Numerička analiza nosive konstrukcije industrijske hale

Perčinlić, Toni

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:661616

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb







SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Toni Perčinlić

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

Student:

Toni Perčinlić

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojem mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na strpljenju i svoj ukazanoj pomoći tijekom pisanja ovoga rada.

Također bi se zahvalio svojoj obitelji, prijateljima i kolegama koji su bili uz mene tijekom studija kao podrška, prolazeći zajedno sa mnom kroz sve dobre i loše trenutke. Posebno bih se zahvalio svojim roditeljima bez kojih sve ovo ne bi bilo moguće, koji su mi bili najveća podrška te su mi omogućili da završim ovaj studij i pružili mi nadu za bolju budućnost na čemu im se neizmjerno zahvaljujem.

Toni Perčinlić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Toni Perčinlić** Mat. br.: 0035192207

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza nosive konstrukcije industrijske hale**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of the industrial hall structure**

Opis zadatka:

Nakon prve industrijske revolucije metalne konstrukcije poprimaju značajniju ulogu u građevinarstvu i arhitekturi, prvenstveno za izgradnju raznih mostova i ostalih građevina, dok je u današnje vrijeme takav oblik gradnje nezaobilazan i primjenjuje se u raznim područjima strojarstva. Nosiva metalna konstrukcija sastoji se od sustava metalnih nosača, koji su sastavljeni iz raznih standardnih profila koji su najčešće dobiveni valjanjem, te spojenih tako da osiguravaju prostornu stabilnost nosive konstrukcije.

U radu je potrebno:
- za postojeću konstrukciju industrijske hale tj. definirani oblik, dimenzije i karakteristike materijala izraditi prostorni CAD model,
- na izrađenom CAD modelu ukloniti sve dijelove koji dodatno kompliciraju provedbu numeričke analize, a ne utječu značajno na nosivost konstrukcije,
- sve numeričke analize provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata,
- za diskretizaciju svih numeričkih modela koristiti dostupne konačne elemente iz navedenog programskog paketa,
- na jednostavnijim problemima provesti verifikaciju svih kasnije u numeričkim analizama korištenih konačnih elemenata i rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rješenjima,
- za moguća statička opterećenja te rubne uvjete nosive konstrukcije industrijske hale provesti numeričke analize iste te odrediti:
  - optimalnu mrežu konačnih elemenata te prikazati konvergenciju rješenja,
  - najveća naprezanja i pomake.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
5. ožujka 2020.	7. svibnja 2020.	11. – 15.5.2020.

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Skozrit Ivica

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA III
POPIS TABLICA VI
POPIS OZNAKA VII
SAŽETAK VIII
SUMMARY IX
1. UVOD 1
1.1. Povijest proizvodnje čelika 1
1.2. Čelik 2
1.2.1. Nelegirani čelici za nosive konstrukcije 4
1.3. Povijest metalnih konstrukcija 6
1.4. Hale 8
1.5. Prikaz nosive konstrukcije korištene u radu 11
2. METODA KONAČNIH ELEMENATA 13
2.1. O metodi konačnih elemenata 13
2.2. Konačni elementi korišteni u radu 14
2.2.1. Osnovni gredni element 14
2.2.2. Gredni element višeg reda 15
2.3. Abaqus® 15
3. VERIFIKACIJA 17
3.1. Greda na dva oslonca 17
3.1.1. Analitičko rješenje 17
3.1.2. Numerička analiza 22
3.2. Okvirni nosač 29
3.2.1. Analitičko rješenje 29
3.2.2. Numerička analiza s jednodimenzijskim grednim elementima 36
3.2.3. Numerička analiza s trodimenzijskim grednim elementima 40
4. NUMERIČKA ANALIZA NOSIVE KONSTRUKCIJE INDUSTRIJSKE HALE 42
4.1. Analiza s opterećenjem uslijed vlastite težine i težine instalacija 49
4.2. Analiza s opterećenjem uslijed snijega i tlaka vjetra 54

4.3. Analiza s opterećenjem uslijed snijega i odizanjem vjetra 58
4.4. Usporedba rezultata..... 61
5. ZAKLJUČAK..... 64
LITERATURA..... 67
PRILOZI..... 69

POPIS SLIKA

Slika 1.1. Srednjovjekovna visoka peć za proizvodnju željeza [1] 1
Slika 1.2. Shematski prikaz električne peći [2] 3
Slika 1.3. a) Kontinuirano lijevana čelična gredica i 4
Slika 1.4. Podjela čelika prema namjeni [4] 5
Slika 1.5. Prva nosiva konstrukcija od željeza u svijetu [5] 8
Slika 1.6. Prikaz dijelova hale [7] 9
Slika 1.7. Osnovni oblici jednobrodnih hala: a) četverozglobna konstrukcija, ... 10
Slika 1.8. Osnovni oblici višebrodnih hala [6] 10
Slika 1.9. Hala sa pilastim krovom [6] 11
Slika 1.10. Prostorna shema hale [8] 11
Slika 1.11. Hala korištena u radu - pogled sa prednje strane 12
Slika 1.12. Hala korištena u radu – pogled sa zadnje strane 12
Slika 2.1. Osnovni gredni element [9] 14
Slika 2.2. Gredni element višeg reda [9] 15
Slika 2.3. Shematski prikaz programa [9] 16
Slika 3.1. IPE profil [10] 17
Slika 3.2. Greda na dva oslonca 18
Slika 3.3. Greda oslobođena veza 18
Slika 3.4. Prikaz presječene grede 19
Slika 3.5. Raspodjela unutarnjih sila 20
Slika 3.6. Proračunski model grede: a) greda za proračun, ... 22
Slika 3.7. Rubni uvjeti i opterećenje grede 23
Slika 3.8. Diskretizirana greda 23
Slika 3.9. Progib grede s 50 elemenata tipa B22 24
Slika 3.10. Prikaz konvergencije konačnih elemenata B21 i B22 24
Slika 3.11. Usporedba elastične linije analitičkog i numeričkog rješenja 25
Slika 3.12. Prikaz naprezanja u gredi 26
Slika 3.13. Prikaz progiba grede u mm s: a) 3D elementima i b) ljuskastim elementima 27
Slika 3.14. Prikaz raspodjele ekvivalentnih naprezanja po von Misesu u N/mm^2 s: a) 3D elementima i b) ljuskastim elementima 28

Slika 3.15. Okvirni nosač 29
Slika 3.16. Statički određena zamjenska konstrukcija 30
Slika 3.17. Moment savijanja uslijed: a) vanjskog opterećenja, b) jediničnog unutarnjeg momenta i c) jedinične unutarnje sile 31
Slika 3.18. Dijagram momenata savijanja u Nmm 33
Slika 3.19. Dijagrami momenata savijanja u Nmm: a) zadano vanjsko opterećenje, b) jedinična poprečna sila u točki *C* 34
Slika 3.20. Prikaz parabole 35
Slika 3.21. Prikaz određivanja *f* [20] 35
Slika 3.22. Proračunski model okvirnog nosača: a) okvirni nosač korišten za proračun, ... 37
Slika 3.23. Proračunski model s dodijeljenim rubnim uvjetima i opterećenjem 37
Slika 3.24. Diskretizirani okvirni nosač 38
Slika 3.25. Pomak u smjeru osi *y* u mm 38
Slika 3.26. Konvergencija jednodimenzijskih grednih elemenata 39
Slika 3.27. Ekvivalentno naprezanje po von Misesu u N/mm^2 40
Slika 3.28. Okvirni nosač: a) pomak u smjeru osi *y* u mm i b) raspodjela ekvivalentnih naprezanja po von Misesu u N/mm^2 41
Slika 3.29. Konvergencija trodimenzijskih grednih elemenata 41
Slika 4.1. Proračunska shema nosive konstrukcije [8] 42
Slika 4.2. Profili korišteni za izradu nosive konstrukcije [10] 43
Slika 4.3. Kreirane ravnine i točke za izradu proračunskog modela 45
Slika 4.4. Proračunski model nosive konstrukcije 46
Slika 4.5. Orijentacija poprečnih presjeka 46
Slika 4.6. Proračunski model nosive konstrukcije – prikaz opcijom *Render beam profiles* 47
Slika 4.7. Stopalo stupova [8] 48
Slika 4.8. Opterećenje uslijed vlastite težine i instalacija [8] 49
Slika 4.9. Rubni uvjeti i opterećenje uslijed vlastite težine i instalacija 50
Slika 4.10. Diskretizirani proračunski model nosive konstrukcije 50
Slika 4.11. Pomak u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine i težine instalacija 51
Slika 4.12. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja u nosivoj konstrukciji, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine i težine instalacija 52
Slika 4.13. Spoj stupa i prečke nosive konstrukcije [8] 52

Slika 4.14. Prikaz spoja stupa i prečke u Abaqusu® 53
Slika 4.15. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine i težine instalacija 54
Slika 4.16. Opterećenje uslijed snijega [8] 55
Slika 4.17. Opterećenje uslijed tlaka vjetra [8] 55
Slika 4.18. Rubni uvjeti i opterećenja nosive konstrukcije 56
Slika 4.19. Pomaci u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i tlaka vjetra 57
Slika 4.20. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i tlaka vjetra 57
Slika 4.21. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine, snijega i tlaka vjetra 58
Slika 4.22. Opterećenje uslijed odizanja vjetra [8] 59
Slika 4.23. Rubni uvjeti i opterećenja nosive konstrukcije 59
Slika 4.24. Pomaci u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i odizanja vjetra 60
Slika 4.25. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i odizanja vjetra 60
Slika 4.26. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine, snijega i odizanja vjetra 61
Slika 4.27. Prikaz spoja s najvećim ekvivalentnim naprezanjima po von Misesu u N/mm^2 ... 63
Slika 4.28. Dijagram ekvivalentnog naprezanja po von Misesu u N/mm^2 63

POPIS TABLICA

Tablica 1. Nelegirani čelici za nosive konstrukcije i njihova primjena [4]..... 7
Tablica 2. Dimenzije IPE120 profila..... 18
Tablica 3. Usporedba rezultata sa različitim konačnim elementima..... 28
Tablica 4. Karakteristike poprečnih presjeka..... 44
Tablica 5. Maksimalni progib i ekvivalentno naprezanje po von Misesu za različita opterećenja..... 62

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	-	Istezljivost
C_{ekv}	-	Vrijednost ekvivalenata ugljika
d	-	Stupanj statičke neodređenosti
e	-	Broj nezavisnih jednadžbi ravnoteže
E	N/mm^2	Modul elastičnosti
f	mm	Udaljenost od parabole do pravca
F_{Ax}	N	Reakcija oslonca A u smjeru osi x
F_{Az}	N	Reakcija oslonca A u smjeru osi z
F_B	N	Reakcija oslonca B
I_y	m^4	Aksijalni moment inercije poprečnog presjeka štapa
L	mm	Duljina grede
$M_b\,(x)$	Nm	Moment savijanja
M_y	Nm	Moment savijanja
M_{yi}	Nm	Moment savijanja uslijed djelovanja jedinične poopćene sile
$N\,(x)$	N	Uzdužna sila
q	N/mm	Kontinuirano opterećenje
q_{iQ}	m, rad	Poopćeni pomak zamjenske statički određene konstrukcije
$Q_z(x)$	N	Poprečna sila
r	-	Broj nepoznatih sila
R_e	N/mm^2	Granica razvlačenja
R_m	N/mm^2	Vlačna čvrstoća
U_1	mm	Horizontalni pomak čvora u globalnom koordinatnom sustavu
U_2	mm	Vertikalni pomak čvora u globalnom koordinatnom sustavu
UR_3	rad	Kut zakreta oko osi okomite na ravninu vertikalne i horizontalne osi
w	mm	Progib grede
X_i	N, Nmm	Prekobrojne reakcije veza
α_{ij}		Uplivni koeficijent

SAŽETAK

S obzirom na postojeći projekt nosive konstrukcije industrijske hale provedena je numerička analiza kako bi se utvrdili pomaci i naprezanja koja se javljaju na sastavnim dijelovima hale s obzirom na različita opterećenja koja na nju djeluju. Prvi korak je bio određivanje prikladnih verifikacijskih primjera kojima se utvrdila ispravnost korištenja određenih konačnih elemenata za provedbu numeričke analize industrijske hale.

Kao prvi verifikacijski primjer se odabrala greda oslonjena na nepomičnom i pomičnom osloncu, dok je za drugi primjer odabran okvirni nosač koji je ukliješten za podlogu. U oba primjera prvo se određuje analitičkim metodama najveći progib koji se javlja u konstrukciji te također i najveće ekvivalentno naprezanje prema von Misesu. Nakon toga se pristupa numeričkoj analizi pri čemu su se za oba primjera koristili osnovni gredni elementi te gredni elementi višega reda te su uspoređeni rezultati koji su se dobili korištenjem ove dvije vrste elemenata.

Na kraju se provela numerička analiza nosive konstrukcije industrijske hale pri čemu se prvo provela analiza s obzirom na vlastito opterećenje nosive konstrukcije, a nakon toga još s opterećenjem uslijed snijega i vjetra što predstavlja slučaj najvećeg opterećenja hale. Za svaki slučaj opterećenja su se utvrdila mjesta najvećih progiba te mjesta s najvećim naprezanjima u konstrukciji, a sve analize su se provele s grednim elementima višeg reda.

Ključne riječi: industrijska hala, nosiva konstrukcija, metoda konačnih elemenata, gredni elementi, opterećenje snijegom, opterećenje vjetrom

SUMMARY

Taking into consideration an existing project of steel structure of industrial hale, a numerical analysis has been conducted to figure out displacements and stress which show up on structural components of hale considering various loads which affect on hale. First step was the determination of appropriate verification examples with which has been established the correctness of using finite elements for conducting numerical analysis of industrial hale.

As a first verification example it has been selected a beam supported on hinged and roller support, while a steel frame which is fixed for base has been selected for second verification example. In both examples first to be determined with analytical methods is the biggest displacement which shows up in structure and also the biggest equivalent stress according to von Mises. After that follows an approach to a numerical analysis whereby for both examples were used basic beam elements and higher order beam elements, besides, there bas been made the comparison of the results obtained by using these two types of elements.

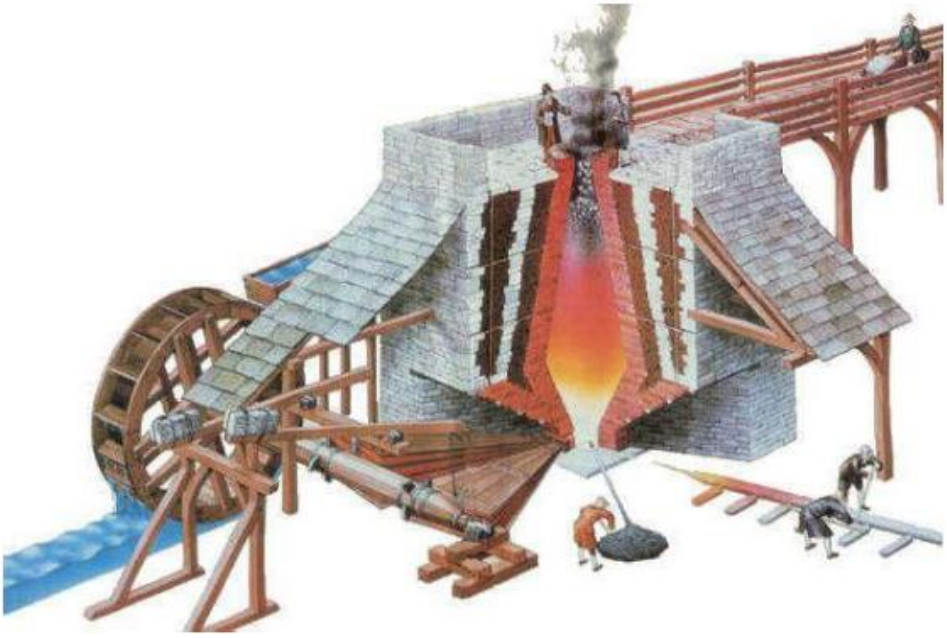
Ultimately, there has been conducted a numerical analysis of steel structure of industrial hale whereby first was conducted analysis considering its own load of the steel structure and after that was conducted analysis with the load due to snow and wind, what represents the case of the biggest load of hale. For every case of loads there were determined places with the biggest displacements and also with the biggest stress in structure and all analyses were conducted with higher order beam elements.

Key words: industrial hale, steel structure, finite element method, beam elements, snow load, wind load

1. UVOD

1.1. Povijest proizvodnje čelika

Metalurgija, znanost o dobivanju i primjeni metala i njihovih slitina, počela se primjenjivati još prije 6500 godina i smatra se da njezini korijeni potječu s Bliskoga istoka, odakle su se znanja proizvodnje metala raširila na Afriku, Aziju i Europu. Prvotno su se koristili metali koji se u prirodi mogu pronaći u elementarnom obliku kao što su zlato, srebro i bakar. Pošto su zlato i srebro relativno mekani metali, njihova uporaba je bila samo za izradu nakita i različitih ukrasnih predmeta, za razliku od bakra koji je u osnovi mekan metal ali se iskucavanjem i kovanjem bakra povećava njegova tvrdoća pa se mogao upotrebljavati za izradu oruđa i oružja. Početak upotrebe željeza datira iz 2000. god. pr. Kr. i prva zabilježena uporaba željeza datira iz Male Azije, poluotoka koji zauzima azijski dio Turske. Tek od 500. god. pr. Kr. željezo ulazi u ozbiljniju uporabu pri čemu se postupak proizvodnje željeza nije bitno mijenjao od samih početaka zbog lošeg napretka u rudarstvu i slabog razvijanja tehnike lijevanja željeza. Oko sredine 15. stoljeća dolazi do razvoja u proizvodnji željeza konstruiranjem prve visoke peći prikazane na slici 1.1., koja se zbog dovoda zraka pomoću vodom pokretanih mijehova mogla zagrijati na višu temperaturu te se pri takvom postupku dobilo rastaljeno željezo.



Slika 1.1. Srednjovjekovna visoka peć za proizvodnju željeza [1]

Princip rada visoke peći se temeljio na tome da se kroz gornji otvor punila peć s ugljenom, u početku to je bio drveni ugljen, rudom i određenim dodacima pri čemu su izgaranjem nastali plinovi mogli nesmetano izlaziti kroz gornji otvor. Na donjem otvoru se upuhivao zagrijani zrak pomoću vodom pokretanih mijehova te se izbacivalo rastopljeno željezo u pravilnim intervalima. Tako proizvedeno rastaljeno željezo nije imalo trosku, ali je sadržavalo veliki postotak ugljika zbog čega se takvo željezo prije kovanja moralo osloboditi ugljika jer se u suprotnom nije moglo kovati.

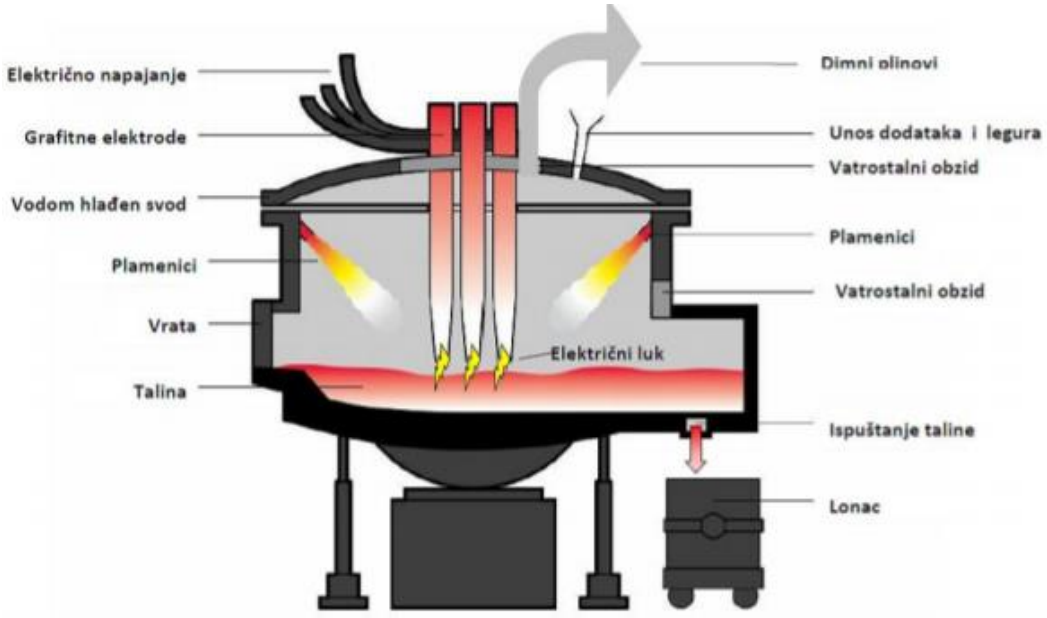
Napredak u proizvodnji željeza uslijedio je prelaskom s drvenog ugljena na kameni ugljen i koks pri loženju visoke peći, zbog čega se po prvi puta omogućila masovna proizvodnja željeza. Iako je takvo željezo karakterizirala krhkost i smanjena vlačna čvrstoća, neće proći dugo vremena prije nego se željezo krene primjenjivati u građevini i krene zamjenjivati kamen, do tada glavni građevni element uz drvo, koji u odnosu na željezo ima 100 puta manju otpornost na tlačno naprezanje. Tako proizvedeno željezo je trebalo usavršiti, u smislu poboljšanja njegovih svojstva, a to se ostvarilo 1784. godine kada je *Henry Cort* osmislio pročišćavanje rastaljenog željeza u plamenim pećima pri čemu se željezo oslobađalo od silicija, mangana i ugljika.

Početak moderne metalurgije vezan je za 1856. godinu i izumitelja *Henry Bessemer* koji je osmislio direktnu proizvodnju čelika iz rastaljenog željeza. Postupak se temeljio na tome da se oksidira ugljik i ostale nečistoće iz željeza tako da se kroz perforirano dno propuhivao zrak kroz rastaljeno željezo. Od 1864. godine uvodi se postupak, Siemens-Martinov postupak, proizvodnje čelika koji će narednih stotinu godina činiti osnovu masovne proizvodnje čelika. U današnje vrijeme koriste se dva postupka, a to je postupak oksidacijskog pročišćavanja sirovog željeza u kisikovu konvertoru te postupak taljenja čeličnog otpada u visokoučinskim električnim pećima, prikazane na slici 1.2., u kojima se proizvodi najkvalitetniji čelik po pitanju čistoće.

1.2. Čelik

Čelik je slitina željeza i ugljika, udio ugljika u čeliku može biti do 2%, jer pojava željeza u čistom obliku nije za tehničku uporabu i služi samo za specijalne namjene. Za razliku od čistoga željeza, čelik ima mnogo bolja mehanička svojstva i primjenjuje se u svim

industrijskim granama pa tako i za potrebe u svakodnevnom životu ljudi te je time postao najvažniji konstrukcijski materijal.



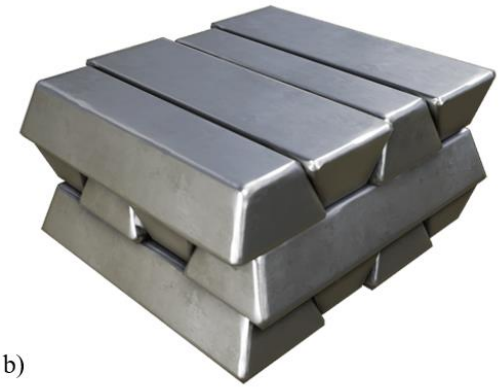
Slika 1.2. Shematski prikaz električne peći [2]

Dobiva se oksidacijskim pročišćavanjem sirovog željeza koje prije pročišćavanja sadrži 3,5 do 4% ugljika, uz to još sadrži u određenim postotcima silicij, mangan, fosfor i sumpor. Nakon pročišćavanja nastaje željezna slitina koja sadrži mali udio ugljika i vrlo malo udjela drugih elemenata, ali svojstva čelika u znatnoj mjeri ovise o udjelu ugljika kao njegovim glavnim sastojkom, dok udio drugih elemenata u čeliku može biti koristan kao što je to vezano na primjer za krom, nikal i molibden ali i štetan što je uglavnom vezano za sumpor i fosfor.

Razlog široke primjene čelika u suvremenoj civilizaciji krije se u njegovim različitim svojstvima kao što su velika čvrstoća, tvrdoća, duktilnost, elastičnost, otpornost prema koroziji i toplini, toplinska vodljivost i tako dalje, ali uz to također je i bitna činjenica da se čeliku može mijenjati sastav legiranjem, toplinskom obradom, površinskom obradom, hladnim oblikovanjem ili nanošenjem prevlake što pruža mogućnost da se čelici prilagode svakoj vrsti primjene.

Rastaljeni čelik u čeličani dobiva oblik pogodan za daljnju preradbu kontinuiranim lijevanjem u gredice ili lijevanjem u ingote, kao što je to prikazano na slici 1.3., nakon čega se

transportira različitim tvornicama za daljnju preradbu u finalne proizvode valjanjem, kovanjem ili vučenjem.

a)  b) 

Slika 1.3. a) Kontinuirano lijevana čelična gredica i b) čelični ingot [3]

Postoje razne podjele čelika, tako se čelik može podijeliti prema raznim osnovama: prema sastavu, mikrostrukturi, svojstvima, proizvodnom postupku, namjeni i dr. Za ovaj rad najzanimljivija je podjela čelika prema namjeni, prikazana na slici 1.4., u kojoj se čelici dijele na konstrukcijske, specijalne (posebne) i alatne. Konstrukcijski čelici se koriste kod izrade karakterističnih konstrukcijskih dijelova strojeva i uređaja. Najčešće služe za izradu vratila, osovina, zupčanika, nosača opruga, vijaka, poklopaca, ventila, kućišta itd. S obzirom na mehanička svojstva konstrukcijski čelici moraju imati visoku granicu razvlačenja, radi izbjegavanja pojave krhkog loma moraju imati dovoljnu plastičnu deformabilnost, visoku granicu puzanja i čvrstoću pri povišenim temperaturama te zadovoljavajuću žilavost i dinamičku izdržljivost. Također, konstrukcijski čelici moraju biti otporni na trošenje i koroziju te obradivi odvajanjem čestica, zavarljivi, skloni hladnom oblikovanju itd.

Općenita podjela konstrukcijskih čelika je na ugljične (nelegirane) i legirane čelike, dok u ugljične čelike spada opći konstrukcijski čelik koji se dijeli na nelegirane čelike za nosive konstrukcije i čelike za strojogradnju.

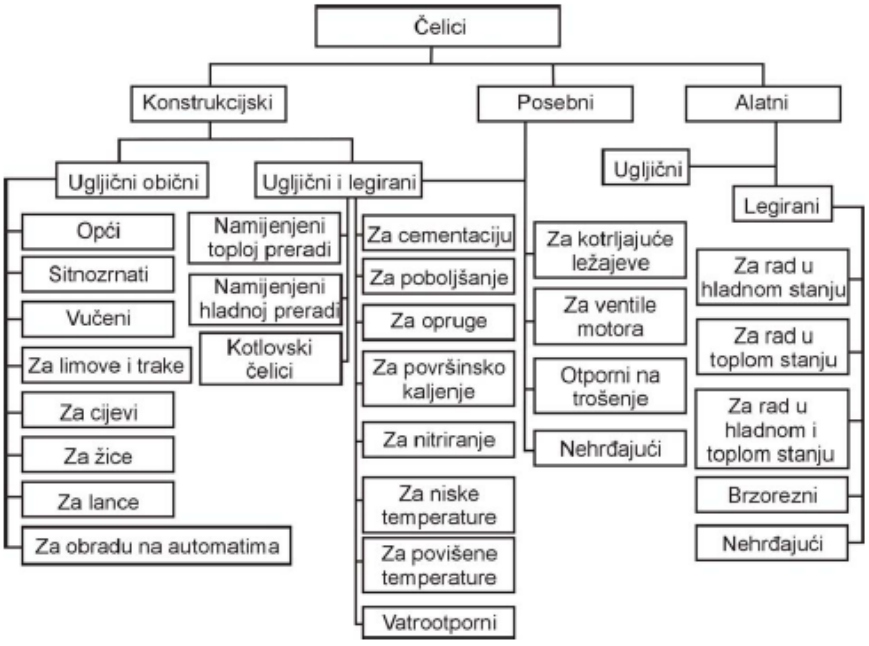
1.2.1. Nelegirani čelici za nosive konstrukcije

Kao što je prethodno navedeno nelegirani čelici za nosive konstrukcije spadaju u skupinu općih konstrukcijskih čelika. Karakteristično za njih je to da nemaju propisan

kemijski sastav, ali imaju zajamčena mehanička svojstva. Ovisno o primjeni, ovi čelici trebaju imati dovoljno visoku vrijednost granice razvlačenja, vlačne čvrstoće, tlačne čvrstoće, smične čvrstoće i udarnog rada loma. Vrijednosti određenih mehaničkih svojstava za ovu vrstu čelika kreću se u rasponima **Error! Reference source not found.**:

- R_e = 190-370 N/mm^2,
- R_m = 330-370 N/mm^2,
- A_5 = 10-28%,

pri čemu R_e označava granicu razvlačenja, R_m vlačnu čvrstoću, a A_5 istezanje. Osim mehaničkih svojstava za ovu vrstu čelika bitna su i određena tehnološka svojstva, a to su zavarljivost i hladna oblikovljivost, odnosno prikladnost za savijanje, duboko vučenje, kovanje itd.



Slika 1.4. Podjela čelika prema namjeni [4]

Vjerojatno najvažnije tehnološko svojstvo za nelegirane čelike za nosive konstrukcije je zavarljivost, jer se većina današnjih konstrukcija uglavnom spaja zavarivanjem. Preduvjet za dobru zavarljivost je što niža vrijednost ekvivalenata ugljika, C_{ekv}, koja se određuje prema slijedećem izrazu:

$$C_{ekv} = \%C + \frac{\%Mn}{4} + \frac{\%Cr+\%Mo+\%V}{5} + \frac{\%Ni+\%Cu}{6} < 0{,}4. \qquad (1.1)$$

Vrijednost C_{ekv} treba biti manja od 0,4, ali to ne znači da se čelici koji imaju vrijednost C_{ekv} veću od 0,4 ne mogu zavarivati, nego da se pri zavarivanju takvih čelika trebaju primijeniti posebne mjere opreza kao što je predgrijavanje i slično.

Nelegirani čelici za nosive konstrukcije imaju ferlitno-perlitnu mikrostrukturu sa što sitnijim zrnom. Kako bi se postigla takva mikrostruktura, nakon toplog oblikovanja treba se provesti postupak normalizacijskog žarenja. Sitnozrnatost se može poboljšati posebnim smirivanjem uz dodatak aluminija koji stvara aluminijev nitrid (AIN) i sprječava rast zrna pri kasnijim ugrijavanjima. Ovi čelici nisu predviđeni za toplinsku obradu zbog toga što imaju nezajamčeni kemijski sastav i visoki udio nečistoća i nehomogenosti u mikrostrukturi.

Neka od svojstava općih konstrukcijskih čelika su [4]:

- visoka vrijednost vlačne čvrstoće, granice razvlačenja i žilavosti, što znači dobru nosivost i sigurnost,
- povoljan omjer granice razvlačenja i vlačne čvrstoće (R_e/R_m = 0,70…0,85),
- relativno velika istezljivost (A),
- dovoljno visoka sigurnost od krhkog loma.

Standardne oznake općih konstrukcijskih čelika sastoje se od glavne oznake, dodatne oznake za čelik i dodatne oznake za čelični proizvod. Osnovna oznaka počinje sa slovom „S“, iza čega slijedi troznamenkasti broj koji predstavlja minimalnu granicu razvlačenja za područje najmanjih debljina. U dodatnoj oznaci, prva dva znaka ukazuju na vrijednost zajamčenog udarnog rada loma pri određenoj temperaturi. Po potrebi, dodatna oznaka može sadržavati simbole za detaljnije označavanje čelika. U tablici 1. prikazane su podskupine čelika za nosive konstrukcije kao i njihova primjena.

1.3. Povijest metalnih konstrukcija

Povijest gradnje konstrukcija od metala je relativno mlada tehnika i njezina primjena je započela prije otprilike 250 godina. Razlog tako „kasne“ primjene metala u gradnji leži u činjenici da je dosta dugo vremena postupak proizvodnje željeza, koje ima zadovoljavajuća svojstva za izgradnju konstrukcija, bio nepoznat te ga je trebalo razviti i usavršiti što je bio dug proces tijekom povijesti. Iz toga razloga, glavnu ulogu u gradnji su imali drvo, kamen i

opeka, materijali koji su bili sveprisutni u prirodi i od kojih je bilo jednostavno izraditi nosive elemente konstrukcije, a opet boljih svojstava u odnosu na željezo. Prva primjena željeza u graditeljstvu je uglavnom bila ograničena na poboljšanje poznatih tehnika spajanja elemenata, tako upotreba čavla datira iz 1. tisućljeća pr. Krista. Sve do pred kraj 18. stoljeća lijevano željezo se uglavnom koristilo za izradu alata i ratne tehnike, tako da poznatih primjera upotrebe željeza kao glavnog materijala za noseće konstrukcije u građevinarstvu nema sve do kasnih godina 18. stoljeća, osim jako rijetkih slučajeva u kojima je željezo jednostavno zamjenjivalo drvo, kamen ili opeku.

Tablica 1. Nelegirani čelici za nosive konstrukcije i njihova primjena [4]

Podskupine	Oznaka (EN 10027)	Primjena
0	S185 (Č0000)	Čelik trgovačke kvalitete bez zajamčenih svojstava. Primjenjuje se za niskoopterećene dijelove ili kao čelik za armirano-betonske konstrukcije.
A	S235 (Č0270) S235JRG1 (Č0370) S275JRG2 (Č0460)	Slabije zavarljivi čelici. Primjenjuju se za niže opterećene konstrukcije spojene zakovicama i vijcima.
B	S235JRG2 (Č0361) S275JRG2 (Č0461) S355JRG2 (Č0561)	Uglavnom se primjenjuju za tlačno i savojno opterećene zavarene konstrukcije gdje nema opasnosti od krhkog loma. Zajamčena udarna radnja loma pri +20°C.
C	S235J0G3 (Č0362) S275J0G3 (Č0462) S355J0G3 (Č0562)	Koriste se kod izrade statički i dinamički opterećenih konstrukcija zajamčene udarne radnje loma pri 0°C.
D	S235J2G3 (Č0363) S275J2G3 (Č0463) S355J2G3 (Č0563)	Čelici otporni na krhki lom (statički i dinamički opterećene zavarene konstrukcije) pri nižim temperaturama (udarna radnja loma 27J pri -20°C).

Prva nosiva konstrukcija od željeza u svijetu izgrađena je nedaleko od mjesta *Coalbrookdale* u Engleskoj čija izgradnja je trajala od 1777. do 1779. godine. Bio je to lučni most preko rijeke Severn, prikazan na slici 1.5., koji je imao raspon od 30,6 metara i sastojao se od pet segmentnih lukova koji su izliveni u dva dijela, te za njegovu izradu je iskorišteno 378 tona željeza.

Usporedno sa primjenom metalnih konstrukcija u mostogradnji počinje primjena metalnih konstrukcija u izgradnji zgrada. Prva zabilježena upotreba željeza u izgradnji zgrada datira iz

1785. godine kada se za izgradnju kuće, u francuskom gradu *Boulon,* koristili željezni nosači za izgradnju međukatne konstrukcije.



Slika 1.5. Prva nosiva konstrukcija od željeza u svijetu [5]

Daljnjim razvojem postupaka dobivanja čelika te poboljšanjem njegovih svojstava, razvijala se i tehnika izrade metalnih konstrukcija pri čemu se svakim napretkom omogućila izrada većih konstrukcija u koje će biti ugrađeno manje materijala za jednaku nosivost. Taj razvoj materijala i napredak u gradnji metalnih konstrukcija traje i dan danas.

1.4. Hale

Hale su građevine s velikim zatvorenim ili poluotvorenim prostorima zaštićenim od atmosferskih utjecaja, služe za potrebe industrijske proizvodnje, skladištenje materijala, opreme i prometnih sredstava, tržnice, održavanje izložbi, sportskih i ostalih javnih priredbi [6]. Na osnovi 150-godišnjeg iskustva u izgradnji hala uočene su njihove prednosti u odnosu na druge konstrukcije [7]:

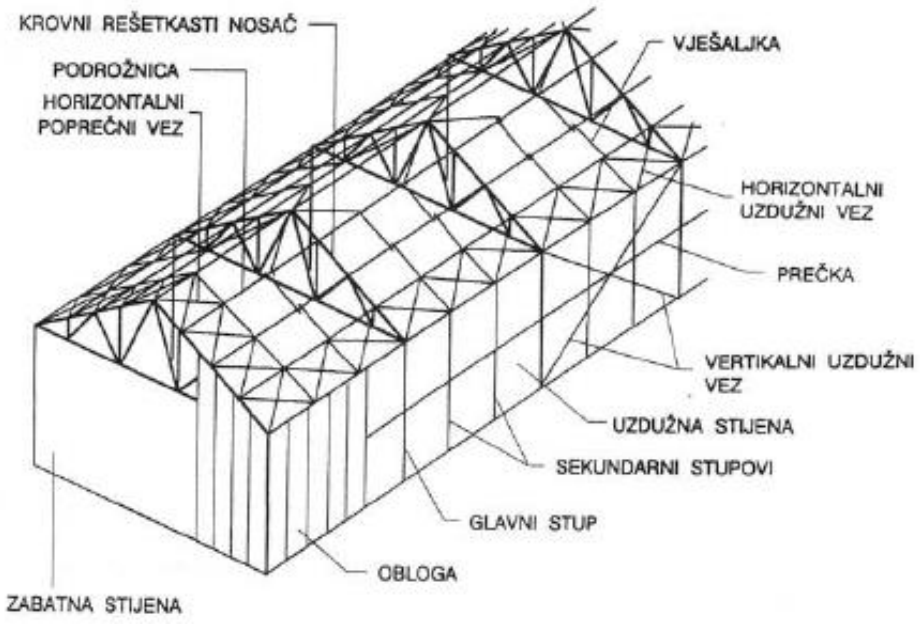
- velike mogućnosti arhitektonskog oblikovanja,
- industrijska izrada konstrukcije je vrlo precizna i neovisna o vremenskim uvjetima,
- moguća serijska proizvodnja konstrukcija,

- mala vlastita težina konstrukcije iz čega proizlaze mali temelji,
- jednostavna montaža, rastavljivi spojevi, jednostavni nosivi sustavi,
- jednostavan transport elemenata konstrukcije na gradilište kao i montaža,
- mogućnost dogradnje i proširenja prostora prema rasteru,
- konstrukcija je prenosiva i
- omogućena reciklaža materijala.

Obzirom na važnost pojedinih dijelova konstrukcije hale s obzirom na globalnu sigurnost objekta, moguća je općenita podjela dijelova hale, prikazanih na slici 1.6., na:

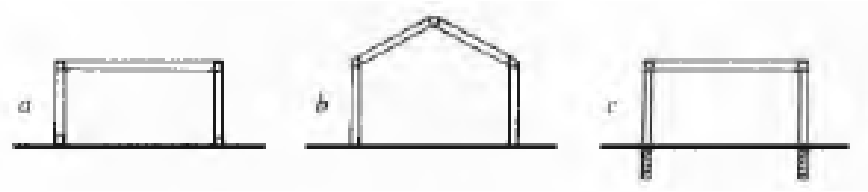
- glavne nosive elemente konstrukcije i
- sekundarnu konstrukciju.

U glavne nosive elemente konstrukcije hale se ubrajaju krovni vezači, koji mogu biti glavni i sekundarni, glavni stupovi te elementi globalne stabilizacije objekta kao što su vezovi, podrožnice koje su sastavni dio vezova itd. Dok u sekundarnu konstrukciju spadaju pokrov, podrožnice, sekundarni stupovi u uzdužnim i zabatnim stijenama, prečke, vješaljke u krovu itd. Dijelovi sekundarne konstrukcije uglavnom služe za postavljanje obloge, odnosno zatvaranje prostora hale, i otkazivanje nosivosti elemenata sekundarne konstrukcije ne uzrokuje urušavanje cijelog objekta, već su štete lokalnoga karaktera.



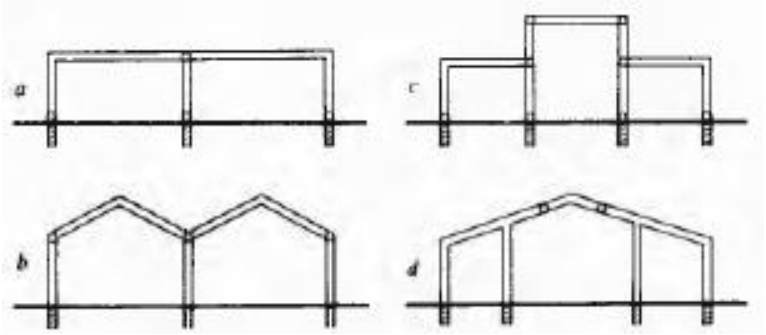
Slika 1.6. Prikaz dijelova hale [7]

Hale se razlikuju prema broju polja (brodova), sustavu gradnje (s upetim stupovima, dvozglobnim, trozglobnim i četverozglobnim okvirima, lučne konstrukcije i sl.), obliku poprečnog presjeka (pravokutni, polukružni, eliptični itd.) te tipu krova (ravni, kosi, šed-krov itd.). S obzirom na broj brodova hale se mogu podijeliti na jednobrodne i višebrodne hale. Jednobrodne hale, prikazane na slici 1.7., su najjednostavniji i najrašireniji tip hala, osobito za industrijske pogone i sportske dvorane, te kao privremeni objekti. Najviše se grade sa rasponom od 12 metara, jer je tada moguće osigurati danju rasvjetu kroz bočno postavljene prozore. Nosiva konstrukcija ovisi o rasponu a izvodi se kao dvozglobni, trozglobni i četverozglobni okvir, odnosno kao sustav stupova sa slobodno položenim krovnim nosačima.



Slika 1.7. Osnovni oblici jednobrodnih hala: a) četverozglobna konstrukcija, b) trozglobna konstrukcija i c) dvozglobna konstrukcija [6]

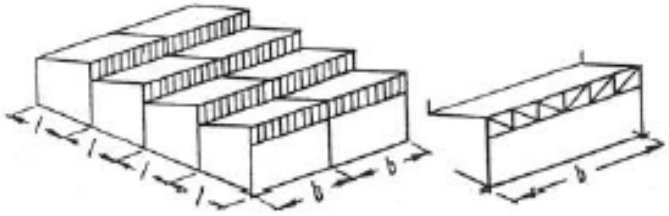
Kad nije moguće zadovoljiti prostorno-funkcionalne zahtjeve jednobrodnom halom, grade se višebrodne hale, prikazane na slici 1.8. Rasvjeta danjim svjetlom i odvodnja oborinskih voda s krova poseban su problem gradnje višebrodnih hala. Prije se rasvjeta danjim svjetlom osiguravala tzv. bazilikalnom rasvjetom, a danas se ostvaruje pomoću krovnih kupola, krovnih jahača od poliestera ili pleksiglasa, ravnog armiranog stakla a često se izvode pilasti (*shed*) krovovi, pogotovo kad se traži bolja osvijetljenost danjim svjetlom.



Slika 1.8. Osnovni oblici višebrodnih hala [6]

Kod pilastog krov, prikazan na slici 1.9., vertikalni dio krova se oblaže svjetlopropusnim oblogama i trebali ti biti okrenuti prema sjevernoj strani na sjevernoj polutki, dok se blago

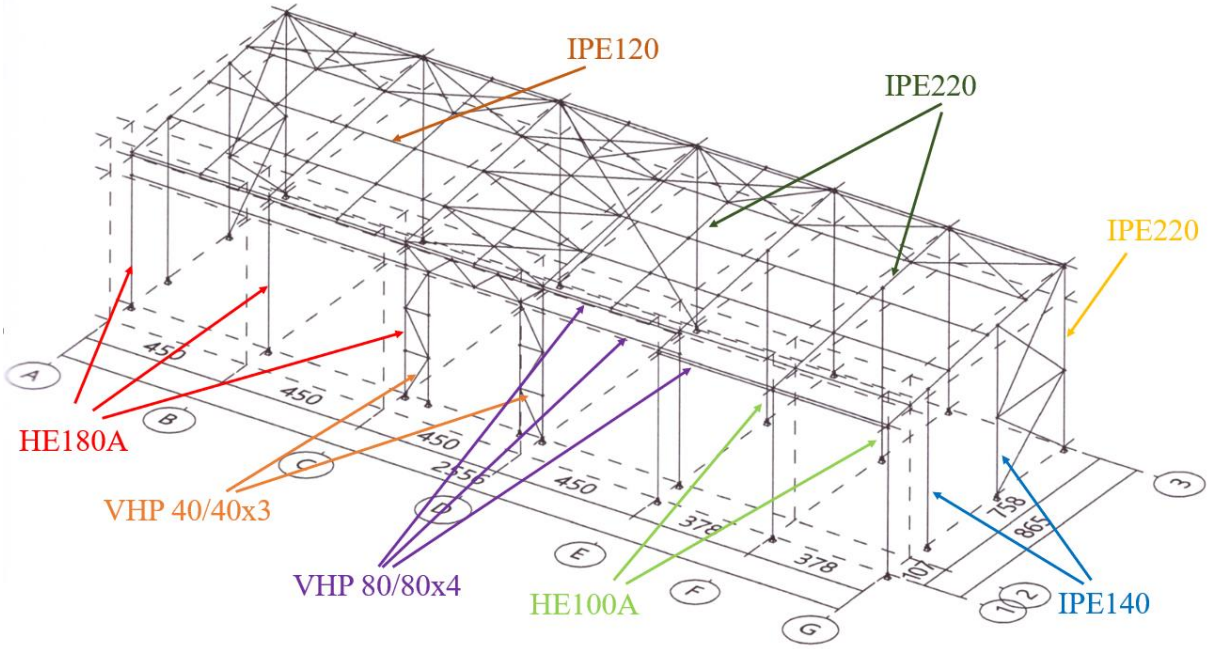
nagnuti dijelovi krova oblažu nekom od uobičajenih vrsta pokrova. Oborinska voda s ravnih krovova usmjerava se prema sredini krova, a s kosih krovova na obje strane ako širina hale nije veća od 25 metara [6].



Slika 1.9. Hala sa pilastim krovom [6]

1.5. Prikaz nosive konstrukcije korištene u radu

Za potrebe rada nosiva konstrukcija hale se napravila prema već postojećim nacrtima iz građevinskog projekta [8]. Namjena hale je za potrebe autoservisa pa je tako hala podijeljena na dva dijela, prednji dio u kojemu se nalazi prijem vozila, ured i skladište je dužine 7,56 m i širine 8,65 m, na slici 1.10. dio omeđen osima *E* i *G* te *1* i *3*. Drugi dio hale ima dužinu od 18 m te širinu od 7,58 m i služi za popravak vozila pri čemu postoje 4 odvojena odjeljka za popravak pojedinog vozila, na slici 1.10. dio omeđen osima *A* i *E* te *2* i *3*.



Slika 1.10. Prostorna shema hale [8]

Hala je napravljena spajanjem gotovih profila, pri čemu se spajanje izvršilo rastavljivim spojevima, odnosno u ovom slučaju vijcima. Prema tome su poprečne grede iz

profila IPE220 spojene sa stupovima iz profila HE180A pomoću vijaka te su također stupovi spojeni sa vijcima za podlogu. Kao što prikazuje slika 1.10. većina stupova je izrađena iz profila HE180A, u kutovima konstrukcije se nalaze stupovi iz profila IPE220 kao što je prikazani stup u spoju osi *G* i osi *3* te su četiri stupa napravljena iz profila IPE140 dva u osi *A* te dva u osi *G*. Krovna konstrukcija je izrađena od sekundarnih nosača i poprečnih greda, sekundarni nosači su izrađeni iz profila IPE120 dok se za poprečne grede odnosno prečke koristio profil IPE220. U krovnoj konstrukciji su zatege izrađene iz šipki promjera 25 mm, dok su zatege između stupova od šipki promjera 20 mm, primjer jedne takve je na slici 1.10. u osi *G*. Na slikama 1.11. i 1.12. se nalaze fotografije hale prema čijim nacrtima će se provesti analiza u ovome radu.



Slika 1.11. Hala korištena u radu - pogled sa prednje strane



Slika 1.12. Hala korištena u radu – pogled sa zadnje strane

2. METODA KONAČNIH ELEMENATA

2.1. O metodi konačnih elemenata

Nije moguće utvrditi kada se točno krenula razvijati metoda konačnih elemenata, ali je poznato da se početkom četrdesetih godina prošloga stoljeća došlo na ideju da se kontinuirani sustav zamjeni s više diskretnih elemenata. Skoro dvadeset godina poslije, od pojave diskretizacije kontinuiranog sustava, dolazi do upotrebe pojma konačnog elementa kada u isto vrijeme kreće i upotreba računala za rješavanje inženjerskih problema. Iz tog razloga se javlja potreba za kreiranjem programa koji se temelji na metodi konačnih elemenata, prvi takav računalni program pojavljuje se između 1960. i 1970. godine. U svojim početcima, metoda konačnih elemenata se odnosi na mehaniku deformabilnih tijela i to na linearno statičke probleme nakon čega se kreće primjenjivati za dinamičke probleme ali i u nekim drugim područjima kao što je mehanika fluida i prijenos topline.

Razlog razvoja metode konačnih elemenata ogleda se u tome da je za rješavanje problema kontinuiranih sustava potrebno riješiti diferencijalne jednadžbe prilikom čega se točno analitičko rješenje može utvrditi samo za jednostavnije proračunske modele. Zbog toga se koriste numeričke metode, pri čemu se kontinuirani sustav diskretizira na veći broj manjih konačnih elemenata te se diferencijalne jednadžbe zamjenjuju algebarskim. Odnosno, područje kontinuuma dijeli se na konačan broj potpodručja koja se nazivaju konačni elementi, odnosno razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata [9]. Konačni elementi se povezuju u čvorovima, to su točke na konturi konačnoga elementa, a stanje u svakom konačnom elementu se opisuje interpolacijskim funkcijama. Svaka interpolacijska funkcija mora zadovoljiti određene uvjete kako bi se diskretiziranim modelom što više približili ponašanju kontinuiranog sustava. Na uspješno rješavanje problema kontinuiranog sustava utječe i način kreiranja mreže konačnih elemenata, tj. teži se što pravilnijoj mreži konačnih elemenata, te broj konačnih elemenata jer povećanjem broja elemenata u mreži dolazi do približavanja točnome rješenju.

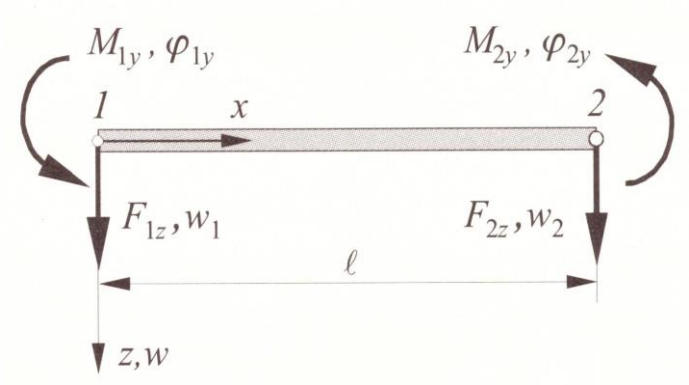
U današnje vrijeme, metoda konačnih elemenata se koristi u mehanici deformabilnih tijela za rješavanje statičkih i dinamičkih problema, ali i općenito za rješavanje problema polja kao što je proračun temperaturnih polja, proračun strujanja, analiza elektromagnetnih polja itd.

2.2. Konačni elementi korišteni u radu

Za rješavanje problema nosive konstrukcije industrijske hale korišteni su jednodimenzijski konačni elementi. To su najjednostavniji konačni elementi, koji se primjenjuju kod jednodimenzijske analize kontinuuma pri čemu su sve varijable funkcije samo jedne koordinate [9]. U ovom radu su korišteni gredni konačni elementi, to su elementi koji se koriste za rješavanje problema savijanja, za razliku od štapnih konačnih elemenata koji se primjenjuju kada je potrebno napraviti proračun određenog modela koji je opterećen na uvijanje ili je osno opterećen. Korišteni su osnovni gredni elementi kao i gredni elementi višega reda, razlika između ove dvije vrste elemenata ogleda se u broju čvorova pa tako osnovni gredni elementi imaju samo dva čvora, dok elementi višeg reda imaju veći broj čvorova.

2.2.1. Osnovni gredni element

Osnovni gredni element, kao što je ranije spomenuto je najjednostavniji jednodimenzijski element, te ima dva čvora i koristi se za rješavanje problema savijanja. Ovaj element ima četiri stupnja slobode, prikazani na slici 2.1., i to su pomaci u čvorovima u smjeru osi *z* te kutevi zakreta u čvorovima oko osi *y*.



Slika 2.1. Osnovni gredni element [9]

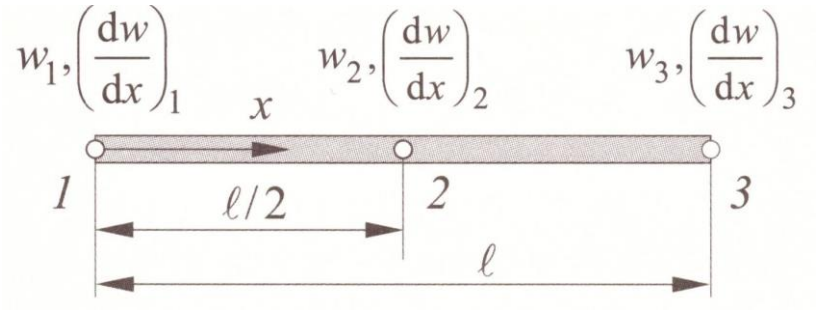
U radu je korišten osnovni gredni element B21 koji se nalazi unutar programskog paketa Abaqus®. Konačni element B21 se temelji na Timošenkovoj teoriji savijanja grede koja govori da prilikom deformiranja grede poprečni presjeci više ne ostaju ravni i okomiti na elastičnu liniju kao što je to slučaj kod Euler-Bernoullijeve teorije savijanja grede. U

Timošenkovoj teoriji zbog kutne deformacije, koja je posljedica smičnog naprezanja, dolazi do deplanacije poprečnog presjeka te on nije više okomit na elastičnu liniju.

2.2.2. Gredni element višeg reda

Gredni element višeg reda možemo dobiti ako povećamo broj čvorova osnovnog grednog elementa, uz zadržavanje broja stupnjeva slobode po čvoru, ili tako da se poveća broj stupnjeva slobode u čvorovima osnovnog grednog elementa dodavanjem derivacija. U radu je korišten gredni element višeg reda, prikazan na slici 2.2., koji je nastao dodavanjem čvora u sredinu osnovnog grednog elementa. Takav konačni element ima 3 čvora i u svakom čvoru po dva stupnja slobode, kao i kod osnovnog grednog elementa stupnjevi slobode su pomaci u smjeru osi *z* i kutevi zakreta oko osi *y*.

U sklopu ovoga rada unutar programskog paketa Abaqus® korišten je konačni element višeg reda B22 koji se također temelji na Timošenkovoj teoriji savijanja grede što je objašnjeno u 2.2.1.



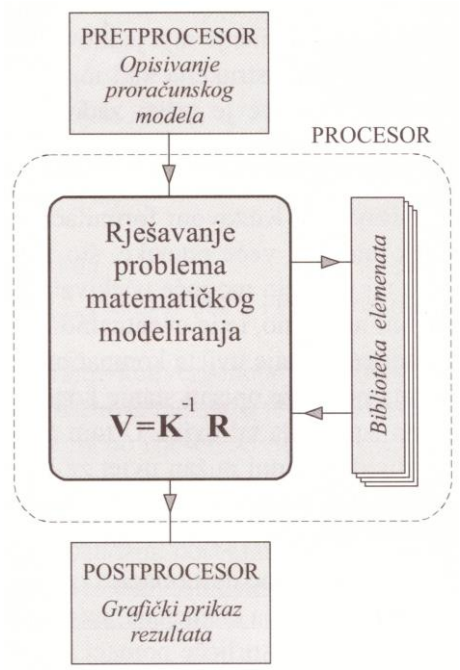
Slika 2.2. Gredni element višeg reda [9]

2.3. Abaqus®

Programski paket Abaqus® samo je jedan od programskih paketa na tržištu koji služe za rješavanje problema pomoću metode konačnih elemenata. Radi lakšeg upravljanja i kontrole podataka programski paketi se uglavnom dijele na nekoliko dijelova, najčešća podjela je na tri radne cjeline kao što je pretprocesor (služi za učitavanje ulaznih podataka), procesor (služi za izračunavanje) i postprocesor (koji služi za prikaz rezultata), na slici 2.3. nalazi se shematski prikaz programa.

U pretprocesoru se definira geometrija proračunskoga modela, uz to kao ulazni podatak potrebno je definirati konstante materijala, rubne uvjete i opterećenje. Definiranje konstanti

materijala potrebno je da bi se mogle provesti numeričke analize, prilikom analize izotropnih materijala u elastičnom području definira se modul elastičnosti i Poissonov faktor, dok je kod analize anizotropnih materijala i analize u elastoplastičnom području potrebno definirati više konstanti. Također, u pretprocesoru se odabire konačni element s kojim će se provesti analiza te se diskretizira kontinuum na konačne elemente.



Slika 2.3. Shematski prikaz programa [9]

U procesoru se, s obzirom na prethodno definirane ulazne podatke, izračunava matrica krutosti i vektori opterećenja konačnih elemenata a to se određivanje matrica krutosti i vektora opterećenja provodi numeričkom integracijom. Nakon toga, prema definiranim ulaznim podacima i podacima o konačnim elementima, koji se nalaze u biblioteci programskog paketa, kreira se globalna matrica krutosti i globalni vektor opterećenja. Prema postavljenim rubnim uvjetima provodi se transformiranje matrice krutosti i globalnog vektora opterećenja, nakon čega se rješava reducirani sustav jednadžbi [9]. Nakon što se odrede globalni stupnjevi slobode određuju se stupnjevi slobode pojedinih elemenata kako bi se mogla odrediti raspodjela deformacija i naprezanja pojedinih konačnih elemenata.

Postprocesor služi za grafički prikaz rezultata, gdje se prikazuje deformirani oblik proračunskog modela te raspodjela unutarnjih sila i naprezanja.

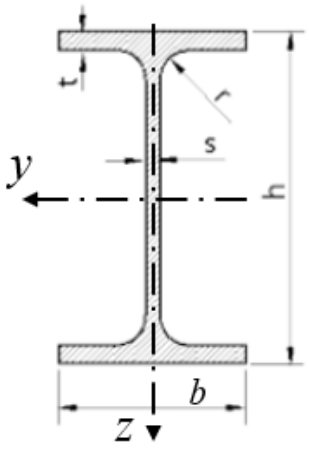
3. VERIFIKACIJA

Potrebno je izvršiti verifikaciju konačnih elemenata kako bi se utvrdilo koji konačni elementi najbolje odgovaraju za rješavanje zadanog problema. U nastavku rada, provesti će se dva verifikacijska primjera. Oba verifikacijska primjera su jednostavnijeg tipa kako bi se moglo točno odrediti analitičko rješenje, nakon toga se na tim istim primjerima provodi numerička analiza u programskom paketu Abaqus® kako bismo mogli usporediti analitičko rješenje i rješenje koje se dobije numeričkom analizom. Iz toga razloga je vrlo važno točno odrediti analitičko rješenje, jer se nakon numeričke analize usporedbom rješenja može vidjeti koji element je prikladan za rješavanje određene vrste problema.

3.1. Greda na dva oslonca

3.1.1. Analitičko rješenje

Za prvi verifikacijski primjer uzima se greda koja je oslonjena na nepomičnom i pomičnom osloncu. Duljina grede, *L*, iznosi 2000 mm i na nju djeluje kontinuirano opterećenje, *q*, u iznosu 2 N/mm. Za poprečni presjek grede uzeo se standardni IPE profil čija visina iznosi 120 mm pa oznaka profila glasi IPE 120 čiji prikaz se nalazi na slici 3.1. Na slici 3.2. prikazana je oslonjena greda zajedno s opterećenjem i koordinatnim sustavom. Dalje u radu će se provesti analitički proračun grede te će se odrediti iznos progiba na sredini grede.



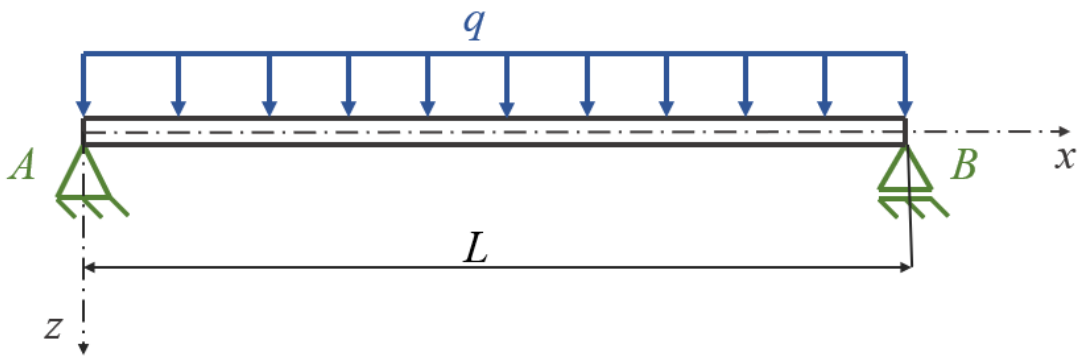
Slika 3.1. IPE profil [10]

U tablici 2. nalazi se prikaz dimenzija poprečnog presjeka IPE120 profila, prema podacima u nastavku rada će tijekom numeričke analize biti potrebno kreirati proračunski model.

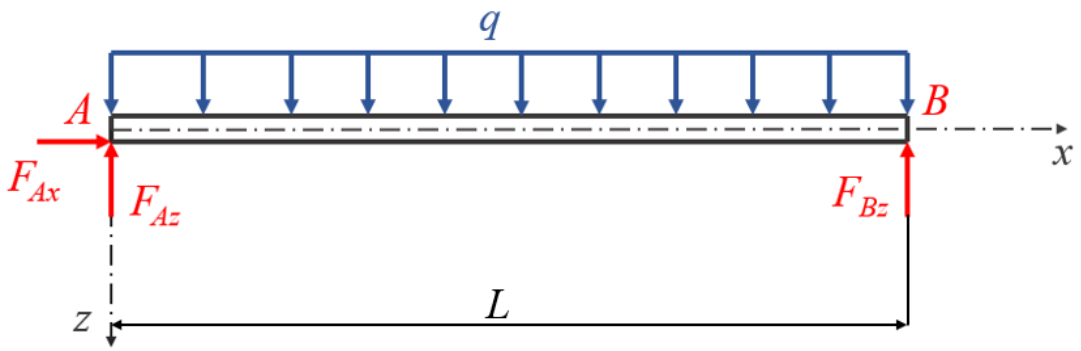
Tablica 2. Dimenzije IPE120 profila

Opis, oznaka	Dimenzije, mm
Visina, *h*	120
Širina, *b*	64
Debljina horizontalnih dijelova, *t*	6,3
Debljina vertikalnog dijela, *s*	4,4
Radijus, *r*	7

Prvo je potrebno osloboditi gredu veza te ih zamijeniti sa reakcijama veza kao što je prikazano na slici 3.3. Nakon toga je potrebno odrediti reakcije veza kako bi se pomoću njih mogli odrediti iznosi unutarnjih sila koje se javljaju uslijed vanjskog kontinuiranog opterećenja.



Slika 3.2. Greda na dva oslonca



Slika 3.3. Greda oslobođena veza

Raspisuje se uvjet ravnoteže u smjeru osi *x*, koji glasi:

$$\sum F_x = 0, \;\; F_{Ax} = 0. \tag{3.1}$$

Uvjet ravnoteže u smjeru osi *z* glasi:

$$\sum F_{Az} = 0, \;\; q \cdot L - F_{Az} - F_B = 0, \tag{3.2}$$

iz čega slijedi, nakon uvrštavanja vrijednosti i sređivanja, izraz za reakciju u osloncu *A* u smjeru osi *z*

$$F_{Az} = 4000 - F_B. \tag{3.3}$$

Potrebno je još napisati uvjet ravnoteže momenata oko oslonca *A*

$$\sum M_A = 0, \;\; F_B \cdot L - \frac{1}{2} \cdot q \cdot L^2 = 0, \tag{3.4}$$

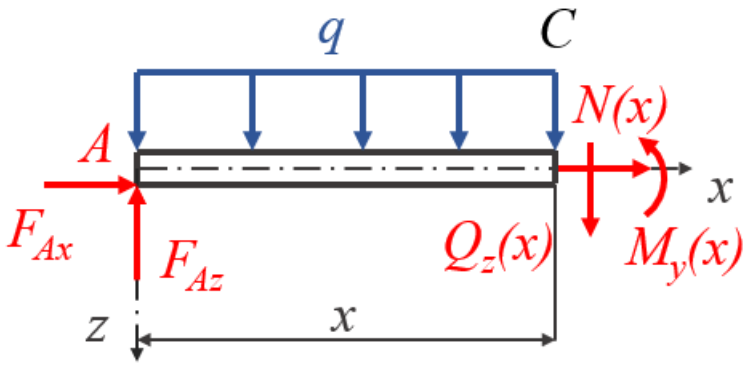
nakon uvrštavanja vrijednosti i sređivanja gornjega izraza dobije se reakcija u osloncu *B* koja iznosi

$$F_B = 2000 \text{ N}. \tag{3.5}$$

Sada se može odrediti reakcija u osloncu *A* u smjeru osi *z*, F_{Az}, uvrštavanjem izraza 3.5 u izraz 3.3 dobije se iznos F_{Az},

$$F_{Az} = 2000 \text{ N}. \tag{3.6}$$

Kad su određene reakcije veza mogu se odrediti unutarnje sile, tako da se greda u mislima prereže, tj. napravi se presjek na određenom mjestu *x* te se na mjestu presjeka postave odgovarajuće unutarnje sile, kao što je prikazano na slici 3.4.



Slika 3.4. Prikaz presječene grede

Pošto na području cijele grede djeluje samo kontinuirano opterećenje dovoljno je samo na jednom njezinom dijelu izvršiti presjek kako bi se utvrdila raspodjela unutarnjih sila koje

djeluju unutar grede. Prema oznaci sa slike 3.4. greda se presjekla na mjestu *C*. Shodno prethodnom postupku određivanja reakcija veza provodi se i određivanje unutarnjih sila, raspisuju se uvjeti ravnoteže te se sređuju izrazi i uvrštavaju pripadajuće vrijednosti nakon čega se dobiju vrijednosti unutarnjih sila na određenim dijelovima grede jer su unutarnje sile funkcije, tj. ovisne su o varijabli *x*.

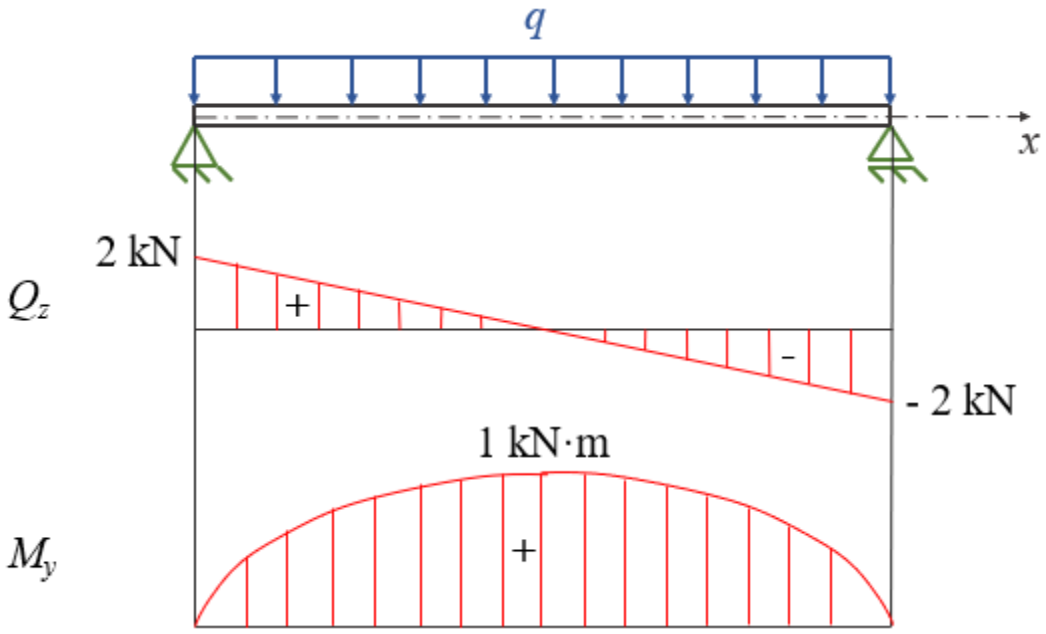
Uvjeti ravnoteže reakcija veza u osloncu *A* i unutarnjih sila glase:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, \;\; & F_{Ax} + N(x) = 0, \\ \sum F_z = 0, \;\; & Q_z(x) + q \cdot x - F_{Az} = 0, \\ \sum M_C = 0, \;\; & M_y(x) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 - F_{Az} \cdot x = 0. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Sređivanjem izraza 3.7 i uvrštavanjem vrijednosti dobiju se funkcije unutarnjih sila čija se raspodjela po duljini grede može vidjeti na slici 3.5. Iznosi maksimalnih veličina iz izraza 3.7 nalaze se na različitim veličinama *x*,

$$\begin{aligned} & N(x) = 0, \\ & Q_z(x = 0) = 2000 \text{ N i} \\ & M_y(x = L/2 = 1000 \text{ mm}) = 1000 \text{ Nm}. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Pri čemu treba naglasiti da je uzdužna sila duž cijele grede nula, odnosno kao što se vidi iz izraza 3.8 za bilo koju vrijednost *x*, sila *N*(*x*) će biti nula.



Slika 3.5. Raspodjela unutarnjih sila

Kada se odredila raspodjela unutarnjih sila može se odrediti elastična linija grede, to je uzdužna os štapa koja postaje zakrivljena uslijed opterećenja, te maksimalni progib koji će se koristiti za usporedbu sa rezultatima numeričke analize. U ovom slučaju se već sad može zaključiti da će maksimalni progib biti na sredini grede, tj. za iznos $L/2$, jer na tom dijelu vlada najveći moment. Određivanje elastične linije vrši se preko diferencijalne jednadžbe elastične linije koja glasi:

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M_y}{E \cdot I_y}. \tag{3.9}$$

Pri čemu u izrazu 3.9 w predstavlja pomak grede u smjeru osi z, tj. progib grede, dok je M_y moment oko osi y, i to je ujedno moment savijanja grede, veličina E je modul elastičnosti a I_y predstavlja moment tromosti oko osi y. Sređivanje $M_y(x)$ iz 3.7 i uvrštavanjem u 3.9 dobije se,

$$EI_y \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{1}{2} qLx + \frac{1}{2} qx^2. \tag{3.10}$$

Izraz za progib se dobije tako da se provede dvostruka integracija izraza 3.10 pri čemu se dobije,

$$EI_y w = -\frac{1}{12} qLx^3 + \frac{1}{24} qx^4 + C_1 + C_2. \tag{3.11}$$

Konstante integracije C_1 i C_2 određuju se iz rubnih uvjeta $w(0) = 0$ i $w(L) = 0$ te se dobije da je konstanta C_1 jednaka 2/3, a konstanta C_2 jednaka je nuli. Uvrštavanjem konstanti integracije u izraz 3.11 i sređivanjem dobije se izraz za progib,

$$w = \frac{qL^4}{24EI_y}\left[\left(\frac{x}{L}\right)^4 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{x}{L}\right]. \tag{3.12}$$

Module elastičnosti za čelik iznosi 210000 N/mm^2, dok moment tromosti za os y za profil IPE120, prema [11], iznosi 3180000 mm^4. Nakon uvrštavanja svih veličina u izraz 3.12, pri čemu treba napomenuti da se za x uzima vrijednost $L/2$, dobije se iznos progiba na sredini grede,

$$w\left(x = L/2\right) = 0{,}624 \text{ mm}. \tag{3.13}$$

Najveće naprezanje se nalazi na mjestu gdje je najveći moment, a to je u ovom slučaju na sredini grede. Naprezanje se izračunava prema izrazu,

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y}, \tag{3.14}$$

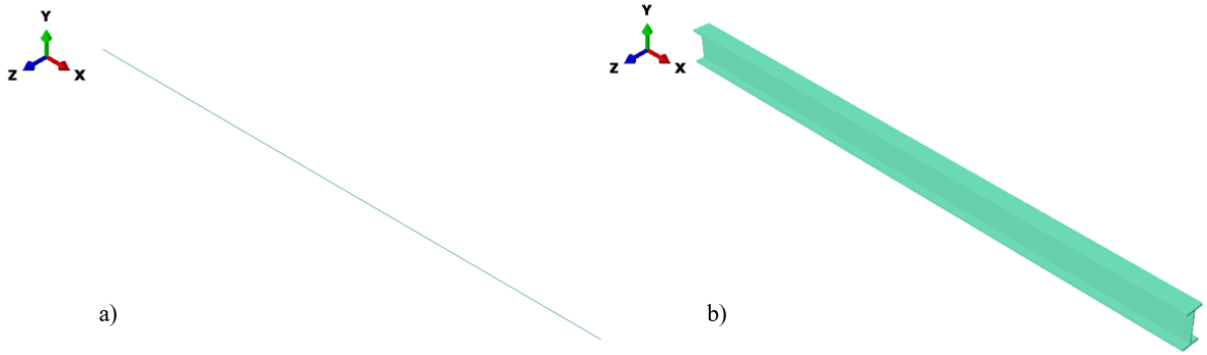
pri čemu je W_y moment otpora koji za IPE120 profil iznosi 53000 mm^3. Kada se uvrste vrijednosti u izraz 3.14 dobije se iznos najvećeg naprezanja u gredi,

$$\sigma_{\max}\left(x = L/2\right) = 18{,}87 \text{ N/mm}^2 = 18{,}87 \text{ MPa}. \tag{3.15}$$

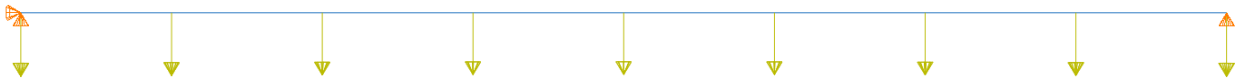
3.1.2. Numerička analiza

Nakon što se odredilo analitičko rješenje za progib može se pristupiti numeričkoj analizi zadane grede, tijekom rada se primjenjivao postupak da se prvo odredi rješenje analitičkim putem a zatim se pristupi numeričkoj analizi kako bi se odredili rezultati numeričke analize. Prethodno opisani postupak ne mora biti nužno tim redoslijedom, moglo se pristupiti prvo numeričkoj analizi pa potom analitičkom rješavanju zadanog problema, ali kao što je ranije spomenuto takav redoslijed se ne koristi u ovome radu. Prvo je potrebno izraditi proračunski model, koji je prikazan na slici 3.6, pri čemu se na slici 3.6 pod a) nalazi prikaz grede koji se koristi za proračun, dok je na slici 3.6 b) prikaz grede opcijom *Render beam profiles* koja omogućuje prikaz poprečnog presjeka proračunskog modela.

Na kreirani proračunski model je potrebno dodijeliti rubne uvjete i opterećenje, kao što je to prikazano na slici 3.7. Rubni uvjeti su dodijeljeni tako da se za nepomični oslonac onemogućio pomak u smjeru osi *x* i *y*, što je u programskom paketu Abaqus® analogno $U_1 = U_2 = 0$ pri čemu je U_1 pomak u smjeru osi *x*, a U_2 pomak u smjeru osi *y*. Sukladno određivanju nepomičnog oslonca određuje se i pomičan za koji vrijedi samo da je $U_2 = 0$. Na proračunski model se dodijelilo opterećenje od 2 N/mm opcijom *Line load*.

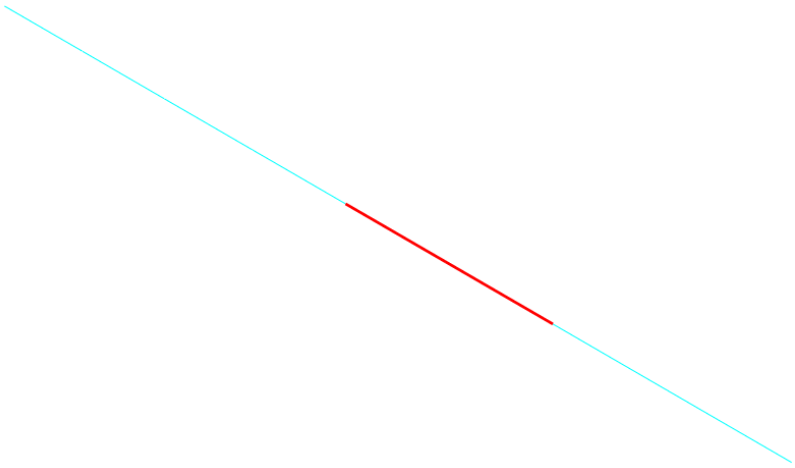


Slika 3.6. Proračunski model grede: a) greda za proračun,
b) greda prikazana opcijom *Render beam profiles*



Slika 3.7. Rubni uvjeti i opterećenje grede

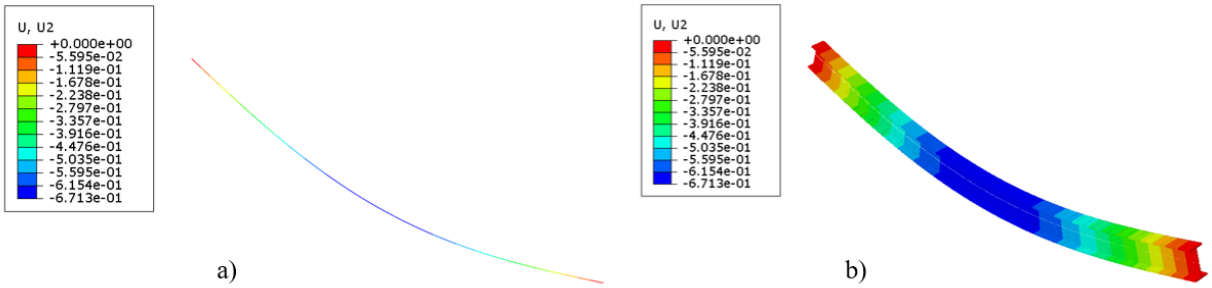
Nadalje, proračunski model se diskretizira, tj. cijeli kontinuum grede se dijeli na veći broj manjih dijelova odnosno na konačne elemente. Za rješavanje problema rješavanja grede na dva oslonca koristili su se gredni elementi B21 i B22 koji se nalaze unutar biblioteke programskog paketa Abaqus®, ti elementi su detaljnije objašnjeni u dijelu 2.2.1 i 2.2.2. Koristeći te elemente provelo se više analiza iz razloga što se nastojala utvrditi njihova konvergencija k analitičkom rješenju progiba iz 3.1.1. Pri svakoj analizi se bilježi broj korištenih konačnih elemenata i vrijednost progiba na sredini grede s time da se kreće od manje mreže konačnih elemenata prema većoj. Diskretizirani proračunski model sa četiri konačna elementa B22 prikazan je na slici 3.8., pri čemu je crvenom bojom na slici 3.8. označen jedan konačni element kako bi se vidjela veličina jednog elementa u odnosu na cijeli model pri diskretizaciji modela s četiri konačna elementa.



Slika 3.8. Diskretizirana greda

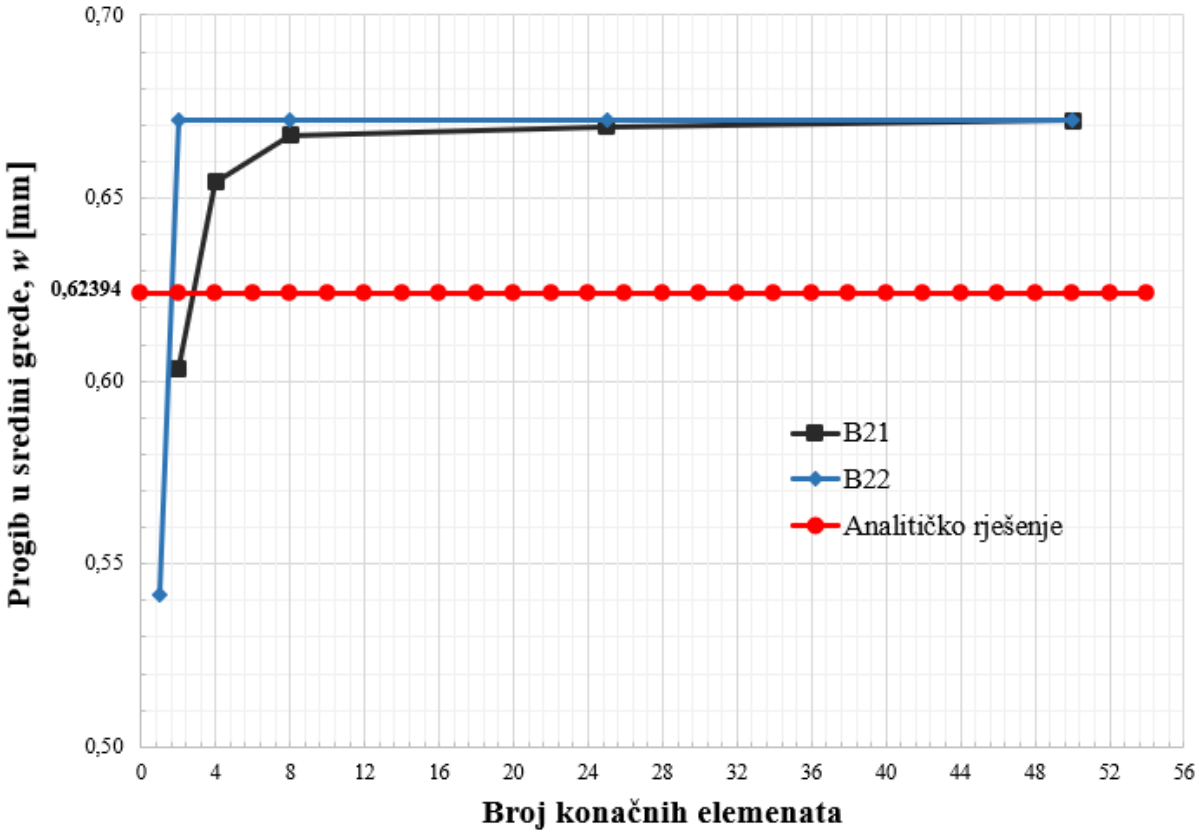
Nakon provođenja analize ulaskom u postprocesor prikazuju se rezultati. Na slici 3.9. a) prikazane su vrijednosti progiba duž grede koja je diskretizirana sa pedeset konačnih elemenata tipa B22. Na slici 3.9 pod b) se nalazi prikaz iste grede ali s uključenom opcijom *Render beam profiles* s kojom se dobije jasnija slika grede i način na koji se ona deformira s obzirom na zadane rubne uvjete i opterećenje. Iako je na slici 3.9. prikaz sa pedeset konačnih

elemenata, analize su provedene s 2, 4, 8, 25 i 50 konačnih elemenata, i to za obadva tipa elemenata, B21 i B22.



Slika 3.9. Progib grede s 50 elemenata tipa B22

Usporedbom rezultata progiba, prema prikazu na slici 3.10., za različiti broj konačnih elemenata može se utvrditi da obadva tipa elementa imaju monotonu konvergenciju, pri čemu element B22 konvergira brže od elementa B21 jer već s dva konačna elementa postiže približno točno rješenje. Za ovakav primjer nije velika razlika u vremenu potrebnom računalu za izračun pa je svejedno da li se koriste elementi B21 ili B22, ali je važno kod analize kompliciranijih dijelova kada odabirom ispravnih elemenata možemo smanjiti vrijeme.

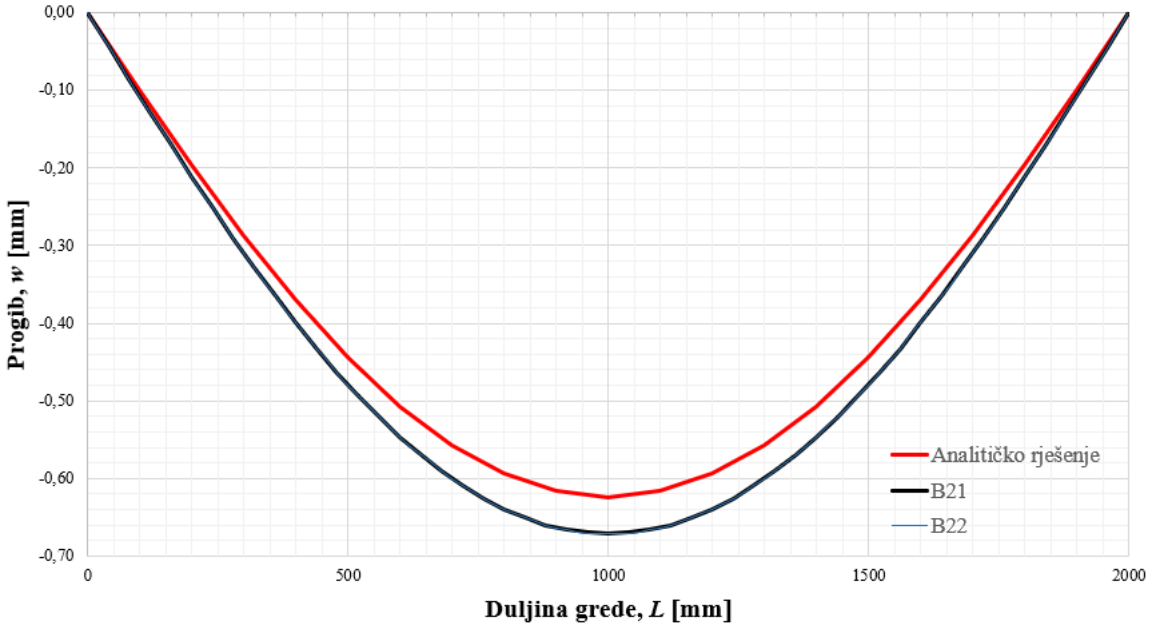


Slika 3.10. Prikaz konvergencije konačnih elemenata B21 i B22

Iako obadva tipa elementa daju približno jednake rezultate, pogodniji tip elementa je B22 jer s vrlo malim brojem elemenata konvergira prema približno točnom rješenju. Druga prednost elementa B22 je u tome što je za zadani problem moguće dobiti određeni rezultat već s jednim konačnim elementom jer ima čvor na sredini, što nije moguće postići s elementom B21 jer ima čvorove samo na svojim rubovima.

Kao što se može uočiti na slici 3.10. postoji određena razlika između analitičkog i numeričkog rješenja. Ta razlika iznosi oko 7%, što je u okviru tolerancija, jer se analitičkim proračunom dobilo rješenje za progib na sredini grede u iznosu od 0,624 mm, dok se numeričkom analizom dobije iznos od 0,671 mm kao što se može očitati sa slike 3.10. Treba naglasiti kako bi razlika između analitičkog i numeričkog rješenja bila manja da se prilikom numeričke analize nije uvelo pojednostavljenje modela. Pojednostavljenje modela se odnosi na izostavljanje zaobljenja na profilu, vidljiva su na slici 3.1., dok su pri analitičkom proračunu i zaobljenja uzeta u obzir.

Prikazana je usporedba elastičnih linija, slika 3.11., koje su se dobile analitičkim rješavanjem te numeričkim putem elementima B21 i B22.



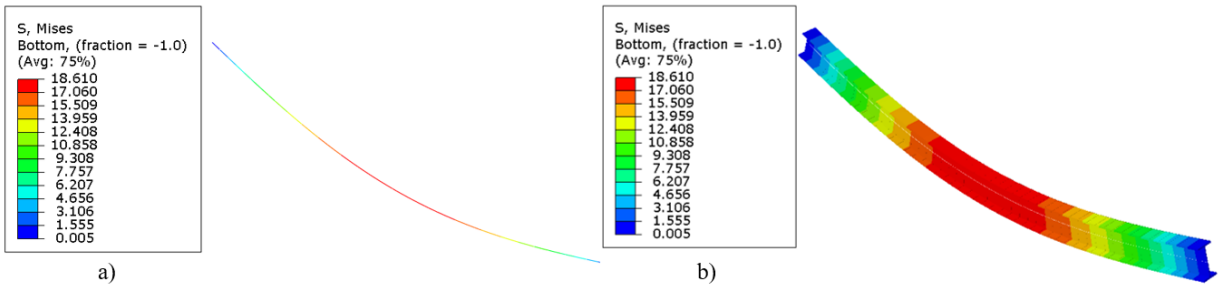
Slika 3.11. Usporedba elastične linije analitičkog i numeričkog rješenja

Pri tome možemo uočiti da se elastične linije, koje su se dobile s elementima B21 i B22, poklapaju što upućuje da obadva tipa elementa daju približno jednake rezultate. No, valja napomenuti da je za kreiranje elastične linije, prikazane na slici 3.11., elementima B21 i B22

korišteno po pedeset konačnih elemenata u svakoj analizi, vjerojatno bi rezultat bio drugačiji da su se analize provele s manjim brojem elemenata iz čega bi uslijedilo da bi elastična linija iz analize s elementima B22 bila točnija u odnosu na elastičnu liniju koja se dobila korištenjem elemenata B21. Tada bi na slici 3.11. bile uočljive razlike između elastičnih linija koje su se dobile numeričkom analizom elementima B21 i B22, za razliku od slučaja sa slike 3.11. kada se elastične linije poklapaju.

Na slici 3.12. a) prikazana su naprezanja koja djeluju u gredi. Radi boljeg prikaza na slici 3.12. b) prikazala se greda s uključenom opcijom *Render beam profiles.* Kako se može vidjeti na slici 3.12., maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu iznosi 18,61 N/mm^2 i nalazi se na sredini grede. Kao što se može vidjeti na slici 3.5. najveći moment je na sredini grede pa je onda i očekivano da najveće naprezanje bude na sredini grede, u slučaju da se dobije najveće naprezanje na nekom drugom mjestu zaključilo bi se da numerička analiza nije dobro provedena i da se nisu dobila ispravna rješenja.

Kada se usporede rezultati numeričke analize i analitičkog rješavanja, izraz 3.15, može se uočiti da razlika u rješenjima iznosi 1,4% što je u okviru tolerancija. Numerička analiza naprezanja je provedena sa pedeset elemenata tipa B22.

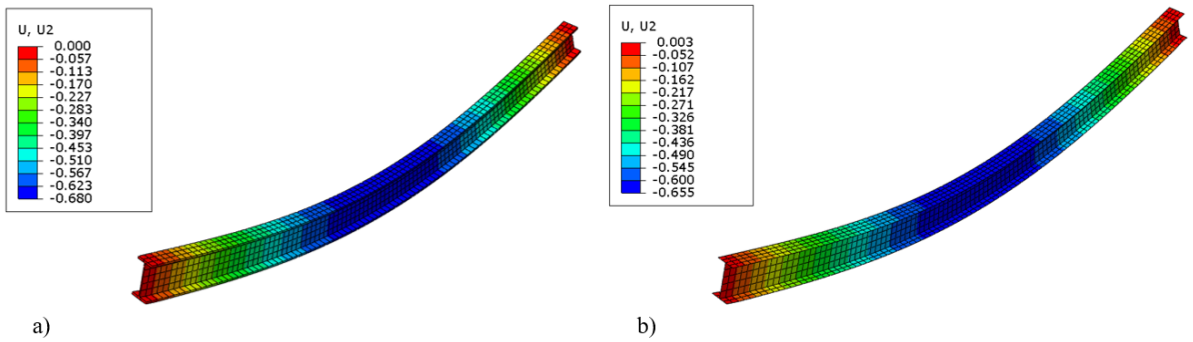


Slika 3.12. Prikaz naprezanja u gredi

Iako se uzelo za prvi verifikacijski primjer jednostavniji problem, može se uočiti da se zbog pojednostavljenja modela prilikom numeričke analize ostvarila veća razlika između iznosa progiba na sredini grede u odnosu na rezultate za naprezanje na sredini grede. U rezultatima naprezanja koja su se dobila numeričkom analizom postoji nelogičnost. Progib koji se dobio analitičkim izračunom je manji nego rezultat progiba numeričkom analizom, što je ispravno. Kako je u numeričkoj analizi pojednostavljen model, tj. izostavila su se zaobljenja, a onda time ima i manje materijala u poprečnom presjeku pa iz toga slijedi i da će biti manji moment inercije pa se numeričkom analizom dobije progib koji je veći u odnosu na onaj što se dobije analitičkim izračunom, i to je ispravno. Nelogičnost leži u tome da se

numeričkom analizom za rezultat najvećeg naprezanja dobije manji iznos u odnosu na analitički izračun, što nije ispravno. Za isto opterećenje u numeričkoj analizi, gdje proračunski model ima manje materijala u poprečnom presjeku, trebala bi se dobiti veća naprezanja u odnosu na ona koja su se dobila analitičkim izračunom. Stoga su se provele numeričke analize s 3D elementima te ljuskastim elementima te su se usporedila rješenja s rješenjima koja su se dobila s grednim elementima kako bi se ustanovilo postoji li problem prilikom numeričke analize grede s grednim elementima, odnosno tijekom određivanja maksimalnih ekvivalentnih naprezanja po von Misesu.

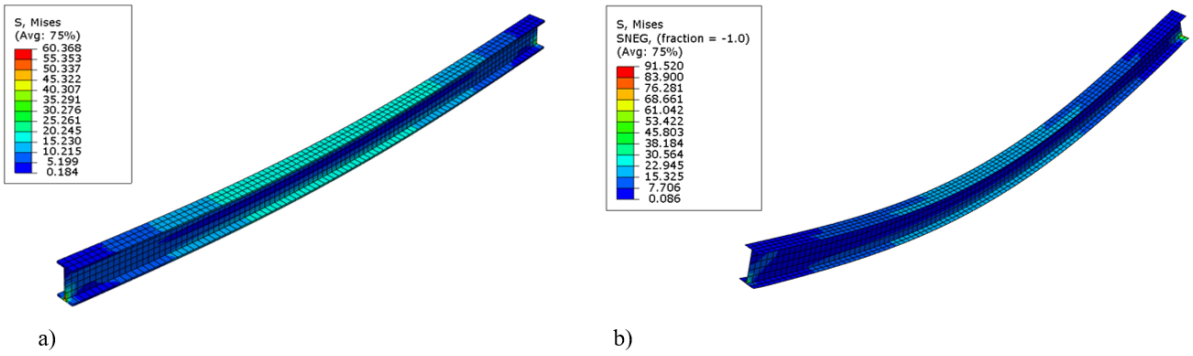
Na slici 3.13. se nalazi prikaz progiba grede s dvije različite vrste konačnih elemenata. Na slici 3.13. a) nalazi se prikaz progiba grede s 3D elementima, dok je na slici 3.13. b) prikaz s ljuskastim elementima. Kako se može vidjeti sa slike 3.13. a) maksimalni progib iznosi 0,68 mm što u odnosu na progib iz izraza 3.13 čini razliku od 8,97%, dok se sa slike 3.13. b) može očitati da maksimalni progib iznosi 0,655 mm što sa progibom, koji se dobije analitičkim izračunom, čini razliku od 4,97%. Treba napomenuti kako bi razlike bile manje da se nisu radila pojednostavljenja na proračunskom modelu u vidu izostavljanja zaobljenja na IPE profilu.



Slika 3.13. Prikaz progiba grede u mm s: a) 3D elementima i b) ljuskastim elementima

Nakon određivanja progiba s 3D elementima i ljuskastim elementima, određuju se maksimalna ekvivalentna naprezanja po von Misesu. Na slici 3.14. a) se nalazi prikaz ekvivalentnih naprezanja po von Misesu s 3D elementima, dok na slici 3.14. b) s ljuskastim elementima. Maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu s 3D elementima iznosi 19,984 N/mm^2 što u odnosu na analitičko rješenje prema izrazu 3.15 čini razliku od 5,9%, a maksimalno ekvivalentno naprezanje s ljuskastim elementima iznosi 19,317 N/mm^2 što s rješenjem prema izrazu 3.15 čini razliku od 2,37%. Svi rezultati su se dobili korištenjem

diskretiziranog modela kojemu je provjerena konvergencija te su rezultati određeni s mrežom konačnih elemenata koja konvergira. Analiza s 3D elementima je provedena s elementima tipa C3D20, dok je analiza s ljuskastim elementima provedena sa elementima tipa S8R. Na slikama 3.14. a) i b) pod maksimalna ekvivalentna naprezanja mogu se očitati puno veće vrijednosti od onih koje su spomenute ranije, razlog tomu je što su navedena i naprezanja koja se javljaju uslijed rubnih uvjeta. Može se uočiti kako su iznosi ekvivalentnih naprezanja koji su se dobili s 3D i ljuskastim elementima veći od iznosa naprezanja određenog analitičkim izračunom, pa su takva rješenja za ekvivalentno naprezanje ispravnija od onih koja su se dobila s korištenjem grednih elemenata. U tablici 3. se nalazi usporedba rezultata koji su se dobili s različitim konačnim elementima



Slika 3.14. Prikaz raspodjele ekvivalentnih naprezanja po von Misesu u N/mm^2 s: a) 3D elementima i b) ljuskastim elementima

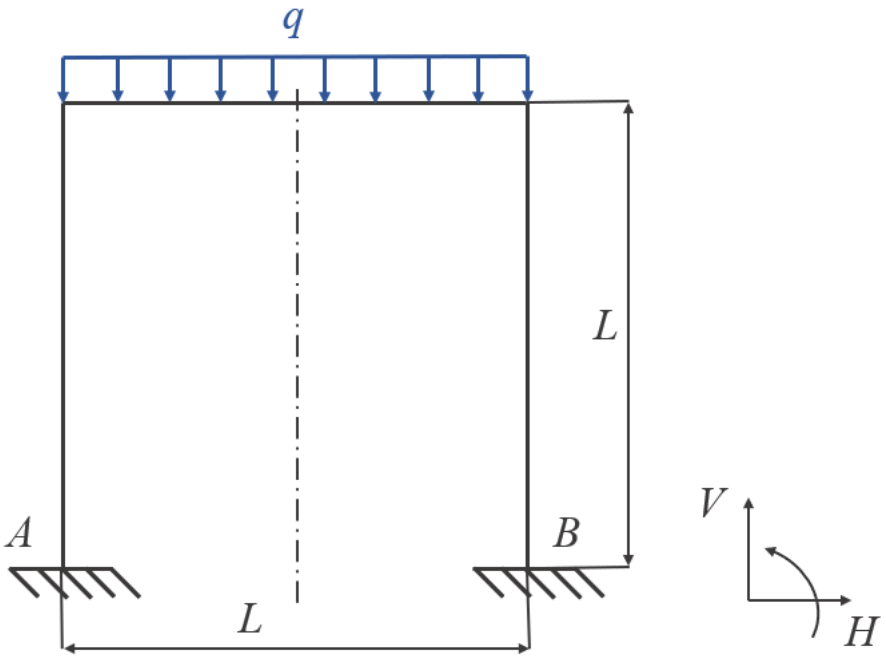
Tablica 3. Usporedba rezultata sa različitim konačnim elementima

Vrsta elemenata / **Vrijednosti**	Gredni elementi	3D elementi	Ljuskasti elementi
Progib u sredini grede	0,671 mm	0,680 mm	0,655 mm
Razlika u odnosu na analitičko rješenje progiba	7%	8,97%	4,97%
Maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu, N/mm^2	18,61	19,984	19,317
Razlika u odnosu na analitičko rješenje ekvivalentnih naprezanja	1,4%	5,9%	2,37%

3.2. Okvirni nosač

3.2.1. Analitičko rješenje

Kao drugi verifikacijski primjer uzeo se okvirni nosač. Nosač je sastavljen od dva jednaka stupa i jedne grede, kao što je prikazano na slici 3.15., te je duljina stupova i grede, *L*, 2000 mm a za profil stupova i grede uzeo se IPE profil visine 120 mm. Na nosač djeluje kontinuirano opterećenje, *q*, u iznosi od 2 N/mm, a stupovi nosača su ukliješteni za podlogu. U ovom primjeru je cilj pronaći moment savijanja oko osi *y*, M_y, po konturi cijeloga nosača te nakon toga odrediti iznos progiba na sredini grede kako bi se dobiveni rezultat mogao usporediti sa rezultatima numeričke analize.



Slika 3.15. Okvirni nosač

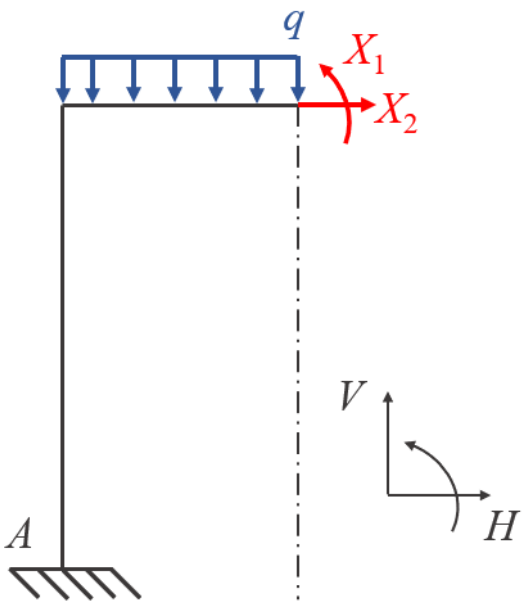
Prilikom rješavanja problema ovakve vrste prvo je potrebno odrediti stupanj statičke neodređenosti nosača kako bi se mogle postaviti dodatne jednadžbe za određivanje reakcija u osloncima. Zadani nosač ima šest reakcija veza i to u svakom osloncu po tri, to su u osloncu *A* i *B* reakcije sile u horizontalnom smjeru, reakcije sile u vertikalnom smjeru i reakcije momenta oko osi koja gleda iz papira. Kako se može postaviti samo tri jednadžbe ravnoteže i to su $\sum F_V = 0$, $\sum F_H = 0$ i $\sum M_A = 0$, može se zaključiti da je zadani problem tri puta statički neodređen, odnosno:

$$d = r - e, \tag{3.16}$$

pri čemu je d stupanj statičke neodređenosti, r broj nepoznatih sila te e broj nezavisnih jednadžbi ravnoteže i u ovom slučaju d iznosi:

$$d = 6 - 3 = 3. \tag{3.17}$$

Kako je nosač tri puta statički neodređen potrebne su tri dodatne jednadžbe kako bi se odredile sve reakcije veza. Iz slike 3.15. može se uočiti da je zadani nosač simetričan pa se iz toga razloga promatra samo polovica nosača kako bi se smanjio opseg posla potreban za pronalazak rješenja. U presjeku simetrije uzdužna sila N i moment savijanja M_y ispunjavaju uvjet simetrije te princip akcije i reakcije, dok poprečna sila Q_z ispunjava princip akcije i reakcije ali ne i uvjet simetrije. Kako bi poprečna sila ispunila uvjet simetrije ona mora biti nula, tj. vrijedi $Q_z = 0$. Stoga, ovakav problem ima samo dvije prekobrojne nepoznate sile i postaje dva puta statički neodređena konstrukcija kao što je prikazano na slici 3.16.



Slika 3.16. Statički određena zamjenska konstrukcija

Sada se može napisati dodatne dvije jednadžbe koje se nazivaju kanonske jednadžbe metode sila jer se zadani problem rješava metodom sila, jednadžbe glase:

$$q_{1Q} + \alpha_{11} X_1 + \alpha_{12} X_2 = 0 \text{ i} \tag{3.18}$$

$$q_{2Q} + \alpha_{21} X_1 + \alpha_{22} X_2 = 0. \tag{3.19}$$

U gornjim izrazima q_{iQ} predstavlja poopćeni pomak zamjenske statički određene konstrukcije, a α_{ij} uplivni koeficijent. Kako bi se odredile prekobrojne unutarnje sile, X_1 i X_2, potrebno je

odrediti poopćene pomake i uplivne koeficijente. Primjenom Mohrova integrala možemo napisati izraze za poopćene pomake i uplivne koeficijente:

$$\alpha_{11} = \int_L \frac{M_{y1} M_{y1}}{EI_y} dx, \tag{3.20}$$

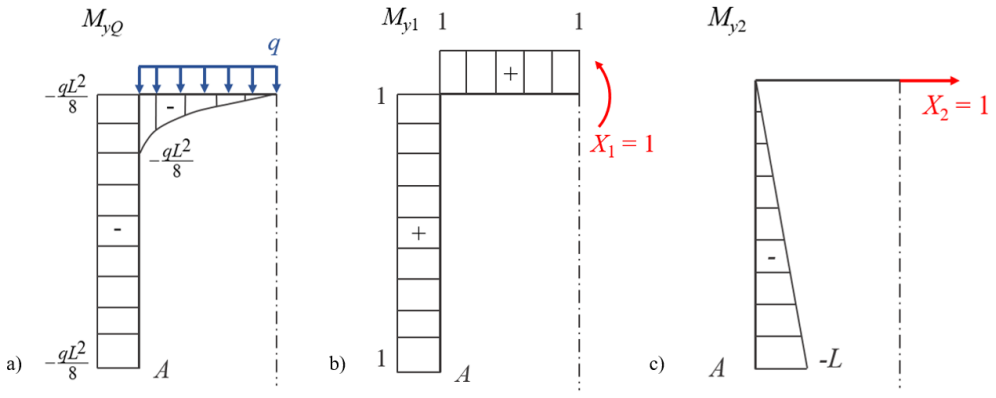
$$\alpha_{12} = \int_L \frac{M_{y1} M_{y2}}{EI_y} dx, \tag{3.21}$$

$$\alpha_{22} = \int_L \frac{M_{y2} M_{y2}}{EI_y} dx, \tag{3.22}$$

$$q_{1Q} = \int_L \frac{M_{y1} M_{yQ}}{EI_y} dx \text{ i} \tag{3.23}$$

$$q_{2Q} = \int_L \frac{M_{y2} M_{yQ}}{EI_y} dx. \tag{3.24}$$

Za izraz 3.21 vrijedi da je $\alpha_{12} = \alpha_{21}$. U gornjim izrazima E predstavlja modul elastičnosti i za čelik on iznosi 210000 N/mm^2, dok I_y označava moment inercije poprečnog presjeka štapa i za IPE120 profil on iznosi 3180000 mm^4. Kako bi se odredili izrazi od 3.20 do 3.24 potrebno je odrediti veličine momenata savijanja uslijed vanjskog opterećenja, jediničnog unutarnjeg momenta i jedinične unutarnje sile. Dijagrami momenata savijanja su prikazani na slici 3.17. pri čemu M_{yQ} označuje moment savijanja uslijed vanjskog opterećenja, a M_{y1} i M_{y2} moment uslijed jediničnog unutarnjeg momenta odnosno sile.



Slika 3.17. Moment savijanja uslijed: a) vanjskog opterećenja, b) jediničnog unutarnjeg momenta i c) jedinične unutarnje sile

Raspisivanjem izraza 3.20 do 3.24 i primjenom Verešćaginova pravila dobije se:

$$\alpha_{11} = \frac{2}{EI_y}\left[\left(1 \cdot \frac{L}{2} \cdot 1\right) + \left(1 \cdot L \cdot 1\right)\right], \tag{3.25}$$

$$\alpha_{12} = \frac{2}{EI_y}\left[\left(1 \cdot \frac{L}{2}\right) \cdot 0 + \frac{1}{2}(-L) \cdot L \cdot 1\right], \tag{3.26}$$

$$\alpha_{22} = \frac{2}{EI_y}\left[-\frac{1}{2}L^2 \cdot \frac{2}{3}(-L)\right], \tag{3.27}$$

$$q_{1Q} = \frac{2}{EI_y}\left[\left(-\frac{qL^2}{8}\right) \cdot L \cdot 1 + \frac{1}{3}\left(-\frac{qL^2}{8}\right) \cdot \frac{L}{2} \cdot 1\right] \text{ i} \tag{3.28}$$

$$q_{2Q} = \frac{2}{EI_y}\left(-\frac{qL^2}{8}\right) \cdot L \cdot \left(-\frac{L}{2}\right). \tag{3.29}$$

Nakon uvrštavanja vrijednosti u izraze 3.25 do 3.29 dobiju se iznosi za uplivne koeficijente i poopćene pomake kako je navedeno u nastavku:

$$\alpha_{11} = 8,98472 \cdot 10^{-9} \ \frac{1}{\text{Nmm}}, \tag{3.30}$$

$$\alpha_{12} = -5,98982 \cdot 10^{-6} \ \frac{1}{\text{N}}, \tag{3.31}$$

$$\alpha_{22} = 7,98642 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{mm}}{\text{N}}, \tag{3.32}$$

$$q_{1Q} = -6,98812 \cdot 10^{-3} \text{ rad}, \tag{3.33}$$

$$q_{2Q} = 5,98982 \text{ mm}. \tag{3.34}$$

Kada se iznosi za uplivne koeficijente i poopćene pomake uvrste u izraze 3.18 i 3.19 te izrazi srede, dobiju se iznosi prekobrojnih unutarnjih sila:

$$X_2 = -333,33 \text{ N te} \tag{3.35}$$

$$X_1 = 555558 \text{ Nmm}. \tag{3.36}$$

Prilikom kreiranje dijagrama momenta savijanja po konturi nosača potrebno je odrediti iznose momenata u određenim točkama. Kako je prikazano na slici 3.18. određuje se iznos momenta u točkama *A, D* i *C* kako bi se kreirao dijagram, a onda se dijagram preslikava na drugu polovicu nosača s obzirom na os simetrije. Prilikom određivanja momenata savijanja u spomenutim točkama koriste se sljedeći izrazi:

$$\left(M_y\right)_A = \left(M_{yQ}\right)_A + \left(M_{y1}\right)_A \cdot X_1 + \left(M_{y2}\right)_A \cdot X_2, \tag{3.37}$$

$$\left(M_y\right)_D = \left(M_{yQ}\right)_D + \left(M_{y1}\right)_D \cdot X_1 + \left(M_{y2}\right)_D \cdot X_2, \tag{3.38}$$

$$\left(M_y\right)_C = \left(M_{yQ}\right)_C + \left(M_{y1}\right)_C \cdot X_1 + \left(M_{y2}\right)_C \cdot X_2, \tag{3.39}$$

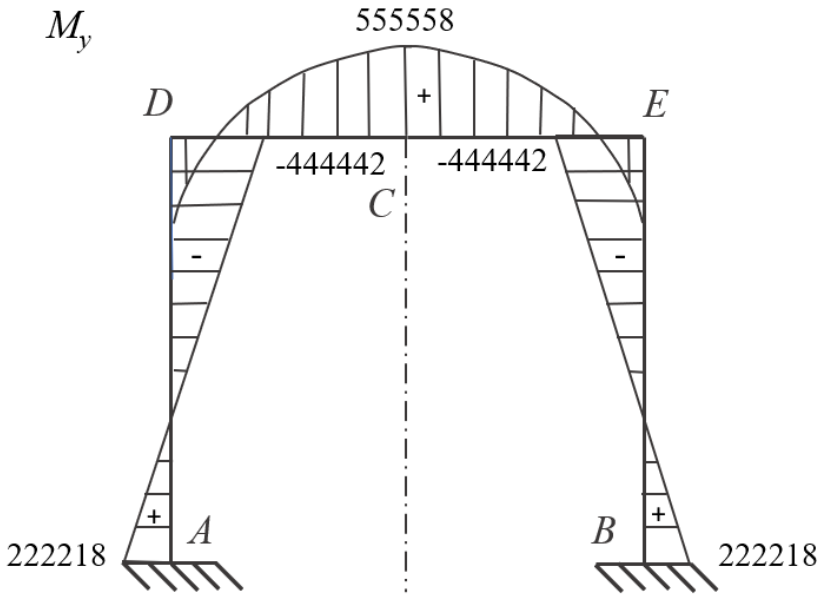
U izraze 3.37 do 3.39 potrebno je uvrstiti vrijednosti s dijagrama prikazane na slici 3.17. te vrijednosti iz izraza 3.35 i 3.36 nakon čega se dobiju iznosi momenata savijanja u određenim točkama:

$$\left(M_y\right)_A = 222218 \text{ Nmm}, \tag{3.40}$$

$$\left(M_y\right)_D = -444442 \text{ Nmm}, \tag{3.41}$$

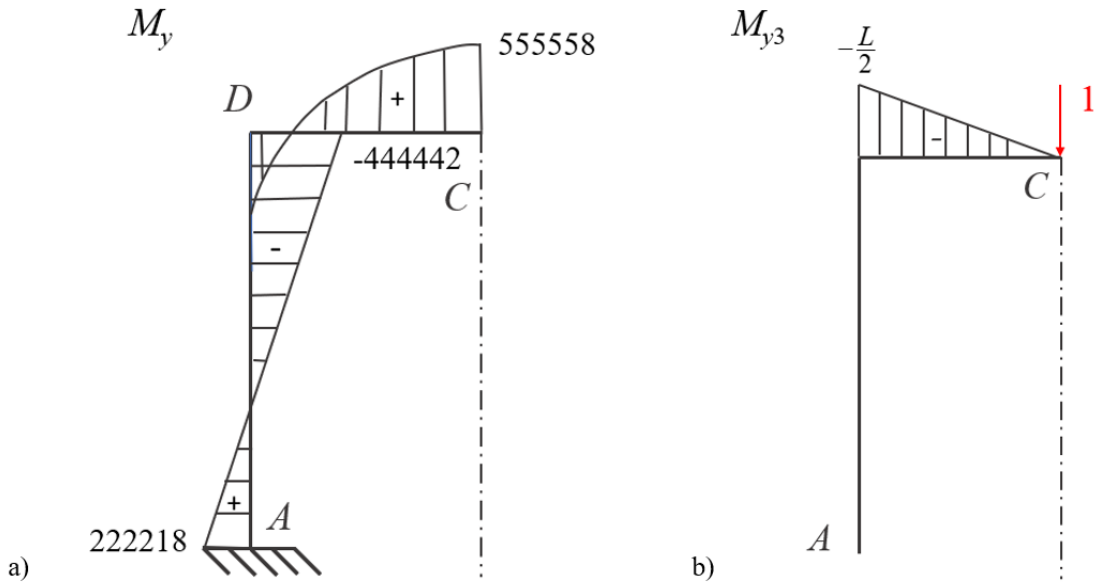
$$\left(M_y\right)_C = 555558 \text{ Nmm}. \tag{3.42}$$

Dijagram momenta savijanja po konturi okvirnog nosača je prikazan na slici 3.18. pri čemu su iznosi momenata izraženi u Nmm. Kao što se može vidjeti sa slike najveći moment savijanja djeluje u točki *C* koja se nalazi na osi simetrije. Zbog toga će se izračunati iznos progiba u točki *C* te će se to analitičko rješenje progiba koristiti u nastavku rada kada isti ovaj okvirni nosač bude podvrgnut numeričkoj analizi, te će se usporediti analitičko i numerička rješenja progiba.



Slika 3.18. Dijagram momenata savijanja u Nmm

Za izračun progiba u točki *C* koristi se Mohrov integral u kojemu se nalazi moment savijanja od kontinuiranog vanjskog opterećenja *q* i jedinične poprečne sile u točki *C* kao što je prikazano na slici 3.19.



Slika 3.19. Dijagrami momenata savijanja u Nmm: a) zadano vanjsko opterećenje, b) jedinična poprečna sila u točki *C*

Izraz za progib u točki *C*, w_C, prema Mohrovom integralu,

$$w_C = \int_L \frac{M_y M_{y3}}{EI_y} dx. \tag{3.43}$$

Kako bi se odredila vrijednost progiba w_C iz izraza 3.43 koristiti će se Verešćaginov postupak. Prema Verešćaginovu postupku operacija integriranja zamjenjuje se operacijom množenja, i to tako da se površina prvog dijagrama (dijagram od vanjskog opterećenja, slika 3.19. a) množi s ordinatom drugog dijagrama – linearnog (dijagram od jedinične poopćene sile, slika 3.19. b) točno ispod težišta prvoga dijagrama [12]. Raspisan i prilagođen izraz za izračunavanje progiba u točki *C*, prema [13], glasi:

$$w_c = \frac{2}{EI_y}\left(-\frac{1}{18}qL^2 \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{8}qL^2 \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{2} + \frac{2}{3} \cdot f \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2}\right), \tag{3.44}$$

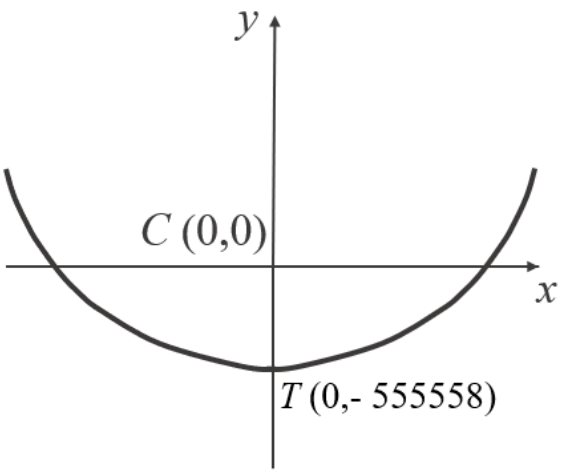
pri čemu *f* predstavlja udaljenost između parabole i pravca, koji se dobije spajanjem točke -444442 i 555558, na mjestu *L*/4. Stoga, prije nego li se krene u izračunavanje progiba u točki *C* potrebno je odrediti udaljenost *f*. Za određivanje udaljenosti *f* potrebno je odrediti jednadžbu parabole kojom je opisan moment uslijed vanjskog opterećenja na dijelu nosača od *D* do *C*. Zamisli se da tjeme parabole nalazi na osi *y*, kako je prikazano na slici 3.20., i ordinata tjemena iznosi -555558 dok apscisa tjemena parabole iznosi nula. Nakon što se odredi jednadžba parabole potrebno je odrediti vrijednost ordinate na mjestu *L*/4.

Jednadžba parabole glasi:

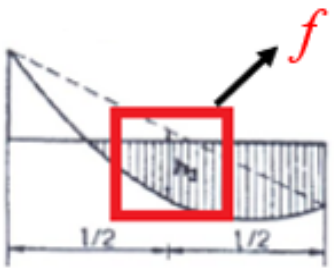
$$y = x^2 - 555558. \tag{3.45}$$

Nakon što se u izraz 3.45 uvrsti za *x* 500 mm dobije se udaljenost od parabole do nosača i iznosi 305558 pri čemu se uzima apsolutna vrijednost iznosa. Zatim se grafičkom metodom odredi udaljenost od pravca do nosača, spoji se točka -444442 i 555558 te se utvrdi udaljenost od pravca do nosača na polovici nosača, odnosno na vrijednosti *L*/4, koja iznosi 60000. Prema prikazu na slici 3.21. odredi se vrijednost *f*, u ovom slučaju se odredi tako da se od 305558 oduzme 60000 i ona iznosi:

$$f = 245558 \text{ mm}. \tag{3.46}$$



Slika 3.20. Prikaz parabole



Slika 3.21. Prikaz određivanja *f* [23]

Nakon uvrštavanja vrijednosti u izraz u 3.44 dobije se vrijednost progiba u točki *C* i iznosi,

$$w_C = 0,312 \text{ mm}. \tag{3.47}$$

Također se izračunava vrijednost najvećeg naprezanja, u ovom slučaju je to u točki *C* jer je na tom mjestu najveći moment savijanja, naprezanje se izračunava prema izrazu:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{y\max}}{W_y}, \tag{3.48}$$

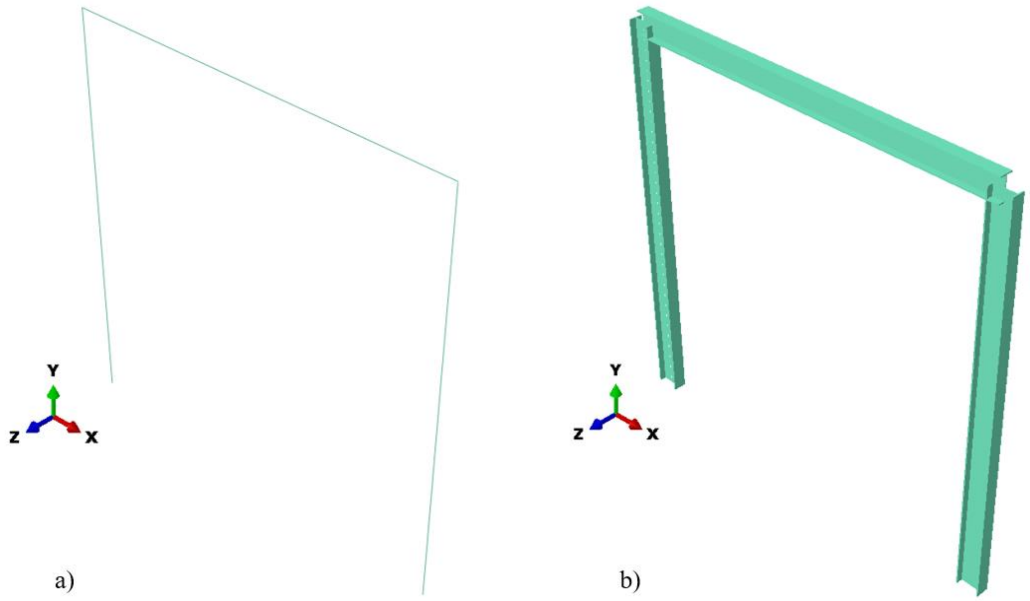
pri čemu u izrazu 3.48 W_y označava moment otpora i za IPE120 profil on iznosi, prema [11], 53000 mm^3. Nakon uvrštavanja vrijednosti u izraz 3.48 dobije se iznos maksimalnog naprezanja u nosaču,

$$\sigma_{\max} = 10,48 \text{ N/mm}^2. \tag{3.49}$$

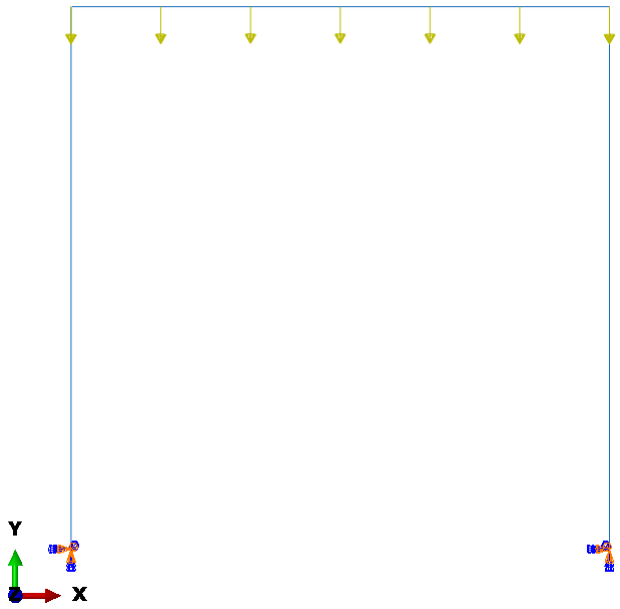
3.2.2. Numerička analiza s jednodimenzijskim grednim elementima

Kreiranju proračunskog modela pristupilo se tako da se u programskom paketu Abaqus® unutar modula *Part* izabrala opcija *Create Part* te se unutar otvorenog prozora izabralo pod *Modeling Space 2D Planar*, te pod *Base Feature* odabralo se *Wire*. Nakon toga se izradio jedan model sastavljen od tri grede, prema slici 3.15. Druga mogućnost je da se napravila svaka greda nosača zasebno pa da se onda u modulu *Assembly* odredio položaj jedne grede u odnosu na drugu te nakon toga u modulu *Interaction* definirali spojevi među gredama. Oba pristupa se mogu primijeniti neovisno o tome da li su poprečni presjeci greda jednaki ili ne. Postupak je jednak u oba slučaja, naravno ako imamo više različitih profila za svaki posebno treba kreirati poprečni presjek pa dodijeliti željenom stupu ili gredi, za razliku od ovoga primjera gdje su svi dijelovi nosača isti pa se izabire cijeli nosač te mu se dodjeljuje poprečni presjek. Prvi opisani način je lakši i brži za izvesti pa se stoga proračunski model za ovaj primjer, koji je prikazan na slici 3.22., napravio na taj način.

Nakon određivanja oblika poprečnog presjeka i njegovih dimenzija te definiranja svojstava materijala u modulu *Property*, pri čemu se za svojstva materijala unosi modul elastičnosti i Poissonov faktor koji su navedeni u 3.2.1., zadaju se rubni uvjeti i opterećenje. Opterećenje se zadalo opcijom *Line load* pri čemu se dodijelilo da na gredi koja spaja dva stupa djeluje kontinuirano opterećenje u iznosu od 2 N/mm. Dok su rubni uvjeti određeni uklještenjem na donjim dijelovima stupova. Za ovakav primjer koji se nalazi u jednoj ravnini, uklještenjem se označuje da su pomaci u smjeru osi *x* i *y* onemogućeni, dok su oko osi *z* onemogućeni kutevi zakreta. U programskom paketu uklještenje se zadalo tako da se pod U_1, U_2 i UR_3 stavilo da iznosi nula, pri čemu indeks 1 označava os *x*, indeks 2 os *y* i indeks 3 os *z*. Na slici 3.23. se nalazi prikaz proračunskog modela kojemu su dodijeljeni rubni uvjeti i opterećenje.



Slika 3.22. Proračunski model okvirnog nosača: a) okvirni nosač korišten za proračun, b) okvirni nosač prikazan opcijom *Render beam profiles*



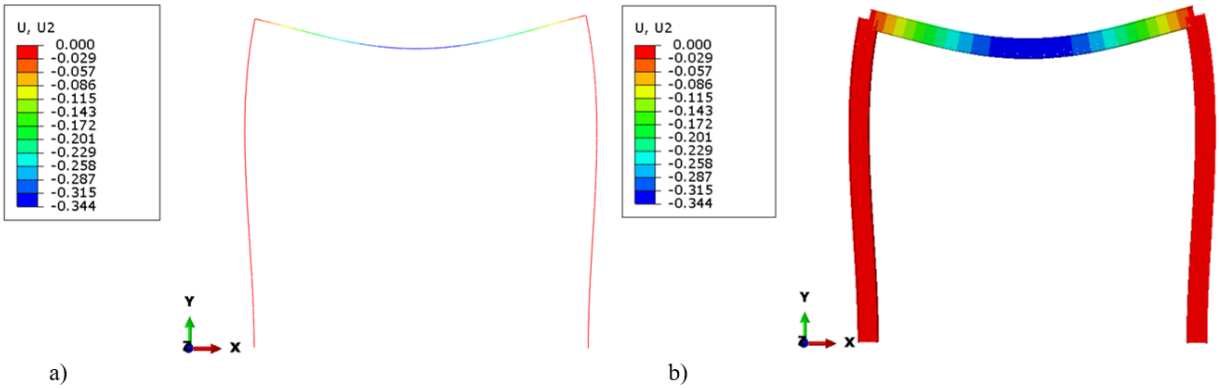
Slika 3.23. Proračunski model s dodijeljenim rubnim uvjetima i opterećenjem

Idući korak u procesu numeričke analize je diskretizacija proračunskog modela na veći broj konačnih elemenata. Numerička analiza provela se s dvije vrste konačnih elemenata, to su elementi B21 i B22 koji su više spomenuti u 2.2. U nastavku će se pokazati ovisnost progiba na sredini grede o broju konačnih elemenata te usporediti rješenja koja su dobivena s B21 i B22 elementima. Na slici 3.24. se nalazi diskretizirani okvirni nosač s četiri konačna

elementa tipa B22 po jednoj gredi, sveukupno 12 konačnih elementa za cijeli okvirni nosač. Crvenom bojom na slici 3.24. je označen jedan konačni element kako bi se mogao steći dojam o veličini konačnih elemenata.

Slika 3.24. Diskretizirani okvirni nosač

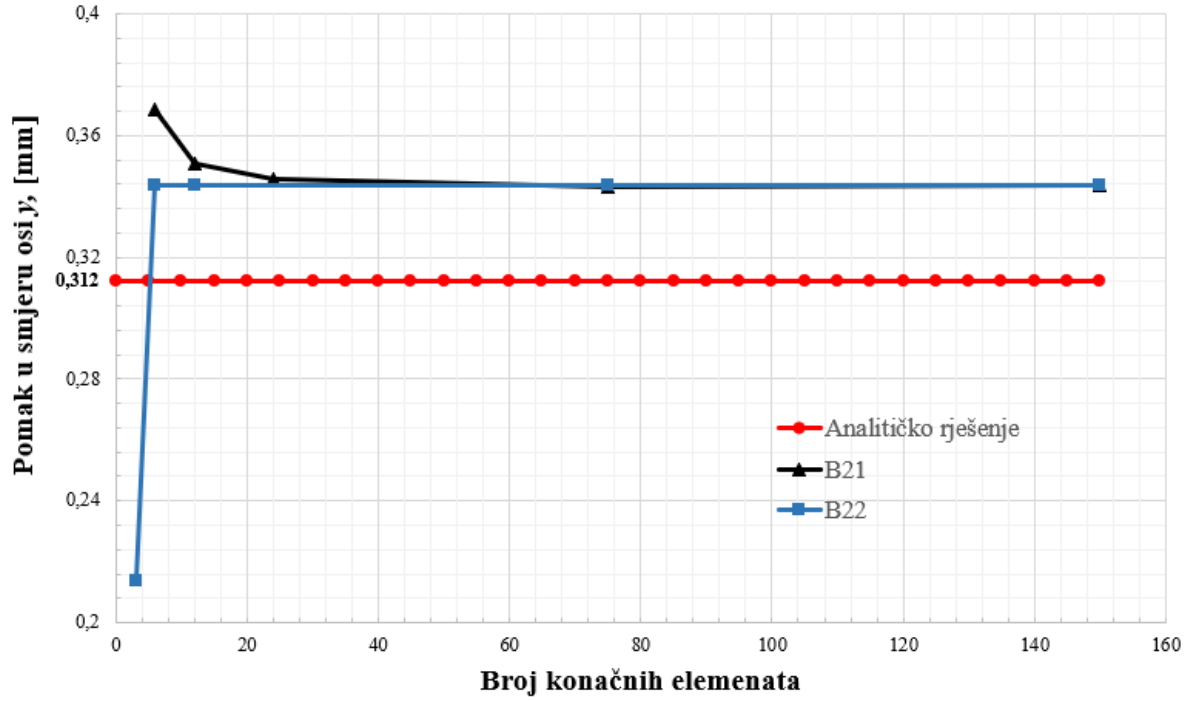
Kada su se unijeli svi potrebni podaci u program te kreirao model i odradile potrebne radnje na modelu, može se unutar modula *Job* provesti analiza. Prikaz rezultata za pomak u smjeru osi *y*, u mm, može se vidjeti na slici 3.25.



Slika 3.25. Pomak u smjeru osi *y* u mm

Na slici 3.25. a) se nalazi prikaz deformiranog oblika nosača dok na slici 3.25. b) je prikaz istog okvirnog nosača samo radi ljepšeg vizualnog prikaza s uključenom opcijom *Render beam profiles*. Kao što je uočljivo na slici 3.25. najveći pomak u smjeru osi *y* je na

sredini poprečne grede i iznosi 0,344 mm. Prema izrazu 3.47 analitičko rješenje pomaka u smjeru osi *y* na sredini poprečne grede iznosi 0,312 mm, što je prikazano na slici 3.26. Iz slike 3.26. je vidljiva konvergencija pojedinih jednodimenzijskih grednih elemenata k analitičkom rješenju pomaka na sredini poprečne grede. Kao i u prvom verifikacijskom primjeru bržu konvergenciju prema analitičkom rješenju postiže element B22, dok element B21 konvergira prema analitičkom rješenju ali s većim brojem konačnih elemenata nego element B22. Element B22 već sa šest konačnih elemenata konvergira, odnosno s dva konačna elementa po jednoj gredi.

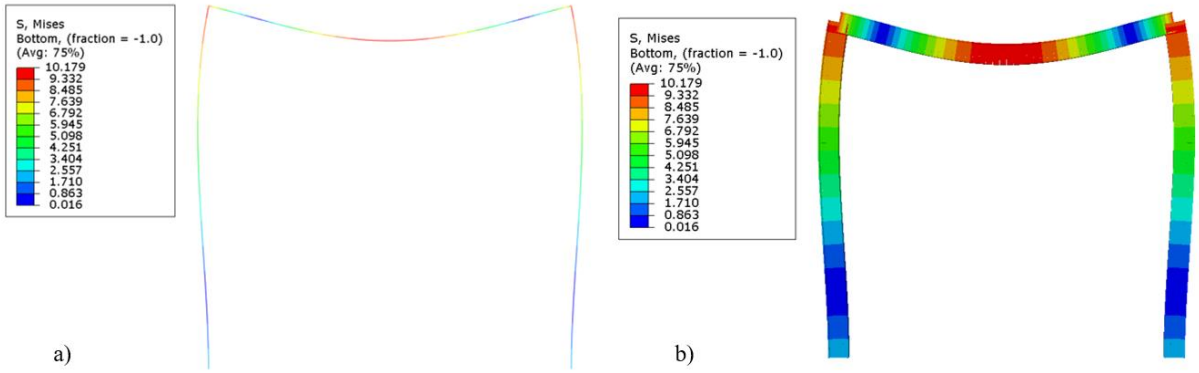


Slika 3.26. Konvergencija jednodimenzijskih grednih elemenata

Kao i u prvom verifikacijskom primjeru prilikom kreiranja proračunskog modela u programskom paketu Abaqus® učinila su se određena pojednostavljenja. Pojednostavljenja se odnose na to da se na proračunskom modelu nisu napravila zaobljenja na IPE profilu koja se mogu vidjeti na slici 3.1. Tako da bi razlika između analitičkog i numeričkog rješenja bila manja, odnosno numeričkom analizom bi dobili točnije i ispravnije rješenje. Razlika između analitičkog i numeričkog rješenja za pomak na sredini poprečne grede iznosi oko 9,36%.

Također postoji razlika u rezultatima koji su se dobili za naprezanje. Ekvivalentno naprezanje prema von Misesu koje se dobilo numeričkom analizom iznosi 10,18 N/mm^2, vidljivo na slici 3.27., što od analitičkog rješenja za maksimalno naprezanje odstupa za oko

3%. Isto kao i kod prvog primjera dobije se iznos naprezanja numeričkom analizom manji nego analitičkim izračunom a trebalo bi biti obrnuto. U ovom primjeru se neće vršiti provjera s 3D i ljuskastim elementima jer se očekuje da će krajnji zaključak biti isti kao i u prvom primjeru. Rezultati prikazani na slici 3.25. i 3.27. su se dobili korištenjem konačnih elemenata tipa B22, za analizu se koristilo 150 elemenata za cijeli okvirni nosač što je po pedeset konačnih elemenata po gredi.



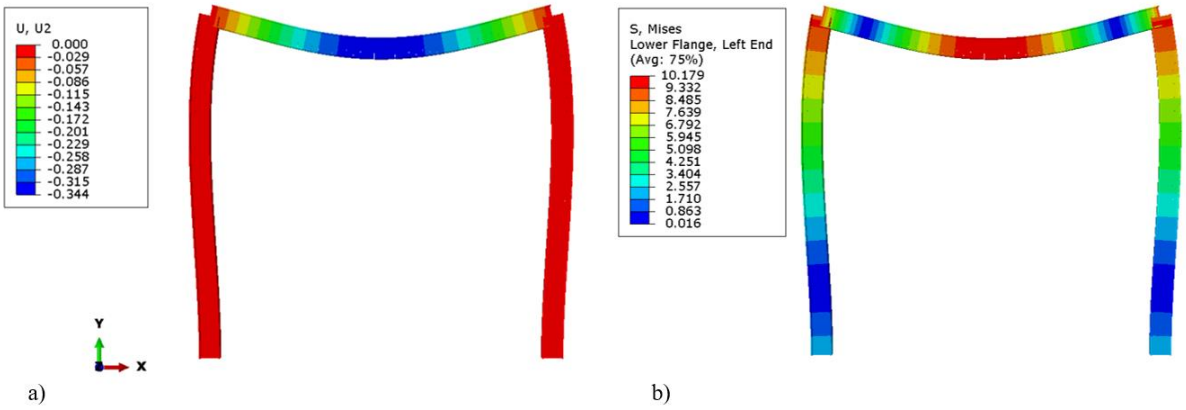
Slika 3.27. Ekvivalentno naprezanje po von Misesu u N/mm^2

3.2.3. Numerička analiza s trodimenzijskim grednim elementima

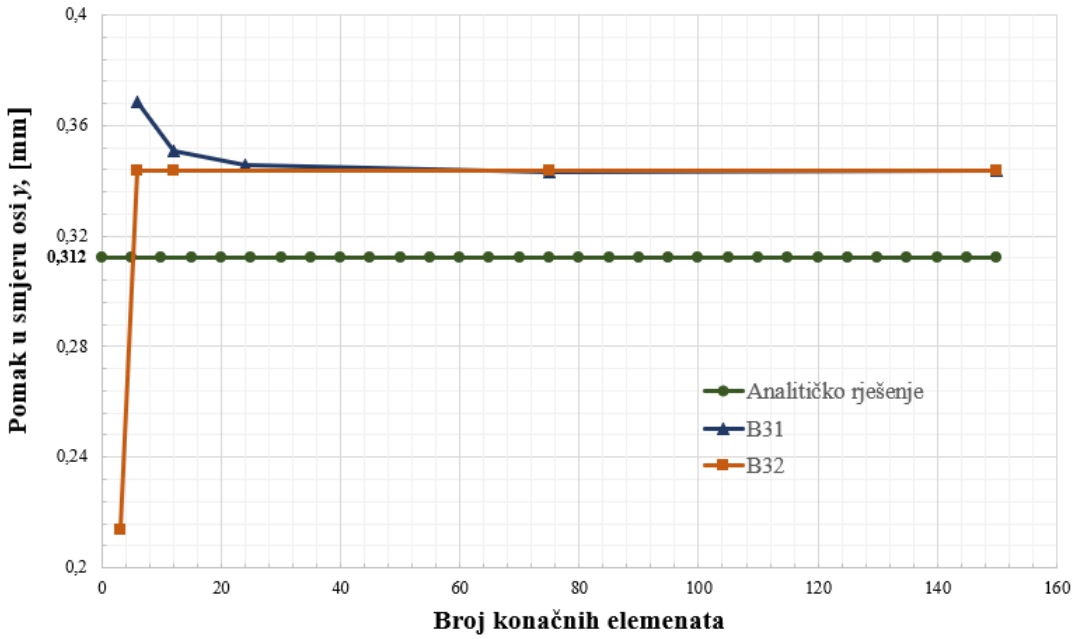
Numerička analiza nosive konstrukcije industrijske hale provedena je s trodimenzijskim grednim elementima, što će biti prikazano i pojašnjeno u nastavku u poglavlju 4. Ideja je bila da se analiza okvirnog nosača provede s jednodimenzijskim i trodimenzijskim grednim elementima kako bi se utvrdilo da li će za zadani primjer postojati kakva odstupanja u rezultatima između jednodimenzijskih i trodimenzijskih grednih elemenata.

Razlika prilikom analize s trodimenzijskim grednim elementima u odnosu na jednodimenzijske je u kreiranju modela. Prilikom kreiranja proračunskog modela za analizu s trodimenzijskim grednim elementima u modulu *Part* u izborniku *Create Part* pod opciju *Modeling Space* bira se 3D te pod *Base Feature* bira se *Wire*. Daljnji postupak je isti kao i kod jednodimenzijskih grednih elemenata što je opisano u poglavlju 3.2.2. Prilikom numeričke analize s trodimenzijskim grednim elementima koristili su se elementi tipa B31 i B32. Na slici 3.28. nalazi se prikaz pomaka u smjeru osi *y* i raspodjela ekvivalentnih naprezanja po von Misesu, tako se na slici 3.28. a) nalazi prikaz pomaka u smjeru osi *y* pri čemu se uočava da je najveća vrijednost na sredini poprečne grede i iznosi 0,344 mm kao i na

slici 3.25. Dok se na slici 3.28. b) nalazi raspodjela naprezanja u nosaču gdje je kao i na slici 3.27. iznos najvećeg naprezanja na sredini poprečne grede i iznosi 10,18 N/mm^2. Kao i u poglavlju 3.2.2 rezultati prikazani na slikama su se dobili provedbom analize sa sto i pedeset konačnih elemenata za cijeli okvirni nosač. Na slici 3.29. se nalazi dijagram konvergencije trodimenzijskih grednih elemenata prema analitičkom rješenju pomaka u smjeru osi *y* na sredini poprečne grede. Usporedbom dijagrama sa slike 3.29. i 3.26. može se uočiti da su rezultati koji su se dobili identični primjenom jednodimenzijskih i trodimenzijskih grednih elemenata. Stoga, za zadani primjer nema razlike u rezultatima prilikom korištenja jednodimenzijskih i trodimenzijskih grednih elemenata, što je bilo i očekivano.



Slika 3.28. Okvirni nosač: a) pomak u smjeru osi *y* u mm i b) raspodjela ekvivalentnih naprezanja po von Misesu u N/mm^2

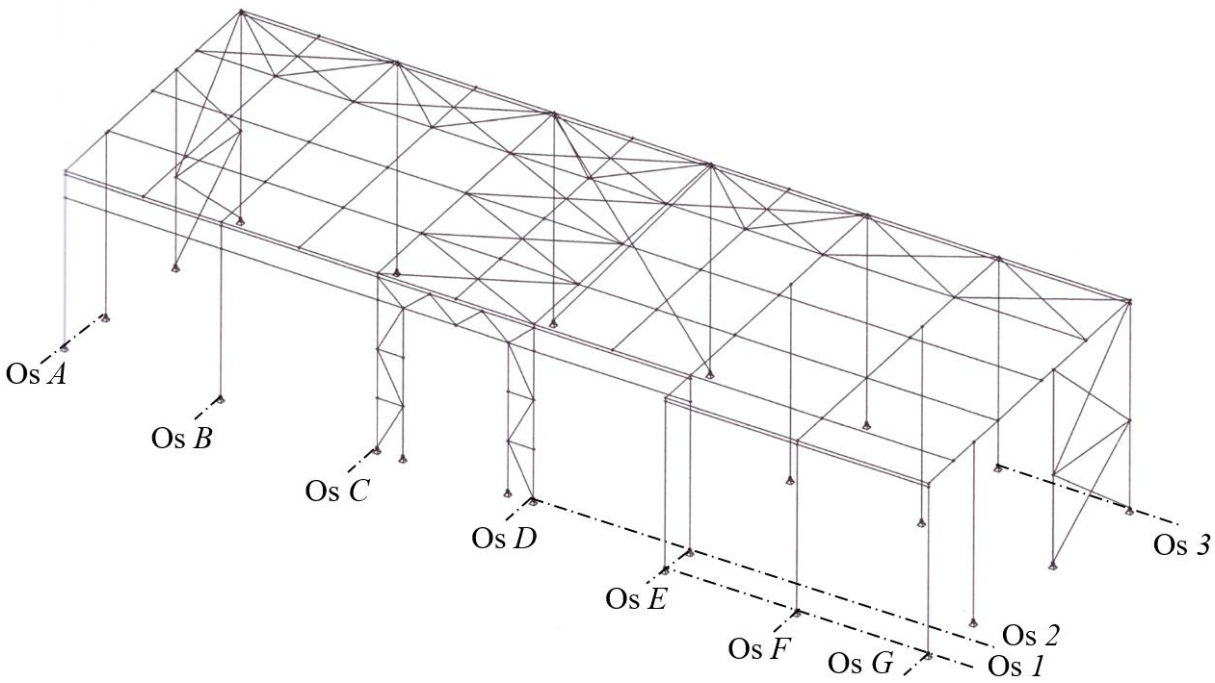


Slika 3.29. Konvergencija trodimenzijskih grednih elemenata

4. NUMERIČKA ANALIZA NOSIVE KONSTRUKCIJE INDUSTRIJSKE HALE

Kao što je ranije spomenuto u 1.5 provedena je numerička analiza nosive konstrukcije postojeće građevine pa su podaci za provođenje analize uzeti iz projekta [8]. Analiza će se provesti korištenjem programskog paketa Abaqus® gdje će se nastojati ispitati čvrstoća konstrukcije s obzirom na različita opterećenja koja djeluju na nju pri čemu će se pratiti utjecaj pojedinog opterećenja na pomak i naprezanje konstrukcije.

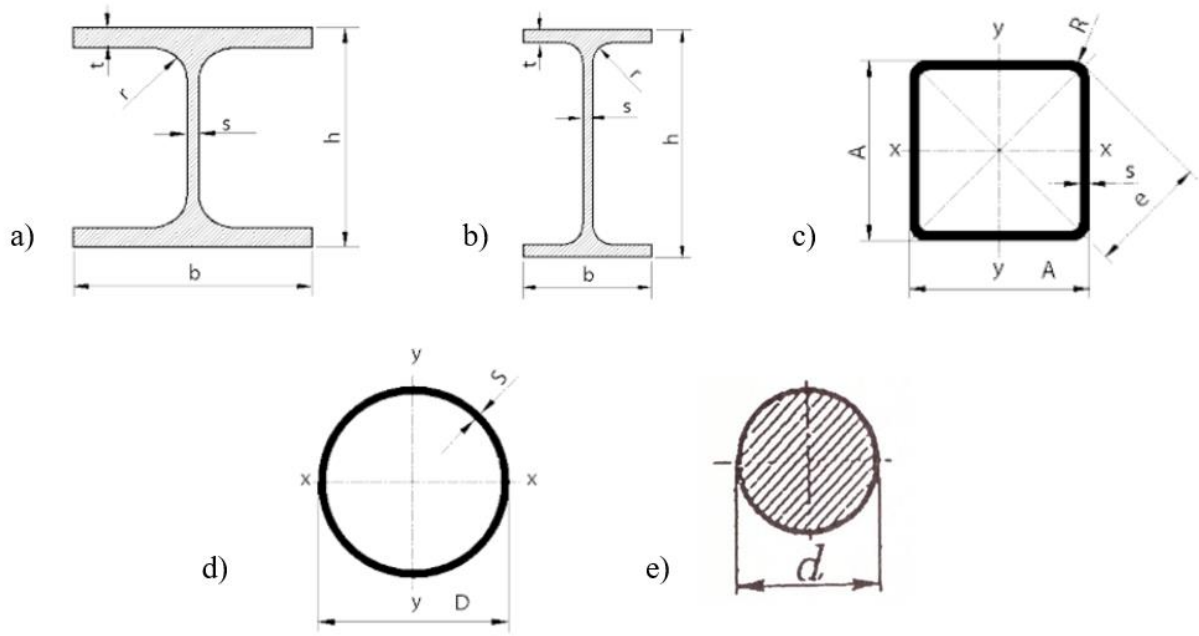
Početni korak u numeričkoj analizi je kreiranje proračunskog modela. Proračunski model konstrukcije se izvršio kreiranjem modela u Abaqusu®. Proračunski model se izradio prema proračunskoj shemi iz [8] koja je prikazana na slici 4.1.



Slika 4.1. Proračunska shema nosive konstrukcije [8]

U programskom paketu Abaqus® proračunski model se izradio tako da se u modulu *Part* unutar opcije *Create Part* odabire pod *Modeling Space* 3D te pod *Base Feature* se odabire *Wire*. Proces modeliranja započinje kreiranjem stupova koji se nalaze na osi *3* čime ti stupovi postaju polazišne točke prilikom modeliranja jer se tada svi ostali dijelovi konstrukcije nadograđuju prilikom modeliranja na te stupove. Na slici 4.2. se nalazi prikaz poprečnih presjeka različitih profila koji su se koristili za izgradnju nosive konstrukcije industrijske hale

kako bi se mogli vizualno dočarati presjeci profila. Na slici 4.2. a) se nalazi prikaz HEA profila, na slici 4.2. b) IPE profila, na c) je prikazan kvadratni VHP profil, d) čelična cijev te e) čelična šipka. Dok se u tablici 4. nalaze dimenzije pojedinih poprečnih presjeka kako bi se stekao dojam o veličini pojedinih poprečnih presjeka u odnosu na druge.



Slika 4.2. Profili korišteni za izradu nosive konstrukcije [10]

Razlog zašto su stupovi nosive konstrukcije izrađeni iz profila HE180A može se vidjeti u tablici 4. Ako se pogledaju karakteristike poprečnih presjeka može se uočiti da profil HE180A ima manju samo visinu od profila IPE220, dok su mu ostale sve karakteristike veće. U tablici nisu navedeni momenti inercije pojedinih presjeka ali će se radi usporedbe spomenuti ovdje i to za HE180A i IPE220 profil. Moment inercije oko osi *y* za profil HE180A iznosi 25100000 mm^4, dok za profil IPE220 iznosi 27700000 mm^4. Usporedbom momenata inercije oko osi *y* za prethodno navedena dva profila može se uočiti da postoje male razlike. Stoga kada bi se svi stupovi izradili iz profila IPE220 vjerojatno ne bi došlo do velikih promjena s obzirom na čvrstoću nosive konstrukcije, no vjerojatno bi došlo do određenih promjena vezano za dimenzije konstrukcije ovisno o tome za koju namjenu se projektira konstrukcija te koje dimenzije konstrukcije su bitne a koje ne. Za halu manjih dimenzija, kao što je ova, vjerojatno da u konačnici utječe svaka razlika u dimenzijama profila na dimenzije cijele konstrukcije. Ako se povećaju dimenzije konstrukcije samim time povećavaju se i troškovi konstrukcije. Stoga prilikom projektiranja osim čvrstoće treba paziti i na dimenzije profila te cijelu konstrukciju napraviti tako da se po mogućnosti dobije

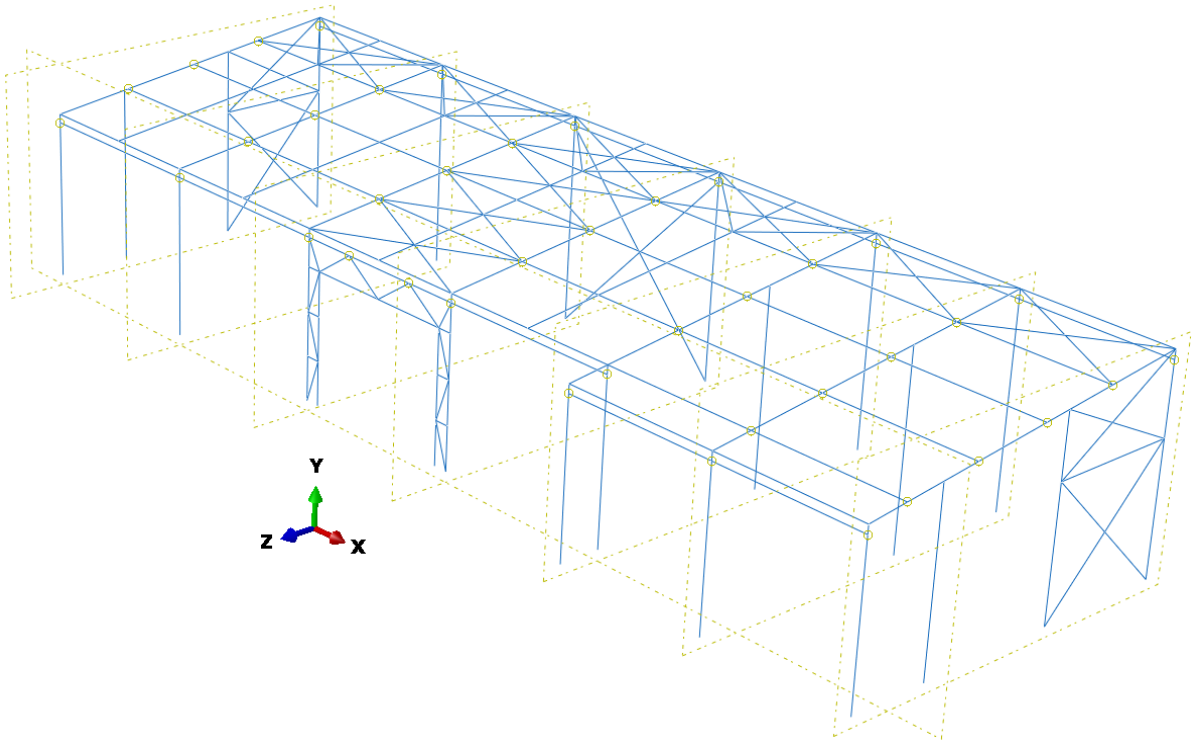
optimalni omjer čvrstoće i dimenzija profila, no optimizacija nosive konstrukcije nije predmet razmatranja ovoga rada, već provjera čvrstoće nosive konstrukcije, pa se dalje u radu neće razmatrati.

Tablica 4. Karakteristike poprečnih presjeka

Karakteristike / **Profil**	Visina, *h* [mm]	Širina, *b* [mm]	Debljina horizontalni dio, *t* [mm]	Debljina vertikalni dio, *s* [mm]	Radijus, *r* [mm]	Površina, *A* [mm^2]
HE180A	171	180	9,5	6	15	4525
HE100A	96	100	8	5	12	2124
IPE220	220	110	9,2	5,9	12	3340
IPE120	120	64	6,3	4,4	7	1320
VHP80/80x4	80	80	-	4	6	1200
VHP40/40x3	40	40	-	3	4,8	460
Čelična cijev	-	-	-	2,6	16,85	254
Čelična šipka	-	-	-	-	10	314,16

Ostali dijelovi konstrukcije su modelirani tako da se prvo kreirala ravnina, zamisli se os *y* koja se proteže okomito na ravninu u kojoj se nalaze osi od *A* do *G* te osi od *1* do *3*, tako se za os *A* i os *y* kreira ravnina *Ay*. Radi lakšeg shvaćanja ranije opisanog načina na koji se kreiraju ravnine, na slici 4.3. nalazi se prikaz svih ravnina koje su se koristile za izradu proračunskog modela. Dalje se na vrhu programskog sučelja bira padajući izbornik *Shape* unutar kojega se odabire *Wire* pa zatim *Sketch* te se nakon toga u određenoj ravnini kreiraju dijelovi nosive konstrukcije. Zatege i sekundarni nosači su modelirani tako da se u padajućem izborniku *Shape* odabire *Wire* pa zatim opcija *Point to Point* te bira početna i krajnja točka između kojih se želi kreirati dio nosača odnosno zatege. Prije nego su kreirane zatege i sekundarni nosači bilo je potrebno nadomjestiti točke koje nedostaju kako bi se spajanjem od točke do točke mogli kreirati ti dijelovi nosive konstrukcije. Točke su kreirane tako da su se unosili parametri, a parametri su se odnosili na to koliko je udaljena točka koja se kreira od početka elementa konstrukcije na kojemu se točka kreira. Prije unošenja parametara prvo je bilo

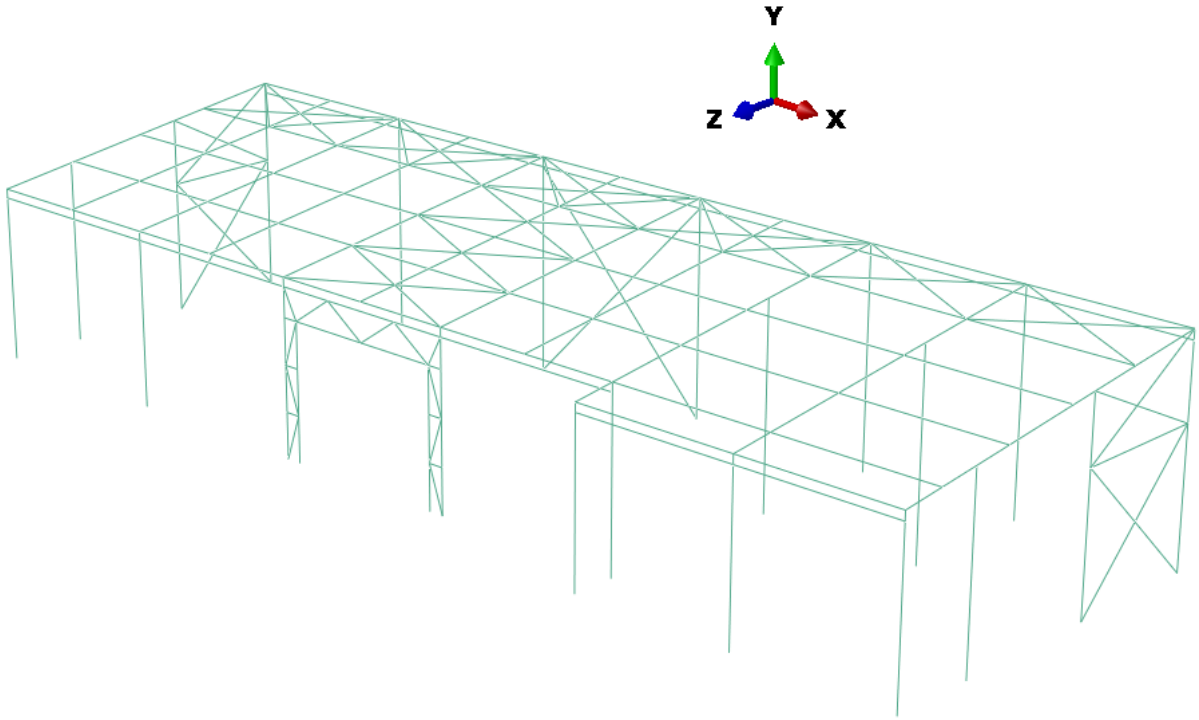
potrebno „ručno“ odrediti iznos tih parametara pa tek onda ih unositi u program. Tako se na slici 4.3. nalazi prikaz svih točaka koje su kreirane radi potrebe izrade modela nosive konstrukcije.



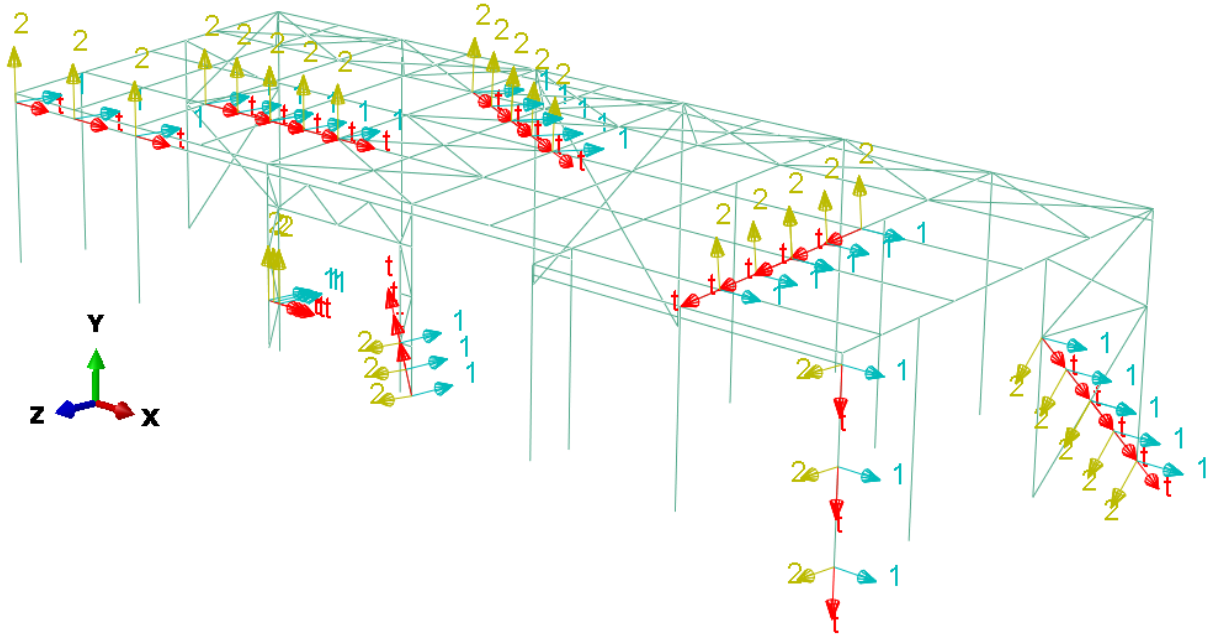
Slika 4.3. Kreirane ravnine i točke za izradu proračunskog modela

Na slici 4.4. se nalazi prikaz proračunskog modela nosive konstrukcije koji se koristio za numeričku analizu. Kreiranjem proračunskog modela potrebno je u modulu *Property* dodijeliti karakteristike materijala i poprečnih presjeka pojedinih profila. Materijal nosive konstrukcije je opći konstrukcijski čelik koji ima modul elastičnosti 210000 N/mm^2 te Poissonov faktor 0,3, treba napomenuti kako to vrijedi za sve dijelove nosive konstrukcije koji se koriste u ovome radu. Potrebno je kreirati te definirati karakteristike svakog pojedinog presjeka profila koji se koristi u konstrukciji te nakon toga svaki profil dodijeliti potrebnom stupu ili nosaču ovisno o tome kakav je raspored na stvarnoj konstrukciji. Bitna stvar za provođenje numeričke analize i dobivanja ispravnih rezultata je pravilno određivanje orijentacije poprečnog presjeka. Orijentacija poprečnog presjeka se vrši unutar modula *Property* pod opcijom *Assign Beam Orientation* na način da se usmjeri os *n1* unošenjem vektora koji predstavlja smjer osi *n1* u programskom paketu Abaqus® pri čemu se os *n1* poklapa s osi *y* poprečnog presjeka kao što je prikazano na primjeru IPE120 profila na slici

3.1. Vektor smjera osi *n1* se određuje unošenjem koordinata *x*, *y* i *z*. Na slici 4.5. se nalazi prikaz orijentacije pojedinih poprečnih presjeka.

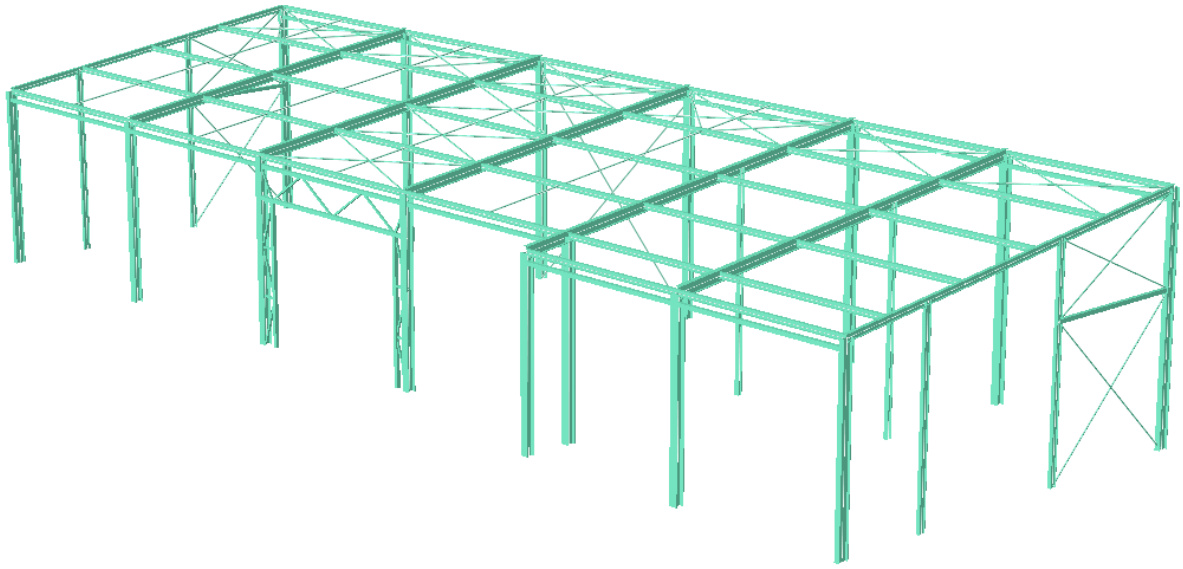


Slika 4.4. Proračunski model nosive konstrukcije



Slika 4.5. Orijentacija poprečnih presjeka

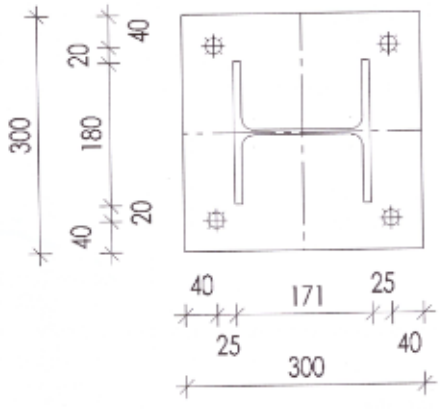
Na slici 4.6. se nalazi prikaz proračunskog modela nosive konstrukcije s uključenom opcijom *Render beam profiles*, tako se postiže bolji vizualni prikaz nosive konstrukcije koji je blizak stvarnoj konstrukciji te se može uočiti da li su poprečni presjeci profila orijentirani pravilno.



Slika 4.6. Proračunski model nosive konstrukcije – prikaz opcijom *Render beam profiles*

Važan postupak za diskretizaciju proračunskog modela je odabir u modulu *Assembly* pod opcijom *Create Instance* da li će proračunski model biti *Dependent* ili *Independent*. To se odnosi na to da li će se tijekom diskretizacije modela, odnosno cijeloga sklopa, izvršiti kreiranje mreže konačnih elemenata istovremeno na cijelom modelu što se postiže odabirom opcije *Dependent* ili će se posebno odabirati svaki pojedini dio sklopa te će se na njemu kreirati mreža konačnih elemenata što se postiže odabirom opcije *Independent.* Kako se model nosive konstrukcije u ovom radu napravio tako kao da je to jedan dio onda se jedino može odabrati opcija *Dependent* jer su pojedini dijelovi nosive konstrukcije već zavisni jedni od drugih i ne može ih se rastaviti na pojedine dijelove. Drugi način bi bio kada bi se radio model svake pojedine grede i stupa te kada bi ih se onda spajalo na način da bi se u modulu *Assembly* odredio položaj pojedinih dijelova u konstrukciji te onda u modulu *Interaction* određivao tip veze između pojedinih dijelova konstrukcije, na taj način bi se moglo birati da li se želi kreirati mreža konačnih elemenata za cijelu konstrukciju odjednom ili za svaki pojedini dio konstrukcije zasebno. Primjena oba postupka je ispravna te će krajnji rezultat biti isti, ali je za provođenje analize nosive konstrukcije u radu bolji prvi opisani način jer je brži i jednostavniji za kreirati.

Dalje je potrebno kreirati rubne uvjete i opterećenja koja djeluju na nosivu konstrukciju. Za rubne uvjete postavlja se uklještenje na svim stupovima i to na njihovom „slobodnom“ kraju što se može uočiti na slici 4.4. Uklještenje se postavlja kao rubni uvjet jer su stupovi povezani sa podlogom vijcima, stopalo stupova zajedno sa provrtima za vijke može se vidjeti na slici 4.7.



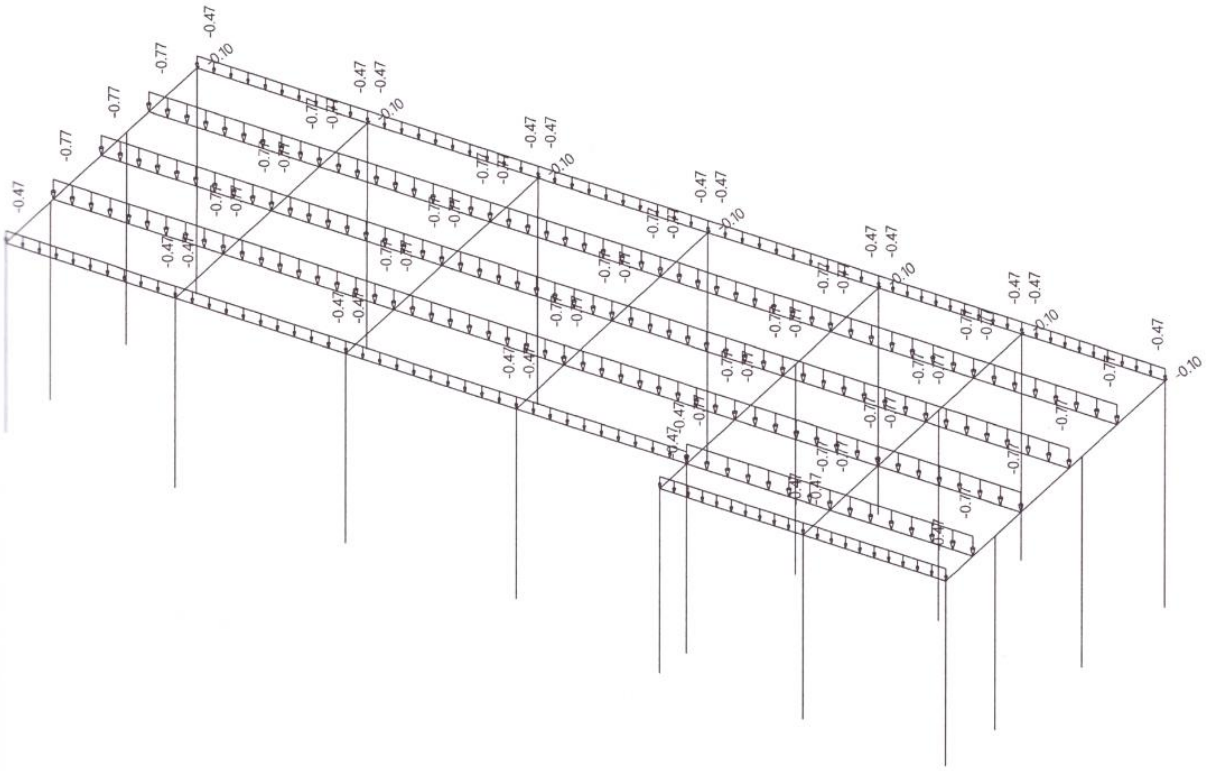
Slika 4.7. Stopalo stupova [8]

Uklještenje predstavlja onemogućenje pomaka u smjeru sve tri osi, tj. osi *x*, *y* i *z*, te onemogućenje kuta zakreta oko sve tri osi. U programskom paketu Abaqus® uklještenje se definira tako da se vrijednost pomaka ograniči na nula, tj. $U_1 = U_2 = U_3 = 0$, te također vrijednost kuteva zakreta, $UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$. Na slici 4.8. se nalazi prikaz opterećenja uslijed vlastite težine konstrukcije i instalacija prema [8], prema kojemu su se kreirala opterećenja u programskom paketu. Kao što se može vidjeti na slici 4.8. opterećenje je izraženo kao linijsko opterećenje na sekundarne nosače odakle se prenosi na ostatak konstrukcije. Prva analiza se provodi samo s opterećenjem uslijed vlastite težine i instalacija kako bi se utvrdila stalna naprezanja u konstrukciji, za razliku od naprezanja koja nastaju od povremenih opterećenja kao što su snijeg i vjetar.

U nastavku rada će biti provedene tri analize pri čemu će se samo mijenjati opterećenja dok će sve ostalo do sada navedeno u radu ostati isto. Razlog tomu je kako bi se ispitala čvrstoća konstrukcije kada konstrukcija nije opterećena uslijed određenih vanjskih utjecaja te se u tom slučaju utvrđuju stalna naprezanja u nosivoj konstrukciji. Nakon toga se provjerava čvrstoća konstrukcije u najopterećenijim slučajevima, prvi takav slučaj nastaje uslijed snijega i tlaka vjetra dok drugi slučaj nastaje uslijed snijega i odizanja vjetra. Kao što je ranije u radu spomenuto, shema opterećenja se preuzela iz građevinskog projekta nosive konstrukcije gdje postoji cijeli proračun pojedinih stupova, prečki i sekundarnih nosača. No u

radu ti postupci određivanja neće biti prikazani jer nisu potrebni za provedbu numeričke analize.

4.1. Analiza s opterećenjem uslijed vlastite težine i težine instalacija

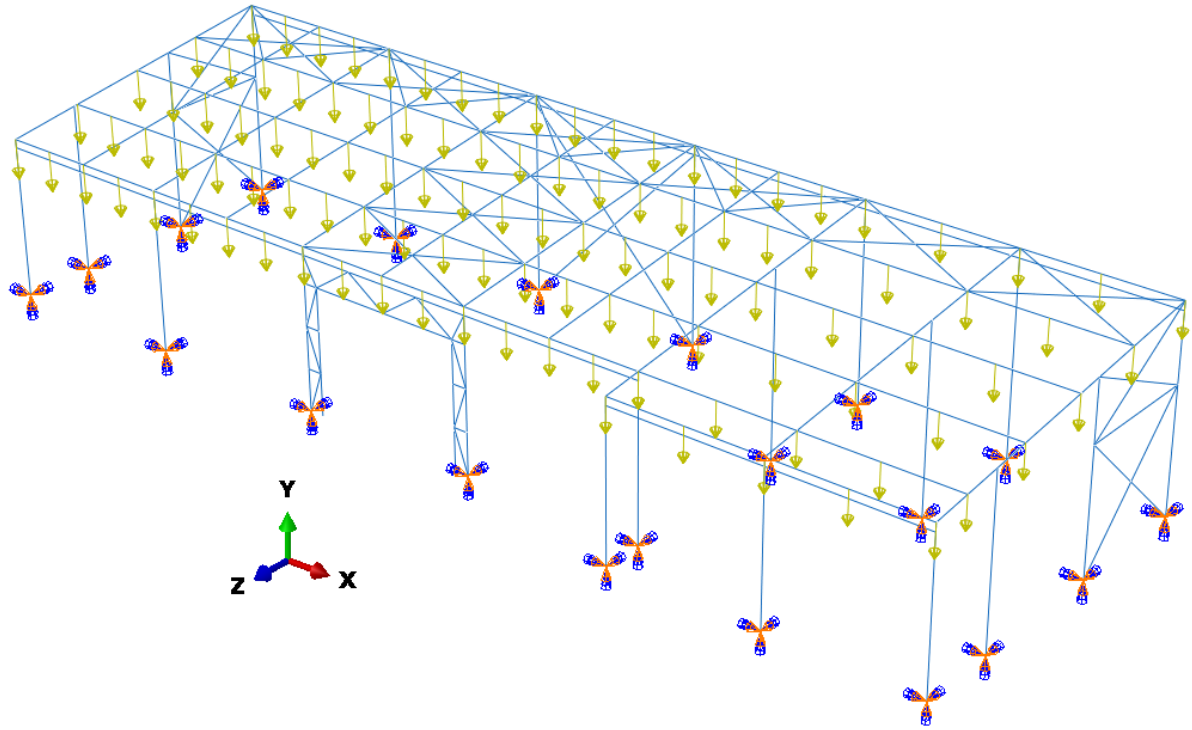


Slika 4.8. Opterećenje uslijed vlastite težine i instalacija [8]

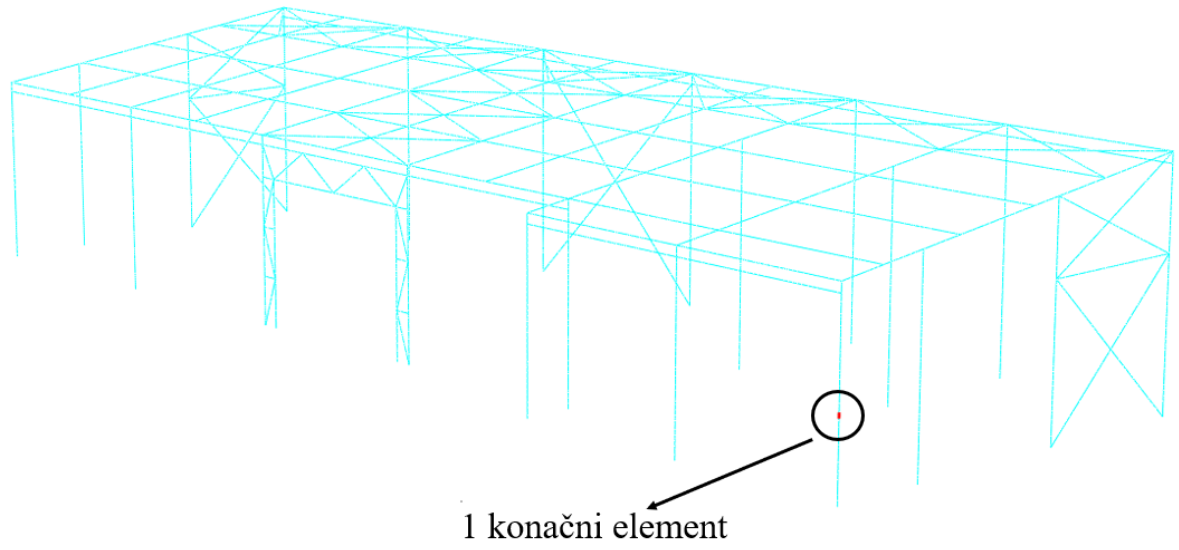
Na slici 4.9. se nalazi prikaz u programskom paketu rubnih uvjeta i opterećenja uslijed vlastite težine konstrukcije i instalacija.

Potrebno je izvršiti diskretizaciju proračunskog modela na veći broj konačnih elemenata kako bi se mogli izračunati pomaci i naprezanja u nosivoj konstrukciji hale. Za ovu analizu su se koristili trodimenzijski gredni elementi višega reda koji su u programskom paketu označeni kao B32 te je za potrebe analize proračunski model diskretiziran s 5489 elemenata. Razlog zašto su odabrani konačni elementi B32 je taj što se u drugom verifikacijskom primjeru utvrdilo da su za analizu kompatibilniji elementi višega reda u odnosu na osnovne gredne elemente jer su gredni elementi višeg reda brže konvergirali prema analitičkom rješenju te je bio potreban manji broj elemenata za postizanje konvergencije čime se smanjuje broj potrebnih konačnih elemenata za analizu a samim tim ubrzava se analiza i

smanjuju zahtjevi za procesor računala. Na slici 4.10. nalazi se prikaz diskretiziranog proračunskog modela s 5489 elemenata, kao što je ranije spomenuto. Crvenom bojom na slici 4.10. je prikazan jedan konačni element kako bi se mogla vidjeti veličina konačnih elemenata u odnosu na veličinu elemenata nosive konstrukcije.



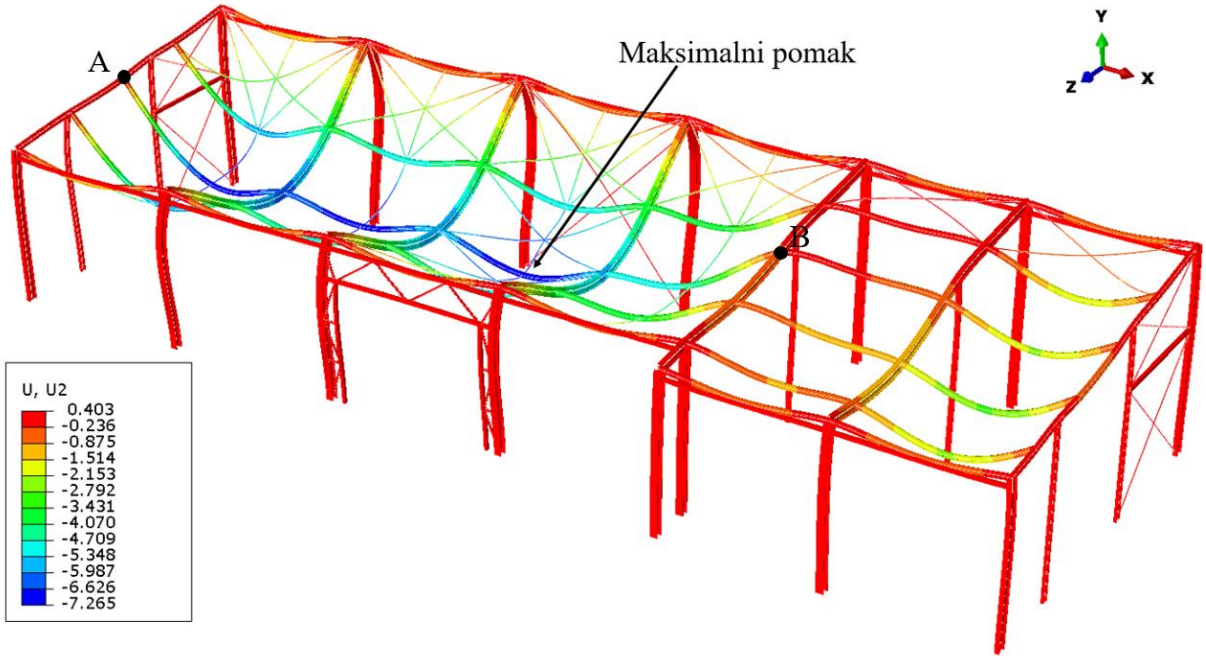
Slika 4.9. Rubni uvjeti i opterećenje uslijed vlastite težine i instalacija



Slika 4.10. Diskretizirani proračunski model nosive konstrukcije

Nakon kreiranja modela i provođenja cijelog procesa potrebnog za kreiranje analize, mogu se prikazati rezultati analize u postprocesoru. Analizom se razmatraju pomaci u smjeru

osi *y* te ekvivalentna naprezanja po Von Misesu. Cilj je utvrditi koji dijelovi konstrukcije hale su s obzirom na određenu vrstu opterećenja najopterećeniji te kako bi se utvrdila čvrstoća konstrukcije. Prva analiza, kao što je ranije spomenuto, je provedena s opterećenjem uslijed vlastite težine nosive konstrukcije i instalacija dok će u daljnjem dijelu rada još biti uzeto u obzir opterećenje od snijega i vjetra. Na slici 4.11. se nalazi prikaz pomaka nosive konstrukcije u smjeru osi *y* u mm.

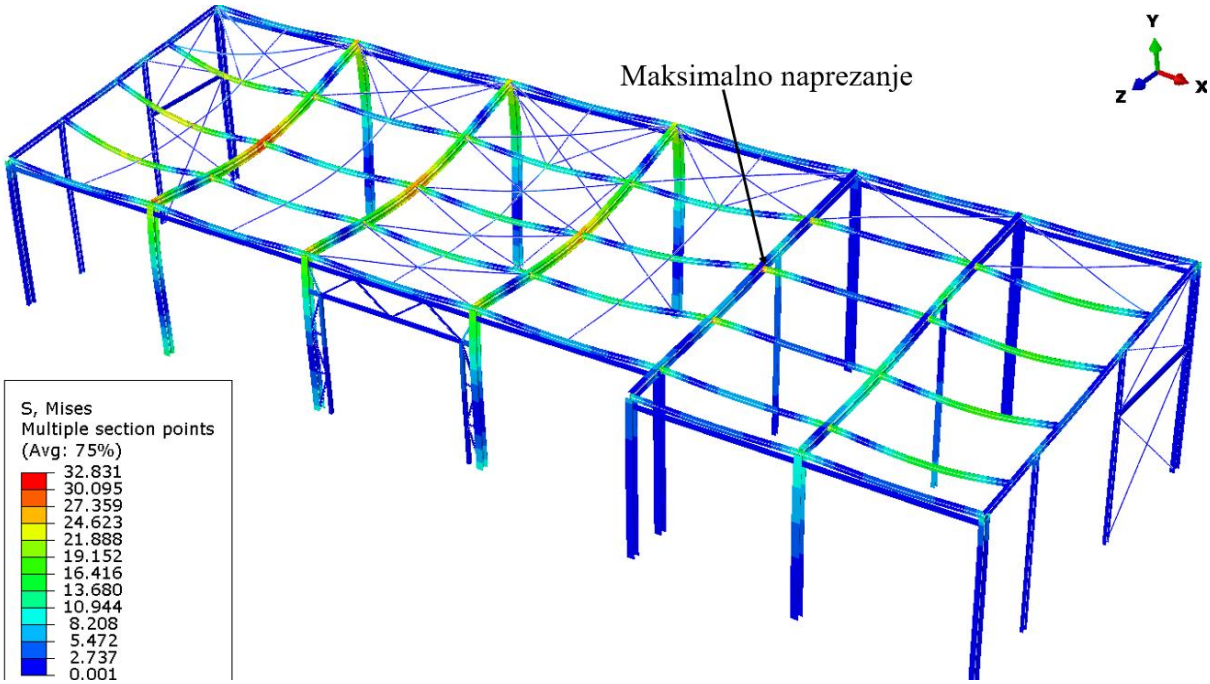


Slika 4.11. Pomak u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine i težine instalacija

Na slici 4.11. je označeno mjesto maksimalnog pomaka uslijed ovakvog slučaja opterećenja i iznosi 7,3 mm. Treba napomenuti da je prikaz pomaka na slici 4.11. prikazan s uvećanjem od 100 puta radi jasnijeg i lakšeg predočavanja pomaka nosive konstrukcije.

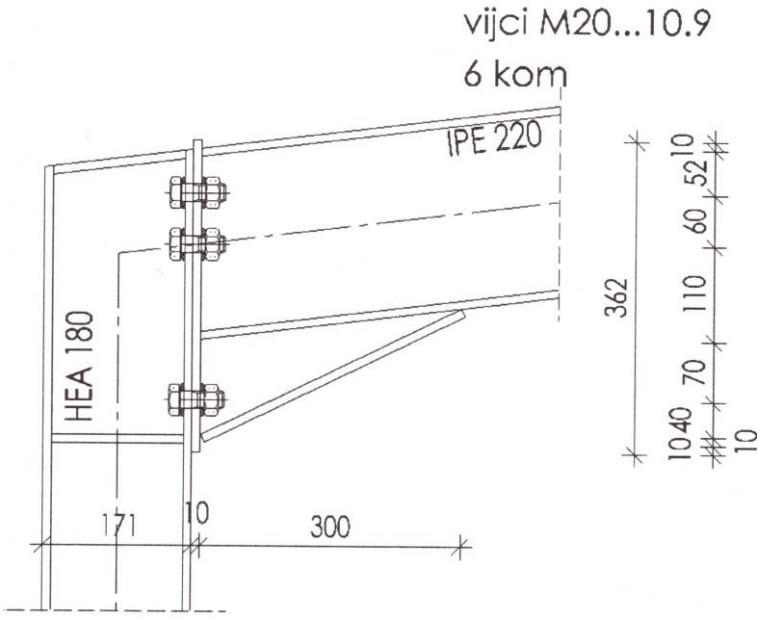
Na slici 4.12. se nalazi prikaz raspodjele ekvivalentnih naprezanja po von Misesu u nosivoj konstrukciji. Maksimalno naprezanje se nalazi na mjestu spoja sekundarnog nosača i prečke, kao što je označeno na slici 4.12., i iznosi 32,8 MPa. Ako se uzme u obzir da je nosiva konstrukcija izrađena od općeg konstrukcijskog čelika koji ima granicu tečenja od 225 MPa može se utvrditi da u ovom slučaju opterećenja faktor sigurnosti iznosi 6,86. Treba naglasiti da se ovakvom vrstom analize ne može točno odrediti mjesto u spoju na kojem se javljaju maksimalna naprezanja. Ovakva vrsta analize, kao što je u radu s grednim elementima, služi kako bi se ispitala čvrstoća nosive konstrukcije i kako bi se mogla uvidjet maksimalna naprezanja i utvrditi na kojima mjestima na konstrukciji se pojavljuju. Kada bi se željelo

odrediti na kojem točno mjestu u spoju se javljaju maksimalna naprezanja trebao bi drugačiji pristup u modeliranju nosive konstrukcije.



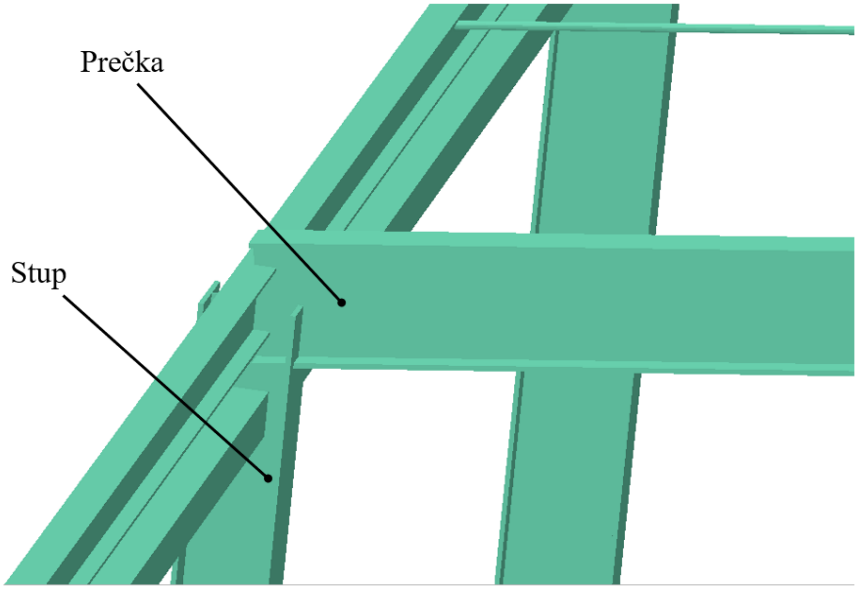
Slika 4.12. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja u nosivoj konstrukciji, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine i težine instalacija

Na slici 4.13. se nalazi prikaz kako izgledaju spojevi nosive konstrukcije između stupa i prečke, ujedno kada bi se željelo odrediti mjesta maksimalnih naprezanja u spoju tada bi bilo potrebno prilikom modeliranja konstrukcije izraditi model spojeva prema slici 4.13.



Slika 4.13. Spoj stupa i prečke nosive konstrukcije [8]

Za razliku od prikaza spoja sa slike 4.13., na slici 4.14. se nalazi prikaz spoja stupa i prečke koji su nastali modeliranjem kao što je objašnjeno prethodno u radu.

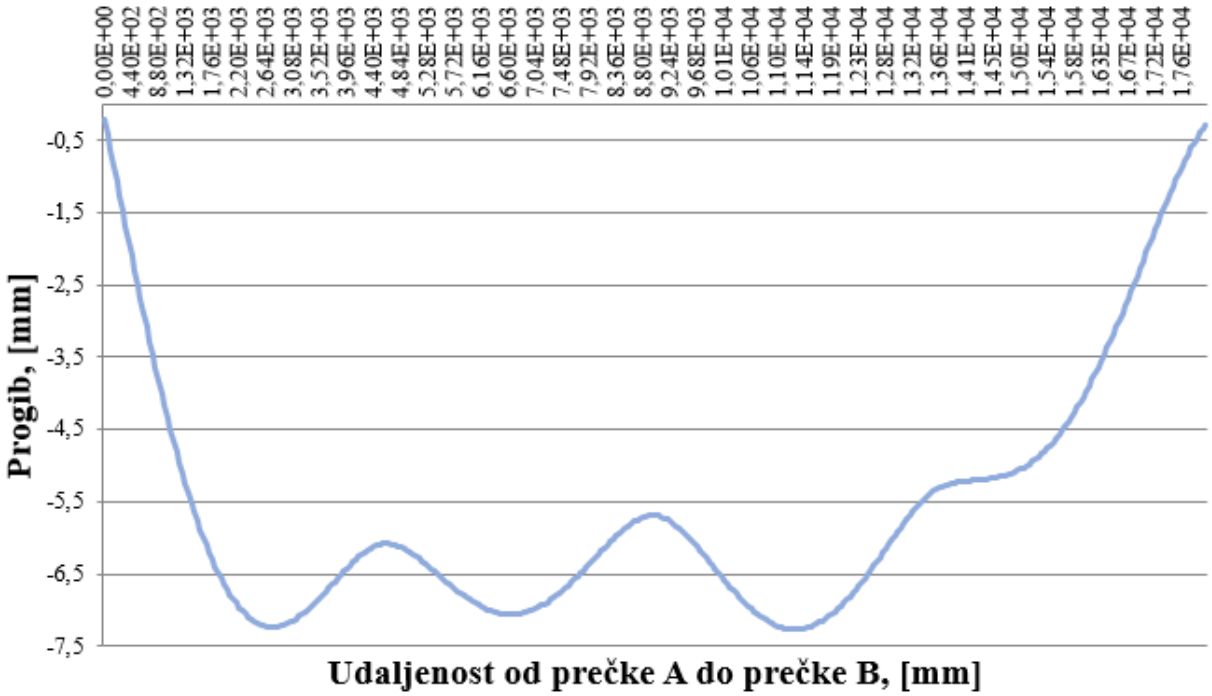


Slika 4.14. Prikaz spoja stupa i prečke u Abaqusu®

Kao što se može vidjeti na slici 4.14. prikaz spoja nije detaljan, kao onaj na slici 4.13. te se može uočiti da jedan dio konstrukcije ulazi u drugi, razlog tomu je što Abaqus® prikazuje elemente konstrukcije od čvora do čvora pa se iz toga razloga događa da se elementi konstrukcije isprepleću u točki gdje se spajaju čvorovi. Prikaz sa slike 4.14. za ovakav način modeliranja u Abaqusu® služi isključivo za prikaz, dok se za analizu koristi model sa slike 4.4. U slučaju detaljnog prikaza spojeva i određivanja naprezanja na točnom mjestu u spoju, konstrukcija bi se trebala modelirati unutar modula *Part* s opcijom *Create Part* te pod naredbe unutar opcije postaviti za *Modeling Space* 3D te za *Base Feature* postaviti *Solid* te bi se tada u programskom paketu Abaqus® kreirao detaljno svaki dio konstrukcije, to je jedan od načina. Drugi način bi bio da se kreira model u programskom paketu Solidworks, ili nekom drugom te da se korištenjem *Solidworks Associative Interface* kreirani model u Solidworksu prebaci u Abaqus®. Nakon toga se rade potrebni postupci na proračunskom modelu s time da se za diskretizaciju proračunskog modela koriste 3D elementi. Ovakvim pristupom se kreira detaljni model nosive konstrukcije koji je realni prikaz stvarne konstrukcije te se u tom slučaju mogu odrediti mjesta s najvećim naprezanjima u spoju. Ovakav pristup se ne razmatra u ovome radu jer cilj rada nije utvrđivanje točnog mjesta s najvećim naprezanjem, već utvrđivanje čvrstoće konstrukcije i provjera naprezanja u konstrukciji. Zbog toga je pristup s korištenjem grednih elemenata bolji od onoga s korištenjem 3D elemenata jer se štedi vrijeme

prilikom modeliranja nosive konstrukcije ali se također štedi vrijeme koje je potrebno računalu za izračun.

Na slici 4.15. je prikazana promjena progiba sekundarnog nosača nosive konstrukcije i to od točke A do točke B prema prikazu sa slike 4.11.



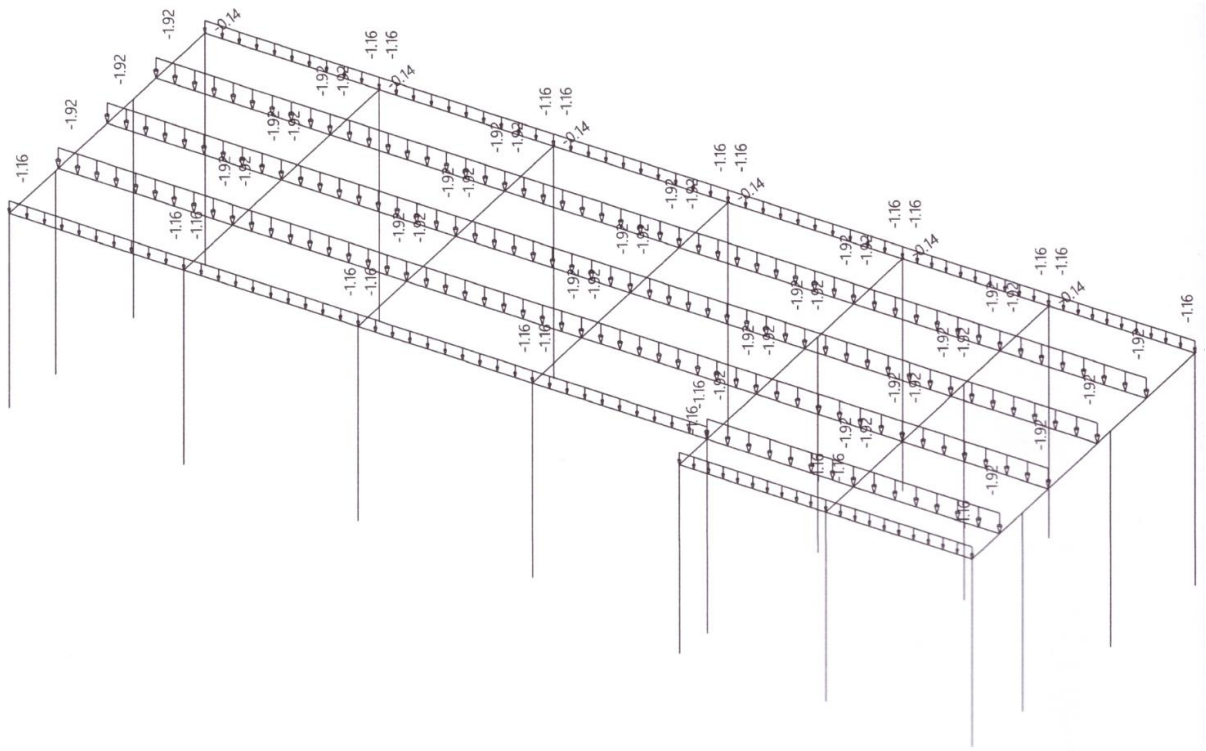
Slika 4.15. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine i težine instalacija

4.2. Analiza s opterećenjem uslijed snijega i tlaka vjetra

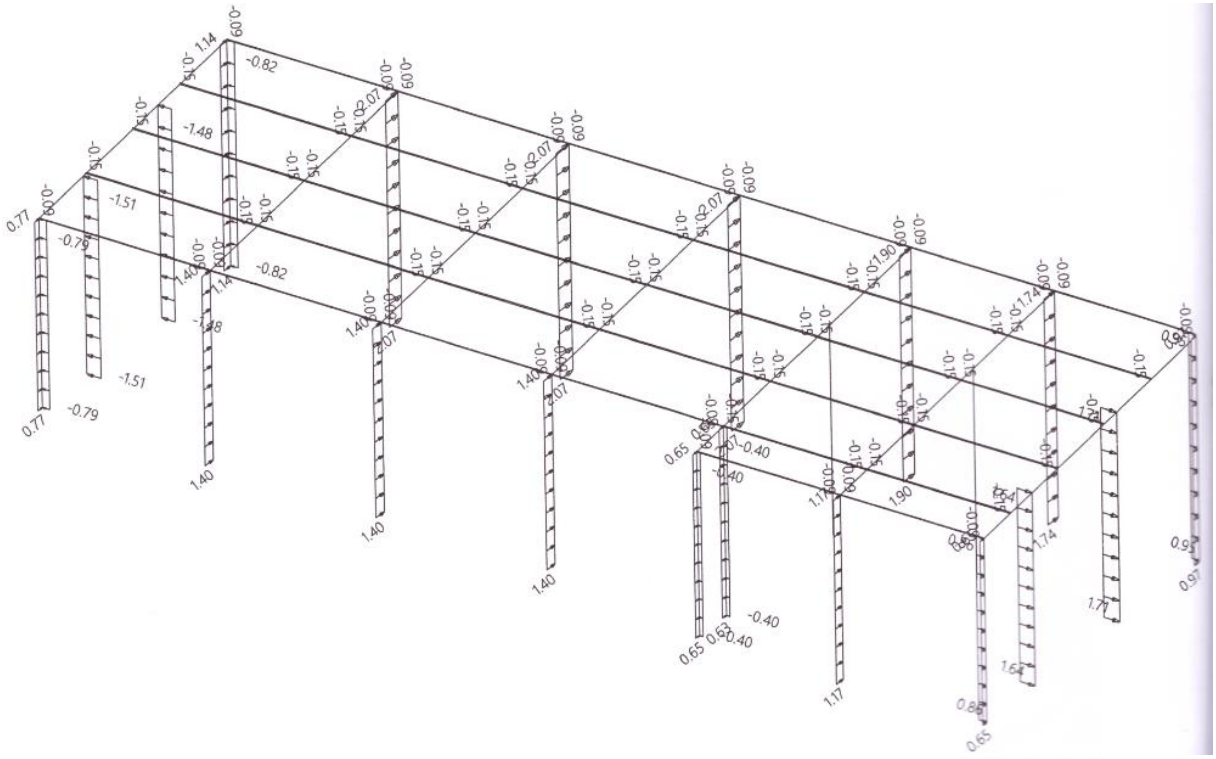
Prilikom analize u dijelu 4.1. kao opterećenje u obzir se uzelo samo opterećenje uslijed vlastite težine konstrukcije i instalacija što je najblaži slučaj opterećivanja konstrukcije te je to slučaj opterećivanja koji stalno djeluje na konstrukciju. U ovom potpoglavlju cilj je napraviti analizu zajedno s opterećenjima iz poglavlja 4.1. te na to još dodati opterećenje u slijed snijega i tlaka vjetra, to bi ujedno bio slučaj kada bi konstrukcija bila najopterećenija. Kako su se u poglavlju 4.1. ustanovili pomaci i naprezanja koja su stalno prisutna u nosivoj konstrukciji, ovdje se želi utvrditi koliki su pomaci i naprezanja u konstrukciji uslijed najvećeg opterećenja konstrukcije.

Postupak modeliranja konstrukcije te određivanja svih potrebnih parametara za analizu vrijedi kao i u 4. te dio iz 4.1. koji se odnosi na kreiranje mreže konačnih elemenata. Razlika je jedino u tome što se ovdje na opterećenje iz 4.1. dodaje još opterećenje uslijed snijega i vjetra. Na slikama 4.16. i 4.17. nalazi se prikaz opterećenja uslijed snijega i tlaka vjetra.

Opterećenje uslijed tlaka vjetra djeluje na prednju stranu hale, prema prikazu sa slike 4.17. ako se kao prednja strana hale uzme duža strana koja je okrenuta prema čitatelju.



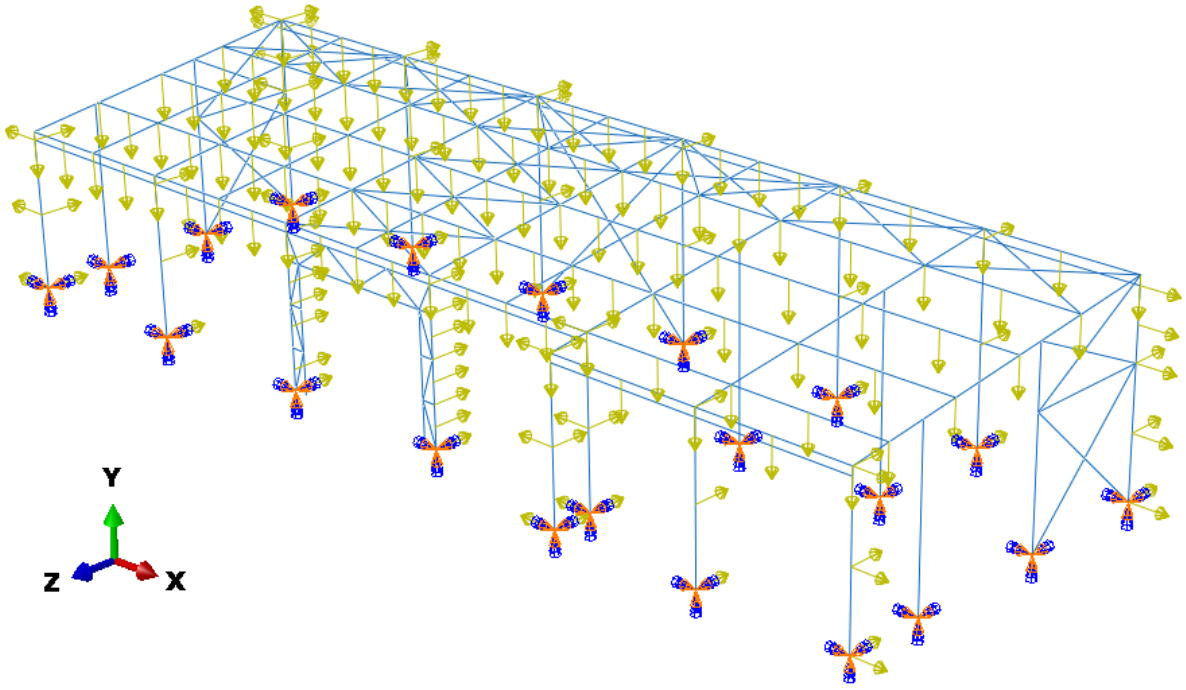
Slika 4.16. Opterećenje uslijed snijega [8]



Slika 4.17. Opterećenje uslijed tlaka vjetra [8]

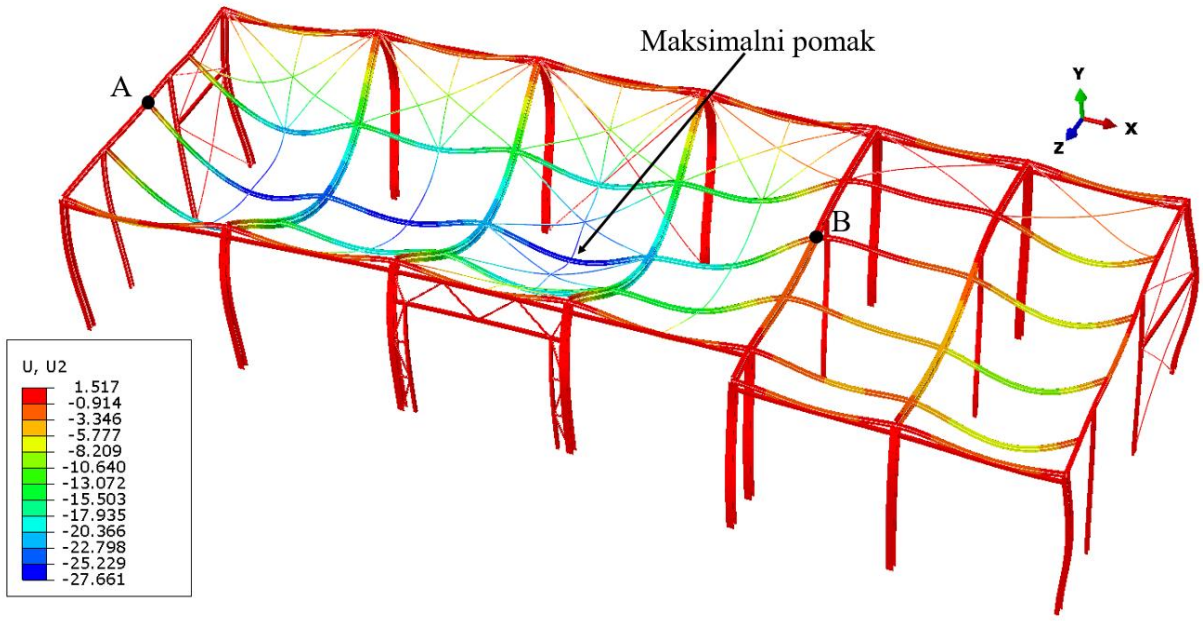
Kako tlak djeluje na prednju stranu hale, pri čemu je krov nagnut od zadnje strane prema prednjoj i nagib krova iznosi 7°, tlak vjetra djeluje malim djelom i na krov što se može uvidjeti na slici 4.17. tako što iznosi za linijsko opterećenje na sekundarnim nosačima imaju negativan predznak. Potrebno je naglasiti jer su ta opterećenja mala te se ne vidi sa sheme opterećenja smjer u kojemu ona djeluju.

Na slici 4.18. se nalazi prikaz rubnih uvjeta i opterećenja koja djeluju na nosivu konstrukciju u programskom paketu Abaqus®. Provođenjem analize su se utvrdili pomaci u smjeru osi *y*, u mm, te mjesta najvećih ekvivalentnih naprezanja po von Misesu. Tako najveći pomak u smjeru osi *y* iznosi 27,66 mm, dok najveće ekvivalentno naprezanje po Von Misesu iznosi 123 MPa te se također nalazi na spoju sekundarnog nosača i prečke. Kad se uzme u obzir da je granica tečenja općeg konstrukcijskog čelika S235 225 MPa, može se utvrditi da faktor sigurnosti pri ovakvom slučaju opterećivanja iznosi 1,83 čime se ostvaruje rezerva prilikom eksploatacije konstrukcije jer su za ovaj slučaj opterećivanja uzeti u obzir maksimalna količina snijega koji može napadati te najveća brzina vjetra koji može puhati za područje u kojemu je nosiva konstrukcija izgrađena. Treba napomenuti kako se opterećenja uslijed snijega i vjetra određuju prema propisima koji daju podatke za količinu snijega koji može napadati te najveću brzinu kojom vjetra puše, naravno ponekad se mogu dogoditi izuzetni slučajevi kada napada više snijega i zapuše jači vjetar nego je to utvrđeno propisom, iz toga razloga postoji rezerva kako bi građevina bila sigurna i u nepredviđenim uvjetima.

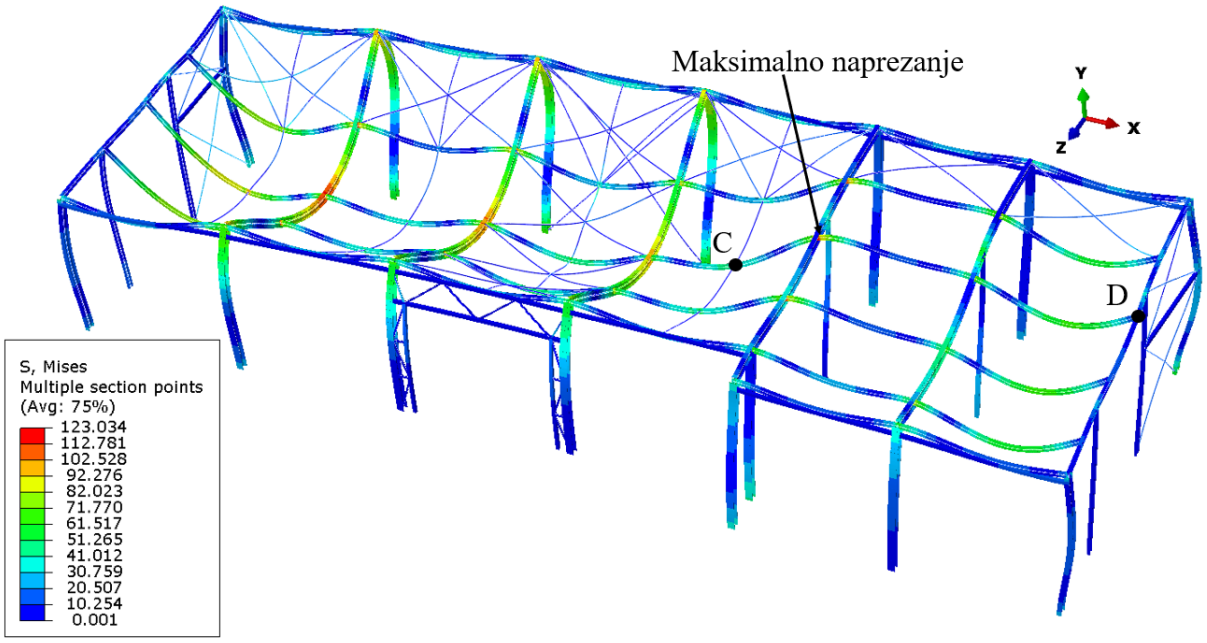


Slika 4.18. Rubni uvjeti i opterećenja nosive konstrukcije

Na slikama 4.19. i 4.20. se nalazi prikaz nosive konstrukcije nakon provođenja analize, prikazani su pomaci u smjeru osi *y*, u mm, te raspodjela ekvivalentnih naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, u nosivoj konstrukciji. Kao i ranije, prikazi na slikama 4.19. i 4.20 učinjeni s povećanjem od sto puta kako bi se dobio jasniji prikaz deformirane konstrukcije.

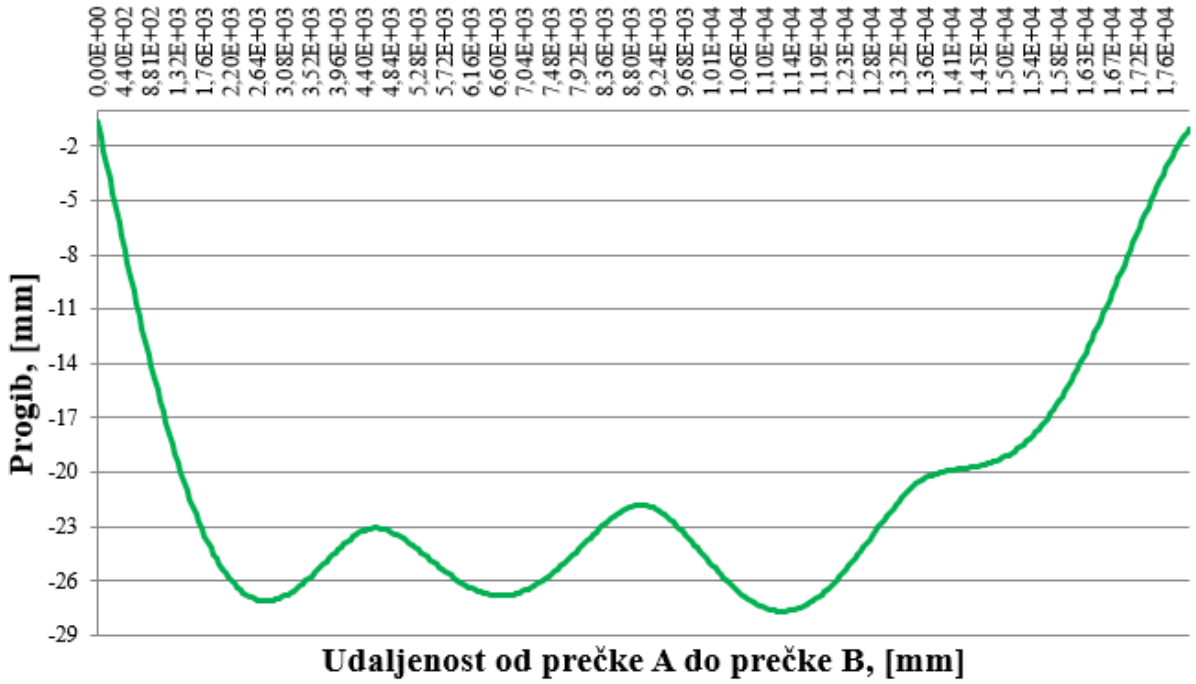


Slika 4.19. Pomaci u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i tlaka vjetra



Slika 4.20. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i tlaka vjetra

Na slici 4.21. prikazan je dijagram promjene progiba, u mm, na sekundarnom nosaču od točke A do točke B kako je prikazano na slici 4.19. Razlog prikaza progiba na ovom sekundarnom nosaču je taj što se na njemu javlja najveći progib pa se može detaljnije uvidjeti kako se nosač ponaša tijekom opterećenja i na kojim dijelovima dolazi do najvećih promjena.

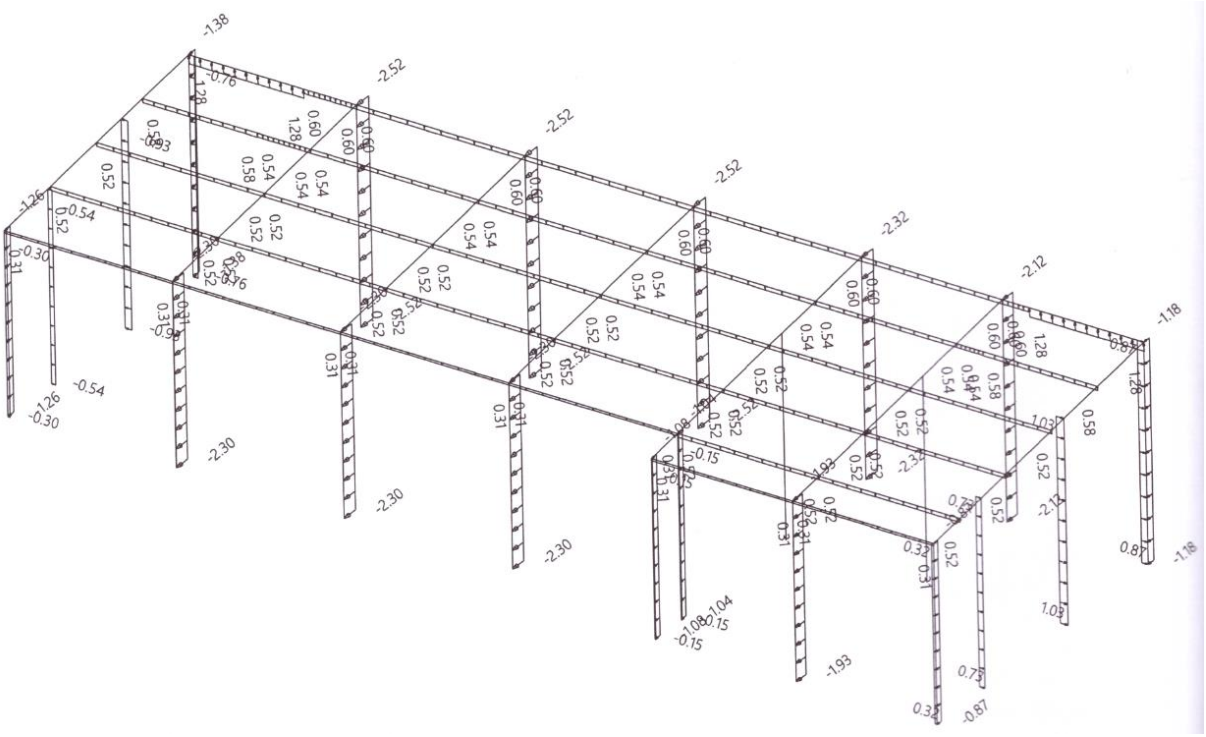


Slika 4.21. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine, snijega i tlaka vjetra

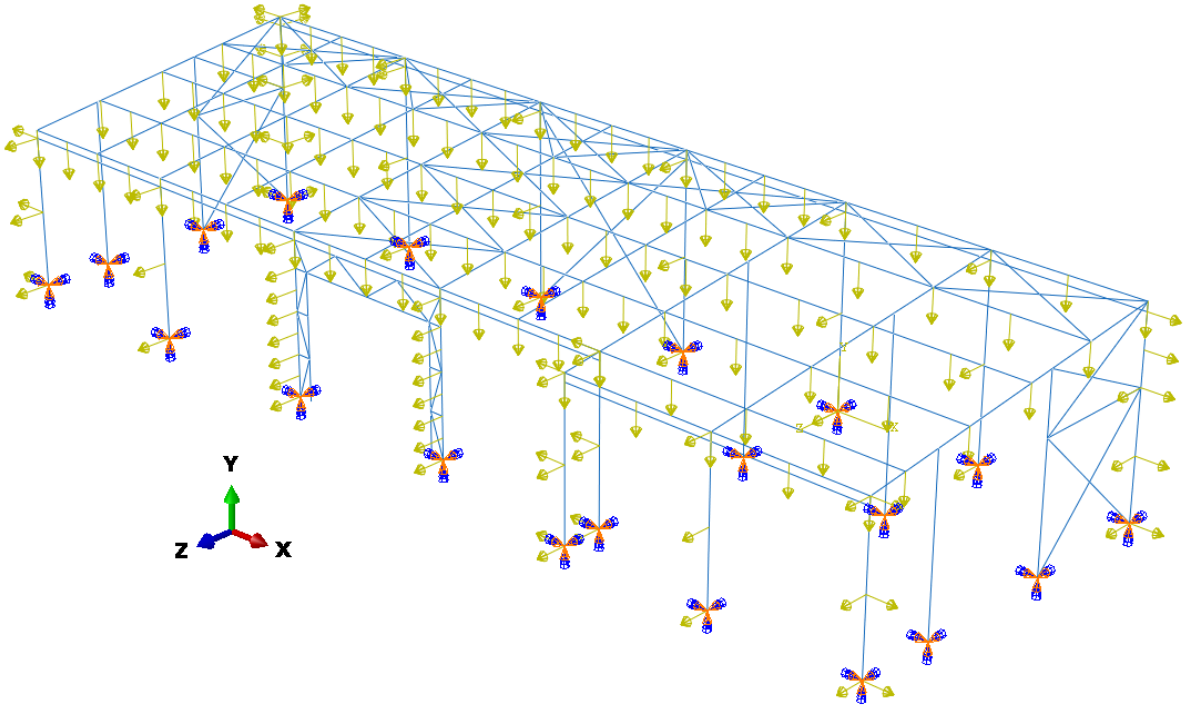
4.3. Analiza s opterećenjem uslijed snijega i odizanjem vjetra

Kao što je prikazano u 4.2 isti postupak će se izvršiti i ovdje. Jedina razlika je što se ovdje uzima u obzir opterećenje od odizanja vjetra umjesto opterećenja tlaka vjetra iz 4.2 dok sve ostalo ostaje isto. Na slici 4.22. su prikazana opterećenja na nosivu konstrukciju uslijed odizanja vjetra. Prema prikazu sa slike 4.22. vidi se da opterećenje uslijed odizanja vjetra djeluje na stražnju stranu hale pri čemu se događa da linijsko opterećenje na sekundarne nosače djeluje tako da ih odiže, tj. iznosi su pozitivni. Kako opterećenje djeluje na stražnju stranu hale, uočava se da je smjer djelovanja suprotan od smjera djelovanja opterećenja uslijed tlaka vjetra. Stoga se djelovanje opterećenja na sekundarne nosače uslijed odizanja vjetra oduzima od opterećenja uslijed vlastite težine i težine i instalacija te uslijed opterećenja snijega. Tako se dobiju manji iznosi opterećenja na sekundarne nosače za ovaj slučaj opterećivanja. Preostaje vidjeti da li će kombinacija opterećenja na sekundarne nosače i stupove dovesti do toga da će nosiva konstrukcija biti najopterećenija za ovaj slučaj

opterećenja ili će to ipak biti za opterećenje u slučaju tlaka vjetra. Na slici 4.23. se nalazi prikaz nosive konstrukcije sa pripadnim rubni uvjetima i opterećenjem.

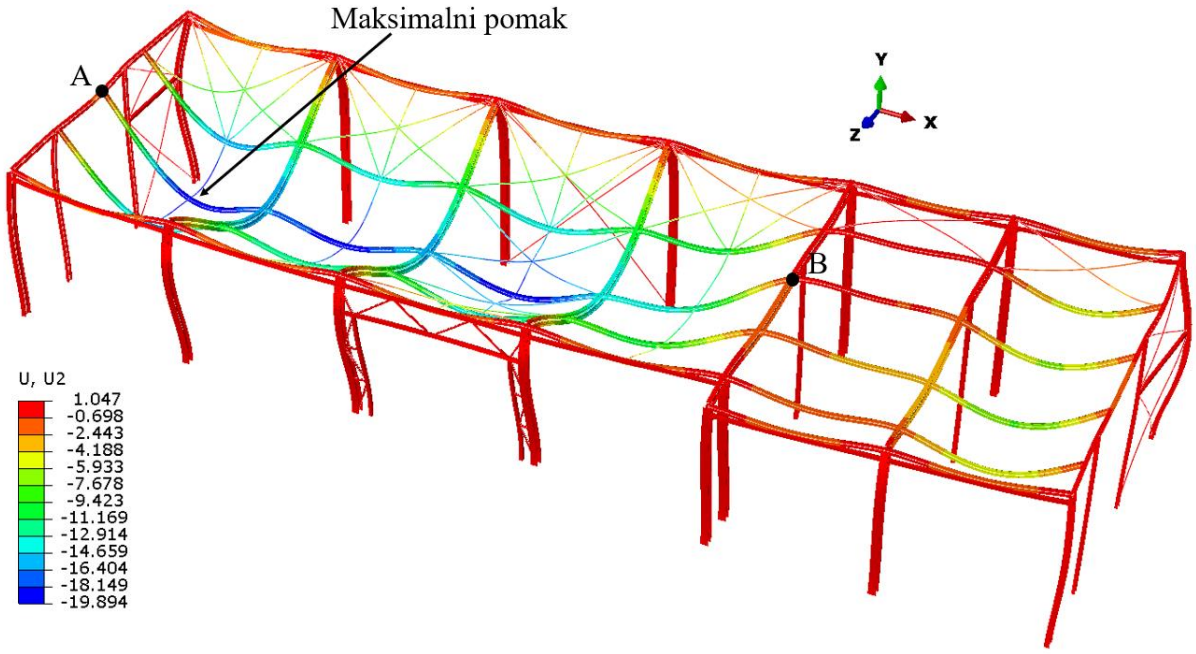


Slika 4.22. Opterećenje uslijed odizanja vjetra [8]

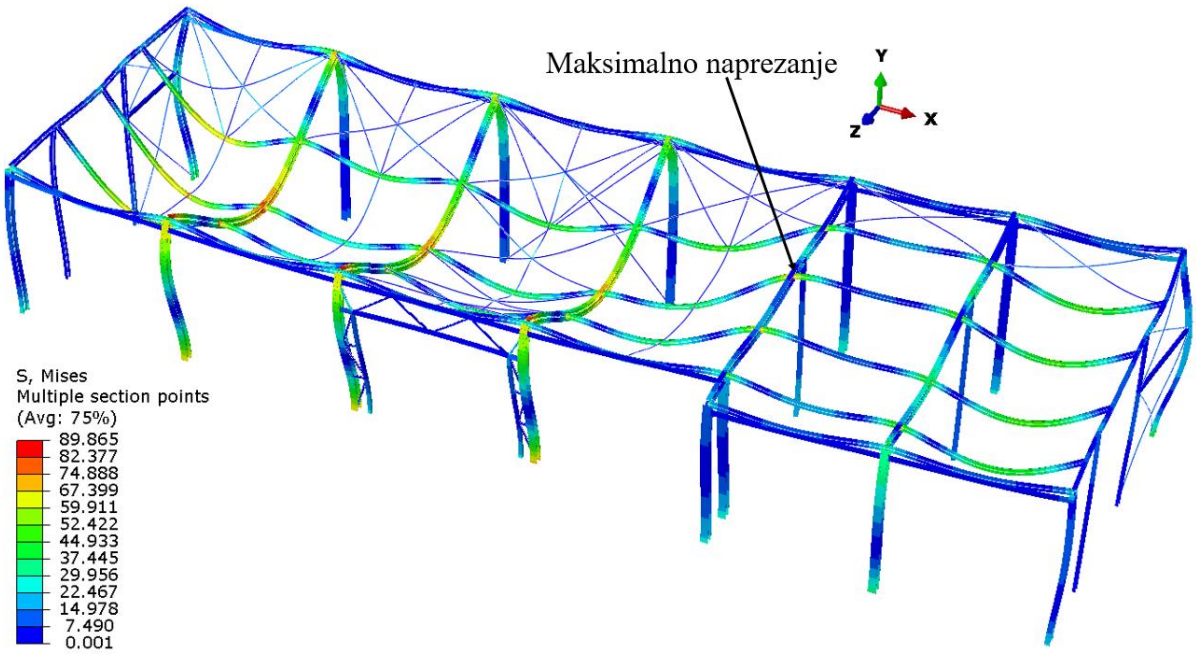


Slika 4.23. Rubni uvjeti i opterećenja nosive konstrukcije

Na slikama 4.24. i 4.25. nalazi se prikaz pomaka u smjeru osi *y*, u mm, te raspodjela ekvivalentnih naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, u nosivoj konstrukciji. Sa slika se može uočiti da najveći pomak iznosi 19,89 mm dok najveće ekvivalentno naprezanje po Von Misesu iznosi 89,87 MPa, u odnosu na granicu tečenja materijala od kojeg je izrađena konstrukcija faktor sigurnosti iznosi 2,5.



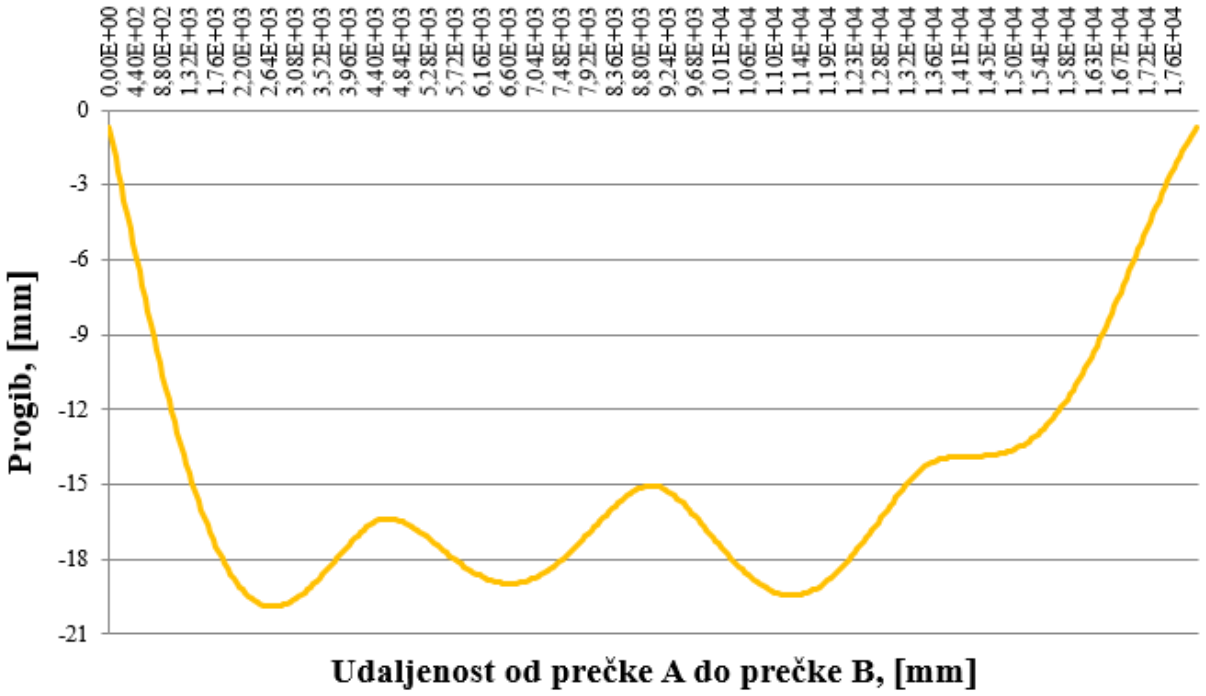
Slika 4.24. Pomaci u smjeru osi *y*, u mm, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i odizanja vjetra



Slika 4.25. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu, u N/mm^2, uslijed opterećenja od vlastite težine, snijega i odizanja vjetra

Kao i na ranijim prikazima, rezultati na slikama 4.24. i 4.25. su učinjeni sa povećanjem deformiranog oblika konstrukcije od sto puta.

Na slici 4.26. prikazan je dijagram promjene progiba, u mm, za sekundarni nosač na kojemu se nalazi najveći progib. Nosač je označen na slici 4.24. pri čemu točka A označuje početnu točku dok točka B označuje završnu točku razmatranja, odnosno prikaza u dijagramu.



Slika 4.26. Promjena progiba, u mm, na sekundarnom nosaču uslijed vlastite težine, snijega i odizanja vjetra

4.4. Usporedba rezultata

Analizirajući rezultate iz poglavlja 4.1. do 4.3., koji su se dobili numeričkom analizom pri čemu je u svim slučajevima proračunski model bio isti dok su se samo mijenjala opterećenja koja djeluju na nosivu konstrukciju. Uočava se da su najveći pomaci nastupili u slučaju kada je bila kombinacija opterećenja zajedno s opterećenjem uslijed tlaka vjetra, što je prikazano u poglavlju 4.2., također su se u tom slučaju opterećivanja pojavila i najveća ekvivalentna naprezanja po von Misesu. Prema očekivanjima, najmanji pomaci i ekvivalentna naprezanja po von Misesu nastaju uslijed vlastite težine konstrukcije i instalacija što je ujedno stalno i najmanje opterećenje nosive konstrukcije. U tablici 5. sažeti su rezultati za iznose maksimalnog pomaka te ekvivalentnih naprezanja po von Misesu. U tablici se nalaze podaci za faktore sigurnosti koji se odnose na to koliko se maksimalno ekvivalentno naprezanje

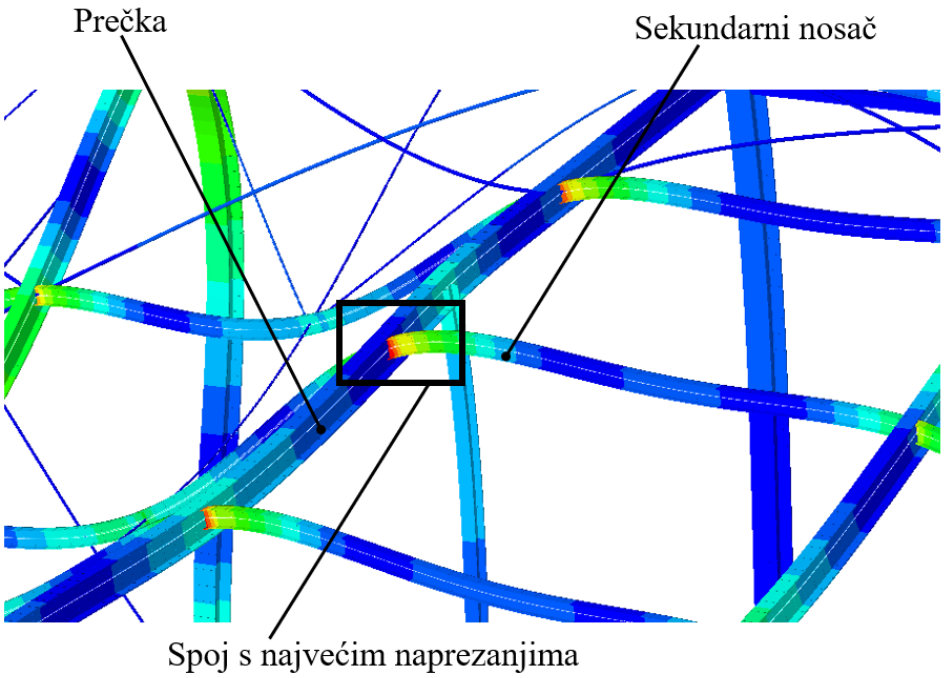
može još povećati kako bi se došlo do granice tečenja materijala. Za opći konstrukcijski čelik oznake S235 granica tečenja iznosi 225 MPa te su faktori sigurnosti izraženi s obzirom na iznos te granice tečenja. Iako se iz tablice 5. vidi da je faktor sigurnosti pri najvećem opterećenju 1,83, kako je ranije spomenuto, time se ostvaruje rezerva prilikom nepredviđenih opterećenja jer se opterećenja uslijed snijega i vjetra određuju s obzirom na podatke iz propisa što ne znači da se ne može dogoditi slučaj da napada više snijega ili zapuše jači vjetar nego je to određeno u proračunu s obzirom na podatke iz propisa.

Tablica 5. Maksimalni progib i ekvivalentno naprezanje po von Misesu za različita opterećenja

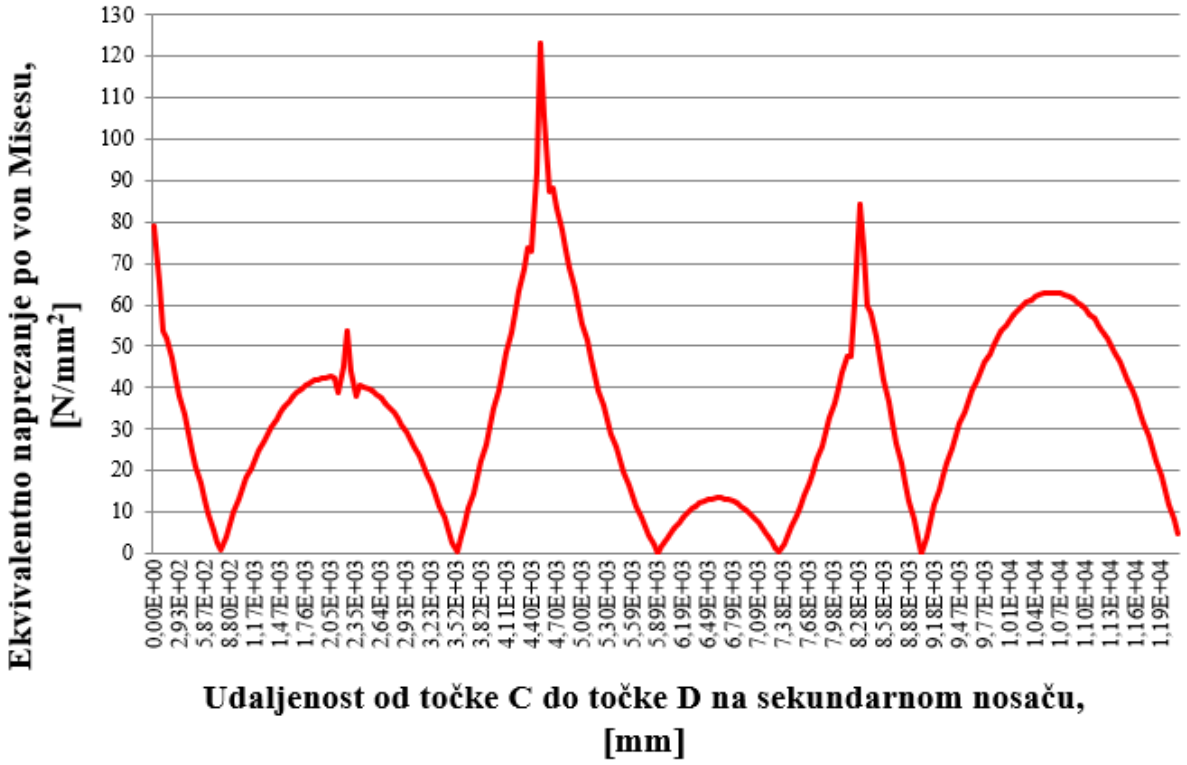
Rezultati / **Opterećenje**	Najveći progib krovne konstrukcije	Maksimalno naprezanje po Von Misesu	Faktor sigurnosti
Vlastita težina + težina instalacija	7,3 mm	32,8 MPa	6,86
Vlastita težina + težina instalacija + snijeg + tlak vjetra	27,66 mm	123 MPa	1,83
Vlastita težina + težina instalacija + snijeg + odizanje vjetra	19,89 mm	89,87 MPa	2,5

Promatrajući slike 4.11., 4.19. i 4.24., uočava se da nastali pomaci na slikama 4.11. i 4.19. nalaze na istom mjestu, dok se na slici 4.24. nalazi na različitom mjestu nego na prethodna dva. Također, usporedbom slika 4.12., 4.20. i 4.25. vidi se da u sva tri slučaja maksimalno ekvivalentno naprezanje nalazi na istom mjestu. Kako nije ranije prikazano, ovdje će se uvećano prikazati spoj prečke i sekundarnog nosača na kojemu se nalazi najveće ekvivalentno naprezanje po von Misesu, slučaj opterećivanja s tlakom vjetra. Na slici 4.27. se nalazi prikaz spoja prečke i sekundarnog nosača.

Još se izvršio prikaz promjene ekvivalentnog naprezanja prema slici 4.20. gdje su označene točka C i točka D. Promjena ekvivalentnog naprezanja je prikazana na slici 4.28. pri čemu polazna točka u dijagramu je točka C sa slike 4.20. dok je krajnja točka u dijagramu točka D sa slike 4.20.



Slika 4.27. Prikaz spoja s najvećim ekvivalentnim naprezanjima po von Misesu u N/mm^2



Slika 4.28. Dijagram ekvivalentnog naprezanja po von Misesu u N/mm^2

5. ZAKLJUČAK

Kako je za rad bio ključan odabir način na koji će se izraditi proračunski model nosive konstrukcije industrijske hale, da li će to biti korištenjem opcije *Wire* ili *Solid*, jer o tome ovisi način modeliranja nosive konstrukcije, ali ne samo nosive konstrukcije već i verifikacijskih primjera. Također o pristupu kojim će se izraditi proračunski model ovisilo je u nastavku rada i primjena određenih konačnih elemenata. Odabirom izrade proračunskog modela primjenom opcije *W*ire, odabrao se i pristup provedbe analize s grednim elementima. Drugi mogući pristup je izrada proračunskog modela opcijom *Solid* čime se upućuje na korištenje 3D konačnih elemenata.

Polazna točka u numeričkoj analizi nosive konstrukcije je bila izrada verifikacijskih primjera. Prvim verifikacijskim primjerom, greda oslonjena na nepomičnom i pomičnom osloncu, su se utvrdile razlike u rezultatima između numeričkog i analitičkog rješenja za progib na sredini grede. Kako su se analize provele s jednodimenzijskim osnovnim grednim elementima i grednim elementima višeg reda, valjalo je usporediti dobivena rješenja kako bi se utvrdile moguće razlike između te dvije vrste konačnih elemenata. U tu svrhu se napravio dijagram konvergencije te dvije vrste elemenata, elementi B21 i B22 u programskom paketu Abaqus®, s obzirom na analitičko rješenje za progib na sredini grede što je ujedno i najveći iznos progiba grede. Dijagramom konvergencije je utvrđeno da obadvije vrste konačnih elemenata konvergiraju prema analitičkom rješenju. Razlika je što elementi B22 konvergiraju brže prema analitičkom rješenju i to postižu već s dva konačna elementa dok elementi B21 konvergiraju tek sa četrdeset konačnih elemenata, razlika je i ta što elementi B22 daju približno rješenje i s jednim konačnim elementom jer imaju čvor na sredini dok to elementi B21 nisu u mogućnosti. Usporedbom analitičkog rezultata za progib s numeričkim rezultatom koji se dobio primjenom elemenata B22, utvrdilo se da je razlika u rezultatima iznosi 7%. Jedan od uzročnika te razlike je i pojednostavljenje proračunskog modela prilikom numeričke analize, to pojednostavljenje se odnosilo na izostavljanje zaobljenja kod IPE profila zbog čega se smanjio aksijalni moment inercije poprečnog presjeka pa samim time se dobije drugačiji rezultat u odnosu na analitičko rješenje. Iznos naprezanja koji se dobio numeričkom analizom s grednim elementima je manji nego analitičkim izračunom, što nije ispravno. Iz toga razloga, za isti problem su provedene analize s 3D i ljuskastim elementima kako bi se provjerili i usporedili rezultati numeričke analize s grednim elementima. Analizama je ustanovljeno da se

3D i ljuskastim elementima postižu ispravna rješenja za maksimalno ekvivalentno naprezanje po von Misesu, a razlog neispravnog rezultata kod grednih elemenata nije ustanovljen.

Drugim verifikacijskim primjerom, okvirni nosač koji je ukliješten za podlogu, su se utvrdile razlike između analitičkog i numeričkog rješenja za progib na sredini grede koja spaja dva stupa. Nakon određivanja analitičkog rješenja provela se numerička analiza. Prvo se provela analiza s jednodimenzijskim grednim elementima, a zatim se provela analiza s trodimenzijskim grednim elementima te su se usporedili rezultati koji su se dobili s ove dvije vrste elemenata. Kao i u prvom verifikacijskom primjeru elementi B22 su brže konvergirali prema analitičkom rješenju za progib na sredini grede čime se zaključilo da su za provedbu analize nosive konstrukcije prikladniji gredni elementi višeg reda jer se ispravno rješenje dobije s manjim brojem konačnih elemenata zbog čega se skraćuje vrijeme potrebno računalu za izračun. Usporedbom rezultata za progib numeričke analize s elementima B22 i analitičkog rješenja utvrdilo se da razlika u rješenjima iznosi 9,36%. Dio razlike leži u tome što se prilikom određivanja analitičkog rješenja napravilo pojednostavljenje parabole kako bi se lakše došlo do rezultata, a drugi dio razlike leži u tome što se tijekom numeričke analize, kao i u prvom verifikacijskom primjeru, napravilo pojednostavljenje proračunskog modela tako da su se izostavila zaobljenja na IPE profilu. Numerička analiza okvirnog nosača se provela i s trodimenzijskim grednim elementima koji su u programskom paketu Abaqus® označeni kao B31 i B32. Nastojalo se utvrditi da li postoji razlika između rješenja koja su se dobila s jednodimenzijskim i trodimenzijskim grednim elementima, ali nakon provedbi analiza utvrdilo se da za zadani problem obadvije vrste elementa daju identične rezultate.

Nakon što se utvrdila ispravnost korištenja grednih elemenata za zadani problem nosive konstrukcije moglo se pristupiti provedbi numeričke analize nosive konstrukcije. Proračunski model za numeričku analizu se izradio prema shemi iz postojećeg građevinskog projekta nosive konstrukcije, pri čemu se poštivao rasporedi svih elemenata konstrukcije te su se koristili profili koji su navedeni u projektu. Analize su provedene s trodimenzijskim grednim elementima višega reda, u programskom paketu Abaqus® označeni kao B32, pri čemu je proračunski model diskretiziran s 5489 elemenata, a provedene su sa promjenom opterećenja koja djeluju na konstrukciju kako bi se utvrdili najveći pomaci i naprezanja u konstrukciji. Prvo je provedena analiza s opterećenjem uslijed vlastite težine i težine instalacija što je ujedno i stalno opterećenje na konstrukciju. Zatim su provedene analize s opterećenjem uslijed snijega i tlaka vjetra te na kraju uslijed snijega i odizanja vjetra. Utvrdilo se da najveće opterećenje na nosivu konstrukciju nastaje kada djeluje kombinacija opterećenja uslijed

vlastite težine i težine instalacija, snijega i tlaka vjetra pri čemu najveće ekvivalentno naprezanje po von Misesu u nosivoj konstrukciji iznosi 123 MPa na spoju prečke i sekundarnog nosača što s obzirom na granicu tečenja materijala, koja iznosi 225 MPa, ostvaruje faktor sigurnosti od 1,83. Kako bi se utvrdilo kritično mjesto u spoju potreban je drugačiji pristup analizi, tj. analiza s 3D elementima čime se kreira detaljniji model u odnosu na analizu s grednim elementima, ali je i potrebno više vremena za izradu modela te računalu za provedbu izračuna. Analiza s 3D elementima nije predmet razmatranja ovoga rada, već samo analiza s grednim elementima kojom se željelo uvidjeti na ponašanje konstrukcije prilikom djelovanja različitih opterećenja na nju te utvrditi mjesta s najvećim pomacima i naprezanjima.

LITERATURA

[1] https://hr.puntomarinero.com/scientific-discoveries-and-inventions-in/

[2] Gojić M.: Metalurgija čelika, Denona d.o.o., Zagreb, 2005.

[3] https://fractory.com/hot-rolled-steel-cold-rolled-steel/

[4] Kožuh S.: Specijalni čelici - skripta, Sveučilište u Zagrebu, Sisak, 2010.

[5] https://fr.wikipedia.org/wiki/Vall%C3%A9e_d'Ironbridge

[6] Franić I., Šepić Lj.: Hale i hangari

[7] Androić B., Dujmović D., Džeba I.: Metalne konstrukcije 1, Institut građevinarstva Hrvatske, Zagreb, 1994.

[8] Mirković V.: Građevinski projekt – projekt konstrukcije, KB „Mirkowsky“ d.o.o., Požega, 2018.

[9] Sorić J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.

[10] https://www.bidd-samobor.hr/proizvodi/nosaci/ipe/

[11] Kraut B.: Strojarski priručnik, Sajema d.o.o., Zagreb, 2009.

[12] Pustaić D., Tonković Z., Wolf H.: Mehanika deformabilnih tijela 1. Mehanika konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.

[13] Šimić V.: Otpornost materijala II, Školska knjiga, Zagreb, 1995.

[14] ABAQUS, Abaqus Documentation: Version 6.14. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE

[15] ABAQUS, Abaqus Software: Version 6.14. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE

[16] https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=40372

[17] Schulitz H. C., Sobek W., Habermann K. J.: Atlas čeličnih konstrukcija, Građevinska knjiga, Novi Sad, 2010.

[18] https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=13250

[19] Fember S.: Analiza svojstava konstrukcijskih i alatnih čelika, Veleučilište u Karlovcu, Karlovac, 2016.

[20] Bašić B.: Analiza mikrostrukture zavarenog spoja Corten čelika, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2017.

[21] Georguelue U.: The difference between Euler-Bernoulli and Timoschenko

[22] Alfirević I.: Nauka o čvrstoći, Tehnička knjiga d.d., Zagreb, 1995.

[23] Otpornost materijala I – tablice, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci

[24] Buđevac D., Marković Z., Bogavac D., Tošić D.: Metalne konstrukcije, Građevinski fakultet Sveučilišta u Beogradu, Beograd, 1997.

PRILOZI

I. CD-R disc