potrošnje prikazan na slici 4.13.

Podaci o cjevovodima preuzeti su iz postojećeg GIS-a vodoopskrbe, a podijeljeni su na geodetske i atributne. Geodetski podaci odnose se na koordinate cjevovoda i njihov smještaj u prostoru. Budući da bilo koji cjevovod spaja dva čvora, njegov položaj u prostoru određen je krajnjim čvorovima i oblikom samog cjevovoda. Cjevovodi hidrauličkog modela preslikani su iz ESRI Shape™ datoteka dijela GIS-a danog slikom 4.14. U hidrauličkom modelu definirano je 199 cijevi koje su označene simbolima P-1, P-2, ..., P-199.





$$\mu_{pH} = 5,3 \text{ bar} , \quad (4.2)$$

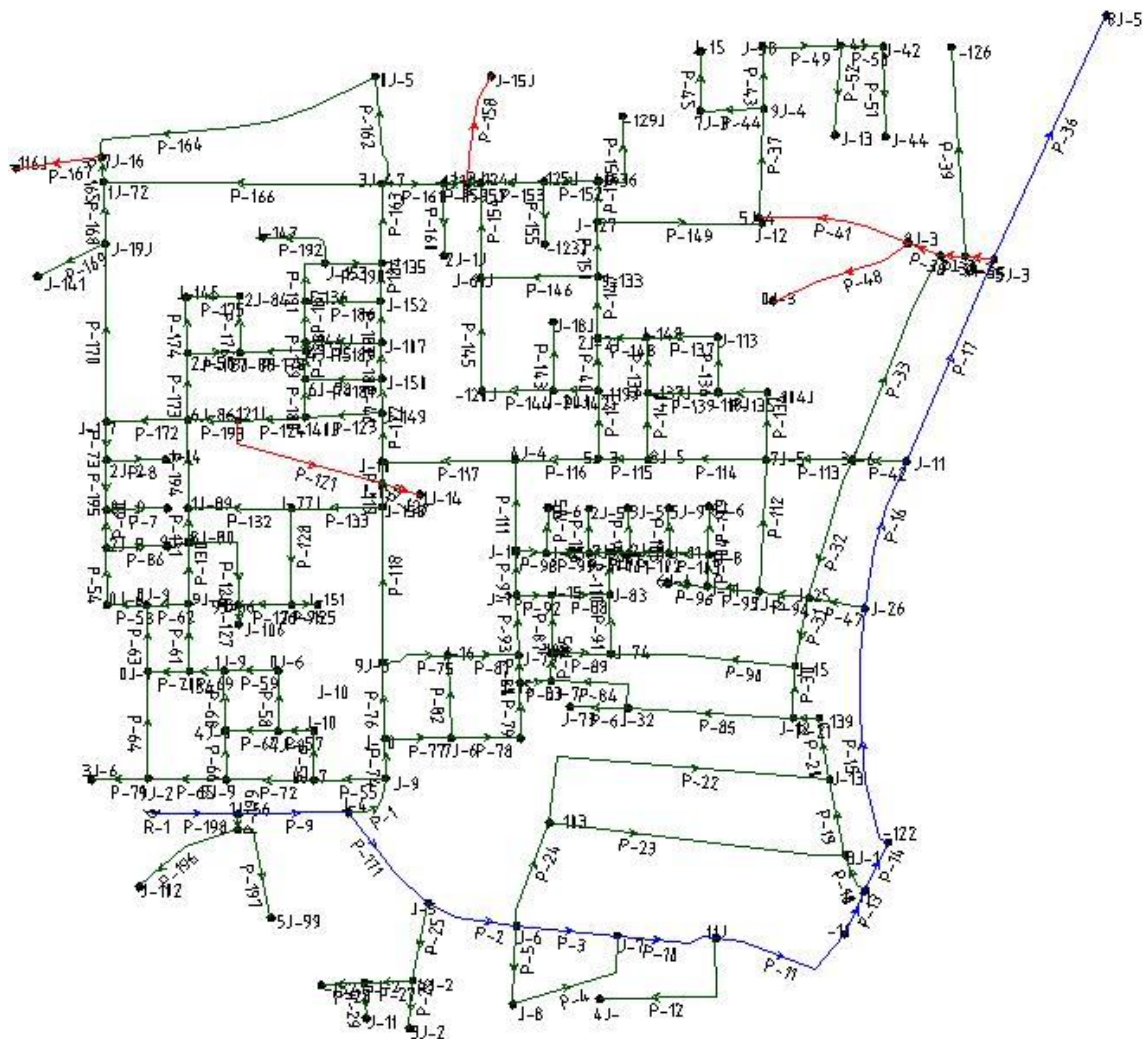
uz standardnu devijaciju od

$$\sigma_{pH} = 0,2 \text{ bar} . \quad (4.3)$$

Iz ovoga razloga je visina stupca vode u vodospremi postavljena kao vremenski konstantna vrijednost:

$$\Delta H = 53 \text{ m} . \quad (4.4)$$

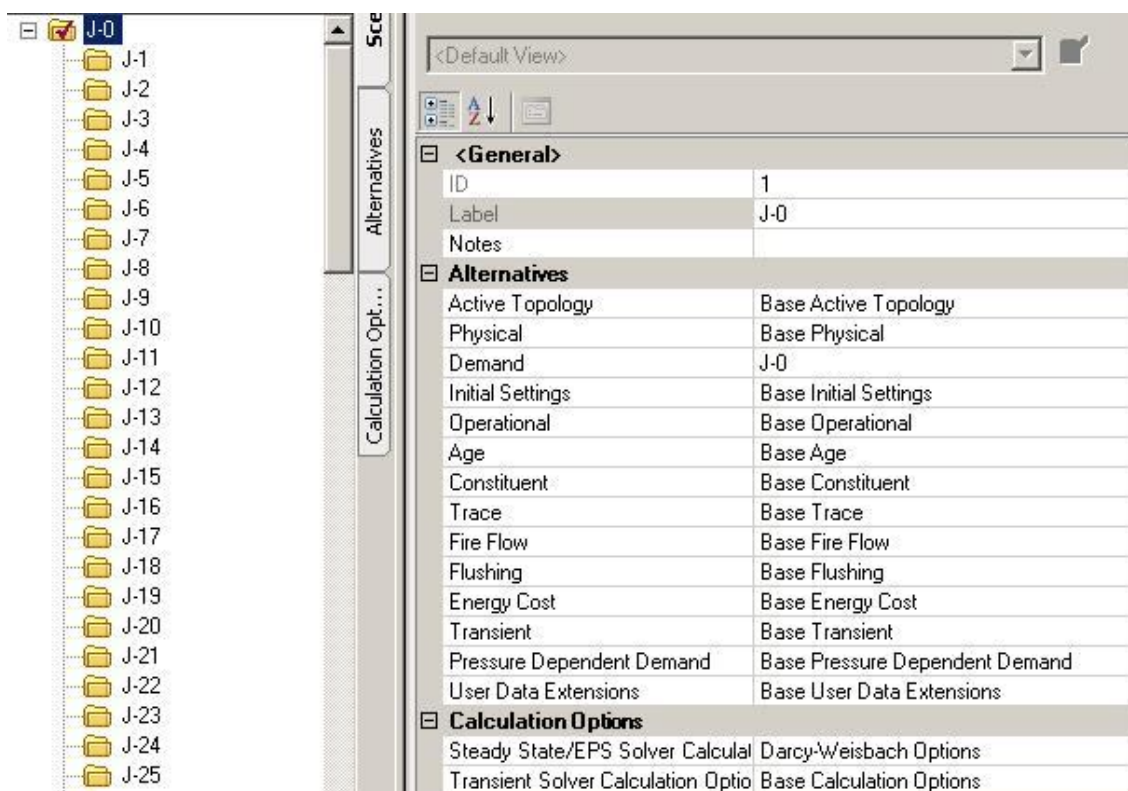
Konačni prikaz kreiranog hidrauličkog modela dan je na slici 4.15.



Slika 4.15. Hidraulički model DMA

#### 4.4. Uvođenje scenarija za simultanu hidrauličku analizu različitih slučajeva puknuća cjevovoda

Da bi se dobili podaci, odnosno vrijednosti ulaznih i izlaznih veličina koje koristi neuronska mreža, na hidrauličkom modelu je provedena simulacija velikog broja različitih slučajeva puknuća i uslijed toga nastalog curenja unutar vodovodne mreže. U tu svrhu korišten je Bentley WaterGEMS V8 XM™ alat za upravljanje *scenarijima* (engl. Scenario Management). Svaki scenarij definiran je kao skup od četrnaest *alternativa* od kojih svaka predstavlja po jednu grupu stvarnih podataka modela, pri čemu rezultati proračuna scenarija ovise o odabranoj opciji proračuna (engl. Calculation Options), kako je prikazano na slici 4.16.



Slika 4.16. Struktura scenarija hidrauličkog modela

Alternative, odnosno scenariji, ovisno o načinu na koji su kreirane, mogu biti osnovne (engl. Base) ili izvedene. U prvom slučaju, alternative, odnosno scenariji su kreirani samostalno, a u drugom slučaju se izvode iz osnovnih alternativa, odnosno scenarija od kojih nasljeđuju sva svojstva, pri čemu se ta svojstva mogu nakon toga neovisno mijenjati. Nova alternativa ili scenarij može se, osim iz osnovne, kreirati i iz

izvedene alternative ili scenarija, koji se zbog toga kao i osnovna alternativa i scenarij, naziva alternativa ili scenarij roditelj (engl. Parent), dok se svaka druga alternativa ili scenarij naziva dijete (engl. Child).

U inicijalnom eksperimentalnom hidrauličkom modelu, kod kojega se pretpostavlja konstantna potrošnja koja zajedno s konstantnim gubicima daje konstantan protok na ulazu u DMA u iznosu izračunanog prosječnog protoka, su iz osnovne alternative J-0 kreirane sve ostale alternative J-1 do J-160, kod kojih je nakon toga mijenjano svojstvo potrošnje dodavanjem gubitaka u odgovarajućem čvoru. Na sličan način su iz scenarija J-0 izvedeni scenariji J-1 do J-160 kod kojih je alternativa potrošnja (engl. Demand) promijenjena iz J-0 u J-1 do J-160 ovisno o tome na koji čvor se scenarij odnosi. Na ovaj način je curenje uslijed puknuća cjevovoda simulirano dodatnom potrošnjom, tako da se scenariji, od kojih svaki predstavlja puknuće u jednome od čvorova mreže, međusobno razlikuju isključivo u potrošnji koja je definirana u alternativni potrošnja. Svrha inicijalnog modela je uspostaviti sustav scenarija hidrauličkog modela u cilju dobivanja izlaznih podataka koje koriste neuronske mreže kao svoje ulaze.

Prvi i osnovni scenarij označen s J-0 podrazumijeva stanje u slučaju kada se ne pojavljuju dodatna curenja unutar DMA, tako da on, kako je vidljivo na slici 4.16., sadrži alternativu potrošnje s istom oznakom J-0. Svaki slijedeći scenarij od J-1 do J-160 sadrži istoimene alternative potrošnje. Ove alternative, za razliku od alternative J-0, sadrže dodatnu potrošnju u čvoru po kojemu su imenovane s količinom curenja vode koja se želi simulirati. Na slici 4.17. dan je primjer strukture alternative J-3, gdje je vidljiva dodatna potrošnja od 600 l/min s uzorkom potrošnje *Gubici*, tako da je isključivo potrošnja u čvoru J-3 lokalnog karaktera (što je naznačeno kvačicom u stupcu "\*"), tj. potrošnje u svim čvorovima scenarija i alternative J-3 su, osim u čvoru J-3, identične potrošnjama iz osnovnog scenarija J-0.

Junction	Hydrant	Tank	Surge Tank	ID	Label	Demand Collection	Unit Demand Collection
27: J-1	<input type="checkbox"/>			27	J-1	<Collection: 3 items>	<Collec...
28: J-2	<input type="checkbox"/>			28	J-2	<Collection: 3 items>	<Collec...
29: J-3	<input checked="" type="checkbox"/>			29	J-3	<Collection: 4 items>	<Collec...
30: J-4	<input type="checkbox"/>			30	J-4	<Collection: 3 items>	<Collec...
31: J-5	<input type="checkbox"/>			31	J-5	<Collection: 3 items>	<Collec...
32: J-6	<input type="checkbox"/>			32	J-6	<Collection: 3 items>	<Collec...
33: J-7	<input type="checkbox"/>			33	J-7	<Collection: 3 items>	<Collec...
34: J-8	<input type="checkbox"/>			34	J-8	<Collection: 3 items>	<Collec...

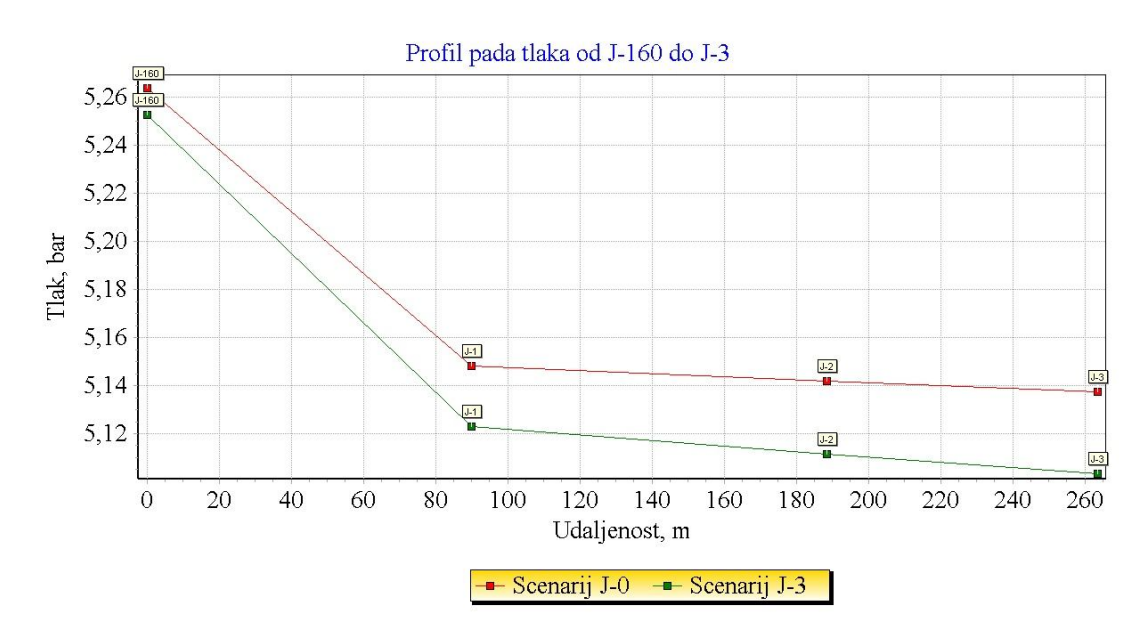
  

Demands		Unit Demands
	Demand (Base) (L/min)	Pattern (Demand)
1	39,76	Domaćinstva
2	7,01	Privreda
3	5,23	Gubici
4	600,00	Gubici
*		

Slika 4.17. Primjer strukture alternative potrošnje hidrauličkog modela

Hidraulički proračun simuliranog modela moguće je softverski provesti simultano (engl. Batch Run) za sve scenarije od J-0 do J-160. Iz proračuna slijede vrijednosti veličina protoka i tlakova koje se uzimaju kao ulazne varijable neuronske mreže, od koje se u konačnici očekuje dobivanje izlaznih vrijednosti detekcije i lociranja nastalog curenja unutar eksperimentalne DMA. Nakon što je proveden hidraulički proračun svih scenarija moguće je unutar cijelog ili dijela hidrauličkog modela prikazati hidraulički profil bitnih veličina, tj. protoka i tlaka za svaki scenarij. To je pokazano na slikama 4.18. do 4.20. za varijable tlaka od ulaza u DMA do triju lokacija na kojima se nalaze referentni čvorovi kod osnovnog scenarija J-0.

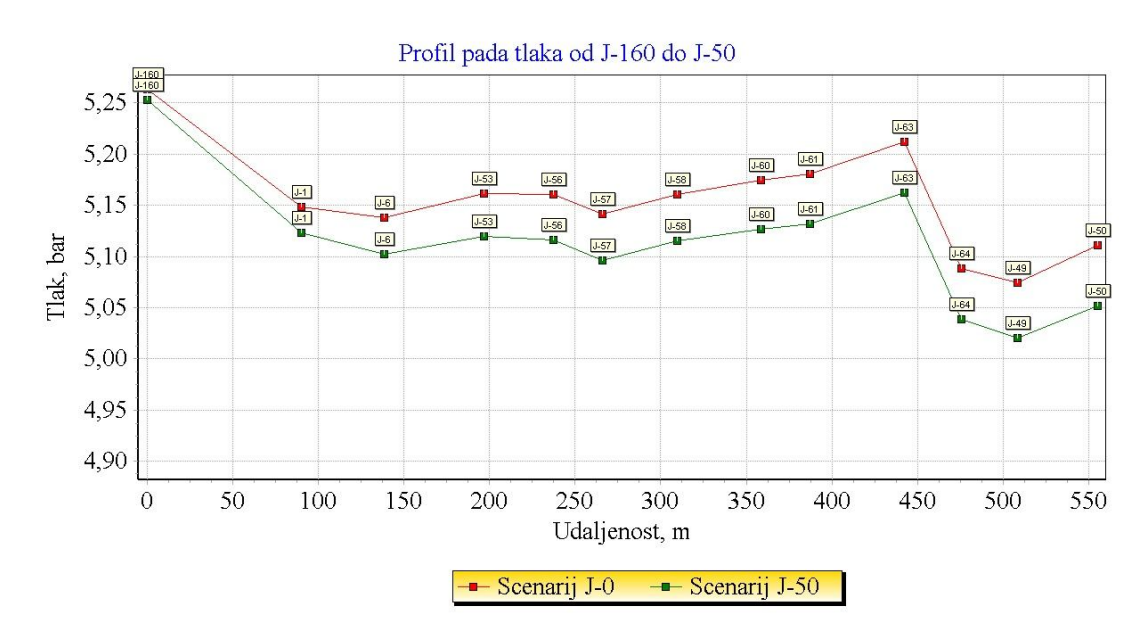
Pad tlaka od čvora J-160, tj. ulaza u zonu do čvora J-3 moguće je razmatrati samo na jednoj dionici, a budući da on ovisi o duljini te dionice koja iznosi 260 m, ima relativno male vrijednosti koje se kreću oko 0,13 bara. Promjena pada tlaka, uslijed dodatnog istjecanja vode u količini 600 l/min u čvoru J-3, je oko 0,03 bara. Povećanjem količine istjecanja vode u čvoru J-3 ova vrijednost raste.



**Slika 4.18.** Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-3

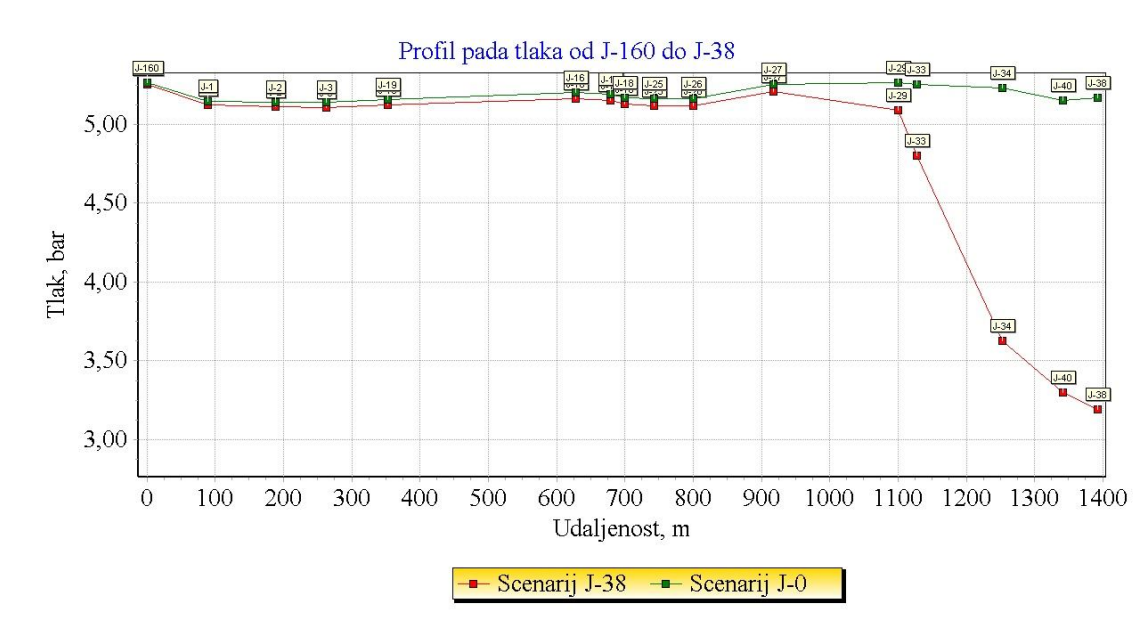
Postoji više dionica cjevovoda koje povezuju čvorove J-0 i J-50. Na slici 4.19. odabrana je i prikazana jedna dionica kod koje na jednom dijelu dolazi do suprotnog smjera strujanja vode od pretpostavljenog, što uzrokuje negativan pad tlaka unutar cjevovoda. Međutim, kroz ovu, kao i kroz ostale dionice koje povezuju ove čvorove, ukupan pad tlaka je oko 0,14 bara, dok je promjena pada tlaka, uslijed dodatnog

istjecanja vode od 600 l/min u čvoru J-50 oko 0,05 bara, koja se povećava proporcionalno povećanju količine istjecanja vode.



Slika 4.19. Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-50

Hidraulika odabrane dionice od ulaznog čvora J-160 do J-38 pokazuje kod puknuća u obuhvatu čvora J-38 od 1100-tog do 1400-tog metra cjevovoda nagli pad tlaka od gotovo 1,5 bar. To je posljedica malog promjera cijevi oznake P-41 od 80 mm, gdje je ova cijev jedini transportni put do čvora J-38, te predstavlja hidraulički najkritičniju točku unutar DMA.



Slika 4.20. Profili pada tlaka proizvoljne dionice cjevovoda za scenarije puknuća J-0 i J-38

## 4.5. Definiranje scenarija puknuća cjevovoda za generiranje ulaznih podataka u umjetne neuronske mreže

Da bi se ostvarilo maksimalno približavanje hidrauličkog modela stvarnom stanju na vodoopskrbnoj mreži konačni hidraulički model oblikovan je postavljanjem 366 različitih scenarija od kojih svaki predstavlja jedan dan u razmatranoj prestupnoj 2008. godini s mjerenjima utvrđenim zasebnim vrijednostima protoka i tlaka, te dinamikom, tj. uzorkom potrošnje. Puknuća cjevovoda se simuliraju u svakom od 160 čvorova na način da se jedno puknuće u obuhvatu određenog čvora pridružuje jednom danu. Na ovaj način je u 160 dana ostvareno isto toliko puknuća, dok za vrijeme preostalih 206 dana nije bilo puknuća.

Navedenih 366 scenarija iz jedne godine postavljeno je za 4 različite pretpostavljene vrijednosti gubitka vode uslijed puknuća  $q_{pb}$ . Prva vrijednost je najmanji protok istjecanja iz cijevi kod kojega dolazi do značajne promjene veličina protoka i tlakova unutar mreže. Druga vrijednost je 2 puta veća protok od najmanjeg protoka, treća je veća od inicijalnog protoka 5 puta, a četvrta 10 puta. Kod postavljanja ovih vrijednosti potrebno je voditi računa da je minimalna vrijednost protoka puknuća statistički značajna u smislu promjene promatranih protoka i tlakova, te da je maksimalna vrijednost fizikalno utemeljena i realna.

Inicijalno prikazana hidraulička analiza provedena je za količinu istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda u iznosu

$$q_{pb, \min} = 600 \frac{\text{l}}{\text{min}}, \quad (4.5)$$

koji je procijenjen kao minimalna vrijednost istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda za koju se ostvaruju statistički značajne promjene vrijednosti protoka i tlakova u sustavu. Ovu vrijednost, koja je pretpostavljena na temelju preliminarnih scenarija puknuća metodom pokušaja za različite protoke curenja i provjere promjene veličina protoka i tlakova, potrebno je statistički verificirati u granicama od 95% povjerenja. Ukoliko se pokaže da se, za ovu vrijednost curenja, promjene protoka i tlakova proizašle iz hidrauličke simulacije na modelu ne mijenjaju statistički značajno, ona se postupno povećava za 300 l/min sve dok se ne dobije zadovoljavajući inicijalni najmanji protok. S druge strane, ako se za curenje od 600 l/min ustanovi značajna promjena protoka i

tlakova unutar DMA, potrebno je provesti statističku provjeru za manju vrijednost protoka u iznosu od 300 l/min.

Izlazne varijable iz hidrauličkog modela su:

- $q$ , l/min – protok vode na ulazu u DMA u Horvaćanskoj ulici
- $p_H$ , bar – tlak na ulazu u DMA u Horvaćanskoj ulici
- $p_R$ , bar – tlak na lokaciji Romićeva ulica
- $p_C$ , bar – tlak na lokaciji Cvijićeva ulica
- $p_O$ , bar – tlak na lokaciji Omiška ulica.

One se razmatraju u 2008. godini od 366 dana koji su podijeljeni na 24 jednosatna intervala, tako da svaka veličina poprima  $24 \cdot 366 = 8784$  različitih vrijednosti. Od njih se, za sve protoke i tlakove zasebno, formiraju po dva različita skupa. Prvi skup sadrži one dane u kojima nije došlo do puknuća cjevovoda, dok drugi skup sadrži dane za vrijeme kojih se dogodilo puknuće na jednom od čvornih mjesta mreže. Dakle, skup od 366 dana preslikava se na skup od 160 čvorova, gdje različitim danima odgovaraju različiti čvorovi, pri čemu su svi čvorovi iskorišteni za simulaciju puknuća. Skup vrijednosti za svaku od fizikalnih veličina koja sadrži dane bez puknuća je veličine  $(366 - 160) \cdot 24 = 4944$  elementa. Nasuprot tome, skup vrijednosti fizikalne veličine koji obuhvaća dane kada je nastalo puknuće cjevovoda ima  $160 \cdot 24 = 3840$  elemenata.

Da bi se dobili statistički skupovi čiji elementi zadovoljavaju normalnu razdiobu u svrhu postavljanja intervalne procjene, za sve veličine protoka i tlakova provodi se slučajni odabir podskupova od 24 elementa, te se izračunava njihova aritmetička sredina, standardna devijacija i područje povjerenja sa signifikantnošću od 5%, što predstavlja vjerojatnost da će vrijednost koja izađe iz granica povjerenja usprkos drugačijem očekivanju biti slučajna pojava [77, 78]. Veličina uzorka od 24 elementa, zbog težnje samih elemenata protoka i tlakova normalnoj razdiobi, smatra se dovoljno pouzdanom da bi skup uzoraka dao zadovoljavajuću intervalnu procjenu. Procijenjena srednja vrijednost veličina  $X = q, p_H, p_R, p_C$  ili  $p_O$  dobiva se iz:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, N = 4944 \text{ ili } N = 3840, \quad (4.6)$$

a standardna devijacija pomoću izraza:



$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}, N = 4944 \text{ ili } N = 3840, \quad (4.7)$$

gdje je veličina  $N$  brojnost promatranog skupa elemenata koji mogu biti dani sa i dani bez puknuća cjevovoda. Interval povjerenja za signifikantnost od  $\alpha = 0,05$  jednak je

$$\mu \pm 2\sigma_c, \quad (4.8)$$

gdje je

$$\sigma_c = \frac{\sigma}{\sqrt{24-1}}. \quad (4.9)$$

Značajno odstupanje vrijednosti određene veličine protoka ili tlaka koje su posljedica puknuća cjevovoda od vrijednosti iste veličine kada puknuća ne bi bilo procjenjuje se kao razlika aritmetičkih sredina ovih skupova  $\Delta\mu$  koja mora zadovoljavati relaciju:

$$|\Delta\mu| > 2\sigma_c. \quad (4.10)$$

Ukoliko gornja nejednakost nije zadovoljena zadržava se početna hipoteza o jednakosti skupova dana sa i bez puknuća cjevovoda. Usvojeno je da je minimalna statistički značajna vrijednost istjecanja vode zbog puknuća cjevovoda ona koja uzrokuje statistički značajnu promjenu 4 od ukupno 5 veličina protoka i tlakova iz razloga što se traženi rezultati mogu očekivati za poznate veličine tlaka na minimalno tri različite lokacije.

Maksimalna veličina za koju se provodi istraživanje određuje se aproksimativno pretpostavljanjem velikog puknuća cjevovoda promjera 100 milimetara, budući da se ovaj promjer smatra minimalnim u sustavu opskrbnih cjevovoda. Pod velikim puknućem se pretpostavlja događaj potpunog loma cijevi, te istjecanje vode u profilu koji odgovara profilu cjevovoda. Pretpostavlja se prosječni tlak istjecanja vode od 2,5 bara, tj. 25 m v. s. koji je posljedica smanjenja prosječnog tlaka od 5,3 bara zbog puknuća. Torricellijev izraz (3.32) za slučaj istjecanja kapljevine iz spremnika, čija se udaljenost  $H$  razine kapljevine od otvora može uzeti kao ekvivalent tlaka unutar cjevovoda izražen u metrima vodenog stupca, daje brzinu istjecanja vode:

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 25} \approx 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (4.11)$$

Protok za otvor promjera 100 mm, ako se zbog orijentacijskog karaktera proračuna zanemari koeficijent istjecanja  $C_d$ , iznosi:

$$q_{pb, \max} \approx \frac{D^2 \pi}{4} v = \frac{0,1^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 22 = 0,173 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 10367 \frac{\text{l}}{\text{min}}. \quad (4.12)$$

Kod provođenja eksperimenta je vođeno računa da posljednje i najveće curenje, koje je pretpostavljeno kao 10 puta veća količina vode od početnog najmanjeg protoka curenja, ne premaši ovu vrijednost.

## 4.6. Definiranje i primjena neuronskih mreža za detekciju puknuća cjevovoda

Postavljanje modela umjetnih neuronskih mreža u svrhu detekcije puknuća cjevovoda uvjetovano je strukturom podataka dobivenih simuliranjem različitih hidrauličkih stanja DMA, a zasnovano je na modulu SANN (skr. od engl. Statistica Automated Neural Networks) programskog paketa STATISTICA 8.0. Razmatrani problem je nelinearnog karaktera i predstavlja međuovisnost više ulaznih i jedne izlazne veličine. Ulazne varijable neuronske mreže su:  $\Delta t$ , h – vremenski period unutar dana, te  $q$ , l/min;  $p_H$ , bar;  $p_R$ , bar;  $p_C$ , bar;  $p_O$ , bar; dok je izlazna varijabla:  $s$ , 0 (ne postoji puknuće) ili 1 (postoji puknuće) – stanje puknuća.

Prva ulazna varijabla je vremenski period koji je predstavljen početnim satom jednosatnog vremenskog intervala. Uvođenje ove varijable uvjetovano je EPS (engl. Extended Period Simulation) pristupom, tj. razmatranjem dnevnih potrošnji u cijelosti s uvedenom dinamikom potrošnje. Ostale ulazne varijable protoka i tlakova slijede izravno iz rezultata hidrauličke simulacije. Izlazna varijabla  $s$  neuronske mreže poprima vrijednosti 0 ili 1, pri čemu 0 označava da se za promatrani vremenski interval nije dogodilo puknuće, dok 1 govori da je u istom intervalu nastalo puknuće cjevovoda.

Ulazna veličina  $\Delta t$  prikazuje se pomoću 24 ulaza binarnog karaktera. Veličine  $q$ ,  $p_H$ ,  $p_R$ ,  $p_O$  i  $p_C$  su diskretne, te im odgovara po jedan ulaz. Ukupan broj ulaza u mrežu iznosi 29. Broj neurona skrivenog sloja  $X$  dobiva se eksperimentom neuronskih mreža, koje daju najbolje rezultate za zadani problem. Ove veličine rezultat su procjene koja uzima u obzir optimum između najboljih očekivanih rezultata i računalnih mogućnosti. Željena varijabla  $s$  ima binarni karakter, a ispitivanje neuronskih mreža provedeno je za područje mreža klasifikacijskog tipa (engl. Classification), tako da je broj izlaznih

neurona jednak 2. Ovisno o tipu, te o broju ulaznih, skrivenih i izlaznih neurona sve neuronske mreže imaju oznake 29-X-2.

Budući da nije bilo prethodnih podataka o efikasnosti pojedinih tipova mreža u razmatranje su uzete neuronske mreže s po jednim skrivenim slojem neurona, što je prema [79] usvojeno kao dovoljno za preslikavanje ulaznih u izlazne podatke uz uvjet uvođenja dovoljnog broja neurona u skriveni sloj. Kako bi se dobili najbolji mogući rezultati mreže su testirane prema parametrima koje je dao softver, pri čemu su minimalni i maksimalni brojevi neurona skrivenog sloja neuronskih mreža bili 3 i 11. Broj treniranih neuronskih mreža bio je 20, a zadržano je njih 5 koje su dale najbolje rezultate.

Za skriveni kao i za izlazni sloj neurona ostavljena je mogućnost odabira više aktivacijskih funkcija, te su osim linearne za  $K = 1$  i sigmoidalne funkcije, prema (2.133) i (2.132), korištene logistička sigmoidalna, tangens hiperbolna, eksponencijalna negativna, sinus, softmax i Gaussova funkcija, koje su dane u tablici 2.4. Kao funkcije pogreške korišteni su zbroj kvadrata odstupanja – SOS (engl. skr. od Sum Of Squares,) stvarnih rezultata od rezultata koje daje neuronska mreža i unakrsna entropija – CE (engl. skr. od Cross Entropy) koju je moguće koristiti isključivo kod klasifikacijskih problema. Za razliku od funkcije pogreške SOS koja, ako se željene vrijednosti varijable  $s$  označe sa  $s_T$  (engl. Target), a neuronskom mrežom dobivene vrijednosti iste varijable sa  $s_O$  (engl. Output), prema (2.134), ima oblik

$$E_{\text{SOS}}(s) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (s_{O,n} - s_{T,n})^2, \quad (4.13)$$

funkcija pogreške CE glasi

$$E_{\text{CE}}(s) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N s_{T,n} \ln \left( \frac{s_{O,n}}{s_{T,n}} \right). \quad (4.14)$$

Funkcija SOS pretpostavlja da su ciljane vrijednosti izlazne varijable  $s_T$  pokoravaju normalnoj distribuciji, dok je u slučaju funkcije CE osnovna pretpostavka da je  $s_T$  izveden iz multinomne distribucije. Podešavanje težinskih koeficijenata neuronske mreže ograničeno je za skriveni i za izlazni sloj na minimalnu vrijednosti 0,0001, te maksimalnu vrijednost 0,001.

Pristup modeliranju neuronskih mreža zasnovan je na principu ostvarivanja najbolje moguće klasifikacije varijabli koje se odnose na pojedini sat u godini. Ove

varijable strukturirane su u ukupno 8784 slučaja, tj. 366 uzoraka s po 24 sata, koji čine 4 zasebna skupa neuronske mreže za svaku hidrauličku simulaciju određena zasebnim protocima puknuća, kako je djelomično prikazano u tablici 4.5. Primjerice, u prvom retku tablice prikazan je prvi dan i prvi (nulti) sat u godini u kojemu nije nastalo puknuće te je stanje curenja jednako 0, dok je u zadnjem retku tablice prikazan zadnji dan i zadnji sat u godini u kojemu se je puknuće dogodilo, što je vidljivo iz stanja curenja koje je jednako 1.

**Tablica 4.5.** Djelomični prikaz slučajeva hidrauličke simulacije puknuća cjevovoda za određenu vrijednost količine curenja uslijed puknuća  $q_{pb}$ , l/min

Eksperimentalne varijable		Ulazne varijable SANN					Izlazne varijable SANN	Varijabla tipa podskupa
Broj uzorka-dana-scenarija	$\Delta t$ - Vremenski interval od, h	$q$ , l/min	$p_H$ , bar	$p_R$ , bar	$p_O$ , bar	$p_C$ , bar	$s=0$ ili 1	$c=U$ ili $T$ ili $V$
1	0	2010	5,3	5,2	5,1	5,2	0	$U$
1	1	1920	5,3	5,2	5,1	5,2	0	$U$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
334	23	4358	5,2	5,0	4,9	5,0	1	$T$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
366	23	3751	5,2	5,1	5,1	5,1	1	$V$

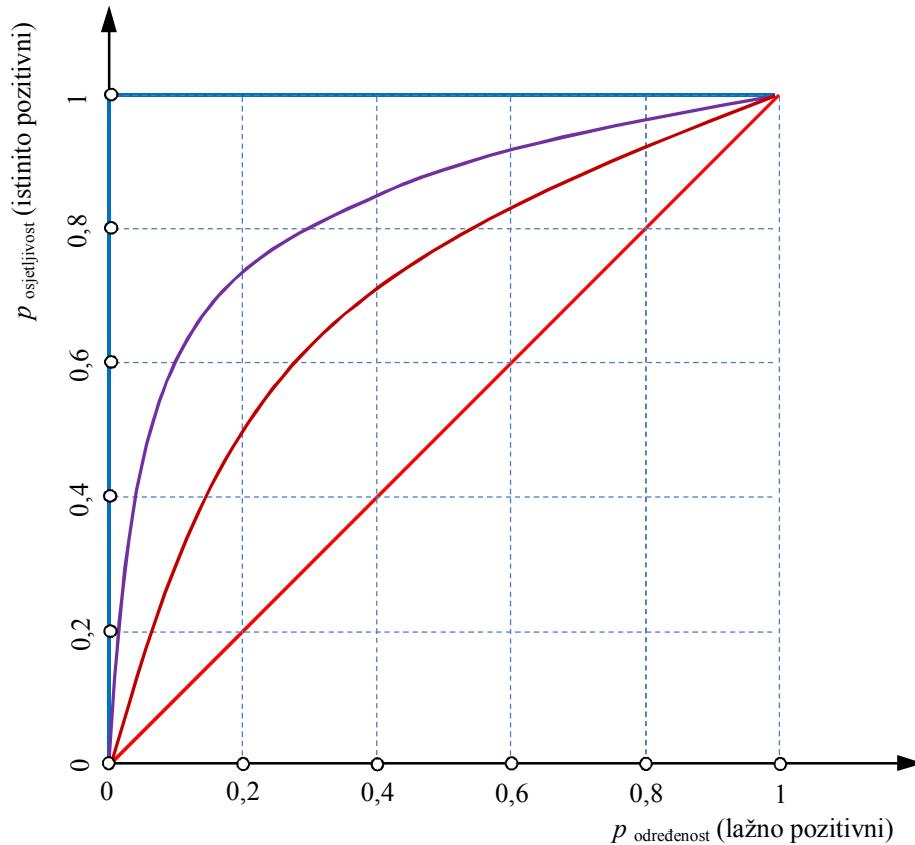
Osnovna karakteristika svake neuronske mreže je njena sposobnost generalizacije rezultata, pod čime se podrazumijeva točnost predviđanja podataka koji nisu korišteni tijekom učenja mreže. Podaci koji se sastoje od ulaznih i izlaznih veličina u jednom danu i jednom satu tog dana su podijeljeni na tri podskupa ili uzorka podataka:  $U$ -učenje,  $T$ -testiranje i  $V$ -validacija. Ove tri kategorije su unutar neuronskih mreža predstavljene kao varijabla  $c$  koja poprima jednu od te tri vrijednosti, kako je prikazano u tablici 4.5. Uzorak  $U$  korišten je za učenje neuronske mreže,  $T$  za provjeravanje karakteristika mreža za vrijeme njenog testiranja, dok se uzorkom  $V$  provodila validacija neuronske mreže u predviđanju izlaznih vrijednosti iz novih podataka. Budući da je svrha i cilj omogućiti detekciju mjesta puknuća cijevi na mreži, skup za učenje uvijek se sastoji od vremenski starijih podataka, dok su podaci za testiranje i validaciju neuronske mreže vremenski noviji podaci iz bliže prošlosti. Skup za učenje obuhvaća prvih 7032 slučajeva, skup za testiranje narednih 876, te skup za validaciju posljednjih 876 slučajeva.

Prvi korak u analizi točnosti zadržanih 5 neuronskih mreža je kreiranje za svaku mrežu zasebnog sažetka točnosti i to za učenje, testiranje i validaciju. Osnovna mjera

točnosti bio je stupanj klasifikacije koji predstavlja udio slučajeva koji su točno klasificirani u ukupnom broju promatranih slučajeva. Svaka mreža određena je algoritmom učenja, funkcijom pogreške, te aktivacijskim funkcijama skrivenog i izlaznog sloja neuronske mreže.

Detaljnija analiza točnosti klasifikacijskih neuronskih mreža, posebice u odnosu na njihova generalizacijska svojstva provedena je analizom tablice konfuzije (engl. Confusion Matrix) i sažetka klasifikacije (engl. Classification summary), koje odražavaju postotak točno klasificiranih slučajeva po kategorijama. U svrhu uočavanja signifikantnosti ulaznih varijabli za svaku zadržanu neuronsku mrežu provedena je globalna analiza osjetljivosti (engl. Global sensitivity analysis). Na ovaj način testira se koliki je porast pogreške mreže zbog promjene svake od njenih ulaznih veličina. Postupak se sastoji u sukcesivnim zamjenama pojedinih vrijednosti svake od veličina njenim srednjim vrijednostima, te bilježenjem nastale pogreške. Ukoliko nakon toga dolazi do značajnog povećanja pogreške zaključuje se da je riječ o utjecajnoj ulaznoj veličini. U suprotnom slučaju veličina je slabo utjecajna, ili u krajnjem slučaju ima utjecaj smetnje na učinkovitost mreže. Faktor osjetljivosti neuronske mreže na određenu varijablu je omjer pogreške mreže pri ispuštanju te varijable i pogreške mreže kod njenog zadržavanja. Tako, veći faktor osjetljivosti implicira veću značajnost varijable, i obrnuto. Ukoliko se ova vrijednost dobije u iznosu manjem od jedan, to predstavlja indikator koji govori da bi mreža u slučaju uklanjanja varijable postala učinkovitija.

Krajnja provjera ostvarenosti cilja neuronskih mreža, tj. prepoznavanja pojava puknuća cjevovoda na osnovi ulaznih varijabli protoka i tlakova ostvarena je tablicama (engl. Prediction spreadsheet) u koje su uključene vrijednosti ulaznih varijabli, izlaznih stvarnih i neuronskim mrežama ostvarenih izlaznih varijabli, te točnost rezultata. Na temelju vrijednosti stvarnih i dobivenih vrijednosti konstruirane su operative karakteristike ROC (skr. engl. Receiver Operating Characteristic) koje su zasnovane na statističkoj analizi. ROC krivulje predstavljaju grafički prikaz odnosa osjetljivosti i određenosti podataka (slika 4.21).



Slika 4.21. ROC – Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža

U tablici 4.6. prikazane su frekvencije pojavljivanja stvarnih, tj. ciljanih  $s_T$  i dobivenih vrijednosti  $s_O$  varijable  $s$ . Iz tih frekvencija definira se osjetljivost kao omjer:

$$p_{\text{osjetljivost}} = \frac{N(s_T = 1, s_O = 1)}{N(s_T = 1, s_O = 1) + N(s_T = 1, s_O = 0)} \quad (4.15)$$

dok je određenost jednaka:

$$p_{\text{određenost}} = \frac{N(s_T = 0, s_O = 1)}{N(s_T = 0, s_O = 1) + N(s_T = 0, s_O = 0)} \quad (4.16)$$

ROC krivulja definirana je funkcijskim odnosom:

$$F_1(p_{\text{osjetljivost}}) + F_2(p_{\text{određenost}}) = 0, \quad (4.17)$$

koji govori da veća približenost krivulje osima apscisa i ordinata koordinatnog sustava implicira veću točnost testa, odnosno bolje karakteristike naučene neuronske mreže, dok suprotnom slučaju krivulja teži pravcu koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava s nagibom od  $45^\circ$ , kako je prikazano na slici 4.21. ROC krivulja konstruirana je za slučajeve učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža.

**Tablica 4.6.** Frekvencije pojavljivanja izlazne varijable  $s$  za stvarne  $s_T$  i dobivene vrijednosti  $s_o$ 

$s$	$s_T=1$	$s_T=0$	$s_{uk}$
$s_o=1$	$N(s_T=1, s_o=1)$	$N(s_T=0, s_o=1)$	$N(s_T=1, s_o=1)+$ $N(s_T=0, s_o=1)$
$s_o=0$	$N(s_T=1, s_o=0)$	$N(s_T=0, s_o=0)$	$N(s_T=0, s_o=1)+$ $N(s_T=0, s_o=0)$
$s_{uk}$	$N(s_T=1, s_o=1)+$ $N(s_T=1, s_o=0)$	$N(s_T=0, s_o=1)+ N(s_T=0,$ $s_o=0)$	$N(s_T=1, s_o=1)+$ $N(s_T=0, s_o=1)+$ $N(s_T=1, s_o=0)+$ $N(s_T=0, s_o=0)$

Na temelju provedenih analiza neuronskih mreža za svaki slučaj protoka puknuća cjevovoda određena je jedna neuronska mreža s najboljim karakteristikama detekcije puknuća cjevovoda. Za nju je prikazan odnos najutjecajnije ulazne varijable na stvarne i dobivene vrijednosti izlazne varijable  $s$ .

#### 4.7. Definiranje i primjena neuronskih mreža za lociranje puknuća cjevovoda

Model za određivanje lokacije puknuća cjevovoda neuronskim mrežama zasniva se na podacima koji podrazumijevaju stanja izlaznih veličina hidrauličkog modela, tj. ulaznih veličina neuronskih mreža u određenom danu i satu. Pri tome u obradu ulaze isključivo oni podaci koji sadržavaju informaciju da se puknuće dogodilo, tj. slučajevi kada je  $s = 1$ . Zbog toga se iz skupa od  $366 \cdot 24 = 8784$  elemenata uzima u obzir samo njih  $160 \cdot 24 = 3840$  kod kojih je nastala pojava puknuća.

Svaki ovako definirani element sadrži veličine koje postaju ulazne varijable neuronskih mreža:  $\Delta t$ , h ;  $q$ , l/min ;  $p_H$ , bar ;  $p_R$ , bar ;  $p_C$ , bar ;  $p_O$ , bar ; dok su izlazne varijable neuronskih mreža:  $x$ , m – horizontalna relativna koordinata lokacije puknuća i  $y$ , m – vertikalna relativna koordinata lokacije puknuća.

Binarni karakter varijable, odnosno ulaza u mrežu  $\Delta t$ , te diskretnost veličina  $q$ ,  $p_H$ ,  $p_R$ ,  $p_O$  i  $p_C$  uvjetuju 29 ulaza u mrežu. Broj neurona skrivenog sloja dobiva se eksperimentalnim modelima neuronskih mreža koje daju najbolje rezultate za zadani problem. Izlazne varijable u potpunosti definiraju prostorni smještaj puknuća

cjevovoda. Čine ih dvije relativne prostorne koordinate  $x$  i  $y$ , koje su dobivene kao razlike apsolutnih Gauss-Krügerovih koordinata  $X_{R-1}$ , odnosno  $Y_{R-1}$  referentne točke koja je odabrana na lokaciji pseudorezervoara R-1 i apsolutnih Gauss-Krügerovih koordinata  $X$ , odnosno  $Y$  promatrane lokacije, tako da je

$$x = X_{R-1} - X, y = Y_{R-1} - Y. \quad (4.18)$$

Vrijednosti koordinata  $x$  i  $y$  su kontinuiranog karaktera, te izlazni slojevi neuronskih mreža imaju po 2 neurona.

Traženje optimalnog modela provedeno je slično, kao i u slučaju detekcije puknuća cjevovoda, korištenjem modula SANN pomoću kojeg se početno trenira 100 neuronskih mreža od kojih se za daljnju analizu zadržava 5 s najboljim svojstvima. Inicijalno veći broj neuronskih mreža za treniranje nego u slučaju detekcije puknuća cjevovoda korišten je zbog slabije korelacije između ulaznih podataka o protoku i tlakovima s izlaznim podacima o lokaciji puknuća, tj. koordinatama  $x$  i  $y$ . Korištene su mreže s po jednim skrivenim slojem neurona, što je, uz uvjet postojanja dovoljnog broja neurona skrivenog sloja, dovoljno za preslikavanje ulaznih u izlazne podatke [79]. Neuronske mreže, sukladno broju ulaznih neurona, broju  $X$  neurona skrivenog sloja i broju izlaznih neurona, imaju oznaku  $29-X-2$ . Minimalni i maksimalni brojevi neurona mreže bili su 3 i 11. Priroda problema postavljanja odnosa između ulaznih i izlaznih veličina uvjetovala je pristup neuronskim mrežama koje rješavaju regresijski problem (engl. Regression).

Modeliranje neuronskih mreža u svrhu lociranja mjesta puknuća cjevovoda zasnovano je na traženju najbolje korelacije između ulaznih varijabli, tj. vremena  $\Delta t$ , protoka  $q$  i tlakova  $p_H, p_R, p_O, p_C$ , te izlaznih varijabli, tj. koordinata  $x$  i  $y$ . Ove varijable strukturirane su u slučajeve od 160 dana s po 24 sata, odnosno u 3840 slučajeva. Prva 3072 slučaja odabrana su u skup za *U-učenje*, sljedećih 384 za fazu *T-testiranje*, a posljednjih 384 čine skup *V-validacija*. Podjela podataka na tri skupa prvenstveno ima svrhu prevencije pretreniranosti mreže. Struktura ulaznih i izlaznih veličina u neuronske mreže prikazana je u tablici 4.7. Posljednji stupac tablice predstavlja varijablu  $c$  koja poprima vrijednosti  $U, T$  i  $V$ , ovisno o tome kojem podskupu pripada određeni redak s vrijednostima ulaznih i izlaznih veličina.



**Tablica 4.7.** Djelomični prikaz slučajeva hidrauličke simulacije puknuća cjevovoda za određenu vrijednost količine curenja uslijed puknuća  $q_{pb}$ , l/min

Eksperimentalne varijable		Ulazne varijable SANN					Izlazne varijable SANN		Varijabla tipa podskupa
Broj uzorka-dana-scenarija	$\Delta t$ - Vremenski interval od, h	$q$ , l/min	$p_H$ , bar	$p_R$ , bar	$p_O$ , bar	$p_C$ , bar	$x$ -koordinata lokacije curenja, m	$y$ -koordinata lokacije curenja, m	$c=U$ ili $T$ ili $V$
3	0	2699	5,3	5,1	5,1	5,2	160	1	$U$
3	1	2444	5,3	5,1	5,1	5,2	160	1	$U$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
334	23	4358	5,2	5,0	4,9	5,0	-4	170	$T$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
366	23	3751	5,2	5,1	5,1	5,1	70	0	$V$

Analiza točnosti neuronskih mreža u određivanju koordinata lokacije puknuća cjevovoda primarno počiva na kreiranju tablice sažetka analize. Ona, osim koeficijenata korelacije između ciljanih  $x_T$ ,  $y_T$  i ostvarenih vrijednosti  $x_O$ ,  $y_O$  varijabli  $x$  i  $y$  za skupove učenja, testiranja i validacije, sadrži za iste skupove vrijednosti dobivene izračunom funkcije cilja SOS koja prema (2.134) za obje koordinate ima oblik

$$E_{\text{SOS}}(x) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (x_{O,n} - x_{T,n})^2, \quad E_{\text{SOS}}(y) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (y_{O,n} - y_{T,n})^2. \quad (4.19)$$

Ispitivanje neuronskih mreža provedeno je uz mogućnost odabira aktivacijskih funkcija prikazanih u tablici 2.4., tj. linearne funkcije, sigmoidalne, logističke sigmoidalne, tangens hiperbolne, eksponencijalne negativne, te sinus, softmax i Gaussove funkcije. Inicijalno su težinski koeficijenti u sklopu algoritma neuronskih mreža određivani korištenjem generatora slučajnih brojeva. Za skriveni i za izlazni sloj neuronske mreže minimalne vrijednosti težinskih koeficijenata iznosile su 0,0001, a maksimalne 0,001. U svrhu postizanja cilja koji označava mogućnost lociranja mjesta puknuća cijevi na mreži u aktualnom vremenskom trenutku, skup za učenje sastoji se od vremenski starijih podataka, dok su podaci za testiranje i validaciju neuronske mreže vremenski noviji podaci.

Dublja analiza provedena je za 5 najboljih neuronskih mreža, koje su nadalje ispitane s obzirom na točnost dobivenu u prvom koraku iz tablice sažetka točnosti. Ova tablica sadržava podatke s obzirom na skupove za učenje, testiranje i validaciju. Budući da su izlazne varijable  $x$  i  $y$  kontinuirane, a neuronske mreže regresijskog tipa, točnost je

predstavljena kao prosječna vrijednost koeficijenta korelacije između ciljanih i neuronskom mrežom ostvarenih vrijednosti izlaznih varijabli  $x$  i  $y$  na skupovima za učenje, validaciju i treniranje.

U svrhu ispitivanja koliko su neuronske mreže kvalitetno ostvarile povezivanje ulaznih s izlaznim veličinama, uzimajući pri tome u obzir postojeći šum za koji se očekuje da je slučajnog karaktera, provedena je analiza rezidualnih vrijednosti, tj. razlika između ciljanih i neuronskom mrežom dobivenih izlaznih veličina. Ukoliko su ove razlike distribuirane normalno sa srednjom vrijednošću 0 smatra se da je neuronska mreža odbacila šum, a time i stvarnu korelaciju između ulaznih i izlaznih veličina.

Još jasnija slika predviđanja rezultata pomoću neuronskih mreža dobiva se vizualizacijom koeficijenta korelacije ulaznih i izlaznih vrijednosti od  $x$  i  $y$ . Za svaku od ovih varijabli konstruirani su zasebni dijagrami na kojima os apscisa predstavlja ciljane vrijednosti  $x_T$  i  $y_T$ , a os ordinata neuronskim mrežama dobivene vrijednosti  $x_O$  i  $y_O$ . U idealnom slučaju rezultat ovakvog prikaza je pravac s jediničnim koeficijentom nagiba, što je međutim rijetko ostvareno budući da je uz korelaciju ciljanih i dobivenih vrijednosti prisutan određeni šum. Stoga je poželjno dobivati parove vrijednosti koje se rasipaju oko idealnog pravca korelacije.

Konačna prezentacija odstupanja ostvarenih od željenih vrijednosti provedena je izračunom udaljenosti lokacije s koordinatama  $x_O$  i  $y_O$  od lokacije  $x_T$ ,  $y_T$  korištenjem Euklidove udaljenosti za pravokutni koordinatni sustav koja je definirana jednadžbom:

$$l_n(x_{O,n}, y_{O,n}, x_{T,n}, y_{T,n}) = \sqrt{(x_{O,n} - x_{T,n})^2 + (y_{O,n} - y_{T,n})^2}, \quad (4.20)$$

gdje indeks  $n$  predstavlja identifikacijski broj slučaja puknuća cjevovoda. Budući da se rezidualne vrijednosti rasipaju normalno oko nule, može se usvojiti da su udaljenosti  $l_n$  distribuirane normalno. Za svaku neuronsku mrežu uključujući i ansambl tih mreža, tj. njihov zajednički rad uz postizanje prosječnih izlaznih vrijednosti, skupa za testiranje kod određenog protoka puknuća izračunane su srednje vrijednosti

$$\mu(q_{pb}) = \frac{1}{384} \sum_{n=1}^{384} l_n(q_{pb}), \quad (4.21)$$

i standardne devijacije

$$\sigma(q_{pb}) = \sqrt{\frac{1}{384} \sum_{n=1}^{384} [l_n(q_{pb}) - \mu(q_{pb})]^2}, \quad (4.22)$$

udaljenosti (4.20) čime je omogućena međusobna kvantitativna usporedba rezultata dobivenih korištenjem pojedinih mreža.

Statističko testiranje različitosti skupova podataka o udaljenostima stvarnih i dobivenih točaka puknuća cjevovoda zasniva se na provjeri jednakosti standardnih devijacija  $\sigma$  i srednjih vrijednosti  $\mu$  pojedinih skupova. Standardne devijacije testiraju se pomoću  $F$ -distribucije, odnosno  $F$ -testom, a srednje vrijednosti korištenjem  $t$ -distribucije, odnosno  $t$ -testom kako je to pokazano u [80]. Ulazni parametri za oba slučaja su:

- $\alpha = 5\% = 0,05$  - signifikantnost  $F$ -testa i  $t$ -testa
- $n_1$  - broj elemenata skupa 1
- $\mu_1$  - srednja vrijednost elemenata skupa 1
- $\sigma_1$  - standardna devijacija elemenata skupa 1
- $\nu_1 = n_1 - 1$  - stupanj slobode  $F$ -distribucije za skup 1
- $n_2$  - broj elemenata skupa 2
- $\mu_2$  - srednja vrijednost elemenata skupa 2
- $\sigma_2$  - standardna devijacija elemenata skupa 2
- $\nu_2 = n_2 - 1$  - stupanj slobode  $F$ -distribucije za skup 2
- $\nu = n_1 + n_2 - 2$  - stupanj slobode  $t$ -distribucije.

$F$ -testom se uspoređuju standardne devijacije skupova 1 i 2. Osnovno polazište je da vrijednost varijable

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (4.23)$$

pripada  $F$ -razdiobi sa stupnjevim slobode  $\nu_1$  i  $\nu_2$ . Uz ove stupnjeve slobode, može se za gornju  $F$ -distribuciju i odabranu signifikantnost  $\alpha = 0,05$  izračunati vjerojatnost  $p_F$ .

Ukoliko za nju vrijedi da je

$$p_F = p(\nu_1, \nu_2, \alpha, F) < 0,05 \quad (4.24)$$

odbacuje se hipoteza da su standardne devijacije  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  međusobno signifikantno jednake.

Za usporedbu srednjih vrijednosti koristi se  $t$ -test. Osnovni preduvjet za valjanost njegovog korištenja je jednakost standardnih devijacija uspoređivanih skupova 1 i 2 koja je dokazana  $F$ -testom. Da bi se mogao provesti  $t$ -test potrebno je izračunati veličinu

$$S_{d1,2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}. \quad (4.25)$$

Temeljem gornje vrijednosti može se izračunati varijabla  $t$ -testa:

$$t = \frac{|\mu_1 - \mu_2|}{S_d}. \quad (4.26)$$

Uz zadani stupanj slobode  $\nu$  može se za  $t$ -distribuciju uz odabranu signifikantnost  $\alpha = 0,05$  izračunati vjerojatnost  $p_t$ . Ukoliko vrijedi:

$$p_t = p(\nu, \alpha, t) < 0,05, \quad (4.27)$$

odbacuje se hipoteza prema kojoj su srednje vrijednosti  $\mu_1$  i  $\mu_2$  signifikantno jednake.

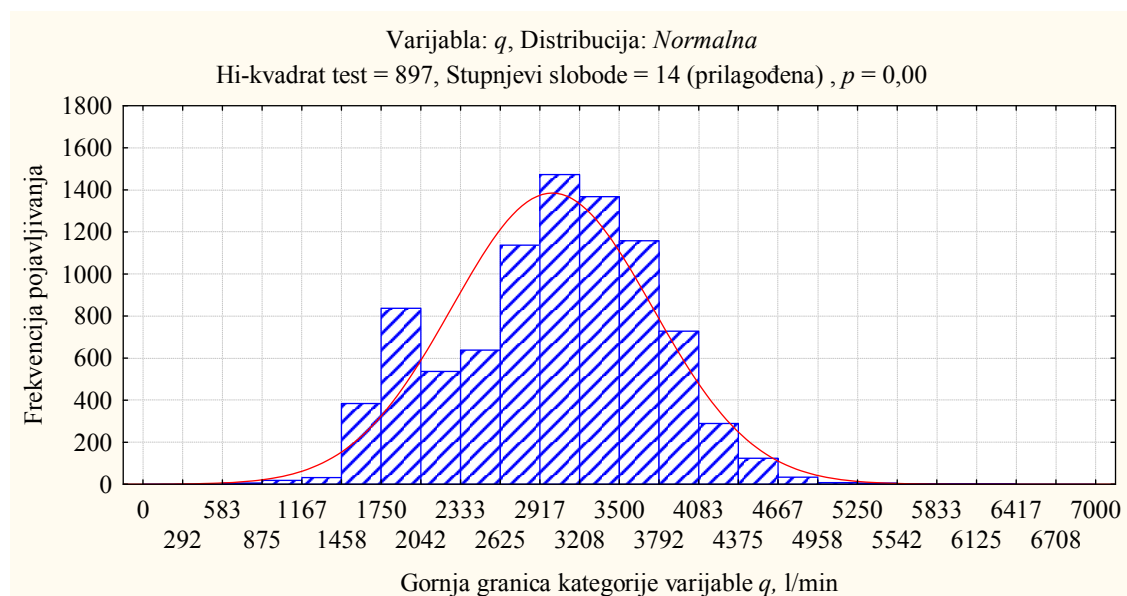


## 5. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

### 5.1. Određivanje vrijednosti protoka puknuća cjevovoda koje daju signifikantne promjene ulaznih parametara neuronske mreže

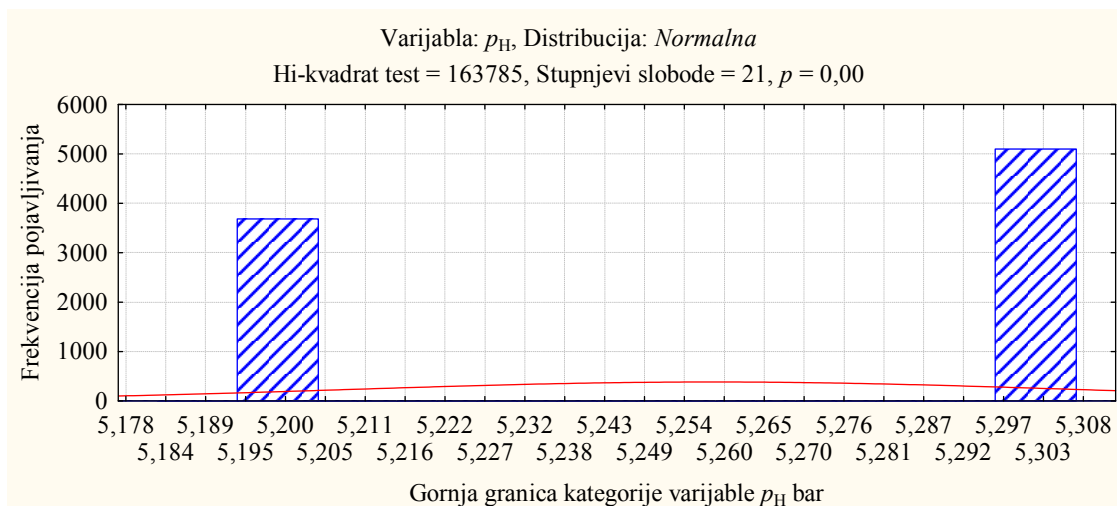
U prvom dijelu istraživanja provedena je ocjena mogućnosti korištenja umjetnih neuronskih mreža za detekciju puknuća cjevovoda, a u drugom za otkrivanje lokacije na kojoj se puknuće dogodilo. Za oba slučaja bilo je potrebno ustanoviti graničnu vrijednost protoka istjecanja vode  $q_{pb}$  iz cijevi uslijed puknuća koja uzrokuje značajne promjene protoka i tlakova. To je provedeno statističkom analizom nakon hi-kvadrat testom provjerene pretpostavke da se zapažene vrijednosti izlaznih varijabli hidrauličkog modela  $q$ ,  $p_H$ ,  $p_R$ ,  $p_C$ ,  $p_O$  pokoravaju normalnoj distribuciji vjerojatnosti.

Distribucija ulaznog protoka u DMA  $q$  je na slici 5.1. prikazana usporedno s teorijskom normalnom distribucijom koja je izvedena na temelju stvarnih podataka. Osim rezultata testa koji uvjetuje zadržavanje hipoteze o normalnoj distribuciji, iz slike je vidljivo da frekvencije pojave pojedinih kategorija vrijednosti od  $q$  poprimaju oblik normalne distribucije.



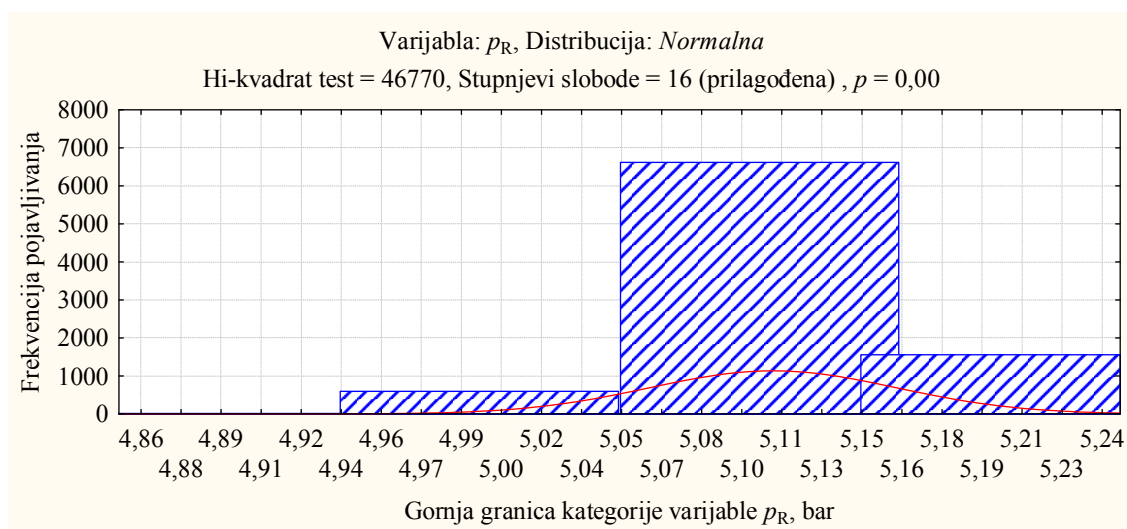
Slika 5.1. Statistička distribucija varijable  $q$ , l/min

Prikaz frekvencija pojave vrijednosti tlaka  $p_H$  na lokaciji u Horvaćanskoj ulici na mjestu ulaza vode u sustav, dan slikom 5.2., pokazuje odstupanje od normalne distribucije, što je potvrđeno i hi-kvadrat testom. Međutim, ukoliko se ostale varijable pokažu normalno distribuiranim, smatra se da zanemarivanje ovog zapažanja neće bitno utjecati na daljnje zaključivanje.



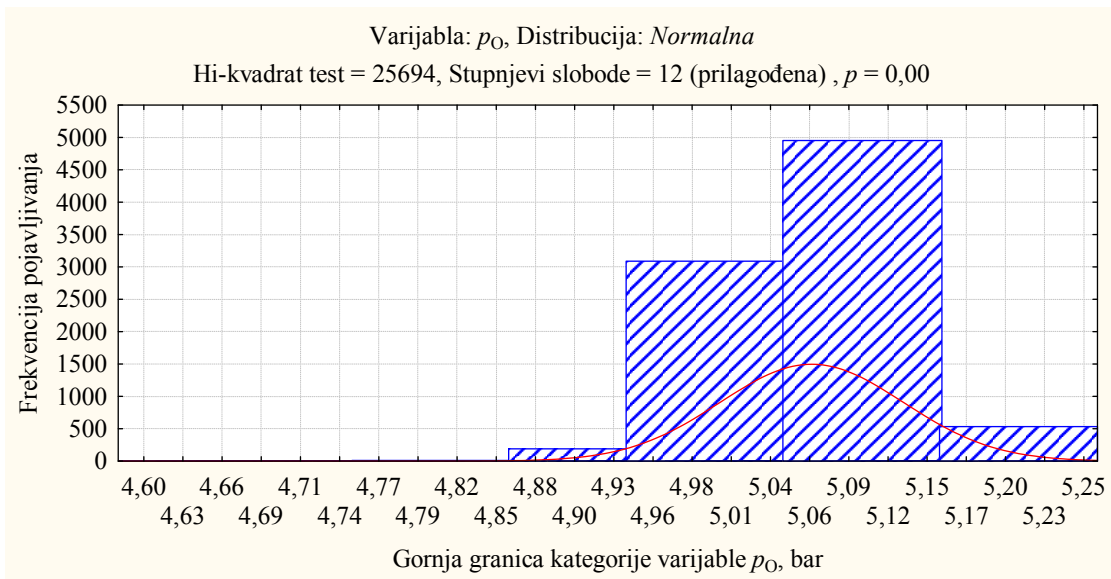
Slika 5.2. Statistička distribucija varijable  $p_H$ , bar

Za tlak na lokaciji Romičeve ulice  $p_R$  nije dokazano odstupanje frekvencije pojavljivanja od normalne distribucije, a iz slike 5.3. je osim rezultata testa prilagodbe, vidljiv i grafički normalan oblik frekvencija.



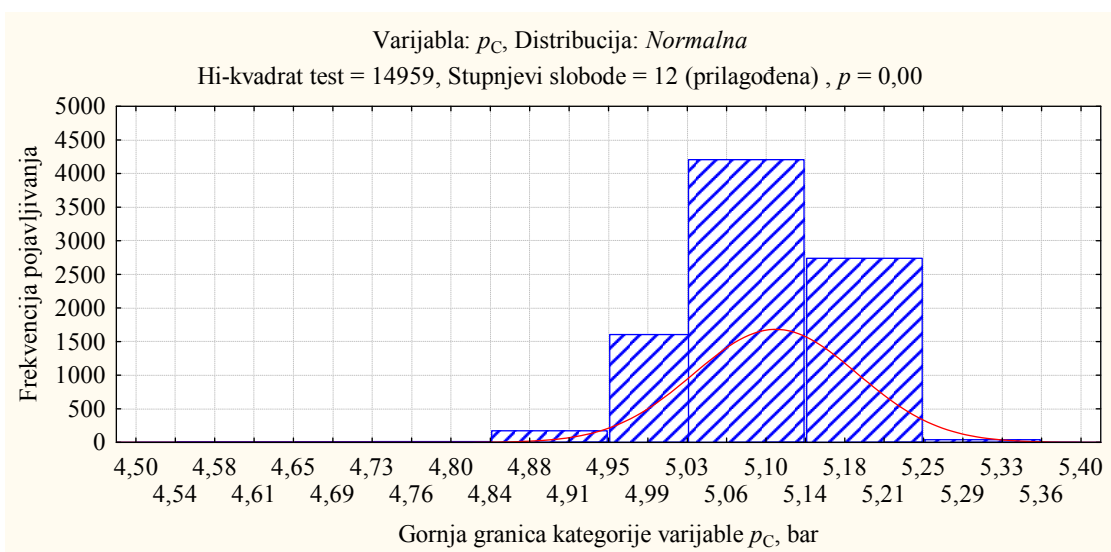
Slika 5.3. Statistička distribucija varijable  $p_R$ , bar

Tlak u Omiškoj ulici  $p_O$  prikazan na slici 5.4. je normalno distribuiran, kako je vidljivo iz rezultata hi-kvadrat testa, a na što upućuje i oblik histograma frekvencija.



Slika 5.4. Statistička distribucija varijable  $p_O$ , bar

Posljednja veličina tlaka  $p_C$  koja je dobivena u Cvijićevoj ulici pokazuje tendenciju približavanja normalnoj distribuciji. To se može zaključiti na temelju normalnog oblika frekvencije pojavljivanja njenih vrijednosti za koje se hi-kvadrat testom nije uspjelo osporiti normalnu razdiobu.



Slika 5.5. Statistička distribucija varijable  $p_C$ , bar

Za četiri veličine  $q$ ,  $p_R$ ,  $p_O$  i  $p_C$  je pokazana njihova normalna razdioba, te se za svaku od njih može provesti procjena intervala unutar kojih će se, uz signifikantnost od 5%, pojavljivati njihove vrijednosti u slučaju neremećenja hidrauličkog sustava. To isto može se pretpostaviti i za varijablu  $p_H$  nakon što se za nju provede odabir uzoraka



veličine 24, za koje se može usvojiti da se njihove aritmetičke sredine ponašaju normalno. Definiranje ovakvih uzoraka provedeno je i za ostale varijable, te je za svih pet veličina izračunana njihova srednja vrijednost  $\mu$ , standardna devijacija  $\sigma$ , te procijenjena vrijednost standardne devijacije  $\sigma_c$  koja prema izrazu (4.8) određuje intervale povjerenja. Dobivene vrijednosti za sve varijable prikazane su u tablici 5.1.

**Tablica 5.1.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s različitim protocima istjecanja vode

$q$ , l/min		$p_H$ , bar		$p_R$ , bar		$p_O$ , bar		$p_C$ , bar	
<b><math>q_{WL}=0</math> l/min</b>									
$\mu=$	2987	$\mu=$	5,26	$\mu=$	5,11	$\mu=$	5,07	$\mu=$	5,11
$\sigma=$	731	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,06	$\sigma=$	0,08
$2\sigma_c=$	585	$2\sigma_c=$	0,04	$2\sigma_c=$	0,04	$2\sigma_c=$	0,05	$2\sigma_c=$	0,06
<b><math>q_{pb}=0</math> l/min</b>									
$\mu=$	3032	$\mu=$	5,26	$\mu=$	5,11	$\mu=$	5,06	$\mu=$	5,11
$\sigma=$	746	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,06	$\sigma=$	0,08
$\Delta\mu=$	44	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00
<b><math>q_{pb}=300</math> l/min</b>									
$\mu=$	3332	$\mu=$	5,26	$\mu=$	5,11	$\mu=$	5,07	$\mu=$	5,11
$\sigma=$	748	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,06	$\sigma=$	0,08
$\Delta\mu=$	344	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00	$\Delta\mu=$	0,00
<b><math>q_{pb}=600</math> l/min</b>									
$\mu=$	3633	$\mu=$	5,23	$\mu=$	5,07	$\mu=$	5,01	$\mu=$	4,95
$\sigma=$	752	$\sigma=$	0,04	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,08	$\sigma=$	0,47
$\Delta\mu=$	646	$\Delta\mu=$	-0,03	$\Delta\mu=$	-0,04	$\Delta\mu=$	-0,05	$\Delta\mu=$	-0,16
<b><math>q_{pb}=900</math> l/min</b>									
$\mu=$	3931	$\mu=$	5,22	$\mu=$	5,05	$\mu=$	4,99	$\mu=$	4,81
$\sigma=$	752	$\sigma=$	0,04	$\sigma=$	0,06	$\sigma=$	0,08	$\sigma=$	0,92
$\Delta\mu=$	944	$\Delta\mu=$	-0,04	$\Delta\mu=$	-0,06	$\Delta\mu=$	-0,08	$\Delta\mu=$	-0,30
<b><math>q_{pb}=1800</math> l/min</b>									
$\mu=$	4831	$\mu=$	5,20	$\mu=$	4,99	$\mu=$	4,88	$\mu=$	4,63
$\sigma=$	758	$\sigma=$	0,01	$\sigma=$	0,08	$\sigma=$	0,11	$\sigma=$	1,18
$\Delta\mu=$	1844	$\Delta\mu=$	-0,06	$\Delta\mu=$	-0,12	$\Delta\mu=$	-0,18	$\Delta\mu=$	-0,48
<b><math>q_{pb}=4500</math> l/min</b>									
$\mu=$	7531	$\mu=$	5,10	$\mu=$	4,72	$\mu=$	4,45	$\mu=$	4,21
$\sigma=$	778	$\sigma=$	0,05	$\sigma=$	0,13	$\sigma=$	0,24	$\sigma=$	1,25
$\Delta\mu=$	4543	$\Delta\mu=$	-0,16	$\Delta\mu=$	-0,40	$\Delta\mu=$	-0,61	$\Delta\mu=$	-0,90
<b><math>q_{pb}=9000</math> l/min</b>									
$\mu=$	12029	$\mu=$	4,81	$\mu=$	4,00	$\mu=$	3,32	$\mu=$	3,34
$\sigma=$	818	$\sigma=$	0,07	$\sigma=$	0,28	$\sigma=$	0,61	$\sigma=$	1,07
$\Delta\mu=$	9042	$\Delta\mu=$	-0,45	$\Delta\mu=$	-1,11	$\Delta\mu=$	-1,75	$\Delta\mu=$	-1,78

Prvi dio tablice predstavlja srednje vrijednosti  $\mu$  i standardne devijacije  $\sigma$  elemenata skupova izlaznih veličina hidrauličkog modela, te dvostruke vrijednosti standardnih devijacija  $2\sigma_c$  za intervalne procjene uzoraka istih veličina u slučaju dana

kada nije bilo puknuća cjevovoda. Ove veličine su referentne za ocjenu signifikantnosti odstupanja srednjih vrijednosti istih veličina  $\Delta\mu$  u slučajevima puknuća cjevovoda. U drugom dijelu tablice izračunana su odstupanja srednjih vrijednosti veličina skupa podataka za dane koji sadrže puknuća od referentnih vrijednosti istih veličina skupa podataka dana kada se puknuća nisu dogodila  $\Delta\mu$ . Vidljivo je odstupanje varijable  $q$  u iznosu od 44 l/min koji je manji od granice povjerenja 585 l/min, te ne predstavlja značajno odstupanje. Sve veličine tlaka pokazuju promjenu koja je jednaka nuli. Slično vrijedi i kod uvođenja protoka puknuća  $q_{pb}$  od 300 l/min, gdje također ne postoje značajna odstupanja, kako je vidljivo iz trećeg dijela tablice. U četvrtom dijelu tablice pokazuje se značajna promjena varijabli  $q$  i  $p_C$ , što, međutim nije slučaj kod ostalih veličina  $p_H$ ,  $p_R$  i  $p_O$ , gdje te promjene nisu značajne, tako da se protok puknuća  $q_{pb}$  od 600 l/min ne može smatrati značajno utjecajnim.

U petom slučaju gdje  $q_{pb}$  iznosi 900 l/min došlo je do promjene četiri od pet izlaznih veličina, tj. značajno su povećane vrijednosti od  $q$ ,  $p_R$ ,  $p_O$  i  $p_C$ , dok se vrijednost varijable  $p_H$  nalazi na granici intervala povjerenja. Ova veličina protoka puknuća stoga predstavlja značajnu veličinu, koja je ujedno i najmanja vrijednost uzeta kao parametar pri modeliranju neuronskih mreža. Vrijednosti  $q_{pb}$  veće od 1800 l/min, tj. 4500 l/min i 9000 l/min, kako se moglo očekivati, dovele su do značajnih promjena svih pet veličina  $q$ ,  $p_H$ ,  $p_R$ ,  $p_O$  i  $p_C$ , što je vidljivo iz posljednja tri dijela tablice 5.1.

## 5.2. Detekcija puknuća cjevovoda na temelju podataka o protoku i tlakovima unutar DMA

### 5.2.1. Protok puknuća: 900 l/min

Najmanji razmatrani protok puknuća cjevovoda  $q_{pb, \min}$ , dobiven na temelju statističke analize utjecajnosti protoka puknuća  $q_{pb}$  na ulazne veličine  $\Delta t$ ,  $q$ , l/min;  $p_H$ , bar;  $p_R$ , bar;  $p_C$ , bar;  $p_O$ , bar; bio je 900 l/min. Međutim, radi usporedbe s inicijalno pretpostavljenom vrijednošću protoka puknuća od 600 l/min, provedeno je modeliranje neuronskih mreža i za ovaj slučaj. To je učinjeno postupkom SANN kojim je od 20 mreža koje su prošle faze učenja, testiranja i validacije odabrano njih 5, koje su s pripadajućim značajkama prikazane u tablici 5.2. Iz nje je vidljivo da sve dobivene

neuronske mreže imaju koeficijente korelacije niže od 0,8, što je u skladu s rezultatima analize signifikantnosti protoka puknuća od 600 l/min. U tablici u stupcu koji prikazuje algoritam učenja dan je i broj koraka učenja neuronske mreže.

**Tablica 5.2.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 600 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-5-2	72,68	75,35	74,66	BFGS/24	SOS	Tanh	Tanh
2	29-6-2	74,23	67,25	71,51	BFGS/28	SOS	Eksp	Eksp
3	29-3-2	75,74	82,52	78,38	BFGS/22	SOS	Identitet	Identitet
4	29-3-2	77,57	76,62	78,94	BFGS/24	SOS	Identitet	Sin
5	29-8-2	71,12	72,22	70,72	BFGS/14	SOS	Sin	Tanh

Prva značajna vrijednost protoka puknuća za koju je testirana mogućnost detekcije puknuća bila je 900 l/min. U tu svrhu trenirano je 20 neuronskih mreža, a zadržano ih je 5. Iz njihovih karakteristika koje su prikazane u tablici 5.3. vidi se da je točnost u odnosu na skup za testiranje, koji je najvažniji u ocjeni, pokazala 5. mreža 29-3-2, s koeficijentima korelacije između stvarnih i dobivenih izlaznih vrijednosti za skupove učenja, testiranja i validacije: 0,8282; 0,875 i 0,8367. U fazi učenja veće koeficijente imale su neuronske mreže 2., 3. i 4., dok je u fazi validacije najveći koeficijent korelacije imala 4. neuronska mreža.

**Tablica 5.3.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 900 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-6-2	77,49	79,40	77,36	BFGS/37	CE	Tanh	Softmax
2	29-3-2	83,72	77,08	77,14	BFGS/35	SOS	Log	Eksp
3	29-10-2	84,09	85,88	83,33	BFGS/32	SOS	Eksp	Identitet
4	29-3-2	83,62	86,11	84,69	BFGS/17	SOS	Tanh	Sin
5	29-3-2	82,82	87,50	83,67	BFGS/67	CE	Eksp	Softmax

Po strukturi 5. neuronska mreža ima 29 ulaznih, 3 skrivena i 2 izlazna neurona. Algoritam učenja bio je BFGS, a proveden je u 67 koraka učenja koja su dala optimalan rezultat, uz funkciju pogreške CE. Aktivacijska funkcija skrivenog sloja je eksponencijalna, a izlaznog sloja funkcija softmax.

U svrhu detaljnije analize zadržanih neuronskih mreža u tablicama 5.4. i 5.5. prikazane su Tablica konfuzije i sažetak klasifikacije. Iz obje tablice vidljivo je da neuronska mreža 5. 29-3-2 daje nešto lošije rezultate u točnom predviđanju vrijednosti  $s=0$ , te bolje rezultate u predviđanju vrijednosti  $s=1$  od mreže 4. 29-3-2.

**Tablica 5.4.** Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 900 l/min

Neuronska mreža s izlaznom vrijednošću	Učenje		Testiranje		Validacija	
	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
1. 29-6-2/0	3532	1035	351	97	360	129
1. 29-6-2/1	548	1917	81	335	72	327
2. 29-3-2/0	3359	424	280	46	298	69
2. 29-3-2/1	721	2528	152	386	134	387
3. 29-10-2/0	3599	638	350	40	351	67
3. 29-10-2/1	481	2314	82	392	81	389
4. 29-3-2/0	3708	780	362	50	373	77
4. 29-3-2/1	372	2172	70	382	59	379
5. 29-3-2/0	3692	820	381	57	371	84
5. 29-3-2/1	388	2132	51	375	61	372

**Tablica 5.5.** Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 900 l/min

Neuronska mreža	Klasifikacija	Učenje		Testiranje		Validacija	
		$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
1. 29-6-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	3532	1917	351	335	360	327
	Netočno	548	1035	81	97	72	129
	Točno, %	86,57	64,94	81,25	77,55	83,33	71,71
	Netočno, %	13,43	35,06	18,75	22,45	16,67	28,29
2. 29-3-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456

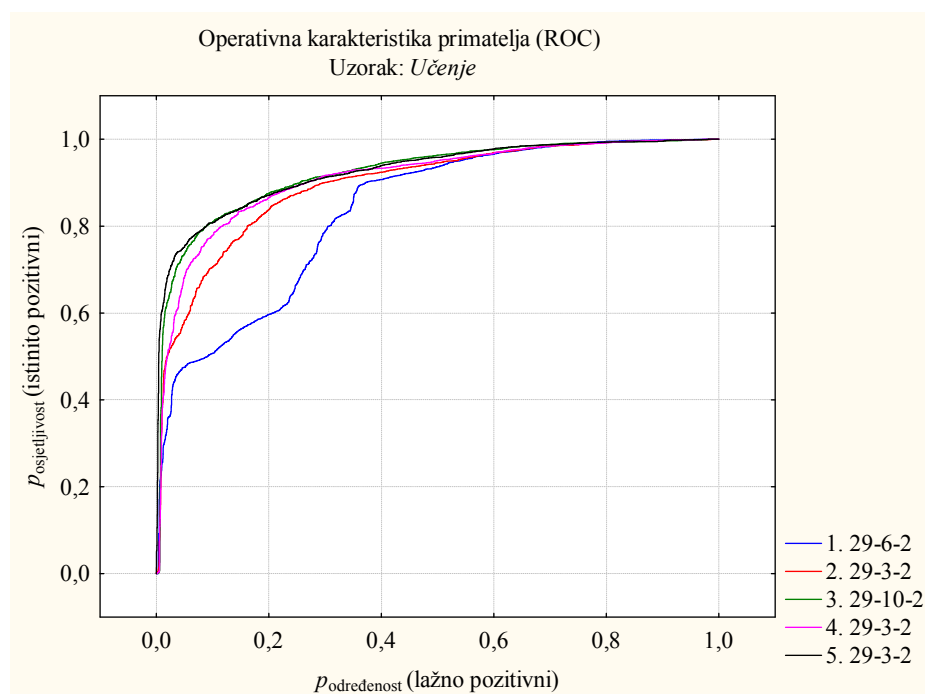
Neuronska mreža	Klasifikacija	Učenje		Testiranje		Validacija	
		$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
	Točno	3359	2528	280	386	298	387
	Netočno	721	424	152	46	134	69
	Točno, %	82,33	85,63	64,81	89,35	68,98	84,87
	Netočno, %	17,67	14,36	35,19	10,65	31,02	15,13
3. 29-10-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	3599	2314	350	392	351	389
	Netočno	481	638	82	40	81	67
	Točno, %	88,21	78,39	81,01	90,74	81,25	85,31
	Netočno, %	11,79	21,61	18,98	9,26	18,75	14,69
4. 29-3-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	3708	2172	362	382	373	379
	Netočno	372	780	70	50	59	77
	Točno, %	90,88	73,58	83,80	88,46	86,34	83,11
	Netočno, %	9,12	26,42	16,20	11,57	13,66	16,89
5. 29-3-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	3692	2132	381	375	371	372
	Netočno	388	820	51	57	61	84
	Točno, %	90,49	72,22	88,19	86,81	85,88	81,58
	Netočno, %	9,51	27,78	11,81	13,19	14,12	18,42

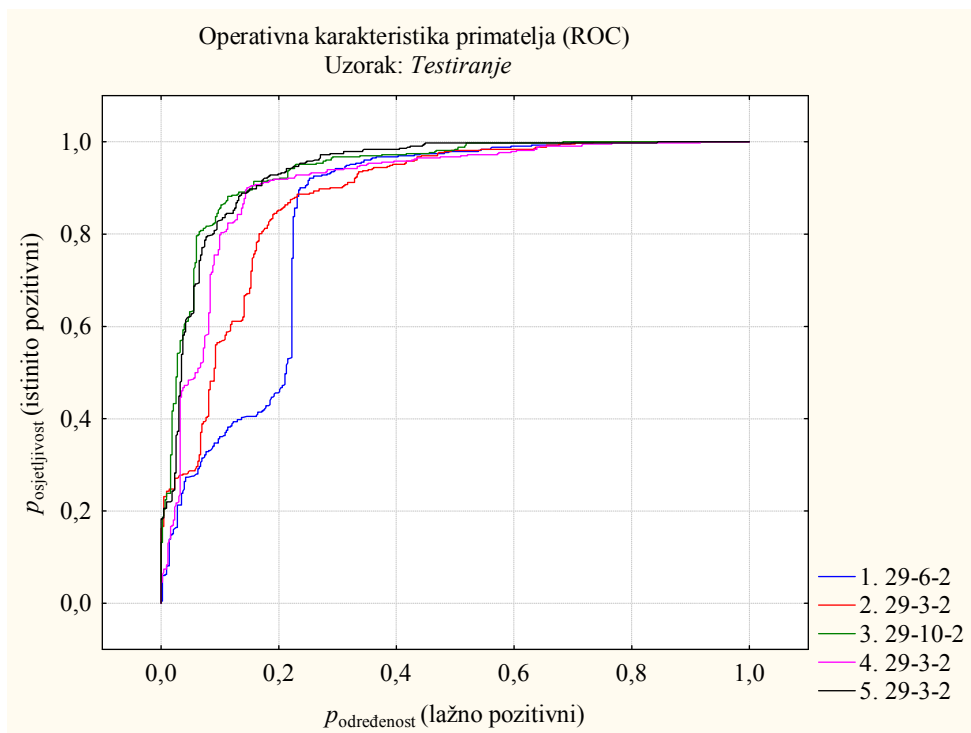
Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli neuronskih mreža načinjena na temelju tablice 5.6., u kojoj su dani koeficijenti korelacije između pogrešaka mreže kod zadržavanja i ispuštanja pojedinih ulaznih varijabli, pokazuje da je u svim slučajevima neuronskih mreža najutjecajnije ulazna veličina  $q$ . Nakon nje slijedi varijabla  $\Delta t$ , što znači da neuronske mreže prepoznaju dinamiku potrošnje kao bitan faktor. Utjecaj ovih varijabli raste kako raste točnost pojedine neuronske mreže, međutim to isto vrijedi i za ostale ulazne veličine. Od tlakova je najznačajniji  $p_H$  koji je ostvaren na lokaciji u Horvaćanskoj ulici, dok se tlak  $p_C$  na lokaciji Cvijićeve ulice, zbog svoje blizine vrijednosti 1, može zanemariti kao manje utjecajan.

**Tablica 5.6.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 900 l/min

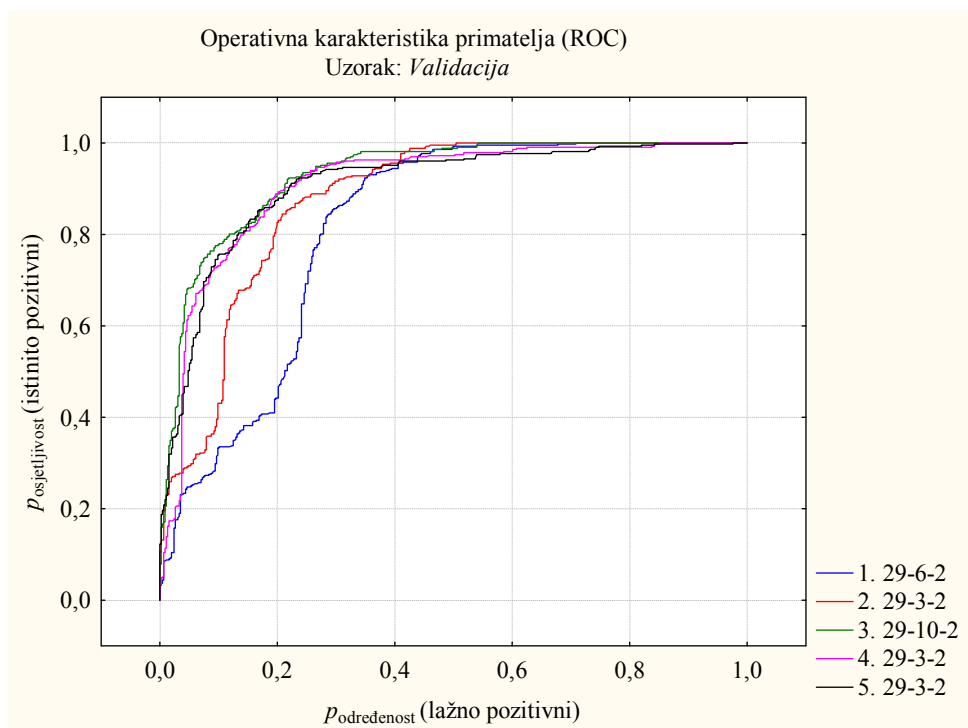
Neuronska mreža	$q$	$\Delta t$	$p_H$	$p_O$	$p_R$	$p_C$
1. 29-6-2	1,20	1,14	1,36	0,98	1,00	1,00
2. 29-3-2	1,63	1,25	1,00	0,99	1,01	1,04
3. 29-10-2	2,25	2,22	1,06	1,00	0,99	1,03
4. 29-3-2	2,00	1,77	1,32	1,07	1,00	1,07
5. 29-3-2	2,58	2,50	1,61	1,18	1,22	1,06
Srednja vrijednost	1,93	1,78	1,27	1,04	1,04	1,04

Slijedeći korak u analizi bio je konstruiranje krivulja operativne karakteristike za svih pet neuronskih mreža, i to za slučajeve njihovog učenja, testiranja i validacije. Ona prema (4.17) prikazuje odnos osjetljivosti i određenosti koje su definirane izrazima (4.15) i (4.16). Krivulje su za sva tri slučaja prikazane na slikama 5.6., 5.7. i 5.8. Ako se uzme u obzir da približavanje krivulje pravcu povučenom kroz ishodište pod kutom nagiba od  $45^\circ$  označava pogoršavanje svojstva predviđanja izlazne vrijednosti  $s_O$ , tada se na temelju prikazanih operativnih karakteristika mogu potvrditi prethodno izneseni zaključci.

**Slika 5.6.** Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža,  $q_{pb}=900$  l/min

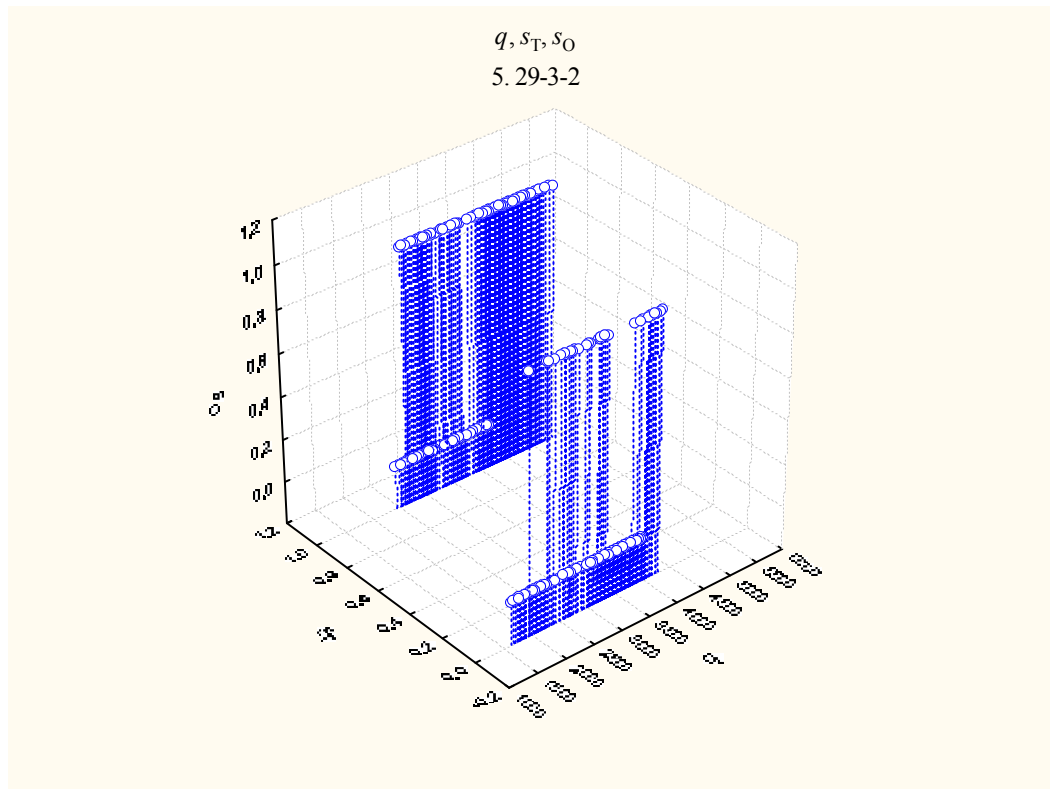


Slika 5.7. Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža,  $q_{\text{pb}}=900$  l/min



Slika 5.8. Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža,  $q_{\text{pb}}=900$  l/min

Pregled rezultata detekcije puknuća cjevovoda neuronskom mrežom 5. 29-3-2, koja je pokazala najbolja svojstva predviđanja na temelju najznačajnije veličine protoka  $q$  najjasnije se može uočiti prikazom međusobne ovisnosti varijabli  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$  u trodimenzijskom pravokutnom koordinatnom sustavu, kako je dano na slici 5.9. Istovremeno pojavljivanje više različitih vrijednosti izlazne veličine  $s_O$  za iste varijacije veličina  $q$  i  $s_T$  odražava stupanj točnosti neuronske mreže.



Slika 5.9. Grafički prikaz ovisnosti varijabli  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$ ,  $q_{pb}=900$  l/min

### 5.2.2. Protok puknuća: 1800 l/min

Za protok puknuća od 1800 l/min trenirano je 20 neuronskih mreža, od kojih je zadržano i prikazano u tablici 5.4. njih 5. Najbolje rezultate dala je 4. mreža 29-8-2 čije su koeficijenti korelacije stvarnih i dobivenih vrijednosti za učenje, testiranje i validaciju iznosili 0,9742; 0,9907 i 0,9786. Ova neuronska mreža ima 29 ulaznih, 8 skrivenih i 2 izlazna neurona. Algoritam učenja bio je BFGS a proveden je u 44 koraka učenja koja su dala optimalan rezultat, uz funkciju pogreške zbroja kvadrata. Aktivacijska funkcija skrivenog sloja bila je funkcija identiteta, a izlaznog sloja neurona softmax.



Četiri od pet zadržanih neuronskih mreža imalo je točnost veću od 95%, što ukazuje na veliki utjecaj zadanog protoka puknuća na hidrauličko stanje sustava, gdje taj utjecaj doprinosi povećanju broja neuronskih mreža s mogućnošću točnog predviđanja ciljane vrijednosti. Najlošije rezultate dala je 2. neuronska mreža, međutim koeficijenti korelacije su ovdje također visoki i iznose preko 0,9.

**Tablica 5.7.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 1800 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-8-2	96,11	96,18	94,03	BFGS/15	CE	Log	Softmax
2	29-9-2	90,32	93,63	92,79	BFGS/8	SOS	Tanh	Sin
3	29-7-2	97,02	98,72	98,76	BFGS/19	SOS	Tanh	Identitet
4	29-8-2	97,42	99,07	97,86	BFGS/44	CE	Identitet	Softmax
5	29-7-2	95,90	97,22	95,15	BFGS/9	SOS	Tanh	Tanh

Iz tablice konfuzije i sažetka klasifikacije u tablicama 5.8. i 5.9. može se uočiti velika međusobna sličnost u predviđanju izlaznih vrijednosti 3., 4. i 5. neuronske mreže. Štoviše, pokazuje se da je 3. neuronska mreža 29-7-2 dala bolja predviđanja vrijednosti  $s=0$  prilikom učenja i testiranja od 4. mreže 29-8-2. Slično tome, 5. neuronska mreža je, usprkos nižim koeficijentima korelacije iz tablice 5.7., dala bolje rezultate predviđanja za vrijednosti  $s=0$  tijekom postupka validacije.

**Tablica 5.8.** Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 1800 l/min

Neuronska mreža s izlaznom vrijednošću	Učenje		Testiranje		Validacija	
	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
1. 29-8-2/0	3918	111	407	8	409	30
1. 29-8-2/1	162	2841	25	424	23	426
2. 29-9-2/0	3912	512	421	44	426	58
2. 29-9-2/1	168	2440	11	388	6	398
3. 29-7-2/0	3940	69	429	8	430	9
3. 29-7-2/1	140	2883	3	424	2	447

Neuronska mreža s izlaznom vrijednošću	Učenje		Testiranje		Validacija	
	s=0	s=1	s=0	s=1	s=0	s=1
4. 29-8-2/0	3971	72	431	7	424	11
4. 29-8-2/1	109	2880	1	425	8	445
5. 29-7-2/0	3959	167	421	13	432	43
5. 29-7-2/1	121	2785	11	419	0	413

**Tablica 5.9.** Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 1800 l/min

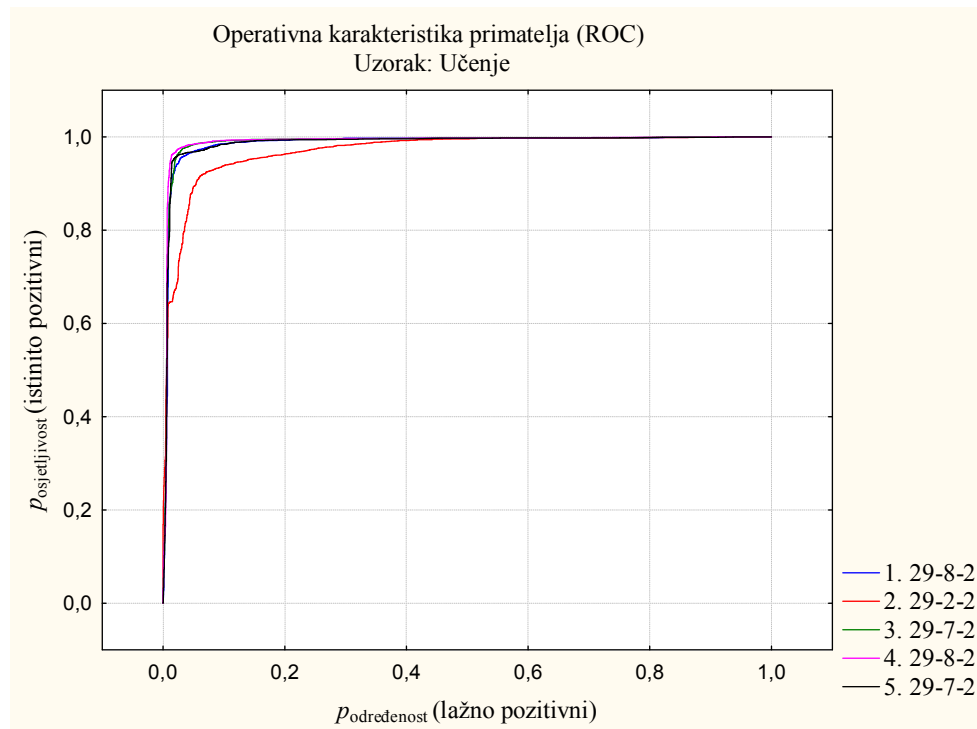
Neuronska mreža	Klasifikacija	Učenje		Testiranje		Validacija	
		s=0	s=1	s=0	s=1	s=0	s=1
1. 29-8-2	Ukupno	4080	2952	4080	2952	432	456
	Točno	3918	2841	3918	2841	409	426
	Netočno	162	111	162	111	23	30
	Točno, %	96,03	96,24	96,03	96,24	94,67	93,42
	Netočno, %	3,97	3,76	3,97	3,76	5,32	6,58
2. 29-9-2	Ukupno	4080	2952	4080	2952	432	456
	Točno	3912	2440	3912	2440	426	398
	Netočno	168	512	168	512	6	58
	Točno, %	95,88	82,66	95,88	82,66	98,61	87,28
	Netočno, %	4,12	17,34	4,12	17,34	1,38	12,71
3. 29-7-2	Ukupno	4080	2952	4080	2952	432	456
	Točno	3940	2883	3940	2883	430	447
	Netočno	140	69	140,00	69,00	2,00	9,00
	Točno, %	96,57	97,66	96,57	97,66	99,53	98,02
	Netočno, %	3,43	2,34	3,43	2,34	0,46	1,97
4. 29-8-2	Ukupno	4080	2952	4080	2952	432	456
	Točno	3971	2880	3971	2888	424	445
	Netočno	109	72	109,00	72,00	8,00	11,00
	Točno, %	97,33	97,56	97,33	97,56	98,15	97,59
	Netočno, %	2,67	2,44	2,67	2,44	1,85	2,41
5. 29-7-2	Ukupno	4080	2952	4080	2952	432	456
	Točno	3959	2785	3959	2785	432	413
	Netočno	121	167	121,00	167,00	0,00	43,00
	Točno, %	97,03	94,34	97,03	94,34	100,00	90,57
	Netočno, %	2,97	5,66	2,97	5,66	0,00	9,42

Iz tablice 5.10. analize osjetljivosti uočljivo je da 4. neuronska mreža 29-8-2 pokazuje izrazitu ovisnost o varijabli  $q$ , te značajnu ovisnost o vremenskom intervalu puknuća  $\Delta t$ , dok je ovisnost o tlakovima vrlo mala. Međutim, kod 3. i 5. neuronske mreže, koje su također pokazale dobra svojstva predviđanja puknuća cjevovoda, vidljivo je da ta ovisnost može biti manja, pri čemu se povećava ovisnost neuronske mreže o tlakovima.

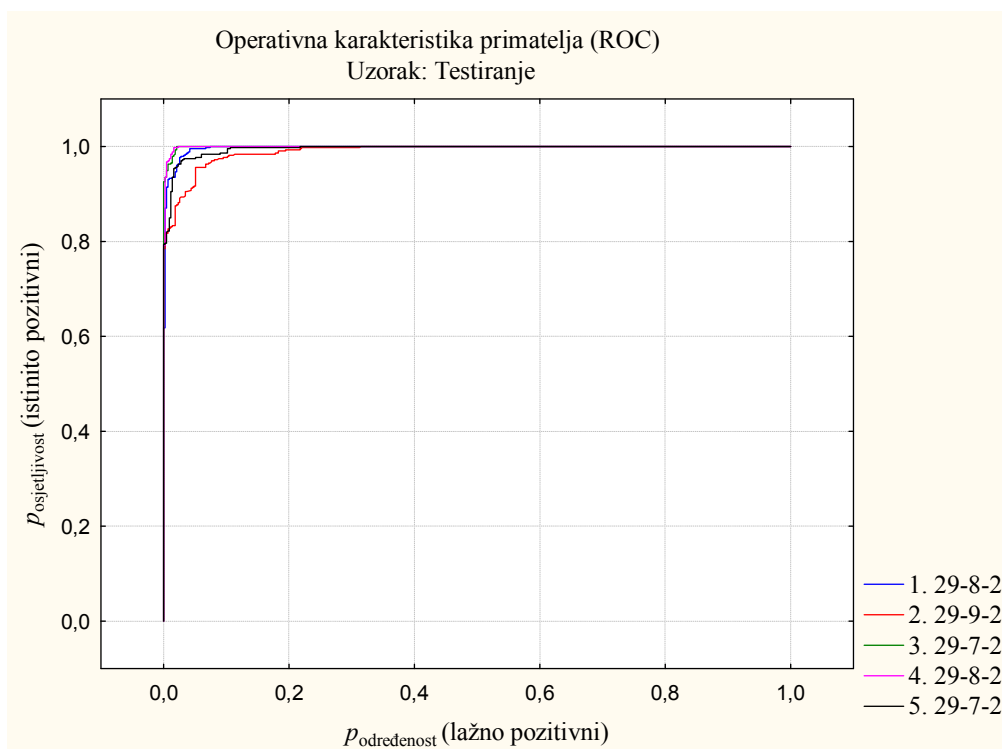
**Tablica 5.10.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 1800 l/min

Neuronska mreža	$q$	$\Delta t$	$p_H$	$p_O$	$p_R$	$p_C$
1. 29-8-2	1,15	1,03	1,11	1,05	1,05	1,00
2. 29-9-2	1,15	1,00	1,07	1,03	1,03	0,98
3. 29-7-2	9,24	4,802	1,11	1,35	1,07	0,98
4. 29-8-2	41,62	6,460	1,07	1,08	1,11	1,04
5. 29-7-2	1,92	2,2199	1,67	1,05	1,00	0,989
Srednja vrijednost	11,01	3,103	1,20	1,12	1,05	1,00

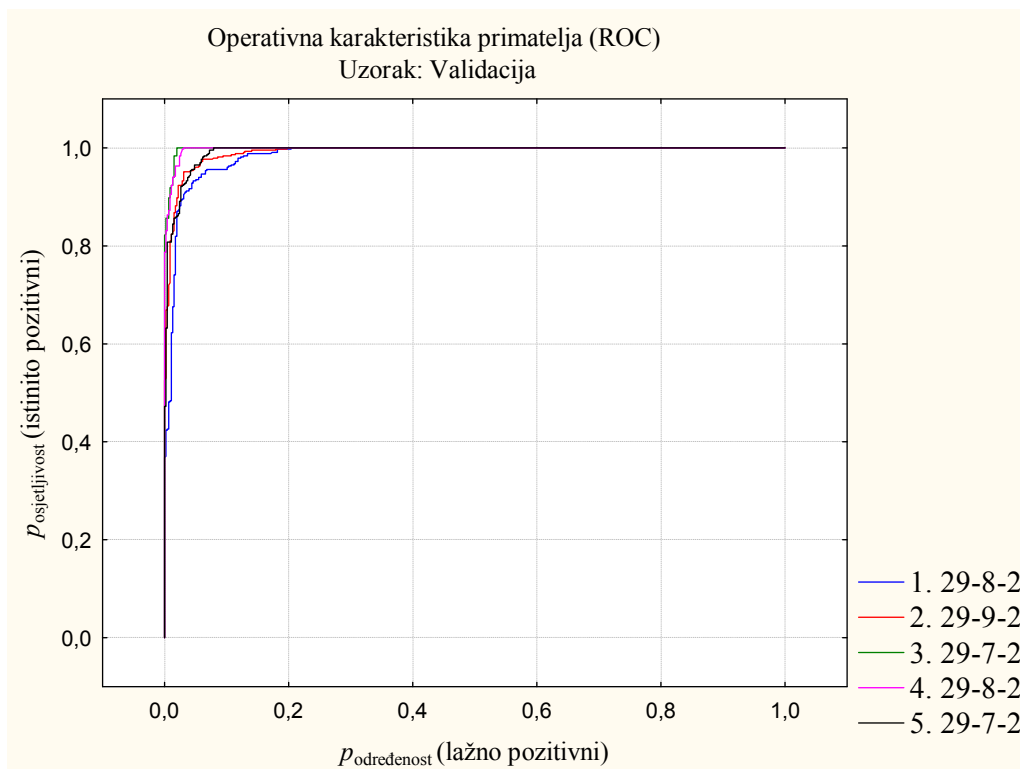
Operativne karakteristike razmatranih neuronskih mreža kod njihovog učenja, testiranja i validacije prikazane su slikama 5.10., 5.11. i 5.12. Iz predočenog je vidljivo kako se ove krivulje, u odnosu na krivulje neuronskih mreža za detekciju protoka puknuća od 900 l/min, nalaze bliže koordinatnim osima, odnosno udaljenije su od pravca kroz ishodište s nagibom od  $45^\circ$ . Najlošije rezultate pokazuje operativna krivulja 2. neuronske mreže 29-9-2, što je u skladu s ranije dobivenim karakteristikama njene točnosti kod učenja, testiranja i validacije. Za 4. neuronsku mrežu 29-8-2, koja se u prethodnim analizama pokazala kao mreža s najboljim svojstvima detekcije puknuća, vidljivo je da se njoj pripadajuća krivulja nalazi najbliže koordinatnim osima. Krivulje operativnih karakteristika ostalih neuronskih mreža nalaze se između navedene dvije granične krivulje.



Slika 5.10. Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža,  $q_{pb}=1800$  l/min

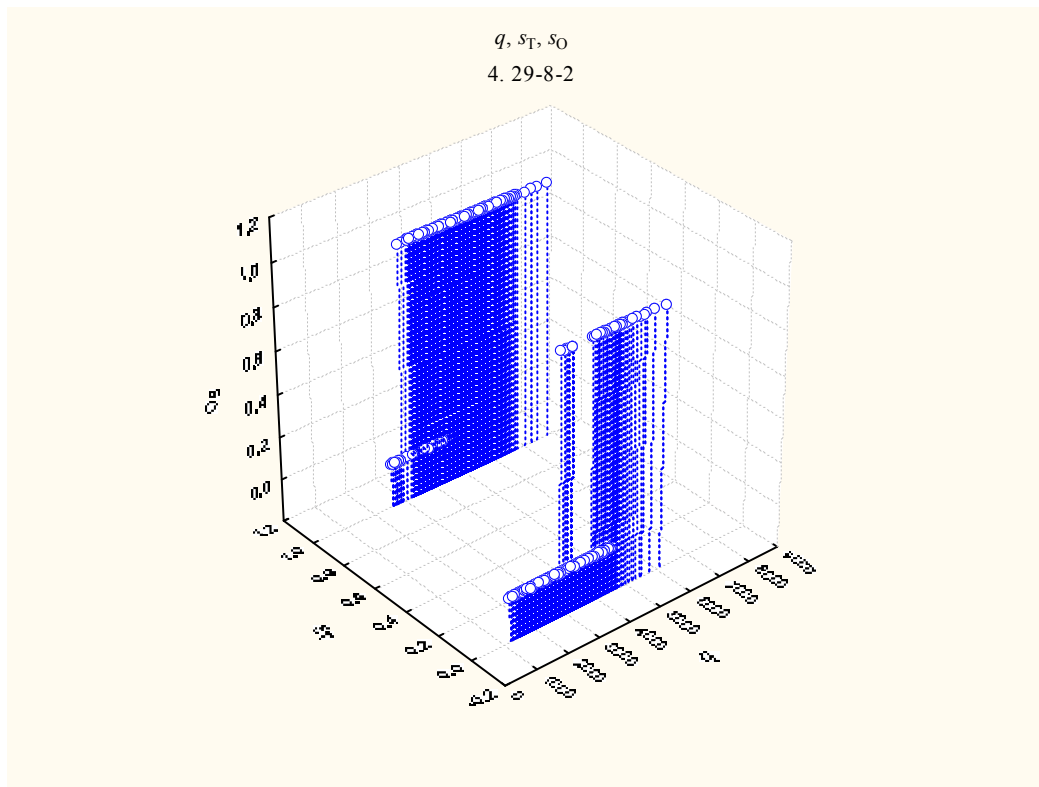


Slika 5.11. Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža,  $q_{pb}=1800$  l/min



**Slika 5.12.** Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža,  $q_{pb}=1800$  l/min

Na temelju ostvarenih rezultata prethodnih analiza kao najpovoljnija je odabrana 4. neuronska mreža 29-8-2 za koju je na slici 5.13. dan grafički prikaz ovisnosti najutjecajnije ulazne veličine  $q$  na izlaznu ciljanu  $s_T$  i ostvarenu veličinu  $s_O$ . Iz prikaza se može zaključiti da je, u odnosu na najbolju neuronsku mrežu za protok puknuća od 900 l/min, nastala bolja korelacija veličina  $q$  i  $s_T$ , što je dovelo do poboljšanja točnosti koja se očituje u povećanju broja parova međusobno jednakih vrijednosti varijabli  $s_T$  i  $s_O$ .



Slika 5.13. Grafički prikaz ovisnosti varijabli  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$ ,  $q_{pb}=1800$  l/min

### 5.2.3. Protok puknuća: 4500 l/min

Kao treće hidrauličko stanje odabrano je ono koje nastaje uslijed puknuća cjevovoda s protokom istjecanja vode od 4500 l/min. Značajke zadržanih 5 najboljih od 20 naučenih mreža prikazane su u tablici 5.11. Vidljivo je kako svih pet mreža ima vrlo visoke koeficijente korelacije između ulaznih ciljanih i ostvarenih rezultata varijable  $s$ , koji premašuju vrijednosti 0,995. Kod 2. neuronske mreže oznake 29-8-2 koeficijenti korelacije za skupove testiranja i validacije dostižu maksimalne vrijednosti 1, što upućuje na jaku korelacijsku vezu, međutim potrebno je imati u vidu mogućnost pretreniranosti mreže koja može prouzročiti njena loša generalizacijska svojstva. Ova neuronska mreža ima 29 ulaznih, 8 skrivenih i 2 izlazna neurona. Provedena su 44 koraka učenja neuronske mreže uz algoritam učenja BFGS, pri čemu je korištena funkcija pogreške CE. Aktivacijska funkcija skrivenog sloja bila je tangens hiperbolni, a izlaznog sloja softmax.

**Tablica 5.11.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 4500 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-9-2	99,79	99,88	99,55	BFGS/7	CE	Eksp	Softmax
2	29-8-2	99,65	100,00	100,00	BFGS/12	CE	Tanh	Softmax
3	29-5-2	99,79	100,00	99,32	BFGS/8	CE	Eksp	Softmax
4	29-4-2	99,72	99,88	99,89	BFGS/52	SOS	Eksp	Tanh
5	29-7-2	99,76	99,88	99,55	BFGS/11	CE	Eksp	Softmax

Dublja analiza uz pomoć tablica 5.12 i 5.13. koje predstavljaju tablicu konfuzije i sažetak klasifikacije pokazuje međusobnu ujednačenost ponašanja neuronskih mreža u predviđanju izlazne varijable  $s$ . Točnost kategorizacije za obje vrijednosti, tj.  $s=0$  i  $s=1$ , bila je približno jednaka, pri čemu je na skupu za testiranje u odnosu na skup za učenje bio prisutan blagi porast, a kod skupa za validaciju pad u postotku točno predviđenih vrijednosti. Kod 2. mreže u postupku njene validacije prisutan je najveći pad u točnosti klasifikacije vrijednosti  $s=0$  koja iznosi 0,6898, te vrijednosti  $s=1$  u udjelu 0,8487.

**Tablica 5.12.** Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 4500 l/min

Neuronska mreža s izlaznom vrijednošću	Učenje		Testiranje		Validacija	
	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
1. 29-9-2/0	4074	9	431	0	360	129
1. 29-9-2/1	6	2943	1	432	72	327
2. 29-8-2/0	4070	15	432	0	298	69
2. 29-8-2/1	10	2937	0	432	134	387
3. 29-5-2/0	4074	9	432	0	351	67
3. 29-5-2/1	6	2943	0	432	81	389
4. 29-4-2/0	4078	18	431	0	373	77
4. 29-4-2/1	2	2934	1	432	59	379
5. 29-7-2/0	4073	10	431	0	371	84
5. 29-7-2/0	7	2942	1	432	61	372

**Tablica 5.13.** Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 4500 l/min

Neuronska mreža	Klasifikacija	Učenje		Testiranje		Validacija	
		s=0	s=1	s=0	s=1	s=0	s=1
1. 29-9-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4074	2943	431	432	360	327
	Netočno	6	9	1	0	72	129
	Točno, %	99,85	99,70	99,77	100,00	83,33	71,71
	Netočno, %	0,14	0,31	0,23	0,00	16,67	28,29
2. 29-8-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4070	2937	432	432	298	387
	Netočno	10	15	0	0	134	69
	Točno, %	99,76	99,49	100,00	100,00	68,98	84,87
	Netočno, %	0,25	0,51	0,00	0,00	31,02	15,13
3. 29-5-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4074	2943	432	432	351	389
	Netočno	6	9	0	0	81	67
	Točno, %	99,85	99,70	100,00	100,00	81	85
	Netočno, %	0,15	0,31	0,00	0,00	18,75	14,69
4. 29-4-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4078	2934	431	432	373	379
	Netočno	2	18	1	0	59	77
	Točno, %	99,95	99,39	99,77	100,00	86,34	83,11
	Netočno, %	0,05	0,61	0,23	0,00	13,66	16,89
5. 29-7-2	Ukupno	408	2952	432	432	432	456
	Točno	4073	2942	431	432	371	372
	Netočno	7	10	1	0	61	84
	Točno, %	99,83	99,661	99,77	100,00	85,88	81,58
	Netočno, %	0,17	0,34	0,23	0,00	14,12	18,42

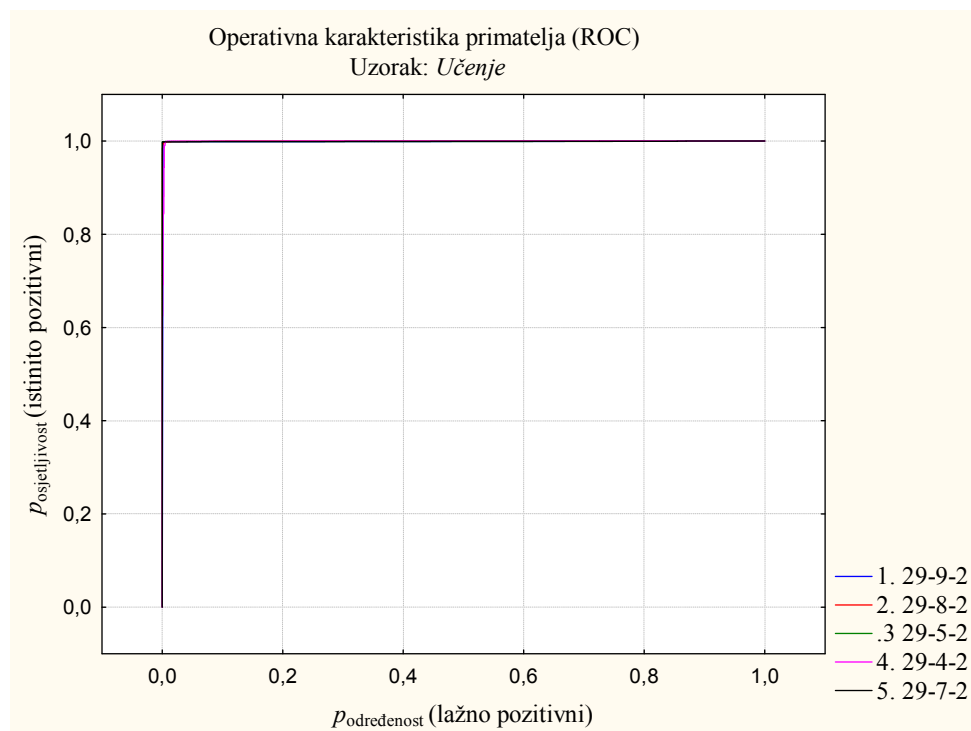
U tablici 5.14. dana je analiza osjetljivosti ulaznih varijabli neuronskih mreža 1.-5. Za ulazne varijable u 2. neuronsku mrežu 29-8-2 moguće je koristiti samo dvije utjecajne veličine,  $q$  i  $p_O$ , pri čemu je varijable  $p_R$  i  $p_C$  potrebno potpuno isključiti, dok je utjecaj vremenskog intervala  $\Delta t$  u simulaciji zanemariv. Tlak  $p_C$  predstavlja poremećajnu veličinu za sve slučajeve neuronskih mreža.

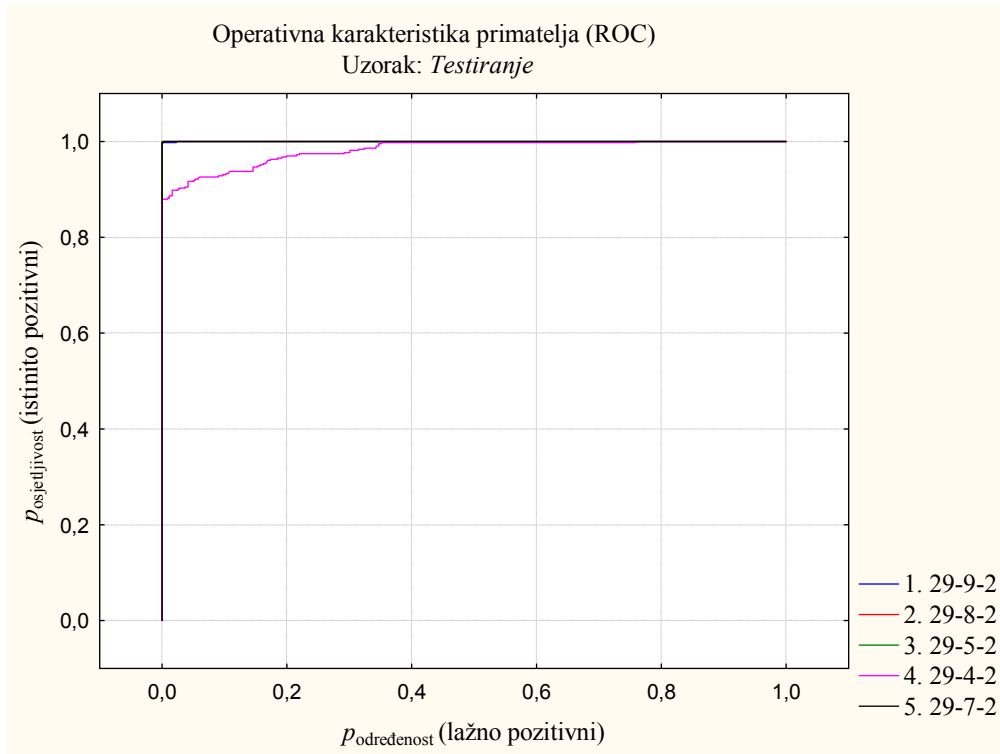


**Tablica 5.14.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 4500 l/min

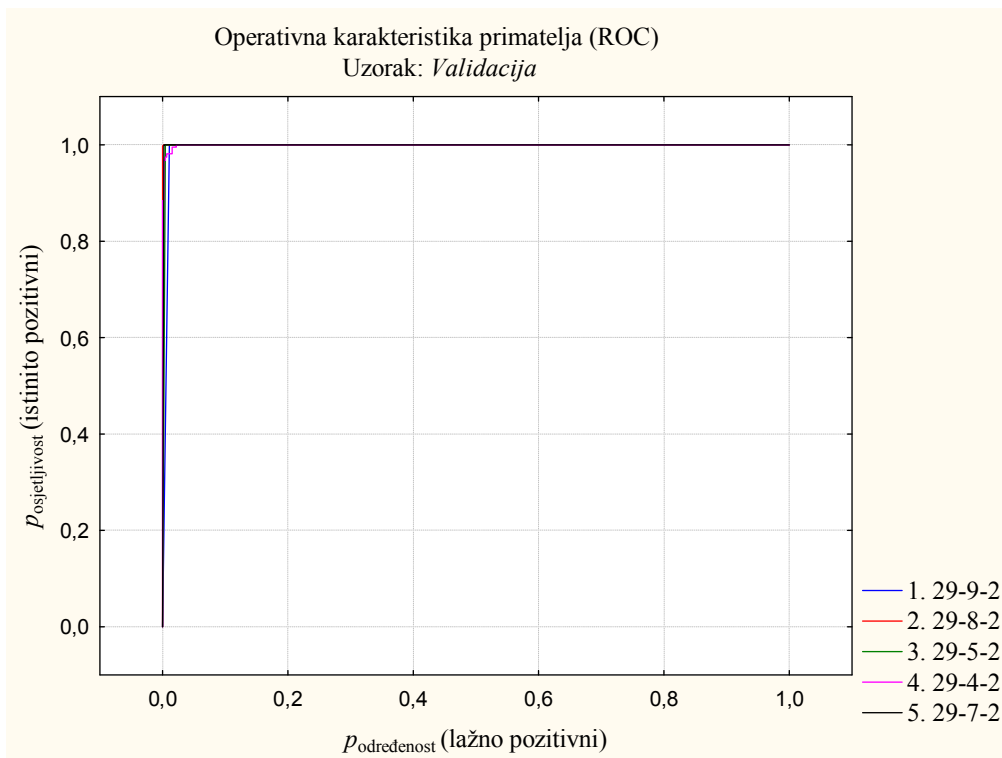
Neuronska mreža	$q$	$\Delta t$	$p_H$	$p_O$	$p_R$	$p_C$
1. 29-9-2	22,51	7,43	0,86	0,92	0,82	0,82
2. 29-8-2	2,77	1,00	1,07	1,21	0,98	0,93
3. 29-5-2	15,75	7,79	0,93	0,75	0,86	0,89
4. 29-4-2	24,04	2,93	2,76	1,71	1,01	1,06
5. 29-7-2	32,10	1,59	0,52	0,80	0,97	0,78
Srednja vrijednost	19,43	4,15	1,23	1,08	0,93	0,90

Slikama 5.14., 5.15. i 5.16. prikazane operativne karakteristike razmatranih neuronskih mreža za faze učenja, testiranja i validacije potvrđuju zaključak o visokom učinku klasifikacije neuronskih mreža. Naime, sve krivulje, osim za 4. neuronsku mrežu 29-4-2 kod testiranja, pokazuju dobru primjenjivost neuronskih mreža u rješavanju zadanog klasifikacijskog problema. U slučaju 4. neuronske mreže je došlo do neočekivanog odstupanja krivulje operativne karakteristike budući da neuronska mreža u prethodnim analizama nije davala naznake netočnosti u određivanju izlazne varijable  $s$ .

**Slika 5.14.** Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža,  $q_{pb}=4500$  l/min

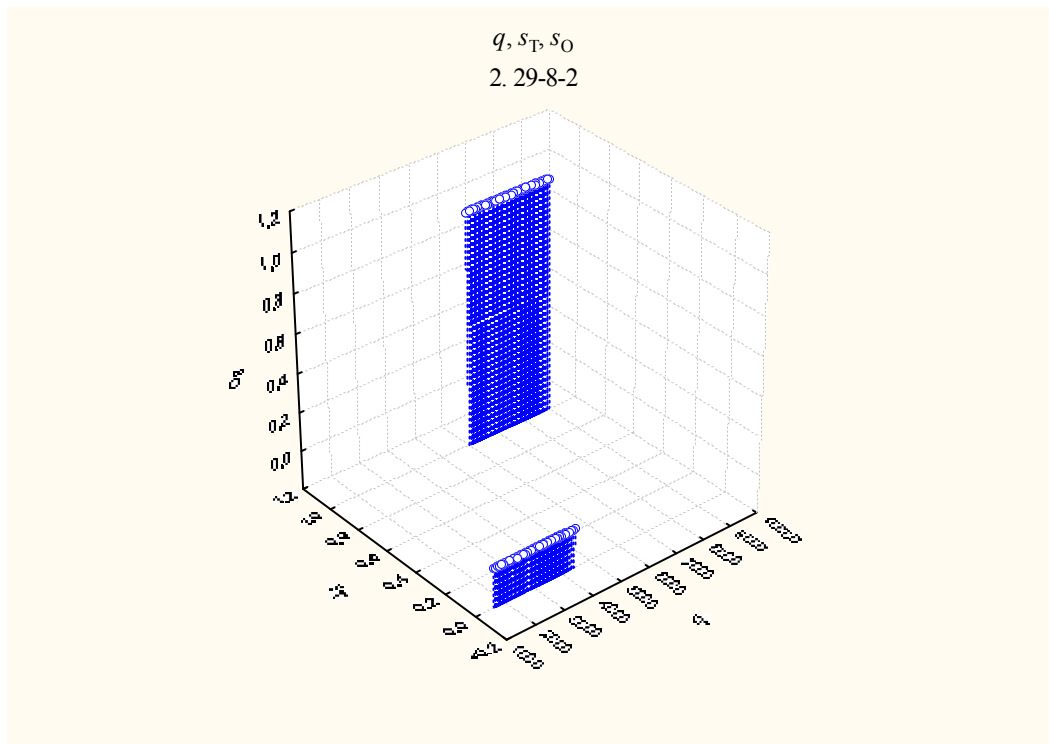


Slika 5.15. Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža,  $q_{pb}=4500$  l/min



Slika 5.16. Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža,  $q_{pb}=4500$  l/min

Grafički prikaz u pravokutnom koordinatnom sustavu međusobne povezanosti veličina  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$  za 2. neuronsku mrežu 29-8-2 dan je na slici 5.17. Iz njega je uočljivo jasno razgraničenje ciljanih  $s_T$  i ostvarenih vrijednosti  $s_O$  uslijed povećanja protoka puknuća cjevovoda. Osim toga prikaz pokazuje da se varijable  $s_T$  i  $s_O$  u potpunosti poklapaju.



Slika 5.17. Grafički prikaz ovisnosti varijabli  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$ ,  $q_{pb}=4500$  l/min

#### 5.2.4. Protok puknuća: 9000 l/min

Kao posljednji slučaj ispitana je primjena neuronskih mreža na detekciju puknuća uz protok iznosa 9000 l/min. Ova vrijednost predstavlja najveći mogući protok uslijed puknuća koji se približava teorijski proračunatom maksimumu istjecanja prema (4.12). U stvarnosti se može očekivati rijetko pojavljivanje ovoga slučaja, međutim potrebno ga je ispitati kao graničnu varijantu i konačnu potvrdu primjenjivosti neuronskih mreža na detekciju puknuća. Kao i u prethodnim slučajevima trenirano je 20 neuronskih mreža, a zadržano je, te u tablici 5.15. s pripadajućim karakteristikama prikazano, najboljih 5. Kako se moglo očekivati, one su za granični maksimalni protok puknuća, u svim slučajevima učenja, testiranja i validacije, dale granične maksimalne vrijednosti koeficijenata korelacije 1. Sve neuronske mreže su s 29 ulaznih i 2 izlazna neurona. Najmanji broj neurona skrivenog sloja je 3, a najveći 11. Algoritam učenja za

sve mreže bio je BFGS. U četiri od pet neuronskih mreža kao funkcija pogreške korištena je SOS, dok je u petoj preostaloj neuronskoj mreži korištena CE.

**Tablica 5.15.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 9000 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-3-2	100,00	100,00	100,00	BFGS/11	SOS	Eksp	Eksp
2	29-11-2	100,00	100,00	100,00	BFGS/13	CE	Log	Softmax
3	29-5-2	100,00	100,00	100,00	BFGS/4	SOS	Identitet	Eksp
4	29-8-2	100,00	100,00	100,00	BFGS/7	SOS	Tanh	Identitet
5	29-10-2	100,00	100,00	100,00	BFGS/8	SOS	Eksp	Identitet

Točnost klasifikacije neuronskih mreža potvrđuju tablica konfuzije 5.16. i tablica sažetka klasifikacije 5.17. Vidljivo je da su sve vrijednosti  $s=0$  i  $s=1$  klasificirane sa 100 %-tnom točnošću, tj. nije bilo odstupanja ciljanih o ostvarenih vrijednosti.

**Tablica 5.16.** Tablica konfuzije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 9000 l/min

Neuronska mreža s izlaznom vrijednošću	Učenje		Testiranje		Validacija	
	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$	$s=0$	$s=1$
1. 29-3-2/0	4080	0	432	0	360	432
1. 29-3-2/1	0	2952	0	432	72	0
2. 29-11-2/0	4080	0	432	0	298	432
2. 29-11-2/1	0	2952	0	432	134	0
3. 29-5-2/0	4080	0	432	0	351	432
3. 29-5-2/1	0	2952	0	432	81	0
4. 29-8-2-/0	4080	0	432	0	373	432
4. 29-8-2/1	0	2952	0	432	59	0
5. 29-10-2/0	4080	0	432	0	371	432
5. 29-10-2/1	0	2952	0	432	61	0

**Tablica 5.17.** Sažetak klasifikacije učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža za protok puknuća 9000 l/min

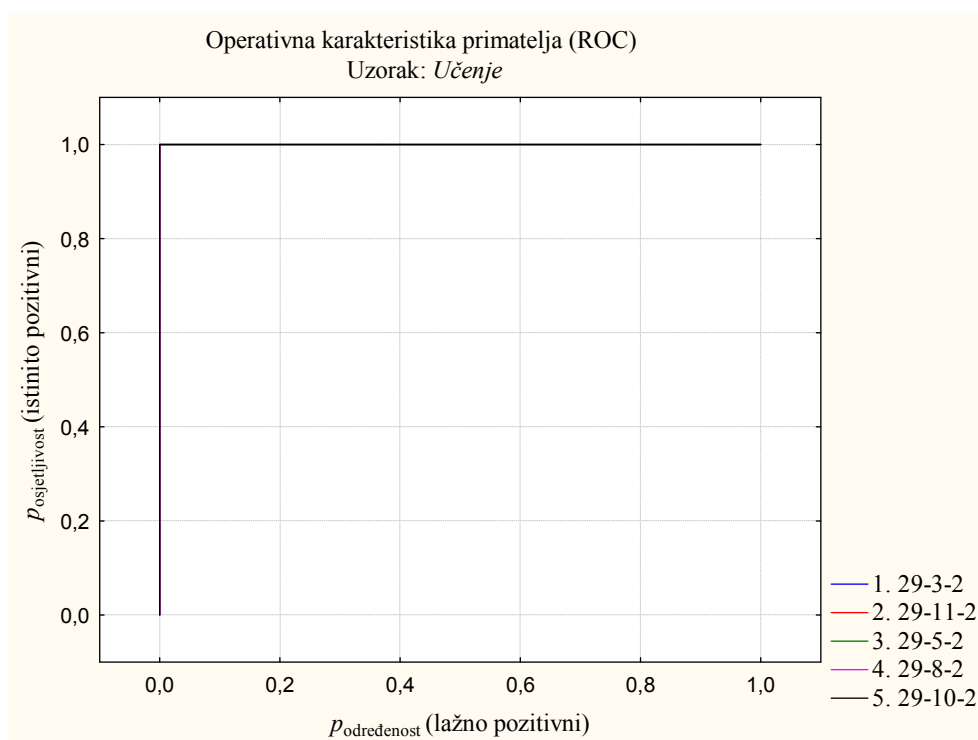
Neuronska mreža	Klasifikacija	Učenje		Testiranje		Validacija	
		s=0	s=1	s=0	s=1	s=0	s=1
1. 29-3-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4080	2952	432	432	432	456
	Netočno	0	0	0	0	0,	0
	Točno, %	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
	Netočno, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2. 29-11-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4080	2952	432	432	432	456
	Netočno	0	0	0	0	0	0
	Točno, %	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
	Netočno, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3. 29-5-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4080	2952	432	432	432	456
	Netočno	0	0	0	0	0	0,00
	Točno, %	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
	Netočno, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4. 29-8-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4080	2952	432	432	432	456
	Netočno	0	0	0	0	0	0
	Točno, %	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
	Netočno, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5. 29-10-2	Ukupno	4080	2952	432	432	432	456
	Točno	4080	2952	432	432	432	456
	Netočno	0	0	0	0	0	0
	Točno, %	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
	Netočno, %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

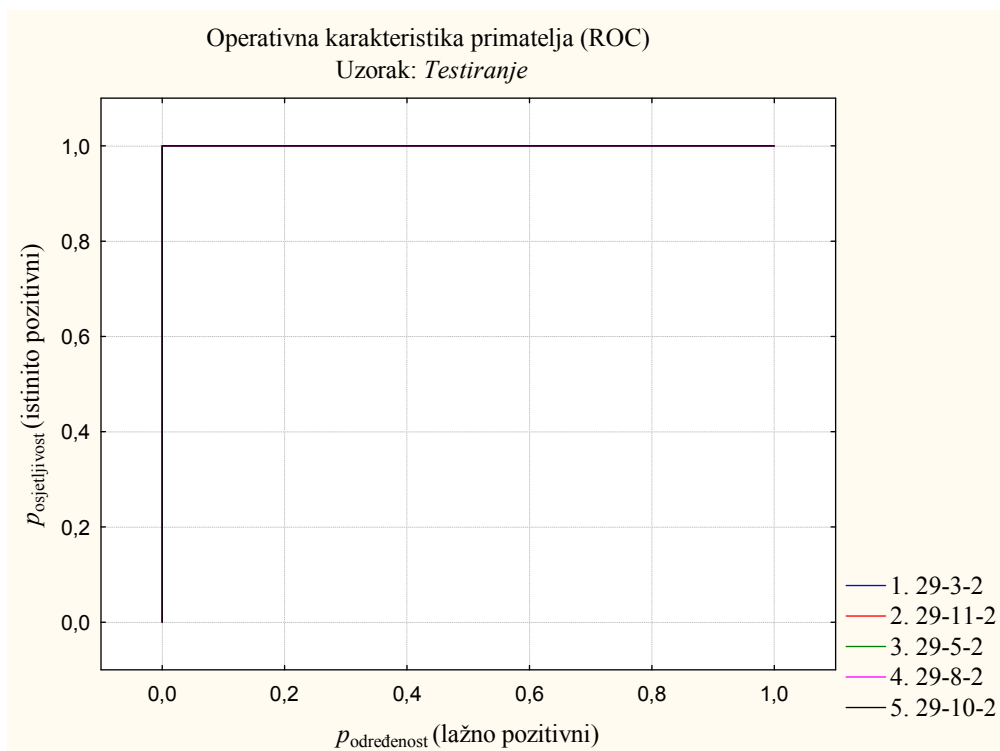
Veličine faktora analize osjetljivosti prikazane su u tablici 5.18. i za različite neuronske mreže pokazuju ujednačenost. Najveću osjetljivost na ulazne veličine pokazuje 2. neuronska mreža 29-11-2, kod koje je kao i kod ostalih mreža najutjecajnija varijabla  $q$ , a nakon nje vremenski interval  $\Delta t$ . Od tlakova je najutjecajniji  $p_H$  na lokaciji u Horvaćanskoj ulici, dok se ovisno o neuronskoj mreži za ostale tlakove pojavljuje potreba njihovog uklanjanja iz modela.

**Tablica 5.18.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 9000 l/min

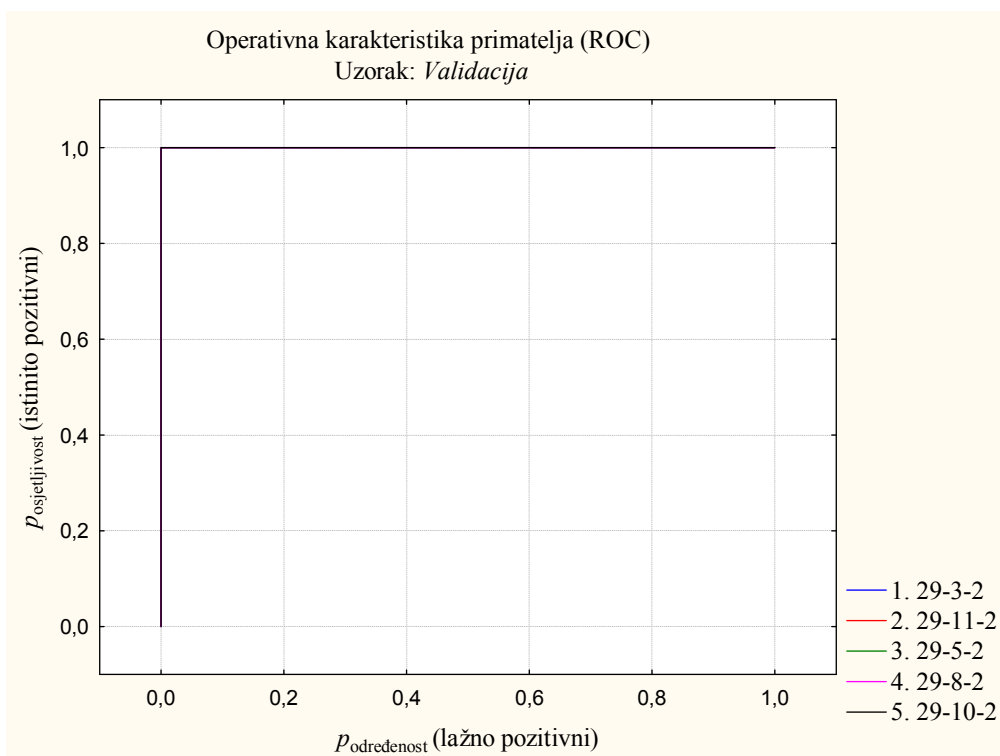
Neuronska mreža	$q$	$\Delta t$	$p_H$	$p_O$	$p_R$	$p_C$
1. 29-3-2	1,55	1,17	1,09	0,96	1,12	0,92
2. 29-11-2	3,94	2,04	1,55	1,16	0,96	1,09
3. 29-5-2	1,56	1,32	1,20	1,09	1,00	1,07
4. 29-8-2	3,03	2,18	1,95	1,27	1,15	1,11
5. 29-10-2	1,74	1,24	1,26	1,02	1,02	1,00
Srednja vrijednost	2,36	1,59	1,41	1,10	1,05	1,04

Krivulje operativnih karakteristika svih pet neuronskih mreža kod učenja, testiranja i validacije prikazane slikama 5.18., 5.19. i 5.20. poklapaju se s koordinatnim osima, te odražavaju idealno stanje klasifikacije izlazne varijable  $s$  u ovisnosti o ulaznim varijablama  $q$ ,  $\Delta t$ ,  $p_H$ ,  $p_O$ ,  $p_R$  i  $p_C$ .

**Slika 5.18.** Operativna karakteristika učenja neuronskih mreža,  $q_{pb}=9000$  l/min



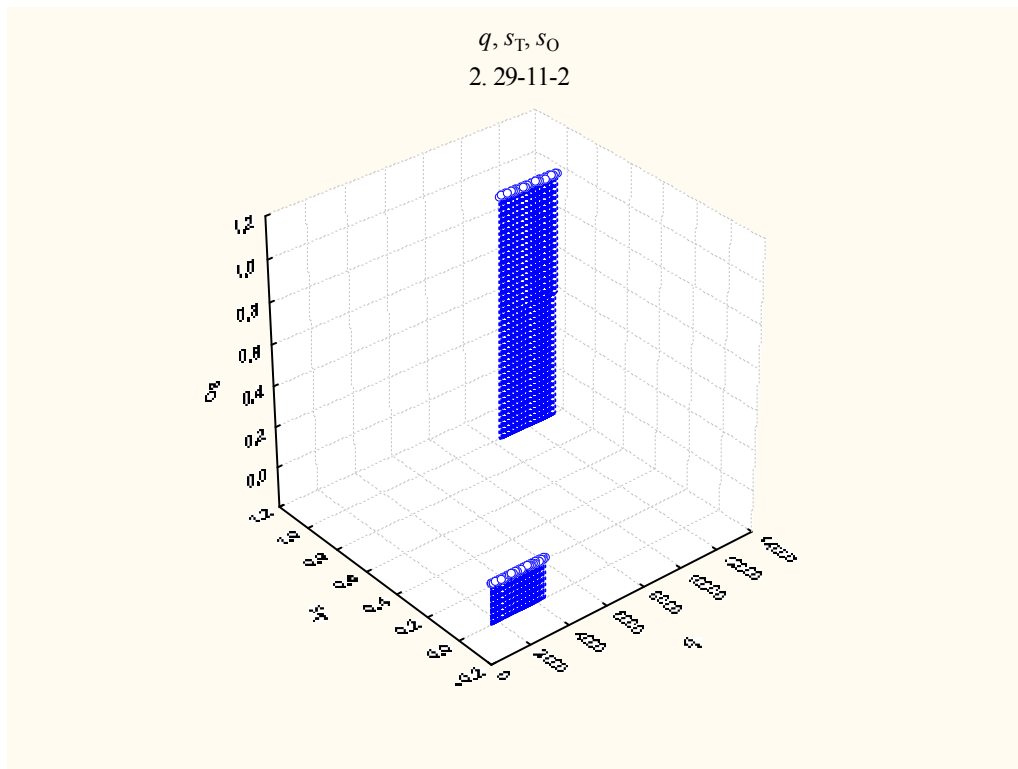
**Slika 5.19.** Operativna karakteristika testiranja neuronskih mreža,  $q_{pb}=9000$  l/min



**Slika 5.20.** Operativna karakteristika validacije neuronskih mreža,  $q_{pb}=9000$  l/min

Budući da je svih pet zadržanih neuronskih mreža pokazalo jednako dobru točnost u određivanju varijable  $s$ , za reprezentativnu mrežu odabrana je 2. 29-11-2, koja

je pokazala najbolju osjetljivost na ulazne veličine, a posebice na ulazni protok u sustav. Međuovisnost veličina  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$  prikazana je na slici 5.21. koja pokazuje klasifikaciju bez odstupanja.



Slika 5.21. Grafički prikaz ovisnosti varijabli  $q$ ,  $s_T$  i  $s_O$ ,  $q_{pb}=9000$  l/min

### 5.3. Lociranje puknuća cjevovoda na temelju podataka o protoku i tlakovima unutar DMA

#### 5.3.1. Protok puknuća: 900 l/min

U prvom slučaju lociranja minimalnog protoka puknuća cijevi iznosa 900 l/min u obzir je uzeto 100 neuronskih mreža koje su prošle kroz postupak učenja, nakon kojega je zadržano i prikazano u tablici 5.19. najboljih 5. Kriterij prema kojemu su ocjenjivane točnosti neuronskih mreža bio je srednja vrijednost koeficijenta korelacije koji opisuje stupanj povezanosti ciljanih i dobivenih izlaznih vrijednosti. Koeficijent korelacije prikazan je u tablici 5.19. za slučajeve učenja, testiranja i validacije neuronskih mreža. Vidljivo je da su dobivene vrijednosti relativno male što ne upućuje na mogućnost lociranja mjesta puknuća cjevovoda korištenjem neuronskih mreža pri



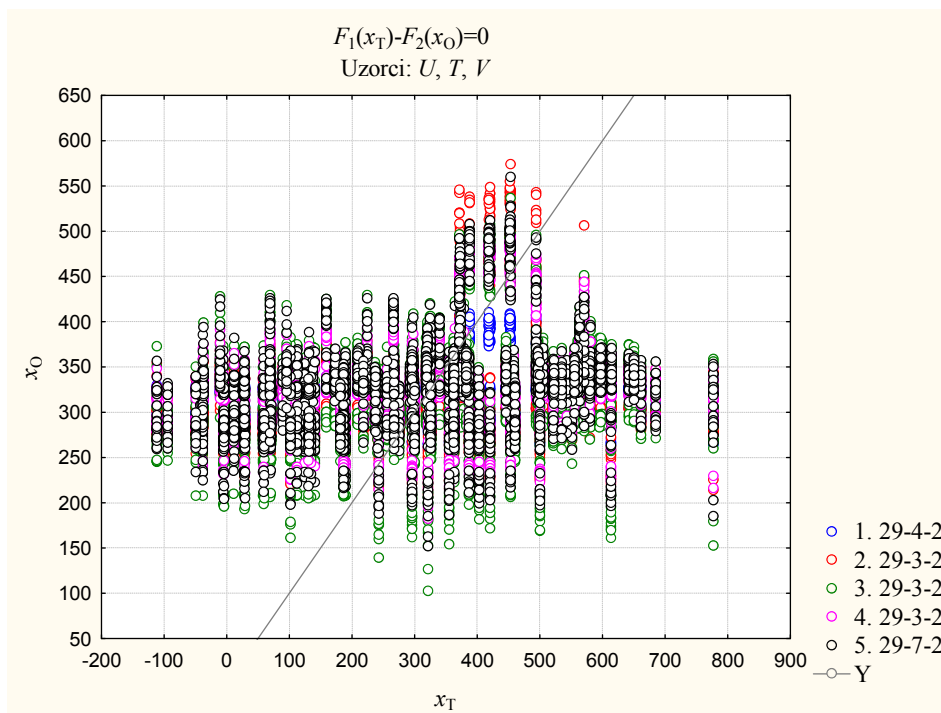
protoku od 900 l/min. Štoviše, koeficijenti korelacije kod testiranja svih neuronskih mreža su manji od nule.

**Tablica 5.19.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 900 l/min

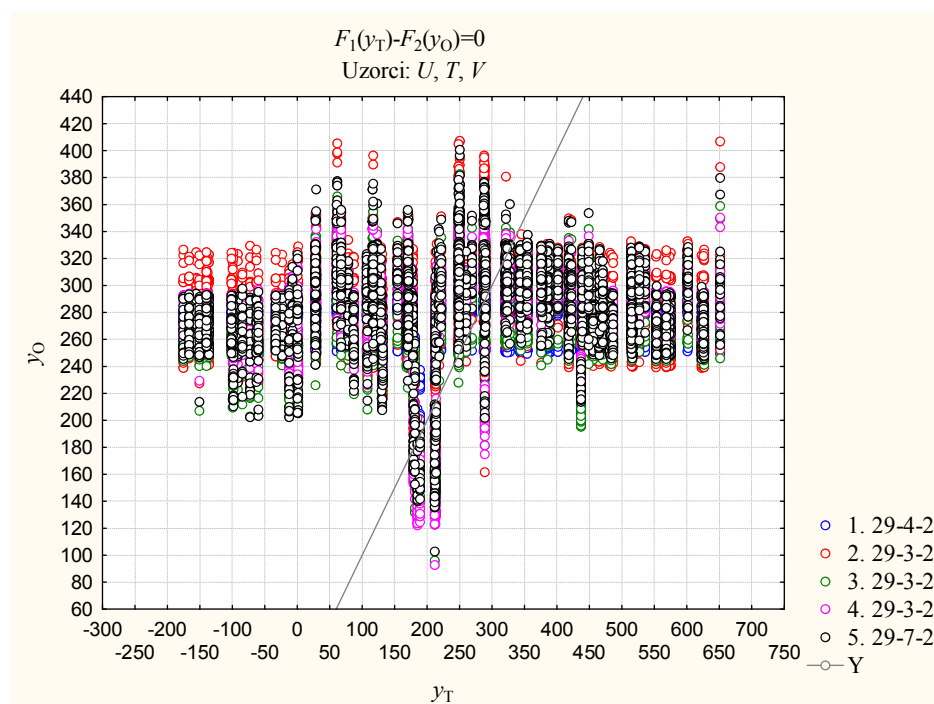
Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-4-2	14,25	-11,71	23,88	BFGS/6	SOS	Sin	Log
2	29-3-2	16,36	-16,15	23,61	BFGS/12	SOS	Sin	Eksp
3	29-3-2	20,25	-13,06	20,95	BFGS/13	SOS	Sin	Tanh
4	29-3-2	19,93	-9,01	21,11	BFGS/8	SOS	Identitet	Tanh
5	29-7-2	20,37	-9,84	21,66	BFGS/11	SOS	Identitet	Identitet

Bez obzira na nedovoljnu točnost neuronskih mreža korisno je analizirati njihova svojstva, budući da slučajevi dobrih rezultata analize neuronskih mreža dodatno upućuju na nepostojanje standardne statističke korelacije između protoka i tlakova s koordinatama puknuća. Kao prva karakteristika neuronskih mreža kreirani su i u prilogu 6. prikazani grafovi rezidualnih vrijednosti između ciljanih i ostvarenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$ . Oni pokazuju da se kod svih neuronskih mreža odstupanja ciljanih od ostvarenih vrijednosti izlaznih veličina  $x$  i  $y$  približavaju normalnoj razdiobi s aritmetičkom sredinom jednakom nuli. To je dobar znak, tj. indikacija da je neuronska mreža dobro predvidjela postojanje šuma za koji se pretpostavlja normalna distribuiranost oko vrijednosti nula.

Na slikama 5.22. i 5.23. su za koordinate  $x$  i  $y$  izvedeni i prikazani pravci korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti. Oko njih se rasipaju točke prikaza parova izlaznih ciljanih i dobivenih vrijednosti u velikom opsegu, što odgovara slaboj generalizaciji neuronskih mreža.



Slika 5.22. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $x$ ,  $q_{pb}=900$  l/min



Slika 5.23. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $y$ ,  $q_{pb}=900$  l/min

Iz tablice 5.20., u kojoj su prikazani koeficijenti korelacije za svaku od zadržanih neuronskih mreža, su vidljivi izrazito nepovoljni rezultati za skup podatka testiranja i to

za obje varijable  $x$  i  $y$ . Iz ovog razloga se od neuronskih mreža ne mogu očekivati zadovoljavajuće precizni podaci o lokaciji kvara na temelju promjene protoka i tlaka.

**Tablica 5.20.** Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  za protok puknuća 900 l/min

Neuronska mreža		Varijabla $x$			Varijabla $y$		
R. br.	Tip mreže	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %
1	29-4-2	21,23	-17,55	-0,16	7,26	-5,87	47,93
2	29-3-2	22,53	-24,22	-0,54	10,19	-8,08	47,76
3	29-3-2	24,04	-20,79	-0,81	16,46	-5,33	42,72
4	29-3-2	23,74	-10,32	-1,46	16,12	-7,71	43,68
5	29-7-2	23,67	-13,18	-0,58	17,08	-6,50	43,90

Analiza osjetljivosti dana je u tablici 5.21., gdje je vidljivo da sve ulazne veličine za sve neuronske mreže imaju vrlo mali utjecaj na ishod njihovog korištenja. Ovo je uzrok velikog i nepovoljnog rasipanja rezidualnih vrijednosti ciljanih i dobivenih izlaznih veličina  $x$  i  $y$ .

**Tablica 5.21.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 900 l/min

Neuronska mreža	$p_C$	$p_O$	$\Delta t$	$p_H$	$q$	$p_R$
1. 29-4-2	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2. 29-3-2	1,02	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00
3. 29-3-2	1,03	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00
4. 29-3-2	1,03	1,03	1,02	1,00	1,00	1,00
5. 29-7-2	1,03	1,04	1,03	1,01	1,00	1,00
Srednja vrijednost	1,02	1,02	1,02	1,01	1,00	1,00

Najmanja srednja vrijednost udaljenosti ciljanih i dobivenih rezultata lokacije puknuća ostvarena je korištenjem 3. neuronske mreže 29-3-2, te je iznosila

$$\mu_{\min}(900 \text{ l/min}) = 279 \text{ m}, \quad (5.1)$$

uz pripadajuću standardnu devijaciju

$$\sigma_{\min}(900 \text{ l/min}) = 58 \text{ m}. \quad (5.2)$$

Iste veličine su za ansambl svih pet neuronskih mreža iznosile:

$$\mu_{\text{ans}}(900 \text{ l/min}) = 287 \text{ m} , \quad (5.3)$$

uz standardnu devijaciju

$$\sigma_{\text{ans}}(900 \text{ l/min}) = 53 \text{ m} . \quad (5.4)$$

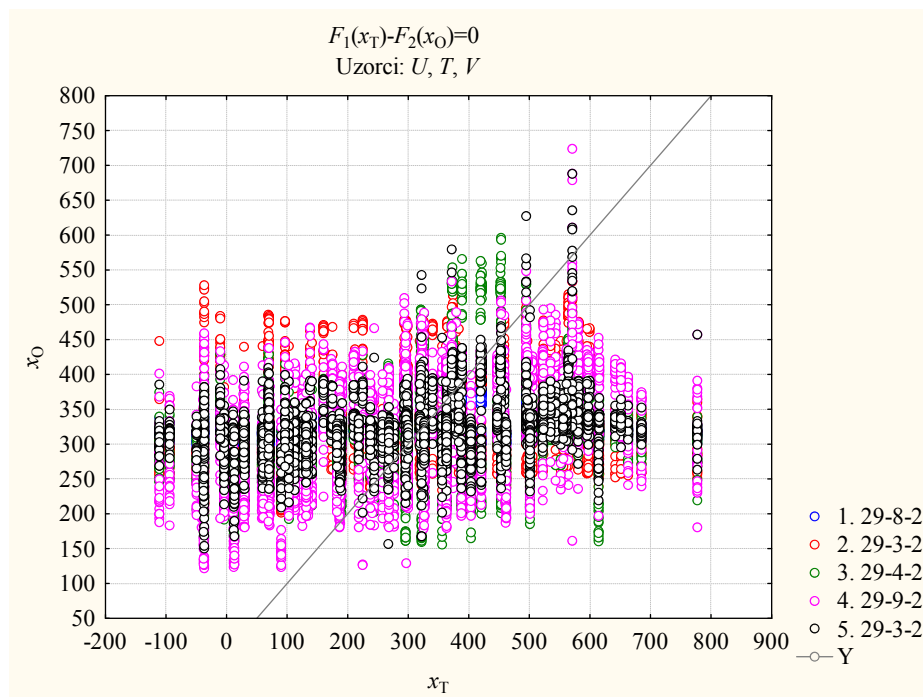
### 5.3.2. Protok puknuća: 1800 l/min

Od 100 treniranih neuronskih mreža najboljih 5 je prikazano u tablici 5.19. s pripadajućom učinkovitošću lociranja puknuća kod protoka od 1800 l/min, za slučajeve učenja, testiranja i validacije. Dobivene vrijednosti su pozitivne, relativno male i bolje od slučaja protoka puknuća od 900 l/min.

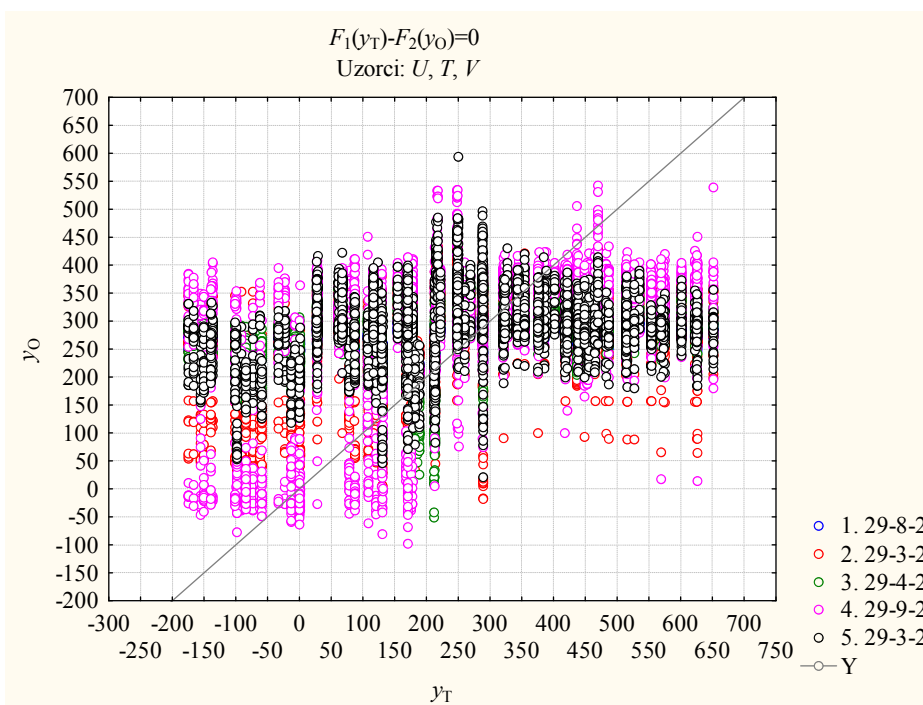
**Tablica 5.22.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 1800 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-8-2	26,29	5,77	32,39	BFGS/9	SOS	Tanh	Log
2	29-3-2	35,70	6,67	38,70	BFGS/16	SOS	Tanh	Log
3	29-4-2	25,57	1,70	30,59	BFGS/7	SOS	Tanh	Tanh
4	29-9-2	47,92	15,38	39,26	BFGS/96	SOS	Tanh	Eksp
5	29-3-2	29,71	12,53	31,32	BFGS/33	SOS	Eksp	Identitet

Grafički prikaz rezidualnih vrijednosti između ciljanih i ostvarenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  dan je u prilogu 7. Kao i u slučaju protoka puknuća od 900 l/min, vidljivo je da frekvencije pojavljivanja rezidualnih vrijednosti imaju oblik normalne distribucije uz veliku širinu rasipanja. Ovo i na slikama 5.24. i 5.25. prikazani pravci korelacije željenih i dobivenih vrijednosti potvrđuju malu razinu generalizacije neuronskih mreža koja je posljedica manjeg broja mjernih mjesta.



Slika 5.24. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $x$ ,  $q_{pb}=1800$  l/min



Slika 5.25. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $y$ ,  $q_{pb}=1800$  l/min

Najpovoljnije vrijednosti koeficijenta korelacije za obje varijable  $x$  i  $y$  ima 4. neuronska mreža 29-9-2, što upućuje na mogućnost približavanja izlaznih vrijednosti neuronske mreže stvarnim lokacijama puknuća cjevovoda.

**Tablica 5.23.** Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  za protok puknuća 1800 l/min

Neuronska mreža		Varijabla $x$			Varijabla $y$		
R. br.	Tip mreže	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %
1	29-8-2	22,60	9,35	2,03	29,98	2,19	62,74
2	29-3-2	25,72	-2,26	6,13	45,67	15,60	71,28
3	29-4-2	23,53	1,94	-0,16	27,61	1,46	61,34
4	29-9-2	41,71	12,32	6,09	54,12	18,45	72,43
5	29-3-2	25,66	19,53	-2,02	33,76	5,53	64,66

Iz analize osjetljivosti prikazane u tablici 5.24. vidljivo je da ista 4. neuronska mreža 29-9-2 pokazuje najbolja svojstva osjetljivosti u odnosu na izlazne vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$ .

**Tablica 5.24.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 1800 l/min

Neuronska mreža	$p_o$	$\Delta t$	$q$	$p_c$	$p_R$	$P_H$
1. 29-8-2	1,04	1,00	1,00	1,01	1,00	1,00
2. 29-3-2	1,30	1,10	1,00	1,05	1,04	1,00
3. 29-4-2	1,07	1,04	1,00	1,02	1,02	1,00
4. 29-9-2	1,64	1,23	1,15	1,16	1,13	1,03
5. 29-3-2	1,24	1,02	1,14	1,01	1,03	1,00
Srednja vrijednost	1,26	1,08	1,06	1,05	1,04	1,01

Najmanja srednja vrijednost i njoj pripadajuća standardna devijacija udaljenosti ciljanih i dobivenih rezultata lokacije puknuća dobivene su korištenjem 3. neuronske mreže 29-4-2 u iznosima:

$$\mu_{\min}(1800 \text{ l/min}) = 270 \text{ m}, \quad (5.5)$$

$$\sigma_{\min}(1800 \text{ l/min}) = 55 \text{ m}. \quad (5.6)$$

Iste veličine su za ansambl svih pet neuronskih mreža iznosile:

$$\mu_{\text{ans}}(1800 \text{ l/min}) = 280 \text{ m}, \quad (5.7)$$

uz pripadajuću standardnu devijaciju

$$\sigma_{\text{ans}}(1800 \text{ l/min}) = 54 \text{ m}. \quad (5.8)$$

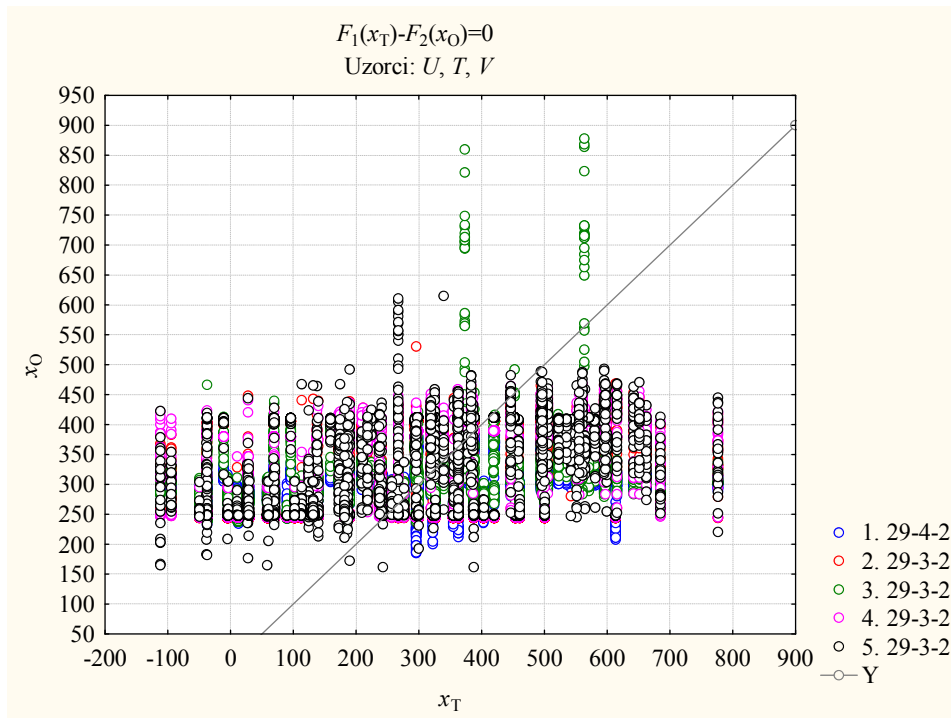
### 5.3.3. Protok puknuća: 4500 l/min

Nakon provedenog postupka učenja 100 neuronskih mreža ostvarena su najbolja približavanja na njih 5 koje su s pripadajućim karakteristikama prikazane u tablici 5.25. U usporedbi s mrežama za protoke puknuća od 900 l/min vidljiva su poboljšanja, dok u odnosu na mreže koje su dobivene za protoke od 1800 l/min nema značajne razlike. Točnost predviđanja preciznih rezultata lokacija puknuća cjevovoda je mala.

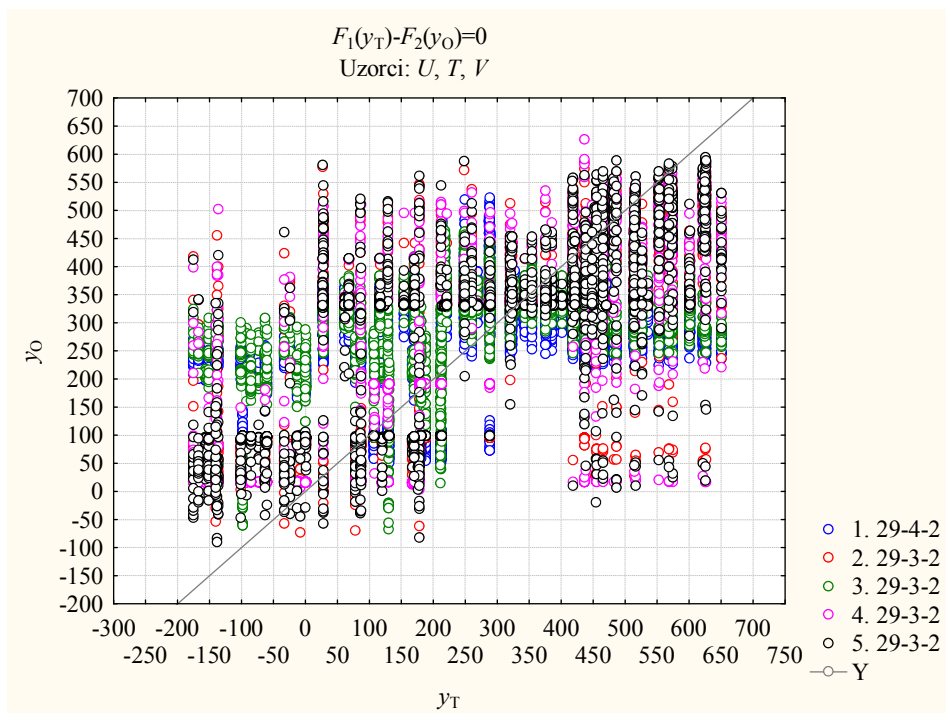
**Tablica 5.25.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 4500 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-4-2	23,95	3,10	37,72	BFGS/9	SOS	Eksp	Tanh
2	29-3-2	55,90	2,31	39,18	BFGS/93	SOS	Log	Sin
3	29-3-2	31,65	2,62	37,98	BFGS/14	SOS	Eksp	Eksp
4	29-3-2	56,89	0,50	39,49	BFGS/52	SOS	Log	Identitet
5	29-3-2	57,20	3,04	39,04	BFGS/165	SOS	Log	Sin

Potvrda dobrog odabira neuronskih mreža dobivena je iz analize grafičkog prikaza u prilogu 8., gdje su dane rezidualne vrijednosti ciljanih i ostvarenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$ , koje su normalno distribuirane s centrom u ishodištu koordinatnog sustava. Slabu točnost lociranja puknuća potvrđuju na slikama 5.26. i 5.27. prikazana rasipanja parova ciljanih i dobivenih vrijednosti koordinata  $x$  i  $y$  oko odgovarajućih pravaca korelacije.



Slika 5.26. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $x$ ,  $q_{pb}=4500$  l/min



Slika 5.27. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $y$ ,  $q_{pb}=4500$  l/min

Najpovoljnije vrijednosti koeficijenta korelacije za obje varijable  $x$  i  $y$  ima 4. neuronska mreža 29-9-2, što upućuje na mogućnost približavanja izlaznih vrijednosti neuronske mreže stvarnim lokacijama puknuća cjevovoda.



**Tablica 5.26.** Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  za protok puknuća 4500 l/min

Neuronska mreža		Varijabla $x$			Varijabla $y$		
R. br.	Tip mreže	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %
1	29-4-2	18,62%	7,68%	5,37%	29,28%	-1,47%	70,07%
2	29-3-2	40,03%	-22,99%	3,34%	71,77%	27,61%	75,03%
3	29-3-2	21,62%	-1,39%	5,04%	41,67%	6,64%	70,92%
4	29-3-2	40,28%	-25,49%	3,04%	73,50%	26,49%	75,93%
5	29-3-2	40,77%	-23,73%	3,55%	73,63%	29,81%	74,52%

Iz analize osjetljivosti prikazane u tablici 5.27. vidljivo je da, uz 2. 29-3-2, 4. neuronska mreža 29-3-2 pokazuje najbolja svojstva osjetljivosti u odnosu na izlazne vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$ . Međutim, prema tablici 5.26. rezultati predviđanja su izrazito lošiji za koordinatu  $x$  u odnosu na koordinatu  $y$ . Ove dvije neuronske mreže imaju slična svojstva, te se iz tablice 5.25. može vidjeti da se razlikuju isključivo po broju koraka učenja BFGS algoritma, te aktivacijskoj funkciji izlaznog sloja neurona. Pri tome je najutjecajnija veličina  $p_0$ , koja zajedno s vremenskim intervalom  $\Delta t$  najviše doprinosi procesu učenja neuronske mreže. Slična situacija je i u slučajevima ostalih neuronskih mreža. Kod svih pet neuronskih mreža najmanji utjecaj na dobivene rezultate ima tlak  $p_H$ .

**Tablica 5.27.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 4500 l/min

Neuronska mreža	$p_0$	$\Delta t$	$q$	$p_C$	$p_R$	$P_H$
1. 29-4-2	1,06	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01
2. 29-3-2	2,00	1,62	1,37	1,36	1,18	1,06
3. 29-3-2	1,13	1,01	1,00	1,04	1,01	1,01
4. 29-3-2	2,00	1,51	1,29	1,29	1,12	1,01
5. 29-3-2	1,88	2,26	1,56	1,35	1,31	1,01
Srednja vrijednost	1,61	1,48	1,25	1,21	1,12	1,02

Najniža srednja vrijednost i njoj odgovarajuća standardna devijacija duljina odstupanja od ciljanih koordinata puknuća cjevovoda su jednake:

$$\mu_{\min}(4500 \text{ l/min}) = 263 \text{ m}, \quad (5.9)$$

$$\sigma_{\min}(4500 \text{ l/min}) = 63 \text{ m}, \quad (5.10)$$

U slučaju ansambla zadržanih neuronskih mreža iste veličine iznose

$$\mu_{\text{ans}}(4500 \text{ l/min}) = 271 \text{ m}, \quad (5.11)$$

te,

$$\sigma_{\text{ans}}(4500 \text{ l/min}) = 53 \text{ m}. \quad (5.12)$$

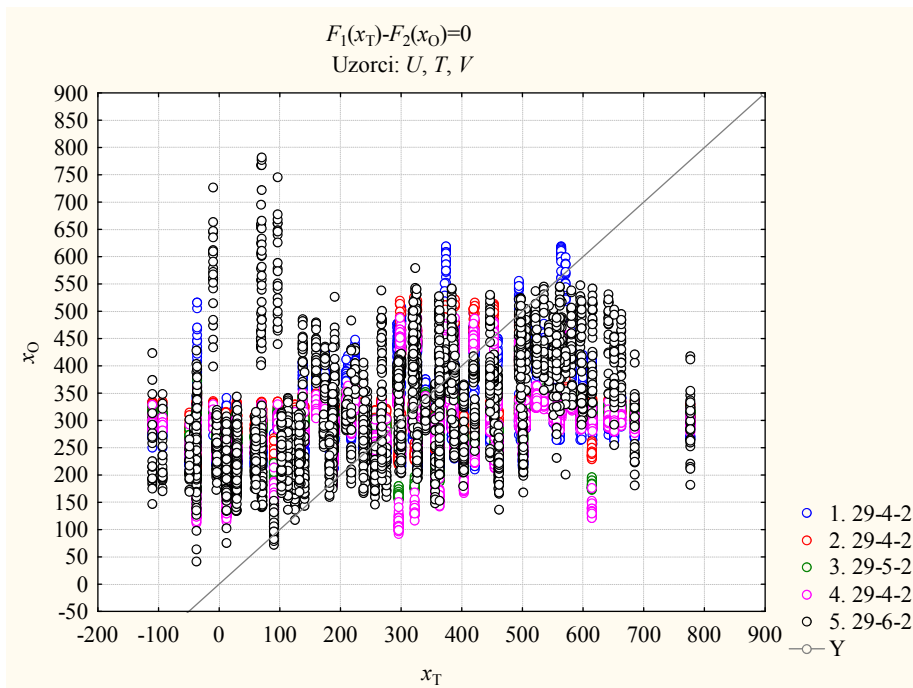
### 5.3.4. Protok puknuća: 9000 l/min

Mogućnost lociranja puknuća cjevovoda za protok od 9000 l/min ispitana je kao posljednji granični slučaj. Karakteristike najboljih 5 od ukupno 100 mreža koje su prošle postupak učenja dane su u tablici 5.28. U odnosu na neuronske mreže za protok puknuća od 1800 l/min točnost je povećana, što se posebice odnosi na skup za testiranje. Izuzetak je 1. neuronska mreža kod koje je vrijednost korelacije negativna.

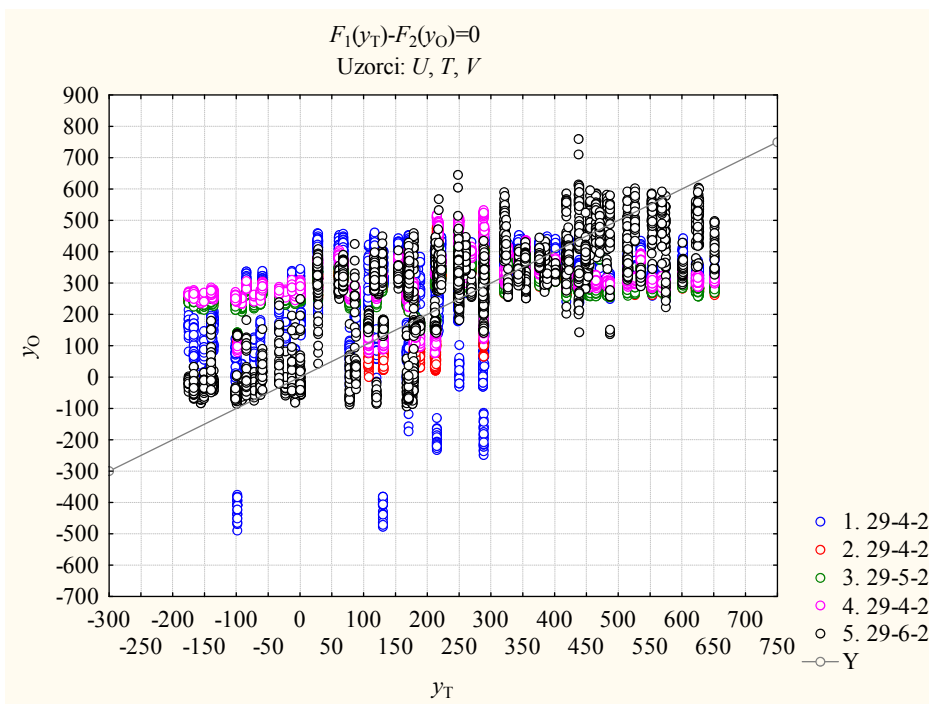
**Tablica 5.28.** Značajke neuronskih mreža za puknuća s protokom 9000 l/min

Neuronska mreža		Točnost			Algoritam učenja/br. koraka	Funkcija pogreške	Aktivacijska funkcija	
R. br.	Tip mreže	Učenje %	Test. %	Valid. %			Skriveni sloj	Izlazni sloj
1	29-4-2	42,09	-16,27	36,51	BFGS/15	SOS	Log	Tanh
2	29-4-2	25,30	12,51	36,30	BFGS/8	SOS	Eksp	Identitet
3	29-5-2	29,22	8,46	38,06	BFGS/10	SOS	Log	Tanh
4	29-4-2	27,24	9,02	39,39	BFGS/21	SOS	Sin	Log
5	29-6-2	69,22	16,61	38,42	BFGS/74	SOS	Log	Eksp

Rezidualne vrijednosti ciljanih i ostvarenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  iz priloga 9., kao i u prethodnim slučajevima, pokazuju normalu distribuiranost oko nule. Iz slika 5.28. i 5.29. zapaža se bolja prilagođenost neuronskih mreža predviđanju koordinate  $y$ , što je najviše izraženo za 5. neuronsku mrežu 29-6-2.



Slika 5.28. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $x$ ,  $q_{pb}=9000$  l/min



Slika 5.29. Korelacija željenih i dobivenih vrijednosti varijable  $y$ ,  $q_{pb}=9000$  l/min

Iz tablice 5.29. vidljivo je da kod dobrih rezultata skupa za testiranje u predviđanju koordinate  $x$  neuronske mreže, s druge strane, neuronske mreže daju lošu koreliranost varijable  $y$  i obrnuto. Primjerice, neuronska mreža 5. 29-6-2, u skladu sa

zaključkom donesenim analizom grafova korelacije, daje dobra predviđanja u skupu za testiranje varijable  $y$ , a loša za varijablu  $x$ .

**Tablica 5.29.** Koeficijenti korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti varijabli  $x$  i  $y$  za protok puknuća 9000 l/min

Neuronska mreža		Varijabla $x$			Varijabla $y$		
R. br.	Tip mreže	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %	Učenje, %	Testiranje, %	Validacija, %
1	29-4-2	31,28%	-49,93%	5,18%	52,89%	17,39%	67,83%
2	29-4-2	20,03%	25,01%	2,72%	30,57%	0,00%	69,89%
3	29-5-2	21,92%	18,94%	5,19%	36,52%	-2,02%	70,93%
4	29-4-2	21,52%	20,41%	4,55%	32,96%	-2,37%	74,22%
5	29-6-2	54,71%	-2,20%	3,72%	83,74%	35,42%	73,12%

Analiza osjetljivosti prikazane prema tablici 5.30. pokazuje, posebice za 5. 29-6-2, najveću osjetljivost na ulaznu veličinu  $p_0$ , te nakon nje vremenski interval  $\Delta t$ .

**Tablica 5.30.** Analiza osjetljivosti ulaznih varijabli za protok puknuća 9000 l/min

Neuronska mreža	$p_0$	$\Delta t$	$q$	$p_C$	$p_R$	$P_H$
1. 29-4-2	1,00	1,12	1,01	1,01	1,13	1,01
2. 29-4-2	0,98	1,05	1,00	1,00	1,01	1,00
3. 29-5-2	1,01	1,07	1,00	1,00	1,03	1,00
4. 29-4-2	0,98	1,06	1,00	1,00	1,02	1,00
5. 29-6-2	2,61	1,91	1,45	1,35	1,15	1,08
Srednja vrijednost	1,32	1,25	1,09	1,07	1,07	1,02

Korištenjem 5. neuronske mreže 29-6-2 ostvarena je najmanja srednja vrijednost udaljenosti ciljanih i dobivenih rezultata lokacije puknuća koja je uz pripadajuću standardnu devijaciju jednaka:

$$\mu_{\min}(9000 \text{ l/min}) = 249 \text{ m}, \quad (5.13)$$

$$\sigma_{\min}(9000 \text{ l/min}) = 72 \text{ m}. \quad (5.14)$$

U slučaju kreiranja ansambla neuronskih mreža iste veličine iznose:

$$\mu_{\text{ans}}(9000 \text{ l/min}) = 265 \text{ m}, \quad (5.15)$$

$$\sigma_{\text{ans}}(9000 \text{ l/min}) = 51 \text{ m}. \quad (5.16)$$



## 6. RASPRAVA

### 6.1. Ovisnost točnosti neuronskih mreža kod detekcije puknuća cjevovoda o protoku puknuća

Osnovni parametar kojim je mjerena sposobnost neuronskih mreža kod detekcije puknuća bio je točnost klasifikacije  $\eta$  parametra prepoznavanja puknuća  $s$  u odnosu na protok puknuća cjevovoda. Ova ovisnost je prikazana na slici 6.1. Iz nje je vidljivo da se, uz koeficijent korelacije od  $R^2=0,964$ , porast točnosti neuronskih mreža u ovisnosti o protoku puknuća može aproksimirati funkcijom

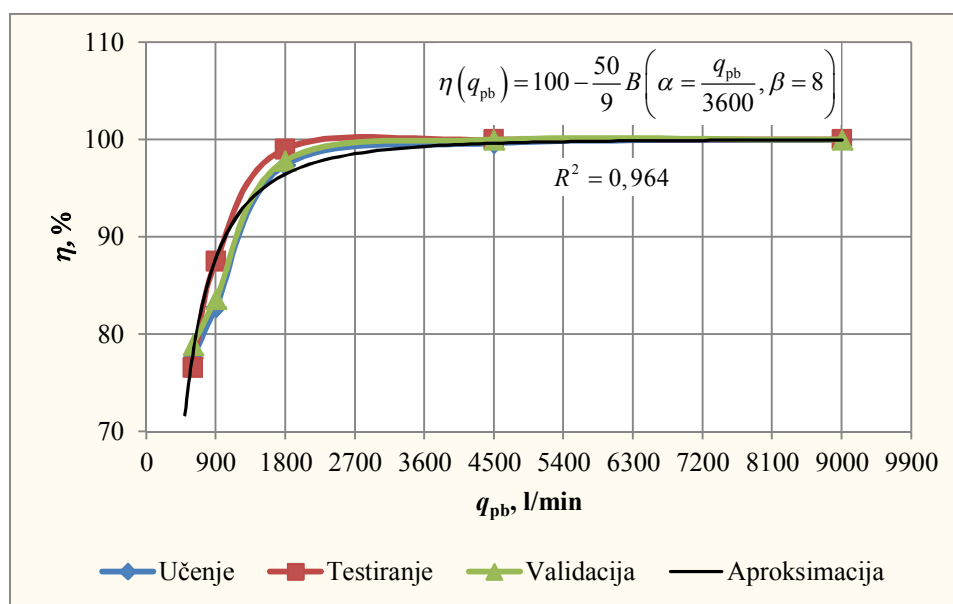
$$\eta(q_{pb}) = 100 - \frac{50}{9} B(\alpha, \beta), \quad (6.1)$$

gdje je

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx, \quad (6.2)$$

beta funkcija ili Eulerov integral 1. vrste, pri čemu su njeni parametri  $\alpha$  i  $\beta$  jednaki:

$$\alpha = \frac{q_{pb}}{3600}, \quad \beta = 8 \quad (6.3)$$



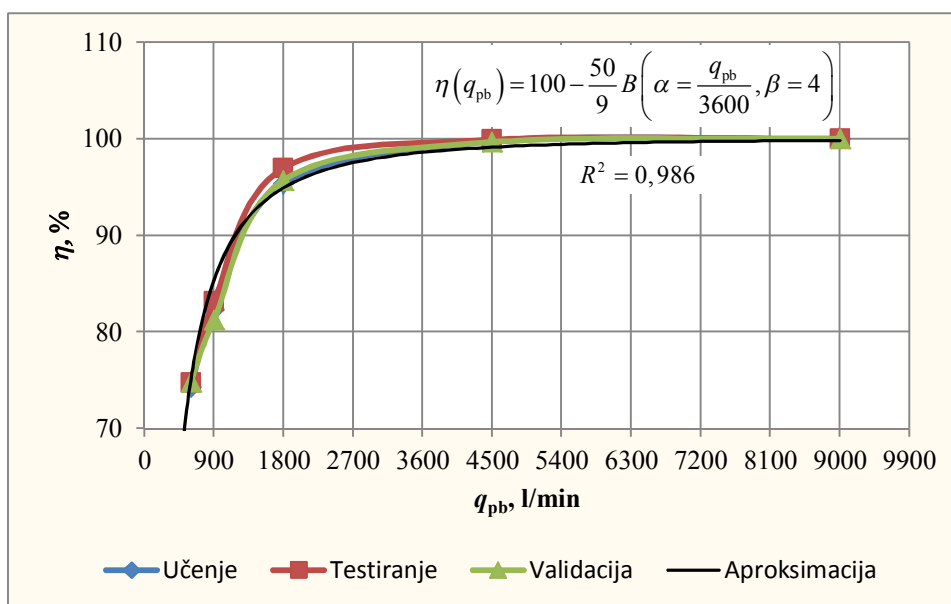
Slika 6.1. Ovisnost točnosti najboljih neuronskih mreža o protoku puknuća

Iz slike je vidljivo da točnost najboljih neuronskih mreža u rasponu od 600 do 1800 l/min naglo raste, te iznad protoka od 1800 l/min ima konstantnu vrijednost koja se gotovo u potpunosti približava točnosti od 100%.

Slična situacija ovisnosti točnosti klasifikacije događaja puknuća cjevovoda o protoku puknuća prikazana jednadžbama (6.1) i (6.2) dobiva se i u slučaju kada se promatraju ansamblu neuronskih mreža, kako je prikazano na slici 6.2. Najbolje vrijednosti parametara beta funkcije u ovom slučaju iznose:

$$\alpha = \frac{q_{pb}}{3600}, \beta = 4, \quad (6.4)$$

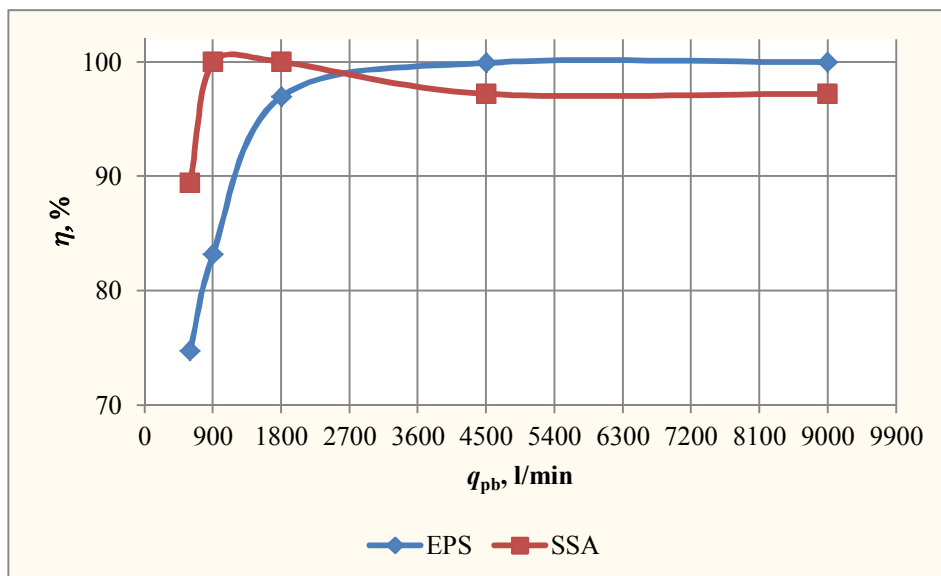
uz vrijednost koeficijenta korelacije  $R^2=0,986$ .



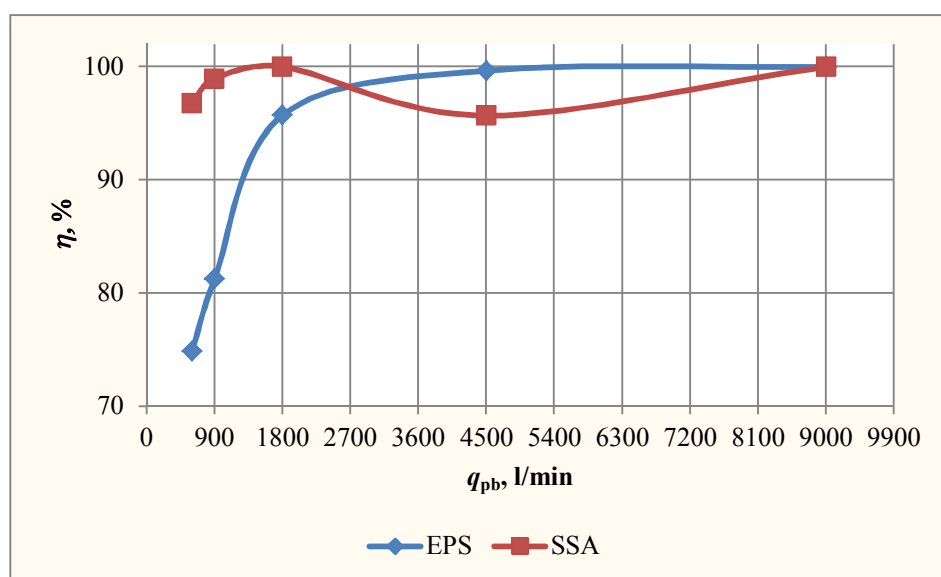
**Slika 6.2.** Ovisnost točnosti ansambla neuronskih mreža o protoku puknuća

Ostvareni rezultati u detekciji ukazuju na nagli porast točnosti neuronskih mreža pri povećanju protoka puknuća kod manjih vrijednosti tog protoka, dok je za njegove veće vrijednosti točnost bila približno konstantna. U svrhu upućivanja na daljnji smjer istraživanja analizirana je točnost neuronskih mreža kod isključivo noćnog režima potrošnje od 3 do 4 sata u odnosu na točnost neuronskih mreža s cjelodnevnom na razini sata promjenjivim režimom potrošnje.

Za slučaj uzoraka za testiranje na slici 6.3., te za uzorka validaciju na slici 6.4. prikazani su odnosi cjelodnevnog dinamičkog modela – EPS (engl. Extended Play Analysis) i noćnog statičkog modela – SSA (engl. Steady State Analysis).



**Slika 6.3.** Usporedba testiranja neuronskih mreža kod detekcije puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara



**Slika 6.4.** Usporedba validacije neuronskih mreža kod detekcije puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara

U oba slučaja vidljivo je da za manje protoke puknuća model SSA daje bolje rezultate, dok se s povećanjem protoka puknuća bolji rezultati ostvaruju primjenom EPS modela. Iz ovoga se izvodi zaključak da kod većih protoka puknuća veći pozitivan utjecaj na kvalitetu detekcije puknuća ima veličina skupa ulaznih podataka o vrijednostima protoka i tlakova nego poremećaji (tjedna i mjesečna kolebanja u potrošnji vode, nedetektirani kvarovi i pozadinska curenja cjevovoda) koji uslijed



dnevne dinamike sustava umanjuju korelaciju između protoka puknuća i informacije o postojanju puknuća. Kod manjih protoka puknuća ova korelacija je obrnuta. Iz slika je očito da je puknuća moguće detektirati i za protoke od 500 l/min, što je manje od 20% ulaznog protoka u zonu.

## 6.2. Ovisnost točnosti neuronskih mreža kod lociranja puknuća cjevovoda o protoku puknuća

Najmanja pogreška kod lociranja puknuća cjevovoda, tj. udaljenost stvarnih od neuronskim mrežama ostvarenih koordinata, postignuta je za najveći protok puknuća od 9000 l/min, a najveća za najmanji protok puknuća koji je iznosio 900 l/min. Najmanje pogreške kod preostale dvije vrijednosti protoka puknuća od 1800 l/min i 4500 l/min, također su poprimile vrijednosti ovisno o pripadajućim protocima. To znači da, bez obzira na velike iznose pogreški, neuronske mreže mogu donekle prepoznati puknuće na određenoj lokaciji. Međutim, to je potrebno potvrditi analizom signifikantnosti međusobnih razlika u pogreškama lociranja za različite slučajeve protoka puknuća.

U tablici 6.1. su za slučaj neuronskih mreža s najboljim karakteristikama dobivenih lokacija puknuća cjevovoda, a u tablici 6.2. za ansamble neuronskih mreža, prikazane standardne devijacije  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , te srednje vrijednosti  $\mu_1$  i  $\mu_2$  pogrešaka kod lociranja puknuća za sve razmatrane slučajeve od 900, 1800, 4500 i 9000 l/min. Bilo je potrebno ispitati razlikuju li se međusobno pojedini slučajevi standardnih devijacija i srednjih vrijednosti kod različitih protoka u značajnoj mjeri. Za standardne devijacije to je ispitano  $F$ -testom, a za srednje vrijednosti  $t$ -testom.

Budući da je brojnost skupova 1 i 2 koji se međusobno uspoređuju jednaka:

$$n_1 = n_2 = 384, \quad (6.5)$$

slijedi da za stupnjeve slobode  $F$  distribucije vrijedi:

$$v_1 = n_1 - 1 = v_2 = n_2 - 1 = 383, \quad (6.6)$$

dok je stupanj slobode  $t$  distribucije jednak:

$$v = n_1 + n_2 - 2 = 766, \quad (6.7)$$

Za izračunavanje vrijednosti veličina  $F$ ,  $p_F$ ,  $t$  i  $p_t$ . korištene su jednadžbe od (4.23) do (4.27).

**Tablica 6.1.**  $F$  i  $t$  testovi za provjeru hipoteze o jednakostima srednjih vrijednosti udaljenosti ciljanih od neuronskim mrežama s najboljim karakteristikama dobivenih lokacija puknuća cjevovoda za različite protoke puknuća  $q_{pb}$

1	2	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$F$	$p_F$	$\mu_1$	$\mu_2$	$t$	$p_t$
$l_{900}$	$l_{1800}$	58	55	1,12	0,28	279	270	2,34	0,02
$l_{900}$	$l_{4500}$	58	63	1,20	0,07	279	263	3,76	0,00
$l_{900}$	$l_{9000}$	58	72	1,58	0,00	279	249	6,46	0,00
$l_{1800}$	$l_{4500}$	55	63	1,34	0,00	270	263	1,63	0,10
$l_{1800}$	$l_{9000}$	55	72	1,76	0,00	270	249	4,54	0,00
$l_{4500}$	$l_{9000}$	63	72	1,31	0,01	263	249	2,87	0,00

U tablici 6.1., koja prikazuje neuronske mreže s najboljim rezultatima, jedino u prvom slučaju za  $l_{900}$  i  $l_{1800}$  vrijedi da se pripadajuće standardne devijacije  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  ne razlikuju značajno jer je  $p_F > 0,05$ . Međutim, u istom slučaju je  $p_t < 0,05$ , tako da su u konačnici odgovarajuće aritmetičke sredine  $\mu_1$  i  $\mu_2$  međusobno značajno različite. Kod slučaja  $l_{1800}$  i  $l_{4500}$  vrijedi da je  $p_t > 0,05$ , pa različitost  $\mu_1$  i  $\mu_2$  nije zajamčena, međutim zbog u ovom slučaju činjenice da je  $p_F < 0,05$  ne može se tvrditi niti da je  $\mu_1$  različit od  $\mu_2$ . Za zadnji slučaj kombinacije  $l_{4500}$  i  $l_{9000}$  standardne devijacije aritmetičke sredine  $\mu_1$  i  $\mu_2$  su međusobno različite, ali korektnost  $t$ -testa nije zajamčena budući da su standardne devijacije prema  $F$ -testu također značajno različite.

**Tablica 6.2.**  $F$  i  $t$  testovi za provjeru hipoteze o jednakostima srednjih vrijednosti udaljenosti ciljanih od ansamblima neuronskih mreža dobivenih lokacija puknuća cjevovoda za različite protoke puknuća  $q_{pb}$

1	2	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$F$	$p_F$	$\mu_1$	$\mu_2$	$t$	$p_t$
$l_{900}$	$l_{1800}$	53	54	1,04	0,67	287	280	1,87	0,06
$l_{900}$	$l_{4500}$	53	53	1,02	0,86	287	271	4,19	0,00
$l_{900}$	$l_{9000}$	53	60	1,26	0,02	287	257	7,30	0,00
$l_{1800}$	$l_{4500}$	54	53	1,03	0,80	280	271	2,29	0,02
$l_{1800}$	$l_{9000}$	54	60	1,21	0,07	280	257	5,47	0,00
$l_{4500}$	$l_{9000}$	53	60	1,24	0,04	271	257	3,32	0,00

Iz tablice 6.2. rezultata ansambla neuronskih mreža u prvom slučaju za  $l_{900}$  i  $l_{1800}$  standardne devijacije  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , prema rezultatu  $F$ -testa, nisu signifikantno različite, a to isto slijedi iz  $t$ -testa i za srednje vrijednosti  $\mu_1$  i  $\mu_2$ . Različitost standardnih devijacija razlike duljina  $l_{1800}$  i  $l_{4500}$  nije dokazana  $F$ -testom, međutim dokazana je značajna različitost srednjih vrijednosti  $\mu_1$  i  $\mu_2$  i to relevantnim  $t$ -testom. U slučaju duljina  $l_{4500}$  i  $l_{9000}$  standardne devijacije se približavaju jedna drugoj, iako  $F$ -test uz zadanu

signifikantnost od 0,05 upućuje na njihovu različitost. Imajući to na umu uvjetno se može usvojiti da iz  $t$ -testa slijedi različitost srednjih vrijednosti  $\mu_1$  i  $\mu_2$ .

Na slici 6.5. prikazan je korelacijski dijagram pogreške udaljenosti lociranja puknuća i protoka puknuća za slučaj najboljih neuronskih mreža prema tablici 5.28. Radi bolje potvrde ove međuovisnosti provedena je analiza neuronskih mreža za dodatni protok od 18000 l/min koja je uzeta u obzir pri kreiranju dijagrama korelacije. Iz njega je vidljiva izrazito jaka ovisnost pogreške o protoku puknuća linearnog oblika

$$\mu = -0,003q_{pb} + 278,7, \quad (6.8)$$

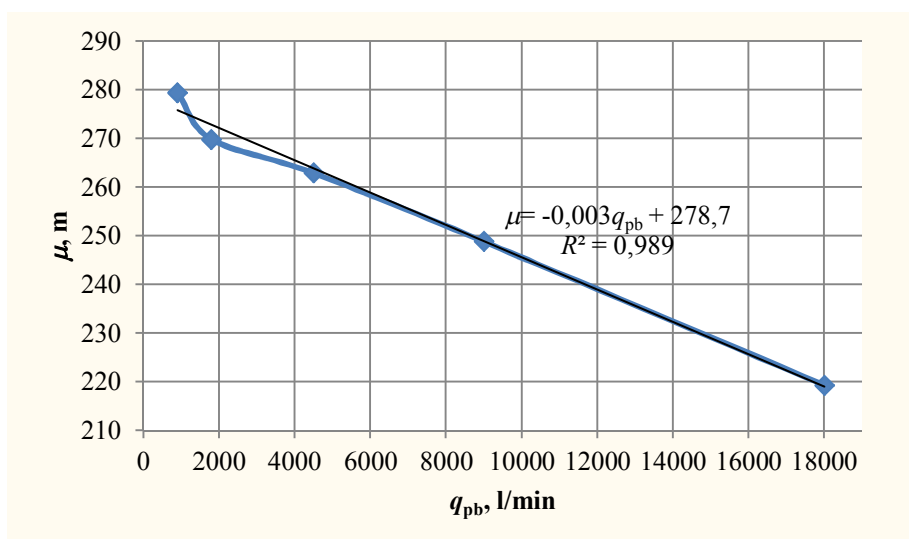
koju potvrđuje visoka vrijednost koeficijenta korelacije:

$$R^2 = 0,989. \quad (6.9)$$

Iz jednadžbe (6.8) može se izračunati da će  $\mu$  poprimiti vrijednost nula za protok puknuća jednak:

$$q_{pb} = \frac{278,7}{0,003} = 92900 \frac{1}{\text{min}}, \quad (6.10)$$

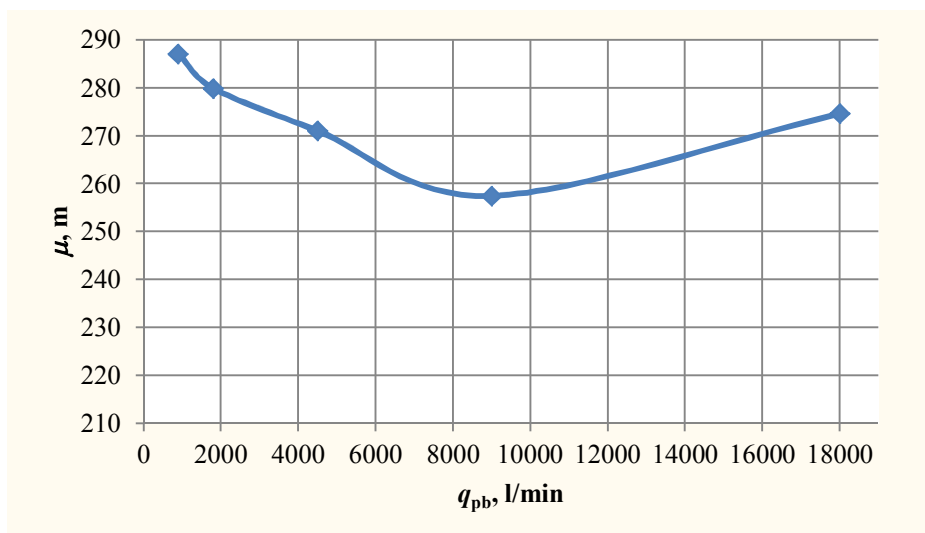
što u fizikalnom smislu predstavlja nerealnu vrijednost.



**Slika 6.5.** Korelacija pogreške udaljenosti lociranja puknuća i protoka puknuća za najbolje neuronske mreže

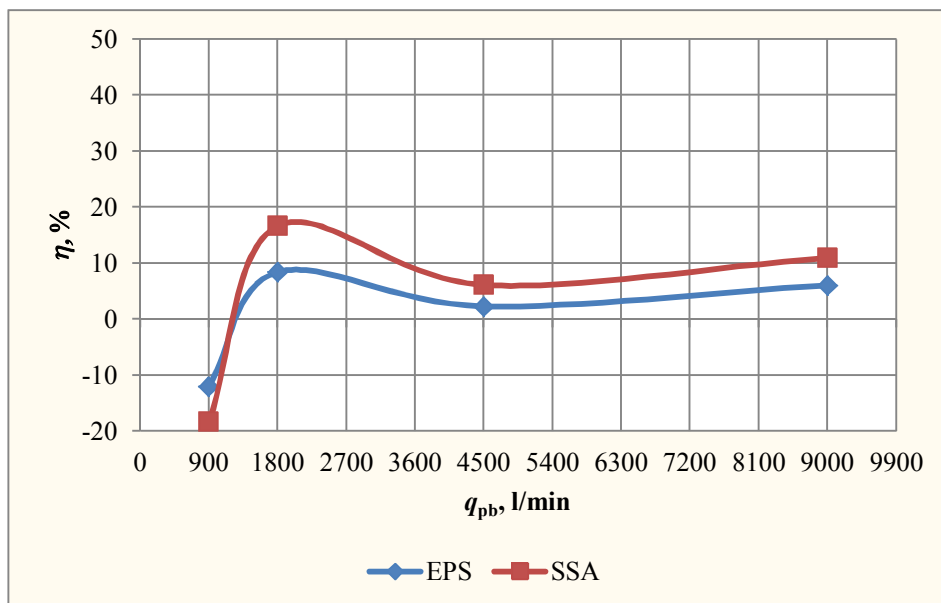
Testiranje korelacije pogreške, tj. odstupanja udaljenosti ciljanih od ostvarenih vrijednosti s protokom puknuća provedeno za slučaj ansambla pet najboljih neuronskih mreža, prikazano je na slici 6.6., gdje je vidljiva linearna ovisnost pogreške o protoku puknuća, ali samo do određenog protoka od 9000 l/min. Za veće protoke pogreška se

ponovno povećava. Budući da je u slučaju najboljih neuronskih mreža korelacija bila izrazito jaka i negativno linearna, može se zaključiti da se kod povećanja protoka puknuća broj neuronskih mreža koji je u stanju pronalaziti najbolje rješenje lociranja puknuća smanjuje.

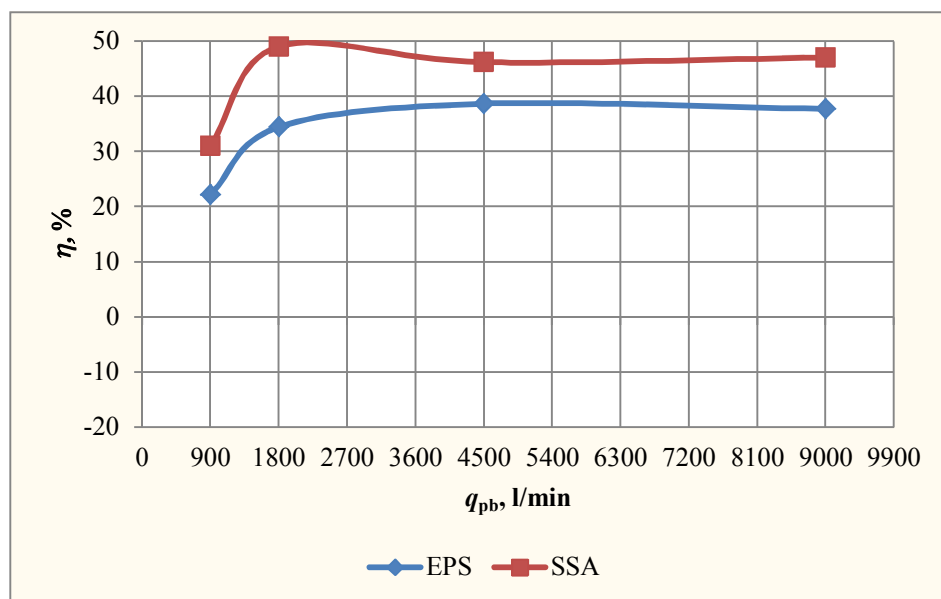


**Slika 6.6.** Korelacija pogreške udaljenosti lociranja puknuća i protoka puknuća za ansamble neuronskih mreža

Statistički je dokazano da pogreška lociranja puknuća cjevovoda, tj. odstupanje stvarnih od neuronskim mrežama ostvarenih lokacija puknuća s povećanjem protoka puknuća linearno pada, iako taj pad nije dovoljan da bi se kod realno mogućeg protoka puknuća pogreška svela na praktično prihvatljivu vrijednost. Kolika je mogućnost očekivanja poboljšanja rezultata neuronskih mreža pri lociranju puknuća pokazuju slike 6.7. i 6.8., na kojima su za slučajeve testnog i skupa za validaciju prikazani odnosi EPS i SSA modela. Vidljivo je da za SSA, tj. noćni statički model, u odnosu na EPS, tj. dnevni dinamički model, koeficijent korelacije ciljanih i dobivenih vrijednosti lokacije puknuća cjevovoda, odnosno učinak neuronskih mreža i kod testiranja i kod validacije raste. Međutim, taj učinak u oba slučaja ostaje manji od 50 %.



**Slika 6.7.** Usporedba točnosti testiranja neuronskih mreža kod lociranja puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara



**Slika 6.8.** Usporedba točnosti validacije neuronskih mreža kod lociranja puknuća za slučaj cjelodnevnih i isključivo noćnih praćenja parametara

## 7. ZAKLJUČAK

U radu je sustavno postavljen integralni model koji obuhvaća više postupaka. To su u prvom redu utvrđivanje eksperimentalne kontrolirane zone vodoopskrbe i kontinuirano mjerenje parametara protoka i tlaka unutar te zone. Nakon toga slijede izrada hidrauličkog modela pomoću kojega su simulirana puknuća cjevovoda u vremenu i prostoru, te uvođenje i primjena koncepta neuronskih mreža. Krajnji cilj ovako postavljenog integralnog modela bio je ispitivanje valjanosti hipoteze o mogućnostima detekcije i lociranja mjesta puknuća cjevovoda vodoopskrbne mreže korištenjem parametara protoka i tlaka.

Rezultati istraživanja statističke signifikantnosti parametara protoka i tlaka u ovisnosti o protoku puknuća prikazani su u petom poglavlju gdje je pokazano da se oni značajno mijenjaju za vrijednosti protoka puknuća veće od 900 l/min. Iz rezultata postupka detekcije puknuća bilo je vidljivo da s povećanjem protoka puknuća raste točnost neuronskih mreža, te je za maksimalne realne vrijednosti od 9000 l/min točnost težila k vrijednosti 100%. Detaljnijom analizom istražena je zakonitost promjene točnosti neuronskih mreža u ovisnosti o protoku puknuća. Utvrđeno je da između ove dvije veličine postoji stroga funkcijska veza koju je moguće prikazati uvođenjem beta funkcije ili Eulerovog integrala prve vrste. Analizom osjetljivosti pokazano je da su najbolje neuronske mreže imale najveću ovisnost o veličinama ulaznog protoka i vremenskom intervalu nastanka puknuća.

Usprkos činjenici da su odstupanja stvarnih od neuronskim mrežama ostvarenih lokacija puknuća cjevovoda bila značajna, rezultati su pokazali smanjenje tih odstupanja s povećanjem protoka puknuća. Ovo je ukazalo na postojanje veze između lokacije puknuća i promjene parametara protoka i tlakova uz nužno postojanje dodatnih parametara koji nisu uzeti u obzir. Analizom osjetljivosti parametara za lociranje puknuća utvrđen je najveći utjecaj varijable tlaka u Omiškoj ulici. Povećani utjecaj parametra tlaka na ovoj u odnosu na druge lokacije može se protumačiti povezanošću ove lokacije s ostatkom sustava preko isključivo jednog cjevovoda koji je prema hidrauličkom modelu u odnosu na preostale cjevovode imao najmanji promjer. Kod definiranja mjernih mjesta eksperimentalnih zona u daljnjim istraživanjima ovo treba uzeti u obzir kako bi se ostvario optimalan odabir tih mjernih mjesta.

Sljedeći parametri po značajnosti bili su vremenski interval, te protok na ulazu u zonu. Vremenski interval odnosi se na satnu razdiobu tijekom dana. Međutim, u razmatranje je moguće uzeti sezonski, tj. tjedni ili mjesečni utjecaj na hidrauličke parametre. Intenzitet tih utjecaja ovisi o karakteristikama kontrolirane zone u odnosu na potrošnju vode, odnosno na kategorije potrošača i njihove udjele u potrošnji vode unutar zone. Značajan utjecaj protoka na korelaciju između lociranja puknuća i hidrauličkih parametara daje smjernice za daljnja istraživanja uvođenjem dodatnih mjernih mjesta protoka vode unutar kontrolirane zone.

Rezultati istraživanja pokazuju da je na temelju poznatih vrijednosti veličina ulaznog protoka i tlaka, te tri veličine tlaka na različitim lokacijama moguće detektirati puknuća cjevovoda i u slučajevima kada je protok puknuća manji od 20% ulaznog protoka u zonu. U tom slučaju je ulazne podatke neuronskih mreža nužno ograničiti na parametre mjerene tijekom noćne potrošnje vode. Daljnja istraživanja u svrhu postizanja kvalitetnijeg lociranja puknuća cjevovoda moguće je provesti korištenjem mjerne oprema protoka i tlaka velike osjetljivosti. Međutim, budući da je omogućavanje veće osjetljivosti mjerača protoka i tlaka od one koja je ostvarena u istraživanju vrlo zahtjevno i teško izvedivo, daljnja istraživanja će biti usmjerena na uvođenje većeg broja mjernih mjesta protoka i tlaka unutar sustava. Izgledi za to svakim danom su sve veći budući da već sada postoji razvijena tehnologija istovremenog mjerenja protoka i tlaka na velikom broju lokacija u malim vremenskim intervalima uz pomoć data logera, te mogućnost istovremenog i vremenski učestalog mjerenja potrošnje vode na velikom broju mjernih mjesta uvođenjem automatskog očitavanja brojila potrošnje vode – AMR (engl. Automatic Meter Reading).

Budući da je u radu na nov i jedinstven način postavljen integrirani eksperimentalni model sastavljen od stvarne izolirane vodoopskrbne zone, njenog hidrauličkog modela i neuronskih mreža, očekuje se da će ostvareni rezultati i zaključci istraživanja dati značajan doprinos u daljnjem razvoju i poboljšanju kvalitete detekcije i lociranja puknuća cjevovoda. Praćenje hidrauličkih parametara za detekciju puknuća cjevovoda je nova i dosada neobrađena metoda. Dosadašnje metode detekcije temelje se na integralnom principu mjerenja protoka ili detekciji šuma, te prednost novopredložene metode leži u ostvarivanju mogućnosti korištenja jednostavnije i jeftinije opreme za detekciju i lociranje puknuća. Predloženi pristup ima za cilj smanjenje dosadašnje

---

potrebe korištenja velikog broja mjernih uređaja za ispitivanje puknuća unutar relativno malih zona vodoopskrbe. Ova metoda je originalni pokušaj u iznalaženju postupka za jeftino i učinkovito pronalaženje puknuća cijevi vodoopskrbne mreže. Izvedeni zaključci bit će korisni u daljnjim istraživanjima kod donošenja odluka o uključivanju realnih, te isključivanju nerealnih očekivanja u pogledu primjene razmatranih parametara za detekciju i lociranje puknuća. Na temelju ovoga rada moći će se bazirati čitav niz daljnjih istraživanja mogućnosti detektiranja i lociranja puknuća cjevovoda unutar relativno malih realnih zona vodoopskrbe za koje je trenutno u tu svrhu nužno korištenje velikog broja mjernih uređaja.





---

## 8. LITERATURA

- [1] A. Lambert, T. Brown, M. Takizawa, D. Weimer: A Review of Performance Indicators for Real Losses from Water Supply Systems, *J Water SRT - Aqua* 48, pp. 227-237, 1999.
- [2] R. McKenzie: Component Based Analysis for Management of Leakage in Potable Water Supply Systems, [http://www.miyawater.com/user\\_files/Data\\_and\\_Research/miyas\\_experts\\_articles/2\\_NRW](http://www.miyawater.com/user_files/Data_and_Research/miyas_experts_articles/2_NRW), dostupno 20. 9. 2010.
- [3] K. Brothers: DMA Design and Application for Non-Revenue Water Reduction in Canada, IWA Specialized Conference, Lemesos, Cyprus, 2002.
- [4] R. Pilcher: The benefits of effective maintenance and improvement of District Meter Areas; John Morrison: Managing Leakage by District Metered Areas, *Water21* by the IWA Water Loss Task Force, 2003.
- [5] R. McKenzie & W. Wegelin: Leakage reduction through pressure management in South Africa, Proceedings IWA conference "Leakage management a practical approach", Cyprus 2002.
- [6] J. Thornton: Managing leakage by managing pressure: A practical approach, *Water21* by the IWA Water Loss Task Force, 2003.
- [7] A. Lambert, J. A. E. Morison, Recent Developments an Application of Burst and Background Estimates Concepts for Leakage Management, *Water & Environmental Management Journal* volume 10 No2, 1996.
- [8] J. Thornton, A Lambert: Progress in practical prediction of pressure: leakage, pressure: burst frequency and pressure: consumption relationships, <http://www.leakssuite.com/Documents/Papers/Thornton%26LambertFinal15Aug.pdf>, dostupno 1. 9. 2010.
- [9] A. Lambert: What do we know about pressure: leakage relationships in distribution systems, IWA Conference Proceedings, ISBN 80-7204-197-5 'System Approach to Leakage Control and Water Distribution Systems Management' in Brno, Czech Republic, 2000.
- [10] K. Brothers: Using the IWA performance indicators and noise mapping for NRW reduction in Halifax, Nova Scotia, Canada 2001.

- [11] B. Janković-Nišić, Č. Maksimović, Graham N.: Using a Monte-Carlo method for active leakage control in water supply networks, Hydroinformatics2000, Iowa, USA, 2000.
- [12] H. J. Malzer, S. Strugholtz: Artificial neural networks for cost optimization of coagulation, sedimentation and filtration in drinking water treatment, Water Science and Technology: Water Supply 8.4, 2008.
- [13] S. R. Mounce, A. J. Day, A. S. Wood, A. Khan, P. D. Widdop, J. Machell: A neural network approach to burst detection, Water Science and Technology (IWA) 45 (4-5), pp. 237-246, 2002.
- [14] A. Khan, P. D. Widdop, A. J. Day, A. S. Wood, S. R. Mounce, J. Machell, Artificial Neural Network model for a low cost failure sensor: Performance assessment in pipeline distribution, Transactions on Engineering, Computing and Technology, ENFORMATIKA, Vol. 15, pp. 195-201, ISSN 1305-5313, 2006.
- [15] M. Martin, L. Farley, Improving water management in leakage control, Proc. of Hydrotop 94, Marseille, France, 1994.
- [16] A. Crouch, M. Quested, T. Sanders, Improving Performance of Distribution Systems, Water & Wastewater Europe, 2004.
- [17] A. Lambert, A. Lalonde, Using practical predictions of Economic Intervention Frequency to calculate Short-run Economic Leakage Level, with or without Pressure Management, IWA Leakage2005 Conference, Halifax, Canada 2005.
- [18] R. L. Panton, Incompressible Flow, Wiley, New York 1984, pp. 47-48.
- [19] I. Alfirević, Tehnička enciklopedija, Svezak 8., str. 173-187, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb 1982.
- [20] I. Alfirević, Inženjerski priručnik, Svezak 1., str. 91-98, Školska knjiga, Zagreb 1996.
- [21] L. E. Malvern, Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. 1969, pp. 7-61
- [22] R. L. Panton, Incompressible Flow, Wiley, New York 1984, pp. 27-50.
- [23] F. M. White, Fluid Mechanics, Fourth Edition, McGraw-Hill Inc., 2001, pp. 13, 47, 129-169, 340.

- 
- [24] B. E. Larock, R. W. Jeppson, Gary Z. Watters, *Hydraulics of Pipeline Systems*, CRC Press, Boca Raton London New York Washington, D.C., 1999.
- [25] S. Menon, *Liquid Pipeline Hydraulics*, Marcel Dekker, Inc., New York-Basel, pp. 41-51, 235, 2004.
- [26] P. K. Swamee, A. K. Sharma, *Design of water supply pipe networks*, Wiley-Interscience, A John Wiley & Sons, Inc., Publication, pp. 4, 13-15, 53-54 & 61, 2008.
- [27] P. K. Swamee, A. K. Jain, Explicit equations for pipe flow problems, *J. Hydraul. Eng.* 102(5), 657-664, 1976; citirano prema P. K. Swamee, A. K. Sharma, *Design of water supply pipe networks*, Wiley-Interscience, A John Wiley & Sons, Inc., Publication, pp. 4, 13, 53-54 & 61, 2008.
- [28] G. O. Brown, The history of the Darcy-Weisbach equation for pipe flow resistance. In: *Environmental and Water Resources History*, edited by J. R. Rogers and A. J. Fredrich. Proceedings and Invited Paper for the ASCE 150th Anniversary, November 3-7 presented at the ASCE Civil Engineering Conference and Exposition, held in Washington, 2002.; citirano prema P. K. Swamee, A. K. Sharma, *Design of water supply pipe networks*, Wiley-Interscience, A John Wiley & Sons, Inc., Publication, pp. 4, 13, 53-54 & 61, 2008.
- [29] L. E. Ormsbee, *The History of Water Distribution Network Analysis: The Computer Age*, 8th Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium, Cincinnati, Ohio, USA, August 27-30, 2006.
- [30] D. Veljan, *Kombinatorika s teorijom grafova*, Školska knjiga, Zagreb, 1989, str. 245, 251.
- [31] Bentley Systems, Inc. *Haestad Methods, WaterGEMS©*, version V8 XM Edition, 2007.
- [32] StatSoft. Inc., *STATISTICA©* (data analysis software system), version 8.0., 2008.
- [33] S. Kurepa, *Konačno dimenzionalni vektorski prostori i primjene*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1990, str. 739.
- [34] I. Petrović, N. Perić, *Inteligentno upravljanje sustavima*, Fakultet elektrotehnike i računarstva, skripta, Zagreb, 2007.

- 
- [35] C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Feed-forward Networks*, MIT Press, Cambridge, U.K., 1999.
- [36] C. G. Broyden, The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms, *Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications* 1970, 6, 76-90.
- [37] M. F. Møller, *A Scaled Conjugate Gradient Algorithm for Fast Supervised Learning*, Computer Science Department University of Aarhus, Denmark, 1990.
- [38] I. N. Bronštejn – K. A. Semendjajev, *Matematički priručnik*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1975., 366.
- [39] B. Novaković, D. Majetić, M. Široki, *Umjetne neuronske mreže*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1998.
- [40] I. N. Bronštejn – K. A. Semendjajev, *Matematički priručnik*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1975., 357.
- [41] M. Robinowitz, G. M. Gutt, G. F. Franklin, An Adaptive Gauss-Newton Algorithm For Training Multilayer Nonlinear Filters That Have Embedded Memory, *Circuits Systems Signal Process*, Vol. 18, No. 4, 1999., pp. 407-429.
- [42] N. Kalogerakis, R. Luus, Improvement of Gauss-Newton method for parameter estimation through the use of information index, *Ind. Eng. Chem. Fundamen.*, 1983, 22 (4), pp. 436–445.
- [43] R. Scitovski, *Numerička matematika*, Odjel za matematiku Sveučilišta u Osijeku, Osijek, 2004, str. 117.
- [44] D. G. Luenberger, Y. Yinyu, *Linear and nonlinear programming*, International Series in Operations Research & Management Science, 116 (Third ed.), New York: Springer, 2008., p. 546.
- [45] S. Tedeschi, *Tehnička enciklopedija*, Svezak 13., str. 544-557, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb 1982.
- [46] G. H. Tyler, *Handbook of civil engineering calculations*, str. 7.2, McGraw-Hill Inc., 1999, p. 2.7.
- [47] G. Gjetvaj, H 05-hidraulika podzemnih voda, [http://info.grad.hr/%21res/gf\\_osoblje/1010616848/doc/h05-hidraulika\\_podzemnih\\_voda.pdf](http://info.grad.hr/%21res/gf_osoblje/1010616848/doc/h05-hidraulika_podzemnih_voda.pdf), str. V-36, V-37, dostupno 26. 6. 2010.

- 
- [48] G. Gjetvaj, V 10 - strujanje podzemnih voda,  
[http://info.grad.hr/%21res/gf\\_osoblje/1010616848/doc/v10\\_-\\_strujanje\\_podzemnih\\_voda.pdf](http://info.grad.hr/%21res/gf_osoblje/1010616848/doc/v10_-_strujanje_podzemnih_voda.pdf), str. 10-2, dostupno 26. 6. 2010.
- [49] H. Alegre, W. Hirner, J. M. Baptista, R. Parena, Performance Indicators for Water Supply Services, IWA (International Water Association), London 2000.
- [50] R. S. McKenzie, A. O. Lambert, Best practice performance indicators for non-revenue water and water loss components: a practical approach. *Water* 21, 2004.
- [51] Staff of American Water Works Association, M36 - Water Audits and Leak Detection (AWWA Manual M36), AWWA (American Water Works Association), Book News, Inc., Portland 2003.
- [52] A. Lambert, T. G. Brown, M. Takizawa, D. Weimer, A review of performance indicators for real losses from water supply systems, *Aqua* Volume 48 No. 6, ISSN 0003-7214, IWA, 1999.
- [53] A. Lambert, Assessing Non-Revenue Water and its Components: A Practical Approach, The IWA Water Loss Task Force *Water* 21, *Water* 21 - Article No 2, London 2003.
- [54] A. Lambert, R. McKenzie, Practical Experience in using the Infrastructure Leakage Index. Proceedings of IWA Conference "Leakage Management: A Practical Approach" in Lemesos, Cyprus. ISBN 9963-8759-04.
- [55] S. Trow, F. Malcolm, Developing a strategy for leakage management in water distribution systems, 2nd International Conference on Efficient Use and Management of Urban Water Supply, Tenerife 2003.
- [56] M. Fantozzi, A. Lambert, Including the effects of pressure management in calculations of Short-Run Economic Leakage Levels, Proceedings of IWA Specialist Conference "Water Loss 2007" Bucharest, Romania, 23-27 September 2007.
- [57] P. Fanner, Assessing real water losses: a practical approach, The IWA Water Loss Task Force *Water* 21 - Article No 6, London 2004.
- [58] A. Lambert, What do we know about pressure: Leakage relationships in distribution systems? IWA Conference 'System Approach to Leakage Control and Water Distribution Systems Management' in Brno, Czech Republic 2001.

- 
- [59] R. Pilcher et al., Efficient Operation and Management Water Loss Task Force, Leak Location and Repair, Guidance Notes, Version 1, p. 7, © IWA Publishing, 2007.
- [60] P. Fanner, Non-Revenue Water reduction - Contract and illustrated examples, Internetske stranice: [http://www.miya-water.com/user\\_files/Data\\_and\\_Research/miyas\\_experts\\_articles/2\\_NRW/07\\_Non-Revenue%20Water%20reduction%20Contracts%20and%20illustrated%20examples.pdf](http://www.miya-water.com/user_files/Data_and_Research/miyas_experts_articles/2_NRW/07_Non-Revenue%20Water%20reduction%20Contracts%20and%20illustrated%20examples.pdf), dostupno 3. 4. 2011.
- [61] R. McKenzie, C. Seago, Assessment of real losses in potable water distribution systems: some recent developments, Water Science and Technology: Water Supply Vol. 5 No 1 pp. 33–40 © IWA Publishing 2005.
- [62] R. Pilcher, Leak detection practices & techniques – A practical Approach, The IWA Water Loss Task Force Water 21 - Article No 4, London 2004.
- [63] J. Morrison, S. Tooms, Sustainable DMA Management to Monitor and Reduce Leakage, IWA Water Loss Task Force (WLTF) DMA Guidance Notes, [www.iwaom.org/wlwf](http://www.iwaom.org/wlwf), dostupno 4. 7. 2010.
- [64] J. May, Pressure Dependent Leakage, World Water and Environmental Engineering, 1994.
- [65] Internetske stranice Andotehna:  
[http://www.andotehna.si/hr/index.php?option=com\\_content&task=section&id=36&Itemid=60](http://www.andotehna.si/hr/index.php?option=com_content&task=section&id=36&Itemid=60), dostupno 7. 7. 2010.
- [66] Internetske stranice Fluid Conservation Systems:  
[http://www.fluidconservation.com/datasheets/AccuCorr3000\\_datasheet.pdf](http://www.fluidconservation.com/datasheets/AccuCorr3000_datasheet.pdf), dostupno 7. 7. 2010.
- [67] Internetske stranice Gutermann:  
[http://www.hydroskop.it/files/zonescan800\\_0.pdf](http://www.hydroskop.it/files/zonescan800_0.pdf), dostupno 9. 7. 2010.
- [68] Internetske stranice Google maps:  
<http://maps.google.hr/maps?hl=hr&tab=w1>, dostupno 30. 3. 2011.
- [69] R. Sturm, J. Thornton, Proactive Leakage Management using District Metered Areas (DMA) and Pressure Management – Is it applicable in North America. IWA Specialized Conference "Leakage 2005", Halifax, Nova Scotia, Conference Proceedings 2005.

- 
- [70] A. Lambert, What do we know about pressure: Leakage relationships in distribution systems? IWA Conference 'System Approach to Leakage Control and Water Distribution Systems Management' in Brno, Czech Republic 2001.
- [71] R. McKenzie, W. Wegelin, Leakage Reduction through Pressure Management in South Africa. IWA Managing Leakage Conference, Cyprus 2002.
- [72] Internetske stranice IKOM d.d.:  
[http://www.ikom-mjerila.hr/linija\\_proizvoda/voda/wp\\_ws\\_vodo\\_mjeri.html](http://www.ikom-mjerila.hr/linija_proizvoda/voda/wp_ws_vodo_mjeri.html),  
dostupno 15. 7. 2011.
- [73] Internetske stranice Flexim:  
[http://www.flexim.com/ultrasonicflowmeter/ultrasonicflowmeter\\_principle.php/](http://www.flexim.com/ultrasonicflowmeter/ultrasonicflowmeter_principle.php/),  
dostupno 12. 5. 2009.
- [74] Internetske stranice Technolog:  
<http://www.technolog.com/UserFiles/Datasheets/DS589003.pdf>, dostupno 5. 5. 2009.
- [75] K. Iličić, Statistička analiza učestalosti kvarova cjevovoda vodoopskrbnog sustava u uvjetima sa i bez regulacije tlaka, 15. međunarodno savjetovanje HDO-a, Opatija 2009.
- [76] K. Iličić, J. Kovač, Systematic approach in analysis of pressure/burst frequency relationship. The Water Loss 2009 Conference, Cape Town, South Africa 2009.
- [77] I. Pavlić, Statistička teorija i primjena, Tehnička knjiga, Zagreb, str. 172, 235-252., 1971.
- [78] I. Šošić, Primijenjena statistika, Školska knjiga, Zagreb 2004. , str. 209-234., 2004.
- [79] R. Hecht-Nielsen, Neurocomputing, Addison-Wesley Publishing Company Inc., Reading, MA, SAD, 1990.
- [80] R. L. Mason, R. F. Gunst, J. L. Hess, Statistical Design and Analysis of Experiments With Application to Engineering and Science, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. pp. 48-62, 2003.





## ŽIVOTOPIS

Kristijan Iličić rođen je 11. lipnja 1971. godine u Ljubuškom, Republika Bosna i Hercegovina, gdje je završio osnovnu školu. Srednju školu matematičko-informatičkog smjera pohađao je u Zagrebu. Nakon odsluženja redovnog vojnog roka, te odlazaka u Domovinski rat u više navrata, radno iskustvo započeo je stjecati 1993. godine zapošljavanjem u tvornici kotlova i termoopele TKT-TOPLOTA u Zagrebu, na poslovima održavanja mrežnog sustava i stručne pomoći za rad na računalima. Potaknut sve većim kontaktom s proizvodnjom termoenergetske opreme, godine 1994. upisuje stručni studij Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, koji završava 1999. godine. Iste godine nastavlja sveučilišni studij strojarstva na kojemu je diplomirao 2004. godine, neposredno nakon čega upisuje poslijediplomski doktorski studij strojarstva procesno-energetski smjer.

Usporedno s napretkom u studiju kontinuirano je obavljao poslove referenta tehničkih poslova, tehnologa-konstruktora, te voditelja tehničkih poslova do 2002. godine, kada prelazi u Vodoopskrbu i odvodnju d.o.o. Zagreb. Od tada do danas obavljao je dužnosti na više različitih rukovodećih funkcija, a trenutno radi na mjestu rukovoditelja Službe razvoja.

Osim studija na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu, završio je edukaciju i certificiran je prema EOQ (European Organization for Quality) harmoniziranoj shemi za menadžera kvalitete, a od strane IPMA (International Project Management Association) za voditelja projekata sukladno EN 45013, te je njegovo radno iskustvo obilježeno vođenjem projekata općeg i tehničkog karaktera uz predavački rad na stručnim seminarima iz područja primjene statističkih metoda u sustavima upravljanja kvalitetom. Objavio je 1 znanstveni rad u CC časopisu kao autor, a autor i koautor je 9 radova objavljenih u zbornicima od kojih je 3 rada prezentirao na međunarodnim znanstvenim i stručnim skupovima održanima u inozemstvu. Član je Hrvatske komore inženjera strojarstva i služi se engleskim jezikom.

## **BIOGRAPHY**

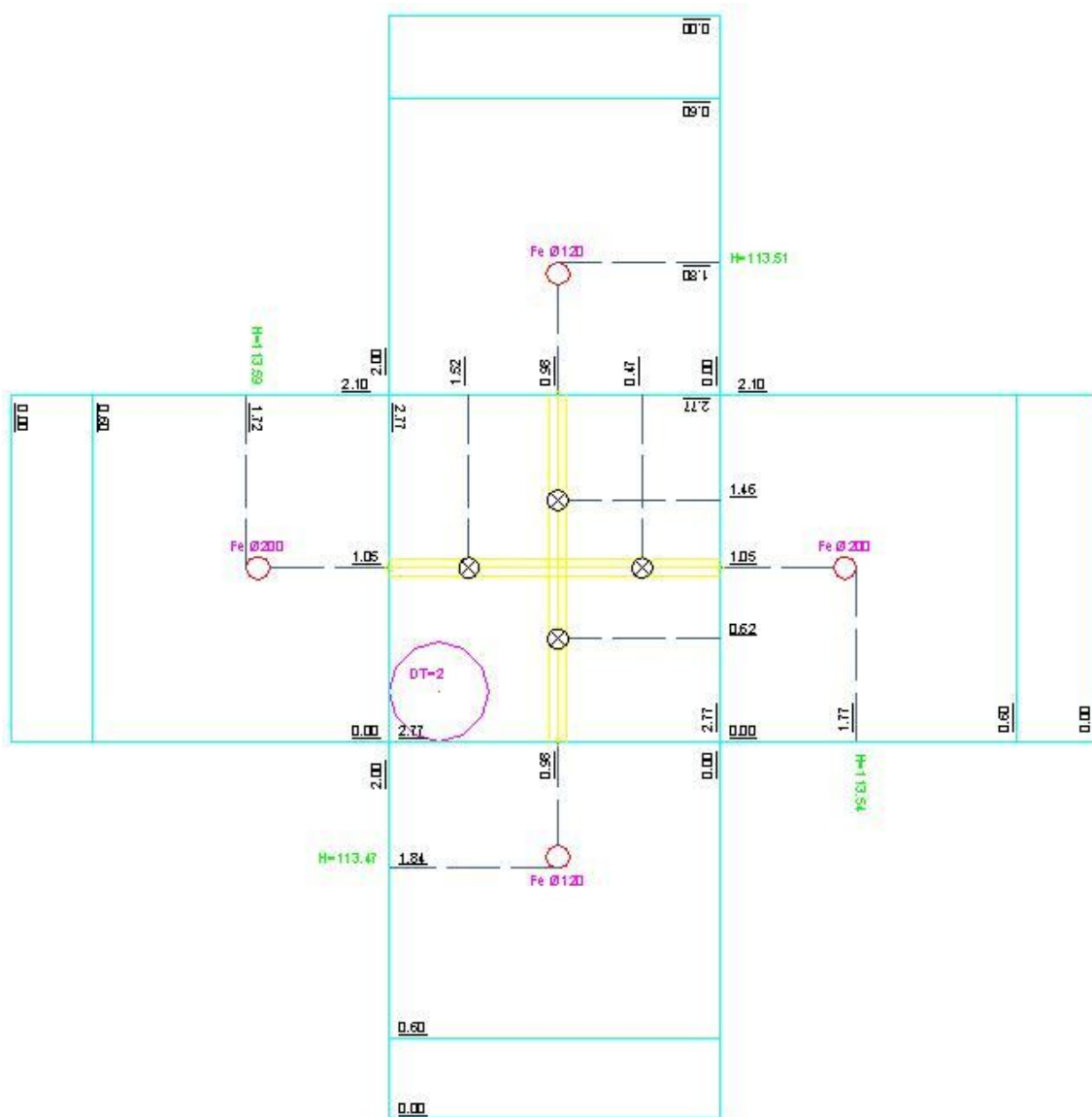
Kristijan Iličić was born on 11<sup>th</sup> June 1971. in Ljubuški, Republic of Bosnia and Herzegovina, where he finished elementary school. He graduated IT science and mathematics high school in Zagreb. After completing his regular army service, and going to Homeland War in several occasions, in 1993. he began to acquire work experience at the boilers and thermo-equipment factory TKT-Toplota in Zagreb, working on maintaining the computers network and expertise in IT. Inspired by increasing contacts with the production of thermal power equipment, in 1994. he enrolled in professional studies at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, which he finished in 1999. That year, he followed up university studies and graduated it in 2004.; shortly after he entered postgraduate doctoral study of engineering in process-energy direction.

In parallel with ongoing progress in the study, he performed activities of technical officer, technology-constructor and technical operations manager until 2002., when he moved to Water Supply and Sewerage Company in Zagreb. Since then he has been performing duties in a variety of management functions. Currently, he is the head of Development Department.

In addition to study at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb he had completed training and became certified by the EOQ (European Organization for Quality) harmonized scheme for quality managers, and also by the IPMA (International Project Management Association) for project managers in accordance with EN 45013. Therefore, his work experience is marked by project management in general and technical ways, including lecturing at seminars in the field of application of statistical methods in quality management systems. He published one article in the CC journal as the author, and he is author and co-author of 9 papers published in proceedings of which 3 papers he presented at international scientific and technical meetings held abroad. He is a member of the Croatian Chamber of Mechanical Engineers and speaks and writes English.

# PRILOZI

Prilog 1. Montažna shema vodovodne komore



**Prilog 2.** Prosječna potrošnja po čvorovima i kategorijama potrošača, 2005.-2009.

Čvor J-	Potrošnja- domaćinstva (2+8+22+24 ) , L/min	Potrošnja- privreda (20+21+23), l/min	Potrošnja- ukupno (2+8+20+21+ 22+23+24), l/min	Čvor J-	Potrošnja- domaćinstva (2+8+22+24), l/min	Potrošnja -privreda (20+21+2 3), l/min	Potrošnja- ukupno (2+8+20+2 1+22+23+ 24), l/min
1	0,04	0,00	0,04	82	1,43	0,00	1,43
2	17,06	4,45	21,50	83	0,00	0,00	0,00
3	39,76	7,01	46,76	84	0,00	0,00	0,00
4	66,99	16,67	83,67	85	0,00	0,00	0,00
5	31,46	23,25	54,71	86	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,21	0,21	87	0,00	0,00	0,00
7	2,77	2,39	5,16	88	0,00	0,00	0,00
8	2,81	7,59	10,40	89	0,00	0,00	0,00
9	0,00	3,19	3,19	90	7,43	0,00	7,43
10	0,00	0,00	0,00	91	12,43	0,00	12,43
11	0,00	0,00	0,00	92	40,35	0,00	40,35
12	0,00	0,00	0,00	93	4,15	0,00	4,15
13	0,00	0,00	0,00	94	27,74	0,00	27,74
14	0,00	0,00	0,00	95	34,91	4,38	39,29
15	2,17	3,40	5,57	96	0,10	0,00	0,10
16	7,75	0,00	7,75	97	0,00	0,00	0,00
17	0,00	0,00	0,00	98	0,00	0,00	0,00
18	12,61	0,14	12,74	99	58,00	1,88	59,88
19	26,67	0,09	26,76	100	16,34	4,95	21,29
20	2,19	3,10	5,30	101	0,00	0,00	0,00
21	0,00	0,00	0,00	102	0,00	0,00	0,00
22	2,88	0,00	2,88	103	0,00	0,00	0,00
23	0,80	0,00	0,80	104	0,00	0,00	0,00
24	0,41	0,00	0,41	105	0,00	0,00	0,00
25	16,54	0,00	16,54	106	40,20	0,00	40,20
26	3,00	0,00	3,00	107	2,64	0,00	2,64
27	7,34	4,10	11,44	108	2,91	0,00	2,91
28	4,19	1,61	5,80	109	17,31	0,00	17,31
29	0,00	0,71	0,71	110	0,00	0,00	0,00
30	41,37	16,20	57,57	111	8,46	0,82	9,27
31	0,00	0,00	0,00	112	0,00	0,20	0,20
32	0,00	0,00	0,00	113	0,00	0,00	0,00
33	10,12	6,31	16,43	114	41,05	0,00	41,05
34	0,00	0,00	0,00	115	72,47	0,02	72,49
35	6,15	0,00	6,15	116	13,62	0,00	13,62
36	5,77	1,57	7,34	117	7,17	0,00	7,17
37	86,53	0,00	86,53	118	2,88	0,00	2,88
38	17,45	0,00	17,45	119	0,00	0,00	0,00
39	31,85	0,00	31,85	120	46,09	0,10	46,20
40	15,74	8,65	24,40	121	2,87	0,00	2,87
41	0,00	0,00	0,00	122	0,00	0,00	0,00
42	0,00	0,00	0,00	123	10,16	0,13	10,29
43	4,65	0,00	4,65	124	6,05	0,00	6,05

Čvor J-	Potrošnja- domaćinstva (2+8+22+24 ) , L/min	Potrošnja- privreda (20+21+23), l/min	Potrošnja- ukupno (2+8+20+21+ 22+23+24), l/min	Čvor J-	Potrošnja- domaćinstva (2+8+22+24), l/min	Potrošnja -privreda (20+21+2 3), l/min	Potrošnja- ukupno (2+8+20+2 1+22+23+ 24), l/min
44	3,75	0,00	3,75	125	2,85	0,06	2,91
45	0,00	0,00	0,00	126	5,84	0,00	5,84
46	5,18	0,00	5,18	127	0,00	0,00	0,00
47	8,69	1,46	10,15	128	0,00	0,00	0,00
48	7,75	0,00	7,75	129	0,00	13,47	13,47
49	0,00	0,00	0,00	130	1,25	12,04	13,29
50	107,05	0,20	107,25	131	0,00	0,00	0,00
51	50,27	0,00	50,27	132	0,00	0,00	0,00
52	17,65	0,00	17,65	133	0,00	0,00	0,00
53	27,78	0,00	27,78	134	26,90	2,16	29,06
54	17,62	0,00	17,62	135	130,51	23,62	154,13
55	49,60	0,00	49,60	136	56,80	0,00	56,80
56	0,00	0,00	0,00	137	0,69	0,00	0,69
57	51,16	0,00	51,16	138	0,00	1,51	1,51
58	67,04	0,00	67,04	139	44,10	0,00	44,10
59	9,08	0,00	9,08	140	1,82	6,91	8,74
60	11,19	0,00	11,19	141	38,80	0,00	38,80
61	0,00	0,00	0,00	142	3,92	4,72	8,64
62	63,39	0,00	63,39	143	11,45	0,00	11,45
63	0,00	0,00	0,00	144	44,73	0,00	44,73
64	5,69	0,00	5,69	145	7,75	0,00	7,75
65	0,00	0,00	0,00	146	8,12	0,00	8,12
66	4,13	0,00	4,13	147	3,70	0,00	3,70
67	11,06	0,00	11,06	148	3,41	0,00	3,41
68	3,95	0,00	3,95	149	84,04	0,00	84,04
69	36,56	5,65	42,21	150	20,68	0,00	20,68
70	0,00	0,00	0,00	151	13,08	0,00	13,08
71	41,96	7,48	49,44	152	25,29	0,00	25,29
72	3,17	0,00	3,17	153	3,45	0,00	3,45
73	0,00	0,00	0,00	154	0,00	0,00	0,00
74	3,94	0,00	3,94	155	0,00	0,00	0,00
75	21,19	0,00	21,19	156	3,37	0,00	3,37
76	18,79	0,27	19,06	157	0,44	0,00	0,44
77	21,01	0,00	21,01	158	0,16	0,00	0,16
78	15,80	0,00	15,80	159	3,10	0,00	3,10
79	0,00	0,00	0,00	160	0,53	0,00	0,53
80	3,75	0,00	3,75	Σ	2.177,42	202,67	2.380,09
81	0,00	0,00	0,00				

**Prilog 3.** Definiranje i proračun vremenskih uzoraka potrošnje

Prosječni protok na ulazu	3013 l/min
Prosječna potrošnja domaćinstava	2179 l/min
Prosječna potrošnja privrede	203 l/min
Prosječna ukupna potrošnja	2382 l/min
Prosječni gubitak	632 l/min

Vrijeme od početka, h	Prosječni protoci, l/min	Multip. za privredu	Prosječna potrošnja privrede, l/min	Prosječni tlakovi, bar	Multip. za gubitke	Prosječni gubici, l/min	Prosječna potrošnja domaćin., l/min	Multip. za domaćin.
0	2673	0,60	122	2673,49	0,94	595	1957	0,9
1	2241	0,60	122	2241,37	0,86	545	1575	0,7
2	1975	0,60	122	1975,16	0,81	511	1342	0,6
3	1857	0,60	122	1857,21	0,79	496	1240	0,6
4	1840	0,80	162	1839,79	0,78	493	1184	0,5
5	1990	0,80	162	1990,41	0,81	513	1315	0,6
6	2538	0,80	162	2537,78	0,92	580	1796	0,8
7	3172	1,60	324	3172,28	1,03	648	2200	1,0
8	3507	1,60	324	3507,48	1,08	681	2502	1,1
9	3562	1,60	324	3561,92	1,09	687	2551	1,2
10	3522	1,60	324	3521,73	1,08	683	2515	1,2
11	3430	1,60	324	3430,01	1,07	674	2432	1,1
12	3390	1,60	324	3389,64	1,06	670	2396	1,1
13	3339	1,60	324	3339,22	1,05	665	2350	1,1
15	3200	1,20	243	3199,94	1,03	651	2306	1,1
15	3200	1,20	243	3199,94	1,03	651	2306	1,1
16	3216	0,80	162	3215,66	1,03	652	2401	1,1
17	3286	0,80	162	3285,86	1,04	659	2464	1,1
18	3355	0,80	162	3355,11	1,06	666	2527	1,2
19	3371	0,80	162	3371,38	1,06	668	2541	1,2
20	3514	0,60	122	3514,31	1,08	682	2711	1,2
21	3524	0,60	122	3523,74	1,08	683	2719	1,2
22	3446	0,60	122	3446,13	1,07	675	2649	1,2
23	3163	0,60	122	3163,01	1,02	647	2394	1,1
Prosjek	3013	1	203	3013,02	1	628	2182	1

Prilog 4. Flex-tablica atributivnih podataka čvorova hidrauličkog modela

Id. br.	Oznaka	X (m)	Y (m)	Z(m)	Potrošnja (l/min)	Hidraulička gradijentna linija (m)	Tlak (bar)
27	J-1	5.574.140	5.072.016	115	3	168	5,2
28	J-2	5.574.205	5.071.942	115	1461	168	5,2
29	J-3	5.574.277	5.071.923	115	3204	168	5,2
30	J-4	5.574.359	5.071.915	115	5690	168	5,2
31	J-5	5.574.274	5.071.859	115	3597	168	5,2
32	J-6	5.574.171	5.072.043	115	13	168	5,2
33	J-7	5.574.545	5.071.916	115	337	168	5,2
34	J-8	5.574.440	5.071.914	115	652	168	5,2
35	J-9	5.574.345	5.071.864	115	191	168	5,2
36	J-10	5.574.562	5.071.952	115	0	168	5,2
37	J-11	5.574.580	5.071.991	115	0	168	5,2
81	J-12	5.574.561	5.072.183	114	0	168	5,3
139	J-13	5.574.595	5.072.303	114	0	168	5,3
198	J-14	5.574.666	5.072.467	114	0	168	5,3
60	J-15	5.574.545	5.071.982	115	356	168	5,2
61	J-16	5.574.532	5.072.043	114	542	168	5,2
62	J-17	5.574.524	5.072.093	114	0	168	5,2
79	J-18	5.574.503	5.072.093	114	907	168	5,2
69	J-19	5.574.304	5.072.007	115	1872	168	5,2
47	J-20	5.574.193	5.071.879	115	339	168	5,2
48	J-21	5.574.190	5.071.840	115	0	168	5,2
49	J-22	5.574.153	5.071.877	115	202	168	5,2
51	J-23	5.574.119	5.071.875	115	56	168	5,2
50	J-24	5.574.155	5.071.848	115	29	168	5,2
85	J-25	5.574.504	5.072.135	115	1158	168	5,2
83	J-26	5.574.516	5.072.191	115	210	168	5,2
137	J-27	5.574.551	5.072.304	114	760	168	5,3
204	J-28	5.574.643	5.072.470	114	390	168	5,3
206	J-29	5.574.623	5.072.471	113	43	168	5,3
241	J-30	5.574.632	5.072.640	114	3868	168	5,3
200	J-31	5.574.758	5.072.666	114	0	168	5,2
92	J-32	5.574.321	5.072.102	114	0	168	5,3
208	J-33	5.574.596	5.072.481	113	1087	168	5,3
219	J-34	5.574.475	5.072.502	113	0	167	5,3
360	J-35	5.573.993	5.072.233	114	430	168	5,3
217	J-36	5.574.486	5.072.433	114	498	168	5,3
210	J-37	5.574.477	5.072.496	114	6057	168	5,3
230	J-38	5.574.478	5.072.640	114	1221	167	5,2
225	J-39	5.574.427	5.072.637	114	2229	167	5,2
221	J-40	5.574.478	5.072.590	114	1621	167	5,2
236	J-41	5.574.542	5.072.642	114	0	167	5,2
232	J-42	5.574.576	5.072.641	114	0	167	5,2
239	J-43	5.574.537	5.072.569	115	326	167	5,1
234	J-44	5.574.578	5.072.568	115	263	167	5,1



Id. br.	Oznaka	X (m)	Y (m)	Z(m)	Potrošnja (l/min)	Hidraulička gradijentna linija (m)	Tlak (bar)
223	J-45	5.574.427	5.072.588	115	0	167	5,1
358	J-46	5.573.993	5.072.264	115	363	168	5,1
188	J-47	5.574.163	5.072.616	115	696	168	5,1
353	J-48	5.573.992	5.072.304	115	542	168	5,1
375	J-49	5.573.944	5.072.186	115	0	168	5,1
359	J-50	5.573.943	5.072.232	115	7505	168	5,2
355	J-51	5.573.943	5.072.263	115	3519	168	5,2
351	J-52	5.573.943	5.072.303	115	1236	168	5,2
387	J-53	5.574.112	5.072.042	115	1945	168	5,2
384	J-54	5.574.041	5.072.043	115	1233	168	5,2
385	J-55	5.573.977	5.072.044	114	3472	168	5,2
381	J-56	5.574.112	5.072.083	115	0	168	5,2
382	J-57	5.574.083	5.072.083	115	3581	168	5,2
383	J-58	5.574.040	5.072.083	114	4693	168	5,2
380	J-59	5.574.083	5.072.132	115	636	168	5,2
379	J-60	5.574.039	5.072.132	114	783	168	5,2
378	J-61	5.574.010	5.072.131	114	0	168	5,2
377	J-62	5.573.977	5.072.131	114	4437	168	5,2
388	J-63	5.574.010	5.072.186	114	0	168	5,3
376	J-64	5.573.976	5.072.185	115	398	168	5,1
386	J-65	5.573.931	5.072.043	115	0	168	5,2
166	J-66	5.574.170	5.072.076	114	289	168	5,2
164	J-67	5.574.224	5.072.077	114	774	168	5,2
162	J-68	5.574.281	5.072.077	115	276	168	5,2
168	J-69	5.574.168	5.072.138	115	2898	168	5,2
191	J-70	5.574.222	5.072.144	115	0	168	5,2
98	J-71	5.574.279	5.072.145	115	3386	168	5,2
96	J-72	5.574.280	5.072.122	115	0	168	5,2
94	J-73	5.574.305	5.072.123	114	276	168	5,2
90	J-74	5.574.368	5.072.101	115	816	168	5,2
104	J-75	5.574.306	5.072.147	114	1483	168	5,2
102	J-76	5.574.306	5.072.193	114	1331	168	5,2
109	J-77	5.574.353	5.072.194	114	1471	168	5,2
87	J-78	5.574.354	5.072.145	115	1106	168	5,2
100	J-79	5.574.277	5.072.193	115	0	168	5,2
126	J-80	5.574.400	5.072.203	114	263	168	5,2
124	J-81	5.574.433	5.072.200	114	0	168	5,2
134	J-82	5.574.475	5.072.196	114	100	168	5,2
112	J-83	5.574.277	5.072.230	115	0	168	5,2
114	J-84	5.574.302	5.072.228	114	0	168	5,2
116	J-85	5.574.336	5.072.228	114	0	168	5,2
118	J-86	5.574.369	5.072.228	114	0	168	5,2
120	J-87	5.574.402	5.072.228	114	0	168	5,2
129	J-88	5.574.353	5.072.229	114	0	168	5,2
122	J-89	5.574.434	5.072.226	114	0	168	5,2
152	J-90	5.574.303	5.072.265	114	520	168	5,2
154	J-91	5.574.336	5.072.263	114	870	168	5,2

Id. br.	Oznaka	X (m)	Y (m)	Z(m)	Potrošnja (l/min)	Hidraulička gradijentna linija (m)	Tlak (bar)
156	J-92	5.574.368	5.072.264	114	2824	168	5,2
158	J-93	5.574.401	5.072.265	114	291	168	5,2
160	J-94	5.574.434	5.072.266	114	1942	168	5,2
148	J-95	5.574.277	5.072.303	114	2706	168	5,2
142	J-96	5.574.481	5.072.304	114	7	168	5,2
144	J-97	5.574.384	5.072.304	115	0	168	5,2
146	J-98	5.574.344	5.072.304	115	0	168	5,2
174	J-99	5.574.168	5.072.302	114	4173	168	5,2
170	J-100	5.574.168	5.072.265	115	1441	168	5,2
195	J-101	5.574.199	5.072.275	115	0	168	5,2
172	J-102	5.574.168	5.072.284	115	0	168	5,2
312	J-103	5.574.050	5.072.336	115	0	168	5,2
314	J-104	5.574.105	5.072.338	114	0	168	5,2
176	J-105	5.574.168	5.072.342	114	0	168	5,2
367	J-106	5.574.094	5.072.185	114	2814	168	5,2
368	J-107	5.574.115	5.072.186	114	185	168	5,2
346	J-108	5.574.094	5.072.264	114	204	168	5,3
365	J-109	5.574.051	5.072.185	114	1212	168	5,2
366	J-110	5.574.051	5.072.169	114	0	168	5,2
364	J-111	5.574.010	5.072.237	114	641	168	5,2
348	J-112	5.574.010	5.072.264	114	12	168	5,2
280	J-113	5.574.482	5.072.359	114	0	168	5,2
278	J-114	5.574.442	5.072.358	115	2874	168	5,2
291	J-115	5.574.384	5.072.358	115	5074	168	5,2
276	J-116	5.574.441	5.072.404	114	953	168	5,2
288	J-117	5.574.383	5.072.403	115	502	168	5,2
272	J-118	5.574.344	5.072.360	114	202	168	5,2
274	J-119	5.574.343	5.072.403	114	0	168	5,2
283	J-120	5.574.308	5.072.360	114	3232	168	5,2
286	J-121	5.574.307	5.072.416	114	201	168	5,2
270	J-122	5.574.249	5.072.360	114	0	168	5,2
253	J-123	5.574.248	5.072.452	114	711	168	5,3
255	J-124	5.574.344	5.072.453	114	423	168	5,3
250	J-125	5.574.248	5.072.530	114	203	168	5,2
245	J-126	5.574.300	5.072.531	114	409	168	5,3
214	J-127	5.574.344	5.072.531	114	0	168	5,3
212	J-128	5.574.343	5.072.498	114	0	168	5,3
248	J-129	5.574.300	5.072.479	114	0	168	5,3
243	J-130	5.574.364	5.072.584	114	810	168	5,2
263	J-131	5.574.237	5.072.530	114	0	168	5,2
266	J-132	5.574.257	5.072.617	114	0	168	5,2
258	J-133	5.574.218	5.072.529	114	0	168	5,2
261	J-134	5.574.218	5.072.470	114	2013	168	5,2
186	J-135	5.574.168	5.072.529	114	10553	168	5,2
299	J-136	5.573.941	5.072.530	114	3976	168	5,2
297	J-137	5.573.939	5.072.550	114	48	168	5,2
302	J-138	5.573.870	5.072.542	114	91	168	5,2

Id. br.	Oznaka	X (m)	Y (m)	Z(m)	Potrošnja (l/min)	Hidraulička gradijentna linija (m)	Tlak (bar)
304	J-139	5.573.943	5.072.480	114	3087	168	5,2
306	J-140	5.573.887	5.072.453	115	542	168	5,2
308	J-141	5.573.943	5.072.335	115	2716	168	5,2
310	J-142	5.574.009	5.072.337	114	558	168	5,2
333	J-143	5.574.009	5.072.391	114	801	168	5,2
335	J-144	5.574.008	5.072.436	114	3131	168	5,2
337	J-145	5.574.051	5.072.437	114	542	168	5,2
331	J-146	5.574.052	5.072.391	114	568	168	5,2
328	J-147	5.574.106	5.072.392	114	259	168	5,2
323	J-148	5.574.105	5.072.369	114	239	168	5,2
178	J-149	5.574.167	5.072.370	115	5883	168	5,2
180	J-150	5.574.167	5.072.399	114	1448	168	5,2
182	J-151	5.574.167	5.072.433	115	916	168	5,2
184	J-152	5.574.167	5.072.464	115	1770	168	5,2
319	J-153	5.574.105	5.072.433	115	242	168	5,2
321	J-154	5.574.105	5.072.400	114	0	168	5,2
326	J-155	5.574.071	5.072.485	115	0	168	5,2
317	J-156	5.574.121	5.072.464	115	236	168	5,2
409	J-157	5.574.050	5.072.002	114	31	168	5,2
410	J-158	5.573.970	5.071.955	115	11	168	5,2
412	J-159	5.574.077	5.071.930	115	217	168	5,2
417	J-160	5.574.050	5.072.015	114	37	168	5,3

Prilog 5. Flex-tablica atributivnih podataka cjevovoda hidrauličkog modela

Id. br.	Oznaka	Duljina (m)	Početni čvor	Krajnji čvor	Promjer (mm)	Meterijal	Hazen-Williams, $C (m^{0,37} s^{-1})$	Protok (l/min)	Brzina (m/s)
41	P-1	48,54	J-1	J-6	200	SL	100	862,59	0,46
42	P-2	74,87	J-2	J-3	250	PVC	150	758,26	0,26
43	P-3	82,93	J-3	J-4	250	PVC	150	576,34	0,2
44	P-4	117,82	J-4	J-5	160	PVC	150	-37,13	0,03
45	P-5	64,21	J-5	J-3	110	PVC	150	-73,1	0,13
93	P-6	46,62	J-74	J-32	100	SL	130	0	0
361	P-7	49,36	J-51	J-46	100	SL	130	3,63	0,01
354	P-8	48,54	J-52	J-48	100	SL	130	5,42	0,01
419	P-9	89,98	J-160	J-1	250	SL	130	1.642	0,56
58	P-10	82,27	J-8	J-4	250	PVC	150	-556,58	0,19
63	P-11	121,57	J-8	J-7	250	PVC	150	548,14	0,19
57	P-12	143,04	J-9	J-8	160	PVC	150	-1,91	0
64	P-13	39,81	J-7	J-10	250	SL	130	544,77	0,18
68	P-14	43,18	J-10	J-11	250	SL	130	521,99	0,18
82	P-15	197,27	J-11	J-12	300	SL	130	521,99	0,12
141	P-16	125,37	J-13	J-12	300	SL	130	-446,96	0,11
199	P-17	179,35	J-13	J-14	300	SL	130	75,85	0,02
65	P-18	35,09	J-10	J-15	100	SL	130	22,78	0,05
66	P-19	62,81	J-15	J-16	100	SL	130	45	0,1
78	P-20	50,58	J-16	J-17	100	SL	130	71,85	0,15
80	P-21	21,16	J-17	J-18	100	SL	130	71,85	0,15
72	P-22	276,1	J-19	J-16	100	SL	130	32,28	0,07
70	P-23	242,41	J-15	J-19	100	SL	130	-25,78	0,05
71	P-24	88,99	J-3	J-19	100	SL	130	76,78	0,16
52	P-25	64,57	J-2	J-20	100	SL	130	6,26	0,01
56	P-26	39,05	J-20	J-21	100	SL	130	0	0
53	P-27	39,58	J-20	J-22	100	SL	130	2,86	0,01
54	P-28	34,46	J-22	J-23	100	SL	130	0,56	0
55	P-29	28,95	J-22	J-24	100	SL	130	0,29	0
89	P-30	42,64	J-25	J-18	100	SL	130	-30,05	0,06
86	P-31	56,73	J-26	J-25	100	SL	130	17,99	0,04
138	P-32	118,38	J-26	J-27	100	SL	130	-6,77	0,01
268	P-33	181,73	J-27	J-29	100	SL	130	39,6	0,08
207	P-34	20,37	J-28	J-29	80	SL	130	33,27	0,11
205	P-35	23,14	J-14	J-28	80	SL	130	75,85	0,25
201	P-36	218,96	J-14	J-31	300	SL	130	0	0
222	P-37	88,37	J-34	J-40	100	SL	130	56,6	0,12
209	P-38	28,33	J-29	J-33	80	SL	130	72,45	0,24
242	P-39	170,8	J-28	J-30	150	SL	130	38,68	0,04
275	P-40	42,78	J-118	J-119	150	SL	130	79,34	0,07
220	P-41	124,59	J-33	J-34	80	SL	130	56,6	0,19
140	P-42	43,37	J-27	J-13	200	SL	130	-371,11	0,2
231	P-43	50,53	J-40	J-38	100	SL	130	18,1	0,04
224	P-44	51,22	J-40	J-45	100	SL	130	22,29	0,05

Id. br.	Oznaka	Duljina (m)	Početni čvor	Krajnji čvor	Promjer (mm)	Meterijal	Hazen-Williams, $C$ ( $m^{0,37}s^{-1}$ )	Protok (l/min)	Brzina (m/s)
226	P-45	48,72	J-45	J-39	100	SL	130	22,29	0,05
179	P-46	27,92	J-105	J-149	200	SL	130	211,14	0,11
84	P-47	46,19	J-12	J-26	100	SL	130	75,03	0,16
218	P-48	120,72	J-33	J-36	80	SL	130	4,98	0,02
237	P-49	63,98	J-38	J-41	100	SL	130	5,88	0,01
238	P-50	34,32	J-41	J-42	100	SL	130	2,63	0,01
235	P-51	73,56	J-42	J-44	100	SL	130	2,63	0,01
240	P-52	73,15	J-41	J-43	100	SL	130	3,26	0,01
390	P-53	32,53	J-49	J-64	150	SL	130	-93,46	0,09
389	P-54	46,61	J-50	J-49	150	SL	130	-93,46	0,09
406	P-55	58,45	J-53	J-6	150	SL	130	-315,14	0,3
403	P-56	40,49	J-56	J-53	125	SL	130	-113,98	0,15
402	P-57	28,52	J-57	J-56	125	SL	130	-113,98	0,15
398	P-58	49,19	J-59	J-57	100	SL	130	-42,1	0,09
397	P-59	44,38	J-60	J-59	125	SL	130	-35,75	0,05
363	P-60	31,04	J-50	J-51	150	SL	130	14,1	0,01
392	P-61	54,9	J-63	J-61	125	SL	130	-42,56	0,06
391	P-62	33,54	J-64	J-63	150	SL	130	-32,67	0,03
394	P-63	53,88	J-62	J-64	150	SL	130	64,78	0,06
401	P-64	87,54	J-62	J-55	150	SL	130	-81,63	0,08
407	P-65	64,03	J-54	J-55	150	SL	130	116,35	0,11
405	P-66	39,99	J-54	J-58	125	SL	130	53,03	0,07
399	P-67	43,71	J-57	J-58	125	SL	130	36,07	0,05
400	P-68	49,04	J-58	J-60	100	SL	130	42,16	0,09
396	P-69	28,56	J-61	J-60	125	SL	130	-70,08	0,1
393	P-70	33,84	J-61	J-62	125	SL	130	27,52	0,04
408	P-71	45,81	J-55	J-65	150	SL	130	0	0
404	P-72	71,41	J-53	J-54	152,4	SL	130	181,71	0,17
352	P-73	31,59	J-141	J-52	150	SL	130	42,49	0,04
190	P-74	32,61	J-6	J-66	200	SL	130	547,32	0,29
194	P-75	56,04	J-69	J-70	125	SL	130	44,94	0,06
169	P-76	61,98	J-66	J-69	200	SL	130	421	0,22
167	P-77	53,88	J-67	J-66	125	SL	130	-123,43	0,17
165	P-78	56,36	J-68	J-67	125	SL	130	-84,41	0,11
163	P-79	45,58	J-72	J-68	150	SL	130	-81,64	0,08
99	P-80	22,45	J-72	J-71	150	SL	130	62,62	0,06
192	P-81	57,54	J-71	J-70	125	SL	130	-76,22	0,1
193	P-82	67,13	J-70	J-67	100	SL	130	-31,29	0,07
97	P-83	25,17	J-73	J-72	100	SL	130	-19,02	0,04
95	P-84	83,82	J-74	J-73	100	SL	130	24,57	0,05
91	P-85	135,3	J-18	J-74	100	SL	130	32,73	0,07
362	P-86	50,04	J-50	J-35	100	SL	130	4,3	0,01
105	P-87	46,32	J-76	J-75	100	SL	130	-23,59	0,05
111	P-88	47,2	J-77	J-76	100	SL	130	-14,99	0,03
108	P-89	47,96	J-75	J-78	100	SL	130	2,41	0,01
88	P-90	150,43	J-25	J-78	100	SL	130	36,46	0,08
110	P-91	48,66	J-78	J-77	100	SL	130	27,81	0,06

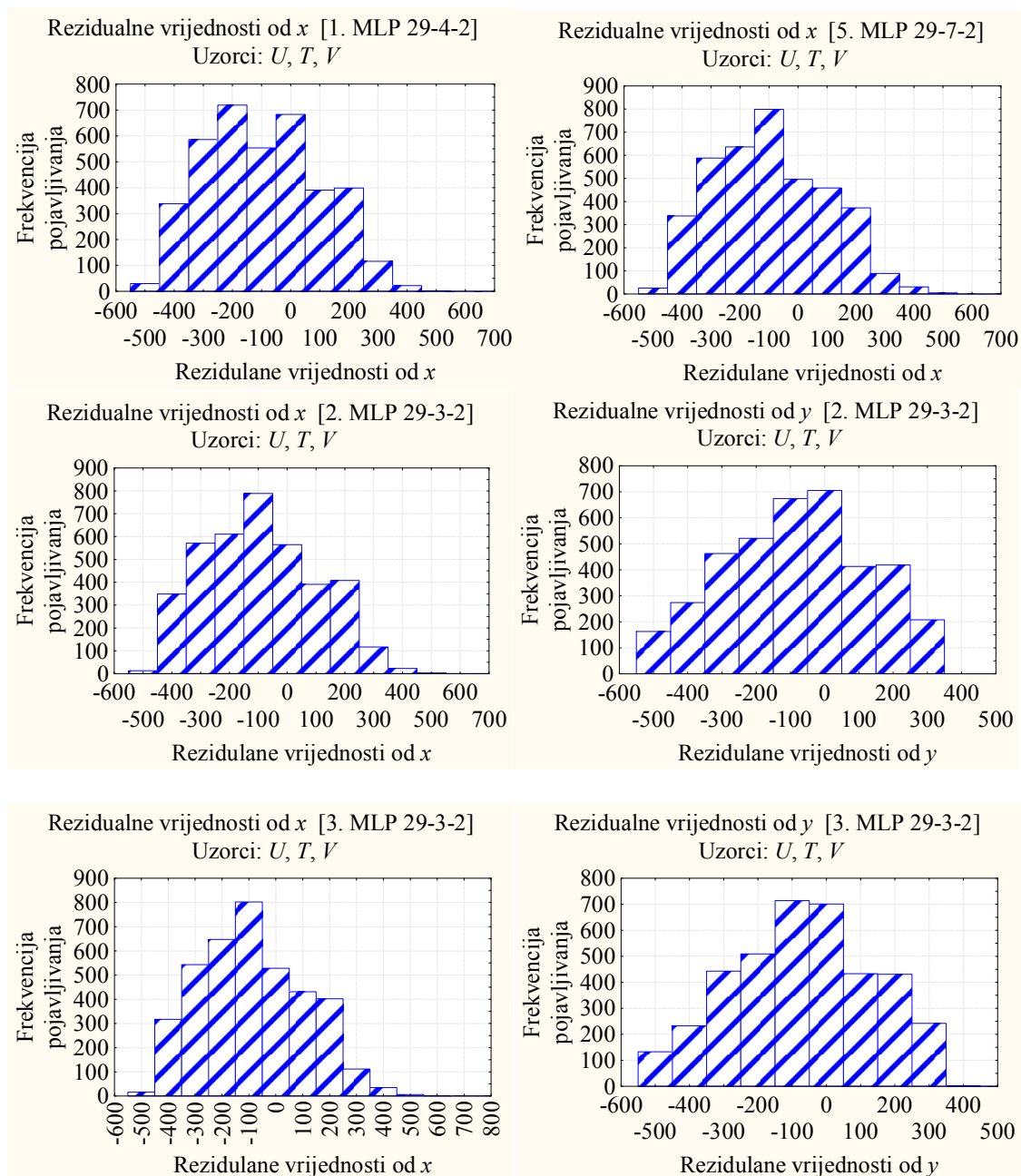
Id. br.	Oznaka	Duljina (m)	Početni čvor	Krajnji čvor	Promjer (mm)	Meterijal	Hazen-Williams, $C (m^{0,37}s^{-1})$	Protok (l/min)	Brzina (m/s)
103	P-92	29	J-79	J-76	100	SL	130	4,71	0,01
101	P-93	48,7	J-71	J-79	150	SL	130	104,98	0,1
136	P-94	41,13	J-82	J-26	100	SL	130	-61,71	0,13
135	P-95	42,01	J-81	J-82	100	SL	130	-46,82	0,1
127	P-96	33,36	J-81	J-80	100	SL	130	2,63	0,01
113	P-97	36,44	J-79	J-83	150	SL	130	100,28	0,09
115	P-98	24,87	J-83	J-84	150	SL	130	-7,81	0,01
117	P-99	34,93	J-84	J-85	150	SL	130	-13,01	0,01
130	P-100	16,24	J-85	J-88	150	SL	130	-21,72	0,02
131	P-101	16,45	J-88	J-86	150	SL	130	6,37	0,01
121	P-102	32,64	J-86	J-87	150	SL	130	-21,87	0,02
123	P-103	32,19	J-87	J-89	150	SL	130	-24,78	0,02
125	P-104	25,95	J-89	J-81	100	SL	130	-44,19	0,09
153	P-105	37,03	J-84	J-90	100	SL	130	5,2	0,01
155	P-106	35,85	J-85	J-91	100	SL	130	8,7	0,02
157	P-107	36,74	J-86	J-92	100	SL	130	28,24	0,06
159	P-108	37,09	J-87	J-93	100	SL	130	2,91	0,01
161	P-109	39,14	J-89	J-94	100	SL	130	19,42	0,04
133	P-110	34,68	J-77	J-88	100	SL	130	28,09	0,06
150	P-111	73,34	J-95	J-83	150	SL	130	-108,09	0,1
143	P-112	107,93	J-82	J-96	100	NL	130	13,89	0,03
151	P-113	70,49	J-96	J-27	200	SL	130	-317,14	0,17
145	P-114	97,01	J-96	J-97	200	SL	130	257,93	0,14
147	P-115	39,88	J-97	J-98	200	SL	130	207,86	0,11
149	P-116	67,52	J-98	J-95	200	SL	130	76,47	0,04
269	P-117	108,86	J-99	J-95	200	SL	130	-157,5	0,08
171	P-118	126,9	J-69	J-100	200	SL	130	347,08	0,18
197	P-119	37,26	J-100	J-99	200	SL	130	219,01	0,12
196	P-120	32,15	J-102	J-101	80	SL	130	0	0
344	P-121	141,1	J-103	J-102	80	SL	130	0	0
177	P-122	39,76	J-99	J-105	200	SL	130	334,78	0,18
316	P-123	62,55	J-104	J-105	200	SL	130	-123,63	0,07
315	P-124	54,99	J-103	J-104	200	SL	130	-90,49	0,05
373	P-125	21,49	J-106	J-107	125	SL	130	1,85	0
371	P-126	42,91	J-109	J-106	125	SL	130	-12,86	0,02
374	P-127	16,12	J-109	J-110	125	SL	130	0	0
372	P-128	78,39	J-106	J-108	125	SL	130	-42,85	0,06
370	P-129	91,71	J-111	J-109	125	SL	130	-0,74	0
395	P-130	50,42	J-63	J-111	150	SL	130	9,89	0,01
369	P-131	27,68	J-112	J-111	150	SL	130	-4,22	0
349	P-132	84,2	J-108	J-112	150	SL	130	68,78	0,06
347	P-133	74,25	J-100	J-108	150	SL	130	113,67	0,11
282	P-134	54,65	J-113	J-96	100	SL	130	-73,03	0,15
281	P-135	39,88	J-114	J-113	150	SL	130	-73,03	0,07
279	P-136	45,74	J-116	J-114	100	SL	130	-20,78	0,04
290	P-137	57,91	J-117	J-116	100	SL	130	-11,25	0,02
292	P-138	45,55	J-117	J-115	100	SL	130	-22,84	0,05

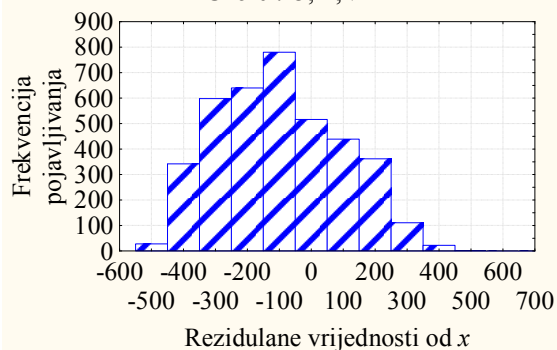
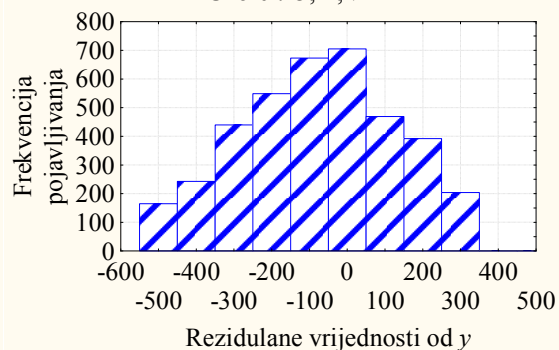
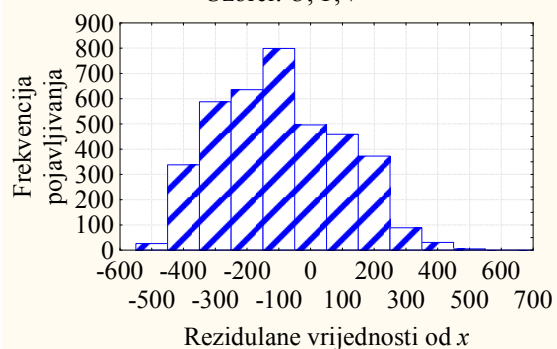
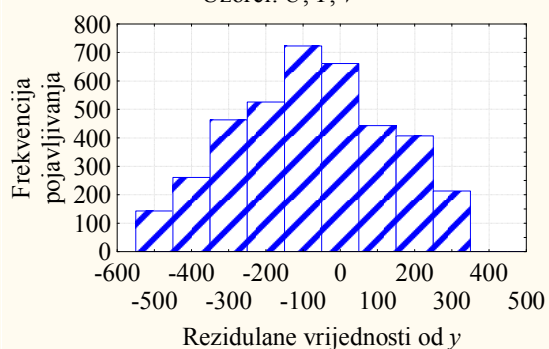
Id. br.	Oznaka	Duljina (m)	Početni čvor	Krajnji čvor	Promjer (mm)	Meterijal	Hazen-Williams, $C (m^{0,37} s^{-1})$	Protok (l/min)	Brzina (m/s)
293	P-139	57,62	J-115	J-114	150	SL	130	-23,51	0,02
296	P-140	54,04	J-97	J-115	100	SL	130	50,07	0,11
294	P-141	55,91	J-118	J-98	150	SL	130	-131,38	0,12
285	P-142	36,58	J-120	J-118	100	SL	130	-50,03	0,11
287	P-143	55,86	J-120	J-121	100	SL	130	2,01	0
284	P-144	58,97	J-122	J-120	100	SL	130	-15,69	0,03
271	P-145	92,01	J-123	J-122	100	SL	130	-15,69	0,03
256	P-146	95,62	J-123	J-124	100	SL	130	-15,57	0,03
295	P-147	50,36	J-119	J-124	150	SL	130	108,41	0,1
289	P-148	39,86	J-119	J-117	100	SL	130	-29,07	0,06
213	P-149	134,14	J-37	J-128	150	SL	130	-60,57	0,06
257	P-150	44,5	J-124	J-128	150	SL	130	88,61	0,08
215	P-151	33,48	J-128	J-127	100	SL	130	28,04	0,06
246	P-152	44,02	J-127	J-126	150	SL	130	19,94	0,02
251	P-153	51,39	J-126	J-125	150	SL	130	15,85	0,01
254	P-154	77,9	J-125	J-123	100	SL	130	-24,15	0,05
249	P-155	51,17	J-126	J-129	100	SL	130	0	0
244	P-156	75,53	J-127	J-130	100	SL	130	8,1	0,02
264	P-157	10,93	J-125	J-131	150	SL	130	37,97	0,04
267	P-158	90,69	J-131	J-132	80	SL	130	0	0
265	P-159	19,41	J-131	J-133	150	SL	130	37,97	0,04
262	P-160	58,7	J-133	J-134	100	SL	130	20,13	0,04
260	P-161	49,95	J-133	J-135	200	SL	130	17,84	0,01
189	P-162	90,45	J-135	J-47	200	SL	130	11,34	0,01
187	P-163	64,81	J-152	J-135	200	SL	130	109,3	0,06
298	P-164	245,97	J-47	J-137	110	PVC	150	4,38	0,01
300	P-165	20,5	J-137	J-136	110	PVC	150	2,99	0,01
301	P-166	227,06	J-136	J-135	200	SL	130	-10,28	0,01
303	P-167	69,82	J-137	J-138	80	SL	130	0,91	0
305	P-168	49,92	J-136	J-139	200	SL	130	-26,49	0,01
307	P-169	61,64	J-139	J-140	110	PVC	150	5,42	0,01
309	P-170	145,11	J-139	J-141	200	SL	130	-62,78	0,03
46	P-171	98,57	J-1	J-2	250	PVC	150	779,13	0,26
311	P-172	66,05	J-141	J-142	200	SL	130	-132,43	0,07
343	P-173	54,12	J-142	J-143	125	SL	130	25,36	0,03
336	P-174	45,64	J-143	J-144	100	SL	130	20,18	0,04
338	P-175	43,31	J-144	J-145	100	SL	130	-11,13	0,02
339	P-176	45,68	J-145	J-146	100	SL	130	-16,55	0,04
334	P-177	43,04	J-146	J-143	125	SL	130	2,84	0
332	P-178	53,52	J-147	J-146	125	SL	130	25,08	0,03
329	P-179	7,6	J-154	J-147	100	SL	130	-11,97	0,03
325	P-180	30,78	J-148	J-104	125	SL	130	-33,15	0,05
342	P-181	62,19	J-149	J-148	100	SL	130	8,87	0,02
181	P-182	29,58	J-149	J-150	200	SL	130	143,44	0,08
183	P-183	33,68	J-150	J-151	200	SL	130	123,41	0,07
185	P184	30,75	J-151	J-152	200	SL	130	117,43	0,06
106	P-185	23,37	J-75	J-73	100	SL	130	-40,83	0,09

Id. br.	Oznaka	Duljina (m)	Početni čvor	Krajnji čvor	Promjer (mm)	Materijal	Hazen-Williams, $C$ ( $m^{0,37}s^{-1}$ )	Protok (l/min)	Brzina (m/s)
340	P-186	61,34	J-151	J-153	100	SL	130	-3,18	0,01
322	P-187	32,77	J-153	J-154	100	SL	130	-17,52	0,04
330	P-188	23,29	J-147	J-148	125	SL	130	-39,64	0,05
341	P-189	62,03	J-150	J-154	100	SL	130	5,55	0,01
318	P-190	46,25	J-152	J-156	100	SL	130	-9,57	0,02
320	P-191	47,06	J-156	J-153	100	SL	130	-11,93	0,03
327	P-192	68,66	J-156	J-155	100	PVC	150	0	0
313	P-193	41,26	J-142	J-103	200	SL	130	-90,49	0,05
350	P-194	72,28	J-112	J-142	152,4	SL	130	72,88	0,07
356	P-195	40,19	J-52	J-51	150	SL	130	24,71	0,02
411	P-196	94,36	J-157	J-158	110	PVC	150	0,11	0
413	P-197	85,6	J-157	J-159	100	PVC	150	2,17	0
418	P-198	69,94	R-1	J-160	250	SL	130	1.645	0,56
420	P-199	12,78	J-157	J-160	100	SL	130	-2,59	0,01

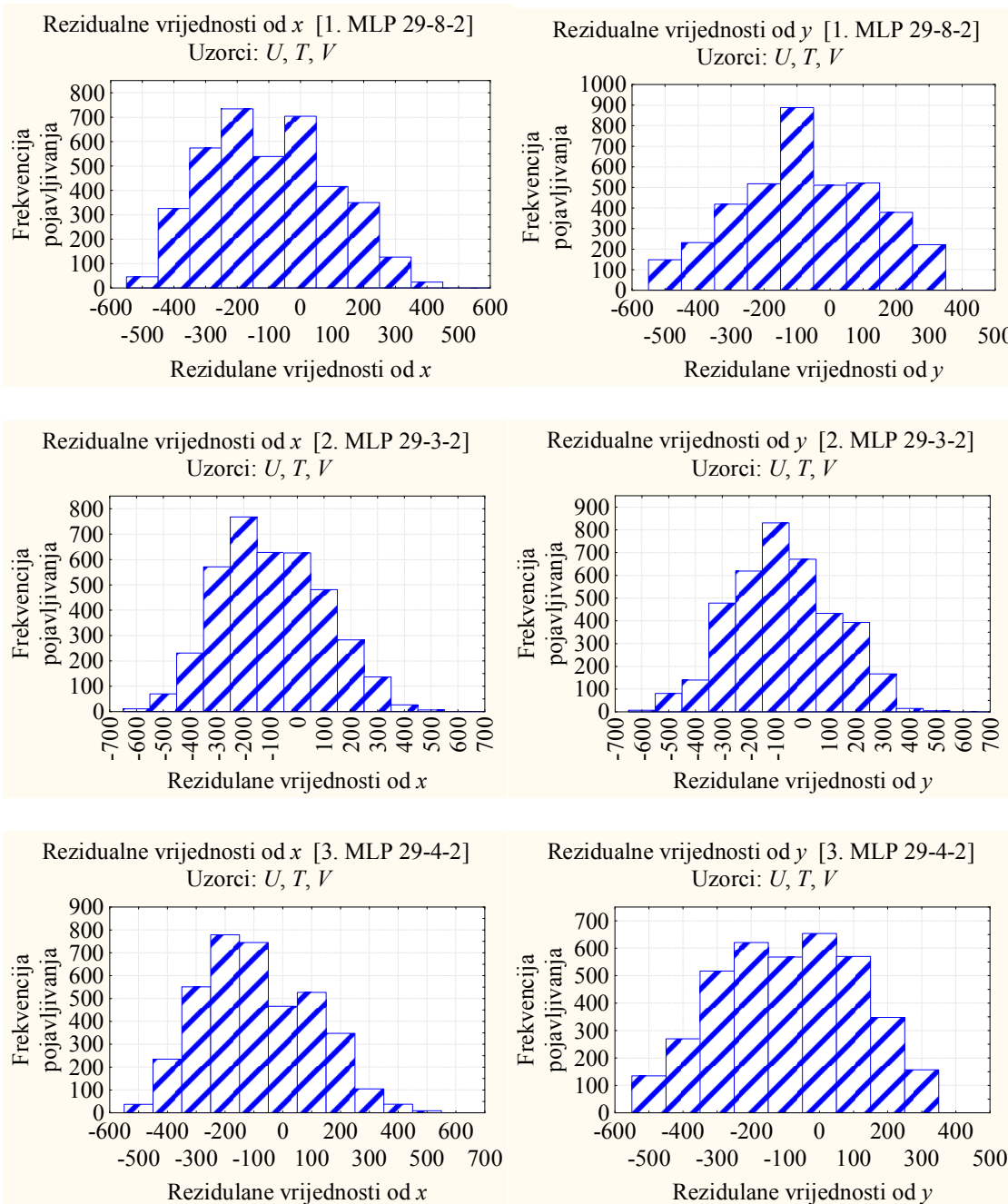


**Prilog 6.** Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=900$  l/min

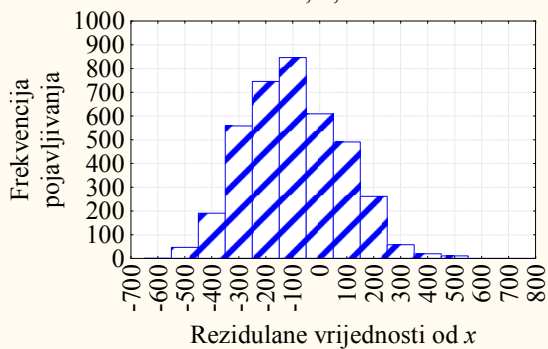


Rezidualne vrijednosti od  $x$  [4. MLP 29-3-2]Uzorci:  $U, T, V$ Rezidualne vrijednosti od  $y$  [4. MLP 29-3-2]Uzorci:  $U, T, V$ Rezidualne vrijednosti od  $x$  [5. MLP 29-7-2]Uzorci:  $U, T, V$ Rezidualne vrijednosti od  $y$  [5. MLP 29-7-2]Uzorci:  $U, T, V$ 

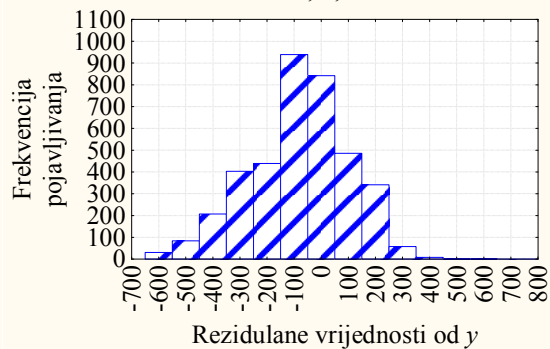
**Prilog 7.** Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=1800$  l/min



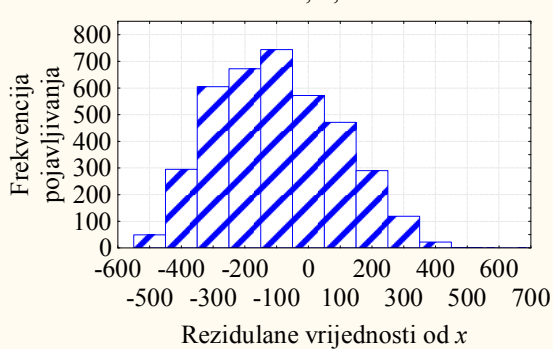
Rezidualne vrijednosti od  $x$  [4. MLP 29-9-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$



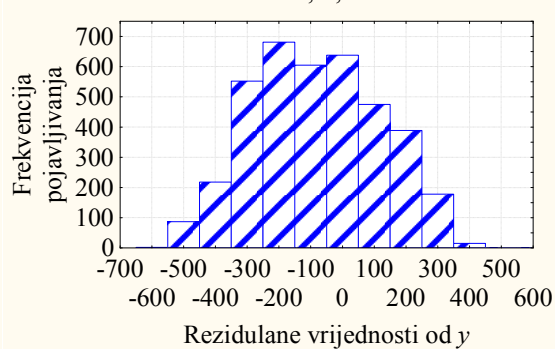
Rezidualne vrijednosti od  $y$  [4. MLP 29-9-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$



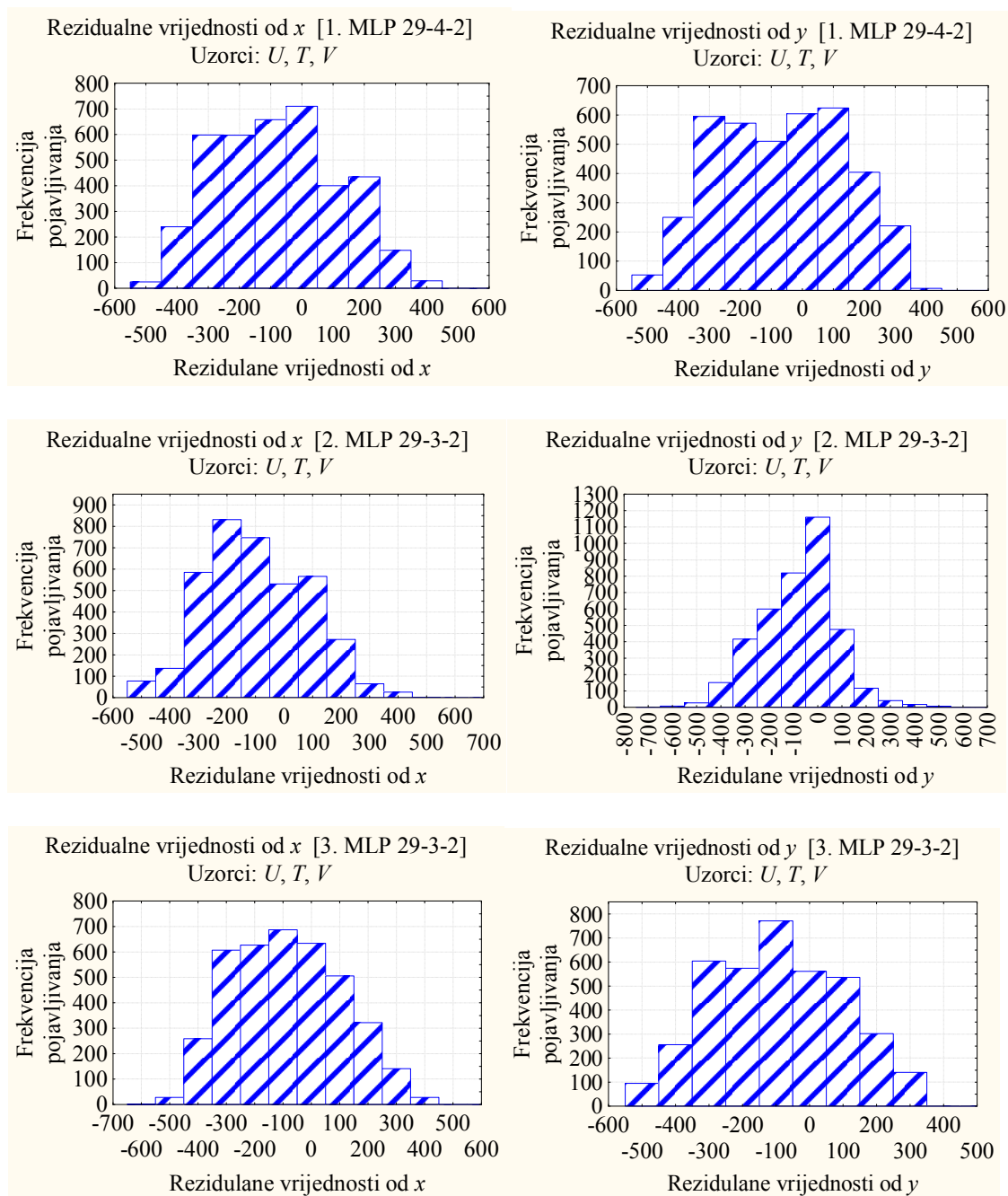
Rezidualne vrijednosti od  $x$  [5. MLP 29-3-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$

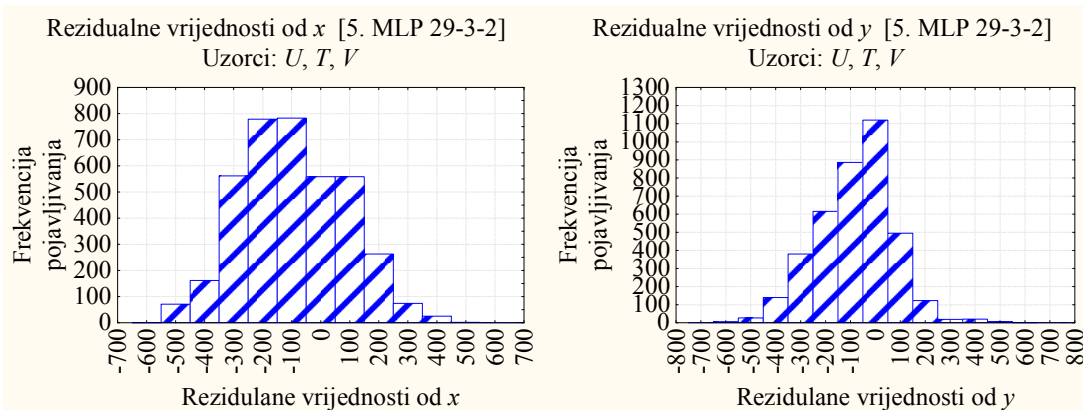
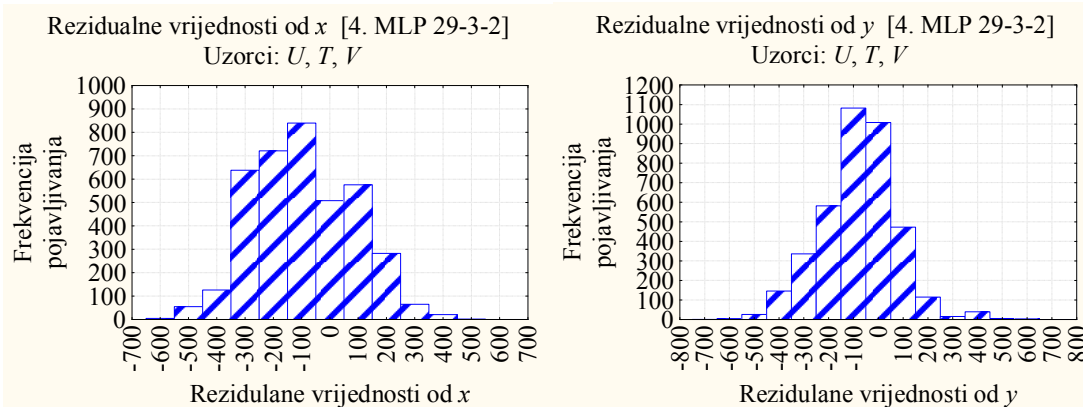


Rezidualne vrijednosti od  $y$  [5. MLP 29-3-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$

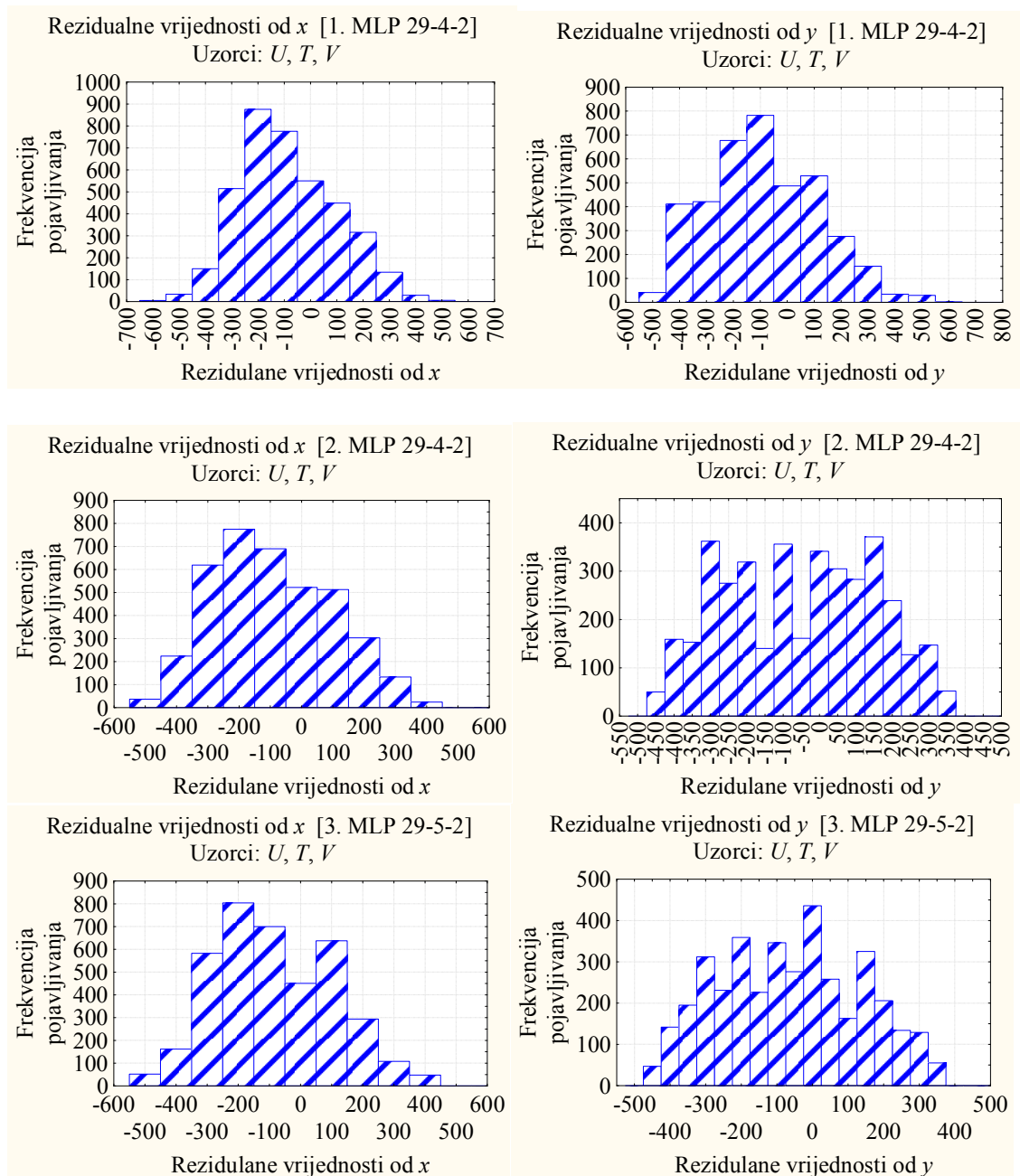


**Prilog 8.** Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=4500$  l/min

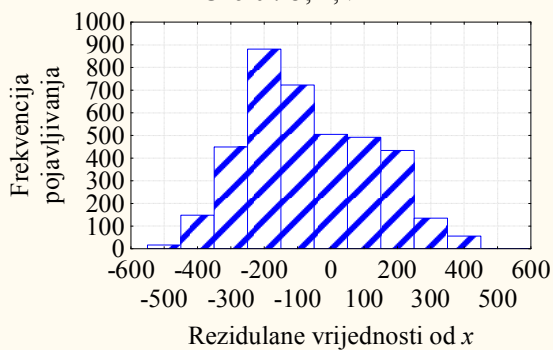




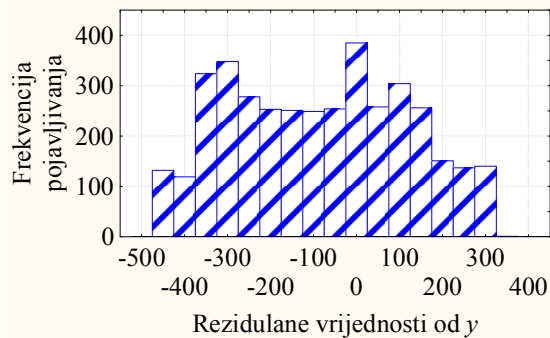
**Prilog 9.** Rezidualne vrijednosti izlaznih veličina lokacija puknuća cjevovoda  $x$  i  $y$  neuronskih mreža za protok puknuća  $q_{pb}=9000$  l/min



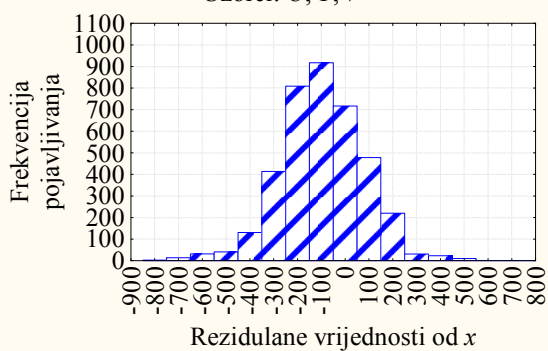
Rezidualne vrijednosti od  $x$  [4. MLP 29-4-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$



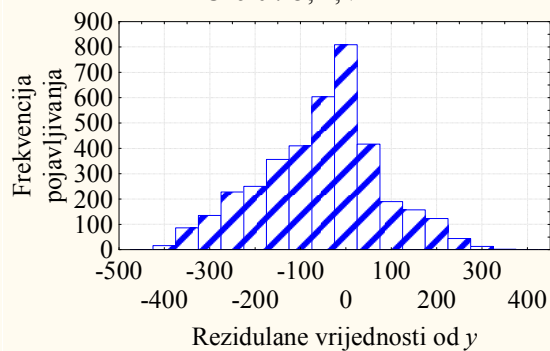
Rezidualne vrijednosti od  $y$  [4. MLP 29-4-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$



Rezidualne vrijednosti od  $x$  [5. MLP 29-6-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$



Rezidualne vrijednosti od  $y$  [5. MLP 29-3-2]  
 Uzorci:  $U, T, V$





**Prilog 10.** Udaljenosti između ciljanih i ansamblom neuronskih mreža ostvarenih lokacija puknuća cjevovoda za protoke puknuća  $q_{pb}=900$  l/min,  $q_{pb}=1800$  l/min,  $q_{pb}=4500$  l/min i  $q_{pb}=9000$  l/min skupa za testiranje ( $T$ )

Uzorak: $T$		$q_{pb}=900$ l/min			$q_{pb}=1800$ l/min			$q_{pb}=4500$ l/min			$q_{pb}=9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
71	422	306	284	273	262	322	216	263	332	213	271	345	214
71	422	316	279	284	332	231	324	261	334	210	206	343	157
71	422	310	288	274	298	323	247	274	323	226	267	342	212
71	422	313	285	278	304	335	249	261	337	209	230	331	183
71	422	314	283	280	307	330	254	307	386	238	260	345	204
71	422	312	288	276	318	296	278	307	396	238	225	347	171
71	422	339	263	312	326	299	283	275	335	222	241	360	181
71	422	287	303	246	294	323	244	260	324	213	184	361	128
71	422	291	299	252	286	312	242	261	335	209	256	352	197
71	422	290	300	250	288	315	242	256	337	204	154	367	100
71	422	285	303	245	289	314	243	266	334	214	236	363	175
71	422	285	303	245	292	313	247	264	327	215	181	362	125
71	422	316	282	282	264	343	209	278	345	221	253	356	193
71	422	309	288	273	325	278	292	282	344	225	168	351	121
71	422	311	287	276	323	286	286	271	329	220	257	350	199
71	422	333	268	303	324	281	290	273	342	218	196	340	149
71	422	311	287	276	262	351	204	280	348	222	256	350	199
71	422	318	282	284	260	347	203	260	336	208	185	357	132
71	422	281	307	239	256	339	203	260	339	207	248	357	189
71	422	286	302	246	286	323	237	267	330	217	144	366	92
71	422	290	300	251	288	319	240	268	336	215	239	360	179
71	422	283	303	243	285	315	239	267	332	216	179	360	125
71	422	275	312	232	283	309	240	263	329	214	246	358	187
71	422	252	328	204	248	349	192	256	331	206	218	350	164
113	249	310	282	199	271	320	173	267	333	175	269	349	185
113	249	314	287	204	296	306	191	277	334	184	205	344	132
113	249	310	288	201	298	324	199	275	324	178	274	339	184
113	249	311	286	202	300	328	203	273	341	184	227	331	140
113	249	312	285	202	303	325	205	259	337	170	273	331	179
113	249	312	287	202	318	296	210	307	396	243	284	345	196
113	249	341	267	228	339	245	226	374	438	322	270	337	180
113	249	354	253	240	340	319	237	284	350	199	244	333	155
113	249	332	270	220	341	273	229	280	342	191	251	348	169
113	249	288	301	182	291	320	191	268	335	177	158	353	113
113	249	285	303	180	284	306	180	257	338	169	256	347	173
113	249	284	304	179	284	306	180	256	333	166	218	353	148
113	249	276	310	173	288	298	182	265	330	172	254	357	177
113	249	269	315	169	291	298	184	266	327	172	158	365	124
113	249	309	289	200	261	344	175	259	331	167	255	350	174
113	249	308	289	199	320	274	208	278	347	192	173	348	116
113	249	336	266	223	340	266	227	275	342	186	261	342	174

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
113	249	344	260	231	342	267	229	277	342	188	207	341	131
113	249	344	259	231	338	280	227	280	350	195	261	342	174
113	249	350	253	237	340	277	228	278	342	189	162	357	118
113	249	331	271	219	345	260	232	290	362	209	250	345	167
113	249	326	274	214	342	267	230	277	343	189	179	349	120
113	249	341	262	228	332	289	222	270	335	179	256	346	173
113	249	313	282	203	287	327	190	264	326	169	189	347	124
29	249	309	282	282	268	321	249	269	319	249	276	340	263
29	249	313	287	287	294	304	271	276	333	260	221	348	215
29	249	311	287	285	301	328	283	272	347	262	273	335	258
29	249	314	285	287	308	342	293	311	387	314	207	346	202
29	249	314	284	287	307	330	289	306	385	309	260	345	250
29	249	312	288	285	318	296	293	307	396	314	224	347	217
29	249	339	263	310	325	299	300	275	335	260	262	354	256
29	249	285	304	261	290	319	270	260	324	242	187	371	199
29	249	251	325	234	267	328	250	268	324	250	257	353	250
29	249	288	301	264	267	333	252	256	336	242	231	355	228
29	249	287	302	263	287	311	265	257	339	245	244	355	240
29	249	283	304	260	289	311	267	264	326	247	184	372	197
29	249	279	307	256	261	342	249	259	336	245	246	365	246
29	249	307	290	281	261	340	249	261	334	247	179	359	186
29	249	311	288	284	322	285	295	270	329	254	256	350	248
29	249	309	289	282	323	280	296	273	342	261	196	341	190
29	249	311	287	284	262	350	253	259	339	247	249	358	245
29	249	283	307	260	259	346	249	260	336	246	186	357	190
29	249	280	307	258	255	339	243	267	336	253	248	357	244
29	249	285	302	262	285	322	266	267	330	251	165	371	182
29	249	290	300	266	287	319	267	268	336	254	239	360	237
29	249	283	304	260	286	315	265	256	336	243	181	360	187
29	249	273	313	252	280	304	257	256	336	243	255	351	248
29	249	252	328	236	248	349	240	256	331	241	219	350	214
-37	289	306	284	343	261	322	300	263	332	304	271	345	313
-37	289	316	279	354	332	230	374	261	334	302	207	343	250
-37	289	310	288	347	297	322	336	274	323	313	267	342	309
-37	289	313	286	350	303	335	344	274	343	316	229	331	270
-37	289	314	284	351	307	330	347	306	385	357	275	332	315
-37	289	312	288	349	318	296	356	270	354	314	224	347	267
-37	289	339	263	377	292	341	334	275	335	316	247	366	295
-37	289	310	283	347	259	347	302	252	339	294	171	382	229
-37	289	314	280	351	241	359	287	258	342	300	237	371	286
-37	289	289	300	327	287	314	325	256	337	297	231	345	275
-37	289	284	303	322	288	314	327	285	346	327	256	342	298
-37	289	262	324	301	292	313	330	273	325	312	209	333	250
-37	289	280	306	318	298	306	336	281	342	323	274	333	314
-37	289	308	288	346	299	303	336	321	381	370	192	334	234
-37	289	311	288	348	366	217	409	280	328	320	271	334	312
-37	289	309	289	346	371	204	417	304	371	351	221	324	261
-37	289	311	287	348	296	312	334	266	334	307	262	343	304

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
-37	289	281	308	319	290	316	329	266	331	307	202	344	246
-37	289	279	308	317	285	315	324	267	335	308	251	356	296
-37	289	284	303	322	282	318	321	267	329	307	177	359	226
-37	289	291	300	328	271	328	310	258	340	300	249	355	293
-37	289	284	303	322	274	329	314	265	322	304	231	354	277
-37	289	275	311	314	277	298	315	256	335	297	264	345	307
-37	289	250	329	290	246	347	289	256	330	296	226	358	272
11	289	282	305	271	259	322	250	263	331	255	268	348	263
11	289	317	279	306	333	232	327	261	334	254	235	336	228
11	289	310	288	299	298	323	289	275	323	266	273	335	265
11	289	313	285	302	304	336	297	261	337	254	229	336	223
11	289	314	283	303	308	330	299	259	337	252	260	345	255
11	289	312	287	301	319	296	307	307	396	315	241	336	234
11	289	341	262	331	328	298	317	275	335	268	246	352	243
11	289	324	278	313	264	348	260	256	332	248	179	360	182
11	289	291	299	280	271	331	263	261	335	254	253	355	251
11	289	290	300	279	289	317	279	256	337	249	207	365	210
11	289	285	303	274	290	315	280	266	334	259	250	348	246
11	289	285	302	275	258	344	253	259	332	251	180	362	184
11	289	279	307	269	262	342	256	259	336	252	246	365	247
11	289	308	289	296	263	340	257	261	334	254	178	359	180
11	289	312	287	300	324	288	313	271	330	263	256	351	253
11	289	308	289	297	261	343	255	257	339	251	205	348	203
11	289	310	288	299	260	349	256	259	338	253	249	358	247
11	289	282	307	271	257	345	253	260	336	253	207	362	209
11	289	280	308	269	287	317	277	267	335	260	247	362	246
11	289	285	303	274	284	320	274	267	329	259	175	359	178
11	289	289	301	278	286	317	276	258	341	252	238	365	239
11	289	285	302	274	288	318	279	265	331	258	174	359	177
11	289	278	309	268	290	318	280	263	330	256	263	339	257
11	289	252	328	244	284	325	275	259	323	250	216	350	214
-37	249	308	283	347	232	353	289	252	362	311	222	387	294
-37	249	315	280	354	255	351	310	252	357	309	220	391	294
-37	249	333	269	371	263	382	329	255	349	309	220	388	292
-37	249	334	267	372	262	381	328	257	346	310	206	384	279
-37	249	335	265	373	264	375	327	249	356	306	214	385	286
-37	249	336	267	374	286	332	334	252	361	310	127	407	228
-37	249	339	268	376	338	242	375	265	342	316	184	436	290
-37	249	351	259	389	346	210	385	254	346	307	42	455	221
-37	249	333	269	371	339	288	379	259	350	313	185	424	283
-37	249	314	279	352	223	390	296	242	373	306	169	414	264
-37	249	267	309	311	200	392	277	245	374	309	213	380	282
-37	249	265	311	308	193	402	276	245	368	307	302	386	366
-37	249	259	316	303	196	402	279	245	372	308	213	399	292
-37	249	289	297	330	204	392	281	252	360	311	290	379	353
-37	249	295	294	335	219	390	293	244	367	306	225	375	291
-37	249	289	298	330	216	379	285	242	374	306	233	391	306
-37	249	293	296	333	219	386	291	243	375	307	207	396	286

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
-37	249	301	290	341	218	380	287	244	373	307	226	395	302
-37	249	301	289	341	218	372	283	243	376	308	206	396	285
-37	249	309	282	348	216	396	293	245	371	308	246	373	309
-37	249	314	280	353	211	386	283	244	376	309	202	390	278
-37	249	308	282	347	210	394	287	242	371	305	220	389	293
-37	249	300	290	340	215	394	291	242	372	306	214	386	286
-37	249	313	283	352	212	386	284	245	360	304	205	391	281
12	249	305	285	296	226	354	238	252	362	265	221	390	252
12	249	316	280	305	256	351	264	252	357	263	216	391	249
12	249	333	268	322	264	384	286	255	349	262	219	388	249
12	249	336	266	325	267	388	290	251	356	261	193	387	227
12	249	337	264	326	269	379	288	249	357	260	212	387	243
12	249	335	268	323	284	333	285	251	361	264	167	394	212
12	249	340	262	328	294	341	296	254	344	260	195	414	246
12	249	311	283	300	230	384	256	244	361	258	197	402	240
12	249	313	280	302	208	394	244	254	362	267	214	380	241
12	249	312	281	302	203	401	244	242	372	261	252	378	272
12	249	284	304	277	253	341	257	245	370	262	195	404	239
12	249	286	302	279	259	344	264	250	355	260	194	406	240
12	249	317	282	306	265	343	270	249	359	261	191	425	251
12	249	308	289	298	263	340	267	252	356	263	153	414	217
12	249	334	268	322	233	387	260	248	361	261	208	395	244
12	249	330	270	319	225	384	251	246	367	262	158	406	214
12	249	297	293	288	226	389	255	247	367	263	205	397	243
12	249	304	288	294	223	382	249	248	365	263	206	395	242
12	249	302	289	292	220	372	241	243	378	264	205	397	243
12	249	307	284	297	217	389	248	245	371	263	206	396	243
12	249	315	279	304	217	373	240	244	376	265	211	376	236
12	249	308	283	298	210	393	245	242	371	260	252	378	272
12	249	298	292	289	201	406	246	242	371	260	219	379	244
12	249	273	309	268	207	382	236	245	359	258	232	391	262
-37	217	307	284	351	219	370	298	247	371	324	233	374	313
-37	217	314	281	357	254	349	320	252	357	321	260	381	340
-37	217	333	268	374	264	383	344	255	349	320	235	367	311
-37	217	336	266	377	267	387	348	251	356	320	226	377	308
-37	217	337	264	378	269	378	346	249	357	319	220	377	303
-37	217	335	268	376	284	333	342	257	351	324	168	394	271
-37	217	340	263	380	294	341	353	254	343	317	195	413	304
-37	217	310	283	354	229	383	314	244	361	316	229	392	318
-37	217	289	300	337	239	358	310	252	366	326	221	373	302
-37	217	310	282	353	200	399	299	243	374	321	290	370	361
-37	217	309	282	353	218	379	302	243	375	321	213	377	297
-37	217	309	283	352	226	382	311	247	362	319	230	393	320
-37	217	340	262	380	233	385	319	247	366	321	209	397	305
-37	217	331	269	372	231	382	315	250	363	322	222	387	310
-37	217	334	268	374	232	387	319	248	361	320	216	385	303
-37	217	331	269	372	226	385	313	245	369	321	213	381	299
-37	217	298	292	343	228	390	317	247	368	322	204	399	302

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
-37	217	305	287	350	225	382	310	248	365	321	228	385	314
-37	217	303	288	348	222	372	302	243	378	323	213	385	301
-37	217	308	283	352	219	389	309	244	373	322	199	397	297
-37	217	312	281	356	218	369	297	244	377	323	204	388	296
-37	217	286	302	334	246	359	316	245	365	318	269	368	341
-37	217	276	311	327	239	367	314	245	365	318	233	360	305
-37	217	273	309	323	206	382	294	241	369	317	265	381	344
13	218	307	284	301	229	353	255	252	362	279	234	371	269
13	218	316	280	309	256	351	277	252	357	276	250	382	288
13	218	333	268	324	264	383	300	255	349	275	219	388	267
13	218	336	266	327	267	387	305	251	356	275	226	377	266
13	218	337	264	328	269	378	302	249	357	274	212	387	261
13	218	335	268	326	284	333	295	257	351	279	168	394	235
13	218	363	247	352	315	287	310	251	353	273	191	419	268
13	218	353	253	343	299	354	317	254	346	273	76	438	229
13	218	318	277	311	237	381	277	251	365	280	194	406	261
13	218	312	281	305	203	400	263	242	372	276	257	381	293
13	218	283	304	283	240	357	266	247	369	279	221	370	257
13	218	282	305	283	237	362	267	247	363	276	281	386	316
13	218	276	310	278	242	359	269	247	367	277	220	390	269
13	218	266	317	272	244	353	268	255	353	277	286	382	318
13	218	293	296	291	214	395	268	250	358	276	224	378	265
13	218	291	297	289	205	395	262	242	373	276	279	372	307
13	218	296	294	293	218	391	268	243	375	278	228	365	260
13	218	302	290	298	220	381	263	243	374	278	222	396	274
13	218	302	289	297	219	372	257	243	377	280	206	397	263
13	218	308	283	302	219	389	268	244	373	278	199	397	258
13	218	312	281	306	218	369	255	244	377	280	204	388	256
13	218	308	282	303	223	378	264	242	374	277	192	401	256
13	218	300	290	296	221	392	271	247	364	276	219	375	259
13	218	276	307	277	210	385	259	245	360	272	245	380	283
29	222	305	285	283	259	322	251	263	332	258	266	351	270
29	222	316	280	292	296	311	281	261	334	258	258	340	258
29	222	310	288	288	296	320	284	273	322	264	270	338	268
29	222	312	286	290	303	333	295	261	337	259	243	340	244
29	222	314	284	291	306	329	297	259	337	257	255	347	258
29	222	311	288	290	318	296	298	307	396	328	224	344	230
29	222	340	262	313	327	298	307	275	335	270	239	363	253
29	222	324	277	300	265	349	267	256	332	252	198	365	222
29	222	292	298	274	291	318	278	261	336	258	243	365	257
29	222	290	300	272	289	317	276	256	337	254	208	365	229
29	222	286	302	269	286	309	271	257	339	256	244	358	255
29	222	283	304	266	287	310	273	256	334	253	219	365	238
29	222	278	308	263	294	302	276	265	331	259	246	371	263
29	222	270	314	258	260	339	259	261	334	257	205	363	226
29	222	310	288	289	264	345	265	259	332	255	255	355	262
29	222	308	289	287	261	344	262	257	339	256	222	353	233
29	222	310	288	289	261	349	264	259	338	258	247	363	259

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
29	222	280	308	266	289	314	276	257	338	256	237	364	252
29	222	278	309	264	284	313	271	257	341	257	250	361	260
29	222	285	302	268	284	320	273	258	336	256	196	372	224
29	222	291	299	273	271	329	264	258	340	258	256	348	259
29	222	283	304	267	273	328	266	259	334	256	281	357	286
29	222	275	312	261	273	329	266	256	335	253	268	344	268
29	222	249	330	245	281	321	271	254	333	251	283	354	286
70	170	305	285	262	259	322	242	258	343	255	266	351	267
70	170	316	280	269	296	311	266	261	334	251	281	343	273
70	170	311	287	268	300	326	278	272	346	268	270	339	261
70	170	314	285	269	306	340	291	261	337	254	229	350	240
70	170	313	284	268	306	328	284	259	337	252	255	348	256
70	170	311	288	268	317	296	277	304	366	305	228	349	239
70	170	340	263	285	327	299	287	275	335	263	238	370	260
70	170	287	303	254	260	347	260	256	332	246	230	368	254
70	170	289	300	255	269	329	254	264	334	254	253	358	262
70	170	288	301	254	267	333	255	256	336	249	281	351	278
70	170	283	304	252	286	311	258	257	340	252	245	360	258
70	170	284	304	252	290	311	261	256	335	248	238	369	260
70	170	279	307	250	262	342	257	259	336	251	245	372	267
70	170	307	289	265	262	340	257	261	334	252	229	357	244
70	170	310	288	267	263	345	260	259	332	249	255	355	261
70	170	308	289	266	261	343	257	257	339	252	224	352	238
70	170	274	312	248	260	349	261	259	338	253	247	365	263
70	170	280	309	251	288	313	261	257	338	251	239	364	257
70	170	278	309	250	283	313	256	257	341	253	249	364	264
70	170	283	304	251	280	315	255	258	335	250	235	365	255
70	170	291	299	256	271	328	255	258	340	253	258	349	259
70	170	284	303	252	274	329	259	259	335	250	276	357	278
70	170	274	312	248	272	329	257	251	346	252	267	346	264
70	170	249	330	240	281	320	259	254	333	245	305	355	299
71	154	308	283	270	257	322	251	258	343	266	265	354	279
71	154	315	281	275	295	310	273	261	333	262	258	350	271
71	154	310	288	274	297	322	282	274	323	264	269	341	273
71	154	313	286	275	303	335	294	261	337	264	242	340	253
71	154	314	284	275	307	330	294	259	337	262	255	348	267
71	154	312	288	275	318	296	285	307	396	338	227	349	250
71	154	340	262	290	328	298	295	275	335	273	238	370	273
71	154	288	302	263	263	348	273	256	332	257	225	368	264
71	154	290	299	263	270	330	266	256	346	266	253	358	274
71	154	289	300	263	268	334	267	256	337	260	276	351	284
71	154	284	303	261	288	314	270	257	340	263	243	360	268
71	154	285	303	261	292	313	272	256	335	259	232	369	269
71	154	279	307	258	261	342	267	259	336	262	246	371	279
71	154	270	315	256	258	338	263	261	333	261	236	365	268
71	154	272	314	257	259	343	267	259	331	258	250	363	275
71	154	270	315	256	258	341	264	258	338	262	230	361	261
71	154	274	312	257	259	348	271	259	338	263	247	365	275

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
71	154	281	308	261	256	345	266	257	338	262	234	364	266
71	154	278	309	259	283	312	264	257	341	264	249	364	275
71	154	283	304	260	281	313	264	258	335	260	271	348	279
71	154	289	301	263	287	315	270	258	340	264	256	348	268
71	154	284	302	260	287	317	270	256	337	260	224	366	262
71	154	277	310	259	254	353	270	258	335	260	252	356	272
71	154	253	327	251	249	350	265	256	332	256	265	353	278
113	171	306	285	224	261	322	211	258	343	225	269	349	237
113	171	315	280	230	295	310	230	255	346	226	280	351	246
113	171	309	289	229	294	317	233	263	329	218	269	343	233
113	171	312	286	230	301	330	246	254	345	224	262	342	227
113	171	313	284	230	305	327	248	259	337	221	256	348	228
113	171	312	287	231	319	296	241	254	351	229	233	353	219
113	171	339	268	246	338	243	236	271	331	225	237	368	233
113	171	356	251	256	338	320	270	285	352	250	137	374	204
113	171	331	270	240	273	349	240	263	337	224	237	371	236
113	171	288	301	218	267	333	224	250	347	224	314	353	271
113	171	243	330	206	270	323	219	258	339	222	265	347	232
113	171	242	331	206	270	326	221	258	334	218	340	359	295
113	171	274	311	214	277	321	222	259	336	220	260	363	243
113	171	267	317	212	282	316	223	254	344	223	337	352	288
113	171	271	315	214	289	326	234	252	342	221	266	351	236
113	171	265	319	212	287	292	212	250	350	225	278	362	253
113	171	269	316	213	285	298	214	252	350	227	251	366	239
113	171	278	311	216	284	307	218	252	348	225	273	366	252
113	171	277	310	215	281	310	218	258	340	222	249	366	238
113	171	283	303	216	281	317	223	258	336	220	255	367	242
113	171	292	299	220	271	329	224	253	352	229	259	348	230
113	171	285	303	216	274	330	227	251	346	223	307	352	266
113	171	276	311	215	274	331	227	251	347	224	255	359	236
113	171	251	328	210	247	348	222	251	342	220	296	354	259
135	171	309	283	207	258	322	195	258	343	211	265	354	225
135	171	315	280	211	296	311	213	261	334	206	282	343	227
135	171	309	289	211	295	319	218	263	329	204	269	341	217
135	171	312	286	212	302	331	232	261	337	208	244	340	202
135	171	313	284	211	306	328	232	259	337	207	255	348	214
135	171	311	288	212	317	296	222	304	366	258	229	349	202
135	171	339	263	224	326	299	230	258	332	203	238	370	224
135	171	288	302	202	263	348	219	256	332	201	224	368	217
135	171	290	300	202	270	330	209	256	346	213	258	353	220
135	171	248	327	193	264	330	205	262	326	201	296	351	242
135	171	284	304	200	273	328	210	252	349	213	263	344	215
135	171	283	304	200	289	311	208	256	335	204	240	369	224
135	171	276	310	198	289	299	200	256	338	207	249	370	230
135	171	267	317	197	286	295	195	259	335	206	253	364	227
135	171	271	315	198	289	305	204	257	333	203	250	363	224
135	171	270	315	198	258	341	210	258	338	208	229	361	212
135	171	274	312	198	259	349	217	259	338	209	247	365	224

Uzorak: T		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
135	171	281	308	201	257	345	212	254	346	212	233	364	217
135	171	279	308	199	286	315	209	257	341	210	248	366	225
135	171	284	303	199	283	319	209	258	336	206	228	365	216
135	171	289	301	202	287	316	210	258	340	210	256	348	215
135	171	284	303	199	274	329	211	259	335	206	277	357	235
135	171	274	312	199	272	328	209	259	335	206	267	346	220
135	171	249	330	196	281	320	208	254	333	201	307	355	252
-37	171	318	281	371	352	102	395	380	116	420	391	91	435
-37	171	349	257	396	415	102	457	362	119	402	321	155	358
-37	171	309	289	366	377	153	414	365	113	406	353	158	390
-37	171	311	287	366	382	152	419	373	122	412	329	160	366
-37	171	310	286	366	384	149	421	350	123	390	348	158	385
-37	171	312	288	368	361	151	399	371	121	411	332	172	369
-37	171	372	239	415	372	185	409	354	115	395	351	167	388
-37	171	323	278	376	379	134	417	371	118	411	333	152	370
-37	171	327	274	378	373	167	409	375	124	414	359	143	396
-37	171	324	276	376	373	159	410	370	126	410	339	145	377
-37	171	321	278	373	370	157	407	373	126	412	355	143	393
-37	171	321	278	374	373	165	410	371	122	411	354	157	391
-37	171	315	283	369	328	250	374	360	129	399	362	194	399
-37	171	307	289	364	320	271	371	364	129	403	362	159	399
-37	171	310	289	366	319	280	372	362	126	401	358	157	395
-37	171	308	290	365	383	127	423	358	129	397	340	153	377
-37	171	310	288	366	389	127	429	361	129	400	356	151	393
-37	171	317	284	371	384	128	423	361	127	400	332	153	369
-37	171	315	284	369	420	114	460	373	128	412	353	156	390
-37	171	320	279	372	372	171	409	372	124	412	323	126	363
-37	171	324	277	376	379	162	416	374	128	413	378	131	417
-37	171	321	278	373	415	115	455	372	124	411	365	129	404
-37	171	344	264	392	412	112	453	398	95	442	391	107	432
-37	171	321	282	375	382	112	423	375	110	416	399	94	442
-4	170	306	285	331	261	322	305	263	332	313	271	347	327
-4	170	315	280	338	295	310	331	261	333	312	257	350	317
-4	170	309	289	335	294	317	333	272	320	314	264	345	320
-4	170	310	287	336	297	321	337	265	304	301	252	340	308
-4	170	310	286	335	296	316	334	272	318	313	264	339	317
-4	170	313	287	338	314	296	343	265	332	314	211	356	284
-4	170	339	268	357	340	246	352	275	335	325	253	343	310
-4	170	353	253	367	340	317	374	284	350	340	212	346	278
-4	170	330	272	349	269	349	327	263	336	315	244	360	313
-4	170	288	301	320	267	333	317	256	336	309	279	351	336
-4	170	281	305	316	271	325	316	260	336	312	264	344	320
-4	170	242	331	294	270	326	315	263	321	307	291	358	350
-4	170	236	335	291	275	319	317	263	326	309	268	355	329
-4	170	267	317	308	282	316	322	259	333	309	280	354	339
-4	170	271	315	311	282	300	314	257	331	307	267	347	324
-4	170	265	319	308	287	292	316	256	338	309	258	360	324
-4	170	269	316	309	285	298	316	257	339	311	251	364	320



Uzorak: $T$		$q_{pb}= 900$ l/min			$q_{pb}= 1800$ l/min			$q_{pb}= 4500$ l/min			$q_{pb}= 9000$ l/min		
$x_T$	$y_T$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$	$x_O$	$y_O$	$l$
-4	170	278	311	315	284	307	319	258	336	310	253	363	322
-4	170	277	310	314	281	310	318	258	340	312	250	364	319
-4	170	283	303	317	281	317	321	258	336	310	206	363	285
-4	170	289	301	321	286	317	325	258	341	313	238	365	311
-4	170	285	302	318	289	318	328	256	337	309	217	367	296
-4	170	275	311	313	284	311	321	256	338	309	253	357	318
-4	170	251	328	300	247	348	308	256	331	306	249	352	312
		$\mu= 287$			$\mu= 280$			$\mu= 271$			$\mu= 257$		
		$\sigma= 53$			$\sigma= 54$			$\sigma= 53$			$\sigma= 60$		

$\mu_{min}= 257$
$\sigma_{min}= 60$