

# Optimiranje upravljačkih trajektorija aktivnog ovjesa s ciljem unaprjeđenja karakteristika dinamike vozila

---

Čorić, Mirko

Doctoral thesis / Disertacija

2017

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:272496>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

Mirko Čorić

**OPTIMIRANJE UPRAVLJAČKIH  
TRAJEKTORIJA AKTIVNOG OVJESA S  
CILJEM UNAPRJEĐENJA  
KARAKTERISTIKA DINAMIKE VOZILA**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2017.



Sveučilište u Zagrebu

Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture

Mirko Čorić

**OPTIMIZATION OF ACTIVE  
SUSPENSION CONTROL  
TRAJECTORIES TOWARDS VEHICLE  
DYNAMICS PERFORMANCE  
IMPROVEMENTS**

DOCTORAL THESIS

Zagreb, 2017

# Podaci za bibliografsku karticu

UDK:	531.3:629.33:519.87
Ključne riječi:	optimalno upravljanje, pseudospektralni kolokacijski postupci, sustavi aktivnog upravljanja dinamikom vozila, aktivni ovjes, modeliranje optimizacijskog problema, analiza
Znanstveno područje:	Tehničke znanosti
Znanstveno polje:	Strojarstvo
Institucija:	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje
Mentor:	prof. dr. sc. Joško Deur
Broj stranica:	165
Broj slika:	57
Broj tablica:	14
Broj korištenih bibliografskih jedinica:	108
Datum obrane:	15.3.2017.
Povjerenstvo:	dr. sc. Josip Kasać, izv. prof., član (Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb) dr. sc. Joško Deur, red. prof., mentor (Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb) dr. sc. Stjepan Bogdan, red. prof., član (Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb)
Institucija u kojoj je rad pohranjen:	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Nacionalna i sveučilišna knjižnica u Zagrebu



# Podaci o mentoru

Joško Deur rođen je 1966. godine u Zadru. Diplomirao je 1989. godine na Elektrotehničkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, smjer Automatika. Na istom je Fakultetu magistrirao 1993. i doktorirao 1999. godine.

Od svibnja 1990. godine uposlen je na Zavodu za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava, Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. U zvanje redovitog profesora izabran je 2012. godine. Nakon jednogodišnjeg znanstvenog usavršavanja u istraživačkom centru tvrtke Ford Motor Company u Dearbornu, SAD (2000), uspostavio je široku suradnju s tvrtkama Ford Motor i Jaguar Cars kroz više od deset znanstveno-istraživačkih projekata na području modeliranja i regulacije automobilskih sustava. Bio je voditelj dva znanstvena projekta ugovorena s Ministarstvom znanosti, obrazovanja i športa, jednog istraživačkog projekta financiranog od strane Hrvatske zaklade za znanost, te voditelj istraživačkih timova na po jednom FP7 i INTERREG CE projektu. Autor je jedne znanstvene knjige, četiri poglavlja u knjizi, 31 rada u CC/SCI časopisima, 22 rada u drugim časopisima, 105 radova u zbornicima skupova s međunarodnom recenzijom, tri patenta te više desetaka studija i izvještaja.

Prof. Deur je član društava KoREMA, IEEE, SAE i IFAC, te IFAC "Technical Committee 7.1 Automotive Control" i "IEEE Technical Committee on Automotive Control". Član je uređivačkog odbora dvaju časopisa. Dobitnik je Državne nagrade za znanost za značajno znanstveno dostignuće u području tehničkih znanosti iz 2006. godine, srebrne plakete "Josip Lončar" za izrazito uspješnu doktorsku disertaciju, te nagrada za najbolji članak na nekoliko međunarodnih znanstvenih konferencija.

## Zahvale

Posebno se zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Jošku Deuru na mnogim sugestijama tijekom vođenja ovog rada, koje su znatno pridonijele kvaliteti rada, te na velikoj motivaciji pruženoj kroz zajednički rad na zanimljivim i izazovnim projektima u proteklih pet godina.

Zahvaljujem se članovima povjerenstva izv. prof. dr. sc. Josipu Kasaću i prof. dr. sc. Stjepanu Bogdanu na korisnim komentarima i sugestijama na ovaj rad.

Zahvaljujem se dr. sc. Davoru Hrovatu iz tvrtke Ford Motor Company na brojnim diskusijama i sugestijama.

Zahvaljujem se kolegama mag. ing. Milanu Milutinoviću, dr. sc. Branimiru Škugoru, mag. ing. Vanji Ranogajecu, dr. sc. Mihaelu Cipeku, izv. prof. dr. sc. Danijelu Pavkoviću i izv. prof. dr. sc. Nenadu Kranjčeviću na suradnji i izvrsnim diskusijama tijekom izrade ovog rada. Također, zahvaljujem se članovima istraživačkog centra tvrtke Ford Motor Company, dr. sc. Vladimiru Ivanoviću, dr. sc. Xu Liu i dr. sc. Ericu Tsengu na izvrsnim diskusijama tijekom posjeta Fordovom istraživačkom centru u Dearbornu.

Zahvaljujem se tvrtki Ford Motor Company koja je financijski podržala projekt "Optimization of Active Suspension Control Inputs for Improved Vehicle Dynamics Performance" u okviru kojeg je nastao ovaj rad, te projekt "Optimization of Automatic Transmission Shift Control" u okviru kojeg sam primijenio metodologiju opisanu u ovom radu u svrhu efikasnije promjene stupnjeva prijenosa u naprednim automatskim transmisijama. Također, zahvaljujem se Europskoj komisiji koja je financijski podržala projekt "High Altitude Wind Energy" u okviru kojeg sam šire primijenio metodologiju opisanu u ovom radu na problemima u energetici.

Zahvaljujem se svojim roditeljima i bratu na podršci tijekom sveukupnog školovanja.

Posebno se zahvaljujem svojoj zaručnici Tatjani za veliku ljubav i podršku.

## Sažetak

U novim generacijama vozila ugrađuje se sve veći broj mehatroničkih sustava s ciljem poboljšanja sigurnosti, udobnosti i agilnosti vožnje. Tako se razvijaju razni sustavi aktivne dinamike vozila koji upravljaju ponašanjem vozila u uzdužnoj, bočnoj i vertikalnoj osi, s primarnim ciljem smanjenja broja i težine nesreća te povećane upravljivosti i udobnosti vozila.

U konvencionalnim vozilima uobičajeno se koriste: 1) sustavi za sprječavanje blokiranja kotača koji upravljaju uzdužnom dinamikom vozila na način da održavaju kočnu silu u blizini maksimalno ostvarive vrijednosti, te tako maksimiziraju deceleraciju vozila, te 2) elektronički sustavi stabilnosti koji stabiliziraju vozilo tako da koče odabrani kotač, pri čemu se stvara odgovarajući moment skretanja, a u isto vrijeme usporava vozilo. S druge strane, aktivni ovjes uobičajeno se primjenjuje u svrhu upravljanja vertikalnom dinamikom vozila s ciljem poboljšanja udobnosti vožnje.

U ovom se radu koriste pseudospektralni kolokacijski postupci optimiranja upravljačkih trajektorija aktivnog ovjesa radi istraživanja mogućnosti proširenja njegove primjene u širem kontekstu upravljanja dinamikom vozila. Pritom se koriste dva matematička modela dinamike vozila različite složenosti: 1) četvrtinski model vozila proširen s nelinearnostima vezanim uz limit hoda ovjesa i gubitak normalne sile autogume kod odskoka kotača, 2) potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode s opcijski uključenim podmodelom neovješene mase. Prvo se istražuju mogućnosti unaprjeđenja karakteristika vertikalne dinamike vozila u prisustvu naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti, a uzimajući u obzir realna ograničenja ovjesa i njegovog aktuatora. Zatim se analiza proširuje na istraživanje mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne dinamike vozila pri slijeđenju referentne trajektorije gibanja, za tri tipa manevra dvostruke izmjene pravca. Pritom se pored isključive primjene aktivnog ovjesa istražuje i njegovo kombiniranje s aktuatorima sustava aktivnog skretanja. U radu se zatim istražuju mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne stabilnosti vozila koristeći standardizirani ESP test. Konačno, analiza se proširuje na zadatak skraćanja zaustavnog puta vozila u kombinaciji sa sustavom za sprječavanje blokiranja kotača.

*Ključne riječi:* optimalno upravljanje, pseudospektralni kolokacijski postupci, sustavi aktivnog upravljanja dinamikom vozila, aktivni ovjes, modeliranje optimizacijskih problema, analiza.

## Extended summary

In the last couple of decades different types of active safety systems, such as those based on active brakes, active differentials, active steering and active suspensions, have been developed for vehicle controls in the longitudinal, lateral and vertical directions. The primary goal of such systems is to reduce the number and severity of accidents, and to improve the vehicle handling, comfort and agility.

Anti-lock braking systems (ABS) aim to control longitudinal dynamics by keeping the longitudinal tyre force close to its peak value, thus maximising the vehicle deceleration. On the other hand, the conventional electronic stability control (ESC) systems improve the vehicle handling stability and responsiveness (i.e. oversteer and understeer compensation, respectively) by braking solely or predominantly one of the wheels, where a proper amount of active yaw torque is generated and at the same time the vehicle is decelerated. Simultaneously, the semi-active suspension (CDC) and active suspension (FAS) systems have been developed for improving the ride comfort performance, while preserving a high level of road holding ability.

The main disadvantage of ESP system is related to brake activation, which produces a characteristic noise, vibration, and harshness (NVH) content, and affects the vehicle agility. On the other hand, active steering or active differential actuators can provide superior handling performance without being intrusive to the driver (no NVH content) and without affecting agility (minimal reduction of the vehicle velocity). In advanced vehicle dynamics controls and related active safety, integrated control of several actuators can be used to improve the vehicle safety and performance. Examples include combining active rear steering and active central differential, active front steering and brakes, and a general case of independent four-wheel-steering (4WS) combined with four-wheel-braking (4WB).

The fully active suspension (FAS) is considered in this thesis to analyze ultimate potential benefits of the vertical control contribution in rejecting the influence of emphasized discrete road disturbances (such as bumps and potholes), stabilizing the vehicle and increasing the path following accuracy, and reducing the braking distance. Design of a FAS-based vehicle dynamics control system can be a difficult task, because it is not intuitively clear how to coordinate the independent four-wheel FAS actions to maximize vehicle dynamics control performance, particularly in the presence of realistic constraints such as the suspension stroke

limit. In that regard, it is generally convenient to first conduct numerical optimization of time response of FAS control variables in an off-line manner. Such optimal open-loop control results can be used to assess different vehicle dynamics actuator configurations, set realistic targets for achievable performance of more realistic (feedback) control systems, and guide the feedback control system design and tuning processes.

The main aim of the thesis is to propose and implement an approach to optimization of vehicle dynamics control variables, and use the optimization approach to investigate at what extent active suspension actuator can improve the performance of longitudinal, lateral and vertical vehicle dynamics in different maneuvers. The optimization results are used to reveal and analyze control mechanisms of the FAS actuator and assess related FAS control performance.

The thesis is organized in eight chapters, whose content is summarized as follows:

**Chapter 1:** *Introduction.* Outlines the motivation for the conducted research, presents the literature review and provides the main hypothesis and an overview of the thesis.

**Chapter 2:** *Vehicle Dynamics Models.* Describes the mathematical models of vehicle dynamics, which are used in the thesis, and which include: (i) low-order, quarter-car vehicle model, extended with nonlinearities related to the suspension travel limits and the lower (zero) tire normal load limit, and (ii) a more complex, 10-DOF vehicle model with an option of including the unsprung mass dynamics. In addition, a review of active safety systems is given, which includes semi-active and active suspension for vertical vehicle dynamics control, and ESP and ABS system for lateral and longitudinal vehicle dynamics control, respectively.

**Chapter 3:** *Optimal control.* Gives an overview of different optimization problems, corresponding numerical methods, and advanced programming tools. The emphasis is on collocation methods for solving differential equations, pseudospectral methods for solving optimal control problems, and SQP method for solving nonlinear programming problem, which are implemented within the programming tool TOMLAB, used in this thesis. Through a simple theoretical example and also a FAS control example, the process of optimal control problem definition and solving using the programming tool TOMLAB is presented. The process includes the cost function and constraints definition, and transformation of optimal control problem into nonlinear programming (NLP) problem, which can be solved with SQP-based algorithm packages SNOPT and KNITRO.

**Chapter 4:** *Optimization of active suspension control inputs for improved vehicle ride performance.* Describes at what extent the FAS actuator can improve the vehicle ride performance. Control variable optimization is conducted in the presence of specific discrete disturbances such as large potholes and bumps (with high amplitudes and/or sharp edges). The ride performance improvements are investigated for different road preview lengths, and different disturbance shapes and sizes. In the pothole case, in addition to the conventional cost function term which penalizes sprung mass acceleration, the cost function includes the FAS energy consumption and wheel damage penalization terms, The latter is to minimize the sensitivity of wheel/tire to damage at the pothole trailing edge impact.

**Chapter 5:** *Optimization of active suspension control inputs for improved vehicle handling performance.* Analyzes the FAS authority and related mechanisms of vehicle handling control for a path following task. The control variable optimization procedure is described for different vehicle actuator configurations and three types of double-lane change maneuvers, where the more complex 10-DOF model is used. The emphasis is on investigating: 1) active suspension authority on lateral vehicle dynamics control, which is revealed to include the oversteer and understeer compensation based on front/rear tyre load transfer and lateral acceleration boost, and comparison of optimization results with corresponding results for other actuator configurations, and 2) combination with other actuators, with emphasis on the active front and rear steering systems (AFS, ARS). In addition, the influence of secondary vehicle dynamics effects is analyzed: (i) influence of the FAS actuator bandwidth, (ii) influence of the tire relaxation length, camber, and toe effects, and (iii) influence of the fast unsprung mass dynamics.

**Chapter 6:** *Optimization of active suspension control inputs for improved vehicle stability control.* Extends the handling control analysis from Chapter 5 to vehicle dynamic stability analysis based on the standardized sine-with-dwell maneuver. The optimised FAS control performance is compared with those of a standard ESP system and optimised brake control system. The cost function takes into account the yaw rate tracking error term (which indirectly reflects the lateral stability criterion) and lateral displacement amplitude (which is maximized for improved lateral responsiveness). Full (four channel) and reduced (one-three channel) FAS control formulation are considered, in order to investigate if the ultimate FAS performance can be approached by simpler control structures.

**Chapter 7:** *Optimization of active suspension control inputs for braking distance reduction.* Considers the fixed-time straight-line braking to investigate the potential for braking distance reduction by means of the FAS control action. The analysis includes different tire-road friction coefficient profiles (such as constant- $\mu$ , transient- $\mu$ , and split- $\mu$ ). In some scenarios, a simple ABS model with a sinusoidal longitudinal slip target is included, in order to mimic the ABS limit-cycle behaviour for the purpose of more realistic control variable optimization.

**Chapter 8:** *Conclusion.* Outlines the main findings and the following major contributions of the doctoral thesis: 1) formulation and implementation of control variable optimization model for different active vehicle dynamics system configurations and different maneuvers, with nonlinear and discontinuous vehicle and tire dynamics effects included; 2) revealing active suspension control mechanisms for improving vehicle comfort, handling, and wheel damage resilience in the presence of discrete road disturbances, such as large bumps and potholes, and realistic suspension and actuator constraints; and 3) revealing active suspension control mechanisms for lateral vehicle stability improvement and braking distance reduction in the interaction with active steering systems, and ESP and ABS actuators.

*Keywords:* optimal control, pseudospectral collocation methods, active safety systems, active suspension, optimization modeling, analysis.

# Sadržaj

Popis slika.....	xi
Popis tablica .....	xvi
Popis oznaka i kratica.....	xviii
1. Uvod .....	1
1.1 Motivacija.....	1
1.2 Pregled dosadašnjih istraživanja.....	2
1.2.1 Optimalno upravljanje.....	2
1.2.2 Optimalno upravljanje u dinamici vozila .....	4
1.2.3 Aktivni ovjes .....	5
1.3 Cilj i hipoteza istraživanja .....	7
1.4 Struktura rada.....	7
2. Modeli dinamike vozila.....	1
2.1 Modeliranje dinamike vozila .....	10
2.1.1 Četvrtinski model vozila .....	10
2.1.2 Model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja.....	12
2.2 Sustavi aktivnog upravljanja dinamikom vozila u vertikalnom, bočnom i uzdužnom smjeru .....	21
2.2.1 Upravljanje vertikalnom dinamikom - poluaktivni i aktivni ovjes .....	21
2.2.2 Upravljanje bočnom dinamikom - elektronički sustav stabilnosti (ESP).....	23
2.2.3 Upravljanje uzdužnom dinamikom - sustav protiv blokiranja kotača (ABS) ....	26
3. Optimalno upravljanje.....	28
3.1 Definicija problema matematičke optimizacije i optimalnog upravljanja.....	28
3.1.1 Matematička optimizacija .....	28
3.1.2 Optimalno upravljanje.....	31
3.2 Pregled numeričkih metoda optimalnog upravljanja.....	32
3.2.1 Pregled numeričkih metoda za rješavanje diferencijalnih jednadžbi .....	32
3.2.2 Pregled numeričkih metoda za rješavanje problema optimalnog upravljanja....	35
3.2.3 Pregled numeričkih metoda za rješavanje problema nelinearnog programiranja ..	39
3.3 Programski paket TOMLAB .....	41
3.3.1 Općenito o programskom paketu .....	41



3.3.2	Definiranje problema optimalnog upravljanja na jednostavnom primjeru .....	43
4.	Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika vertikalne dinamike vozila .....	47
4.1	Formulacija optimizacijskog problema .....	47
4.1.1	Modeliranje vertikalnog profila podloge.....	47
4.1.2	Formulacija optimizacijskog problema za različite ispitne scenarije.....	49
4.1.3	Praktični aspekti formulacije optimizacijskog problema .....	53
4.2	Optimizacijski rezultati za slučaj izbočine na cesti .....	54
4.2.1	Optimizacijski rezultati za različite amplitude izbočine .....	54
4.2.2	Analiza mogućnosti sprječavanja odskoka kotača .....	57
4.2.3	Usporedba rezultata za različite optimizacijske scenarije .....	58
4.2.4	Puni model vozila.....	61
4.3	Optimizacijski rezultati za slučaj ulegnuća na cesti .....	63
4.3.1	Algebarska analiza .....	63
4.3.2	Osnovni optimizacijski slučajevi .....	65
4.3.3	Analiza utjecaja duljine ulegnuća na kvalitetu upravljanja.....	70
5.	Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika bočne dinamike vozila.....	73
5.1	Formulacija optimizacijskog problema .....	73
5.1.1	Ispitni manevri.....	73
5.1.2	Ciljna funkcija i ograničenja .....	75
5.1.3	Definicija optimizacijskog problema za model proširen dinamikom neovještene mase .....	77
5.2	Optimizacija upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa za osnovni model vozila.....	77
5.2.1	Manevar 1 .....	77
5.2.2	Manevri 2 i 3 .....	87
5.2.3	Usporedba kvalitete upravljanja za FAS aktuator u odnosu na aktivne diferencijale i aktivno skretanje .....	92
5.3	Kombiniranje FAS aktuatora sa sustavima aktivnog skretanja .....	93
5.3.1	Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim stražnjim skretanjem (ARS) .....	93
5.3.2	Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim prednjim skretanjem (AFS).....	98
5.3.3	Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim skretanjem na sva četiri kotača (4WS) ..	

.....	100
5.4 Utjecaj granične frekvencije FAS aktuatora te usmjerenosti i bočnog nagiba kotača na kvalitetu upravljanja .....	103
5.4.1 Utjecaj granične frekvencije FAS aktuatora.....	103
5.4.2 Utjecaj usmjerenosti i bočnog nagiba kotača.....	106
6. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja stabilnosti vozila .....	109
6.1 Formulacija optimizacijskog problema .....	109
6.1.1 ESP test.....	109
6.1.2 Ciljna funkcija i ograničenja .....	110
6.1.3 Optimizacijski scenariji.....	111
6.2 Rezultati optimiranja .....	113
6.2.1 Scenarij neredundantnog FAS upravljanja .....	113
6.2.2 Redundantni FAS slučajevi .....	115
7. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu smanjenja zaustavnog puta kod naglog kočenja.....	128
7.1 Formulacija optimizacijskog problema .....	128
7.1.1 Ciljna funkcija i ograničenja .....	128
7.1.2 Optimizacijski scenariji.....	129
7.2 Rezultati optimiranja .....	130
7.2.1 Uzdužno promjenjivi koeficijent trenja.....	130
7.2.2 Konstantni koeficijent trenja .....	136
7.2.3 Bočno-različiti koeficijent trenja.....	138
7.2.4 Konstantni koeficijent trenja s uključenim graničnim ciklusom ABS aktuatora ... .....	141
8. Zaključak.....	143
Literatura .....	149
Prilozi .....	159
Prilog A. Parametri modela vozila [5].....	159
Prilog B: Optimizacijski kod za slučaj četvrtinskog modela vozila.....	160
Životopis.....	163
Curriculum vitae.....	165

## Popis slika

Slika 2-1: Četvrtinski model vozila.....	11
Slika 2-2: Shema vozila u uzdužnom i bočnom smjeru (a) te vertikalnom smjeru (b) i nelinearne funkcije koje opisuju prednje i stražnje prigušivače (c).....	14
Slika 2-3: Statičke krivulje gume. ....	16
Slika 2-4: Koncept pojednostavljenog modela vozača za primjenu u optimizacijske svrhe [5]. .....	17
Slika 2-5: Blok dijagram referentnog modela vozila ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , $K_u$ = faktor predupravljanja). ....	19
Slika 2-6: Princip poluaktivnog i aktivnog ovjesa.. ....	22
Slika 2-7: Ilustracija upravljanja dinamikom vozila (ESP) [108]. ....	25
Slika 2-8: Uzdužna statička karakteristika autogume i područje regulacije ABS sustava. ....	27
Slika 3-1: Optimizacijski kod za primjer van der Pol oscilatora definiran jednačbama (3-37) do (3-41).. ....	46
Slika 4-1: Profili neravnina podloge za slučajeve izbočine (a), ulegnuća (b), i izbočine za slučaj punog modela vozila (c). ....	48
Slika 4-2: Rezultati optimiranja za slučaj niske izbočine uz isključivo penaliziranje neudobnosti (scenarij 1 <sup>a</sup> ) iz tablice 4-1).....	55
Slika 4-3: Rezultati optimiranja za slučaj visoke izbočine s kombiniranom penalizacijom neudobnosti vožnje i neupravljivosti vozila (scenarij 1 iz tablice 4-1).. ....	57
Slika 4-4: Rezultati optimiranja za slučaj visoke izbočine s ograničenjem na minimalnu vrijednost normalne sile kotača (scenarij 3 iz tablice 4-1). ....	58
Slika 4-5: Dijagram sličan Pareto fronti za dva glavna indeksa kvalitete upravljanja i slučajeve niske i visoke izbočine prikazane u tablici 4-1, pri čemu točke punog kvadratičnog oblika odgovaraju Slučaju 1 s $k_{12}$ iznosa $30000 \text{ 1/s}^4$ i $80000 \text{ 1/s}^4$ ( $\tau_p = 0$ ). ....	60
Slika 4-6: RMS vrijednosti kriterija neudobnosti (a) i neupravljivosti (b) za različite vrijednosti prethodnog vremenskog prozora izbočine i slučaj niske izbočine (optimizacijski scenarij 3).....	60
Slika 4-7: Rezultati optimiranja za potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja i slučaj visoke izbočine ( $U_0 = 35 \text{ km/h}$ ).....	62
Slika 4-8: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na udobnost vožnje	

(scenarij 1)..	66
Slika 4-9: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na smanjenje energije FAS aktuatora (scenarij 2)..	67
Slika 4-10: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na smanjenje osjetljivosti na oštećenje gume (scenarij 3)..	68
Slika 4-11: Optimizacijski rezultati za pravokutni oblik ulegnuća uz isključivo penaliziranje neudobnosti vožnje ( $J = \int_0^{t_f} \dot{x}_4^2 dt$ )..	69
Slika 4-12: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća duljine $T = 0.5$ s i naglasak na smanjenje oštećenja gume (slučaj 3 - originalna ograničenja)..	71
Slika 4-13: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća duljine $T = 0.5$ s i naglasak na smanjenje oštećenja gume (slučaj 3 - modificirana ograničenja)..	72
Slika 5-1: Rezultati optimiranja slijeđenja puta za tri DLC manevra i ARS aktuator..	75
Slika 5-2: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 5 prikazan u tablici 5-2..	79
Slika 5-3: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 7 prikazan u tablici 5-2 (koji uzima u obzir dinamiku neovještene mase)..	82
Slika 5-4: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 1 prikazan u tablici 5-2..	85
Slika 5-5: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 3 prikazan u tablici 5-1..	86
Slika 5-6: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 2 (optimizacijski scenarij 3 iz tablice 5-3, proširen s ograničenjem na uzdužno klizanje uz iznos koeficijenta $k_4 = 10^{-7}$ )..	90
Slika 5-7: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 3 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 250$ Nm) i optimizacijski scenarij 5 iz tablice 5-4..	91
Slika 5-8: Usporedni rezultati optimiranja ARS i ARS+FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 3 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 250$ Nm) i optimizacijski scenarij 5..	96
Slika 5-9: Usporedni rezultati optimiranja ARS i ARS+FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ Nm) i optimizacijski scenarij 5..	97
Slika 5-10: Usporedni rezultati optimiranja AFS i AFS+FAS upravljačkog djelovanja za	

Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.....	99
Slika 5-11: Odzivi stražnjih (a) i prednjih (b) kuteva skretanja kotača za optimizacijske rezultate prikazane redom na slikama 5-8 i 5-10. ....	100
Slika 5-12: Rezultati optimiranja 4WS upravljačkog djelovanja za Manevar 1.....	101
Slika 5-13: Usporedni rezultati optimiranja 4WS i 4WS+FAS upravljačkog djelovanja 4WS i 4WS+FAS optimizacijski rezultati za Maneuver 1 i optimizacijski scenarij 5... ..	102
Slika 5-14: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja uz ograničenje na iznos promjene sile FAS aktuatora u iznosu od 5 kN/s, Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.....	105
Slika 5-15: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja uz ograničenje na iznos promjene sile FAS aktuatora u iznosu od 0.5 kN/s, Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.....	106
Slika 5-16: FAS optimizacijski rezultati za model vozila proširen s bočnom dinamikom autogume, te efektima bočnog nagiba i usmjerenosti kotača (Manevar 1) i optimizacijski scenarij 3. ....	107
Slika 6-1: Definicija oblika kuta skretanja prednjih kotača kod ESP testa (a) i odgovarajući oblik brzine skretanja (b). ....	110
Slika 6-2: Rezultati optimiranja za scenarij temeljnog (neredundantnog) FAS upravljanja (Slučaj FAS1 iz tablice 6-1) u uvjetima ESP testa, uključujući usporedbu s odzivima pasivnog vozila i ESP sustava regulacije. ....	114
Slika 6-3a: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 do FAS4 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 1: osnovni odzivi. ....	118
Slika 6-3b: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 do FAS4 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 2: normalne sile kotača i bočne sile autoguma. ....	119
Slika 6-4a: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 i FAS5 do FAS7 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 1: osnovni odzivi.. ....	121
Slika 6-4b: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 i FAS5 do FAS7 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 2: normalne sile kotača i bočne sile autoguma. ....	122

Slika 6-5: Rezultati optimiranja za FAS+ESP konfiguraciju i ESP test, s uključenom usporedbom u odnosu na slučajeve pasivnog vozila i ESP sustava.....	123
Slika 6-6: Rezultati optimiranja okretnih momenata kočnica za ESP test, s uključenom usporedbom u odnosu na slučajeve pasivnog vozila i optimiranog neredundantnog FAS upravljanja..	125
Slika 6-7: Usporedni rezultati optimiranja uz FAS upravljanje s različitim iznosima težinskog faktora ciljne funkcije $k$ za ESP test. .	127
Slika 7-1: Oblici koeficijenta trenja za razmatrane scenarije.....	130
Slika 7-2: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj širokog pulsno oblika koeficijenta trenja $\mu$ (slučaj "Pulsni $\mu$ , $d = 15$ m" iz tablice 7-1)..	133
Slika 7-3: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj širokog pulsno oblika koeficijenta trenja $\mu$ (slučaj "Pulsni $\mu$ , $d = 5$ m" iz tablice 7-1)..	134
Slika 7-4: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj uzdužno promjenjivog oblika koeficijenta trenja $\mu$ za slučaj $\mu_2 \ll \mu_1 = 1$ (slučaj "Uzdužni $\mu$ #1" iz tablice 7-1).....	135
Slika 7-5: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj uzdužno promjenjivog oblika koeficijenta trenja $\mu$ za slučaj $\mu_1 = 2\mu_2 = 0.2$ (slučaj "Uzdužni $\mu$ #2" iz tablice 7-1). .....	135
Slika 7-6: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja $\mu$ (slučaj "Konstantni $\mu$ #1" iz tablice 7-1). .....	136
Slika 7-7: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja $\mu$ (slučaj "Konstantni $\mu$ #2" iz tablice 7-1). .....	137
Slika 7-8: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj bočno-promjenjivog oblika koeficijenta trenja $\mu$ s uključenim AFS aktuatorom (slučaj "Bočni $\mu$ & AFS" iz tablice 7-1). .....	140

- Slika 7-9. Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj bočno-promjenjivog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  s uključenim ARS aktuatorom (slučaj "Bočni  $\mu$  & ARS" iz tablice 7-1). ..... 141
- Slika 7-10. Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  uz uključen jednostavan ABS model (slučaj " ABS f=10Hz " iz tablice 7-1). ..... 142

## Popis tablica

Tablica 4-1: Usporedne RMS vrijednosti kriterija neudobnosti i neupravljivosti za pasivno vozilo i različite scenarije optimizacije FAS upravljanja ( $\tau_p = 0$ ).....	59
Tablica 4-2: Usporedni prikaz pokazatelja kvalitete ponašanja pasivnog vozila te FAS-upravljanog vozila za tri optimizacijska scenarija i kosinusni i pravokutni oblik ulegnuća. ....	69
Tablica 4-3: Usporedni indeksi performansi za pasivno vozilo i tri slučaja optimiranja upravljačkih varijabli FAS aktuatora za različite duljine vremenskog prozora i pravokutni oblik ulegnuća. ....	70
Tablica 5-1: Popis različitih tipova manevra dvostruke izmjene pravca.....	73
Tablica 5-2: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ , $T_{in} = 0$ ). ....	84
Tablica 5-3: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 2 ( $\mu = 1$ , $T_{in} = 350$ Nm).....	89
Tablica 5-4: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 3 ( $\mu = 0.6$ , $T_{in} = 250$ Nm). ....	90
Tablica 5-5: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje vozila. $(J_0 / t_f)^{1/2}$ [m], za različite aktuatorске konfiguracije i različite manevre.....	93
Tablica 5-6: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje, $(J_0 / t_f)^{1/2}$ [m], za kombinirane konfiguracije aktivnog skretanja i FAS aktuatora, te za različite manevre iz tablice 5 i optimizacijski scenarij 5.....	98
Tablica 5-7: Usporedne vrijednosti standardnih devijacija pogreške slijeđenja referentne putanje za različite vrijednosti ograničenja na brzinu odziva FAS aktuatora, Manevar 1 i optimizacijski scenarij sličan scenariju 3. ....	104
Tablica 5-8: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje, $(J_0 / t_f)^{1/2}$ [m], za osnovne i proširene konfiguracije modela vozila,	



Manevar 1 i dva temeljna tipa modela vozača .....	108
Tablica 6-1: Usporedni pokazatelji kvalitete upravljanja za različite aktuatorске konfiguracije i FAS upravljačke strategije ( $k=0.01$ ).. .....	124
Tablica 6-2: Usporedni indeksi performansi za neredundantni FAS (Slučaj 1) i različiti težinski faktor $k$ na odziv vozila (amplitudu bočnog pomaka) .....	126
Tablica 7-1: Usporedni pokazatelji kvalitete upravljanja kočnjem za različite scenarije promjene koeficijenta trenja $\mu$ i razne aktuatorске konfiguracije.....	134

# Popis oznaka i kratica

## Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
$a_y$	$m/s^2$	Bočna akceleracija vozila
$a_{y,lim}$	$m/s^2$	Maksimalna ostvariva vrijednost bočne akceleracije vozila
$a_{y,sat}$	$m/s^2$	Zasićenje bočnog ubrzanja
$b$	M	Uzdužna udaljenost od prednje osovine do težišta vozila
$b_i$	-	Granične vrijednosti $i$ -tog ograničenja nejednakosti
$b_s$	Ns/m	Prigušenje ovjesa
$b_t$	Ns/m	Prigušenje gume
$c$	M	Uzdužna udaljenost od stražnje osovine do težišta vozila
$c_i$	-	Granične vrijednosti $i$ -tog ograničenja jednakosti
$C_{\alpha f}$	N/rad	Koeficijent krutosti prednjih guma
$C_{\alpha r}$	N/rad	Koeficijent krutosti stražnjih guma
$d$	m	Duljina dijela ceste s većim koeficijentom trenja za pulsni $\mu$
$d_j$	m	Polovina duljine hoda ovjesa
$dE/dt$	W	Snaga FAS aktuatora
$dx_4/dt$	$m/s^2$	Akceleracija ovješene mase
$dW/dt$	$m/s^2$	Akceleracija vozila u vertikalnom smjeru
$E$	J	Potrošnja energije FAS aktuatora
$f$	Hz	Frekvencija reference uzdužnog klizanja
$F_0$	-	Podintegralna funkcija koja penalizira vremenski odziv varijabli stanja i upravljačke varijable
$f_0$	-	Funkcija cilja problema matematičke optimizacije
$F_a$	N	Sila FAS aktuatora
$f_{df}$	-	Funkcija koja opisuje prednje prigušivače

$f_{dr}$	-	Funkcija koja opisuje stražnje prigušivače
$f_i$	-	Funkcije ograničenja nejednakosti
$f_g$	-	Nelinearna funkcija pomaka stupa volana koja uključuje utjecaj Ackermannove geometrije
$F_j$	N	Sila odbojnika
$F_{si}$	N	Sila ovjesa na $i$ -tom kotaču
$F_{xi}$	N	Uzdužna sila na $i$ -tom kotaču
$F_{xti}$	N	Uzdužna sila na $i$ -tom kotaču definirana u koordinatnom sustavu kotača
$F_{yf}$	N	Ukupna bočna sila na prednjoj osovini
$F_{yi}$	N	Bočna sila na $i$ -tom kotaču
$F_{yr}$	N	Ukupna bočna sila na stražnjoj osovini
$F_{yti}$	N	Bočna sila na $i$ -tom kotaču definirana u koordinatnom sustavu kotača
$F_{yt}(F_z, \alpha)$	-	Funkcija koja predstavlja lateralnu statičku karakteristiku gume
$F_z$	N	Normalna sila
$F_{zf}$	N	Ukupna normalna sila na prednjoj osovini
$F_{zi}$	N	Normalna sila na $i$ -tom kotaču
$F_{zmin}$	N	Donja granica normalne sile
$F_{zr}$	N	Ukupna normalna sila na stražnjoj osovini
$g$	m/s <sup>2</sup>	Gravitacijsko ubrzanje
$g_i$	-	Funkcije ograničenja jednakosti
$H$	-	Hamiltonijan
$h$	m	Visina izbočine
$h_0$	m	Visina centra rotacije oko osi valjanja u težištu vozila
$h_1$	m	Visina težišta vozila iznad osi valjanja
$h_f$	m	Visina prednjeg centra rotacije oko uzdužne osi
$h_g$	m	Visina težišta vozila vozila
$h_i$	s	Korak integracije optimizacijske metode
$h_r$	m	Visina stražnjeg centra rotacije oko uzdužne osi
$I_w$	kgm <sup>2</sup>	Moment inercije kotača

$I_{xx}$	$\text{kgm}^2$	Moment inercije zakreta oko uzdužne osi
$I_{xz}$	$\text{kgm}^2$	Centrifugalni moment inercije
$I_{yy}$	$\text{kgm}^2$	Moment inercije oko poprečne osi
$I_{zz}$	$\text{kgm}^2$	Moment inercije oko vertikalne osi
$J$	-	Ciljna funkcija
$k$	-	Težinski faktor
$K_{ad}$	$\text{Ns}^2/\text{m}^2$	Koeficijent aerodinamičkog otpora
$k_{bs,i}$	$\text{rad/m}$	Koeficijent koji povezuje hod ovjesa s dinamičkim doprinosom usmjerenosti kotača na ukupni kut skretanja volana
$k_j$	$\text{N/m}$	Krutost odbojnika
$k_{rf}$	$\text{N/m}$	Ekvivalentna krutost prednjeg stabilizatora valjanja
$k_{rr}$	$\text{N/m}$	Ekvivalentna krutost stražnjeg stabilizatora valjanja
$k_s$	$\text{N/m}$	Krutost ovjesa (četvrtinski model)
$k_{si}$	$\text{N/m}$	Krutost ovjesa na $i$ -tom kotaču
$k_t$	$\text{N/m}$	Krutost gume
$K_u$	-	Faktor podupravljanja
$K_\delta$	-	Pojačanje modela vozača
$l$	$\text{m}$	Međuosovinski razmak vozila
$L_k(\tau)$	-	Funkcije koje predstavljaju Lagrangeove polinome
$L_r$	$\text{m}$	Udaljenost koju guma koja se kotrlja treba proći da bi nakon skokovite promjene kuta bočnog klizanja bočna sila gume dosegla 63% svoje stacionarne vrijednosti ( <i>engl. relaxation length</i> )
$L_{rack}$	$\text{m}$	Pomak stupa volana
$M$	$\text{kg}$	Ukupna masa vozila
$m_s$	$\text{kg}$	Ovješena masa vozila
$m_u$	$\text{kg}$	Neovješena masa vozila
$M_z$	$\text{Nm}$	Moment skretanja
$n$	-	Broj kolokacijskih točaka
$P$	$\text{W}$	Snaga FAS aktuatora
$p$	$\text{m/s}$	Brzina valjanja

$q$	m/s	Brzina poniranja
$R$	m	Efektivni polumjer kotača
$r$	m/s	Brzina skretanja
$r_{err}$	m/s	Pogreška slijeđenja brzine skretanja
$r_{lim}$	m/s	Maksimalna ostvariva vrijednost brzine skretanja
$r_{min}$	m/s	Minimalna vrijednost brzine skretanja prilikom ESP testa
$r_R$	m/s	Referentna brzina skretanja
$R_i$	m	Dostižni polumjer skretanja
$T$	s	Period izbočine
$t$	s	Vremenski trenuci u kojima se rješava optimizacijski problem
$t_0$	s	Početni vremenski trenutak
$t_f$	s	Konačni vremenski trenutak
$T_i$	Nm	Kočni moment na $i$ -tom kotaču
$T_{lag}$	s	Integralni član modela vozača
$T_{lead}$	s	Derivativni član modela vozača
$T_y$	s	Vremenska konstanta bočne dinamike autogume
$U$	m/s	Uzdužna brzina vozila
$U_0$	m/s	Početna brzina vozila
$U_i$	m/s	Uzdužna komponenta apsolutne brzine centra kotača
$U_{ti}$	m/s	Uzdužna brzina gume
$\mathbf{u}(t)$	-	Vektor vremenskog odziva upravljačkih varijabli
$V$	m/s	Lateralna brzina vozila
$v$	-	Lagrangeovi multiplikatori povezani s konačnim uvjetima
$\dot{V}$	m/s <sup>2</sup>	Derivacija lateralne brzine vozila
$V_i$	m/s	Bočna komponenta apsolutne brzine centra kotača
$v_r$	m/s	Brzina promjene visine profila podloge
$v_{ri}$	m/s	Brzina promjene visine profila podloge na $i$ -tom kotaču
$v_{ui}$	m/s	Brzina neovješene mase na $i$ -tom kotaču

$v_{wi}$	m/s	Apsolutna brzina centra kotača
$W$	m/s	Vertikalna brzina vozila
$\mathbf{W}$	-	Aproksimacija Hesijan matrice od Lagrangijana
$w$	m	Trag kotača
$X$	m	X koordinata pozicije vozila
$\mathbf{x}$	-	Vektor optimizacijskih parametara
$\mathbf{x}^*$	-	Vektor optimalnog rješenja optimizacijskog problema
$\mathbf{x}_0$	-	Početni uvjet optimizacijskog problema
$x_1$	m	Deformacija gume
$x_{1i}$	m	Deformacija gume na $i$ -tom kotaču
$x_2$	m/s	Brzina neovješene mase
$\dot{x}_2$	m/s <sup>2</sup>	Akceleracija neovješene mase
$x_{2i}$	m/s	Brzina neovješene mase na $i$ -tom kotaču
$x_3$	m	Deformacija ovjesa
$x_4$	m/s	Brzina ovješene mase
$\dot{x}_4$	m/s <sup>2</sup>	Akceleracija ovješene mase
$X_{tf}$	m	X koordinata točke slijeđenja kod modela vozača
$Y$	m	Y koordinata pozicije vozila
$Y_R(X)$	m	Funkcija koja definira referentni put vozila
$Z$	m	Pomak vozila u vertikalnom smjeru
$z_{0i}$	m	Početna/stacionarna deformacija ovjesa
$z_i$	m	Hod ovjesa
$z_r$	m	Profil podloge
$z_{ri}$	m	Profil podloge na $i$ -tom kotaču
$z_s$	m	Pozicija neovješene mase
$z_u$	m	Pozicija ovješene mase
$z_{ui}$	m	Pozicija ovješene mase na $i$ -tom kotaču
$z_{u,\min}$	m	Pomoćna varijabla
$\alpha$	-	Korak gradijentne metode
$\alpha_i$	rad	Kut bočnog klizanja $i$ -tog kotača
$\alpha_i^*$	rad	Zakašnjeli kut bočnog klizanja (kada je bočna

		dinamika autogume uključena u model)
$\beta$	rad	Kut bočnog klizanja vozila
$\dot{\beta}$	rad/s	Brzina promjene kuta bočnog klizanja vozila
$\beta_j$	-	Koeficijenti Runge-Kutta metode
$\gamma_{0i}$	rad	Statički bočni nagib kotača
$\gamma_i$	rad	Bočni nagib kotača ( <i>engl. camber angle</i> )
$\Delta \mathbf{x}_k$	-	Smjer pretraživanja gradijentnog algoritma
$\delta_A$	rad	Referentna amplituda kuta zakreta za vrijeme ESP testa
$\delta_f$	rad	Kut zakreta prednjih kotača
$\delta_{lim}$	rad	Maksimalan kut zakreta prednjih kotača
$\delta_{sat}$	rad	Ograničeni kut zakreta prednjih kotača
$\Delta F_{zf}$	N	Ukupna sila FAS aktuatora na prednjoj osovini
$\Delta F_{zi}(t)$	N	FAS upravljačke varijable
$\Delta F_{zr}$	N	Ukupna sila FAS aktuatora na stražnjoj osovini
$\Delta F_{zmax}$	N	Maksimalna sila FAS aktuatora
$\delta_i$	rad	Kut zakreta na $i$ -tom kotaču
$\delta_k$	rad	Amplituda kuta zakreta za vrijeme ESP testa
$\delta_r$	rad	Kut zakreta na stražnjim kotačima
$\Delta \delta_f$	rad	Aditivna komponenta aktivnog prednjeg skretanja
$\delta_{\theta,i}$	rad	Statički kut usmjerenosti $i$ -tog kotača
$\varepsilon$	rad	Nagib osi valjanja
$\eta_0$	-	Nominalna vrijednost kuta uzdužnog klizanja
$\eta_i$	-	Uzdužno klizanje $i$ -tog kotača
$\eta_m$	-	Maksimum uzdužne statičke karakteristike gume
$\eta_{ref}(t)$	-	Funkcija koja predstavlja oscilatornu referencu uzdužnog klizanja
$\theta$	rad	Kut poniranja
$\lambda_i$		KKT multiplikator povezan s ograničenjima jednakosti
$\mu$	-	Faktor trenja
$\mu_i$	-	KKT multiplikator povezan s ograničenjima

		nejednakosti
$\Sigma F_{zi}$	N	Ukupna normalna sila kotača
$\tau_p$	s	Duljina vremenskog prozora
$\varphi$	rad	Kut valjanja
$\varphi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$	-	Funkcija koja predstavlja jednadžbe stanja
$\Phi$	-	Terminalna ciljna funkcija koja penalizira iznose varijabli stanja u konačnom trenutku
$\chi$	-	Parametar aproksimacije prilikom gladenja funkcije
$\psi$	rad	Kut skretanja
$\psi_r$	rad	Željeni kut skretanja
$\omega_i$	rad/s	Kutna brzina vrtnje $i$ -tog kotača
$\nabla f(\mathbf{x}_k)$	-	Gradijent ciljne funkcije

## Popis kratica

4WS	Aktivno skretanje na sva četiri kotača (engl. Four Wheel Steering)
ABC	Aktivna regulacija položaja karoserije (engl. Active Body Control)
ABS	Kočenje sprječavanjem blokiranja kotača (engl. Antilock Braking System)
AFS	Aktivno prednje skretanje (engl. Active Front Steering)
ALSD	Aktivni diferencijal s ograničenim proklizavanjem (engl. Active Limited Slip Differential)
ALSFD	Aktivni prednji diferencijal s ograničenim proklizavanjem (engl. Active Limited Slip Front Differential)
ARS	Aktivno stražnje skretanje (engl. Active Rear Steering)
BPTT	Unazadna propagacija u vremenu (engl. Backpropagation Through Time)
CDC	Poluaktivni ovjesi (engl. Continuously Controlled Damper)
DOF	Stupnjevi slobode gibanja (engl. Degrees of Freedom)
ESP	Elektronički sustav stabilnosti (engl. Electronic Stability Control)
FAS	Potpuno aktivni ovjes (engl. Fully Active Suspension)
GPS	Globalni sustav pozicioniranja (engl. Global Positioning System)
HBVP	Problem rubnih uvjeta Hamiltonijana (engl. Hamiltonian boundary-value problem)



IVP	Cauchyjev problem (engl. Initial Value Problem)
KKT	Karush-Khun-Tucker uvjeti
LG	Legendre-Gauss kolokacijske točke
LGL	Legendre-Gauss-Lobatto kolokacijske točke
LGR	Legendre-Gauss-Radau kolokacijske točke
LP	Linearno programiranje (engl. Linear Programming)
MBC	Prilagođenje prigušenja ovjesa promjenama profila podloge (engl. Magic Body Control)
MIP	Mješoviti cjelobrojni linearni problem (engl. Mixed-Integer Programming)
MPC	Modelsko prediktivno upravljanje (engl. Model Predictive Control)
MRF	Magnetoreološki fluid
NLP	Nelinearno programiranje (engl. Nonlinear Programming)
OSC	Kompensacija preupravljanja (engl. Oversteer Compensation)
QP	Kvadratično programiranje (engl. Quadratic Programming)
RMS	Srednje kvadratne odstupanje
RWD	Pogon na stražnje kotače (engl. Rear-Wheel Drive)
SQP	Sekvencijalno kvadratično programiranje (engl. Sequential Quadratic Programming)
TCS	Regulacija vuče (engl. Traction Control System)
TVCD	Središnji diferencijal s usmjeravanjem momenta (engl. Torque Vectoring Central Differential)
TVD	Diferencijal s usmjeravanjem momenta (engl. Torque Vectoring Differential)
TVFD	Prednji diferencijal s usmjeravanjem momenta (engl. Torque Vectoring Front Differential)
USC	Kompensacija podupravljanja (engl. Understeer Compensation)

# 1. Uvod

## 1.1 Motivacija

U novim generacijama vozila ugrađuje se sve veći broj mehatroničkih sustava s ciljem poboljšanja sigurnosti, udobnosti i agilnosti vožnje. Tako se razvijaju razni sustavi aktivne dinamike vozila koji upravljaju ponašanjem vozila u uzdužnoj, bočnoj i vertikalnoj osi, s primarnim ciljem smanjenja broja i težine nesreća te povećane upravljivosti i udobnosti vozila [1].

Prvi sustavi aktivne dinamike vozila, koji se razvijaju još od 80-tih godina prošlog stoljeća, upravljaju uzdužnom dinamikom vozila, pri čemu se razlikuju dva zadatka: efikasnije kočenje sprječavanjem blokiranja kotača (ABS, *engl. Antilock Braking System*) i regulacija vuče (TCS, *engl. Traction Control System*). Razvoj se potom nastavlja na području elektroničkog sustava stabilnosti (ESP, *engl. Electronic Stability Control*), koji upravlja bočnom dinamikom vozila putem kočenja isključivo ili dominantno jednog od kotača [2]. Time se ostvaruje željeni okretni moment oko vertikalne osi vozila te stabilizira vozilo u kritičnim manevrima [3]. Usporedno se razvijaju poluaktivni (CDC, *engl. Continuously Controlled Damper*) i aktivni ovjesi (FAS, *engl. Fully Active Suspension*), koji upravljaju vertikalnom dinamikom vozila s primarnim ciljem da se poveća udobnost vožnje na neravnim podlogama te spriječi prevrtanje vozila u kritičnim bočnim manevrima [4].

Nedostatak ESP-a vezan je uz aktiviranje kočnica, što povećava razinu buke i vibracija (zbog aktiviranja elektrohidrauličkih aktuatora) te usporava vozilo smanjujući njegovu agilnost [5]. Zbog toga, ali i zbog daljnjeg povećanja značajki kvalitete upravljanja dinamikom vozila, u novije se vrijeme javlja izražen trend k razvijanju sustava dinamike vozila zasnovanih na novim aktuatorima. Jedan od najraširenijih novih aktuatora je aktivno prednje skretanje (AFS, *engl. Active Front Steering*), koje stabilizira vozilo aktivnom korekcijom kuta skretanja prednjih kotača [6], a mogućnosti uključuju i aktivno stražnje skretanje (ARS, *engl. Active Rear Steering*) [7], čije je djelovanje raspregnuto od vozačevog i time općenito učinkovitije od AFS djelovanja, te aktivni i poluaktivni diferencijali koji generiraju korekcijski moment skretanja putem nejednake raspodjele momenata (tj. uzdužnih sila) na unutarnjim i vanjskim kotačima [5]. Kombiniranje više aktuatora može dodatno poboljšati značajke aktivne bočne

dinamike vozila zbog komplementarnosti djelovanja raznih aktuatora [6-8], a najčešće se kombiniraju ESP i AFS sustavi [9] ili ESP i aktivni diferencijali [5]. Kombiniranjem više aktuatora, upravljanje dinamikom vozila postaje bitno složenije, pa se optimalno upravljanje nameće kao prirodno rješenje problema [10-11].

Zadatak optimalnog upravljanja je pronaći vremenski odziv upravljačkih varijabli dinamičkog sustava, koji minimizira zadanu funkciju cilja s obzirom na dana ograničenja. Optimalno upravljanje ima primjenu u mnogim područjima, poput zrakoplovne industrije [12], procesne tehnike [13], robotike [14], automobilske industrije [15], političkih znanosti [16] i ekonomije [17]. Svaki dinamički sustav koji ima barem jedan stupanj slobode upravljanja dobar je kandidat za primjenu postupaka optimalnog upravljanja. Optimirani odziv upravljačkih varijabli rjeđe se koristi izravno u upravljanju tehničkim sustavima u realnom vremenu, jer u nedostatku regulacijskih petlji ne može osigurati robusno ponašanje sustava u prisustvu raznih poremećajnih varijabli i pogrešaka modeliranja. Stoga je njegova primjena općenito šira u fazi prethodne sinteze i vrjednovanja sustava upravljanja, što obuhvaća [18]: a) vrjednovanje raznih aktuatorskih konfiguracija istog objekta upravljanja, b) dobivanje uvida u optimalno ponašanje sustava i pronalaženje maksimalnih ostvarivih performansi upravljanja te c) zadavanje realističnih ciljeva i referentnih varijabli za stvarne regulacijske sustave.

U ovom se radu predlažu odgovarajući postupci optimalnog upravljanja aktivnom dinamikom cestovnih vozila, u svrhu istraživanja načina na koje aktivni ovjes može unaprijediti karakteristike uzdužne, bočne i vertikalne dinamike vozila u raznim složenim manevrima.

## **1.2 Pregled dosadašnjih istraživanja**

### **1.2.1 Optimalno upravljanje**

Numerički postupci za rješavanje problema optimalnog upravljanja mogu se podijeliti u dvije temeljne kategorije: izravni i neizravni postupci [18]. Neizravni postupci temelje se na Pontrjaginovom principu maksimuma [19], dok izravne metode pretvaraju problem optimalnog upravljanja u problem nelinearnog programiranja (NLP, *engl. Nonlinear Programming*), koji se može riješiti raznim numeričkim optimizacijskim algoritmima kao što je sekvencijalno kvadratično programiranje (SQP, *engl. Sequential Quadratic Programming*) [14,20]. Nedostatak neizravnih postupaka je potreba za dobrim početnim uvidom u optimalno

rješenje. S druge strane, izravni postupci rezultiraju numerički složenim NLP problemom s velikim brojem nepoznatih parametara koje je potrebno optimirati [7]. S ciljem izbjegavanja ovog nedostatka, na FSB-u je razvijen algoritam optimalnog upravljanja [21] koji koristi unazadnu propagaciju u vremenu sličnu BPTT (*engl. Backpropagation Through Time*) algoritmima najčešće korištenim u učenju neuronskih mreža [22].

Pseudospektralne kolokacijske metode su nova generacija izravnih postupaka posebno efikasni za rješavanje problema optimalnog upravljanja. Kod ovih postupaka, dinamičke jednačbe stanja procesa diskretiziraju se u vremenu i tretiraju kao ograničenja tipa jednakosti, a upravljačke varijable i varijable stanja opisuju polinomima visokog reda čiji se parametri optimiraju. Danas se općenito smatraju najsnažnijim metodama za rješavanje složenih problema optimalnog upravljanja dinamičkim sustavima [23]. U proteklom desetljeću dogodio se snažan razvoj ovih postupaka, od teorije [24], prema stvarnoj primjeni (posebno u svemirskoj industriji [25], primjerice za izvedbu okreta svemirskog broda od 90 stupnjeva bez upotrebe pogonskog goriva). Danas se koriste u automobilskim primjenama [26], podmornicama [27], energetici [28] i brojnim drugim područjima.

Pseudospektralni kolokacijski postupci transformiraju problem optimalnog upravljanja u problem nelinearnog programiranja aproksimacijom varijabli stanja ortogonalnim polinomima. Transformirani problem može imati stotine tisuća parametara, ali i jako puno nula u matricama (poput Jakobijan matrice) koje se konstruiraju za rješavanje optimizacijskog problema [23], pa ga je moguće riješiti algoritmima koji su specijalizirani za takve probleme, kao što su SNOPT [29] i KNITRO [30]. Prvi programski paketi pisani su u FORTRAN-u, primjerice OTIS [31] i SOCS [32]. U novije vrijeme MATLAB postaje popularan za rješavanje optimizacijskih problema zbog jednostavnosti upotrebe, poboljšanja računalne učinkovitosti i širokih mogućnosti u pripremi ulaznih podataka te obradi rezultata optimiranja. Programski paket TOMLAB [33] omogućuje definiranje i rješavanje problema optimalnog upravljanja pomoću pseudospektralnih postupaka, a objedinio je i prilagodio niz suvremenih optimizacijskih algoritama za rješavanje NLP problema u MATLABU (SNOPT, KNITRO i dr.). Osim TOMLAB-a, postoje i drugi optimizacijski alati u kojima su implementirani pseudospektralni kolokacijski postupci, a najznačajniji su: RIOTS\_95 [34], DIDO [35], DIRECT [36], PROPT [37], GPOPS [38] i GPOPS-II [39].

Budući da je za dobivanje optimalnog rješenja korištenjem pseudospektralnih metoda

potrebno riješiti NLP problem visokih dimenzija, za čije rješavanje ne postoje algoritmi koji garantiraju globalno optimalno rješenje, navedeni programski alati ne mogu garantirati vrijeme izvršavanja, točnost rješenja, a u nekim slučajevima niti pronalazak rješenja koje zadovoljava sva ograničenja. Stoga, ukoliko se koriste navedeni alati posebnu pažnju valja posvetiti modeliranju optimizacijskog problema, tj. najprikladnijoj formulaciji problema optimiranja u svrhu poboljšanja točnosti optimalnog rješenja i ubrzanja vremena izvršavanja optimizacijskog algoritma.

### ***1.2.2 Optimalno upravljanje u dinamici vozila***

Optimalno upravljanje koristi se u [40] s ciljem pronalaska optimalne putanje vozila, tj. generiranje optimalnih upravljačkih varijabli zakreta volana, položaja pedale akceleratora i položaja pedale kočnica, koje minimiziraju vrijeme ili maksimiziraju izlaznu brzinu vozila po izlasku iz zavoja. Noviji radovi vezani su uz pronalazak optimalne putanje vozila za razne koeficijente trenja na cesti [41] te optimalno upravljanje za izbjegavanje bočnog sudara uz primjenu aktivnog diferencijala [42] ili kombiniranjem ESP i AFS aktuatora [43]. Pritom se koriste matematički modeli dinamike vozila koji uzimaju u obzir nelinearni model autogume i općenito nelinearno ponašanje vozila kod velikih vrijednosti kuteva bočnog klizanja.

Dobiveni rezultati optimalnog upravljanja mogu se iskoristiti za upravljanje u realnom vremenu na sljedeće načine: a) interpoliranjem rezultata dobivenih optimalnim upravljanjem za različite početne vrijednosti sustava [44] ili b) primjenom postupka metamodeliranja gdje se stvara surogat model sustava upravljanja koji može precizno predvidjeti upravljački signal na temelju trenutnog stanja sustava [45]. U [46] predložen je novi postupak koji objedinjuje oba postupka, a zasniva se na statističkom interpoliranju rezultata optimalnog upravljanja za odabir parametara upravljačkog zakona.

U novije vrijeme razvijaju se napredni senzori i sustavi dinamike vozila, poput kamera i globalnog sustava pozicioniranja (GPS, *engl. Global Positioning System*), koji omogućuju vozilima da unaprijed predvide putanju vozila i moguće prepreke na cesti [47]. Time su noviji istraživački naponi, također, usmjereni prema implementaciji modelskog prediktivnog upravljanja (MPC, *engl. Model Predictive Control*), gdje se koristi unaprijedna informacija o trajektoriji gibanja vozila (konačni vremenski prozor) [47,48] i u realnom vremenu implementira neki od postupaka optimiranja upravljačkih varijabli na pomičnom vremenskom

prostoru. Teorijska pozadina MPC upravljanja i uvjeti stabilnosti opisani su u [49]. MPC algoritmi implementirani na nelinearnom modelu vozila su javno dostupni prema [50], a mogu se izvesti u realnom vremenu [51].

Prostori za nova istraživanja u primjeni metoda optimalnog upravljanja dinamikom vozila vezani su uz različite pojedinačne i posebno složene aktuatorске konfiguracije te složene scenarije upravljanja u kojem se koriste razni stupnjevi slobode gibanja vozila (npr. uzdužni i bočni stupanj). U tom smislu rad FSB autora [10] analizira i vrednuje optimalno upravljanje raznim aktuatorским konfiguracijama uz korištenje BPTT optimizacijskog algoritma [18]. Naknadna iskustva su pokazala, da iako često vrlo efikasan kod malog broja upravljačkih kanala, BPTT algoritam može rezultirati izraženim lokalnim minimumima ukoliko se koristi više, posebno raznorodnih aktuatora [11]. Kako slične poteškoće nisu uočene kod primjene pseudospektralnih algoritama implementiranih u programskom paketu TOMLAB [11], TOMLAB algoritmi koriste se u ovom radu u rješavanju složenih problema optimalnog upravljanja dinamikom vozila. Pritom se koristi puni nelinearni model vozila temeljen na složenom Pacejka modelu gume [52], razmatra primjena raznih aktuatora (ESP, AFS/ARS, FAS) za karakteristične manevre i sva tri stupnja slobode gibanja te analiziraju razni pristupi modeliranju optimizacijskog problema.

### ***1.2.3 Aktivni ovjes***

Među temeljnim vrstama ovjesa, koje uključuju pasivni, poluaktivni i potpuno aktivni ovjes [53], u primjenama i dalje dominiraju pasivni ovjesi koji porednim djelovanjem opruga i prigušivača smanjuju vibracije šasije izazvane neravninama na cesti. S druge strane, potpuno aktivni ovjesi koriste hidrauličke ili elektromotorne aktuatore kako bi upravljali normalnom silom svakog kotača i vertikalnom akceleracijom šasije [54,55]. Na taj se način putem aktivnih ovjesa mogu postići sljedeći temeljni učinci: a) poboljšati udobnost vožnje, tj. smanjiti amplitude vertikalne akceleracije šasije te b) poboljšati prijanjanje kotača na podlogu tj. smanjiti varijacije normalnih sila kotača, a s ciljem generiranja visokih i preciznih uzdužnih i bočnih sila autoguma u kritičnim manevrima. S druge strane, razvijaju se poluaktivni ovjesi kao kompromis između pasivnog i aktivnog ovjesa. Kako se kod poluaktivnih ovjesa upravljanje ostvaruje promjenom koeficijenta prigušenja ovjesa, njihovo glavno ograničenje vezano je uz pasivno djelovanje, tj. uz to što je smjer aktuirane sile ovjesa (tj. prigušivača)

određen sa smjerom gibanja ovjesa (dvokvadratno ponašanje, za razliku od četverokvadratnog FAS djelovanja).

Kod primjene aktivnog ovjesa u upravljanju vertikalnom dinamikom vozila najčešće se koristi tzv. četvrtinski model vozila te linearno kvadratično optimalno upravljanje [4,56-57]. Pritom se minimizira funkcija cilja koja sadrži srednja kvadratna odstupanja akceleracije (četvrtine) šasije, normalne sile kotača te deformacije ovjesa. Glavni nedostatak ovog postupka proizlazi iz neizravnog zadavanja ograničenja na hod ovjesa, maksimalne sile aktuatora i normalne sile kotača. Primjerice, nepoželjno poskakivanje kotača nastoji se izbjeći kažnjavanjem srednjeg kvadratnog odstupanja normalne sile kotača, umjesto primjenom izravnog donjeg limita normalne sile (u obliku ograničenja tipa nejednakosti). S ciljem otklanjanja ovog nedostatka, u referenci [58] koristi se opći koncept nelinearnog programiranja koji pronalazi upravljački zakon koji maksimizira udobnost vožnje za zadani hod ovjesa, ali pritom ne uzima u obzir ograničenje na poskakivanje kotača. Kod upravljanja poluaktivnim ovjesom, u novije vrijeme predlažu se naprednije metode poput robusnog [59,60] i modelskog prediktivnog upravljanja [61]. Navedeni koncepti optimalnog (i robusnog) upravljanja postavljeni su prvenstveno imajući u vidu stohastički opis neravnina ceste. Time je njihova primjena ograničena u slučaju naglašenih izbočina ili ulegnuća na cesti, kod kojih se puni uvid u kvalitetu upravljanja može dobiti primjenom optimiranja upravljačkih trajektorija za nelinearni model vozila u prisustvu nelinearnih ograničenja [11].

U novije vrijeme pojavljuje se nekolicina radova koji istražuju mogućnost primjene aktivnih ovjesa za poboljšanje kvalitete bočne i uzdužne dinamike vozila [62,63]. U [62] je pokazano da aktivni ovjes može poboljšati bočnu stabilnost vozila povećanjem lateralne akceleracije vozila u kritičnim trenucima. Sam učinak poboljšanja nije detaljnije kvantificiran, korišten je elementarni model autogume koji rezultate može učiniti nesigurnim te nije istražena mogućnost suradnog djelovanja aktivnog ovjesa i drugih aktuatora poput AFS-a ili ESP-a. U [63] je pokazano da aktivni ovjes može pomoći ABS-u u upravljanju vozilom i skratiti zaustavni put. Međutim i ovo istraživanje je ograničeno na pojednostavljeni model vozila koji ne uzima u obzir složeno nelinearno ponašanje autogume, preklopno ('relejno') ponašanje ABS-a i scenarije promjenjivog koeficijenta trenja između autogume i podloge.

## 1.3 Cilj i hipoteza istraživanja

Glavni cilj istraživanja je predložiti i implementirati numerički precizne, stabilne i učinkovite postupke modeliranja optimizacijskog problema za nelinearni sustav aktivne dinamike vozila te primjenom tih postupaka istražiti na koji način aktivni ovjes može unaprijediti karakteristike uzdužne, bočne i vertikalne dinamike vozila u različitim složenim manevrima.

Temeljna hipoteza rada je da aktivni ovjes može: a) izravno poboljšati udobnost vožnje, upravljivost vozila i otpornost na oštećenje kotača kod naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti; te b) unaprijediti bočnu stabilnost i smanjiti zaustavni put vozila prikladnom dinamičkom raspodjelom normalnih sila kotača.

Istraživanje je pretežno numeričkog karaktera u dijelu računalnih simulacija, optimiranja upravljačkih varijabli i analize dinamike vozila, a dijelom analitičkog karaktera kod pojednostavljenih analiza ponašanja vozila u specifičnim radnim uvjetima.

## 1.4 Struktura rada

Istraživanje unaprjeđenja karakteristika uzdužne, bočne i vertikalne dinamike vozila pomoću aktivnog ovjesa prikazano je kroz ukupno osam poglavlja ovog rada, uključujući uvod i zaključak. U nastavku je dan opis pojedinih poglavlja.

**Drugo poglavlje:** *Modeli dinamike vozila.* opisani su matematički modeli dinamike vozila korišteni u istraživanju, koji uključuju: 1) četvrtinski model vozila proširen s nelinearnim funkcijama koje opisuju limit hoda ovjesa i gubitak normalne sile autogume kod odskoka kotača, 2) potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja i uključenim podmodelom neovješene mase. Također, dan je pregled sustava aktivnog upravljanja dinamikom vozila, koji uključuje poluaktivni i aktivni ovjes za upravljanje vertikalnom dinamikom, te ESP (*engl. Electronic Stability Control*) i ABS (*engl. Anti-lock Braking System*) sustave za upravljanje bočnom i uzdužnom dinamikom vozila.

**Treće poglavlje:** *Optimalno upravljanje.* Dan je pregled raznih optimizacijskih problema, te numeričkih metoda i programskih paketa za rješavanje problema optimalnog upravljanja. Pritom se daje naglasak na kolokacijske metode za rješavanje diferencijalnih jednadžbi, pseudospektralne metode za rješavanje problema optimalnog upravljanja i SQP metode za



rješavanje problema nelinearnog programiranja, na kojima je zasnovan programski paket TOMLAB koji se koristi u ovom radu. Na jednostavnom primjeru pokazuje se na koji se način koristeći TOMLAB module može definirati problem optimalnog upravljanja, zadati funkciju cilja i fizička ograničenja sustava, te pretvoriti problem optimalnog upravljanja u problem nelinearnog programiranja (NLP) koji se može riješiti upotrebom prikladnih algoritama poput SNOPT i KNITRO.

**Četvrto poglavlje:** *Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika vertikalne dinamike vozila.* Opisuje mogućnosti unaprjeđenja karakteristika vertikalne dinamike vozila uz primjenu aktivnog ovjesa. Provođi se optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u prisustvu naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti (onih visokih amplituda ili oštih rubova). Ispituju se mogućnosti poboljšanja kvalitete upravljanja za razne duljine vremenskog prozora do nadolaska neravnine na cesti, kao i razne oblike i duljine neravnina. U slučaju ulegnuća, pored uobičajenog kriterija akceleracije ovješene mase, u ciljnu funkciju uključuje se i kažnjavanje potrošnje energije od strane aktivnog ovjesa i oštećenja gume kao posljedice udara na stražnji brid ulegnuća.

**Peto poglavlje:** *Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika bočne dinamike vozila.* Proširuje analizu na istraživanje mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne dinamike vozila pri slijeđenju referentne trajektorije gibanja. Opisuje se postupak optimiranja upravljačkih varijabli za različite aktuatorске konfiguracije vozila te tri tipa manevra dvostruke izmjene pravca (*engl. double lane change*), koristeći pritom model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja. Naglasak je na istraživanju: (1) autoriteta aktivnog ovjesa u upravljanju bočnom dinamikom vozila, uključujući mogućnosti kompenzacije podupravljanja i preupravljanja i povećanja bočne akceleracije, te uz usporedbu rezultata optimiranja s onima dobivenim za ostale aktuatorске konfiguracije; te (2) kombiniranje s drugim aktuatorima, s naglaskom na sustave aktivnog skretanja (AFS, ARS). Analiziraju se i utjecaji dodatnih (popratnih) aspekata dinamike vozila uključujući aktuatorski sustav i autogumu: (1) utjecaj granične frekvencije aktuatorskog sustava aktivnog ovjesa, (2) utjecaj dodatnih efekata poput bočne dinamike autogume, bočnog nagiba kotača i usmjerenosti kotača, (3) provjera primjenjivosti rezultata optimalnog upravljanja uz uključen model neovješene mase (četiri stupnja slobode više).

**Šesto poglavlje:** *Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja*

*bočne stabilnosti vozila. Analizu nadalje proširuje na standardizirani ESP test (engl. Sine-with-dwell test), gdje je naglasak na analizi poboljšanja kvalitete upravljanja bočnom stabilnošću vozila uz kombiniranu primjenu aktivnog ovjesa i ESP sustava. Ciljna funkcija uzima u obzir suprotstavljene kriterije minimiziranja pogreške slijeđenja referentne brzine skretanja vozila (koja implicitno uključuje i kriterij bočne stabilnosti) i maksimiziranja amplitude bočnog pomaka (koja određuje bočnu agilnost vozila). Ispituju se različiti upravljački zakoni u svrhu objedinjavanja/smanjenja upravljačkih stupnjeva slobode aktivnog ovjesa radi lakše formulacije budućih regulacijskih algoritama.*

**Sedmo poglavlje:** *Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu smanjenja zaustavnog puta kod naglog kočenja. Razmatra se uzdužna dinamika vozila te istražuje mogućnost smanjenja zaustavnog puta za slučaj da se sustav kočenja (ABS) proširi djelovanjima aktivnog ovjesa. Analiza obuhvaća različite profile koeficijenta trenja između autogume i podloge, poput konstantnog, uzdužno promjenjivog ili bočno-različitog koeficijenta trenja. Također, pri optimiranju upravljačkih trajektorija uzima se u obzir ciklički diskontinuirano djelovanje ABS aktuatora.*

**Osmo poglavlje:** *Zaključak.* Dani su glavni zaključci istraživanja.

## 2. Modeli dinamike vozila

Dinamika vozila opisuje djelovanje sila na vozilo te gibanje vozila pod djelovanjem tih sila, pri čemu razlikujemo sile u uzdužnoj osi (pogonske i kočne sile, te sile otpora), bočnoj osi (centrifugalne sile) i vertikalnoj osi (opterećenje kotača, udarne sile zbog neravnina ceste). U ovom poglavlju prikazat će se:

1. modeliranje sustava dinamike vozila, koje uključuje četvrtinski model vozila te potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode s opcijom uključivanja podmodela neovješene mase;
2. pregled sustava aktivnog upravljanja dinamikom vozila razmatranih u ovom radu: FAS, ABS i ESP.

### 2.1 Modeliranje dinamike vozila

Za potrebe analize dinamike vozila razvijene su razne vrste matematičkih modela vozila [106, 107]. U radu će se koristiti dva modela različite kompleksnosti. Za analizu mogućnosti poboljšanja vertikalne dinamike vozila uz primjenu aktivnog ovjesa, u poglavlju 4 pretežno će se koristiti četvrtinski model vozila, proširen nelinearnostima vezanima uz ograničenje hoda ovjesa i gubitak normalne sile autogume zbog odskoka kotača. Četvrtinski model prikladan je zbog svoje jednostavnosti koja rezultira kraćim trajanjem i manjom numeričkom osjetljivošću izvođenja optimizacijskih algoritama. Rezultati dobiveni jednostavnim četvrtinskim modelom validirat će se korištenjem složenijeg modela vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja, koji će se ujedno koristiti u poglavljima 5-7 u kontekstu istraživanja primjene aktivnog ovjesa u unaprjeđenju karakteristika bočne i uzdužne dinamike vozila.

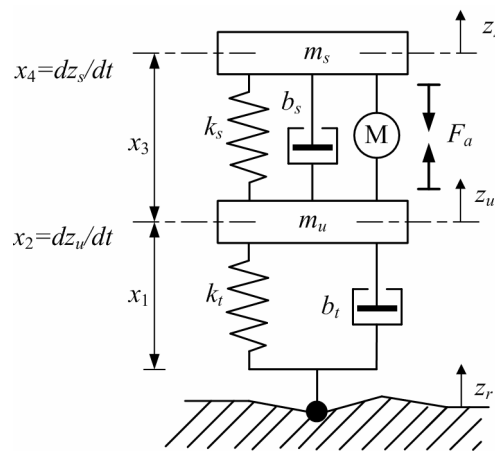
#### 2.1.1 Četvrtinski model vozila

Četvrtinski model vozila korišten u ovom radu prikazan je na slici 2-1, a pored temeljnih pasivnih elemenata uključuje i aktuator punog aktivnog ovjesa (FAS; oznaka M na slici 2-1) [4].

Model uključuje četiri varijable stanja:

1. deformacija gume  $x_1 = z_u - z_r$ ,
2. brzina neovješene mase  $x_2 = dz_u / dt$ ,
3. deformacija ovjesa  $x_3 = z_s - z_u$ ,
4. brzina ovješene mase  $x_4 = dz_s / dt$ ,

gdje  $z_u$ ,  $z_s$  i  $z_r$  redom predstavljaju pozicije ovješene i neovješene mase te profil podloge. Parametri modela preuzeti su iz [64]:  $m_s = 240$  kg,  $m_u = 36$  kg,  $b_s = 980$  Ns/m,  $k_s = 16000$  N/m, i  $k_t = 160000$  N/m, dok je koeficijent prigušenja gume postavljen na  $b_t = 100$  Ns/m.



Slika 2-1: Četvrtinski model vozila.

Sustav se opisuje sljedećim jednadžbama stanja:

$$\dot{x}_1 = x_2 - v_r, \quad (2-1)$$

$$m_u \dot{x}_2 = F_a + k_s x_3 + b_s (x_4 - x_2) - k_t x_1 - b_t (x_2 - v_r) - m_u g + F_j, \quad (2-2)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 - x_2, \quad (2-3)$$

$$m_s \dot{x}_4 = -F_a - k_s x_3 - b_s (x_4 - x_2) - m_s g - F_j, \quad (2-4)$$

gdje  $v_r = dz_r / dt$  predstavlja vertikalnu brzinu promjene visine (profila) podloge,  $F_a$  silu FAS aktuatora (upravljačka varijabla), a  $F_j$  silu odbojnika (*engl. jounce stop*) definiranu kao:

$$F_j = \begin{cases} k_j (x_3 - x_{30} - d_j), & \text{za } x_3 - x_{30} \geq d_j \\ k_j (x_3 - x_{30} + d_j), & \text{za } x_3 - x_{30} \leq -d_j \\ 0, & \text{u protivnom.} \end{cases} \quad (2-5)$$

gdje  $d_j = 0.1$  m označava polovinu duljine hoda ovjesa, a  $k_j = 160000$  N/m predstavlja krutost

odbojnika (inicijalnog iznosa  $k_j = 1600000$  N/m, koji je smanjen 10 puta zbog bolje numeričke efikasnosti optimiranja). Indeks 0 kod varijabli stanja (primjerice  $x_{30}$  u jednadžbi (2-5)) predstavlja njihovu početnu vrijednost.

Normalna sila autogume (kao izlaz iz modela) dana je jednadžbom:

$$F_z = [-k_t x_1 - b_t (x_2 - v_r)] \lambda(x_1), \quad (2-6)$$

pri čemu se faktor  $\lambda(x_1)$  postavlja na nulu u trenucima kada se guma izdigne iznad podloge:

$$\lambda(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{za } x_1 \leq 0 \\ 0, & \text{u protivnom.} \end{cases} \quad (2-7)$$

### 2.1.2 Model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja

Varijable stanja. U ovom radu koristit će se model putničkog vozila Jaguar S-Type (tip limuzine), koji ima pogon na stražnje kotače (RWD, *engl. rear-wheel drive*). Model ima 10 stupnjeva slobode gibanja (DOF, *engl. degrees of freedom*), prikazan je skicama na Slici 2-2, a preuzet je iz [5]. Šest osnovnih varijabli stanja uključuje uzdužnu ( $U$ ), bočnu ( $V$ ) i vertikalnu ( $W$ ) brzinu, te brzine valjanja ( $p$ ), poniranja ( $q$ ) i skretanja ( $r$ ), koje se definiraju redom kao brzine zakreta oko uzdužne, poprečne i vertikalne osi vozila. Preostale četiri varijable stanja su kutne brzine vrtnje  $\omega_i$  pojedinih kotača,  $i = 1, \dots, 4$ . Osnovne jednadžbe stanja definirane su u koordinatnom sustavu vozila sljedećim jednadžbama, pri čemu su parametri vozila i njihovo značenje dani u Prilogu A [5]:

$$M(\dot{U} - Vr) + K_{ad}U^2 = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}, \quad (2-8)$$

$$M(\dot{V} + Ur) = \underbrace{F_{y1} + F_{y2}}_{F_{yf}} + \underbrace{F_{y3} + F_{y4}}_{F_{yr}}, \quad (2-9)$$

$$M\dot{W} + Mg = F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4}, \quad (2-10)$$

$$(I_{xx} - \mathcal{E}_{xz})\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - Mh_1\dot{V} = MUh_1r + Mgh_1\phi - (h_f - h_0)F_{yf} - (h_r - h_0)F_{yr} + \frac{w}{2}(F_{z1} + F_{z3}) - \frac{w}{2}(F_{z2} + F_{z4}), \quad (2-11)$$

$$I_{yy}\dot{q} = -(F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4})h_g - b(F_{z1} + F_{z2}) + c(F_{z3} + F_{z4}), \quad (2-12)$$

$$I_{zz}\dot{r} + (-I_{xz} + \mathcal{E}_{zz})\dot{p} = bF_{yf} - cF_{yr} - \frac{w}{2}F_{x1} - \frac{w}{2}F_{x3} + \frac{w}{2}F_{x2} + \frac{w}{2}F_{x4}, \quad (2-13)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{I_w} T_i - \frac{R}{I_w} F_{xti}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (2-14)$$

Varijable  $F_{xi}$  i  $F_{yi}$  predstavljaju uzdužne i bočne sile autogume u koordinatnom sustavu vozila, koje se dobivaju transformacijom odgovarajućih izvornih sila autoguma  $F_{xti}$  i  $F_{yti}$  (definiranim u koordinatnom sustavu autogume):

$$\begin{bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{xti} \\ F_{yti} \end{bmatrix}, \quad (2-15)$$

gdje je  $\delta_i$  kut zakreta kotača. Model vozila uključuje i dodatne četiri varijable stanja koje definiraju kuteve valjanja ( $\phi$ ), poniranja ( $\theta$ ) i skretanja ( $\psi$ ) te pomak vozila u vertikalnom smjeru ( $Z$ ):

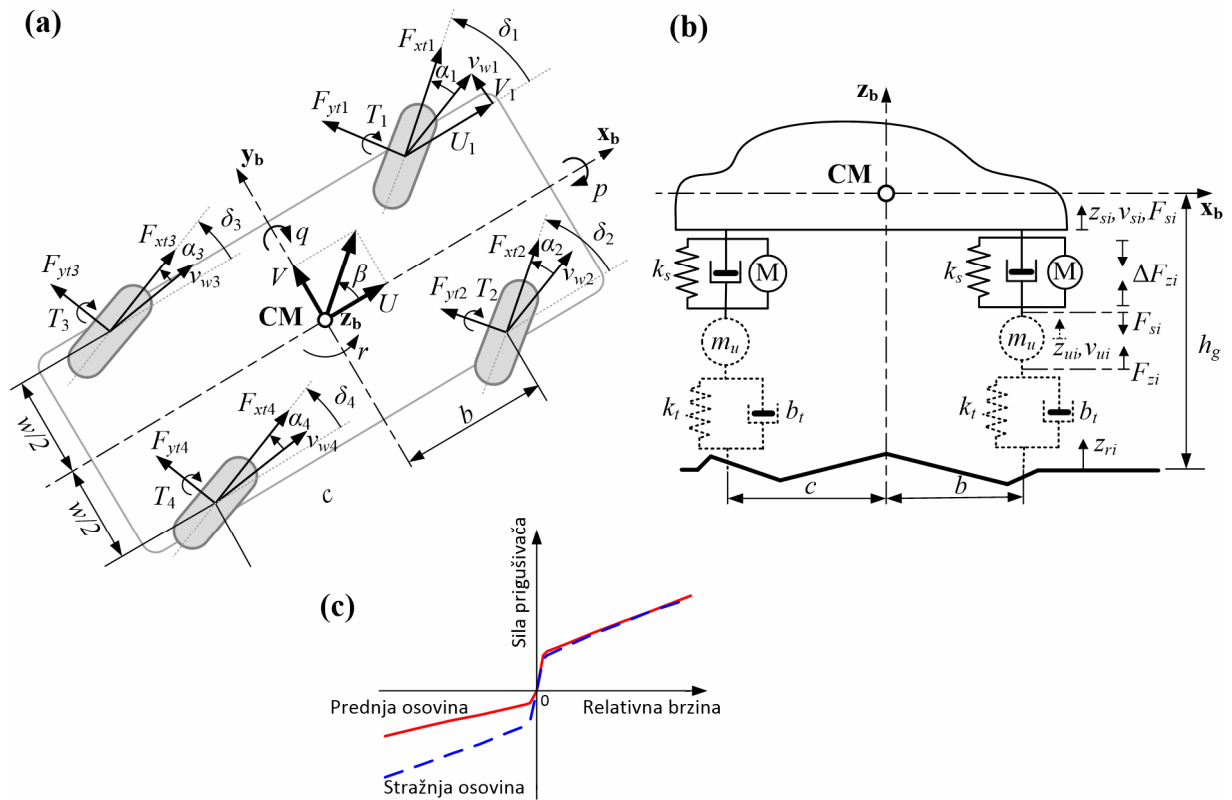
$$\dot{\phi} = p, \quad \dot{\theta} = q, \quad \dot{\psi} = r, \quad \dot{Z} = W. \quad (2-16)$$

Pozicija vozila u inercijskom koordinatnom sustavu dobiva se integriranjem sljedeće jednadžbe, koja definira koordinatnu transformaciju linearnih brzina iz koordinatnog sustava vozila u inercijski koordinatni sustav:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}. \quad (2-17)$$

Kut bočnog klizanja vozila  $\beta$ , koji predstavlja kut između smjera gibanja težišta vozila (tj. vektora  $U\vec{i} + V\vec{j}$ ) i uzdužne osi vozila (v. sliku 2-2a), definiran je izrazom  $\beta = \text{atan}(V/U)$ .

Modeliranje vertikalne dinamike. U literaturi (primjerice u [5]) se utjecaj visokofrekvencijske dinamike neovještene mase uobičajeno zanemaruje (izostavlja se podsustav označen isprekidanim linijama na slici 2-2b, tako da vrijedi  $F_{zi} = F_{si}$ ). U tom slučaju, podsustav vertikalne dinamike reducira se na sustav ovjesa, koji se modelira pomoću opruge i prigušivača (usp. sliku 2-1), a u slučaju aktivnog ovjesa proširen je FAS aktuatorom (oznaka M na slici 2-2).



Slika 2-2: Shema vozila u uzdužnom i bočnom smjeru (a) te vertikalnom smjeru (b) i nelinearne funkcije koje opisuju prednje i stražnje prigušivače (c).

Hod i brzina ovjesa na svakom kotaču definirani su sljedećim jednažbama:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} Z \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_{z1} \\ v_{z2} \\ v_{z3} \\ v_{z4} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{bmatrix} W \\ p \\ q \end{bmatrix}, \quad \text{gdje je } \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & w/2 & -b \\ 1 & -w/2 & -b \\ 1 & w/2 & c \\ 1 & -w/2 & c \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

Pomoću hoda i brzine ovjesa računaju se ukupne sile ovjesa, koje ujedno predstavljaju normalnu silu kotača za slučaj zanemarene dinamike neovješene mase (tj. 10 DOF modela):

$$\begin{bmatrix} F_{s1} \\ F_{s2} \\ F_{s3} \\ F_{s4} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{rf} & -k_{rf} & 0 & 0 \\ -k_{rf} & k_{s2} + k_{rf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{s3} + k_{rr} & -k_{rr} \\ 0 & 0 & -k_{rr} & k_{s4} + k_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{df}(v_{z1}) \\ f_{df}(v_{z2}) \\ f_{dr}(v_{z3}) \\ f_{dr}(v_{z4}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta F_{z1} \\ \Delta F_{z2} \\ \Delta F_{z3} \\ \Delta F_{z4} \end{bmatrix}, \quad (2-19)$$

gdje su  $f_{df}$  i  $f_{dr}$  nelinearne funkcije koje opisuju prednje i stražnje prigušivače, prikazane na slici 2-2c. Također, uključene su i sile uslijed djelovanja stabilizatora valjanja kroz koeficijente krutosti  $k_{rf}$  i  $k_{rr}$ .

Model dinamike vozila se u pojedinim slučajevima (primjerice kod detaljne analize vertikalne dinamike vozila ili radi provjere dobivenih rezultata uz primjenu pojednostavljenog modela) proširuje s opisom dinamike neovješene mase. Pritom se izvorni model proširuje s dodatnih osam varijabli stanja koje predstavljaju brzinu  $x_{2i} = v_{ui}$  i poziciju  $x_{1i} = z_{ui} - z_{ri}$ , pojedinog kotača  $i = 1, \dots, 4$  (v. sliku 2-2b):

$$m_u \dot{x}_{2i} + m_u g = F_{zi} - F_{si}, \quad (2-20)$$

$$\dot{x}_{1i} = x_{2i} - v_{ri}. \quad (2-21)$$

gdje je  $v_{ri} = dz_{ri}/dt$ . Normalna sila autogume definira se izrazom:

$$F_{zi} = -k_t x_{1i} - b_t (x_{2i} - v_{ri}). \quad (2-22)$$

Jednadžba vertikalne dinamike (2-10) tada se mijenja tako da se ukupna masa vozila  $m$  zamijeni masom samo ovješene dijela vozila,  $m_s$ .

Model gume. Uzdužno klizanje gume  $\eta_i$  i kut bočnog klizanja kotača  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , definirani su kao [5]:

$$\eta_i = \frac{R\omega_i - U_i}{U_i}, \quad (2-23)$$

$$\alpha_i = \delta_i - \arctan \frac{V_i}{U_i}, \quad (2-24)$$

gdje su  $U_i$  i  $V_i$  uzdužne i bočne komponente apsolutne brzine centra kotača  $v_{wi}$  (v. sliku 2-2a), definirane izrazima:

$$U_i = U + (-1)^i \frac{W}{2} r, \quad V_{1,2} = V + br, \quad V_{3,4} = V - cr. \quad (2-25)$$

U izrazu (2-23), prednji i stražnji kutevi zakreta kotača  $\delta_f = \delta_1 = \delta_2$  i  $\delta_r = \delta_3 = \delta_4$  odnose se redom na upravljačku varijablu vozača i upravljačku varijablu sustava stražnjeg aktivnog skretanja (ARS), s tim da komanda vozača  $\delta_f$  uključuje i aditivnu aktivnu komponentu  $\Delta\delta_f$  za slučaj kada se koristi aktivno prednje skretanje (AFS).

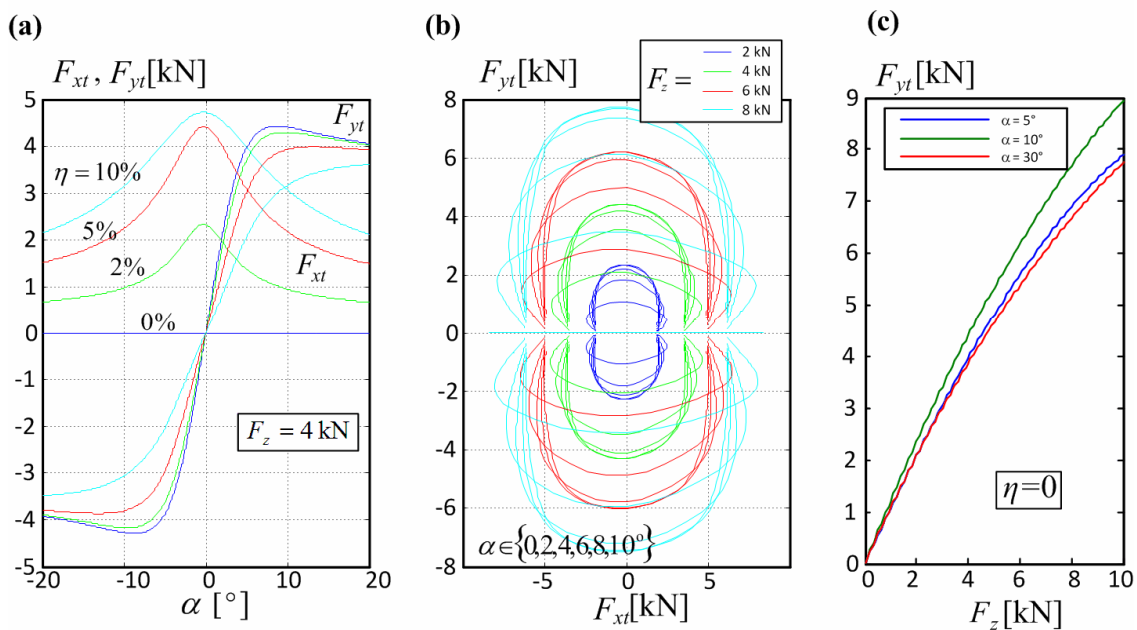
Sile guma  $F_{xti}$  i  $F_{yti}$  računaju se pomoću statičkog modela gume, tzv. magične formule ili Pacejkinog modela [52], u ovisnosti o gore definiranim vrijednostima uzdužnog klizanja  $\eta_i$ , kuta bočnog klizanja  $\alpha_i$  i opterećenja gume  $F_{zi}$  (v. sliku 2-3 za statičke karakteristike



autogume), pri čemu se izlazne varijable modela skaliraju s faktorom trenja između autogume i podloge  $\mu$  [5]:

$$\begin{bmatrix} F_{xti} \\ F_{yti} \end{bmatrix} = \mu \mathbf{f}_t(\eta_i, \alpha_i, F_{zi}) . \quad (2-26)$$

Ovakav pristup modeliranju pogodan je za korištenje u optimizacijske svrhe zato što na jednostavan način može opisati utjecaj faktora trenja  $\mu$  na vršne vrijednosti sila guma (one u području klizanja), kao i na gradijent statičke krivulje u području adhezije za većinu tipova podloge [65,66].

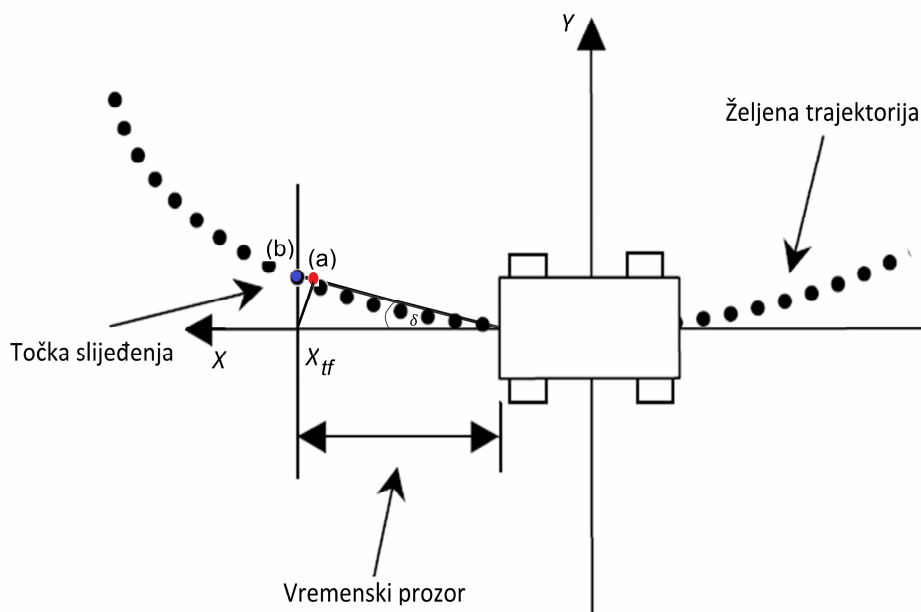


Slika 2-3: Statičke krivulje gume.

Model vozača. U većem dijelu provedenog istraživanja pretpostavlja se vozač u otvorenoj petlji (tj. robot-vozač), što znači da je odziv kuta skretanja prednjih kotača unaprijed zadan (vremenska trajektorija  $\delta_f$  je unaprijed poznata, tj. neovisna o referentnoj trajektoriji gibanja i varijablama dinamike vozila). Međutim, radi općenitosti, u jednom dijelu istraživanja korišten je model vozača u zatvorenoj petlji, koji je preuzet iz [5] i prilagođen (pojednostavljen) za primjenu u optimizacijske svrhe. Model vozača korišten u [5] formuliran je na način da se u svakom vremenskom trenutku postavi točka slijeđenja  $X_{tf}$  na linearno projiciranoj udaljenosti (vidi sliku 2-4)  $0.25U$  [s] od trenutne  $X$  koordinate vozila i primijeni algoritam koji traži referentnu točku na stvarnoj putanji vozila koja je najbliža točki slijeđenja (točka (a) na slici

2-4), u slučaju da točka slijeđenja nije na stvarnoj putanji. Referentna točka se koristi radi izračuna referentnog kuta zakreta oko vertikalne osi ( $\psi_r = \arctan((Y_R(X_{tf}) - Y)/(X_{tf} - X))$ ), gdje  $Y_R(X_{tf})$  predstavlja referentnu putanju potrebnog da se vozilo okrene prema ciljnoj točki. Razlika ( $\delta$ ) između referentnog ( $\psi_r$ ) i trenutnog ( $\psi$ ) kuta zakreta oko vertikalne osi dovodi se na kompenzator prvog reda s izraženim derivirajućim djelovanjem (*engl. lead-lag term*), kojim se generira zakret kotača  $\delta_f$ .

Budući da opisani model vozača uključuje logičke funkcije (za određivanje referentne točke na trajektoriji vozila) te programske petlje, ovaj model nije prikladan za izravnu implementaciju u optimizacijske svrhe kod razmatranih algoritama koji zahtijevaju da optimizacijski problem nema diskontinuiteta. Stoga je model vozača pojednostavljen na način da je referentna točka ona čija se  $X$  koordinata poklapa s točkom slijeđenja ( $X_{tf}$ ), vidi točku (b) na slici 2-4. Pojednostavljeni model se u potpunosti poklapa sa stvarnim modelom u slučaju gibanja vozila po  $X$  koordinati, a daje vrlo slične rezultate kao originalni model u slučaju da trajektorije vozila zatvaraju male kutove u odnosu na  $X$  koordinatu (što će biti slučaj u manevrima koji će se koristiti u istraživanju).



Slika 2-4: Koncept pojednostavljenog modela vozača za primjenu u optimizacijske svrhe [5].

Konačne jednadžbe modela vozača su:

$$X_{tf} = X + 0.25U \cos \psi \quad (2-27)$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{Y_R(X_{tf}) - Y}{X_{tf} - X}\right) - \psi \quad (2-28)$$

$$T_{lag} \frac{d\delta_f}{dt} + \delta_f = K_\delta \left( T_{lead} \frac{d\delta}{dt} + \delta \right) \quad (2-29)$$

gdje su  $T_{lead}$ ,  $T_{lag}$  i  $K_\delta$  redom derivativni član, integralni član i pojačanje modela vozača.

Proširenje modela specifičnim efektima sustava skretanja i dinamike autogume. U svrhu provođenja numerički učinkovite optimizacije potrebno je pojednostaviti model vozila. Iz tog su razloga u osnovnim optimizacijskim analizama zanemareni sekundarni efekti upravljačkog sustava i sustava guma. Utjecaj tih efekata je radi analize osjetljivosti optimizacijskih rezultata i otkrivanja mogućih dodatnih upravljačkih mehanizama FAS aktuatora razmatran zasebno.

Model gume, proširen bočnom dinamikom autogume, opisan je sljedećom diferencijalnom jednačinom prvog reda [5]:

$$\frac{L_r}{|U_{ti}|} \frac{d\alpha_i^*}{dt} + \alpha_i^* = \alpha_i \quad (2-30)$$

gdje je kut bočnog klizanja  $\alpha$  dan jednačinom (2-25),  $U_{ti} = U_i \cos \delta_i + V_i \sin \delta_i$  je uzdužna brzina gume,  $L_r$  je udaljenost koju guma koja se kotrlja treba proći da bi nakon skokovite promjene kuta bočnog klizanja  $\alpha_i$  bočna sila gume  $F_{yti}$  dosegla 63% svoje stacionarne vrijednosti (*engl. relaxation length*), a  $\alpha^*$  je zakašnjeli kut bočnog klizanja koji se uvodi u model gume (2-26) umjesto  $\alpha$  u slučajevima kada je bočna dinamika autogume (2-30) uključena u model. Time se zakašnjava odziv bočne sile autogume  $F_{yti}$ .

Bočni nagib kotača (*engl. camber angle*) pridodan je kao ulaz u model gume (2-26), a definiran je kao razlika između statičkog bočnog nagiba kotača i kuta zakreta vozila oko uzdužne osi:

$$\gamma_i = \gamma_{0i} - \phi \quad (2-31)$$

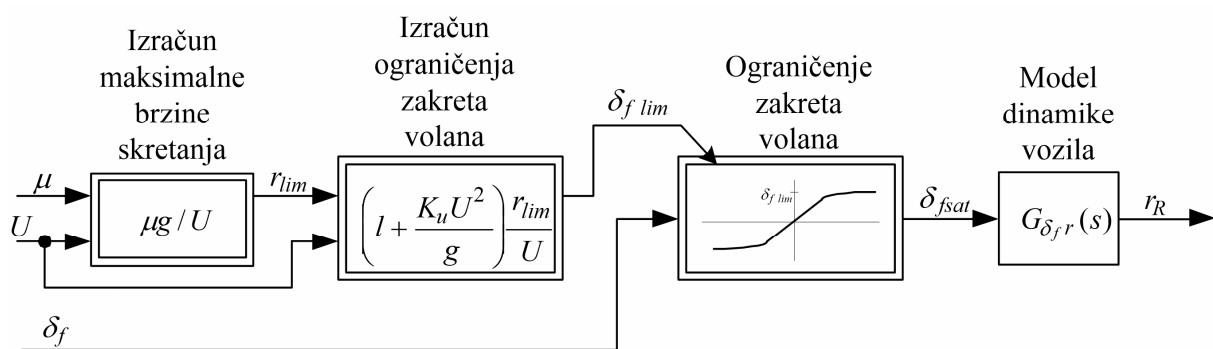
Sustav skretanja kotača opisan je sljedećom jednačinom:

$$\delta_i = f_g(L_{rack}) + \delta_{\tau 0, i} + (-1)^i k_{bs, i}(z_i - z_{i0}) \quad (2-32)$$

pri čemu je  $f_g$  nelinearna funkcija pomaka stupa volana  $L_{rack}$  koja uključuje utjecaj Ackermannove geometrije, dok  $\delta_{\tau 0, i}$  predstavlja statički kut usmjerenosti  $i$ -tog kotača [5].

Koeficijent  $k_{bs}$  povezuje hod ovjesa s dinamičkim doprinosom usmjerenosti kotača na ukupni kut skretanja volana  $\delta_f$ . Ovaj je efekt dominantan na prednjim kotačima ( $k_{bs,3,4} \ll k_{bs,1,2}$ ), s tim da je pasivno vozilo podešeno na način da skretanje vozila uslijed neravnina podloge (*engl. bump steer*) uzrokuje efekt podupravljanja ( $k_{bs,i} > 0$ ; doprinos neravnina smanjuje kut skretanja volana).

Referentni model vozila. Struktura referentnog modela vozila, koji generira referentnu brzinu skretanja vozila  $r_R$  za potrebe ESP regulatora brzine skretanja prikazana je na Slici 2-5 [5,10]. Najprije se izračuna maksimalna ostvariva vrijednost kuta zakreta oko vertikalne osi  $r_{lim} = a_{y,lim} / U \cong \mu g / U$  i odgovarajući maksimalni kut zakreta prednjeg kotača  $\delta_{flim} = (l + K_u U^2 / g) r_{lim} / U$ , pri čemu je  $K_u$  faktor podupravljanja iznosa  $K_u = mg(-b C_{\alpha f} + c C_{\alpha r}) / (l C_{\alpha f} C_{\alpha r})$ , gdje su  $C_{\alpha f}$  i  $C_{\alpha r}$  koeficijenti krutosti prednjih i stražnjih guma (tj. gradijenti lateralne statičke karakteristike gume  $F_{yt}(\alpha)$  u području malih kuteva bočnog klizanja  $\alpha$ ). Kut  $\delta_{flim}$  se zatim primjenjuje kako bi se ograničio kut zakreta prednjeg kotača, koji se koristi za izračun referentne brzine skretanja  $r_R$ . Pritom se funkcija ograničenja (tj. zasićenja; *sat* funkcija) gladi kako bi se uzeo u obzir postupni prijelaz bočne statičke krivulje gume iz područja adhezije u područje klizanja (usp. sliku 2-3a). Na kraju, izgladeni ograničeni kut prednjeg kotača  $\delta_{fsat}$  dovodi se u tzv. bicikl model dinamike vozila [67] kako bi se uzelo u obzir dinamičko ponašanje vozila oko vertikalne osi. Bicikl model je dan u formi modela stanja drugog reda (vidi nastavak ovog odjeljka za jednadžbe modela), proširenog bočnom dinamikom prednje i stražnje gume [67].



Slika 2-5: Blok dijagram referentnog modela vozila ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $K_u = \text{faktor predupravljanja}$ ).

U izvornom referentnom modelu, prikazanom na slici 2-5, blok zasićenja je korišten ispred bloka koji predstavlja model dinamike vozila, radi sprječavanja efekta tzv. namatanja (*engl. windup*) integralnog člana dinamičkog člana. Međutim, ograničenje primijenjeno na ulaznom signalu vodi do funkcije koja nije glatka pa može stvarati numeričke poteškoće kod primjene optimizacijskih algoritama. Stoga je referentni model modificiran tako da je funkcija zasićenja (s ograničenjem  $r_{lim}$ ) postavljena iza bloka koji predstavlja model dinamike vozila. Iako postoje određene dinamičke i stacionarne razlike između dva referentna modela, modificirani model se pokazao preciznim za korištenje u optimizacijske svrhe u slučajevima visokih i umjerenih koeficijenata trenja  $\mu$ .

U nastavku je dan konačni skup jednadžbi dinamičkog dijela referentnog modela vozila [5], koji predstavlja linearizirani model opisan jednadžbama (2-9) i (2-13) uz pretpostavku malih kuteva.

$$m\dot{V}_R = -mUr_R + F_{yf} + F_{yr}, \quad (2-33)$$

$$I_{zz}\dot{r}_R = bF_{yf} - cF_{yr}, \quad (2-34)$$

pri čemu  $F_{yf}$  i  $F_{yr}$  predstavljaju dano prednje i stražnje lateralne sile autoguma koje se računaju pomoću lineariziranog lateralnog modela autogume i uz primjenu kašnjenja prvog reda pri generiranju ovih sila (v. sl. 2-3 i izraze (2-24) i (2-30)):

$$F_{yf}^* = C_{\alpha_f} \alpha_f = C_{\alpha_f} \left( \delta_1 - \frac{V_R + br_R}{U} \right) \quad (2-35)$$

$$F_{yr}^* = C_{\alpha_r} \alpha_r = -C_{\alpha_r} \frac{V_R - cr_R}{U} \quad (2-36)$$

$$T_y \dot{F}_{yf} + F_{yf} = F_{yf}^*, \quad (2-37)$$

$$T_y \dot{F}_{yr} + F_{yr} = F_{yr}^*, \quad (2-38)$$

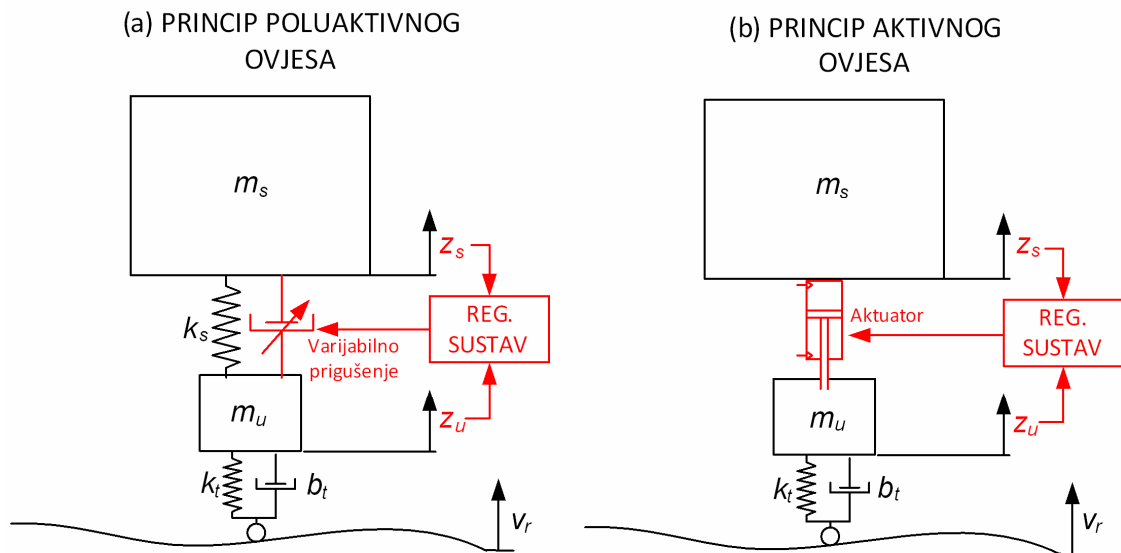
gdje je  $T_y = 1/L_r$  predstavlja vremensku konstantu bočne dinamike autogume.

## 2.2 Sustavi aktivnog upravljanja dinamikom vozila u vertikalnom, bočnom i uzdužnom smjeru

### 2.2.1 Upravljanje vertikalnom dinamikom - poluaktivni i aktivni ovjes

U novije vrijeme intenzivno se razvijaju sustavi aktivnog upravljanja vertikalnom dinamikom vozila, koji uključuju poluaktivni i aktivni ovjes [54]. U ovom potpoglavlju dat će se pregled njihovih postojećih izvedbi te korištenja naprednih senzora koji omogućuju vozilima predvidjeti putanju vozila i moguće prepreke na podlozi.

Izvedbe poluaktivnog ovjesa. Poluaktivni ovjes (ovjes s varijabilnim prigušenjem, CDC, *engl. Continuously Controlled Damper*) [70], prikazan na slici 2-6a, uglavnom je konstruiran kao pneumatski ili hidraulički sustav u kombinaciji s elektromehaničkim upravljanjem. Prvi put se pojavio u luksuznom vozilu Toyota Soarer [68], a u novije vrijeme u Ford Lincolnu gdje se temeljem gibanja ovjesa i šasije vozila, te informacija o skretanju i kočenju prilagođava prigušenje ovjesa u milisekundnom vremenskom rasponu, pritom poboljšavajući udobnost vožnje i kvalitetu bočne dinamike vozila [52]. Propusni frekvencijski opseg aktuatora određen je vremenom reakcije upravljačkog ventila i odgovarajućom dinamikom stvaranja tlaka i sile. Druga mogućnost implementacije varijabilnog prigušenja jest pomoću magnetoreoloških fluida (MRF), kod kojih se prigušne karakteristike fluida mogu mijenjati elektronički te tako precizno i brzo promijeniti sile aktuatora. Ova metoda daje brže vrijeme odziva (veći prigušni pojas), ali je koncept ograničen trajnošću fluida. MRF prigušivači mogu se naći u vozilima 2002 Cadillac Seville STS i 2003 Chevrolet Corvette [52]. Brzina odziva MRF prigušivača omogućuje upravljanje u zatvorenoj petlji pomoću praćenja promjena bočnih i uzdužnih sila tijekom manevara [69].



Slika 2-6: Princip poluaktivnog i aktivnog ovjesa.

Izvedbe aktivnog ovjesa. Aktivni ovjesi umjesto varijabilnog prigušenja koriste aktuatora kako bi upravljali normalnom silom svakog kotača i vertikalnom akceleracijom šasije (slika 2-6b). S obzirom na brzinu odziva sile aktuatora, aktivni ovjesi mogu se podijeliti na uskopropusne aktivne ovjese, čija je granična frekvencija nešto iznad frekvencije ovješene mase (3-7 Hz) i viskopropusne aktivne ovjese, čija granična frekvencija tipično iznosi preko 10 Hz [70].

Niskopropusni aktivni ovjes primijenjen je u vozilu Nissan Infinity Q45a [71], čiji jednostavni i relativno jeftini uređaji uključuju akumulator, oprugu (zbog sigurnosnih razloga) i razmjerno jeftini ventil za upravljanje tlakom. S druge strane, DaimlerChrysler je uveo aktivnu regulaciju položaja karoserije (ABC, engl. *Active Body Control*) koja upravlja vertikalnom pozicijom i kutom poniranja i valjanja pomoću četiri niskopropusna (5 Hz) hidraulička aktuatora. Sustav uključuje velik broj senzora, poput uzdužnog, bočnog i tri vertikalna akcelerometra (za rekonstrukciju vertikalnog hoda te kuta valjanja i poniranja) te senzora hidrauličkog tlaka.

S druge strane, viskopropusni aktivni ovjesi mogu istovremeno upravljati sporom dinamikom ovješene mase ( $m_s$  na slici 2-6) i brзом dinamikom neovješene mase ( $m_u$ ). Njihov nedostatak proizlazi iz zahtjevnosti implementacije, te bitnijeg povećanja cijene i kompleksnosti vozila kao i potrošnju goriva [72]. Koncept viskopropusnog aktivnog ovjesa razvijen je u Fordovom istraživačkom centru početkom 1990-ih godina [73]. Međutim, puni potencijal ovog koncepta još uvijek nije u potpunosti istražen [52]. Također, Amar Bose

razvio je koncept ovjesa zasnovan na linearnim električnim motorima, koji u velikoj mjeri eliminira utjecaj valjanja vozila i izbočina na udobnost vožnje, te pomoću kojega kotač može preskočiti preko malenih prepreka [74]. Međutim, unatoč velikim istraživačkim naporima, sustav se pokazao preskupim za primjenu u vozilima te je preimenovan u Bose Ride System i primijenjen u kamionima za poboljšanje udobnosti sjedala i posljedično smanjenja umora i mogućnosti povrede vrata vozača.

Korištenje naprednih senzora u svrhu upravljanja temeljenog na poluaktivnim i aktivnim ovjesima. Mogućnost korištenja informacije o neravninama na podlozi prije nego samo vozilo naiđe na njih je djelomično primijenjena u stvarnim vozilima, radi osiguranja dobre udobnosti i upravljivosti vozila. Jedan od primjera je Super Sonic Suspension sustav [75] u Nissan vozilima 1990-ih godina, koji je imao samo tri vrijednosti prigušenja koje su se automatski odabirale na temelju profila podloge identificiranim pomoću ultrazvučnih senzora te izmjerenih akceleracija, brzine vozila, kočenja i zakreta volana.

U novije vrijeme, informacije dobivene pomoću stereo kamere korištene su u vozilu Mercedesu S klase (MBC, *engl. Magic Body Control*), koji prilagođava prigušenje ovjesa promjenama profila podloge, a pomoću aktivnih hidrauličkih cilindara upravlja vertikalnim silama [76]. Kamera koja nadgleda prostor daje informaciju o trodimezionalnom profilu podloge do 15 m unaprijed za vrijeme dobre vidljivosti i brzine vozila do 130 km/h, pri čemu brzina osvježavanja informacije iznosi 60 ms. Pokazano je da za vrijeme dobre vidljivosti sustav omogućuje odličnu udobnost kada vozilo prelazi preko izbočina i izvrsne karakteristike bočne dinamike za vrijeme različitih bočnih manevara [77].

## **2.2.2 Upravljanje bočnom dinamikom - elektronički sustav stabilnosti (ESP)**

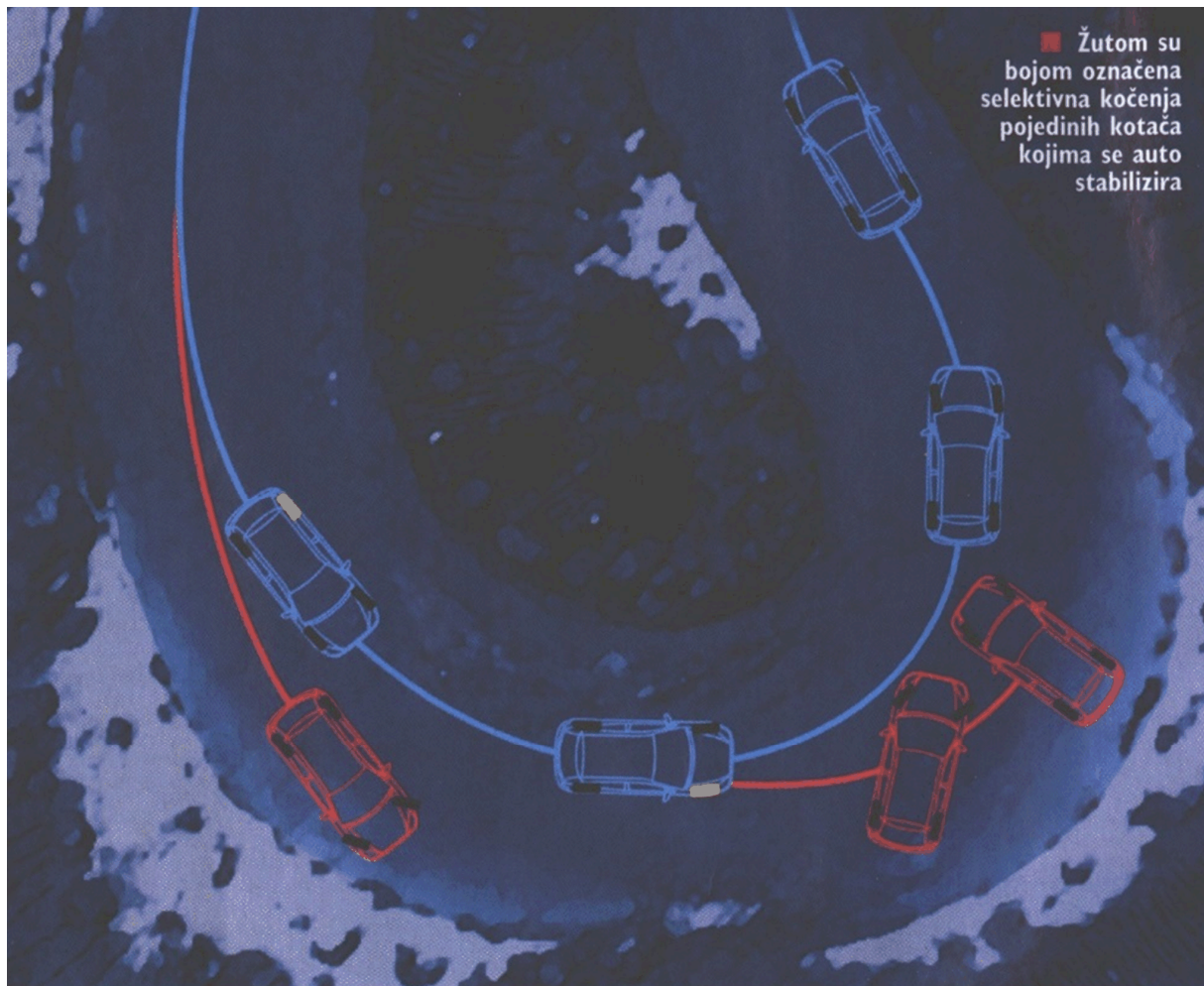
Ukoliko vozilo uđe u zavoj velikom brzinom i/ili u uvjetima niskog koeficijenta trenja između autogume i podloge, na kotačima se pojavljuje bočno klizanje, pri čemu se razlikuju dva moguća scenarija [78]:

1. podupravljanje - vozilo ima tendenciju prolaza zavojem većeg polumjera od onog koji odgovara zakretu upravljačkih kotača (vidi crveno označeno vozilo u lijevom dijelu slike 2-7), a kut bočnog klizanja prednjeg kotača je veći od stražnjeg,
2. preupravljanje - vozilo ima tendenciju prolazu zavojem manjeg polumjera od onog koji odgovara zakretu upravljačkih kotača (vidi crveno označeno vozilo u desnom



dijelu slike 2-7), a kut bočnog klizanja prednjeg kotača je manji od stražnjeg,

U slučaju podupravljanja i preupravljanja vozilo ne skreće u skladu s uputama vozača, što može dovesti do opasnih situacija. ESP sustav se pokazao vrlo učinkovitim u rješavanju ovog problema te posljedično u sprečavanju nesreća i smanjenju broja poginulih na cestama [79]. Upravljanje dinamikom vozila pomoću ESP upravljačkog sustava ilustrirano je plavo označenim vozilima na slici 2-7. ESP upravljački sustav uspoređuje signale dobivene pomoću senzora (prvenstveno žiroskopa koji mjeri brzinu skretanja) s njihovim željenim vrijednostima te, ukoliko dođe do odstupanja, stabilnost vozila održava na način da se koči jedan (ili primarno) odabrani kotač. Ukoliko se vozilo nalazi u stanju podupravljanja, ESP koči stražnji unutarnji kotač i stvara moment oko vertikalne osi u smjeru preupravljanja, te tako kompenzira podupravljanje te stabilizira vozilo. Pritom valja napomenuti da se koči stražnji kotač jer prednja osovina bočno kliže i time ima smanjen potencijal za generiranjem uzdužnih sila guma, te jer se kočenjem stražnjeg kotača slabi bočna sila stražnje osovine i doprinosi generiranju preupravljanja (vidi jednadžbu (2-13)). U slučaju preupravljanja, ESP stabilizira vozilo kočenjem prednjeg vanjskog kotača radi stvaranja momenta oko vertikalne osi u smjeru podupravljanja. U ovom slučaju stražnja osovina bočno kliže, te se kočenjem prednjeg kotača slabi bočna sila prednje osovine (vidi jednadžbu (2-13)) [78].



Slika 2-7: Ilustracija upravljanja dinamikom vozila (ESP) [108].

ESP algoritam primijenjen u ovom radu (kao dio cjelokupnog sustava upravljanja) preuzet je iz programskog paketa CARSIM, a izveden je kao regulator varijabli stanja s mrtvom zonom [80]. Algoritam koristi informacije o pogrešci slijeđenja brzine skretanja  $r_{err}$  (koja se definira kao  $r_{err} = r - r_R$ ) i brzini primjene kuta bočnog klizanja  $\dot{\beta}$  radi proračuna željenog kočnog momenta na pojedinom kotaču  $-T_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ .

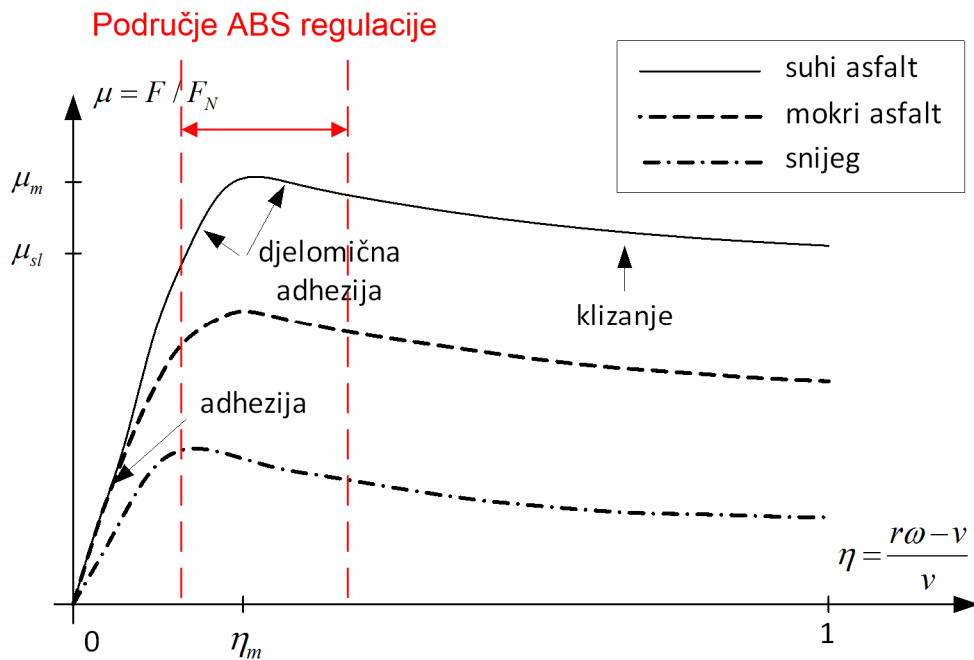
Implementirani ESP algoritam upravljanja ima dvije glavne komponente koje na različit način određuju trenutno stanje vozila i momente kočenja na pojedinim kotačima, a čiji se doprinos zbraja i uvodi u funkciju zasićenja na moment kočenja. Prva komponenta algoritma upravljanja određuje stanje vozila na temelju pogreške slijeđenja brzine skretanja  $r_{err} = r - r_R$ . Ako je apsolutna vrijednost pogreške  $r_{err}$  manja od praga mrtve zone aktivacije ESP algoritma, izostavlja se proračun kočnih momenata kotača. U protivnom, uspoređuju se predznaci željene brzine skretanja  $r_R$  i pogreške brzine skretanja  $r_{err}$ , te ukoliko su jednaki,

smatra se da vozilo podupravlja, a ukoliko su različiti smatra se da preupravlja. Kočni moment na odabranom kotaču proporcionalan je ukupnoj pogrešci slijeđenja brzine skretanja umanjenoj za graničnu vrijednost mrtve zone aktivacije ESP algoritma. Druga komponenta algoritma upravljanja koristi informaciju o vremenskoj derivaciji kuta bočnog klizanja ( $\dot{\beta}$ ) i željenoj brzini skretanja vozila ( $r_R$ ). Ukoliko su predznaci tih dviju veličina jednaki, smatra se da je vozilo u stanju podupravljanja, a ukoliko su različiti smatra se da je vozilo u stanju preupravljanja, pri čemu je moment na odabranom kotaču proporcionalan brzini promjene kuta bočnog klizanja  $\dot{\beta}$  umanjenoj za graničnu vrijednost.

### ***2.2.3 Upravljanje uzdužnom dinamikom - sustav protiv blokiranja kotača (ABS)***

ABS se primjenjuje u velikom broju modernih cestovnih vozila u svrhu upravljanja uzdužnom dinamikom vozila za vrijeme manevara snažnog kočenja. Glavna funkcija ABS sustava je sprječavanje uzdužnog proklizavanja gume povezanog s tendencijom blokiranja kotača kod naglih kočenja, što se provodi popuštanjem kočnog momenta pomoću elektrohidrauličkog sustava kočenja. Kako bi se maksimizirala kočna sila (tj. minimizirao zaustavni put) potrebno je držati uzdužno klizanje u blizini maksimuma uzdužne statičke karakteristike gume prikazane na slici 2-8, tj. u blizini vrijednosti  $\eta_m$  koja iznosi oko 10% [78]. Druga važna prednost ovog sustava je poboljšanje upravljivosti vozila u bočnim manevrima, primjerice kod kombiniranog manevara kočenja i zaobilaženja prepreke. Naime, kod velikog uzdužnog klizanja rapidno opada ostvariva bočna sila autogume (v. sl. 2.3b), što u velikoj mjeri otežava bočne manevre te smanjuje sveukupnu sigurnost vožnje [81].

Ukoliko senzori brzine kotača otkriju da je kotač proklizao iznad dopuštene vrijednosti, ABS sustav prekida vezu između glavnog i kočnog cilindra da spriječi porast tlaka u cilindru. Ukoliko to nije dovoljno da se spriječi blokiranje kotača, kočni cilindar kotača se preko povratne pumpe spaja s glavnim kočnim cilindrom, što dovodi do smanjenja tlaka. Kada klizanje padne ispod zadane minimalne vrijednosti, veza između glavnog i kočnog cilindra vraća se u prvotno stanje [82]. Regulacijski ciklus se ponavlja 4-10 puta u sekundi sve dok je pritisnuta pedala kočnice i sve dok se vozilo ne zaustavi [78].



Slika 2-8: Uzdužna statička karakteristika autogume i područje regulacije ABS sustava.

Kako bi se u optimizacijskim algoritmima oponašao kružni (oscilacijski) regulacijski ciklus ABS sustava, oscilatorna referenca uzdužnog klizanja za idealizirani regulator klizanja može se definirati kao:

$$\eta_{ref}(t) = \begin{cases} \eta_0 + \frac{h}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - \tau_p)\right) \right], & \text{za } t \geq \tau_p, \\ 0, & \text{u protivnom} \end{cases} \quad (2-40)$$

gdje  $\eta_0 = 0.08 = 8\%$  predstavlja nominalnu (idealnu) vrijednost kuta uzdužnog klizanja,  $h/2 = 0.135 = 13.5\%$  je amplituda kuta uzdužnog klizanja,  $T$  period reference (postavljen na 0.1 s ili 0.2 s), a  $\tau_p = 0.01$  s početno vrijeme od kojeg ABS sustav postaje aktivan. Referenca uzdužnog klizanja dana jednadžbom (2-40) može biti ostvarena koristeći eksplicitni regulator klizanja (slično kao u stvarnim ABS sustavima), dok je u slučaju optimiranja upravljačkih varijabli (ovdje kočnog momenta) moguć neizravan pristup temeljen na primjeni ograničenja tipa jednakosti. U ovom je radu korišten potonji pristup pri čemu ograničenje tipa jednakosti glasi:

$$\eta_i(t) = \eta_{ref}(t), \quad i = 1, \dots, 4. \quad (2-41)$$

### **3. Optimalno upravljanje**

Ovo poglavlje uključuje pregled osnovnih klasa problema koji se javljaju u matematičkoj optimizaciji i optimalnom upravljanju te pregled numeričkih metoda koje se koriste za njihovo rješavanje. Pritom će naglasak biti na metodi optimalnog upravljanja korištenoj u ovom radu (pseudospektralna kolokacijska metoda) i programskom paketu TOMLAB zasnovanom na ovoj metodi. Kao integralni dijelovi pseudospektralne metode, izlažu se postupci za rješavanje: a) diferencijalnih jednadžbi, b) problema optimalnog upravljanja i c) problema nelinearnog programiranja.

#### **3.1 Definicija problema matematičke optimizacije i optimalnog upravljanja**

Problemi koji se pojavljuju u optimiranju mogu se podijeliti na statičke (matematička optimizacija) i dinamičke (optimalno upravljanje). Najprije će se opisati jednostavnije klase problema poput linearnog i konveksnog optimiranja, a zatim će se definirati problemi nelinearne optimizacije i optimalnog upravljanja, koji se pojavljuju u praktičnim problemima kroz istraživanje opisano u narednim poglavljima ovog rada. Opis klasa optimizacijskih problema je u većem dijelu preuzet iz [83], gdje se može naći širi pregled s naglaskom na konveksnu optimizaciju.

##### **3.1.1 Matematička optimizacija**

Ovaj odjeljak opisuje značaj i definicije problema matematičke optimizacije, te definira klase statičkih optimizacijskih problema.

Značaj matematičke optimizacije. Veliki broj praktičnih problema koji uključuju dizajn, analizu sustava ili odlučivanje mogu biti formirani kao optimizacijski problem. Matematička optimizacija se tako koristi u naprednom (konkurentnom) rješavanju mnogih problema, poput onih u automatskom upravljanju i optimalnom dizajniranju, prisutnim u raznim tehničkim granama poput strojarstva, zrakoplovstva, kemijske industrije i građevine, kao i drugim granama znanosti poput ekonomije. U većini aplikacija, matematička optimizacija se ne koristi kao nezavisan alat, nego kao pomoć dizajnerima koji donose odluke ili nadgledaju

proces. Dizajneri koji donose odluke često provode akcije sugerirane kroz rješenje optimizacijskog problema, primjerice kupuju i prodaju dionice. S povećanjem broja računala uključenih u razne uređaje, u današnje vrijeme javlja se snažan razvoj optimizacijskih metoda za primjenu u realnom vremenu na ugradbenim računalnim sustavima (*engl. embedded optimization*), gdje se optimizacija koristi radi automatskog donošenja odluka u stvarnom vremenu bez ljudske intervencije. Optimizacija u realnom vremenu daje nove izazove jer zahtijeva od računalnih metoda da su iznimno pouzdane i da su sposobne riješiti problem u predvidivom vremenskom intervalu (kao i s predvidivom upotrebom memorije).

Definicija problema matematičke optimizacije. Problem matematičke optimizacije se može definirati kao:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \min f_0(\mathbf{x}) \\ \text{uz uvjete } f_i(\mathbf{x}) &\leq b_i, i = 1, \dots, m, \\ g_j(\mathbf{x}) &= c_j, j = 1, \dots, p. \end{aligned} \tag{3-1}$$

gdje je  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  vektor optimizacijskih parametara,  $f_0: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  predstavlja funkciju cilja, uvjeti  $f_i: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, i = 1, \dots, m$  su funkcije ograničenja nejednakosti,  $g_i: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, i = 1, \dots, p$  su funkcije ograničenja jednakosti, a  $b_1, \dots, b_m$ , i  $c_1, \dots, c_p$  su odgovarajuće granične vrijednosti. Vektor  $\mathbf{x}^*$  se smatra optimalnim ukoliko funkcija cilja ima najmanju vrijednost od u odnosu vrijednosti koje se dobiju za sve vektore  $\mathbf{x}$  koji zadovoljavaju ograničenja.

Postoje različiti algoritmi za rješavanje optimizacijskih problema, a njihova efikasnost ovisi o obliku funkcije cilja i ograničenja, broju optimizacijskih varijabli i ograničenja te posebnim strukturama optimizacijskog problema. Optimizacijski algoritmi su stoga razvijeni za različite klase optimizacijskih problema, uzimajući u obzir njihova specifična svojstva. Primjerice, postoje algoritmi koji iskorištavaju svojstvo da funkcija ograničenja ovisi samo o malom broju varijabli (*engl. sparsity*), kako bi se za ubrao algoritam što je posebno bitno za probleme s velikim brojem parametara [29]. Pokušaji rješavanja generalnog optimizacijskog problema često vode prema dugačkim vremenima izvođenja i u nekim slučajevima nemogućnosti pronalaska rješenja. S druge strane, za određene klase optimizacijskih problema, poput linearnog ili konveksnog programiranja, postoje efikasni algoritmi za njihovo rješavanje.

Linearno programiranje. Problem linearnog programiranja (LP, *engl. Linear Programming*) može se definirati kao:

$$\mathbf{x}^* = \min \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

$$\text{uz uvjete } a_i^T \mathbf{x} \leq b_i, i = 1, \dots, m. \quad (3-2)$$

Postoje optimizacijski problemi koji se mogu direktno prikazati preko LP problema. S druge strane, u mnogim slučajevima se optimizacijski problem može transformirati u LP. To je primjerice slučaj s Čebiševljevim optimizacijskim problemom:

$$\mathbf{x}^* = \max_{i=1, \dots, k} |a_i^T \mathbf{x} - b_i|, \quad (3-3)$$

koji u direktnoj formi nije diferencijabilan te je stoga teško rješiv pomoću standardnih optimizacijskih algoritama, ali se može transformirati u LP problem uvođenjem nove varijable  $t$ :

$$t^* = \min t$$

$$\text{uz uvjete } a_i^T \mathbf{x} - t \leq b_i, i = 1, \dots, m$$

$$-a_i^T \mathbf{x} - t \leq -b_i, i = 1, \dots, m. \quad (3-4)$$

Valja napomenuti da iako ne postoji analitička formula za njihovo rješavanje, LP problemi efikasno se rješavaju pomoću različitih numeričkih metoda poput Simplex algoritma [84].

Konveksni optimizacijski problem. Konveksni optimizacijski problem (*engl. Convex Optimization*) može se definirati jednadžbom (3-1) uz dodatno svojstvo konveksnosti funkcija  $f_i, i=1, \dots, m$ :

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y), \quad (3-5)$$

za sve  $x, y \in \mathbf{R}^n$  i sve  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$  za koje vrijedi  $\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$ , dok funkcije  $g_i$  definirane u jednadžbi (3-1) trebaju biti affine u ovisnosti o  $\mathbf{x}$  (oblika  $a\mathbf{x} + b$ ).

Konveksni optimizacijski problemi efikasno se rješavaju pomoću metoda unutarnje točke (*engl. interior-point methods*). Valja napomenuti da je najteži korak prepoznati konveksni problem, što za razliku od linearnog programiranja u mnogim slučajevima nije jednostavan zadatak. Posebna klasa konveksnih optimizacijskih problema je kvadratično programiranje (*engl. Quadratic Programming, QP*), koje se definira na slijedeći način:

$$\mathbf{x}^* = \min (1/2)\mathbf{x}^T P\mathbf{x} + \mathbf{c}^T \mathbf{x} + r$$

$$\text{uz uvjete } a_i^T \mathbf{x} \leq b_i, i = 1, \dots, m. \quad (3-6)$$

Nelinearna optimizacija. Problem nelinearne optimizacije (*NLP, engl. Nonlinear*

*Programming*) je generalni problem matematičke optimizacije prikazan jednadžbom (3-1) koji nije linearan, a za koji ne možemo dokazati da je konveksan. Valja napomeniti da čak i vrlo jednostavni problemi koji pripadaju ovoj klasi (s nekoliko desetaka varijabli) mogu biti izuzetno složeni za rješavanje. Nužni uvjeti optimalnosti problema nelinearne optimizacije zovu se KKT (Karush-Khun-Tucker) uvjeti:

$$f_i(\mathbf{x}^*) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad g_i(\mathbf{x}^*) = c_i, \quad i = 1, \dots, p, \quad (3-7)$$

$$\mu_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3-8)$$

$$\mu_i f_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (3-9)$$

$$\nabla f_0(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla f_i(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^p \lambda_i \nabla g_i(\mathbf{x}^*) = 0. \quad (3-10)$$

gdje su  $\mu_i$  i  $\lambda_i$  KKT multiplikatori,  $\mathbf{x}^*$  rješenje koje zadovoljava nužne uvjete (što znači da se iznos ciljne funkcije ne može poboljšati ukoliko se rješenje promijeni za infinitezimalan iznos), a  $\nabla$  oznaka za gradijent funkcije (poopćenje derivacije za funkcije više varijabli). Valja napomenuti da se ograničenja  $f_i(\mathbf{x}) \leq b_i$  smatraju aktivnima za točku  $\mathbf{x}^*$  ukoliko rješenje zadovoljava uvjet jednakosti (u ovom slučaju  $f_j(\mathbf{x}^*) = b_j$ ), a neaktivnima ukoliko ne zadovoljava ( $f_j(\mathbf{x}^*) < b_j$ ). Aktivni skup ograničenja za točku  $\mathbf{x}^*$  sadrži sva aktivna ograničenja u toj točki, a posebno je važan jer sadrži ograničenja koja utječu na optimalno rješenje optimizacijskog problema. Estimacija aktivnog skupa ograničenja omogućuje reduciranje broja ograničenja koja je potrebno uzeti u obzir, što umanjuje dimenziju broja ograničenja te posljedično kompleksnost rješavanja optimizacijskog problema.

### 3.1.2 Optimalno upravljanje

Za razliku od statičkih optimizacijskih problema prikazanih u odjeljku 3.1.1, cilj optimalnog upravljanja je pronaći vremenski odziv upravljačkih varijabli  $\mathbf{u}(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ , dinamičkog sustava koji minimizira ciljnu funkciju [18]:

$$J_0 = \Phi(\mathbf{x}(t_f)) + \int_0^{t_f} F_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt. \quad (3-11)$$

gdje  $\Phi$  predstavlja terminalnu ciljnu funkciju koja penalizira odstupanje varijabli stanja od željenog iznosa u konačnom trenutku, a  $F_0$  predstavlja podintegralnu funkciju. Dinamički sustav opisan je jednadžbama stanja:



$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)). \quad (3-12)$$

Problem optimalnog upravljanja može imati dodatna ograničenja unutar intervala  $[0, t_f]$  ili u konačnom trenutku  $t_f$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\bar{\mathbf{x}}(t_f)) &= 0, \\ \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) &\geq 0, \\ \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) &= 0. \end{aligned} \quad (3-13)$$

## 3.2 Pregled numeričkih metoda optimalnog upravljanja

U ovom potpoglavlju prikazan je pregled metodologije koja se koriste u rješavanju problema optimalnog upravljanja. Najprije će se opisati metode za rješavanje diferencijalnih jednadžbi, koje se koriste u svim numeričkim metodama optimalnog upravljanja. Zatim će se opisati postupci za rješavanje samog problema optimalnog upravljanja, koje se mogu podijeliti na direktne i indirektna postupke. Na kraju će se opisati metode za rješavanje nelinearnih optimizacijskih problema, u koje se transformira problem optimalnog upravljanja prilikom primjene direktnih metoda. Pritom će naglasak biti na sekvencijalno kvadratično programiranje koje će se primijeniti u ovom istraživanju.

### 3.2.1 Pregled numeričkih metoda za rješavanje diferencijalnih jednadžbi

U ovom potpoglavlju dat će se pregled metodologija za rješavanje diferencijalnih jednadžbi danih u prostoru stanja uz specificiran početni uvjet  $\mathbf{x}_0$  (IVP, engl. *Initial Value Problem* ili Cauchyjev problem):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(t), t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (3-14)$$

pri čemu će se naglasak dati na kolokacijske metode korištene u ovom istraživanju. Pritom se u svakom koraku numeričke integracije zna vrijednost rješenja u točki  $t_i$ ,  $\mathbf{x}(t_i) \equiv \mathbf{x}_i$ , a treba se naći rješenje u točki  $t_{i+1}$ ,  $\mathbf{x}(t_{i+1}) \equiv \mathbf{x}_{i+1}$ :

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(t), t) dt. \quad (3-15)$$

Osnovne numeričke metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi. U osnovnim metodama numeričke integracije, rješenje diferencijalne jednadžbe u koraku  $t_{i+1}$  dobiva se koristeći

prethodnu informaciju o rješenju. Najjednostavnija metoda je Eulerova, koja ima oblik:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + h_i [\theta \mathbf{f}_i + (1 - \theta) \mathbf{f}_{i+1}]. \quad (3-16)$$

gdje je  $\mathbf{f}_i = \mathbf{f}(\mathbf{x}_i, t_i)$ ,  $h_i = t_{i+1} - t_i$  je korak intergracije, a parametri  $\theta \in \{1, 0.5, 0\}$  odgovaraju unaprijednoj Euler metodi (*engl. Euler forward*), Crank-Nicolson metodi i obrnutoj Eulerovoj metodi (*engl. Euler backward*). Obrnuta Euler i Crank-Nicolson metoda su primjeri implicitnih metoda (vrijednost  $\mathbf{x}_{i+1}$  se pojavljuje na desnoj strani jednadžbe (3-16) kroz funkciju  $f_{i+1}$ ). U slučaju korištenja implicitne metode, vrijednost  $\mathbf{x}_{i+1}$  se dobije pomoću prediktor-korektor metode, gdje je prediktor najčešće eksplicitna metoda (primjerice unaprijedna Eulerova), dok je korektor implicitna formula (3-16) u kojoj se na desnoj strani pojavljuje prediktor. Implicitne metode su stabilnije od eksplicitnih metoda [85], ali zahtijevaju više računanja u svakom koraku zbog implementacije prediktor-korektor pristupa. Numeričke metode koje za rješenje u koraku  $t_{i+1}$  koriste samo informaciju o rješenju u prethodnoj točki  $t_i$  pripadaju klasi jednokoračnih metoda. Najpoznatija jednokoračna metoda je Runge-Kutta [85], gdje je interval  $[t_i, t_{i+1}]$  podijeljen u  $K$  podintervala  $[\tau_j, \tau_{j+1}]$ , pri čemu  $K$  određuje red metode:

$$\tau_j = t_i + h_i \alpha_j, \quad j = 1, \dots, K. \quad (3-17)$$

gdje je  $\alpha_j$  parametar Runge-Kutta metode za koji mora vrijediti nejednakost  $0 \leq \alpha_j \leq 1$ . Tada se integral može aproksimirati pomoću aproksimacije kvadraturom:

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} \phi(\mathbf{x}(t), t) dt \approx h_i \sum_{j=1}^K \beta_j \phi(\mathbf{x}_j, \tau_j) \quad (3-18)$$

gdje su  $h_i$  i  $\beta_j$  koeficijenti Runge-Kutta metode.

S druge strane, višekoračne metode koriste više točaka za izračun rješenja u koraku  $t_{i+1}$  ( $t_i, t_{i-1}, \dots$ ). Dvije najčešće korištene višekoračne metode su Adams-Bashforth i Adams-Moulton [85].

Kolokacijske metode. Kolokacijske metode su alternativni način rješavanja diferencijalnih jednadžbi, kod kojih se u podintervalu  $[t_i, t_{i+1}]$  rješenje aproksimira koristeći polinome  $k$ -tog reda:

$$\mathbf{x}(t) \approx \sum_{j=1}^K a_j (t - t_i)^k, \quad t \in [t_i, t_{i+1}] \quad (3-19)$$

Pritom se diferencijalne jednadžbe (3-14) zamjenjuju s konačnim brojem ograničenja jednakosti u točkama  $\tau_j$  definiranim jednadžbom (3-17):

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau_j) = \phi(\mathbf{x}(\tau_j), \tau_j) \quad , \quad (3-20)$$

pri čemu se lijeva strana jednadžbe (3-20) dobije deriviranjem desne strane jednadžbe (3-19). Ovim postupkom su se diferencijalne jednadžbe (3-14) diskretizirale i transformirale u ograničenja jednakosti (3-20). Time se problem rješavanja diferencijalnih jednadžbi svodi na problem statičkog optimiranja, tj. problem definiran jednadžbom (3-1).

Valja napomenuti da se kod kolokacijskih metoda, za razliku od osnovnih metoda kod kojih se rješenje diferencijalne jednadžbe u koraku  $t_{i+1}$  dobiva se koristeći prethodnu informaciju o rješenju, vrijednost rješenja u svakoj točki računa istovremeno, pa nije potrebno koristiti prediktor-korektor metode.

Varijable stanja se tipično skaliraju u vremenskoj domeni na interval  $\tau \in [-1,1]$  [86]:

$$x(\tau) \approx \mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^N c_k L_k(\tau) \quad (3-21)$$

gdje su funkcije  $L_k(\tau)$  Lagrangeovi polinomi koji se za skup točaka  $\tau_1, \dots, \tau_k$  definiraju pomoću izraza:

$$L_k(\tau) = \prod_{\substack{0 \leq m \leq k \\ m \neq j}} \frac{\tau - \tau_m}{\tau_j - \tau_m}$$

Lagrangeovi polinomi su posebno prikladni jer zadovoljavaju svojstvo izolacije [88]:

$$L_k(\tau_j) = \begin{cases} 1, & \text{za } k = j \\ 0, & \text{za } k \neq j \end{cases} \quad (3-22)$$

što dovodi do pojednostavljenih izraza za koeficijente  $c_k = \mathbf{x}(\tau_k)$  te pojednostavljuje numeričku složenost metode [86].

Nedostatak interpolacije Lagrangeovih polinoma jest Rungeov fenomen kojeg karakterizira pojava oscilacija između točaka diskretizacije, što je posebno prisutno ukoliko su diskretizacijske točke uniformno distribuirane. Pritom porast broja diskretizacijskih točaka dovodi do porasta amplituda oscilacija između njih [87]. Ukoliko se želi spriječiti Rungeov fenomen, diskretizacijske točke trebaju biti odabrane na način da se minimizira maksimalna pogreška interpolacije između pojedinih diskretizacijskih točaka. Budući da je poznato da se

Rungeov fenomen najčešće javlja na rubnim dijelovima interpolacijskog intervala, poželjno je odabrati diskretizacijske točke na način da su gušće distribuirane na rubovima [87]. Stoga se Rungeov fenomen može izbjeći korištenjem ortogonalnih kolokacijskih metoda, gdje se kolokacijske točke odabiru kao nultočke ortogonalnih polinoma, a najčešće se koriste Čebiševljevi ili Legendreovi polinomi [88].

Nadalje, kod korištenja ortogonalne kolokacije red polinomskih funkcija koje je moguće točno aproksimirati veći je od broja kolokacijskih točaka zbog preciznije kvadrature aproksimacije integrala. Primjerice, ukoliko se integralna funkcija  $\varphi(\tau)$  u izrazu (3-20) aproksimira pomoću  $N$  točaka Legendre-Gauss (LG) kvadrature unutar intervala  $[-1,1]$ :

$$\int_{-1}^1 \varphi(\tau) d\tau \approx \sum_{k=1}^N \omega_k \varphi(\tau_k) \quad (3-23)$$

gdje su  $\tau_k$  nultočke Legendre polinoma  $n$ -tog reda, poznato je da za jednadžbu (3-23) vrijedi znak jednakosti u slučaju da je polinom  $\varphi(\tau)$  reda  $2N-1$  ili nižeg [88] (dok je samo  $N$  točaka korišteno za aproksimaciju).

### 3.2.2 Pregled numeričkih metoda za rješavanje problema optimalnog upravljanja

Problemi optimalnog upravljanja se zbog svoje kompleksnosti uglavnom rješavaju numeričkim putem (osim kod jednostavnih primjera poput linearnog kvadratičnog upravljanja na beskonačnom horizontu [89]), pri čemu se metode mogu podijeliti na direktne i indirektne.

Indirektne metode. Indirektne metode su zasnovane na varijacijskom računu, kod kojeg je cilj, za razliku od standardne algebre koja se bavi pitanjima pronalaska ekstremne točke funkcije, pronaći funkcije koje optimiraju funkciju izvorne funkcije (funkcijska optimizacija). Pritom se definira Hamiltonova funkcija (Hamiltonijan) pomoću izraza [86]:

$$H = F_0 + \lambda^T \phi - \mu^T C \quad (3-24)$$

pri čemu su  $\lambda(t)$   $n$ -dimenzionalne adjungirane varijable (*engl. adjoints, costates*),  $\mu(t)$   $m$ -dimenzionalan vektor Lagrangeovih multiplikatora povezanih s ograničenjima, a  $C = (g, h) = (C_1, \dots, C_m)$  skup  $m$  ograničenja danih jednadžbama (3-13).

Konačni izrazi za nužne uvjete optimalnosti problema optimalnog upravljanja danog jednadžbama (3-11)-(3-13) odnose se na problem rubnih uvjeta Hamiltonijana (HBVP, *engl. Hamiltonian boundary-value problem*) [86]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}, \quad (3-25)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0, \quad (3-26)$$

$$\begin{aligned} \lambda(t_0) &= -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}(t_0)} + v^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{x}(t_0)} & H(t_0) &= \frac{\partial \Phi}{\partial t_0} - v^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t_0} \\ \lambda(t_f) &= \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}(t_f)} - v^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{x}(t_f)} & H(t_f) &= -\frac{\partial \Phi}{\partial t_f} + v^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t_f} \end{aligned}, \quad (3-27)$$

$$\mu_j(t) = 0 \quad \text{kada je} \quad C_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) < 0, \quad (3-28)$$

$$\mu_j(t) \leq 0 \quad \text{kada je} \quad C_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = 0. \quad (3-29)$$

pri čemu su  $v^T$  Lagrangeovi multiplikatori povezani s konačnim uvjetima (3-13), dok se proces kreiranja HBVP jednadžbi naziva dualizacija. Jednadžbe (3-25) predstavljaju Hamiltonijanski sustav, dok jednadžba (3-26) predstavlja nužan uvjet minimizacije Hamiltonijana  $H$  u odnosu na upravljački vektor  $u$ , što se u literaturi naziva Pontryaginov princip minimuma (*engl. Pontryagin minimum principle*) ili maksimuma. Jednadžbe (3-27) predstavljaju uvjete za dvije različite rubne točke (*engl. transversality or boundary conditions*), dok jednadžbe (3-28) i (3-29) uvjete na Lagrangeove multiplikatore povezane s ograničenjima, koja se nazivaju komplementarni problem jer ovise o tome jesu li njima pripadna ograničenja nejednakosti aktivna ili neaktivna (*engl. complementary slackness conditions*).

HBVP problem uobičajeno se rješava numeričkim metodama za rješavanje generalnih problema s konačnim uvjetima poput višestruke metode gađanja ili kolokacijskih metoda opisanima u potpoglavlju 3.2.1. Budući da je rješavanje općenitih HBVP problema kompleksno, pri čemu najveći izazov predstavlja komplementarni problem dan jednadžbama (3-28) i (3-29) [90], potrebna je dobra početna aproksimacija optimalnog rješenja te korisnik mora imati dobar uvid u fizikalnu i matematičku pozadinu samog optimizacijskog problema [14]. Pretvorba problema optimalnog upravljanja u HBVP problem naziva se dualizacijom [86].

Direktne metode. Direktne metode transformiraju originalni problem optimalnog upravljanja u problem nelinearnog programiranja (NLP) [20]. Postoje dvije vrste direktnih metoda:

- 1) metode gađanja - polinomima se aproksimiraju samo upravljačke varijable [91],
- 2) metode kolokacije - polinomima se aproksimiraju varijable stanja i upravljačke varijable [92].

Najjednostavnija direktna metoda za rješavanje problema optimalnog upravljanja je direktna metoda gađanja (*engl. direct shooting method*) koja parametrizira vektor upravljačkih varijabli:

$$u(t) = \sum_{i=1}^N a_i \psi_i(t). \quad (3-30)$$

gdje su  $\psi_i(t)$  ( $i = 1, \dots, N$ ) poznate funkcije, a  $a_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) parametri koji se trebaju odrediti pomoću optimizacijske metode. Pritom se diferencijalne jednačbe rješavaju osnovnim metodama opisanim u prethodnom odjeljku. S druge strane, kod direktne višestruke metode gađanja (*engl. direct multiple-shooting method*), vremenski interval  $[t_0, t_f]$  je podijeljen na  $M$  podintervala. Pritom se osnovna (direktna) metoda gađanja koristi unutar svakog podintervala  $[t_i, t_{i+1}]$ , pri čemu su vrijednosti varijabli stanja na početku svakog podintervala i nepoznati koeficijenti parametrizacije upravljačkih varijabli parametri koje je potrebno optimirati. Pritom je potrebno zadovoljiti kontinuitet varijabli stanja preko dodatnih ograničenja prilikom prijelaza između intervala [86]:

$$\mathbf{x}(t_i^-) = \mathbf{x}(t_i^+). \quad (3-31)$$

Valja napomenuti da unatoč tome što višestruka metoda gađanja proširuje veličinu optimizacijskog problema zbog dodatnih uvjeta na vrijednosti varijabli stanja u početku svakog podintervala, ona daje bolje rezultate u odnosu na osnovnu jer je osjetljivost na pogreške nepoznatih početnih uvjeta manja zbog toga što se integracija provodi na manjem vremenskom intervalu [86].

S druge strane, direktne kolokacijske metode parametriziraju varijable stanja zajedno s upravljačkim varijablama. Pritom valja razlikovati:

- 1) lokalne kolokacijske metode koje, kao i višestruka metoda gađanja, dijele vremenski interval  $[t_0, t_f]$  na  $M$  podintervala, pri čemu kontinuitet podintervala osigurava uvjet (3-31).
- 2) globalne kolokacijske metode koje aproksimiraju varijable stanja pomoću polinoma, a kolokacija se izvršava u odabranim točkama.

U praksi se najčešće koriste pseudospektralne kolokacijske metode - globalne kolokacijske metode koje aproksimiraju varijable stanja pomoću ortogonalnih polinoma, na način opisan u potpoglavlju 3.2.1 i dan jednačbama (3-20) i (3-21). Razvijene su za potrebe rješavanja numeričkih problema u dinamici fluida, a danas se smatraju najučinkovitijim metodama za

rješavanje problema optimalnog upravljanja te preciznost aproksimacije konvergira eksponencijalno u ovisnosti o broju kolokacijskih točaka [86]. Cilj pseudospektralnih metoda jest riješiti problem optimalnog upravljanja tako da ga se diskretizira i transformira u NLP problem, na način da su KKT uvjeti dobivenog NLP problema (vidi odjeljak 3.1.1) diskretan oblik nužnih uvjeta optimalnosti originalnog problema optimalnog upravljanja (HBVP, vidi odjeljak 3.2.2), tj. da se diskretizacija može komutirati s dualizacijom [93]. Pritom je rješavanje NLP problema, unatoč činjenici da je mnogo većih dimenzija od originalnog problema, znatno lakše od rješavanja HBVP problema koji je nižih dimenzija, ali veće kompleksnosti [90].

Pseudospektralne metode koriste se u optimalnom upravljanju od 1990-ih godina, a najprije su se koristili Čebiševljevi polinomi za aproksimaciju varijabli stanja. Međutim, problem je što Čebiševljevi polinomi ne zadovoljavaju svojstvo izolacije (3-22), što dovodi do znatno kompliciranijih izraza za izračun koeficijenata polinoma [86]. Posljedično, većina pseudospektralnih metoda koristi Lagrangeove polinome za aproksimaciju varijabli stanja, kod kojih je zbog svojstva izolacije (3-22) Jakobijan matrica NLP problema u velikoj mjeri prazna (ima jako velik broj nula) [87].

Tri najčešće korištena odabira kolokacijskih točaka su: Legendre-Gauss (LG), Legendre-Gauss-Radau (LGR) i Legendre-Gauss-Lobatto (LGL). U sve tri metode kolokacijske točke su odabrane kao nultočke Legendreovog polinoma definirane unutar intervala  $[-1,1]$ , a razlikuju se u tome što LG metoda ne koristi rubne točke  $(-1$  i  $1)$ , LGR koristi jednu od rubnih točki, a LGL koristi obje rubne točke intervala. Kod LG i LGR metoda polinomi koji aproksimiraju varijable stanja su istog reda kao i broj kolokacijskih točaka, dok kod LGL metoda red polinoma je za jedan manji od broja kolokacijskih točaka [94].

S obzirom na metode odabira kolokacijskih točaka i vrste ortogonalnih polinoma koji aproksimiraju jednadžbe stanja, postoje različite vrste pseudospektralnih kolokacijskih metoda, poput Čebiševljeve, Radauove, Lobattove i Legendreove, pri čemu je najraširenija Gaussova pseudospektralna metoda koja koristi LG kolokacijske točke. Usporedbom Gaussove metode s Lobattovom koja koristi LGL kolokacijske točke može se zaključiti da je njena prednost što su KKT uvjeti transformiranog NLP problema diskretan oblik HBVP nužnih uvjeta optimalnosti, dok u slučaju Lobattove metode nisu ispunjeni rubni uvjeti na adjungirane varijable (3-27). Nedostatak Gaussove metode jest da se ne mogu dobiti upravljački signali za početni i konačni vremenski trenutak, jer početne i krajnje točke

intervala nisu kolokacijske točke [86].

### ***3.2.3 Pregled numeričkih metoda za rješavanje problema nelinearnog programiranja***

Metode za rješavanje nelinearnih optimizacijskih problema mogu se podijeliti na lokalne i globalne. Cilj lokalne optimizacije jest pronaći rješenje koje je lokalni ekstrem, što znači da se minimizira ciljna funkcija među točkama koje se nalaze u blizini pronađenog rješenja, ali nema garancije da ne postoje bolja rješenja koja su udaljena od njega. Prednost lokalne optimizacije je brzina izvođenja i mogućnost primjene na problemima s velikim brojem parametara. Iz tog razloga primjenjuju se na problemima iz različitih domena, gdje je zadatak pronaći dobro rješenje, koje nije nužno najbolje moguće, ali je bolje od rješenja dobivenih bez korištenja numeričkih alata. Nedostatak lokalne optimizacije (osim što ne traži najbolje rješenje) jest visoka osjetljivost rješenja na početnu točku traženja i vrijednost parametara samog optimizacijskog algoritma, koji trebaju biti prilagođeni problemu koji rješavaju. Iz tog razloga, za razliku od linearnog i konveksnog optimiranja, lokalne optimizacijske metode se ne mogu smatrati potpuno istraženom metodologijom [83].

Za razliku od lokalnih optimizacijskih metoda, cilj globalne optimizacije je pronaći globalni ekstrem. Kompromis je u nižoj efikasnosti rješavanja problema koja eksponencijalno pada u ovisnosti o broju parametara i ograničenja, pa brzina izvođenja jednostavnih problema s desetak parametara može trajati i po nekoliko dana. Iz tog razloga, globalna optimizacija koristi se za probleme s relativno malim brojem varijabli te kada je problem traženja globalnog ekstrema iznimno bitan. Primjer je analiza najgoreg slučaja, kada lokalne optimizacijske metode mogu brzo pronaći iznose parametara koji daju loše performanse, ali ne mogu garantirati da nije moguće pronaći rješenje s lošijim performansama. S druge strane, globalne optimizacijske metode mogu pronaći najgori slučaj te ukoliko su performanse najgoreg slučaja zadovoljavajuće, certificirati sustav kao siguran.

Budući da su optimizacijski problemi koji se trebaju riješiti u ovom istraživanju velikih dimenzija (*engl. large-scale optimization*), koristit će se lokalne optimizacijske metode. U nastavku će se dati osnovne karakteristike dviju najraširenijih lokalnih metoda: sekvencijalno kvadratično programiranje (SQP) i metode unutarnje točke. Detaljniji opis navedenih metoda



može se naći u [95].

Sekvencijalno kvadratično programiranje. Sekvencijalno kvadratično programiranje (SQP) pripada skupu gradijentnih algoritama, kod kojih se nova vrijednost rješenja  $\mathbf{x}_{k+1}$  u odnosu na trenutno rješenje  $\mathbf{x}_k$  osvježava na slijedeći način:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha \Delta \mathbf{x}_k \quad (3-32)$$

gdje  $\Delta \mathbf{x}_k$  predstavlja smjer za koji se očekuje da će dovesti do smanjenja funkcije cilja, pri čemu se koristi informacija o gradijentu ciljne funkcije u trenutnom rješenju  $\nabla f(\mathbf{x}_k)$ , a  $\alpha$  je korak gradijentne metode odabran na način da minimizira vrijednosnu funkciju (*engl. merit function*) u koju su uključeni funkcija cilja i ograničenja.

SQP algoritam određuje smjer pretrage rješenja aproksimacijom nelinearnog problema kvadratičnim (QP) tako da se lineariziraju sva ograničenja, a nelinearni problem zamjenjuje kvadratnom formom:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* = \min & \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{x} + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \Delta \mathbf{x} \\ \text{uz uvjete } & f_i(\mathbf{x}_k) + \nabla f_i(\mathbf{x}_k)^T \Delta \mathbf{x} \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ & g_i(\mathbf{x}_k) + \nabla g_i(\mathbf{x}_k)^T \Delta \mathbf{x} \leq c_i, \quad i = 1, \dots, p, \end{aligned} \quad (3-33)$$

pri čemu je matrica  $\mathbf{W}$  aproksimacija Hesijan matrice od Lagrangijana  $L$ :

$$L(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f_0(\mathbf{x}) - \lambda^T f_i(\mathbf{x}) - \mu^T g_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{W} = \nabla^2 L(\mathbf{x}, \lambda, \mu). \quad (3-34)$$

SQP algoritmi se dijele s obzirom na način rješavanja QP problema i aproksimiranja matrice  $\mathbf{W}$ , pri čemu se za aproksimaciju najčešće koriste metode koje osvježavaju aproksimaciju u svakoj iteraciji (*engl. quasi Newton methods*) od kojih je najpoznatija BFGS (*Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*) metoda [96]. Primjeri računalnih programa koji koriste SQP metode su NPSOL [97], SNOPT [29] i SPRNLP [98].

Metoda unutarnje točke. Ovdje će biti prikazana osnovna ideja metode unutarnje točke za rješavanje problema nelinearnog programiranja (3-1). Metoda se zasniva na korištenju funkcije barijere koja predstavlja konveksnu funkciju čija vrijednost konvergira prema beskonačnosti ukoliko rješenje dođe do ruba ograničenja. Ideja metode unutarnje točke jest spriječiti pretragu oko ruba prostora pretraživanja i koncentrirati se na unutrašnjost regije koja zadovoljava ograničenja. Pritom se jednadžbe ograničenja prenose u ciljnu funkciju na sljedeći način:

$$\mathbf{x}^* = \min f_0(\mathbf{x}) + \mu B(\mathbf{x}) \quad (3-35)$$

pri čemu se najčešće koristi sljedeća funkcija barijere:

$$B(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^m \ln(f_i(\mathbf{x})) \quad (3-36)$$

Valja napomenuti da za velike vrijednosti parametra  $\mu$ , optimalno rješenje  $\mathbf{x}(\mu)$  daje veći prioritet da rješenje ne ide do ruba prostora pretraživanja nego optimiranju funkcije cilja. Stoga je parametar  $\mu$  potrebno izabrati na način da optimizator daje veliki prioritet pronalasku rješenja, a ujedno i spriječi približavanje rubu prostora u kojem ograničenja nisu zadovoljena.

Računalni programi koji koriste metodu unutarnje točke su BARNLP [99], KNITRO [30] i IPOPT [100].

### 3.3 Programski paket TOMLAB

TOMLAB je programski paket za modeliranje, optimizaciju i optimalno upravljanje [37]. Sastoji se od niza različitih modula, od kojih su najvažniji modul za formulaciju problema optimalnog upravljanja (PROPT), modul za automatsku diferencijaciju (MAD) i moduli koji sadržavaju različite algoritme za rješavanje problema nelinearnog programiranja (primjerice SNOPT, KNITRO i CPLEX). U ovom će potpoglavlju biti opisane glavne karakteristike programskog paketa, te prikazati proces definiranja i rješavanja problema optimalnog upravljanja na jednostavnom primjeru.

#### 3.3.1 *Općenito o programskom paketu*

Korisnik zadaje jednadžbe stanja, funkciju cilja, rubne uvjete, početni pogodak rješenja i tvrda ograničenja (koja moraju biti zadovoljena). TOMLAB koristi pseudospektralnu kolokacijsku metodu za diskretiziranje problema optimalnog upravljanja i pretvaranje u problem nelinearnog programiranja [37]. Upravljačke varijable i varijable stanja aproksimiraju se polinomima  $n$ -tog reda, gdje je  $n$  broj kolokacijskih točaka koje zadaje korisnik. Alternativno, upravljačke varijable mogu biti definirane isključivo u kolokacijskim točkama kao parametri koji se optimiraju.

Valja napomenuti da unatoč činjenici što dobiveno rješenje mora zadovoljavati jednadžbe

stanja i ograničenja u kolokacijskim točkama, ograničenja i jednadžbe stanja mogu biti prekršene između kolokacijskih točaka. Pritom, rješenje zadovoljava nužne, ali ne i dovoljne uvjete optimalnosti. Drugim riječima, ukoliko algoritam optimiranja tvrdi da je pronašao rješenje, algoritam jamči da se iznos ciljne funkcije ne može poboljšati ukoliko se upravljačke trajektorije promjene za infinitezimalan iznos. Međutim, moguće je da postoje potpuno drugačije upravljačke trajektorije koje daju bolje rješenje (ciljne funkcije nižeg iznosa). Stoga, poželjno je promijeniti parametre optimizacijskog problema (primjerice početni pogodak rješenja ili broj kolokacijskih točaka) radi testiranja osjetljivosti rješenja na pojavu lokalnih ekstrema.

Budući da se za aproksimaciju varijabli stanja koriste Lagrangeove polinome, kod kojih je zbog svojstva izolacije (3-22), Jakobijan matrica NLP problema ima jako velik broj nula [94], pa je za njegovo rješenje prikladno koristiti metode koje iskorištavaju činjenicu da su matrice koje definiraju optimizacijski problem rijetke (*engl. sparse*). Jedna od najčešće korištenih metoda koja iskorištava rijetkost matrica je SNOPT [29] metoda, koja će se koristiti u većem dijelu ovog rada, a posebno je prikladna za probleme velikih dimenzija jer iskorištava svojstvo rijetkosti matrica. SNOPT pripada skupini SQP metoda opisanih u potpoglavlju 2.2.3, a budući da ne koristi punu memoriju prilikom aproksimacije Hesijan matrice Lagrangijana, prikladna je za probleme u kojima su gradijenti funkcija računске operacije koje zahtijevaju mnogo računalnog vremena ili memorije.

Za rješavanje QP problema TOMLAB koristi metodu aktivnih skupova (*engl. active set methods*), koje estimiraju aktivni skup ograničenja u svrhu smanjenja dimenzije broja ograničenja. Ukoliko je poznato koja ograničenja ne pripadaju aktivnom skupu, takva ograničenja se mogu eliminirati iz problema te tako smanjiti kompleksnost njegovog rješavanja. Kako se aktivni skup ograničenja ne može izračunati unaprijed, metode aktivnih skupova estimiraju i modificiraju aktivni skup u svakoj iteraciji algoritma. Posebno su prikladne ukoliko su mnoga ograničenja aktivna u optimalnom rješenju te ako problem nema izrazito velik (u tisućama) broj stupnjeva slobode [29]. Ukoliko linearna ograničenja ne mogu biti zadovoljena, SNOPT prekida s izvođenjem algoritma. U protivnom, sve iteracije moraju zadovoljiti linearna ograničenja, što znači da ona mogu poslužiti za definiranje intervala u kojem su funkcije definirane ili neprekinute.

Budući da SNOPT zahtijeva informacije o gradijentu funkcija (Jakobijane), koji se izračunavaju automatski upotrebom MAD alata, optimizacijski problem treba biti gladak

(mora postojati prva derivacija funkcije cilja i ograničenja). Također, za poboljšanje efikasnosti rješavanja problema pomoću metoda koji zahtijevaju informacije o gradijentu, potrebno je normirati jednadžbe stanja i upravljačke varijable. Uobičajeno se koeficijenti normiranja postave na maksimalan iznos varijable stanja ili upravljačke varijable. Odabir koeficijenta normiranja jednadžbi stanja je posebno važno u slučaju kada algoritam ne koristi drugu derivaciju funkcija, jer u tom slučaju iznosi koeficijenta normiranja više utječu na smjer pretraživanja rješenja. SNOPT optimizacijski algoritam koristit će se u većem dijelu rada, dok u malom broju primjera za koje SNOPT ne može pronaći rezultat, koristit će se KNITRO i NPSOL optimizacijski algoritmi.

KNITRO optimizacijski paket sastoji se od nekoliko metoda nelinearnog programiranja koje uključuju metode unutarnje točke i metode aktivnih skupova. Metode unutarnje točke implementirane su korištenjem ciljne funkcije (3-35) i (3-36), pri čemu se parametar  $\mu$  smanjuje sve dok se optimizacijski problem ne riješi s dovoljnom preciznošću, pri čemu se koriste vrijednosne funkcije radi poboljšanja konvergencije. Valja napomenuti da KNITRO ima podršku za rješavanje mješovitih cjelobrojnih linearnih problema (MIP, *engl. Mixed-Integer Programming*) [30].

S druge strane, optimizacijski algoritam NPSOL se temelji na SQP algoritmu koji ne koristi svojstvo da su matrice koje definiraju optimizacijski problem rijetke (*engl. dense SQP*). Metoda koristi vrijednosnu funkciju (3-37), a prikladna je za probleme manjih ili srednjih dimenzija (do nekoliko tisuća parametara) [97]. U ovom istraživanju koristit će se u primjenama na četvrtinski model vozila, gdje se zbog problema malih dimenzija i velikog broja ograničenja u nekim slučajevima pokazao prihvatljivijim u odnosu na SNOPT algoritam. S druge strane, za nelinearne probleme velikih dimenzija (16 varijabli stanja i 4 upravljačke varijable, koji će se u pojedinim slučajevima proširiti i na 24 varijable stanja i 9 upravljačkih varijabli kada se koristi model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja) nužno je koristiti algoritme SNOPT ili KNITRO.

### **3.3.2 Definiranje problema optimalnog upravljanja na jednostavnom primjeru**

U ovom potpoglavlju opisat će se proces definiranja problema optimalnog upravljanja u programskom paketu TOMLAB na primjeru optimiranja Van der Pol oscilatora, preuzetom iz priručnika za korisnike TOMLAB/PROPT optimizacijskog alata [37]. Pritom korisnik koristeći gotove funkcije TOMLAB alata definira potrebne parametre koje metoda zahtijeva,

pri čemu je potrebno izvršiti sljedeće korake.

U prvom koraku treba definirati metodu rješavanja problema optimalnog upravljanja, vremenski prozor i varijable koje se optimiraju. Najprije korištenjem funkcije *tomPhase* treba zadati parametre kolokacijske metode (broj kolokacijskih točaka  $n$ , početno vrijeme  $t_0$  i konačno vrijeme  $t_f$ ). Također, kao dodatni parametar funkcije *tomPhase* moguće je odabrati i vrstu pseudospektralne kolokacijske metode, a moguće je birati između Gaussove i Čebiševljeve, pri čemu je standardna metoda Gaussova ukoliko korisnik ne specificira metodu. Zatim, pomoću funkcija *tomStates* i *tomControls* treba simbolički definirati varijable stanja i upravljačke varijable.

U drugom koraku korištenjem funkcije *icollocate* treba definirati početni pogodak rješenja za varijable stanja i upravljačke varijable, pri čemu funkcija *icollocate* koristi interpolaciju polinomom umjesto kolokacijskih točaka. Ukoliko korisnik nema nikakvu informaciju o optimalnom rješenju, uobičajeno je početni pogodak varijabli stanja postaviti na konstantnu vrijednost koja odgovara početnim uvjetima. U primjeru Van der Pol oscilatora početni pogodak upravljačkih varijabli postavljen je na -0.01.

U trećem koraku korištenjem funkcija *collocate* i *mcollocate* treba definirati ograničenja koja trebaju biti zadovoljena. Funkcija *mcollocate* definira ograničenja u dvostrukom broju kolokacijskih točaka, a posebno je prikladna za ograničenja tipa nejednakosti jer smanjuje mogućnost kršenja ograničenja između kolokacijskih točaka u odnosu na funkciju *collocate* (koja definira ograničenja u kolokacijskim točkama). S druge strane, za ograničenja jednakosti primjerenije je koristiti funkciju *collocate* jer bi u slučaju korištenja funkcije *mcollocate* bilo više ograničenja jednakosti nego stupnjeva slobode, pa optimizacijski problem ne bi imao rješenje [37]. Također, valja napomenuti da je moguće zadati ograničenja za proizvoljan niz (proizvoljnih) točaka pomoću naredbe *atPoints*.

U četvrtom koraku definiraju se rubni uvjeti, jednadžbe stanja i ciljna funkcija te se poziva programski alat za rješavanje optimizacijskog problema. Najprije se definiraju rubni uvjeti u početnom vremenu  $t_0$  i konačnom vremenu  $t_f$  korištenjem funkcija *initial* i *final*. Zatim se definiraju jednadžbe stanja kao ograničenja jednakosti koristeći funkciju *collocate*. Konačno, korisnik treba pozvati algoritam za rješavanje optimizacijskog problema upotrebom funkcija *ezsolve* ili *tomRun* te obraditi i analizirati dobivene rezultate.

Detaljniji opisi navedenih funkcija i načini njihovog korištenja mogu se pronaći u TOMLAB/PROPT priručniku za korisnike [37].

Optimizacijski kod s opisom pojedinih koraka korisnika TOMLAB optimizacijskog alata za definiranje problema optimalnog upravljanja dan je na slici 3-1. Problem optimalnog upravljanja Van der Pol oscilatora se može prikazati diferencijalnim jednadžbama, pri čemu ciljna funkcija (3-37) minimizira vrijednost varijable stanja  $x_3$  u konačnom trenutku  $t_f$ :

$$J = x_3(t_f) \quad (3-37)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (1 - x_1^2)x_1 - x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 \end{aligned} \quad (3-38)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= x_1^2 + x_2^2 + u^2 \\ -0.3 &\leq u \leq 10 \end{aligned} \quad (3-39)$$

$$x(t_0) = [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad (3-40)$$

$$t_f = 5 \quad (3-41)$$

Nakon što su definirani metoda rješavanja, vremenski prozor definiran jednadžbom (3-41) i varijable koje se optimiraju, definirano je ograničenje nejednakosti (3-39) korištenjem funkcije *mcollocate* te su dodana ograničenja nejednakosti na varijable stanja (vidi sliku 3-1):

$$-10 \leq \mathbf{x} \leq 10 \quad \mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] \quad (3-42)$$

koja sprječavaju optimizacijski algoritam da pretražuje rješenja velikog iznosa (ukoliko se koristi SNOPT algoritam linearna ograničenja moraju biti zadovoljena).

Zatim, rubni uvjeti (3-40) definirani su funkcijom *initial*, jednadžbe stanja (3-38) su pretvorena u ograničenja jednakosti korištenjem funkcije *collocate*, a funkcija cilja (3-37) koja je definirana u konačnom trenutku definirana je pomoću funkcije *final*. Algoritam optimiranja pozvan je upotrebom naredbe *ezsolve* koja kao ulaze prima funkciju cilja, ograničenja, početne uvjete i daodatne parametre koji uključuju izbor algoritma i njegove parametre. Rezultati se obrađuju pomoću naredbe *subs* koja iz rješenja dobivenog pomoću optimizacijskog algoritma vraća iznose varijabli u željenim vremenskim trenucima (u ovom slučaju u kolokacijskim točkama definiranim pomoću funkcije *collocate*).

Složeniji i za ovaj rad relevantniji primjer definiranja problema optimalnog upravljanja, koji se odnosi na optimalno upravljanje vertikalnom dinamikom vozila opisanom četvrtinskim modelom vozila, dan je u Prilogu B, gdje su u komentarima dani opisi pojedinih koraka.

```

toms t
p = tomPhase('p', t, 0, 5, 60);
setPhase(p);
} Definicija parametara
  kolokacijske metode

tomStates x1 x2 x3
tomControls u
} Definicija varijabli stanja i
  upravljačkih varijabli

% Initial guess
x0 = {icollocate({x1 == 0; x2 == 1; x3 == 0})
      collocate(u == -0.01)};
} Definicija
  početnog
  pogotka rješenja

% Box constraints
cbox = {-10 <= mcollocate(x1) <= 10
        -10 <= mcollocate(x2) <= 10
        -10 <= mcollocate(x3) <= 10
        -0.3 <= mcollocate(u) <= 1};
} Definicija
  ograničenja

% Boundary constraints
cbnd = initial({x1 == 0; x2 == 1; x3 == 0});
} Definicija rubnih
  uvjeta

% ODEs and path constraints
ceq = collocate({dot(x1) == (1-x2.^2).*x1-x2+u
                dot(x2) == x1; dot(x3) == x1.^2+x2.^2+u.^2});
} Definicija
  jednažbi
  stanja

% Objective
objective = final(x3);
} Definicija funkcije cilja

% Solve the problem
options = struct;
options.name = 'Van Der Pol';
solution = ezsolve(objective, {cbox, cbnd, ceq}, x0, options);
t = subs(collocate(t), solution);
x1 = subs(collocate(x1), solution);
x2 = subs(collocate(x2), solution);
x3 = subs(collocate(x3), solution);
u = subs(collocate(u), solution);
} Obrada i
  analiza
  rezultata

Rješavanje optimizacijskog
problema

```

Slika 3-1: Optimizacijski kod za primjer van der Pol oscilatora definiran jednažbama (3-37) do (3-41).

## 4. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika vertikalne dinamike vozila

U ovom poglavlju opisane su mogućnosti unaprjeđenja karakteristika vertikalne dinamike vozila uz primjenu aktivnog ovjesa. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa provodi se u prisustvu naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti (onih visokih amplituda ili oštih rubova). Pritom se ispituju mogućnosti poboljšanja kvalitete upravljanja za razne oblike i duljine neravnina, kao i razne duljine vremenskog prozora do nadolaska neravnine na cesti. Prije prezentacije i diskusije rezultata optimiranja, prikazuje se formulacija tj. modeliranje optimizacijskog problema.

### 4.1 Formulacija optimizacijskog problema

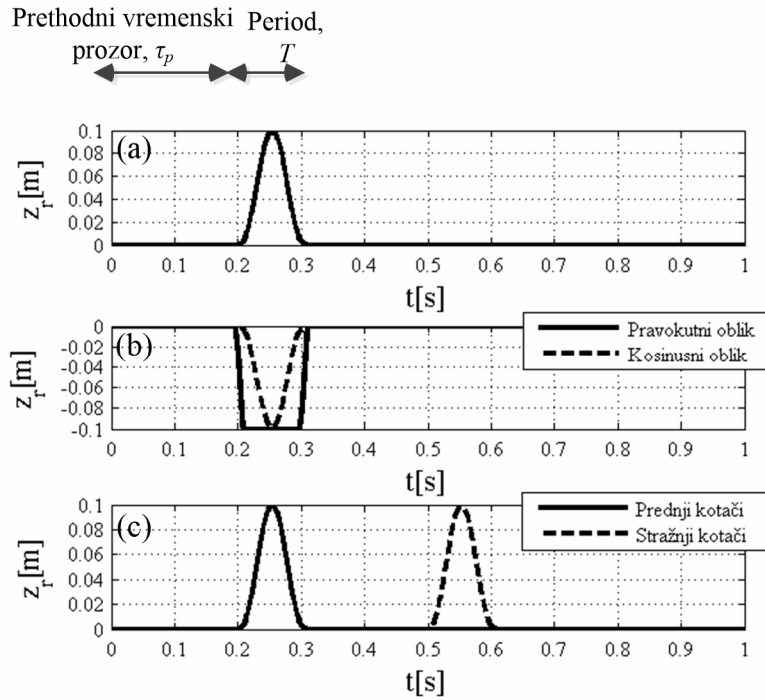
#### 4.1.1 Modeliranje vertikalnog profila podloge

Optimiranje upravljačkih varijabli vertikalne dinamike vozila provodi se za različite oblike izbočina i ulegnuća na površini ceste. U slučaju izbočina koristi se kosinusni profil podloge (vidi sliku 4-1a):

$$z_r(t) = \begin{cases} \frac{h}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - \tau_p)\right) \right], & \text{za } \tau_p \leq t \leq \tau_p + T \\ 0, & \text{u protivnom} \end{cases}, \quad (4-1)$$

pri čemu je  $h > 0$  visina i  $T$  period izbočine, a  $\tau_p$  je duljina vremenskog prozora do nadolaska izbočine na cesti. Istovjetni model, ali uz  $h < 0$ , koristi se u slučaju ulegnuća (vidi isprekidanu liniju na slici 4-1b). Dodatno se koristi ulegnuće pravokutnog oblika, kao najgori slučaj sa stanovišta analize oštećenja gume prilikom udara u stražnji rub ulegnuća (puna linija na slici 4-1b).





Slika 4-1: Profili neravnina podloge za slučajeve izbočine (a), ulegnuća (b), i izbočine za slučaj punog modela vozila (c).

Kako bi uvidi dobiveni pomoću optimizacijskih rezultata bili poopćivi za različite brzine vozila, period neravnine na cesti  $T$  (kao i duljina prethodnog vremenskog prozora  $\tau_p$ ) definiran je u vremenskoj domeni, dakle kao i dinamički model vozila. Pritom se vremenski interval  $T$  [s] može transformirati u put koji predstavlja duljinu neravnine [m] na način da se  $T$  pomnoži s brzinom vozila  $U$  [m/s], što znači da se veća brzina vozila može definirati duljom neravnom. Primjerice, za brzinu vozila od  $36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$ , period neravnine  $T = 0.1 \text{ s}$  ekvivalentan je duljini neravnine  $1 \text{ m}$ .

Duljina prethodnog vremenskog prozora  $\tau_p$  označava duljinu vremenskog intervala između početka optimizacije ( $t = 0$ ) i vremena nailaska na neravninu ( $t = \tau_p$ ). Ukoliko se pretpostavi da su informacije dobivene od strane senzora neravnina podloge (npr. kamera) vezane uz prostornu domenu (tj. duljinu vidnog polja) [54], izmjerena udaljenost objekta [m] može se podijeliti s brzinom vozila [m/s] za određivanje duljine vremenskog prozora  $\tau_p$  [s], iz čega slijedi da duljina vremenskog prozora pada s povećanjem brzine vozila. U svrhu analize koja treba utvrditi u kojoj mjeri FAS može iskoristiti prethodnu informaciju o neravninama dobivenu od senzora za poboljšanje karakteristika vertikalne dinamike vozila, duljina prethodnog vremenskog prozora  $\tau_p$  mijenjat će se između vrijednosti  $0$  i  $250 \text{ ms}$ .

Visina neravnine  $h$  [m] utječe na performanse udobnosti vožnje i držanja ceste (upravljivosti), kao i na iznos snage/energije aktuatora potrebne za kompenzaciju neravnine. Performanse FAS sustava testirat će se za dvije različite visine izbočine: (i)  $h = 0.02$  m,  $\tau_p = 0$  s (mala izbočina bez prethođenja) i (ii)  $h = 0.1$  m,  $\tau_p = 0.2$  s (velika izbočina s prethođenjem). U slučaju ulegnuća, performanse FAS sustava testirat će se za dva, prije spomenuta oblika ulegnuća (uz fiksne parametre  $h = -0.1$  m i  $\tau_p = 0.2$  s, vidi sliku 4-1b).

Ukoliko se koristi puni (10 DOF) model vozila (poglavlje 2), prednji i stražnji kotači nailaze na neravninu u različitim vremenskim trenucima (vidi sliku 4-1c). Pritom je nailazak stražnjih kotača na neravninu zakašnjen u odnosu na prednje kotače za međuosovinski razmak  $l$  (definiran u vremenskoj domeni u ovisnosti o brzini vozila).

#### 4.1.2 Formulacija optimizacijskog problema za različite ispitne scenarije

Optimiranje upravljačkih varijabli provodi se s ciljem pronalaska upravljačkih trajektorija sila FAS aktuatora  $F_a(t)$  (definiranih u poglavlju 2 tj. na slici 2-1), koji minimiziraju zadanu ciljnu funkciju. Ciljna funkcija i različita ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti za različite upravljačke scenarije definirani su u nastavku.

Slučaj izbočine za četvrtinski model vozila. Referirajući se na shematski prikaz četvrtinskog modela vozila dan na slici 2-1 i odgovarajuće jednadžbe stanja (2-1)-(2-4), ciljna funkcija koju je potrebno minimizirati definira se sljedećom jednadžbom [4]:

$$J = k_{11} \underbrace{\int_0^{t_f} \dot{x}_4^2 dt}_{J_{11}} + k_{12} \underbrace{\int_0^{t_f} (x_1 - x_{10})^2 dt}_{J_{12}} + k_{13} \underbrace{\int_0^{t_f} (x_3 - x_{30})^2 dt}_{J_{13}} + k_{14} \underbrace{\int_0^{t_f} \dot{F}_a^2 dt}_{J_{14}}, \quad (4-2)$$

gdje optimizacijski interval  $[0, t_f]$  odgovara intervalu u kojem je definirana neravnina (interval  $[0, 1]$  s na slici 4-1), a parametri koje sadrže indeks  $_0$  označavaju stacionarne vrijednosti (ujedno i početne uvjete) odgovarajuće varijable. Pritom prvi pribrojnik na desnoj strani jednadžbe (4-2) kažnjava akceleraciju ovješene mase kao mjeru neudobnosti vozila. Član  $J_{12}$  predstavlja dio ciljne funkcije povezan uz kažnjavanje neupravljivosti vozila, tj. kažnjavanje varijacija normalne sile kotača s ciljem boljeg držanja ceste. Treća komponenta ciljne funkcije,  $J_{13}$ , penalizira velike vrijednosti hoda ovjesa, a posredno i forsiranje upravljačke varijable i energiju upravljanja. Težinski faktori  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  i  $k_{13}$  služe kao parametri čije se vrijednosti odabiru kao kompromis između željenih performansi udobnosti, dobrog slijeđenja

ceste i zadovoljenja fizičkih ograničenja ovjesa. Njihove osnovne vrijednosti  $k_{11} = 1$ ,  $k_{12} = 1100$   $1/s^4$ , and  $k_{13} = 100$   $1/s^4$  preuzete su iz reference [4]. U nekim optimizacijskim scenarijima uvodi se četvrti član ciljne funkcije,  $J_{14}$ , povezan s derivacijom upravljačkih varijabli, kako bi se dodatno ograničilo forsiranje upravljačkih varijabli i s tim povezane oscilacije odziva sustava.

Jedino tvrdo ograničenje koje je primijenjeno u osnovnom optimizacijskom scenariju odnosi se na ograničenje sile FAS aktuatora, koje se postavlja prema sljedećoj nejednakosti:

$$-2500 \leq F_a [N] \leq 2500 \quad (4-3)$$

Kako bi se analiziralo u kojoj se mjeri pogoršava udobnost vozila postavljajući više naglaska na upravljivost vozila, optimizacija je provedena i za scenarije definirane navodima 2-4 u odnosu na osnovni scenarij 1:

1. Osnovni scenarij (definiran gore)
2. Dodavanje sljedećeg ograničenja za sprječavanje odvajanja kotača od podloge koji odgovara uvjetu  $F_z \geq 0$ :

$$x_1 \leq 0 \quad (4-4)$$

3. Dodavanje snažnijeg ograničenja na opterećenje kotača i dodatnih ograničenja na jednakost rubnih uvjeta (tj, smirivanje odziva na kraju ispitnog intervala) te za poboljšanje glatkoće odziva:

$$F_z \geq 1000 \text{ N} \quad (4-5)$$

$$x_j(t_f) = x_j(t_0), \quad j = 1, \dots, 4 \quad (4-6)$$

$$F_a(t_f) = 0 \quad (4-7)$$

$$k_{14} = 0.0001 \text{ m}^2/\text{N}^2\text{s}^4$$

4. Prethodni scenarij uz 100 puta povećan težinski faktor na upravljivost vozila:

$$k_{12} = 110000 \text{ 1/s}^4.$$

Slučaj izbočine za puni model vozila. Ukoliko se koristi model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja prikazan u potpoglavlju 2.1.2, ciljna funkcija se modificira na sljedeći način:

$$J = \int_0^{t_f} \dot{W}^2 + k_{22} \int_0^{t_f} \sum_{i=1}^4 (x_{li} - x_{li0})^2 dt + k_{23} \int_0^{t_f} \sum_{i=1}^4 F_{zi}^2 dt + k_{24} \int_0^{t_f} \sum_{i=1}^4 \dot{F}_{zi}^2 dt + k_{25} \int_0^{t_f} (\theta - \theta_0)^2 dt \quad (4-8)$$

Prvi član na desnoj strani jednadžbe penalizira neudobnost vozila na sličan način kao i član  $J_{11}$  u jednadžbi (4-2), pri čemu je jedina razlika u tome da je akceleracija neovješene mase zamijenjena s akceleracijom težišta vozila u vertikalnom smjeru. Drugi član odnosi se na mjeru upravljivosti vozila, a istovjetan je članu  $J_{12}$  u jednadžbi (4-2), s time da je primijenjen na sva četiri kotača ( $i = 1, \dots, 4$ ). Treći i četvrti član penaliziraju oscilacije normalne sile kotača, a time indirektno i iznos upravljačkih varijabli FAS aktuatora. Konačno, peti član penalizira poniranje vozila uzrokovano kašnjenjem u nadolasku neravnine na stražnje u odnosu na prednje kotače. Ponovno, parametri koji sadrže indeks  $_0$  odnose se na stacionarne/početne uvjete. Pritom glavni težinski faktori  $k_{21} = 1$  and  $k_{22} = 1100 \text{ 1/s}^4$  imaju iste vrijednosti kao one korištene u jednadžbi (4-2), dok su težinski faktori pomoćnih članova odabrani s ciljem osiguranja prihvatljivih amplituda i prigušenja upravljačkih varijabli te suzbijanja poniranja vozila:  $k_{23} = 0.01 \text{ 1/kg}^2$ ,  $k_{24} = 0.01 \text{ 1/kg}^2$ , and  $k_{25} = 1 \text{ m}^2/\text{s}^4$ .

Tvrda ograničenja uključuju limite na normalnu silu kotača, deformaciju ovjesa i silu aktuatora:

$$1000 \leq F_{zi} [\text{N}] \leq 10000, \quad (4-9)$$

$$-0.1 \leq z_i - z_0 [\text{m}] \leq 0.1, \quad (4-10)$$

$$-10000 \leq F_a [\text{N}] \leq 10000. \quad (4-11)$$

Limiti opterećenja kotača  $F_{zi}$  odabrani su na način da spriječe odskok kotača te vrlo visoka dinamička opterećenja kotača. Limiti sile aktuatora su povećani četiri puta u odnosu na realističnije limite koji su korištene kod četvrtinskog modela vozila prikazani u jednadžbi (4-3), kako bi se izbjegle određene numeričke poteškoće koje se pojavljuju uz korištenje ograničenja (4-3) na modelu vozila s velikim brojem varijabli stanja. Ograničenja na deformaciju ovjesa implementirana su kao tvrda ograničenja, umjesto da budu uključeni u model vozila preko modela zasićenja danog jednadžbom (2-5), jer je model zasićenja izrazito nelinearan oko točaka u kojima ulazi u zasićenje. Pritom valja napomenuti da iako navedena nelinearnost nije utjecala na stabilnost optimizacija kod upotrebe četvrtinskog modela vozila, dovela je do numeričke nestabilnosti za model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja.

Slučaj ulegnuća za četvrtinski model vozila. Osim po obliku neravnine, glavna razlika u odnosu na slučaj izbočine jest u tome da može doći do oštećenja gume prilikom nailaska na stražnji brid ulegnuća. Stoga se ciljna funkcija proširuje s članom koji otežava uvjete u kojima može doći do oštećenja kotača ( $J_{33}$ ), te također članom koji penalizira potrošnju energije od strane aktivnog ovjesa ( $J_{31}$ ):

$$J = \underbrace{\int_0^{t_f} (F_a(x_2 - x_4))^2 dt}_{J_{31}} + k_{32} \underbrace{\int_0^{t_f} \dot{x}_4^2 dt}_{J_{32}} + k_{33} \underbrace{\left( -\min(z_u) \Big|_{\tau_p}^{\tau_p+T} \right)}_{J_{33}} + k_{34} \underbrace{\int_0^{t_f} F_a^2 dt}_{J_{34}} . \quad (4-12)$$

Prvi, drugi i treći član na desnoj strani izraza (4-12) definiraju redom mjere potrošnje energije, neudobnosti i osjetljivosti autogume na oštećenje, uz  $z_u = x_1 + z_r$  (vidi sliku 2-1). Posljednji član ( $J_{34}$ ) penalizira iznose upravljačkih varijabli, a posredno i njihove oscilacije.

Komponenta potrošnje energije u ciljnoj funkciji (4-12) uključuje kvadrat snage u podintegralnoj funkciji (za razliku od funkcije apsolutne vrijednosti koja nije glatka). Pritom treba napomenuti da se negativni predznak snage anulira kako bi se spriječila značajna rekuperacija energije, a posljedično i bitno pogoršanje udobnosti vožnje. K tome, na temelju početnih optimizacijskih rezultata za slučaj ulegnuća (vidi primjerice sliku 4-11), uočeno je da FAS gotovo uvijek treba djelovati aktivno, tj. da snaga  $F_a(x_2 - x_4)$  treba ionako biti pozitivna. Ova tvrdnja će biti dodatno analizirana i potvrđena u odjeljku 4.3.2.

Komponenta ciljne funkcije koja se odnosi na osjetljivost autogume na oštećenje definirana je kao minimalna pozicija neovješene mase  $z_u < 0$  unutar vremenskog intervala nailaska na ulegnuće  $[\tau_p, \tau_p + T]$ , koju je potrebno maksimizirati te stoga pripadni član funkcije cilja ( $J_{33}$ ) ima negativni predznak. Naime, što je viša pozicija neovješene mase za vrijeme nailaska na ulegnuće, manja je mogućnost oštećenja gume (posebno prilikom nailaska na stražnji rub ulegnuća). Implementacijski aspekti navedenog diskontinuiranog člana diskutiraju se u sljedećem potpoglavlju.

U slučaju ulegnuća, razmatraju se sljedeća tri optimizacijska scenarija, pri čemu su glavni težinski faktori  $k_{32}$  i  $k_{34}$  odabrani na način da se naglase karakteristične značajke sustava za pojedini scenarij:

1. Naglasak na poboljšanje udobnosti vozila ( $k_{32} = 0.1 \text{ N}^2/\text{s}^4$ ,  $k_{33} = 1 \text{ N}^2\text{m}$ ).
2. Naglasak na smanjenje potrošnje energije ( $k_{32} = 0.005 \text{ N}^2/\text{s}^4$ ,  $k_{33} = 1 \text{ N}^2\text{m}$ ).
3. Poboljšanje razine otpornosti gume na oštećenje ( $k_{32} = 0.005 \text{ N}^2/\text{s}^4$ ,  $k_{33} = 10 \text{ N}^2\text{m}$ ).

Pomoćni težinski faktor,  $k_{34}$ , postavljen je na vrijednosti  $10^{-5}$  i  $10^{-3}$  redom za kosinusni i pravokutni oblik ulegnuća.

Tvrda ograničenja uključuju limite na silu FAS aktuatora dane jednačbom (4-3). Također, uvjet sukladnosti rubnih stanja primjenjuje se na deformaciju ovjesa (slično kao u jednačbi (4-6) za slučaj izbočine):

$$x_3(t_f) = x_3(0). \quad (4-13)$$

### 4.1.3 Praktični aspekti formulacije optimizacijskog problema

U ovom odjeljku diskutirat će se praktični aspekti formulacije optimizacijskog problema koji uključuju glaćenje diskontinuiranih funkcija koje se koriste za opisivanje sustava i ciljne funkcije, odabir parametara optimizacije i vrijeme izvođenja optimizacijskog algoritma.

Diskontinuirana (logička) funkcija dana jednačbom (2-5) izglaćena je korištenjem funkcije *tanh*:

$$F_j = F_{j1} + F_{j2}, \quad (4-14)$$

gdje je

$$F_{j1} = k_j(x_3 - x_{30} - d_j)[1 + \tanh(\chi(x_3 - x_{30} - d_j))]/2, \quad (4-15)$$

$$F_{j2} = k_j(x_3 - x_{30} + d_j)[1 + \tanh(-\chi(x_3 - x_{30} + d_j))]/2. \quad (4-16)$$

Slično, jednačba (2-6) izglaćena je na sljedeći način:

$$F_z = -[k_t x_1 + b_t(x_2 - v_r)][1 + \tanh(-\chi x_1)]/2. \quad (4-17)$$

Pritom valja napomenuti da je parametar  $\chi$  u jednačbama (4-15)-(4-17) odabran kao kompromis između precizne aproksimacije funkcije (veći  $\chi$ ) i numeričke efikasnosti optimizacijske metode (manji  $\chi$ ). U ovom radu odabrana je vrijednost  $\chi = 10000$ .

Ciljna funkcija (4-12) sadrži član povezan s funkcijom *min*, kojeg je također potrebno izgladiti. U tu se svrhu ovaj član može prikazati kao kod Čebiševljeveg optimizacijskog problema (3-3), pri čemu se funkcija *min* može zamijeniti linearnom funkcijom nove pomoćne varijable  $z_{u,\min}$  (kao u jednačbi (3-4)), što dovodi do modificirane formulacije ciljne funkcije:

$$J = \int_0^{t_f} (F_a(x_2 - x_4))^2 dt + k_{32} \int_0^{t_f} \dot{x}_4^2 dt + k_{33}(-z_{u,\min}) + k_{34} \int_0^{t_f} F_a^2 dt. \quad (4-18)$$

Pritom nova varijabla  $z_{u,\min}$  (koju je potrebno maksimizirati) podliježe sljedećem,

novouvedenom ograničenju tipa nejednakosti:

$$z_{u,min} \leq z_u(t) \leq 0, \quad \forall t \in [\tau_p, \tau_p + T] \quad (4-19)$$

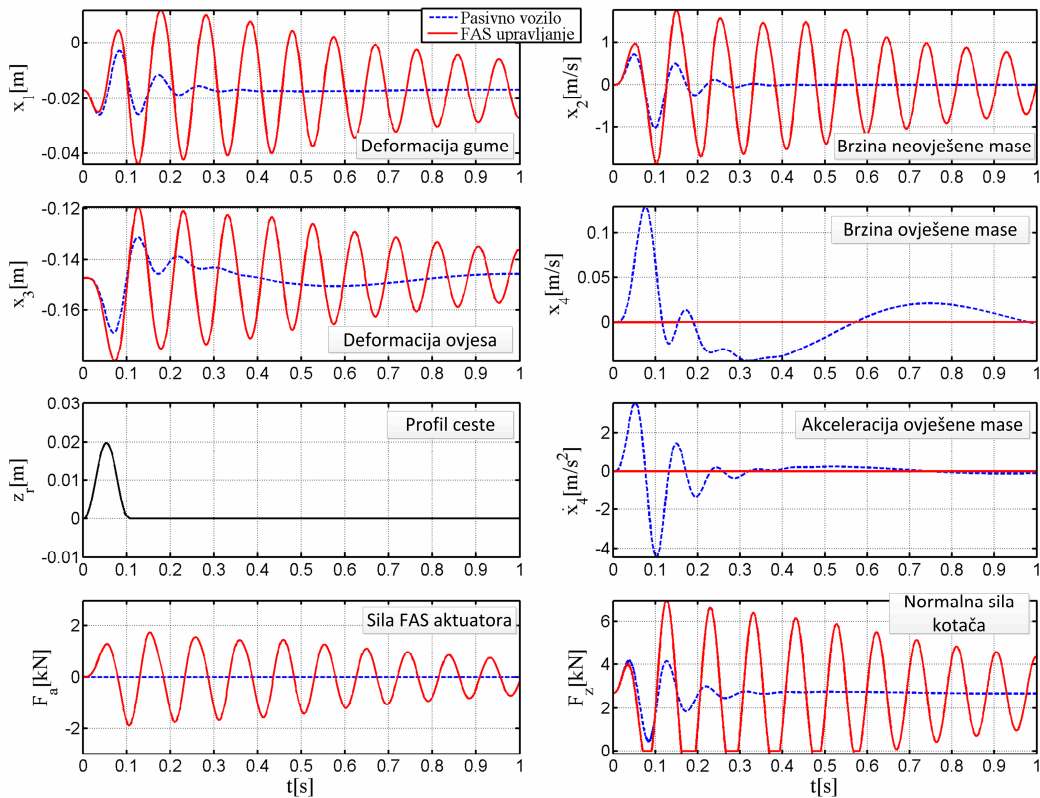
U slučaju korištenja pseudospektralnih kolokacijskih metoda, važno je odabrati prikladan broj kolokacijskih točaka, što je kompromis između točnosti dobivenog rješenja i računalne efikasnosti optimizacijskog algoritma. U ovom istraživanju korišteno je 70 kolokacijskih točaka po sekundi, što je dovoljno velik broj za hvatanje brze dinamike neovješene mase (otprilike 10 Hz), a dovoljno malen broj da se osiguraju numerički stabilne i brze optimizacije (tipično vrijeme izvođenja je manje od jedne minute uz korištenje računala čiji procesor ima taktnu frekvenciju 3.2 GHz). Dosljednost optimizacijskih rezultata potvrđena je u svim slučajevima korištenjem računalnih simulacija, temeljenih na modelu sustava koji se koristi u optimizacijskim procedurama, te na koji se dovode optimirane upravljačke varijable. Model vozila normira se tako da se bazne vrijednosti varijabli stanja i upravljačkih varijabli sustava postave na procijenjene maksimalne vrijednosti ovih varijabli. Početni pogodak rješenja postavlja se na nulu.

## 4.2 Optimizacijski rezultati za slučaj izbočine na cesti

### 4.2.1 Optimizacijski rezultati za različite amplitude izbočine

Slučaj niske izbočine. Slika 4-2 prikazuje optimizacijske rezultate za slučaj niske izbočine ( $h = 0.02$  m, vidi odziv  $z_r$  na slici 4-2) uz isključivo penaliziranje neudobnosti vožnje ( $k_{12} = k_{13} = k_{14} = 0$  u ciljnoj funkciji (4-2)). Optimirani upravljački ulazi  $F_a$  su takvi da kompenziraju pasivnu komponentu sile ovjesa  $F_{sp}$ , tj. vrijedi jednakost  $F_a = -F_{sp} = -k_s(x_3 - x_{30}) - b_s((x_4 - x_{40}) - (x_2 - x_{20}))$ , vidi jednadžbu (2-4) iz čega slijedi da je rezultantna (dinamička) sila koja djeluje na ovješenu masu a time i akceleracija ovještene mase  $\dot{x}_4$  jednake nula (tj. član  $J_{11}$  ciljne funkcije (4-2) svodi se na nulu). Međutim, slučaj optimalne (tj. maksimalno moguće) udobnosti ima sljedeće nedostatke (v. sliku 3.2): (i) utječe na performanse upravljivosti vozila tj. držanja ceste, jer kotač često gubi kontakt s podlogom, tj. normalna sila kotača  $F_z$  pada na nulu; (ii) odziv sustava (posebno varijabli stanja povezanih s neovješenom masom,  $x_1$  i  $x_2$ ) postaje loše prigušen; i (iii) upravljačke varijable aktivnog ovjesa postaju zasićene u slučaju većih visina izbočina (vidi jednadžbu (4-3) i odziv  $F_a$  na slici 4-3, što limitira performanse vezane uz udobnost vožnje; usp. odzive  $dx_4/dt$  na slikama 4-

2 i 4-3).



Slika 4-2: Rezultati optimiranja za slučaj niske izbočine uz isključivo penaliziranje neudobnosti (scenarij 1<sup>a</sup>) iz tablice 4-1).

Slučaj visoke izbočine. Slika 4-3 prikazuje optimizacijske rezultate za zahtjevniji slučaj visoke izbočine ( $h = 0.1$  m). U ovom slučaju ne penalizira se isključivo neudobnost vožnje nego se kažnjava i neupravljivost, velike vrijednosti hoda ovjesa i derivacija upravljačkih varijabli (vidi formulaciju optimizacijskog problema prikazanu jednačbom (4-2)). Pritom je prethodni vremenski prozor izbočine postavljen na  $\tau_p = 0.2$  s (za razliku od Slike 4-2 gdje je postavljen na nulu). Korišten je osnovni oblik ciljne funkcije (4-2), koji je označen kao optimizacijski scenarij 1 u odjeljku 4.1.2.

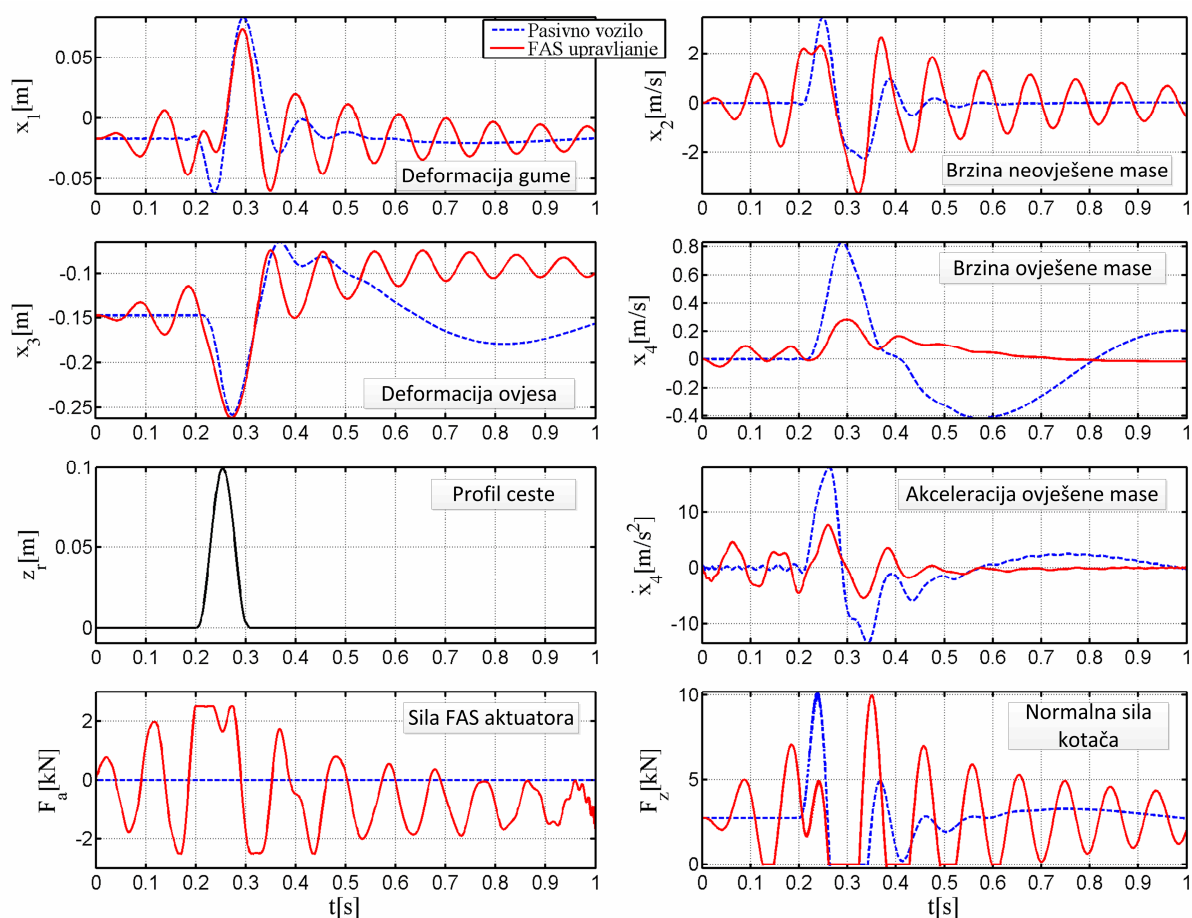
U slučaju pasivnog vozila ( $F_a = 0$ ), apsolutna vrijednost deformacije gume  $x_1$  naglo se povećava prilikom nailaska na prednji rub izbočine. Povećanje deformacije gume dovodi do povećanja normalne sile kotača  $F_z$ , što se prenosi preko neovješene mase do ovješene mase, uzrokujući time naglo povećanje akceleracije ovješene mase  $\ddot{x}_4$  (do vršne vrijednosti 1.8g) te izraženu neudobnost vožnje. Nakon početnog rasta deformacije gume, dolazi do jakih poskakivanja kotača koji se nekoliko puta odvajaju od podloge ( $x_1 > 0$ ,  $F_z = 0$ ), dok akceleracija ovješene



mase poprima vrijednosti oko  $-1g$  (kotač slobodno pada).

Glavno upravljačko djelovanje FAS aktuatora je takvo da, neposredno prije pojave izbočine, FAS generira pozitivnu silu, koja ima tendenciju podizanja gume (vidi odziv  $x_1$  na slici 4-3 te model vozila na slici 2-1), pritom ublažavajući jaki udar gume u izbočinu. Kao posljedica toga, dominantna (pozitivna) vršna vrijednost akceleracije ovješene mase je značajno smanjena (otprilike prepolovljena), što rezultira većom udobnošću vožnje. Nakon vršne vrijednosti odskoka kotača, koja se javlja oko  $t = 0.3$  s (vidi odziv  $x_1$  te  $F_2$ ), FAS naglo mijenja smjer djelovanja i proizvodi velike negativne sile  $F_a$ . Navedena akcija ima svrhu dinamičkog pridržavanja ovješene mase, tj. sprječavanja njenog izraženog slobodnog pada. Ovo se manifestira u značajnom smanjenju negativne vršne vrijednosti akceleracije ovješene mase, te time i u poboljšanju udobnosti vožnje. Međutim, navedeno jako djelovanje FAS aktuatora pobuđuje velike oscilacije sustava, što rezultira dodatnim poskakivanjima kotača i s njima povezanim privremenim gubitkom držanja ceste. Valja napomenuti da u konačnom trenutku  $t_f = 1$  s optimirana sila aktuatora  $F_a$  nije jednaka nuli (tj. deformacije ovjesa se razlikuju u odnosu na njihove početne vrijednosti), što je posljedica činjenice da u osnovnom optimizacijskom scenariju nije primijenjen uvjet sukladnosti rubnih vrijednosti varijabli stanja, dan izrazom (4-6).

Na odzivima prikazanim na slici 4.3 također vrijedi primijetiti da, tijekom prethodnog vremenskog prozora  $0 < t < \tau_p = 0.2$  s, FAS pobuđuje neovješenu masu da oscilira svojom prirodnom (rezonantnom) frekvencijom (koja iznosi približno 10 Hz), gdje je fazni pomak oscilacija takav da proizvode prethodno spomenuto podizanje kotača neposredno prije nailaska na izbočinu. Drugim riječima, FAS se priprema za podizanje kotača komprimiranjem gume (tj. povećanjem deformacije autogume  $-x_1$ ) u intervalu  $0.16 < t$  [s]  $< 0.2$ , što pomaže gumi da prirodno odskoči u trenutku pojavljivanja izbočine u  $t = 0.2$  s (kao dodatna komponenta odskoka uz onu dominantnu vezanu uz prethodno objašnjenu promjenu predznaka sile aktuatora s negativnog na pozitivni; neposredno pred trenutak  $t = 0.2$  s). Dok opisano *prethodno* FAS djelovanje povećava vibracije ovješene mase za vrijeme pripremnog perioda  $t < \tau_p$  te time utječe na neudobnost vožnje, utjecaj naknadnog smanjenja dominantne vršne vrijednosti akceleracije ovješene mase (u  $t \approx 0.3$  s  $> \tau_p$ ) je mnogo bitnije sa stajališta indeksa udobnosti vožnje  $J_{11}$  definiranog u jednadžbi (4-2).



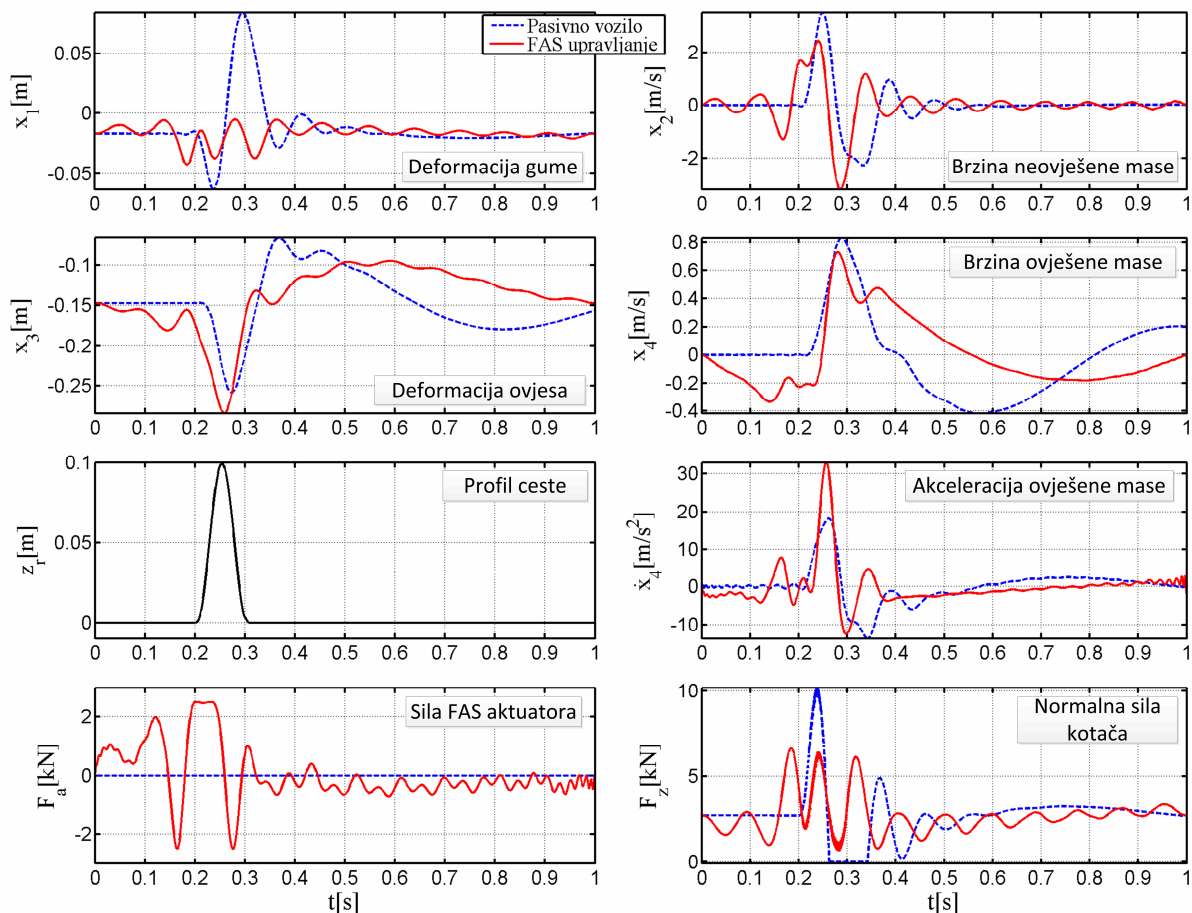
Slika 4-3: Rezultati optimiranja za slučaj visoke izbočine s kombiniranom penalizacijom neudobnosti vožnje i neupravljivosti vozila (scenarij 1 iz tablice 4-1).

#### 4.2.2 Analiza mogućnosti sprječavanja odskoka kotača

Kako bi se unaprijedila upravljivost vozila (u uzdužnom i lateralnom smjeru), važno je držati normalnu silu kotača  $F_z$  iznad neke pozitivne donje granice. Primjenjujući ograničenje  $F_z \geq 1000$  N na slučaj visoke izbočine razmotren u prethodnom potpoglavlju (scenarij 3 iz potpoglavlja 4.1.2), dobivaju se optimizacijski rezultati prikazani na slici 4-4. Kako bi se spriječio kotač od poskakivanja (vidi  $x_1$  i  $F_z$  odzive na slici 4-4), FAS generira jaku negativnu silu  $F_a$  nakon vršne vrijednosti profila izbočine  $z_r$  ( $0.3 \text{ s} > t > 0.25 \text{ s}$ ), posredstvom koje se kotač pritišće na cestu. Međutim, reaktivna sila istog iznosa  $F_a$  djeluje na ovješenu masu (vidi sliku 2-1), uzrokujući time visoku vršnu vrijednost akceleracije ovještene mase, što nepovoljno djeluje na udobnost vožnje. Vršna vrijednost akceleracije ovještene mase poprima vrlo visoke

vrijednosti (oko  $3g$ , što je više nego u slučaju pasivnog vozila), zbog toga što je donji odbojnik privremeno dosegnut (vidi odziv  $x_3$  na slici 4-4) te ovjes postaje krut u tom intervalu. S druge strane, vršne vrijednosti normalne sile kotača za vrijeme i nakon izbočine su značajno smanjeni, bez poskakivanja kotača u bilo kojem trenutku ( $F_z > 0$ ).

Rezultati prikazani na slici 4-4 nadalje pokazuju da je odziv sustava bolje prigušen nego odziv na slici 4-3, te da u konačnom trenutku odziva vrijedi da  $F_a$  teži k nuli. Prvi efekt je posljedica penalizacije derivacije upravljačkih varijabli (član  $J_{14}$  u jednadžbi (4-2)), dok je drugi efekt povezan s uvođenjem uvjeta (4-6) na jednake rubne vrijednosti odziva.



Slika 4-4: Rezultati optimiranja za slučaj visoke izbočine s ograničenjem na minimalnu vrijednost normalne sile kotača (scenarij 3 iz tablice 4-1).

### 4.2.3 Usporedba rezultata za različite optimizacijske scenarije

Tablica 4-1 prikazuje vrijednosti indeksa neudobnosti vožnje i neupravljivosti vozila, koji su definirani u zaglavlju tablice i izrazom (4-2) u formi standardnih devijacija (RMS vrijednosti)

akceleracije ovještene mase i deformacija autogume, te maksimalna vrijednost akceleracije ovještene mase. Vrijednosti indeksa dane su za različite optimizacijske scenarije navedene u potpoglavlju 4.1.2, niske i visoke izbočine. Pritom se u slučaju niske izbočine ne koristi prethodni vremenski prozor ( $\tau_p = 0$ ). Navedeni rezultati formiraju dijagram sličan Pareto fronti, koji je prikazan na slici 4-5, pri čemu se udobnost i upravljivost vozila predstavljaju kao konfliktne ciljevi. U slučaju niske izbočine, kada kvaliteta upravljanja nije ograničena sa zasićenjem aktuatora, FAS može smanjiti mjeru neudobnosti ili mjeru neupravljivosti vozila na nulu. Kada je poskakivanje kotača penalizirano dovoljno jako (slučaj 4 iz tablice 4-1), FAS osigurava poboljšanje oba pokazatelja kvalitete (udobnost i upravljivost) u odnosu na pasivno vozilo (vidi sliku 4-5), ali je iznos poboljšanja relativno maleno.

U slučaju visoke izbočine, indeks performansi pasivnog vozila pomiče se značajno prema gornjem desnom kutu Pareto dijagrama (slika 4-5), što ukazuje da postoji značajan prostor za istovremena poboljšanja pokazatelja kvalitete udobnosti i upravljivosti vozila putem djelovanja FAS aktuatora. To se i potvrđuje kroz par punih kvadratičnih točaka na slici 4-5, koji su dodani na sliku zajedno s podacima danim u tablici 4-1, a odgovaraju osnovnom optimizacijskom scenariju (scenarij 1) s težinskim faktorom  $k_{12}$  korigiranim na vrijednosti  $30000 \text{ 1/s}^4$  i  $80000 \text{ 1/s}^4$ . Očekivano, u slučaju visoke izbočine indeksi neudobnosti i neupravljivosti se ne mogu smanjiti na nulu zbog ulaska FAS signala u zasićenje. Također, postoji značajan gubitak udobnosti pri uvođenju ograničenja na poskakivanje kotača (slučajevi 2-4 u tablici 4-1 i odgovarajuće točke na slici 4-5).

*Tablica 4-1: Usporedne RMS vrijednosti kriterija neudobnosti i neupravljivosti za pasivno vozilo i različite scenarije optimizacije FAS upravljanja ( $\tau_p = 0$ ).*

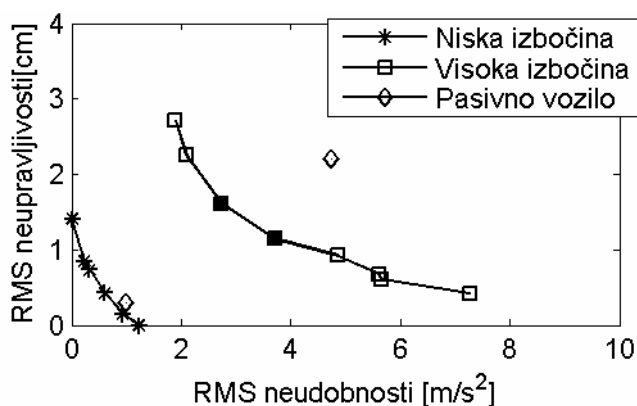
	Slučaj niske izbočine			Slučaj visoke izbočine		
	$(J_{11}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$(J_{12}/t_f)^{1/2}$ [cm]	$\max(\dot{x}_4)$ [m/s <sup>2</sup> ]	$(J_{11}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$(J_{12}/t_f)^{1/2}$ [cm]	$\max(\dot{x}_4)$ [m/s <sup>2</sup> ]
Pasivno	0.99	0.30	4.45	4.74	2.21	18.12
Slučaj 1	0.22	0.84	0.75	2.09	2.25	7.55
Slučaj 1 <sup>a)</sup>	0.00	1.41	0.00	1.89	2.72	6.36
Slučaj 1 <sup>b)</sup>	1.23	0.00	5.88	7.27	0.42	49.50
Slučaj 2	0.32	0.74	1.06	4.86	0.92	28.58
Slučaj 3	0.61	0.43	2.70	5.62	0.68	32.92
Slučaj 4	0.93	0.15	4.07	5.65	0.61	33.21

Slučajevi 1-4: Vidi potpoglavlje 4.1.2 za definiciju

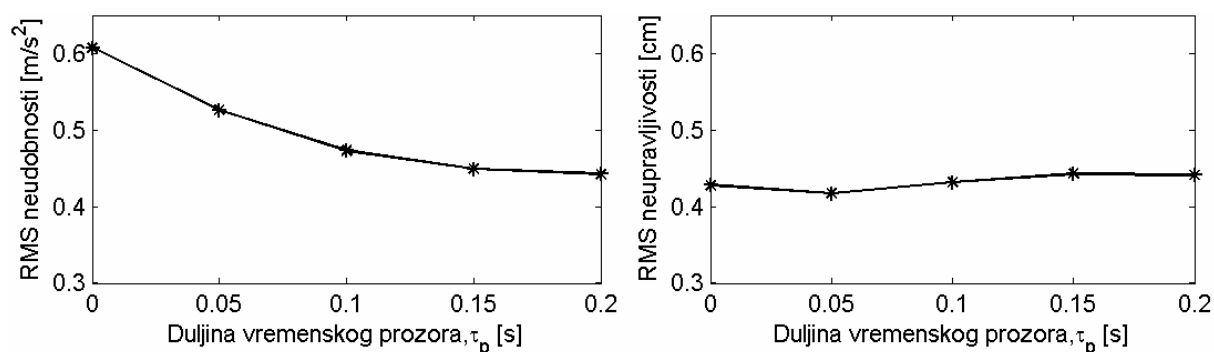
Slučaj 1<sup>a)</sup>: Bez mjere neupravljivosti ( $k_{12} = 0$ , s  $k_{11} = 1$  i  $k_{13} = 100 \text{ 1/s}^4$ ; vidi optimizacijske rezultate na

slici 4-2)

Slučaj1<sup>b)</sup>: Bez mjere neudobnosti ( $k_{11} = 0$ ,  $s$   $k_{12} = 1100 \text{ 1/s}^4$ ,  $k_{13} = 100 \text{ 1/s}^4$ )



Slika 4-5: Dijagram sličan Pareto fronti za dva glavna indeksa kvalitete upravljanja i slučajeve niske i visoke izbočine prikazane u tablici 4-1, pri čemu točke punog kvadratičnog oblika odgovaraju Slučaju 1 s  $k_{12}$  iznosa  $30000 \text{ 1/s}^4$  i  $80000 \text{ 1/s}^4$  ( $\tau_p = 0$ ).



Slika 4-6: RMS vrijednosti kriterija neudobnosti (a) i nepravilnosti (b) za različite vrijednosti prethodnog vremenskog prozora izbočine i slučaj niske izbočine (optimizacijski scenarij 3).

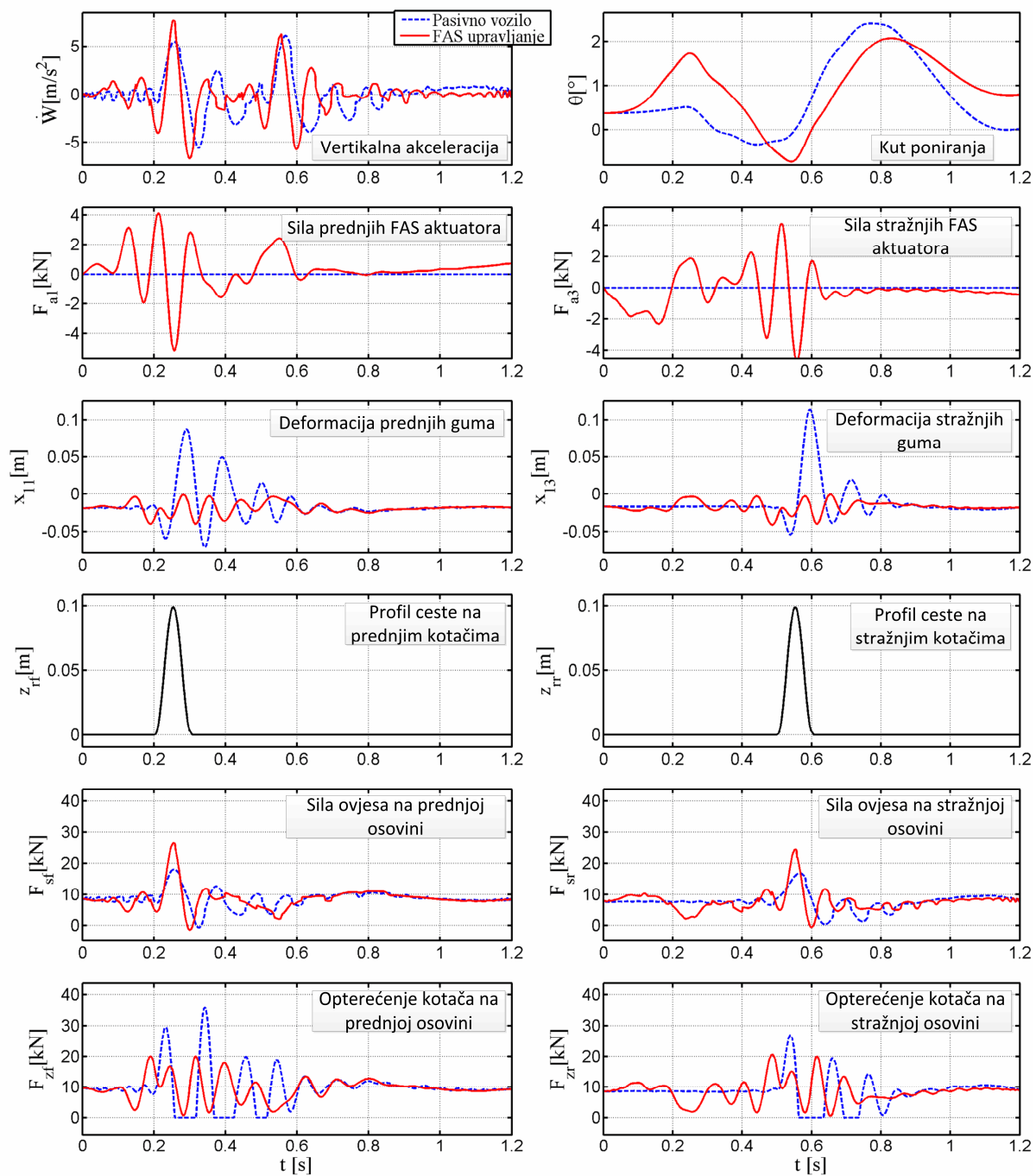
Slika 4-6a pokazuje u kojoj mjeri FAS može poboljšati udobnost vožnje uz različite iznose duljine vremenskog prozora (količini prethodne informacije o nadolasku izbočine) za slučaj niske izbočine ( $h = 0.02 \text{ m}$ ). Ovi rezultati pokazuju da je duljina vremenskog prozora izbočine u rasponu od 50-100 ms (tj. od 1/2 do 1 perioda oscilacija neovješene mase) dovoljno duga da iskoristi najveći dio potencijala za povećanje udobnosti. Puni potencijal smanjenja indeksa neudobnosti, koji iznosi oko 25%, postiže se uz duljinu vremenskog prozora od 150 ms. Pritom valja napomenuti da poboljšanje udobnosti povezano s unaprijednim informacijama ne

utječe na performanse upravljivosti vozila (slika 4-6b), barem za razmatrani slučaj niske izbočine i optimizacijski scenarij.

#### **4.2.4 Puni model vozila**

Slika 4-7 prikazuje optimizacijske rezultate za slučaj visoke izbočine i puni (10 DOF) model vozila. Djelovanje FAS aktuatora i cjelokupni odziv su slični kao i kod četvrtinskog modela vozila (slika 4-4): (i) za vrijeme prethodnog vremenskog prozora javlja se rezonantna priprema za pojavljivanje izbočine; (ii) kotač se podiže na početni rub izbočine; te (iii) FAS mijenja smjer djelovanja oko vršne vrijednosti izbočine radi sprječavanja poskakivanja kotača, što uzrokuje velike vršne vrijednosti akceleracije vozila u vertikalnom smjeru.

Međutim, odzivi upravljačkih varijabli FAS aktuatora ( $F_{a1,3}$ ) i ukupne sile ovješene mase na prednjoj i stražnoj osovini ( $F_{sf,r}$ ) otkrivaju dodatno djelovanje FAS aktuatora inherentno punom modelu vozila. Naime, za vrijeme vršne vrijednosti prednje sile ovješene mase  $F_{sf}$  (oko  $t \cong 0.25$  s), FAS djeluje u suprotnom smjeru na sekundarnoj (stražnjoj) osovini (vidi  $F_{sr}$  oko  $t \cong 0.25$  s) radi smanjenja velike akceleracije vozila u vertikalnom smjeru ( $dW/dt$ ) koju bi uzrokovale sile  $F_{sf}$ . Slično, FAS djeluje u suprotnom smjeru na prednjoj osovini u trenutku kada se izbočina pojavi na stražnjoj osovini (oko  $t \cong 0.55$  s). Iako su vršne vrijednosti akceleracije vozila u vertikalnom smjeru veće u usporedbi s pasivnim vozilom, cjelokupno djelovanje FAS aktuatora rezultira u sprječavanju poskakivanja kotača (indeks neupravljivosti je smanjen za 69%) i blagom poboljšanju udobnosti (indeks neudobnosti je smanjen za 2%). Kao posljedica suprotnog (protufaznog) djelovanja FAS aktuatora na prednjoj i stražnjoj osovini, amplitude odziva kuta poniranja su nešto povećane (vidi odziv  $\theta$  na slici 4-7 i jednadžbu (2-12)).



Slika 4-7: Rezultati optimiranja za potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja i slučaj visoke izbočine ( $U_0 = 35$  km/h).

## 4.3 Optimizacijski rezultati za slučaj ulegnuća na cesti

U ovom potpoglavlju, prikazani su rezultati optimiranja upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u prisustvu naglašenih ulegnuća na cesti. Pritom su uzeti u obzir različiti oblici ulegnuća, poput pravokutnog i sinusnog. Pored uobičajenog kriterija akceleracije ovješene mase, u ciljnu funkciju uključuje se i kažnjavanje potrošnje energije od strane aktivnog ovjesa i oštećenja gume kao posljedice udara na stražnji brid ulegnuća. Rezultati su dani za različite scenarije u kojima je naglasak na jednom od spomenutih kriterija ciljne funkcije.

### 4.3.1 Algebarska analiza

Optimizacijski rezultati dani u narednom odjeljku će pokazati da, kako bi se izbjegla ili znatno smanjila osjetljivost kotača/gume na oštećenje, a u isto vrijeme poboljšala udobnost vozila, FAS treba djelovati na način da prilikom nailaska na ulegnuće podigne kotač te preskoči preko cijelog ulegnuća. Kako bi se dobili analitički uvidi u potencijal FAS aktuatora za izvođenje ovakvog gibanja, potrebno je prvo izvesti skup jednadžbi reduciranog modela za ovaj slučaj, te potom iskoristiti taj model za analizu gibanja i autoriteta FAS aktuatora. Uzimajući u obzir da za slučaj preskakanja kotača preko ulegnuća unutar intervala  $[\tau_p, \tau_p + T]$  vrijedi  $F_z = 0$  (vidi jednadžbu (2-6)), i pretpostavljajući da odbojnici nisu dosegnuti ( $F_j = 0$ ), jednadžbe dinamike ovješene i neovješene mase (2-2) i (2-4) mogu se reducirati na sljedeći način:

$$\dot{x}_2 = \frac{F_s}{m_u} - g \quad (4-20)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{F_s}{m_s} - g \quad , \quad (4-21)$$

gdje je:

$$F_s = F_a + k_s x_3 + b_s (x_4 - x_2)$$

ukupna sila ovjesa koja je pod utjecajem sile aktuatora  $F_a$ . Zbog suprotnog predznaka sile  $F_s$  (a time i  $F_a$ ) u jednadžbama (4-20) i (4-21), upravljačko djelovanje FAS aktuatora ne može istovremeno smanjiti akceleraciju ovješene i neovješene mase. Primjerice, za  $F_s > 0$  smanjenje deceleracije neovješene mase ispod razine slobodnog pada ( $1g$ ) dovodi do smanjenja mogućnosti oštećenja kotača na stražnjem bridu ulegnuća (kotač će s većom sigurnošću



preskočiti ulegnuće). Međutim, udobnost vožnje je istovremeno smanjena jer deceleracija ovješene mase poprima vrijednosti iznad razine 1g. Suprotno vrijedi za  $F_s < 0$ , tj. dobiva se poboljšana udobnost i smanjena robusnost s obzirom na oštećenje gume. U neutralnom slučaju ( $F_s = 0$ ), obje deceleracije su jednake  $g$  (slobodni pad četvrtine vozila).

U *neutralnom slučaju*, gibanje neovješene mase može se opisati sljedećom jednadžbom slobodnog pada:

$$x_1(t) = x_1(\tau_p) + x_2(\tau_p)(t - \tau_p) - g \frac{(t - \tau_p)^2}{2}, \quad \tau_p \leq t \leq \tau_p + T, \quad (4-22)$$

pri čemu  $\tau_p$  označava trenutak nailaska na ulegnuće (prethodni vremenski prozor prikazan na slici 4-1). Iz uvjeta za preskakivanje ulegnuća bez oštećenja gume:  $x_1(\tau_p + T) \geq x_1(\tau_p)$ , gdje je  $T$  duljina trajanja (period) ulegnuća (slika 4-1b), dobije se sljedeći uvjet za početnu brzinu neovješene mase  $x_2(\tau_p)$ :

$$x_2(\tau_p) \geq \frac{gT}{2} \quad (4-23)$$

Ovaj uvjet se može postići odgovarajućim djelovanjem FAS aktuatora (tijekom intervala prethodnog vremenskog prozora, vidi sljedeće potpoglavlje).

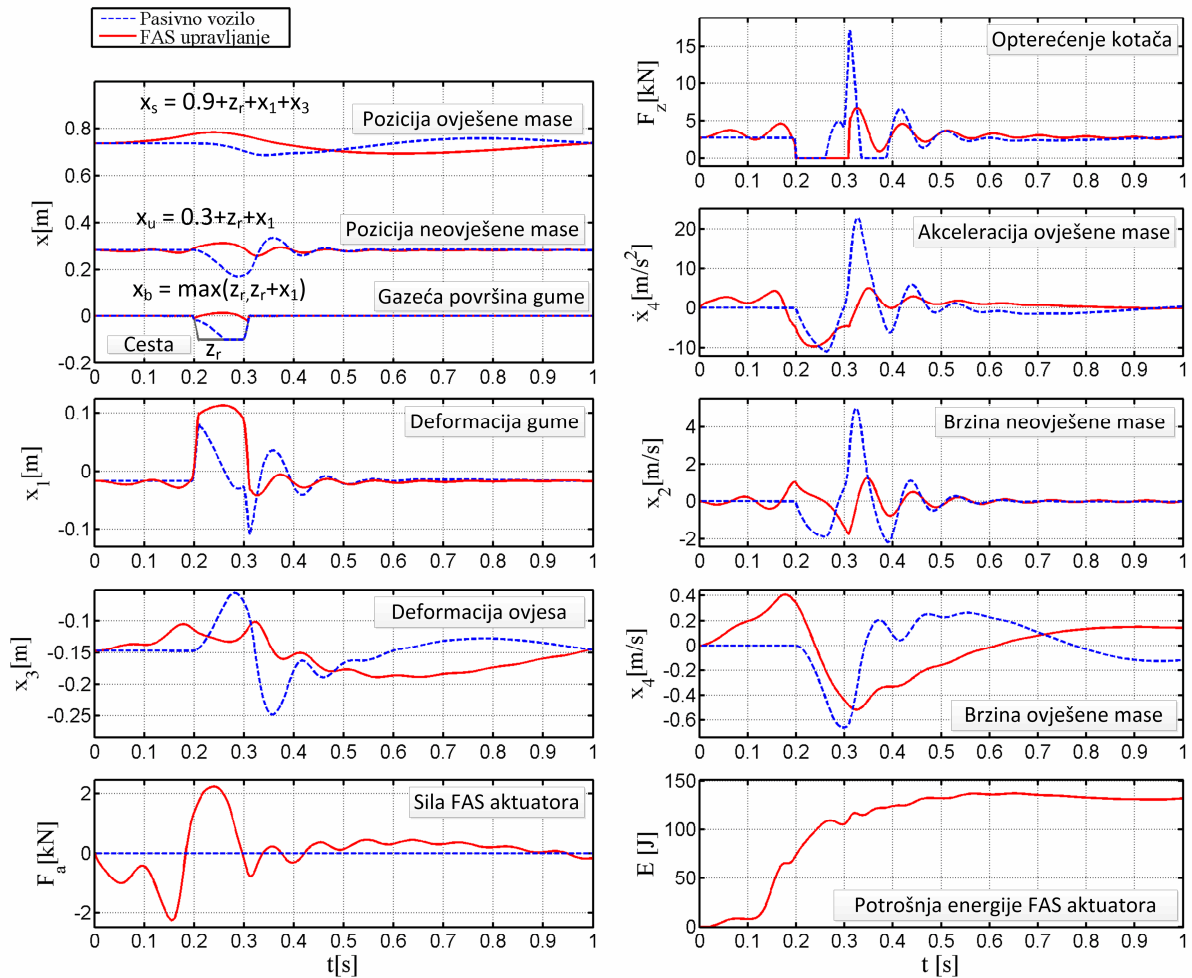
Ukoliko je glavni cilj minimizirati (potrošnju) energije FAS aktuatora  $\int F_a(x_2 - x_4)dt$  u intervalu trajanja ulegnuća  $[\tau_p, \tau_p + T]$ , FAS aktuator treba djelovati na način da minimizira razliku između brzina neovješene i ovješene mase,  $x_2 - x_4$ , za bilo koju vrijednost primijenjene sile aktuatora  $F_a$ . Energija FAS aktuatora bi u konačnici iščezla za slučaj  $x_2 = x_4$ , koji odgovara slučaju konstantne deformacije ovjesa ( $x_3 = \text{const.}$ ), tj. blokiranom ovjesu (posredstvom djelovanja aktuatora). Iz navedenog slijedi da ultimativno mora vrijediti  $x_2(\tau_p) = x_4(\tau_p)$ , što znači da je početna brzina neovješene mase  $x_2(\tau_p)$ , dana jednadžbom (4-23), ograničena relativno malom brzinom (teške) ovješene mase,  $x_4(\tau_p)$ . Stoga, mogućnost kotača da preskoči ulegnuće, tj. robusnost sustava na oštećenje autogume postaje umanjena ukoliko je naglasak na minimizaciju potrošnje energije FAS aktuatora. Pritom valja napomenuti da uvjet  $x_2 = x_4$  pripada neutralnom slučaju, jer iz njega slijedi  $\dot{x}_2 = \dot{x}_4$  i konačno  $F_s = 0$  (vidi jednadžbe (4-20) i (4-21)).

### 4.3.2 Osnovni optimizacijski slučajevi

Slika 4-8 prikazuje optimizacijske rezultate za slučaj ulegnuća pravokutnog oblika, s prethodnim vremenskim prozorom  $\tau_p = 0.2$  s i duljinom trajanja ulegnuća  $T = 0.1$  s. Pritom je naglasak na poboljšanju udobnosti vožnje (optimizacijski scenarij 1, definiran u potpoglavlju 4.1.2). Za bolju vizualizaciju gibanja četvrtinskog modela vozila, crtež u gornjem lijevom kutu slike 4-8 prikazuje odzive apsolutnih pozicija ovješene mase, neovješene mase i gazeće površine gume.

Rezultati na slici 4-8 pokazuju da u slučaju pasivnog vozila kotač propada u ulegnuće (s vertikalnom akceleracijom ovješene mase,  $dx_4/dt$ , iznosa do  $1g$ ), a zatim udara u stražnji brid ulegnuća, što rezultira u povećanju mogućnosti oštećenja kotača (veliki iznosi deformacije ovjesa  $x_1$  i opterećenja kotača  $F_z$ ), te (naknadno) velikom vertikalnom akceleracijom ovješene mase iznosa oko  $2g$ . S druge strane, u slučaju FAS upravljanja, kotač u velikoj mjeri preskače preko ulegnuća radi smanjenja oštećenja gume prilikom nailaska na stražnji rub ulegnuća. Pritom FAS aktuator djeluje na način da najprije poveća (apsolutnu vrijednost) deformacije gume  $x_1$  prije nailaska na ulegnuće kako bi komprimirao gumu i pripremio je na odskok, a zatim brzo promijeni smjer djelovanja u svrhu aktivnog podizanja kotača neposredno pred nailaska na prednji rub ulegnuća. Početna brzina neovješene mase iznosi  $1$  m/s, što je dva puta više u odnosu na teorijsku vrijednost za neutralni slučaj ( $0.49$  m/s prema jednadžbi (4-23) za  $T = 0.1$  s). Glavni rezultat opisanog FAS djelovanja je znatan pad deformacije ovjesa  $x_1$  i opterećenja kotača  $F_z$  u i nakon trenutka nailaska na stražnji rub ulegnuća, što rezultira u izbjegavanju ili znatnom smanjenju mogućnosti oštećenja kotača. Vršna vrijednost akceleracije ovješene mase  $dx_4/dt$ , koja se javlja neposredno nakon prednjeg ruba ulegnuća, je znatno smanjena (dvostruko u odnosu na pasivni slučaj, iznosi  $1g$ ), tj. udobnost vožnje je poboljšana.

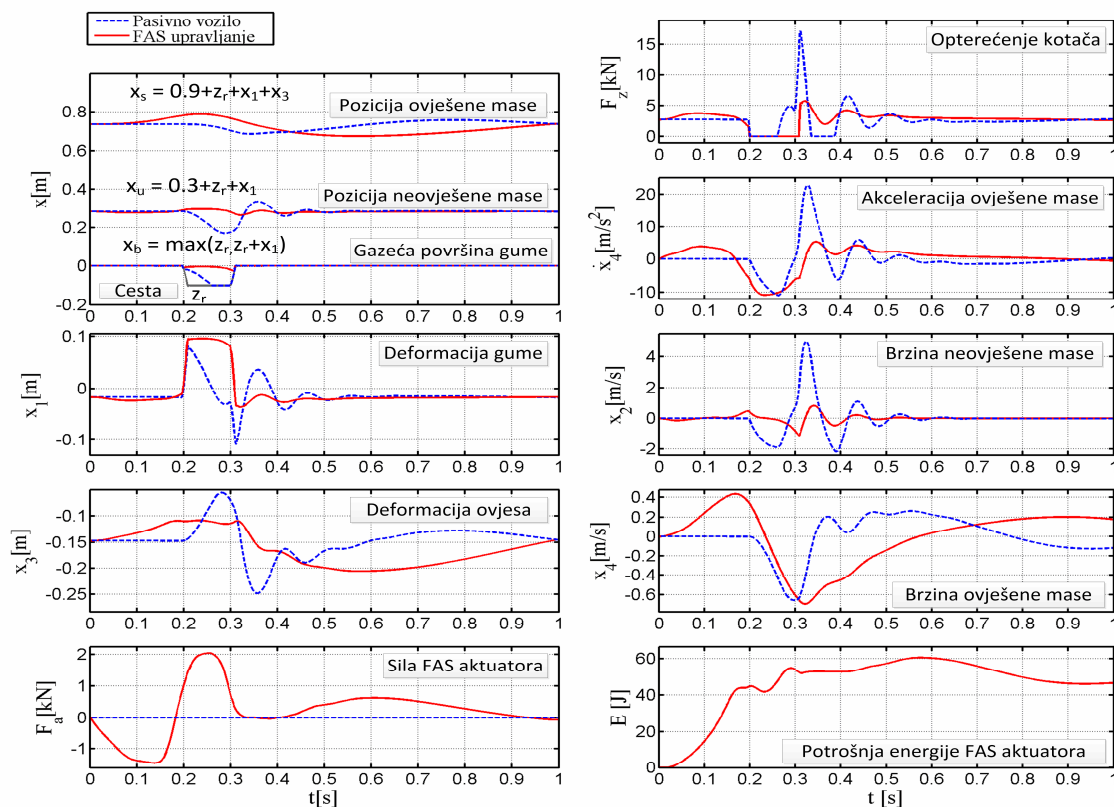
Odziv potrošnje energije FAS aktuatora (varijabla  $E$  na slici 4-8) ukazuje na to da FAS pretežno stvara aktivnu silu (snaga  $dE/dt$  je pozitivna), s ukupnom potrošnjom energije  $165$  J. Postoje tri naglašene vršne vrijednosti snage manje ili jednake  $1.5$  kW, koje se javljaju za vrijeme ili oko intervala nailaska na ulegnuće (vidi nagib promjene  $E$ ).



Slika 4-8: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na udobnost vožnje (scenarij 1).

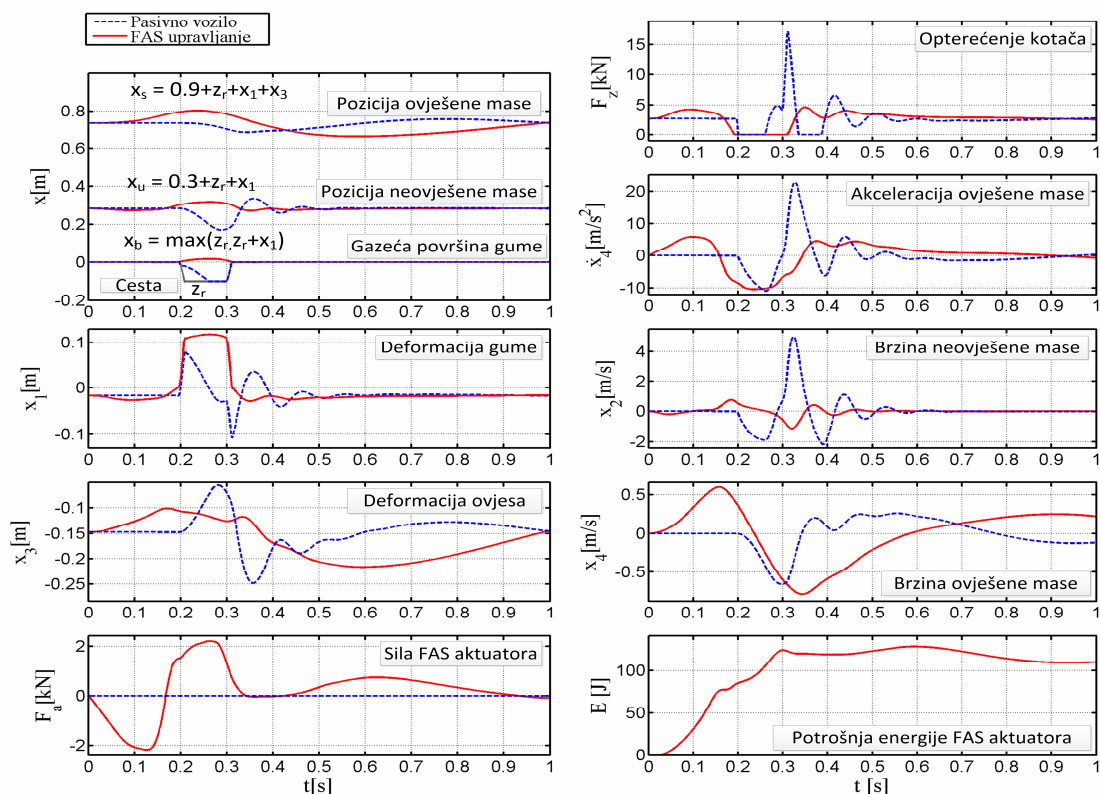
Slika 4-9 predstavlja optimizacijske rezultate s naglaskom na smanjenje potrošnje energije (scenarij 2 u potpoglavlju 4.1.2). Glavni opaženi efekti su u skladu s analizom iz potpoglavlja 4.3.1: (i) FAS drži deformaciju ovjesa  $x_3$  približno konstantnom za vrijeme intervala nailaska na ulegnuće (približno blokiran ovjes), čime se smanjuje potrošnja energije za oko 65% u odnosu na slučaj 1; te (ii) zbog istog razloga (smanjenja potrošnje energije), brzina neovještene mase  $x_2(\tau_p)$  je smanjena bliže prema brzini ovještene mase  $x_4(\tau_p)$  (na iznos 0.4 m/s u odnosu na 1 m/s kod scenarija 1). Kako bi se kompenzirao efekt manje početne brzine neovještene mase na moguće oštećenje kotača na stražnjem rubu ulegnuća, a u isto vrijeme suprotstavilo komponenti pasivne sile blokiranog ovjesa, FAS stvara širu i postojaniju silu podizanja kotača (u intervalu ulegnuća). Međutim, navedena akcija rezultira većom akceleracijom ovještene mase, koja iznosi približno 1g (slobodni pad) širem intervalu nego na slici 4-8, te na taj način

donekle utječe na udobnost vozila. Slika 4-10 prikazuje optimizacijske rezultate s naglaskom na povećanje robusnosti autogume na oštećenje (scenarij 3 u potpoglavlju 4.1.2), koji pokazuju da kotač u ovom slučaju može preskočiti preko cijelog ulegnuća (vidi odziv  $x_b$ ). Iako je vršna vrijednost normalne sile autogume  $F_z$  samo nešto manja nego u prethodnom slučaju, ona se javlja vidno zakašnjela u odnosu na stražnji brid ulegnuća ( $t \cong 0.35$  s), čineći tako kotač znatno manje osjetljivim na oštećenje. Pritom optimirani odziv kombinira karakteristike odziva dobivenih za dva prethodna scenarija (usporedi sliku 4-10 sa slikama 4-8 i 4-9). Upravljačka varijabla  $F_a$  poprima visoke vrijednosti za vrijeme prethodnog vremenskog prozora radi osiguranja visoke vrijednosti početne brzine neovještene mase (slično kao u scenariju 1, uz nešto blaže djelovanje, iznos 0.5 m/s u odnosu na 1 m/s za scenarij 1). Također, spriječene su velike varijacije deformacije ovjesa  $x_3$  radi smanjenja potrošnje energije (slično kao u scenariju 2, ali slabije izraženo). Pritom oba djelovanja utječu na povećanje devijacije akceleracije ovještene mase, tj. smanjuju udobnost vozila u odnosu na scenarije 1 i 2.



Slika 4-9: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na smanjenje energije FAS aktuatora (scenarij 2).

Tablica 4-2 prikazuje usporedne pokazatelje kvalitete upravljanja kako su definirani u zaglavlju tablice i izrazu (4-12). Pokazatelji kvalitete dani su usporedno za pasivno vozilo te FAS upravljanje uz različite scenarije optimiranja. Rezultati dani na desnoj strani tablice 4-2 sumiraju rezultate analize rezultata optimiranja prikazanih na slikama 4-8 do 4-10 za slučaj pravokutnog profila ulegnuća. Za ovaj slučaj i neovisno o optimizacijskom scenariju, FAS smanjuje osjetljivost na oštećenje kotača (pokazatelj  $J_{33}$ ), te poboljšava udobnost vožnje (pokazatelj  $J_{32}$ ) u usporedbi s pasivnim vozilom. U scenariju 3, oštećenje kotača je izbjegnuto, dok su preostala dva indeksa razmjerno visoka. U scenariju 2 potrošnja energije je najniža, ali udobnost vožnje i osjetljivost na oštećenje kotača su inferiorni u odnosu na scenarij 1. Rezultati prikazani na lijevoj strani tablice 4-2 odnose se na kosinusni oblik ulegnuća. Očekivano, kod pasivnog su vozila performanse udobnosti vožnje i robusnosti na oštećenje kotača bitno bolje nego u slučaju pravokutnog oblika ulegnuća. S druge strane, performanse FAS sustava su slične za oba slučaja. Dakle, oblik ulegnuća ne utječe u značajnijoj mjeri na ponašanje FAS sustava prilikom preskakanja preko ulegnuća.



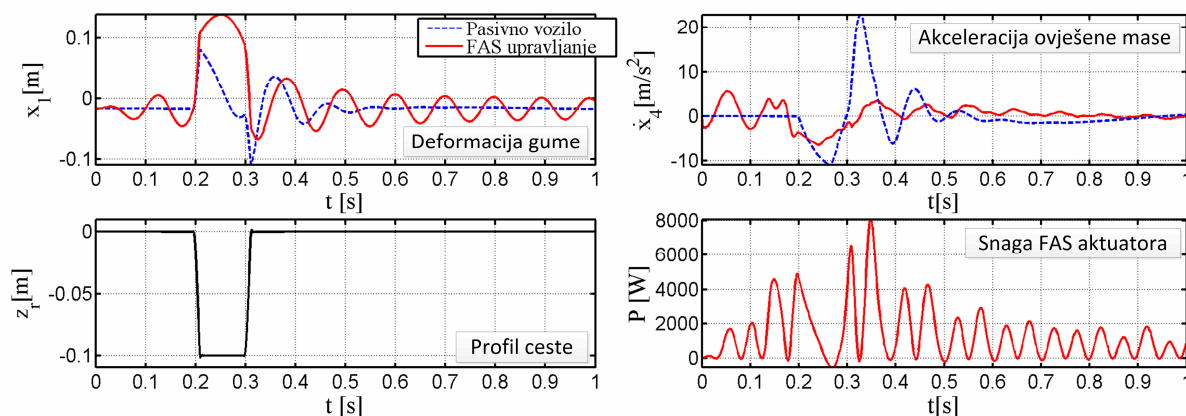
Slika 4-10: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća i naglasak na smanjenje osjetljivosti na oštećenje gume (scenarij 3).

Tablica 4-2: Usporedni prikaz pokazatelja kvalitete ponašanja pasivnog vozila te FAS-upravljanog vozila za tri optimizacijska scenarija i kosinusni i pravokutni oblik ulegnuća.

Scenarij	Kosinusni oblik ulegnuća			Pravokutni oblik ulegnuća		
	$(J_{32}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$E$ [kJ]	$J_{33}$ [cm]	$(J_{32}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$E$ [kJ]	$J_{33}$ [cm]
Pasivno vozilo	3.6	-	7.5	6.6	-	12.8
Slučaj 1	2.6	0.17	4.8	2.9	0.14	2.5
Slučaj 2	3.5	0.05	2.8	3.5	0.05	3.0
Slučaj 3	3.8	0.09	0.0	4.0	0.12	0.0

Scenariji 1, 2 i 3 daju naglasak redom na udobnost vožnje, smanjenje energije FAS upravljanja i robusnost autogume na oštećenje, a definirani su u potpoglavlju 4.1.2

Slika 4-11 prikazuje optimizacijske rezultate za slučaj pravokutnog ulegnuća uz isključivo penaliziranje neudobnosti vožnje ( $J = J_{32}$  u izrazu (4-12)). Očekivano, akceleracija ovješene mase je značajno smanjena u odnosu na optimizacijski scenarij 1 (kada je naglasak također na penaliziranju neudobnosti, ali su ostala dva kriterija uključena u ciljnu funkciju; usp. sliku 4-8). Poboljšanje udobnosti vožnje dobiva se, međutim, na račun mnogo oscilatornijeg odziva koji uključuje pojavu dodatnih poskakivanja kotača ( $x_1 > 0$  za  $t > 0.3$  s), i veće vršne snage FAS aktuatora (7.7 kW vs. 1.5 kW). Slika 4-11 također pokazuje da je snaga FAS aktuatora gotovo uvijek pozitivna ( $P > 0$ , FAS aktuator je u motornom režimu rada). To opravdava odabir člana za potrošnju energije  $J_{31}$  u jednadžbi (4-12), kod kojeg utjecaj regenerativne snage nije razmatran.



Slika 4-11: Optimizacijski rezultati za pravokutni oblik ulegnuća uz isključivo penaliziranje

$$\text{neudobnosti vožnje } ( J = \int_0^{t_f} \dot{x}_4^2 dt ).$$

### 4.3.3 Analiza utjecaja duljine ulegnuća na kvalitetu upravljanja

Tablica 4-3 prikazuje utjecaj duljine pravokutnog ulegnuća na pokazatelje kvalitete upravljanja. Pokazatelji su ponovno dani za slučaj pasivnog vozila te za slučaj FAS upravljanja uz tri optimizacijska scenarija. Rezultati pokazuju da FAS, bez obzira na koji pokazatelj se postavi naglasak, u svim slučajevima može znatno poboljšati udobnost vožnje i robusnost autogume na oštećenje u odnosu na pasivno vozilo. Ukoliko se veličina ulegnuća poveća s nominalne vrijednosti 0.1 s (koja odgovara duljini ulegnuća 1 m za brzinu vozila 10 m/s) na 0.15 s i 0.2 s te naglasak postavi na prevenciju oštećenja autogume (scenarij 3), FAS upravljanje još uvijek uspijeva osigurati da kotač preskoči (gotovo) cijelo ulegnuće. Međutim, za ostala dva slučaja, otpornost kotača na oštećenje se prirodno smanjuje ukoliko se duljina ulegnuća povećava. Također, s povećanjem duljine ulegnuća smanjuje se udobnost vožnje i potrošnja energije povećava, neovisno o promatranom optimizacijskom scenariju. Za svaku duljinu ulegnuća, jasno je vidljiv kompromis između smanjenja potrošnje energije FAS aktuatora i poboljšanja performansi udobnosti.

Tablica 4-3: Usporedni indeksi performansi za pasivno vozilo i tri slučaja optimiranja upravljačkih varijabli FAS aktuatora za različite duljine vremenskog prozora i pravokutni oblik ulegnuća.

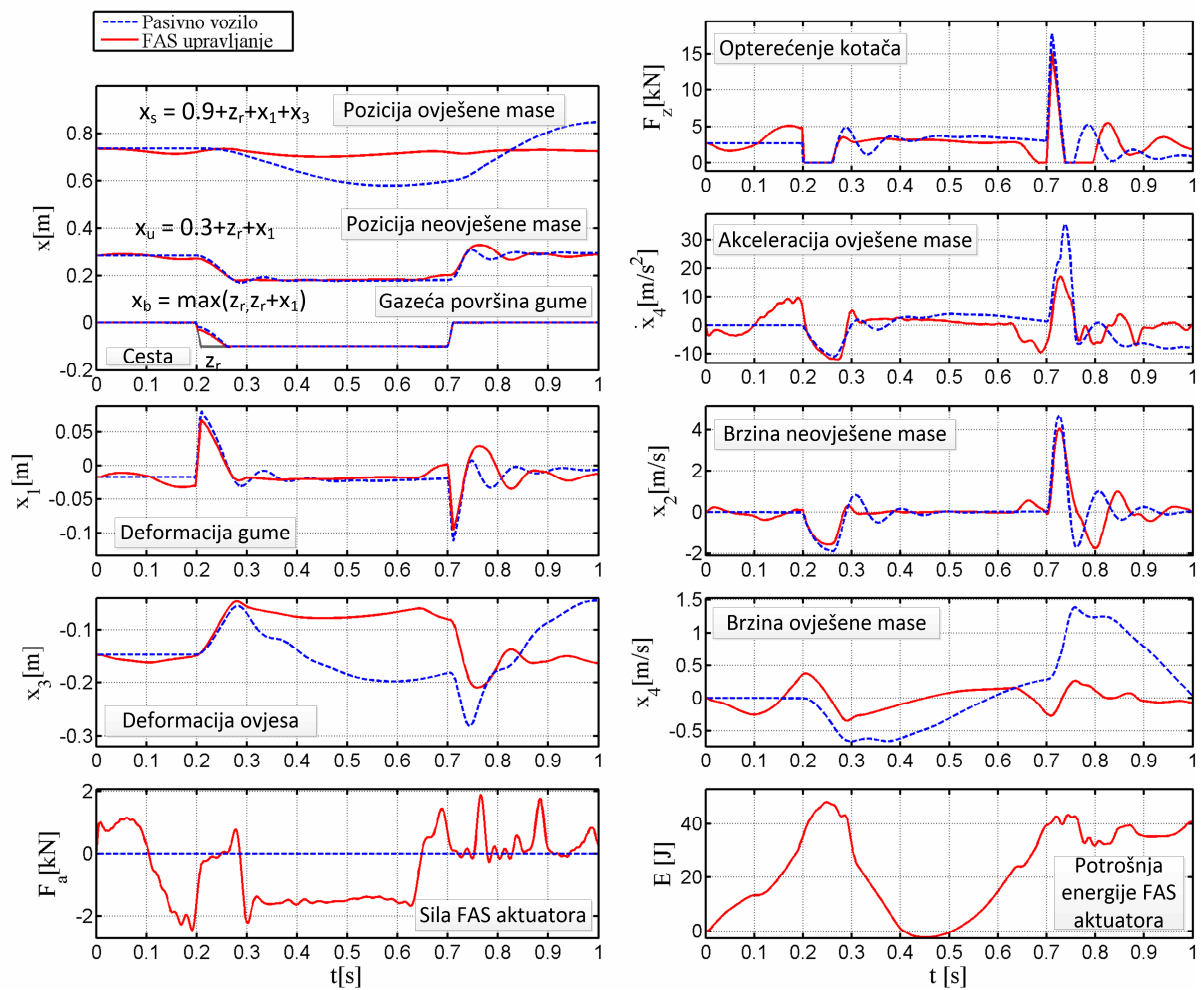
Duljina	T = 0.1s			T = 0.15s			T = 0.2s		
	$(J_{32}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	E [kJ]	J <sub>33</sub> [cm]	$(J_{32}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	E [kJ]	J <sub>33</sub> [cm]	$(J_{32}/t_f)^{1/2}$ [m/s <sup>2</sup> ]	E [kJ]	J <sub>33</sub> [cm]
Pasivno vozilo	6.6	-	12.8	6.98	-	11.6	8.7	-	12.5
Slučaj 1	2.9	0.14	2.5	4.07	0.24	3.5	5.3	0.40	4.0
Slučaj 2	3.5	0.05	3.0	4.84	0.11	4.4	6.3	0.11	8.0
Slučaj 3	4.0	0.12	0.0	5.00	0.23	0.0	5.9	0.33	0.9

Scenariji 1, 2 i 3 daju naglasak redom na udobnost vožnje, smanjenje energije FAS upravljanja i robusnost autogume na oštećenje, a definirani su u potpoglavlju 4.1.2

Ukoliko je duljina ulegnuća značajno povećana (u sljedećem razmatranom slučaju na 0.5 s), FAS aktuator sa zadanim ograničenjima nema potencijala za dovoljno snažan odskok kotača i preskakanje cijelog ulegnuća, čak niti u slučaju kada je naglasak na povećanje otpornosti kotača na oštećenje (slika 4-12). Stoga se prema optimizacijskim rezultatima prikazanim na slici 4-12 kotač prizemlji na dno ulegnuća putuje preko njega, te udari u stražnji brid ulegnuća sa sličnim (lošim) pokazateljima kvalitete kao u slučaju pasivnog vozila. Međutim, ovdje

treba napomenuti da budući da je pozicija neovještene mase  $z_u$  niska za vrijeme putovanja kotača dnom ulegnuća, član ciljne funkcije koji kažnjava osjetljivost na oštećenje kotača (treći član u jednadžbi (4-18)) postaje velik neovisno o tome što se događa kada kotač udari u stražnji rub ulegnuća. Kako bi se stavio naglasak na udar kotača na stražnji brid ulegnuća ( $t = T$ ), gdje se očekuje izražen rizik na oštećenje kotača (vidi rezultate dane u potpoglavlju 4.3.2), ograničenje tipa nejednakosti (4-19) modificira se na sljedeći način:

$$z_{u,\min} \leq z_u(\tau_p + T) \leq 0. \quad (4-24)$$

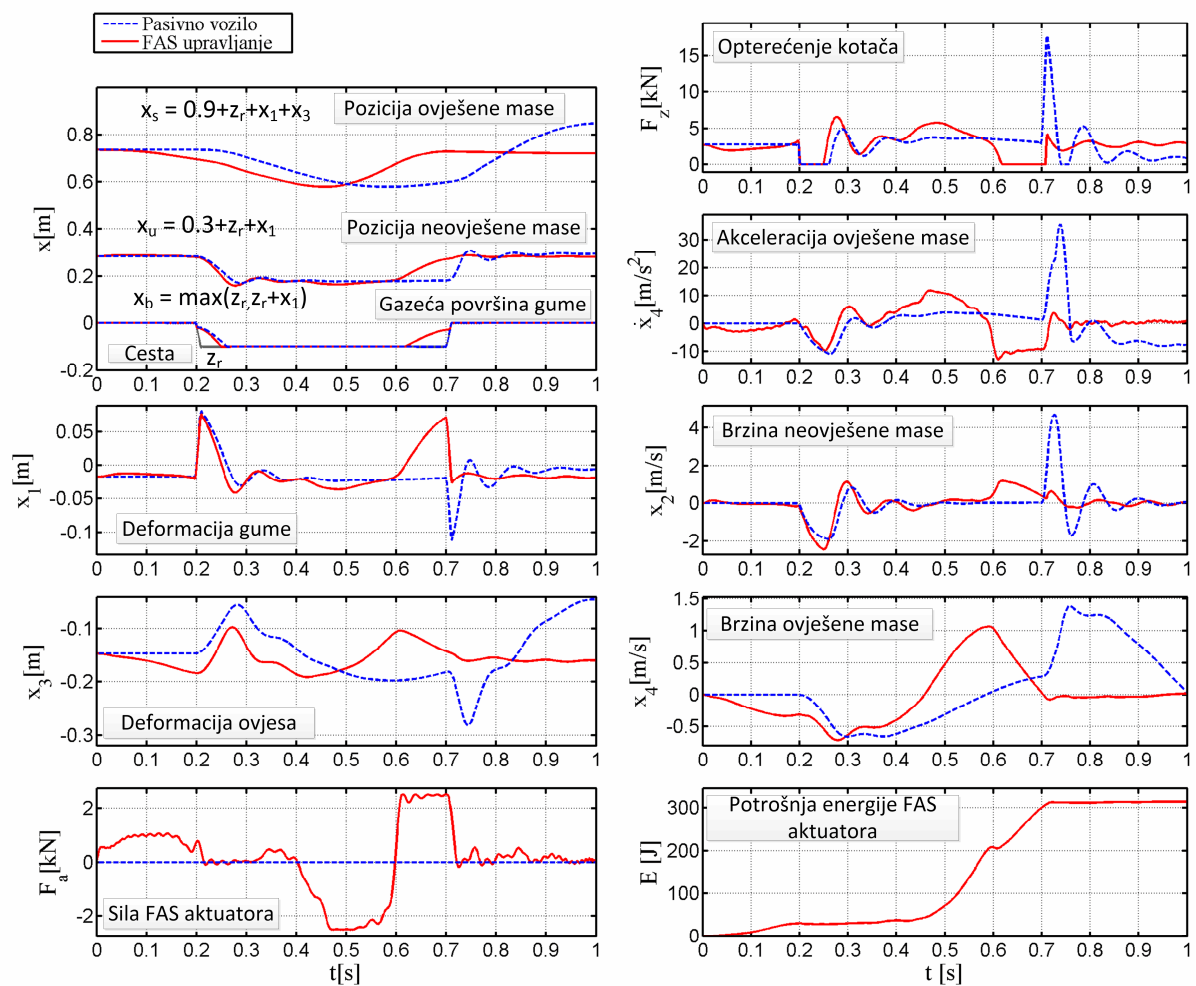


Slika 4-12: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća duljine  $T = 0.5$  s i naglasak na smanjenje oštećenja gume (slučaj 3 - originalna ograničenja).

U slučaju modifikacije ograničenja prema izrazu (4-24) dobivaju se rezultati optimiranja prikazani na slici 4-13. Ovi rezultati pokazuju da, neposredno prije nego što kotač pristupi stražnjem rubu ulegnuća, FAS stvara jaku pozitivnu silu  $F_a$  koja podiže kotač i omogućuje mu



da preskoči preko prepreke, uz izraženo smanjenje mogućnosti oštećenja kotača u odnosu na pasivno vozilo (vidi odzive normalne sile  $F_z$  i deformacije autogume  $x_1$ ). Ovoj akciji prethodi odgovarajuća pripremna akcija, gdje je snažna negativna sila  $F_a$  primjenjena za podizanje deformacije gume  $x_1$  (tj. komprimiranje gume), kao prilog snažnom odskoku kotača preko stražnjeg brida ulegnuća. Navedene upravljačke akcije nepovoljno utječu na udobnost (vidi odziv  $dx_4/dt$  na slikama 4-11 i 4-13), što objašnjava zbog čega optimizator odabire preskočiti izbočinu, ukoliko je to moguće.



Slika 4-13: Rezultati optimiranja za pravokutni oblik ulegnuća duljine  $T = 0.5$  s i naglasak na smanjenje oštećenja gume (slučaj 3 - modificirana ograničenja).

## 5. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika bočne dinamike vozila

U ovom poglavlju analiza iz poglavlja 4 proširuje se na istraživanje mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne dinamike vozila pri slijeđenju referentne trajektorije gibanja. Postupak optimiranja upravljačkih varijabli uključuje različite aktuatorске konfiguracije vozila te tri tipa manevra dvostruke izmjene pravca, koristeći pritom model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja.

### 5.1 Formulacija optimizacijskog problema

#### 5.1.1 Ispitni manevri

Istraživanje o mogućnostima poboljšanja karakteristika bočne dinamike vozila provedeno je za tri karakteristična tipa manevra dvostruke izmjene pravca ilustriranih na slici 5-1 i definiranih u tablici 5-1 [11] (*engl. Double Lane Change, DLC*; također, poznat kao manevar izbjegavanja prepreke). Pritom su referentna putanja i kut skretanja prednjih kotača  $\delta_f$  isti za sve manevre. Kut skretanja  $\delta_f$  dobiven je optimiranjem upravljačkog djelovanja idealiziranog vozača koji slijedi inicijalno postavljenu DLC putanju pri koeficijentu trenja između autogume i podloge jednakom  $\mu = 1$  i s otpuštenom papučicom gasa ( $T_{in} = 0$ ), vidi crvenu iscrtkanu liniju na slici 5-1. Tako postignuta, realna putanja vozila koristi se kao referentna putanja kod optimiranja upravljačkih varijabli.

Tablica 5-1: Popis različitih tipova manevra dvostruke izmjene pravca.

Broj	$T_i$ [Nm]	$\mu$	Specifičnosti manevra
1	0	0.6	Početno podupravljanje, zatim preupravljanje
2	350	1	Podupravljanje pod momentom
3	250	0.6	Početno podupravljanje, zatim nestabilnost

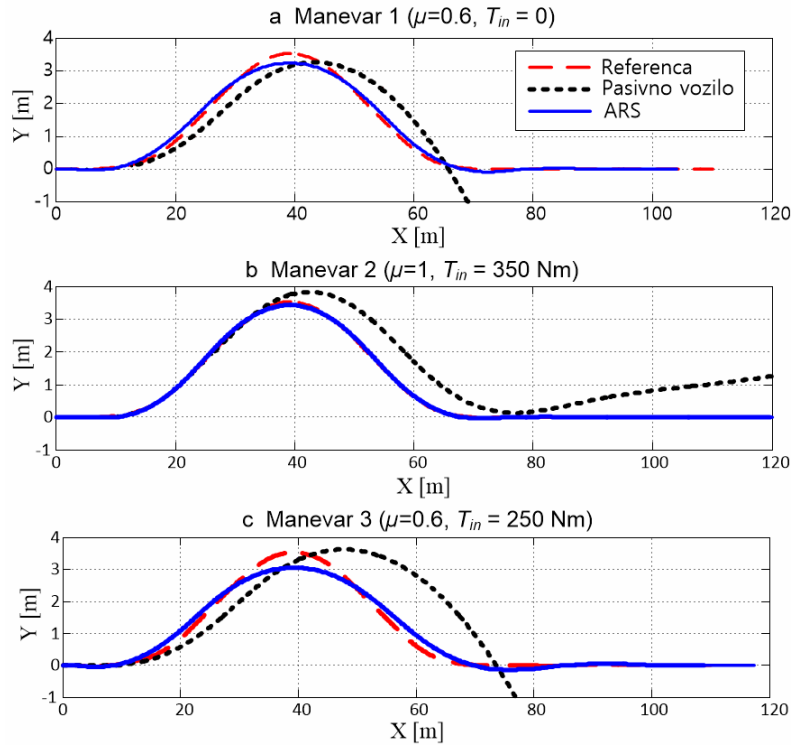
Manevar 1 je DLC manevar s otpuštenom papučicom gasa ( $T_{in} = 0$ ), u kojem je prethodno dobivena varijabla  $\delta_f$  korištena kao upravljačko djelovanje vozača u otvorenoj petlji (tj. tzv. robot-vozača) u svrhu optimiranja upravljačkih varijabli dinamike vozila za prethodno

dobivenu referentnu putanju, ali za smanjeni koeficijent trenja  $\mu = 0.6$ . Zbog zasićenih bočnih sila guma već pri  $\mu = 1$  (vidi referentni odziv bočne akceleracije  $a_y$  na slici 5-2 - referentni slučaj), smanjenje koeficijenta trenja rezultira inicijalnim podupravljanjem pasivnog vozila u odnosu na referentnu putanju (s maksimalnim kutem bočnog klizanja prednjih guma jednakim  $7.2^\circ$ ), nakon kojeg slijedi snažno preupravljanje što se očituje u velikim vrijednostima kuta bočnog klizanja vozila  $\beta = \text{atan}(V/U)$  (maksimalni kut bočnog klizanja stražnjih guma i kut bočnog klizanja vozila su redom jednaki  $8.9^\circ$  i  $7.7^\circ$ , kao što je vidljivo na slici 5-2 - slučaj 'Pasivno vozilo').

Manevar 2 koristi isti ulaz prednjeg skretanja  $\delta_f$  i referentnu trajektoriju, ali je primijenjen pod uvjetima ubrzanja vozila (ulazni okretni moment stražnjeg diferencijala je  $T_{in} = 350$  Nm) i nominalnog koeficijenta trenja  $\mu = 1$ . U prisutnosti ubrzanja vozila i nepromijenjenog kuta skretanja prednjih kotača  $\delta_f$ , pasivno vozilo je sklono podupravljanju u odnosu na referentnu putanju, naročito u drugom dijelu odziva (slika 5-1).

Manevar 3 je sličan Manevru 1 ( $\mu = 0.6$ ), ali je vozilo podvrgnuto pogonskom momentu koji je manji nego u Manevru 2 ( $T_{in} = 250$  Nm). Inicijalno podupravljanje je više naglašeno nego kod Manevra 1 (usporedi slike 5-1c i 5-1a), kao posljedica rasta brzine vozila  $U$  i odgovarajućeg povećanja dostižnog (stacionarnog) polumjera skretanja  $R_t \approx U^2 / a_{y,sat}$  za dano zasićenje bočnog ubrzanja  $a_{y,sat} = \mu g$  (vidi jednadžbu (2-9) uz napomenu da vrijedi  $a_y = \dot{V} + rU$  i  $(F_{yf} + F_{yr})_{sat} \approx Mg\mu$ ). Također, budući da funkcija bočne sile autogume u ovisnosti o longitudinalnoj sili ima eliptični oblik (slika 2-3b), primjena pogonskog okretnog momenta na stražnjim kotačima za posljedicu ima smanjenje bočnih sila stražnjih guma, što rezultira snažnim preupravljanjem i konačno nestabilnošću pasivnog vozila. Nestabilnost vozila očituje se divergirajućim odzivom kuta bočnog klizanja vozila  $\beta$  oko vršne vrijednosti referentne putanje, kao što je ilustrirano na vremenskim odzivima prikazanim na slikama 5-1c i 5-7.

Slika 5-1 ilustrira da optimirana upravljačka varijabla  $\delta_r = \delta_3 = \delta_4$  aktivnog stražnjeg skretanja (ARS) može stabilizirati vozilo (vidi također detaljne ARS odzive na slici 5-5) i bitno smanjiti grešku slijeđenja referentne putanje (naročito za najmanje kritičan Manevar 2). Više detalja o ARS i AFS upravljanju dano je u [11] i potpoglavlju 5.3.



Slika 5-1: Rezultati optimiranja slijedećja puta za tri DLC manevara i ARS aktuator.

### 5.1.2 Ciljna funkcija i ograničenja

Optimizacijski problem je pronaći upravljačke varijable FAS aktuatora  $\Delta F_{zi}(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ ,  $i = 1, \dots, 4$  (vidi Sliku 2.2b, gdje su označene s  $F_{ai}(t)$ ), koje minimiziraju ciljnu funkciju  $J$ , uz nelinearni model vozila opisan u poglavlju 2 te ograničenja tip jednakosti i nejednakosti na pojedine upravljačke varijable i varijable stanja. Pritom se glavna komponenta ciljne funkcije odnosi na kumulativnu kvadratnu pogrešku slijedećja referentne putanje:

$$J_0 = \int_0^{t_f} (Y - Y_R(X))^2 dt \quad (5-1)$$

gdje je  $Y_R(X)$  referentna putanja DLC manevara.

Osnovna ciljna funkcija (5-1) proširena je s nekoliko članova koji predstavljaju meka ograničenja, kako bi se osiguralo realističnije ponašanje vozila/ovjesa:

$$J = J_0 + k_1 \int_0^{t_f} \sum_{i=1}^4 (F_{zi} - F_{zi0})^2 dt + k_2 \int_0^{t_f} \theta^2 dt + k_3 \int_0^{t_f} \phi^2 dt + k_4 \int_0^{t_f} \dot{\eta}^2 dt, \quad (5-2)$$

gdje je  $F_{zi0}$  početna/stacionarna normalna sila  $i$ -tog kotača. Drugi član na desnoj strani

jednadžbe (5-2) neizravno ograničava snagu upravljačkog djelovanja FAS aktuatora (a time i potrošnju energiju). Treći i četvrti član se redom odnose na suzbijanje amplituda kuteva poniranja i valjanja. Peti član je korišten kod manevara uz pritisnutu papučicu gasa (Manevri 2 i 3), kako bi se ograničilo uzdužno klizanje u svrhu osiguranja numerički stabilnijih optimizacija. Težinski faktori  $k_1, \dots, k_4$  predstavljaju parametre koje je potrebno podesiti, pri čemu se vrijednosti faktora  $k_1$ ,  $k_2$ , i  $k_3$  odabiru na način da ilustriraju karakteristične optimizacijske scenarije/slučajeve kroz demonstraciju kompromisa između točnosti slijeđenja referentne putanje, snage upravljačkog djelovanja FAS aktuatora, amplituda poniranja i valjanja i sl. (vidi potpoglavlje 5.2), dok je faktor  $k_4$  odabran s ciljem sprječavanja velikih iznosa uzdužnog klizanja primjerice većih od 50%).

Tvrda ograničenja definiraju se eksplicitno, kako slijedi.

- 1) Ograničenje na upravljačku varijablu FAS aktuatora (korišteno radi osiguranja numeričke stabilnosti optimizacijskog algoritma):

$$-10000 \leq \Delta F_{zi} [\text{N}] \leq 10000, \quad (5-3)$$

- 2) Ograničenje na hod ovjesa:

$$-d_j \leq z_i - z_{0i} \leq d_j. \quad (5-4)$$

pri čemu je  $z_{0i}$  početna/stacionarna deformacija ovjesa, a  $d_j = 0.1$  m maksimalan hod ovjesa. Valja napomenuti da ovo ograničenje nije dano u okviru modela (za razliku od četvrtinskog modela), pa ga je potrebno definirati ovim putem.

Analiza FAS upravljanja razmatra se za sljedeće optimizacijske scenarije koji su definirani iznosima odgovarajućih težinskih faktora:

- 1) Nelimitirani FAS (bez tvrdih ograničenja i  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )
- 2) Dodano ograničenje na hod ovjesa ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )
- 3) Dodano slabo ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.001$ ,  $k_2 = k_3=0$ )
- 4) Dodano jako ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.01$ ,  $k_2 = k_3 = 0$ )
- 5) Dodano ograničenje na amplitude kuta poniranja i valjanja ( $k_1= 0.01$ ,  $k_2=0.1$ ,  $k_3=0.1$ )
- 6) Slučaj 2 s dodanim mekim ograničenjem na iznos upravljačkih varijabli i njihovu derivaciju ( $k_1=k_2=k_3=0$ ,  $k_5 = 0.01$ ,  $k_6=0.0005$ )
- 7) Slučaj 2 s dodanim modelom dinamike neovještene mase ( $k_1=k_2=k_3=0$ ,  $k_5 = 0.01$ ,  $k_6=0.0005$ )

### 5.1.3 Definicija optimizacijskog problema za model proširen dinamikom neovješene mase

Uvođenje dinamike neovješene mase (vidi jednadžbe (2-20)-(2-22)) rezultira novim vibracijskim modom visoke frekvencije za svaki kotač, te se ukupni red modela vozila znatnije povećava. Pokazalo se da je, u prisutnosti navedenog vibracijskog moda neovješene mase, pogodno sa stanovišta numeričke robusnosti algoritama optimiranja zamijeniti meko ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja temeljeno na varijabli  $F_{zi}$  (vidi jednadžbu (5-2)) s dva člana temeljena na upravljačkoj varijabli  $\Delta F_{zi}$  i njenoj vremenskoj derivaciji:

$$J = J_0 + k_2 \int_0^{t_f} \theta^2 dt + k_3 \int_0^{t_f} \phi^2 dt + k_4 \int_0^{t_f} \dot{\eta}^2 dt + k_5 \int_0^{t_f} \Delta F_{zi}^2 dt + k_6 \int_0^{t_f} \Delta \dot{F}_{zi}^2 dt . \quad (5-5)$$

Težinski faktori  $k_5$  i  $k_6$  odabiru se s ciljem ostvarenja dobrog kompromisa između točnosti slijeđenja referentne putanje, ograničenja iznosa upravljačkih varijabli i dobrog prigušenja odziva.

## 5.2 Optimizacija upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa za osnovni model vozila

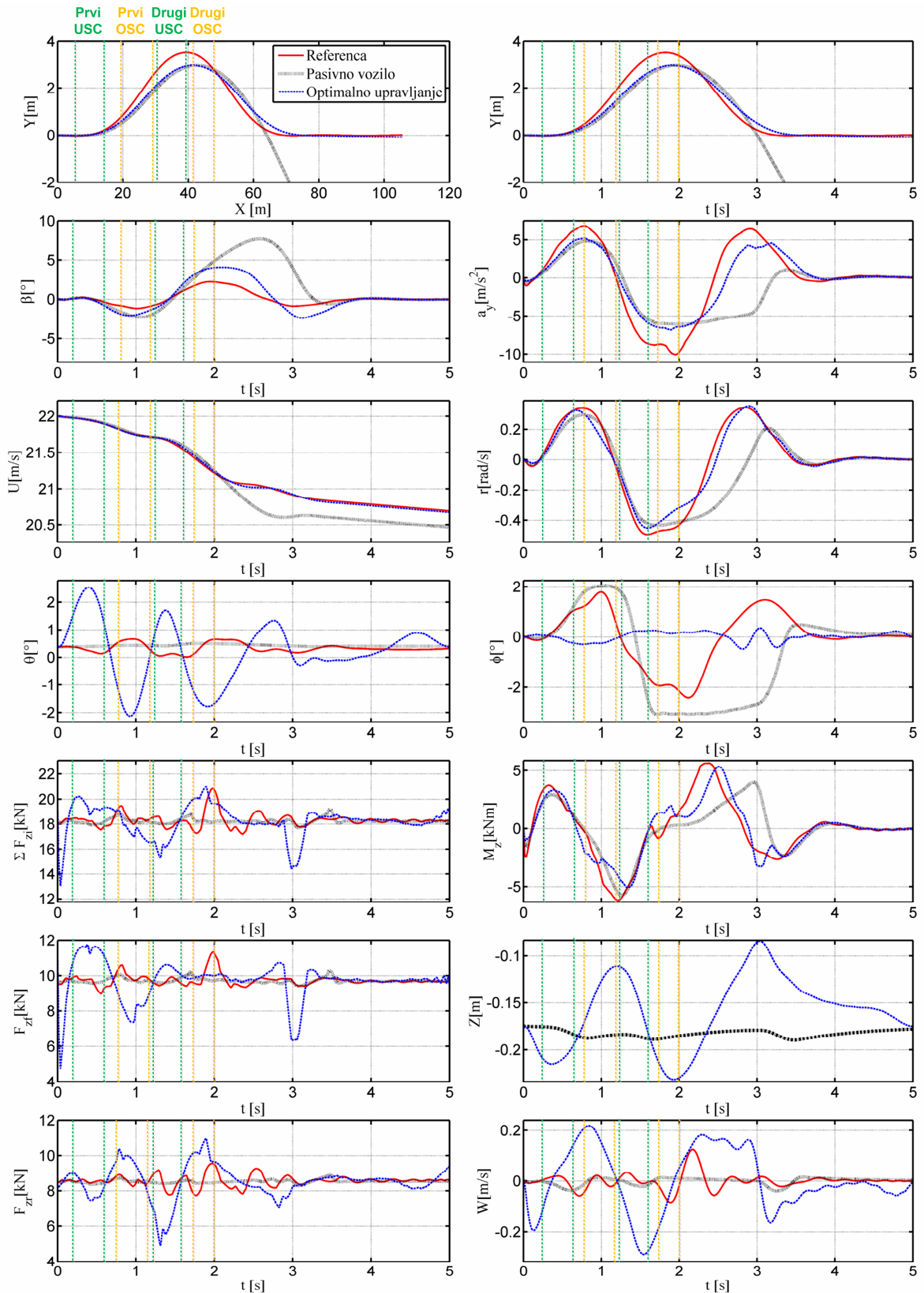
### 5.2.1 Manevar 1

Osnovni optimizacijski scenarij. Za razliku od sustava aktivnog skretanja, FAS aktuator nema direktni autoritet na upravljanje bočnim silama gume. Međutim, on može indirektno utjecati na bočne sile gume  $F_{yt}$  putem promjene normalne sile kotača  $F_z$  (v. sl. 2-3b).

Rezultati optimiranja upravljačkih djelovanja FAS aktuatora za slučaj Manevra 1 (manevar s otpuštenom papučicom gasa,  $\mu$  reduciran na 0.6, vidi tablicu 5-1) prikazani su na slici 5-2. Pritom je razmatran realistični optimizacijski scenarij 5 opisan u odjeljku 5.1.2. Ovi rezultati pokazuju da FAS sustav može značajno poboljšati odziv vozila u pogledu: (i) poboljšane točnosti slijeđenja referentne putanje (vidi odziv  $Y(X)$ ) i (ii) povećane rezerve stabilnosti vozila oko i neposredno iza vršne točke putanje (vršna vrijednost odziva kuta bočnog klizanja  $\beta(t)$  je smanjena). Izbjegavanjem korištenja kočnica (za razliku od ESP sustava koji se zasniva na djelovanju preko kočnica), agilnost vozila je očuvana, tj. iznos konačne uzdužne brzine

vozila  $U(t_f)$  je blizu iznosa konačne brzine pasivnog vozila. Također, valja napomenuti da se odziv FAS sustava značajno približava odzivu referentnog vozila (usporedi plavo i crveno označene odzive na slici 5-2, primjerice odziv brzine skretanja  $r(t)$ ), tj. FAS upravljanjem se učinkovito kompenziraju efekti smanjenog koeficijenta trenja  $\mu$ .

Upravljačko djelovanje FAS aktuatora uključuje dvije glavne komponente. Prvo, kada vozilo podupravlja, FAS dinamički opterećuje prednje kotače i rasterećuje stražnje kotače, tj. preraspodjeljuje normalnu silu sa stražnjih na prednje kotače (vidi odziv  $F_{zr}(t)$  i  $F_{zr}(t)$  u intervalu  $0.25 < t[s] < 0.6$  na slici 5-2).



Slika 5-2: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 5 prikazan u tablici 5-2.



Na taj se način povećava bočna sila prednjih kotača ( $F_{yf}$ ) a smanjuje ona stražnjih kotača, te tako stvara moment preupravljanja (vidi odziv  $M_z(t) \equiv bF_{yf} - cF_{yr}$  na slici 5-2 i jednadžbu (2-13)). Ovo preupravljačko djelovanje povećava vrijednosti brzine skretanja  $r$  te tako realizira kompenzaciju podupravljanja (*engl. understeer compensation, USC*). Pritom valja napomenuti da USC djelovanje nastoji povećati kut bočnog klizanja vozila  $\beta$  (slika 5-2), što smanjuje rezervu stabilnosti vozila. Kako bi se na učinkovit način ograničio kut bočnog klizanja vozila  $\beta$ , te na taj način osigurala dovoljno velika rezerva stabilnosti (u usporedbi s pasivnim vozilom), nakon svakog USC djelovanja slijedi kompenzacija preupravljanja (OSC), koja prenosi normalnu silu na stražnje kotače.

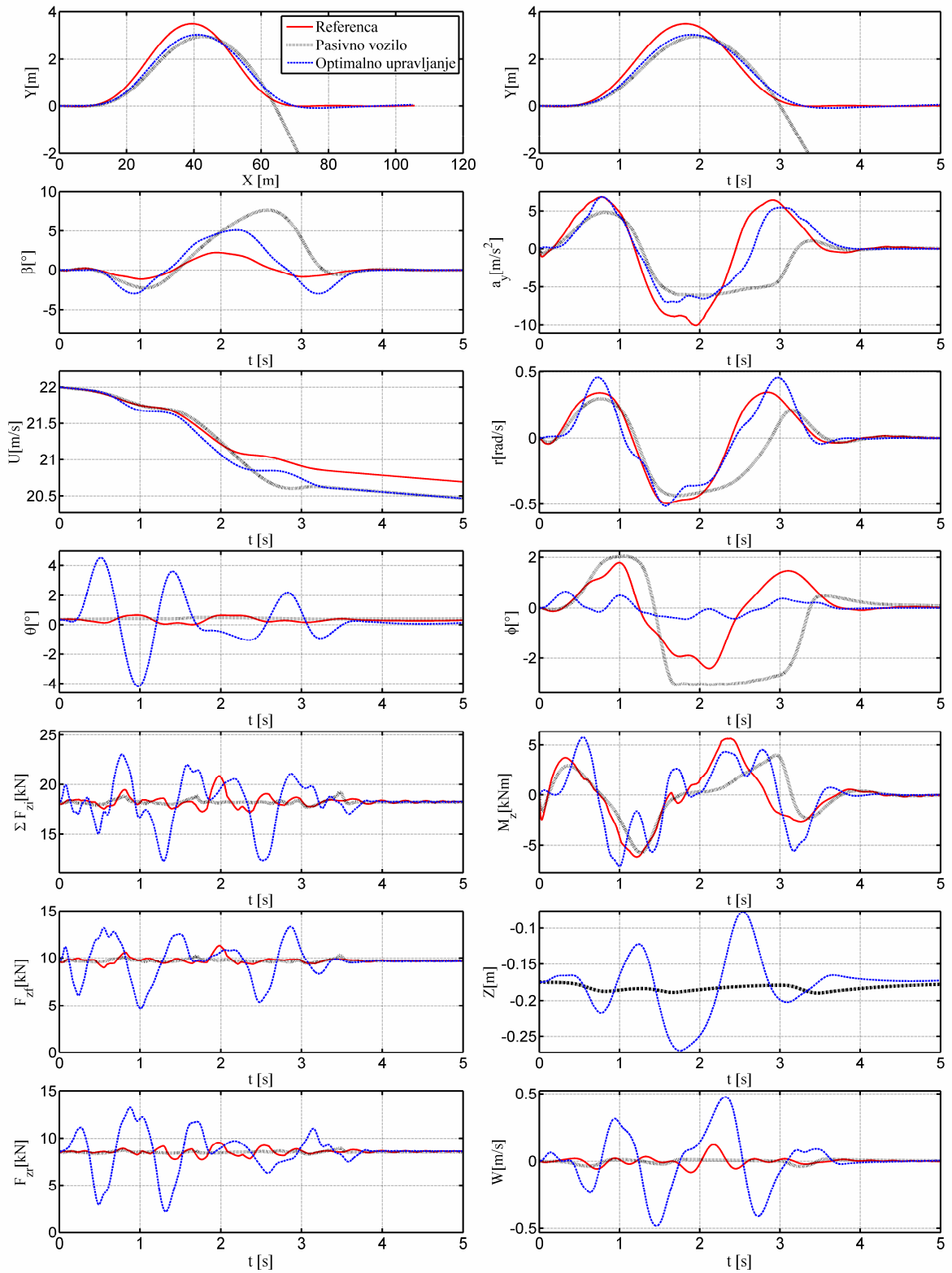
U konkretnom slučaju, uzastopna USC i OSC djelovanja dominantno se javljaju za vrijeme dva intervala (vidi sliku 5-2 s naglaskom na odzive  $F_{zf,r}$ ) u svrhu: (i) značajne kompenzacije podupravljanja u početnoj fazi manevra (USC u intervalu  $0.25 < t [s] < 0.6$ , nakon čega slijedi OSC u intervalu  $0.8 < t [s] < 1.15$ ); te (ii) "rezanja" putanje neposredno prije i za vrijeme vršne vrijednosti putanje (drugi USC oko intervala  $1.2 < t [s] < 1.55$ ) radi značajnog smanjenja amplitude kuta bočnog klizanja vozila  $\beta$  (drugi OSC za vrijeme  $t = 1.7 < t [s] < 2$ ). Također, na samom početku manevra FAS značajno smanjuje opterećenje prednjih kotača radi pripreme za kasnije povećanje povezano s prvim USC djelovanjem (slično kao unaprijedno djelovanje u prethodnom vremenskom prozoru kod upravljanja vertikalnom dinamikom u poglavlju 4).

Druga temeljna komponenta upravljačkog djelovanja odnosi se na kritične intervale kada bočna akceleracija  $a_y$  ulazi u zasićenje, u kojima FAS povećava ukupno dinamičko opterećenje kotača (vidi odziv  $\Sigma F_{zi}$  oko  $t = 0.78$  s i  $t = 1.91$  s na slici 5-2) te tako povećava ukupnu lateralnu silu kotača i lateralnu akceleraciju vozila  $a_y = \dot{V} + Ur$  danu jednadžbom (2-9). Ovo povećava sposobnost vozila da kompenzira terminalno podupravljanje tijekom prvog USC djelovanja i kritično preupravljanje za vrijeme drugog OSC djelovanja. Pritom valja napomenuti da je efekt povećanja ukupnog opterećenja kotača sličan efektu povećanja koeficijenta trenja između kotača i ceste (oba efekta rezultiraju u povećanom potencijalu trenja između autogume i ceste). Uslijed ograničenog hoda ovjesa, povećanje ukupne normalne sile kotača moguće je samo unutar relativno kratkog vremenskog perioda, a prethodi mu faza pripreme kada je opterećenje kotača tipično umanjeno u odnosu na inicijalnu vrijednost (vidi odzive  $Z$  i  $\Sigma F_{zi}$  na slici 5-2). Iz istog razloga, naizmjenični prijenos normalne sile između prednjih i stražnjih kotača povezan s uzastopnim USC i OSC djelovanjima je

prirodan za FAS, jer se tako može ostvariti značajan učinak upravljanja unatoč ograničenom hodu ovjesa.

Upravljačko djelovanje FAS sustava značajno pobuđuje (i) dinamiku poniranja vozila uslijed prijenosa normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača (vidi odziv kuta poniranja  $\theta(t)$  na slici 5-2), te (ii) vertikalnu dinamiku vozila uslijed ciljanog kratkotrajnog povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača (vidi odzive  $Z(t)$  i  $W(t)$ ). Međutim, amplitude poniranja i pomaka vozila u vertikalnom smjeru limitirane su ograničenjem na deformaciju ovjesa (5-4) (tj. ograničenjem na hod ovjesa iznosa  $\pm 10$  cm), kao i mekim ograničenjima na iznos karakterističnih varijabli dinamike vozila, definiranim izrazom (5-2). Pritom, amplituda kuta poniranja doseže  $2.5^\circ$ , a vršna vrijednost akceleracije vozila u vertikalnom smjeru ( $dW/dt$ ) je jednaka  $0.3g$  u početnom trenutku manevra (ali je značajno manja kasnije, za vrijeme kritičnih USC i OSC djelovanja FAS aktuatora).

Na slici 5-3 prikazani su optimizacijski rezultati uz uključen model dinamike neovješene mase (scenarij 7). Kada se ovi rezultati usporede s rezultatima prikazanim na slici 5-2 (u kojima model dinamike neovješene mase nije uključen), valja primijetiti da postoje određene kvantitativne razlike između odziva (oscilacije normalnih sila kotača  $F_{zf}$  i  $F_{zr}$  te maksimalan iznos kuta poniranja  $\theta$  su većeg iznosa). Uočene razlike su posljedica korištenja različitih kriterija u ciljnim funkcijama (5-2) i (5-5). Ovo ukazuje da visokofrekventna dinamika neovješene mase nema značajan utjecaj na optimizacijske rezultate, što znači da upravljačka djelovanja FAS aktuatora ne utječu značajno na podsustav neovješene mase preko kojeg FAS prenosi opterećenje na kotače. Stoga će se optimizacijski rezultati u nastavku davati samo za slučaj osnovnog modela vozila, za koji je vrijeme izvođenja optimizacijskih algoritma otprilike pet puta brže (i numerički robusnije) u odnosu na slučaj kada je uključen podmodel neovješene mase.



Slika 5-3: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 7 prikazan u tablici 5-2 (koji uzima u obzir dinamiku neovještene mase).

Različiti optimizacijski scenariji. Tablica 5-2 prikazuje usporedne pokazatelje kvalitete FAS upravljanja za razne optimizacijske scenarije povezane s različitim skupovima vrijednosti težinskih faktora ciljne funkcije (5-2) (vidi legendu tablice 5-2). U neograničenom scenariju, tj. kada nisu uključena ni tvrda ni meka ograničenja (scenarij 1), dobivaju se rezultati prikazani na slici 5-4. Prema ovim rezultatima, u neograničenom scenariju moguće je postići gotovo idealno slijedenje referentne putanje. Ovo se objašnjava snažnim povećanjem ukupne normalne sile, tako da lateralna akceleracija zapravo postaje slična onoj za referentni slučaj (povećanje  $\Sigma F_{zi}$  kompenzira propad koeficijenta trenja), kao i snažnom preraspodjelom normalnih sila između prednje i stražnje osovine. Međutim, ovaj scenarij nije realističan uslijed vrlo visokih (neostvarivih) vršnih vrijednosti pomaka vozila u vertikalnom smjeru (0.43 m u odnosu na ravnotežnu točku  $Z_0$ ), te s tim povezanom povredom ograničenja na maksimalni hod ovjesa (+/-10 cm), vidi odziv  $Z(t)$  na slici 5-3 i vršne vrijednosti  $Z$  i  $z_i$  u zadnoj koloni tablice 5-2. Također, čak i ukoliko bi veliki hod ovjesa teorijski bio ostvariv, vršna vrijednost akceleracije vozila u vertikalnom smjeru ( $dW / dt$ ) jednaka je 1.5g, a amplituda kuta poniranja doseže 18.8° (vidi odziv  $\theta(t)$  na slici 5-3), što znači da dolazi do značajne degradacije udobnosti vožnje.

Nakon dodavanja tvrdog ograničenja na hod ovjesa (jednadžba (5-4); scenarij 2), standardna devijacija pogreške slijedenja puta ( $J_0 / t_f$ )<sup>1/2</sup> značajno raste (tablica 5-2), ali i dalje ostaje značajno manja u odnosu na pasivni slučaj. Čak i u ovom scenariju (s ograničenim hodom ovjesa), djelovanje FAS aktuatora uzrokuje značajne akceleracije vozila u vertikalnom smjeru ( $\approx 1g$ , slučaj 2), čime se narušava udobnost vožnje. Amplitude kuta poniranja sežu do 4.6°, što je značajno manje nego u scenariju 1, ali i dalje neuobičajeno visoko u odnosu na pasivno vozilo.

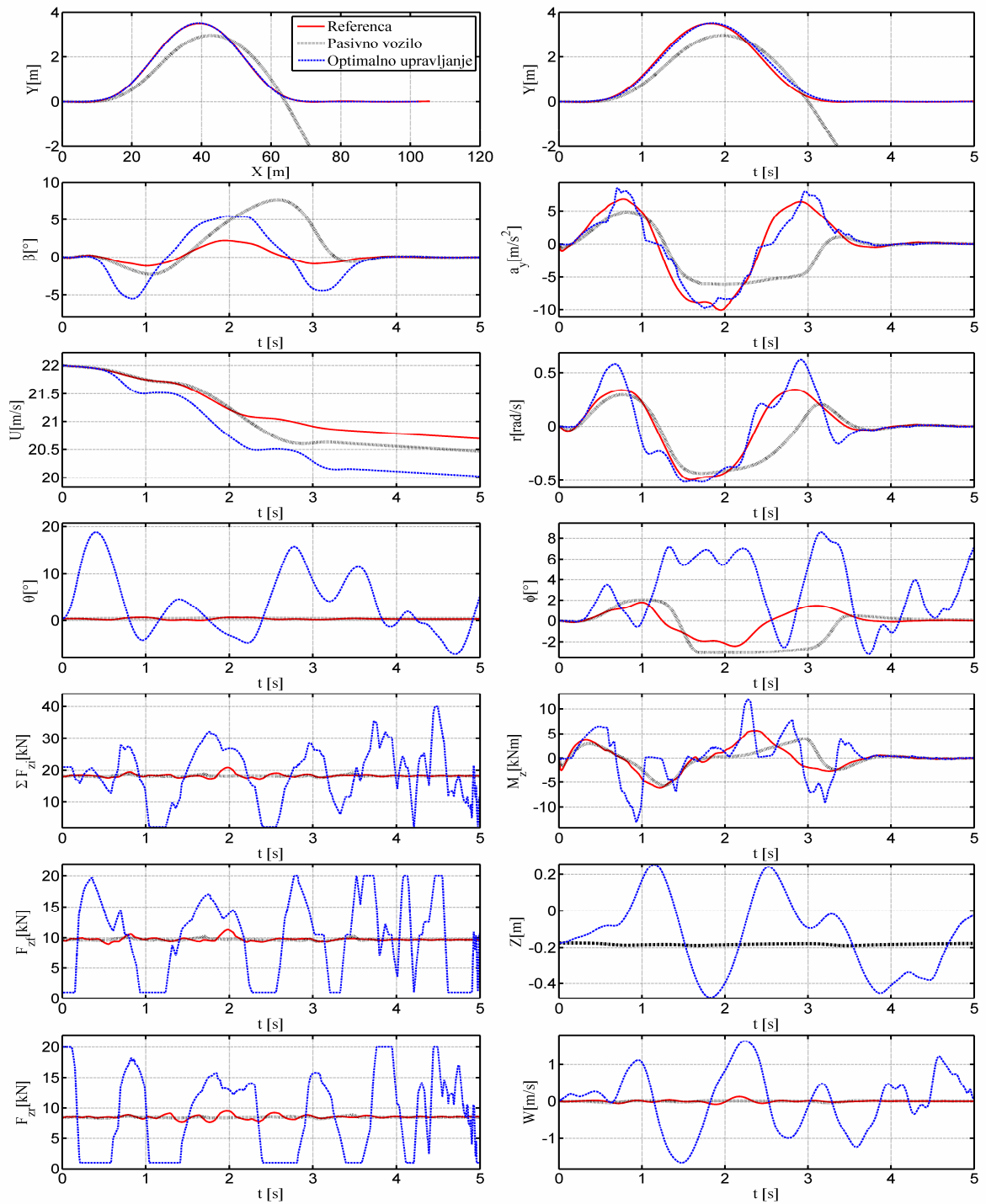
Dodavanjem mekog ograničenja na snagu upravljačkog djelovanja (scenariji 3 i 4, slika 5-5 i tablica 5-2), amplitude FAS upravljanja postaju smanjene, čime se ujedno smanjuje potrošnja energije FAS aktuatora (izračunata pomoću izraza  $E = \int \Delta F_{zi} v_{zi} dt$  na intervalu  $[0, t_f]$ ), kao i amplituda kuta poniranja, te pomak i akceleracija vozila u vertikalnom smjeru, te na taj način poboljšava udobnost vožnje. S druge strane, navedeno poboljšanje dobiva se na račun smanjenja točnosti slijedenja referentne putanje, što je naglašeno u slučaju s većim težinskim faktorom na snagu upravljačkog djelovanja  $k_1$  (slučaj 4).

Tablica 5-2: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 0$ ).

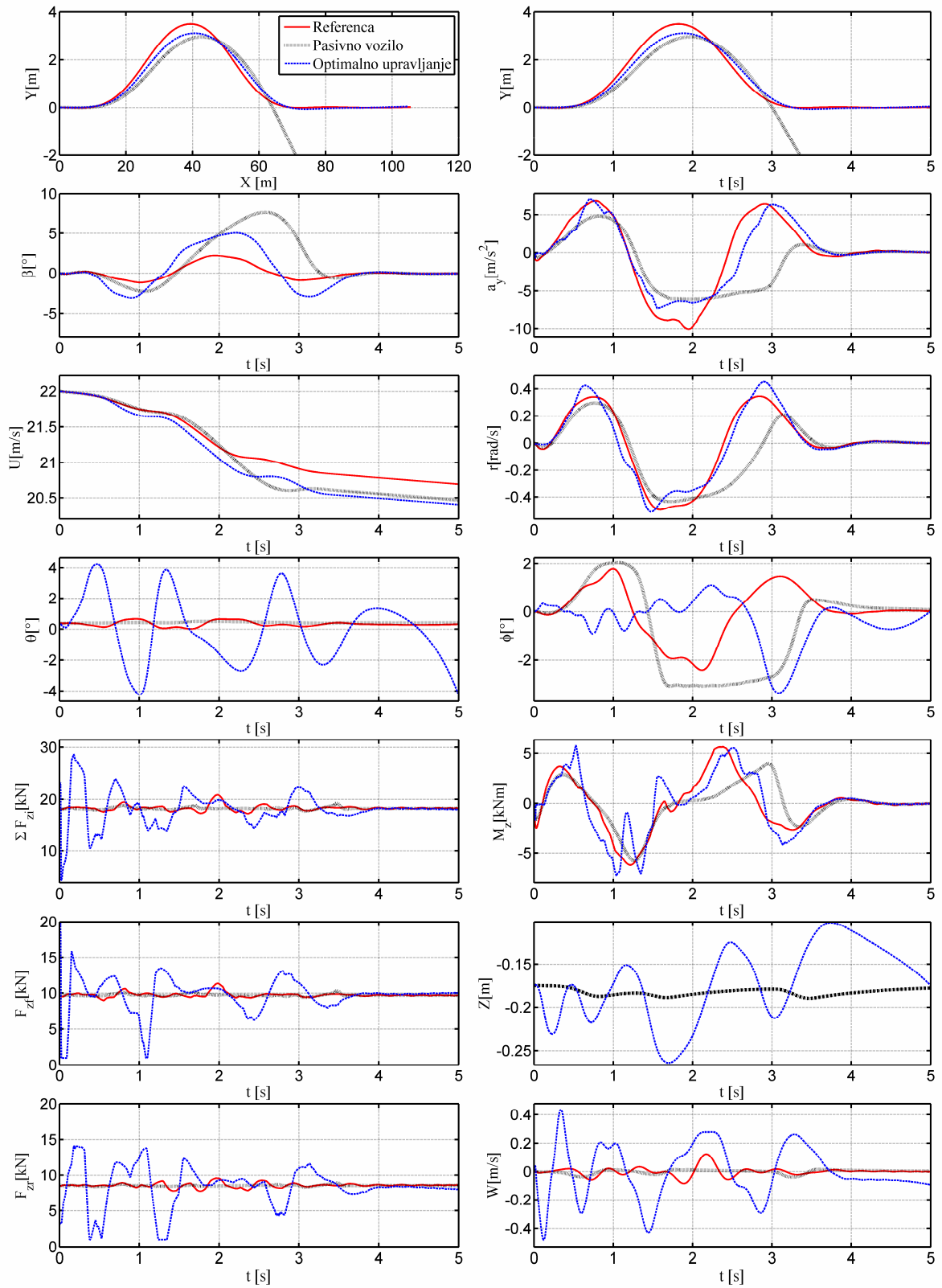
Scenarij*	$(J_0/t_f)^{1/2}$ [m]	$ \beta _{\max}$ [°]	$X(t_f)$ [m]	$E$ [kJ]	$ \dot{W} _{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$ \theta _{\max}$ [°]	$ Z - Z_0 _{\max}$ ( $ z_i - z_{i0} _{\max}$ ) [cm]
Pasivni	4.493	8.0	103.1	0	0.3	0.7	0.6 (7.0)
Slučaj 1 (slika 5-4)	0.004	5.5	102.3	22.7	15.3	18.8	43.0 (69.0)
Slučaj 2	0.182	5.2	104.4	7.0	10.1	4.6	10.0 (12.8)
Slučaj 3 (slika 5-5)	0.194	5.0	104.7	5.4	7.7	4.2	8.9 (11.1)
Slučaj 4	0.262	4.4	105.5	3.4	4.3	4.2	2.6 (10.2)
Slučaj 5 (slika 5-2)	0.285	4.1	105.7	1.4	2.8	2.5	9.1 (10.1)
Slučaj 6	0.223	4.4	105.0	3.1	3.5	4.2	9.3 (10.0)
Slučaj 7 (slika 5-3)	0.246	5.1	105.0	3.0	3.5	4.5	9.8 (12.0)

- \* 1 Nelimitirani FAS (bez tvrdih ograničenja i  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )  
 2 Dodano ograničenje na hod ovjesa ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )  
 3 Dodano slabo ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.001$ ,  $k_2 = k_3=0$ )  
 4 Dodano jako ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.01$ ,  $k_2 = k_3 = 0$ )  
 5 Dodano ograničenje na amplitudu kuta poniranja i valjanja ( $k_1 = 0.01$ ,  $k_2=0.1$ ,  $k_3=0.1$ )  
 6 Slučaj 2 s dodanim mekim ograničenjem na iznos upravljačkih varijabli i njihovu derivaciju ( $k_1=k_2=k_3=0$ ,  $k_5 = 0.01$ ,  $k_6=0.0005$ )  
 7 Slučaj 2 s dodanim modelom dinamike neovješene mase ( $k_1=k_2=k_3=0$ ,  $k_5 = 0.01$ ,  $k_6=0.0005$ )

Rezultati za slučaj 5 u tablici 5-2 (v. također sliku 5-2), s dodanom penalizacijom kuteva valjanja i poniranja, pokazuju da kut valjanja može biti jednostavno potisnut prema nuli bez žrtvovanja kvalitete upravljanja. S druge strane, smanjenje amplituda kuta poniranja može biti samo umjereno, jer je poniranje usko povezano s jednim od dvaju dominantnih upravljačkih mehanizama - prijenosom normalnih sila između prednjih i stražnjih kotača. Utjecaj određenog smanjenja kuta poniranja na gubitak performansi kompenzira se izraženijim gibanjem vozila u vertikalnom smjeru (usporedi pokazatelje  $|\theta|_{\max}$ ,  $|dW/dt|_{\max}$  i  $|Z - Z_0|_{\max}$  u tablici 5-2 za scenarije 3 i 4 u odnosu na scenarij 5). To je stoga što za smanjeni prijenos normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača (koji uzrokuje poniranje), FAS se više oslanja na utjecaj dinamičkog povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača (povezanog s gibanjem u vertikalnom smjeru).



Slika 5-4: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 1 prikazan u tablici 5-2.



Slika 5-5: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6, T_{in} = 0$ ) i optimizacijski scenarij 3 prikazan u tablici 5-1.

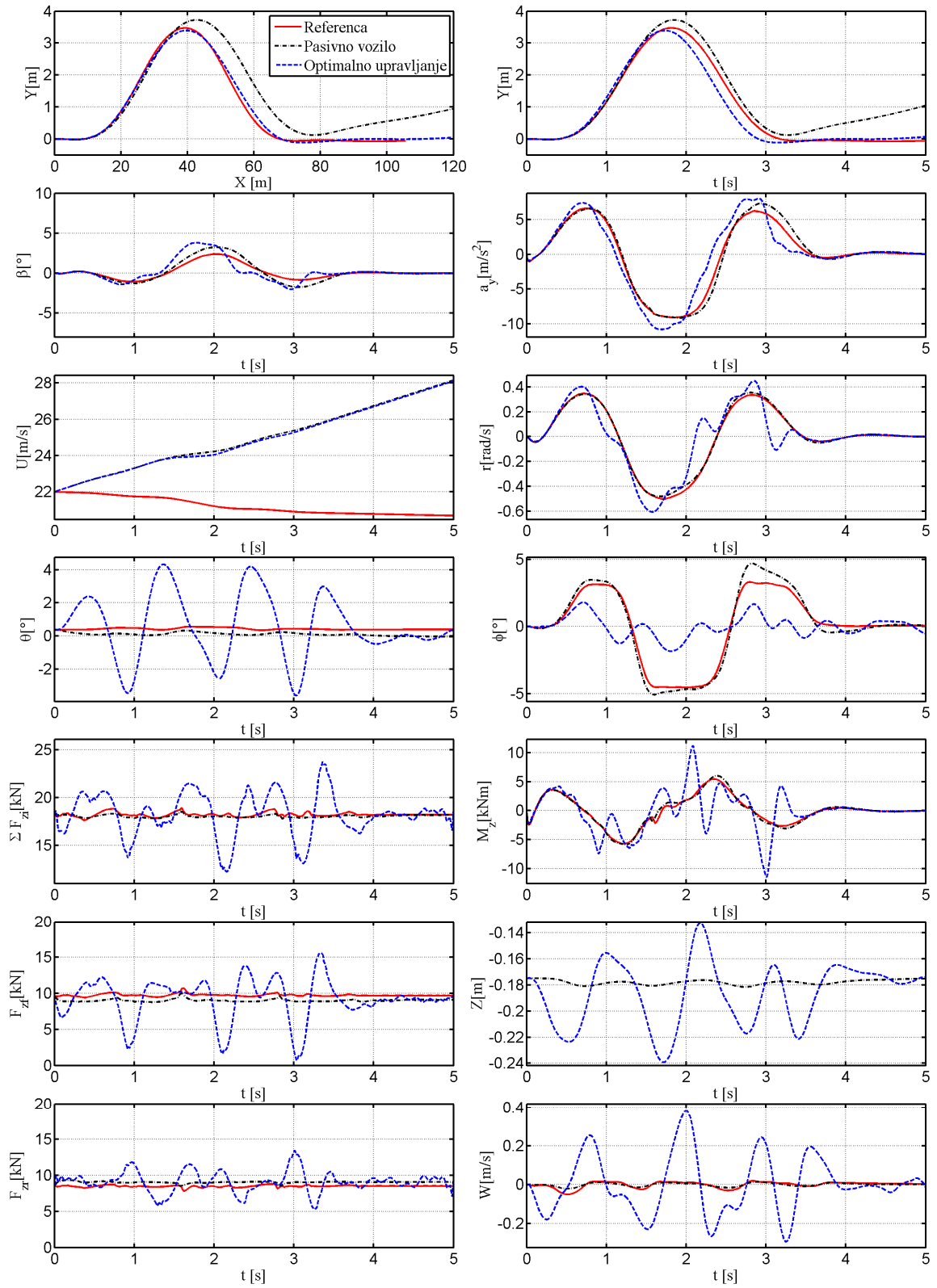
Optimizacijski rezultati označeni kao slučaj 6 i slučaj 7 u tablici 5-2 odgovaraju ciljnoj funkciji (5-5) (i težinskim faktorima danim u fusnoti tablice) za slučajeve osnovnog i proširenog modela vozila. Unatoč tome valja uočiti da su odzivi kvalitativno vrlo slični (usporedi odzive na slikama 5-2 i 5-3), nešto snažnije upravljačko djelovanje na slici 5-3 dovodi do nešto točnijeg slijeđenja referentne putanje (usporedi slučaj 5 i 7 u tablici 5-2).

### 5.2.2 *Manevri 2 i 3*

Optimizacijski rezultati za Manevar 2 ( $T_{in} = 350 \text{ Nm}$ ,  $\mu = 1$ ; vidi tablicu 5-1) prikazani su na slici 5-6, a usporedni pokazatelji kvalitete FAS upravljanja za razne optimizacijske scenarije su prikazani u tablici 5-3. Upravljačko djelovanje FAS aktuatora je kvalitativno slično djelovanju opisanom u potpoglavlju 5.2.1 za slučaj manevra s otpuštenom papučicom gasa. Naime, ono uključuje kombinirana USC i OSC djelovanja povezana s prijenosom normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača u početnom dijelu manevra ( $t < 1.25 \text{ s}$ ) i u blizini vršne vrijednosti trajektorije vozila ( $1.25 < t [\text{s}] < 2.15$ ), kao i povećanje ukupnog opterećenja kotača za vrijeme prvog USC i drugog OSC intervala (redom za  $0.35 < t [\text{s}] < 0.6$  i  $1.6 < t [\text{s}] < 1.9$ ). Pritom valja napomenuti da djelovanje FAS aktuatora ne utječe na agilnost vozila (konačna vrijednost brzine vozila  $U(t_f)$  ostaje visoka). Glavne razlike u odnosu na rezultate dobivene za Manevar 1 i istovjetan optimizacijski scenarij (scenarij 3; slika 5-5) su: (i) djelovanje FAS aktuatora je znatno snažnije na prednjoj osovini (usporedi odzive  $F_{zf}$  i  $F_{zr}$  na slikama 5-5 i 5-6) radi sprječavanja smanjenja opterećenja na stražnjoj (pogonskoj) osovini koje može dovesti do uzdužnog proklizavanja (valja primijetiti da je u ovom slučaju uključeno ograničenje na uzdužno klizanje;  $k_4 = 10^{-4}$  u jednadžbi (5-2)); te (ii) pojavljuje se treći interval USC/OSC djelovanja ( $2.4 < t [\text{s}] < 2.85$ ), kada upravljačko djelovanje pomaže robot-vozaču da skrene vozilo u konačni, ravni dio putanje.

U slučaju kada je težinski faktor ograničenja na uzdužno klizanje značajno smanjen ( $k_4 = 10^{-7}$ , optimizacijski scenarij 3), pojavljuje se novi mehanizam upravljanja, koji je ilustriran s usporednim odzivima uzdužnih klizanja stražnjih (pogonskih) kotača, prikazanim na slici 5-7. Naime, osim prijenosa opterećenja između prednjih i stražnjih kotača, FAS djeluje na način da distribuira opterećenje između lijevih i desnih pogonskih kotača, tako da se smanji normalna sila unutarnjeg kotača za vrijeme snažnih USC intervala (drugog i trećeg) što uzrokuje značajno uzdužno klizanje na tom kotaču. Ovo doprinosi kompenzaciji podupravljanja kroz sljedeće mehanizme: (i) smanjenje bočne sile na stražnjoj osovini zbog





Slika 5-6: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 2 ( $\mu = 1$ ,  $T_{in} = 350$  Nm) i optimizacijski scenarij 3 iz tablice 5-3 (proširen s ograničenjem na uzdužno klizanje s  $k_4 = 10^{-4}$ ).

pojave uzdužnog klizanja tj. zbog eliptičnog oblika funkcije trenja u ovisnosti o longitudinalnoj sili (slika 2-3b), te (ii) kratkotrajnog smanjenja uzdužne sile na unutarnjem kotaču (zbog utjecaja momenta ubrzanja kotača za vrijeme proklizavanja), čime se stvara dodatna komponenta USC momenta skretanja zbog nejednakih uzdužnih sila na lijevim i desnim kotačima (vidi jednadžbu (2-13)). Usporedne trajektorije vozila prikazane na slici 5-7 pokazuju da je (barem za taj specifični manevar) dodatni upravljački mehanizam prenošenja normalnog opterećenja između lijevih i desnih pogonskih kotača od sekundarne važnosti kada se uspoređi s glavnim mehanizmima FAS upravljanja (prenošenje normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača te povećanje ukupnog normalnog opterećenja kotača).

Tablica 5-3: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 2 ( $\mu = 1$ ,  $T_{in} = 350$  Nm).

Scenarij*	$(J_0/t_f)^{1/2}$ [m]	$ \beta _{\max}$ [°]	$X(t_f)$ [m]	$E$ [kJ]	$ \dot{W} _{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$ \theta _{\max}$ [°]	$ Z - Z_0 _{\max}$ ( $ z_i - z_{i0} _{\max}$ ) [cm]
Pasivni	0.561	3.2	124.3	0	0.2	0.4	0.7 (8.1)
Slučaj 1	0.003	4.4	123.4	25.0	11.1	10.8	32.2 (44.5)
Slučaj 2	0.032	5.8	122.2	6.4	30.9	4.8	8.7 (13.2)
Slučaj 3 (slika 5-6)	0.052	4.9	123.5	5.3	6.3	4.2	10.0 (10.5)
Slučaj 4	0.182	2.9	124.6	3.6	1.0	4.2	3.6 (10.2)
Slučaj 5	0.197	3.0	124.8	1.9	1.5	3.1	6.7 (10.2)

\*1 Nelimitirani FAS (bez tvrdih ograničenja i  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )

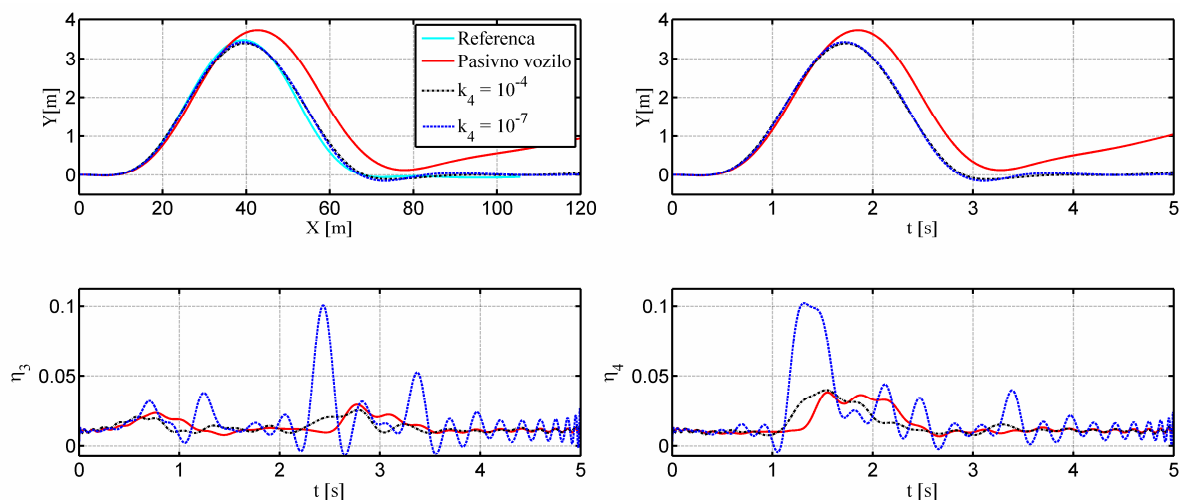
2 Dodano ograničenje na hod ovjesa ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )

3 Dodano slabo ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.001$ ,  $k_2 = k_3=0$ )

4 Dodano jako ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.01$ ,  $k_2 = k_3 = 0$ )

5 Dodano ograničenje na amplitude kuta poniranja i valjanja ( $k_1= 0.01$ ,  $k_2=0.1$ ,  $k_3=0.1$ )

Optimizacijski rezultati za Manevar 3 ( $T_{in} = 250$  Nm,  $\mu = 0.6$ ; vidi tablicu 5-1) prikazani su na slici 5-8, a usporedni pokazatelji kvalitete FAS upravljanja za razne optimizacijske scenarije su prikazani u tablici 5-4. Upravljačko djelovanje FAS aktuatora je kvalitativno slično djelovanju opisanom za slučaj Manevra 2.

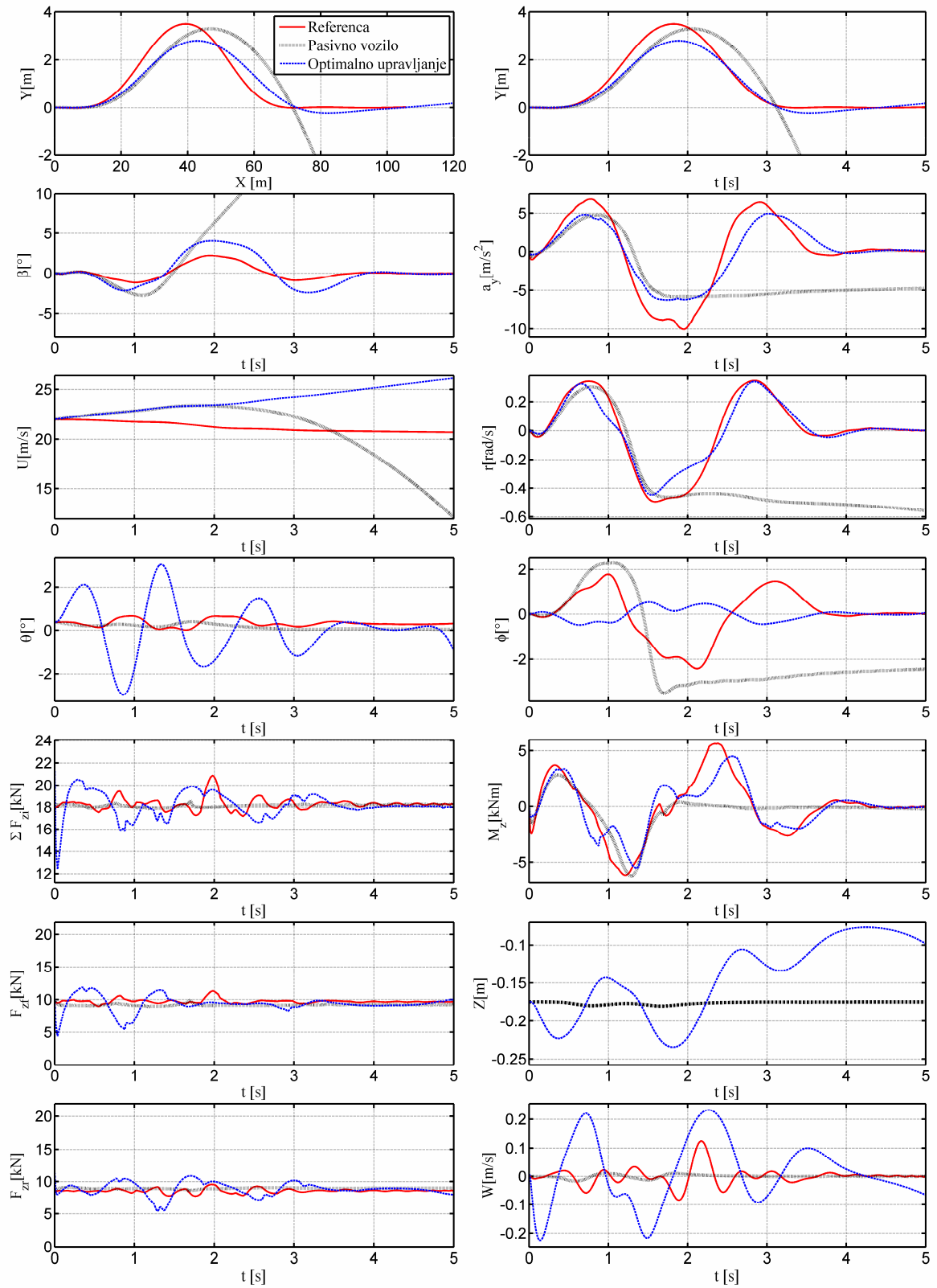


Slika 5-6: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 2 (optimizacijski scenarij 3 iz tablice 5-3, proširen s ograničenjem na uzdužno klizanje uz iznos koeficijenta  $k_4 = 10^{-7}$ ).

Tablica 5-4: Usporedne vrijednosti pokazatelja kvalitete FAS upravljanja dobivene na temelju optimizacijskih rezultata za različite skupove ograničenja, za Manevar 3 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 250$  Nm).

Scenarij*	$(J_0/t_f)^{1/2}$ [m]	$ \beta _{\max}$ [°]	$X(t_f)$ [m]	$E$ [kJ]	$ \dot{W} _{\max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$ \theta _{\max}$ [°]	$ Z - Z_0 _{\max}$ ( $ z_i - z_{i0} _{\max}$ ) [cm]
Pasivni	6.045	52.6	108.1	0	0.1	0.4	0.5 (6.2)
Slučaj 1	0.110	5.7	116.8	30.7	18.3	15.6	40.7 (57.4)
Slučaj 2	0.308	5.6	118.2	7.2	16.0	4.4	9.5 (11.5)
Slučaj 3	0.340	5.6	118.7	4.5	12.8	4.2	8.9 (10.5)
Slučaj 4	0.400	4.5	119.4	3.8	2.2	4.2	2.4 (10.1)
Slučaj 5 (slika 5-8)	0.406	4.0	119.6	2.1	3.2	3.0	9.9 (10.2)

- \* 1 Nelimitirani FAS (bez tvrdih ograničenja i  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )  
 2 Dodano ograničenje na hod ovjesa ( $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ )  
 3 Dodano slabo ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.001$ ,  $k_2 = k_3=0$ )  
 4 Dodano jako ograničenje na snagu upravljačkog djelovanja ( $k_1=0.01$ ,  $k_2 = k_3 = 0$ )  
 5 Dodano ograničenje na amplitude kuta poniranja i valjanja ( $k_1=0.01$ ,  $k_2=0.1$ ,  $k_3=0.1$ )



Slika 5-7: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 3 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 250$  Nm) i optimizacijski scenarij 5 iz tablice 5-4.

### **5.2.3 Usporedba kvalitete upravljanja za FAS aktuator u odnosu na aktivne diferencijale i aktivno skretanje**

U referenci [11] primijenjen je pristup optimiranju sličan pristupu opisanom u prethodnim potpoglavljima radi usporedbe performansi različitih konfiguracija sustava dinamike vozila s jednim ili više aktuatora tipa aktivnih diferencijala i aktivnog skretanja. Pristup se temelji na BPTT algoritmu optimalnog upravljanja [18], a koristi unazadnu propagaciju u vremenu sličnu BPTT algoritmima najčešće korištenim u učenju neuronskih mreža.

Aktuatori razmatrani u [11] uključuju aktivno prednje i stražnje skretanje (AFS i ARS), aktivne prednje (i stražnje) diferencijale s ograničenim proklizavanjem (*engl. Active Limited Slip Front Differential, ALSFD*) ili s usmjeravanjem momenta na pojedine kotače (*engl. Torque Vectoring Front Differential, TVFD*), te centralni diferencijal s usmjeravanjem momenta (*engl. Torque Vectoring Central Differential, TVCD*). Aktivni diferencijal s ograničenim proklizavanjem (ALSD) je čest dizajn koji se temelji na stožastim zupčanicima i jednoj spojci koja povezuje rotirajuće kućište diferencijala s jednim od poluvratila, dok diferencijal s usmjeravanjem momenta (TVD) uključuje dvije superponirajuće spojke i dodatni sustav zupčanika (vidi [10] i reference tamo).

Tablica 5-5 uključuje vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje za karakterističke konfiguracije s jednim aktuatorom, koje uključuju FAS konfiguraciju s umjereno ograničenim optimizacijskim scenarijem 3 i snažno ograničenim scenarijem 5. Pritom su razmatrani različiti manevri definirani u poglavlju 5.1 i diskutirani u prethodnim odjeljcima. Rezultati prikazani u tablici 5-5 pokazuju da sustavi aktivnog skretanja, naročito stražnjeg, pružaju izvrsnu kvalitetu upravljanja (detaljnija objašnjenja daju se u poglavlju 5.3) FAS podešen za glatki odziv (scenarij 5) pruža slične performanse kao i aktivni prednji (ili stražnji) diferencijali s ograničenim proklizavanjem, dok agresivniji FAS (scenarij 3) može doseći performanse prednjih (ili stražnjih) diferencijala s usmjeravanjem momenta. Ovo se može smatrati povoljnim rezultatom, imajući na umu da, za razliku od TVD i AFS/ARS aktuatora, FAS ne može generirati moment skretanja u početnoj fazi manevra kada se vozilo kreće ravnom linijom (priprema djelovanje, vidi sljedeće potpoglavlje i [11]). Ovo je zbog toga što FAS zahtijeva kut bočnog klizanja autogume različit od nule da bi preko normalne sile mogao imati utjecaj na bočne sile autogume (vidi sliku 2.3).

Tablica 5-5: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje vozila.  $(J_0/t_f)^{1/2}$  [m], za različite aktuatorске konfiguracije i različite manevre.

Slučaj	Manevar 1	Manevar 2	Manevar 3
ARS	0.112	0.044	0.175
AFS	0.137	0.045	0.229
TVFD	0.124	0.112	0.269
ALSFD	0.258	0.158	0.432
TVCD	0.358	0.130	0.410
<b>FAS, Scenarij 3</b>	0.194	0.052	0.312
<b>FAS, Scenarij 5</b>	0.281	0.197	0.405

ARS - Aktivno stražnje skretanje

AFS - Aktivno prednje skretanje

TVFD - Prednji diferencijal s usmjeravanjem momenta

ALSFD - Aktivni prednji diferencijal s ograničenim proklizavanjem

TVCD - Središnji diferencijal s usmjeravanjem momenta.

## 5.3 Kombiniranje FAS aktuatora sa sustavima aktivnog skretanja

U ovom potpoglavlju razmatra se umjereno ograničen slučaj 5 opisan u poglavlju 5-1. Pritom su ARS i/ili AFS upravljačke varijable  $\delta_r$  i  $\Delta\delta_r$  dodane u formulaciju optimiranja (vidi potpoglavlje 2.1.2), na koje je primijenjeno tvrdo ograničenje  $\delta_{lim} = \pm 20^\circ$ . Također, ciljna funkcija  $J$  proširena je s članovima  $k_5 \int \delta_r^2 dt$  i  $k_6 \int \Delta\delta_r^2 dt$ ,  $k_5 = k_6 = 0.01$ , kako bi se penalizirao iznos ARS i AFS upravljačkih varijabli.

### 5.3.1 Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim stražnjim skretanjem (ARS)

Slika 5-9 prikazuje usporedne optimizacijske rezultate za ARS i ARS+FAS aktuatorске konfiguracije i Manevar 3 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 250$  Nm). U tablici 5-6 dane su vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje za spomenute slučajeve, kao i za ostale aktuatorске konfiguracije. Pritom valja napomenuti da su konvencije o predznacima odabrane na način da negativna ARS upravljačka varijabla (skretanje stražnjeg kotača  $\delta_r$ ), doprinosi povećanju pozitivne brzine skretanja  $r$  (v. sl. 2.2a). Ovo znači da ARS aktuator proizvodi preupravljanje (ili kompenzira podupravljanje) ukoliko vrijedi  $\text{sgn}\delta_r \neq \text{sgn} r$ , a

proizvodi podupravljanje (ili kompenzira preupravljanje) ukoliko vrijedi  $\text{sgn}\delta_r = \text{sgn}r$ . Kao što je već primijećeno u tablici 5-5, ARS aktuator samostalno može ostvariti povoljne performanse, zahvaljujući direktnom upravljanjem bočnom dinamikom vozila. Naime, kao što je pokazano na slici 5-8 (crno označeni grafovi; Manevar 3 iz tablice 5-1,  $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 250$  Nm) detaljno objašnjeno u sljedećem paragrafu i [11], upravljačko djelovanje ARS aktuatora može direktno utjecati na kut bočnog klizanja stražnjih guma te, prema tome, i na bočne sile gume, čime se značajno poboljšava odziv bočne dinamike vozila. Pritom ARS može stvoriti značajan korektivni moment skretanja  $M_z$ , te bočna akceleracija  $a_y$  može biti učinkovito maksimizirana u svrhu ostvarivanja maksimalno mogućih performansi. Vremenski odzivi  $\delta_r$  i  $r$  ukazuju na to da se upravljačko djelovanje ARS aktuatora sastoji od tri karakteristična, relativno kratka vremenska perioda kompenzacije podupravljanja (USC):  $t \in [0,0.3]$ ,  $[1,1.25]$ , i  $[2.5,2.7]$  s.

Prvo USC djelovanje skreće vozilo prema referentnom putu, pri čemu valja napomenuti da je odziv trajektorije vozila zakašnjen u odnosu na upravljačko djelovanje  $\delta_r$  zbog utjecaja dinamike vozila (vidi odziv  $Y$  na slici 5-9 i odziv  $\delta_r$  na slici 5-12), tj. da se upravljački signal generira još za vrijeme ravne vožnje (prije bočnog gibanja). Drugo USC djelovanje rezultira "rezanjem" trajektorije oko vršne vrijednosti, da bi se minimizirala pogreška slijeđenja referentne putanje vozila u uvjetima smanjenog koeficijenta trenja  $\mu$ . Treće USC djelovanje je slično prvom, ali se odnosi na izlazni dio trajektorije. Odziv bočne akceleracije  $a_y$  teži slijeđenju istog signala u slučaju referentnog vozila (povezanu s  $\mu = 1$ ; usp. odzive  $a_y$  označene na slici 5-9 plavom i crvenom bojom).

Međutim, budući da je bočna akceleracija ograničena na  $0.6g$  za smanjeni  $\mu = 0.6$ , precizno slijeđenje vršnih vrijednosti bočne akceleracije oko  $1g$  nije moguće, što je u određenoj mjeri kompenzirano širim i oštrijim rubovima bočne akceleracije. Ovo daje karakteristični odziv  $a_y$  pravokutnog oblika. Prema tome, odlične performanse ARS aktuatora su posljedica: i) unaprijednog djelovanja, na način da se stvara upravljačko djelovanje i USC moment skretanja tijekom početnog trenutka manevra kada se vozilo još giba po ravnoj putanji (vidi odziv  $Y$  i  $M_z$  na slici 5-9 i odziv  $\delta_r$  na slici 5-12), ii) pravokutnog (zasićenog) oblika bočne akceleracije  $a_y$ . Kao posljedica unaprijednog djelovanja, vozilo zapravo prebacuje DLC referentnu trajektoriju u početnom dijelu odziva, kako bi se pripremio za "rezanje" trajektorije oko njene vršne vrijednosti radi sprječavanje nestabilnosti vozila ( $\beta$  poprima niže vrijednosti).

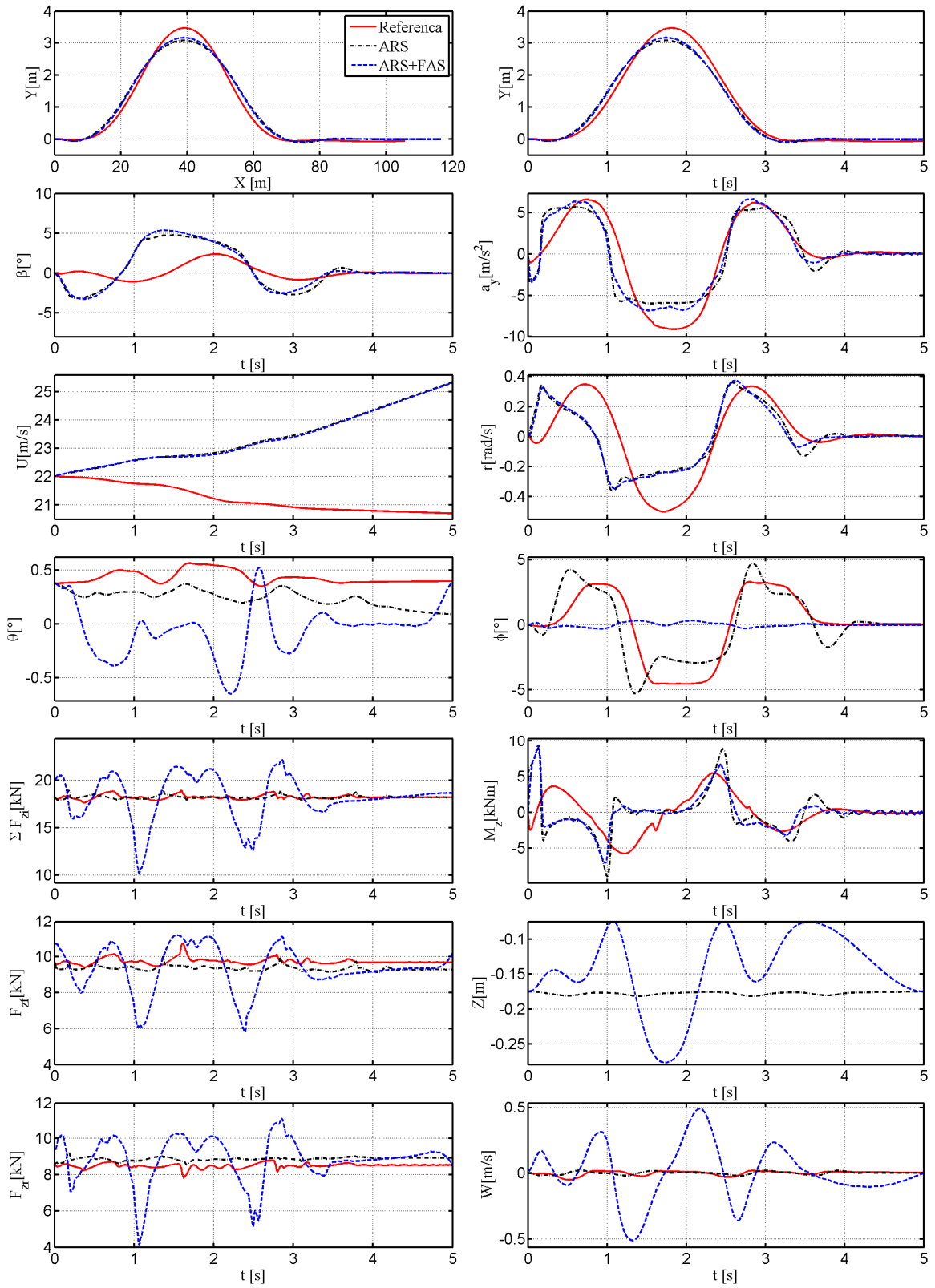
Nadalje, slika 5-9 ilustrira da FAS aktuator, kada se doda na ARS aktuator, može poboljšati

točnost slijeđenja referentne putanje, naročito za vrijeme vršne vrijednosti putanje. Točnije, standardna devijacija pogreške slijeđenja smanjena je za 20% prema podacima danim na tablici 5-6. Djelovanje FAS aktuatora ograničeno je na dinamičko povećanje ukupnog normalnog opterećenja kotača u kritičnim dijelovima manevra tj. u intervalima zasićene bočne akceleracije (vidi odzive  $\Sigma F_{zi}$  i  $a_y$  na slici 5-9). To je stoga jer je FAS inferioran u odnosu na ARS u pogledu pravovremenog i jakog stvaranja momenta skretanja, kao i zbog toga što je ograničenje na kut poniranja uključeno u funkciju cilja (bez navedenog ograničenja i uz korištenje blažeg ograničenja na snagu upravljačkog djelovanja, smanjenje RMS pogreške bi se povećalo na 26%). Dinamičko povećanje ukupnog opterećenja kotača je najveće (i najduže) u "kritičnom" intervalu oko vršne vrijednosti trajektorije, a prethode mu i slijede ga periodi smanjenja ukupnog opterećenja radi omogućavanja što snažnijeg dinamičkog povećanja za dano ograničenje hoda ovjesa ( $\pm 10$  cm) u željenom trenutku.

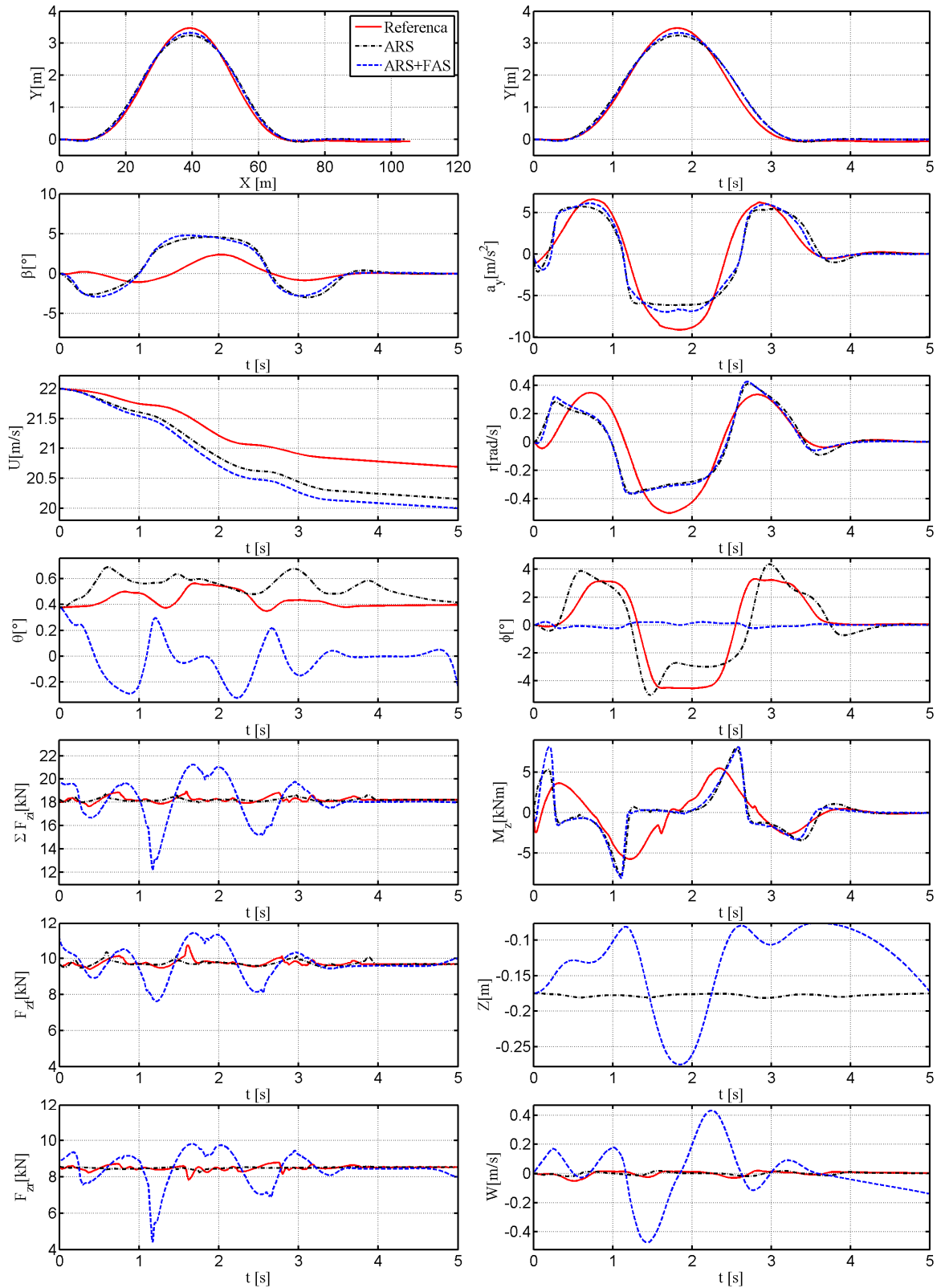
Zaključno, ARS i FAS aktuatori u združenoj konfiguraciji kombiniraju svoje komplementarne prednosti, pri čemu ARS učinkovito upravlja bočnom dinamikom i u velikoj mjeri iskorištava raspoloživi potencijal trenja između gume i podloge (približni  $a_y$ ), dok FAS koristi jaki upravljački autoritet na vertikalnu dinamiku vozila kako bi povećao potencijal trenja autoguma kroz dinamičko povećanje ukupnog opterećenja kotača. Budući da je ograničenje hoda ovjesa od  $\pm 10$  cm iskorišteno u velikoj mjeri (vidi odziv  $Z$  na slici 5-9), performanse slijeđenja puta ne mogu biti značajno poboljšane ukoliko su meka ograničenja olabavljena (bliže optimizacijskom scenariju 3 ili 2).

Slika 5-10 prikazuje usporedne optimizacijske rezultate za ARS i ARS+FAS konfiguracije, i Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 0$  Nm). U ovom slučaju, FAS može pomoći ARS-u u smanjenju standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje za 30% (vidi tablicu 5-6). Ovo poboljšanje je, ponovno, posljedica djelovanja FAS aktuatora na dinamičko povećanje ukupnog normalnog opterećenja kotača u blizini vršne vrijednosti trajektorije vozila (vidi odzive  $\Sigma F_{zi}$  i  $a_y$  na slici 5-10). Razlika u odnosu na zahtjevniji Manevar 3 (usp. Sl. 5-9) je u tome što su preostala FAS djelovanja koja povećaju normalno opterećenje kotača (koja se pojavljuju u prvom USC i trećem OSC intervalu) mnogo blaža. Slično vrijedi i za Manevar 2, kod kojeg je smanjenje standardne devijacije pogreške slijeđenja jednako 45% (vidi tablicu 5-6).





Slika 5-8: Usporedni rezultati optimiranja ARS i ARS+FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 3 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 250$  Nm) i optimizacijski scenarij 5.



Slika 5-9: Usporedni rezultati optimiranja ARS i ARS+FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 0 \text{ Nm}$ ) i optimizacijski scenarij 5.

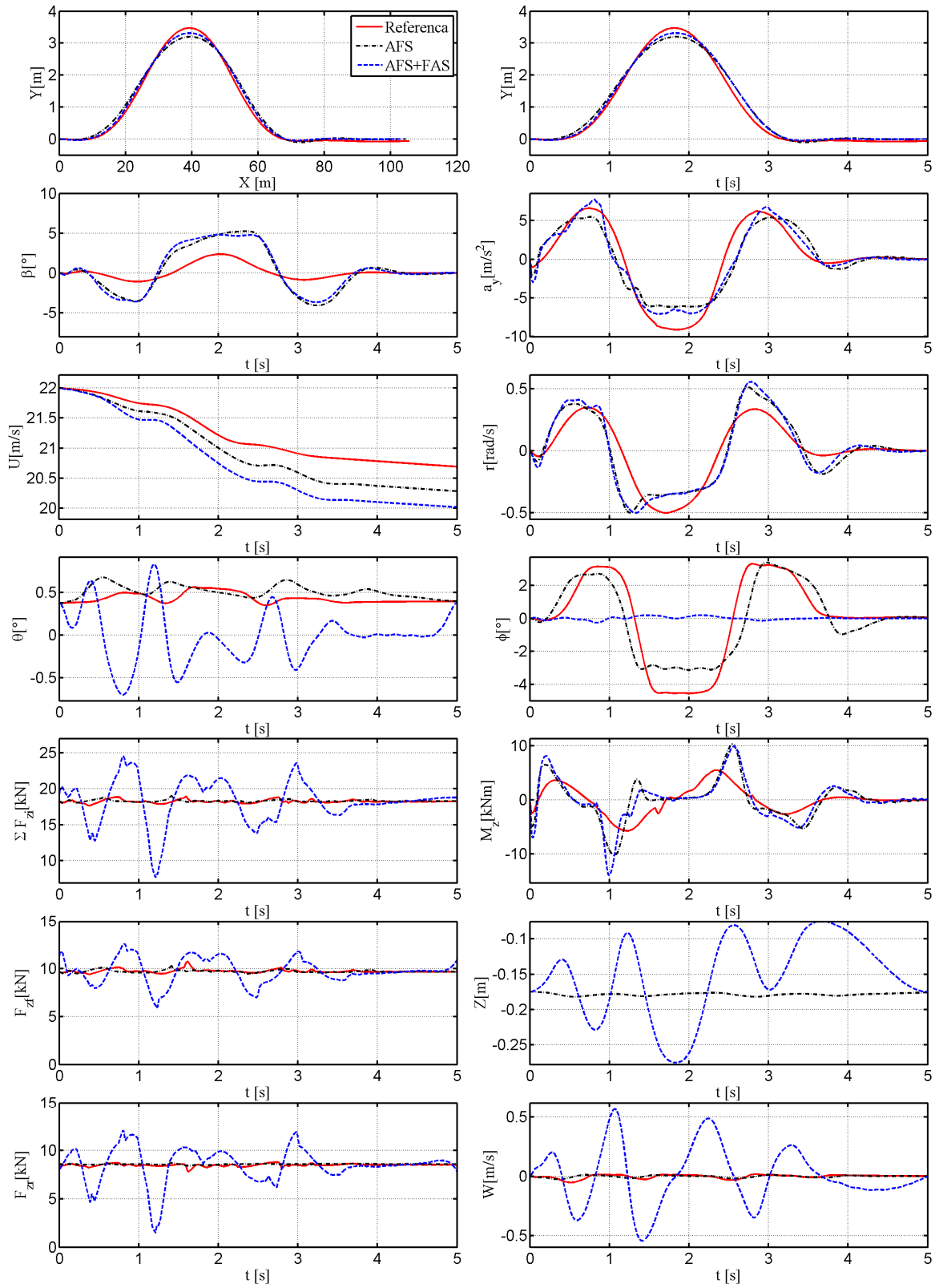
Tablica 5-6: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje,  $(J_0/t_f)^{1/2}$  [m], za kombinirane konfiguracije aktivnog skretanja i FAS aktuatora, te za različite manevre iz tablice 5 i optimizacijski scenarij 5.

Manevar	ARS	ARS+FAS	AFS	AFS+FAS	4WS	4WS+FAS
1	0.112	0.077	0.137	0.086	0.091	0.067
2	0.044	0.025	0.045	0.027	0.030	0.023
3	0.175	0.141	0.229	0.157	0.163	0.130

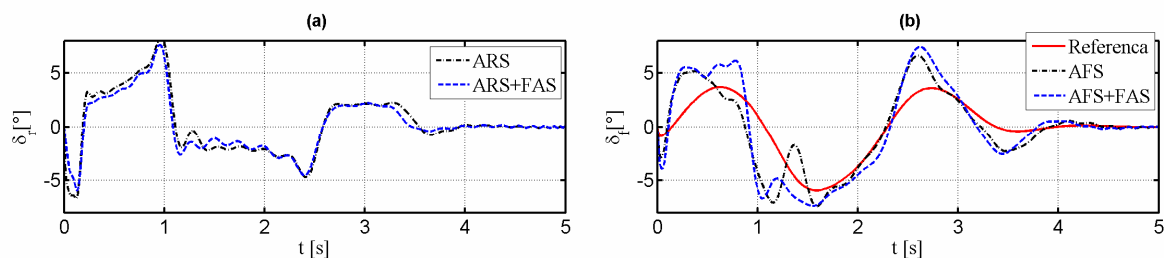
### 5.3.2 Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim prednjim skretanjem (AFS)

Prema optimizacijskim rezultatima danim u tablicama 5-5 i 5-6, kvaliteta slijeđenja AFS konfiguracije lošija je nego ona u slučaju ARS konfiguracije. Ovo se može objasniti činjenicom da vozač u velikoj mjeri već koristi potencijal skretanja prednjih kotača, dok upravljačko djelovanje na stražnjim kotačima može učinkovito realizirati neiskorištene prijelazne performanse stražnjih kotača [11]. Ovo je više naglašeno u slučaju USC djelovanja (vozač već snažno skreće kotače), jer AFS može pružiti učinkoviti OSC primjenom protuskretanja (zakretanjem prednjih kotača na suprotnu stranu od smjera skretanja vozila) [11, 101].

Nadalje, tablica 5-6 ukazuje na to da je degradacija performansi AFS+FAS konfiguracije u usporedbi s ARS+FAS konfiguracijom manja u odnosu na degradaciju performansi AFS aktuatora u usporedbi s ARS aktuatorom. Ovo navodi na zaključak da FAS može značajnije doprinijeti AFS nego ARS aktuatoru. Rezultati prikazani na slici 5-11 zaista ilustriraju da FAS izvršava ne samo snažnije djelovanje u smislu dinamičkog povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača (usp. sl. 5-9 i 5-10), nego i značajno smanjuje normalno opterećenje kotača na stražnjoj osovini (v. odzive  $F_{zr}$  i  $F_{zf}$ ) u svrhu pojačanja prvog i drugog USC djelovanja (što se ne može postići djelovanjem AFS aktuatora na prednjoj osovini). Slabljenje normalnog opterećenja stražnje osovine rezultira izraženim iznosima kuta poniranja (vidi sliku 5-10), ali sa značajno nižim amplitudama nego u slučaju korištenja isključivo FAS aktuatora (usporedi sliku 5-10 sa slikom 5-2).



Slika 5-10: Usporedni rezultati optimiranja AFS i AFS+FAS upravljačkog djelovanja za Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.



Slika 5-11: Odzivi stražnjih (a) i prednjih (b) kuteva skretanja kotača za optimizacijske rezultate prikazane redom na slikama 5-8 i 5-10.

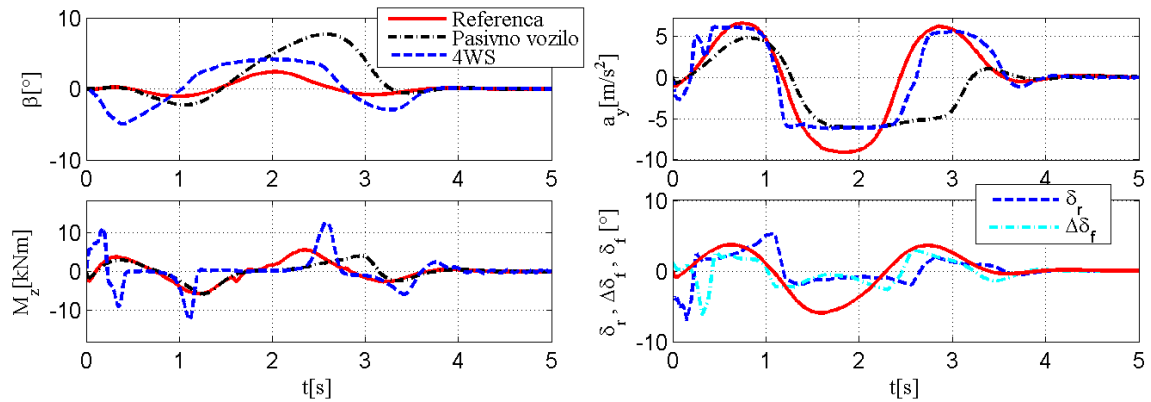
### 5.3.3 Kombiniranje FAS aktuatora s aktivnim skretanjem na sva četiri kotača (4WS)

Tablica 5-3 pokazuje da kada se ARS kombinira s AFS aktuatorom u 4WS konfiguraciji (*engl. Four Wheel Steering*), standardna devijacija pogreške slijeđenja referentne putanje može biti smanjena u rasponu od 7% do 30% ovisno o promatranom manevru. Pritom, što je kritičniji manevar, smanjenje pogreške slijeđenja je niže. Slika 5-13 prikazuje odgovarajuće vremenske odzive za Manevar 1. AFS djeluje tako da pomaže ARS aktuatoru što se očituje snažnim prvim OSC djelovanjem oko  $t = 0.4$  s (korištenjem protuskretanja, kao u AFS konfiguraciji), te dodatnim drugim i trećim USC djelovanjem oko  $t = 1.1$  s i  $t = 2.6$  s. Protuskretanje kod prvog OSC djelovanja omogućuje snažnije prvo USC djelovanje ARS aktuatora, koje povećava kritičnu vršnu vrijednost momenta skretanja  $M_z$  (u svrhu generiranja preupravljanja) i kuta bočnog klizanja vozila  $\beta$  u usporedbi s individualnim ARS upravljanjem (uspoređi slike 5-10 i 5-13).

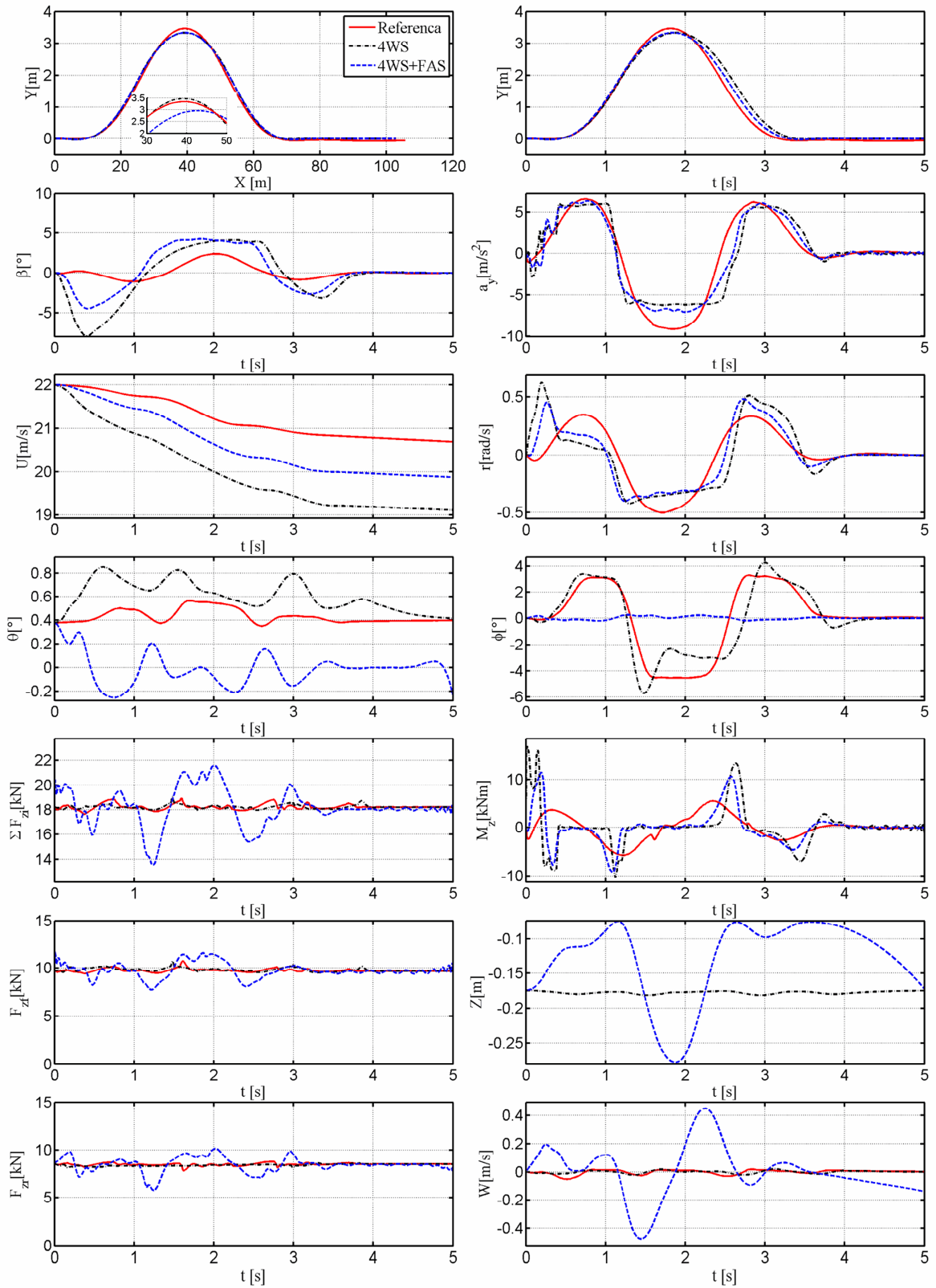
Tablica 5-6 nadalje prikazuje da FAS pridonosi značajnijem poboljšanju kvaliteti upravljanja temeljenom na ARS aktuatoru (u ARS+FAS konfiguraciji) nego što to čini AFS (u 4WS konfiguraciji). Ovo se može objasniti jedinstvenim (komplementarnom) svojstvom FAS aktuatora u smislu upravljanja vertikalnom dinamikom vozila (tj. dinamičkog povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača), za razliku od ARS/AFS aktuatorima koji upravljaju bočnom dinamikom vozila.

Stoga, kada se doda u 4WS konfiguraciju, FAS aktuator pridonosi smanjenju standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje za 20-30% (tablica 5-3). Na slici 5-14 prikazani su usporedni optimizacijski rezultati za 4WS i 4WS+FAS konfiguracije te Manevar 1 ( $\mu = 0.6$ ,  $T_{in} = 0$  Nm). Budući da su kutevi poniranja i valjanja približno jednaki nula (vidi

odzive  $\theta$  i  $\varphi$  na slici 5-14), tj. da je raspodjela normalnog opterećenja na prednjim i stražnjim te lijevim i desnim kotačima jednolika, ispostavlja se da je uočeno poboljšanje kvalitete upravljanja posljedica isključivo povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača (vidi odzive  $\Sigma F_{zi}$  i  $a_y$  na slici 5-14). Također, valja primijetiti da je u slučaju 4WS+FAS konfiguracije agilnost vozila značajno poboljšana u odnosu na 4WS slučaj (vidi odziv  $U$  na slici 5-14).



Slika 5-12: Rezultati optimiranja 4WS upravljačkog djelovanja za Manevar 1.



Slika 5-13: Usporedni rezultati optimiranja 4WS i 4WS+FAS upravljačkog djelovanja 4WS i 4WS+FAS optimizacijski rezultati za Maneuver 1 i optimizacijski scenarij 5.

## 5.4 Utjecaj granične frekvencije FAS aktuatora te usmjerenosti i bočnog nagiba kotača na kvalitetu upravljanja

### 5.4.1 Utjecaj granične frekvencije FAS aktuatora

Granična frekvencija FAS aktuatora može utjecati na kvalitetu upravljanja bočnom dinamikom vozila, jer se kod snižene granične frekvencije djelovanje FAS aktuatora na prijenos normalnih sila između pojedinih kotača i porast ukupnog normalnog opterećenja kotača postaju sporija. Iz tog razloga, u ovom potpoglavlju analizirat će se zahtjevi na graničnu frekvenciju FAS aktuatora za koju performanse upravljanja ostaju u velikoj mjeri nepromijenjene, te istražiti postoje li dodatni mehanizmi upravljanja u uvjetima niske granične frekvencije aktuatora.

Uobičajeni način modeliranja aktuatora dinamikom prvog reda nije izvediv u optimizacijskim primjenama, jer algoritam optimiranja može ionako forsirati optimirane upravljačke varijable tako da kompenziraju kašnjenje aktuatora. Stoga je granična frekvencija ovdje implementirana kroz postavljanje tvrdog ograničenja na iznos promjene upravljačke varijable (sile) FAS aktuatora:

$$-\Delta\dot{F}_{zi,\max} \leq \Delta\dot{F}_{zi} \leq \Delta\dot{F}_{zi,\max} \quad (5-6)$$

Tablica 5-7 prikazuje usporedne numeričke rezultate vezane uz utjecaj parametra ograničenja  $\Delta\dot{F}_{zi,\max}$  na kvalitetu upravljanja za slučaj Manevra 1 i ograničenja slična kao u optimizacijskom scenariju 3 u tablici 5-2. Ovi rezultati pokazuju da je kvaliteta slijeđenja referentne putanje uglavnom neosjetljiva na ograničenje brzine djelovanja FAS aktuatora ukoliko je limit  $\Delta\dot{F}_{zi,\max}$  veći ili jednak 25 kN/s (tj. ako FAS može razviti silu 2500 N za 100 ms). Pritom su za taj slučaj (i dani manevar i optimizacijski scenarij) potrebna vršna brzina i sila FAS aktuatora jednaki 1 m/s i 4500 N. Daljnje smanjenje limita  $\Delta\dot{F}_{zi,\max}$  rezultira u značajnijem pogoršanju kvalitete upravljanja (većoj pogreški slijeđenja referentne putanje), ali se istovremeno smanjuje zahtjev na vršnu brzinu i silu FAS aktuatora (tablica 5-7).

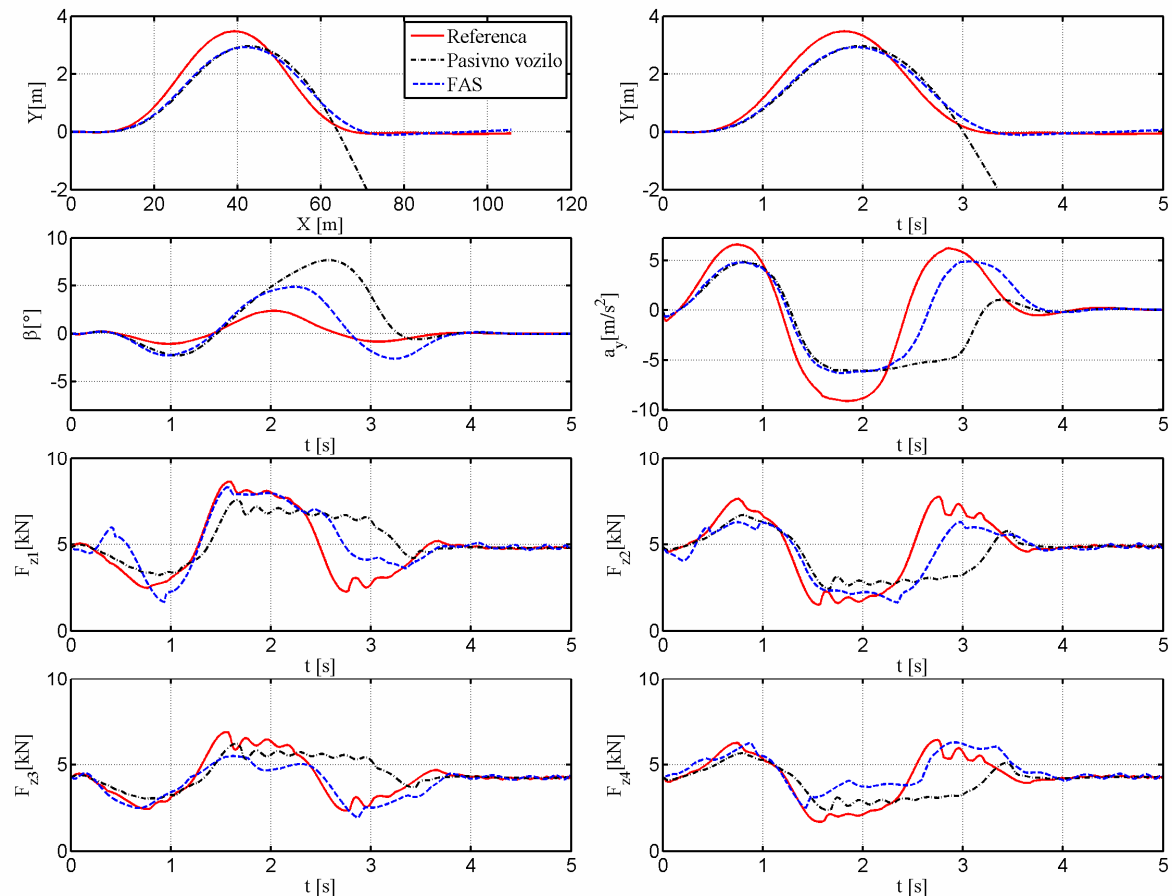
Slika 5-15 prikazuje odziv optimiranog FAS sustava uz umjereni limit na vrijeme odziva



aktuatora ( $\Delta\dot{F}_{zi,\max} = 5 \text{ kN/s}$ ) i isti manevar i optimizacijski scenarij kao u tablici 5-2 (Manevar 1 i scenarij 3). Prijenos normalne sile između prednjih i stražnjih kotača te dinamičko povećanje ukupnog normalnog opterećenja kotača su kvalitativno usporedivi, ali znatno umjereniji u usporedbi sa slučajem kada brzina odziva FAS aktuatora nije ograničena i uz umjereno ograničenu formulaciju optimizacijskog problema (slučaj 5; usporedi odzive normalne sile kotača na slici 5-2). Međutim, kvalitete slijeđenja referentne putanje su približno usporedive za ova dva slučaja (standardna devijacija pogreške slijeđenja je 0.315 u odnosu na 0.285, usporedi tablicu 5-7 i tablicu 5-2 za slučaj 5), što se može objasniti dodatnim upravljačkim mehanizmom FAS aktuatora koji pridonosi glavnom (drugom) OSC djelovanju. Ovaj mehanizam je povezan s prijenosom normalne sile između lijevih i desnih kotača u kritičnom intervalu oko vršne vrijednosti trajektorije, čiji je smjer suprotan za prednju i stražnju osovinu. Ovo rezultira većom razlikom između normalnih sila prednjih kotača i uravnoteženijem normalnom opterećenju na stražnjim kotačima. S obzirom na činjenicu da je bočna sila gume konveksna funkcija opterećenja kotača (slika 2-3c), navedeni mehanizam dovodi do određenog smanjenja bočne sile na prednjoj osovini i povećanja one na stražnjoj osovini, što rezultira dodatnom komponentom momenta skretanja u smislu kompenzacije preupravljanja.

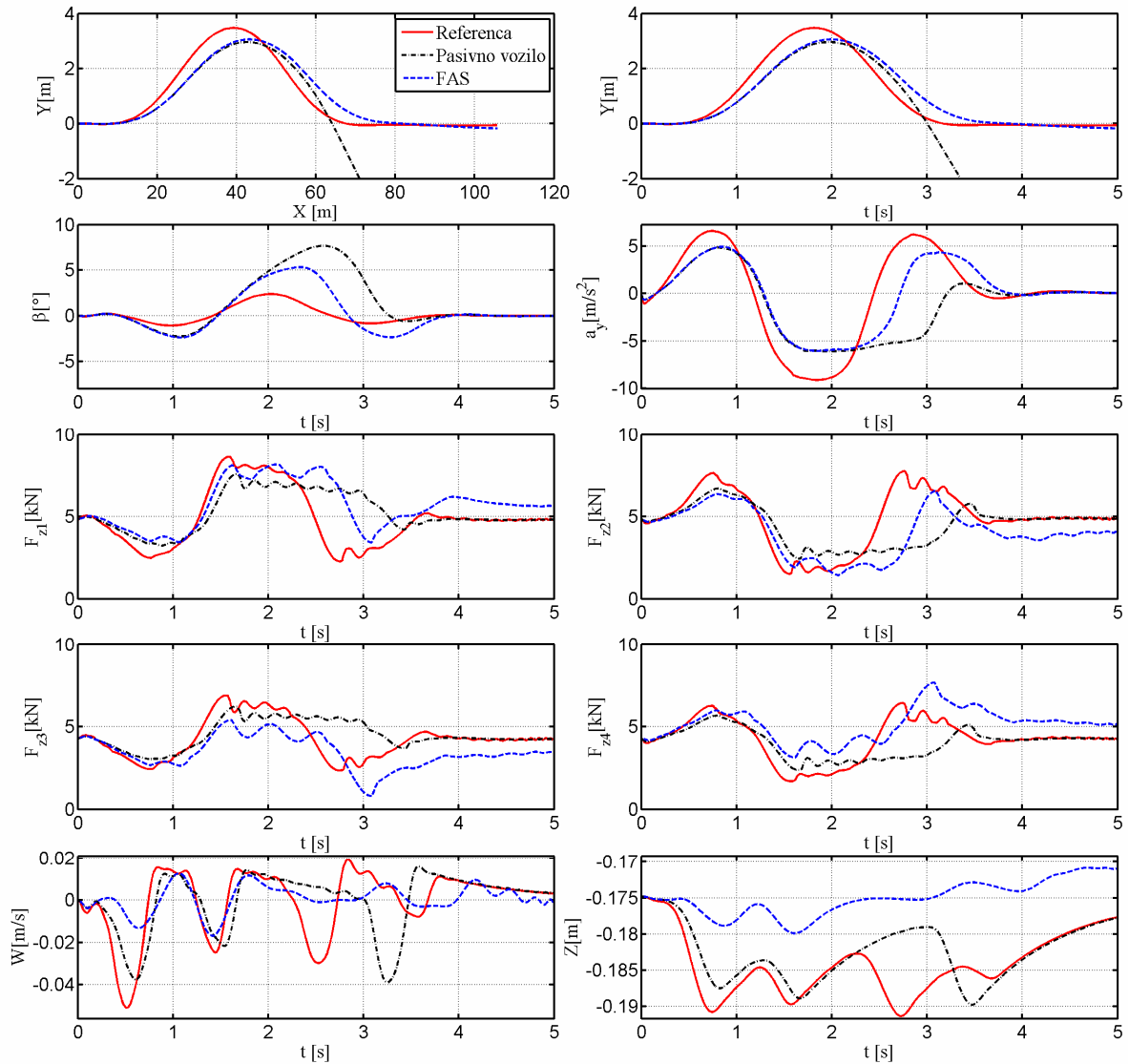
*Tablica 5-7: Usporedne vrijednosti standardnih devijacija pogreške slijeđenja referentne putanje za različite vrijednosti ograničenja na brzinu odziva FAS aktuatora, Manevar 1 i optimizacijski scenarij sličan scenariju 3.*

$\Delta\dot{F}_{zi,\max}$ [kN/s]	RMS pogreška [m]	$\max( v_{zi} )$ [m/s]	$\max( \Delta F_{zi} )$ [kN]
50	0.204	1.08	5.25
25	0.213	1.01	4.48
10	0.258	0.69	3.61
5	0.315	0.50	2.20
0.5	0.405	0.31	1.63



Slika 5-14: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja uz ograničenje na iznos promjene sile FAS aktuatora u iznosu od 5 kN/s, Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.

Slika 5-16 prikazuje odziv optimiranog slučaja u slučaju vrlo niskog ograničenja na iznos promjene FAS sile u iznosu od 0.5 kN/s. U ovom slučaju, nema vertikalnog gibanja (odzivi brzine i pozicije u vertikalnom smjeru  $W$  i  $Z$  su približno konstantni na slici 5-16), a jedino preostalo FAS djelovanje odnosi se na prijenos normalne sile između lijevih i desnih kotača. Ovo je moguće zbog toga što se sporo promjenjiva FAS sila može rasporediti na način da pravovremeno osigura gore opisano kvazistacionarno upravljačko djelovanje u kritičnom drugom OSC intervalu. Takva akcija je dovoljno snažna da spriječi snažno povećanje kuta bočnog klizanja  $\beta$  i osigura sličnu kvalitetu upravljanja kao u slučaju TVCD aktuatora (standardna devijacija pogreške slijeđenja iznosi 0.405  $m$  u odnosu na 0.358  $m$  za TVCD, vidi tablice 5-7 i 5-5).



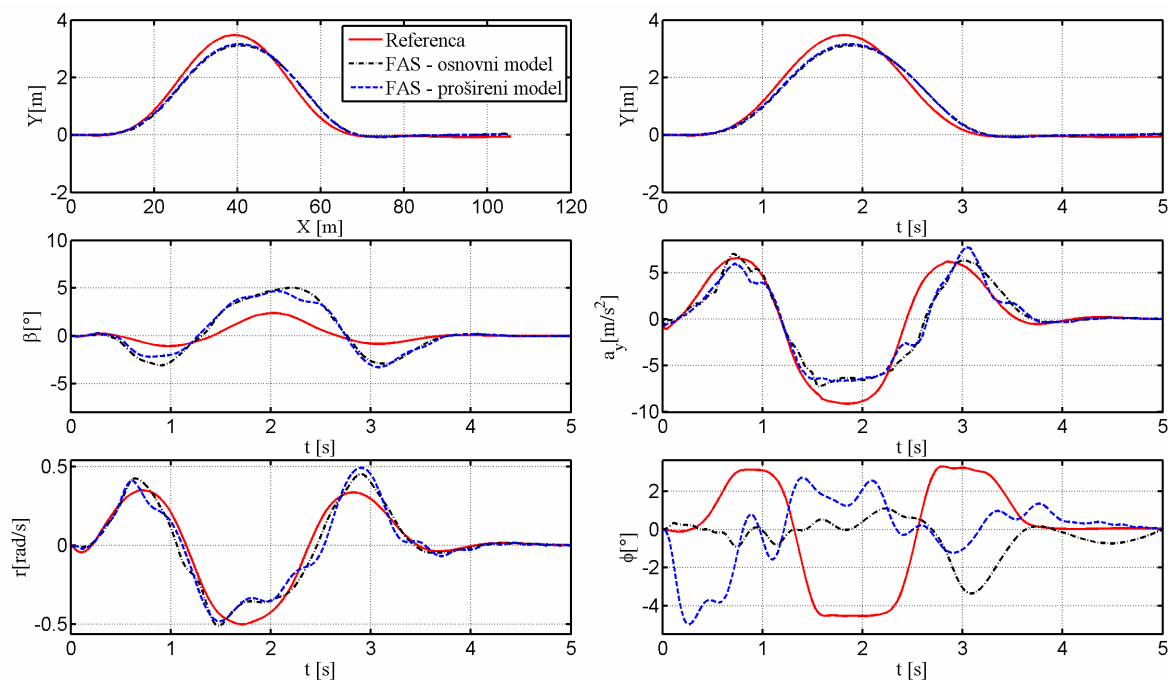
Slika 5-15: Rezultati optimiranja FAS upravljačkog djelovanja uz ograničenje na iznos promjene sile FAS aktuatora u iznosu od 0.5 kN/s, Manevar 1 i optimizacijski scenarij 5.

#### 5.4.2 Utjecaj usmjerenosti i bočnog nagiba kotača

Slika 5-17 prikazuje rezultate optimiranja za model vozila proširen bočnom dinamikom autogume i efektima bočnog nagiba te usmjerenosti kotača danom jednačbama (2-30)-(2-32). Rezultati su dani za Manevar 1 i formulaciju mekih ograničenja sličnu scenariju 3. Odgovarajuće vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje dane su u zadnjem retku i drugom stupcu tablice 5-8. Tablica 5-8 također uključuje rezultate optimiranja za slučajeve kada je osnovni model vozila postupno proširen s individualnim efektima autogume. Ovi rezultati ukazuju da usmjerenost kotača ima najveći utjecaj na

kvalitetu upravljanja u smislu da se u njenoj prisutnosti smanjuje vrijednost standardne devijacije pogreške slijeđenja za 15%.

Slika 5-17 otkriva mehanizam iskorištavanja efekta usmjerenosti kotača od strane FAS aktuatora za poboljšanje kvalitete upravljanja. Koristeći snažni upravljački autoritet na dinamiku valjanja vozila, FAS u prvoj polovini odziva djeluje na način da kut valjanja vozila  $\phi$  postaje suprotnog predznaka u odnosu na bočnu akceleraciju  $a_y$ , tj. odgovarajuće pasivno valjanje (*engl. tilting effect*). Ovo rezultira u promijenjenom smjeru dinamičkog doprinosa usmjerenosti kotača na ukupni kut skretanja volana u jednadžbi (2-32), tj. stvara se povećana bočna sila na prednjoj osovini (na kojoj je ovaj efekt izražen) a samim tim i moment preupravljanja tj. USC djelovanje (vidi jednadžbu (2-24) i model gume prikazan na slici 2-3)). Time, prvo i drugo USC djelovanje postaju snažniji radi brže izgradnje bočne akceleracije i ranijeg (pripremnog) efekta skretanja koje poboljšava točnost slijeđenja puta u početnom dijelu trajektorije (na kvalitativno sličan način kao i aktivno skretanje, vidi odjeljak 5.3.1). Kada je stabilnost vozila ugrožena tijekom drugog OSC intervala, "tilting" djelovanje je najprije oslabljeno ( $t \cong 1.8$  s), a zatim otkazano ( $t > 2.15$  s).



Slika 5-16: FAS optimizacijski rezultati za model vozila proširen s bočnom dinamikom autogume, te efektima bočnog nagiba i usmjerenosti kotača (Manevar 1) i optimizacijski scenarij 3.

Treći stupac tablice 5-8 prikazuje optimizacijske rezultate dobivene primjenom modela vozača u zatvorenoj petlji (umjesto robot-vozača korištenog u ostalim dijelovima rada; v. pog. 2 za diskusiju vezanu uz modeliranja vozača). Pritom je korištena ista referentna trajektorija kao i u slučaju primjene robot-vozača, a koeficijent trenja između gume i podloge iznosi  $\mu = 1$ . U ovom slučaju, djelovanje FAS aktuatora kroz efekt usmjerenosti kotača je još više izražen, tj. vrijednost standardne devijacije pogreške slijeđenja smanjena je za otprilike 20% kada se usporedi s osnovnim modelom proširenim s bočnom dinamikom autogume i efektom bočnog nagiba kotača.

*Tablica 5-8: Usporedne vrijednosti standardne devijacije pogreške slijeđenja referentne putanje,  $(J_0/t_f)^{1/2}$  [m], za osnovne i proširene konfiguracije modela vozila, Manevar 1 i dva temeljna tipa modela vozača.*

Slučaj*	Vozač u otvorenoj petlji (robot-vozač)	Vozač u zatvorenoj petlji
Pasivno vozilo	4.493	0.496
1) FAS upravljanje - osnovni model	0.194	0.146
2) Dodana bočna dinamika autogume	0.217	0.134
3) Dodan efekt bočnog nagiba kotača	0.212	0.135
4) Dodan efekt usmjerenosti kotača	0.176	0.105

\*Slučajevi 2-4) predstavljaju proširenje prethodnog slučaja

## 6. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja stabilnosti vozila

Upravljački mehanizmi kojima FAS aktuator može utjecati na bočnu dinamiku vozila detaljno su analizirani u poglavlju 5 na temelju rezultata dobivenih optimiranjem upravljačkih varijabli za manevar slijeđenja referentne putanje. U ovom poglavlju, analiza se proširuje na standardnu proceduru ispitivanja bočne stabilnosti vozila temeljenu na ESP testu.

### 6.1 Formulacija optimizacijskog problema

#### 6.1.1 ESP test

ESP test je standardizirana ispitna procedura koja se koristi za ocjenu kvalitete ESP sustava [102], a zasniva se na primjeni signala kuta zakreta prednjih kotača tipa sinusne funkcije sa zadržkom (engl. *Sine-with-dwell test*). Dakle, ponovno se koristi robot-vozač, pri čemu se generira kut skretanja prednjih kotača kako je prikazano na slici 6-1a, uz uzdužnu brzinu gibanja vozila  $U = 80$  km/h i koeficijent trenja između autogume i podloge  $\mu = 0.9$ . Kut skretanja ima sinusni oblik s amplitudom  $\delta_k$  i frekvencijom 0.7 Hz, a nakon dostizanja negativne vršne vrijednosti slijedi vremenski interval (duljine trajanja 0.5 s) u kojem se zadržava negativna vršna vrijednost (vidi sliku 6-1a). U prvom koraku određuje se referentna amplituda  $\delta_A$  kao vrijednost za koju se dostiže vršna vrijednost bočne akceleracije iznosa 0.3g prilikom sporog linearnog povećanja kuta zakreta volana (uz korak 13.5°/s). Zatim se ESP test uzastopno primjenjuje za inkrementalne promjene kuta zakreta prednjih kotača, počevši od početne amplitude  $\delta_k = 1.5\delta_A$ , u koracima od  $0.5\delta_A$ , pa sve do  $6.5\delta_A$  (odgovora kutu zakreta volana od 270°) [102].

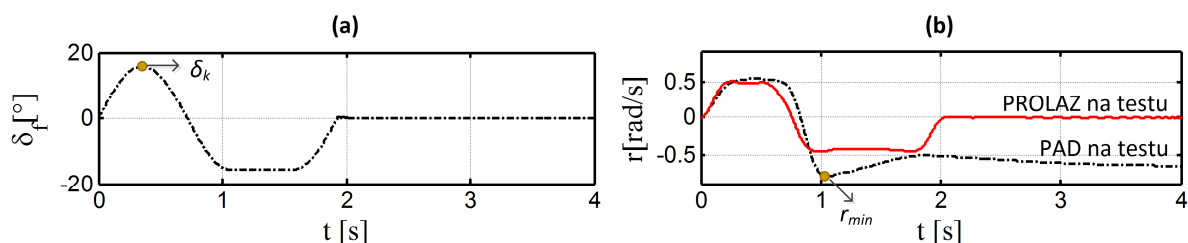
Uvjeti za prolazak ESP testa u pogledu bočne stabilnosti i amplitude bočnog pomaka su specificirane u [102], kako slijedi:

$$r(2.929 \text{ s}) \geq 0.35r_{\min} \quad (6-1)$$

$$r(3.679 \text{ s}) \geq 0.2r_{\min} \quad (6-2)$$

$$Y(1.07 \text{ s}) \geq 1.83 \text{ m} \quad (6-3)$$

gdje je  $r_{min}$  minimalna vrijednost brzine skretanja koja ima negativni predznak (slika 6-1b). Ukoliko bilo koji od navedenih uvjeta nije ispunjen, vozilo ne prolazi test (vidi crtkani odziv na slici 6-1b).



Slika 6-1: Definicija oblika kuta skretanja prednjih kotača kod ESP testa (a) i odgovarajući oblik brzine skretanja (b).

### 6.1.2 Ciljna funkcija i ograničenja

Na temelju nelinearnog modela vozila prikazanog na slici 2-2 i opisanog u poglavlju 2, cilj optimiranja je pronaći FAS upravljačke varijable  $\Delta F_{zi}(t)$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , unutar fiksnog vremenskog intervala  $0 \leq t \leq t_f$ , kako bi se minimizirala odgovarajuća ciljna funkcija  $J$ , uz poštivanje unaprijed definiranih ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti na upravljačke varijable i varijable stanja. Sličan pristup optimiranju primijenjuje se i za upravljačke varijable kočnog momenta  $-T_i(t)$ , kako bi se kvaliteta FAS upravljanja usporedila s onom koja odgovara idealiziranom (optimiranom) ESP sustavu.

Izvorni test opisan u potpoglavlju 6.1.1 bi bilo teško provesti u optimizacijskoj proceduri, budući da uključuje ponavljanje više manevara (s rastućom amplitudom kuta zakreta  $\delta_k$ ). Stoga je test pojednostavljen tako da uključuje samo najteži slučaj s amplitudom  $\delta_k = 6.5\delta_A$ . Kako bi se omogućila usporedba različitih aktuatorskih konfiguracija, formulacija optimizacijskog problema uključuje sljedeću ciljnu funkciju kao dodatak tvrdim ograničenjima (6-1) i (6-2):

$$J = \int_0^{t_f} (r - r_R)^2 dt - k \max(Y) \quad (6-4)$$

Prvi (integralni) član ciljne funkcije (6-4) uključuje kumulativnu kvadratnu pogrešku brzine skretanja, čija je minimizacija povezana s ostvarenjem komande vozača (putem volana), a samim tim i stabilizacijom vozila. Drugi član ciljne funkcije (6-4) maksimizira vršnu

vrijednost amplitude bočnog pomaka, te predstavlja mjeru kvalitete odziva vozila u bočnom smjeru (engl. responsiveness). Pritom se težinski faktor  $k$  odabire na način da se ostvari kompromis između dva suprotstavljena kriterija. Referentni model vozila s izlaznom varijablom  $r_R$  opisan je u potpoglavlju 2.1.2.

Nadalje, dodana su tvrda ograničenja na opterećenje kotača  $-F_{zi}$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , upravljačku varijablu  $\Delta F_{zi}$ , i hod ovjesa  $z_i$ :

$$F_{zi} \geq F_{z \min} \quad (6-5)$$

$$-\Delta F_{z \max} \leq \Delta F_{zi} \leq \Delta F_{z \max}, \quad (6-6)$$

$$-d_j \leq z_i - z_{0i} \leq d_j. \quad (6-7)$$

gdje je  $z_{0i}$  početna (statička) deformacija ovjesa,  $F_{z \min} = 50$  N je donja granica normalne sile za sprječavanje podizanja kotača,  $\Delta F_{z \max} = 10$  kN je maksimalna sila FAS aktuatora i  $2d_j = 0.2$  m je maksimalan hod ovjesa.

### 6.1.3 Optimizacijski scenariji

Analiza FAS upravljanja razmatra se za sljedeće optimizacijske scenarije (vidi notaciju kotača  $i=1, \dots, 4$  na slici 2-2a):

- 1) Temeljni (neredundantni) FAS (primijenjena su jedino ograničenja definirana u odjeljcima 6.1.1 i 6.1.2)
- 2) FAS s tvrdim ograničenjem na ukupnu silu svih aktuatora (jednaku 0; s ciljem minimiziranja gibanja u vertikalnom smjeru, vidi jednadžbu (2-10))

$$\sum_{i=1}^4 \Delta F_{zi} = 0 \quad (6-8)$$

- 3) FAS s bočno anti-simetričnom razdiobom sila (s ciljem izjednačavanja amplituda sila lijevih i desnih aktuatora u svrhu minimiziranja momenta valjanja i gibanja u vertikalnom smjeru)

$$\Delta F_{z1} = -\Delta F_{z2}, \quad \Delta F_{z3} = -\Delta F_{z4} \quad (6-9)$$

- 4) FAS s uzdužno simetričnom razdiobom sila (s ciljem izjednačavanja sila prednjih i stražnjih aktuatora u svrhu reduciranja momenta poniranja)



$$\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3}, \quad \Delta F_{z2} = \Delta F_{z4}, \quad (6-10)$$

5) FAS s dijagonalno simetričnom razdiobom sila

$$\Delta F_{z1} = \Delta F_{z4}, \quad \Delta F_{z2} = \Delta F_{z3}, \quad (6-11)$$

6) FAS s uzdužno simetričnom i bočno anti-simetričnom razdiobom sila (kombiniranje scenarija 3 i 4, uz reduciranje stupnja slobode upravljanja za 1)

$$\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z4}, \quad (6-12)$$

7) FAS s vezanom dijagonalno simetričnom razdiobom sila (kombiniranje scenarija 5 i 3, uz reduciranje stupnja slobode upravljanja za 1)

$$\Delta F_{z1} = \Delta F_{z4} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z3}. \quad (6-13)$$

8) Neredundantni FAS u suradnji s ESP-om (vidi opis ESP algoritma u odjeljku 2.2.2).

9) Aktivno upravljanje kočnicama (optimiraju se samo upravljačke varijable kočnica  $-T_i$ , uz  $\Delta F_{zi} = 0$ ).

Scenariji 2-7 predstavljaju specijalne slučajeve temeljnog FAS scenarija (s nezavisnim djelovanjem četiriju FAS aktuatora) 1, a razmatrani su kako bi se istražilo mogu li se optimalnim performansama temeljne FAS konfiguracije približiti jednostavnije konfiguracije sa smanjenim brojem stupnjeva slobode upravljanja. Direktna implementacija tvrdih ograničenja (6-8)-(6-13) dovela bi do povećane osjetljivosti na pronalazak rješenja optimizacijskog problema u lokalnom ekstremu. Stoga je prilikom modeliranja optimizacijskog problema korištena bolje kondicionirana formulacija, koja se temelji na smanjenju broja upravljačkih varijabli,  $u_i$ , na iznos jednak broju upravljačkih stupnjeva slobode koji se mogu ostvariti uz nametanje odgovarajućih ograničenja, te izražavanjem preostalih varijabli u funkciji optimiranih upravljačkih varijabli. Primjerice, u Slučaju 2 postoje tri upravljačke varijable koje se optimiraju ( $u_1$ ,  $u_2$  i  $u_3$ ), a one se dodjeljuju FAS upravljačkim varijablama (kao ulazima modela vozila) na sljedeći način:

$$\Delta F_{z1} = u_1, \quad \Delta F_{z2} = u_2, \quad \Delta F_{z3} = u_3, \quad \Delta F_{z4} = -u_1 - u_2 - u_3. \quad (6-14)$$

## 6.2 Rezultati optimiranja

U ovom će se potpoglavlju najprije prikazati rezultati za slučaj temeljnog (neredundantnog) FAS aktuatora, gdje se četiri FAS aktuatora optimira neovisno jedan o drugomu (scenarij 1 u odjeljku 6.1.3). Zatim se primjenjuju različiti oblici ograničenja na FAS upravljačke varijable (scenariji 2-7), te se razmatraju dodatne aktuatorске konfiguracije uključujući FAS+ESP konfiguraciju i aktivno upravljanje kočnicama (slučajevi 8 i 9).

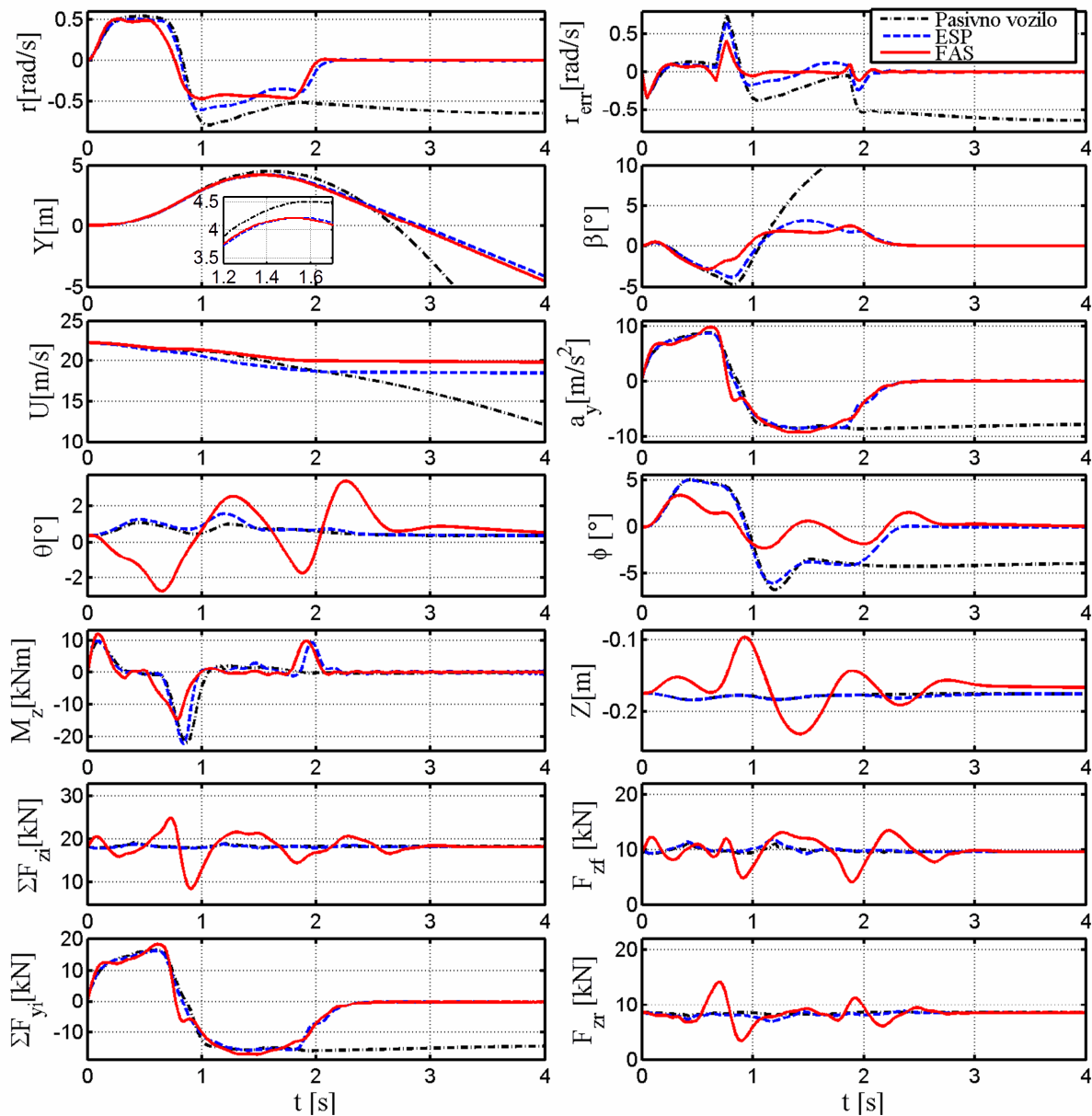
### 6.2.1 Scenarij neredundantnog FAS upravljanja

Slika 6-2 prikazuje rezultate optimiranja nezavisnih FAS upravljačkih varijabli, u usporedbi s odzivom pasivnog vozila i vozila na koji je primijenjen ESP algoritam regulacije, za težinski faktor u ciljnoj funkciji (6-4) iznosa  $k = 0.01$ . Ovi rezultati pokazuju da FAS, kada se usporedi s pasivnim vozilom, može značajno smanjiti dinamičku pogrešku brzine skretanja  $r_{err}$  i stabilizirati vozilo (vidi odziv kuta bočnog klizanja vozila  $\beta = \arctan(V/U)$ ). Ovo je ostvareno pomoću sljedeća dva glavna upravljačka djelovanja: (i) stvaranje momenta skretanja  $M_z$  definiranog desnom stranom jednadžbe (2-13) koji kompenzira preupravljanje (OSC) oko vremenskog trenutka  $t = 0.7$  s i (ii) povećanje bočne akceleracije ( $a_y$ ) u kritičnim intervalima manevra kada je bočna akceleracija zasićena tj. kada je dosegnuta maksimalna bočna sila u ovisnosti o koeficijentu trenja na cesti (oko  $t = 0.65$  s i  $t = 1.4$  s). Pritom se OSC moment skretanja stvara pomoću prijenosa normalnog opterećenja na stražnje kotače (vidi odziv  $F_{zr} = F_{z3} + F_{z4}$ ), tj. posljedičnim povećanjem bočne sile stražnjih kotača  $F_{yr}$ . Budući da je odziv normalne sile prednjih kotača  $F_{zf} = F_{z1} + F_{z2}$  za vrijeme istog OSC intervala (oko 0.7 s) nepromijenjen, povećanje opterećenja stražnjih kotača također stvara povećanje ukupne normalne sile kotača (vidi odziv  $\Sigma F_{zi}$ ), koje je direktno povezano s drugim djelovanjem FAS upravljanja tj. povećanjem bočne akceleracije.

Valja primijetiti da postoji značajno smanjenje ukupnog normalnog opterećenja kotača između dva intervala porasta (oko  $t = 0.9$  s). Ovo se može objasniti potrebom FAS aktuatora da popusti djelovanje u prisutnosti ograničenja na hod ovjesa (vidi jednadžbu (6-6) i odziv gibanja vozila u vertikalnom smjeru  $Z(t)$  na slici 6-2 koji doseže gornje ograničenje hoda ovjesa oko trenutka  $t = 0.9$  s). Konačno, za vrijeme drugog OSC intervala oko  $t = 1.9$  s, FAS ponovno prenosi normalno opterećenje s prednje na stražnju osovinu radi smanjenja pogreške

brzine skretanja  $r_{err}$  i stabiliziranja vozila.

Slika 6-2 nadalje pokazuje da je kvaliteta optimiranog FAS upravljanja bolje nego kod ESP regulacijskog sustava, kako u pogledu smanjenja dinamičke pogreške brzine skretanja tako i u smislu reduciranja kuta bočnog klizanja vozila. Ovo je djelomično posljedica mogućnosti FAS aktuatora da poveća bočnu akceleraciju u kritičnim intervalim zasićenih bočnih sila autoguma.



Slika 6-2: Rezultati optimiranja za scenarij temeljnog (neredundantnog) FAS upravljanja (Slučaj FAS1 iz tablice 6-1) u uvjetima ESP testa, uključujući usporedbu s odzivima pasivnog vozila i ESP sustava regulacije.

Drugi doprinos boljim performansama FAS aktuatora je povezan s ranim stvaranjem OSC momenta skretanja  $M_z$ , tj. vršne vrijednosti momenta skretanja u OSC intervalima oko  $t = 0.7$  s and  $t = 1.9$  s pomaknute su bitnije ispred vršnih vrijednosti pogreške brzine skretanja  $r$ . Ovo se može smatrati nekauzalnim upravljačkim djelovanjem temeljenim na mogućnosti optimizacijskog algoritma da stvori upravljačko djelovanje koristeći znanje o punom vremenskom horizontu (na intervalu  $[0, t_f = 4$  s]). Pritom valja napomenuti da to nužno ne znači da navedeno upravljačko djelovanje nije ostvarivo, barem djelomično, iz razloga što relativno kratki vremenski pomak djelovanja  $M_z$  prema naprijed može biti implementiran koristeći odziv kuta zakreta volana (odnosno, kuta zakreta prednjih kotača  $\delta_f$ ) koji je pomaknut naprijed u odnosu na odziv brzine skretanja  $r$  (zbog kašnjenja uzrokovanog dinamikom vozila). Međutim, takva unaprijedna strategija bi također mogla biti implementirana u (proširenom) ESP sustavu, pa strogo govoreći usporedba FAS i ESP sustava, kako je prikazano na slici 6-2, može voditi nepouzdana (iskrivljene) zaključke. Ona je, ipak, korisna u otkrivanju FAS upravljačkih mehanizama, te potvrđuje da ti mehanizmi mogu biti vrlo djelotvorni u manevrima stabilizacije vozila.

Nadalje, usporedba FAS i ESP odziva na slici 6-2 ukazuje na to da primjena FAS aktuatora rezultira poboljšanom agilnošću vozila (uzdužna brzina u konačnom trenutku  $U(t_f)$  je veća), jer FAS upravlja/stabilizira vozilo bez upotrebe kočnica. S druge strane, javlja se značajno poniranje i pomak vozila u vertikalnom smjeru u zavoju (vidi vršne vrijednosti odziva kuta poniranja  $\theta$  i pomaka vozila u vertikalnom smjeru  $Z$ ), što je posljedica, redom, prenošenja normalnog opterećenja s prednjih na stražnje kotače (za OSC djelovanje) i povećanja ukupnog normalnog opterećenja kotača (za povećanje bočne akceleracije), vidi jednadžbe (2-11) i (2-10). Pritom je amplituda bočnog pomaka vozila usporediva za FAS upravljanje i ESP (vidi amplitude odziva  $Y(t)$ ), ali je neznatno smanjena u usporedbi s pasivnim vozilom, što je posljedica OSC djelovanja.

### **6.2.2 Redundantni FAS slučajevi**

Rezultati optimiranja za različite redundantne FAS upravljačke strategije dani su na slikama 6-3 i 6-4, usporedno s odzivom neredundantnog FAS aktuatora prikazanog na slici 6-2, za težinski faktor u ciljnoj funkciji (6-4) iznosa  $k = 0.01$ . Odgovarajuće vrijednosti glavnih pokazatelja kvalitete upravljanja dani su zbirno u tablici 6-1.

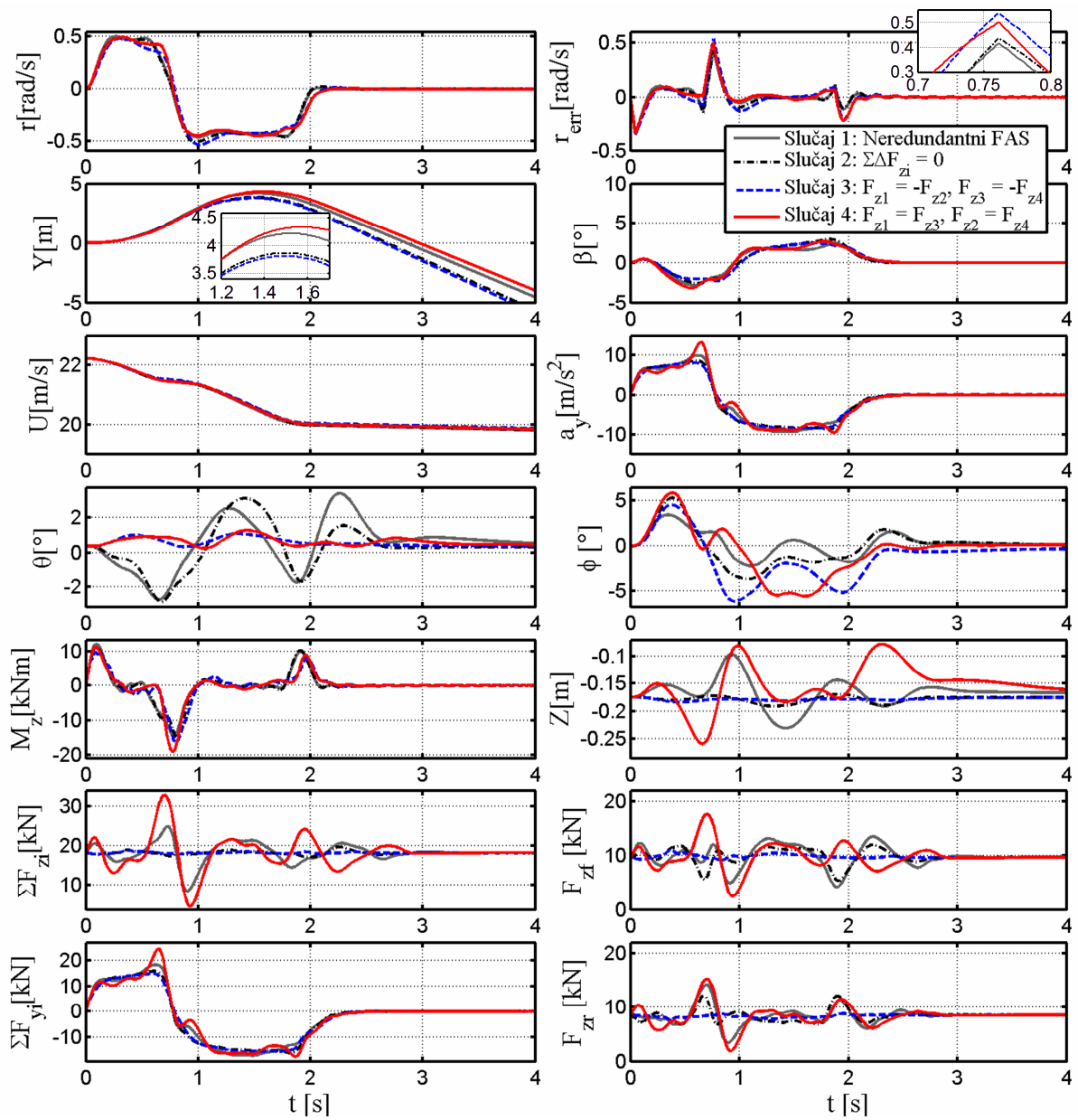
U slučaju FAS sustava s uključenim ograničenjem na ukupnu silu FAS aktuatora jednaku nuli

(scenarij 2:  $\Sigma \Delta F_{zi} = 0$ ; tri slobodna upravljačka djelovanja, vidi jednadžbu (6-8)), amplituda pogreške brzine skretanja je samo neznatno veća u odnosu na scenarij neredundantnog FAS upravljanja. Budući da je nametnuto ograničenje na ukupnu silu FAS aktuatora, odziv ukupnog opterećenja kotača  $\Sigma F_{zi}$  je približno konstantan, tj. FAS ne može povećati bočnu akceleraciju  $a_y$ . Njegovo djelovanje je, stoga, gotovo potpuno orijentirano na stvaranje OSC momenta skretanja prijenosom normalnog opterećenja s prednjih na stražnje kotače (odzivi  $F_{zf}$  i  $F_{zr}$  su u protufazi). Prema tome, amplituda pomaka u vertikalnom smjeru  $Z$  (te vršna vrijednost akceleracije u vertikalnom smjeru  $dW/dt$ , vidi tablicu 6-1) je značajno smanjena u usporedbi s neredundantnim FAS slučajem, ali je amplituda kuta poniranja nešto povećana (vidi središnji dio odziva kuta poniranja  $\theta$  na slici 6-3). Odzivnost vozila u bočnom smjeru se pogoršava u određenoj mjeri (vidi vršne vrijednosti  $Y(t)$  na slici 6-3a i tablici 6-1), što se može objasniti nemogućnošću povećanja bočne akceleracije u kritičnim trenucima (vezano uz približno konstantan  $\Sigma F_{zi}$  za dani scenarij).

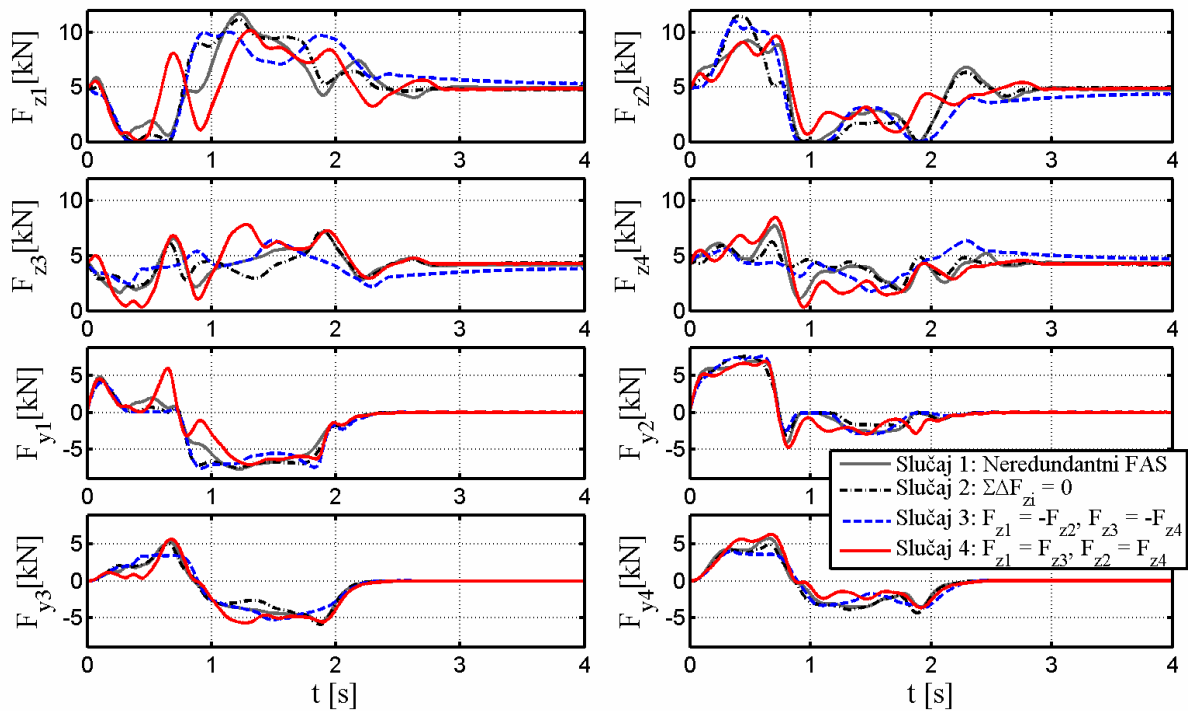
U scenariju FAS aktuatora s bočno anti-simetričnom razdiobom sila (scenarij 3:  $\Delta F_{z1} = -\Delta F_{z2}$  i  $\Delta F_{z3} = -\Delta F_{z4}$ ; dvije slobodne upravljačke varijable), uvjet  $\Sigma \Delta F_{zi} = 0$  iz scenarija 2 ostaje vrijediti, te sprječava porast ukupnog opterećenja kotača (kao i porast bočne akceleracije). K tome, prijenos normalne sile između prednjih i stražnjih kotača nije ostvariv ( $\Delta F_{zf} = \Delta F_{zr} = 0$ ), što znači da odgovarajuća OSC (i USC) djelovanja ne mogu biti implementirana. Osim jednostavnijeg upravljanja (dva reducirana stupnja slobode), prednost navedenog upravljačkog zakona jest izbjegavanje pobude dinamike poniranja i gibanja u vertikalnom smjeru, tj. udobnost vožnje nije narušena u odnosu na pasivno vozilo (vidi sliku 6-3a i tablicu 6-1). Međutim, u nedostatku glavnih mehanizama FAS upravljanja, dinamička pogreška brzine skretanja  $r_{err}$  postaje osjetno veća nego u prethodna dva slučaja, dok je odzivnost vozila usporediva s rezultatima dobivenim kod scenarija 2. Mehanizam FAS upravljanja za vrijeme dva OSC intervala svodi se na razdiobu normalnih sila između lijevih i desnih kotača, na način da se normalne sile prednjih kotača razmiču, a stražnjih približavaju. Na temelju konveksnosti bočne sile gume u odnosu na normalnu silu kotača (vidi sliku 2-3, te diskusiju u poglavlju 5 uz sliku 5-14), ovo djelovanje rezultira određenim gubitkom bočnih sila prednjih guma, i određenim povećanjem bočnih sila stražnjih guma, čime se generira OSC moment skretanja.

U scenariju FAS aktuatora s uzdužno simetričnom razdiobom sila (scenarij 4:  $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3}$  i  $\Delta F_{z2} = \Delta F_{z4}$ ; dvije slobodne upravljačke varijable), FAS aktuatoru je dozvoljeno povećati

ukupno opterećenje kotača (uvjet  $\Sigma \Delta F_{zi} = 0$  više ne vrijedi), ali ne može prenositi opterećenje između prednjih i stražnjih kotača. Stoga, FAS povećava amplitudu bočnog pomaka (v. odziv  $Y(t)$  na slici 6-3a) snažnim povećanjem ukupnog normalnog opterećenja kotača, tako da pozicionira vršne vrijednosti ukupne normalne sile kotača netom prije promjene smjera brzine skretanja. Na taj se način oštar propad opterećenja kotača više očituje na bočnim silama prednjih kotača u odnosu na stražnje zbog kašnjenja bočnog klizanja stražnjih kotača u odnosu na SWA (vidi odzive  $F_{yi}$  na slici 6-3b). Ovo rezultira u bržoj izgradnji komponente OSC momenta skretanja, koja stabilizira vozilo. Valja napomenuti da iako ova upravljačka strategija ne može pobuditi dinamiku poniranja, ona stvara značajne vršne vrijednosti akceleracije vozila u vertikalnom smjeru (oko 0.8g, tablica 6-1).



Slika 6-3a: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 do FAS4 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 1: osnovni odzivi.



Slika 6-3b: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 do FAS4 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 2: normalne sile kotača i bočne sile autoguma.

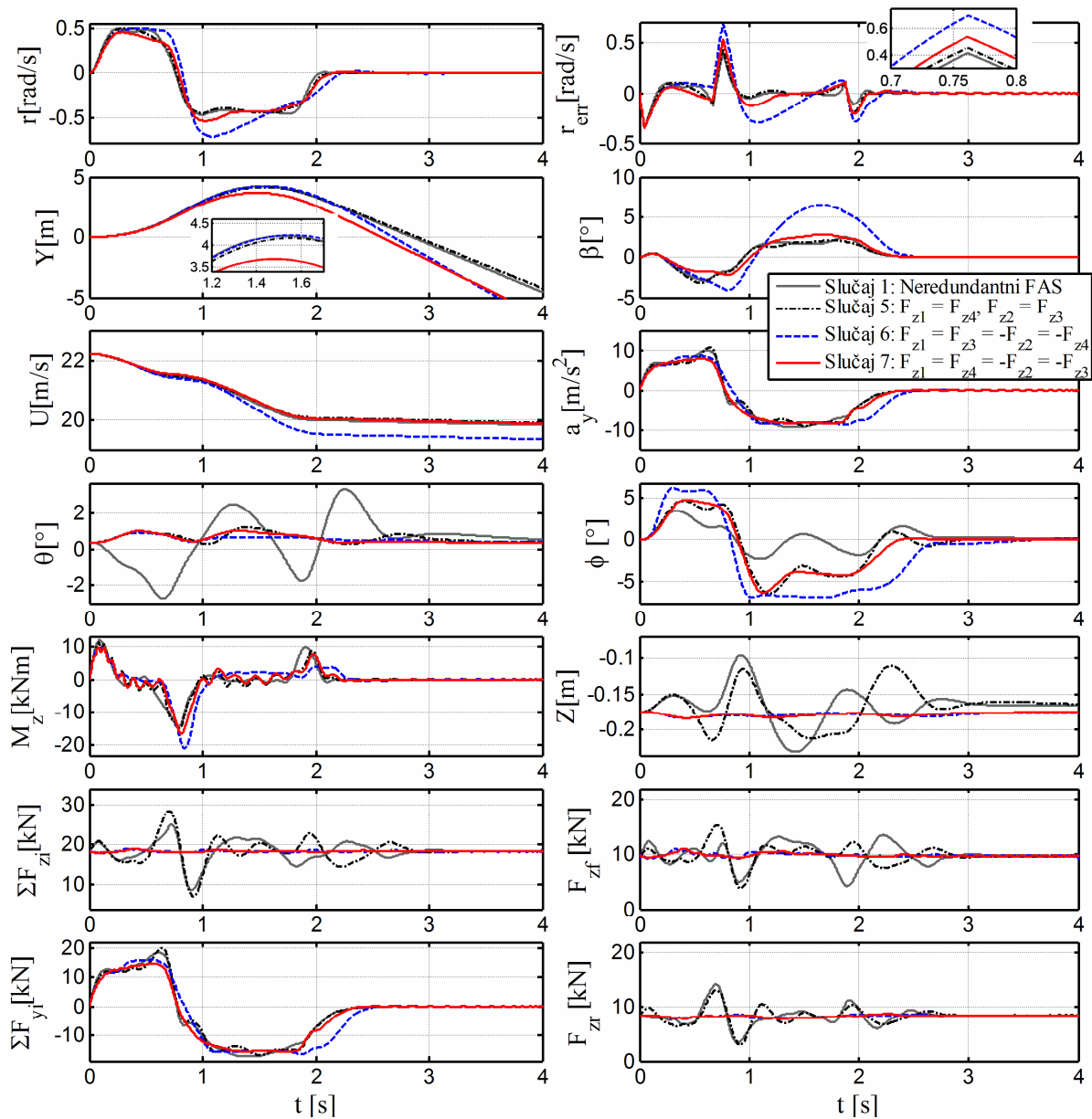
Slika 6-4 prikazuje rezultate optimiranja za preostale redundantne FAS scenarije (scenariji 5-7), usporedno s odzivom neredundantnog FAS aktuatora. U scenariju FAS aktuatora s dijagonalno simetričnom razdiobom sila (scenarij 5:  $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z4}$  i  $\Delta F_{z2} = \Delta F_{z3}$ ; dvije slobodne upravljačke varijable), kao i u scenariju 4, FAS aktuatoru je dozvoljeno povećati ukupno normalno opterećenje kotača, ali ne može prenositi opterećenje između prednjih i stražnjih kotača. Pritom postoji mala razlika u pronađenom rješenju u odnosu na slučaj 4, a to je da je nešto lošija bočna odzivnost "kompenzirana" nešto kvalitetnijim slijeđenjem referentne brzine skretanja. Ovo za posljedicu ima manju vršnu vrijednost akceleracije u vertikalnom smjeru  $dW/dt$  (vidi tablicu 6-1), koja se javlja prilikom stvaranja visokih amplituda bočne akceleracije te bočnog pomaka vozila.

U scenariju FAS aktuatora s uzdužno simetričnom i bočno anti-simetričnom razdiobom sila (slučaj 6:  $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z4}$ ; kombiniranje scenarija 3 i 4, samo jedna slobodna upravljačka varijabla), pogreška slijeđenja referentne brzine skretanja povećana je približno dvostruko u odnosu na prethodne FAS slučajeve, te postaje veća u odnosu na ESP slučaj (vidi tablicu 6-1). U nedostatku djelovanja na porast ukupnog normalnog opterećenja kotača i

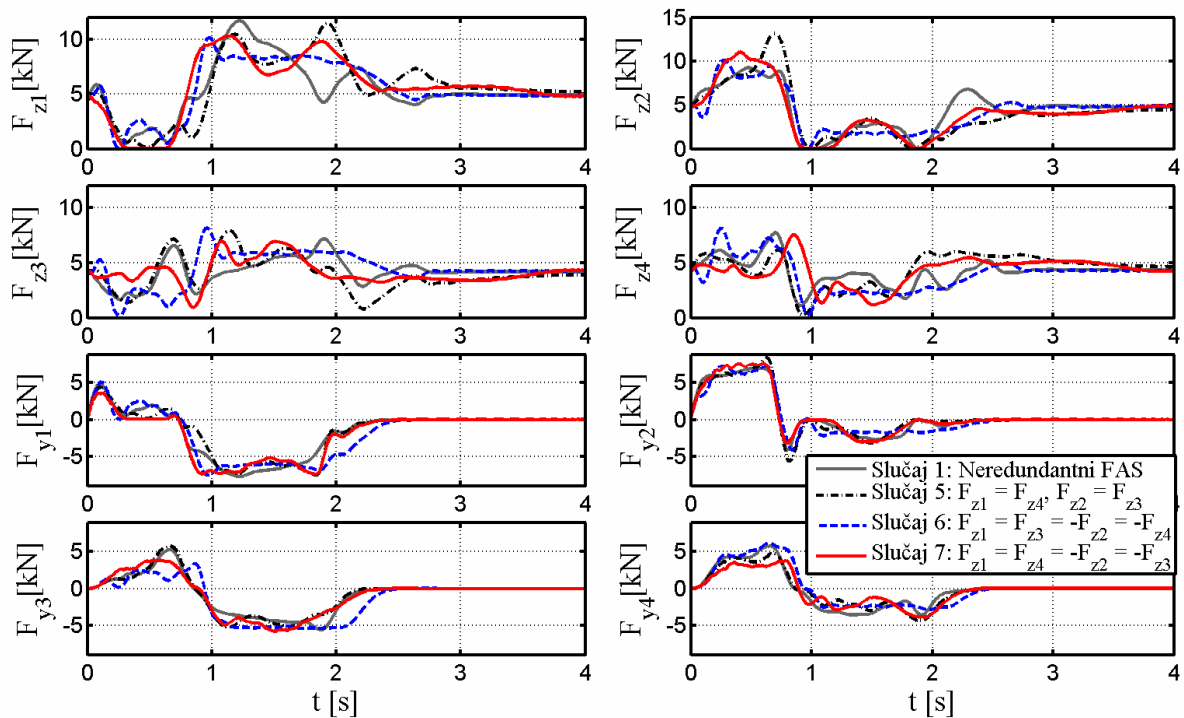


prijenos normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača, autoritet FAS upravljanja je veoma slab, ali dovoljno snažan da (granično) stabilizira vozilo (vidi vrijednosti  $\beta$  u tablici 6-1).

U scenariju FAS aktuatora s vezanom dijagonalno simetričnom razdiobom sila (scenarij 7:  $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z4} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z3}$ ; kombiniranje scenarija 5 i 3, samo jedna slobodna upravljačka varijabla), slično kao u scenariju 6, nije dopušteno djelovanje na porast ukupnog normalnog opterećenja kotača niti prijenos normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača. Međutim, rezultati su značajno bolji u usporedbi sa scenarijem 6, jer FAS koristi svojstvo konveksnosti bočne sile gume u odnosu na opterećenje kotača (vidi odzive  $F_{zi}$  na slici 6-4b), slično kao u scenariju 3. Pritom valja napomenuti da u scenariju 6 nije moguće koristiti navedeno svojstvo jer bi istovremeno smanjenje opterećenja kotača na jednoj strani vozila i povećanje opterećenja na drugoj strani vozila dovelo do značajnog porasta kuta valjanja. Ovo bi dovelo do kršenja ograničenja na deformaciju ovjesa (vidi odziv kuta valjanja  $\square$  na slici 6-4a, koji je osjetno veći za scenarij 6 u odnosu na preostale slučajeve zbog bočnog djelovanja FAS aktuatora).



Slika 6-4a: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 i FAS5 do FAS7 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 1: osnovni odzivi.

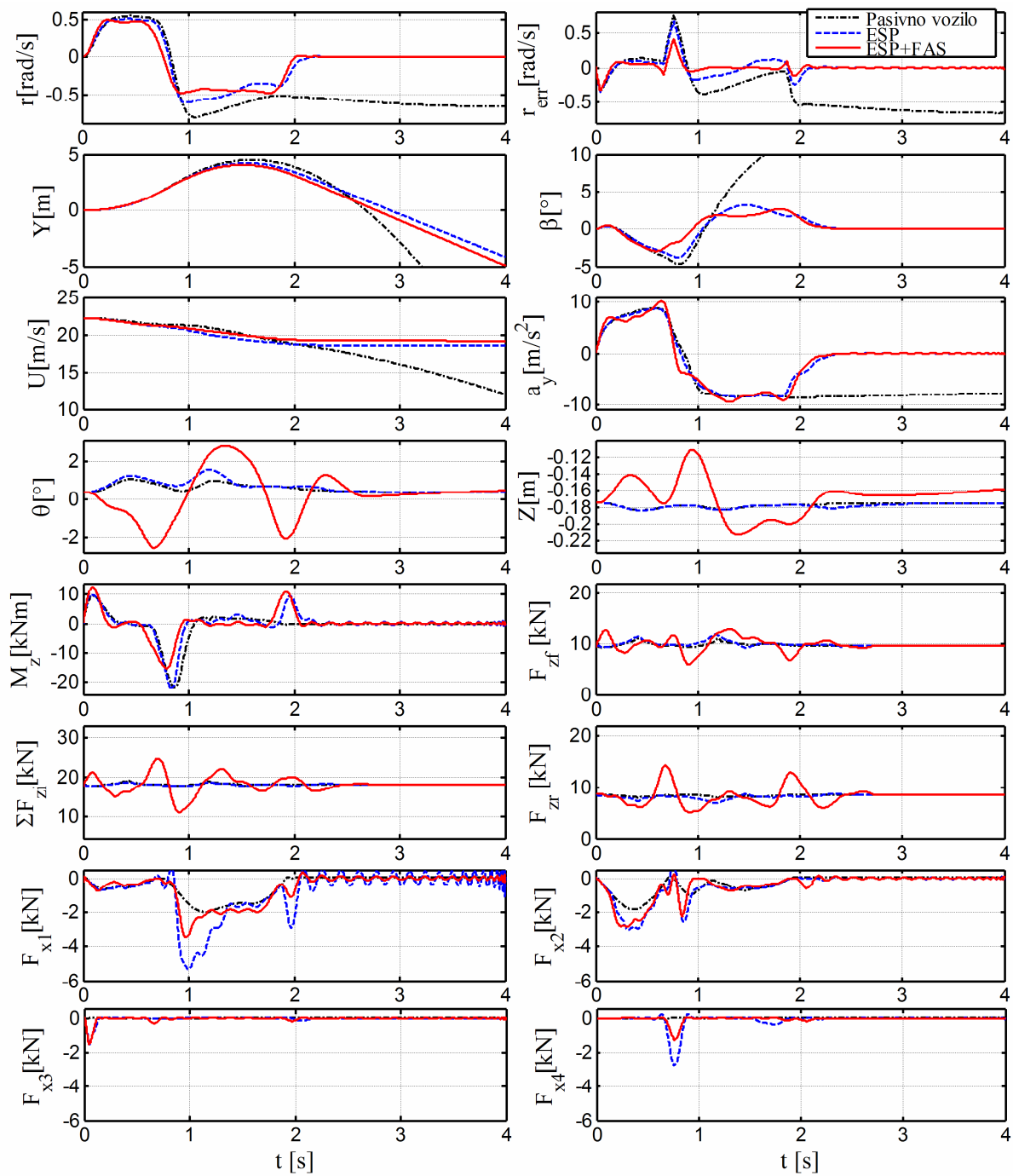


Slika 6-4b: Usporedni rezultati optimiranja za neredundantni i različite redundantne scenarije FAS upravljanja (slučajevi FAS1 i FAS5 do FAS7 iz tablice 6-1) i ESP test; dio 2: normalne sile kotača i bočne sile autoguma.

Slika 6-5 uključuje rezultate optimiranja FAS upravljačkih varijabli za kombiniranu ESP+FAS konfiguraciju. Ovi rezultati pokazuju da dodavanje FAS upravljanja na ESP sustav dovodi do značajnog smanjenja pogreške slijeđenja referentne brzine skretanja (45% niža standardna devijacija) i smanjenja vršne vrijednosti kuta bočnog klizanja vozila  $\beta$  (veću rezervu stabilnosti) u odnosu na osnovni ESP slučaj. Ovo je, kako je već prije objašnjeno, ostvareno povećanjem ukupnog normalnog opterećenja kotača (vidi  $\Sigma F_{z_i}$  oko  $t = 0.7$  s i  $t = 1.3$  s) i prijenosom normalnog opterećenja između prednjih i stražnjih kotača za generiranje OSC momenta skretanja (vidi  $F_{z_f}$  i  $F_{z_r}$  oko  $t = 0.65$  s i  $t = 1.9$  s). Također, agilnost je značajno poboljšana u odnosu na ESP slučaj (vidi  $U(t_f)$ ,  $t_f = 4$  s), jer ESP sustav koristi kočnice u manjoj mjeri (vidi  $F_{x1}, \dots, F_{x4}$ ).

S druge strane, usporedni pokazatelji kvalitete upravljanja za različite aktuatorске konfiguracije i FAS upravljačke strategije, dani u tablici 6-1, pokazuju da je pogreška brzine skretanja za kombiniranu ESP+FAS konfiguraciju samo neznatno smanjena u odnosu na neredundantni FAS slučaj, što ukazuje na dominantnost FAS upravljačkog djelovanja u odnosu na ESP djelovanje. Međutim, i u ovom slučaju valja napomenuti da usporedba FAS i

ESP djelovanja nije u potpunosti pristrana, zbog razloga opisanih prilikom njihove usporedbe na slici 6-2.



Slika 6-5: Rezultati optimiranja za FAS+ESP konfiguraciju i ESP test, s uključenom usporedbom u odnosu na slučajeve pasivnog vozila i ESP sustava

Slika 6-6 uključuje rezultate za slučaj optimiranja upravljanja okretnim momentom kočnica, koji pokazuju da aktivno upravljanje kočnicama može dati približno jednako slijedenje referentne brzine skretanja kao neredundantni FAS slučaj (vidi odziv pogreške brzine skretanja  $r_{err}$ ). Međutim, bočna odzivnost vozila je značajno pogoršana (vidi vršne vrijednosti  $Y(t)$ ) i agilnost vozila je smanjena zbog korištenja kočnica (vidi  $U(t_f)$ ,  $t_f = 4$  s). Budući da su kod ove usporedbe u oba slučaja primijenjeno (nekauzalno) optimiranje (u jednom slučaju FAS varijabli, a u drugom kočnih momenata), ova opažanja daju nepristranu potvrdu snažnog autoriteta FAS upravljanja u stabiliziranju vozila prilikom skretanja u kritičnim manevrima.

Tablica 6-1: Usporedni pokazatelji kvalitete upravljanja za različite aktuatorске konfiguracije i FAS upravljačke strategije ( $k=0.01$ )

Slučaj <sup>2</sup>	$\max(Y)$ [m]	$\text{RMS}^1(r_{err})$ [rad/s]	$ \dot{W} _m$ [m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]	$ \beta _m$ [°]	$ \theta _m$ [°]	$U(t_f)$ [m/s]
Pasivno vozilo	4.51	0.471	0.38	29.63	1.08	11.87
ESP	4.22	0.126	0.33	3.82	1.57	18.48
FAS1	4.21	0.073	5.28	2.85	3.37	19.82
FAS2	3.86	0.077	0.81	2.97	3.09	19.83
FAS3	3.81	0.096	0.33	2.46	1.08	19.88
FAS4	4.33	0.088	7.91	3.16	1.28	19.85
FAS5	4.16	0.083	6.23	3.16	1.23	19.90
FAS6	4.23	0.153	0.33	6.48	0.95	19.35
FAS7	3.69	0.097	0.33	2.78	1.05	19.86
ESP+FAS1	4.05	0.070	3.80	2.95	2.85	19.12
Aktivno upravljanje kočnicama	3.61	0.074	0.40	3.25	2.00	11.61

<sup>1</sup>RMS = standardna devijacija (engl. Root Mean Square)

<sup>2</sup>FAS1 - Temeljni (neredundantni) FAS (primijenjena su jedino ograničenja definirana u odjeljcima 6.1.1 i 6.1.2)

FAS2 - tvrdo ograničenje na ukupnu silu svih aktuatora  $\sum F_{zi} = 0$

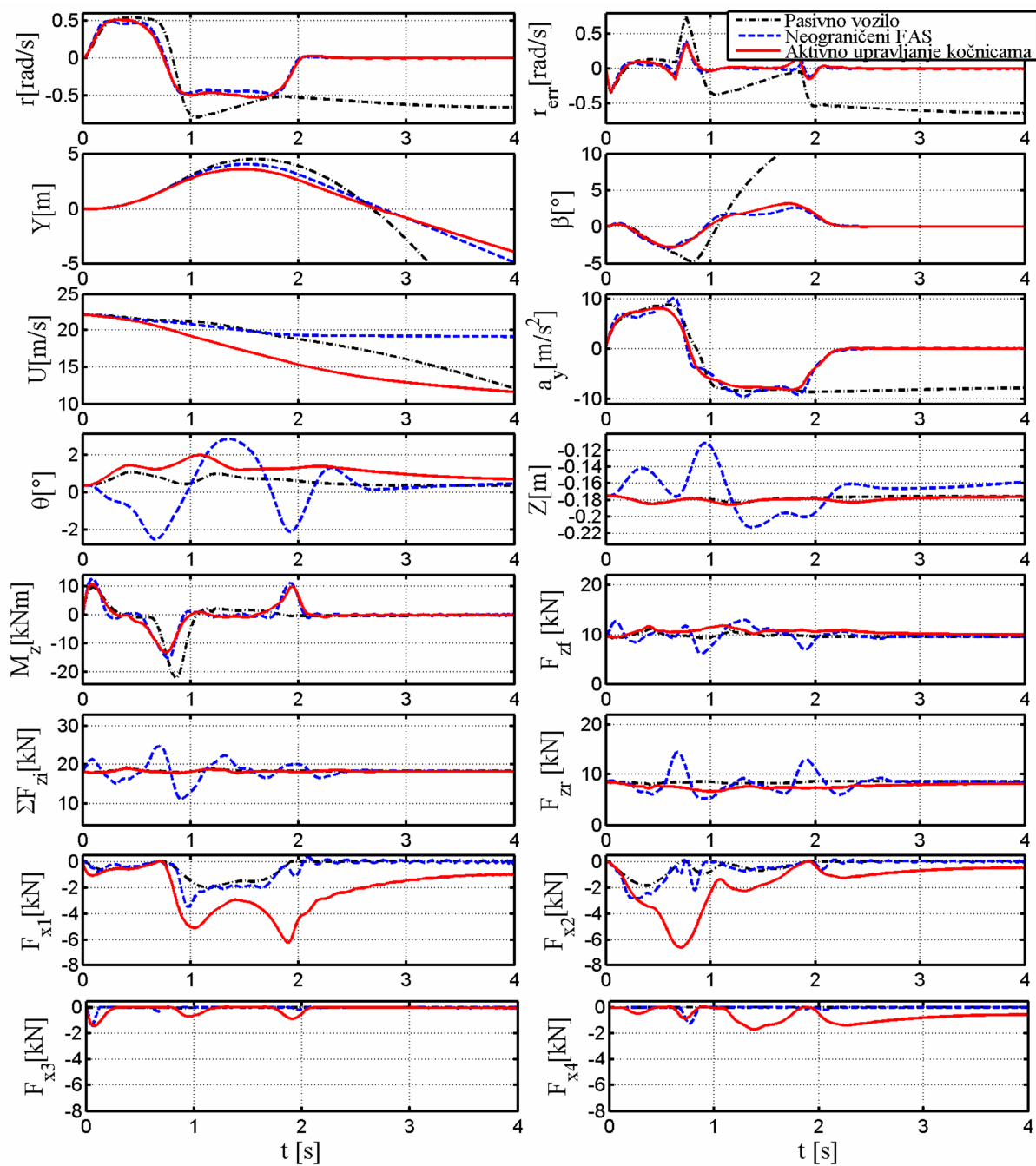
FAS3 - bočno anti-simetrična razdioba sila ( $\Delta F_{z1} = -\Delta F_{z2}$ ,  $\Delta F_{z3} = -\Delta F_{z4}$ )

FAS4 - uzdužno simetrična razdioba sila ( $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3}$ ,  $\Delta F_{z2} = \Delta F_{z4}$ )

FAS5 - dijagonalno simetrična razdioba sila ( $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z4}$ ,  $\Delta F_{z2} = \Delta F_{z3}$ )

FAS6 - uzdužno simetrična i bočno anti-simetrična razdioba sila ( $\Delta F_{z1} = \Delta F_{z3} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z4}$ )

FAS7 - vezana dijagonalno simetrična razdioba sila ( $F_{z1} = \Delta F_{z4} = -\Delta F_{z2} = -\Delta F_{z3}$ )



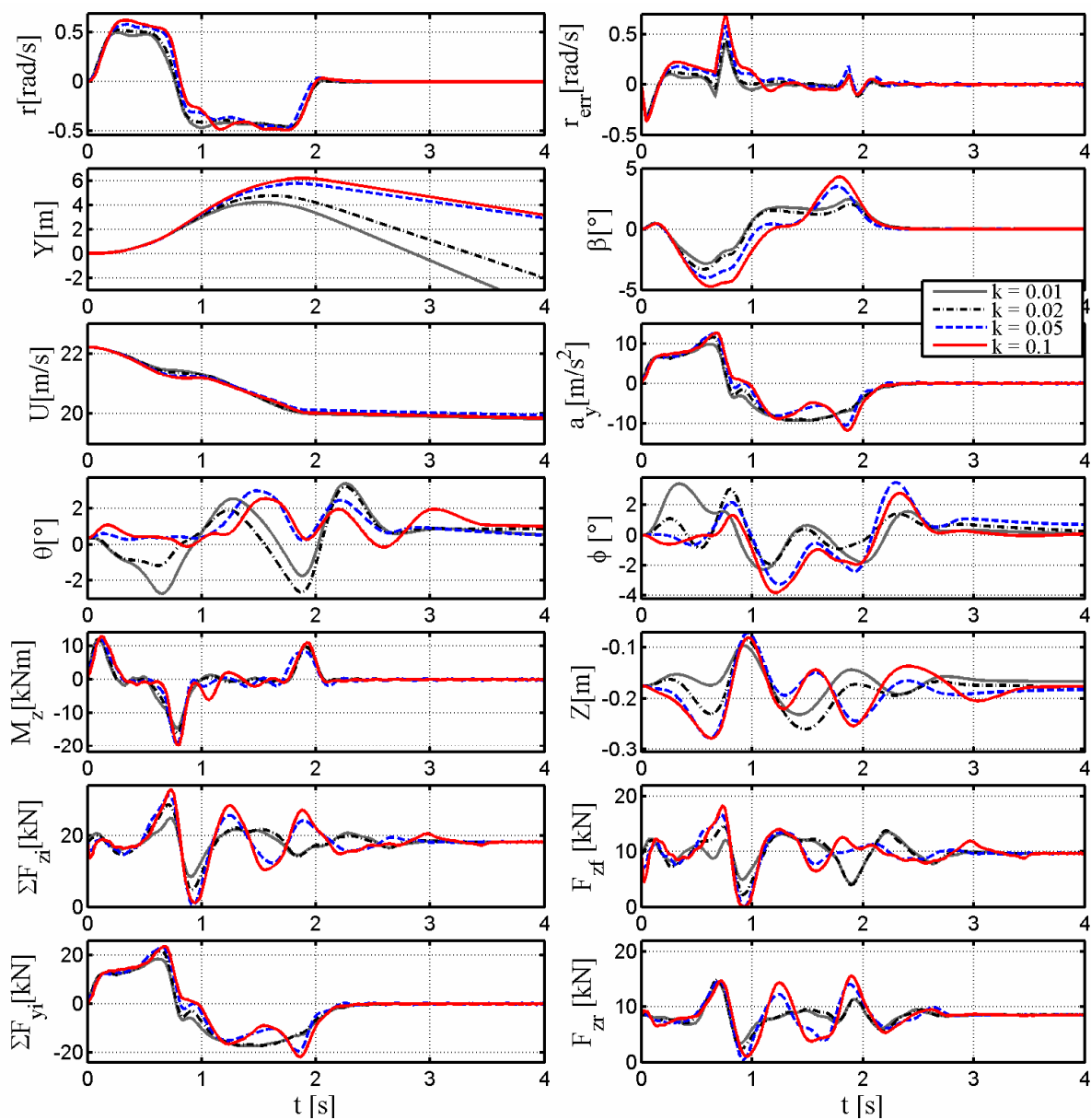
Slika 6-6: Rezultati optimiranja okretnih momenata kočnica za ESP test, s uključenom usporedbom u odnosu na slučajeve pasivnog vozila i optimiranog neredundantnog FAS upravljanja.

Slika 6-7 i tablica 6-2 ilustriraju utjecaj težinskog faktora  $k$  danog u ciljnoj funkciji (6-4). Povećanje ovog težinskog faktora poboljšava odziv vozila u pogledu veće amplitude bočnog pomaka  $Y_{\max}$ , ali se istovremeno javljaju sljedeći popratni efekti: (i) povećana pogreška slijeđenja brzine skretanja (tj. smanjenje rezerve stabilnosti koje se odražava u većoj

amplitudi kuta bočnog klizanja vozila  $\beta$ ), te (ii) visoke vršne vrijednosti vertikalne akceleracije vozila koje su povezane sa smanjenjem udobnosti vožnje. Usporedba vrijednosti u zadnjem retku tablice 6-2 s vrijednostima u drugom retku tablice 6-1 ukazuje na to da za slučaj za koji FAS daje kvalitetu slijedenja referentne brzine skretanja sličnu onoj za ESP sustav, poboljšanje u amplitudi bočnog pomaka (tj. bočnog odziva vozila) iznosi gotovo 50%.

*Tablica 6-2: Usporedni indeksi performansi za neredundantni FAS (Slučaj 1) i različiti težinski faktor  $k$  na odziv vozila (amplitudu bočnog pomaka)*

$k$	$\max(Y)$ [m]	$\text{RMS}(r_{err})$ [rad/s]	$ \dot{W} _m$ [m/s <sup>2</sup> ]	$ \beta _m$ [°]	$ \theta _m$ [°]	$U(t_f)$ [m/s]
0.01	4.21	0.073	5.28	2.85	3.37	19.82
0.02	4.76	0.083	7.27	3.30	3.19	19.85
0.05	5.77	0.113	9.60	4.02	2.96	19.94
0.1	6.20	0.136	9.19	4.72	2.53	19.84



Slika 6-7: Usporedni rezultati optimiranja uz FAS upravljanje s različitim iznosima težinskog faktora ciljne funkcije  $k$  za ESP test.



## 7. Optimiranje upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu smanjenja zaustavnog puta kod naglog kočenja

Ovo poglavlje uključuje istraživanje mogućnosti smanjenja zaustavnog puta pomoću aktivnog ovjesa, pri čemu se kao i u prethodnom poglavlju koristi potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode gibanja. Opisuje se modeliranje optimizacijskog problema te temeljem rezultata optimiranja provodi analiza mogućnosti skraćivanja zaustavnog puta za različite profile promjene koeficijenta trenja između autogume i podloge.

### 7.1 Formulacija optimizacijskog problema

#### 7.1.1 Ciljna funkcija i ograničenja

U ovom se poglavlju optimiranje provodi s ciljem pronalaska vektora upravljačkih varijabli  $\mathbf{u} = [T_1, \dots, T_4, \Delta F_{z1}, \dots, \Delta F_{z4}]$ , koji minimizira zaustavni put kao kriterij kvalitete kočenja. Međutim, u ovom istraživanju umjesto zaustavnog puta u varijabilnom vremenskom periodu (što vodi prema znatno složenijem optimizacijskom problemu) minimizirat će se konačnu uzdužnu poziciju  $X(t_f)$  vozila u fiksnom vremenskom intervalu  $0 \leq t \leq t_f$ :

$$J_0 = X(t_f). \quad (7-1)$$

Pritom se uključuju sljedeća tvrda ograničenja na momente kotača i uzdužno klizanje ( $i = 1, \dots, 4$ ):

$$-T_{\text{lim}} \leq T_i \leq 0, \quad (7-2)$$

$$-0.4 \leq \eta_i \leq 0.4, \quad (7-3)$$

kao i osnovna tvrda ograničenja na opterećenje kotača  $-F_{zi}$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , upravljačku varijablu  $\Delta F_{zi}$ , i hod ovjesa  $z_i$ :

$$F_{zi} \geq F_{z \text{ min}}, \quad (7-4)$$

$$-\Delta F_{z \text{ max}} \leq \Delta F_{zi} \leq \Delta F_{z \text{ max}}, \quad (7-5)$$

$$-d_j \leq z_i - z_{0i} \leq d_j. \quad (7-6)$$

gdje je  $z_{0i}$  početna (statička) deformacija ovjesa,  $F_{z \text{ min}} = 50 \text{ N}$  je donja granica normalne sile za

sprječavanje podizanja kotača,  $\Delta F_{z\max}=5$  kN je maksimalna sila FAS aktuatora i  $2d_j=0.2$  m je maksimalan hod ovjesa.

Osnovna ciljna funkcija  $J_0$ , dana jednadžbom (7-1), proširuje se s nekoliko mekih ograničenja na ključne varijable autogume kao i upravljačke varijable:

$$J = J_0 + k_1 \int_0^{t_f} \dot{\eta}_i^2 dt + k_2 \int_0^{t_f} \dot{F}_{zi}^2 dt + k_3 \int_0^{t_f} \Delta F_{zi}^2 dt + k_4 \int_0^{t_f} \Delta \dot{F}_{zi}^2 dt + k_5 \int_0^{t_f} T_i^2 dt + k_6 \int_0^{t_f} \dot{T}_i^2 dt , \quad (7-7)$$

pri čemu se prva dva integralna člana koriste s ciljem sprječavanja numeričke nestabilnosti odziva, treći i četvrti član ograničavaju forsiranje FAS upravljačkih varijabli te ujedno sprječavaju oscilacije upravljačkih varijabli, dok su peti i šesti član korišteni kao specifični slučajevi radi ilustracije utjecaja ograničene granične frekvencije aktuatora kočnica. Pritom su težinski faktori  $k_1, \dots, k_4$  odabrani s ciljem postizanja kompromisa između kvalitete kočenja i glatkog upravljačkog djelovanja. Njihove vrijednosti su postavljene na:  $k_1 = 0.0001$ ,  $k_2 = 0.00001$ ,  $k_3 = 0.01$  i  $k_4 = 0.01$ . Težinski faktori  $k_5$  i  $k_6$  indirektno definiraju graničnu frekvenciju aktuatora kočnica (veće vrijednosti faktora  $k_5$  i  $k_6$  efektivno vode na nižu graničnu frekvenciju kočnica), te su njihove vrijednosti za specifične optimizacijske scenarije dani u potpoglavlju 7.1.2.

U slučaju da se razmatra bočno različit koeficijent trenja (*engl. split- $\mu$* ), upravljački vektor  $\mathbf{u}$  proširuje se tako da uključuje upravljačke varijable aktivnog prednjeg ili aktivnog stražnjeg skretanja ( $\Delta\delta_r$  ili  $\delta_r$ ), a ciljna funkcija (7-7) proširuje se s penalizacijom brzine skretanja i bočnog pomaka radi održavanja ravne putanje vozila:

$$J^* = J + \int_0^{t_f} r^2 dt + \int_0^{t_f} Y^2 dt . \quad (7-8)$$

Cilj aktivnog skretanja je da osigura uzdužno gibanje vozila usprkos momentu skretanja koji se generira zbog tendencije optimiranog upravljanja da poveća uzdužne sile autoguma na onoj strani vozila na kojoj je povećan koeficijent trenja prema podlozi.

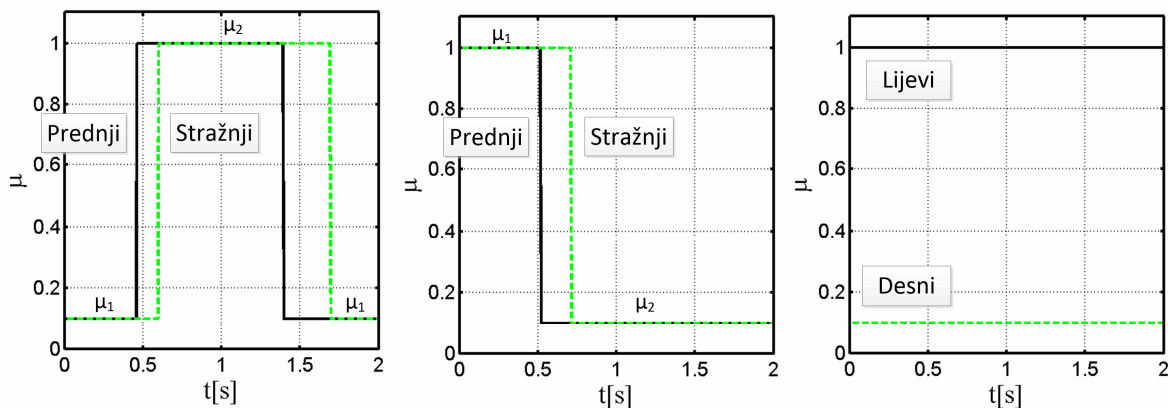
### 7.1.2 Optimizacijski scenariji

Razmatra se nekoliko različitih scenarija, prikazanih na slici 7-1, koji se razlikuju po načinu definiranja koeficijenta trenja između autoguma i podloge ( $\mu$ ). U svim slučajevima početna brzina vozila iznosi 22 m/s tj. 80 km/h. Prvi scenarij odnosi se na uzdužno promjenjivi

koeficijent trenja  $\mu$ , gdje postoji skokovita promjena koeficijenta trenja  $\mu$  između dvije vrijednosti ( $\mu_1$  i  $\mu_2$ ). Pritom su prednji i stražnji kotači izloženi istom  $\mu$ , s tim da je  $\mu$  na stražnjoj osovini prirodno zakašnjen u odnosu na prednju osovinu.

Drugi scenarij odnosi se na pulsni oblik uzdužno promjenjivog koeficijenta trenja, gdje se javljaju skokovite promjene  $\mu$  od iznosa  $\mu_1$  do iznosa  $\mu_2 > \mu_1$  i natrag u  $\mu_1$ , pri čemu  $d$  definira duljinu dijela ceste s visokim  $\mu$  ( $\mu = \mu_2$ ).

Konačno, razmatra se i prethodno spomenuti bočno-različiti koeficijent trenja, gdje su lijevi i desni kotači izloženi različitim (i konstantnim) koeficijentima trenja.



Slika 7-1: Oblici koeficijenta trenja za razmatrane scenarije.

## 7.2 Rezultati optimiranja

Temeljem rezultata optimiranja provodi se analiza mogućnosti skraćanja zaustavnog puta i odgovarajućeg djelovanja aktivnog ovjesa. Analiza obuhvaća različite profile koeficijenta trenja između autogume i podloge (v. sliku 7-1). Dodatno, ispituju se mogućnosti poboljšanja kvalitete upravljanja uz realističniji model kočnog (ABS) sustava koji uključuje oscilacije uzdužnog klizanja uslijed isprekidanog aktiviranja kočnica.

### 7.2.1 Uzdužno promjenjivi koeficijent trenja

Odzivi ključnih varijabli vozila kod kombinirano optimiranih upravljačkih varijabli FAS aktuatora i kočnica prikazan je na slici 7-2 za scenarij pulsno promjenjivog koeficijenta trenja i relativno dugačak dio ceste s visokim koeficijentom trenja ( $d = 15$  m; vidi

odziv  $\mu$ ). Optimirani sustav kočnica (crtkano označeni odzivi na slici 7-2) smanjuje zaustavni put na način da maksimizira kočnu silu tako da drži uzdužno klizanje u blizini maksimuma uzdužne statičke karakteristike gume (na vrijednostima nešto nižim od 10%, vidi uzdužnu statičku karakteristiku gume na slici 2-8), što odražava način ABS djelovanja (vidi opis ABS sustava u odjeljku 2.2.3). Ovi odzivi demonstriraju da optimirani sustav kočnica i FAS aktuatora može smanjiti zaustavni put za vrijeme razmatranog fiksnog vremenskog intervala od 2 s za 4.9% u usporedbi s optimiranim sustavom kočnica (bez FAS aktuatora). Poboljšanje ukupne kvalitete kočenja objašnjava se povećanim normalnim opterećenjem kotača za vrijeme trajanja visokog koeficijenta trenja  $\mu$  (vidi odzive  $F_{zf}$ ,  $F_{zr}$  i  $\mu$  na slici 7-2). Ovo djelovanje povećava potencijal trenja između autoguma i podloge za vrijeme trajanja visokog koeficijenta trenja  $\mu$ , čime se omogućava povećanje kočnih momenata kotača (vidi  $T_1 \approx T_2$  i  $T_3 \approx T_4$ ) te kočnih uzdužnih sila, bez izazivanja snažnog porasta uzdužnog klizanja (vidi  $\eta_1$  i  $\eta_3$ ). Ovo konačno rezultira porastom uzdužne deceleracije  $-a_x$  i smanjenjem zaustavnog puta vozila.

Kao što je uočeno u poglavljima 4-6, FAS djelovanje inherentno uključuje faze pripreme i popuštanja u kojima je povećanje normalnog opterećenja kotača prethodeno i slijedeno sa smanjenjem opterećenja kotača. U slučaju kočenja, ovo je potrebno kako bi se maksimizirala kočna sila u intervalu visokog koeficijenta trenja u prisustvu ograničenja na hod ovjesa (vidi odziv pomaka u vertikalnom smjeru  $Z$  na slici 7-2, čiji hod odražava individualne odzive hoda ovjesa  $z_i$  s ograničenjem  $\pm 0.1$  m, jednadžba (7-6)). Budući da se normalno opterećenje kotača relaksira za vrijeme niskih vrijednosti koeficijenta trenja  $\mu$  (tj. smanjuje u odnosu na sustav bez uključenog FAS djelovanja, vidi usporedne odzive  $F_{zf}$  i slično  $F_{zr}$  na slici 7-2), to dovodi do određenog negativnog utjecaja na deceleraciju vozila. Međutim, taj utjecaj je manji nego pozitivni utjecaj porasta opterećenja kotača za vrijeme visokih vrijednosti  $\mu$  (vidi odziv  $a_x$ ), što u konačnici rezultira smanjenjem zaustavnog puta. Pritom valja napomenuti da se, za konkretni slučaj relativno dugačkog dijela ceste s visokim  $\mu$  (15 m), propad momenta može pojaviti i za vrijeme perioda visoke vrijednosti  $\mu$  (vidi odziv  $F_{zf}$  na slici 7-2).

Sporadni efekti FAS djelovanja su povezani s određenom degradacijom udobnosti vožnje zbog: (i) velike pobude gibanja vozila u vertikalnom smjeru ( $\pm 10$  cm; 0.7 m/s;  $4.37 \text{ m/s}^2 \approx 0.5g$ ; vidi odziv  $Z$ ) i (ii) pojave dodatnih oscilacija u odzivu kuta poniranja  $\theta$ .

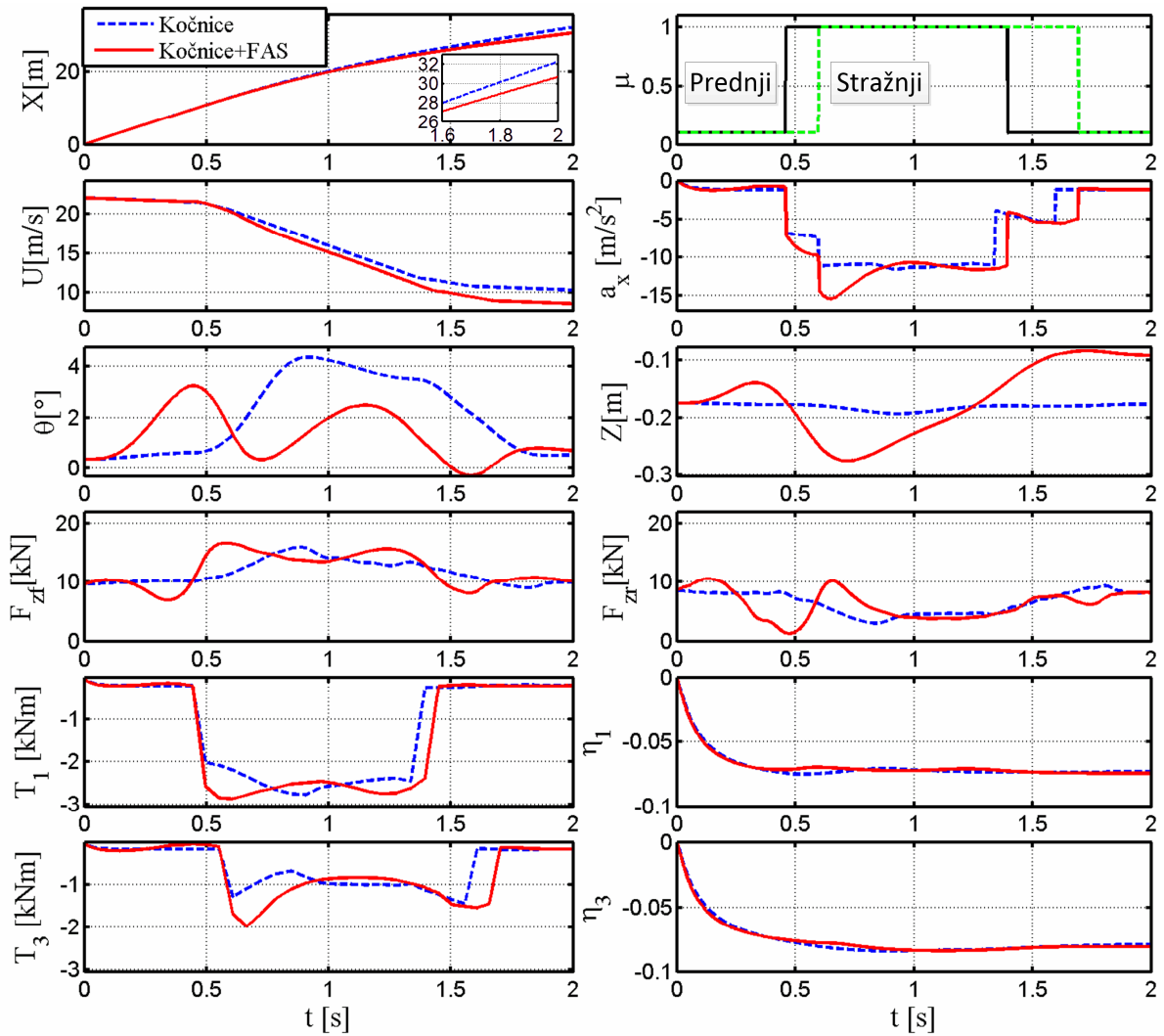
Slika 7-3 prikazuje rezultate za isti manevar, ali uz kraću duljinu dijela ceste s visokim koeficijentom trenja  $\mu$  ( $d = 5$  m). Cjelokupni odziv sustava je sličan odzivu za  $d = 15$  m

prikazanim na slici 7-2, a smanjenje zaustavnog puta je približno jednako (4.7% u odnosu na 4.9% za  $d = 15$  m). Međutim, u ovom slučaju ne dolazi do smanjenja koeficijenta trenja za vrijeme visokog  $\mu$  (vidi odzive  $F_{zf}$  i  $F_{zr}$ ), jer izdizaj normalne sile kotača može biti potpun (za dani, limitirani hod ovjesa) ako je interval visokog  $\mu$  dovoljno kratak.

Tablica 7-1 prikazuje usporedne pokazatelje kvalitete upravljanja za isti manevar (retci označeni rječju "Pulsni  $\mu$ "), uključujući i srednju duljinu dijela ceste s visokim  $\mu$  ( $d = 10$  m). I u slučaju  $d = 10$  m smanjenje zaustavnog puta iznosi približno 5%. Vertikalna akceleracija, kao mjera udobnosti vožnje, najveća je u slučaju kratkog intervala visokog  $\mu$  za koji je moguće proizvesti snažni i konstantni porast normalne sile kotača.

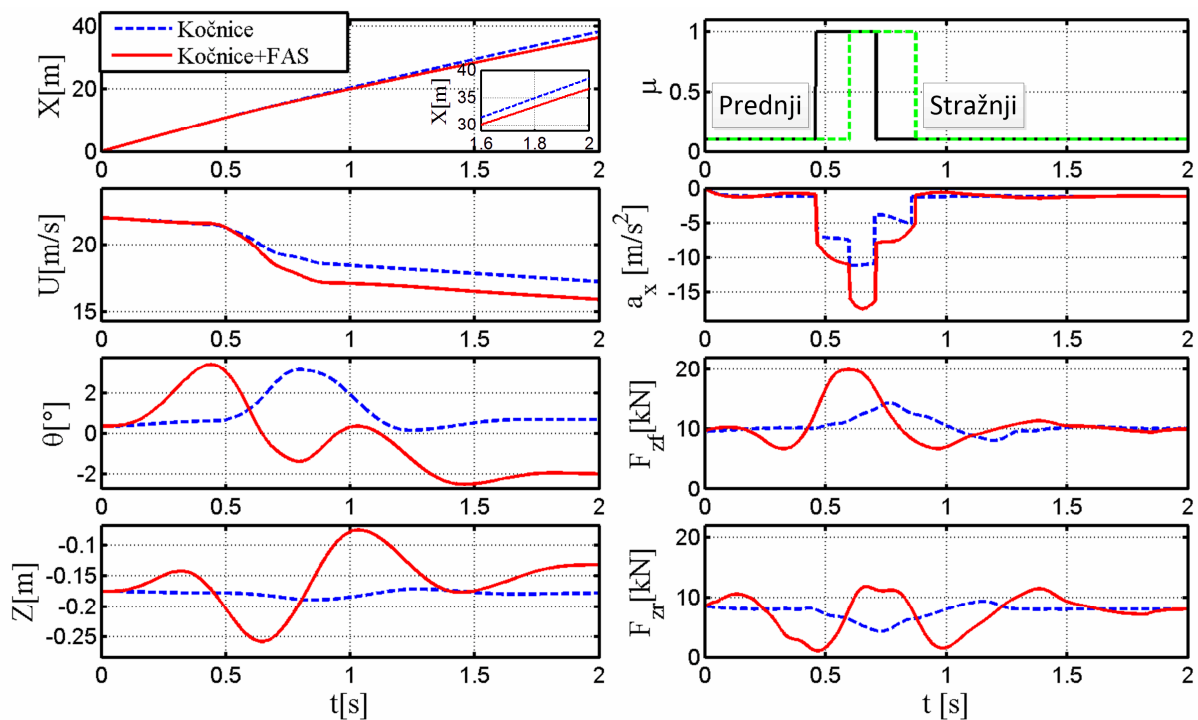
Slika 7-4 prikazuje rezultate optimiranja za uzdužno promjenjivi koeficijent trenja  $\mu$  (s jednom skokovitom promjenom, s  $\mu_1$  na  $\mu_2 < \mu_1$ ) za slučaj  $\mu_2 \ll \mu_1 = 1$  (slučaj "Uzdužni  $\mu$  #1" u tablici 7-1). Premda je smanjenje zaustavnog puta i dalje značajno (2.2%), ono je ipak približno prepolovljeno u odnosu na slučaj pulsno promjenjivog  $\mu$  (s istim  $\mu_1$  i  $\mu_2$ ), što se može objasniti prisutnošću jedne skokovite promjene  $\mu$  u odnosu na dvije za pulsno promjenjivi  $\mu$ , tj. pojavom izdizanja normalne sile kotača samo na jednom umjesto na dva brida promjene  $\mu$ . Kada je  $\mu_1$  reduciran na samo  $2\mu_2 = 0.2$  (slika 7-5, slučaj "Uzdužni  $\mu$  #2" u tablici 7-1), smanjenje zaustavnog puta pada na vrijednost od samo 0.2%. To je stoga što porast normalne sile za vrijeme visokog  $\mu$  više nije dominantan u odnosu na pad normalne sile za vrijeme niskog  $\mu$ . Dakle, FAS može osigurati značajno poboljšanje kvalitete kočenja jedino ukoliko je razlika između vrijednosti visokog  $\mu$  i niskog  $\mu$  dovoljno velika, te također ukoliko je frekvencija promjene  $\mu$  dovoljno visoka.

Valja napomenuti da se konačna, tj. stacionarna vrijednost odziva pomaka vozila u vertikalnom smjeru,  $Z(t_f)$ , razlikuje kod FAS slučaja u odnosu na pasivno vozilo i ESP upravljanje. Ovo se može izbjeći korištenjem ograničenja na varijablu  $Z(t_f)$ . Međutim, navedena formulacija optimizacijskog problema nije korištena iz sljedećih razloga: (i) uključenje dodatnih ograničenja može rezultirati smanjenim performansama i (ii) pristrana (slobodna) vrijednost  $Z(t_f)$  (kao i nekih drugih varijabli, poput kuta poniranja  $\theta$ ) može biti dozvoljena tijekom sigurnosno-kritičnih manevara [103]. Potonje vrijedi jer se pomak vozila u vertikalnom smjeru i ostale povezane varijable mogu lako dovesti na njihove prirodne/stacionarne vrijednosti (smanjenjem upravljačkih varijabli na vrijednost nula) kada su radni uvjeti sigurni (tj. kada se vozilo zaustavi na kraju manevara zaustavnog puta).



Napomena: Kočni momenti i uzdužna klizanja desnih kotača su približno jednaki kao i na lijevim kotačima ( $T_1 \approx T_2$ ,  $T_3 \approx T_4$ ,  $\eta_1 \approx \eta_2$ ,  $\eta_3 \approx \eta_4$ ).

Slika 7-2: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj širokog pulsog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  (slučaj "Pulsni  $\mu$ ,  $d = 15$  m" iz tablice 7-1).



Slika 7-3: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj širokog pulsno oblika koeficijenta trenja  $\mu$  (slučaj "Pulsni  $\mu$ ,  $d = 5$  m" iz tablice 7-1).

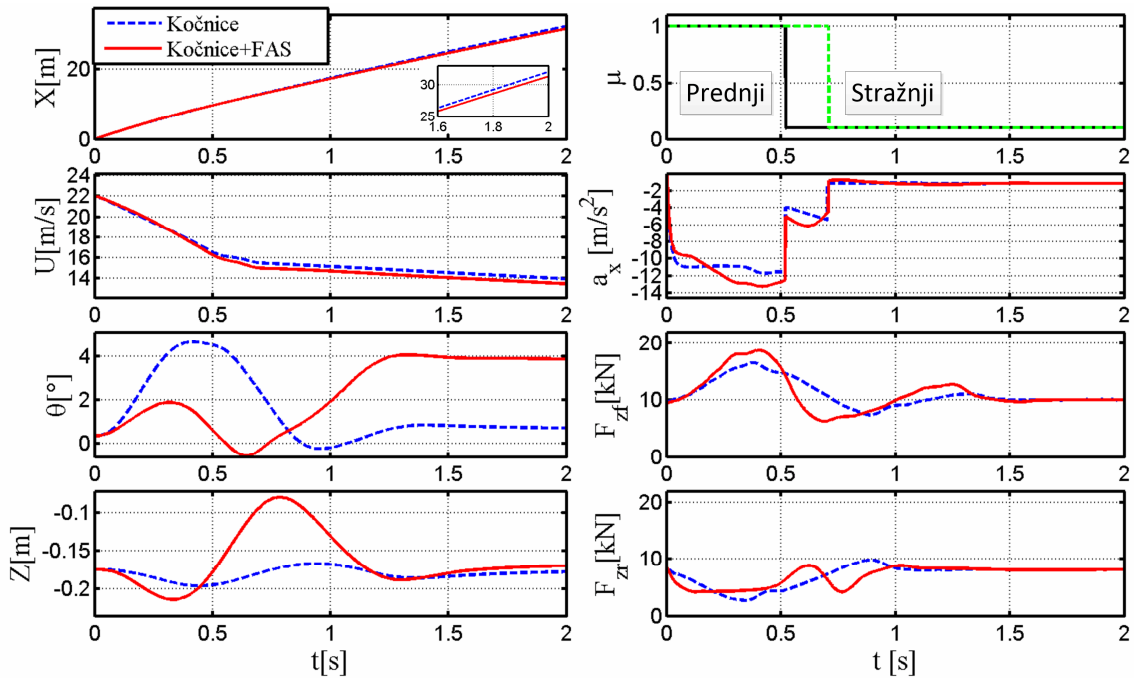
Tablica 7-1: Usporedni pokazatelji kvalitete upravljanja kočenjem za različite scenarije promjene koeficijenta trenja  $\mu$  i razne aktuatorске konfiguracije.

Slučaj	$\mu_1$	$\mu_2$	$k_5$	$k_6$	Smanjenje zaustavnog puta [%]	$ \dot{W} _{max}$ [ $m/s^2$ ]*	$ \theta _{max}$ [°]*
Konstantni $\mu$ #1	1	1	0	0	0.5	1.70 vs. 0.87	4.32 vs. 4.67
Konstantni $\mu$ #2	1	1	0.01	0.01	1.4	2.52 vs. 0.95	2.02 vs. 4.61
Konstantni $\mu$ #3	1	1	0.01	0.09	3.5	0.91 vs. 0.51	1.54 vs. 3.76
Uzdužni $\mu$ #1	1	0.1	0	0	2.2	3.75 vs. 0.88	4.07 vs. 4.67
Uzdužni $\mu$ #2	0.2	0.1	0	0	0.2	2.56 vs. 0.17	1.56 vs. 1.00
Pulsni $\mu$ , $d = 5$ m	0.1	1	0	0	4.7	6.90 vs. 0.66	3.46 vs. 3.19
Pulsni $\mu$ , $d = 10$ m	0.1	1	0	0	4.3	5.19 vs. 0.92	2.76 vs. 4.50
Pulsni $\mu$ , $d = 15$ m	0.1	1	0	0	4.9	4.34 vs. 0.73	3.26 vs. 4.37
Bočni $\mu$ & AFS	1	0.1	0	0	2.1	1.20 vs. 0.58	1.62 vs. 2.03
Bočni $\mu$ & ARS	1	0.1	0	0	1.5	1.30 vs. 0.30	1.31 vs. 2.21
ABS, $f = 5$ Hz	1	1	0	0	1.0	2.47 vs. 0.94	4.32 vs. 4.09
ABS, $f = 10$ Hz	1	1	0	0	0.8	1.63 vs. 1.00	4.31 vs. 4.10

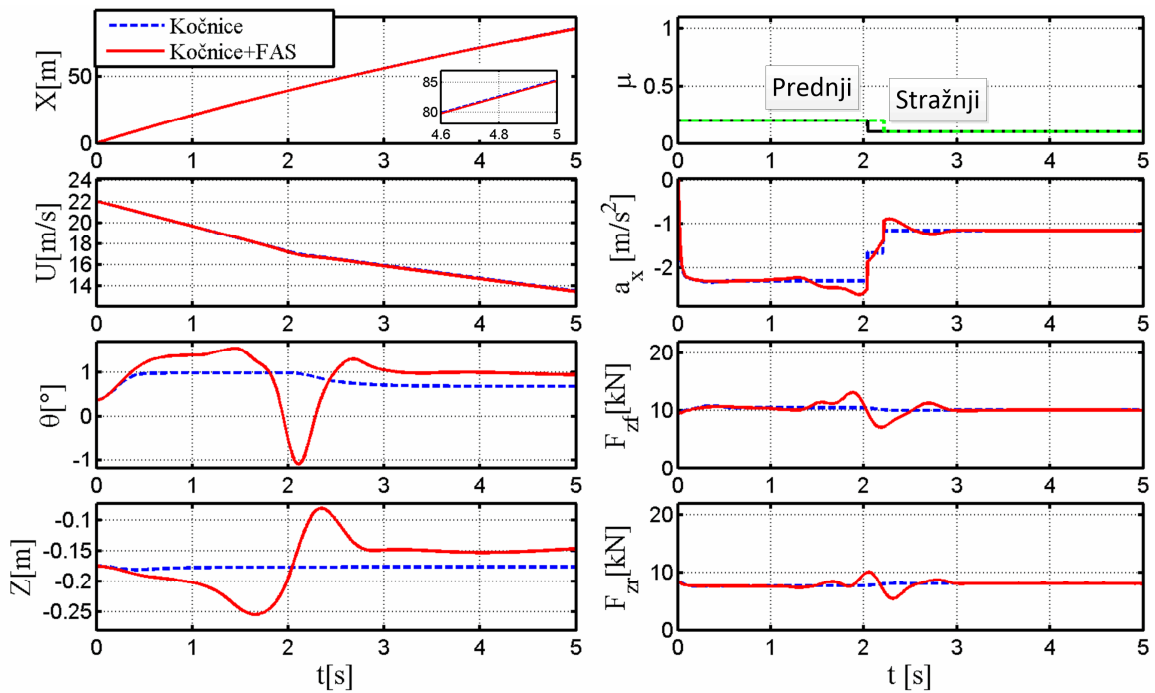
$d$  = Duljina dijela ceste s koeficijentom trenja  $\mu = \mu_2 > \mu_1$  za pulsni  $\mu$

$f$  = Frekvencija reference uzdužnog klizanja

\* - Kočnice+FAS slučaj u usporebi sa (vs.) slučajem primjene samo kočnica



Slika 7-4: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj uzdužno promjenjivog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  za slučaj  $\mu_2 \ll \mu_1 = 1$  (slučaj "Uzdužni  $\mu$  #1" iz tablice 7-1).

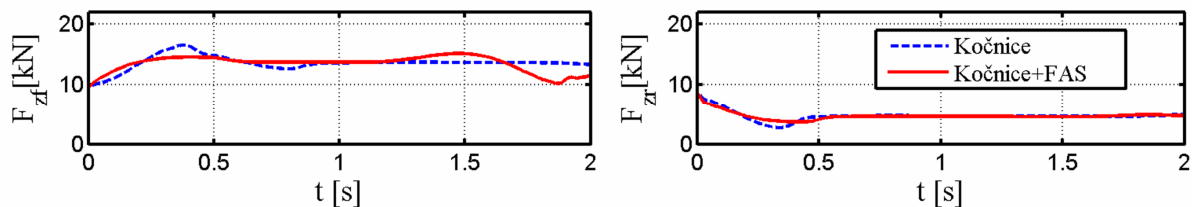


Slika 7-5: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora, za slučaj uzdužno promjenjivog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  za slučaj  $\mu_1 = 2\mu_2 = 0.2$  (slučaj "Uzdužni  $\mu$  #2" iz tablice 7-1).



## 7.2.2 Konstantni koeficijent trenja

U slučaju konstantnog koeficijenta trenja  $\mu$ , smanjenje zaustavnog puta zasnovano na FAS aktuatoru postaje nezatno (0.5% prema tablici 7-1). Ovo se može objasniti činjenicom da se povećanje i smanjenje normalne sile kotača u potpunosti kompenzira kako  $\mu$  teži u konstantnu vrijednost. Blago smanjenje zaustavnog puta povezano je sa specifičnim upravljačkim djelovanjem FAS aktuatora u svrhu oblikovanja prijelazne pojave normalne sile kotača u početnim trenucima manevra kočenja. Pritom prijenos normalnog opterećenja od stražnjih prema prednjim kotačima (iniciran kočenjem) postaje aperiodički, tj. prebačaj je smanjen u odnosu na ponašanje vozila s pasivnim ovjesom (vidi sliku 7-6). Time se izbjegava određeno smanjenje sile kočenja prednjeg kotača zbog konveksnosti funkcije uzdužne sile gume o normalnoj sili kotača (v. Sl. 2-3).

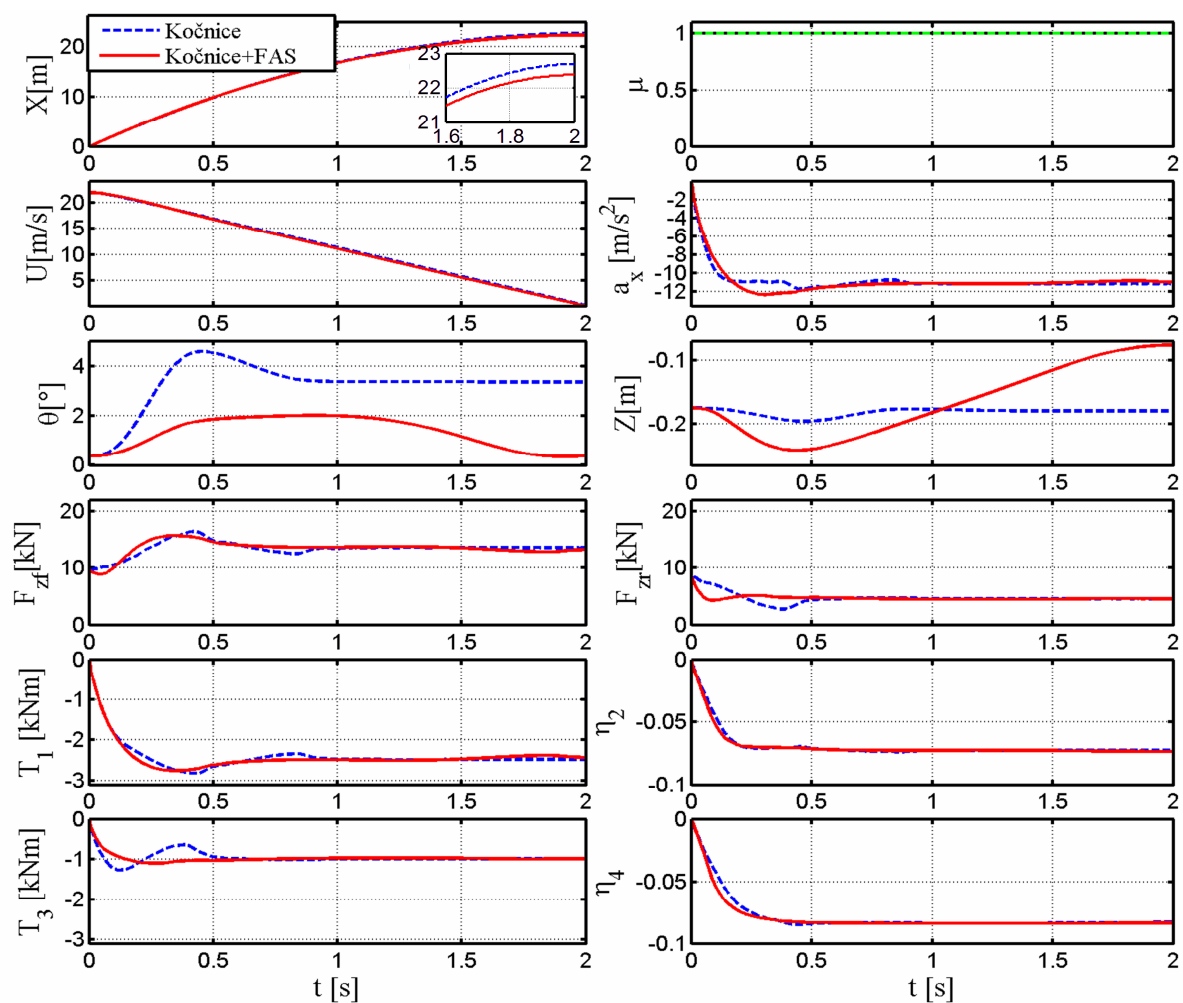


Slika 7-6: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  (slučaj "Konstantni  $\mu$  #1" iz tablice 7-1).

Efekt smanjenja zaustavnog puta postaje značajniji (smanjenje za 1.4%, scenarij "Konstantni  $\mu$  #2" u tablici 7-1) ukoliko je odziv momenta kočenja sporiji tj. ukoliko aktuator kočnica ima nižu graničnu frekvenciju od FAS aktuatora (vidi također [104]). Ovaj scenarij je implementiran u optimizacijskoj proceduri dodavanjem mekih ograničenja na upravljačku varijablu momenta kočenja i njene derivacije (težinski faktori  $k_5$  i  $k_6$  ciljne funkcije (7-7) su povećani s 0 na 0.01). Odgovarajući odziv sustava prikazan je na slici 7-4. FAS doprinosi poboljšanju kvalitete kočenja povećanjem normalnog opterećenja kotača (posebice na stražnjoj osovini, vidi odziv  $F_{zr}$ ) za vrijeme stacioniranja kočnog momenta (vidi odzive  $T_1$  i  $T_3$ ). Ovo rezultira u povećanju uzdužne deceleracije  $-a_x$  kada je ona inače velika, čime se postiže određeno smanjenje zaustavnog puta.

FAS se priprema za navedeno djelovanje smanjenjem opterećenja kotača na samom početku manevra. Međutim, ovo nema veliki utjecaj na uzdužnu deceleraciju jer je moment kočenja

još nizak za vrijeme tog perioda. Povećanje opterećenja kotača je uglavnom primijenjeno na stražnju osovinu, jer je opterećenje kotača manje na toj osovini tako da je  $F_{xt}(F_z)$  karakteristika autogume za taj slučaj linearna (nije u području zasićenja, vidi krivulju  $F_{yt}(F_z)$  na slici 2-3), dajući time veći autoritet upravljanja. Nedostatak navedenog FAS djelovanja je, ponovno, povezan sa smanjenjem udobnosti vožnje zbog značajnog djelovanja na gibanje vozila u vertikalnom smjeru (vertikalna akceleracija i brzina su redom  $0.38 \text{ m/s}$  i  $2.52 \text{ m/s}^2$ , vidi sliku 7-7 i tablicu 7-1), ali je s druge strane odziv kuta poniranja  $\theta$  jače prigušen. U slučaju daljnjeg smanjenja granične frekvencije aktuatora kočnica (scenarij "Konstantni  $\mu$  #3" u tablici 7-1), zaustavni put se dodatno smanjuje i to za relativno visokih 3.5%.



Slika 7-7: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  (slučaj "Konstantni  $\mu$  #2" iz tablice 7-1).

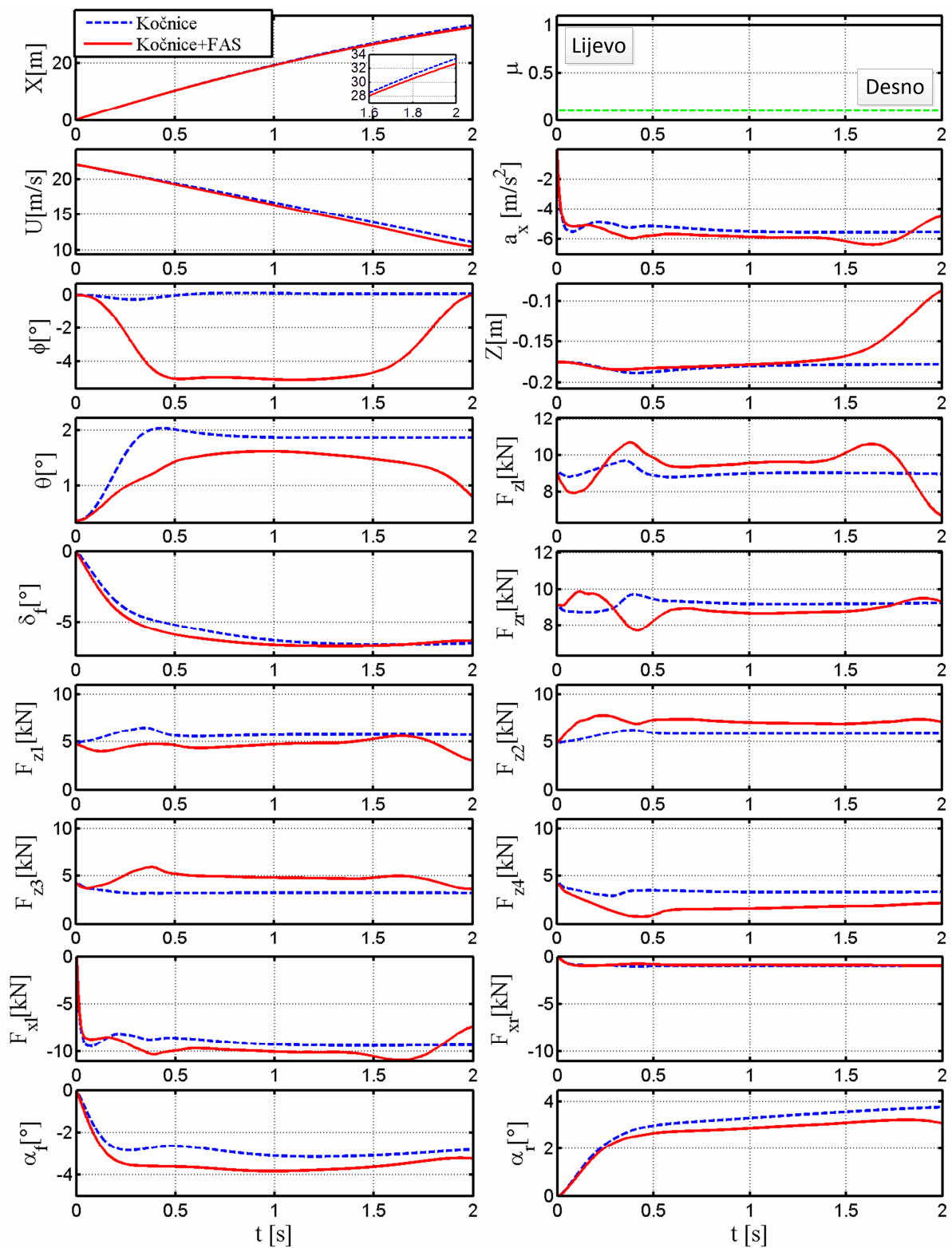
### 7.2.3 Bočno-različiti koeficijent trenja

Slika 7-8 prikazuje rezultate optimiranja za scenarij bočno-promjenjivog  $\mu$  ( $\mu$  iznosi 1 i 0.1 za, redom, lijeve i desne kotače). Očekivano, FAS više opterećuje kotače na strani vozila s većim  $\mu$  (lijeva strana, usporedi odzive  $F_{z1}$  i  $F_{zr}$ ). Ovo dovodi do povećanja uzdužne deceleracije vozila tijekom većeg dijela manevra, te se zaustavni put smanjuje za 2.1% (vidi tablicu 7-1, scenarij "Bočni  $\mu$  & AFS"). Kako bi se suprostavilo pozitivnom momentu skretanja koji se javlja kao posljedica različitih kočnih sila na lijevim i desnim kotačima, optimirane upravljačke varijable aktivnog prednjeg skretanja (AFS) postaju negativne (vidi odziv kuta skretanja prednjih kotača,  $\delta_f$ ). Amplituda ovog kuta, kao i odgovarajuća amplituda kuta bočnog klizanja prednjih kotača ( $\alpha_f$ ), je blizu vrijednosti lijeve granice zasićenog dijela statičke krivulje bočne dinamike autogume (vidi sliku 2-3). Ovo znači da je normalno opterećenje kotača na strani većeg  $\mu$  (i rezultirajuća deceleracija  $-a_x$ ) povećano u mjeri u kojoj moment skretanja izazvan nejednolikim lijevim i desnim kočnim silama može biti balansiran momentom skretanja uslijed bočnih sila autogume. Pritom FAS upravljačko djelovanje rezultira stacionarno-negativnim kutom valjanja  $\phi$ , tj. šasija se naginje prema kotačima na većem  $\mu$  (lijevim kotačima u danom slučaju). S druge strane, ovo djelovanje ne utječe na dinamiku gibanja u vertikalnom smjeru. Prijelazna pojava kuta poniranja ( $\theta$ ) je ponovno glađa u odnosu na slučaj u kojem su uključene samo kočnice.

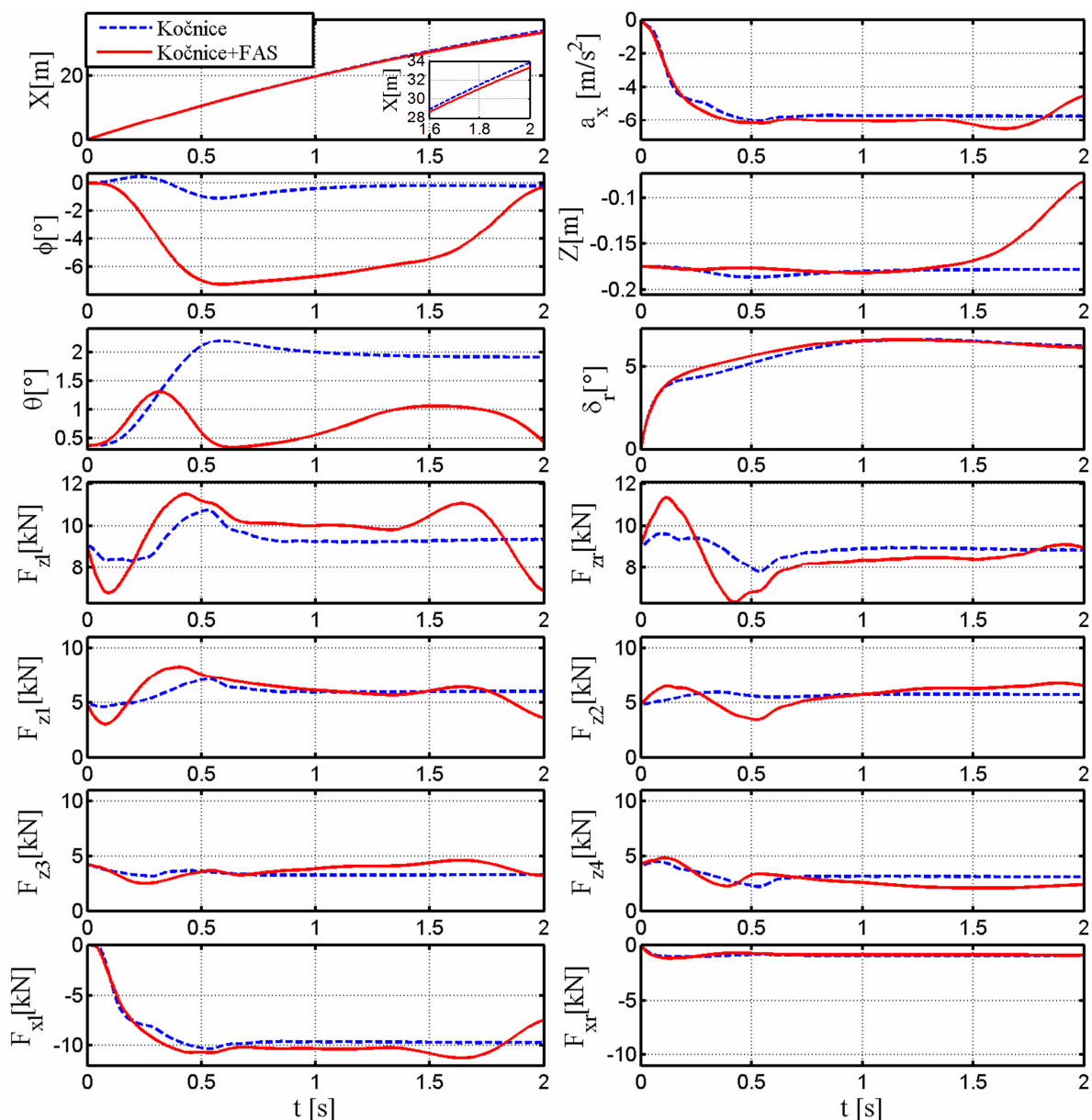
Normalno opterećenje kotača na strani s većim  $\mu$  (lijevoj strani) nije jednako distribuirano na prednjim i stražnjim kotačima. Štoviše, povećanje normalnog opterećenja se događa samo na stražnjem lijevom kotaču (vidi odziv  $F_{z3}$ ), dok na prednjem lijevom kotaču dolazi do pada opterećenja u manjoj mjeri (vidi odziv  $F_{z1}$ ). Ovo služi radi ostvarenja izdizanja momenta kočenja na kotaču s većim potencijalom trenja (prema krugu trenja gume prikazanom na slici 2-3), a to je stražnji kotač budući da nije skrenut za razliku od prednjeg kotača (bočno kliže u manjoj mjeri). S druge strane, utjecaj raspodjele opterećenja desnih kotača je od manje važnosti zbog znatno nižeg  $\mu$  na toj strani ceste. Bitno je uočiti da FAS djeluje dijagonalno, slično kao u scenariju 7 u poglavlju 6 (vidi odzive  $F_{zi}$  na slici 7-5 i usporedi s jednadžbom (6-13)). U ovom slučaju ukupna FAS sila  $\Sigma \Delta F_{zi}$  je jednaka nuli, čime se istovremeno izbjegava značajno gibanje vozila u vertikalnom smjeru, te dopušta stacionarna razdioba normalnog opterećenja kotača. Naime, razdioba normalnog opterećenja se događa tijekom cijelog manevra uz zanemarive promjene izdizaja vozila  $Z$  a samim time i hoda ovjesa  $z_i$  (slika 7-8),

za razliku od slučaja uzdužno promjenjivog  $\mu$  kada je moguće jedino privremeno povećati normalno opterećenje kotača zbog ograničenja na hod ovjesa (slika 7-1).

Na slici 7-9 prikazani su rezultati optimiranja za isti optimizacijski scenarij, ali u slučaju kooperativnog upravljanja FAS aktuatora i aktivnog prednjeg skretanja (ARS). U ovom slučaju, smanjenje zaustavnog puta opada na 1.5% (vidi tablicu 7-1, scenarij "Bočni  $\mu$  & ARS"). Normalno opterećenje kotača se, kao i u prethodnom slučaju, prenosi na kotač koji nije skrenut, što je u ovom slučaju prednji lijevi kotač. Također, razdioba normalnih sila kotača ostaje dijagonalna.



Slika 7-8: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj bočno-promjenjivog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  s uključenim AFS aktuatorom (slučaj "Bočni  $\mu$  & AFS" iz tablice 7-1).

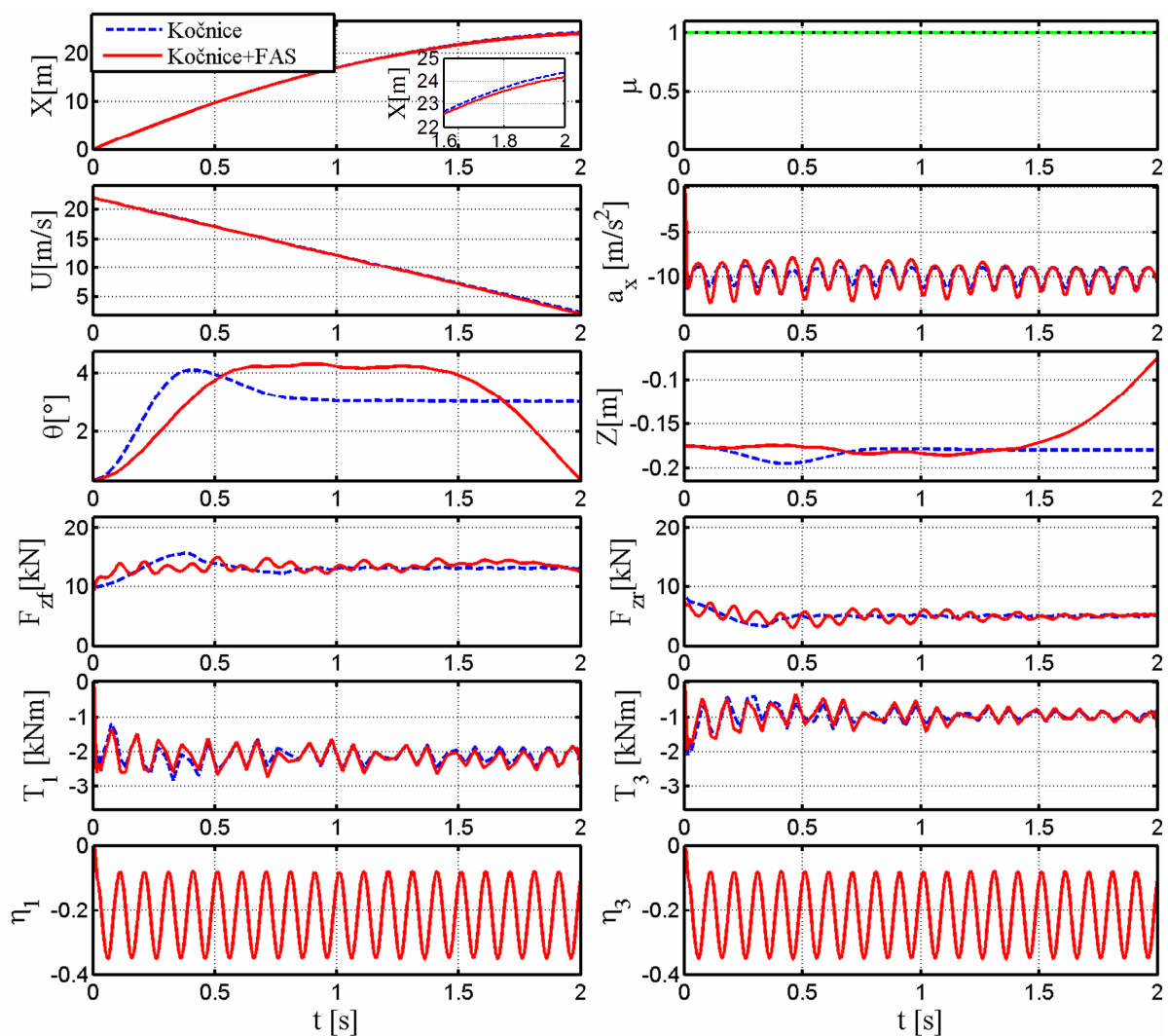


Slika 7-9: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj bočno-promjenjivog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  s uključenim ARS aktuatorom (slučaj "Bočni  $\mu$  & ARS" iz tablice 7-1).

## 7.2.4 Konstantni koeficijent trenja s uključenim graničnim ciklusom ABS aktuatora

Slika 7-10 prikazuje rezultate optimiranja za  $\mu = 1$  i scenarij oponašanja tzv. graničnog ciklusa ABS sustava (engl. *limit cycle*) kroz postavljanje oscilatorne reference uzdužnog klizanja

prema jednadžbi (2-40). Ovi rezultati (vidi također zadnja dva retka tablice 7-1) pokazuju da FAS sustav može smanjiti zaustavni put oko 1% stvaranjem većeg normalnog opterećenja kotača u trenucima kada je sila kočenja  $-T_i$  veća (vidi također [105]), tj. u intervalu kada ABS aktivira kočnice. Drugim riječima, FAS maksimizira normalno opterećenje kotača u trenucima kada prenosi veću uzdužnu (kočnu) silu, te tako povećava (srednju) deceleraciju vozila (rezultat je sličan kao za slučaj uzdužno-promjenjivog koeficijenta trenja  $\mu$  opisanog u potpoglavlju 6-2).



Slika 7-10: Usporedni rezultati minimiziranja zaustavnog puta kod optimiranja upravljačkih varijabli samo kočnica te kočnica i FAS aktuatora za slučaj konstantnog oblika koeficijenta trenja  $\mu$  uz uključen jednostavan ABS model (slučaj " ABS  $f=10\text{Hz}$  " iz tablice 7-1).

## 8. Zaključak

U doktorskom radu formuliran je i implementiran model za optimiranje upravljačkih trajektorija raznih aktuatorskih konfiguracija sustava aktivne dinamike vozila u različitim standardnim manevrima koristeći programski paket TOMLAB. Pritom je naglasak dan na optimiranje upravljačkih varijabli punog aktivnog ovjesa (*engl. skrać. FAS*), a koristio se četvrtinski model vozila proširen s nelinearnostima vezanim uz limit hoda ovjesa i gubitak normalne sile autogume kod odskoka kotača, te potpuniji model vozila s 10 stupnjeva slobode sa složenim Pačejkinim modelom gume i opcijom uključanja podmodela neovješene mase.

Najprije su se istražile mogućnosti unaprjeđenja karakteristika vertikalne dinamike vozila u pogledu FAS djelovanja na poboljšanje karakteristika udobnosti vožnje, držanja ceste i otpornosti na oštećenje gume u prisustvu naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti (onih visokih amplituda ili oštih rubova). Dobiveni rezultati su potvrdili da FAS može upravljati silom ovješene mase i normalnom silom kotača, te istovremeno pridonijeti poboljšanju udobnosti vožnje i držanja ceste.

Rezultati optimiranja za slučaj izbočine na cesti pokazali su da se upravljačko djelovanje FAS aktuatora može realizirati koristeći sljedeće mehanizme: (i) podizanje autogume prilikom nailaska na prednji rub izbočine radi izbjegavanja udara; (ii) sprječavanja odskoka kotača pritiskanjem autogume na podlogu neposredno nakon prelaska vrha izbočine, te (iii) kontroliranom pobudom prirodnih vibracija neovješene mase s odgovarajućim faznim pomakom radi povećanja sile podizanja kotača iz točke (i), što je moguće ukoliko su dostupne prethodne informacije o pojavi izbočine.

Odgovarajućim kombiniranjem navedenih upravljačkih mehanizama, FAS može istovremeno poboljšati performanse udobnosti vožnje i držanja ceste u usporedbi s pasivnim vozilom, posebno za slučaj visoke amplitude izbočine. Pritom duljina vremenskog prozora do nadolaska neravnine na cesti treba biti barem 150 ms radi pružanja punog potencijala poboljšanja udobnosti vožnje koristeći prethodnu informaciju o izbočini. U slučaju punog modela vozila, postoji dodatni upravljački mehanizam FAS aktuatora koji se temelji na suprotnom (protufaznom) djelovanju na prednjoj i stražnjoj osovini, koji smanjuje ukupnu promjenu sile koja djeluje na ovješenu masu a time i njenu akceleraciju, uz posljedično poboljšanje udobnosti vožnje.



U slučaju udoline, FAS djeluje na način da prilikom nailaska na ulegnuće podigne kotač te ostvari preskakanje kotača preko ulegnuća, radi smanjenja oštećenja gume prilikom nailaska na stražnji rub ulegnuća i poboljšanja udobnosti vožnje u usporedbi s pasivnim vozilom. Iznimno, ukoliko je duljina ulegnuća značajno povećana (primjerice na 0.5 s, tj. 5 m prilikom brzine vozila 10 m/s), FAS aktuator sa zadanim ograničenjima nema potencijala za dovoljno snažan odskok kotača i preskakanje cijelog ulegnuća. U ovom slučaju optimalno djelovanje uključuje sljedeće faze: (i) prizemljenje kotača na dno ulegnuća i putovanje preko njega i (b) preskakanje kotača preko stražnjeg brida ulegnuća.

U regularnom slučaju kada kotač preskače preko udoline, mehanizmi FAS upravljanja su slični kao u slučaju izbočine, te uključuju: (i) podizanje kotača neposredno prije prednjeg ruba udoline; (ii) odgovarajuće djelovanje prilikom preskoka preko udoline; te (iii) pripremna akcija za podizanje kotača prilikom odskoka, koja se temelji na pobudi vibracija neovješene mase. Pritom upravljački mehanizam naveden pod točkom (ii) ovisi o tome je li naglasak na udobnosti, robusnosti na oštećenje autogume ili potrošnji energije od strane FAS aktuatora. Primjerice, nastojanjem blokiranja ovjesa za vrijeme intervala udoline (držanjem deformacije ovjesa približno konstantnom), FAS će značajno smanjiti potrošnju energije. S druge strane, ukoliko FAS nastavi podizati kotač prilikom preskoka udoline, postići će znatno manju osjetljivost na oštećenje kotača, ali će udobnost vožnje biti osjetno pogoršana zbog veće deceleracije ovješene mase nego u slučaju slobodnog pada. S druge strane, ukoliko se djelovanje FAS aktuatora suprotstavlja slobodnom padu ovješene mase, tada dolazi do poboljšanja udobnosti vožnje, ali će se kotač prizemljiti ranije, što dovodi do smanjenja robusnosti na njegovo oštećenje.

U radu su se potom istražile mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne dinamike vozila uz primjenu FAS aktuatora. Pritom su razmatrane tri karakteristične varijante manevra dvostruke izmjene pravca, ovisno o iznosu koeficijenta trenja između autogume i podloge te primjeni pogonskog okretnog momenta. Pokazano je da FAS dominantno djeluje putem: (i) prijenosa normalnih sila između prednjih i stražnjih kotača (pritom kompenzirajući podupravljanje ili preupravljanje) i (ii) stvaranjem povećanja ukupne normalne sile kotača što rezultira povećanjem bočnih sila te bočne akceleracije za poboljšanje performansi vozila tijekom intervala terminalnog podupravljanja i kritičnog preupravljanja. Zbog ograničenog hoda ovjesa, povećanje ukupne normalne sile može biti samo privremeno, a kod snažnijeg povećanja normalne sile tipično su potrebni intervali pripreme i relaksacije, u kojima dolazi

do propada normalne sile. Iz istog razloga, djelovanje FAS aktuatora tipično uključuje naizmjenične intervale kompenzacije podupravljanja i preupravljanja, pri čemu se normalna sila najprije prenosi na prednje kotače, a zatim na stražnje kotače.

Za razliku od upravljanja bočnom stabilnošću vozila temeljenom na kočnicama, djelovanje FAS aktuatora ima malen utjecaj na pogoršanje agilnosti vozila. S druge strane, dolazi do smanjenja udobnosti vožnje zbog značajne pobude vertikalne dinamike vozila i kuta poniranja za vrijeme kritičnih manevara.

Također, postoje ostali, slabiji mehanizmi pomoću kojih FAS može poboljšati kvalitetu upravljanja bočnom dinamikom vozila, koji su temeljeni na prijenosu normalne sile između lijevih i desnih kotača. Prvo, za manevre s pritisnutom papučicom gasa i primjerice u slučaju vozila s pogonom na stražnje kotače, FAS smanjuje normalnu silu unutarnjeg kotača radi povećanja njegovog uzdužnog klizanja, što dovodi do smanjenja njegove bočne sile za kompenzaciju podupravljanja. U isto vrijeme, unutarnji kotač u prijelaznoj pojavi uzdužnog proklizavanja gubi uzdužnu silu, tako da razlika između uzdužnih sila unutarnjeg i vanjskog kotača dodatno doprinosi stvaranju momenta preupravljanja. Drugo, FAS može povećati razliku između normalnih sila kotača na prednjoj osovini, te smanjiti tu razliku na stražnjoj osovini, te tako, temeljem konveksnosti bočne sile autogume u odnosu na normalnu silu, stvoriti moment skretanja koji kompenzira preupravljanje. Treće, FAS može djelovati na način da kut valjanja vozila postane suprotnog predznaka u odnosu na bočnu akceleraciju (naginjanje vozila u smjeru zavoja), što rezultira u promijenjenom smjeru dinamičkog doprinosa usmjerenosti kotača na ukupni kut skretanja volana, te tako stvara moment preupravljanja tj. kompenzira podupravljanje.

Usporedba kvalitete upravljanja u odnosu na ostale aktuatorске konfiguracije pokazala je da, za dane manevre s vozačem u otvorenoj petlji i podešenje FAS upravljanja koje izbjegava izraženije vertikalne akceleracije i kuteve poniranja, FAS može pružiti slične performanse kao i aktivni prednji (ili stražnji) diferencijali s ograničenim proklizavanjem. Agresivniji FAS može doseći performanse prednjih (ili stražnjih) diferencijala s usmjeravanjem momenta. Kada se FAS kombinira s aktivnim prednjim skretanjem (ARS), oba aktuatora ističu svoje komplementarne prednosti: ARS učinkovito upravlja bočnom dinamikom vozila i u velikoj mjeri iskorištava raspoloživi potencijal trenja između autoguma i podloge, dok FAS koristi jaki upravljački autoritet na vertikalnu dinamiku vozila kako bi povećao potencijal trenja autoguma kroz dinamičko povećanje ukupnog normalnog opterećenja kotača.

U radu su se zatim istražile mogućnosti unaprjeđenja karakteristika bočne stabilnosti vozila uz primjenu FAS aktuatora i koristeći standardizirani ESP test. Rezultati optimiranja FAS upravljačkih trajektorija pokazali su da FAS može značajno smanjiti pogrešku slijedenja referentne brzine skretanja (za oko 40% niža standardna devijacija pogreške) u odnosu na temeljni sustav regulacije dinamike vozila zasnovan na primjeni kočnica (ESP sustav). Ovo je dodatno potvrđeno činjenicom da su ESP+FAS rezultati optimiranja slični kao rezultati FAS optimiranja. Povrh toga, FAS može pružiti slično slijedenje brzine skretanja, uz veću amplitudu bočnog pomaka (kvalitetniji bočni odziv vozila) u usporedbi s optimiranim aktivnim upravljanjem kočnicama. Dodatna prednost FAS aktuatora je bolja agilnost vozila, jer se dinamikom vozila upravlja bez korištenja kočnica. S druge strane, FAS značajno pobuđuje vertikalnu dinamiku poniranja vozila: amplituda brzine i akceleracije u vertikalnom smjeru doseže redom oko 0.5 m/s i 0.5g, dok je amplituda kuta poniranja oko 3.5°. Dvije dominantne upravljačke akcije FAS aktuatora su istovjetne kako je prethodno opisano za slučaj manevra s dvostrukom izmjenom pravca.

Nadalje, razmatrani su različiti oblici ograničenja na FAS upravljačke varijable kako bi se istražilo može li se kvaliteta FAS upravljanja zadržati i uz manji broj stupnjeva slobode upravljanja (jednostavniji FAS). Rezultati su pokazali da: 1) ograničenje na ukupnu silu FAS aktuatora jednaku nuli dovodi do blagog pogoršanja kvalitete upravljanja, uz izostanak pobude vertikalne dinamike vozila (veća udobnost vožnje); 2) FAS s bočno anti-simetričnom razdiobom sila daje značajno pogoršanje kvalitete upravljanja, ali je i dalje kvalitetnije nego u ESP slučaju te se značajno smanjuje pobuda vertikalne dinamike vozila i dinamike poniranja; 3) FAS s uzdužno simetričnom razdiobom sila daje bolje rezultate u odnosu na FAS s bočno anti-simetričnom razdiobom sila, ali se čini da nije praktičan zbog snažne pobude vertikalne dinamike vozila (akceleracija u vertikalnom smjeru iznosi približno 8 m/s<sup>2</sup>).

Konačno, analiza se proširila na uzdužnu dinamiku vozila gdje su se istražile mogućnosti skraćenja zaustavnog puta uz primjenu FAS aktuatora. Rezultati optimiranja pokazuju da upravljačko djelovanje FAS aktuatora, kada se pridoda optimiranim varijablama kočnih momenata kotača, može rezultirati skraćenjem zaustavnog puta na podlozi s konstantnim koeficijentom trenja između autogume i podloge ( $\mu$ ) u sljedećim slučajevima: (a) kada je granična frekvencija aktivnih kočnica niža od granične frekvencije FAS aktuatora, te (b) uz realističniji model kočnog (ABS) sustava koji uključuje oscilacije uzdužnog klizanja uslijed isprekidanog aktiviranja kočnica. U prvom slučaju, FAS stvara povećanje ukupne normalne

sile kotača u intervalu stacioniranja odziva momenta kočenja, te tako dinamički povećava sile kočenja i uzdužnu deceleraciju. Pritom se u početnom dijelu odziva momenta kočenja priprema za izdizaj normalnih sila njihovim smanjenjem. U drugom slučaju, FAS pobuđuje oscilacije normalne sile kotača tako da budu u fazi s oscilacijama sile kočenja, tj. normalna sila kotača se povećava u intervalu aktivacije kočnica.

U slučaju uzdužno promjenjivog (skokovitog ili pulsog) koeficijenta trenja  $\mu$ , FAS stvara povećanje normalne a time i kočne sile za vrijeme visokog koeficijenta trenja  $\mu$ , dok se priprema za povećanje normalne sile za vrijeme niskog  $\mu$ . Budući da je povećanje deceleracije vozila za vrijeme visokog  $\mu$  izraženije u odnosu na njeno smanjenje za vrijeme niskog  $\mu$ , srednja deceleracija vozila je povećana. Zaustavni put se tako može smanjiti za 5% u slučaju velike razlike između visokih i niskih vrijednosti  $\mu$  (10:1 u konkretnom slučaju) i/ili čestih promjena  $\mu$ . Nedostatak FAS djelovanja je pobuda vertikalne dinamike vozila.

U slučaju bočno promjenjivog koeficijenta trenja  $\mu$ , FAS može pridonijeti poboljšanju kvalitete upravljanja putem prijenosa normalne sile kotača prema strani vozila izloženoj većem koeficijentu trenja  $\mu$ . Budući da je potrebno korektivno djelovanje skretanja kotača (od strane vozača ili sustava aktivnog skretanja) kako bi se zadržalo pravocrtno gibanje vozila, normalna sila se prenosi na neskretani kotač izložen većem  $\mu$ , tj. onaj s najvećim potencijalom stvaranja uzdužne sile. Smanjenje zaustavnog puta za razmatrani scenarij iznosi oko 2%. FAS djelovanje je dijagonalno, ne pobuđuje vertikalnu dinamiku vozila i dinamiku poniranja, te promjena normalne sile uzrokovana FAS djelovanjem može biti stacionarna. Pritom se šasija naginje prema kotačima na strani većeg koeficijenta trenja  $\mu$ .

Rezultati prikazani u disertaciji mogu poslužiti kao osnova za razvoj budućih strategija upravljanja u realnom vremenu, te njihovo ispitivanje u odnosu na idealizirane odzive dobivene optimiranjem upravljačkih varijabli. Kako bi se zadovoljila ograničenja na hod ovjesa, snažnije upravljačko djelovanje FAS aktuatora (kao što je dinamičko povećanje ukupne normalne sile kotača) može se postići ukoliko FAS djelovanje uključuje faze pripreme i popuštanja u kojima se smanjuje ukupna normalna sila kotača. Ovo čini razvoj sustava upravljanja složenijim, jer zahtijeva napredne metode poput modelskog prediktivnog upravljanja koje uključuju optimiranje u realnom vremenu, te prethodne informacije o prepreci ili neravnini na cesti.

Na temelju izloženog, mogu se izdvojiti sljedeći izvorni znanstveni doprinosi doktorskog rada:

- Formulacija i implementacija modela za optimiranje upravljačkih trajektorija raznih aktuatorskih konfiguracija sustava aktivne dinamike vozila u različitim standardnim manevrima, uz punu nelinearnu i diskontinuiranu dinamiku vozila i autogume.
- Na optimiranju temeljeno otkrivanje novih načina upravljanja aktivnim ovjesom s ciljem povećanja udobnosti vožnje, držanja ceste i robusnosti na oštećenje kotača u prisustvu naglašenih izbočina i ulegnuća na cesti, te realističnih ograničenja ovjesa i aktuatorskog sustava.
- Na optimiranju temeljeno otkrivanje novih načina upravljanja aktivnim ovjesom u svrhu poboljšanja bočne stabilnosti i skraćanja zaustavnog puta vozila u interakciji sa sustavima aktivnog skretanja te ESP i ABS djelovanjima.

## Literatura

- [1] Hrovat D, Tseng H E, Lu J, Deur J, Assadian F, Borrelli F, Falcone P. Vehicle Control. In: Levine WS, editor. The Control Handbook: Control System Applications, 2nd edition. CRC Press, Boca Raton; 2011.
- [2] Tseng H E, Ashrafi B, Madau D, Brown T A, Recker D. The development of vehicle stability control at Ford. *IEEE/ASME Transactions of Mechatronics*. 1999;4(3):223-34.
- [3] van Zanten A T. Bosch ESP systems: 5 years of experience. SAE paper No 2000-01-1633; 2000.
- [4] Hrovat D. Survey of Advanced Suspension Developments and Related Optimal Control Applications. *Automatica*. 1997; 33(10):1781-1817.
- [5] Hancock M. Vehicle handling control using active differentials. Ph.D. thesis, University of Loughborough, UK; 2006.
- [6] Hac A, Doman D, Oppenheimer M. Unified control of brake- and steer-by-wire systems using Optimal Control Allocation Methods. SAE paper No. 2006-01-0924, 2006.
- [7] Hirano Y, Harada H, Ono E, Takanami K. Development of an Integrated System of 4WS and 4WD by  $H_{\infty}$  Control. SAE paper No. 930267, 1993.
- [8] Hattori Y, Ono E, Hosoe S. Optimum vehicle trajectory control for obstacle avoidance problem. *IEEE/ASME Transactions of Mechatronics*. 2006;11(5):507-12.
- [9] Tjonnas J, Johansen T A. Stabilization of automotive vehicles using active steering and adaptive brake control allocation. *IEEE Transactions of Control System Technology*. 2010;18(3): 545-558.
- [10] Deur J, Kasać J, Hancock M, Barber P. A Study of Optimization-Based Assessment of Global Chassis Control Actuator Configurations. In: Proceedings of IAVSD; 2011.
- [11] Deur J, Čorić M, Kasać J, Assadian F, Hrovat D. Application of Computational Optimal Control to Vehicle Dynamics. In: Optimization and Optimal Control in Automotive Systems (Eds. H. Waschl et. al.). Springer. 2014. p. 131-145.
- [12] Betts JT, Huffman WP. Application of Sparse Nonlinear Programming for Trajectory

- Optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 1992;15(1):198-206.
- [13] Smets IYM, Versyck KJE, Van Impe JFM. Optimal control theory: A generic tool for identification and control of (bio-)chemical reactors. *Annual Reviews in Control*. 2002;26 I:57-73.
- [14] von Stryk O, Bulirsch R. Direct and indirect methods for trajectory optimization. *Annals of Operations Research*. 1992;37:357-373.
- [15] Kolmanovsky IV, Stefanopoulou AG. Optimal Control Techniques for Assessing Feasibility and Defining Subsystem Level Requirements: An automotive case study. *IEEE Transactions on Control System Technology*. 2001; 9(3):524-534.
- [16] Caulkins JP, Felchtiger G, Grass D, Tragler G. Optimal Control of Terrorism and Global Reputation: A Case Study With Novel Threshold Behavior. *Operations Research Letters*. 2000; 37:387-391.
- [17] English WB, Salido JDL, Tetlow RJ. The Federal Reserve's Framework for Monetary Policy—Recent Changes and New Questions. 14th Jacques Polak Annual Research Conference. Washington DC, 2013.
- [18] Kasać J, Deur J, Novaković B, Kolmanovsky I, Assadian F. A Conjugate Gradient-Based BPTT-Like Optimal Control Algorithm With Vehicle Dynamics Control Application, *IEEE Transactions of Control System Technology*. 2011; 19(6):1587-1595.
- [19] Bryson AE. *Dynamic Optimization*. Reading (MA): Madison-Wesley; 1999.
- [20] Betts JT. *Practical methods for optimal control using nonlinear programming*. SIAM. ISBN: 9780898714883; 2001.
- [21] Kasać J, Novaković B. Neural Network Application to Optimal Control of Nonlinear Systems. In: *Proceedings of 7th International Conference of Computer Aided Optimum Design of Structures*, Bologna, Italy, 2001; 359-368.
- [22] Werbos PJ. Backpropagation Through Time: What it does and how to do it. *Proceedings IEEE*. 1990; 78(10):1550-1560.
- [23] Rao AV. *Trajectory Optimization: A Survey*. In: *Optimization and Optimal Control in Automotive Systems*. Springer. 2014. p. 3-21

- [24] Elnagar G, Kazemi MA, Razzaghi M. The pseudospectral legendre method for discretizing optimal control problems. *IEEE Transactions of Automatic Control*. 1995;40(10):1793-6
- [25] Bedrossian N, Bhatt S, Lammers M, Nguyen L, Zhang Y. First Ever Flight Demonstration of Zero Propellant Maneuver Attitude Control Concept. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 2007-6734, 2007.
- [26] Limebeer DJN, Perantoni G, Rao AV. Optimal control of Formula One Car Energy Recovery Systems. *International Journal of Control*;87(10): 2065-2080, 2014.
- [27] Francolin C, Rao AV, Duarte C, Martel G. Optimal Control of an Autonomous Surface Vehicle to Improve Connectivity in an Underwater Vehicle Network. *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*. 2012; 9(1).
- [28] Horn G, Gros S, Diehl M. Numerical Trajectory Optimization for Airborne Wind Energy Systems Described by High Fidelity Aircraft Models. In: *Airborne Wind Energy*. Springer. 2013. p. 205-218.
- [29] Gill PE, Murray W, Saunders M A. Snopt: an sqp algorithm for large-scale constrained optimization. *SIAM Review*; 2002;47(1):99–131.
- [30] Byrd RH, Nocedal J, Waltz RA. Knitro: an Integrated Package for Nonlinear Optimization. In: *Large scale nonlinear optimization*. Springer, Berlin. 2006. p. 35-59.
- [31] Vlases WG, Paris SW, Lajoie RM, Martens MJ, Hargraves CR. Optimal Trajectories by Implicit Simulation. Technical report WRDC-TR-90-3056. Boeing Aerospace and Electronics. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1990.
- [32] Betts JT, Huffman WP. Sparse Optimal Control Software – SOCS. Technical report MEA-LR-085. Boeing information and support services. Seattle, Washington, July 1997.
- [33] Holmstrom K. The Tomlab Optimization Environment in Matlab. *Advanced Model Simulation*. 1999;1: 47-69.
- [34] Schwartz A, Polak E, Chen Y. Recursive Integration Optimal Trajectory Solver(RIOTS\_95). 1997.
- [35] Ross IM, Fahroo F. User's Manual for DIDO 2001: a MATLAB Application for Solving



- Optimal Control Problems. Technical Report AAS-01-03, Department of Aeronautics and Astronautics. Naval Postgraduate School. Monterey, California, 2001.
- [36] Williams P. User's Guide for DIRECT 2.0. Royal Melbourne Institute of Technology, Melbourne, Australia, 2008.
- [37] Rutquist P, Edvall M. PROPT: MATLAB Optimal Control Software. Tomlab optimization. Pullman, Washington, 2008.
- [38] Rao AV, Benson DA, Darby CL, Francolin C, Patterson MA, Sanders I, Huntington GT. Algorithm 902: GPOPS, a MATLAB Software for Solving Multiple-phase Optimal Control Problems Using the Gauss Pseudospectral Method. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2010:27.
- [39] Patterson MA, Rao AV. GPOPS-II, a Matlab Software for Solving Multiple-phase Optimal Control Problems hp – Adaptive Gaussian Quadrature Collocation Methods and Sparse Nonlinear Programming. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2013.
- [40] Velenis E, Tsiotras P. Minimum Time vs. Maximum Exit Velocity Path Optimization During Cornering. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Dubrovnik, Croatia, 2005. p. 355–360.
- [41] Olofsson B, Lundahl K, Berntorp K, Nielsen L. An Investigation of Optimal Vehicle Maneuvers for Different Road Conditions. *7th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*. Tokyo, Japan, 2013.
- [42] Chakraborty I, Tsiotras P. Mitigation of Unavoidable T-bone Collisions at Intersections Through Aggressive Maneuvering. In: *Proceedings of the 50th IEEE conference on decision and control and European control conference*. Orlando, FL, 2011;3264–3269.
- [43] Chakraborty I, Tsiotras, P R.S. Diaz, Time-optimal Vehicle Posture Control to Mitigate Unavoidable Collisions Using Conventional Control Inputs. In: *American control conference*. Washington, DC, 2013; 2165–2170.
- [44] Adams J. An Interpolation Approach to Optimal Trajectory Planning for Helicopter Unmanned Aerial Vehicles. Master's thesis, Naval Postgraduate School, 2012.
- [45] Ghosh P, Conway B. Near-optimal Feedback Strategies for Optimal Control and

- Pursuitevasion Games: a Spatial Statistical Approach. In: AIAA/AAS astrodynamics Specialist Conference, Minneapolis, MN, AIAA Paper 2012-4590, 2012.
- [46] Tsiotras P, Diaz RS. Real-Time Near-Optimal Feedback Control of Aggressive Vehicle Maneuvers. In: Optimization and Optimal Control in Automotive Systems. Springer, 2014. p. 109-129.
- [47] Falcone P, Borelli F, Tseng H E, et al. Low Complexity MPC Schemes for Integrated Vehicle Dynamics Control Problems. In: Proceedings of AVEC. Kobe, Japan, 2008.
- [48] Gaoa Y, Grayb A, Tseng HE, Borrelli F. A Tube-based Robust Nonlinear Predictive Control Approach to Semiautonomous Ground Vehicles. *Vehicle System Dynamics*. 2014;52(6):802-823.
- [49] Mayne DQ, Rawlings JB, Rao CV, Sokaert POM. Constrained Model Predictive Control: Stability and optimality. *Automatica*, Vol. 36 , pp. 789-814, 2000.
- [50] Houska B, Ferreau H, Diehl M. An Auto-Generated Real-Time Iteration Algorithm for Automatic Control and Dynamic Optimization. *Optimal Control Applications and Methods*. 2011;32(3):298-312.
- [51] Zanon M, Frasch JV, Vukov M, Sager S, Diehl M. Model Predictive Control of Autonomous Vehicles. In: Optimization and Optimal Control in Automotive Systems. Springer. 2014. p. 41-57.
- [52] Pacejka H, Bakker E, Nyborg L. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. SAE paper 870421. 1987.
- [53] Hrovat D. Chapter 31: Active and semi-active suspension control. In: Mastinu G, Plöchl M, editors. Road and off-road vehicle system dynamics handbook. Boca Raton (FL): CRC Press, Taylor and Francis Group; 2014; p. 1179-1226.
- [54] Tseng E, Hrovat D. State of the art survey: active and semi-active suspension control. *Vehicle System Dynamics*. 2015; 53(7): 1034-1062.
- [55] Gohrle C, Schindler A, Wagner A. Road profile estimation and preview control for low-bandwidth active suspension systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2015; 20(5):2299-2310

- [56] Brezas P, Smith MC. Linear quadratic optimal and risk-sensitive control for vehicle active suspensions. *IEEE Transactions of Control System Technology*. 2014;22(2):543–556.
- [57] Hrovat D. Applications of optimal control to advanced automotive suspension design, *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 1993;115:328–342.
- [58] Zaremba A, Hampo R, Hrovat D. Optimal active suspension design using constrained optimization. *Journal Sound Vibration*; 1997;207(3):351–64
- [59] Lu J, DePoyster J. Multi-objective optimal suspension control to achieve integrated ride and handling performance. *IEEE Transactions on Control System Technology*. 2002;10(6):807–821
- [60] Sun W, Gao H and Kaynak O. Vibration isolation for active suspensions with performance constraints and actuator saturation. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 2015; 20(2): 675-683
- [61] Giorgetti N, Bemporad A, Tseng HE, Hrovat D. Hybrid model predictive control application towards optimal semi-active suspension. *International Journal of Control*. 2006;79(5):521–33
- [62] Edrén J, Jonasson M, Jerrelind J, Stensson Trigell A. Utilization of vertical loads by optimization for integrated vehicle control. *Proceedings of AVEC12, 11th Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2012.
- [63] Edrén J, Jonasson M, Jerrelind J. Utilisation of optimisation solutions to control active suspension for decreased braking distance. *Vehicle System Dynamics*. 2015;53(2):256-273
- [64] Chalasani R M. Ride performance potential of active suspension systems – Part 1: Simplified analysis based on a quarter-car model. *American Society of Mechanical Engineers, AMD.ASME (DSC v 2)*; 1986. p. 187–204.
- [64] Chalasani R M. Ride performance potential of active suspension systems – Part 1: Simplified analysis based on a quarter-car model. *American Society of Mechanical*

- Engineers, AMD.ASME (DSC v 2); 1986. p. 187–204.
- [65] Dieckmann T. Assessment of Road Grip by Way of Measured Wheel Variables, In: Proceedings of FISITA, pp. 75-81, London, 1992.
- [66] Pavković D, Deur J, Asgari J, Hrovat D. Experimental Analysis of Potentials for Tire Friction Estimation in Low-Slip Operating Mode, SAE paper #2006-01-0556.
- [67] Deur J, Assadian F, Hancock M. A Linearized Vehicle Dynamics Model for Global Chassis Control. DVD Proc. of 2007 ASME Int. Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2007), Seattle, WA, 2007.
- [68] Kojima H, Nakano J, Nakayama H, Kawashima N, Fujimoto H. Development of new Toyota electronic modulated suspension-two concepts for semi-active suspension control. SAE Technical Paper 911900; 1991.
- [69] Hac A, Bodie MO. Improvements in vehicle handling through integrated control of chassis systems. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*. 2002;1(1):83–110.
- [70] Hrovat D, Tseng E, Fodor M, Asgari J. Chapter 22: Active and semiactive suspension systems. In: Mastinu G, Plöchl M, eds. *Road and off-road vehicle system dynamics handbook*. Boca Raton (FL): CRC Press, Taylor and Francis Group; 2014. p. 769–796.
- [71] Akatsu Y, Fukushima N, Talcahashj K, Satch M, Kawaranki Y. An active suspension employing an electrohydraulic pressure control system. SAE Technical Paper 905123; 1990.
- [72] Hillebrecht P, Konik D, Pfeil D, Wallentowitz H, Zieglmeier F. The active suspension between customer benefit and technological competition. In: Proceedings of XXIV FISITA Congress. *Total Vehicle Dynamics*. Vol. 2; 1992 June 7–11; London. p. 221–230.
- [73] Goran M, Smith R. Insights gained from active suspension development. In: Proceedings of the 26th FISITA Congress; 1996 June 16–23; Prague, Czech Republic. p. 2486–2514.
- [74] Noah J. The revolutionary Bose suspension that could have been. *Autoblog*. 2016; Available from <http://www.autoblog.com/2016/02/08/bose-project-sound-suspension-cnet-video/> [cited 2016 October 20]

- [75] Sugawara F, Kobayashi H, Kakimoto T, Shiraishi Y, Tateishi Y. Electronically controlled shock absorber system used as a road sensor which utilizes supersonic waves. SAE Technical Paper 851652; 1985.
- [76] Rauh J, Ammon D. System dynamics of electrified vehicles: some facts, thoughts, and challenges. *Vehicle System Dynamics*. 2011;49(7):1005–1020.
- [77] Mercedes-Benz S550. Consumer reports; 2014 September. p. 53.
- [78] Tehnika motornih vozila (Fachkunde Kraftfahrzeugtechnik). Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG. 30th edition. 2013.
- [79] Lyckegaard A, Hols T, Bornhoft I M. Effectiveness of Electronic Stability Control on Single-Vehicle Accidents. *Traffic Injury Prevention*, 2015;16(4):380-386.
- [80] Tseng H E, Ashrafi B, Madau D, et al. The development of vehicle stability control at Ford. *IEEE ASME Trans Mechatron*. 1999;4(3):223-34.
- [81] Wei Z, Xuexun G. An ABS Control Strategy for Commercial Vehicle. *IEEE/ASME Transactions of Mechatronics*. 20(1):384-392.
- [82] Kiencke U, Nielsen L. *Automotive Control Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg; 2nd edition. 2005.
- [83] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press; 2002.
- [84] Dantzig GB, Thapa MN. *Linear programming 1: Introduction*. Springer-Verlag; 1997.
- [85] Gear WC. *Numerical Initial-Value Problems in Ordinary Differential Equations*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1971.
- [86] Rao AV. A survey of numerical methods for optimal control. In: *Advances in the Astronautical Sciences*. 2010; p. 497-528.
- [87] Garg D. *Advances in global pseudospectral methods for optimal control*. Ph.D. thesis, University of Florida, USA; 2011.
- [88] Dahlquist G, Bjorck A. *Numerical Methods*. Mineola, New York: Dover Publications, 2003.

- [89] Anderson BDO, Moore JB. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- [90] Gong Q, Fahroo F, Ross IM. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2008;31(3):460-71.
- [91] Goh CJ, Teo KL. Control Parameterization: A Unified Approach to Optimal Control Problems with General Constraints. *Automatica*. 1988; 24:3-18.
- [92] Logsdon JS, Biegler LT. Accurate Solution of Differential-Algebraic Optimization Problems. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 1989; 22:1628-1639.
- [93] Ross, IM. A Roadmap for Optimal Control: The Right Way to Commute. *Annals of the New York Academy of Sciences*. New York Academy of Sciences. New York, 2006;1065.
- [94] Garg D, Patterson MA, Hager WW, Rao AV, Benson DA, Huntington GT. An overview of three pseudospectral methods for the numerical solution of optimal control problems. In: *Advances in the Astronautical Sciences*. 2010. p. 475-87.
- [95] Nocedal J, Wright SJ. *Numerical Optimization*. Springer, Heidelberg, 1999.
- [96] Shanno DF. Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization. *Mathematics of Computation*. 1970; 24:647-656.
- [97] Gill PE, Murray W, Saunders MA, Wright MH. *User's Guide for NPSOL (Version 4.0): A FORTRAN Package for Nonlinear Programming*. Department of Operations Research, Stanford University. 1986.
- [98] Betts JT, Huffman WP. A Sparse Nonlinear Optimization Algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 1994;82:519-541.
- [99] Biegler LT, Ghattas O, Heinkenschloss M, van Bloemen Waanders B, eds. *Large-Scale PDE Constrained Optimization*. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Vol. 30, Berlin: Springer-Verlag, 2003.
- [100] Biegler LT, Zavala VM. Large-Scale Nonlinear Programming Using IPOPT: An Integrating Framework for Enterprise-Wide Optimization. *Computers and Chemical Engineering*. 2008; 33:575–582.
- [101] Deur J, Hancock M, Assadian F. Design and comparative study of yaw rate control

- systems with various actuators. SAE paper No. 2011-01-0952; 2011.
- [102] FMVSS No. 126, Electronic Stability Control Systems. National Center for Statistics and Analysis. 2007.
- [103] Edren J, Jonasson M, Jerrelind J. Utilisation of optimisation solutions to control active suspension for decreased braking distance. *Vehicle System Dynamics*. 2015;53(2):256-273.
- [104] Edren J, Jonasson M, Jerrelind J. Utilisation of optimisation solutions to control active suspension for decreased braking distance. *Vehicle System Dynamics*. 2015;53(2):256-273.
- [105] Alleyne A. Improved vehicle performance using combined suspension and braking forces. *Vehicle System Dynamics*. 1997; 27(4):235–265.
- [106] Pacejka H B. *Tyre and vehicle dynamics*. Elsevier, Amsterdam; 2006.
- [107] Genta G. *Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. World Scientific. 1997.
- [108] Autoblic

# Prilozi

## Prilog A. Parametri modela vozila [5]

$b$	1.361 m	Uzdužna udaljenost od prednje osovine do težišta vozila
$c$	1.545 m	Uzdužna udaljenost od stražnje osovine do težišta vozila
$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>	Gravitacijsko ubrzanje
$h_f$	0.091 m	Visina prednjeg centra rotacije oko uzdužne osi
$h_g$	0.554 m	Visina težišta vozila
$h_r$	0.141 m	Visina stražnjeg centra rotacije oko uzdužne osi
$h_0$	0.1148 m	Visina centra rotacije oko osi valjanja u težištu vozila
$h_1$	0.4394 m	Visina težišta vozila iznad osi valjanja
$I_w$	1 kgm <sup>2</sup>	Moment inercije kotača
$I_{xx}$	655 kgm <sup>2</sup>	Moment inercije zakreta oko uzdužne osi
$I_{xz}$	-21.68 kgm <sup>2</sup>	Centrifugalni moment inercije
$I_{yy}$	3319 kgm <sup>2</sup>	Moment inercije oko poprečne osi
$I_{zz}$	3515 kgm <sup>2</sup>	Moment inercije oko vertikalne osi
$K_{ad}$	0.925 Ns <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	Koeficijent aerodinamičkog otpora
$k_{rf}$	12.27 N/m	Ekvivalentna krutost prednjeg stabilizatora valjanja
$k_{rr}$	4.23 N/m	Ekvivalentna krutost stražnjeg stabilizatora valjanja
$k_{si}$	26290 N/m	Krutost ovjesa na $i$ -tom kotaču
$l$	2.906 m	Međuosovinski razmak vozila
$M$	1858 kg	Ukupna masa vozila
$R$	0.329 m	Efektivni polumjer kotača
$w$	1.536 m	Trag kotača
$\varepsilon$	0.0172 rad	Nagib osi valjanja
$\mu$		Faktor trenja



# Prilog B: Optimizacijski kod za slučaj četvrtinskog modela vozila

U ovom prilogu daje se jednostavan primjer optimiranja upravljačkih varijabli aktivnog ovjesa u svrhu poboljšanja karakteristika vertikalne dinamike vozila, koji je detaljno analiziran u četvrtom poglavlju. Program se sastoji od tri glavne skripte. U skripti *MainTomlab.m* definira se optimizacijski problem, pozivaju funkcije koje definiraju ograničenja, ciljnu funkciju i početni pogodak rješenja, zadaju rubni uvjeti optimizacijskog problema te spremaju dobiveni rezultati. U funkciji *solve.m* transformira se simbolički definiran problem u strukturu koju zahtijeva optimizacijski alat SNOPT. U funkciji *define.m* definiraju se tvrda ograničenja dana jednadžbama (4-3) i (4-19), ciljna funkcija dana jednadžbom (4-18) i početni pogodak rješenja. Izvođenjem ovog TOMLAB primjera dobivaju se rezultati prikazani na slici 4-10.

%glavna funkcija u kojoj se definira i riješi optimizacijski problem te obrađuju i spremaju rezultati

## MainTomlab.m

```
clear all
close all
%parametri vozila su definirani u posebnoj funkciji
parameters
load('bumpsin_10cm.mat'); %datoteka u kojoj se nalazi profil ceste
n1 = 120; % broj kolokacijskih točaka
t1 = 1; % konačno vrijeme
toms t % vrijeme se definira kao dodatna varijabla
p1 = tomPhase('p',t,0,t1,n1);
setPhase(p1); % definiranje faze na koju se odnosi kod dolje
%„tomStates“ su varijable stanja, „tomControls“ su upravljačke varijable;
tomStates x1p1 x2p1 x3p1 x4p1 x5p1
tomControls ulp1
%profil ceste
xr = spline(t_bump, z_bump,t);

%funkcija definira ograničenja, ciljnu funkciju i početni pogodak rješenja
[constr objective x0] = define(x1p1,x2p1,x3p1,x4p1,x5p1,ulp1);

%"cbnd1" definira rubne uvjete
cbnd1 = {initial({x1p1 == x01; x2p1 == x02; x3p1 == x03; x4p1 == x04; x5p1
== 0; ulp1 == 0;})
};
constr = {constr, cbnd1};

%funkcija koja rješava zadani optimizacijski problem
solution = solve(objective, constr, x0);
```

```

% naknadna obrada rezultata
t = linspace(0,t1,1000); % definiranje željenih vremenskih trenutaka
setPhase(p1);
xlopt = subs(atPoints(t,x1p1),solution); % "subs" iz strukture rješenja
"solution" vraća vrijednost željene funkcije ili varijable u željenim
točkama
x2opt = subs(atPoints(t,x2p1),solution);
x3opt = subs(atPoints(t,x3p1),solution);
x4opt = subs(atPoints(t,x4p1),solution);
x4dotopt = subs(atPoints(t,dot(x4p1)),solution);
ulopt = subs(atPoints(t,x5p1),solution);

% izračun vrijednosti ciljnih funkcija
d = subs(aa, solution)
e = subs(integrate((x2p1-x4p1).*x5p1),solution)
j = subs(integrate(dot(x4p1).^2), solution)

% spremanje rezultata
save podacizaobradu.mat t xlopt x2opt x3opt x4opt x4dotopt ulopt solution

```

### solve.m

```

%funkcija vraća rješenje optimizacijskog problema, gdje su ciljna funkcija,
ograničenja i početni pogodak rješenja dani kao ulazi u funkciju
function solution = solve(objective, constr, x0)

Prob = sym2prob(objective, constr, x0);% "sym2prob" transformira simbolički
definiran problem u strukturu koju zahtijevaju algoritmi unutar TOMLABA za
rješavanje optimizacijskog problema.
Prob.SOL.SpecsFile = 'parametri.txt'; % datoteka s parametrima SNOPT
algoritma koje korisnik želi promijeniti
Prob.SOL.PrintFile = 'print.txt';
Prob.SOL.SummFile = 'summary.txt'; % definiranje imena datoteka za
spremanje rezultata
Prob.SOL.optPar(18) = 1; %skaliranje
Result = tomRun('snopt', Prob, 1); % funkcija koja poziva TOMLAB algoritme;
unutar funkcije se definira koji se algoritam koristi (u ovom slučaju
SNOPT)
solution = getSolution(Result); % rješenja se vade iz Result objekta

```

### define.m

```

%funkcija definira ograničenja, ciljnu funkciju i početni pogodak rješenja
% inputs - x1,x2,x3,x4 x5 - state variables, u1 - control variable
% outputs - constr - list of constraints, objective - function which
% represents objective value, x0 - initial guess
function [constr objective x0] = define(x1,x2,x3,x4,x5,u1)

n = 1;
global kj dj ms mu bs ks kt g x01 x02 x03 x04 mul xr p1 t aa
toms aa

% "x0" predstavlja početni pogodak
if(n==1)
x0 = { icollocate({x1 == x01; x2 == x02; x3 == x03; x4 == x04; x5 == 0})

```

```

};

else
x0 = { icollocate({x1 == xlopt; x2 == x2opt; x3 == x3opt; x4 == x4opt; x5
== ulopt})
};
end

% Funkcija vraća desnu stranu jednadžbi stanja (f_1,
% f_2,f_3, f_4)
[f_1 f_2 f_3 f_4] = model(x1,x2,x3,x4,x5);

% "ceq1" predstavlja ograničenja jednakosti
% preko kojih se prikazuju jednadžbe stanja
% "mcollocate" se koristi za ograničenja nejednakosti, a "collocate" za
ograničenja jednakosti.
ceq1 = { collocate({dot(x1) == f_1;
dot(x2) == f_2;
dot(x3) == f_3;
dot(x4) == f_4;
x5 == ul;
});
};

% željene točke u kojima se ograničenja trebaju zadovoljiti
cpoints = [collocate(t); 0.2; 0.3];
pp = cpoints(cpoints <= 0.3 & cpoints >= 0.2);
pp2 = [0.2];

% "cbox1" predstavlja ograničenja nejednakosti
cbox1 = {
-2.5 <= mcollocate(x5) <= 2.5;
final({
x3 == x03;
});
atPoints(pp, x1+xr >= aa);
atPoints(pp2, x1 == 0);
aa <= 0;
};
constr = {cbox1, ceq1};

% definicija funkcije cilja
objective = -10 * aa + 1*integrate(dot(x4).^2) + 10*integrate((x2-
x4).^2.*x5.^2)+ 0.00001*integrate(dot(x5).^2);

```

## Životopis

Mirko Čorić (rođ. 1987) stekao je titulu mag. ing. el. techn. inf. (magistar inženjer elektrotehnike i informacijske tehnologije) 2011. godine na Fakultetu elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu. Od siječnja 2012. godine radi kao znanstveni novak na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, gdje također pohađa doktorski studij. Sudjelovao je kao doktorand na istraživačkom projektu „Optimization of Vehicle Dynamics Control System based on Fully Active Suspension“ podržanom od strane tvrtke Ford Motor, te na projektima podržanim od Hrvatske zaklade za znanost i Europske komisije kroz FP7 FET program. Autor je ili suautor četiri rada u CC/SCI/SCI-Ex časopisima, dva rada u ostalim časopisima, jednog rada objavljenog kao poglavlje knjige, 5 radova u zbornicima skupova s međunarodnom recenzijom te niza tehničkih izvještaja. Njegovi istraživački interesi uključuju upravljanje dinamikom vozila, optimalno upravljanje i optimizacijske algoritme.

### Popis javno objavljenih radova:

- [1] M. Čorić, V. Ranogajec, J. Deur, V. Ivanović, E. Tseng, “Optimization of Shift Control Trajectories for Step Gear Automatic Transmissions, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 139, No. 6, pp. 061005-13, 2017., doi: 10.1115/1.4035403, doi:10.1115/1.4035403. (članak, znanstveni)
- [2] M. Čorić, J. Deur, J. Kasać, E. Tseng, D. Hrovat, „Optimization of Active Suspension Control Inputs for Improved Vehicle Handling Performance“, Vehicle System Dynamics, Vol. 54, No. 11, pp. 1574-1600, 2016. (članak, znanstveni)
- [3] M. Čorić, J. Deur, L. Xu, E. Tseng, D. Hrovat, „Optimization of Active Suspension Control Inputs for Improved Vehicle Ride Performance“, Vehicle System Dynamics, Vol. 54, No. 7, pp. 1004-1030, 2016. (članak, znanstveni)
- [4] V. Ranogajec, M. Čorić, J. Deur, „Bond Graph Analysis of Automatic Transmission Shifts including Potential of Extra Clutch Control“, SAE International Journal of Engines, Vol. 9, No. 3, 2016. (članak, znanstveni)
- [5] M. Milutinović, M. Čorić, J. Deur, „Operating Cycle Optimization for a Magnus Effect-based Airborne Wind Energy System“, Energy Conversion and Management, Vol. 90, pp.

- 154-165, 2015. (članak, znanstveni)
- [6] J. Deur, M. Čorić, J. Kasać, F. Assadian, D. Hrovat, „Application of Computational Optimal Control to Vehicle Dynamics“, In: Optimization and Optimal Control in Automotive Systems (Eds. H. Waschl et. al.), Springer, Vol. 455, pp. 131-145, 2014. (poglavlje u knjizi, znanstveni)
- [7] M. Cipek, B. Škugor, M. Čorić, J. Kasać, J. Deur, “Control variable optimisation for an extended range electric vehicle”, Int. Journal of Powertrains, Vol. 5, No. 1, pp. 30-54, 2016. (članak, znanstveni)
- [8] M. Čorić, J. Deur, L. Xu, E. Tseng, D. Hrovat, „Optimization-based Analysis of Active Suspension Authority within Integrated Vehicle Dynamics Control Systems“, Proceedings of the 13th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC' 16), 2016. (predavanje, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni)
- [9] M. Milutinović, M. Čorić, J. Deur, „Optimization-based Control Strategy for a Magnus Effect-based Airborne Wind Power Production System”, 9th Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems Digital proceedings, 1-24, 2014. (predavanje, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni)
- [10] M. Milutinović, M. Čorić, J. Deur, „Optimal Control of a Magnus Effect-based High Altitude Wind Power Production System”, 8th Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems Digital proceedings, 1-20, 2013. (predavanje, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni)
- [11] M. Cipek, M. Čorić, B. Škugor, J. Kasać, J. Deur, “Dynamic Programming-based Optimization of Control Variables of an Extended Range Electric Vehicle”, Paper #2013-01-1481, SAE 2013 World Congress, Detroit, MI, 2013. (predavanje, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni)
- [12] D. Miklić; T. Petrović, M. Čorić, Z. Pišković, S. Bogdan, „Modular Control System for Warehouse Automation - Algorithms and Simulations in USARSim“, 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3449-3454, 2012. (predavanje, međunarodna recenzija, objavljeni rad, znanstveni)

## **Curriculum vitae**

Mirko Čorić (born 1987) received his M.Sc. degree in Electrical Engineering in 2011 from the Faculty of Electrical Engineering and Computing of the University of Zagreb, Croatia. Since 2012, he has been a Research Assistant and a Ph.D. student at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture. He has participated in the project „Optimization of Vehicle Dynamics Control System based on Fully Active Suspension“ supported by the Ford Motor Company, as well as in the projects supported by the Croatian Science Foundation and the European Commission through the FP7 FET program. He is the author or co-author of four journal papers indexed in CC/SCI/SCI-Ex databases, two papers in other journals, one book chapter, five papers presented at international conferences, and a number of technical reports and studies. His research interests include vehicle dynamics control, optimal control and optimization algorithms.