

# Eksperimentalno i numeričko modeliranje vlačne motke energetskog transformatora

---

**Marčina, Antonija**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:373752>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Antonija Marčina**

Zagreb, 2020. godine

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc.dr.sc Zvonimir Tomičević

Student:

Antonija Marčina

Zagreb, 2020. godine

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Prije svega, najveću zahvalnost izražavam svom mentoru doc. dr.sc. Zvonimiru Tomičeviću na predanom i neumornom mentorstvu. Neizmjerne sam zahvalna na svom iskazanom povjerenju, strpljenju, ohrabrenju i uloženom trudu i vremenu.

Iskreno zahvaljujem Damjanu Čakmaku, mag. ing. prije svega na svom nesebično prenesenom znanju, motivaciji, na svim savjetima, primjedbama i riječima podrške.

Zahvaljujem svom kolegi i prijatelju Andriji Zaplatiću, mag. ing. na nebrojenim satima dobrog druženja, ugodnoj radnoj atmosferi, pomoći i nesebičnoj podršci.

Zahvaljujem svojoj *homogenoj skupini* na ugodnom društvu, strpljenju, podršci i prijateljstvu.

Zahvaljujem Pavlu Barišiću na svim savjetima i pomoći te tvrtki Končar – Energetski transformatori koja je omogućila izradu ovog rada.

Od srca zahvaljujem svojoj najbližoj obitelji, posebno roditeljima, Željku i Karmen, na svemu što su mi omogućili, na beskrajnoj podršci i vjeri u mene, svojoj sestri Ivani, bakama i pokojnom djedu što su uvijek bili uz mene.

Zahvaljujem svojim najbližim prijateljima i kolegama na razumijevanju i druženjima koja su mi uljepšala studiranje, znate tko ste.

Posebno želim zahvaliti svom voljenom Josipu, koji me uvijek i bezuvjetno podržavao i bio uz mene.

Antonija Marčina



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Antonija Marčina**

Mat. br.: 1191228914

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Eksperimentalno i numeričko modeliranje vlačne motke energetskog transformatora**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Experimental and numerical modelling of the tensile rod of power transformer**

Opis zadatka:

Pouzdana opisivanje ponašanja inženjerskih komponenti u radnim uvjetima primjenom numeričkih simulacija zahtijeva poznavanje režima opterećenja te konstitutivnih parametara materijala. Kako bi se zadovoljile njihove mehaničke karakteristike potrebno je optimirati konstrukcijske komponente. Validaciju odziva na realnim inženjerskim komponentama uslijed narinutog opterećenja moguće je odrediti korištenjem optičkih beskontaktnih metoda mjerenja pomaka kao što je korelacija digitalne slike (DIC). Spajanje informacija dobivenih eksperimentalnim mjerenjem i numeričkim simulacijama omogućava vjerodostojnije modeliranje stvarnog stanja konstrukcije.

Budući da je motka transformatora tijekom svog rada vlačno opterećena, u ovom radu je potrebno provesti monotone i cikličke jednoosne mehaničke testove. Osim toga potrebno je iz predloženih vlačnih eksperimenata primjenom metoda ažuriranja modela konačnih elemenata (FEMU) opisati elastoplastično ponašanje HARDOX 450 čelika od kojeg je izrađena vlačna motka energetskog transformatora. Navedena metoda se temelji na usporedbi eksperimentalno izmjerenih polja pomaka s onima izračunatim numeričkim simulacijama. FEMU algoritmom za inverznu identifikaciju parametara materijala moguće je pouzdano odrediti ponašanje materijala, budući da su u obzir uzeti izmjereni lokalizacijski efekti koji se javljaju na ispitnom uzorku tijekom narinutog vanjskog opterećenja. Primjenom identificiranih elastoplastičnih parametara materijala potrebno je provesti numeričku analizu vlačne motke u radnim uvjetima.

Tijekom rada potrebno je:

1. Upoznati se s radom statičke kraljice Messphysik Beta 50-50 i principom FE-DIC algoritma Correli 3.0.
2. Razviti algoritam za identifikaciju elastoplastičnih parametara materijala temeljen na principu ažuriranja modela konačnih elemenata.
3. Odrediti izotropne i kinematske parametre očvršćenja materijala HARDOX 450.
4. Na temelju dobivene 3D geometrije provesti detaljne numeričke proračune modeliranja vlačne motke energetskog transformatora. Verificirati primijenjene konačne elemente.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

14. studenoga 2019.

Datum predaje rada:

16. siječnja 2020.

Predvideni datum obrane:

20. – 24.1.2020.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA .....	VIII
POPIS OZNAKA .....	IX
SAŽETAK .....	XII
SUMMARY .....	XIV
1. UVOD .....	1
2. MEHANIKA ELASTO-PLASTIČNIH TIJELA .....	3
2.1. Linearno elastično tijelo .....	6
2.2. Elastoplastično tijelo .....	8
2.2.1. Idealnoplastično ponašanje materijala .....	9
2.2.2. Očvršćenje materijala .....	11
3. METODA KORELACIJE DIGITALNE SLIKE (DIC) .....	15
3.1. Princip korelacijske metode za mjerenje cijelog polja pomaka i deformacija .....	20
3.2. Lokalni pristup .....	22
3.3. Globalni pristup .....	24
4. METODA AŽURIRANJA MODELA KONAČNIH ELEMENATA (FEMU) .....	27
4.1. Osnovni principi FEMU metode .....	27
4.2. Algoritam identifikacije elastoplastičnih parametara .....	33
5. PRIPREMA I PROVEDBA EKSPERIMENTA .....	36
6. GLOBALNA PROCJENA PONAŠANJA HARDOX 450 .....	40
6.1. Jednoosno monotono ispitivanje .....	40
6.2. Jednoosno cikličko ispitivanje .....	42
7. IDENTIFIKACIJA ELASTOPLASTIČNIH PARAMETARA .....	44
7.1. Identifikacija elastoplastičnih parametara materijala kod monotonog jednoosnog mehaničkog ispitivanja .....	44

---

7.1.1.	Identifikacija elastičnih parametara materijala .....	45
7.1.2.	Identifikacija parametara izotropnog očvršćenja .....	47
7.1.3.	Identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja.....	52
7.1.4.	Identifikacija parametara mješovitog očvršćenja.....	56
7.2.	Identifikacija elastoplastičnih parametara materijala kod cikličkog jednoosnog mehaničkog ispitivanja .....	60
7.2.1.	Identifikacija elastičnih parametara materijala .....	60
7.2.2.	Identifikacija parametara izotropnog očvršćenja .....	63
7.2.3.	Identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja.....	66
7.2.4.	Identifikacija mješovitog očvršćenja .....	69
7.3.	Diskusija.....	72
8.	NUMERIČKA ANALIZA VLAČNE MOTKE .....	74
8.1.	Opis korištenih konačnih elemenata .....	74
8.2.	Principi kontaktne mehanike u Abaqusu.....	74
8.3.	Verifikacija konačnih elemenata.....	76
8.3.1.	Analitičko rješenje prema Pilkey-u i Peterson-u .....	76
8.3.2.	Analitičko rješenje prema Roark-u .....	77
8.3.3.	Numeričko rješenje .....	78
8.4.	Analiza vlačne motke za slučaj tlačenja namota.....	79
8.5.	Analiza vlačne motke za slučaj podizanja aktivnog dijela.....	89
9.	ZAKLJUČAK.....	96
	LITERATURA .....	98
	PRILOZI.....	100

## POPIS SLIKA

Slika 1. Model vlačne motke u transformatoru.....	2
Slika 2. Konvencionalni dijagram naprezanje-deformacija [2] .....	4
Slika 3. Usporedba stvarnog i konvencionalnog dijagrama naprezanja [3].....	6
Slika 4. Idealizirani dijagrami rastezanja: a) kruto-idealnooplastičnog materijala, b) elastično-idealnooplastičnog materijala .....	10
Slika 5. Trescina (a) i Von Misesova (b) ploha tečenja [7] .....	11
Slika 6. Idealizirani dijagram rastezanja: a) kruto-linearno očvršćujućeg materijala, b) elastično linearno očvršćujućeg i c) elastično nelinearno očvršćujućeg materijala.....	12
Slika 7. Izotropno očvršćenje: a) Von Misesova ploha tečenja, b) dijagram cikličkog deformiranja.....	13
Slika 8. Ploha tečenja mješovitog izotropnog – kinematičkog očvršćenja [10] .....	14
Slika 9. Referentna konfiguracija (a) i deformirana konfiguracija (b) .....	15
Slika 10. Utvrđivanje nastanka pukotina:a) NDT ispitivanje penetrantom i b) DIC metodom [12].....	16
Slika 11. Tehnike DIC metode: a) 2D DIC, b) stereo DIC i c) DVC [11] .....	18
Slika 12. Provedba 2D i stereo DIC mjerenja [11] .....	19
Slika 13. Površina ispitnog uzorka prije (a) i poslije nanošenja teksture (b).....	20
Slika 14. Prikaz fasete u referentnoj i deformiranoj konfiguraciji [15].....	21
Slika 15. Fasete u referentnoj i deformiranoj konfiguraciji za: a) globalni i b) lokalni pristup .....	22
Slika 16. Dijagram toka inverzne FEMU metode.....	35
Slika 17. Dimenzije ispitnog uzorka debljine 2 mm.....	36
Slika 18. Eksperimentalni optički postav.....	37
Slika 19. Režim opterećivanja ispitnog uzorka tijekom cikličkog testa .....	38
Slika 20. Raspodjela deformacija po mjerenom području za slučaj monotonog ispitivanja ...	41
Slika 21. Prikaz mjernog područja deformacija u slučaju monotonog ispitivanja: a) cijela mjerna zona, b) zona maksimalnih lokalnih deformacija .....	41
Slika 22. Dijagram inženjerskog i stvarnog naprezanja za slučaj jednoosnog monotonog ispitivanja.....	42
Slika 23. Raspodjela deformacija po mjerenom području za slučaj cikličkog ispitivanja.....	43
Slika 24. Dijagram naprezanje – deformacija kod jednoosnog monotonog i cikličkog mehaničkog ispitivanja .....	43



Slika 25. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotonom opterećenja	45
Slika 26. Vrijednosti funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	46
Slika 27. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	46
Slika 28. Prikaz promjene modula elastičnosti po iteracijama kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	47
Slika 29. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	48
Slika 30. Vrijednosti funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	49
Slika 31. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	50
Slika 32. Razlika izmjerenog i izračunatog polja pomaka kod identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja prikazane za vrijednosti prosječne deformacije na cijelom mjernom području: a) 0,00197 %, b) 0,065 %, c)0,35 %, d) 0,48 %, e)1,54 % i f)15,5% .....	51
Slika 33. Prikaz promjene parametara izotropnog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	52
Slika 34. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	53
Slika 35. Vrijednosti reziduala funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja.....	53
Slika 36. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	54
Slika 37. Razlika izmjerenog i izračunatog polja pomaka kod identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja prikazane za vrijednosti prosječne deformacije na cijelom mjernom području: a) 0,00197 %, b) 0,065 %, c)0,35 %, d) 0,48 %, e)1,54 % i f)15,5% .....	55
Slika 38. Prikaz promjene parametara kinematičkog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotonom opterećenja .....	56

Slika 39. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja.....	57
Slika 40. Vrijednosti reziduala funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja.....	58
Slika 41. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja .....	58
Slika 42. Prikaz promjene parametara mješovitog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotonog opterećenja.....	59
Slika 43. Grafički prikaz matrice korelacije kod identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja .....	59
Slika 44. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja ....	60
Slika 45. Vrijednosti funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	61
Slika 46. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	62
Slika 47. Prikaz promjene modula elastičnosti po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	62
Slika 48. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	64
Slika 49. Vrijednosti funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	64
Slika 50. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	65
Slika 51. Prikaz promjene parametara izotropnog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	66
Slika 52. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	67
Slika 53. Vrijednosti reziduala funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	67

Slika 54. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	68
Slika 55. Prikaz promjene parametara kinematičkog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	68
Slika 56. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	69
Slika 57. Vrijednosti reziduala funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ po iteracijama identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja.....	70
Slika 58. Razlika funkcionala $\chi_F$ i $\chi_u$ u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	70
Slika 59. Prikaz promjene parametara mješovitog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	71
Slika 60. Grafički prikaz matrice korelacije kod identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja .....	71
Slika 61. Dijagram naprezanja za tri vrste očvršćenja .....	73
Slika 62. Ljuskasti četverokutni konačni elementi: a) I. reda i b) II. reda [24] .....	74
Slika 63. <i>Surface-to-Surface</i> diskretizacija kontakta [26] .....	75
Slika 64. Proračunski model verifikacijskog uzorka .....	76
Slika 65. Prikaz uzorka s radijusom zaobljenja [28].....	76
Slika 66. Opterećenje i rubni uvjeti verifikacijskog uzorka .....	78
Slika 67. Konvergencija maksimalnog naprezanja uzorka .....	79
Slika 68. Model vlačne motke .....	80
Slika 69. Prikaz <i>master – slave</i> površine .....	81
Slika 70. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja .....	81
Slika 71. Detalj mreže konačnih elemenata na otvoru motke i svornjaku.....	82
Slika 72. Detalj mreže konačnih elemenata u području radijusa zaobljenja.....	82
Slika 73. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području provrta za slučaj tlačenja namota .....	83
Slika 74. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja za slučaj tlačenja namota .....	84
Slika 75. Raspodjela ukupnih deformacija za slučaj tlačenja namota u području provrta motke .....	85

---

Slika 76. Raspodjela ukupnih deformacija za slučaj tlačenja namota u području radijusa zaobljena .....	86
Slika 77. Raspodjela plastičnih deformacija u području provrta za slučaj tlačenja namota ....	87
Slika 78. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja za slučaj tlačenja namota.....	87
Slika 79. Raspodjela pomaka u slučaju tlačenja namota (mm): a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi $x$ , c) pomak u smjeru osi $y$ .....	88
Slika 80. Prikaz modela s rubnim uvjetima i opterećenjima .....	89
Slika 81. Prikaz <i>master</i> i <i>slave</i> površina u kontaktu oslonca i vlačne motke .....	90
Slika 82. Detalj generirane mreže elemenata u području kontakta motke i oslonca .....	90
Slika 83. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela .....	92
Slika 84. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja na donjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela .....	92
Slika 85. Raspodjela logaritamskih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela .....	93
Slika 86. Raspodjela logaritamskih deformacija u području radijusa zaobljenja na donjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela .....	93
Slika 87. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela.....	94
Slika 88. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela.....	94
Slika 89. Raspodjela pomaka u slučaju podizanja aktivnog dijela (mm): a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi $x$ , c) pomak u smjeru osi $y$ .....	95

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Blok program elektromehaničke kidalice korišten kod cikličkog vlačnog opterećenja .....	39
Tablica 2. Inicijalni i identificirani modul elastičnosti $E$ za slučaj monotonog jednoosnog testa .....	45
Tablica 3. Inicijalni i identificirani parametri izotropnog očvršćenja za slučaj monotonog jednoosnog testa.....	48
Tablica 4. Inicijalni i identificirani parametri kinematičkog očvršćenja za slučaj monotonog jednoosnog testa.....	52
Tablica 5. Inicijalni i identificirani parametri mješovitog očvršćenja za slučaj monotonog jednoosnog testa.....	56
Tablica 6. Inicijalni i identificirani modul elastičnosti za slučaj jednoosnog cikličkog testa..	61
Tablica 7. Inicijalni i identificirani Poissonov koeficijent za slučaj jednoosnog cikličkog testa .....	63
Tablica 8. Inicijalni i identificirani parametri izotropnog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa .....	63
Tablica 9. Inicijalni i identificirani parametri kinematičkog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa .....	66
Tablica 10. Inicijalni i identificirani parametri mješovitog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa .....	69
Tablica 11. Identificirani parametri mješovitog očvršćenja .....	72
Tablica 12. Parametri verifikacijskog uzorka .....	76

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
$A$	$m^2$	trenutna površina poprečnog presjeka
$A_0$	$m^2$	početna površina poprečnog presjeka
$b$	-	parametar izotropnog očvršćenja
$C_1$	Pa ( $N/m^2$ )	parametar kinematičkog očvršćenja
$C_{1,2,3,4}$	-	koeficijenti prema referentnoj literaturi
$[C_p^U]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje FEMU-U metode
$[C_p^F]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje FEMU-F metode
$[C_p^{UF}]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje kombinirane FEMU-UF metode
$[C_F]$	-	matrica kovarijanci mjerenih opterećenja
$[C_{or}]$	-	matrica korelacije
$[C_u]$	-	matrica kovarijanci pomaka
$d$	m	širina vrata verifikacijskog uzorka
$D$	m	širina verifikacijskog uzorka
$E$	Pa ( $N/m^2$ )	Youngov modul (elastičnosti)
$F_c$	$N (kg \cdot m/s^2)$	vektor izračunatih reaktivnih sila
$F_m$	$N (kg \cdot m/s^2)$	vektor mjerenih reaktivnih sila
$F$	$N (kg \cdot m/s^2)$	sila
$f(\mathbf{X})$	-	Točkasti uzorak određene vrijednosti sile skale u referentnom skupu
$g(\mathbf{X})$	-	Točkasti uzorak određene vrijednosti sile skale u trenutnom skupu
$G$	Pa ( $N/m^2$ )	modul smicanja ( $G = E / (2 \cdot (1 + \nu))$ )
$[H_U]$	-	kinematska <i>Hessian</i> matrica
$[H_F]$	-	statička <i>Hessian</i> matrica
$[H_{UF}]$	-	kombinirana <i>Hessian</i> matrica
$I_{1,2,3}$	-	invarijante tenzora naprezanja
$K_t$	-	faktor koncentracije naprezanja
$L, l$	m	duljina verifikacijskog uzorka
$[M]$	-	matrica globalnog DIC-a
$N_u$	-	ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode, FEMU-U
$N_F$	-	ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode, FEMU-F
$n$	-	broj slika
$n_{SSG}$	-	broj stupnjeva slobode konačnih elemenata
$p$	Pa ( $N/m^2$ )	Hidrostatski tlak
$\mathbf{p}$	-	vektor traženih parametara

$\partial \mathbf{p}$	-	inkrement promjene parametra materijala
$\mathbf{q}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	<i>Back stress</i> tenzor
$Q_{\infty}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	parametar izotropnog očvršćenja
$R$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	izotropno očvršćenje
$R, r$	m	polumjer (radijus)
$R_m$		vlačna čvrtoća
$R_{e,p0,2}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	granica tečenja materijala
$S_{ij}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	devijatorsko naprezanje
$[S_U]$	-	polje osjetljivosti pomaka
$[S_F]$	-	polje osjetljivosti sila
$[S_{UF}]$	-	kombinirano polje osjetljivosti
$t$	mm	debljina
$\mathbf{u}_c$	-	izračunato polje pomaka
$\mathbf{u}_m$	-	izmjereno polje pomaka
$u_{x,y,z}$	mm	pomak u smjerovima osi $x, y, z$
$X, Y, Z, x, y, z$	-	globalne, lokalne Kartezijeve koordinate
$\mathbf{X}$	-	Referentni položaj čestice na slici
$\delta_{ij}$	-	Korenckerov simbol
$\kappa$	-	parametar očvršćenja materijala
$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}$	s <sup>-1</sup>	brzina tenzora plastične deformacije
$\epsilon_{x,y,z}$	-	duljinska deformacija u smjerovima osi $x, y, z$
$\lambda$	-	Laméova konstanta
$\mu$	-	Laméova konstanta
$\nu$	-	Poissonov koeficijent
$\sigma$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	naprezanje
$\tau_{dop}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	dopušteno smično naprezanje
$\tau_{x,y,z}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	smično naprezanje u smjerovima osi $x, y, z$
$\gamma$	-	kinematički parametar očvršćenja
$\gamma_u$	-	standardna rezolucija pomaka
$\gamma_F$	-	standardna rezolucija uslijed mjerenih opterećenja
$\sigma_{ij}^0$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	sferno naprezanje
$\sigma_{max}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	maksimalno normalno naprezanje
$\sigma_{nom}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	nominalno naprezanje

$\sigma_M$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	vlačna čvrstoća
$\sigma_T$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	granica tečenja
$\chi^F$	-	funktional, <i>cost function</i> (FEMU-U)
$\chi^U$	-	funktional, <i>cost function</i> (FEMU-F)
$\chi^{UF}$	-	globalni funkcional (FEMU-UF)
$\Omega$	-	područje interesa



## SAŽETAK

Kako bi se pouzdano opisao odziv inženjerskih konstrukcija uslijed radnih opterećenja, potrebno je poznavati ponašanje materijala. Kod klasičnih inženjerskih materijala izuzetno je bitno imati uvid u elastoplastično ponašanje koje je moguće opisati različitim materijalnim modelima. Elastoplastično ponašanje materijala određuje se primjenom mehaničkih ispitivanja s različitim režimima opterećenja kod kojih se identificira odziv materijala (tj. mjerenje pomaka i narinute sile). Metode mjerenja pomaka mogu se općenito podijeliti na kontaktne i beskontaktne metode. Prednost beskontaktnih metoda je u mogućnosti mjerenja polja pomaka na cijelom mjernom području. Metoda korelacije digitalne slike (eng. Digital Image Correlation - DIC) je optička, beskontaktna metoda mjerenja cijelog polja pomaka i deformacija u promatranoj zoni interesa. U ovom radu korišten je globalni pristup DIC metode, kod koje se mjerno područje diskretizira mrežom konačnih elemenata. Rezultati dobiveni navedenim pristupom (tj. izmjerena polja pomaka u čvorovima mreže konačnih elemenata) omogućuju jednostavno povezivanje s numeričkim simulacijama.

Primjenom inverznih metoda moguće je identificirati parametre materijala konstitutivnih zakona iz zabilježenih digitalnih slika (tj. izmjerenih polja pomaka). Inverzne probleme moguće je riješiti primjenom direktnih ili iterativnih metoda. Budući da su elastoplastični materijalni zakoni kompleksni, najčešće se rješavaju iterativnim metodama. Iz tog razloga se u ovom radu koristila iterativna metoda ažuriranja modela konačnih elemenata (eng. Finite Element Model Updating - FEMU). FEMU metodom iterativno se minimiziraju dva funkcionala koji se odnose na mjerene veličine tijekom eksperimentalnog ispitivanja. Prva funkcija cilja koju je potrebno zadovoljiti odnosi se na razliku između izmjerenih i izračunatih polja pomaka. Polja pomaka izmjerena su globalnom DIC metodom, a izračunata polja pomaka dobivena su numeričkim simulacijama. Drugi funkcional koji je potrebno minimizirati odnosi se na razliku izmjerenih sila senzorom sile i sume reaktivnih sila iz numeričkih modela. FEMU algoritmom moguće je pouzdanije odrediti ponašanje materijala budući da se u obzir uzimaju izmjereni lokalizacijski efekti na površini ispitnog uzorka.

U ovom radu provedena su jednoosna monotona i ciklička ispitivanja na ispitnim uzorcima izrađenim iz materijala Hardox 450. Tijekom ispitivanja kamerom su zabilježene digitalne slike na temelju kojih se globalnom DIC metodom izmjerilo polje pomaka. Osim toga u ovom radu razvijena je FEMU identifikacijska rutina. Pomoću navedenog algoritma određeni su elastoplastični parametri. Budući da su provedena monotona i ciklička ispitivanja

identificirano je izotropno, kinematsko i mješovito očvršćenje. Optimirani parametri materijala dodijeljeni su materijalnom modelu vlačne motke transformatora koja se numerički simulirala u radnim uvjetima u svrhu daljnje optimizacije.

Ključne riječi: Hardox 450, korelacija digitalne slike, inverzna identifikacija, izotropno očvršćenje, kinematičko očvršćenje, FEMU metoda

## SUMMARY

In order to reliably describe the response of engineering structures under prescribed workloads, it is necessary to know the behavior of the applied material. For the classical engineering materials, it is extremely important to have an insight into their elastoplastic behavior since it can be described by different material models. The elastoplastic behavior of the material is determined by conducting mechanical tests with different loading regimes. From the experimental investigation the material response is identified (ie. displacement and force measurements). The displacement measurement methods can generally be divided into contact and contactless methods. The advantage of contactless methods is the ability to measure the displacement fields over the entire measuring area. Digital Image Correlation (DIC) method is an optical, contactless displacement and deformation full-field measuring method. In this work, a global approach of the DIC method was used. In the proposed method the measuring area is discretized by a finite element mesh. The results obtained by this approach (ie. the measured displacement fields in the nodes of the finite element network) make a simple straightforward connection toward numerical simulations.

The material parameters of the constituent laws can be identified from the recorded digital images (i.e. measured displacement fields) using the inverse methods. Inverse problems can be solved using direct or iterative methods. Since elastoplastic material laws are complex, they are most commonly solved by iterative methods. Hence, in this work an iterative Finite Element Model Updating (FEMU) method was used. The FEMU method iteratively minimizes two cost functions related to the measured quantities during the experimental test. The first functional that need to be satisfied is related to the difference between the measured and calculated displacement fields. The displacement fields are measured by the global DIC method and the calculated displacement fields are obtained by numerical simulations. The second cost function to be minimized takes into consideration the difference between the measured forces and the sum of reactive forces from the numerical model. The FEMU algorithm enables the identification of the material behavior in a more reliably way, since the measured localization effects on test sample are taken into account.

In this work, uniaxial monotonic and cyclic tests were performed on test specimens made of Hardox 450. Digital images were recorded during the mechanical experiments. From latter series of images, the displacement fields were measured via global DIC method. Furthermore, the FEMU identification routine is developed within this master thesis. The

proposed algorithm was used to determine elastoplastic material parameters of Hardox 450. Since monotonic and cyclic tests have been performed, isotropic, kinematic and mixed hardening parameters have been identified. The optimized material parameters were assigned to the material model of the tensile rod. For the purpose of further optimization of the tensile rod, the proposed numerical analysis was conducted with prescribed operating conditions.

**Keywords:** Hardox 450, digital image correlation, inverse identification, isotropic hardening, kinematic hardening, FEMU

## 1. UVOD

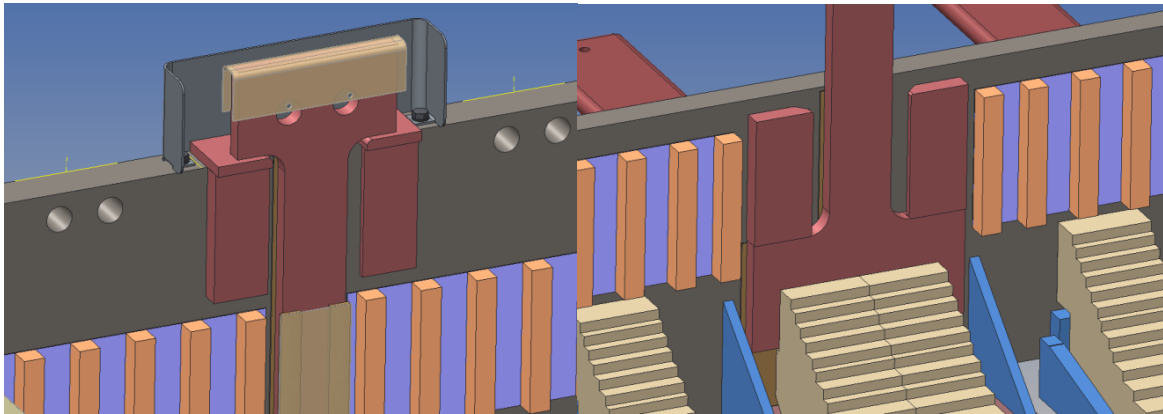
Inženjerske konstrukcije i njihove komponente su tijekom eksploatacije podvrgnute uglavnom složenim režimima opterećenja. Jedan od glavnih inženjerskih zadataka je pouzdano opisati i optimirati ponašanje inženjerskih komponenti u radnim uvjetima za što se često koriste numeričke simulacije. Međutim, kako bi se mogli pouzdano opisati radni uvjeti potrebno je, osim režima opterećenja, poznavati i konstitutivne parametre materijala.

Elastoplastični parametri materijala određuju se eksperimentalno, na temelju odziva materijala uslijed narinutog opterećenja. Određivanje ponašanja materijala na temelju polja pomaka i deformacije inverzni je problem. Rješavanje takvih problema temelji se na zadovoljavanju zakona ravnoteže i konstitutivnih zakona. Razvijene su mnoge metode identifikacije parametara materijala iz izmjerenog polja pomaka, a uglavnom se dijele na direktne i iterativne. Korištenje direktnih metoda često nije moguće zbog kompleksnosti problema pa se koriste iterativne numeričke metode. Najčešće korištena metoda je metoda ažuriranja modela konačnih elemenata, koja se temelji na iterativnom računanju polja pomaka metodom konačnih elemenata i uspoređivanjem rezultata s eksperimentalno dobivenim poljem pomaka.

Polje pomaka može se mjeriti kontaktnim i beskontaktnim metodama. U današnje vrijeme sve su zastupljenije beskontaktne metode zbog svoje financijske pristupačnosti. U eksperimentalnoj mehanici najčešće se primjenjuje metoda korelacije digitalne slike. Iz zabilježenih slika površine ispitnog uzorka ili inženjerske komponente pod opterećenjem, praćenjem blokova piksela, moguće je izmjeriti polje pomaka i deformacije. Prednost metode korelacije digitalne slike u odnosu na druge metode mjerenja polja pomaka i deformacija je u mogućnosti mjerenja pomaka na cijelom (slikom zabilježenom) mjernom području. Često se za diskretizaciju mjernog područja koriste konačni elementi što omogućava spajanje podataka s numeričkim metodama, u ovom slučaju s metodom ažuriranja modela konačnih elemenata.

U sklopu ovog diplomskog rada bilo je potrebno odrediti elastoplastične parametre Hardox 450 čelika od kojeg je izrađena vlačna motka energetskog transformatora. Vlačna motka je za svog radnog vijeka vlačno opterećena te su stoga provedena jednoosna monotona i ciklička mehanička ispitivanja. Podaci o polju pomaka i narinutom opterećenju predstavljaju referentne podatke na temelju kojih su se inverznom identifikacijskom metodom odredili parametri izotropnog, kinematičkog te mješovitog očvršćenja. Identificirani elastoplastični parametri materijala koristili su se za numeričke analize vlačne motke.

Uloga vlačne motke u radu transformatora je održavati narinutu silu tlačenja na namote i omogućiti podizanje aktivnog dijela transformatora. Tlačenje namota izvodi se preko provrta na gornjem čekiću motke (Slika 1.) u koje se umeću svornjaci hidrauličke preše. Motka se svornjacima navlači i oslanja na steznik. Tim se procesom vlačna motke ujedno i ugrađuje u konstrukciju. Podizanje aktivnog dijela transformatora vrši se podizanjem gornjeg steznika pri čemu vlačna motka oblikom nosi težinu aktivnog dijela. Za oba slučaja opterećenja motke provedene su numeričke simulacije te su analizirana naprezanja i deformacije koje se javljaju u motci prilikom opterećivanja.



**Slika 1. Model vlačne motke u transformatoru**

Cilj ovog rada bio je identificirati parametre materijala od kojeg je izrađena motka te provesti numeričke simulacije motke u radnim uvjetima. Tako je definirana osnova na temelju koje će se u budućnosti provesti eksperimentalno ispitivanje vlačne motke u radnim uvjetima i geometrijska optimizacija konstrukcije komponente.

## 2. MEHANIKA ELASTO-PLASTIČNIH TIJELA

Podvrgne li se neko tijelo opterećenju, kao posljedica će se javiti naprezanja i deformacije. Poznato je kako deformacije ovise o naprezanju, ali i naprezanja o deformacijama, pa se njihova međusobna ovisnost općenito može zapisati kao [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= f(\varepsilon_{ij}), \\ \varepsilon_{ij} &= f(\sigma_{ij}).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Za različite materijale, funkcije ovisnosti naprezanja i deformacija u jednadžbi (2.1) poprimiti će različite oblike. Ovisnost naprezanja i deformacija određuje se eksperimentalno, uglavnom vlačnim, tlačnim ili smičnim mehaničkim ispitivanjima. Vlačnim ispitivanjima određuju se mehanička svojstva materijala poput granice tečenja, vlačne čvrstoće i modula elastičnosti. Ispitivanja se provode na za to predviđenim uređajima – kidalicama. (tj. kidalicama). Kontrolna jedinica kidalice zabilježava promjenu sile i pomak za vrijeme trajanja ispitivanja na ispitnim uzorcima. Rezultat ispitivanja se najčešće prikazuju dijagramom ovisnosti sile  $F$  i promjene duljine  $\Delta l$ . Na temelju zabilježenih sila i produljenja može se definirati dijagram naprezanje-deformacija (Slika 2). Ako se zabilježena sila  $F$  podjeli s površinom poprečnog presjeka dobije se tzv. konvencionalno naprezanje [1]:

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0},\tag{2.2}$$

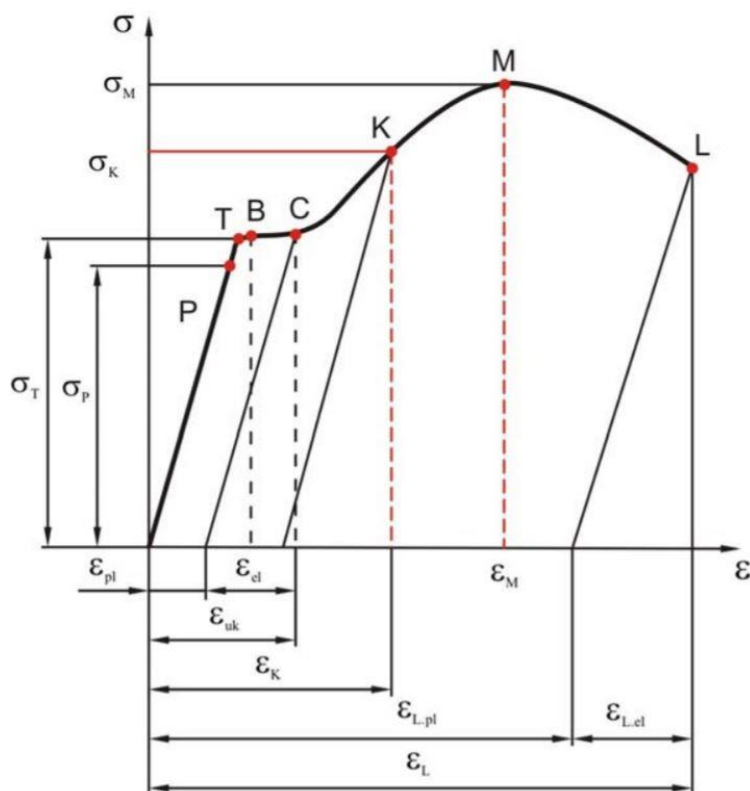
gdje je  $A_0$  početna površina poprečnog presjeka. Podjeli li se promjena duljine  $\Delta l$  s početnom duljinom  $l$ , dobije se deformacija:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.\tag{2.3}$$

Tijekom opterećivanja ispitnog uzorka mogu se uočiti neka karakteristična ponašanja materijala. Tako se na dijagramu naprezanje-deformacija za neki čelik (Slika 2.) mogu uočiti karakteristične točke naprezanja čije vrijednosti predstavljaju neka od mehaničkih svojstva materijala. Na dijagramu se može uočiti kako u materijalu postoji linearna ovisnost naprezanja i deformacija do točke P, odnosno granice proporcionalnosti,  $\sigma_p$ . Taj pravac naziva se Hookeovim pravcem i za to područje vrijedi Hookeov zakon koji se definira kao:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,\tag{2.4}$$

gdje je  $E$  Youngov modul ili modul elastičnosti, a njegova vrijednost određuje nagib Hookeovog pravca.



**Slika 2. Konvencionalni dijagram naprezanje-deformacija [2]**

Iznad granice proporcionalnosti nalazi se granica elastičnosti. Narine li se opterećenje koje uzrokuje naprezanja manja od granice elastičnosti, u uzorku će se javiti samo elastične deformacije, odnosno nakon rasterećenja uzorak se vraća u prvotni oblik. Ako se uzorak optereti tako da se u njemu javljaju naprezanja koja su veća od granice elastičnosti, javljaju se trajne (tj. plastične) deformacije.

Granica tečenja  $\sigma_T$  je ono naprezanje kod kojeg se uzorak produljuje uz konstantno naprezanje odnosno opterećenje. Područje oko granice tečenja razlikuje se ovisno o materijalu. Tako se kod nekih materijala javlja tzv. ploha tečenja, gdje se mogu uočiti dvije karakteristične vrijednosti, gornja i donja granica tečenja, označene točkama B i C na Slici 2. [2]

Kod materijala koji nemaju izraženu granicu tečenja, već je prijelaz iz elastičnog u plastično područje deformacija kontinuiran, određuje se konvencionalna granica tečenja [2]. Konvencionalna granica tečenja određuje se na temelju vrijednosti zaostalih plastičnih deformacija koje su prisutne u uzorku nakon rasterećenja. Tako će vrijednost konvencionalne granice tečenja  $R_{p0,2}$  biti ono naprezanje kod kojeg nakon rasterećenja uzorka ostaje 0,2% plastičnih deformacija.



Ukupna deformacija uzorka prikazuje se aditivnom dekompozicijom elastičnih i plastičnih deformacija [2]:

$$\varepsilon_{uk} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad (2.5)$$

Na Slici 2. u području između točaka C i M događa se očvršćenje materijala - povećavanjem opterećenja, povećavaju se i naprezanja i deformacije. Osim toga, kod rasterećenja uzorka u tom području vrijedi Hookeov zakon budući da je ovisnost naprezanja i deformacija linearna. Primjenom Hookeovog zakona (2.4) u području očvršćenja materijala može se uočiti smanjenje elastičnih deformacija [2].

Vlačna čvrstoća  $R_m$  ili  $\sigma_M$  je najveće zabilježeno naprezanje koje je postignuto tijekom ispitivanja. Nakon postizanja maksimalne sile, odnosno nakon točke M na Slici 2, uzorak se počinje ponašati nestabilno sve do loma koji nastupa u točki L. Naprezanje pri kojem dolazi do loma naziva se lomno ili konačno naprezanje  $\sigma_L$  [2].

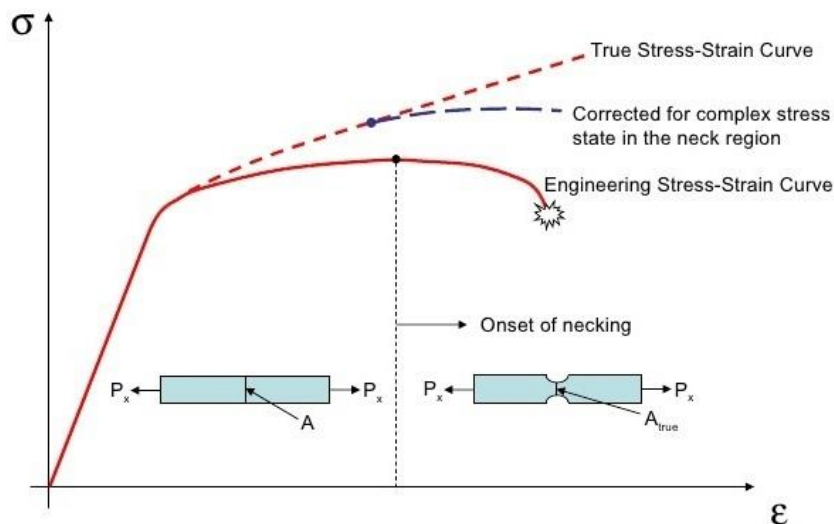
Do sada se govorilo o naprezanjima kao o omjeru sile opterećenja  $F$  i početne površine poprečnog presjeka  $A_0$ . Takvo naprezanje naziva se konvencionalno ili inženjersko. Kada bi se naprezanje prikazalo kao omjer trenutne sile opterećenja  $F$  i trenutne površine poprečnog presjeka  $A$ , tada bi se govorilo o stvarnom naprezanju  $\sigma$ . Kako se može vidjeti sa Slike 3. u elastičnom području nema značajne razlike između stvarnog i inženjerskog naprezanja budući da se radi o malim pomacima.

Evidentna razlika između krivulje stvarnog i inženjerskog naprezanja događa se u području plastičnih deformacija. Trenutna površina poprečnog presjeka  $A$  u tom području je uvijek manja od početne površine  $A_0$ , stoga su stvarna naprezanja uvijek veća od konvencionalnih.

Kod povećanih brzina deformiranja raste granica tečenja i općenito čvrstoća materijala, a ovisnost se može prikazati prema formulaciji koju je predložio P.Ludwik [4]:

$$\sigma_T = \sigma_T^0 + n \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^0}, \quad (2.6)$$

gdje je  $\sigma_T$  granica tečenja pri brzini deformacije  $\dot{\varepsilon}$ ,  $n$  parametar materijala, a  $\sigma_T^0$  je referentna granica tečenja dobivena pri brzini deformiranja  $\dot{\varepsilon}^0$ .



Slika 3. Usporedba stvarnog i konvencionalnog dijagrama naprezanja [3]

Bitno je napomenuti kako osim vrste materijala i njegovog kemijskog sastava, na izgled dijagrama naprezanja, odnosno na ovisnost naprezanja i deformacija, utječu brzina deformiranja i temperatura.

Povećanjem temperature smanjuju se modul elastičnosti  $E$ , granica tečenja  $\sigma_T$ , vlačna čvrstoća  $\sigma_M$  i granica proporcionalnosti  $\sigma_p$  [2]. Tako se kod vlačnog ispitivanja pri povišenim temperaturama pojava vrata na epruveti manifestira pri manjim deformacijama u usporedbi s ispitivanjem na sobnoj temperaturi. Budući da rezultati ispitivanja nakon pojave vrata nisu pouzdani, preporučljivo provoditi vlačna ispitivanja pri povišenim temperaturama osim ukoliko to ne zahtijevaju radni uvjeti inženjerski komponenti.

## 2.1. Linearno elastično tijelo

Utjecaji materijala i deformacija na potencijalnu energiju deformacije  $U = U(\varepsilon_{ij})$  u tijelu mogu se prikazati razvojem funkcije u Taylorov red u neopterećenom, prirodnom stanju [5]:

$$U(\varepsilon_{ij}) = U(0) + \frac{\partial U(0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} + \frac{\partial^2 U(0)}{2! \partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + \frac{\partial^3 U(0)}{3! \partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} + \dots \quad (2.7)$$

Prvi član  $U(0)$  predstavlja potencijalnu energiju deformacije u prirodnom stanju koja je jednaka nuli. Prema Lagrangeovom stavku koeficijent uz drugi član ima značenje naprezanja  $\sigma_{ij}^0$ , koje je u neopterećenom stanju jednak nuli. Koeficijenti kvadratne, kubne i ostale više

forme uz ostale članove su parcijalne derivacije potencijalne energije, a izražavaju svojstvo materijala da primi veću ili manju mjeru potencijalne energije pri određenim deformacijama. Ti koeficijenti nazivaju se koeficijentima materijalne krutosti ili modulima elastičnosti. [5]

Koeficijenti kvadratne forme su komponente tenzora materijalne krutosti četvrtog reda:

$$c_{ijkl} = \frac{\partial U(0)}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \quad (2.8)$$

Ako je ukupna potencijalna energija deformiranja tijela potpuno opisana kvadratnom formom tada vrijedi:

$$U = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \quad (2.9)$$

Primjeni li se Lagrangeov stavak na izraz (2.9) dobiva se konstitutivni zakon linearno elastičnog tijela odnosno poopćeni Hookeov zakon:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}. \quad (2.10)$$

Tenzor četvrtog reda  $c_{ijkl}$  naziva se tenzor elastičnosti. Za izotropne materijale konstante elastičnosti su modul elastičnosti  $E$ , Poissonov faktor  $\nu$ , modul smičnosti  $G$  i prostorni modul elastičnosti  $K$ .

Kod izotropnih materijala gdje koeficijenti materijalne krutosti ne ovise o izabranom vrijedi:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{jilk}, \quad (2.11)$$

Tada se poopćeni Hookeov zakon za izotropne materijale može zapisati kao:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2.12)$$

gdje je  $\delta_{ij}$  Kroneckerov simbol, a  $\lambda$  i  $\mu$  su Laméove konstante.

Odnos Laméovih konstanti i modula elastičnosti određuje se iz elementarnih stanja deformacija [5]. Iz stanja čistog smika dobiva se odnos:

$$\lambda = G, \quad (2.13)$$

gdje je  $G$  modul smičnosti.

Za jednoosno vlačno naprezanje, sustav jednadžbi koji opisuje Hookeov zakon (2.12) prelazi u oblik:

$$\sigma_{11} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \varepsilon_{11}. \quad (2.14)$$

Usporedi li se gornji izraz s izrazom (2.4) mogu se izraziti odnosi Laméovih konstanti i parametri materijala  $E$  i  $\nu$ :

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu},$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \quad (2.15)$$

Hookeov zakon prikazan indeksno pomoću inženjerskih konstanta glasi:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right),$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij}. \quad (2.16)$$

Može se primjetiti kako se u Hookeovom zakonu za izotropne materijale pojavljuju samo dvije konstantne elastičnosti, Laméove konstantne, stoga tenzor elastičnosti za izotropne materijale ima samo dvije neovisne komponente.

## 2.2. Elastoplastično tijelo

Plastično ponašanje materijala ovisi o svojstvima materijala, kao i njegovoj strukturi, o parametrima opterećenja, obliku tijela i ostalim vanjskim utjecajima pa ga je vrlo složeno opisati [5]. Određivanje plastičnog ponašanja u tehnici uglavnom se provodi eksperimentalno, najčešće vlačnim ispitivanjem [4]. U prijašnjem poglavlju opisano je područje elastičnih deformacija gdje u materijalu nakon rasterećenja nema značajnih trajnih deformacija. Značajne trajne deformacije u materijalu javljaju se nakon što naprezanje dostigne granicu tečenja. Većina plastičnih teorija temeljene su na pretpostavkama da je materijal inkompresibilan u plastičnom području, da je granica tečenja neovisna o hidrostatskom tlaku te da je materijal izotropan i ne ovisi o brzini deformiranja. [6]

U području plastičnih deformacija, pri višeosnom stanju naprezanja, vrijedi ovisnost:

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa). \quad (2.17)$$

Funkcija  $f$  se naziva funkcijom tečenja (eng. *yield function*) i kao što se može vidjeti iz gornjeg izraza ovisi o naprezanju  $\sigma_{ij}$ , plastičnoj deformaciji  $\varepsilon_{ij}^p$  i povijesti plastične

deformacije koji definiran parametrom  $\kappa$ . U šestodimenzionalnom prostoru funkcija tečenja ima oblik:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0, \quad (2.18)$$

i predstavlja hiperplohu koja se naziva plohom tečenja. Svako stanje naprezanja u nekoj čestici tijela određeno je jednom točkom u prostoru naprezanja, ako se točka nalazi unutar plohe tečenja ( $f < 0$ ) tada se materijal nalazi u elastičnom stanju i nema povećanja plastične deformacije. Plastična deformacija nastaje samo ako  $f = 0$ , dok stanje  $f > 0$  nema značenje i ne može nastupiti u stvarnosti. [4]

Svaki se tenzor naprezanja može rastaviti i prikazati kao zbroj sfernog i devijatorskog naprezanja

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + s_{ij}. \quad (2.19)$$

Sferni tenzor naprezanja  $\sigma_{ij}^0$  definira se kao

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_0 \delta_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}, \quad (2.20)$$

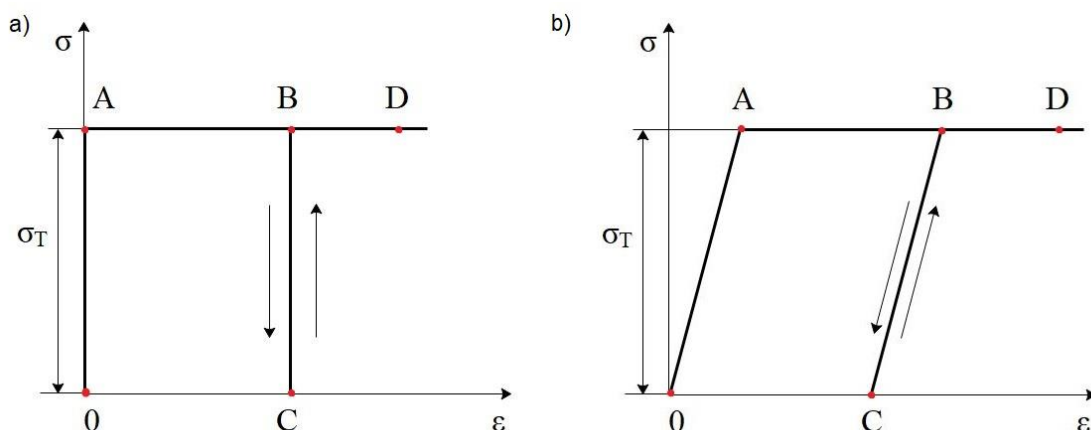
a  $\sigma_0$  se u mehanici fluida označava s  $-p$ , i naziva hidrostatskim tlakom. Kod izotropnih materijala sferno naprezanje utječe samo na promjenu veličine tijela. Kako se teorije plastičnosti temelje na pretpostavci da je tijelo inkompresibilno u plastičnom području te da hidrostatski tlak nema utjecaja na naprezanje, za opisivanje plastičnosti bitan je devijatorski tenzor naprezanja  $s_{ij}$ . Devijatorski tenzor naprezanja  $s_{ij}$  utječe na promjenu oblika tijela. Invarijante devijatora naprezanja glase:

$$\begin{aligned} I_{1s} &= s_{kk} = 0, \\ I_{2s} &= \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}, \\ I_{3s} &= \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{kl}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

### 2.2.1. Idealnoplastično ponašanje materijala

Ponašanje materijala u području plastičnih deformacija se općenito može podjeliti na idealnoplastične i plastičnoočvršćujuće materijale. Materijal se naziva idealno plastičnim ako pri konstantnom naprezanju  $\sigma = \sigma_T$ , plastična deformacija neprekidno raste. Na Slici 4. prikazana su dva idealizirana dijagrama idealno plastičnih materijala. Kod kruto-idealno

plastičnog materijala (Slika 4.a) plastične deformacije su često dva ili tri reda veličine veće od elastičnih koje se onda mogu zanemariti. Na Slici 4.b) prikazan je elastično-idealno plastičan materijal, kod kojeg su plastične deformacije male (tj. istog reda veličine kao i elastične).



**Slika 4. Idealizirani dijagrami rastezanja: a) kruto-idealno plastičan materijal, b) elastično-idealno plastičan materijal**

Kako je već spomenuto, na pojavu tečenja materijala ne utječe hidrostatski tlak. Stoga je ona u potpunosti određena posmičnim naprezanjima. Na temelju posmičnih naprezanja razvijene su razne teorije tečenja od kojih se najčešće koriste Trescin i Von Misesov uvjet tečenja. [7]

Tečenje materijala prema Tresci nastupa kada najveće posmično naprezanje dostigne kritičnu vrijednost  $k$ :

$$\tau_{max} = k, \quad (2.22)$$

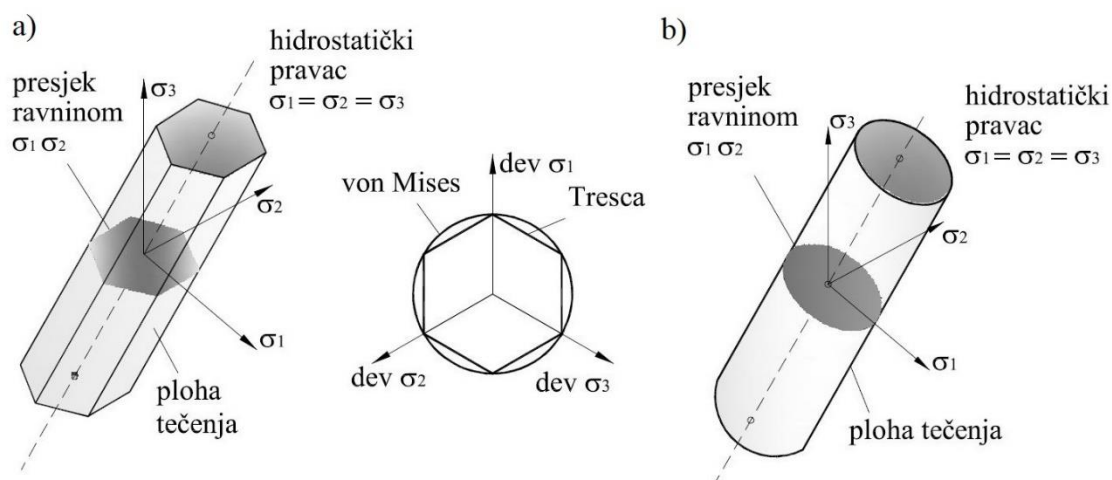
gdje je  $k$  svojstvo materijala koje se određuje prikladnim testom [4].

Izrazi li se Trescin uvjet tečenja preko glavnih naprezanja tada uvjet tečenja glasi:

$$\text{Max}\{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|\} = 2k. \quad (2.23)$$

Trescina ploha tečenja je pravilna šesterostrana prizma kojoj je os hidrostatički pravac ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), prikazana na Slici 5.a). Ako se vrijednost  $k$  određuje iz jednoosnog vlačnog testa, tada tečenje materijala nastupa kada:

$$\sigma_{max} = 2\tau_{max} = \sigma_T. \quad (2.24)$$



Slika 5. Trescina (a) i Von Misesova (b) ploha tečenja [7]

Von Misesov uvjet tečenja pojednostavljeni je oblik Trescinog uvjeta. Von Misesova ploha tečenja je kružni valjak koji je opisan oko Trescine šesterostrane prizme (Slika 5.) Von Misesov uvjet tečenja može se zapisati kao

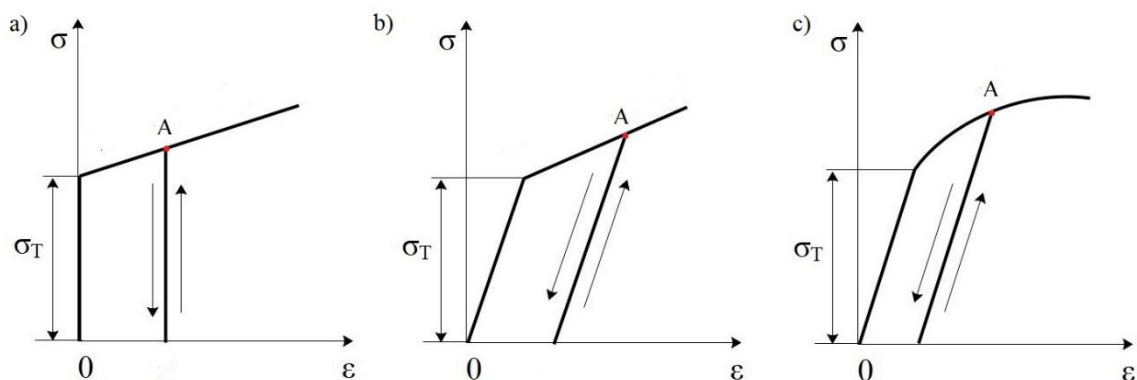
$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_T. \quad (2.25)$$

Usporedi li se gornji izraz s izrazom (2.21) može se vidjeti da će doći do tečenja materijala ako druga invarijanta tenzora naprezanja dostigne kritičnu vrijednost  $k$ :

$$f = I_{2s} - k^2 = 0. \quad (2.26)$$

### 2.2.2. Očvršćenje materijala

Plastično očvršćujući materijal je onaj u kojem je povećanje plastične deformacije nakon dostizanja granice tečenja, moguće samo uz povećano naprezanje [4]. Na Slici 6. prikazani su idealizirani dijagrami rastezanja za plastično očvršćujuće materijale. Na Slici 6.a) prikazan je kruto linearno očvršćujuć materijal kod kojeg su elastične deformacije zanemarive u usporedbi s plastičnima. Na Slikama 6.a) i b) prikazani su elastično očvršćujući materijali. Kod rasterećenja materijala u plastičnom području (točka A) materijal se ponaša elastično i približno linearno, a kod ponovnog opterećivanja se ponaša elastično i linearno sve dok ne dostigne novu, povećanu granicu tečenja  $\sigma_T^* = \sigma_A$ .



**Slika 6. Idealizirani dijagram rastezanja: a) kruto-linearno očvršćujućeg materijala, b) elastično linearno očvršćujućeg i c) elastično nelinearno očvršćujućeg materijala**

Svaka točka naprezanja nalazi se unutar plohe tečenja ako je u elastičnom području ( $f < 0$ ). Do pojave tečenja dolazi kada funkcija tečenja bude jednaka nuli ( $f = 0$ ), a utvrđeno je kako se stanje  $f > 0$  u stvarnosti ne događa i nema svoje značenje. Prema tome, pri očvršćenju materijala ploha tečenja mijenja svoj položaj ili veličinu kako bi uvjeti funkcije tečenja bili zadovoljeni. Razvijeno je nekoliko modela koji opisuju promjenu plohe tečenja, a najzastupljeniji su kinematičko i izotropno očvršćenje.

Kod izotropnog očvršćenja ploha tečenja mijenja svoju veličinu, a središte plohe ostaje nepomično. Za Von Misesov uvjet tečenja izotropno očvršćenje glasi:

$$f = I_2 - (k + R) = 0. \quad (2.27)$$

gdje je  $R$  izotropno očvršćenje [8].

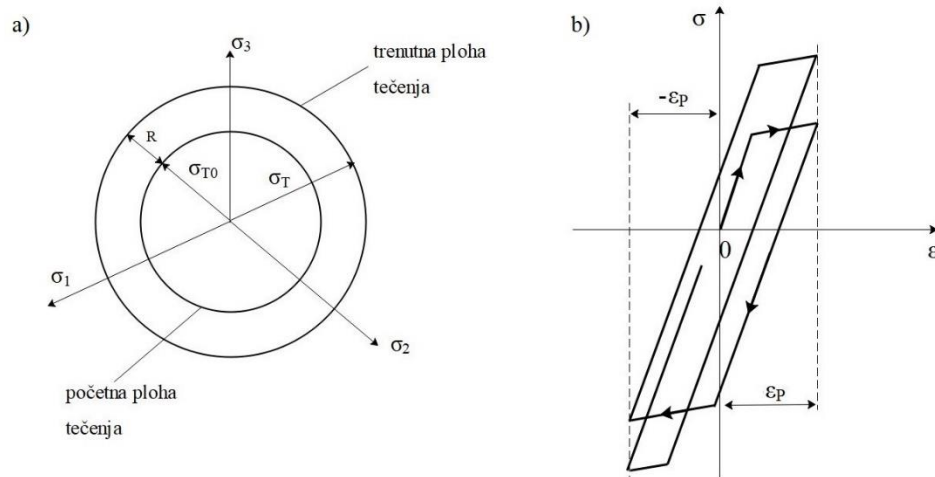
Cikličkim opterećivanjem materijala s izotropnim očvršćenjem histereza petlje se sužuje, a granica tečenja raste (Slika 7.)

Kod kinematičkog očvršćenja početna ploha tečenja tijekom plastičnog deformiranja translacija se kao kruto tijelo bez rotiranja i promjene veličine. Izraz za kinematičko očvršćenje za slučaj Von Misesova uvjeta tečenja glasi [7]:

$$f = f(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{q}) - k^2 = 0. \quad (2.28)$$

gdje je  $\boldsymbol{\sigma}$  tenzor naprezanja, a  $\mathbf{q}$  tenzor povratnog naprezanja (eng. *back stress tensor*).





**Slika 7. Izotropno očvršćenje: a) Von Misesova ploha tečenja, b) dijagram cikličkog deformiranja**

Jedna od formulacija kinematičkog očvršćenja je Armstrong – Frederickovo očvršćenje, a glasi:

$$d\mathbf{q} = \frac{2}{3} C d\epsilon_p - \gamma \mathbf{q} d\epsilon_p. \quad (2.29)$$

gdje su  $C$  i  $\gamma$  parametri kinematičkog Armstrong – Frederickovog očvršćenja [8].

U programskom paketu *Abaqus* mješovito nelinearno izotropno-kinematičko očvršćenje opisuje promjenu plohe tečenja pomoću dvije komponente. Translacija središta plohe opisana je komponentom kinematičkog očvršćenja, a promjena promjena veličine izotropnom komponentnom očvršćenja (Slika 8.). Kinematička komponenta izražena je kao

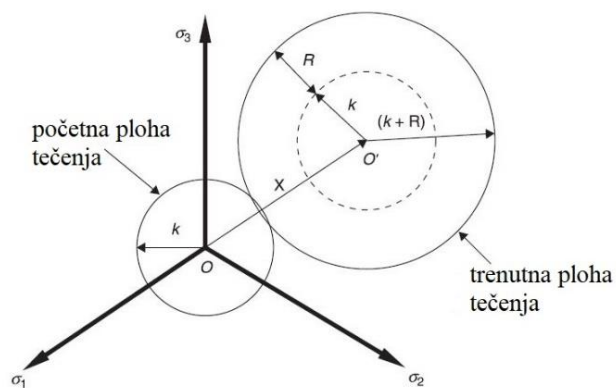
$$d\mathbf{q} = C \frac{1}{\sigma^0} (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{q}) d\epsilon_p - \gamma \mathbf{q} d\epsilon_p, \quad (2.30)$$

gdje je  $\sigma^0$  trenutna granica tečenja. Parametar  $C$  je početni modul kinematičkog očvršćenja, a parametar  $\gamma$  pokazuje pri kojoj se brzini deformiranja vrijednost parametra  $C$  smanjuje za povećanje plastične deformacije. U slučaju da je  $\gamma = 0$ , vrijedi linearno kinematičko očvršćenje, a u slučaju da su  $C = \gamma = 0$  pojavljuje se samo izotropno očvršćenje [9]. Izotropna komponenta očvršćenja izražena je Voceovim zakonom očvršćenja:

$$\sigma^0 = \sigma_{T0} + Q_\infty (1 - e^{-b\epsilon_p}), \quad (2.31)$$

gdje je  $\sigma_{T0}$  početna granica tečenja gdje nema pojave plastičnih deformacija, a  $Q_\infty$  i  $b$  parametri izotropnog očvršćenja.

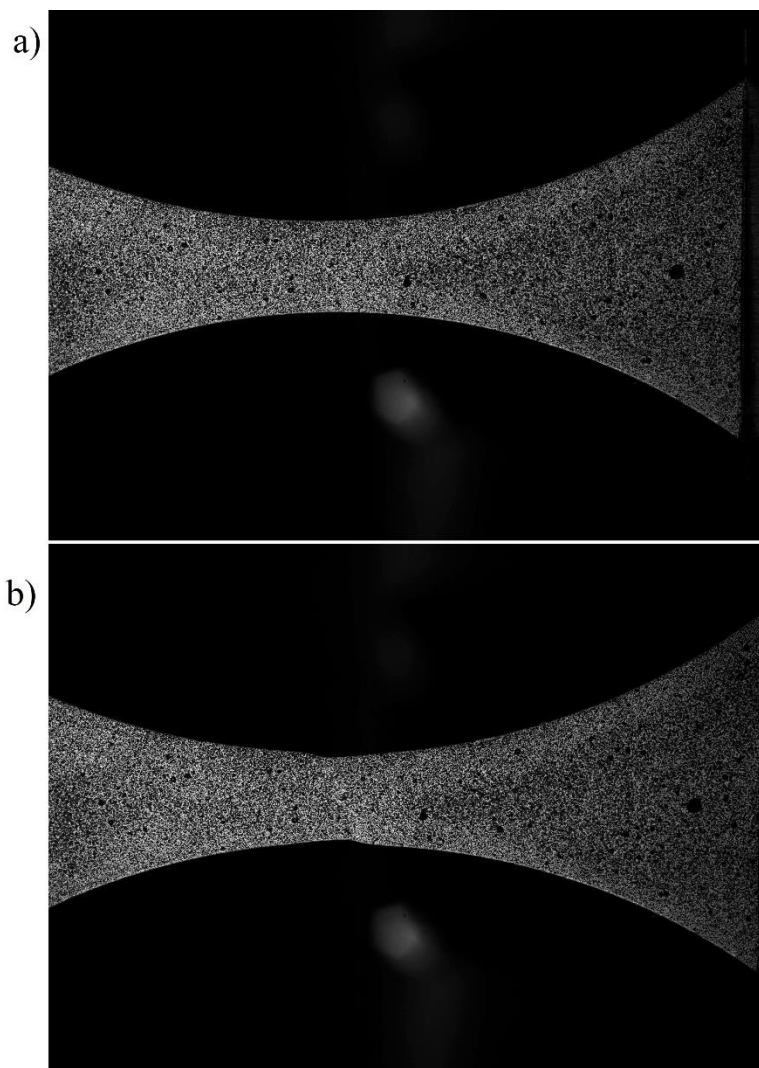
Parametar  $Q_\infty$  predstavlja najveću promjenu veličine plohe tečenja, a parametar  $b$  pokazuje brzinu deformiranja pri kojoj se mjenja veličina plohe u odnosu na inicijaciju deformacija.



**Slika 8. Ploha tečenja mješovitog izotropnog – kinematičkog očvršćenja [10]**

### 3. METODA KORELACIJE DIGITALNE SLIKE (DIC)

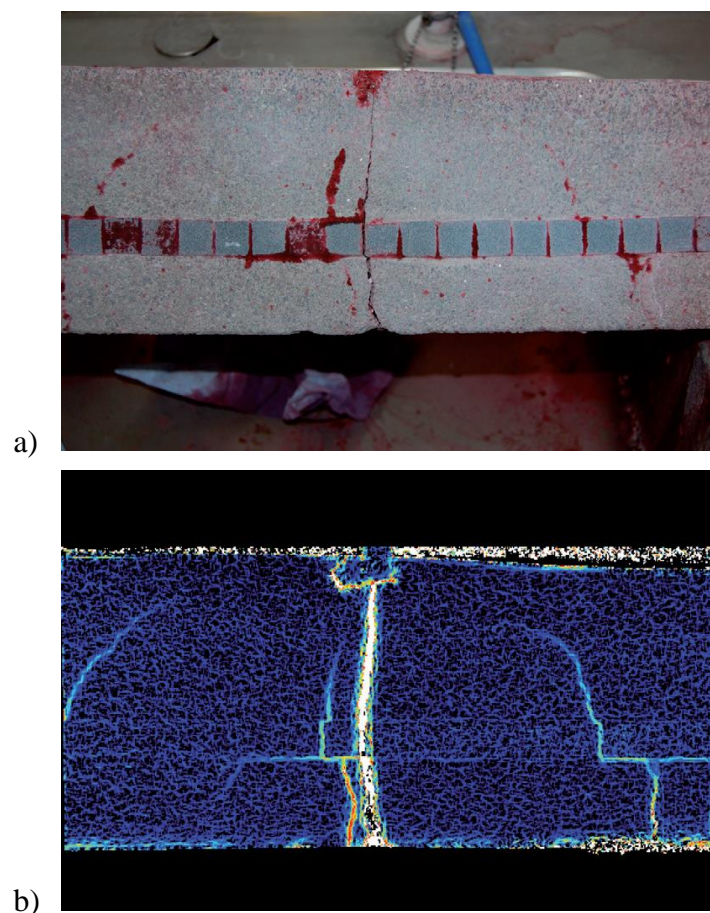
Metoda korelacije digitalne slike (eng. Digital Image Correlation) je optička, beskontaktna i relativno nova metoda mjerenja cijelog polja pomaka i deformacija. Osnovni princip metode korelacije digitalne slike (u nastavku teksta DIC) temelji se na usporedbi digitalnih fotografija površine ispitnog uzorka u različitim stadijima opterećenja odnosno deformiranja. Predložena metoda uspoređuje seriju slika u opterećenom stanju (deformiranoj konfiguraciji) sa slikom u neopterećenom inicijalnom stanju (tj. referentnoj konfiguraciji) kako prikazuje Slika 9.



**Slika 9. Referentna konfiguracija (a) i deformirana konfiguracija (b)**

Tijekom proteklih tridesetak godina zabilježeno je korištenje DIC metode u različitim područjima područjima, od primjene prilikom ispitivanja metalnih materijala i polimera do ispitivanja kompozitnih materijala i bioloških tkiva. Kada je u pitanju primjenjivost DIC metode u smislu veličine ispitnog uzorka, razvojem digitalnih senzora i softwareskih rješenja,

danas se metoda DIC-a može primjeniti na širok raspon veličina uzoraka. Tako je moguće mjeriti polje pomaka i deformacija od uzoraka mikroskopskih veličina pa do onih veličine od nekoliko stotina metara [11]. Početkom 2000-tih godina, kao posljedica naglog napretka tehnologije i sve veće dostupnosti i financijske pristupačnosti računalne opreme, DIC metoda postala je predmetom sve većeg broja znanstvenih istraživanja [11]. Osim što je DIC metoda financijski prihvatljivija, jednostavnija, i zadovoljavajuće točna, moguće je mjeriti polje pomaka (2D i 3D) na cijelom uzorku u odnosu na metodu mjerenja mehaničkim ekstenzometrom, kojom se mjere pomaci samo na određenom dijelu ispitnog uzorka.



**Slika 10. Utvrđivanje nastanka pukotina: a) NDT ispitivanje penetrantom i b) DIC metodom [12]**

DIC metoda ne koristi se samo tijekom laboratorijskih ispitivanja i ispitivanja pri kontroliranim uvjetima već se sve češće koristi i kod ispitivanja gdje je velika osjetljivost ostalih optičkih i/ili nerazornih metoda ispitivanja na vibracije ili druge nepoželjne promjene okolišnih uvjeta. U odnosu na ostale nerazorne i optičke metode ispitivanja, prednost DIC

metode je u njenoj ekonomičnosti. Za mjerenje polja pomaka potrebna je standardna digitalna fotografija i računalo. Uspješnost DIC metode u usporedbi s ostalim metodama pokazala se u ispitivanjima inicijacije i propagacije pukotina. Budući da predložena metoda odziv ponašanja ispitnog uzorka na cijeloj površini, nije potrebno točno predvidjeti mjesto nastanka i širenja pukotine. Osim toga, za utvrđivanje nastanka pukotina koje nisu vidljive ljudskim okom nema potrebe za korištenjem penetranata kao što je vidljivo na Slici 10.

DIC metoda općenito se primjenjuje u tri svrhe: karakterizaciju, identifikaciju i validaciju. Primjenom DIC metode mogu se okarakterizirati kinematičke vrijednosti poput deformacija, akceleracije, brzine deformiranja i drugih, koje se javljaju uslijed opterećenja. Tako se mogu opisati mehanička svojstva materijala i mehanizmi deformiranja uzorka. Na temelju izmjerenog polja pomaka, mehaničkog i termalnog opterećenja mogu se identificirati različiti parametri materijala poput Youngovog modula, koeficijent toplinskog rastezanja i drugi. DIC metodom mogu se validirati analitički pretpostavljena ponašanja materijala i uzorka kao i rezultati MKE analize. [11]

Tehnike mjerenja DIC metode mogu se podijeliti u tri skupine (Slika 11):

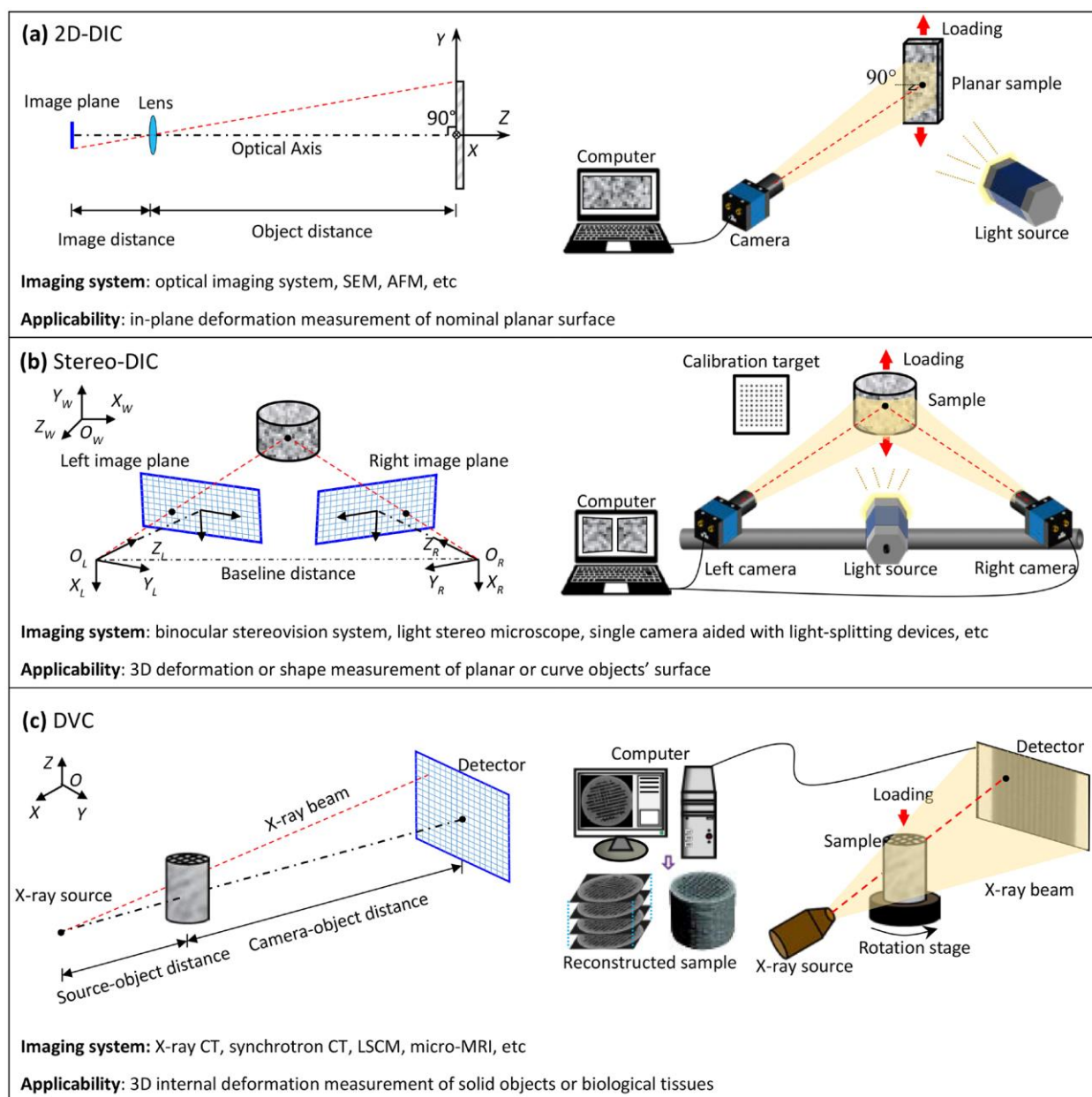
- 2D-DIC,
- stereo – DIC,
- DVC.

Za ravninska mjerenja primjenjuje se 2D DIC metoda. Opremu koja je potrebna za provedbu 2D mjerenja čine kamera, izvor svjetlosti i računalo. Kod 2D mjerenja vrlo je bitno da su ravnina uzorka i os kamere okomiti. Kako se sama DIC metoda temelji na uspoređivanju serije slika s početnom, bitno je da kamera ostane nepomična tijekom cijelog mehaničkog ispitivanja. Pomicanje položaja kamere tijekom ispitivanja u korelacijski algoritam unosi grešku u mjerenju polja pomaka koju nije moguće naknadno ukloniti. [13]

U slučaju da se na ispitnom uzorku pojavljuju izvan ravninski pomaci, mjerenje 2D metodom nije zadovoljavajuće budući da ih se ne može izmjeriti samo s jednom kamerom. Tada se koristi stereo DIC metoda koja koristi dvije kamere te omogućava mjerenje 3D deformacija i pomaka na zakrivljenim površinama uzorka. Budući da se koriste dvije digitalne kamere potrebno je sustav kalibrirati. Kalibracija sustava provodi se uz pomoć kalibracijski objekta koji su karakteristični za pojedini optički mjerni sustav. Nakon

kalibriranja, sustav nije osjetljiv na pomicanje optičkog postava sve dok se međusobni položaj dviju kamera ne mijenja.

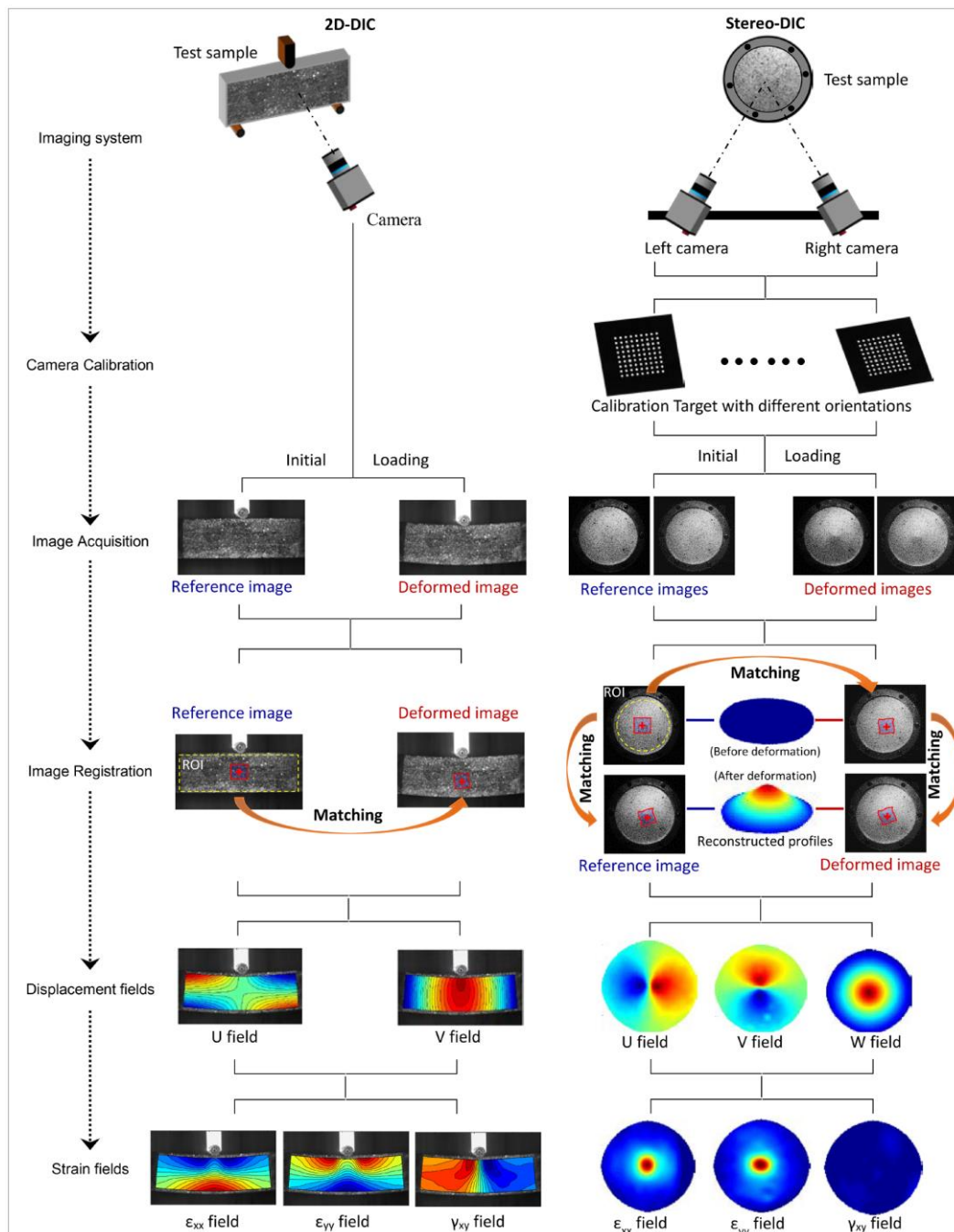
DVC metoda (eng. *Digital Volume Correlation*) ili metoda korelacijskog volumena predstavlja 3D proširenje 2D DIC metode, a mogućava mjerenje unutarnjih deformacija neprozirnih uzoraka. Umjesto digitalnih kamera koriste se izvori X-zraka.



Slika 11. Tehnike DIC metode: a) 2D DIC, b) stereo DIC i c) DVC [11]

Za provedbu mjerenja DIC metodom potrebno je prvo pripremiti površinu uzorka. Priprema uzorka vrši se nanošenjem stohastičke teksture na površinu promatrane zone interesa. U

slučaju da uzorak ima prirodnu teksturu koja je karakteristična i zadovoljavajuća za DIC metodu, nije potrebno nanositi umjetni raster.



Slika 12. Provedba 2D i stereo DIC mjerenja [11]

Nakon što je površina uzorka pripremljena potrebno je provesti ispitivanje. Tijekom opterećivanja uzorka potrebno je registrirati slike u odabranim vremenskim intervalima. Prije nego što se na uzorak narine opterećenje potrebno je zabilježiti referentnu sliku. Kad je

ispitivanje provedeno, odgovarajućim korelacijskim algoritmom određuje se polje pomaka. Provedba mjerenja DIC metodom prikazana je na Slici 12.

Kako se metoda zasniva na analizi digitalne slike, od velikog je značaja tekstura površine snimanog uzorka. Površina uzorka ne smije biti sjajna jer može doći do refleksije svjetla koja uzorkuje šum i loš kontrast slike. Neki materijali imaju prirodnu teksturu koja je pogodna za mjerenja DIC metodom. Kada to nije slučaj, na površinu se mora nanijeti stohastička tekstura bijele i crne boje. Prije nanošenja teksture potrebno je očistiti i pravilno pripremiti površinu. Postoje razni načini nanošenja teksture poput spreja, airbrusha, valjaka i drugih. Najčešća i najjednostavnija metoda je sprej metoda, koja je u ovom slučaju bila korištena prilikom pripreme ispitnih uzoraka u ovom diplomskom radu. Preko cijele površine nanijela se bijela mat boja, a zatim točkasti uzorak crne boje. Prema [14] optimalna veličina točkice trebala bi biti 3 do 5 puta veća od piksela kako ne bi došlo do smanjivanja prostorne rezolucije ni lošeg kontrasta. Na Slici 13. prikazan je ispitni uzorak prije i nakon nanošenja teksture.



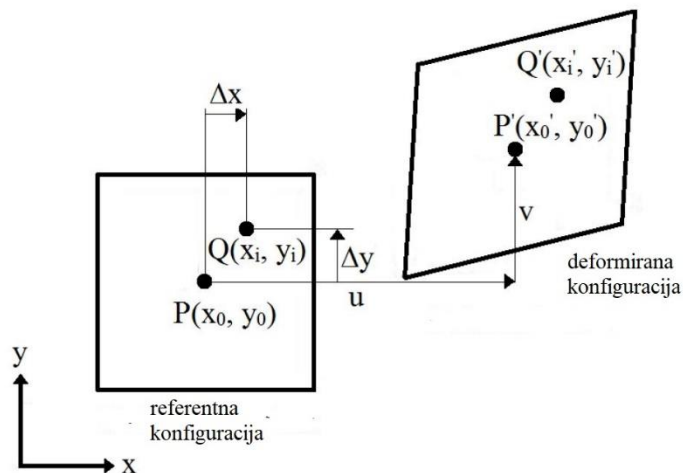
**Slika 13. Površina ispitnog uzorka prije (a) i poslije nanošenja teksture (b)**

### **3.1. Princip korelacijske metode za mjerenje cijelog polja pomaka i deformacija**

Metoda mjerenja pomaka korelacijom digitalne slike temelji se na praćenju bloka (tj. skupine) piksela. Položaj piksela prati se na uzastopnim slikama registriranim u opterećenom



stanju te se uspoređuju s referentnom konfiguracijom (tj. referentnom slikom) ispitnog uzorka. Blok piksela definiran je raspodjelom vrijednosti sive skale (nijanse sive boje) na promatranim slikama. Na Slici 14. prikazane su dvije točke P i Q unutar bloka piksela u referentnoj i deformiranoj konfiguraciji.



Slika 14. Prikaz fasete u referentnoj i deformiranoj konfiguraciji [15]

Budući da vektor  $\mathbf{x}$  definira položaja piksela u nedeformiranom – referentnom položaju, tada se vrijednosti sive skale u referentnoj konfiguraciji mogu označiti kao  $f(\mathbf{x})$ . Ako se uzorak podvrgne deformiranju tada se vrijednosti sive skale u deformiranoj konfiguraciji označavaju kao  $g(\mathbf{x})$ . Budući da se tijekom ispitivanja mijenja položaj piksela, referentna konfiguracija se može formulirati prema [16] i [13] kao:

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})). \quad (3.1)$$

Jednadžba (3.1) naziva se i jednadžbom konzervacije optičkog toka, gdje je  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  vektor pomaka. U stvarnosti zakon očuvanja neće biti zadovoljen te izraz (3.1) neće vrijediti. Razlika vrijednosti sive skale između referentne  $f(\mathbf{x})$  i deformirane konfiguracije  $g(\mathbf{x})$  naziva se rezidual.

Kako bi rezultati bili što točniji, sumu kvadrata reziduala je potrebno minimizirati prema izrazu [16]:

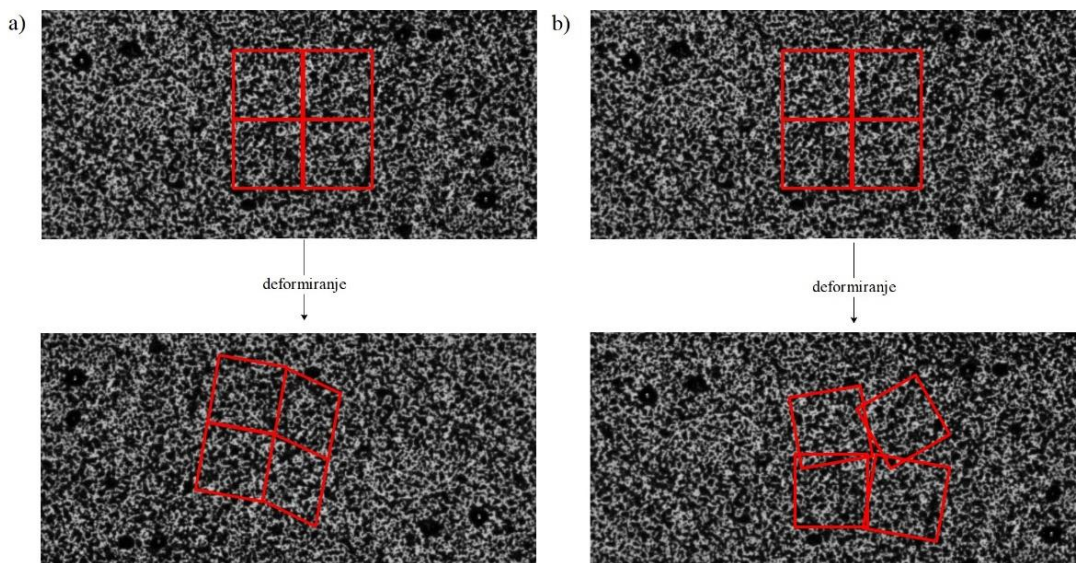
$$T = \int_{\Omega} (f(\mathbf{x}) - g[\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})])^2 dx, \quad (3.2)$$

gdje je  $\Omega$  skup svih promatranih piksela odnosno promatrano područje interesa, a polje pomaka  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  interpolira se kao [16]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_n u_n \Psi_n(\mathbf{x}), \quad (3.3)$$

gdje je  $\Psi_n$  odabrana vektorska funkcija oblika, a  $u_n$  su pridruženi stupnjevi slobode.

Kada se govori o području koje se promatra,  $\Omega$ , DIC metoda razlikuje dva pristupa: lokalni i globalni pristup. Lokalnim pristupom određuje se područje interesa, ZOI (eng. *Zone of Interest*), koje se dijeli na više manjih područja – faseta. Svaka od faseta analizira se neovisno o drugim fasetama, a pritom se zanemaruju međusobne kinematičke veze između faseta što dovodi do diskontinuiranosti polja pomaka (Slika 15). Kada se fasete analiziraju simultano, poštivajući kinematičke veze među njima, govori se o globalnom pristupu DIC metode. Rješavanje problema globalnim pristupom je vremenski i računalno zahtjevniji pristup, ali rezultira pouzdanijim rješenjima.



Slika 15. Fasete u referentnoj i deformiranoj konfiguraciji za: a) globalni i b) lokalni pristup

### 3.2. Lokalni pristup

Lokalnim pristupom DIC metode na referentnoj slici se određuje zona interesa, skraćenog naziva ZOI (eng. *Zone of Interest*). U zoni interesa provoditi će se mjerenje polja pomaka. Kada je određena zona interesa, provodi se diskretizacija mjernog područja na manje skupine

piksela koje se nazivaju fasete. Diskretizacija mjernog područja mora biti takva da raspodjela vrijednosti sive skale među fasetama bude karakteristična za svaku od njih. Mjerenje pomaka vrši se za točku u središtu svake od fasete. Kako je mjerno područje podjeljeno na  $e$  broj fasete za mjerno područje  $\Omega$  vrijedi da je  $\Omega = \sum_e \Omega_e$ .

U lokalnom pristupu jednačba (3.1) poprima oblik:

$$T = \int_{\text{ZOI}} (f(\mathbf{x}) + g[\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})])^2 d\mathbf{x}. \quad (3.4)$$

Oblik fasete je proizvoljan, a najčešće se koristi kvadratni ili pravokutni oblik, obzirom da su fasete skupine piksela. Vektor pomaka svake fasete  $\mathbf{u}^e(\mathbf{x})$  zapisuje se kao:

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_e} \sum_{\alpha} a_{\alpha n}^e N_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_{\alpha}, \quad (3.5)$$

gdje su  $n_e$  broj čvorova,  $\mathbf{e}_{\alpha}$  jedinični vektor smjera ( $\alpha = 1, 2$ ), a  $a_{\alpha n}^e$  nepoznati čvorni pomak. [16] Za svaku fasetu provodi se sumacija piksela i iterativno se rješava sljedeći linearni sustav:

$$[\mathbf{M}^e] \{d\mathbf{a}^e\} = \{\mathbf{b}^e\}^i, \quad (3.6)$$

gdje je  $\{\mathbf{a}^e\}$  vektor stupnjeva slobode. Matrica  $\mathbf{M}^e$  je simetrična, pozitivna i definita. Naziva se DIC matricom, a izražava se kao:

$$M_{\alpha m \beta n}^e = \int_{\Omega_e} \nabla f \mathbf{e}_{\alpha} f(\mathbf{x}) N_m(\mathbf{x}) \nabla f \mathbf{e}_{\beta} f(\mathbf{x}) N_n(\mathbf{x}) \nabla f \mathbf{e}_{\beta} d\mathbf{x}, \quad (3.7)$$

Vektor  $\{\mathbf{b}^e\}^i$  je vektor reziduala referentne i deformirane slike [17], te se računa za svaku iteraciju:

$$b_{\alpha m}^e = \int [f(\mathbf{x}) - \tilde{g}^i(\mathbf{x})] \nabla f \mathbf{e}_{\alpha}(\mathbf{x}) N_m(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (3.8)$$

Kako je već utvrđeno, jednačba toka (3.1) zbog prisutnosti šuma u realnosti neće biti zadovoljena. Stoga je potrebno odrediti standardnu rezoluciju mjernog sustava, što je osobito bitno kod mjerenja malih pomaka i deformacija. Određivanjem standardne rezolucije mjernog sustava definira se najmanja promjena mjerene veličine koju sustav može registrirati. U lokalnom pristupu određena je kao :

$$\sigma_u = \frac{4\sqrt{2} \sigma p_l}{G_f l}, \quad (3.9)$$

gdje je  $\sigma$  varijacija Gaussovog bijelog šuma,  $p_l$  je veličina piksela,  $G_f$  je srednji gradijent slike, a  $l$  je veličina fasete [16]. Može se uočiti kako standardna rezolucija sustava ovisi o veličini piksela i fasete. Odabirom većih faseti smanjuje se rezolucija sustava, ali se ne mogu izmjeriti i uočiti lokalizacijski efekti manji od veličine fasete.

### 3.3. Globalni pristup

Diskretizacija područja interesa, koje se u globalnom pristupu skraćeno naziva ROI (eng. *Region of Interest*), vrši se uglavnom konačnim elementima. Za razliku od lokalnog pristupa, mjerne točke nisu u središtu elementa (podskupa) već u njegovim vrhovima odnosno čvorovima elementa, a kompatibilnost i kinematičke veze među elementima se poštivaju čime se dobiva kontinuirano polje pomaka. U globalnom pristupu jednadžba (3.1) poprima oblik:

$$T = \int_{\text{ROI}} (f(\mathbf{x}) + g[\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})])^2 d\mathbf{x}. \quad (3.10)$$

Nelinearni problem minimizacije sume kvadrata reziduala lineariziran je Newton Raphsonovom metodom, te su pretpostavljeni mali prirasti pomaka:

$$d\mathbf{u} = \mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i, \quad (3.11)$$

gdje je  $i$  broj iteracije.

Polje pomaka računa se iterativnim rješavanjem izraza [16]:

$$\frac{\partial T}{\partial \{\mathbf{u}\}^i} = [\mathbf{M}]\{d\mathbf{u}\} - \{\mathbf{b}\}^i = 0. \quad (3.12)$$

Matrica  $\mathbf{M}$  je simetrična i pozitivno definitna matrica, ona sadrži vrijednosti sive skale i funkcije oblika  $\psi$ :

$$M_{mn} = \int_{\text{ROI}} [\nabla f(\mathbf{x}) \cdot \psi_m(\mathbf{x})][\nabla f(\mathbf{x}) \cdot \psi_n(\mathbf{x})] d\mathbf{x}. \quad (3.13)$$

Vektor  $\{\mathbf{b}\}^i$  računa se za svaku iteraciju prema izrazu:

$$b_m^i = \int_{\text{ROI}} [\nabla f(\mathbf{x}) - \tilde{g}^i(\mathbf{x})][\nabla f(\mathbf{x}) \cdot \psi_m(\mathbf{x})] d\mathbf{x}, \quad (3.14)$$

gdje je  $\tilde{g}^i$  korigirana deformirana slika:

$$\tilde{g}^i(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^i(\mathbf{x})). \quad (3.15)$$

Kao i kod lokalnog pristupa, u globalnom je potrebno poznavati standardnu rezoluciju mjernog sustava kako bi se smanjio utjecaj šuma. Izraz (3.9) za ovaj pristup neće vrijediti. Kako se u globalnom pristupu poštuju kinematičke veze među elementima, tako mjerne točke (čvorovi) nisu neovisne za svaki element. Zbog zadovoljavanja kontinuiteta pomaka, standardnu rezoluciju danu izrazom (3.9) potrebno je prema [16] pomnožiti s faktorom  $\sqrt{3}/2$ . Prema položaju čvora u mreži konačnih elemenata razlikovati će se njihove standardne rezolucije. Unutarnji čvorovi mreže konačnih elemenata pripadaju četirima elementima pa se njihova standardna rezolucija računa prema izrazu:

$$\sigma_u = \frac{\sqrt{6} \sigma p_l}{G_f l}. \quad (3.16)$$

Rubni čvorovi pripadaju dvama elementima pa se standardna rezolucija za te čvorove računa kao:

$$\sigma_u = \frac{2\sqrt{3} \sigma p_l}{G_f l}. \quad (3.17)$$

Čvorovi na vrhu elementa i na rubu područja interesa pripadaju samo jednom elementu. Standardna rezolucija tih čvorova glasi:

$$\sigma_u = \frac{2\sqrt{6} \sigma p_l}{G_f l}. \quad (3.18)$$

Povezanost čvorova u mreži područja interesa je različita pa raspodjela standardne rezolucije pomaka više nije uniformna po cijelom području interesa [16]. Zato se uzima srednja standardna rezolucija pomaka koja je zadana izrazom:

$$\sigma_{\bar{u}} = \frac{0.63\sqrt{2} \sigma p_l}{G_f l}. \quad (3.19)$$

Zbog zadovoljavanja kontinuiteta pomaka, minimalna veličina elementa je manja nego u lokalnom pristupu. Stoga je globalnim pristupom pouzdanije mejnjenje malih deformacija i detektiranje lokalizacijskih fenomena (npr. pukotina). Time se povećava broj konačnih elemenata u promatranoj zoni interesa u odnosu na broj faseta kod lokalnog pristupa, pa je vrijeme računanja u globalnom pristupu puno duže.



## 4. METODA AŽURIRANJA MODELA KONAČNIH ELEMENATA (FEMU)

Identifikacija parametara materijala na temelju polja pomaka i deformacija inverzni je problem mehanike krutih tijela. Rješavanje takvih problema temelji se na zadovoljavanju zakona ravnoteže i konstitutivnih i kinematičkih zakona. Predložena metodologija određivanja parametara temelji se samo na izmjerenom polju pomaka i narinutom opterećenju [18]. Prilikom ispitivanja, zbog nesavršenosti materijala, opreme i mnogih drugih čimbenika, izmjereno polje pomaka uvijek će odstupati od stvarnog te navedeni zakoni nikad neće biti eksplicitno zadovoljeni. Stoga su razvijene mnoge metode identifikacije parametara materijala iz izmjerelog polja pomaka, a uglavnom se dijele na direktne i iterativne [18]. Rješavanje problema direktnim metodama zahtjeva manje vremena, ali su ograničene na jednostavnije modele. Zbog kompleksnosti opterećenja i geometrije ispitnih uzoraka rješavanje takvih problema nije moguće primjenom analitičkih metoda. Iz tog razloga je potrebno korištenje numeričkih metoda, najčešće metode konačnih elemenata. Najzastupljenija identifikacijska inverzna metoda za određivanje parametara materijala je metoda ažuriranja modela konačnih elemenata, FEMU (eng. *Finite Element Model Updating*). Metoda se temelji na iterativnom računanju polja pomaka metodom konačnih elemenata i uspoređivanjem rezultata s eksperimentalno dobivenim poljem pomaka.

### 4.1. Osnovni principi FEMU metode

Kao i kod DIC metode, potpuna ravnoteža između dvaju skupa podataka ne može biti postignuta. Cilj metode ažuriranja modela konačnih elemenata (u nastavku teksta FEMU) je minimizirati razliku između eksperimentalno izmjerenih podataka i onih izračunatih numeričkom metodom konačnih elemenata. Razlika između tih dvaju skupa podataka naziva se rezidual (eng. *cost function*),  $\chi$ , i prikazuje se kao razlika kvadrata dvaju skupa podataka. Ako se govori o minimiziranju reziduala izmjerenog i izračunatog polja pomaka, onda se govori o FEMU-U metodi (eng. *displacement method*). Općenito se rezidual polja pomaka,  $\chi_u$ , zapisuje kao [19]:

$$\chi_u^2 = \|\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}\|^2, \quad (4.1)$$

gdje je  $\mathbf{u}_m$  vektor eksperimentalno izmjerenog polja pomaka, a  $\mathbf{u}_c$  je vektor računalno dobivenog polja pomaka.

Izmjereno polje pomaka funkcija je vrijednosti sive skale i vremena:

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{u}_m(\mathbf{x}, t). \quad (4.2)$$

Kako u ovom slučaju vektor  $\mathbf{u}_m$  čini polje pomaka dobiveno DIC metodom, vrijeme  $t$  predstavlja broj slike u određenom vremenskom trenutku (eng. *time point*). Spreng globalne DIC i FEMU metode je prikladna budući da se može koristiti ista mreža konačnih elemenata. Primjenom FEM programskog paketa numerički se izračunaju pomace i rekativne sile za identičnu mrežu konačnih elemenata koja je korištena kod globalne DIC metode. Time se eliminira greška interpoliranja podataka [19].

Veličina vektora  $\mathbf{u}_m$  za ravninski (2D) problem jednaka je:

$$\dim \{\mathbf{u}_m\} = 2 \cdot N \cdot n, \quad (4.3)$$

gdje je  $N$  broj čvorova, a  $n$  broj slika.

Vektor  $\mathbf{u}_m$  može se raspisati definirati prema [19] kao:

$$\mathbf{u}_m = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} u_{mx,1}^1 \\ u_{my,1}^1 \\ u_{mx,2}^1 \\ u_{my,2}^1 \\ \dots \\ u_{mx,N}^1 \\ u_{my,N}^1 \end{array} \right\} = \mathbf{u}_m^1 \\ \left. \begin{array}{l} u_{mx,1}^2 \\ u_{my,1}^2 \\ u_{mx,2}^2 \\ u_{my,2}^2 \\ \dots \\ u_{mx,N}^2 \\ u_{my,N}^2 \end{array} \right\} = \mathbf{u}_m^2 \\ \dots \\ u_{mx,N}^n \\ u_{my,N}^n \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

U jednadžbi (4.4) vektori  $\mathbf{u}_m^1, \mathbf{u}_m^2, \dots, \mathbf{u}_m^n$  predstavljaju čvorne pomake za slike od 1,2,... do  $n$ . Kao što se može primjetiti, podaci u vektoru  $\mathbf{u}_m$  grupirani su prvo prema broju slike u vektore  $\mathbf{u}_m^n$ , a unutar tog vektora grupirani su prema broju čvora,  $N$ . Način zapisivanja i grupiranja podataka u vektor pomaka je proizvoljan, ali je jako bitno napomenuti da način



grupiranja mora biti konzistentan između vektora izmjerenog polja pomaka,  $\mathbf{u}_m$ , i izračunatog,  $\mathbf{u}_c$ . Stoga će se vektor  $\mathbf{u}_c$  zapisati kao:

$$\mathbf{u}_c = \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} u_{cx,1}^1 \\ u_{cy,1}^1 \\ u_{cx,2}^1 \\ u_{cy,2}^1 \\ \dots \\ u_{cx,N}^1 \\ u_{cy,N}^1 \end{array} \right\} = \mathbf{u}_c^1 \\ \left\{ \begin{array}{l} u_{cx,1}^2 \\ u_{cy,1}^2 \\ u_{cx,2}^2 \\ u_{cy,2}^2 \\ \dots \\ u_{cx,N}^2 \\ u_{cy,N}^2 \\ \dots \\ u_{cx,N}^n \\ u_{cy,N}^n \end{array} \right\} = \mathbf{u}_c^2 \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

Vektor izračunatih čvornih pomaka  $\mathbf{u}_c$  je funkcija vremena  $t$ , parametara  $\mathbf{p}$  i vrijednosti sive skale  $\mathbf{x}$ , koje su zadane kao rubni uvjeti [19]:

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t, \mathbf{p}). \quad (4.6)$$

FEMU-F (eng. *Force balance method*) metoda minimizira rezidual između eksperimentalno zabilježene narinute sile i numerički dobivenih reaktivnih sila. Analogno FEMU-U metodi, rezidual FEMU-F metode [19] općenito se izračunava kao:

$$\chi_F^2 = \|\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}\|^2, \quad (4.7)$$

Veličina vektora  $\mathbf{F}_m$  ovisi o broju slika i načinu opterećenja uzorka. Za jednoosno opterećenje veličina vektora jednaka je:

$$\dim \{\mathbf{F}_m\} = n, \quad (4.8)$$

Kao što je već spomenuto, veličina vektora  $\mathbf{F}_c$  mora biti konzistentna s veličinom  $\mathbf{F}_m$ , kao i grupiranje podataka u vektor za slučaj višeosnog opterećenja.

Uvođenjem bezdimenzijskog težinskog faktora,  $\omega$ , identifikaciji parametara može se pristupiti na tri načina, ovisno o iznosu faktora  $\omega$ , pa se ukupni residual [19] računa prema izrazu:

$$\chi_{\text{tot}}^2 = \omega \cdot \chi_u^2 + (1 - \omega)\chi_F^2. \quad (4.9)$$

Iz gornje jednadžbe je vidljivo da se odabirom težinskog faktora  $\omega$  može odabrati pristup identifikaciji. Ako se iznos težinskog faktora izabere jednak nuli  $\omega = 0$ , provoditi će se FEMU-F metoda, a ako je jednak jedan  $\omega = 1$ , riječ je o FEMU-U metodi. Uzme li se vrijednost težinskog faktora u rasponu  $0 < \omega < 1$ , provoditi će se mješovita FEMU-UF. U tom se slučaju odabirom vrijednosti težinskog faktora dodjeljuje važnost (tj. "težina") skupini podataka na temelju koje se vrši analiza. Kako se analiza provodi sa setovima različitih podataka, poljem pomaka i sila, potrebno je normalizirati izraze reziduala [20]. Tako će normalizirani residual polja pomaka dan izrazom (4.1) poprimiti sljedeći oblik:

$$\chi_u^2 = \frac{1}{\gamma_u^2 \cdot N_u} \|\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}\|^2, \quad (4.10)$$

a residual sile  $\chi_F^2$ :

$$\chi_F^2 = \frac{1}{\gamma_F^2 \cdot N_F} \|\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}\|^2, \quad (4.11)$$

gdje je:

$\gamma_u, \gamma_F$  – mjerna nesigurnost pomaka odnosno sile,

$N_u, N_F$  – broj kinematskih stupnjeva slobode.

Skup traženih parametara  $\mathbf{p}$  FEMU-U metodom računa se minimizacijom funkcije reziduala polja pomaka, a globalni minimum funkcije  $\chi_u^2$  pokazuje koji skup parametara  $\mathbf{p}$  najbolje odgovara izmjerenim podacima [20]:

$$\chi_u^2(\{\mathbf{p}\}) = \frac{1}{N_u} \{\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_c\}^t [\mathbf{C}_u]^{-1} \{\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_c\}, \quad (4.12)$$

gdje je  $\mathbf{C}_u$  matrica kovarijancije polja pomaka.

Matrica kovarijancije polja pomaka kvadratna je matrica i sadrži matrice kovarijancije za svaki vremenski korak [20]:

$$[\mathbf{C}_u] = [\mathbf{C}_u(t)], \quad (4.13)$$

Minimizacija reziduala vrši se na temelju polja osjetljivosti (eng. *sensitivity fields*). Vektor izračunatog polja pomaka dan jednadžbom (4.6) može se za  $i$ -tu iteraciju raspisati u sljedećem obliku:

$$\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i)}\}) = \mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\}) + \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\})\{\delta \mathbf{p}\}, \quad (4.14)$$

gdje je  $\delta \mathbf{p}$  inkrement traženih parametara, dok se polje osjetljivosti označava matricom  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S}_u = \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}. \quad (4.15)$$

Matrica osjetljivosti  $\mathbf{S}_u$  pokazuje promjenu polja pomaka za malu varijaciju svakog od traženih parametara i računa se za svaku iteraciju. Nakon svake iteracije na temelju polja osjetljivosti može se izraziti inkrement promjene parametara [19]:

$$\{\delta \mathbf{p}\} = \left( ([\mathbf{S}_u]^{(i-1)})^t [\mathbf{C}_u]^{-1} [\mathbf{S}_u]^{(i-1)} \right)^{-1} [\mathbf{S}_u]^{(i-1)} [\mathbf{C}_u]^{-1} \{\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_c^{(i-1)}\}. \quad (4.16)$$

Uvede li se pojam Hessian matrice  $\mathbf{H}$ , inkrement promjene parametara može se izraziti u sljedećem obliku [20]:

$$\{\delta \mathbf{p}\} = [\mathbf{H}_u^{(i-1)}]^{-1} [\mathbf{S}^{(i-1)}]^t [\mathbf{M}] (\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c^{(i-1)}\}). \quad (4.17)$$

gdje je  $\mathbf{M}$  globalna DIC matrica.

Hessian matrica je kvadratna matrica veličine:

$$\dim \{\mathbf{H}\} = m \times m. \quad (4.18)$$

gdje je  $m$  broj parametara.

Hessian matrica može se prikazati u odnosu na matricu osjetljivosti [20]:

$$[\mathbf{H}_u] = [\mathbf{S}_u]^t [\mathbf{C}_u]^{-1} [\mathbf{S}_u] = \frac{1}{2\gamma_u^2} [\mathbf{S}_u]^t [\mathbf{M}] [\mathbf{S}_u]. \quad (4.19)$$

Konačno se može izraziti i matrica kovarijancije parametara  $\mathbf{C}_p^u$ :

$$[\mathbf{C}_p^u] = [\mathbf{H}_u]^{-1}. \quad (4.20)$$

Matrica  $\mathbf{C}_p^u$  dobiva se širenjem mjernih nesigurnosti iz vektora mjerenih pomaka  $\mathbf{u}_m$  na tražene parametre  $\mathbf{p}$  [21]. Matrica kovarijancije  $\mathbf{C}_p$  izražava odnos ili smjer u kojem se parametri zajedno mijenjaju.

Vrijedi analogna formulacija i za FEMU-F metodu za koju se minimizira funkcija  $\chi_F^2$  [20]:

$$\chi_F^2 = \frac{1}{N_F} \{\mathbf{F}_m - \mathbf{F}_c\}^t [\mathbf{C}_F]^{-1} \{\mathbf{F}_m - \mathbf{F}_c\} \quad (4.21)$$

gdje je  $\mathbf{C}_F$  matrica kovarijancije reaktivnih sila.

Prikaže li se vektor izračunatih sila  $\mathbf{F}_c$  u ovisnosti traženih parametara i polja osjetljivosti može se zapisati:

$$\mathbf{F}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i)}\}) = \mathbf{F}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\}) + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\}) \{\delta \mathbf{p}\}. \quad (4.22)$$

Matrica osjetljivosti  $\mathbf{S}_F$  pokazuje promjenu reaktivnih sila za malu promjenu parametara:

$$\mathbf{S}_F = \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}. \quad (4.23)$$

Inkrement promjene parametara tada se može prikazati na sljedeći način [20]:

$$\{\delta \mathbf{p}\} = \left( ([\mathbf{S}_F]^{(i-1)})^t [\mathbf{S}_F]^{(i-1)} \right)^{-1} [\mathbf{S}_F]^{(i-1)} \{\mathbf{F}_m - \mathbf{F}_c^{(i-1)}\}. \quad (4.24)$$

Hessian matrica za FEMU-F metodu  $\mathbf{H}_F$  tada glasi:

$$[\mathbf{H}_F] = [\mathbf{S}_F]^t [\mathbf{C}_F]^{-1} [\mathbf{S}_F] = \frac{1}{\gamma_F^2} [\mathbf{S}_F]^t [\mathbf{S}_F]. \quad (4.25)$$

Analogno FEMU-U metodi, matrica kovarijancije parametara za FEMU-F metodu glasi [20]:

$$[\mathbf{C}_p^F] = [\mathbf{H}_F]^{-1}. \quad (4.26)$$

Kombiniranje podataka polja pomaka i reaktivnih sila predstavlja FEMU-UF pristup identifikaciji. Identifikacija traženih parametara svodi se na minimiziranje funkcije koja je dana izrazom (4.9). Aditivnost funkcionala  $\chi_u^2$  i  $\chi_F^2$  proizlazi iz nezavisnosti tih dvaju skupa podataka [20].

Minimizacija funkcionala  $\chi_{\text{tot}}^2$  nastupa iterativnim rješavanjem sljedećeg izraza [20]:

$$\{\delta \mathbf{p}\} = [\mathbf{H}_{UF}]^{-1} \left( \frac{1}{2\gamma_u^2} [\mathbf{S}_u] [\mathbf{M}] (\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}^{(i-1)}) + \frac{1}{\gamma_F^2} [\mathbf{S}_F] (\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}^{(i-1)}) \right). \quad (4.27)$$

Hessian matrica FEMU-UF pristupa jednaka je zbroju Hessian matrica za polje pomaka i reaktivnih sila odnosno statičkih i kinematičkih Hessian matrica [20]:

$$[\mathbf{H}_{UF}] = [\mathbf{H}_u] + [\mathbf{H}_F]. \quad (4.28)$$

Kao i u ostalim pristupima, matrica kovarijancije parametara glasi:

$$[\mathbf{C}_p^{UF}] = [\mathbf{H}_{UF}]^{-1}. \quad (4.29)$$

Na temelju matrica kovarijancije moguće je prikazati i matricu korelacije parametara [20]

$$R_{ij} = \frac{(C_p)_{ij}}{\sqrt{(C_p)_{ii}(C_p)_{jj}}}. \quad (4.30)$$

Matrica korelacije  $\mathbf{R}$  je kvadratna i simetrična matrica, čiji je broj redaka i stupaca jednak broju traženih parametara. Matrica korelacije pokazuje kako i koliko se parametri mijenjaju u međusobnoj ovisnosti. Najjednostavnije rečeno, matrica korelacije je bezdimenzijska mjera odnosa dvaju varijabli. Članovi matrice korelacije mogu poprimiti vrijednosti u rasponu od -1 do 1. Predznak korelacijskog koeficijenta ovisi o načinu ili smjeru mjenjanja varijabli. Ako se dvije varijable mijenjaju u istom smjeru tj. povećanjem jedne povećava se druga tada će predznak biti pozitivan. Vrijednost koeficijenta pokazuje koliko se varijabla mijenja u odnosu na drugu. Dijagonalni članovi matrice korelacije pokazuju korelaciju parametara samih sa sobom, pa je logično da će ti članovi biti jednaki 1. Tako se matricom korelacije mogu prikazati međusobna ovisnost materijalnih parametara, geometrije uzorka i druge veličine.

Identifikaciju elastičnih parametara materijala moguće je provesti samo na temelju polja pomaka, ali za identifikaciju parametara koji ovise o naprezanjima, skup podataka o pomacima neće biti dovoljan [19]. Kako se u sklopu ovog rada identificiraju parametri očvršćenja materijala, potrebno je u obzir uzeti i polje pomaka i reaktivne sile.

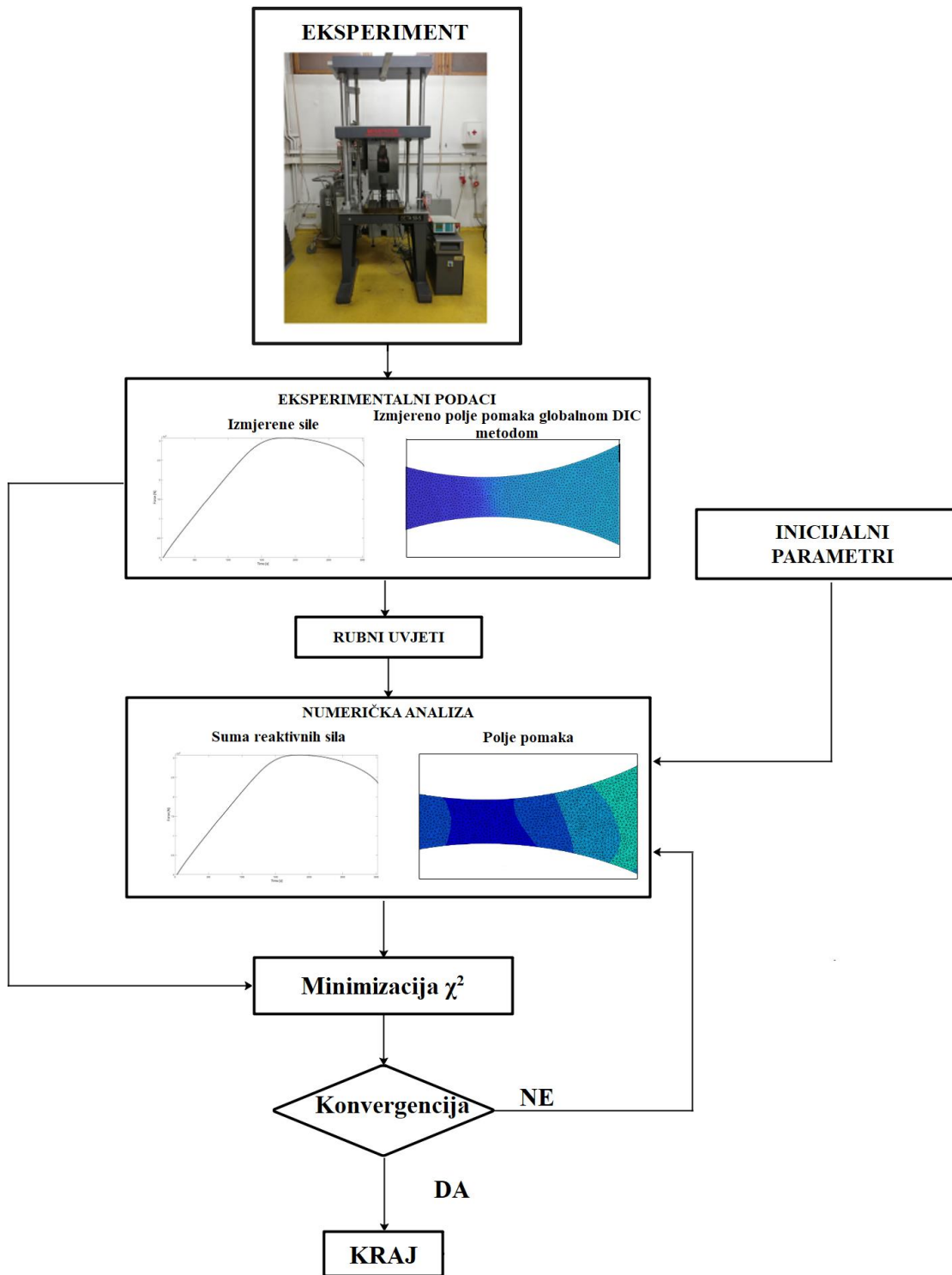
## 4.2. Algoritam identifikacije elastoplastičnih parametara

FEMU metoda je iterativna metoda identifikacije parametara, stoga zahtjeva više iteracija kako bi se došlo do zadovoljavajućeg rezultata. Prilikom identifikacije koristiti se velika količina podataka, stoga je poželjno napraviti odgovarajući algoritam u za to prikladnom programskom paketu. U sklopu ovog diplomskog rada razvijen je FEMU algoritam u programskom paketu *MatLab*, a numerička analiza provedena je u FEM programskom paketu *Abaqus* s makro naredbama za koje je korišten programski jezik *Python*.

U ovom radu polje pomaka izmjeriti će se globalnom DIC metodom, dok će sila biti zabilježena pomoću mjernog senzora koji je integriran u kidalici. Izmjereni čvorni pomaci na opterećenim rubovima mreže konačnih elemenata zadati će se kao rubni uvjeti u numeričkim simulacijama. Kako bi se izbjeglo akumuliranje greške interpolacijom polja pomaka korištena je ista veličina mreže konačnih elementa s istim tipom elementa. U ovom radu primjenjeni su tetraedarski element C3D6.

Prije pokretanja iterativnog postupka potrebno je zadati početne (tj. inicijalne parametre) te odrediti koji će parametri materijala biti određeni predloženom FEMU metodom. Ako se želi identificirati  $n$  broj parametara tada će biti potrebno provesti  $n+1$  numeričkih analiza. Prva analiza provodi se s inicijalnim parametrima, a svaka sljedeća provodi se s jednim promjenjenim parametrom za 1% na temelju čega se računa polje osjetljivosti. Pomoću izračunatih i izmjerenih podataka definiraju se varijable prikazane u prethodnom potpoglavlju (tj. matrica kovarijancije, matrica korelacije i inkrement promjene parametara). Poželjno je ograničiti promjenu parametara kako bi se u sljedećoj iteraciji provele numeričke simulacije s fizikalnim parametrima materijala. Promjena parametara vrši se na kraju svake iteracije i postaju referentni parametri za sljedeću iteraciju.

Iterativni postupak se vrši sve dok vrijednosti funkcionala  $\chi^2$  ne postignu zadovoljavajuće vrijednosti i dok se ne postigne konvergencija parametara materijala. Na Slici 16. prikazan je dijagram toka identifikacije parametara DIC i FEMU metodom.

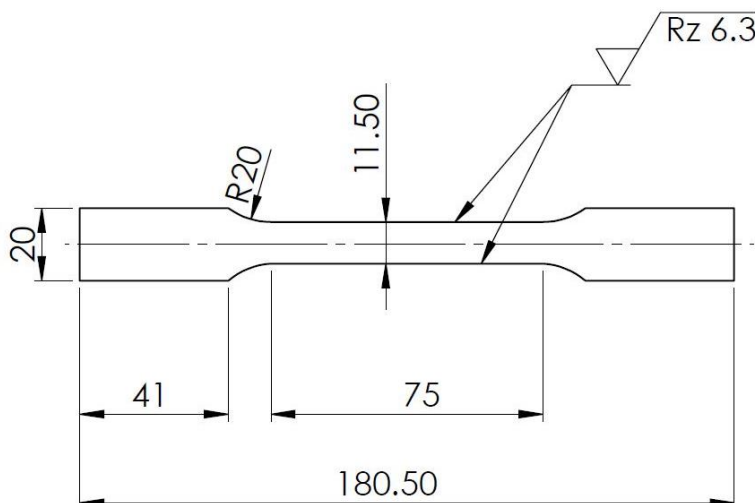


Slika 16. Dijagram toka inverzne FEMU metode

## 5. PRIPREMA I PROVEDBA EKSPERIMENTA

Za identifikaciju elastoplastičnih parametara materijala Hardox 450 provedena su dva statička vlačna ispitivanja s monotonim i cikličkim režimom opterećenja. Mehanička ispitivanja su provedena na kvazistatičkoj elektromehaničkoj kidalici Beta 50-5, proizvođača *Messphysik* (Austrija).

Ispitni uzorci debljine 2 mm izrađeni su prema smjernicama norme DIN 50125 čija geometrija nalikuje na vlačnu motku energetskog transformatora. Dimenzije ispitnog uzorka prikazane su na Slici 17. Prije mehaničkog ispitivanja, površina ispitnog uzorka pripremljena je za primjenu DIC metode mjerenja cijelog polja pomaka. Ispitni uzorak prvotno je očišćen, te je na njega nanesa stohastička crno-bijela tekstura sprej metodom, kako je prethodno prikazano na Slici 13.

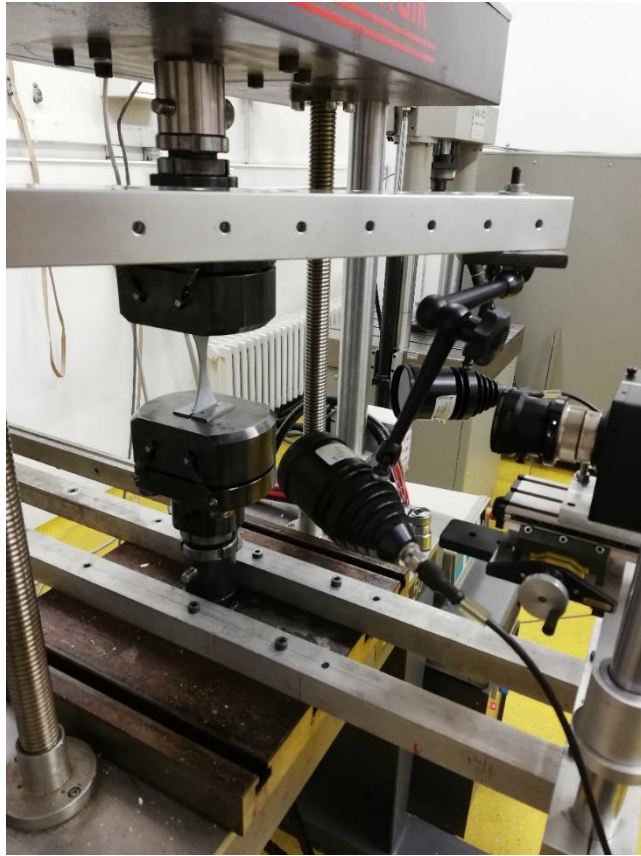


**Slika 17. Dimenzije ispitnog uzorka debljine 2 mm**

Eksperimentalni postav činila su dva izvora svjetlosti i digitalna kamera (Slika 18.). Tijekom monotonog vlačnog opterećenja digitalne slike registrirane su svake sekunde, dok je za vrijeme cikličkog ispitivanja brzina zabilježavanja slika bila 3 fps. Prije svakog mehaničkog ispitivanja uslikano je deset digitalnih slika površine ispitnog uzorka u neopterećenom stanju kako bi se odredila standardna rezolucija i deformacija.

Ispitivanja su se provedena u kontroli pomaka s brzinom opterećenja od 1 mm/min. Za provedbu jednoosnog ispitivanja bilo je potrebno definirati parametre opterećenja po ciklusima (tj. po blokovima) u software-u kidalice. Na Slici 19. prikazan je režim opterećivanja ispitnog uzorka tijekom cikličkog testa.

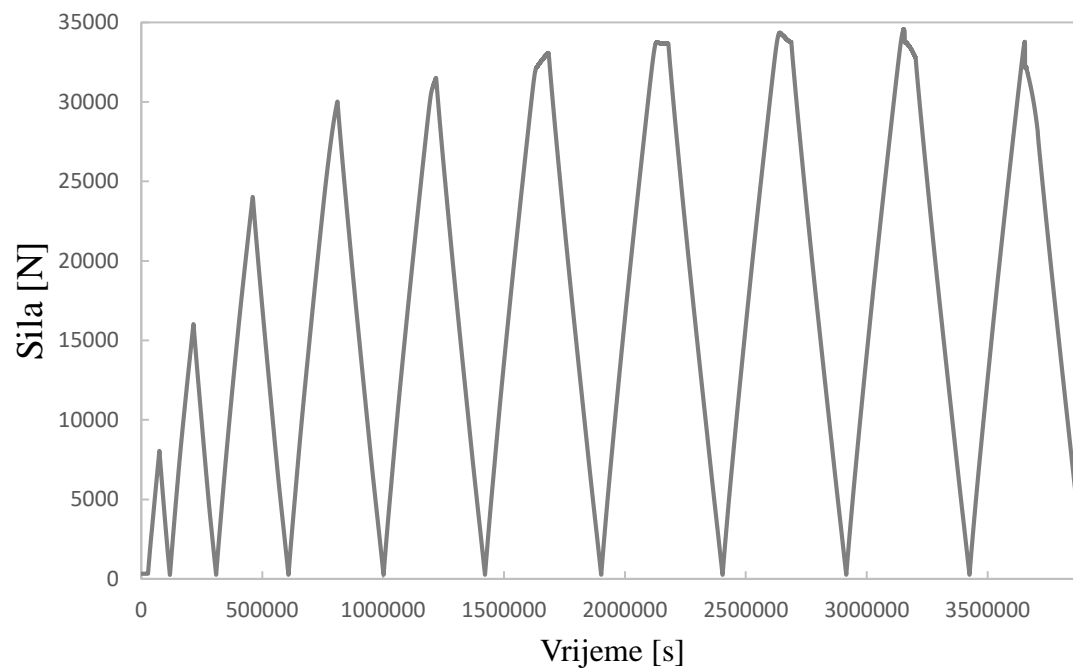




**Slika 18. Eksperimentalni optički postav**

U Tablici 1. prikazan je blok program za cikličko ispitivanje. Kao što se može primjetiti tijekom izmjeničnog opterećenja narinuto je 10 ciklusa. Na temelju odziva materijala određenog klasičnim statičkim vlačnim ispitivanjem određen je iznos maksimalnog naprezanja – vlačne čvrstoće (tj. maksimalne sile).

Vršne vrijednosti kod prvih četiri ciklusa opterećenja definirana su za iznose sile od 8, 16, 24 i 30 kN. Budući da nakon vlačne čvrstoće dolazi do postepenog opadanja naprezanja/sile preostali ciklusi (tj. od petog do desetog ciklusa) definirani su za maksimalne iznose pomaka traverze kidalice od 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5 i 10 mm.



**Slika 19. Režim opterećivanja ispitnog uzorka tijekom cikličkog testa**

**Tablica 1. Blok program elektromehaničke kidalice korišten kod cikličkog vlačnog opterećenja**

Ciklus 1.	UP LOAD $\geq$ 8000 N DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi opterećenje na 8000 N Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 2.	UP LOAD $\geq$ 16000 N DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi opterećenje na 16000 N Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 3.	UP LOAD $\geq$ 24000 N DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi opterećenje na 24000 N Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 4.	UP LOAD $\geq$ 30000 N DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi opterećenje na 30000 N Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 5.	UP STROKE $\geq$ 2.5 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 2.5 mm Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 6.	UP STROKE $\geq$ 3 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 3 mm Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 7.	UP STROKE $\geq$ 3.5 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 3.5 mm Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 8.	UP STROKE $\geq$ 4 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 4 mm Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 9.	UP STROKE $\geq$ 4.5 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 4.5 mm Smanji opterećenje na 300 N
Ciklus 10.	UP STROKE $\geq$ 10 mm DOWN LOAD $\leq$ 300 N	Povisi vrijednost pomaka traverze kidalice 10 mm Smanji opterećenje na 300 N

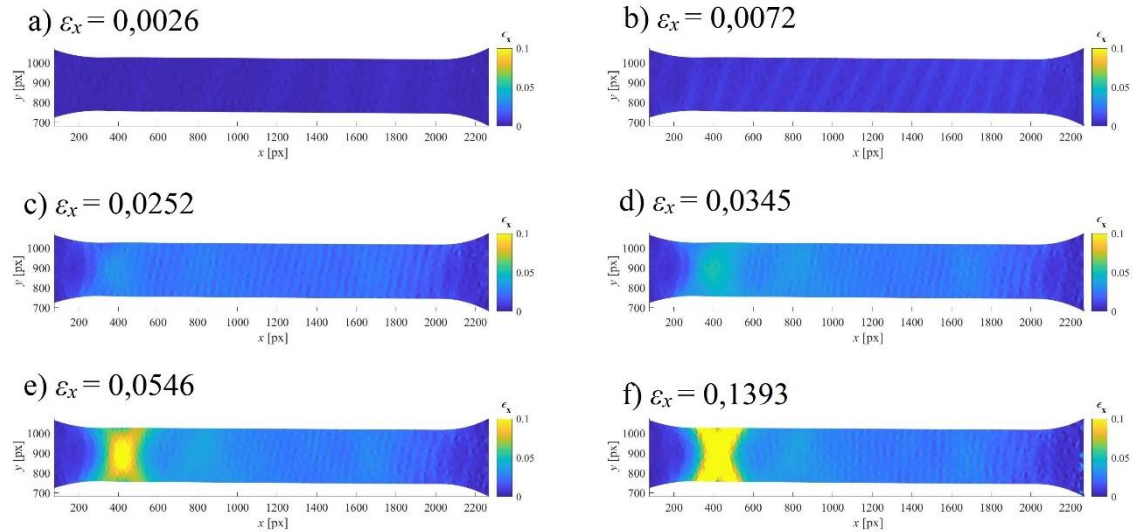
## 6. GLOBALNA PROCJENA PONAŠANJA HARDOX 450

Primjenom DIC optičke metode mjerenja cijelog polja pomaka moguće je procijeniti globalni odziv ponašanja materijala. Podaci dobiveni ispitivanjem u obliku zabilježenih digitalnih slika obrađeni su globalnom DIC metodom čime su izmjerena polja pomaka. Spajanje podataka o izmjerenim silama i polju pomaka omogućuje detaljnu analizu ponašanja materijala.

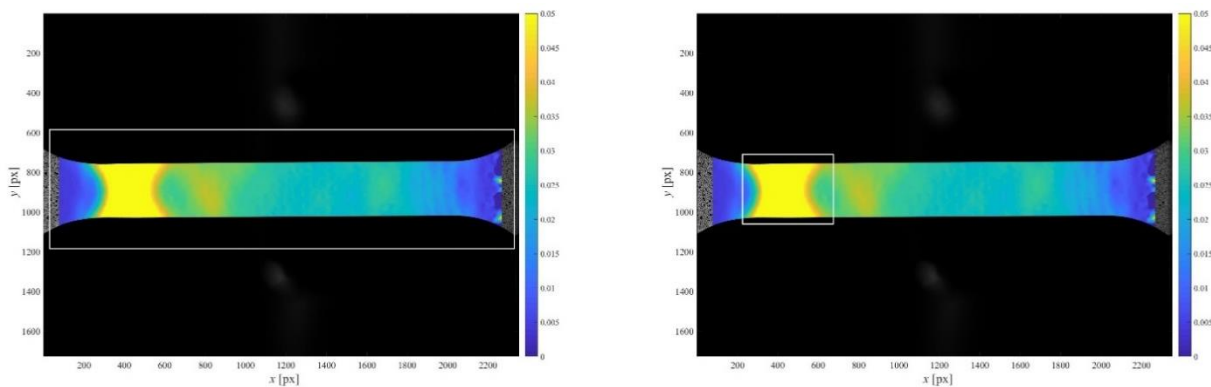
### 6.1. Jednoosno monotono ispitivanje

Nakon provedbe vlačnog monotonog ispitivanja, primjenom DIC metode na skupu registriranih digitalnih slika izmjerena su polja pomaka na cijeloj površini ispitnog uzorka. Iz polja pomaka izračunata su polja deformacije. Na Slici 20. prikazana je raspodjela deformacija  $\varepsilon_x$  za različite stadije opterećenja. Slika 20.a) prikazuje uzorak u elastičnom području te se može vidjeti kako nema značajnijih deformacija. U materijalu se kod prijelaza u plastično područje, kad naprezanja dosegnu vrijednosti granice tečenja, pojavljuju nejednoliko raspodjeljene plastične deformacije. Te deformacije vidljive su na Slici 20.b) u obliku linija koje se nazivaju Lüdersove linije. Slika 20.c) prikazuje uzorak u području prije pojave pada sile/naprezanja odnosno pojave vrata. Na slici se može vidjeti koncentracija deformacija gdje nastaje vrat na epruveti. Slike 20.d),e) i f) prikazuju raspodjelu deformacija nakon nastanka oštećenja materijala sve do pojave loma. Prema Slici 20.f) vidljivo je kako je do loma ispitnog uzorka došlo uslijed tangencijalnih naprezanja (lom pod kutem od  $45^\circ$  u odnosu na smjer opterećenja).

Iz polja deformacija definirane su dvije optičke (tj. virtualne) mjerne trake unutar kojih su određene prosječne vrijednosti deformacija (Slika 21.). Osim toga, u lokaliziranoj zoni deformacija analizirana je promjena maksimalnih vrijednosti deformacija. Izračunati podaci za tri mjerne zone korišteni su za definiranje inženjerskog i stvarnog naprezanja kod odgovarajuće razine defromacija.

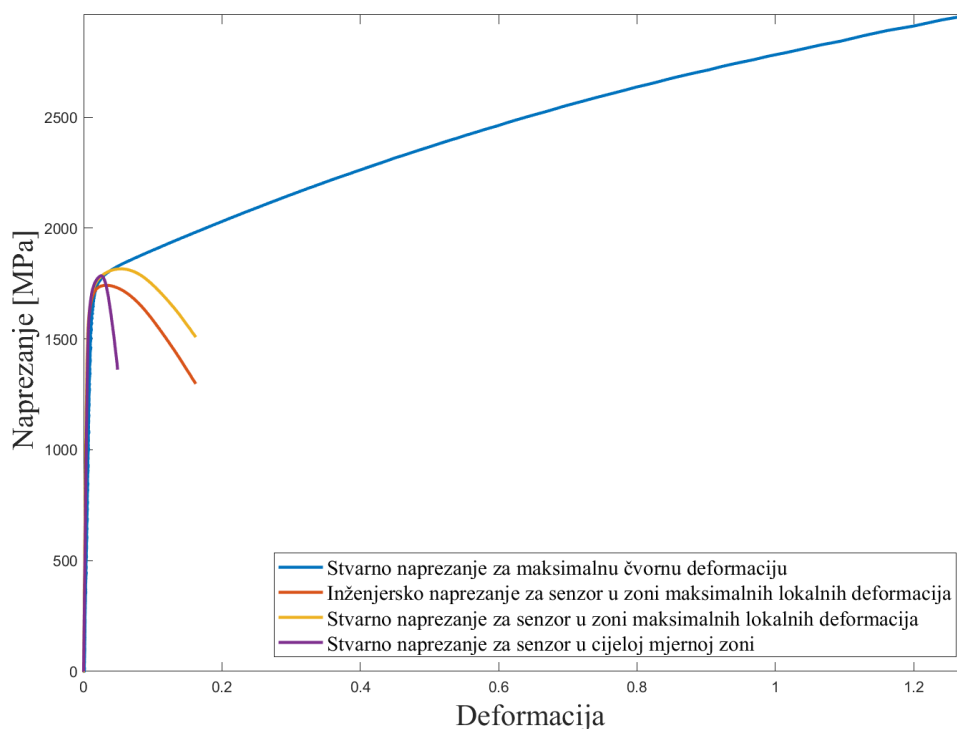


**Slika 20. Raspodjela deformacija po mjerenom području za slučaj monotonog ispitivanja**



**Slika 21. Prikaz mjernog područja deformacija u slučaju monotonog ispitivanja: a) cijela mjerna zona, b) zona maksimalnih lokalnih deformacija**

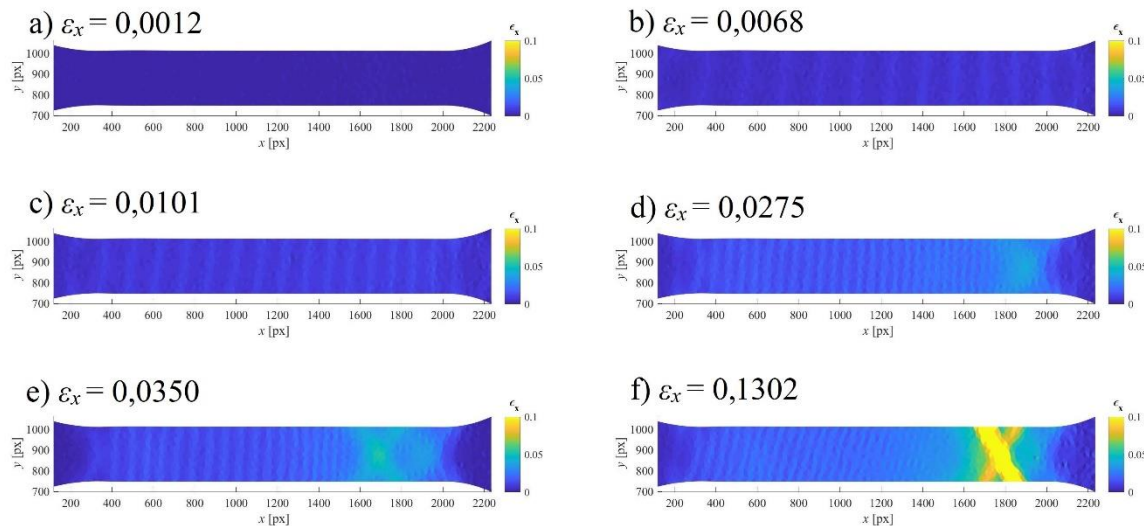
Slika 22. prikazuje usporedbu inženjerskih i stvarnih naprezanja za različite mjerne zone. Vidljiva je razlika između stvarnog i inženjerskog naprezanja za istu mjernu zonu. Razlog tome je, kako je već spomenuto, u smanjenju površine poprečnog presjeka nakon pojave vrata na epruveti. Ako se uprosječe deformacije na cijelom mjernom području, može se vidjeti kako je najveća deformacija kod koje dolazi do loma jednaka  $\varepsilon = 0,05$ . Iz dijagrama je vidljivo kako je u točki najveće čvorne deformacije izračunato najveće naprezanje u iznosu od 3000MPa.



**Slika 22. Dijagram inženjerskog i stvarnog naprezanja za slučaj jednoosnog monotono ispitivanja**

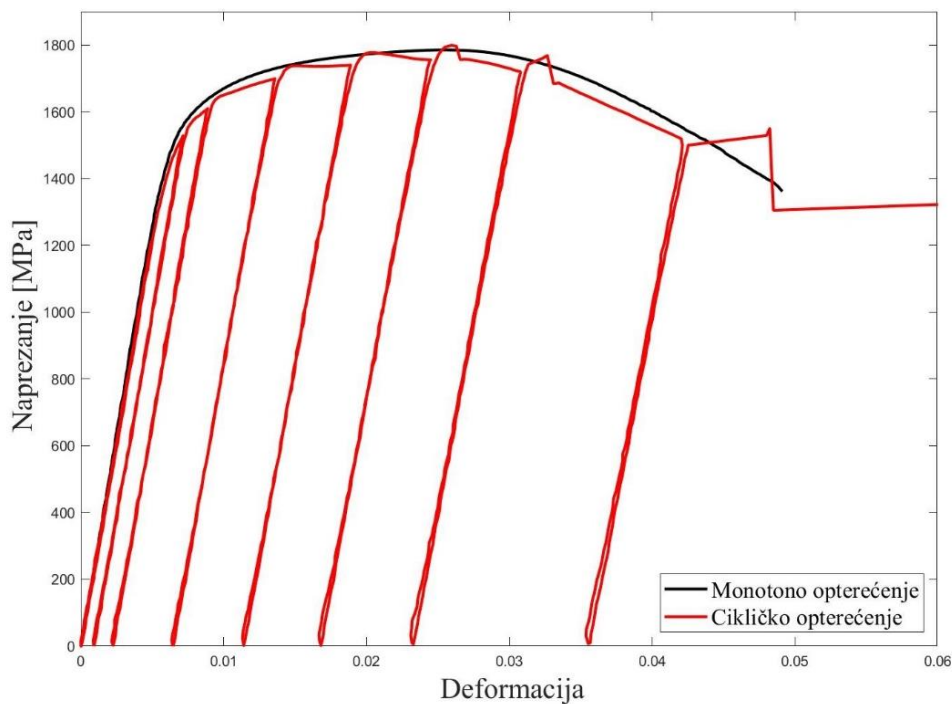
## 6.2. Jednoosno cikličko ispitivanje

Kod cikličkog ispitivanja je, kao i kod monotono, na temelju zabilježenih digitalnih slika primjenom DIC metode izmjereno polje pomaka. Iz dobivenog polja pomaka izračunate su deformacije. Slika 23. prikazuje raspodjelu deformacija po cijelom mjernom području za različite stadije opterećivanja. U elastičnom području nema značajnijih deformacija što prikazuje Slika 23. a). Kada naprezanja u materijalu dostignu kritične vrijednosti granice tečenja, materijal se počinje nejednoliko lokalno plastificirati, a deformacije su vidljive u obliku Lüdersovih linija koje su već prethodno spomenute. Mjesto najvećih lokalnih deformacija vidljivo je već na Slici 23. d). Upravo je to mjesto gdje će doći do loma epruvete kako je vidljivo i sa Slika 23. e) i f). Kao što je bio slučaj i kod monotono ispitivanja, do loma dolazi uslijed tangencijalnih naprezanja na što ukazuje lom pod kutem od  $45^\circ$  u odnosu na os naprezanja.



**Slika 23. Raspodjela deformacija po mjerenom području za slučaj cikličkog ispitivanja**

Slika 24. prikazuje usporedbu dijagrama naprezanje-istezanje za Hardox 450 kod monotonog i cikličkog opterećenja. Iako se radi o različitim režimima jednoosnog opterećenja, zabilježeno je dobro poklapanje između krivulja. Osim toga, tijekom cikličkog opterećenja zabilježen je fenomen očvršćenja. S povećanjem akumuliranih plastičnih deformacija evidentno je povećanje naprezanja tijekom ciklusa opterećenja. Štoviše, navedeni fenomen je izraženiji nakon pojave vrata na ispitnom uzorku.



**Slika 24. Dijagram naprezanje – deformacija kod jednoosnog monotonog i cikličkog mehaničkog ispitivanja**

## 7. IDENTIFIKACIJA ELASTOPLASTIČNIH PARAMETARA

U ovom poglavlju prezentirani su rezultati identifikacije elastoplastičnih parametara materijala Hardox 450. Identifikacija je provedena u za to razvijenom kôdu u programskom paketu *Matlab*. Algoritam je temeljen na FEMU identifikacijskoj proceduri koja je detaljno opisana u poglavlju 4.

Identifikacija se provodila na temelju podataka izmjerenih na:

- jednoosnom monotonom
- jednoosnom cikličkom mehaničkom ispitivanju.

U ovom poglavlju su prvo prezentirani rezultati dobiveni iz jednostavnijeg režima opterećenja (tj. monotonog jednoosnog testa). Prilikom identifikacije podaci su podjeljeni prema ponašanju materijala u dva skupa podataka:

- elastično i
- plastično područje.

Područje plastičnog ponašanja materijala u ovom poglavlju podrazumijeva se od pojave prvih plastičnih deformacija sve do pojave vrata (eng. *necking*). Materijal pokazuje nestabilno ponašanje nakon pojave vrata na ispitnom uzorku, te slike iz tog područja nisu uzete u obzir.

Identificirani elastoplastični parametri materijala iz slučaja monotonog opterećenja propisani su kao inicijalni parametri prilikom identifikacije u slučaju cikličkog opterećenja.

Potrebno je napomenuti kako je svaka od identifikacija provedena primjenom FEMU-UF metode. Težinski faktor  $\omega$  za sve analize iznosio je 0,5, kako bi se omogućio jednak doprinos funkcionala koji uzimaju u obzir polja pomaka i reaktivne sile.

### 7.1. Identifikacija elastoplastičnih parametara materijala kod monotonog jednoosnog mehaničkog ispitivanja

Identifikacija elastoplastičnih parametara provodila se na 399 slika, od kojih su 190 u elastičnom i 209 slika u plastičnom području, do pojave vrata na ispitnom uzorku. Od elastičnih parametara u ovom slučaju identificiran je se samo modul elastičnosti  $E$ . Identificiranje Poissonovog koeficijenta  $\nu$  nije pogodno u slučajevima monotonih jednoosnih ispitivanja, stoga je ovdje izostavljeno.



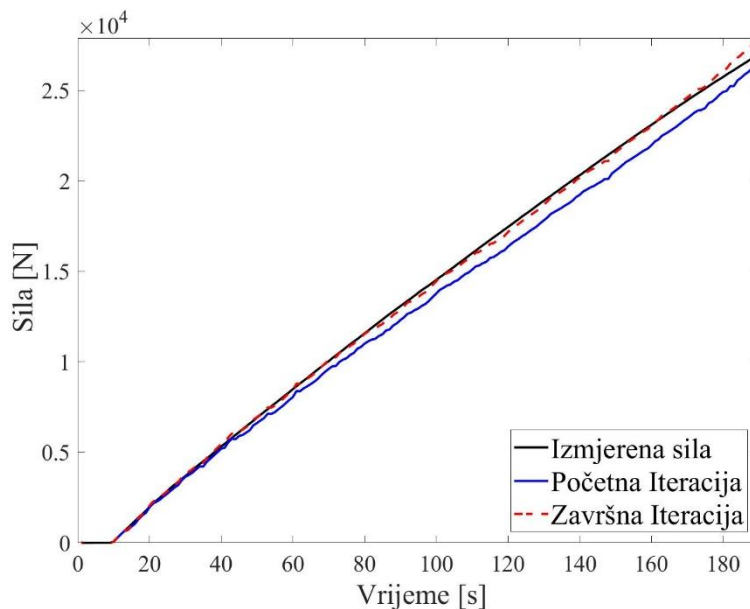
### 7.1.1. Identifikacija elastičnih parametara materijala

Identifikacija elastičnog parametra  $E$  provodila se na temelju podataka o polju pomaka i izmjerenih sila u elastičnom području kojeg čini 190 slika. Za identifikaciju modula elastičnosti  $E$  provedeno je 5 iteracija. Tablica 2. prikazuje vrijednosti inicijalnog i identificiranog parametra te vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  za prvu i zadnju iteraciju. Potrebno je uočiti kako je vrijednost funkcionala  $\chi_u$  ostala nepromijenjena po iteracijama, dok se vrijednost funkcionala  $\chi_F$  smanjila što pokazuje i Slika 26., pa se može zaključiti kako modul elastičnosti  $E$  ovisi samo o narinutoj sili.

**Tablica 2. Inicijalni i identificirani modul elastičnosti  $E$  za slučaj monotonog jednoosnog testa**

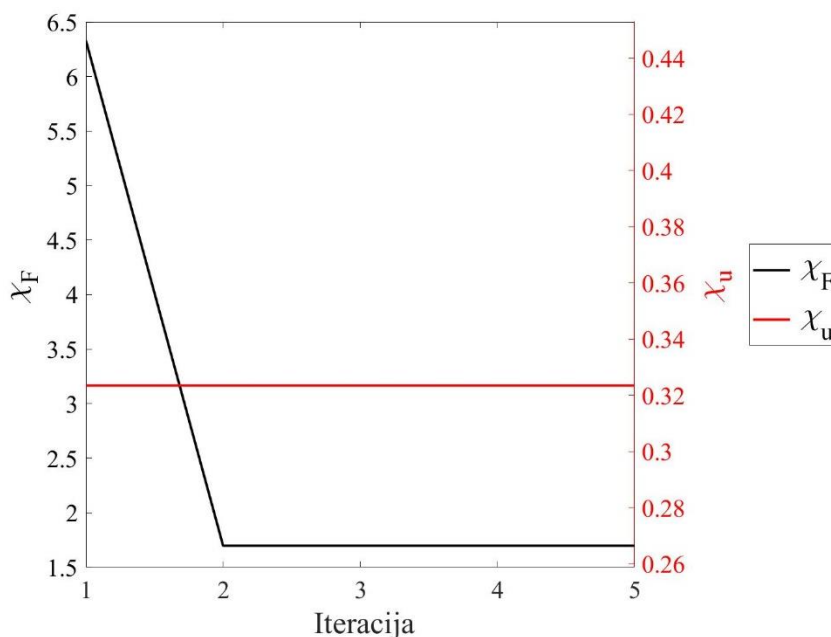
	$E$ (MPa)	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	200000	0,3235	6,3303
Iteracija 5.	209825	0,3235	1,6982

Na Slici 25. prikazana je usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila u prvoj i zadnjoj iteraciji. Uočljivo je vrlo dobro poklapanje krivulja izmjerenih i izračunatih reaktivnih sila s optimiranim parametrom  $E$ . Osim toga može se primjetiti značajno smanjenje vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  čija je vrijednost konvergirala nakon druge iteracije.

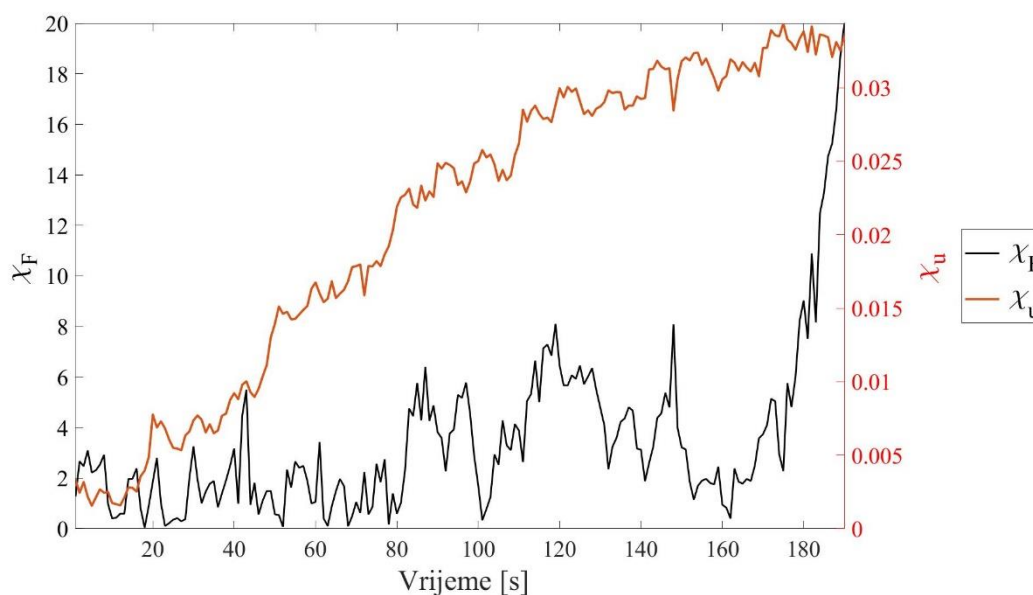


**Slika 25. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotonog opterećenja**

Slika 26. prikazuje vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  po iteracijama. Vidljivo je kako je vrijednost parametra konvergirala već nakon jedne iteracije. Razlog tome je i odabir inicijalne vrijednosti parametra  $E$  čiji je iznos blizu optimirane vrijednosti modula elastičnosti. Štoviše, kako je riječ o čeliku, vrijednosti modula elastičnosti kreću se u uskom rasponu tako da bi se za bilo koju zadanu vrijednost iz tog raspona, u jednoj ili dvije iteracije mogla identificirati optimirana vrijednost modula elastičnosti.



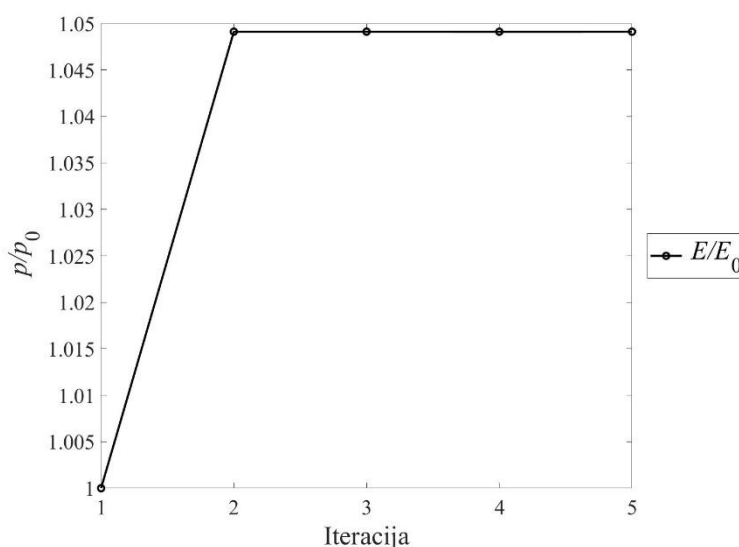
**Slika 26. Vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotnog opterećenja**



**Slika 27. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog monotnog opterećenja**

Promotrite li se vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije (Slika 27.) može se primjetiti porast vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  na zadnjih 10 slika. Ako se pogleda krivulja izmjerenih sila (Slika 25.) može se vidjeti kako krivulja u tom području više ne raste linearno, što znači da je materijal ušao u plastično područje. Kako modul elastičnosti isključivo ovisi o silama, a pravac koji ga opisuje ne može se podudarati s nelinearnom krivuljom, greška raste.

Slika 28. prikazuje promjenu modula elastičnosti po iteracijama. Vidljivo je kako promjena parametra dostiže konstantne vrijednosti (tj. konvergira) već nakon druge iteracije.



**Slika 28. Prikaz promjene modula elastičnosti po iteracijama kod jednoosnog monotono opterećenja**

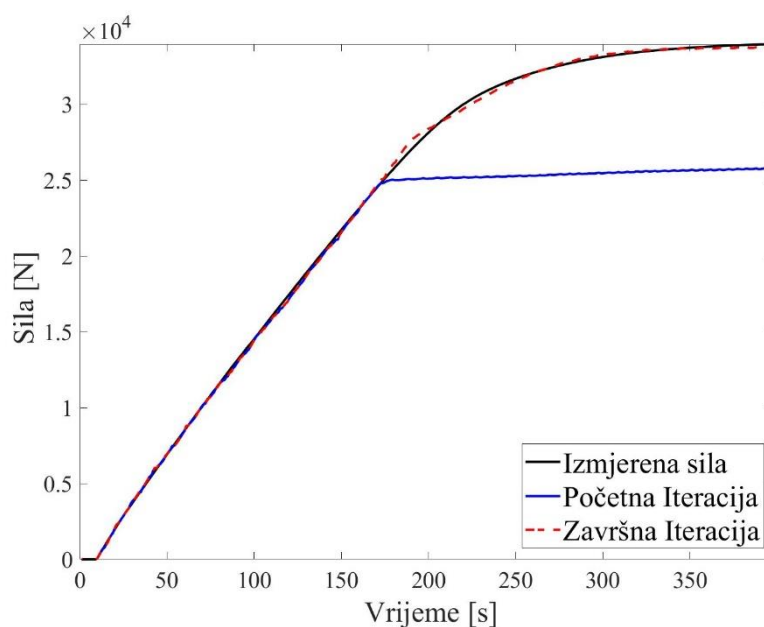
### 7.1.2. Identifikacija parametara izotropnog očvršćenja

Za identifikaciju parametara izotropnog očvršćenja korištene su slike elastičnog i plastičnog područja do pojave vrata što čini ukupno 399 slika. Parametri materijala koji opisuju Voce materijalni model izotropnog očvršćenja identificirani su nakon 24 iteracije. Tablica 3. prikazuje inicijalne i identificirane parametre. Vrijednost funkcionala  $\chi_F$  u zadnjoj iteraciji približno su jednake vrijednosti funkcionala dobivenog prilikom identifikacije elastičnih parametara.

**Tablica 3. Inicijalni i identificirani parametri izotropnog očvršćenja za slučaj monotonog jednoosnog testa**

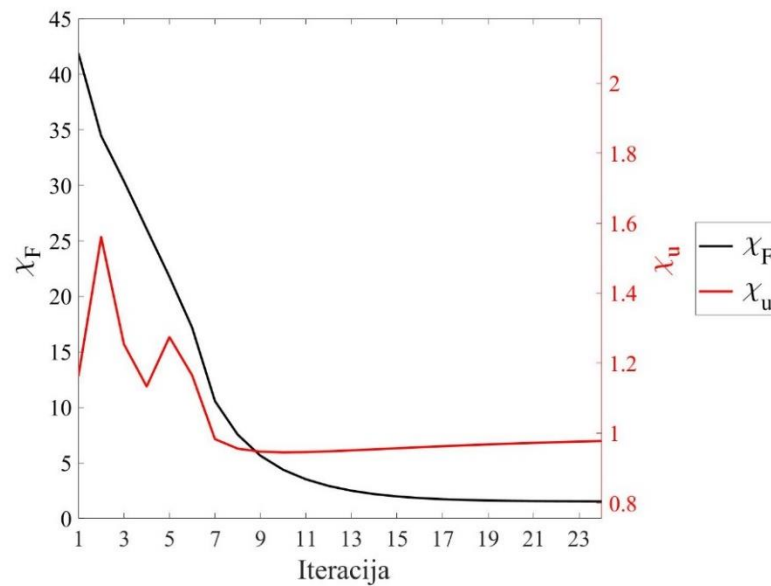
	$\sigma_T$ (MPa)	$Q_\infty$ (MPa)	$b$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1100	50	50	1,1619	41,8831
Iteracija 24.	1217,27	266,80	354,04	0,9769	1,5352

Promotri li se Slika 29. koja prikazuje usporedbu izmjerenih i izračunatih reaktivnih sila može se uočiti veliko odstupanje krivulje sume reaktivnih sila za inicijalne parametre. Može se zaključiti kako su zadane premale vrijednosti inicijalnih parametara izotropnog očvršćenja koje opisuju linearno očvršćenje.



**Slika 29. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotono opterećenja**

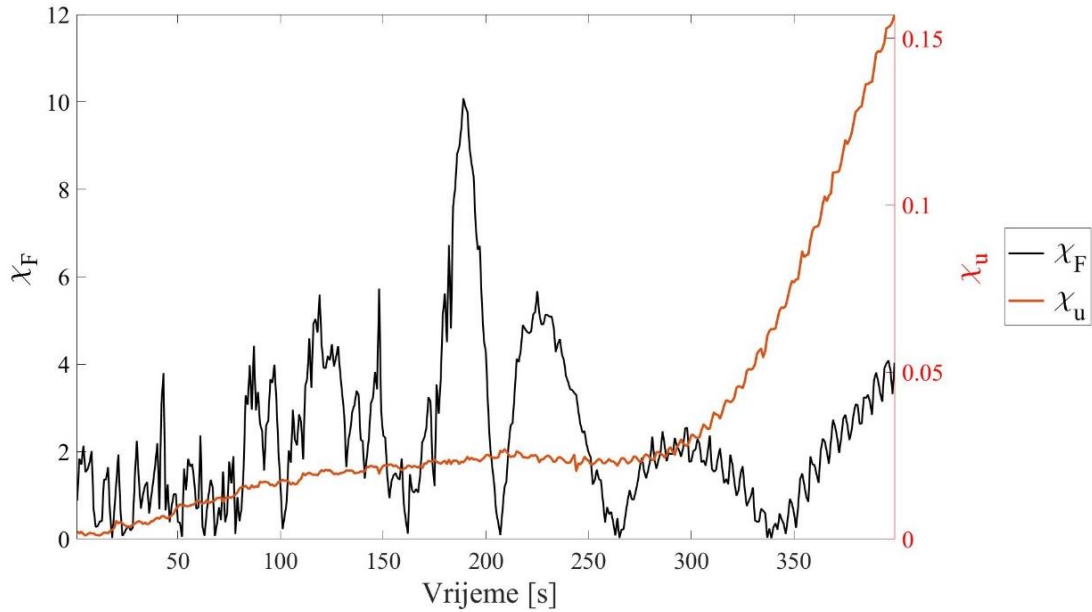
Slika 30. prikazuje promjenu normaliziranih vrijednosti reziduala polja pomaka i reaktivnih sila. Uspoređi li se krivulja promjene funkcionala  $\chi_F$  s krivuljama promjene parametara izotropnog očvršćenja (Slika 33.) može se uočiti sukladnost konvergiranja. Stoga se može zaključiti kako parametri izotropnog očvršćenja u najvećoj mjeri ovise o silama (tj. naprezanju).



**Slika 30. Vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**

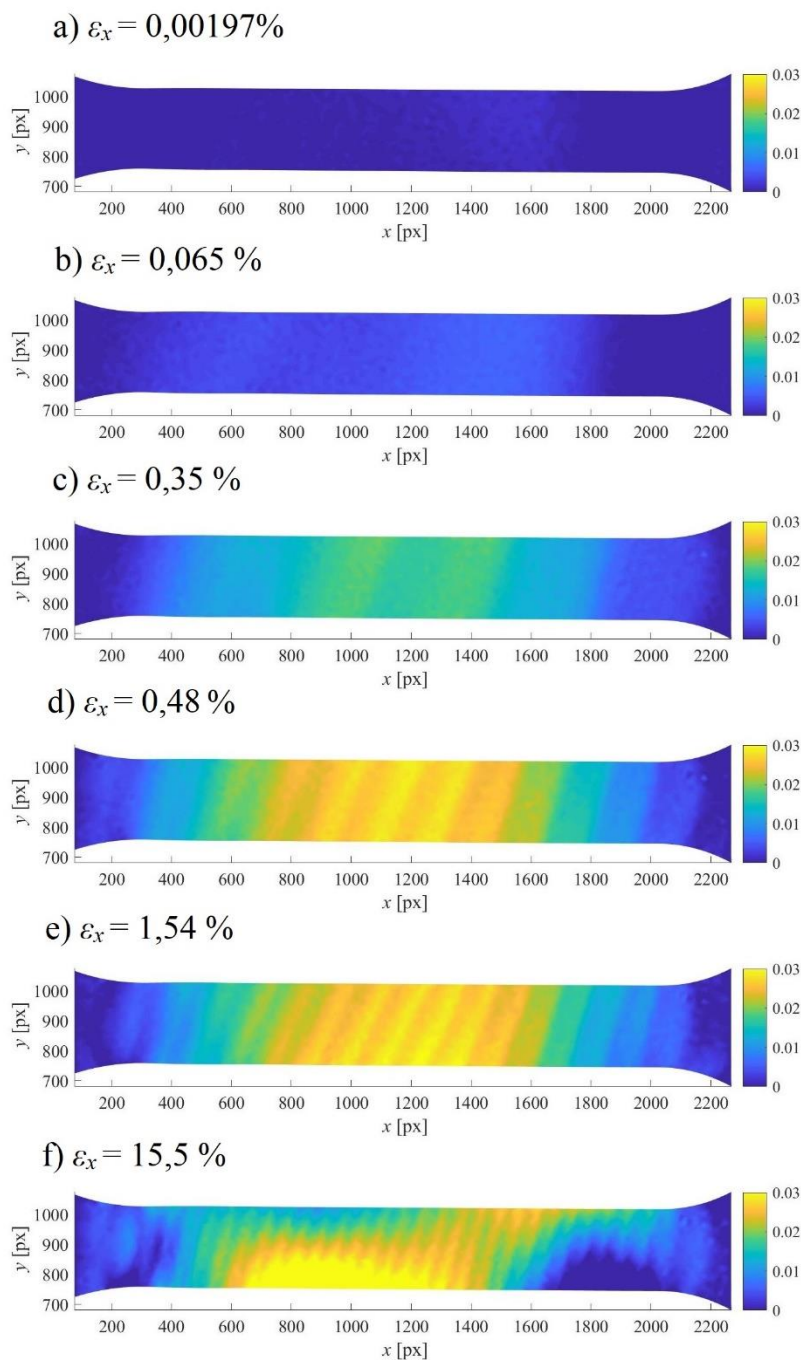
Promotre li se vrijednosti oba funkcionala po slikama u zadnjoj iteraciji (Slika 31.) može se vidjeti kako je najveća vrijednost reziduala sile upravo na prijelazu iz elastičnog u plastično područje, što znači kako samo izotropno očvršćenje materijala ne može dovoljno dobro opisati ponašanje materijala u tom području što pokazuje i Slika 29.

Uočljivo je i kako vrijednost reziduala polja pomaka (Slika 31.) naglo raste nakon 300. slike unatoč konvergenciji rezultata. Pretpostavlja se kako je u tom području došlo do velikih lokalnih plastičnih deformacija i/ili oštećenja materijala koja se ne mogu pouzdano opisati ovim konstitutivnim zakonom.



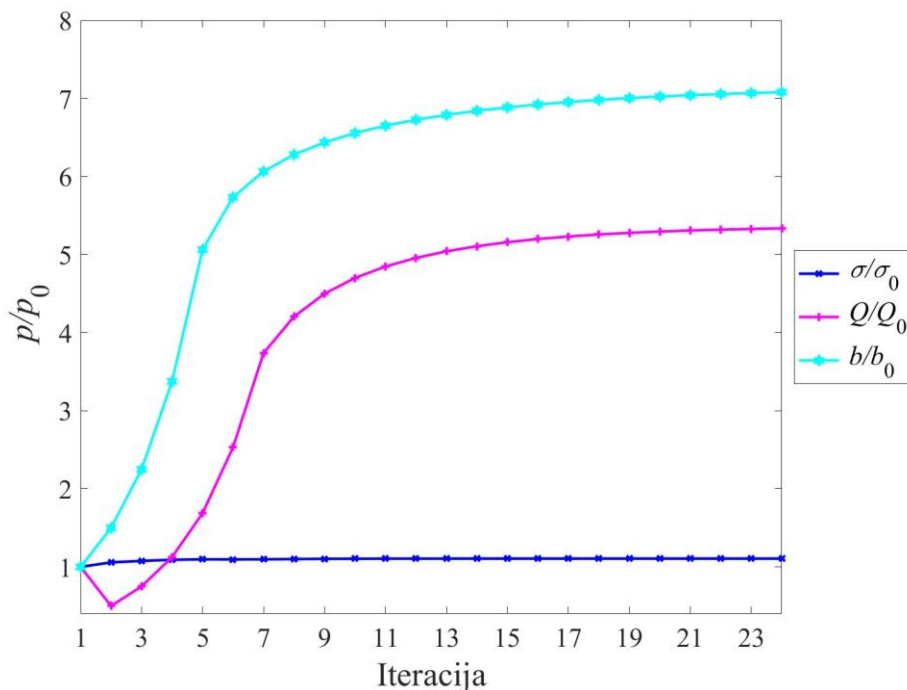
**Slika 31. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonom opterećenja**

Na Slici 32. prikazana je raspodjela razlike izmjerenog i izračunatog polja pomaka kod identifikacije parametara izotropnog očvršćenja. Prve tri slike (Slika 32. a)-c)) pokazuju razliku izmjerenog i izračunatog polja pomaka u elastičnom području. Može se vidjeti kako u tom području nema značajne razlike u polju pomaka. Posljednje tri slike (Slika 32. d)-f)) pokazuju razliku polja pomaka u plastičnom području. Mogu se uočiti vertikalni diskontinuiteti u poljima pomaka koji odgovaraju Lüdersovim linijama identificiranim u izmjerenim poljima deformacija (vidi Sliku 20.). Navedeni fenomeni predstavljaju područja lokalne plastifikacije. Pojava Lüdersovih linija ne može se numerički opisati predloženim materijalnim modelom, te se iz tog razloga vrijednosti reziduala polja pomaka povećavaju.



**Slika 32. Razlika izmjenenog i izračunatog polja pomaka kod identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja prikazane za vrijednosti prosječne deformacije na cijelom mjernom području: a) 0,00197 %, b) 0,065 %, c) 0,35 %, d) 0,48 %, e) 1,54 % i f) 15,5 %**

Prema Slici 33. koja prikazuje promjenu parametara izotropnog očvršćenja, vidljivo je kako konvergencija parametara izotropnog očvršćenja počinje već oko 11. iteracije. Iz navedenog dijagrama može se primjetiti kako se granica tečenja  $\sigma_T$  neznatno promjenila, dok su se optimirani parametri  $Q_\infty$  i  $b$  promijenili 5 pa čak i 7 puta u odnosu na inicijalne vrijednosti.



**Slika 33. Prikaz promjene parametara izotropnog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotnog opterećenja**

### 7.1.3. Identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja

Kao i za parametre izotropnog, identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja provedena je u cijelom području od 399 slika. Za identifikaciju traženih parametara potrebno je bilo 8 iteracija. Usporede li se vrijednosti dobivene identifikacijom kinematičkih parametara (Tablica 4.), s vrijednostima identifikacije izotropnih (Tablica 3.), može se uočiti kako su dobivene sukladne vrijednosti granice tečenja  $\sigma_T$  i reziduala  $\chi_u$  i  $\chi_F$ . Navedena činjenica pokazuje kako su to minimalne vrijednosti reziduala koje se mogu postići za identifikaciju samo jednog tipa očvršćenja.

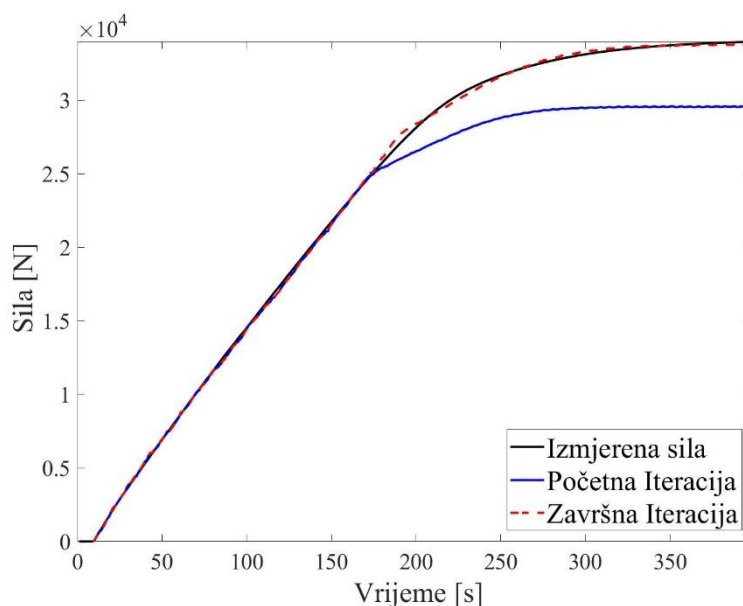
**Tablica 4. Inicijalni i identificirani parametri kinematičkog očvršćenja za slučaj monotnog jednoosnog testa**

	$\sigma_T$ (MPa)	$C_I$ (MPa)	$\gamma$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1100	100000	500	1,9104	20,8292
Iteracija 8.	1217,02	96255,47	358,39	0,9941	1,5207

Poklapanje krivulja izračunatih sila u zadnjoj iteraciji i krivulje izmjerenih sila pokazano je na Slici 34. Uočljivo je kako su sile izračunate na temelju inicijalnih parametara puno bliže

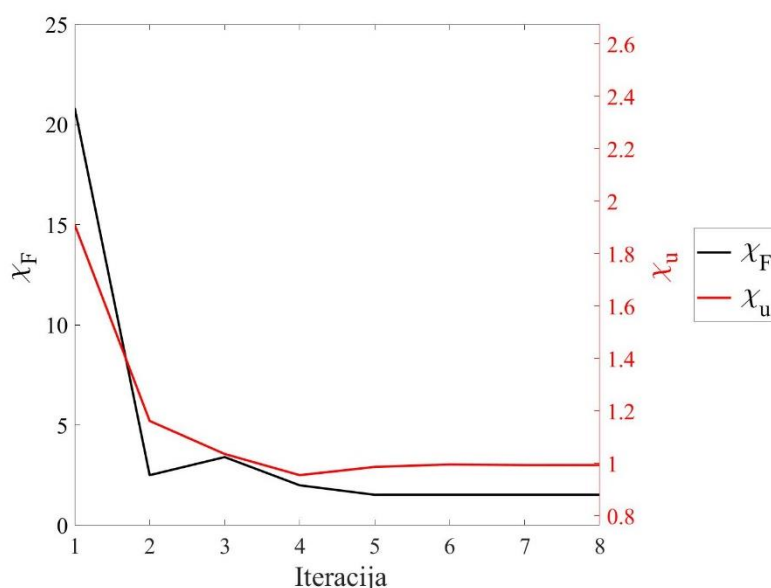


onim izmjerenim, što je rezultiralo manjim brojem potrebnih iteracija, što nije bio slučaj kod izotropnog očvršćenja.



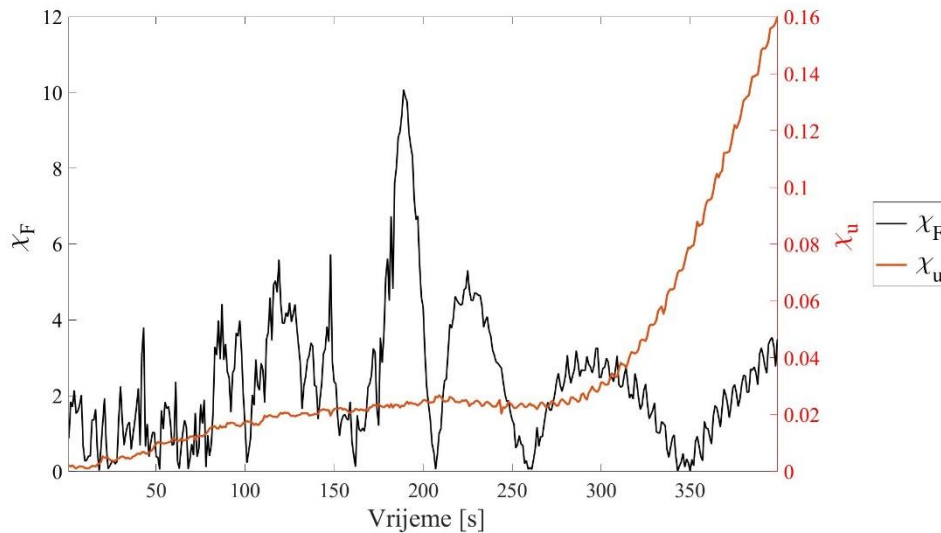
**Slika 34. Usporedba izmjenjenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog monotnog opterećenja**

Vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  (Slika 35.) počinju konvergirati oko 4. iteracije. Usporedi li se krivulja funkcionala  $\chi_F$  s krivuljama promjene parametara (Slika 38.) vidljiva je sličnost konvergencije što pokazuje ovisnost parametara kinematičkog očvršćenja o silama.



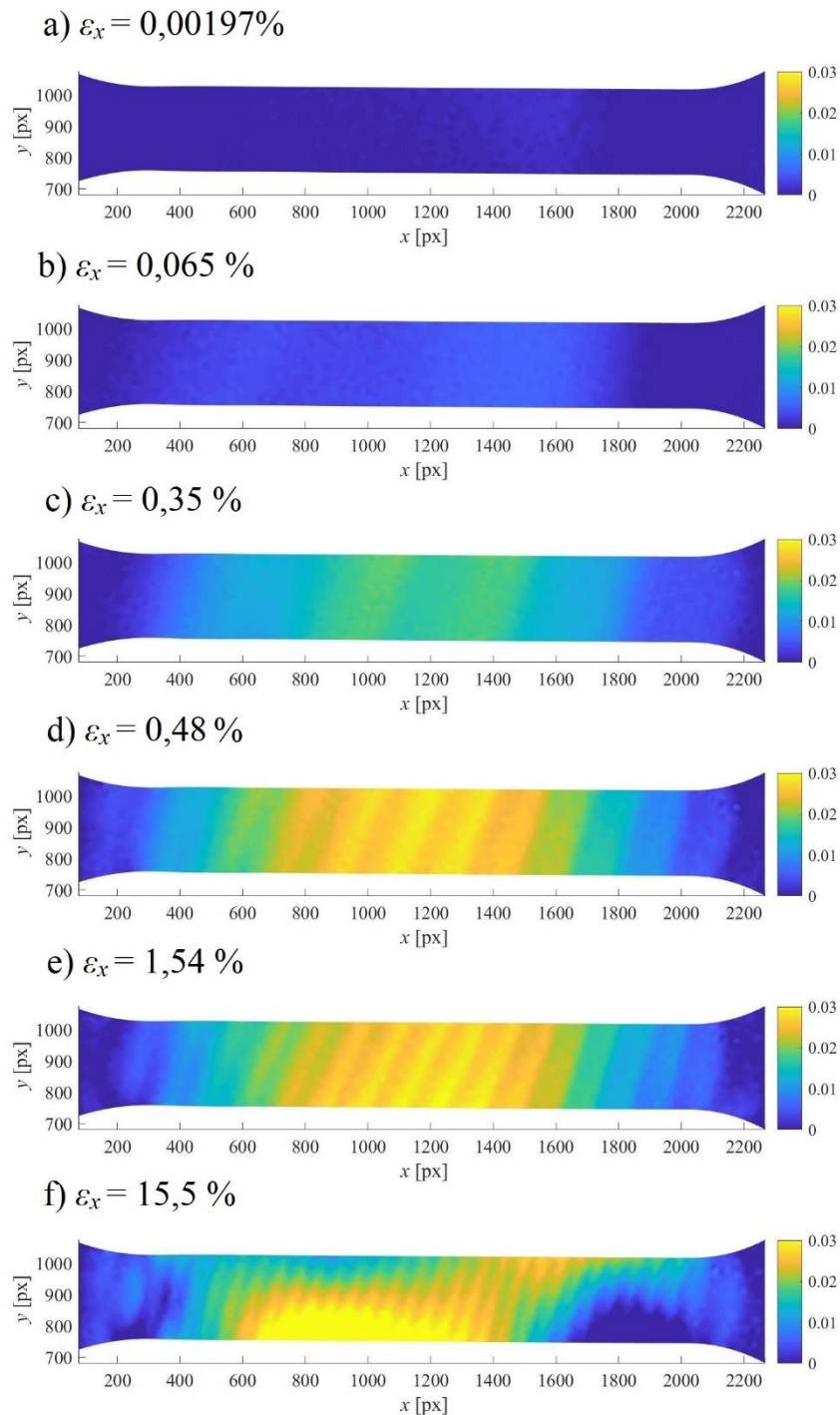
**Slika 35. Vrijednosti reziduala funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotnog opterećenja**

Kao i kod identifikacije parametara izotropnog očvršćenja, i ovdje je izraženo povećanje vrijednosti reziduala sila u području prijelaza iz elastičnog u plastično područje (Slika 36.) što pokazuje kako predloženo kinematičko očvršćenje ne može opisati ponašanje materijala u tom području.



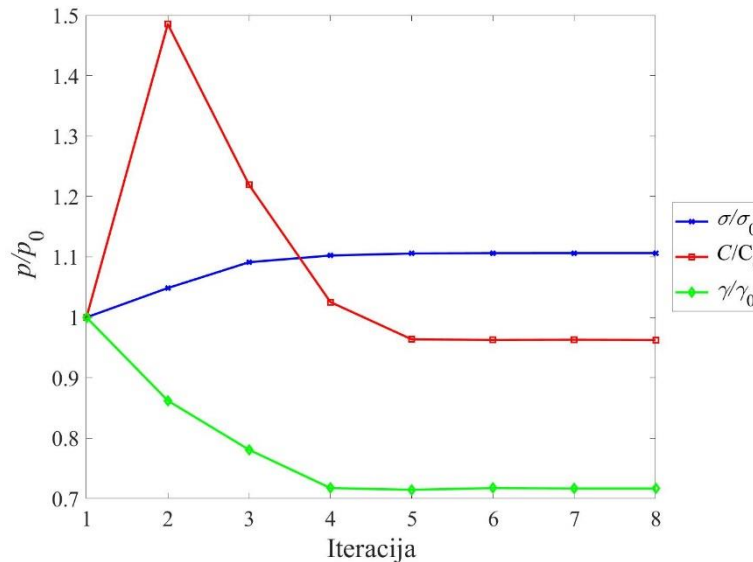
**Slika 36. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**

Slika 37. prikazuje razliku izmjerenog i izračunatog polja pomaka kod identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja za različite iznose prosječne deformacije. Prve tri slike prikazuju uzorak u elastičnom području gdje se može vidjeti da nema značajnije razlike polja pomaka. Zadnje tri slike prikazuju uzorak u plastičnom području. Kao i kod identifikacije izotropnih parametara dolazi do pojave diskontinuiteta u poljima pomaka. Budući da se kod materijala Hardox 450 pojavljuju Lüdersove linije koje se ne mogu numerički modelirati predloženim materijalnim modelom, dolazi do povećanja vrijednosti reziduala polja pomaka.



**Slika 37. Razlika izmjereno i izračunato polja pomaka kod identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog monotono opterećenja prikazane za vrijednosti prosječne deformacije na cijelom mjernom području: a) 0,00197 %, b) 0,065 %, c) 0,35 %, d) 0,48 %, e) 1,54 % i f) 15,5 %**

Na Slici 38. prikazana je konvergencija materijalnih parametara Armstrong-Frederickovog kinematičkog očvršćenja. Inicijalne vrijednosti kinematičkih parametara nisu se značajno mjenjale po iteracijama, a njihova konvergencija je zabilježena nakon četvrte iteracije.



**Slika 38. Prikaz promjene parametara kinematičkog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotono opterećenja**

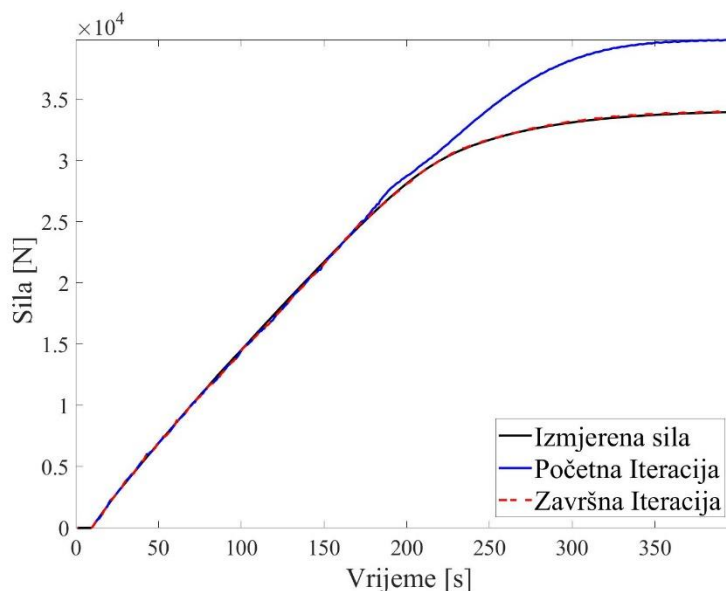
#### 7.1.4. Identifikacija parametara mješovitog očvršćenja

Identifikacija parametara mješovitog očvršćenja provedena je na 399 slika. Vrijednosti parametara koje su dobivene identifikacijom izoliranih slučajeva očvršćenja, izotropnog i kinematičkog, zadane su kao inicijalni parametri. Tablica 5. prikazuje vrijednosti 1. i 16. iteracije, koliko je bilo potrebno za identifikaciju svih parametara mješovitog očvršćenja. Usporede li se vrijednosti reziduala  $\chi_F$  kod mješovitog s vrijednostima izotropnog i kinematičkog očvršćenja, može se vidjeti kako je vrijednost reziduala u ovom slučaju skoro dvostruko manja.

**Tablica 5. Inicijalni i identificirani parametri mješovitog očvršćenja za slučaj monotono jednoosnog testa**

	$\sigma_T$ (MPa)	$C_I$ (MPa)	$\gamma$	$Q_\infty$ (MPa)	$b$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1217	96225	358	268	358	0,6089	26,7214
Iteracija 16.	1096,81	463590,05	2262,31	196,59	226,40	0,6408	0,8814

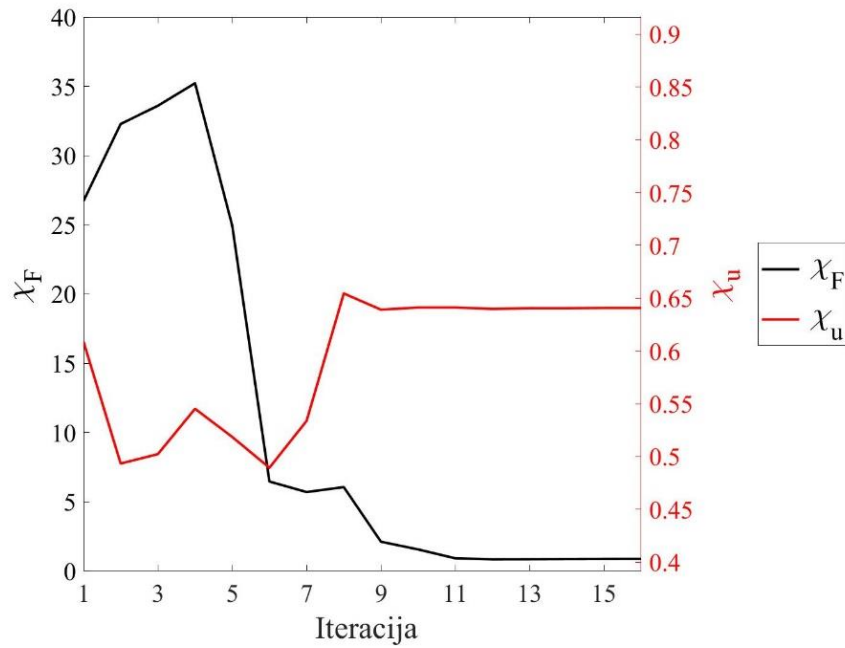
Poklapanje krivulja izmjernih i izračunatih sila gotovo je potpuno kako prikazuje Slika 39. Vidljivo je kako samo kombinacija tih dvaju očvršćenja potpuno opisuje područje prijelaza iz elastičnog u plastično ponašanje materijala, što nije bilo moguće kod slučaja izotropnog i kinematičkog očvršćenja.



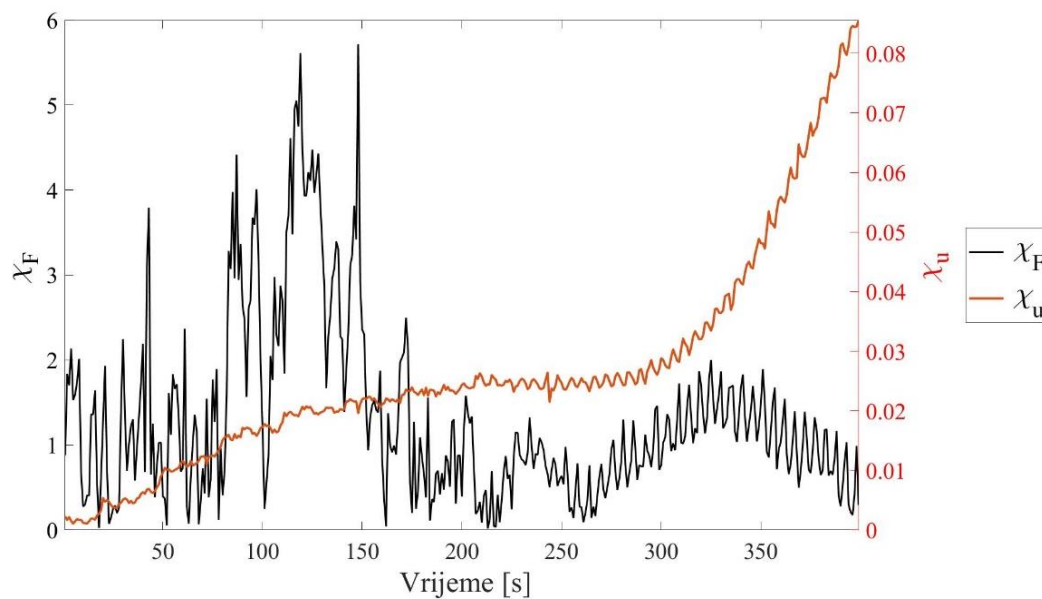
**Slika 39. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**

Promjena vrijednosti reziduala polja pomaka je neznatna kako je i prikazano na Slici 40., što pokazuje ovisnost parametara mješovitog očvršćenja o silama/napreznanjima.

Slika 39. pokazuje kako je poklapanje krivulje u području prijelaza iz elastičnog u plastično gotovo potpuno, a to dolazi do izražaja na Slici 41. gdje vidljivo je kako nema porasta greške u rasponu od 150. do 200. slike. I u ovom slučaju dolazi do porasta reziduala polja pomaka nakon 300. slike što ukazuje na pojavu lokaliziranih plastičnih deformacija i inicijacije oštećenja materijala koje se ne može opisati ovim konstitutivnim zakonima.

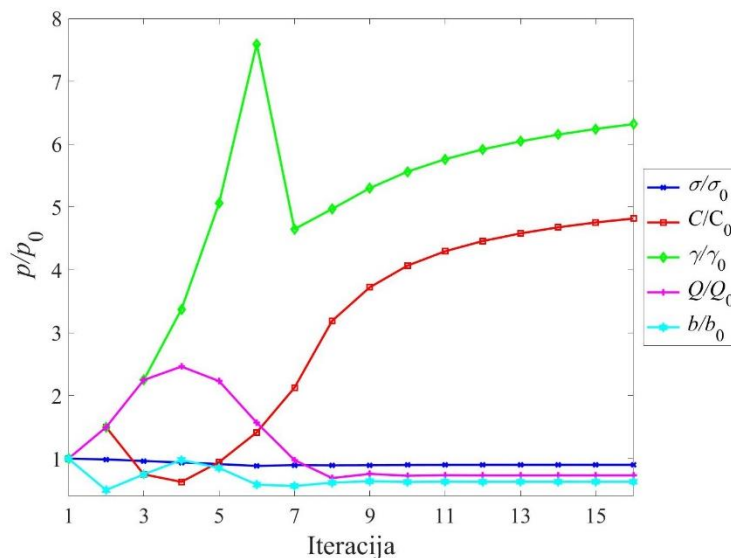


**Slika 40. Vrijednosti reziduala funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**



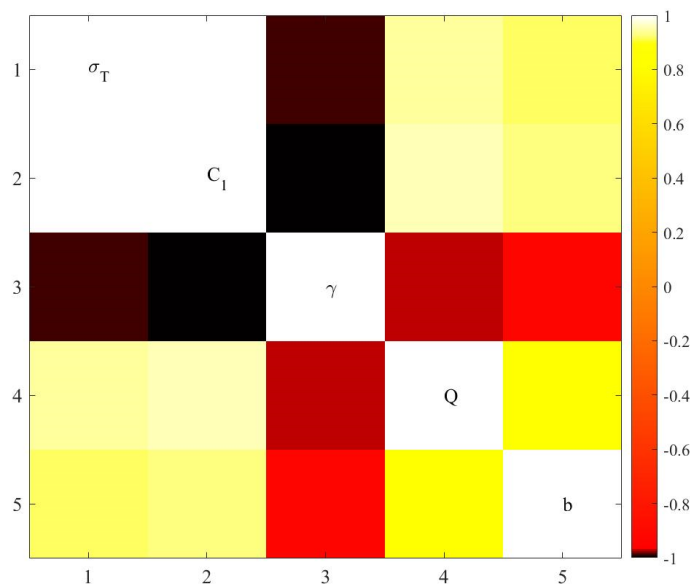
**Slika 41. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**

Slika 42. pokazuje promjenu parametara mješovitog očvršćenja po iteracijama. Uočljivo je kako konvergencija svih parametara počinje oko 8. iteracije.



**Slika 42. Prikaz promjene parametara mješovitog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog monotonog opterećenja**

Matrica korelacije na Slici 43. pokazuje međusoban odnos identificiranih parametara. Negativne vrijednosti prikazuju antikorelaciju, a pozitivine korelaciju parametara. Tako se može vidjeti kako kinematički parametar  $\gamma$  antikorelira sa svim ostalim parametrima, što se moglo pretpostaviti obzirom na izraz (2.30). Kinematički parametar  $C_I$  u potpunoj je korelaciji s granicom tečenja  $\sigma_T$ . Pogleda li se izraz (2.31) parametri izotropnog očvršćenja  $Q_\infty$  i  $b$  trebali bi biti u međusobnoj korelaciji, što i prikazuje matrica korelacije na slici.



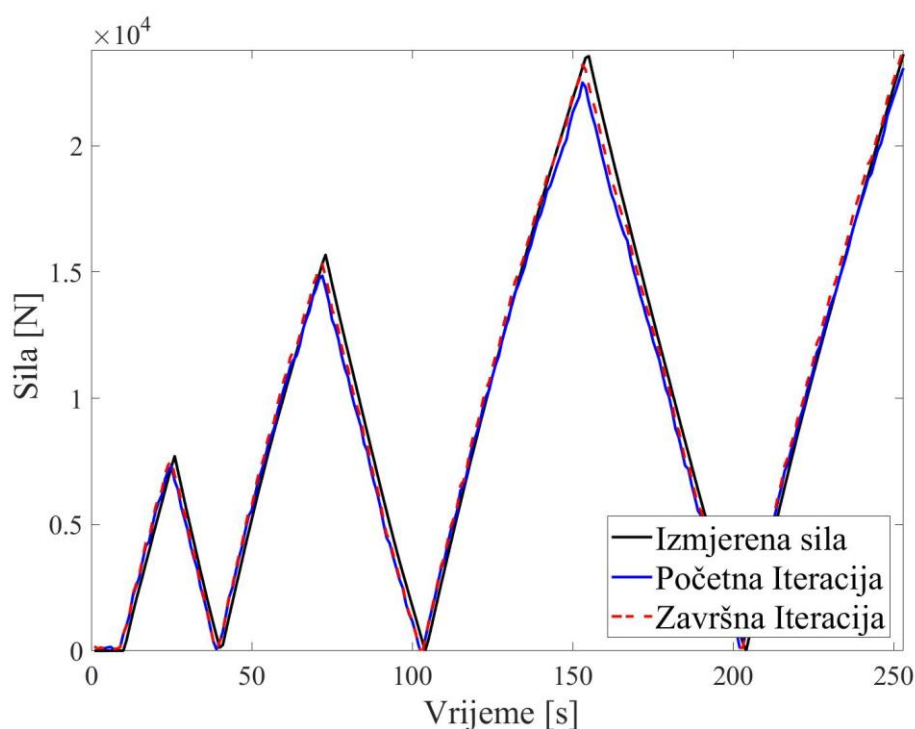
**Slika 43. Grafički prikaz matrice korelacije kod identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog monotonog opterećenja**

## 7.2. Identifikacija elastoplastičnih parametara materijala kod cikličkog jednoosnog mehaničkog ispitivanja

Identifikacija elastoplastičnih parametara za slučaj cikličkog jednoosnog ispitivanja provodila se na skupu od 880 slika, od kojih su 253 u elastičnom i 627 slika u plastičnom području. Kao inicijalne parametre za svaku od identifikacija biti će zadane vrijednosti koje su identificirane kod monotonog jednoosnog opterećenja.

### 7.2.1. Identifikacija elastičnih parametara materijala

Identifikacija elastičnih parametara materijala provodila se na temelju slika iz elastičnog područja. Identifikacija se provela u 4 iteracije što pokazuje dobar odabir vrijednosti početnih parametara. Kako je i kod identifikacije modula elastičnosti u monotonom testu spomenuto, raspon vrijednosti modula elastičnosti za čelike je relativno uzak pa bi se za bilo koju od vrijednosti u tom rasponu trebalo kroz jednu ili dvije iteracije identificirati parametar elastičnosti. To pokazuje i usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji prikazanih na Slici 44. Može se vidjeti kako i prva i zadnja iteracija daju relativno dobro poklapanje s izmjerenim silama.



**Slika 44.** Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja

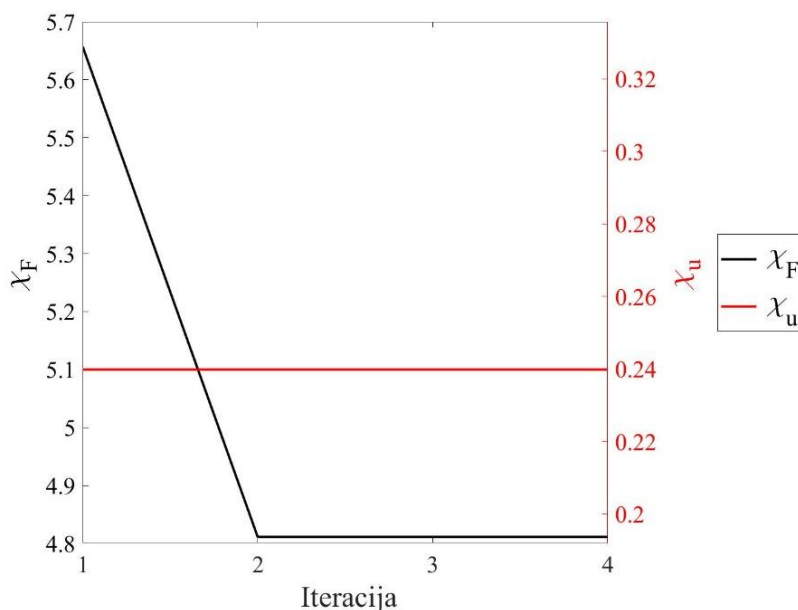


Tablica 6. prikazuje vrijednosti prve i zadnje iteracije. Vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  ostale su nepromijenje tijekom iteracija što je bio i slučaj kod monotonog testa, čime se pokazalo kako modul elastičnosti ovisi samo o silama.

**Tablica 6. Inicijalni i identificirani modul elastičnosti za slučaj jednoosnog cikličkog testa**

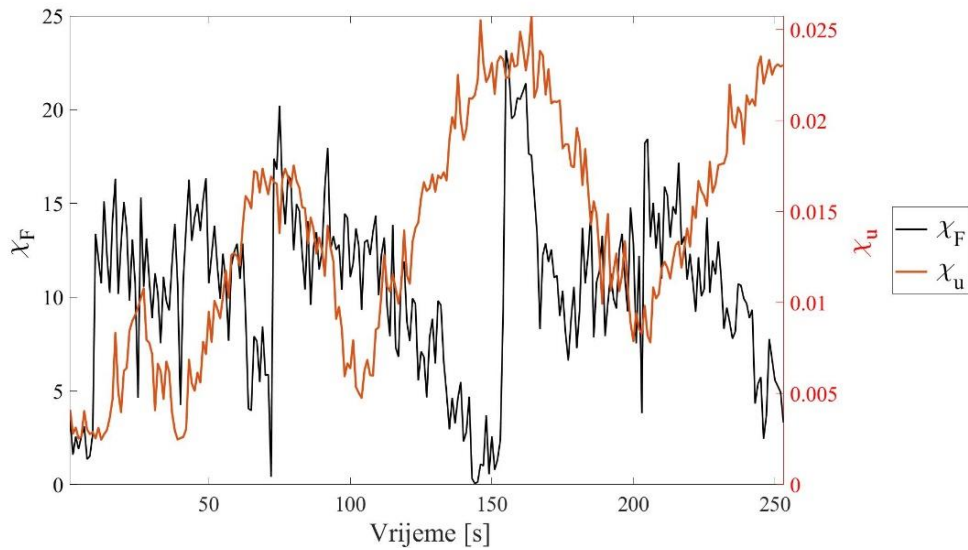
	$E$ (MPa)	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	200000	0,2398	5,6570
Iteracija 4.	206230,3	0,2398	4,8114

Slika 45. prikazuje vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  kroz iteracije. Promjena funkcionala  $\chi_F$  je minimalna, dok je vrijednost  $\chi_u$  nepromijenjena.



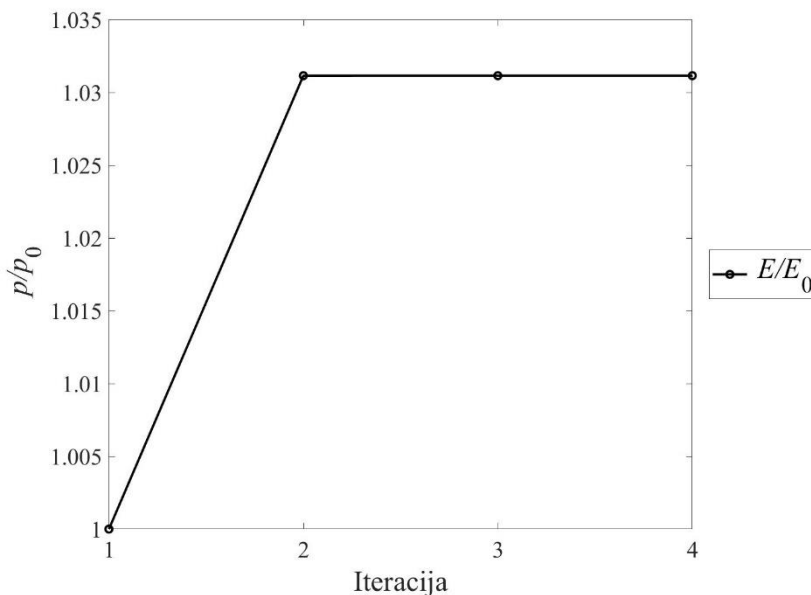
**Slika 45. Vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Na Slici 46. prikazana je promjena vrijednosti oba funkcionala po slikama u zadnjoj iteraciji. Može se vidjeti kako vrijednost funkcionala  $\chi_F$  ima povećane vrijednosti u području 80. i 150. slike, što na Slici 44. odgovara vršnim vrijednostima sile. Pretpostavlja se kako je ta greška uzrokovana nepotpunim poklapanjem podataka o izmjeranim silama i izmjerenom polju pomaka pa će se zanemariti.



**Slika 46. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije modula elastičnosti kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Promjena modula elastičnosti po iteracijama prikazana je na Slici 47. Može se vidjeti kako je vrijednost modula elastičnosti konvergirala već u drugoj iteraciji te da je promjena početnog i identificiranog modula elastičnosti tek 3%, što znači da su i početne vrijednosti već bile zadovoljavajuće.



**Slika 47. Prikaz promjene modula elastičnosti po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Identifikacija Poissonovog koeficijenta provedena je kroz 9 iteracija. Tablica 9. prikazuje inicijalne i identificirane vrijednosti parametara te vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  u prvoj i zadnjoj iteraciji. Kako se vrijednosti Poissonovog koeficijenta za čelik kreću u rasponu od 0,27 – 0,3, identificirana vrijednost nije zadovoljavajuća. Može se uočiti kako se vrijednosti oba funkcionala nisu značajno promjenile kroz iteracije. Pretpostavlja se kako nema dovoljno signala u polju pomaka na temelju kojih bi se mogao identificirati Poissonov koeficijent. Potrebno bi bilo napraviti ispitivanja sa složenijim opterećenjem kako bi se mogao identificirati Poissonov koeficijent.

**Tablica 7. Inicijalni i identificirani Poissonov koeficijent za slučaj jednoosnog cikličkog testa**

	$\nu$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	0,3000	0,2398	1,4784
Iteracija 9.	0,4246	0,2397	1,4779

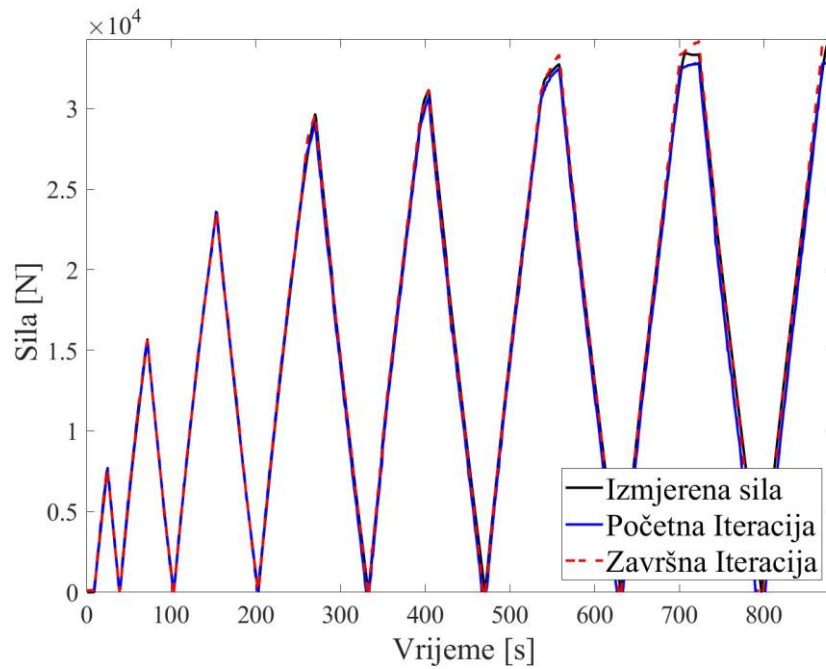
### 7.2.2. Identifikacija parametara izotropnog očvršćenja

Identifikacija parametara izotropnog očvršćenja provela se u 5. iteracija. Kao početne vrijednosti izotropnih parametara zadane su vrijednosti identificirane iz monotonog opterećenja. U Tablici 8. prikazane su identificirane vrijednosti. Može se vidjeti kako su se vrijednosti parametara  $\sigma_T$  i  $Q_\infty$  promjenile neznatno u odnosu na parametar  $b$ .

**Tablica 8. Inicijalni i identificirani parametri izotropnog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa**

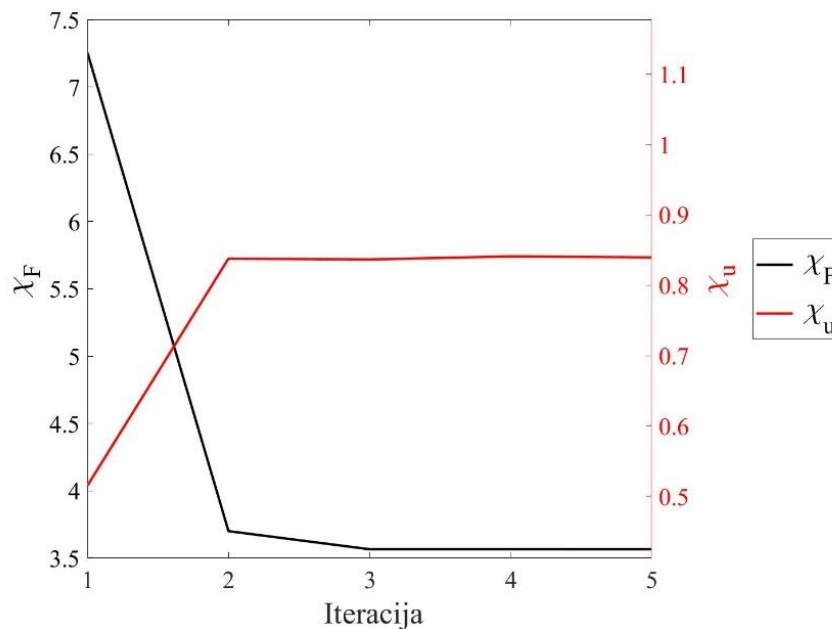
	$\sigma_T$ (MPa)	$Q_\infty$ (MPa)	$b$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1217	269	358	0,5153	7,2542
Iteracija 5.	1273,59	279,54	241,14	0,8396	3,5660

Slika 48. prikazuje usporedbu izmjerenih i sume reaktivnih sila koje su izračunate u prvoj i zadnjoj iteraciji. I krivulja prve iteracije pokazuje dobro preklapanje s izmjerenim silama, a to potvrđuje mala promjena parametara kroz iteracije.

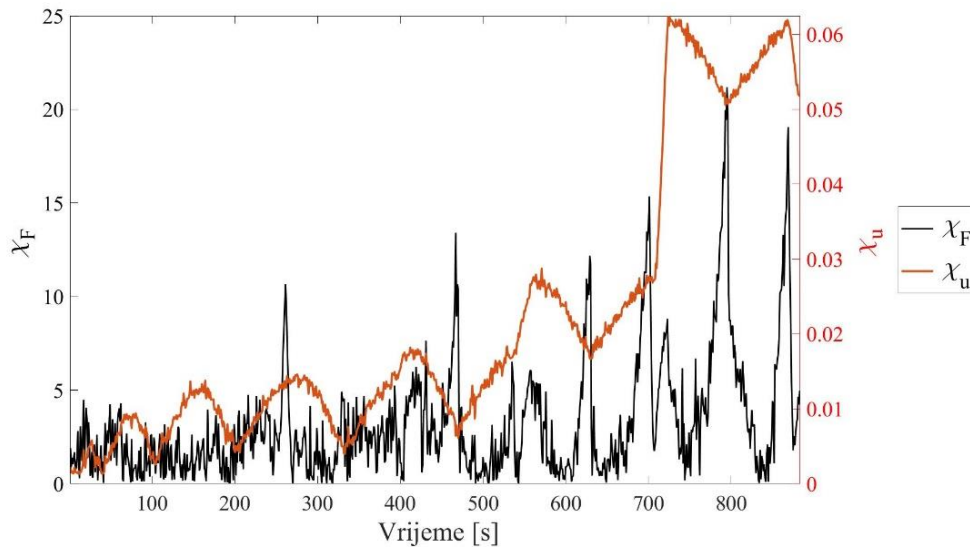


**Slika 48. Usporedba izmjenjenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Prema Slici 49. vidljivo je kako su vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  konvergirale već nakon druge iteracije.



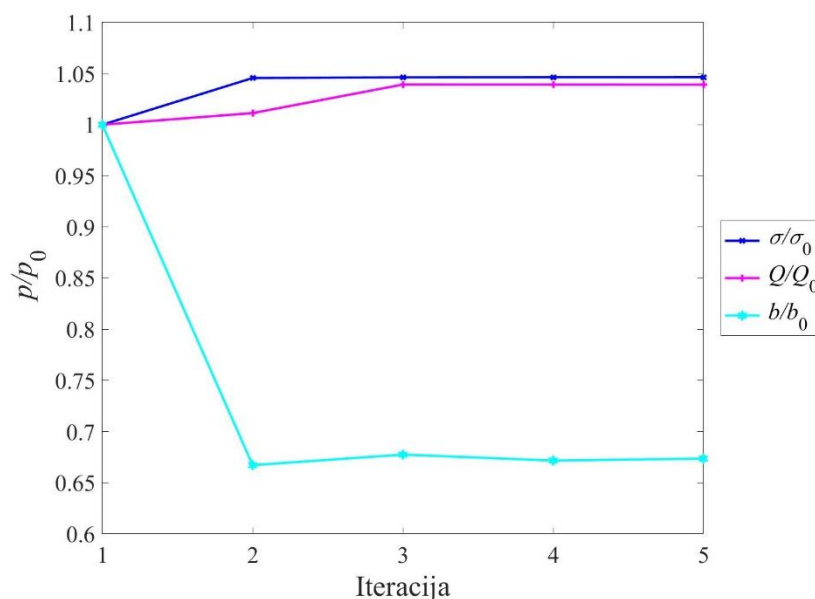
**Slika 49. Vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**



**Slika 50. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Na Slici 50. mogu se vidjeti vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$  za zadnju iteraciju. Uočljive su dvije pojave: povećanje vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  za određene točke i povećanje vrijednosti  $\chi_u$  nakon 700. slike. Ako se usporede mjesta u kojima je vidljiv rast reziduala sile sa Slikom 48. vidljivo je kako su to mjesta vršnih sila, za koje se prethodno zaključilo da su posljedica nepotpunog poklapanja podataka o izmjerenim silama i polju pomaka te će se zanemariti. Povećanje vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  nakon 700. slike pripisuje se pretpostavci da je došlo do lokalnih plastičnih zona i/ili oštećenja koje parametri očvršćenja ne mogu opisati, što će biti i pokazano.

Slika 51. prikazuje promjenu parametara po iteracijama. Vidljivo je kako su parametri konvergirali već u trećoj iteraciji, što je pokazatelj dobro zadanih početnih parametara.



**Slika 51. Prikaz promjene parametara izotropnog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

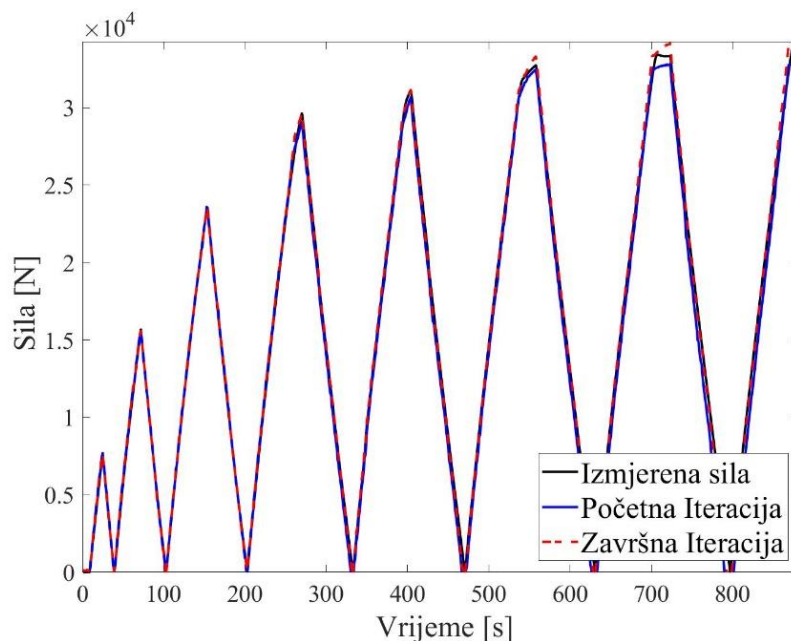
### 7.2.3. Identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja

Identifikacija parametara kinematičkog očvršćenja provela se za svih 880 slika. Kao početne vrijednosti parametara zadane su identificirane vrijednosti iz monotonog testa. Za identifikaciju parametara kinematičkog očvršćenja bilo je potrebno sedam iteracija. Tablica 9. prikazuje inicijalne i identificirane vrijednosti parametara. Primjećuje se kako su vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  za identifikaciju izotropnog i kinematičkog očvršćenja gotovo jednake.

**Tablica 9. Inicijalni i identificirani parametri kinematičkog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa**

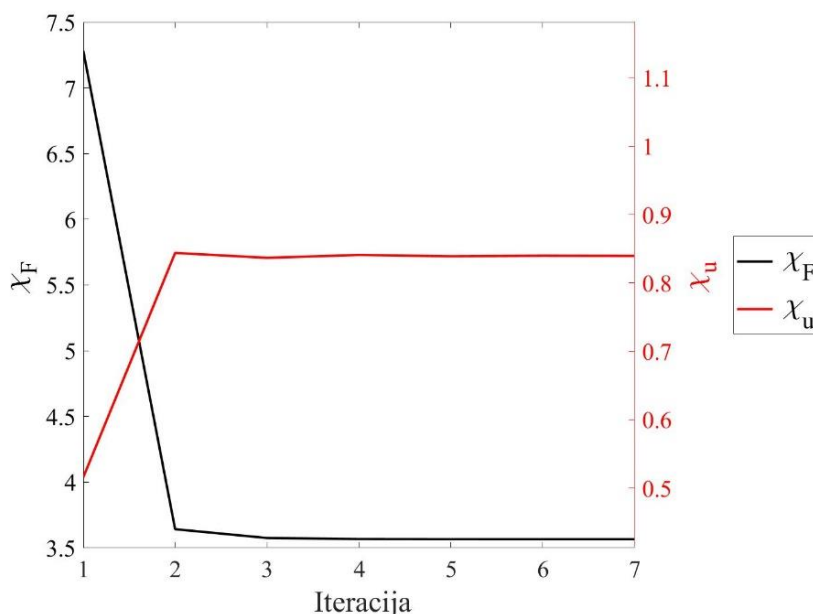
	$\sigma_T$ (MPa)	$C_I$ (MPa)	$\gamma$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1217	96225	358	0,5155	7,2833
Iteracija 7.	1273,56	67434,87	241,19	0,8395	3,5659

Poklapanje krivulja izmjerenih i izračunatih reaktivnih sila nije potpuno što se izražava na mjestima vršnih sila (Slika 52.)



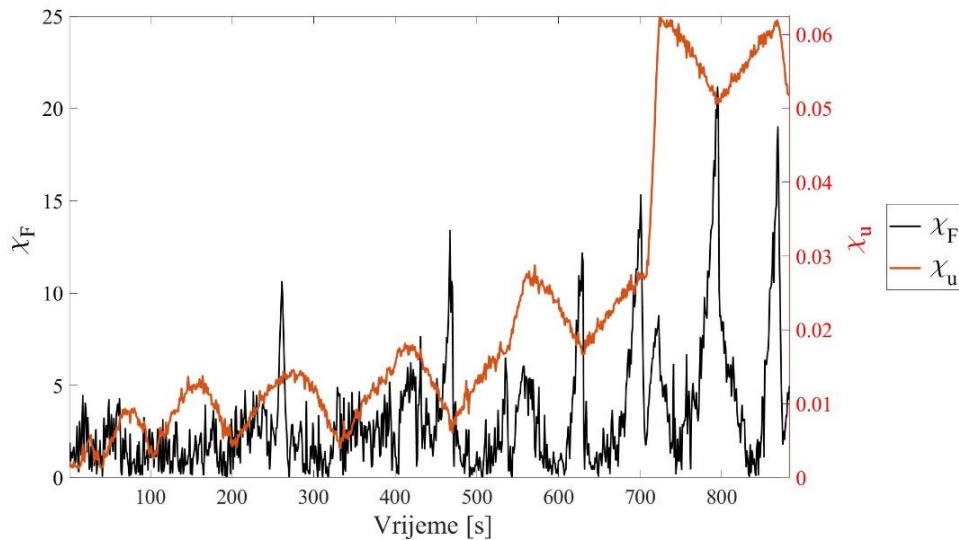
**Slika 52. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara izotropnog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Prema Slici 53. vidljiva je konvergencija vrijednosti oba funkcionala već nakon druge iteracije. Usporede li se slike 53. i 49. može se vidjeti kako su vrijednosti i konvergencija funkcionala gotovo iste kao i u slučaju identifikacije parametara izotropnog očvršćenja.



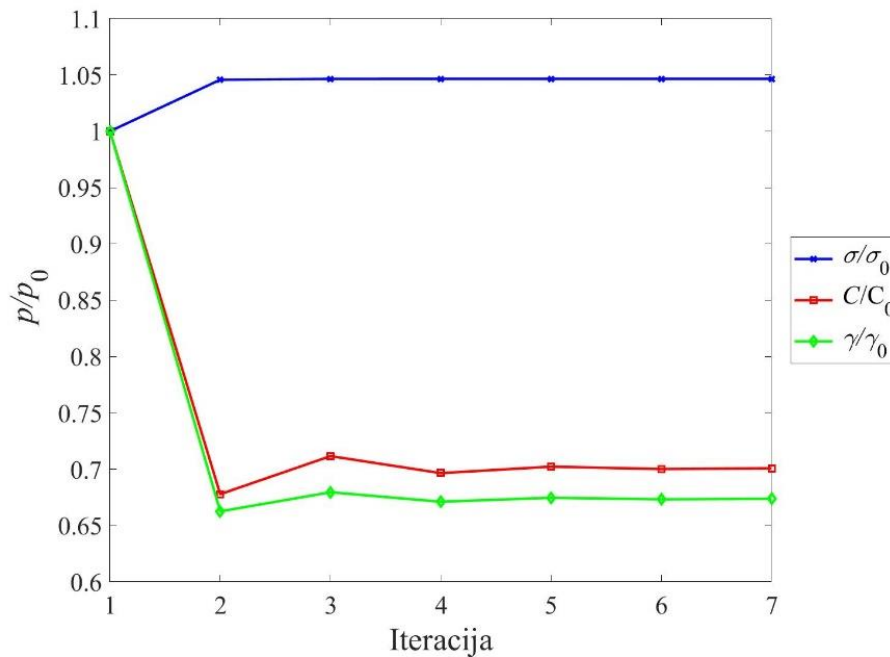
**Slika 53. Vrijednosti reziduala funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Sličnost vrijednosti i konvergencija funkcionala kod identifikacije izotropnog i kinematičkog očvršćenja vidljiva je usporedbom slika 50. i 54. Do porasta vrijednosti funkcionala  $\chi_F$  dolazi u istim točkama kao i kod izotropnog očvršćenja.



**Slika 54. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara kinematičkog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Promjena vrijednosti parametara kroz iteracije pokazana je na Slici 55. Vidljivo je kako parametri konvergiraju već nakon treće iteracije.

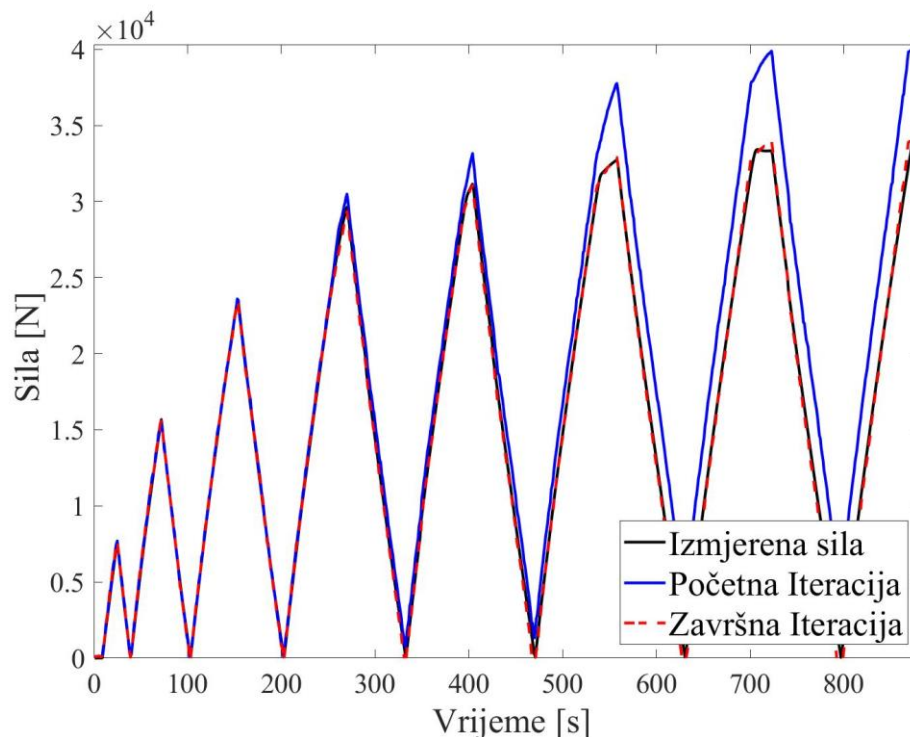


**Slika 55. Prikaz promjene parametara kinematičkog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**



#### 7.2.4. Identifikacija mješovitog očvršćenja

Identifikacija parametara mješovitog očvršćenja provedena je kroz 25 iteracija. Kao početne vrijednosti parametara zadane su vrijednosti identificirane u zasebnim slučajevima očvršćenja, izotropnim i kinematičkim. Iz Slike 56. vidljivo je gotovo potpuno preklapanje krivulja izmjerenih i izračunatih reaktivnih sila.

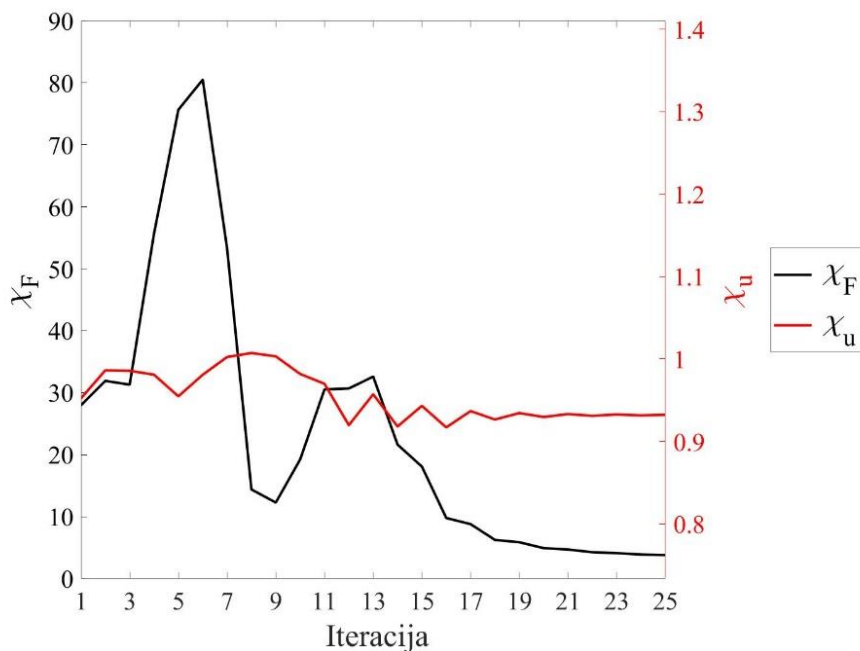


**Slika 56. Usporedba izmjerenih sila i sume reaktivnih sila izračunatih u prvoj i zadnjoj iteraciji za slučaj identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Identificirani parametri mješovitog očvršćenja prikazani su u Tablici 10. Vidljivo je kako su se parametri izotropnog očvršćenja u odnosu na parametre kinematičkog tek neznatno promijenili, što ukazuje na veću osjetljivost (tj. doprinos) kinematičkog očvršćenja kod cikličkog opterećenja.

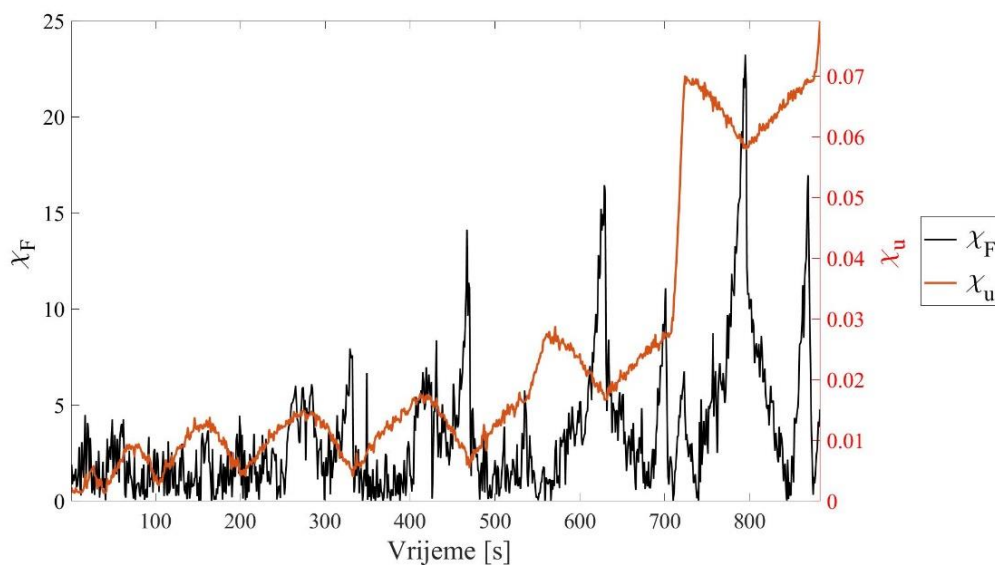
**Tablica 10. Inicijalni i identificirani parametri mješovitog očvršćenja za slučaj jednoosnog cikličkog testa**

	$\sigma_T$ (MPa)	$C_I$ (MPa)	$\gamma$	$Q_\infty$ (MPa)	$b$	$\chi_u$	$\chi_F$
Iteracija 1.	1273	67435	241	280	241	0,9523	27,9645
Iteracija 25.	1047,82	510888,06	1812,48	234,45	149,39	0,9324	3,7931



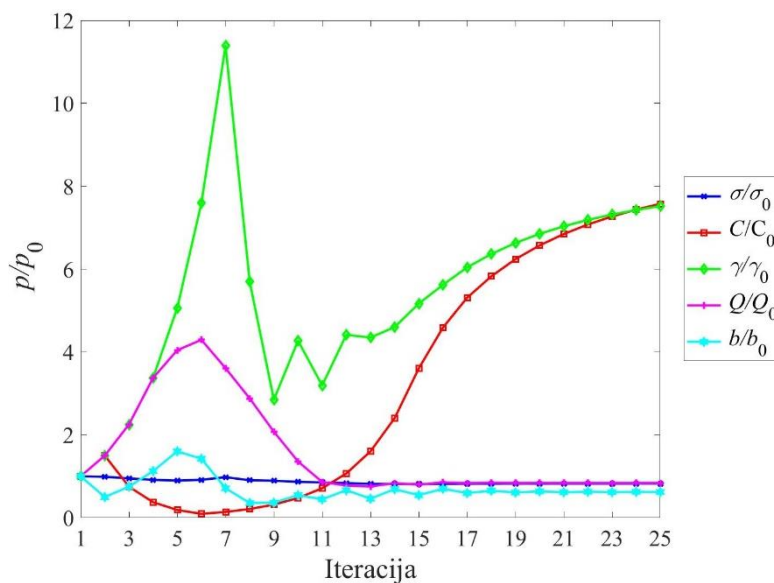
**Slika 57. Vrijednosti reziduala funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  po iteracijama identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Ako se usporede razlike funkcionala  $\chi_u$  kod identifikacije izotropnog, kinematičkog i mješovitog očvršćenja može se vidjeti kako su dijagrami gotovo identični. Time je pokazano kako je porast reziduala polja pomaka nakon slike 700. posljedica pojava oštećenja materijala za čije bi se opisivanje trebali uvesti dodatni modeli (npr. Lemaitreov model oštećenja).



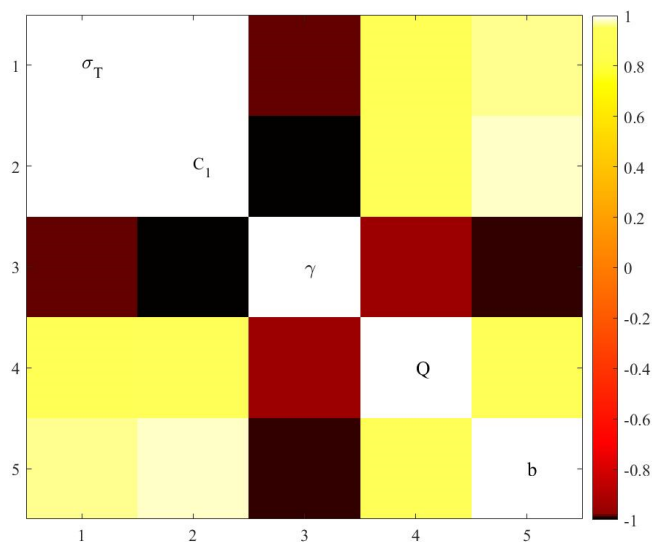
**Slika 58. Razlika funkcionala  $\chi_F$  i  $\chi_u$  u zadnjoj iteraciji identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Promjena parametara po iteracijama prikazana na Slici 59. pokazuje konvergenciju parametara nakon 20. iteracije.



**Slika 59. Prikaz promjene parametara mješovitog očvršćenja po iteracijama kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

Matrica korelacije prikazana na Slici 60. Pokazuje odnos među varijablama. Tako se može vidjeti da je parametar kinematičkog očvršćenja  $\gamma$  u antikorelaciji s ostalim parametrima. Takav odnos pokazala je i matrica korelacije za slučaj monotonog ispitivanja. Uočljiva je i potpuna korelacija granice tečenja  $\sigma_T$  i kinematičkog parametra  $C_I$ . Ostali parametri su u većoj ili manjoj međusobnoj korelaciji.



**Slika 60. Grafički prikaz matrice korelacije kod identifikacije parametara mješovitog očvršćenja kod jednoosnog cikličkog ispitivanja**

### 7.3. Diskusija

Identifikacija parametara materijala Hardox 450 provedena je na temelju podataka dobivenih iz dva ispitivanja: jednoosnog monotonog i jednoosnog cikličkog. Identificirali su se elastični parametri  $E$  i  $\nu$  te parametri mješovitog nelinearnog očvršćenja. Za svako ispitivanje provedena je identifikacija elastičnih parametara te parametara izotropnog, kinematičkog i mješovitog očvršćenja. Uočena ponašanja parametara u jednostavnijem režimu opterećivanja potvrdila su se i u cikličkom. Identifikacijom modula elastičnosti  $E$  utvrđeno je kako parametar ovisi isključivo o silama. Iz provedenih ispitivanja nije bilo moguće odrediti Poissonov koeficijent. Identifikacija Poissonovog koeficijenta provodi se u linearno elastičnom području kod kojih su izmjereni mali pomaci. Budući da su u tom području pomaci tek neznatno veći od standardne rezolucije pomaka, mehanički signal koji je zabilježen u polju pomaka ne daje dovoljnu osjetljivost da bi parametar mogao biti identificiran s odgovarajućim pouzdanošću. Iz tog razloga potrebno je provesti jednoosna ispitivanja na ispitnim uzorcima s kompleksnijom geometrijom (tj. geometrija s koncentracijom naprezanja).

Prilikom identifikacije izoliranog očvršćenja, samo izotropnog ili kinematičkog, parametri oba očvršćenja pokazala su gotovo isto ponašanje. Pri tome se misli na ovisnost o silama i polju pomaka koja je pokazana kroz vrijednosti funkcionala  $\chi_u$  i  $\chi_F$ . Parametri identificirani za monotoni test zadali su se kao inicijalne vrijednosti parametara kod identifikacije za slučaj cikličkog opterećivanja. Dva režima opterećenja dala su različite parametre mješovitog očvršćenja (Tablica 11).

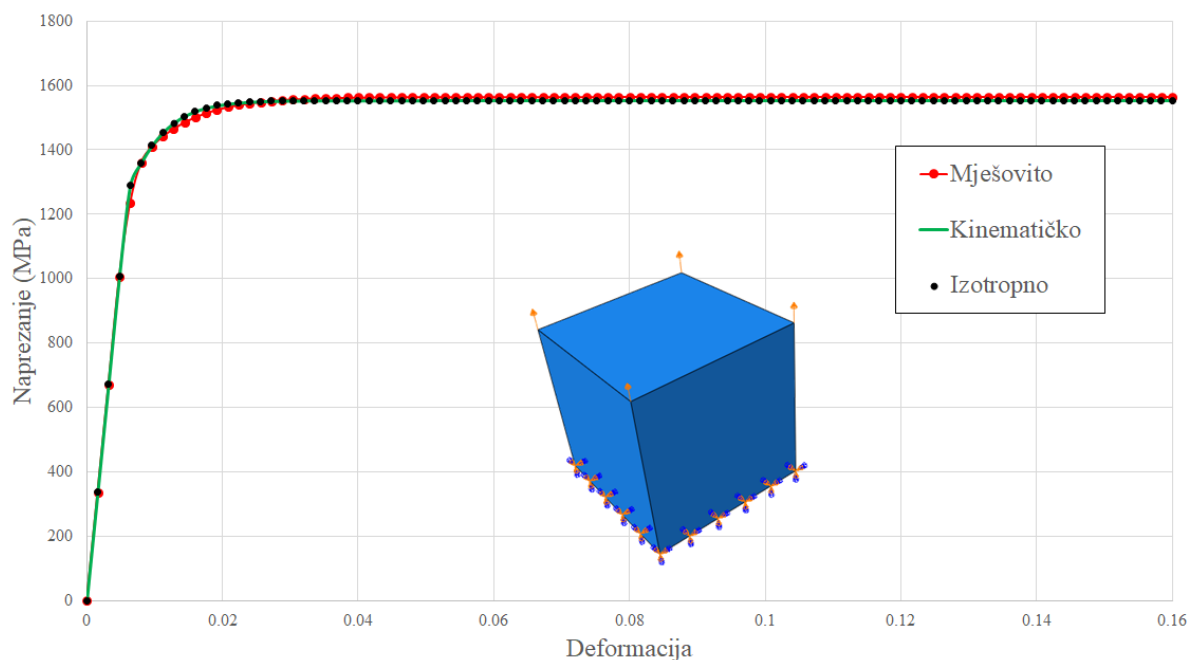
**Tablica 11. Identificirani parametri mješovitog očvršćenja**

Ispitivanje	$\sigma_T$ (MPa)	$C_I$ (MPa)	$\gamma$	$Q_\infty$ (MPa)	$b$	$\chi_u$	$\chi_F$
Monotono	1096,81	463590,05	2262,31	196,59	226,40	0,6408	0,8814
Cikličko	1047,82	510888,06	1812,48	234,45	149,39	0,9324	3,7931

Promatraju li se isključivo normalizirane vrijednosti reziduala polja pomaka i sile, iznosi su veći kod slučaja cikličkog opterećenja. Međutim potrebno je razumijeti kako se identifikacija u tom slučaju provodila na puno većem skupu podataka obzirom da je cikličko opterećenje složenije. Pokazano je kako je razlog većih reziduala polja pomaka u nastanku oštećenja koje parametri očvršćenja ne mogu opisati, a reziduala sila u nepotpunom poklapanju podataka o

izmjerenim silama i polju pomaka. Stoga će se kao referentni parametri za daljnu analizu u ovom diplomskom radu uzeti oni dobiveni iz cikličkog testa.

Provjera identificiranih parametara provela se na reprezentativnom volumnom elementu jediničnih dimenzija (1 x 1 x 1 mm). Pokazano je kako je najveća deformacija koja se javlja u materijalu prije loma jednaka  $\varepsilon = 0,16$ . Stoga se elementu na gornjoj plohi narinulo opterećenje u obliku pomaka u iznosu 0,16 mm. Zbog odabira jedničnih dimenzija vrijednosti pomaka i deformacija su iste. Analiza je provedena za parametre izotropnog, kinematičkog i mješovitog očvršćenja identificiranih u cikličkom testu.



**Slika 61. Dijagram naprezanja za tri vrste očvršćenja**

Na Slici 61. prikazane su krivulje naprezanja za sva tri slučaja očvršćenja. Može se uočiti kako su krivulje izotropnog i kinematičkog očvršćenja potpuno iste, a njihovo preklapanje s krivuljom mješovitog očvršćenja je gotovo potpuno. Razlika se vidi u području prijelaza iz elastičnog u plastično područje materijala. Potrebno je podsjetiti kako je upravo u tom području bila vršna vrijednost reziduala sile kod identifikacije parametara samostalnih očvršćenja za monotoni test (Slika 31. i Slika 36). Identifikacijom parametara mješovitog očvršćenja razlika reziduala u toj točki iščezava (Slika 41). Kako bi se egzaktnije opisalo očvršćenje materijala potrebno je provesti ispitivanja s kompleksnijim režimom opterećenja kako bi se dobilo više podataka o polju pomaka i silama.

## 8. NUMERIČKA ANALIZA VLAČNE MOTKE

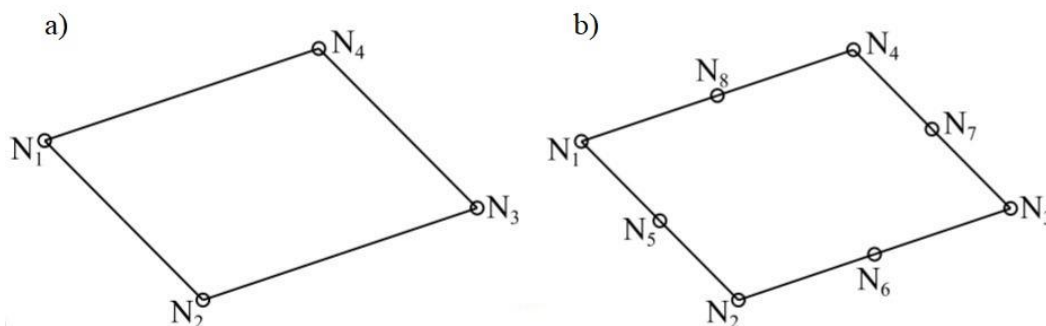
Numerička analiza provedena je u programskom paketu *Abaqus*. Vlačna motka numerički je analizirana u dva režima rada koji uključuju tlačenje namota te podizanje aktivnog dijela transformatora. U sklopu diplomskog rada provedene su 2D numeričke analize vlačne motke tijekom eksploatacijskih uvjeta.

Model vlačne motke i ostalih dijelova sklopa modelirani su u *Abaqus/CAE* paketu, a simulacije radnih uvjeta motke provedene su u *Abaqus/Standard* paketu u kojem je moguća analiza linearnih i nelinearnih problema.

### 8.1. Opis korištenih konačnih elemenata

U sklopu numeričkih simulacija koje su provedene u ovom diplomskom radu korišteni su 2D četverokutni ljuskasti elementi. Ljuskasti konačni elementi imaju šest stupnjeva slobode, što znači da mogu opisati translacije i rotacije [23]. Ljuskasti četverokutni konačni elementi I. reda imaju četiri čvora, jedan u svakom vrhu elementa, dok elementi II. reda imaju osam čvorova, u vrhovima elementa i na sredini svake stranice (Slika 62).

Prilikom odabira konačnog elementa u programskom paketu *Abaqus* moguće je izabrati elemente s ili bez reducirane integracije. Razlika između tih dvaju elemenata je u broju integracijskih točaka. Kod elemenata s reduciranom integracijom postoji samo jedna točka integracije i to u sredini elementa, dok elementi bez redukcije imaju četiri točke integracije.



Slika 62. Ljuskasti četverokutni konačni elementi: a) I. reda i b) II. reda [24]

### 8.2. Principi kontaktne mehanike u Abaqusu

Kontaktna mehanika razvija se s ciljem što boljeg poznavanja raspodjele kontaktnog pritiska na površini preko koje se ostvaruje kontakt i prenosi opterećenje. Osim toga zadatak joj je pouzdano opisati polja naprezanja i deformacija koje kontaktni pritisci uzrokuju između tijela

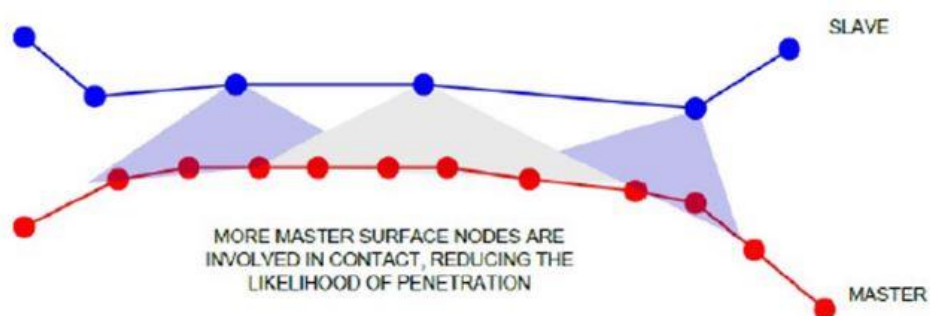
u zahvatu. Kontaktna naprezanja su uglavnom lokalizirana, ali mogu doseći vrlo visoke vrijednosti što za posljedicu ima oštećenje mikrostrukture materijala i samim time smanjuju nosivost, funkcionalnost i trajnost konstrukcija [23].

Vrste kontakta mogu se podijeliti u četiri skupine:

- nekonformni kontakt,
- konformni kontakt,
- kontakt bez trenja i
- kontakt s trenjem.

U ovom potpoglavlju biti će se opisan samo na kontakt s trenjem budući da je u realnosti kod gotovo svakog kontakta dvaju tijela prisutno trenje. Kontakt s trenjem podrazumijeva klizanje u točkama dodira koje je suprotno sili trenja koja djeluje na tangencijalnom pravcu kontaktne površine. Kod numeričkog modeliranja kontakta trenja uobičajene su dvije metode: penalty metoda i metoda Lagrangeovih multiplikatora. U ovom radu koristila se penalty metoda, čiji je glavni princip uvođenje virtualne opruge između kontaktnih površina čime se sprječava prodiranje ploha u kontaktu.

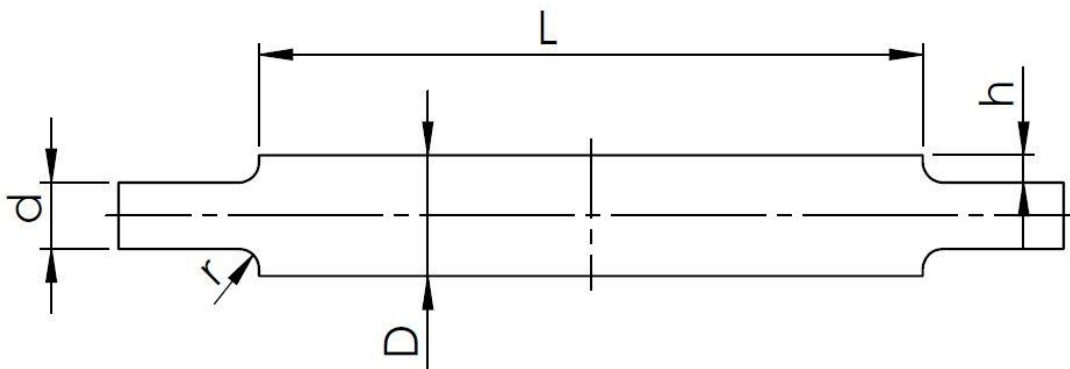
U programskom paketu Abaqus kontakt se definira opcijom *node-to-surface* ili *surface-to-surface*. U sklopu ovog diplomskog koristio se *surface-to-surface* kontakt. Opcijom *surface-to-surface* definira se *slave* čvor i veći broj dijelova *master* plohe oko njega. Udaljenost otvaranja/prodora mjeri se duž normalne na *slave* plohu, a tangencijalni pomak (klizanje) se mjeri okomito na normalu *slave* čvora. [26]



Slika 63. *Surface-to-Surface* diskretizacija kontakta [26]

### 8.3. Verifikacija konačnih elemenata

Potrebno je provjeriti učinkovitost konačnih elemenata koji će se koristiti u numeričkoj analizi. Verifikacija je provedena usporedbom numerički dobivenih rezultata i analitičkih proračuna iz referentne literature. Cilj verifikacije je potvrditi prikladnost konačnih elemenata za opisivanje problema. Provedena je verifikacija konačnih elemenata kroz provjeru koncentracije naprezanja u radijusima zaobljenja.



Slika 64. Proračunski model verifikacijskog uzorka

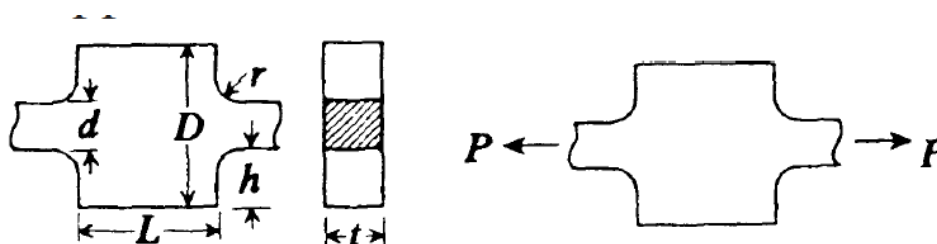
Slika 64. prikazuje proračunski model verifikacijskog uzorka za koji će se provesti analitički i numerički proračun. Parametri modela prema kojima je dimenzioniran uzorak prikazani su u Tablici 12.

Tablica 12. Parametri verifikacijskog uzorka

$D$ (mm)	$h$ (mm)	$t$ (mm)	$L$ (mm)	$r$ (mm)	$d$ (mm)	$E$ (GPa)	$\nu$ (-)	$F$ (N)
60	13,5	1	330	10	33	200	0,3	1000

#### 8.3.1. Analitičko rješenje prema Pilkey-u i Peterson-u

Prema Pilkey-u [28] i Peterson-u [27] analitičko rješenje zadanog problema je identično.



Slika 65. Prikaz uzorka s radijusom zaobljenja [28]



Potrebno je izračunati faktor koncentracije naprezanja u radijusu prema jednadžbi:

$$K_t = C_1 + C_2 \left(\frac{2t}{H}\right) + C_3 \left(\frac{2t}{H}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2t}{H}\right)^3, \quad (8.1)$$

Koeficijenti  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  i  $C_4$  za odnos  $0,1 \leq h/r \leq 2,0$  iznose:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1,006 + 1,008\sqrt{h/r} - 0,044 \cdot h/r = 2,1178, \\ C_2 &= -0,115 - 0,584\sqrt{h/r} + 0,315 \cdot h/r = -0,3683, \\ C_3 &= 0,245 - 1,006\sqrt{h/r} - 0,257 \cdot h/r = -1,2708, \\ C_4 &= -0,135 + 0,582\sqrt{h/r} - 0,017 \cdot h/r = 0,5183. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Izračunavanjem faktora koncentracije prema izrazu (8.1) dobije se iznos:

$$K_t = 1,742. \quad (8.3)$$

Nominalno naprezanje za  $P = F$  iznosi:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{t \cdot d} = \frac{1000}{1 \cdot 33} = 30,303 \text{ MPa}. \quad (8.4)$$

Maksimalno naprezanje u radijusu zaobljenja iznosi:

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} = 52,788 \text{ MPa}. \quad (8.5)$$

### 8.3.2. Analitičko rješenje prema Roark-u

Roark [29] predlaže nešto drukčije koeficijente za izračun faktora koncentracije naprezanja. Prema Roark-u faktor koncentracije naprezanja  $K_t$  računa se prema identičnom izrazu kao i prema Pilkey-u i Peterson-u:

$$K_t = C_1 + C_2 \left(\frac{2h}{D}\right) + C_3 \left(\frac{2h}{D}\right)^2 + C_4 \left(\frac{2h}{D}\right)^3, \quad (8.6)$$

Koeficijenti  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  i  $C_4$  za odnos  $0,1 \leq h/r \leq 2,0$  iznose:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1,007 + 1,000\sqrt{h/r} - 0,031 \cdot h/r = 2,127, \\ C_2 &= -0,114 - 0,585\sqrt{h/r} + 0,314 \cdot h/r = -0,3698, \\ C_3 &= 0,241 - 0,992\sqrt{h/r} - 0,271 \cdot h/r = -1,2775, \\ C_4 &= -0,134 + 0,577\sqrt{h/r} - 0,012 \cdot h/r = 0,5202. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Izračunavanjem faktora koncentracije prema izrazu (8.1) dobije se iznos:

$$K_t = 1,749. \quad (8.8)$$

Nominalno naprezanje za  $P=F$  iznosi:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{t \cdot d} = \frac{1000}{1 \cdot 33} = 30,303 \text{ MPa}. \quad (8.9)$$

Maksimalno naprezanje u radijusu zaobljenja iznosi:

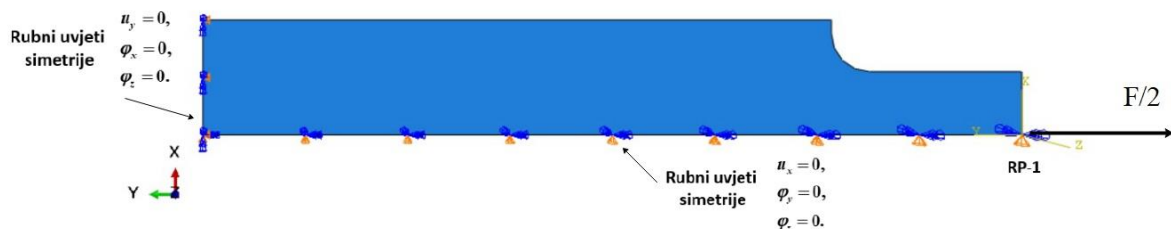
$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} = 53,01 \text{ MPa}. \quad (8.10)$$

Vidljivo je kao Peterson, Pilkey i Roark daju praktički iste iznose faktora koncentracije naprezanja.

### 8.3.3. Numeričko rješenje

Numerička analiza provedena je na jednoj četvrtini uzorka obzirom da je geometrija i opterećenje dvostruko simetrično. Parametri materijala modela zadani su prema vrijednostima iz Tablice 12.

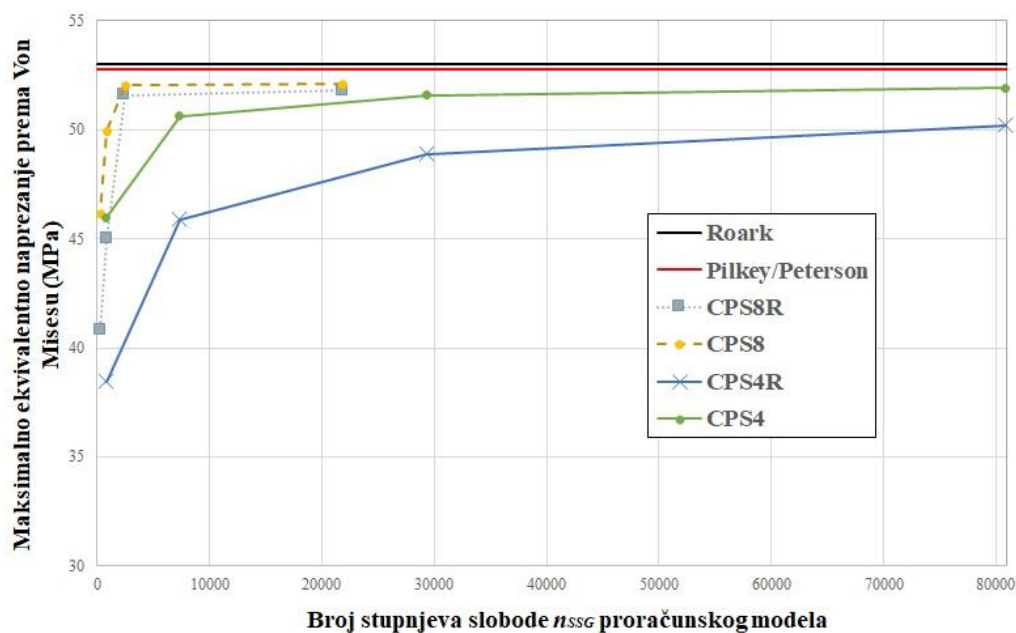
Na Slici 66. prikazani su rubni uvjeti i opterećenje proračunskog modela. Rubni uvjeti simetrije dodjeljeni su na lijevom i donjem rubu uzorka.



**Slika 66. Opterećenje i rubni uvjeti verifikacijskog uzorka**

Na lijevom rubu uzorka onemogućen je pomak u smjeru osi  $y$  te rotacija oko osi  $x$  i  $z$ . Na donjem rubu uzorka onemogućeni su pomaci u smjeru osi  $x$  i rotacije oko  $y$  i  $z$  osi. Sila je dodjeljena referentnoj točki RP-1 koja je kinematički povezana opcijom *coupling* s cijelim rubom. Zbog uvjeta simetrije, narinuta je polovina ukupne sile,  $F/2$ .

Verificirati će se četverokutni elementi za ravninsko stanje naprezanja prvog (CPS4) i drugog reda (CPS8), s i bez reducirane integracije.



**Slika 67. Konvergencija maksimalnog naprezanja uzorka**

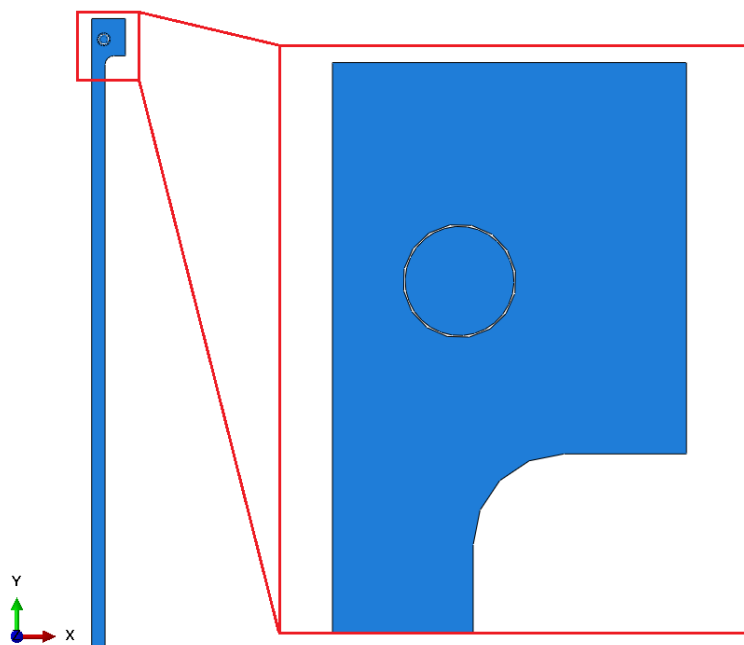
Iz Slike 67. vidljivo je kako svi korišteni konačni elementi daju zadovoljavajuće rezultate. Može se uočiti kako elementi drugog reda CPS8R i CPS8 daju točnije rezultate u odnosu na one prvog reda. Roark i Peterson daju gotove iste vrijednosti najvećih naprezanja, a relativna greška elementa drugog reda iznosi 1,9%. Četverokutni ljuskasti elementi drugog reda daju puno bolje rezultate i za puno manji broj čvorova, što ih čini učinkovitijima, stoga su oni korišteni u daljnjim analizama

#### 8.4. Analiza vlačne motke za slučaj tlačenja namota

Tlačenje namota jezgre preko vlačne motke vrši se svornjacima hidrauličkih preša koji se umeću u prolazne rupe motke. Tijekom tlačenja namota, motka je vlačno opterećena. Tlačenje namota dimenzionira se preko naprezanja u vratu motke. U tom slučaju pomak svornjaka tada iznosi u rasponu od 10 – 15 mm.

Na Slici 68. prikazana je geometrija modela. Razlika promjera prolazne rupe motke i svornjaka jednaka je 1 mm. Budući da je vlačna motka pod intelektualnim vlasništvom tvrtke Končar - Energetski transformatori, dimenzije vlačne motke neće biti definirane u ovom radu. Kao što je prezentirano na Slici 68. može se vidjeti kako je modelirana četvrtina motke. Iz tog razloga korišteni su uvjeti čime je omogućeno da analiza istog problema bude provedena s gušćom mrežom konačnih elemenata, ali i kraćim trajanjem računanja. U stvarnosti vlačna motka nije dva puta simetrična tj. nije simetrična po osi y jer na donjem

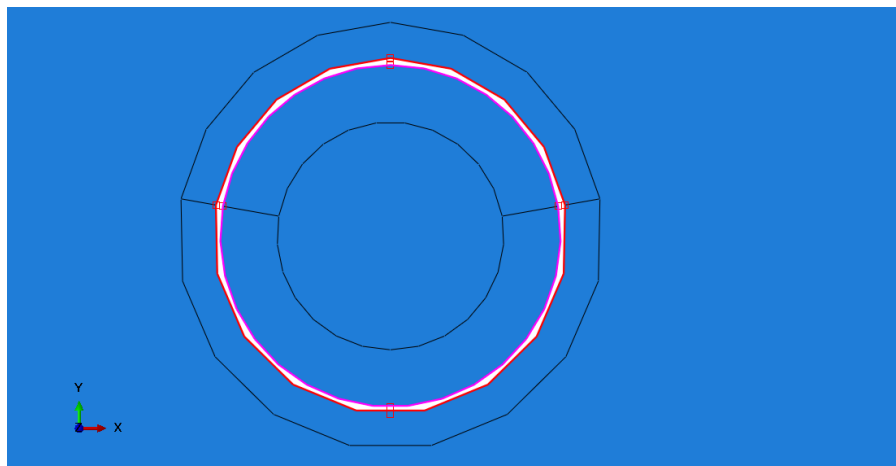
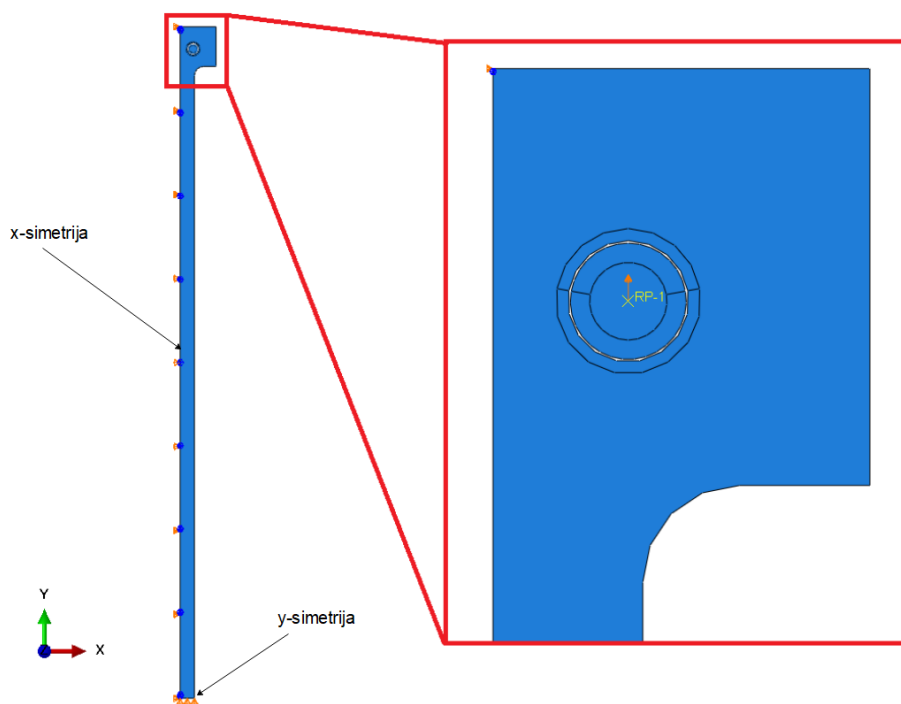
čekiću nema provrt. To ne predstavlja grešku u ovoj analizi budući da su provrti u geometriji tijela koncentraciji naprezanja. Iz tog razloga će u realnosti u donjem čekiću motke biti manja naprezanja koja neće biti kritična tijekom rada.



**Slika 68. Model vlačne motke**

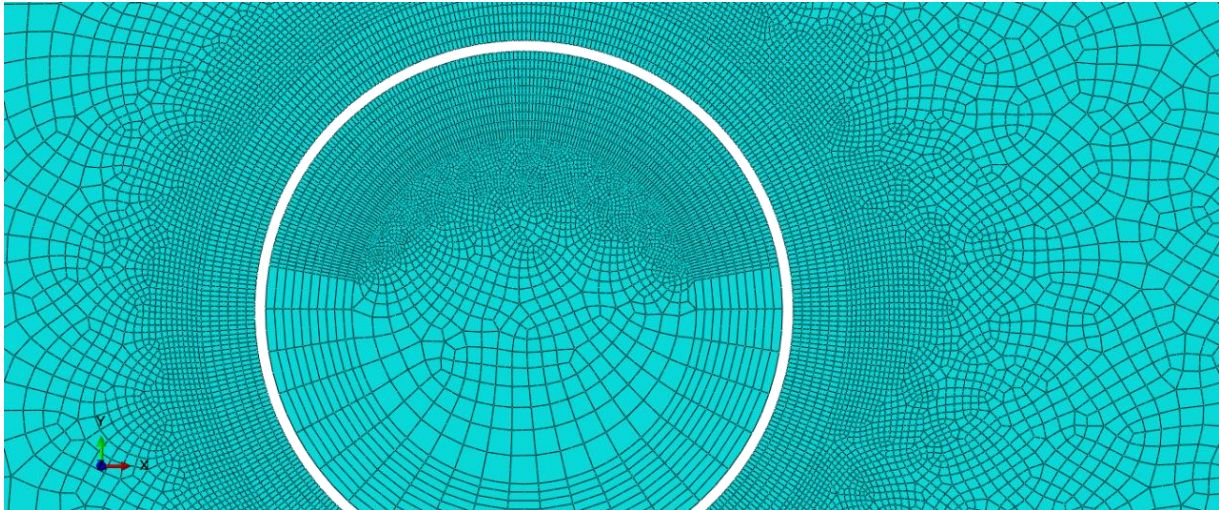
Materijal koji je zadan motki i svornjaku je Hardox 450. Materijal je definiran elastoplastičnim parameterima koji su identificirani cikličim jednoosnim testom (Tablica 10.). Za definiranje kontakta između motke i svornjaka odabran je *Surface to Surface* kontakt. Kao *master surface* (crveno) odabran je provrt motke, a kao *slave surface* (ljubičasto) odabran je svornjak kako je prikazano na Slici 69. Svojstva kontakta definirana su opcijom *Geometric Properties* u kojem je zadana debljina uzorka u iznosu od 15 mm i *Tangential behavior* uz *Penalty* formulaciju trenja čiji je faktor zadan u vrijednosti 0,1.

Iako se u stvarnosti motka navlači samo preko gornjeg čekića dok je donji nepomičan, stanje naprezanja u motci koje će se pojaviti u motki ekvivalentno je za slučaj kada je 50% nazivnog opterećenja narinuto na oba čekića. Opterećenje motke je zadano u obliku pomaka svornjaka u iznosu 6,5 mm u smjeru osi y (što čini 50% ukupnog pomaka u stvarnim uvjetima). Pomak svornjaka zadan je na referentnu točku RP-1 u središtu svornjaka koja je opcijom *coupling* povezana s cijelim svornjakom. Na lijevom i donjem rubu motke zadani su uvjeti simetrije. Rubni uvjeti i opterećenje prikazani su na Slici 70.

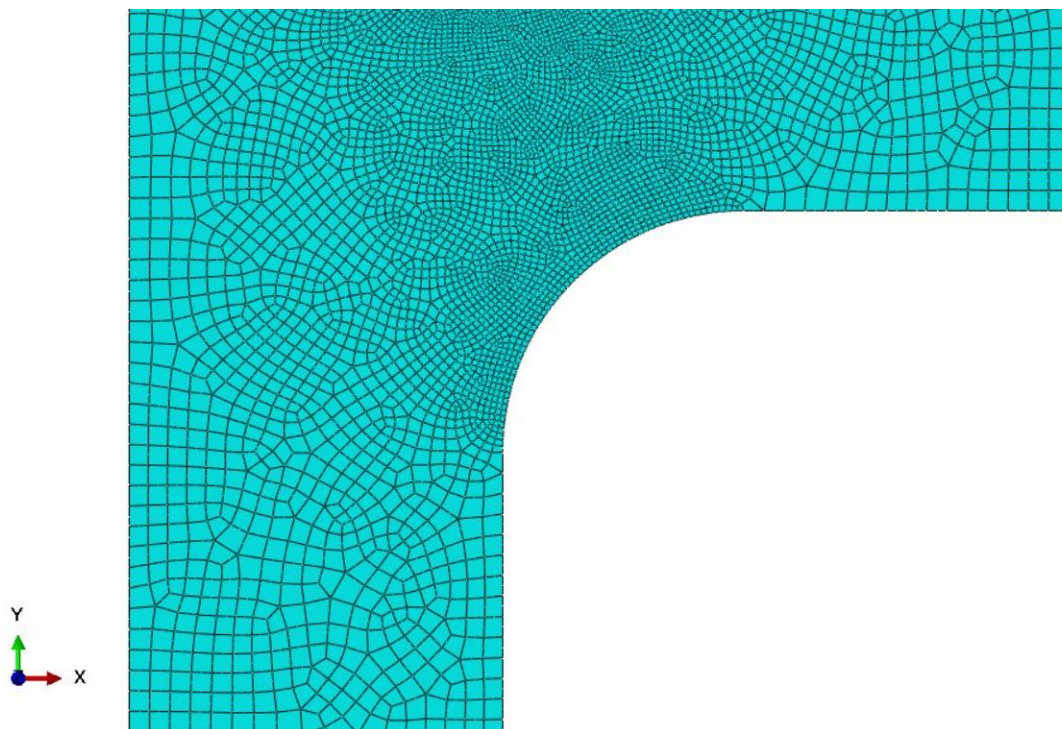
Slika 69. Prikaz *master – slave* površine

Slika 70. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja

Geometrija motke i svornjaka je particionirana kako bi se generirala strukturirana mreža oko mjesta kontakta s ciljem dobivanja što točnijih rezultata. Mreža konačnih elemenata progušćena je na mjestu kontakta motke i svornjaka, po cijelom provrtu i radijusu zaobljenja na motki s pretpostavkom da će se na tim područjima pojaviti najveća naprezanja i deformacije. Veličina elemenata u tim područjima jednaka je 0,2 mm, dok su ostali elementi veličine 1,7 mm. Za numeričku analizu korišteni su četverokutni ljuskasti elementi drugog reda CPS8R. Generirana je mreža od 39593 elementa s 121208 čvorova. Detalj generirane mreže oko provrta prikazan je na Slici 71., a u području radijusa zaobljena na Slici 72.



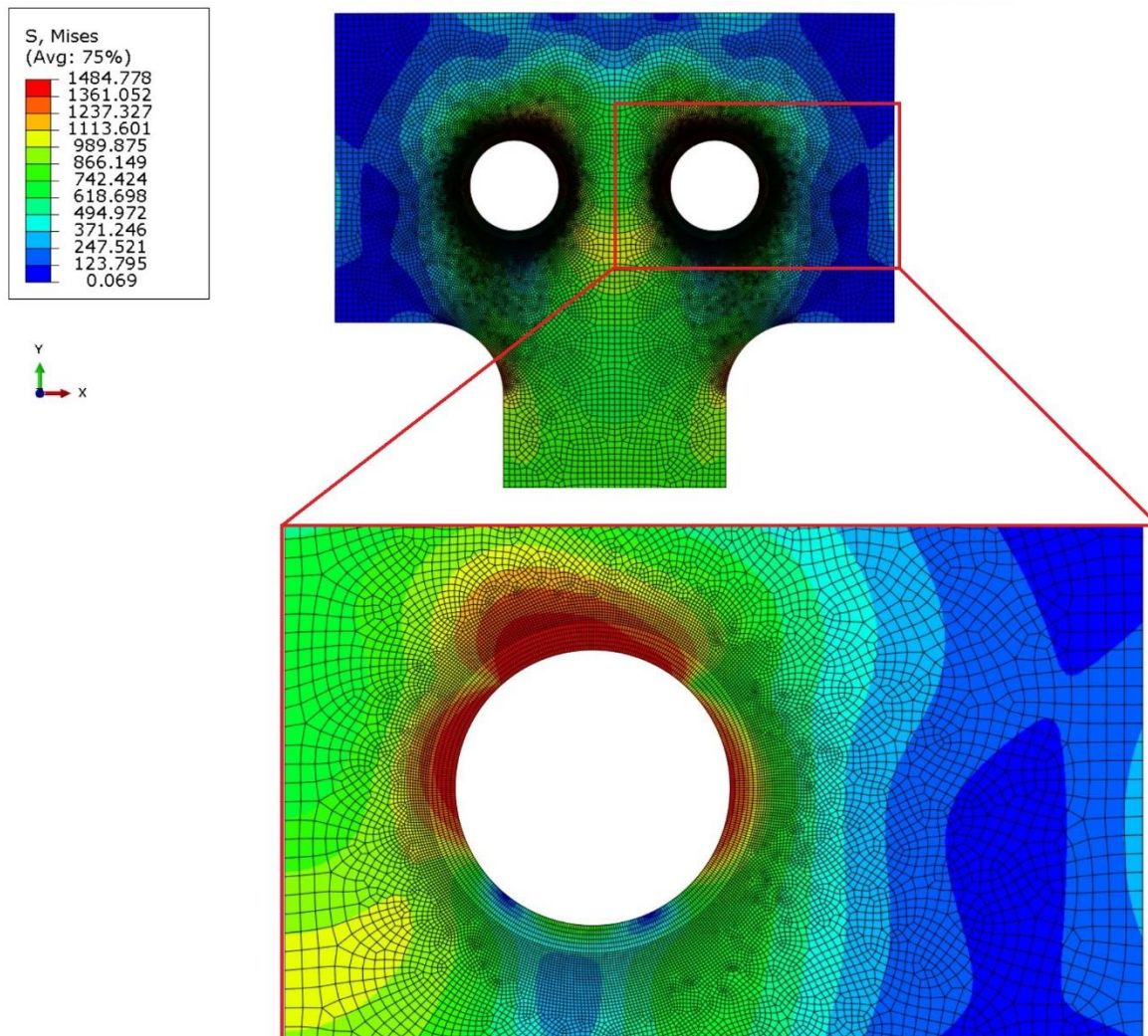
**Slika 71. Detalj mreže konačnih elemenata na otvoru motke i svornjaku**



**Slika 72. Detalj mreže konačnih elemenata u području radijusa zaobljenja**

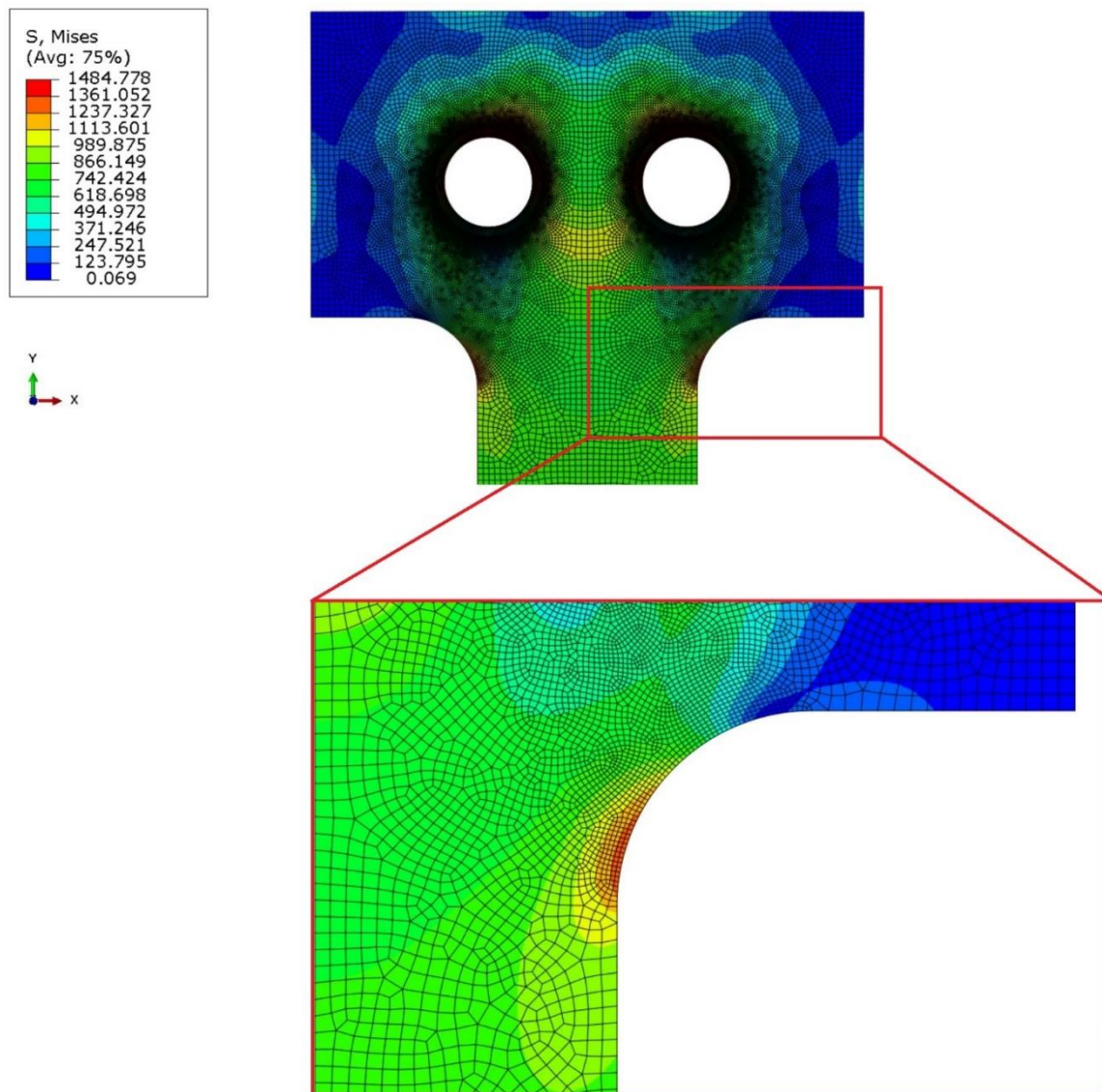
Kao što je prethodno napomenuto promatrati će se radijus zaobljenja i provrt motke kao područja u kojima se predviđaju kritična naprezanja. Na Slici 73. prikazana je raspodjela naprezanja prema Von Misesu u području provrta. Iz prezentiranih rezultata može se vidjeti kako se najveća naprezanja javljaju na gornjem dijelu provrta gdje je motka bila u kontaktu

sa svornjakom. Bilo je za očekivati da će se upravo u tom području javiti najveća naprežanja s obzirom da se preko veze svornjak – provrt motke vrši opterećenje.



**Slika 73. Raspodjela naprežanja prema Von Misesu (MPa) u području provrta za slučaj tlačnja namota**

Na Slici 74. prikazana je raspodjela naprežanja prema Von Misesu u području radijusa zaobljenja. Vidljivo je kako se upravo na radijusu pojavljuje lokalna koncentracija naprežanja. Prosječna vrijednost naprežanja u tom području (crveno i narančasto područje na slici) iznosi 1170 MPa. Potrebno je napomenuti kako je naprežanje duž vrata motke jednoliko s prosječnom vrijednošću od 850 MPa.

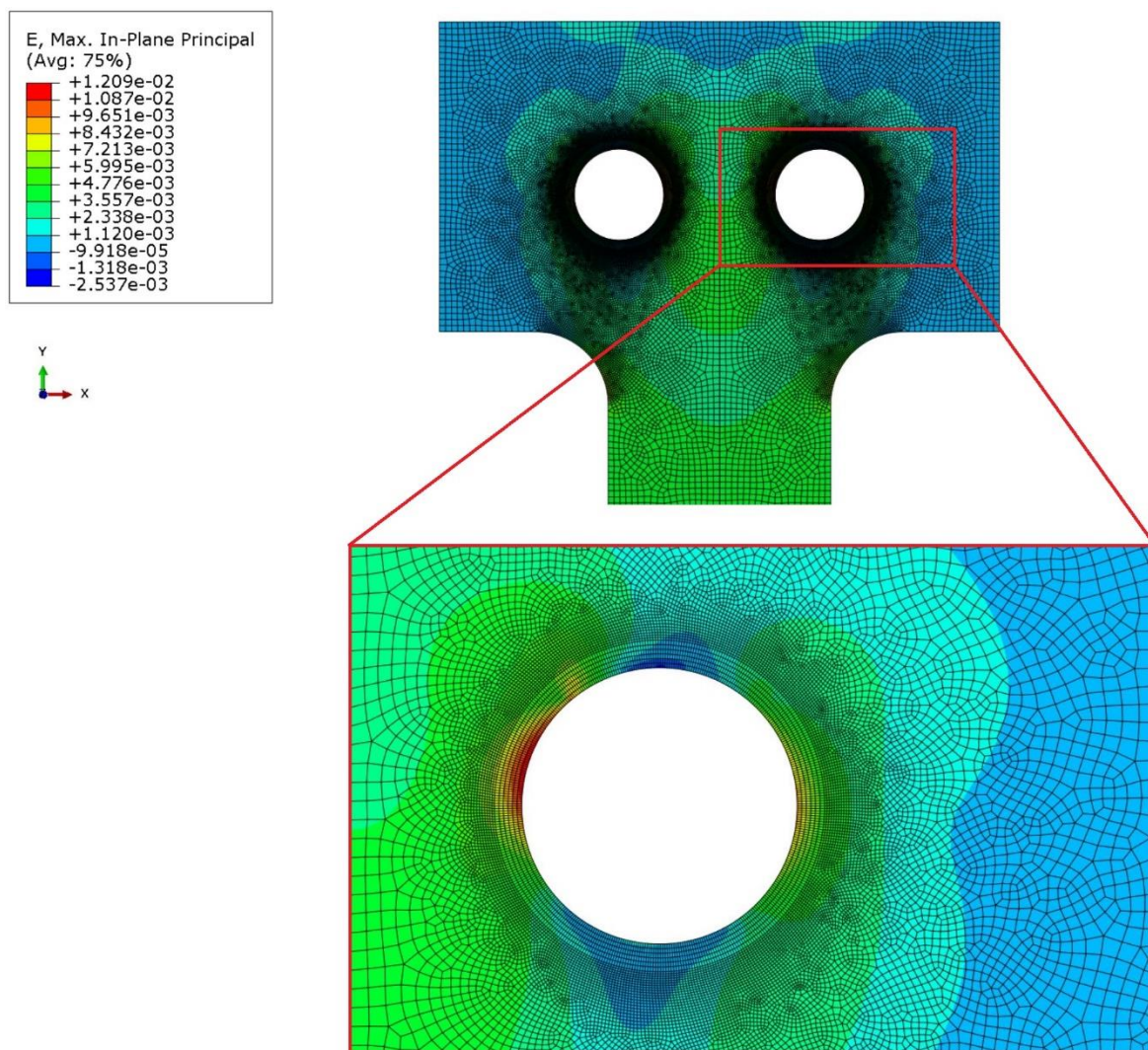


**Slika 74. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja za slučaj tlačjenja namota**

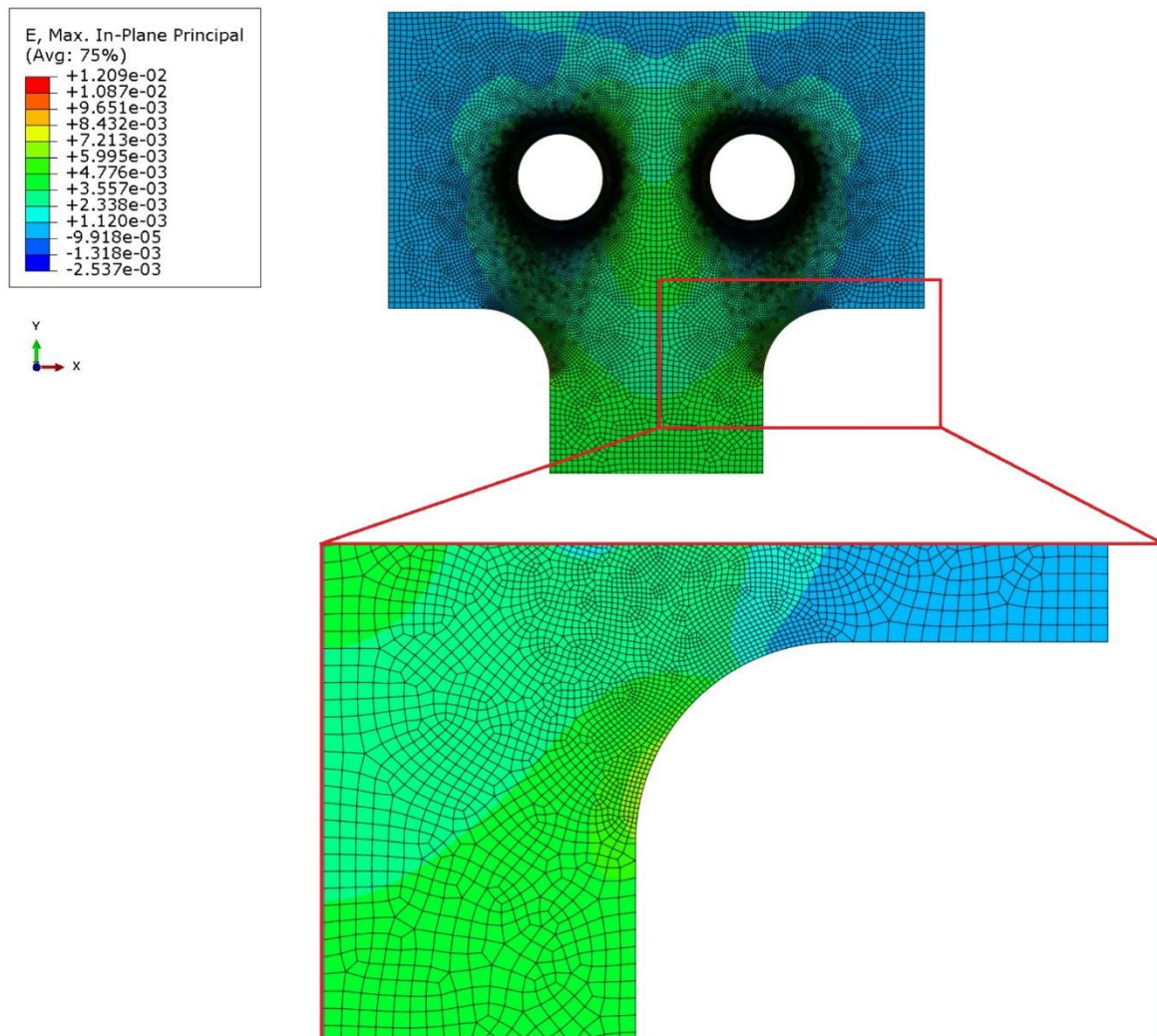
Na Slici 75. prikazana je raspodjela ukupnih deformacija u području provrta motke. Može se vidjeti kako su najveće deformacije lokalizirane uz sam rub provrta, gdje maksimalna vrijednost deformacije u čvoru elementa iznosi 1,21%.

Slika 76. prikazuje raspodjelu ukupnih deformacija u području radijusa zaobljenja. Može se uočiti kako u tom području nema kritičnih lokalnih deformacija, što je bilo i za očekivati obzirom da su se najveća naprezanja pojavila oko provrta motke.



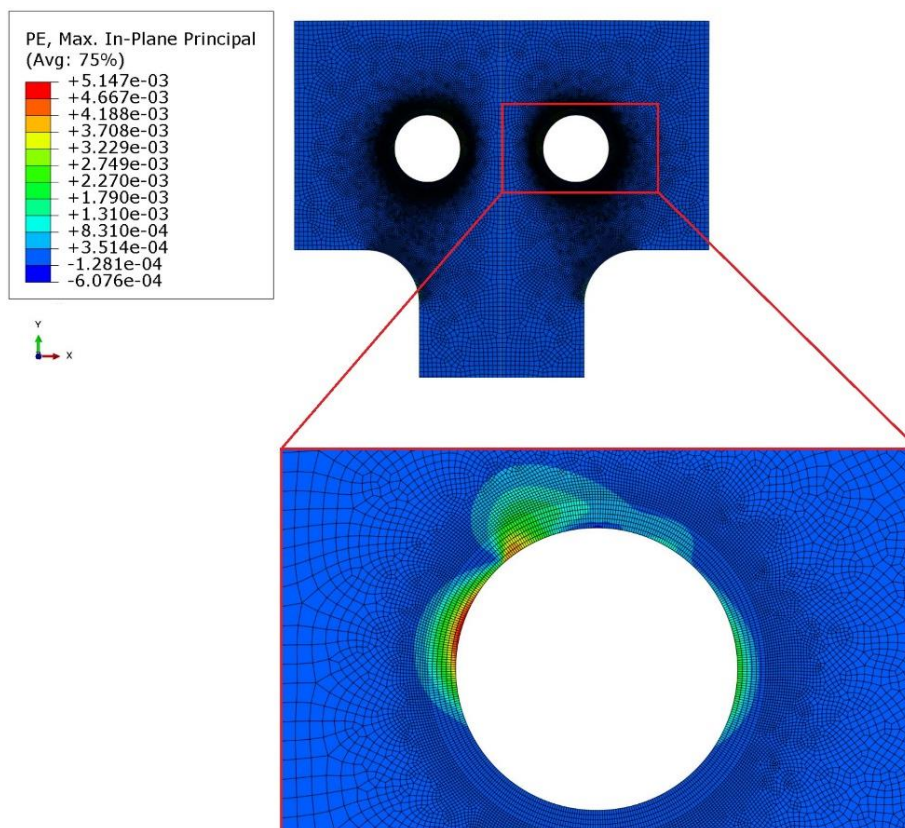


Slika 75. Raspodjela ukupnih deformacija za slučaj tlačenja namota u području provrta motke

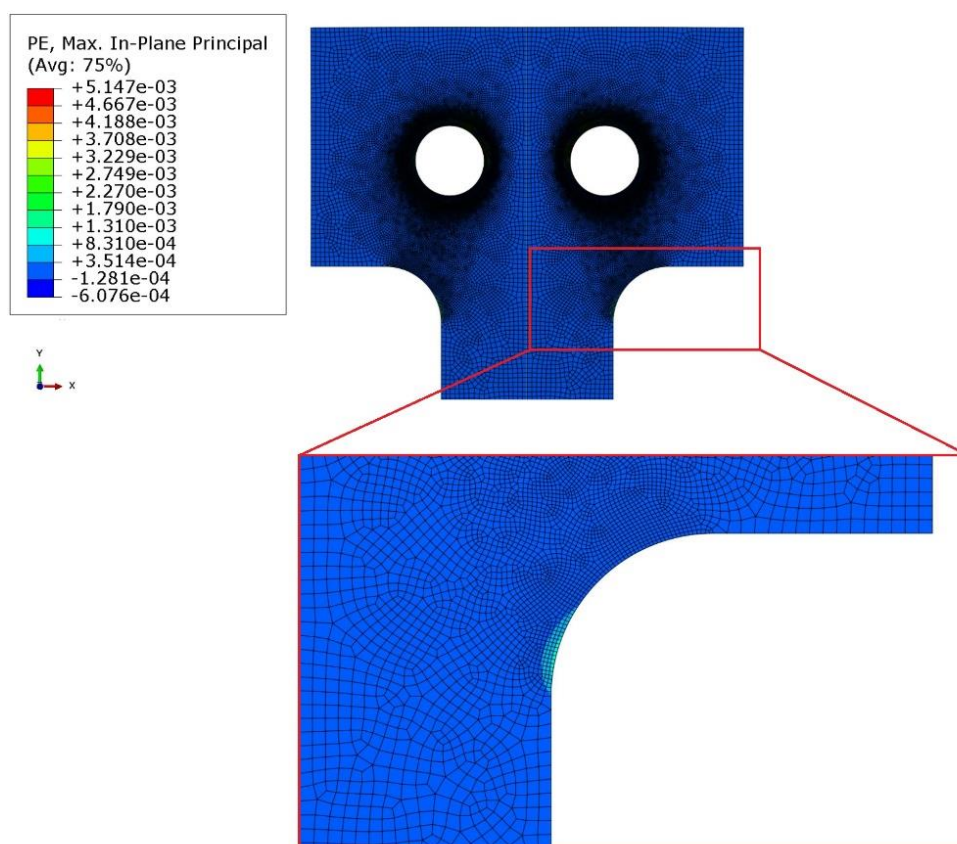


**Slika 76. Raspodjela ukupnih deformacija za slučaj tlačenja namota u području radijus zaobljena**

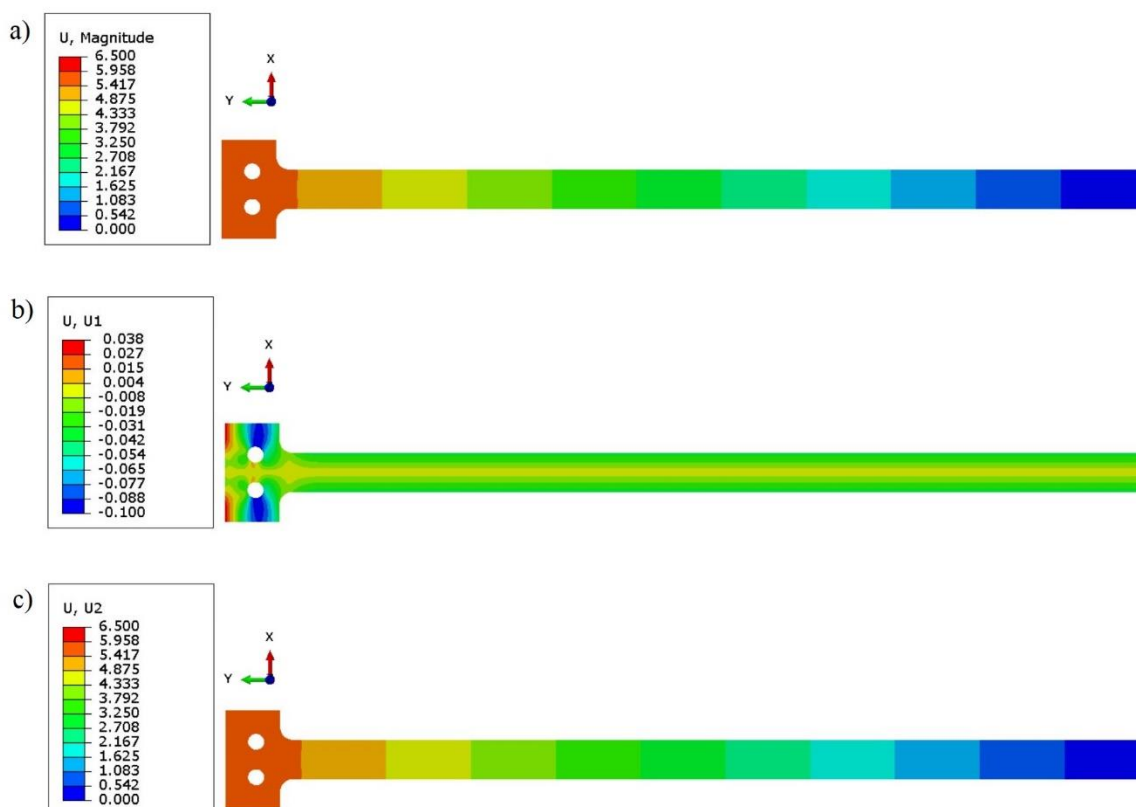
Kako je pokazano analizom, na lokalnim područjima došlo je do značajnijih deformacija, stoga je potrebno je proučiti i plastične deformacije, koje su prikazane na Slikama 77 i 78. Slika 77. prikazuje raspodjelu plastičnih deformacija u području provrta, može se vidjeti kako najveća vrijednost plastičnih deformacija iznosi 0,5% u čvoru elementa. Sa Slike 78. može se vidjeti kako nema značajnih plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja gdje najveća vrijednost plastičnih deformacija iznosi 0,1%, a prosječna vrijednost plastičnih deformacija u tom području jednaka je 0,05%.



Slika 77. Raspodjela plastičnih deformacija u području provrta za slučaj tlačenja namota



Slika 78. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja za slučaj tlačenja namota



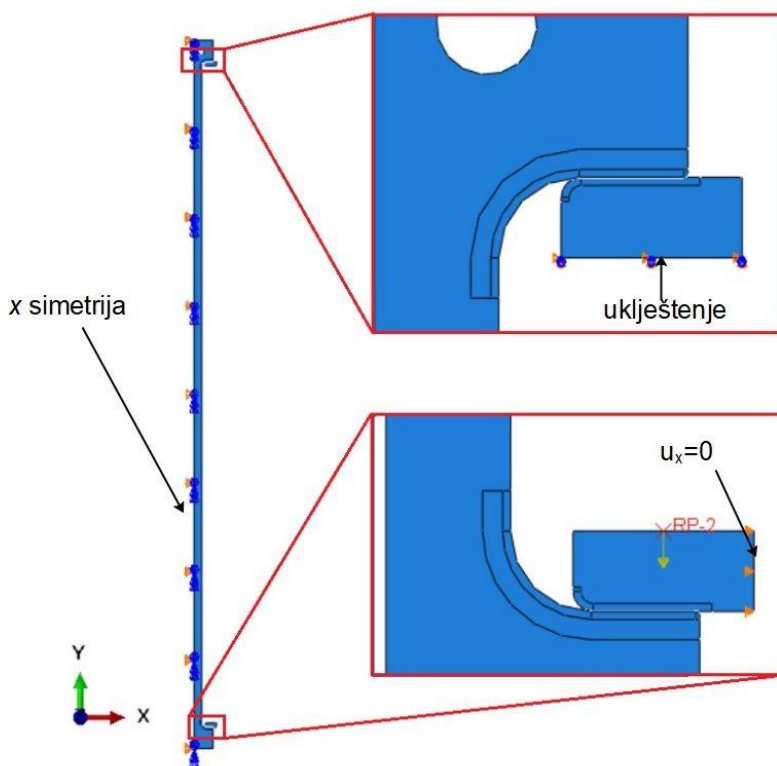
**Slika 79. Raspodjela pomaka u slučaju tlačenja namota (mm): a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y**

Slika 79. prikazuje raspodjelu pomaka, a zbog bolje ilustracije rezultata na ovoj slici nije prikazana mreža konačnih elemenata. Kao što je vidljivo sa slike, najveći doprinos ukupnom pomaku imaju pomaci u smjeru osi y, što je za očekivati budući da je motka opterećena vlačno u smjeru osi y.

Numeričkom analizom pokazana su mjesta najvećih naprezanja i deformacija, koja su se očekivano javila na provrtu, dok su ostala naprezanja u vratu motke i radijusu ispod vrijednosti kritičnih naprezanja. Obzirom da je u Abaqusu granica tečenja definirana na 0% plastičnih deformacija, može se zaključiti da su osim lokalnih područja plastificiranja materijala na provrtu, ostale plastične deformacije zanemarive. Tlačenje namota proces je koji se vrši samo jednom u radnom vijeku motke. Nakon tlačenja namota motka se oslanja donjim dijelom gornjeg čekića na oslonce, a svornjak hidrauličkih preša se uklanja pa provrt nakon tlačenja nema daljnje funkcije. Stoga lokalno plastificiranje oko ruba provrta ne predstavlja problem u daljnjem radu transformatora.

## 8.5. Analiza vlačne motke za slučaj podizanja aktivnog dijela

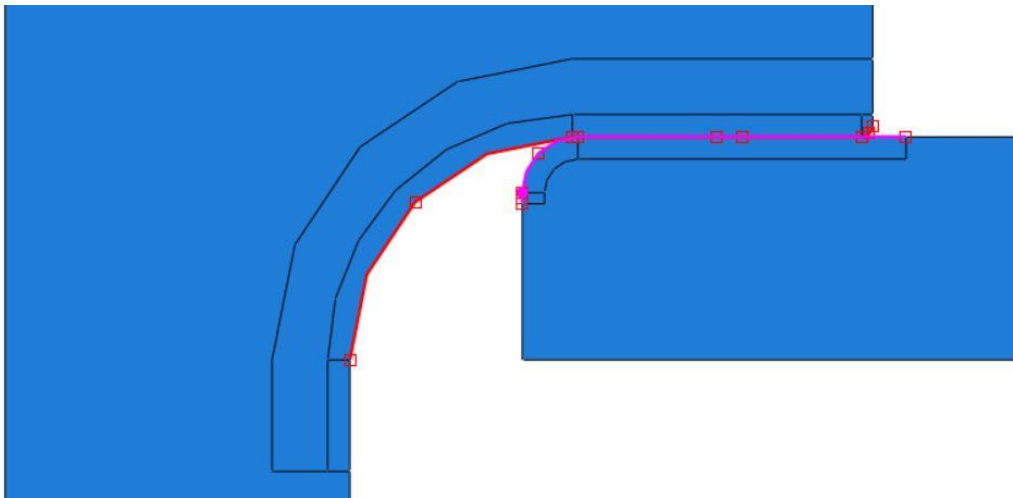
Podizanje aktivnog dijela transformatora vrši se preko gornjeg nosača na kojemu su zavareni oslonci. Vlačna motka je oblikom čekića u zahvatu s osloncima nakon tlačenja namota. Prilikom podizanja, svu težinu aktivnog dijela preuzima motka. Na Slici 80. prikazan je model motke s osloncima. U drugom slučaju opterećenja također je modelirana je polovina motke kod koje će se koristiti uvjeti simetrije kako bi se mogla koristiti što gušća mreža konačnih elemenata. Na Slici 80. su prikazani i rubni uvjeti i opterećenja. Na donji rub gornjeg oslonca zadan je rubni uvjet uklještenja. Kako je oslonac zavaren na nosač onemogućeni su mu pomaci i rotacije. Na lijevi rub motke zadan je uvjet  $x$  simetrije, odnosno onemogućeni su pomaci u  $x$  smjeru i rotacije oko osi  $z$ . Donjem osloncu na desnom rubu onemogućen je pomak u  $x$  smjeru. Na gornji rub donjeg oslonca dodjeljena je točka  $RP-1$  koja je opcijom coupling povezana s rubom oslonca i u njoj je zadano opterećenje u obliku sile u vrijednosti od 630kN u suprotnom smjeru osi  $y$ .



**Slika 80. Prikaz modela s rubnim uvjetima i opterećenjima**

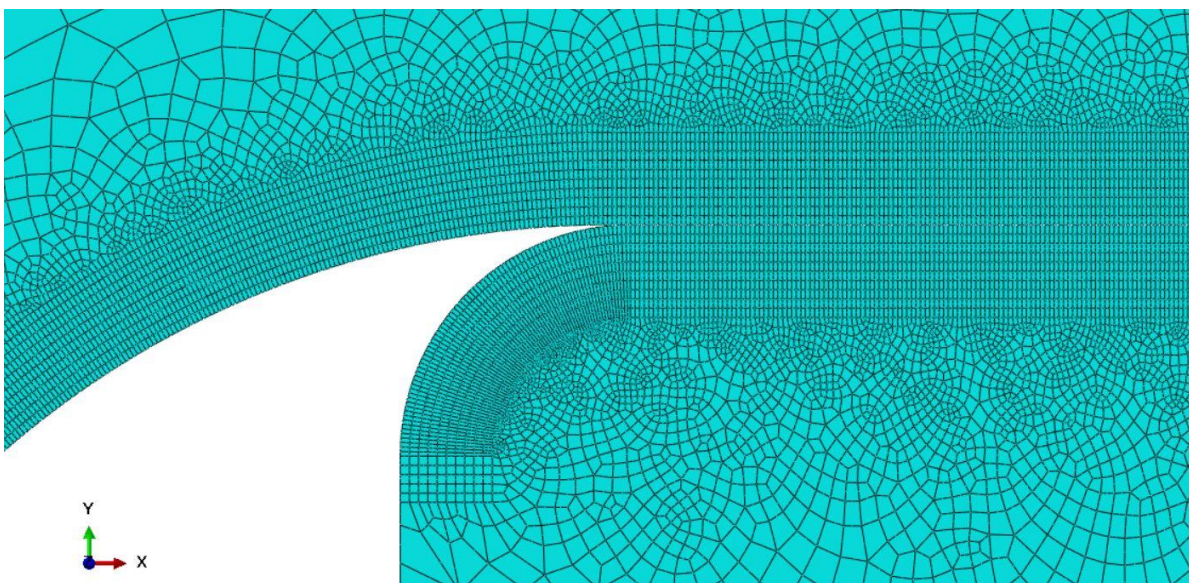
Vlačnoj motki i osloncima dodijeljen je materijal Hardox 450 s elastoplastičnim parametrima koji su identificirani iz cikličkog testa (Tablica 10.). Kao i u prošloj analizi i u ovoj je kontakt definiran kao *Surface-to-surface contact*, gdje su kao *master slave surface* odabrani rubovi

motke koji jesu i za koje se pretpostavlja da će biti u kontaktu s osloncem, a za *slave surface* su odabrani rubovi oslonaca. Na slici prikazane su *master* i *slave* površine.



**Slika 81. Prikaz *master* i *slave* površina u kontaktu oslonca i vlačne motke**

Na Slici 81. se može primjetiti kako je model particioniran kako bi se generirala strukturirana mreža konačnih elemenata. U području kontakta i na mjestima gdje se očekivaju najveća naprezanja i deformacije preporučljivo je progustiti mrežu. Tako je u područjima kontakta oslonca i motke te na radijusima zaobljenja generirana mreža konačnih elemenata veličine 0,1 do 0,2 mm. Na ostalim područjima veličina elementa jednaka je 5 mm. Detalj mreže u području kontakta oslonca i motke prikazan je na Slici 82. Generirana je mreža od 40355 elemenata i 124263 čvora. Korišteni su četverokutni elementi drugog reda CPS8.



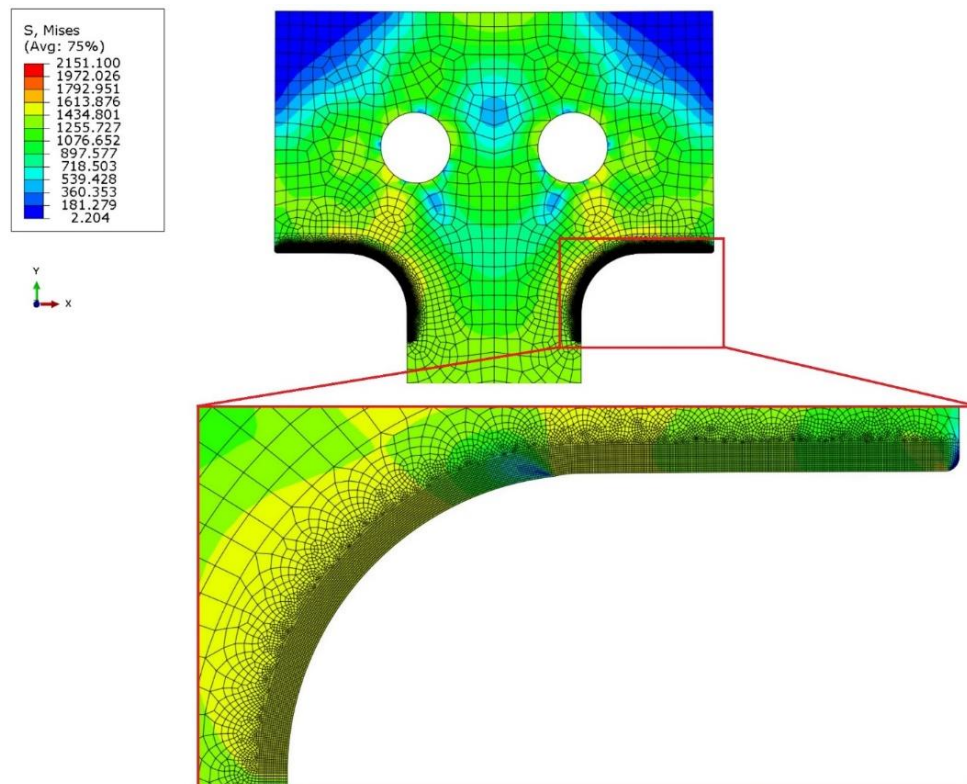
**Slika 82. Detalj generirane mreže elemenata u području kontakta motke i oslonca**

Zbog prirode opterećenja za ovu analizu uključena je opcija *Nlgeom*, koja opisuje nelinearne pojave uslijed velikih pomaka i deformacija.

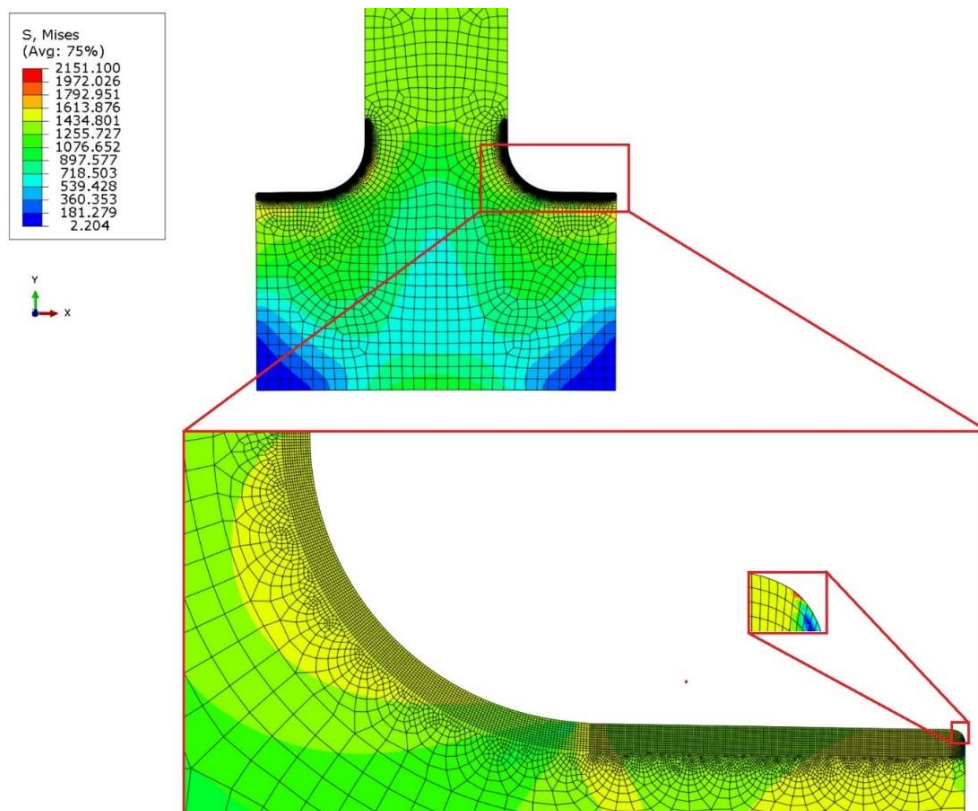
Na Slikama 83. i 84. prikazana je raspodjela naprezanja u gornjem i donjem čekiću motke. Kako se može vidjeti, koncentracija naprezanja je u radijusima motke kao što se i pretpostavljalo. Potrebno je uočiti na Slici 84. kako je maksimalno naprezanje u vrijednosti od 2151,1 MPa proračunato u jednoj točki na samom rubu čekića. Ta je točka krajnja točka kontakta motke i oslonca. U takvim se područjima očekuju povećana naprezanja. Obzirom da je naprezanje lokalizirano samo u jednoj točki može se zanemariti. Naprezanja duž ruba radijusa iznose u prosjeku 1450 MPa. Duž vrata motke jednolika je raspodjela naprezanja u iznosu od 1365 MPa.

Promotre li se logaritamske deformacije u području gornjeg i donjeg čekića na Slikama 85. i 86. može se uočiti kako su najveće vrijednosti deformacija na gornjem radijusu zaobljenja u iznosu od 3,38%. Kao što je očekivano u lokalnim područjima na donjem čekiću u krajnjim točkama kontakta oslonca i motke dolazi do povećanih deformacija.

Budući da naprezanja i deformacije u motki dostižu kritične vrijednosti potrebno je proučiti i plastične deformacije. Na Slikama 87. i 88. prikazane su plastične deformacije u području gornjeg i donjeg čekića. Sa slika se može uočiti kako su najveće vrijednosti plastičnih deformacija u krajnjim točkama kontakta motke i oslonca. Međutim može se primjetiti i kako se na radijusima zaobljenja pojavljuju značajne plastične deformacije.

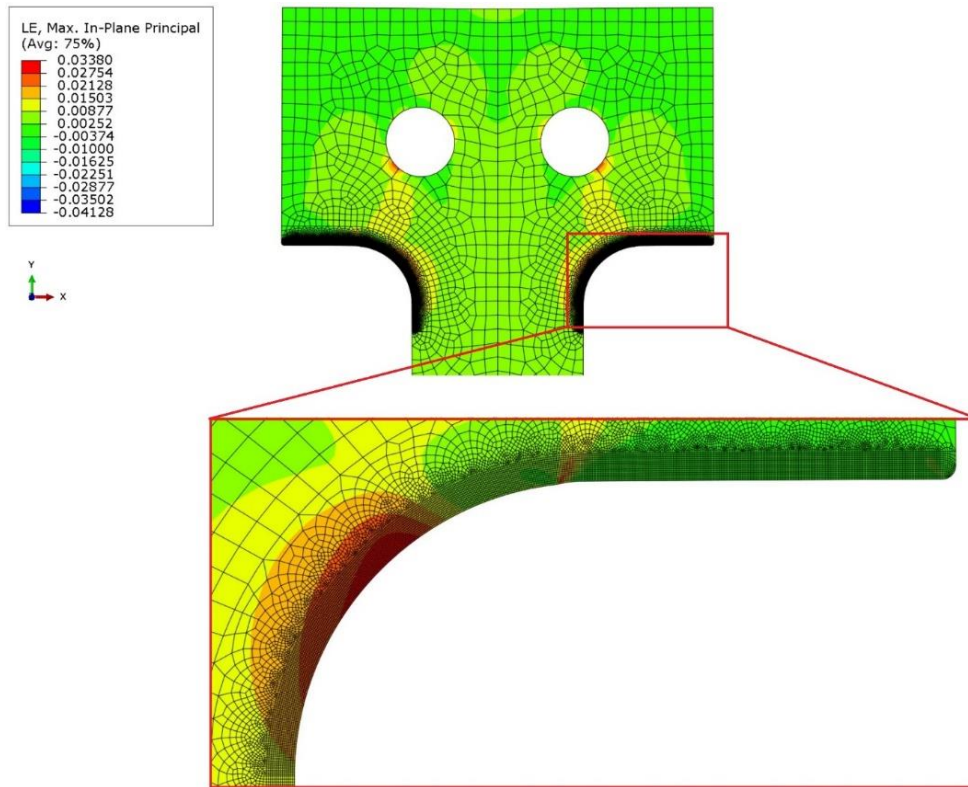


Slika 83. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela

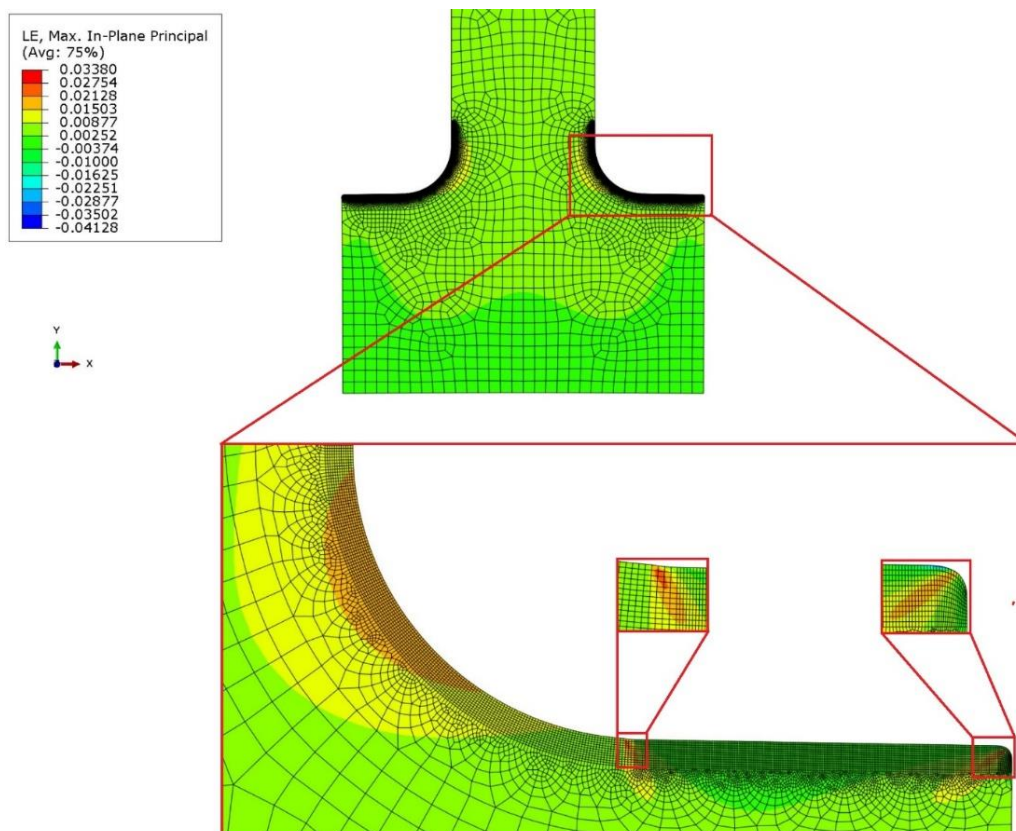


Slika 84. Raspodjela naprezanja prema Von Misesu (MPa) u području radijusa zaobljenja na donjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela

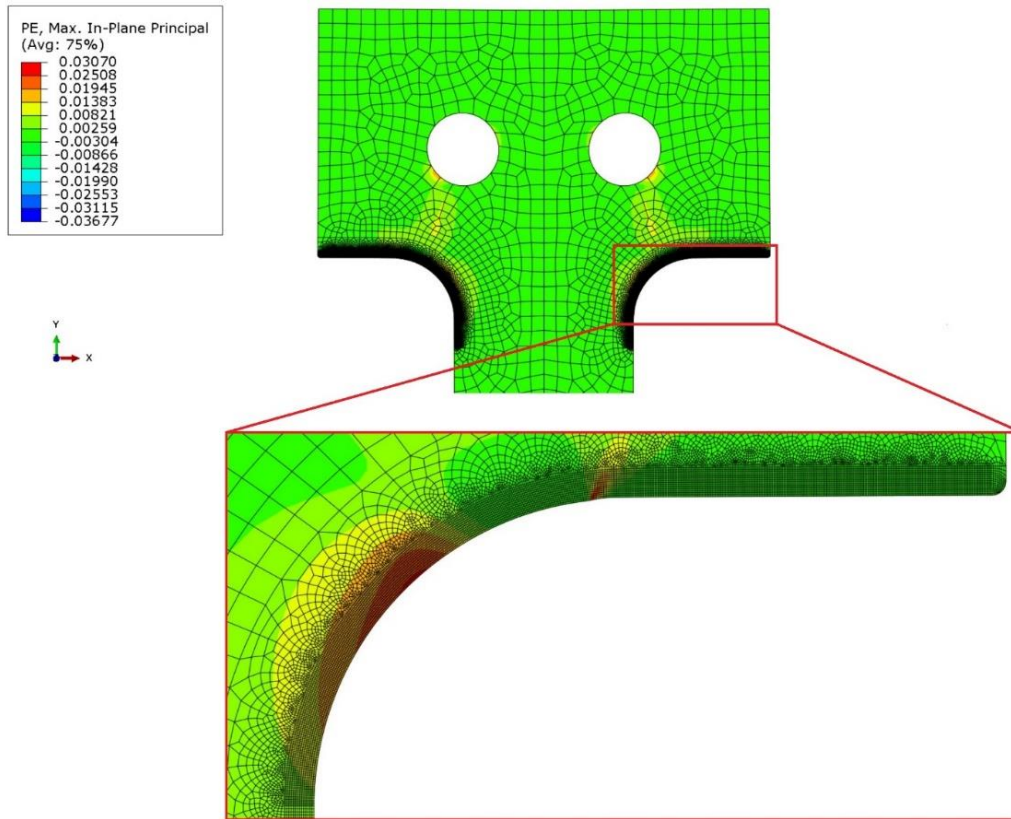




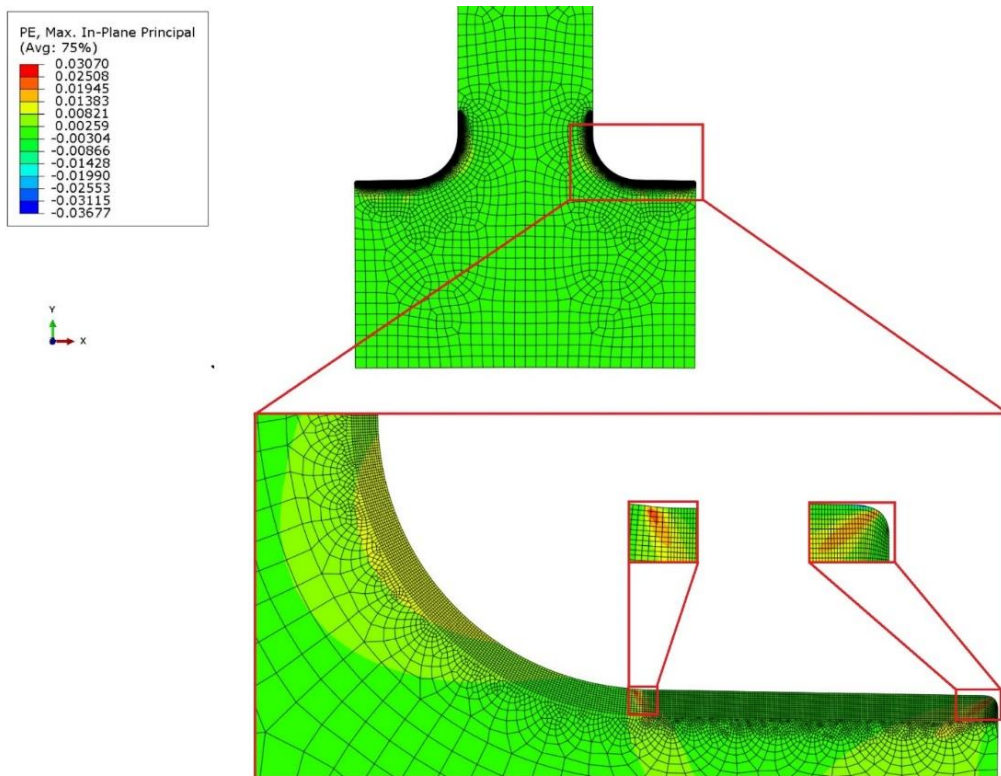
**Slika 85. Raspodjela logaritamskih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela**



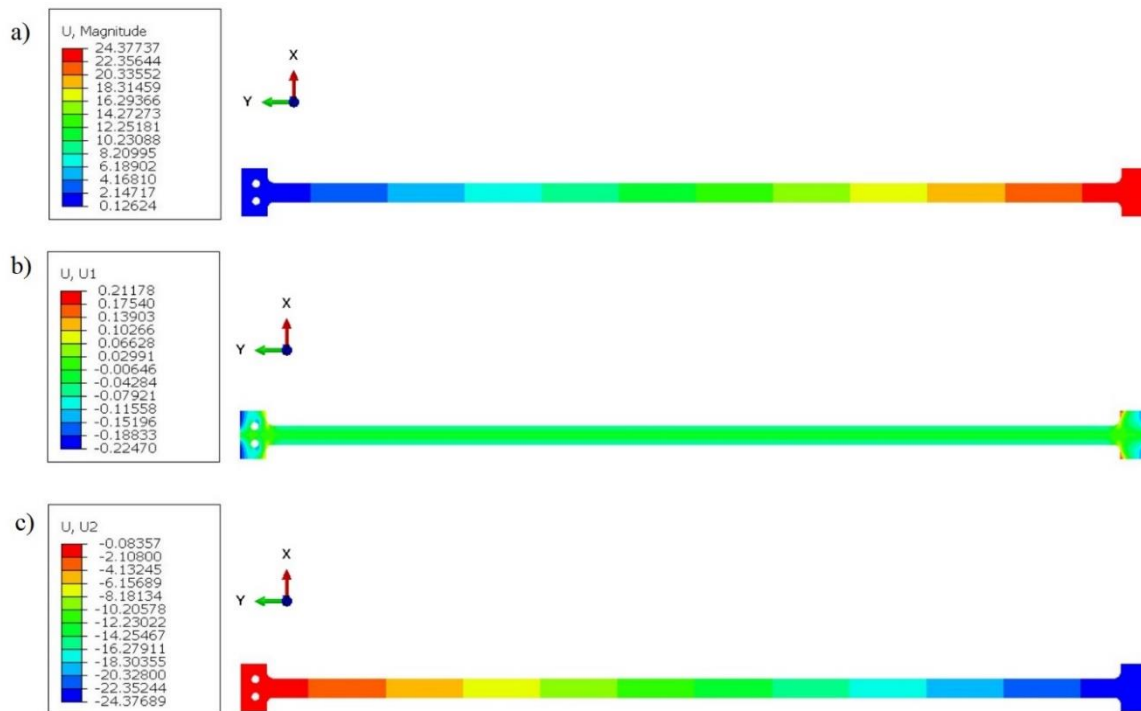
**Slika 86. Raspodjela logaritamskih deformacija u području radijusa zaobljenja na donjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela**



**Slika 87. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela**



**Slika 88. Raspodjela plastičnih deformacija u području radijusa zaobljenja na gornjem čekiću u slučaju podizanja aktivnog dijela**



**Slika 89. Raspodjela pomaka u slučaju podizanja aktivnog dijela (mm): a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y**

Na Slici 89. prikazana je raspodjela pomaka duž cijele motke kod drugog tipa opterećenja. Najveći doprinos ukupnom pomaku imaju pomaci u smjeru osi y kako se moglo i pretpostaviti obzirom da je motka vlačno opterećena duž osi y. U tom slučaju pomaci u smjeru osi x su zanemarivi.

Numeričkom simulacijom pokazano je da su najveća naprezanja u području radijusa zaobljenja kako je i bilo pretpostavljeno. Ako se uzme u obzir da je materijalu identificirana granica tečenja u rasponu od 1050-1200 MPa, tada naprezanja u motki dostižu kritične vrijednosti. Analizom je pokazano kako dolazi do plastifikacije materijala posebno u području radijusa zaobljenja. Podizanje aktivnog dijela vrši se u svrhu kratkotrajnog lokalnog transporta te kod daljnje ugradnje u konstrukciju transformatora. Obzirom da je uloga vlačne motke održavati narinutu silu tlačjenja na namote, nakon podizanja i spuštanja aktivnog dijela može doći do pada sile u namotima uslijed plastifikacije materijala.

Pokazano je kako je slučaj podizanja aktivnog dijela nepovoljniji za motku u pogledu naprezanja i deformacija. Iako prilikom tlačjenja namota dolazi do plastifikacije materijala na provrtu ona se mogu zanemariti budući da provrt nema daljnje funkcije. Kod podizanja aktivnog dijela dolazi do značajnih plastičnih deformacija u motki te je njene dimenzije potrebno optimirati.

## 9. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada bio je razviti algoritam za identifikaciju elastoplastičnih parametara materijala temeljen na principu ažuriranja modela konačnih elemenata. Potrebno je bilo identificirati parametre materijala Hardox 450 u svrhu što pouzdanijeg opisivanja ponašanja vlačne motke u radnim uvjetima.

Provedena su monotona i ciklička jednoosna ispitivanja budući da je vlačna motka tijekom svog rada opterećena na vlak. Podaci dobiveni ispitivanjem u obliku zabilježenih digitalnih slika obrađeni su globalnom DIC metodom čime su izmjerena polja pomaka. Podaci o polju pomaka spojeni su s podacima o izmjerenim silama te je time omogućena globalna analiza ponašanja Hardox 450 materijala. Iz izmjerenih polja deformacija uočena je pojava nejednolike lokalne plastifikacije materijala tzv. Lüdersovih linija. Osim toga, kod cikličkog ispitivanja zabilježen je izraženi fenomen očvršćenja materijala koji je čak i naglašeniji kada nastupi pojava oštećenja materijala. Kako bi se usporedilo stvarno i inženjersko naprezanje, kod provedenih jednoosnih ispitivanja, promatrane su različite zone interesa ispitnog uzora, te je procijenjeno globalno ponašanje Hardox 450 čelika.

U ovom diplomskom radu razvijena FEMU identifikacijska procedura kojom su utvrđeni elastoplastični parametri materijala Hardox 450. Obradom identifikacijskih podataka potvrđena je osjetljivost modula elastičnosti i parametara očvršćenja o funkcionalu sila što znači da se na temelju samo polja pomaka (FEMU-U metoda) ne bi mogli uspješno odrediti. Poissonov koeficijent nije se mogao odrediti iz provedenih ispitivanja. Zabilježeno polje pomaka u linearno elastičnom području ne daje dovoljnu osjetljivost da bi se parametar mogao identificirati. Identifikacija parametara očvršćenja provela se i za monotoni i ciklički test. Identifikacija je provedena za slučajeve izotropnog, kinematičkog i mješovitog očvršćenja. Identifikacijom samo izotropnog ili kinematičkog očvršćenja uočeno je kako niti jedan model samostalno ne može dovoljno dobro opisati ponašanje materijala u području granice tečenja. No međutim, identifikacijom optimalnih parametara mješovitog nelinearnog očvršćenja u potpunosti je opisan prijelaz iz elastičnog u plastično područje.

Za modeliranje vlačne motke i definiranje materijala Hardox 450 odabrani su parametri očvršćenja identificirani iz cikličkog ispitivanja. Numeričkim analizama motke u radnim uvjetima pokazana su mjesta najvećih naprezanja i deformacija. Kod tlačenja namota, na motki dolazi do koncentracije naprezanja i lokalnog plastificiranja materijala na provrtu. Budući da provrt nakon tlačenja nema daljnje funkcije, lokalno plastificiranje materijala

može se zanemariti. Podizanje aktivnog dijela pokazalo se kao kritičniji slučaj naprezanja vlačne motke. Osim vršnih naprezanja koja su se javila u krajnjim točkama kontakta motke i oslonaca, naprezanja u vratu motke veća su od identificirane granice tečenja. Prema tome dolazi do pojave plastičnih deformacija u materijalu, koje mogu uzorkovati smanjenu nosivost motke. Kako bi se izbjegle nepoželjne posljedice plastifikacije, potrebno je povećati i optimirati dimenzije vlačne motke.

Kako bi se što pouzdanije opisalo ponašanje vlačne motke tijekom eksploatacije potrebno je provesti eksperimentalno istraživanje koje će vjerno simulirati eksploatacijske uvjete. Kako ispitivanje motke stvarnih dimenzija nije moguće na raspoloživoj opremi, potrebno je primjenom teorije sličnosti skalirati model te konstruirati odgovarajući prihvat za ispitni uređaj. Daljnja ispitivanja i optimiranje vlačne motke provoditi će se na temelju saznanja određenih u ovom radu.

## LITERATURA

- [1] Alfirević, I.: *Nauka o čvrstoći I*, Tehnička knjiga D.D., Zagreb, 1995.
- [2] Pustaić, D., Cukor, I.: *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*, sažetak predavanja, Zagreb, 2009.
- [3] <https://www.quora.com/Why-do-we-use-the-engineering-stress-strain-curve-if-the-true-stress-strain-curve-is-more-accurate>
- [4] Alfirević, I.: *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*, Golden Marketing, Zagreb, 2003.
- [5] Herman, K.T.: *Teorija elastičnosti i plastičnosti*, Element, Zagreb, 2008.
- [6] Kelly, P.: *Solid Mechanics Part II*, digitalna verzija, University of Auckland, New Zeland  
[http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part\\_II/index.html](http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_II/index.html)
- [7] Karšaj, I.: *Numeričko modeliranje procesa deformiranja uz pretpostavku velikih deformacija*, Doktorski rad, Zagreb, 2006.
- [8] Zehsaz, M., Tahami, F.V., Akhiani, H.: *Experimental determination of material parameters using stabilized cycle tests to predict thermal ratchetting*, 2016.
- [9] Abaqus documentation, *Abaqus Software: Version 6.14*. 2014, Dassault Systemes
- [10] Lin, J., Zhu, T., Zhan, L.: *Constitutive equations for modelling superplastic forming of metals*
- [11] Pan, B.: *Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals*, Measurement Science and Technology, 2018.
- [12] McComrick, N., Lord, J.: *Digital Image Correlation*, Materials Today, 2010.
- [13] B. Pan, K. Qian, H. Xie, A. Asundi; *Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review*, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Nanyang Technological University, Singapore, 2009
- [14] G. Lionello, L. Cristofolini; *A Practical Approach to Optimizing the Preparation of Speckle Patterns for Digital Image Correlation*; University of Bologna, Bologna, Italy, 2014
- [15] Nguyen, V.T., Kwon, S.J., Kwon, O.H., Kim, Y.S.: *Mechanical Properties Identification of Sheet Metals by 2D-Digital Image Correlation Method*, Procedia Engineering, 2017.
- [16] Hild, F., Roux, S.: *Comparison of Local and Global Approaches to Digital Image Correlation*, Society for Experimental Mechanics, 2012.

- [17] Tomičević, Z., Hild, F., Roux, S.: *Mechanics-aided digital image correlation*, JSA, 2013.
- [18] Avril, S. et al.: *Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements*, Society for Experimental Mechanics, France, 2008.
- [19] Tomičević, Z., Kodvanj, J., Hild, F.: *Characterization of the nonlinear behaviour of nodular graphite cast iron via inverse identification-Analysis of uniaxial tests*, European Journal of Mechanics A/Solids, 2016.
- [20] Mathieu F., Leclerc H., Roux S. : *Estimation of Elastoplastic Parameters via Weighted FEMU and Integrated-DIC*, Experimental Mechanics, France, 2014.
- [21] Bertin, M.B.R., Hild, F., Roux, S.: *Optimization of a cruciform Specimen Geometry for the Identification of Constitutive Parameters Based Upon Full-Field Measurements* , 2016.
- [22] Neggers, J., Allix, O., Hild, F., Roux, S.: *Big Data in Experimental Mechanics and Model Order Reduction: Today's Challenges and Tomorrow's Opportunities*, Computational Methods in Engineering, 2017.
- [23] Sorić, J.: *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [24] Čakmak, D.: *Numerička analiza krutosti gumenog zgloba rastojnika-prigušivača*, Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2015.
- [25] Rončević, B.: *Analiza kontaktnog problema sa smanjenjem kontaktne površine*, Doktorska disertacija, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka 2012
- [26] Tonković, Z.: *Numerička analiza konstrukcija*, materijali za predavanja, FSB, Zagreb, 2014.
- [27] Pilkey, W.D., Pilkey, D.F., *Peterson's Stress Concentration Factors*, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2008.
- [28] Pilkey, W.D., *Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2005.
- [29] Young, W.C., Budynas, R.G., *Roark's Formulas for Stress and Strain*, Seventh Edition, McGraw-Hill, New York 2002.

## **PRILOZI**

- I. CD-R disc