Leteće krilo za prikupljanje vegetacijskih indeksa

Budanko, Toma

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:684201

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-19**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Toma Budanko

ZAGREB, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

LETEĆE KRILO ZA PRIKUPLJANJE VEGETACIJSKIH INDEKSA

Mentor:
Doc. dr. sc. Dubravko Matijašević

Student:
Toma Budanko

ZAGREB, 2020.

Zahvaljujem se mentoru na stručnom vodstvu,
strpljenju i dobroj volji.

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, veljača 2020. Toma Budanko

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Toma Budanko Mat. br.: 0035203790

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Leteće krilo za prikupljanje vegetacijskih indeksa**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Flying wing for vegetation index acquisition**

Opis zadatka:

Mjerenje vegetacijskih indeksa nije novi trend u poljoprivredi i očuvanju prirode, no nova je okolnost dostupnosti te mogućnosti malim proizvođačima hrane. To je posljedica nekoliko čimbenika među kojima su: razvoj minijaturnog hardware-a potrebnog za polu-autonomni let platformi za prikupljanje podataka, pojeftinjenje minijaturnih kamera za relevantna snimanja te razvoj „Free and Open Source" software-a za obradu prikupljenih podataka.

U ovom radu potrebno je razmotriti širokoj grupi korisnika pristupačne leteće platforme za prikupljanje podataka. Zbog aerodinamičke efikasnosti i posljedično velikog doleta i istrajnosti, razmatranje ograničiti na leteća krila. Pri tome potrebno je voditi računa o cijeni i jednostavnosti izrade. Odabranu letjelicu potrebno je razmotriti analitički i numerički u svrhu iznalaženja njenih aerodinamičkih svojstava.

U okviru rada potrebno je prezentirati problem i korištene metode, komentirati dobivene rezultate te navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
28. studenog 2019.

Datum predaje rada:
1. rok: 21. veljače 2020.
2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.
3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 24.2. – 28.2.2020.
2. rok (izvanredni): 3.7.2020.
3. rok: 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadao:
Matijašević
Doc. dr. sc. Dubravko Matijašević

Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Igor Balen

Sadržaj

Sadržaj v

Popis slika viii

Popis tablica x

Popis oznaka xi

Sažetak xiii

Summary xiv

1. Uvod 1

1.1. Primjena bespilotnih letjelica u poljoprivredi 1

1.2. Versa leteće krilo 2

1.2.1. Osnovno 2

1.2.2. Pogonska konfiguracija 4

1.3. Metodologija istraživanja 5

2. Matematički model strujanja fluida 7

2.1. Osnove 7

2.2. Opći oblik zakona očuvanja 8

2.3. Izotermno nestlačivo strujanje newtonovskog fluida 8

2.3.1. Zakon očuvanja mase 9

2.3.2. Zakon očuvanja količine gibanja 9

2.4. Potencijalno strujanje 10

2.5. Turbulencija 10

2.5.1. Vremenski osrednjene Navier Stokes jednadžbe (*RANS*) 11

2.5.2. $k-\omega$ SST model turbulencije 12

3. Panelna metoda 13

4. Metoda konačnih volumena **16**
4.1. Osnovno . . . 16
4.2. Diskretizacija jednadžbi . . . 16
4.3. Numeričke sheme . . . 19
4.3.1. Shema centralnih diferencija . . . 19
4.3.2. Uzvodna shema . . . 19
4.3.3. Linearna uzvodna shema . . . 19

5. Inducirani otpor iz rezultata MKV proračuna **20**
5.1. Strujanje oko krila konačnog raspona . . . 20
5.2. Model noseće linije . . . 20
5.3. Procedura . . . 23

6. Simulacija propelera **25**
6.1. Teorija elementa kraka . . . 25
6.2. Model rotorskog diska i klasa *rotorDiskSource* . . . 27

7. Nepogonjen let **30**
7.1. Metodologija . . . 30
7.2. Rezultati proširene panelne metode (XFLR) . . . 31
7.3. Rezultati metode konačnih volumena i usporedba . . . 33
7.4. Analiza utjecaja wingleta . . . 36

8. Pogonjen let **38**
8.1. Metodologija . . . 38
8.2. Analiza utjecaja propelera na raspodjelu cirkulacije . . . 38
8.3. Pogonjeno krstarenje . . . 41
8.4. Procjena doleta . . . 43

9. Zaključak **45**

Literatura **46**

A. Validacija metode proračuna induciranog otpora **48**
A.1. Opis problema . . . 48
A.2. Numerička analiza metodom konačnih volumena . . . 49

A.3. Rezultati 50

B. Pogonski propeler **53**

B.1. Metodologija 53

B.2. Aeroprofil propelera 54

B.3. Geometrijske i pogonske značajke propelera 56

C. Pojedinosti OpenFOAM proračuna **59**

C.1. Postavke proračuna 59

C.2. Domena i rubni uvjeti 59

C.3. Mreže 60

Popis slika

1.1 eBee-SQ poljoprivredna bespilotna letjelica 2
1.2 Versa leteće krilo bez pogonskih elemenata 3
1.3 *Pusher* (lijevo) i *puller* (desno) pogonske konfiguracije Verse 4

3.1 Diskretizacija panelima 14

4.1 Poligonski konačni volumeni 17

5.1 Model noseće linije 21
5.2 Lokalni kutevi i brzine sekcije krila 21
5.3 Diskretizacija vrtložnog traga krila 24

6.1 Aerodinamičke sile i vektori brzina na elementu kraka propelera 26
6.2 Ćelije prilagođene (lijevo) i neprilagođene (desno) *rotorDiskSource* klasi . . . 28
6.3 Heksaedarske ćelije zone *rotor* 29

7.1 Krivulje performansi iz XFLR 31
7.2 Raspodjela cirkulacije duž poluraspona $\bar{\Gamma}(\bar{y})$ u uvjetima optimalnog leta i u krstarenju 34
7.3 Vrtlozi u tragu krila, izoploha $Q = 300\text{s}^{-2}$ (za nestlačivo strujanje $Q = -\frac{1}{2}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\frac{\partial v_j}{\partial x_i}$) 35
7.4 Polje koeficijenta tlaka iznad vrha krila - vrtložni uzgon 35
7.5 Raspodjela cirkulacije za $\alpha = 4°$ za krilo s i bez wingleta 36
7.6 Usporedba sloma uzgona s wingletima i bez njih ($\bar{\Gamma}(\bar{y})$ za napadne kuteve $\alpha = 8°, 10°, 12°$ pri $Re = 400000$) 37

8.1 Utjecaj propelera na raspodjelu cirkulacije duž krila bez gondola ($\alpha = 6,2°$) . 39
8.2 Raspodjela cirkulacije pri naglom povećanju potiska ($\alpha = 6,2°$) 40
8.3 Ispitane konfiguracije pozicije i smjera rotacije propelera 41
8.4 Raspodjela cirkulacije u pogonjenom krstarenju za pogonsku konfiguraciju 4 42

A.1 Domena 49
A.2 Mreža na krilu 50

A.3 Raspodjela cirkulacije duž poluraspona $\bar{\Gamma}(\bar{y})$ 51
A.4 Detalj cirkulacije $\bar{\Gamma}(\bar{y})$ u viskoznom slučaju 52

B.1 Vrtložni trag propelera 53
B.2 Eppler E63 aeroprofil 54
B.3 Polare za Eppler E63 aeroprofil 55
B.4 Ovisnost finese o koeficijentu uzgona za Eppler E63 aeroprofil 56
B.5 Geometrija *puller* propelera 57
B.6 Performanse puller propelera 58

C.1 Proračunska domena za OpenFOAM-7 proračune 60
C.2 Globalna profinjenja mreže 61
C.3 Mreža na površini Verse s gondolama (pogled od dolje) 62
C.4 *rotor* zona mreže i profinjenje u tragu propelera 62

Popis tablica

1.1 Značajke i performanse eBee-SQ poljoprivredne bespilotne letjelice 1
1.2 Osnovne geometrijske značajke Versa letećeg krila 3
1.3 Inicijalna procjena ukupne mase Versa letećeg krila 3
1.4 Korištene metode i alati 6

7.1 Uvjeti leta za maksimalan dolet i projektno krstarenje 33
7.2 Usporedba rezultata OpenFOAM i XFLR proračuna za nepogonjeni let 33

8.1 Brzina vrtnje propelera u optimalnom letu i krstarenju 38
8.2 Koeficijent efikasnosti e za različite smjerove vrtnje ($\alpha = 6,2°$) 39
8.3 Ispitane konfiguracije pozicije i smjera rotacije propelera 41
8.4 Aerodinamički koeficijenti Verse u pogonjenom krstarenju za 4 različite pogonske konfiguracije 42
8.5 Pogonski parametri u krstarenju 44

A.1 Karakteristike validacijskog krila i strujanja 48
A.2 Parametri simulacije 50
A.3 Rezultati validacijskog proračuna 52

B.1 Versa propeler s minimalnim induciranim gubicima 56

C.1 Rubni uvjeti za OpenFOAM-7 proračune 61

Popis oznaka

AR	aspektni odnos
$\bar{c}_a$	srednja aerodinamička tetiva, [m]
$\bar{c}_g$	srednja geometrijska tetiva, [m]
B	broj lopatica propelera
b	raspon krila, [m]
C_T	koeficijent potiska
C_{D_i}	koeficijent induciranog otpora
C_D	koeficijent otpora krila
C_L	koeficijent uzgona krila
D_ϕ	difuzivnost svojstva ϕ, [kg/ms]
D_i	inducirani otpor, [N]
D'_i	inducirani otpor sekcije, [N/m]
F	Drelin vršni korekcijski faktor za propeler
J	koeficijent napredovanja
k	kinetička energija turbulentnih pulzacija, [J/kg]
L	uzgon, [N]
L'	uzgon sekcije, [N/m]
m	površinska gustoća dipola, [m^2/s]
n	broj okretaja, [s^{-1}]
P	snaga, [W]
p	tlak, [Pa]
Q	druga invarijanta gradijenta polja brzine, [s^{-2}]
q	površinska gustoća izvora, [m/s]
q_ϕ	površinska gustoća difuzijskog protoka svojstva ϕ
R_k	korijenski radijus propelera, [m]
R_v	vršni radijus propelera, [m]
R_{ji}	tenzor naprezanja s uključenim Reynoldsovim naprezanjima, [N/m^2]
S_ϕ	volumna gustoća izvora veličine ϕ
S_{ref}	referentna površina krila, [m^2]

V_∞ brzina slobodne struje, [m/s]

w_i brzina ispiranja, [m/s]

α napadni kut, [°]

α_i inducirani napadni kut, [°]

α_{ef} efektivni napadni kut, [°]

β konstruktivni kut sekcije kraka propelera, [°]

η iskoristivost

Γ cirkulacija brzine, [m^2/s]

μ dinamička viskoznost, [N/m^2]

μ_t dinamička turbulentna viskoznost, [N/m^2]

ν kinematička viskoznost, [m^2/s]

ν_t kinematička turbulentna viskoznost, [m^2/s]

Ω_M materijalni volumen, [m^3]

Ω_P kontrolni volumen, [m^3]

$\partial\Omega_M$ rub materijalnog volumena, [m^2]

$\partial\Omega_P$ rub kontrolnog volumena, [m^2]

Φ potencijal brzine, [m^2/s]

ϕ općenita specifična veličina

ψ lokalni kut nastrujavanje sekcije kraka propelera, [°]

ρ gustoća, [kg/m^3]

Σ_{ji} devijatorski dio tenzora naprezanja, [N/m^2]

σ_{ji} tenzor naprezanja, [N/m^2]

Sažetak

Male bespilotne letjelice u novije vrijeme nalaze važnu ulogu u poljoprivredi. Opremljene fotografskim i senzorskim uređajima, agronomima i poljoprivrednicima omogućuju preciznije planiranje i upravljanje aktivnostima. U ovome radu aerodinamički se izučava jeftino i lako izradivo leteće krilo, potencijalna "*open source*" alternativa komercijalnim poljoprivrednim dronovima. Provodi se detaljna aerodinamička analiza letjelice, prvo osnovnog krila bez pogonskih elemenata, a zatim i pogonjenog leta. Opisuje se i implementira metoda za postprocesiranje cirkulacije krila i izračun induciranog otpora. Pokazuje se kako aktivni propeleri utječu na aerodinamičke karakteristike letjelice. Naposljetku, vrši se procjena performansi.

Ključne riječi: leteće krilo, poljoprivredna bespilotna letjelica, inducirani otpor, Oswaldov koeficijent efikasnosti, metoda konačnih volumena, pogon propelerima

Summary

In recent times, small UAVs have assumed an important role in agriculture. Equipped with imaging and sensing devices, they enable agronomists and farmers to plan and manage their operations more accurately. This thesis studies the aerodynamics of a cheap and easily made flying wing, a potential "*open source*" alternative to commercial drones. A thorough aerodynamic analysis of the aircraft is conducted, first of the basic wing with no propulsion and then of powered flight. A method for wing circulation postprocessing and induced drag calculation is described and implemented. It is shown how active propellers affect the aerodynamic characteristics of the aircraft. Finally, a performance assessment is made.

Keywords: flying wing, agricultural drone, induced drag, span efficiency, finite volume method, propeller propulsion

1. Uvod

1.1. Primjena bespilotnih letjelica u poljoprivredi

U novije vrijeme, precizne tehnologije i njihova pametna primjena pogone poljoprivrednu revoluciju. Najnoviju komponentu ovog nezaustavljivog tehnološkog napretka čine poluautonomne letjelice u ulozi senzorskih i fotografskih platformi.

Pogled iz ptičje perspektive, omogućava, uz potrebne instrumente, brzu i efikasnu akviziciju vegetacijskih indeksa, spektralnih transformacija snimki koje mogu dati uvid u zdravlje biljaka, plodnost tla, djelovanje sustava navodnjavanja i sl. Proizvođaču hrane niz podataka koji može prikupiti na ovakav način omogućava efektivnije planiranje i optimizaciju djelovanja. Znati gdje i kada koristiti koju količinu gnojiva ili pesticida, rezultira ne samo ekonomskim dobicima i povećanom proizvodnjom, već i ekološki prihvatljivijom poljoprivredom.

Na tržištu već postoji niz sustava koji ovo omogućuju. Jedan reprezentativni primjer je eBee-SQ, prikazan na slici 1.1. Ova letjelica proizvod je tvrtke senseFly i prodaje se kao dio sustava za poljoprivredno nadgledanje, koji uključuje letjelicu, naprednu senzoriku, kontrolne softvere i svu popratnu opremu za cijenu od $10890. Cijene drugih sličnih sustava, sumjerljive su. Za mnoge proizvođače hrane, male ili one iz država u razvoju, ovakve cijene predstavljaju preveliku prepreku, pa im prednosti ovih novih tehnologija nisu na raspolaganju.

raspon krila	1100mm
masa	1100 g
brzina krstarenja	11-30 m/s
dotrajnost	55 min
dolet	40,5 km

Tablica 1.1: Značajke i performanse eBee-SQ poljoprivredne bespilotne letjelice

Međutim, u trenutku pisanja ovoga rada, *free and open source* tehnološka kultura cvjeta. U odsustvu potrebnih sredstava za financiranje komercijalnog agrikulturnog drona, druga

Slika 1.1: eBee-SQ poljoprivredna bespilotna letjelica

opcija je izraditi ga. Softverske biblioteke za procesiranje vegetacijskih indeksa te poluautonomno letenje lako su i slobodne dostupne ([1]), dok su microcontrolleri jeftini, moćni i lagani. Kamere i senzori mogu se naći u širokom rasponu cijena i sposobnosti, ali već i s osnovnim akcijskim kamerama u vidljivom spektru, poput poznatog GoPro-a, postprocesiranjem se može prikupiti pregršt korisnih podataka.

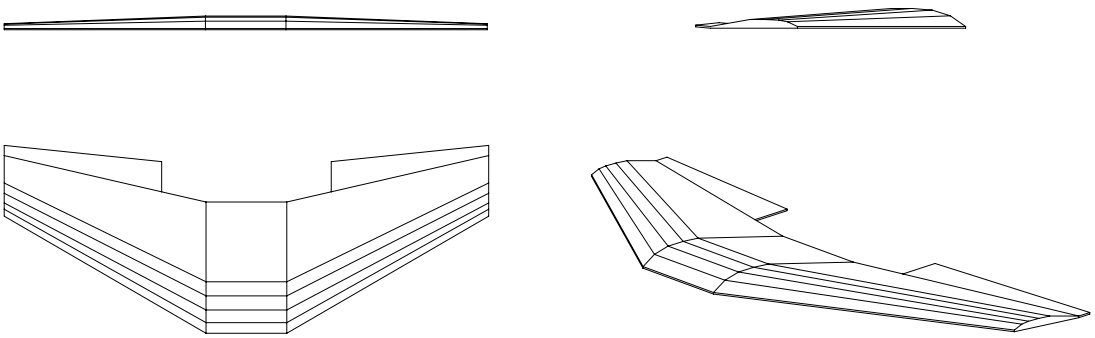
Tema ovog rada je konačan djelić slagalice, letjelica. Smatra se da je najbolji kandidat za ovu ulogu leteće krilo Versa, koja je sličnih dimenzija i performansi kao gore prikazani eBee-SQ i čije će se aerodinamičke karakteristike detaljno izučiti u ovome radu.

1.2. Versa leteće krilo

1.2.1. Osnovno

Versu je dizajnirao Josh Bixler [2] kao višenamjensko, jeftino leteće krilo, odakle joj potječe i ime (*engl. versatile*), koje će korisnici moći dalje nadograđivati i prilagođavati svojim potrebama. Glavna prednost Versinog dizajna i razlog zbog kojeg je baš ona u ovome radu izabrana kao open source poluautonomna leteća platforma za akviziciju vegetacijskih indeksa jest lakoća kojom se izrađuje te dostupnost i cijena materijala od kojih je napravljena.

Glavninu Verse čini otprilike $1\,m^2$ ploče od ekstrudiranog polistirena. Sva njena geome-



Slika 1.2: Versa leteće krilo bez pogonskih elemenata

b	1200mm	raspon krila
S_{ref}	0.3025m^2	referentna površina
$\bar{c}_g$	252mm	srednja geometrijska tetiva
$\bar{c}_a$	265mm	srednja aerodinamička tetiva
$\mathcal{AR}$	4,8	aspektni odnos

Tablica 1.2: Osnovne geometrijske značajke Versa letećeg krila

konstrukcija	300 g
baterije	370 g
motori	130 g
kamera	180 g
elektronika	100 g
servo	20 g
	1100 g

Tablica 1.3: Inicijalna procjena ukupne mase Versa letećeg krila

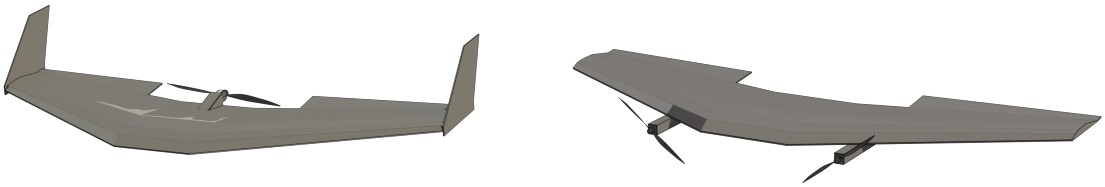
trija, uključujući i funkcionalni aerodinamički oblik krila dobiva se niti jednim postupkom zahtjevnijim od ručnog rezanja i lijepljenja spomenutog materijala. Nekome tko i nije izrazito vješt sa škarama i ljepilom, za izraditi Versu prvi put trebalo bi do 2 sata, a uvježbanim rukama treba oko pola sata.

Poluautonomna letjelica, bazirana na Versi, ne bi stoga bila skupocjena letjelica s kojom korisnik mora biti oprezan, već potrošan i lako obnovljiv alat. Glavnina financijskih

davanja za takvu leteću platformu svela bi se na jednokratnu kupnju elektronike potrebne za pogon, upravljanje i snimanje, dok bi se trup letjelice, koji ujedno i štiti komponenete koja nosi, jeftino i lagano zamijenio nakon padova, udesa ili neizbježnog starenja.

1.2.2. Pogonska konfiguracija

Među ljudima koji su dosad eksperimentirali s Versom, zbog jednostavnosti, najpopularnija je takozvana *pusher* konfiguracija u kojoj jedan pogonski propeler, smješten na izlaznom bridu u ravnini simetrije, *gura* letjelicu.



Slika 1.3: *Pusher* (lijevo) i *puller* (desno) pogonske konfiguracije Verse

Ljudi, za razliku od ptica, nisu dovoljno vješti u aerodinamici da lete bez vertikalnih stabilizatora čak ni u mirnom zraku. Krila su općenito nestabilna u smjeru skretanja (*yaw*). Vertikalni stabilizatori na dovoljno velikom kraku iza centra mase zrakoplova rješavaju tu nestabilnost. Kod letećih krila kakvo je Versa, ne postoji krak na koji se može postaviti mala vertikalna površina. Zato su ovoj konfiguraciji na vrhovima krila potrebni izrazito veliki wingleti[1].

Pokazano je [3] da veliki wingleti u dovoljnoj mjeri stabiliziraju let da letjelica može uspješno snimati zračne fotografije. Međutim, ona je i dalje podupravljana. Jedini kontrolni autoritet ima nad elevonima. Sa stajališta optimalnog upravljanja, to nije pogodno obzirom da prilikom valjanja, koje je nužno u promjeni smjera, zrakoplovi doživljavaju nepovoljan moment skretanja (*adverse yaw*) koji ih skreće u smjeru suprotnom od željenog. To uzrokuje povećanje otpora i suboptimalan let te ujedno predstavlja jedan od glavnih razloga postojanja kormila smjera na zrakoplovima.

[1] Uređaji za kontrolu intenziteta vršnog vrtloga. U radu se koristi engleski izraz *winglet* zbog ekonomije jezika.

Zbog niza nedostataka pusher konfiguracije, u ovom se istraživanju pažnja usmjerava na *puller* konfiguraciju u kojoj letjelicu *vuku* dva pogonska propelera smještena na prednji brid krila pomoću nosećih gondola.

Dva pogonska propelera daju letjelici kontrolni autoritet nad skretanjem i time istovremeno rješavaju i problem stabilnosti i nepoželjnog momenta skretanja. Ljudskom pilotu bilo bi praktično neizvedivo stabilizirati let na takav način jer su oscilacije u pitanju visoke frekvencije. Za poluautonomnu letjelicu to ne predstavlja problem. Micro-controlleri imaju i više nego dovoljno visoku procesorsku frekvenciju da bi mogli zagladiti i najgore oscilacije, a mali elektromotori imaju zanemarivu latenciju i na kontrolne signale momentom reagiraju gotovo trenutačno. Ovoj konfiguraciji *wingleti* stoga nisu potrebni. Osim na kontrolni autoritet skretanja, propeleri ispred elevona, imaju i značajan utjecaj na autoritet kontrole propinjanja i valjanja jer propuhuju preko kontrolnih površina. Zrakoplov je tako upravljiv, čak i pri malim (ili nultim) brzinama leta.

1.3. Metodologija istraživanja

U ovome radu, vrši se istraživanje aerodinamičkih svojstava Versa letećeg krila u statičkom ravnotežnom letu. Predstavljeni su rezultati proračuna nepogonjenog i pogonjenog statičkog leta. Nadalje, implementirana je, prezentirana i validirana metoda izračuna induciranog otpora iz numeričkih rješenja metode konačnih volumena.

Da bi se usmjerila konstrukcija odnosno odabir pogona za zrakoplov, provedena je osnovna aerodinamička analiza nepogonjenog leta. U tu svrhu modelira se strujanje samo oko aerodinamički relevantnih uzgonskih površina koje su, u projektnim granicama leta, glavni izvor sila na zrakoplovu, kako uzgonskih tako i otpornih. Noseće gondole propelera izostavljaju se obzirom da strujanje oko njih bez aktivnih propelera ne može ponuditi nikakve korisne informacije.

Na temelju tih podataka definirao se pogonski propeler, s kojim je proveden proračun pogonjenog leta i analiziran utjecaj propelera na aerodinamičke karakteristike zrakoplova.

Najveću prepreku u istraživanju predstavljao je izračun viskoznog otpora. Uzgon krila je relativno lako dobro izračunati koja se god metoda koristila jer je dominantna sila i uzrokovan poglavito silama tlaka. Za inducirani otpor, uzrokovan uzgonom, vrijedi ista stvar. Viskozni otpor s druge strane, je za strujno oblikovane oblike puno manji od uzgona i poglavito posljedica sila trenja koje jako ovise o stupnju razvijenosti turbulencije.

Versa je mala i spora letjelica. Reynoldsovi brojevi[2] u kojima operira, 120000 do 1000000, takvi su da pozicija tranzicije laminarnog u turbulentni granični sloj značajno utječe na njen otpor. Modelirati takva strujanja i dobiti pouzdanu procjenu viskoznog otpora nije lako kad nisu dostupni računalni resursi koji bi omogućili LES proračun.

Problemu se doskače na sljedeći način. Za izračun viskoznog otpora koristi se XFLR5, panelni kod koji koristi XFOIL subrutinu za viskozni otpor. Za sporu aerodinamiku to je najbolji dostupni alat. On međutim ne omogućava uvid u pogonjen let. Za to se koristi OpenFOAM i rotorDiskSource klasa, a zbog brzine i efikasnosti proračuna koristi se $k-\omega$ SST model turbulencije. Iako su dobivene vrijednosti viskoznog otpora zato precijenjene, konzistencija metode omogućava izvlačenje validnih zaključaka iz usporedbe rezultata više proračuna.

XFOIL [4]	• 2D proračun aeroprofila • pouzdano predviđanje odvajanja, tranzicije i viskoznog otpora
XFLR5 [5]	• 3D panelna metoda • brzi proračuni, validacija induciranog otpora • viskozni otpor interpoliran po sekcijama iz XFOIL-a
OpenFOAM 7 [6]	• 3D metoda konačnih volumena • modeliranje propelera pomoću *rotorDiskSource* klase • profilni otpor precijenjen zbog primjene $k-\omega$ SST pri malom Re • izračun induciranog otpora validiranom ParaView skriptom
QProp [7]	• proračun propelera baziran na proširenoj teoriji elementa kraka • konstrukcija propelera s minimalnim induciranim gubicima

Tablica 1.4: Korištene metode i alati

Treba se napomenuti da se u ovome radu ne analiziraju dinamički aspekti leta niti dinamička stabilnost letjelice. Proučavaju se samo uvjeti statičkog, ravnotežnog leta, uz određene komentare vezane za stabilnost.

[2] Za karakterističnu duljinu strujanja uzima se srednja aerodinamička tetiva $\bar{c}_a = 265$ mm.

2. Matematički model strujanja fluida

2.1. Osnove

U stvarnosti, sva materija diskretne je naravi i sazdana od zasebnih mikroskopskih čestica koje se gibaju u praznom prostoru. Međutim, u većini razmatranja, slobodne putanje fizikalnih čestica koje čine tvar dovoljno su malene naspram makroskopskih skala u kojima ljudi i njihovi strojevi postoje, da se s dovoljnom točnošću može smatrati da je tvar kontinuirano raspodijeljena po prostoru.

To je hipoteza kontinuuma i u takvom modelu, svaka točka prostora sadržava točno jednu česticu tvari. Raspodjela materije i njenih svojstava u prostoru opisane su neprekinutim funkcijama. Primjena modela kontinuuma omogućuje stoga primjenu metoda integralnog i diferencijalnog računa i zato je od neizmjerne važnosti u mehanici općenito.

Za opis strujanja fluida služe osnovni zakoni očuvanja koje definiraju klasična mehanika i termodinamika:

- zakon očuvanja mase,
- zakon očuvanja količine gibanja,
- zakon očuvanja momenta količine gibanja,
- zakon očuvanja energije,
- drugi zakon termodinamike.

Kod nepolarnog fluida zakon momenta količine gibanja svodi se na simetričnost tenzora naprezanja. Obzirom da je zrak, čije se strujanje izučava u ovom radu, upravo takav fluid, taj zakon može se apriori izuzeti iz razmatranja.

Matematički iskaz drugog zakona termodinamike, odnosno zakona o brzini produkcije entropije, nije spregnut s ostalima, jer se entropija pojavljuje samo u njemu pa se i on može izostaviti.

2.2. Opći oblik zakona očuvanja

Zakoni očuvanja definirani su za materijalni volumen, volumen koji se uvijek sastoji od jedno te istih čestica omeđenog materijalnom površinom koja se također uvijek sastoji od jedno te istih čestica.

Integralni zakon očuvanja za specifičnu veličinu ϕ, iskazan za materijalni volumen Ω_M, omeđen materijalnom površinom $\partial\Omega_M$ glasi

$$\frac{D}{Dt}\int_{\Omega_M}\phi\rho\,\mathrm{d}\Omega = -\int_{\partial\Omega_M} q_{\phi,i}\,n_i\,\mathrm{d}S + \int_{\Omega_M} S_\phi\,\mathrm{d}\Omega \tag{2.1}$$

gdje je $q_{\phi,i}$ površinska gustoća difuzijskog protoka svojstva ϕ, S_ϕ volumni izvor svojstva ϕ, a n_i vanjska normala na zatvarač $\partial\Omega_M$.

Korištenjem Reynoldsovog transportnog teorema, koji je specijalni slučaj Leibnitzovog integralnog pravila, iskaz (2.1) reformulira se u formu koja vrijedi za kontrolni volumen Ω_P omeđen zatvorenom kontrolnom površinom $\partial\Omega_P$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Omega_P}\phi\rho\,\mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega_P}\phi\rho\,v_i\,n_i\,\mathrm{d}S = -\int_{\partial\Omega_P} q_{\phi,i}\,n_i\,\mathrm{d}S + \int_{\Omega_P} S_\phi\,\mathrm{d}\Omega \tag{2.2}$$

gdje je v_i vektor brzine strujanja fluida.

Ukoliko se primijeni teorem Gauss-Ostrogradskog te kontrolni volumen sažme u diferencijalno mali volumen jednadžba (2.2) dobije se u diferencijalnom obliku koji je ovdje prikazan u konzervativnoj formi

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j\phi)}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_{\phi,j}}{\partial x_j} + S_\phi \tag{2.3}$$

2.3. Izotermno nestlačivo strujanje newtonovskog fluida

U ovom radu izučava se podzvučna aerodinamika pri niskim Machovim brojevima. U strujanju zraka u kojem je Machov broj relativno malen[1], promjene gustoće i temperature zraka koje izazove adijabatska kompresija fluida prilikom naglog zaustavljanja, dovoljno su male da se ono može smatrati nestlačivim i izotermnim. Uz te pretpostavke, zakon očuvanja energije svodi se na zakon očuvanja kinetičke energije koji ne nosi nikakvu novu informaciju obzirom da je samo drugačiji zapis jednadžbe količine gibanja.

[1] Uobičajeno, ako je manji od 0,3.

Modelske jednadžbe izotermnog nestlačivog strujanja čine stoga jednadžba kontinuiteta i jednadžba količine gibanja. Za zatvaranje modelskih jednadžbi uvodi se konstitutivni Newtonov zakon viskoznosti koji vrijedi za newtonovske fluide poput zraka

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} = \mu(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}) \tag{2.4}$$

gdje je σ_{ji} tenzor naprezanja, Σ_{ji} devijatorski dio tenzora naprezanja, p tlak, a μ dinamička viskoznost fluida. Za dinamičku viskoznost fluida u izotermnom nestlačivom strujanju može se pretpostaviti da je konstantna obzirom da slabo ovisi o tlaku.

2.3.1. Zakon očuvanja mase

Uz ρ =konst. i kontrolni volumen s nepromjenjivim granicama, zakon očuvanja mase, poznat kao jednadžba kontinuiteta u integralnom obliku glasi

$$\int_{\partial\Omega_P} v_i n_i \,\mathrm{d}S = 0 \tag{2.5}$$

U diferencijalnoj formi glasi

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.6}$$

2.3.2. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon o očuvanju količine gibanja za proizvoljni kontrolni volumen nepromjenjivih granica glasi

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Omega_P} v_i \,\mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega_P} v_i v_j n_j \,\mathrm{d}S = -\int_{\Omega_P} \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}\,\mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega_P} \nu\frac{\partial v_i}{\partial x_j} n_j \,\mathrm{d}S + \int_{\Omega_P} f_i \,\mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega_P} \frac{S_i}{\rho}\,\mathrm{d}\Omega \tag{2.7}$$

gdje je f_i vektor specifične masene sile uslijed ubrzanja, najčešće gravitacije, a S_i vektor neke općenite volumenske sile. Distinkcija se radi da bi S_i služio kao član za dodavanje raznih sila u modelske jednadžbe. Naime, u ovom radu, sile pogonskog propelera u jednadžbu (2.7) dodaju se upravo kroz član S_i.

U diferencijalnoj, konzervativnoj formi glasi

$$\frac{\partial(v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(v_j v_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i + \frac{S_i}{\rho} \tag{2.8}$$

2.4. Potencijalno strujanje

Potencijalno strujanje je nestlačivo, neviskozno strujanje koje je po rubu domene bezvrtložno. Prema Kelvinovom teoremu o vrtložnosti [8], u neviskoznom barotropnom fluidu vrtložnost materijalne čestice ostaje konstantna. Drugim riječima, obzirom da je u potencijalnom strujanju fluid bezvrtložan na rubu, bezvrtložan je i unutrašnjosti domene osim u izoliranim singularitetima.

Zbog bezvrtložnosti polja brzine v_i, $\text{rot}\,\vec{v} = 0$, ono se može prikazati skalarnim potencijalom Φ

$$v_i = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \tag{2.9}$$

Pomoću (2.9) i uz izostavljanje viskoznog člana mogu se reformulirati izrazi (2.6) i (2.8).

Zakon očuvanja mase svodi se na Laplaceovu jednadžbu

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \tag{2.10}$$

Zakon očuvanja količine gibanja svodi se na Euler-Bernoullijevu jednadžbu [9], koja uz zanemarenje masenih sila glasi

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\rho v^2 + p = f(t) \tag{2.11}$$

gdje je $f(t)$ neka funkcija vremena.

Aerodinamika tipično razmatra strujanja u neograničenoj domeni pri visokim Reynoldsovim brojevima. U takvim strujanjima, utjecaj viskoznosti sveden je tanak granični sloj uz opstrujavano tijelo dok se u ostatku domene uz zadovoljavajuću točnost može pretpostaviti potencijalno strujanje. Tu činjenicu iskorištavaju metode aerodinamičkog proračuna koje sprežu proračun potencijalnog strujanja panelnim metodama s proračunom viskoznog graničnog sloja.

2.5. Turbulencija

Konačni volumen fluida je dinamički sustav s gotovo beskonačno stupnjeva slobode gibanja. Kao takav, on je inherentno kaotičan. Turbulentno strujanje, u kojemu se i uz stacionarne, poznate rubne uvjete, strujne veličine u vremenu razvijaju nepredvidivo i oscilatorno, u stvarnom je svijetu zato sveprisutno.

Inercijske sile u fluidu raspiruju i pune turbulentne vrtloge kinetičkom energijom dok viskozne sile djeluju kao prigušivač u fluidnom dinamičkom sustavu. Energija koju nose turbulentni vrtlozi disipira se upravo kroz mehanizam viskoznosti. Presudnu ulogu u tome kako se turbulencija ispoljava u strujanju, igra Reynoldsov broj; omjer inercijskih i viskoznih sila. Kako on raste, raste i turbulentnost strujanja.

To vrijedi sve do graničnog slučaja u kojemu Re teži u beskonačnost, odnosno kad strujanje teži potencijalnom. Iako viskoznost turbulenciju prigušuje, ona je nužan preduvjet da bi se turbulencija uopće razvila. Difuzija količine gibanja kroz slojeve fluida koji klize jedan preko drugog je ono što inicira vrtloženje fluida.

2.5.1. Vremenski osrednjene Navier Stokes jednadžbe (*RANS*)

Turbulentno strujanje može se rješavati direktnom numeričkom integracijom Navier-Stokesovih jednadžbi, ali obzirom na vremensku i prostornu skalu turbulencija, za sve osim najjednostavnijih i najmirnijih slučajeva ovaj DNS (*Direct Numerical Simulation*) pristup prohibitvno je skup sa stajališta računalnih resursa za inženjerske probleme.

Zato se primjenjuje Reynoldsovo osrednjavanje. Ideja je rješavati strujanje tako da se dobiju u vremenu statistički osrednjene veličine.. Rezultatni sustav jednadžbi za nestlačivo strujanje, jednadžba kontinuiteta i količine gibanja, zovu se RANS (*Reynolds-averaged Navier Stokes*) jednadžbe [10] i u diferencijalnoj konzervativnoj formi, uz zanemarenje masenih sila i izvorskog člana, glase

$$\frac{\partial(\rho\bar{v}_i)}{\partial x_i} = 0, \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_i\bar{v}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\left(\frac{\partial\bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{v}_j}{\partial x_i}\right) - \rho\overline{v_i'v_j'}\right) \tag{2.13}$$

gdje su $\bar{v}_i$ i $\bar{p}$ osrednjeni brzina i tlak, a v_i' pulsacija brzine.

$-\rho\overline{v_i'v_j'}$ je član turbulentnih ili Reynoldsovih naprezanja koji opisuje turbulentnu difuziju količine gibanja. Određivanje, odnosno modeliranje tog člana jedan je od najvećih izazova računalne dinamike fluida.

Većina primijenjenih modela turbulencije bazirana je na Boussinesqovoj hipotezi. Ona povlači analogiju s Newtonovim zakonom viskoznosti i za Reynoldsova naprezanja pretpostavlja da su linearna funkcija gradijenta osrednjene brzine

$$-\rho\overline{v_i'v_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial\bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{v}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\rho\bar{k}\delta_{ij}, \tag{2.14}$$

gdje je k kinetička energija turbulentnih pulzacija, a μ_t turbulentna viskoznost. Na taj način problem modeliranja turbulencije svodi se na modeliranje turbulentne viskoznosti.

RANS jednadžbe ovdje su dane i u integralnoj formi za kontrolni volumen Ω_P što je forma koja se u konačnici koristi za formulaciju metode konačnih volumena.

$$\int_{\partial\Omega_P} \bar{v}_i n_i \, \mathrm{d}S = 0, \tag{2.15}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Omega_P} \bar{v}_i \, \mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega_P} \bar{v}_i \bar{v}_j n_j \, \mathrm{d}S = -\int_{\Omega_P} \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \, \mathrm{d}\Omega + \int_{\partial\Omega_P} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \overline{v_i' v_j'}\right) n_j \, \mathrm{d}S, \tag{2.16}$$

2.5.2. $k-\omega$ SST model turbulencije

U ovome radu koristi se $k-\omega$ SST dvojednadžbeni model turbulencije. Ovaj model kombinira najbolje od $k-\omega$ i $k-\epsilon$ modela. U viskoznom podsloju graničnog sloja koristi $k-\omega$ model, a podalje od stijenke $k-\epsilon$. Rezultat je taj da se $k-\omega$ SST može koristiti i na mrežama koje imaju razlučen granični sloj s čvorom prve ćelije u viskoznom podsloju, a istovremeno je izbjegnuta visoka osjetljivost $k-\omega$ modela na ulazne parametre turbulencije.

Da se zatvori skup modelskih jednadžbi strujanja fluida, dodaju im se još dvije skalarne transportne jednadžbe, jedna za k, specifičnu kinetičku energiju turbulentnih pulsacija,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (v_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_k \nu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{2.17}$$

i jedna za ω, specifičnu brzinu disipacije kinetičke energije turbulencije,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (v_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2(1-F_1)\sigma_{\omega^2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{2.18}$$

Modelski koeficijenti i pomoćni izrazi mogu se pronaći u [11].

Polje turbulentne viskoznosti s poljima k i ω vezano je preko izraza

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, SF_2)} \tag{2.19}$$

3. Panelna metoda

U nastavku je opisana osnovna 3D panelna metoda [12] kakva je implementirana u XFLR5 softverskom paketu. Jednadžba koju se rješava (2.10) je Laplaceova jednadžba za potencijal brzine Φ

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j} = 0 \tag{3.1}$$

Sukladno Greenovom identitetu, općenito rješenje ove jednadžbe može se konstruirati distribucijom elementarnih izvora q i dipola m po površini promatranog tijela i njegovog traga. Za simulaciju efekta debljine tijela koriste se izvorski elementi dok se za simulaciju cirkulatornog strujanja moraju koristiti antisimetrični elementi poput dipola ili vrtloga. U XFLR-u koriste se dipoli. Opće rješenje glasi

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_B+S_W} m n_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S \; - \; \frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_B} q \left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S \; + \; \Phi_\infty \tag{3.2}$$

gdje je Φ_∞ potencijal strujanja u beskonačnosti, S_B površina tijela, a S_W površina traga.

Za površinu S_B vrijedi Neumannov rubni uvjet nepromočivosti

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right|_{S_B} = 0 \tag{3.3}$$

a ako je ona zatvorena, prema Lambu, taj uvjet može se pretvoriti u Dirichletov rubni uvjet za potencijal unutar tijela

$$\phi_{unutra} = C \tag{3.4}$$

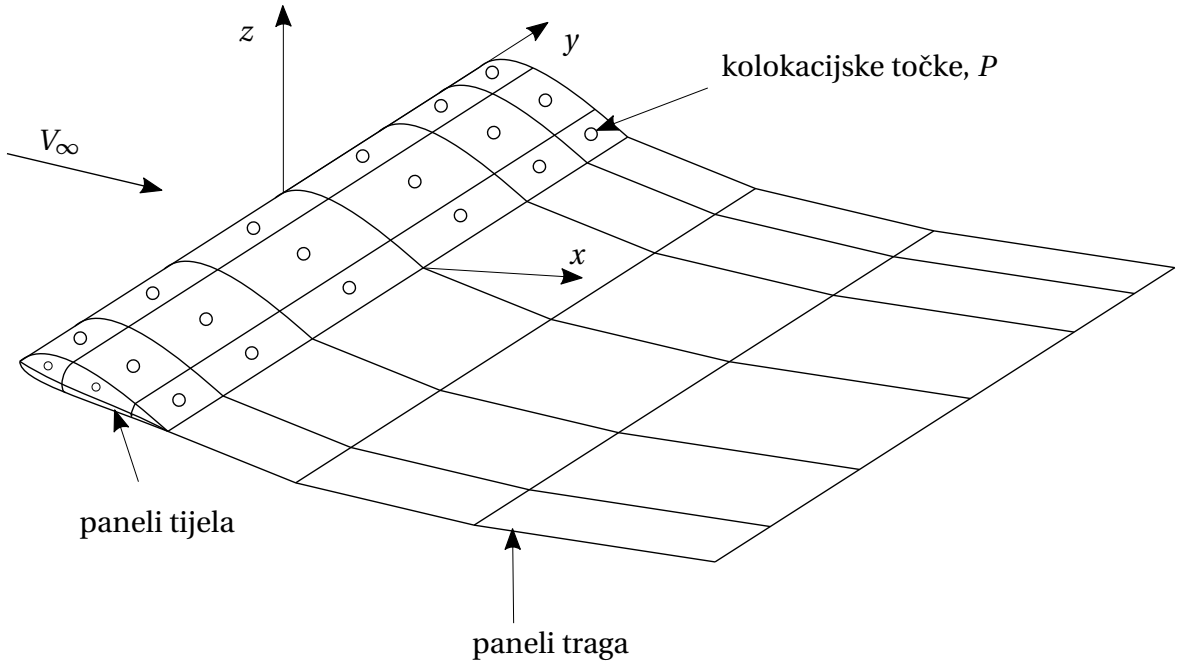
Konstanta C može se odabrati po volji pa se uz $C = \Phi_\infty$ zapisuje

$$\frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_B+S_W} m \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S - \frac{1}{4\pi} \int\limits_{S_B} q \left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S = 0 \tag{3.5}$$

Da bi vrijedila jednadžba (3.5) za raspodjelu izvora po površini tijela mora vrijediti

$$q = n_i V_{\infty,i} \tag{3.6}$$

Površina tijela dijeli se na N panela konstante raspodjele dipola m i izvora q, a trag na N_T panela konstante raspodjele dipola. Rubni uvjet (3.3) propisuje se u kolokacijskim



Slika 3.1: Diskretizacija panelima

točkama P. Zahtijeva se da ukupni utjecaj svih panela tijela i traga na svaku kolokacijsku točku bude upravo takav da bude ispunjen rubni uvjet nepromočivosti. Za svaku kolokacijsku točku stoga vrijedi

$$\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{4\pi} m_k \int_{S_k} n_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S + \sum_{l=1}^{N_T} \frac{1}{4\pi} m_l \int_{S_l} n_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S - \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{4\pi} q_k \int_{S_k} \left(\frac{1}{r}\right) \mathrm{d}S = 0 \tag{3.7}$$

Integrali u jednadžbi (3.7) predstavljaju utjecaj jediničnog singulariteta (za dipol ili izvor) panela k odnosno l, na kolokacijsku točku P. Oni ovise samo o prostornom položaju panela i kolokacijskih točaka, a proračun počinje upravo izračunavanjem tih geometrijskih relacija. Jednadžba (3.7) može se tako pisati

$$\sum_{k=1}^{N} C_k m_k + \sum_{l=1}^{N_T} C_l m_l + \sum_{k=1}^{N} B_k q_k = 0 \tag{3.8}$$

pri čemu je C_k utjecaj dipola panela k na točku P, C_l utjecaj dipola panela l, a B_k utjecaj izvora panela k.

Distribucija izvora panela tijela određena je izrazom (3.6), smatra se poznatom i stavlja se na desnu stranu. Kuttinim uvjetom distribucija dipola traga izražava se pomoću distri-

bucije dipola po površini tijela i u konačnici jednadžba problema postaje

$$\sum_{k=1}^{N} A_k m_k = -\sum_{k=1}^{N} B_k q_k \tag{3.9}$$

Rješavanjem jednadžbe (3.9) dobiva se distribucija dipola po površini tijela. Tada je omogućeno pronalaženje brzine, a preko Eulerovog integrala Bernoullijeve jednadžbe (2.11) i tlaka, u cijeloj domeni. Ovim putem izračunavaju se neviskozne aerodinamičke sile na tijelo, odnosno uzgon i inducirani otpor.

Viskozni otpor izračunava se sprezanjem rješenja potencijalnog strujanja s rješenjima XFOIL [4] koda za analizu aeroprofila. XFLR pomoću rješenja lokalnog uzgona svake pojedine sekcije krila, iz 2D XFOIL rješenja interpolira otpor profila i na taj način procjenjuje ukupni otpor krila. Ovakav pristup ne uzima u obzir strujanje duž raspona krila, pa je izvjesno da će blago podcijeniti vrijednosti viskoznog otpora što su potvrdili validacijski eksperimenti [5].

XFOIL je robustan i pouzdan kod koji koristi 2D panelnu metodu za rješenje neviskoznog strujanja oko aeroprofila. Rješenja potencijalnog strujanja predstavljaju ulazne podatke za proračun graničnog sloja. Debljina istisnuća graničnog sloja mijenja efektivnu debljinu aeroprofila, pa se ponovno vrši proračun neviskoznog strujanja i tako do konvergencije. Kod uspješno tretira i problem tranzicije laminarnog u turbulentni granični sloj. Tranzicija se događa kad faktor pojačanja Tollmien-Schlichting prostornih valova prijeđe kritičnu vrijednost koja se zadaje ovisno o turbulentnosti strujanja na ulazu u domenu [13].

4. Metoda konačnih volumena

4.1. Osnovno

Metoda konačnih volumena je integralna metoda za rješavanje problema polja opisanih parcijalnim diferencijalnim jednadžbama. Konzervativni oblik transportnih jednadžbi modela integrira se po diskretnim konačnim volumenima na koje je raspodijeljena promatrana domena. Rezultirajuća integralna jednadžba

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\Omega_P}\rho\phi\,\mathrm{d}V = -\int_{\partial\Omega_P}\left(\rho\phi v_j - D_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x_j}\right)n_j\,\mathrm{d}S + \int_{\Omega_P}S_\phi\,\mathrm{d}V \tag{4.1}$$

u kojoj D_ϕ označava difuzivnost svojstva ϕ, rješava se za svaki proračunski volumen Ω_P.

Članovi osnovne transportne jednadžbe skalarne veličine su redom:

- nestacionarni član (član lokalne promjene),
- konvektivni član,
- difuzijski član,
- izvorski član.

U ovome radu koristi se *osnovna metoda konačnih volumena* na nepomaknutoj mreži. Ona je najviše drugog reda točnosti ako se proračunski čvorovi volumena nalaze u njihovom težištu, a prvog reda ukoliko taj uvjet nije ispunjen [14].

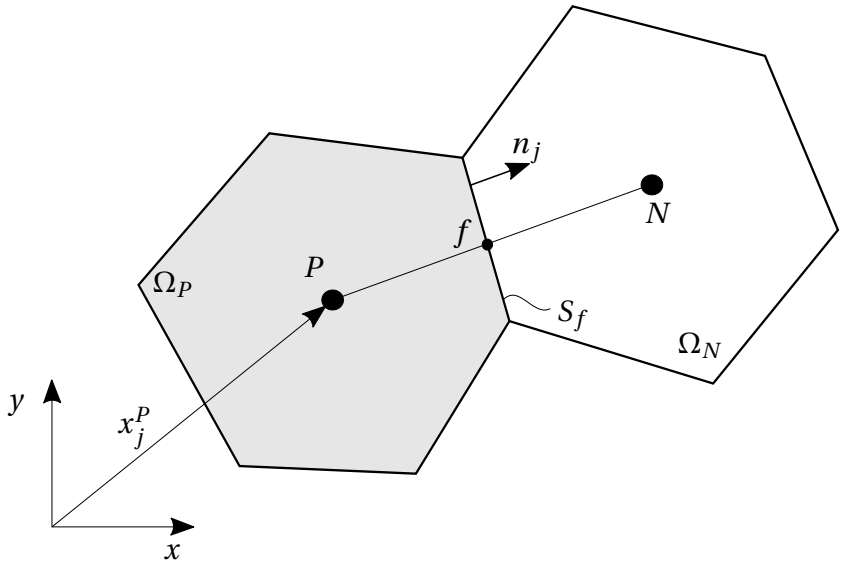
4.2. Diskretizacija jednadžbi

Diskretizacija prostornih i površinskih integrala u jednadžbi (4.1) vrši se sukladno integralnom teoremu o srednjoj vrijednosti

$$\int_{\Omega_P}\phi\,\mathrm{d}\Omega = \overline{\phi}\Omega_P \tag{4.2}$$

pri čemu je $\overline{\phi}$ srednja vrijednost fizikalne veličine ϕ unutar ćelije P volumena Ω_P prema slici 4.1.

Pod pretpostavkom da je konačni volumen malen, raspodjela veličine ϕ unutar volumena aproksimira se Taylorovim razvojem u redu oko čvora P pri čemu se svi članovi viši



Slika 4.1: Poligonski konačni volumeni

od linearnog odbacuju. Ukoliko su čvor i težište volumena koincidentni, za linearnu raspodjelu ϕ vrijedi

$$\phi_P = \overline{\phi}, \tag{4.3}$$

pa se volumni integral po konačnom volumenu aproksimira izrazom

$$\int_{\Omega_P} \phi \, \mathrm{d}\Omega = \phi_P \Omega_P. \tag{4.4}$$

Izraz (4.4) egzaktan je u slučaju da je raspodjela fizikalne veličine zaista linearna u prostoru. Ako to nije slučaj greška učinjena ovom aproksimacijom bit će to manja što je finija proračunska mreža.

Prema (4.4), nestacionarni član tj. član lokalne promjene u jednadžbi (4.1) aproksimira se izrazom

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\Omega_P} \rho\phi \, \mathrm{d}\Omega = \rho \frac{\partial \phi_P}{\partial t} \Omega_P \tag{4.5}$$

a izvorski član izrazom

$$\int_{\Omega_P} S_\phi \, \mathrm{d}\Omega = S_{\phi,P} \Omega_P \tag{4.6}$$

Za površinske integrale vrijede izrazi analogni (4.2) i (4.3). Prema integralnom teoremu srednje vrijednosti, ukupni protok veličine ϕ kroz stranicu konačnog volumena S_f, koji se

sastoji od konvektivnog i difuzijskog doprinosa, glasi

$$\Delta J_f = \int_{S_f} \left(\rho \phi v_j - D_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) n_j \, \mathrm{d}S = \left[\rho \left(\overline{v_i n_i \phi} \right)_{S_f} - D_\phi \left. \overline{\frac{\partial \phi}{\partial n}} \right|_{S_f} \right] S_f \tag{4.7}$$

Izraz (4.7) aproksimira se vrijednostima u točki f, u kojoj spojnica čvorova P i N probada stranicu S_f i dobiva se

$$\Delta J_f = \left[\rho v_{n,f} \phi_f - D_\phi \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_f \right] S_f \tag{4.8}$$

pri čemu $v_{n,f}$ označava komponentu brzine normalnu na stranicu S_f u točki f.

Uvrštavanjem aproksimativnih integralnih izraza u jednadžbu (4.1) dobiva se konačni oblik diskretizirane jednadžbe konačnog volumena

$$\rho \frac{\partial \phi_P}{\partial t} \Omega_P = - \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \left[\rho v_{n,f} \phi_f - D_\phi \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_f \right]_{nb} + S_{\phi,P} \Omega_P \tag{4.9}$$

gdje $\sum_{nb=1}^{N_{nb}}$ označava zbroj po svim stranicama konačnog volumena.

U ovome radu razmatra se stacionarno strujanje za koje isčezava član lokalne promjene pa jednadžba konačnog volumena glasi

$$\sum_{nb=1}^{N_{nb}} \left[\rho v_{n,f} \phi_f - D_\phi \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_f \right]_{nb} = S_{\phi,P} \Omega_P. \tag{4.10}$$

U numeričkom postupku se računaju i pamte samo vrijednosti polja u glavnim čvorovima mreže, pa se vrijednosti ϕ_f i $\left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_f$ računaju različitim *shemama diferencije*. Njima se ukupni protok kroz stranicu S_f izražava preko vrijednosti polja u čvorovima P i N

$$\Delta J_n = \rho v_{n,f} \phi_P + a_N (\phi_P - \phi_N) \tag{4.11}$$

Jednadžba za jedan konačni volumen može se onda pisati

$$a_P \phi_P = \sum_{nb=1}^{N_{nb}} a_N \phi_N + b \tag{4.12}$$

Raspisivanjem za svaki konačni volumen proračunske mreže dobiva se linearni algebarski sustav jednadžbi koji se u matričnom obliku može prikazati

$$A_{ji} \phi_j = b_i \tag{4.13}$$

4.3. Numeričke sheme

4.3.1. Shema centralnih diferencija

Shema centralnih diferencija (u OpenFOAM-u *linear*) primjenjuje se za modeliranje difuzijskog toka. Prema njoj, gradijent fizikalne veličine ϕ u točki f računa se prema

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial n}\right|_f = \frac{\phi_N - \phi_P}{|x_j^N - x_j^P|}. \tag{4.14}$$

Shema je drugog reda točnosti ukoliko je mreža uniformna i ortogonalna. Kad mreža nije ortogonalna primjenjuje se ortogonalna korekcija ovog izraza kao što je prikazano u [10].

4.3.2. Uzvodna shema

Prema uzvodnoj shemi 1. reda točnosti (u OpenFOAM-u *upwind*), vrijednost ϕ_f konvektivnog člana, računa se kao

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P & \text{za } v_n \geq 0, \\ \phi_N & \text{za } v_n < 0. \end{cases} \tag{4.15}$$

Ova shema je bezuvjetno stabilna, no u proračun unosi lažnu difuziju. Time se proračun stabilizira, ali rješenja nisu od zadovoljavujuće točnosti.

4.3.3. Linearna uzvodna shema

Prema linearnoj uzvodnoj shemi (u OpenFOAM-u *linearUpwind*), ϕ_f dobiva se linearnom ekstrapolacijom vrijednosti ϕ od uzvodnog čvora do točke f

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P + \left.\frac{\partial\phi}{\partial n}\right|_P \left|x_j^f - x_j^P\right| & \text{za } v_n \geq 0 \\ \phi_N + \left.\frac{\partial\phi}{\partial n}\right|_N \left|x_j^f - x_j^N\right| & \text{za } v_n < 0 \end{cases} \tag{4.16}$$

Ova shema je najviše drugog reda točnosti. Nije bezuvjetno stabilna pa može dati nemonotona rješenja koja mogu uzrokovati nestabilnost numeričkog postupka.

5. Inducirani otpor iz rezultata MKV proračuna

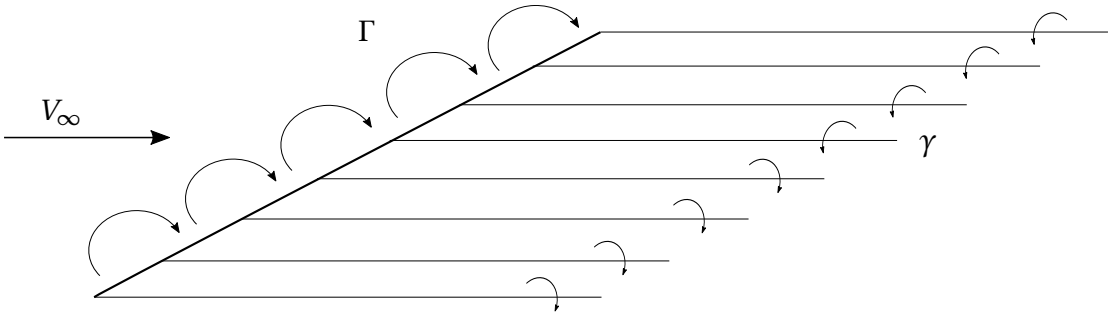
5.1. Strujanje oko krila konačnog raspona

Pri optjecanju krila pod nekim aerodinamičkim napadnim kutem različitim od nule, javlja se uzgon kao posljedica razlike tlakova na donjaci i gornjaci. Kod krila konačne duljine, ista razlika tlaka uzrokuje na vrhovima krila prestrujavanje fluida s pretlačne na potlačnu stranu, odnosno s područja višeg na područje nižeg tlaka. Zaključuje se da strujanje s obe strane krila posjeduje i komponentu brzine u smjeru raspona krila. Struja fluida na potlačnoj strani zakreće prema korijenu krila, dok struja na pretlačnoj strani zakreće prema bližem vrhu simetričnog krila. Posljedično, kada se struje susretnu na izlaznom bridu krila, među njima postoji diskontinuitet u y komponenti brzine. To znači da se na izlaznom bridu formiraju vrtlozi i otkidaju nošeni nistrujno.

Do istog zaključka dolazi se i rigoroznijim razmatranjem teorije potencijalnog strujanja. Oko krila koje proizvodi uzgonsku silu prema teoremu Kutte-Žukovskog nužno postoji cirkulacija. Na vrhu krila dolazi do izjednačenja tlakova pa uzgonska sila i cirkulacija padaju na nulu što znači da se duž krila cirkulacija oko pojedinih sekcija mijenja. Prema Stokesovom teoremu iznos cirkulacije oko sekcije krila jednak je protoku vrtložnosti kroz tu istu sekciju. Stoga, prema Helmholtzu teoremu o vrtložnosti, svaka promjena cirkulacije duž raspona krila mora biti vezana uz odbacivanje vrtložne niti jakosti jednake toj promjeni. Ako se cirkulacija kontinuirano mijenja duž raspona krila slijedi da se od krila otkida kontinuirana vrtložna plahta koju slobodna struja odnosi sa sobom u beskonačnost.

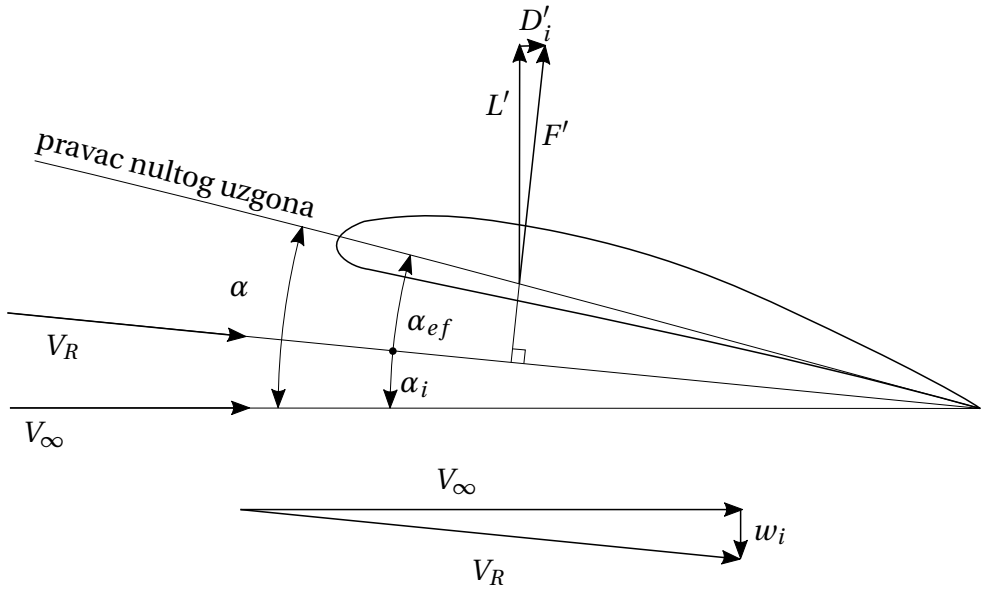
5.2. Model noseće linije

Ravno i vitko krilo u letu ($\mathcal{AR} > 5$ prema [8]) može se prema iznesenom modelirati sustavom vrtloga u kojem je samo krilo opisano *vezanom*, ravnom vrtložnom niti, a njegov trag slobodnom vrtložnom plahtom. Takav model krila naziva se model noseće linije i prikazan je na slici 5.1.



Slika 5.1: Model noseće linije

Prema Biot-Savartovom zakonu, slobodni vrtložni trag na krilu, odnosno nosećoj liniji, inducira brzinu u smjeru raspona krila i brzinu okomitu na slobodnu vrtložnu plahtu, tzv. brzinu ispiranja (*downwash*) w_i. Pretpostavlja se da je inducirana komponenta brzine u smjeru raspona krila zanemariva naspram brzine ispiranja w_i i brzine slobodne struje V_∞ pa se strujanje oko svake sekcije krila smatra dvodimenzionalnim.



Slika 5.2: Lokalni kutevi i brzine sekcije krila

Na slici 5.2 prikazano je strujanje u okolini sekcije krila i sustav sila koji rezultira. Brzina V_R je lokalna brzina nastrujavanja, a jednaka je

$$\vec{V}_R = \vec{V}_\infty + \vec{w}_i \tag{5.1}$$

Kut α je aerodinamički napadni kut, a α_i je inducirani napadni kut, kut za koji brzina ispi-

ranja zakrene smjer slobodne struje pa je efektivni napadni kut

$$\alpha_{\text{ef}} = \alpha - \alpha_i \tag{5.2}$$

Aerodinamička sila sekcije F' je prema teoremu Kutte-Žukovskog okomita na lokalnu brzinu nastrujavanja V_R. Posljedično, osim uzgona sekcije L' postoji komponenta D'_i, vektora F' koja gleda u smjeru slobodne struje $\vec{V}_\infty$, što je upravo definicija sile otpora.

Dakle, brzina ispiranja koju vrtložni trag inducira na krilu smanjuje napadni kut koji svaka sekcija krila efektivno vidi i nadalje, stvara komponentu otpora. Iako se radi o strujanju neviskoznog fluida, u kakvom ne postoji otpor trenja i otpor oblika, svejedno postoji konačan iznos otpora koji se naziva *inducirani* otpor D_i. Za konačno krilo koje stvara uzgon, D'Alambertov paradoks ne vrijedi.

Cirkulacija oko noseće linije i jakost vrtložnog traga vezane su Helmholtzovim teoremom

$$\gamma(y) = -\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}y}(y) \tag{5.3}$$

Infinitezimalna nit vrtložnog traga $\gamma\,\mathrm{d}\eta$ inducira, prema Biot-Savarteovom zakonu i izrazu (5.3), u točki y na nosećoj liniji brzinu

$$\mathrm{d}w_i(y) = \frac{-\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\eta}\,\mathrm{d}\eta}{4\pi(\eta - y)} \tag{5.4}$$

pa je brzina ispiranja

$$w_i(y) = \frac{1}{4\pi}\int_{-b/2}^{b/2} \frac{\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\eta}}{y-\eta}\,\mathrm{d}\eta \tag{5.5}$$

gdje je b raspon krila.

Pretpostavlja se da je brzina ispiranja malena u odnosu na brzinu slobodne struje pa vrijedi

$$\alpha_i(y) \approx \frac{w_i(y)}{V_\infty} \tag{5.6}$$

odnosno, prema teoremu Kutte-Žukovskog,

$$D'_i(y) = \alpha_i F' = \alpha_i \rho V_\infty \Gamma(y) = \rho\, w_i \Gamma(y) \tag{5.7}$$

gdje je ρ gustoća fluida.

Koeficijent ukupnog induciranog otpora krila dobije se nakon integracije izraza (5.7) duž cijelog raspona krila

$$C_{D_i}(y) = \frac{2}{V_\infty^2 S_{\text{ref}}} \int_{-b/2}^{b/2} w_i \Gamma \, \mathrm{d}y. \tag{5.8}$$

pri čemu je S_{ref} referentna površina krila.

5.3. Procedura

Model noseće linije, kada se koristi za proračun raspodjele cirkulacije duž krila, primjenjiv je samo na ravna, vitka krila, što Versa leteće krilo nije. No, u ovome radu za proračun strujanja, pa time i cirkulacije, oko krila koristi se metoda konačnih volumena.

Munkov teorem o staggeru, prema [15], kaže da će za isti raspon i raspodjelu cirkulacije po rasponu, noseća površina proizvoljnog oblika imati isti inducirani otpor kao i noseća linija. Stoga je, uz raspodjelu cirkulacije određenu MKV proračunom, za izračun induciranog otpora model noseće linije primjenjiv na bilo kakvo krilo, što značajno olakšava postupak.

Promatrano krilo dijeli se na sekcije konačne širine i konstantne cirkulacije. Uzgon sekcije k računa se prema[1]

$$L_k = (\sin\alpha, -\cos\alpha, 0) \cdot \int_{S_k} p n_i \, \mathrm{d}S \tag{5.9}$$

Teoremom Kutte-Žukovskog uzgon, neposredni efekt tlaka na stijenku krila, opisuje se cirkulacijom polja brzine podalje od krila

$$\Gamma_k = \frac{L_k}{\rho V_\infty b_k}. \tag{5.10}$$

Tako dobivena diskretizirana raspodjela cirkulacije prikazana je na slici 5.3. Vrtložni trag u ovom slučaju ne čini kontinuirana vrtložna plahta, već skup odvojenih vrtložnih niti koje se protežu u smjeru $+x$ do beskonačnosti[2]. Njihove jakosti jednake su padu cirkulacije na pripadnoj granici sekcija krila j.

[1] Doprinos smičnih naprezanja uzgonu ne uzima se u obzir prvo zato što je malen, a drugo zato što izračun smičnih naprezanja na stijenci nije veoma pouzdan.

[2] Promatra se aerodinamički koordinatni sustav, u kojemu je x os kolinearna sa smjerom slobodne struje.

Podintegralna funkcija u jednadžbi za induciranu brzinu (5.5) ima singularitet na intervalu integracije. Numerički tretman takvih integrala nezgodan je. Prednost diskretizacije prikazane na 5.3 je što taj singularitet u potpunosti zaobilazi. Brzina ispiranja računa se u točkama k dok su niti vrtložnog traga koje tu brzinu induciraju smještene u pomaknutim točkama j.

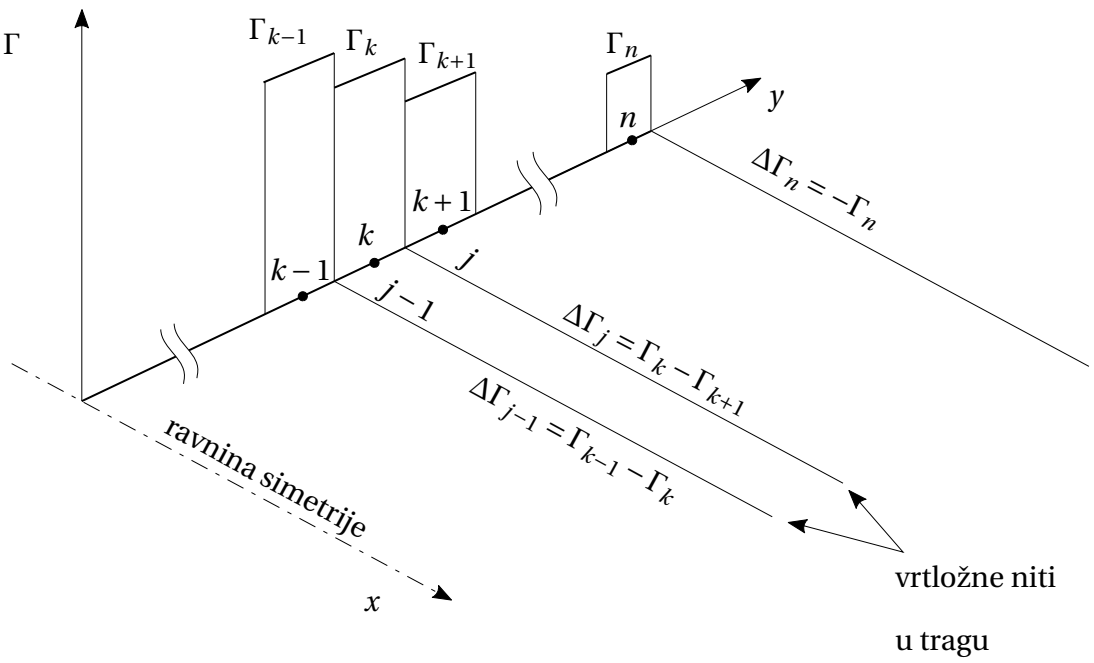
Inducirana brzina ispiranja u sekciji k iznosi

$$(w_i)_k = \sum_{j=0}^{n} \frac{\Delta\Gamma_j}{4\pi(y_j - y_k)} \tag{5.11}$$

gdje je n ukupan broj sekcija na koje je krilo podijeljeno.

Koeficijent induciranog otpora cijelog krila iznosi

$$C_{D_i} = \frac{2}{V_\infty^2 S_{\text{ref}}} \sum_{k=1}^{n} (w_i)_k \Gamma_k. \tag{5.12}$$



Slika 5.3: Diskretizacija vrtložnog traga krila

Cjelokupna procedura implementirana je u *Python* kodu koji se poziva iz sučelja programa za vizualizaciju podataka *Paraview*. Validacija metode dana je u prilogu A..

6. Simulacija propelera

U ovome radu za uključivanje efekta propelera u numerički model Versa letećeg krila koristi se model rotorskog diska. Ideja rotorskog diska je sile, kojima rotirajući propeler djeluje na fluid, odnosno srednje vrijednosti po radijusu, dodati kao volumenske sile u dio domene koji bi zauzimao propeler. Potrebne sile određuju se jednostavnim proračunom iz teorije elementa kraka propelera, izvorno razvijenoj od strane Betza [16] i drugih. Takvim pristupom, utjecaj propelera na strujanje može se u RANS proračunu vjerno opisati uz minimalne računalne resurse.

Model rotorskog diska u OpenFOAM klasi *rotorDiskSource* implementirao je Wahono [17], a ispravke i nadogradnje izvršene su prema Capitao [18]. Nadalje, u [18] otkrivena je i otklonjena u ovom radu greška koje je onemogućavala simulaciju rotacije rotora u oba smjera.

6.1. Teorija elementa kraka

Krak propelera dijeli se u beskonačan niz dvodimenzionalnih sekcija. Svaka od tih sekcija promatra se zasebno kao elementarno krilo na koje nastrujava fluid brzinom $\vec{V} = \vec{V}_\infty + \vec{V}_t$ prema slici 6.1. Kut ψ je lokalni kut struje fluida za danu sekciju dok je β njen konstruktivni kut. Efektivni napadni kut sekcije iznosi prema tome

$$\alpha = \beta - \psi. \tag{6.1}$$

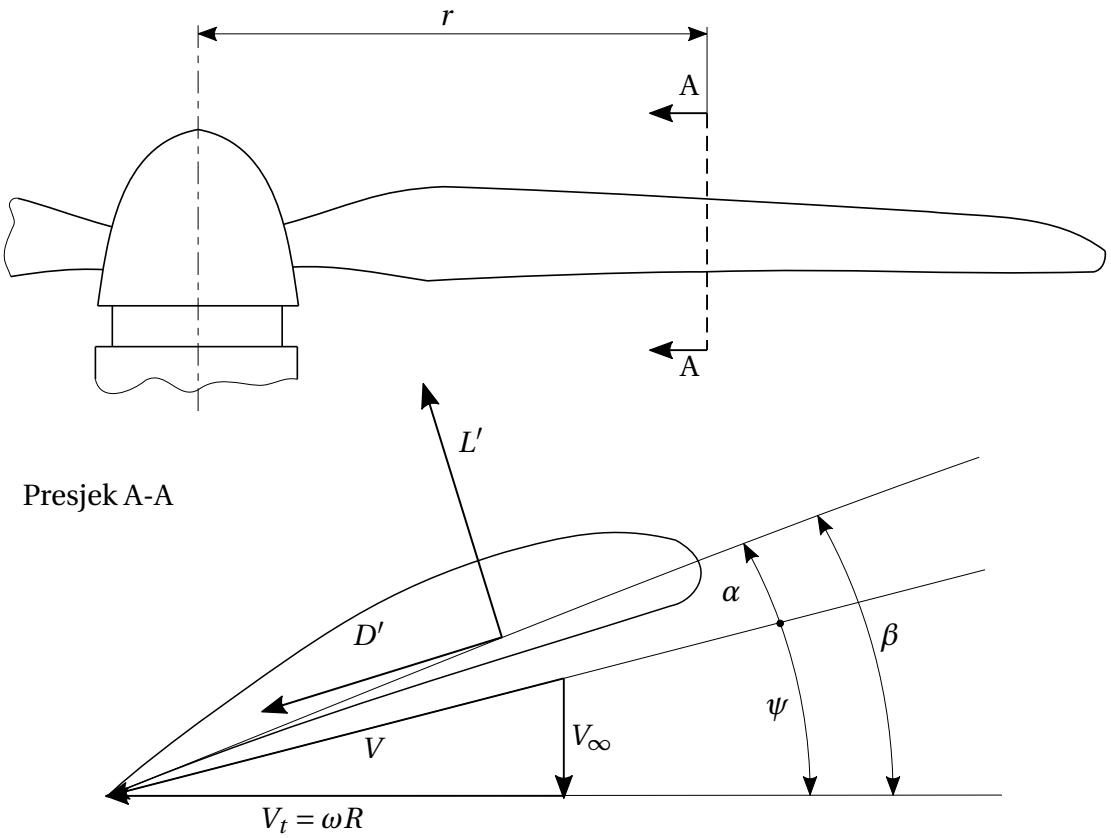
Sile uzgona i otpora na danu sekciju dobivaju se iz relacija

$$\begin{aligned} L' &= \frac{1}{2}\rho V^2 c c_l, \\ D' &= \frac{1}{2}\rho V^2 c c_d, \end{aligned} \tag{6.2}$$

za koje u općem slučaju vrijedi[1]

$$\begin{aligned} c_l &= c_l(\alpha, Re, Ma), \\ c_d &= c_d(\alpha, Re, Ma). \end{aligned} \tag{6.3}$$

[1] Na vršnim sekcijama malih propelera često se sreću inače relativno neobični uvjeti strujanja u kojima je Reynoldsov broj veoma malen, a Machov veoma visok.



Slika 6.1: Aerodinamičke sile i vektori brzina na elementu kraka propelera

Strujanje u rotoru opisuje se u cilindričnom koordinatnom sustavu (r,θ,z) orijentiranim tako da je z os kolinearna s osi rotacije propelera. Aksijalna i tangencijalna komponenta sile na sekciju dobiju se projekcijom sila uzgona i otpora sekcije u aksijalnom i tangencijalnom smjeru

$$\begin{aligned} f_z &= \frac{1}{2}\rho V^2 c(Fc_l\cos\Phi - c_d\sin\Phi), \\ f_\theta &= \frac{1}{2}\rho V^2 c(Fc_l\sin\Phi + c_d\cos\Phi). \end{aligned} \tag{6.4}$$

pri čemu je F korekcijski faktor [7]. Njime se u model uračunava strujanje koje inducira vrtložni trag propelera i koje smanjuje ostvarivi iznos uzgona sekcija kraka. Definiran je kao

$$\begin{aligned} F &= \frac{2}{\pi}\cos(e^{-f}), \\ f &= \frac{B}{2}(1-\frac{r}{R})(\frac{1}{\lambda}), \\ \lambda &= \frac{r}{R}\tan\Phi, \end{aligned} \tag{6.5}$$

pri čemu je B broj lopatica propelera.

Sile (6.4) predstavljaju diferencijalne doprinose sekcije kraka propelera potisku T i pogonskom momentu propelera M. Njihovom integracijom po svim krakovima dobivaju se ukupni potisak i moment, a posljedično i pogonska snaga i efikasnost propelera.

$$\begin{aligned} T &= B\int_{R_k}^{R_v} f_z \,\mathrm{d}r, \\ M &= B\int_{R_k}^{R_v} f_\theta r \,\mathrm{d}r, \\ P &= M\omega, \\ \eta &= \frac{TV_\infty}{P}, \end{aligned} \tag{6.6}$$

gdje je P snaga, η iskoristivost potiska, R_k radijus korijena kraka, a R_v radijus vrha.

6.2. Model rotorskog diska i klasa *rotorDiskSource*

Za nestlačivo, stacionarno strujanje kakvo se promatra u ovome radu, zakon očuvanja količine gibanja glasi

$$\rho\frac{\partial v_j v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial R_{ji}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + S_i \tag{6.7}$$

gdje R_{ji} tenzor naprezanja koji uključuje viskozna i Reynoldsova naprezanja, a S_i izvorski član.

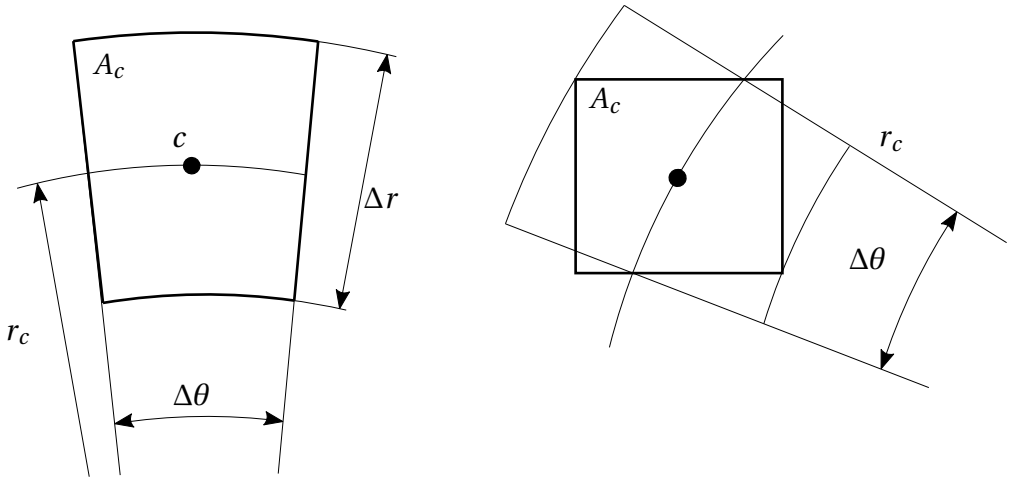
Sile propelera (6.4) dodaju se, za ćelije unutar definiranog cilindričnog volumena rotora, u jednadžbu količine gibanja (6.7) kroz izvorski član S_i. To se radi tako da se tangencijalna i aksijalna sila sekcije svih krakova propelera na nekom radijusu r ravnomjerno rasporede po svim ćelijama tog radijusa na sljedeći način

$$\begin{aligned} F_{z,c} &= Bf_z(r)\Delta r\frac{r\Delta\theta}{2\pi r}, \\ F_{\theta,c} &= Bf_\theta(r)\Delta r\frac{r\Delta\theta}{2\pi r}, \end{aligned} \tag{6.8}$$

gdje indeks c označava da se radi o veličini pridruženoj jednoj ćeliji.

Ako je ćelija u pitanju takvog oblika da joj se stranice poklapaju s izoplohama koordinata u cilindarskom sustavu kao što je prikazano lijevo na slici 6.2, onda približno vrijedi

$$r\Delta r\Delta\theta \approx A_c, \tag{6.9}$$



Slika 6.2: Ćelije prilagođene (lijevo) i neprilagođene (desno) *rotorDiskSource* klasi

pa je tada

$$F_{z,c} = \frac{B}{2\pi}\frac{A_c}{r_c} f_z(r_c),$$
$$F_{\theta,c} = \frac{B}{2\pi}\frac{A_c}{r_c} f_\theta(r_c), \tag{6.10}$$

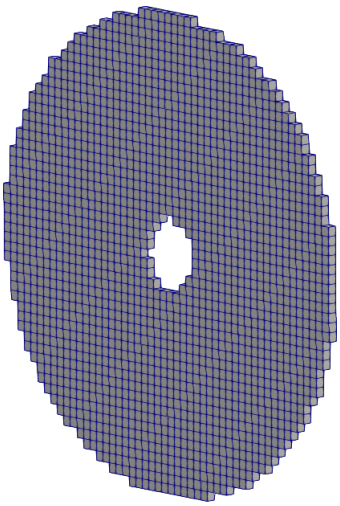
gdje se radijus pojedine ćelije r_c određuje prema položaju težišta konačnog volumena.

Sile (6.10) potom se transformiraju u kartezijev koordinatni sustav mreže i traženi izvorski član S_i dobiva se konačno kao

$$S_{i,c} = \frac{F_{i,c}}{V_c}. \tag{6.11}$$

Ćelije na koje se primjenjuje *rotorDiskSource* klasa moraju biti heksaedarske. Nadalje, prema (6.9), klasa najbolje funkcionira za ćelije kojima su stranice normalne na osi definiranog cilindarskog sustava kao lijevo na slici 6.2. Međutim, taj zahtjev dodatno komplicira već zahtjevnu proceduru generiranja mreže konačnih volumena.

Zato je namjerno, prilikom replikacije validacijskog slučaja prezentiranog u [18] koja je učinjena primarno zato da bi se provjerila ispravnost modifikacija izvornog koda, korištena mreža koja geometrijski ne odgovara tim zahtjevima i model je i dalje dao gotovo iste rezultate. Greška učinjena korištenjem izraza 6.9 za ćeliju prikazanu desno na slici 6.2 pada s profinjenjem mreže i smanjivanjem konačnih volumena. Praktično to znači da se pažljivo i mukotrpno oblikovana mreža može zamijeniti s dovoljno profinjenom u području rotora. Na slici 6.3 prikazane su ćelije rotora korištene u proračunima Verse.



Slika 6.3: Heksaedarske ćelije zone *rotor*

Krakovi propelera podijeljeni su na 10 sekcija kojima je funkcijska ovisnost (6.3) definirana u formi interpolacijskih tablica. Za pojedinu sekciju, za odabrani aeroprofil i predviđene Reynoldsove i Machove brojeve, te tablice generirane su pomoću XFOIL proračuna.

7. Nepogonjen let

7.1. Metodologija

U nastavku su dani rezultati analize osnovnih aerodinamičkih karakteristika Verse. Modelira se strujanje samo oko relevantnih aerodinamičkih površina koje daju najveći doprinos silama otpora i uzgona. Pogonski propeleri i noseće gondole izostavljeni su.

Za ravnotežan horizontalni, tzv. "triman", let koeficijent uzgona definiran je brzinom leta i težinom zrakoplova

$$C_L = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S} \tag{7.1}$$

Da bi se provela analiza uravnoteženog leta, potrebno je iz vrijednosti koeficijenta uzgona odrediti brzinu leta odnosno Reynoldsov broj. No, sami koeficijent uzgona je funkcija Reynoldsova broja

$$C_L = C_L(\alpha, Re) \tag{7.2}$$

pa takvo istraživanje mora biti iterativne prirode.

Jedna od prednosti panelne metode je što je dovoljno brza da bi omogućila ovakav postupak. Bitno je naglasiti da je korištena panelna metoda linearna. Iako XFLR5 računa viskozni otpor, vrijednosti uzgona i induciranog otpora dolaze u potpunosti iz rješenja neviskoznog strujanja pa ova metoda ne može predvidjeti slom uzgona. Slom uzgona, procjenjuje se za ovo opterećenje krila, prema OpenFOAM proračunima i dokumentiranim iskustvima s ovom letjelicom, na oko 9 m/s i napadni kut od $8,6°$.

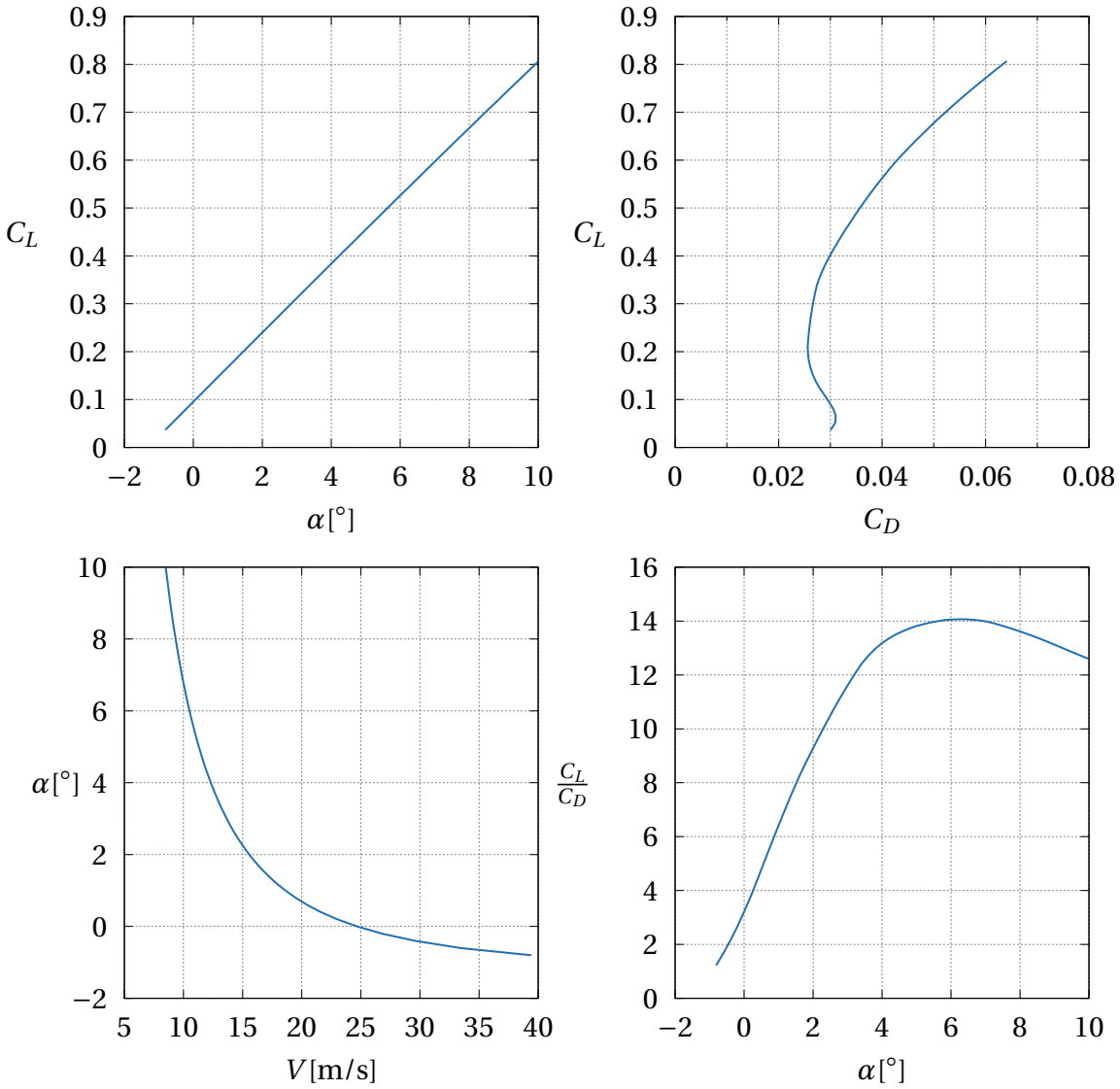
Za optimalan režim leta vrši se i proračun metodom konačnih volumena za istu geometriju. Osim što ta rješenja predstavljaju osnovu za proučavanje efekta aktivnog pogona na aerodinamičke karakteristike, nude i priliku za usporedbu s panelnom metodom.

Za sve proračune podrazumijeva se da je

- gustoća zraka, $\rho = 1,225\ \mathrm{kg/m^3}$,
- kinematička viskoznost zraka, $\nu = 1,48 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$.

7.2. Rezultati proširene panelne metode (XFLR)

Prema rečenom, rezultati prikazani u nastavku vrijede za konstantan umnožak $V_\infty\sqrt{C_L}$ i bazirani su na procjeni ukupne mase iznesenoj u uvodnom poglavlju od 1,1kg.



Slika 7.1: Krivulje performansi iz XFLR

Za poluautonomnu leteću platformu čiji zadatak je zračna fotografija najrelevantnija metrika performansi je dolet. Uz konačnu energiju pohranjenu u baterijama potrebno je pokriti što veći put. To znači da se mora letjeti pri takvoj brzini leta koja polučuje maksi-

malan omjer $\frac{V}{P}$ za koji vrijedi

$$\frac{V}{P} = \frac{V}{TV} = \frac{1}{T} = \frac{1}{D} \tag{7.3}$$

gdje je T potisak koji je u ravnotežnom letu jednak[1] otporu D. Drugim riječima, treba se letjeti onom brzinom za koju je otpor minimalan. Otpor D jednak je

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$$

Za brzinu iz izraza (7.1) slijedi

$$V^2 = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho S C_L}$$

pa otpor D konačno iznosi

$$D = mg\frac{C_D}{C_L} \tag{7.4}$$

Iz iznesenoga slijedi da je otpor minimalan, a dolet maksimalan, pri onoj brzini i napadnom kutu za koji je iznos finese $\frac{C_L}{C_D}$ maksimalan.

Kod većih zrakoplova, uobičajeno je da je napadni kut maksimalne finese niži od vrijednosti dobivenih ovdje. Međutim, pri niskim Reynoldsovim brojevima i uvjetima nerazvijene turbulencije kakvi se susreću kod spore male letjelice, viskozni otpor relativno je velik. To lilientalu sa slike 7.1 pomiče udesno što istovremeno smanjuje iznos maksimalne finese i pomiče ju na više napadne kutove. Za Versu taj napadni kut tako ispadne visokih $6,2°$.

Let pri visokom napadnom kutu i maloj brzini, iako prema ovim proračunima optimalan, nije poželjan. Zrakoplov se u takvom režimu leta nalazi blizu početka odvajanja strujanja i sloma uzgona, a zbog male brzine već i najmanje perturbacije u atmosferi mogu ih inicirati. Nadalje, MKV proračuni impliciraju pojavu prvih mjerljivih nestacionarnosti i prije sloma uzgona, već pri $\alpha = 8°$.

Za potrebe zračne fotografije i efikasnog leta poželjno je da Versa krstari stabilno, uz minimalne oscilacije i minimalne upravljačke korekcije. Pri $\alpha = 4°$ i brzini leta $V = 12,3$ m/s, teoretska finesa samo je marginalno manja nego u optimalnim uvjetima leta, a postoji veća rezerva sigurnosti do prvog značajno odvajanja i sloma uzgona.

[1] Općenito potisak ne mora djelovati izravno u smjeru leta, niti kod Verse tako djeluje, ali kut odstupanja je dovoljno malen da se to zanemari u prvoj aproksimaciji.

	optimalan	krstarenje
α	$6,2°$	$4°$
V	$10,4$ m/s	$12,3$ m/s
$\frac{C_L}{C_D}$	$14,1$	$13,2$
Re	186000	220000

Tablica 7.1: Uvjeti leta za maksimalan dolet i projektno krstarenje

7.3. Rezultati metode konačnih volumena i usporedba

U tablici 7.2 dani su rezultati metode konačnih volumena (*MKV*) i panelne metode (*PM*) za dva spomenuta uvjeta leta, optimalni i krstarenje. Osim integralnih koeficijenata sila (C_{D_i} je koeficijent induciranog otpora, a C_{D_v} koeficijent viskoznog), prikazan je i Oswaldov koeficijent efikasnosti krila koji je definiran kao

$$e = \frac{C_L^2}{\pi \text{Æ} C_{D_i}} \tag{7.5}$$

	optimalan let			krstarenje		
	PM	MKV	Δ_r [%]	PM	MKV	Δ_r [%]
C_L	$0,540$	$0,570$	$+5,60$	$0,384$	$0,399$	$+3,90$
C_D	$0,0384$	$0,0487$	$+26,8$	$0,0291$	$0,0365$	$+25,4$
C_{D_i}	$0,0204$	$0,0232$	$+13,7$	$0,0111$	$0,0124$	$+11,7$
C_{D_v}	$0,018$	$0,0255$	$+41,7$	$0,018$	$0,0241$	$+33,9$
$\frac{C_L}{C_D}$	$14,1$	$11,7$	$-17,0$	$13,2$	$10,9$	$-17,4$
$\frac{C_L}{C_{D_i}}$	$26,5$	$24,6$	$-7,17$	$34,6$	$32,2$	$-6,94$
e	$0,948$	$0,929$	$-2,00$	$0,881$	$0,851$	$-3,41$

Tablica 7.2: Usporedba rezultata OpenFOAM i XFLR proračuna za nepogonjeni let

Vrijednosti uzgona dobro se slažu, dok su vrijednosti viskoznog otpora iz MKV proračuna značajno više od rezultata XFLR-a. Ovakav ishod mogao se i očekivati obzirom da se

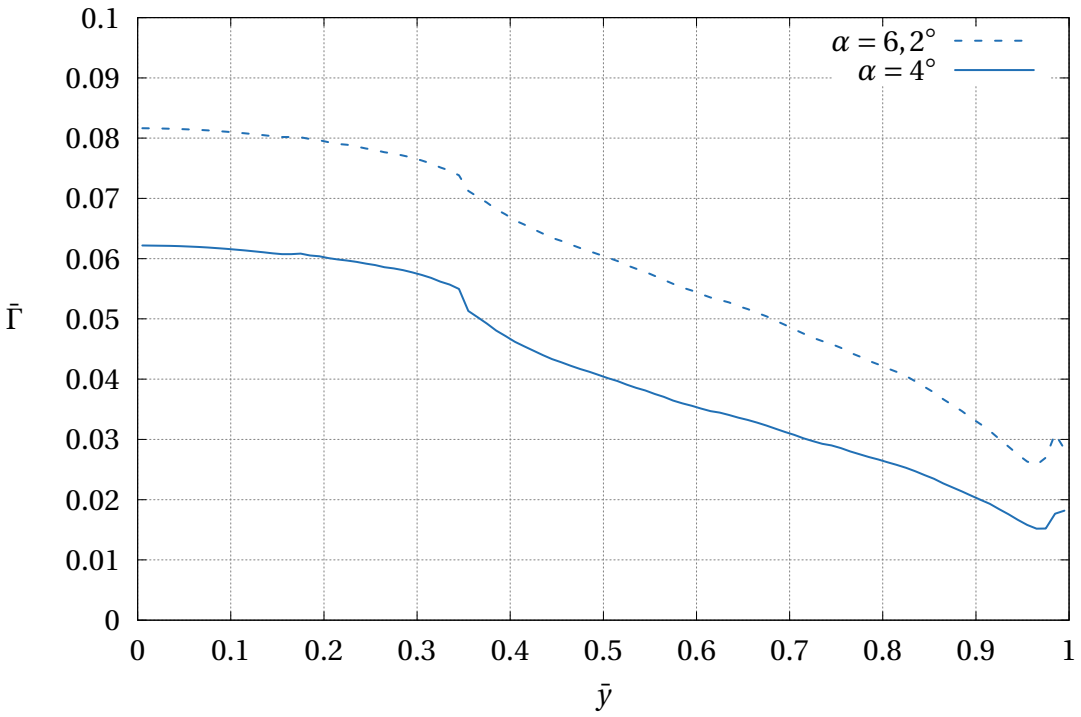
koristi $k-\omega$ SST model turbulencije koji je formalno primjenjiv samo na režim potpuno razvijene turbulencije.

U vrijednosti induciranog otpora postoji naoko velika greška, ali mora se uzeti u obzir da je inducirani otpor ovisan o uzgonu koji također odstupa, pa je tako puno relevantnija mjera efikasnost e, za koju postoji vrlo dobro poklapanje među proračunima.

Na dijagramu 7.2 prikazana je raspodjela cirkulacije po rasponu krila za oba uvjeta leta. Korištene su bezdimenzijske veličine definirane kao:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{V_\infty b} \qquad \bar{y} = \frac{y}{Y} \tag{7.6}$$

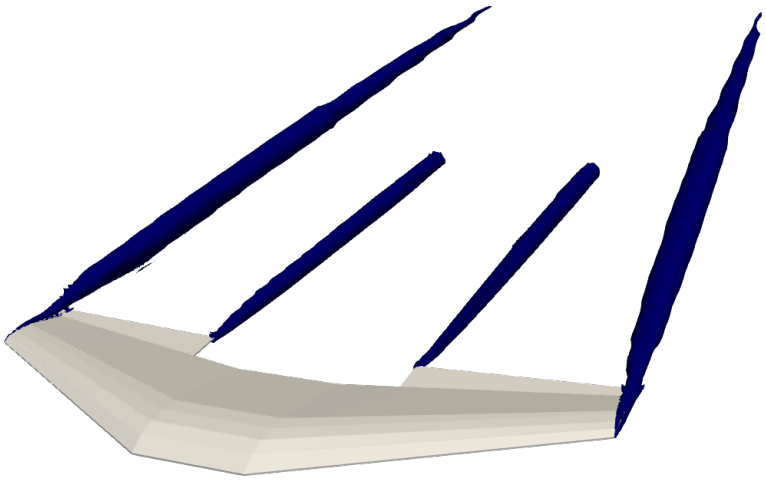
gdje je b raspon, a $Y = \frac{b}{2}$ poluraspon.



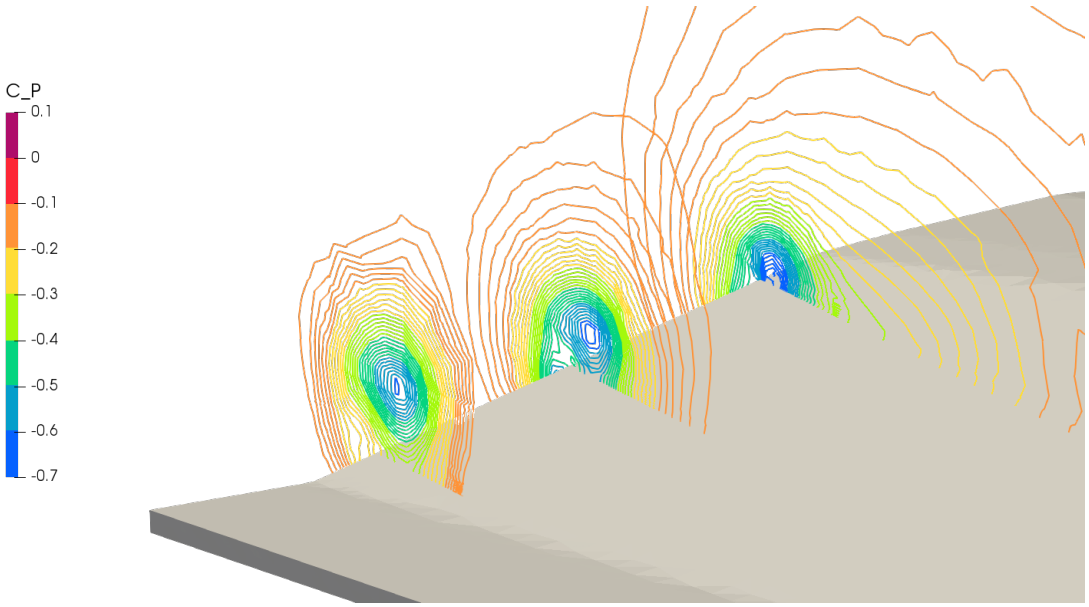
Slika 7.2: Raspodjela cirkulacije duž poluraspona $\bar{\Gamma}(\bar{y})$ u uvjetima optimalnog leta i u krstarenju

S dijagrama 7.2 mogu se uočiti dvije stvari koje daju uvid u vrtložnost strujanja. Prvo, na $\bar{y} = 0,35$ vidi se nagli pad cirkulacije $\bar{\Gamma}$. Po Helmholtzovom teoremu o vrtložnosti, tu se nizstrujno odvaja vrtlog jednakog iznosa kao i taj pad cirkulacije. I zaista, tu počinje elevon koji je postavljen refleksno i na čijem se korijenu formira jak vrtlog vidljiv na slici 7.3.

Druga stvar koja se može primijetiti na dijagramu 7.2 je skok cirkulacije vezanog vrtloga na samom vrhu krila. Uzrok te pojave je vršni vrtlog koji se formira od prednjeg brida i nad gornjakom stvara zonu niskog tlaka koja lokalno povećava uzgon (v. 7.4).



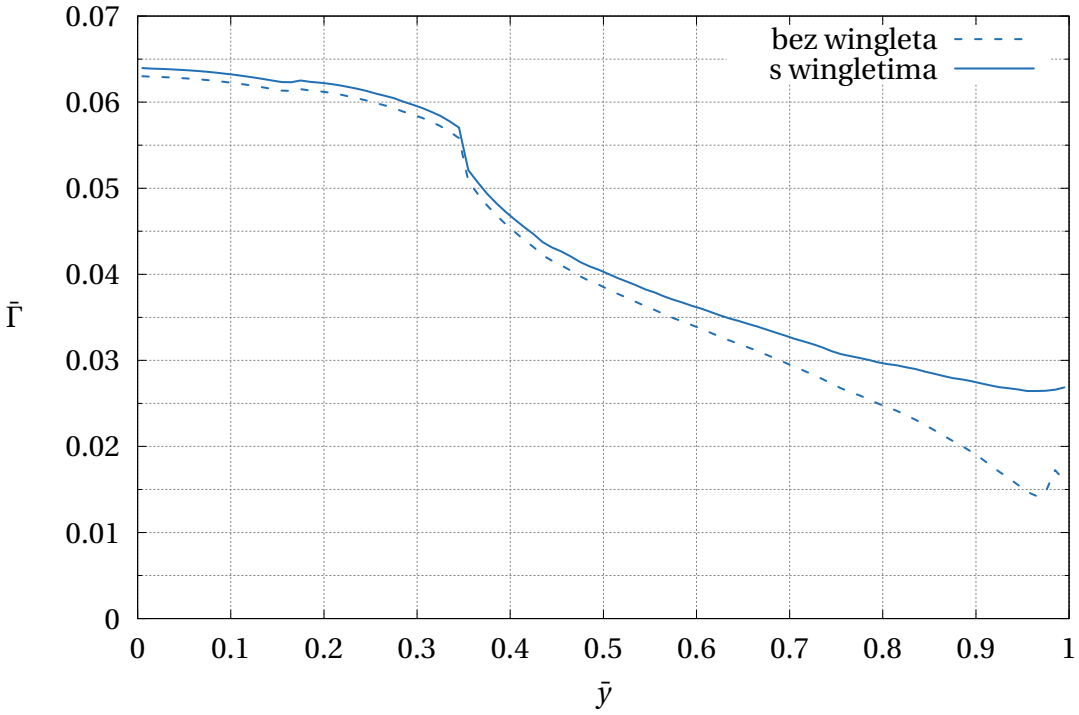
Slika 7.3: Vrtlozi u tragu krila, izoploha $Q = 300\text{s}^{-2}$ (za nestlačivo strujanje $Q = -\frac{1}{2}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\frac{\partial v_j}{\partial x_i}$)



Slika 7.4: Polje koeficijenta tlaka iznad vrha krila - vrtložni uzgon

7.4. Analiza utjecaja wingleta

U ovom radu, metodom konačnih volumena proučeni su i efekti wingleta na osnovne aerodinamičke karakteristike Verse. Za raspon napadnih kuteva i $Re = 400000$, izvršeni su proračuni sa i bez velikih wingleta kakvi su prikazani na slici u uvodu 1.3.



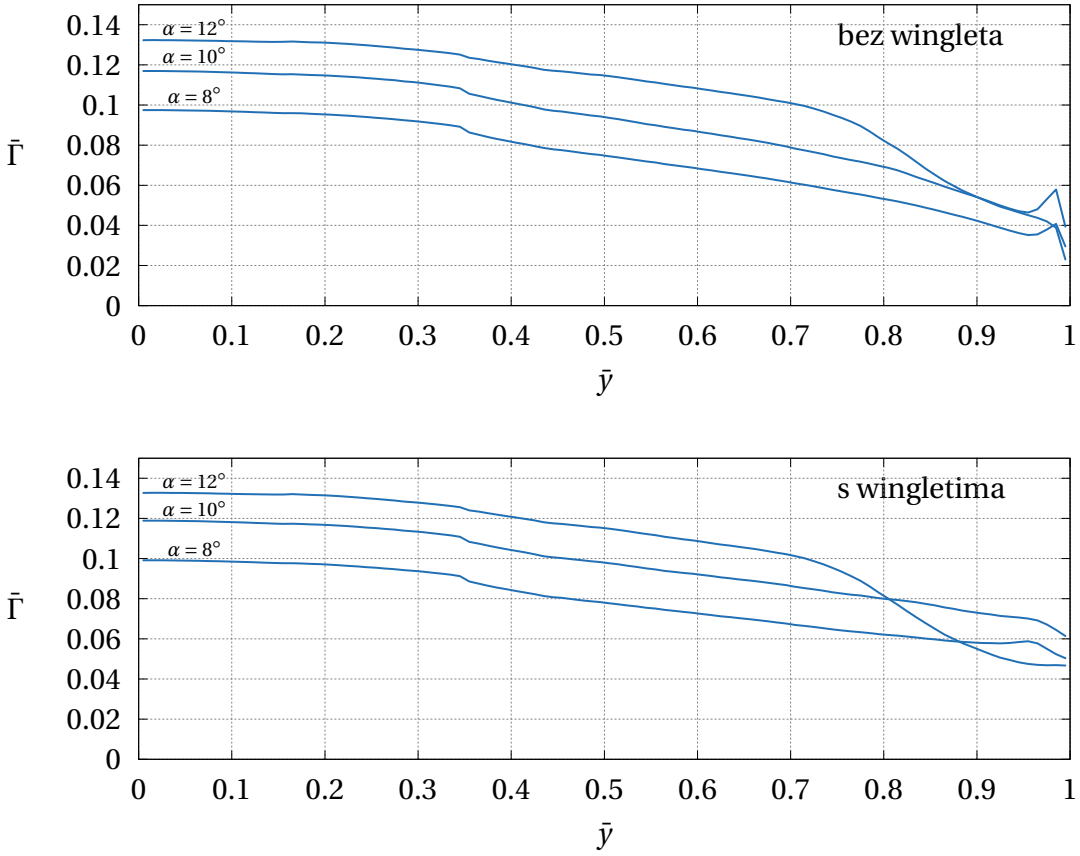
Slika 7.5: Raspodjela cirkulacije za $\alpha = 4°$ za krilo s i bez wingleta

Na dijagramu 7.5, učinak wingleta jasno je vidljiv. Cirkulacija prema vrhu krila značajno je jača kod krila s wingletima nego kod onog bez. Pri istom napadnom kutu krilo s wingletima proizvodi veći uzgon od krila bez wingleta. Kako istovremeno wingleti smanjuju intenzitet vršnog vrtloga i time inducirani otpor, može se zaključiti da će krilo s wingletima imati veću maksimalnu teoretsku finesu $\frac{C_L}{C_D}$ od krila bez wingleta.

Međutim, to nije cijela slika. Kod Verse ozbiljnije odvajanje i slom uzgona kreću upravo s vrha krila. Kako je kod krila s wingletima vrh krila dodatno opterećen, odvajanje se događa pri manjem napadnom kutu. Nadalje, pri niskim Reynoldsovim brojevima debljine istisnuća graničnih slojeva na zrakoplovu su nezanemarive. Na vrhu gornjake, na spoju krila i wingleta, spajaju se i granični slojevi koji se na njima formiraju. Time nastaje zona

sporog i niskoenergičnog strujanja koje je vrlo podložna separaciji. MKV proračunima, za Versu s wingletima, ustanovljeno je značajnije odvajanje na vrhovima već pri $6,5°$ i 10 m/s.

U uvjetima odvajanja, na krilu bez wingleta, snažan vršni vrtlog propuhuje preko gornjake (v. 7.3) i smanjuje efekte sloma uzgona, dok je kod krila s wingletima taj fenomen značajno reduciran. To se dobro vidi na slici 7.6 koja prikazuje porast cirkulacije s porastom napadnog kuta od 8 do 12 stupnjeva pri $Re = 400000$ što odgovara brzini leta 22 m/s.



Slika 7.6: Usporedba sloma uzgona s wingletima i bez njih ($\bar{\Gamma}(\bar{y})$ za napadne kuteve $\alpha = 8°, 10°, 12°$ pri $Re = 400000$)

Prema svemu navedenom, da se zaključiti da Versa bez velikih wingleta potrebnih ukoliko letjelica nema dva propelera, ima blaže letne karakteristike pri visokim napadnim kutevima i niskim Reynoldsovim brojevima od Verse s wingletima. Obzirom da je iz prethodne analize panelnom metodom utvrđeno da je za Versu upravo takav let optimalan, wingleti bi uzrokovali više problema nego što bi ih riješili.

8. Pogonjen let

8.1. Metodologija

S propelerom definiranim u prilogu B., u OpenFOAM-u su provedeni proračuni stacionarnog strujanja oko Verse u pogonjenom letu. Podsjeća se da zrakoplov ima dva kontrarotirajuća propelera, postavljena simetrično u odnosu na ravninu simetrije zrakoplova.

Proračuni su provedeni za dva režima leta navedena u tablici 8.1. Oni će se dalje referirati samo kao optimalan let i krstarenje zbog kratkoće. Brzine vrtnje propelera za pojedini režim leta, dane u tablici 8.1, definirane su tako da propeleri daju potisak otprilike 20% veći od vrijednosti otpora dobivenih XFLR proračunom prezentiranim u prošlom poglavlju. Ovo je učinjeno da bi se uzelo u obzir povećanje otpora zbog nosećih gondola, a i zato što XFLR blago podcjenjuje vrijednosti viskoznog otpora. Takva procjena je prva aproksimacija.

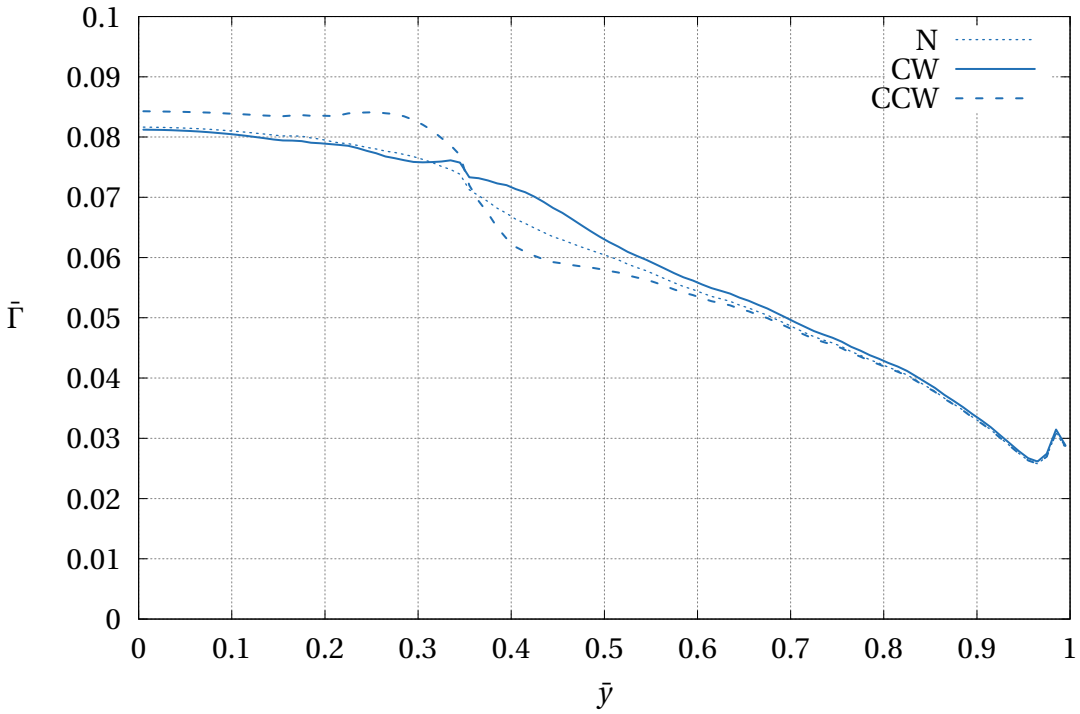
	optimalan	krstarenje
n	4300 min^{-1}	5000 min^{-1}

Tablica 8.1: Brzina vrtnje propelera u optimalnom letu i krstarenju

8.2. Analiza utjecaja propelera na raspodjelu cirkulacije

Na dijagramu 8.1 prikazane su raspodjele cirkulacije duž krila bez gondola za optimalne uvjete leta. *N* označava nepogonjen let, *CW* označava rotaciju propelera tako da se gornji vrh propelera kreće prema korijenu krila, a *CCW* obratno.

S dijagrama 8.1, može se primijetiti da propeler koji se vrti tako da se njegov gornji vrh kreće prema ravnini simetrije zrakoplova, u svojoj neposrednoj blizini inducira strujanje koje prema korijenu krila efektivno smanjuje napadni kut krila, dok ga prema vrhu povećava. Prema tome, propeler koji se tako rotira, u svojoj neposrednoj okolini, preraspodjeljuje cirkulaciju od korijena prema vrhu krila, što se shodno terminologiji vitoperenja



Slika 8.1: Utjecaj propelera na raspodjelu cirkulacije duž krila bez gondola ($\alpha = 6,2°$)

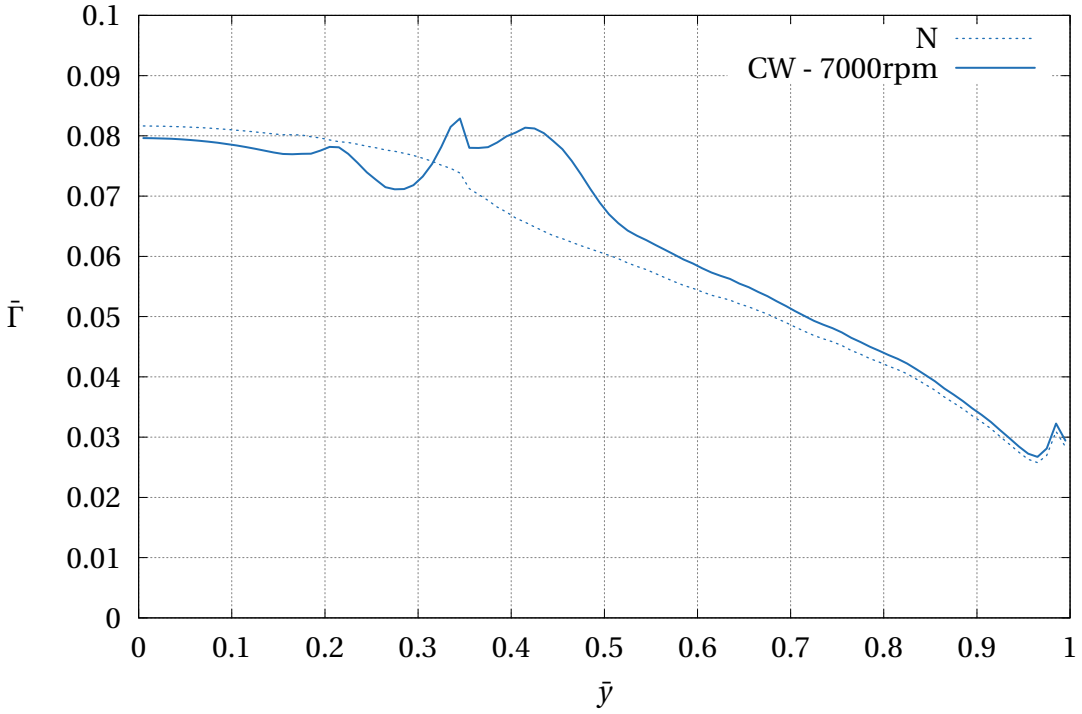
N	CW	$\Delta_{r,CW}$[%]	CCW	$\Delta_{r,CCW}$[%]
0,928	0,937	+0,970	0,884	−4,74

Tablica 8.2: Koeficijent efikasnosti e za različite smjerove vrtnje ($\alpha = 6,2°$)

krila može nazvati *"wash-in"* efekt. Obratno rotirajući propeler stvara *"wash-out"* efekt. S time na umu, pozicija i smjer vrtnje propelera mogu se birati tako da ostvare određen efekt na cirkulaciju krila.

Oswaldov koeficijent efikasnosti e općenito je funkcija oblika raspodjele cirkulacije duž krila. Za fiksan raspon krila, maksimalan je i jednak 1 kad je raspodjela cirkulacije eliptična [8]. Iz toga se da zaključiti da će, ukoliko se cirkulacija po krilu uspije preraspodijeliti u oblik više nalik elipsi, koeficijent efikasnosti narasti. Kod Verse, za $\bar{y} > 0,35$, cirkulacija pada strmije nego kod eliptičnog krila. Propeler koji na tom mjestu inducira wash-in (CW), prema dijagramu 8.1, raspodjelu cirkulacije čini marginalno "elipsastijom". Promjene su male, ali mjerljive, kao što se može vidjeti u tablici 8.2.

Treba se napomenuti da je povećanje koeficijenta efikasnosti moguće samo u nominalnim uvjetima leta. Prilikom ubrzavanja ili polijetanja, kada su brzine koje propeler inducira u strujnom polju velike naspram brzine slobodne struje, raspodjela cirkulacije duž krila neizbježno je neuredna kao što je prikazano na 8.2, pa koeficijent efikasnosti neminovno pada. Unatoč tome, postprocesiranje cirkulacije može dati interesantne prilike za optimizaciju letjelice kao što je ovdje prikazano.



Slika 8.2: Raspodjela cirkulacije pri naglom povećanju potiska ($\alpha = 6,2°$)

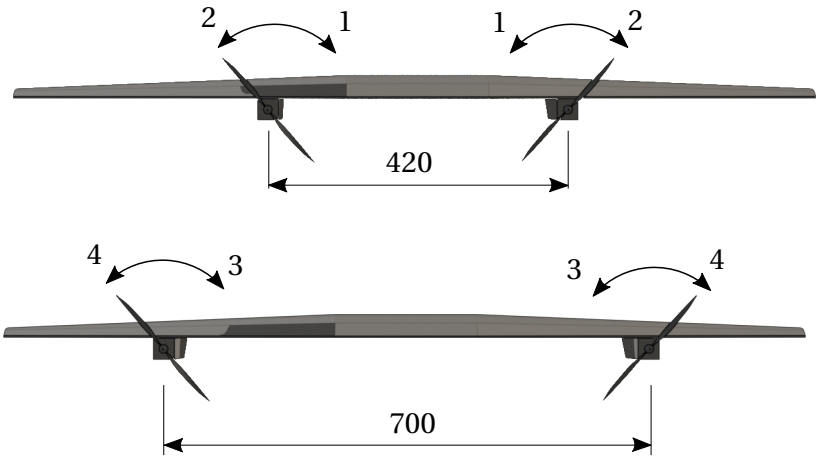
Izuzev koeficijenta efikasnosti, propeler utječe i na ukupni uzgon i otpor te na druge aerodinamičke značajke. Na primjer, kao što je prikazano u prethodnom poglavlju na slici 7.6, kod Verse značajno odvajanje strujanja i slom uzgona počinje upravo s vrha krila. Propeler pozicioniran dovoljno daleko prema vrhu krila, koji se rotira tako da efektivno smanjuje kut napada prema vrhu krila može potencijalno rasteretiti vrh dovoljno da primjetno odgodi značajno odvajanje. Time bi se dodatno ublažile letne karakteristike blizu sloma uzgona što može biti od značajne pomoći pri polijetanju i vrlo sporom letu. Taj pristup trebalo bi detaljnije proučiti.

8.3. Pogonjeno krstarenje

Konačni aerodinamički proračuni Verse uključuju punu geometriju krila s pojednostavnjenim modelom gondola propelera. Proračun je proveden za uvjete krstarenja, za ukupno četiri pogonske konfiguracije; dvije pozicije propelera s po dva smjera vrtnje. U daljnjem tekstu, različite konfiguracije označene su brojevima 1-4 kao što je prikazano u tablici 8.3 te na slici 8.3.

	1	2	3	4
rotacija	CW	CCW	CW	CCW
pozicija	$\bar{y} = 0,35$	$\bar{y} = 0,35$	$\bar{y} = 0,58$	$\bar{y} = 0,58$

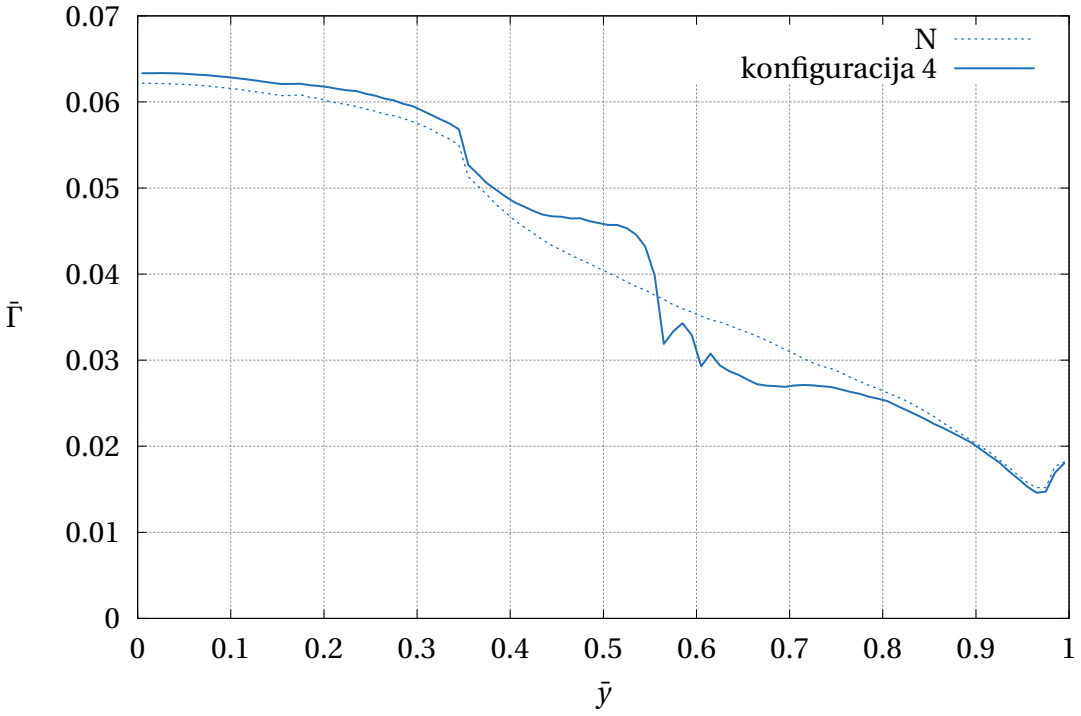
Tablica 8.3: Ispitane konfiguracije pozicije i smjera rotacije propelera



Slika 8.3: Ispitane konfiguracije pozicije i smjera rotacije propelera

	N	1	$\Delta_{r,1}[\%]$	2	$\Delta_{r,2}[\%]$	3	$\Delta_{r,3}[\%]$	4	$\Delta_{r,4}[\%]$
C_L	0,399	0,402	+0,752	0,399	+0,00	0,396	−0,752	0,402	+0.752
C_D	0,0365	0,0417	+14,2	0,0410	+12,3	0,0415	+13,7	0,0410	+12,3
C_{D_i}	0,0124	0,0124	+0,00	0,0134	+8,06	0,0127	+2,42	0,0134	+8,06
C_{D_v}	0,0241	0,0293	+21,6	0,0276	+14,5	0,0288	+19,5	0,0276	+14,5
e	0,851	0,864	+1,53	0,789	−7,29	0,819	−3,76	0,800	−5,99
$\frac{C_L}{C_{D_i}}$	32,2	32,4	+0,621	29,8	−7,45	31,2	−3,11	30,0	−6,83
$\frac{C_L}{C_D}$	10,9	9,64	−11,6	9,73	−10,7	9,54	−12,5	9,80	−10,1

Tablica 8.4: Aerodinamički koeficijenti Verse u pogonjenom krstarenju za 4 različite pogonske konfiguracije



Slika 8.4: Raspodjela cirkulacije u pogonjenom krstarenju za pogonsku konfiguraciju 4

Kao što je već rečeno glavna metrika performansi za poluautonomnu leteću platformu namijenjenu zračnom nadgledanju je dolet, a posljedično finesa $\frac{C_L}{C_D}$ prema (7.4). Tu se kao najbolja pokazala konfiguracija 4, sa široko postavljenim propelerima koji se rotiraju

gornjom stranom prema vrhu krila.

Interesantno je da je, za obje pozicije propelera, propeler koji se rotira gornjim vrhom prema vrhu krila, daje višu ukupnu finesu, ali niži koeficijent efikasnosti, za malo promijenjeni koeficijent uzgona. Osim toga, takav propeler, kao što se može uočiti s dijagrama 8.4, snižava cirkulaciju prema vrhu krila, što je, kao što je već objašnjeno, za Versu pogodno sa stajališta sloma uzgona.

Osim što se pokazalo kao bolje za finesu, dodatna prednost pozicioniranja propelera dalje prema vrhu krila veći je autoritet upravljanja. Veća udaljenost propelera od ravnine simetrije znači da je za isti moment skretanja potrebna manja razlika u potisku, a budući da propeler propuhuje preko elevona, veći krak imat će pozitivan efekt i na upravljanje valjanjem.

8.4. Procjena doleta

Prikupljeni rezultati proračuna omogućavaju okvirnu procjenu Versinog doleta u uvjetima krstarenja. Bitno je naglasiti da je ovo prva aproksimacija i da se, bez eksperimenta, puno parametara o kojima dolet ovisi teško pouzdano određuje. Proračun se provodi za konfiguraciju 4 (v. sliku 8.3).

Prvi kamen spoticanja je otpor, koji u sporoj aerodinamici nije lako odrediti. U ovome radu, on se procjenjuje na temelju svih prikupljenih rezultata. Koeficijent viskoznog otpora dobiven proširenom panelnom metodom XFLR-a, zaokružuje se na više, u odnosu na procjenu greške modela.

$$C_{D_v} = 0,0180 \approx 0,02$$

Tako dobivena vrijednost množi se faktorom povećanja viskoznog otpora uzrokovanog pogonskim elementima koji je određen OpenFOAM-om.

$$C_{D_v} = 0,02 \cdot 1,15 = 0,023$$

Konačno, na to se pribraja vrijednost induciranog otpora pogonjene letjelice i dobiva se ukupni koeficijent otpora.

$$C_D = C_{D_v} + C_{D_i} = 0,0364$$

U ovom proračunu pretpostavljaju se pogonski motori klasifikacije 1000 kV, jer oni najbolje odgovaraju propelerima korištenim u analizi. Učinkovitost propelera i motora proračunava se QProp-om, dok se učinkovitost ESC-a (*electronic speed control*) konzervativno

procjenjuje na 0,7. Pri nominalnom opterećenju i *brushless* DC motori i ESC-ovi vrlo su efikasni, ali pri manjim opterećenjima ta učinkovitost pada. Obzirom da Versa mora imati i dovoljnu rezervu potiska za polijetanje i manevriranje, u projektnom krstarenju opterećenje motora i ESC-a manje je od 50%, što ima značajan utjecaj na učinkovitost.

n	5000	min^{-1}	brzina vrtnje
T	0,497	N	potisak
M	0,0147	Nm	pogonski moment
η_P	0,797		učinkovitost propelera
η_M	0,650		učinkovitost motora
η_E	0,700		učinkovitost ESC-a

Tablica 8.5: Pogonski parametri u krstarenju

Pretpostavljaju se dvije *LiPo* baterije ukupnog kapaciteta 4400 mAh. *LiPo* baterije ne trebaju se isprazniti ispod 20% kapaciteta, a dodatnih 10% kapaciteta uračunava se za uspinjanje, manevriranje i trimanje. Ukupna iskoristiva energija punih baterija iznosi

$$E_{uk} = 123\text{kJ}$$

Uz sve izvedene proračune i navedene aproksimacije, u krstarenju, pri brzini $V = 12,3$ m/s i napadnom kutu $\alpha = 4°$, ukupno vrijeme leta iznosi

$$t_{uk} = 60\text{min}$$

što Versi omogućuje efektivni dolet

$$X_{uk} = 43,9\text{km}$$

Isti proračun za brzinu krstarenja od 15 m/s pri napadnom kutu 2°, daje vrijeme leta od 50 minuta. Obzirom da su vrijednosti učinkovitosti propelera definiranog u ovom radu i više od 10% veće od komercijalnih u krstarenju, to vrijeme leta dobro odgovara vrijednostima dokumentiranim u stvarnosti [3], gdje se pri prosječnoj brzini od 15 m/s, vrijeme leta kretalo od 30 do 45 minuta.

9. Zaključak

U ovome radu predstavljena je aerodinamička analiza Versa letećeg krila.

U XFLR5 softverskom paketu, napravljen je detaljan proračun Versine osnovne aerodinamičke forme. Izučen je cijeli raspon uvjeta leta. Pokazalo se da je za Versu, letjelicu koja leti pri malom Reynoldsovom broju, za maksimalan dolet idealno letjeti pri visokom napadnom kutu od $6,2°$ i niskoj brzini od 10,4 m/s. Ipak, odabrana je viša brzina krstarenja od 12,3 m/s i posljedično manji napadni kut od $4°$. Time se uz zanemariv gubitak na finesi, značajno smanjuju nestacionarnosti u strujanju i stabilizira let.

Analiza iste geometrije provedena je i numeričkim rješavanjem Navier-Stokes jednadžbi OpenFOAM-om. Da bi se opseg proračuna proširio, implementiran je kod koji omogućava postprocesiranje cirkulacije krila te izračun induciranog otpora. Dobivene vrijednosti uzgona i induciranog otpora pokazale su dobro slaganje s rezultatima panelne metode. Izračunate vrijednosti viskoznog otpora, zbog primijenjenog modela turbulencije, značajno su veće od rezultata XFLR5 proračuna.

Efekti propelera u OpenFOAM numerički model uključeni su pomoću rotorDiskSource klase. Promatrala su se dva kontrarotirajuća propelera postavljena na prednjem bridu. Pokazano je kako oni mijenjaju efektivni napadni kut sekcija krila u svojoj blizini i time raspodjelu cirkulacije i vrtložni trag krila. Proveden je proračun 4 različite pogonske konfiguracije Verse u uvjetima krstarenja s aktivnim pogonom. Pokazalo se da je za najvišu finesu povoljnije propelere postaviti dalje prema vrhu krila i rotirati gornjom stranom od korijena krila.

Uz rezultate proračuna i informirane, konzervativne pretpostavke, procijenjeno je da pri brzini leta 44 km/h, Versa ostvaruje vrijeme leta od 60 minuta i dolet od 44 km. Obzirom da su te performanse sumjerljive s komercijalno dostupnim bespilotnim poljoprivrednim letjelicama sličnih dimenzija i mase, zaključuje se da Versa ima potencijala kao "*open source*" alternativa.

Literatura

[1] Theremino. Weather and Drones. www.theremino.com/en/downloads/meteo-and-drones, 2014. pristupljeno 8.11.2019.

[2] J. Bixler. FT Versa Wing - Build. www.flitetest.com/articles/ft-versa-wing-build, 2013. pristupljeno 2.11.2019.

[3] Red20RC. FPV Wing V3 - Blunt Nose Versa Wing, 2014. pristupljeno 15.1.2020.

[4] M. Drela and H. Youngren. *XFOIL 6.9 User Primer*, 2001.

[5] A. Deperrois. XFLR5 Theoretical Background. www.xflr5.tech/xflr5.htm, 2019. pristupljeno 2.2.2020.

[6] C. J. Greenshields. *OpenFOAM User Guide*, 2019.

[7] M. Drela. *QPROP Formulation*, 2006.

[8] K. Karamcheti. *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. Pe Men Book Co., 1982.

[9] Z. Virag, M. Šavar, and I. Džijan. *Mehanika fluida II*. Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2017.

[10] I. Džijan. *Računalna dinamika fluida*. Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2010.

[11] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.

[12] J. Katz and A. Plotkin. *Low-speed aerodynamics*. Cambridge University Press, 2010.

[13] M. Drela. Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils. *Lecture Notes in Engineering Low Reynolds Number Aerodynamics*, page 1–12, 1989.

[14] D. Matijašević. *Hermiteova interpolacija radijalnim baznim funkcijama u metodi kontrolnih volumena*. PhD thesis, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2011.

[15] R.T. Jones. The spanwise distribution of lift for minimum induced drag of wings having a given lift and a given bending moment. Technical Report NACA-TN-2249, Ames Aeronautical Laboratory, 1950.

[16] A. Betz. Airscrews with minimum energy loss. Technical report, Kaiser Wilhelm Institute for Flow Research, 1919.

[17] S. Wahono. Development of Virtual Blade Model for Modelling Helicopter Rotor Downwash in OpenFOAM. Technical report, 2013.

[18] A. Capitao Patrao. Description and validation of the rotorDiskSource class for propeller performance estimation. In H. Nilsson, editor, *Proceedings of CFD with OpenSource Software*, 2017.

[19] E. Eugene Larrabee. Practical design of minimum induced loss propellers. *SAE Technical Paper Series*, Jan 1979.

[20] APC Propellers. Technical Info. www.apcprop.com/technical-information, 2020. pristupljeno 10.1.2020.

[21] S. Majumdar. Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids. *Numerical Heat Transfer*, 13(1):125–132, 1988.

A. Validacija metode proračuna induciranog otpora

A.1. Opis problema

U ovome radu prezentirana je metoda kojom se iz numeričkih rješenja strujanja oko krila izvlači raspodjela cirkulacije po rasponu krila te izračunava iznos induciranog otpora. U svrhu validacije te metode, numerički: metodom konačnih volumena, i semi-analitički: Lanchester-Prandtlovom metodom noseće linije, provodi se analiza jednostavnog pravokutnog krila u struji fluida. Metodologija i rezultati validacije izneseni su u daljnjem tekstu.

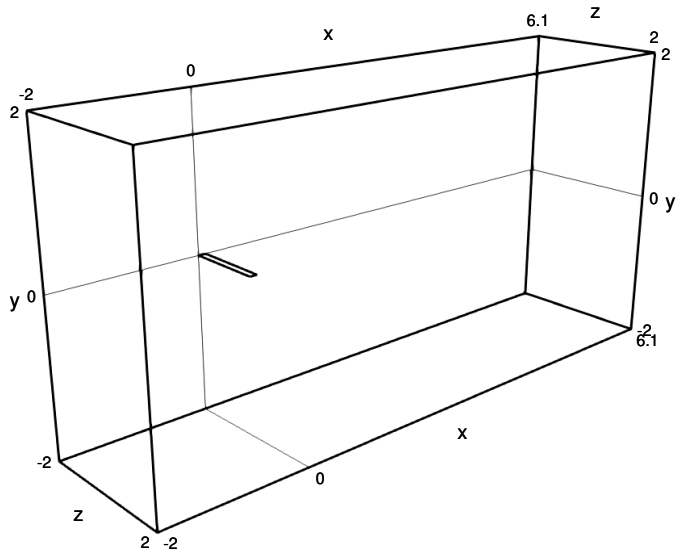
planform	pravokutan
raspon b	2m
tetiva c	0.1m
vitkost $\mathit{A}\!\mathit{R}$	20
kut napada α	1°

Tablica A.1: Karakteristike validacijskog krila i strujanja

Da bi usporedba rezultata bila smislena, krilo i uvjeti leta moraju biti tako odabrani da pogoduju obje korištene metode. Da bi rezultati metode noseće linije bili dovoljno pouzdani da služe kao etalon za usporedbu, validacijsko krilo mora biti visoke vitkosti, prema [8], $\mathit{A}\!\mathit{R} > 5$. Nadalje, s obzirom na to da je za beskonačno tanki aeroprofil vrijednost $\frac{\mathrm{d}c_l}{\mathrm{d}\alpha}$ poznata iz analitičkih razmatranja i iznosi 2π, analizira se beskonačno tanko validacijsko krilo. Konačno, odabran je nizak napadni kut da bi se minimizirao efekt odvajanja strujanja na prednjem bridu u viskoznim simulacijama strujanja.

A.2. Numerička analiza metodom konačnih volumena

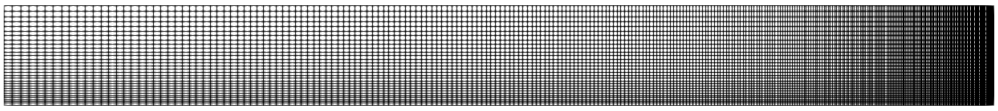
Obzirom na geometrijsku simetričnost krila, činjenicu da je kut klizanja $\beta = 0$ i vremensko osrednjavanje RANS proračuna, uvodi se pretpostavka o simetričnosti problema pa se potrebna proračunska domena prepolavlja uz uvođenje rubnih uvjeta simetričnosti.



Slika A.1: Domena

Na slici A.1 prikazana je proračunska domena. Udaljenost od krila do ruba domene uzvodno je $2b$, nizvodno $6b$, a lateralno $1b$. Domena i mreža modelirane su pomoću *blockMesh* alata, a stijenke beskonačno tankog krila formirane su korištenjem *createBaffles* alata koji zadana unutarnja lica mreže pretvara u vanjska. Mreža je izrađena tako da se diskretizacija postepeno progušćuje prema krilu. Na samom krilu, diskretizacija je progušćena prema vrhu krila da bi se adekvatno uhvatio vršni vrtlog te prema prednjem bridu obzirom na velike gradijente strujnih veličina koje su tamo očekivane. Na slici A.2 pobliže je prikazana diskretizacija na površini krila.

Parametri proračuna dani su u tablici A.2.



Slika A.2: Mreža na krilu

model turbulencije	k-ω SST
Re	3×10^6
Maksimalan y^+	173
Minimalan y^+	89
Konvekcijska shema	linearUpwind
Broj volumena	10 500 000
Vrijeme simulacije	20 sati

Tablica A.2: Parametri simulacije

A.3. Rezultati

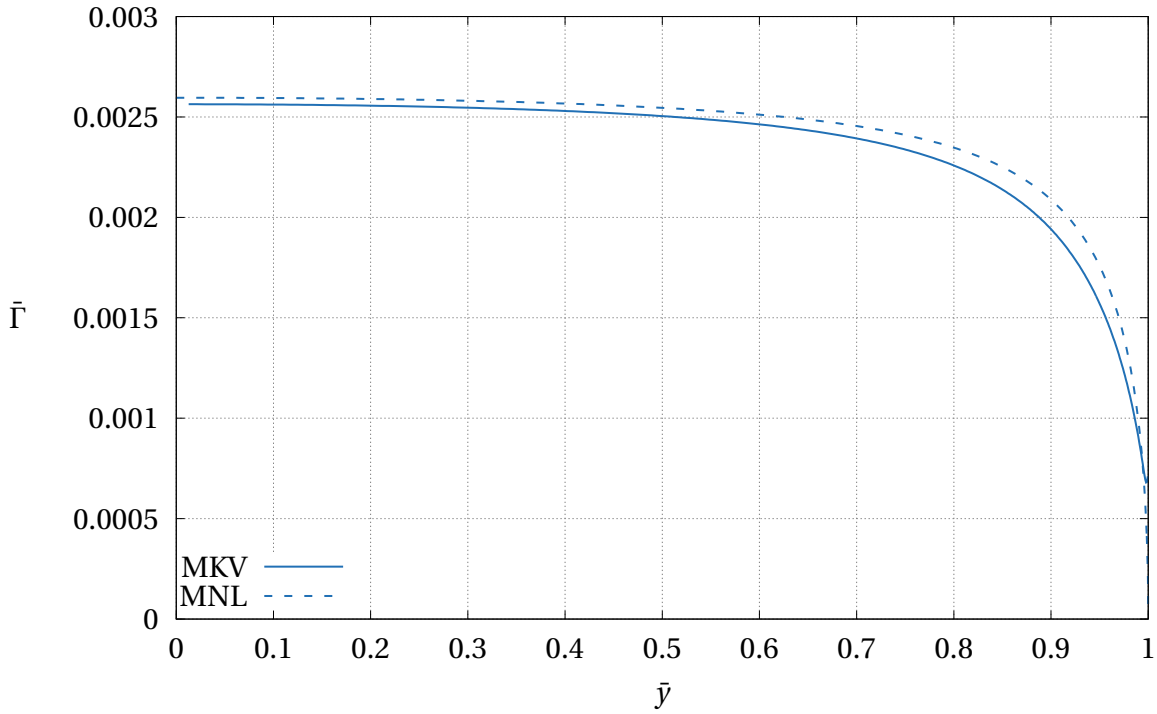
U općem slučaju ovisnost induciranog otpora o uzgonu dana je izrazom:

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A R e} \tag{A.1}$$

gdje je e Oswaldov koeficijent efikasnosti. On ovisi o obliku raspodjele cirkulacije duž raspona krila. Maksimalna vrijednost mu je 1 kod krila s eliptičnom raspodjelom cirkulacije za koja je poznato da za fiksan raspon i uzgon daju najniži inducirani otpor.

Na dijagramu A.3 prikazana je raspodjela cirkulacije po rasponu krila za promatrani slučaj.

Rezultati proračuna metodom noseće linije (*MNL*) i metodom konačnih volumena (*MKV*) dani su u tablici A.3



Slika A.3: Raspodjela cirkulacije duž poluraspona $\bar{\Gamma}(\bar{y})$

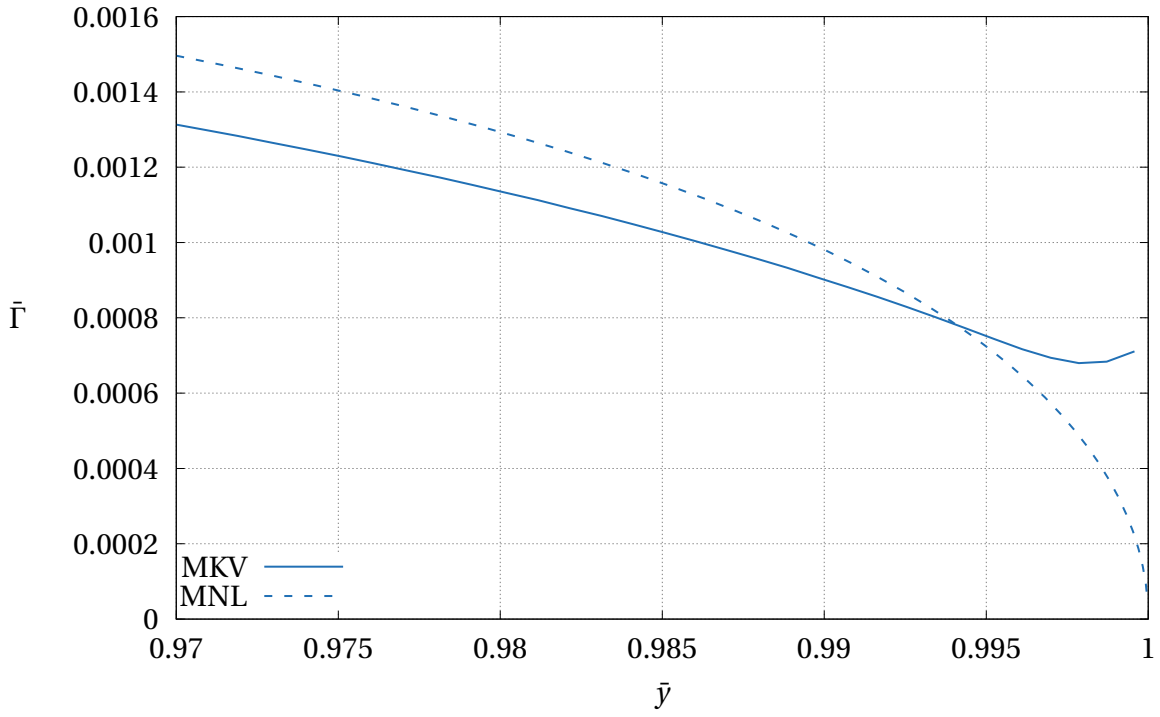
Izračunate raspodjele cirkulacije gotovo u potpunosti odgovaraju oblikom, uz očekivano smanjenje pod utjecajem viskoznosti u proračunu metodom konačnih volumena. Pri vrhu krila međutim postoje značajna odstupanja kao što se vidi na slici A.4.

Uzrok ovog odstupanja je vrtložni uzgon. Vršni vrtlog krila formira se već od prednjeg brida, te nad gornjakom uzrokuje lokalni pad tlaka i povećanje uzgona odnosno cirkulacije. Posljedica jačeg vršnog vrtloga je nepovoljna preraspodjela cirkulacije i pad Oswaldovog koeficijenta efikasnosti krila.

Naposljetku, s ovako definiranim problemom nije moguće rigorozno dokazati validnost metode obzirom da se u viskoznom opstrujavanju krila s konačnom duljinom tetive pojavljuju fenomeni koje metoda noseće linije po svojoj definiciji nije sposobna uhvatiti, pa se razlika u Oswaldovom koeficijentu ne može kvantificirati. Ipak, obzirom da rezultati metode veoma dobro odgovaraju racionalnoj analizi dostupnih podataka, može se zaključiti da metoda ekstrakcije cirkulacije i izračuna induciranog otpora iz numeričkog rješenja dobro funkcionira i da joj se može vjerovati u proračunima.

	MNL	MKV
C_L	0,0968	0,0941
C_{D_i}	$1,73 \times 10^{-4}$	$1,64 \times 10^{-4}$
e	0,861	0,845

Tablica A.3: Rezultati validacijskog proračuna



Slika A.4: Detalj cirkulacije $\bar{\Gamma}(\bar{y})$ u viskoznom slučaju

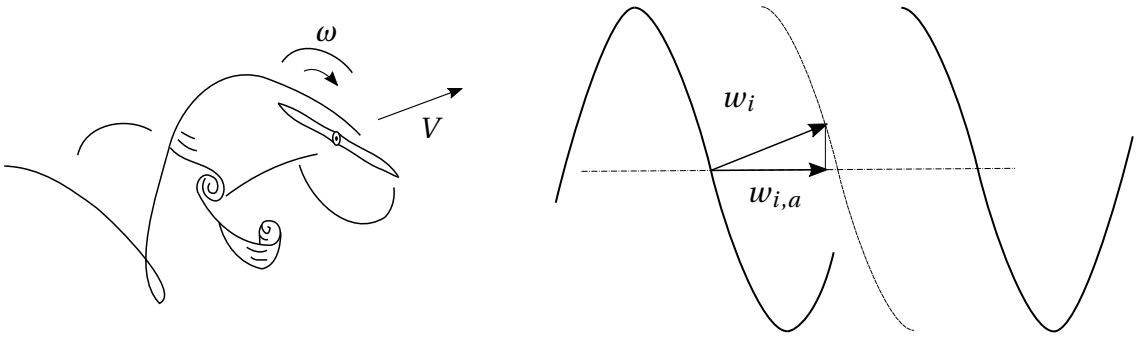
B. Pogonski propeler

B.1. Metodologija

Konvencionalni propeleri za modelske zrakoplove projektiraju se tako da budu primjenjivi na širokom rasponu različitih letjelica i u širokom rasponu različitih režima leta. Praktično to znači da se projektiraju za visok statički potisak. Vrlo efektivno ubrzavaju letjelicu, a u većini slučajeva omogućuju čak i lebdenje na mjestu. S bilo kojim od niza takvih propelera, koji se jeftino i lako nabavljaju, poluautonomna Versa za akviziciju vegetacijskih indeksa imala bi potpuno zadovoljavajuće performanse.

Međutim, ukoliko se propeler projektira namjenski za krstarenje, uz žrtvovanje performansi pri polijetanju, mogu se postići značajna povećanja potisne učinkovitosti propelera. Da bi se taj postupak izučio to je napravljeno u ovome radu. Ukoliko netko posjeduje 3D printer, što je sve češća okolnost, ovakav propeler može preuzeti i isprintati. U većini slučajeva zasad, jasno je da je ipak praktičnije kupiti *off the shelf* propeler.

Propeler s najmanjim induciranim gubicima je onaj čiji slobodni vrtložni trag (v. B.1) ima po radijusu konstantnu aksijalnu komponentu inducirane brzine [19]. Ovaj uvjet analogan je uvjetu konstante brzine ispiranja po rasponu za minimalan inducirani otpor krila. Uz pogodan aeroprofil, propeler koji ispunjava taj uvjet imat će najvišu praktično postizivu učinkovitost. Osim visoke učinkovitosti ovaj propeler bit će i tiši od konvencionalnih jer ispunjavanje, ili barem približavanje, spomenutom uvjetu minimizira vrtloženje u tragu.



Slika B.1: Vrtložni trag propelera

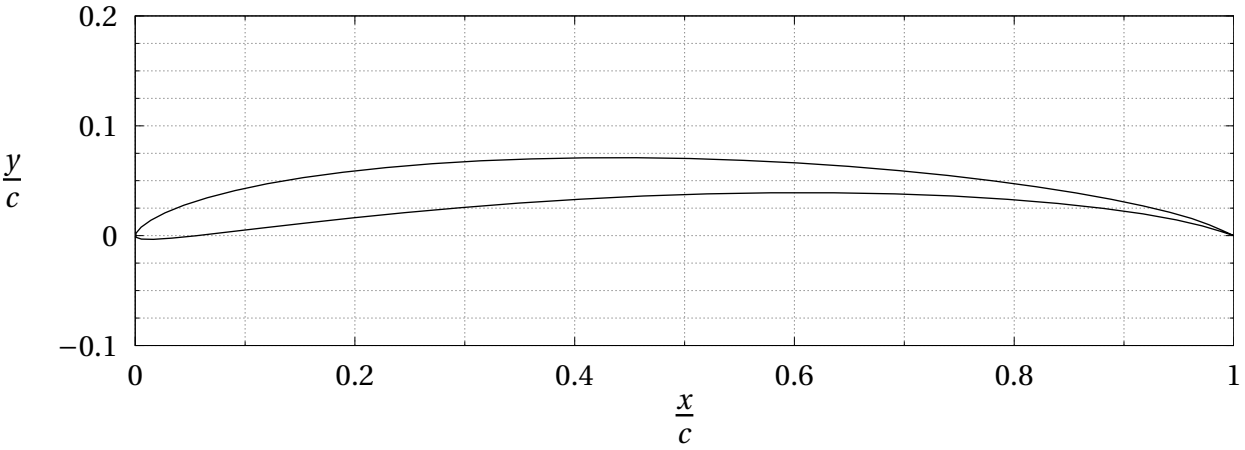
Za konstrukciju takvog propelera koristi se metodologija razvijena od strane Larrabeea,

a implementirana od strane Drele [7] u kodu QProp. Ona omogućava da se uz zadanu brzinu leta, potisak, brzinu vrtnje i promjer, nađe geometrija propelera koja generira najmanje inducirane gubitke.

Potrebno je napomenuti da konstrukcija propelera nije osnovni zadatak ovoga rada, ali da bi se propeler simulirao pomoću *rotorDiskSource* klase, mora se vrlo detaljno opisati. Štoviše toliko det, da postaje problem doći do svih potrebnih geometrijskih značajki komercijalnih propelera. Na sreću, kvalitativna saznanja koja slijede iz aerodinamičkih simulacija leta s pogonom ne ovise pretjerano o odabiru propelera dok god propeler radi blizu nazivnog režima, razumnom brzinom vrtnje i razumnim potiskom. Iz tog razloga, za potrebe simulacija, geometrija propelera mogla se procijeniti, ali činilo se smislenije testirati QProp-ove rutine za konstrukciju propelera i proučiti koliko pogonski propeler može biti efikasan.

B.2. Aeroprofil propelera

Za aeroprofil propelera odabran je *Eppler E63* prikazan na slici B.2.

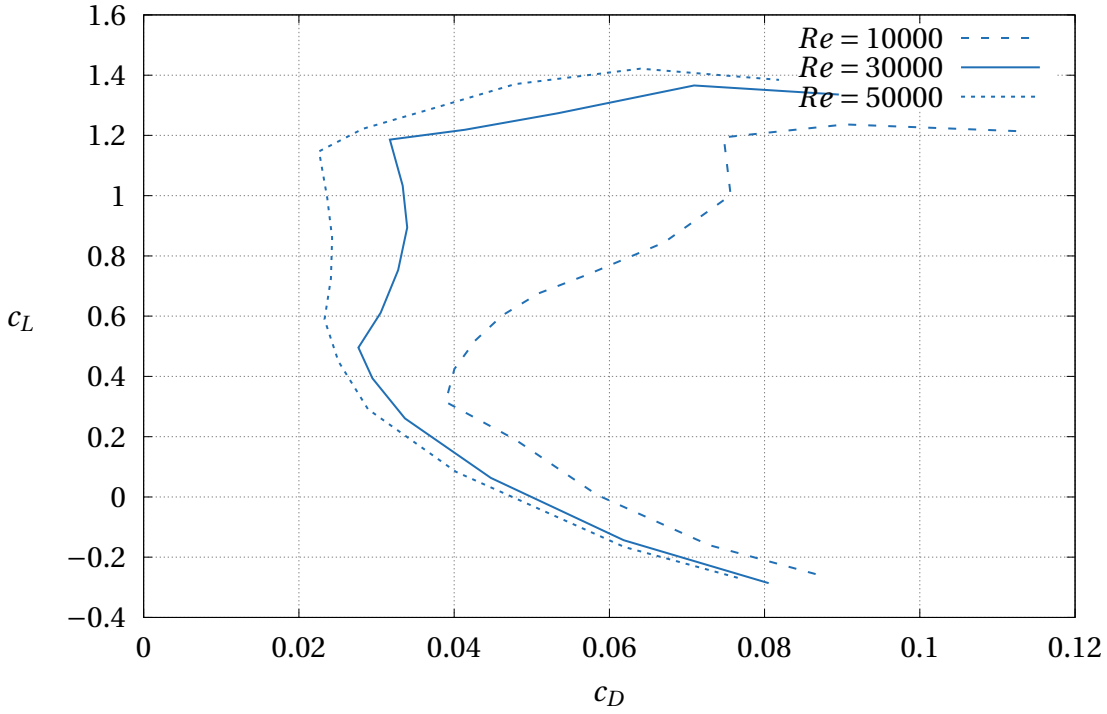


Slika B.2: Eppler E63 aeroprofil

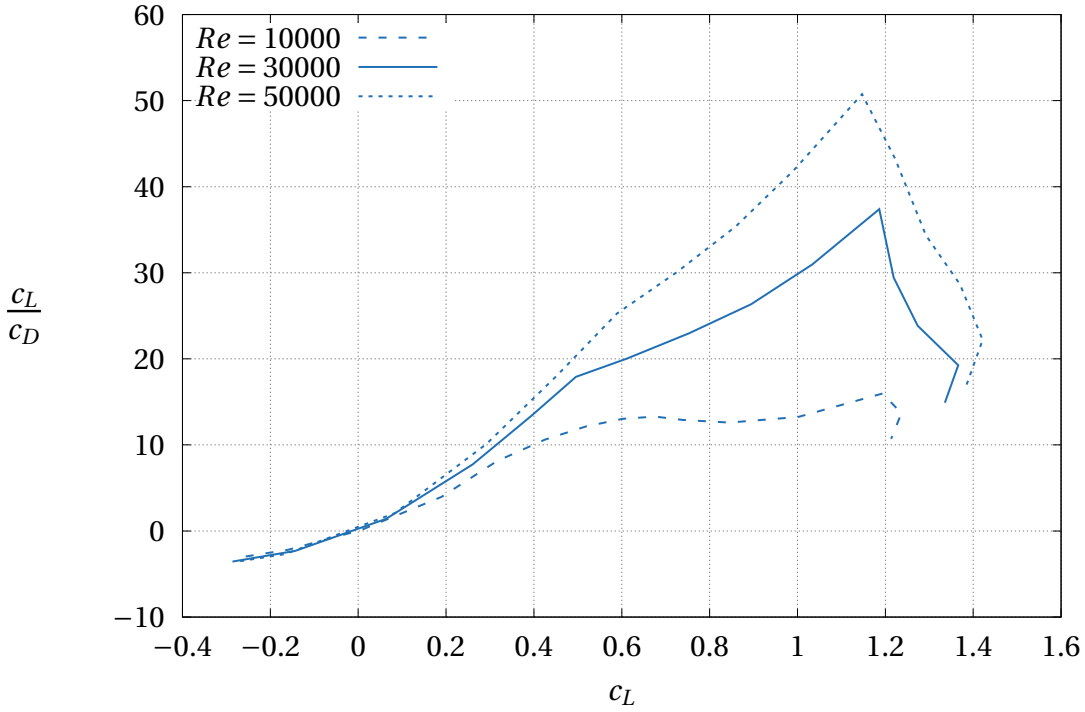
Ovaj aeroprofil često se koristi kod propelera malih sporih letjelica jer pokazuje vrlo dobre performanse kod niskih Reynoldsovih brojeva. Dijelom je to zbog male relativne debljine. Deblji aeroprofili općenito imaju manju maksimalnu finesu $\frac{c_L}{c_D}$. Pri malim Reynoldsovim brojevima debljina istisnuća graničnog sloja vrlo je visoka, što povećava efektivnu debljinu aeroprofila pa je za visoku finesu poželjno da sami profil bude što tanji. Na sreću,

kod malih propelera, tanak aeroprofil ne predstavlja problem sa stajališta čvrstoće pa razni proizvođači koriste aeroprofile ove debljine čak i u korijenskim sekcijama koje su najviše opterećene. Zato se u ovome radu čvrstoća propelera ne provjerava, već se vjeruje postojećem iskustvu.

Drugi faktor koji ovome aeroprofilu daje visoke performase pri niskim Reynoldsovim brojevima jest dodatno zakrenuti izlazni brid koji u principu djeluje kao *Gurney flap*. Povećanjem napadnog kuta i uzgona, otpor strmo raste kako deblja granični sloj na podtlačnoj strani profila i počinje njegovo odvajanje. Zakrenuti izlazni brid stvara na samom kraju gornjake malu recirkulacijsku zonu niskog tlaka, koja energizira granični sloj na gornjaci i odgađa ili potpuno sprječava njegovo odvajanje. Zbog toga, kao što se dobro vidi na slikama B.3 i B.4, visoke performanse ovog aeroprofila dolaze do izražaja pri visokim napadnim kutevima.



Slika B.3: Polare za Eppler E63 aeroprofil



Slika B.4: Ovisnost finese o koeficijentu uzgona za Eppler E63 aeroprofil

B.3. Geometrijske i pogonske značajke propelera

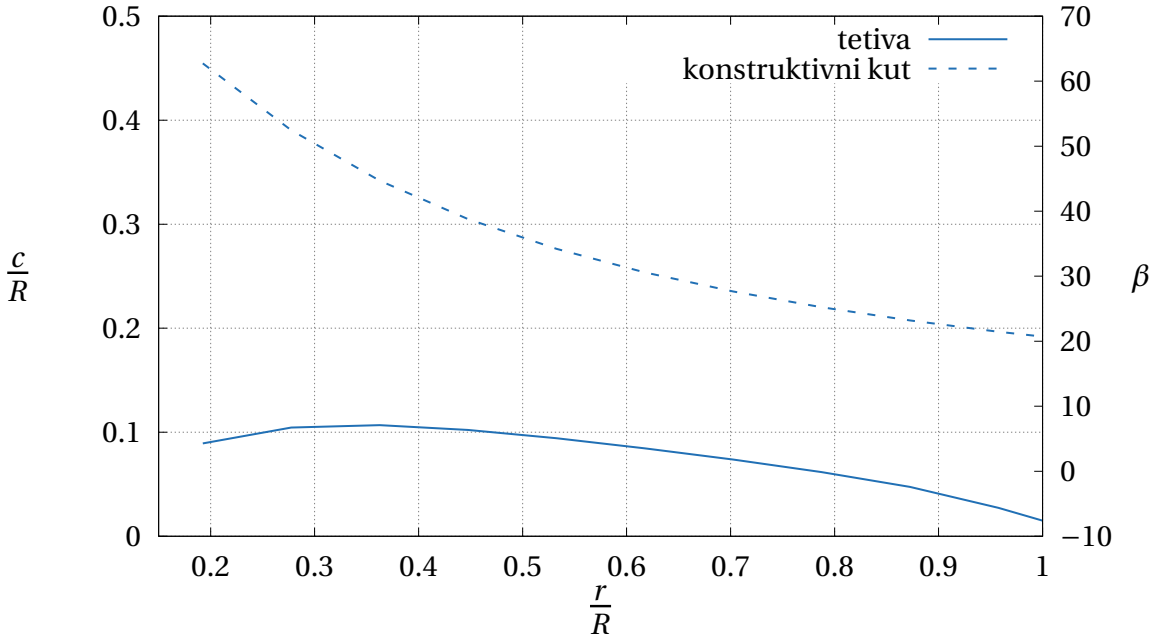
Za planiranu projektnu brzinu krstarenja, iz preliminarnih aerodinamičkih rezultata procijenio se potreban potisak propelera i odabrani su promjer i raspon brzina vrtnje. Kroz 5 iteracija, postignute su zadovoljavajuće performanse, izračunate QProp-om.

Ograničenje brzine vrtnje bazirano je na temelju prijedloga proizvođača [20]. Ona se pogotovo moraju poštivati ako se radi o neojačanom polimernom propeleru kakav bi se mogao printati.

D	180	mm	promjer
$H_{0,75}$	198	mm	korak
B	2		broj krakova
n_{max}	15000	min^{-1}	brzina vrtnje

Tablica B.1: Versa propeler s minimalnim induciranim gubicima

Na slici B.5 dana je geometrija puller propelera za Versu definirana konstruktivnim kutem β i tetivom c.



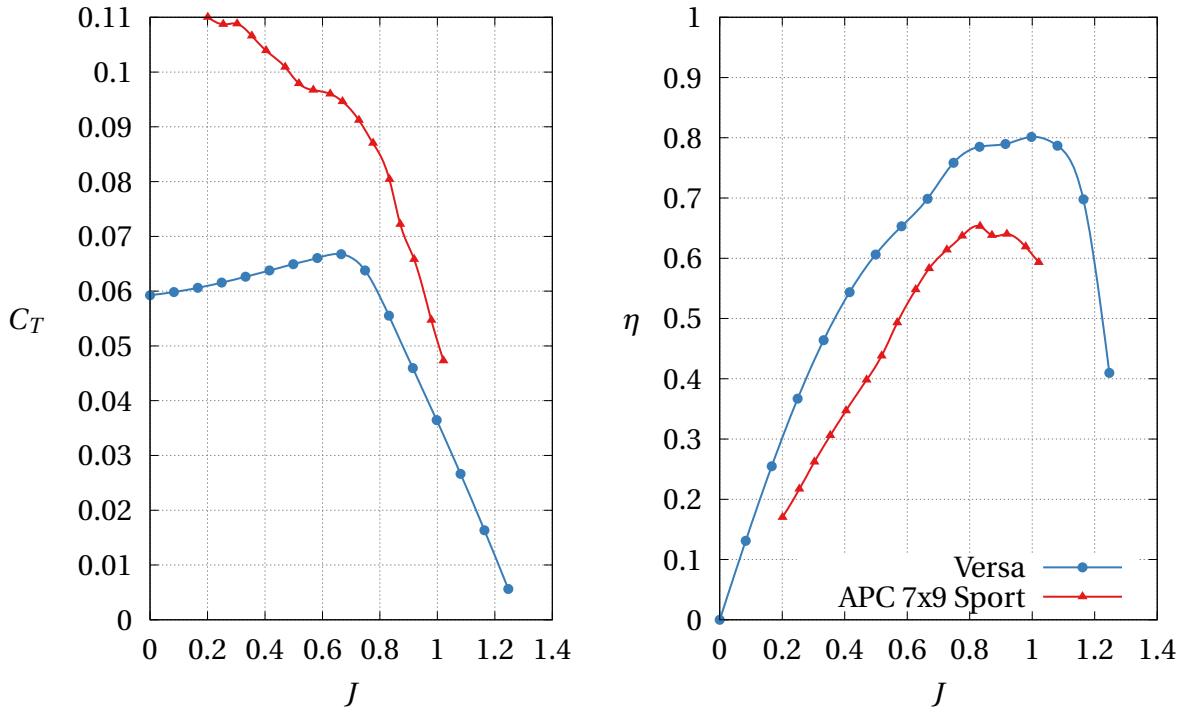
Slika B.5: Geometrija *puller* propelera

Na slici B.6 dani su koeficijent potiska i potisna učinkovitost propelera za brzinu vrtnje $n = 4010$ min^{-1}. Rezultati se prikazuju u bezdimenzijskom obliku, a bezdimenzijske značajke koje se koriste su

- koeficijent napredovanja
$$J = \frac{V_\infty}{nD} \tag{B.1}$$
- koeficijent potiska
$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \tag{B.2}$$
- potisna učinkovitost
$$\eta = \frac{T V_\infty}{P} \tag{B.3}$$

gdje je n broj okretaja u sekundi, D vanjski promjer propelera, T potisak, a P snaga na vratilu.

Na istim dijagramima dane su te značajke za konvencionalni propeler istog promjera i sličnog koraka. Razlike su potpuno jasne. Versin propeler je potpuno prilagođen letu u uvjetima krstarenja. Za ciljani projektni koeficijent napredovanja od 0,8 ostvaruje 15% veću učinkovitost. Ono što je kompromitirano je potisak. Ovaj propeler vrlo slabo ubrzava letjelicu i daje slab statički potisak, ali svrha kojoj služi opravdava te karakteristike.



Slika B.6: Performanse puller propelera

C. Pojedinosti OpenFOAM proračuna

C.1. Postavke proračuna

Za sve proračune koristio se stacionarni rješavač *simpleFoam*. Za provjeru konvergencije gledali su se reziduali i koeficijenti sila na krilo. U radu su dani samo oni rezultati za koje je postignuta konvergencija, ali i nekonvergirana rješenja bila su korisna u istraživanju kao indikator nestacionarnosti i ozbiljnijeg odvajanja strujanja.

Inflacijski slojevi mreže napravljeni su tako da za sve proračune prosječna vrijednost bezdimenzijske udaljenosti od zida y^+ ne prelazi 5. Time je omogućeno korištenje *nutUSpaldingWallFunction* zidne funkcije za polje turbulentne viskoznosti ν_T.

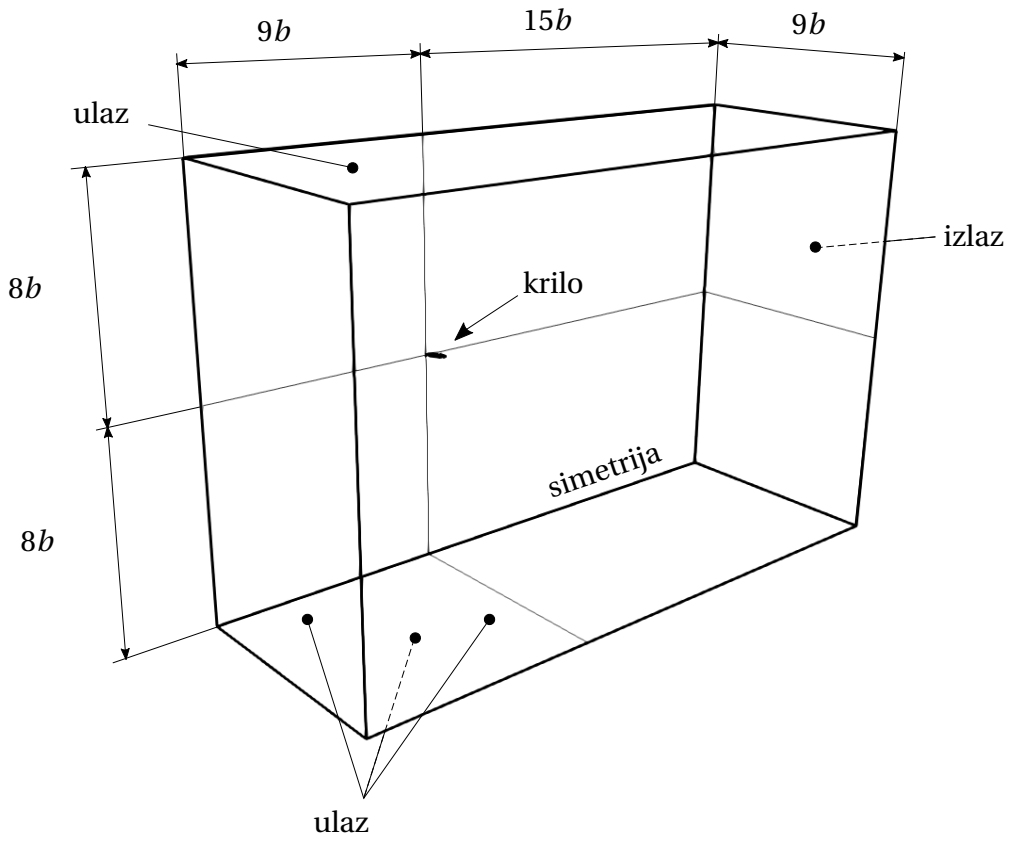
Za polje brzine koristila se *linearUpwindV* numerička shema, a za turbulentne veličine k i ω *upwind* shema prvog reda.

Za proračune bez aktivnih propelera korišteni su uobičajeni podrelaksacijski faktori, 0,3 za polje tlaka p, a 0,7 za sva ostala. Za proračune pogonjenog leta koji koriste klasu *rotorDiskSource* podrelaksacijski faktor za tlak snižen je na 0,2, a za sva ostala polja na 0,5, da bi se olakšala konvergencija. Zbog promjena podrelaksacijskih faktora, uključena je *consistent* [21] opcija simpleFoam rješavača da se minimizira ovisnost rješenja o podrelaksacijskim faktorima.

C.2. Domena i rubni uvjeti

Proračunska domena prikazana je na slici C.1. b označava raspon krila letjelice. Promatra se strujanja bez kuta klizanja, $\beta = 0$, oko simetrične letjelice s kontrarotirajućim propelerima, pa se cjelokupno strujanje može smatrati simetričnim oko ravnine simetrije letjelice. Zato se simulira samo jedna polovica strujanja oko letjelice, u ovom slučaju lijeva.

U tablici C.1 dani su rubni uvjeti.



Slika C.1: Proračunska domena za OpenFOAM-7 proračune

C.3. Mreže

Proračunske mreže napravljene su u open source softverskom paketu *cfMesh*. Oko letjelice postavljena su tri nivoa profinjenja mreže (v. C.2) da bi se trag uhvatio zadovoljavajućom točnošću.

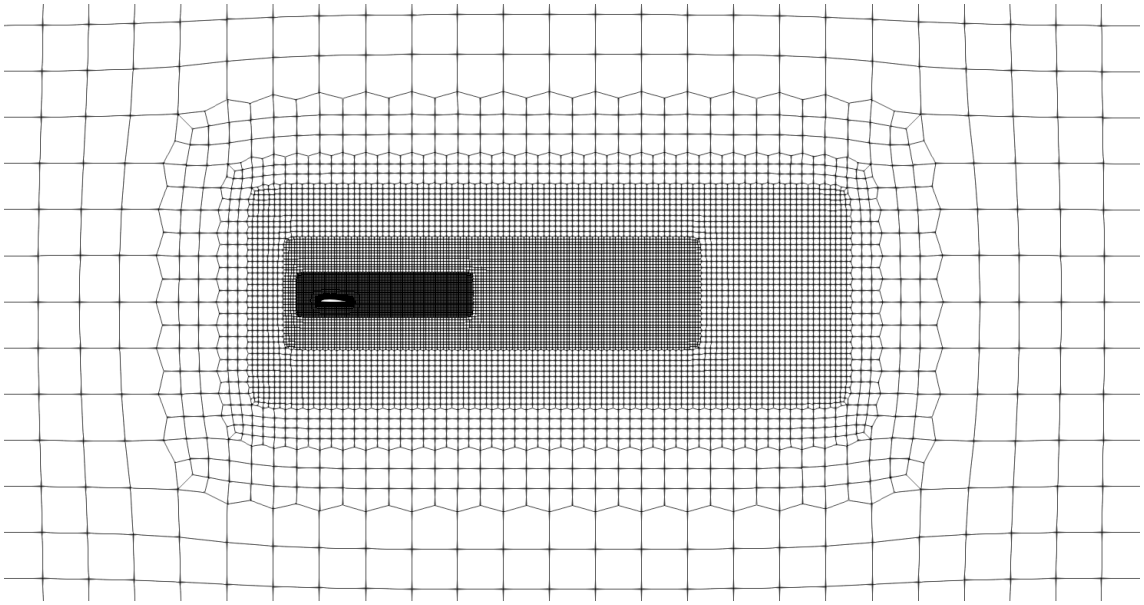
Mreža je dodatno profinjenja oko prednjeg brida, zadnjeg brida i vrha krila, te oko prednje i stražnje strane gondola propelera. Površina mreža na krilu prikazana je na modelu s gondolama u pogledu od dolje na slici C.3.

Klasa *rotorDiskSource* za simulaciju propelera primjenjuje se na ćelije zone *rotor*, koja je izdvojena *topoSet* alatom. Zona *rotor* i cilindrično profinjenje traga propelera prikazani su na slici C.4.

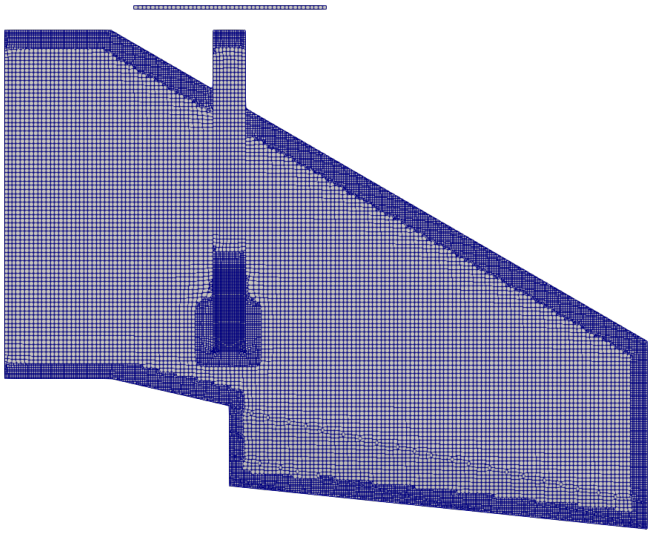
Napravljene su ukupno 3 mreže, jedna bez gondola, i dvije s različitim pozicijama gondola, zona za *rotorDisk* i profinjenjima u tragu propelera, kako je opisano u poglavlju 8..

	ulaz/izlaz	krilo	simetrija
p	freestreamPressure	zeroGradient	symmetryPlane
U	freestreamVelocity	noSlip	symmetryPlane
nut	calculated	nutUSpaldingWallFunction	symmetryPlane
k	inletOutlet	kQrWallFunction	symmetryPlane
omega	inletOutlet	omegaWallFunction	symmetryPlane

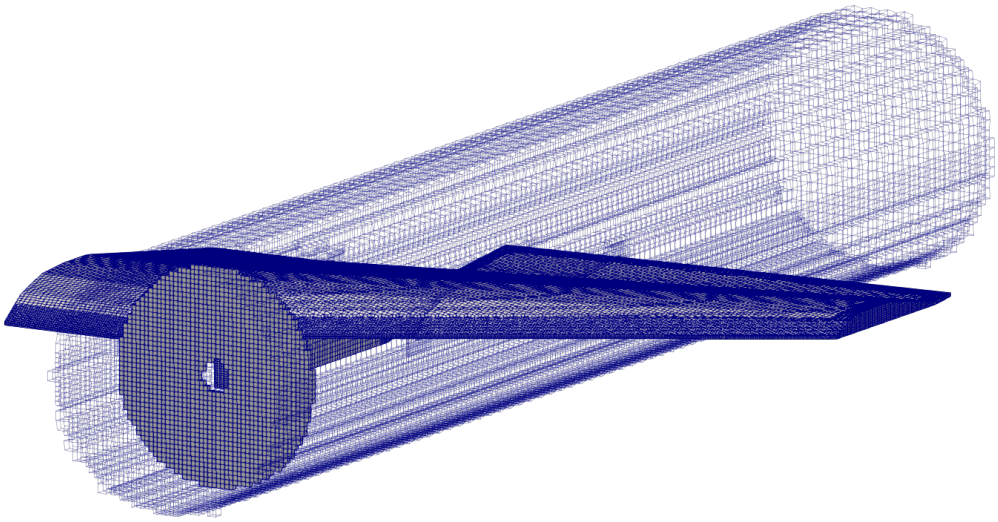
Tablica C.1: Rubni uvjeti za OpenFOAM-7 proračune



Slika C.2: Globalna profinjenja mreže



Slika C.3: Mreža na površini Verse s gondolama (pogled od dolje)



Slika C.4: *rotor* zona mreže i profinjenje u tragu propelera