

Analiza ravnotežnog leta zrakoplova primjenom generičkog globalnog aerodinamičkog modela

Franjčić, Antonio

Undergraduate thesis / Završni rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:328493>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Antonio Franjčić

Zagreb, 2015

ZAVRŠNI RAD

Analiza ravnotežnog leta zrakoplova primjenom
generičkog globalnog aerodinamičkog modela

Mentor:

Izv.prof.dr.sc. Milan Vrdoljak

Student:

Antonio Franjčić

Zagreb,2015



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Antonio Franjčić**

Mat. br.: 0035182443

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **(Ne-deterministička) Analiza ravnotežnog leta zrakoplova primjenom generičkog globalnog aerodinamičkog modela**

Naslov rada na engleskom jeziku:

Opis zadatka:

Generički globalni aerodinamički (GGA) model objavljen u [1] opisuje nelinearni aerodinamički model dobiven usklađivanjem s podacima iz aerotunela. Iz opisanog modela od interesa su stacionarne vrijednosti uzdužnih aerodinamičkih koeficijenata (sile otpora i uzgona te momenta propinjanja) koje su opisane nelinearnim funkcijama napadnog kuta i otklona kormila visine. Uz strukturu GGA modela dane su i vrijednost koeficijenata modela sa srednjim vrijednostima i standarnim odstupanjima [1].

Opisani ne-deterministički aerodinamički model potrebno je primijentiti u analizi uzdužnog ravnotežnog leta i analizi gibanja središta mase letjelice primjenom modela ravnotežnog leta. Predmet analize u ovom radu su dva zrakoplova: borbeni mlazni lovac F-16C i dvomotorni turbo-elisni putnički hidroavion DHC-6. U radu koristiti MATLAB numeričke algoritme (poput *fsolve* i *randn*).

U radu je za promatrane letjelice potrebno:

- prikazati rezultate za uzdužni GGA model i usporediti ga s dostupnim rezultatima drugih aerodinamičkih modela,
- analizirati ravnotežni let uzimajući u obzir rasipanje aerodinamičkih koeficijenata prema GGA modelu,
- analizirati gibanje središta mase letjelice primjenom modela ravnotežnog leta, za odabrani režim leta, uzimajući u obzir rasipanje aerodinamičkih koeficijenata prema GGA modelu.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Literatura:

[1] Grauer, J. A., Morelli, E. A. Generic global aerodynamic model of aircraft. *Journal of Aircraft*, AIAA, Early Edition, 2014.

Zadatak zadan:
25. studenog 2014.

Rok predaje rada:
1. rok: 26. veljače 2015.
2. rok: 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 2., 3., i 4. ožujka 2015.
2. rok: 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Zahvala

Zahvaljujem se svojoj obitelji što su mi bili podrška sve ove godine. Također se zahvaljujem profesoru Milanu Vrdoljaku na savjetima tijekom mojih godina na fakultetu.

IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Antonio Franjčić**

Mat. br.: 0035182443

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Ne-deterministička analiza ravnotežnog leta zrakoplova primjenom generičkog globalnog aerodinamičkog modela**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Non-deterministic Analysis of the Aircraft Steady State Flight with Application of Generic Global Aerodynamic Model**

Opis zadatka:

Generički globalni aerodinamički (GGA) model objavljen u [1] opisuje nelinearni aerodinamički model dobiven usklađivanjem s podacima iz aerotunela. Iz opisanog modela od interesa su stacionarne vrijednosti uzdužnih aerodinamičkih koeficijenata (sile otpora i uzgona te momenta propinjanja) koje su opisane nelinearnim funkcijama napadnog kuta i otklona kormila visine. Uz strukturu GGA modela dani su i iznosi koeficijenata modela sa srednjim vrijednostima i standarnim odstupanjima [1].

Opisani stohastički aerodinamički model potrebno je primijeniti u ne-determinističkoj analizi uzdužnog ravnotežnog leta i analizi gibanja središta mase letjelice primjenom modela ravnotežnog leta. Pri tome ne-determinističku analizu temeljiti na Monte-Carlo metodi, a u radu koristiti dostupne MATLAB numeričke algoritme (poput *fsolve* i *randn*). Predmet analize u ovom radu su dva zrakoplova: borbeni mlazni lovac F-16C i dvomotorni turbo-elisni putnički hidroavion DHC-6.

U radu je za promatrane letjelice potrebno:

- prikazati rezultate za uzdužni GGA model i usporediti ga s dostupnim rezultatima drugih aerodinamičkih modela,
- analizirati ravnotežni let uzimajući u obzir rasipanje aerodinamičkih koeficijenata prema GGA modelu,
- analizirati gibanje središta mase letjelice primjenom modela ravnotežnog leta, za odabrani režim leta, uzimajući u obzir rasipanje aerodinamičkih koeficijenata prema GGA modelu.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

[1] Grauer, J. A., Morelli, E. A. Generic global aerodynamic model of aircraft. *Journal of Aircraft*, AIAA, Early Edition, 2014


Zadatak zadan:
25. studenog 2014.

Rok predaje rada:
1. rok: 26. veljače 2015.
2. rok: 17. rujna 2015.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 2., 3., i 4. ožujka 2015.
2. rok: 21., 22., i 23. rujna 2015.

Zadatak zadao:


Izv. prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ilica Smojver

Popis tablica

<i>Tablica 1. Granice GGA modela.....</i>	<i>1</i>
<i>Tablica 2. Koeficijenti i varijacije.....</i>	<i>2</i>
<i>Tablica 3. Režimi ravnotežnog leta, DHC-6.....</i>	<i>15</i>
<i>Tablica 4. Režimi ravnotežnog leta, F-16.....</i>	<i>20</i>

Popis slika

Slika 1. Koeficijent otpora DHC-6.....	3
Slika 2. Koeficijent uzgona DHC-6.....	4
Slika 3. Usporedba koeficijenata uzgona za različite metode.....	4
Slika 4. Koeficijent momenta propinjanja.....	5
Slika 5. Koeficijent momenta propinjanja za linearni model.....	5
Slika 6. GGA Polara za DHC-6.....	6
Slika 7. Koeficijent uzgona za različite δ_e , DHC-6.....	7
Slika 8. Rasipanje koeficijenata momenta propinjanja za različite δ_e , DHC-6.....	7
Slika 9. Koeficijent otpora F-16C.....	8
Slika 10. Koeficijent uzgona F-16C.....	8
Slika 11. Koeficijent momenta propinjanja F-16C.....	9
Slika 12. Standardna devijacija momenta propinjanja za različite δ_e , F-16C.....	9
Slika 13. Ovisnost $\frac{dC_m}{d\delta_e}$ o napadnom kutu.....	10
Slika 14. GGA Polara za F-16.....	10
Slika 15. Polara dobivena iz on-board rezultata, F-16.....	11
Slika 16. Koeficijent uzgona za različite δ_e , F-16C.....	11
Slika 17. Rasipanje parova, DHC-6.....	13
Slika 18. Ovisnost α_{rav} o machovom broju, DHC-6.....	13
Slika 19. Ovisnost δ_{erav} o machovom broju.....	14
Slika 20. Usporedba α_{rav} dobivenih deterministički i stohastički, DHC-6.....	14
Slika 21. Stabilnost u ovisnosti o α_{rav} , DHC-6.....	16
Slika 22. Ovisnost α_{rav} o odklonu kormila dubine, DHC-6.....	17
Slika 22. Procjena upravljivosti, DHC-6.....	18
Slika 23. Rasipanje parova, F-16C.....	18
Slika 24. Ovisnost α_{rav} o machovom broju, F-16C.....	19
Slika 25. Ovisnost δ_{erav} o machovom broju, F-16C.....	19
Slika 26. Usporedba α_{rav} dobivenih deterministički i stohastički, F-16C.....	20
Slika 27. Stabilnost u ovisnosti o α_{rav} , F-16C.....	21
Slika 28. Procjena upravljivosti, F-16C.....	22
Slika 29. Rasipanje brzine, DHC-6.....	23
Slika 30. Rasipanje visine, DHC-6.....	23
Slika 31. Rasipanje udaljenosti po x osi, DHC-6.....	24
Slika 32. Rasipanje kuta penjanja, DHC-6.....	24
Slika 33. Rasipanje brzine, F-16C.....	25
Slika 34. Rasipanje visine, F-16C.....	25
Slika 29. Rasipanje brzine, DHC-6.....	26
Slika 30. Rasipanje visine, DHC-6.....	26
Slika 31. Rasipanje udaljenosti po x osi, DHC-6.....	27
Slika 32. Rasipanje kuta penjanja, DHC-6.....	27

Slika 33. Rasipanje brzine,F-16C.....	28
Slika 34. Rasipanje visine,F-16C.....	28

Popis oznaka i kratica

GGA model- Generički Globalni Aerodinamički model

α - napadni kut [deg,rad]

δ_e - otklon kormila dubine [deg,rad]

C_D - koeficijent otpora [--]

C_M - koeficijent momenta prominjanja [--]

C_l - koeficijent uzgona [--]

θ_i - GGA koeficijent [--]

$\sigma(u_i)$ - GGA varijanca [--]

α_{rav} - ravnotežni napadni kut[deg,rad]

δ_{erav} - ravnožežni otklon kormila dubine[deg,rad]

ρ - gustoća[kg/m²]

v - brzina [m/s]

S_{ref} - referentna površina [m²]

Ma - Machov broj [--]

T - snaga [N]

γ - kut penjanja [deg,rad]

m - masa [kg]

h - visina [m]

Sadržaj

1.O GGA Modelu.....	1
2.Rezultati uzdužnog GGA modela.....	3
2.1.DHC-6.....	3
2.2.F-16C.....	8
3.Analiza ravnotežnog leta.....	12
3.1.DHC-6.....	13
3.2.F-16C.....	18
4.Horizontalni let.....	22
4.1. DHC-6.....	23
4.2. F-16.....	25
5.Zaključak.....	22

Sažetak:

Tema ovog završnog je analiza generičkog globalnog aerodinamičkog(GGA) modela, usporedba uzdužnog GGA modela s linearnim modelom, stohastično ponašanje modela, njegovo ponašanje u određivanju režima ravnotežnog leta te analiza zrakoplova kao materijalne točke uz pomoć GGA metode. U početku se nalazi kratki uvod u GGA model, njegove značajke te na kojim su zrakoplovima provedena mjerenja u svrhu određivanja GGA koeficijenata. Nakon toga prikazani su rezultati uzgona, otpora, momenta propinjanja te njihova odstupanja od linearnog modela za DHC-6. Drugo poglavlje prikazuje određivanje režima ravnotežnog leta za DHC-6 i F-16C, njihova stohastična odstupanja i razumno područje uporabe. Treće poglavlje prikazuje analizu zrakoplova kao materijalne točke za horizontalni let zrakoplova. Za numeričko i statističko izračunavanje koristi se programski paket MATLAB.

Ključne riječi: DHC-6, F-16, aerodinamički model, nedeterministički, stohastični, ravnotežni let

Summary:

The goal of this paper is the analysis of the Generic Global Aerodynamic(GGA) model, comparison of the longitudinal GGA model with its linear counterpart, stochastic behaviour of the model, its behaviour in the state of equilibrium flight and analysis of the aircrafts in this paper as material points. In the beginning of the paper there is a brief explanation on the GGA model, where its characteristics are shown and the aircrafts which are included in the model are listed. After that the results of lift, drag and pitch moment are shown with their according deviations, and their deviations from the linear model are shown in a few examples. The second chapter focuses on equilibrium flight of the analyzed aircrafts , their stochastic deviations and the reasonable applications of the model. The third chapter shows the analysis of the studied aircrafts as a material dots. For statistical calculations the programming language MATLAB is used. The studied aircrafts are the DHC-6 "Twin Otter" and the F-16C "Fighting Falcon".

Ključne riječi: DHC-6, F-16, aerodynamic model, non-deterministic, stochastic, equilibrium flight

1. O GGA modelu

Global Generic Aerodynamic(GGA) Model[1] je aerodinamički proračunski model razvijen u „Langley“ razvojnom centru, NASA u svrhu određivanja nelinearnog aerodinamičkog modela koji bi zadovoljavao određivanje uzgona, otpora te momenta propinjanja s dovoljnom preciznošću za veći broj zrakoplova. Tip zrakoplova na koji je moguće primijeniti GGA model variraju od putničkih zrakoplova tipa preko bombardera do modernih borbenih aviona tipa F-16. Konkretni tipovi aviona koji su korišteni u izradi GGA metode su:

- A-7
- F-4
- F-16C
- F-16XL
- F-106B
- T-2
- DHC-6
- X-31

Već se iz liste navedenih zrakoplova može uvidjeti da se ovaj model više naginje prema određivanju performansi za borbene letjelice nego za putničke avione, dvoje zrakoplova od osam su varijante F-16 zrakoplova dok su velika većina mlažnjaci.

Samo određivanje GGA metode je dobiveno pomoću mjerenja u zračnom tunelu i primjenom metode najmanjih kvadrata na dobivene vrijednosti mjerenja, raspon varijabli mjerenja koje su ujedno i raspon primjene same GGA metode su prikazane u sljedećoj tablici:

Slučaj	Varijabla	Minimum	Maximum	Rezolucija	Jedinica
Uzdužni	α	-4	+30	2	deg
	q	+0	+50	5	deg/s
	δ_e	-20	+10	2	deg
Bočni/Lateralni	β	+0	+20	4	deg
	p	+0	+100	20	deg/s
	r	+0	+50	10	deg/s
	δ_a	+0	+10	2	deg
	δ_r	0	+30	5	deg

Tablica 1. Granice GGA modela

Nelinearni polinomi za određivanje aerodinamičkih koeficijenata imaju sljedeći oblik:

$$C_D = \theta_1 + \theta_2 \alpha + \theta_3 \alpha q + \theta_4 \alpha \delta_e + \theta_5 \alpha^2 + \theta_6 \alpha^2 q + \theta_7 \alpha^2 \delta_e + \theta_8 \alpha^3 + \theta_9 \alpha^3 q + \theta_{10} \alpha^4$$

$$C_Y = \theta_{11} \beta + \theta_{12} p + \theta_{13} r + \theta_{14} \delta_a + \theta_{15} \delta_r$$

$$C_L = \theta_{16} + \theta_{17} \alpha + \theta_{18} q + \theta_{19} \delta_e + \theta_{20} \alpha q + \theta_{21} \alpha^2 + \theta_{22} \alpha^3 + \theta_{23} \alpha^4$$

$$C_l = \theta_{24}\beta + \theta_{25}p + \theta_{26}r + \theta_{27}\delta_a + \theta_{28}\delta_r$$

$$C_M = \theta_{29} + \theta_{30}\alpha + \theta_{31}q + \theta_{32}\delta_e + \theta_{33}\alpha q + \theta_{34}\alpha^2 q + \theta_{35}\alpha^2 \delta_e + \theta_{36}\alpha^3 q + \theta_{37}\alpha^3 \delta_e + \theta_{38}\alpha^4$$

$$C_n = \theta_{39}\beta + \theta_{40}p + \theta_{41}r + \theta_{42}\delta_a + \theta_{43}\delta_r + \theta_{44}\beta^2 + \theta_{45}\beta^3$$

Pošto je u okviru ovog završnog uzdužni model zrakoplova, odbacivaju se varijable i koeficijenti za bočni slučaj i varijable vezane na valjanje.

$$C_D = \theta_1 + \theta_2\alpha + \theta_4\alpha\delta_e + \theta_5\alpha^2 + \theta_7\alpha^2\delta_e + \theta_8\alpha^3 + \theta_{10}\alpha^4$$

$$C_L = \theta_{16} + \theta_{17}\alpha + \theta_{19}\delta_e + \theta_{21}\alpha^2 + \theta_{22}\alpha^3 + \theta_{23}\alpha^4$$

$$C_M = \theta_{29} + \theta_{30}\alpha + \theta_{32}\delta_e + \theta_{35}\alpha^2\delta_e + \theta_{37}\alpha^3\delta_e + \theta_{38}\alpha^4$$

U okviru završnog se vrši analiza na DHC-6 i F-16C, kojima odgovaraju koeficijenti i varijance:

$\theta_i \pm \sigma(u_i)$	DHC-6	F-16C
1	0.108 +- 0.000	+0.034 +- 0.000
2	+0.138 +- 0.074	-0.005 +- 0.005
4	+0.111 +- 0.011	+0.177 +- 0.048
5	+2.988 +- 5.922	+1.285 +- 0.689
7	+0.156 +- 0.052	+0.756 +- 0.178
8	-7.743 +- 62.51	+5.887 +- 8.770
10	+11.77 +- 69.67	-5.155 +- 9.954
16	+0.215 +- 0.004	+0.074 +- 0.000
17	+4.370 +- 0.129	+4.458 +- 0.004
19	+0.291 +- 0.000	+0.412 +- 0.000
21	+16.62 +- 13.72	-2.477 +- 0.476
22	-87.67 +- 178.4	-1.101 +- 6.625
23	+90.41 +- 212.0	+1.906 +- 7.816
29	+0.057 +- 0.001	-0.024 +- 0.000
30	-1.419 +- 0.023	-0.288 +- 0.000
32	-1.626 +- 0.002	-0.563 +- 0.000
35	+7.664 +- 1.316	-1.057 +- 0.139
37	-8.121 +- 4.505	+1.897 +- 0.489
38	+2.468 +- 2.086	-0.094 +- 0.026

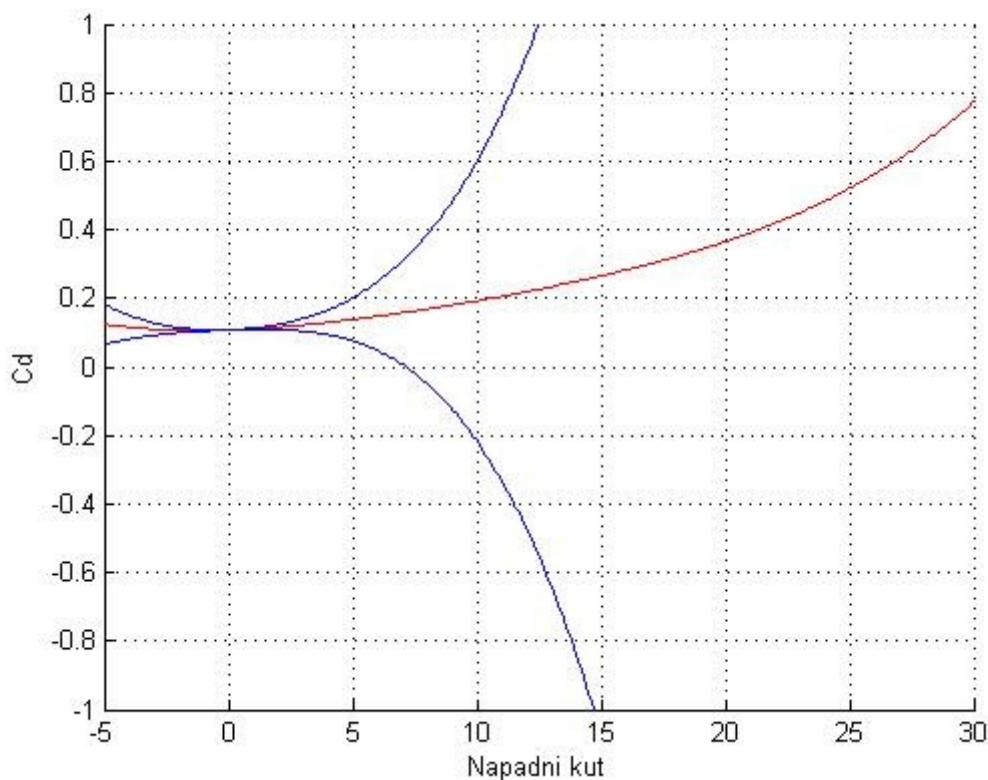
Tablica 2. Koeficijenti i varijacije

Distribucija koeficijenata je uzeta kao standardna normalna.

2. Rezultati uzdužnog GGA modela

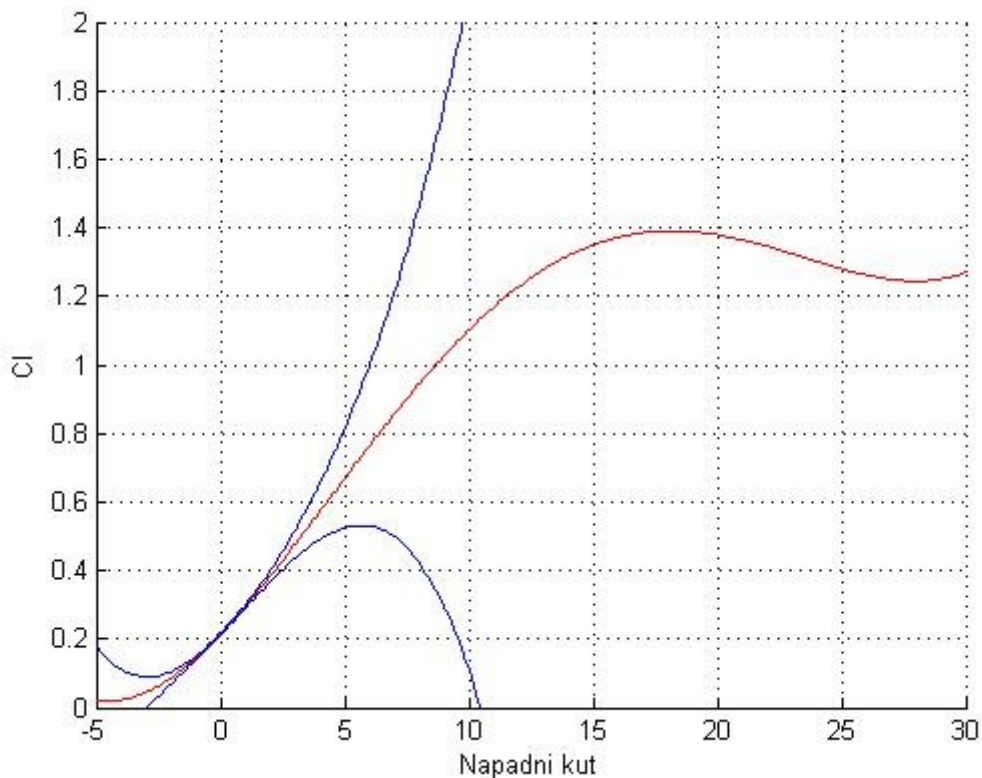
Uvrštavanjem GGA koeficijenata i njihovih standardnih devijacija za F-16C i DHC-6 se dobiva sljedeća raspodjela koeficijenata uzgona, momenta propinjanja i otpora. Navedeni rezultati su za otklon kormila dubine od 0 deg, osim ako nije navedeno drugačije

2.1 DHC-6



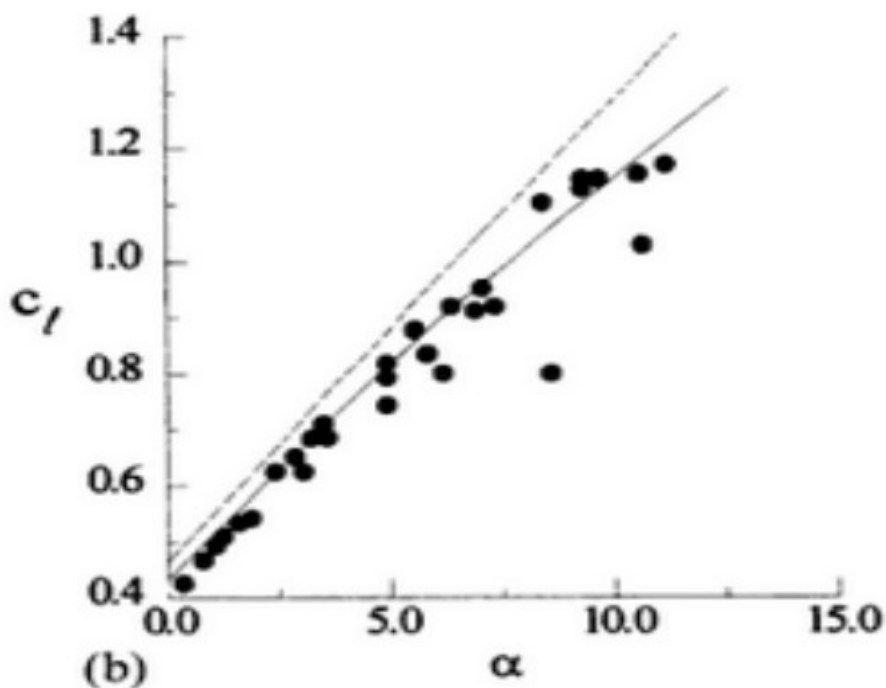
Slika 1. Koeficijent otpora DHC-6

Crvenom linijom je prikazana težinska sredina koeficijenta otpora ovisnog o napadnom kutu. Plavim linijama su označena standardne devijacije ($C_{Dsrjednje} + \sigma(\alpha)$), 100 iteracija po 0.1 stupnju napadnog kuta, iz slike se može zaključiti da procjena otpora nakon sloma uzgona na približno 15 stupnjeva se ponaša veoma stohastično, gdje devijacija koeficijenata otpora doseže daleko više od granica grafa.



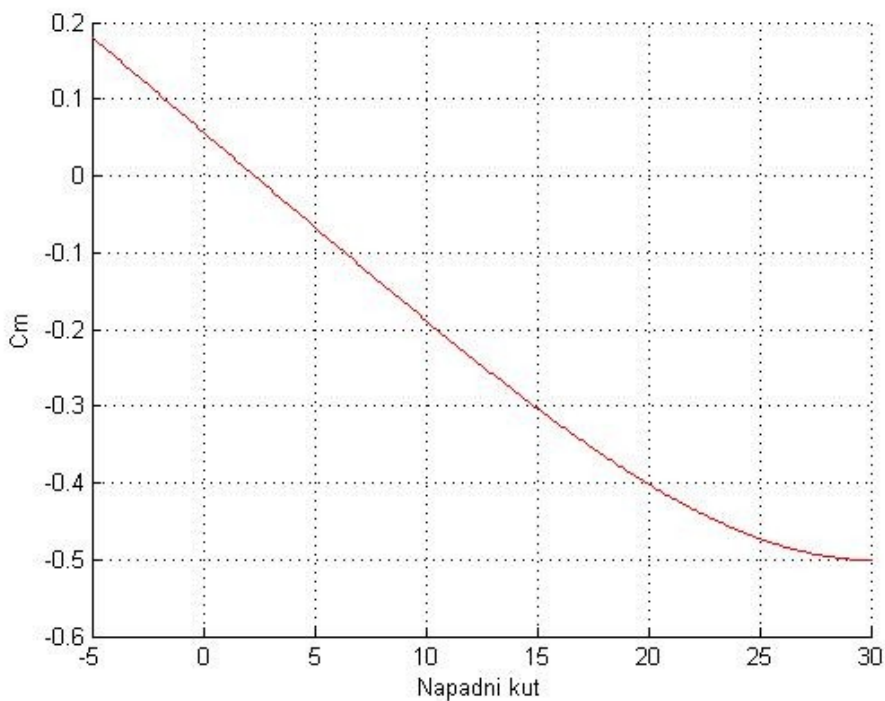
Slika 2. Koeficijent uzgona DHC-6

Ponašanje linearnog modela c_L u ovisnosti o napadnom kutu, nekoličina eksperimentalnih mjerenja te prikaz slične aproksimacijske metode na eksperimentalna mjerenja za DHC-6 je prikazano na sljedećoj slici. Eksperimentalna mjerenja su prikazana crnim točkama, linearna metoda crtkanom linijom a crna linija prikazuje aproksimacijski polinom na mjerenja. Iz slike se da uočiti da je GGA model vrijednosno veoma sličan ovom.



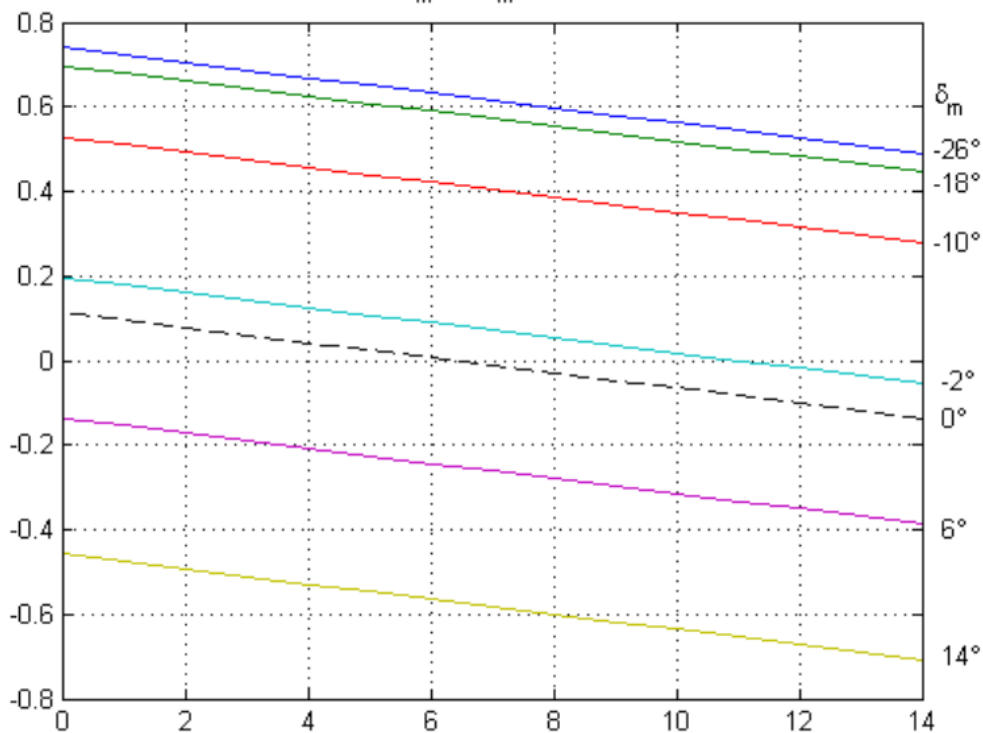
Slika 3. Usporedba koeficijentata uzgona za različite metode[2]

Slijedi usporedba momenta propinjanja GGA modela i linearnog modela, valja promatrati crnu crtkanu liniju na slici 5. Rezultati se više razlikuju s porastom napadnih kuteva.



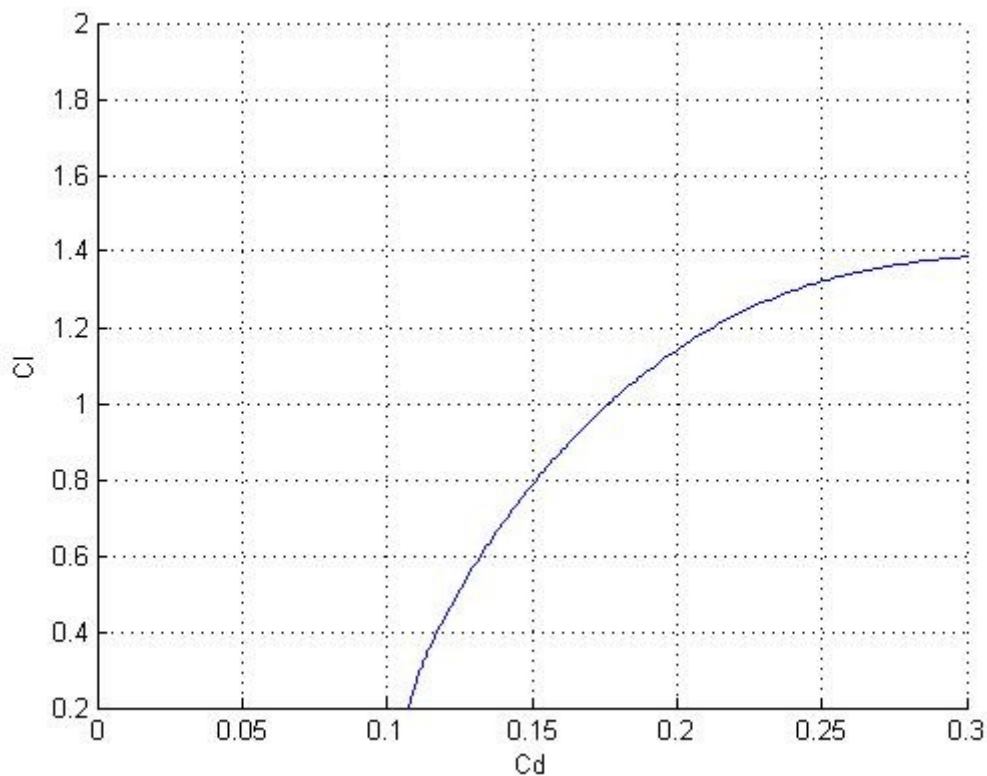
Slika 4. Koeficijent momenta propinjanja

$$C_m(\alpha), h_m=0.30$$



Slika 5. Koeficijent momenta propinjanja za linearni model[3]

Sljedeće se izrađuje virtualna polara za DHC-6.



Slika 6. GGA Polara za DHC-6

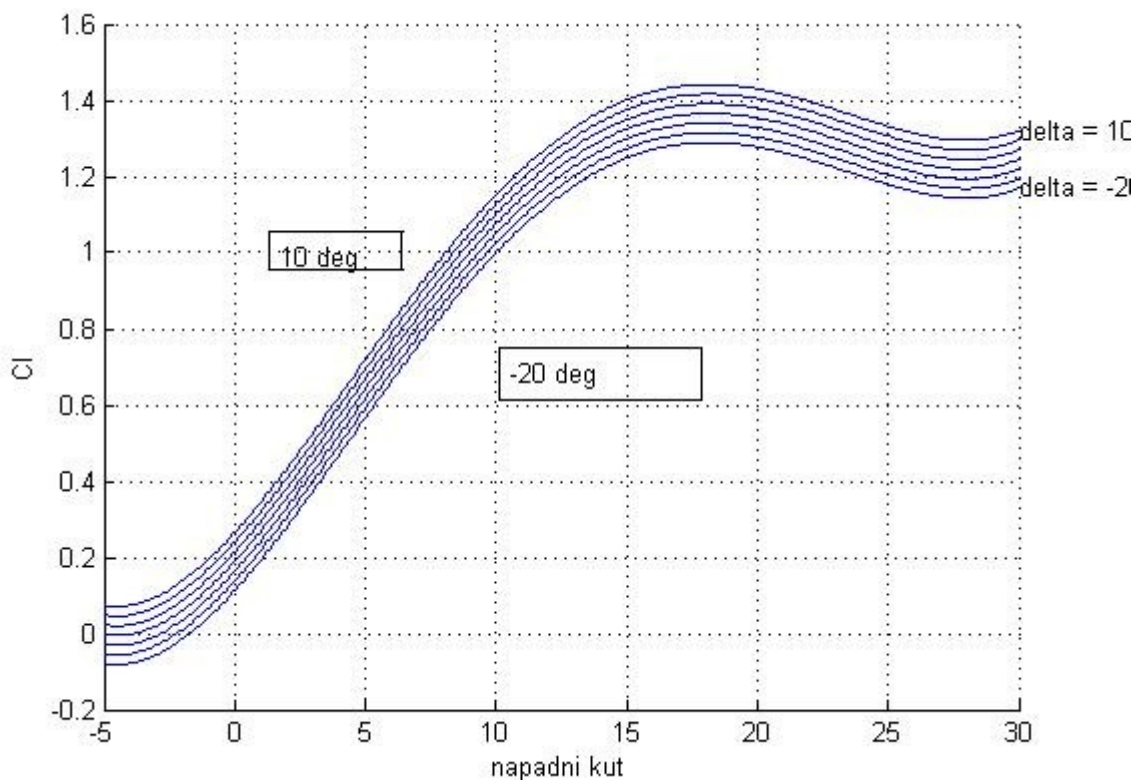
Model ima nelinearnu ovisnost po napadnom kutu, ali linearnu po otklonu kormila dubine, izbacivanjem svih nelinearnih koeficijenata bez δ_e se dobiva ramak između krivulja za različite otklone kormila dubine, koji je konstantan za iste α :

$$\delta C_D = \theta_1 + \theta_4 \alpha (\delta_{e2} - \delta_{e1}) + \theta_7 \alpha^2 (\delta_{e2} - \delta_{e1})$$

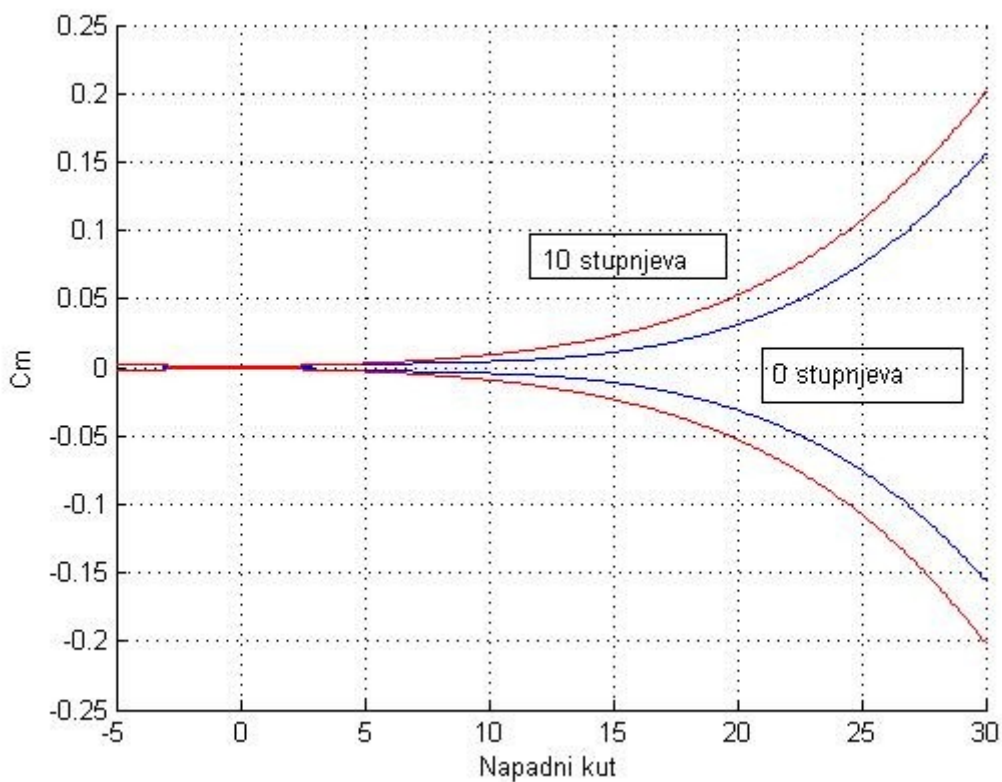
$$\delta C_L = \theta_{19} (\delta_{e2} - \delta_{e1})$$

$$\delta C_M = \theta_{32} (\delta_{e2} - \delta_{e1}) + \theta_{35} \alpha^2 (\delta_{e2} - \delta_{e1}) + \theta_{37} \alpha^3 (\delta_{e2} - \delta_{e1})$$

Što objašnjuje isti razmak δC_L za koeficijent uzgona, i laganu promjenu nagiba krivulje C_M za različite otklone kormila dubine.

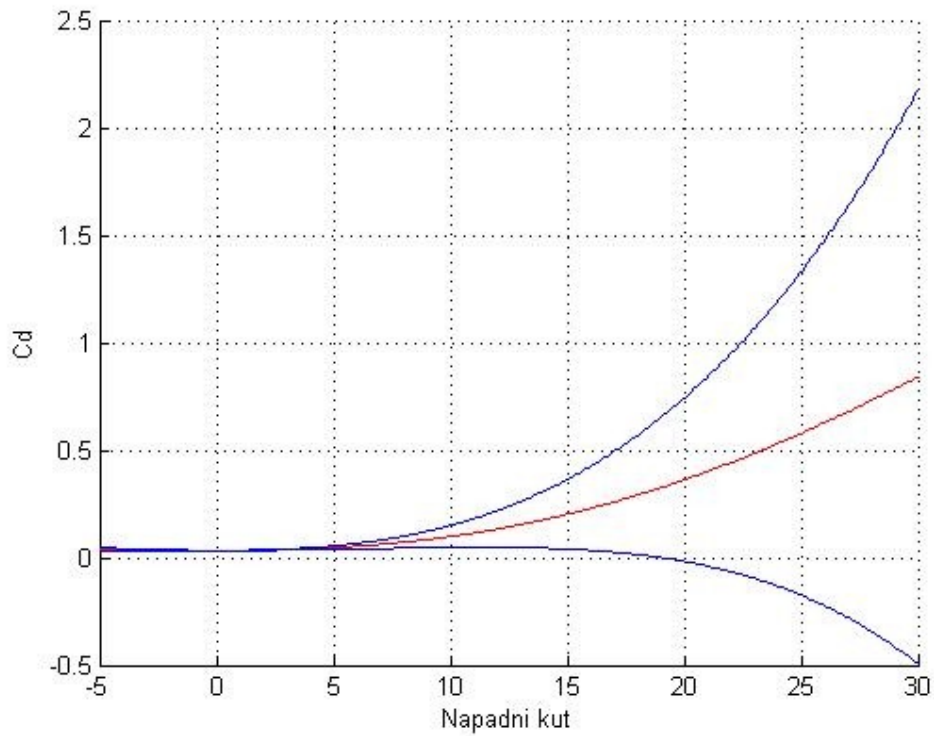


Slika 7. Koeficijent uzgona za različite δ_e , DHC-6

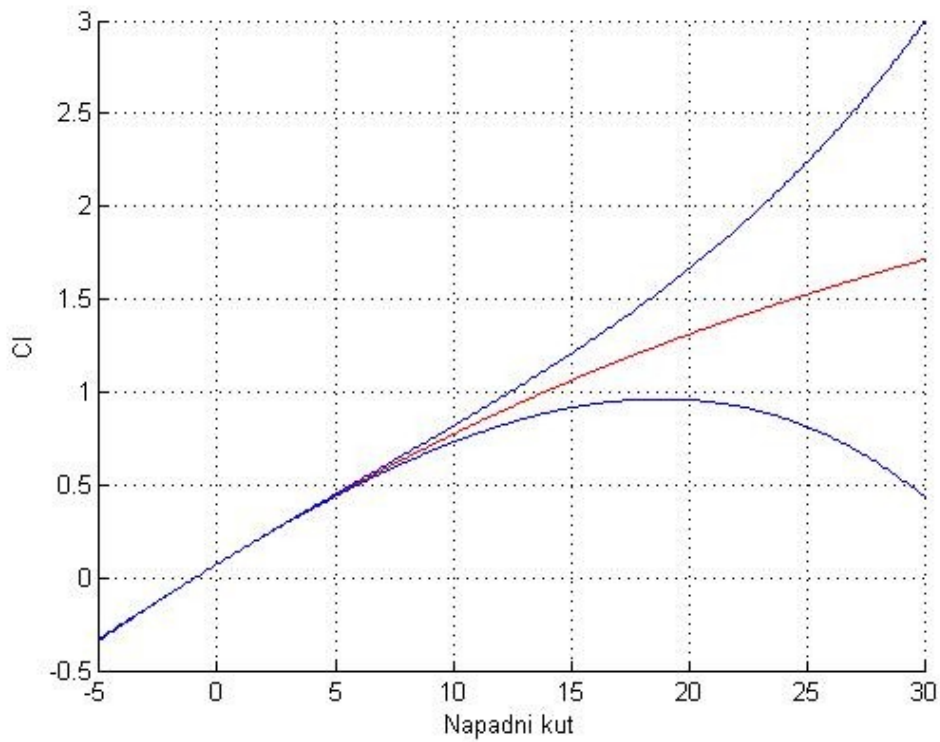


Slika 8. Rasipanje koeficijenta momenta propinjanja za različite δ_e , DHC-6

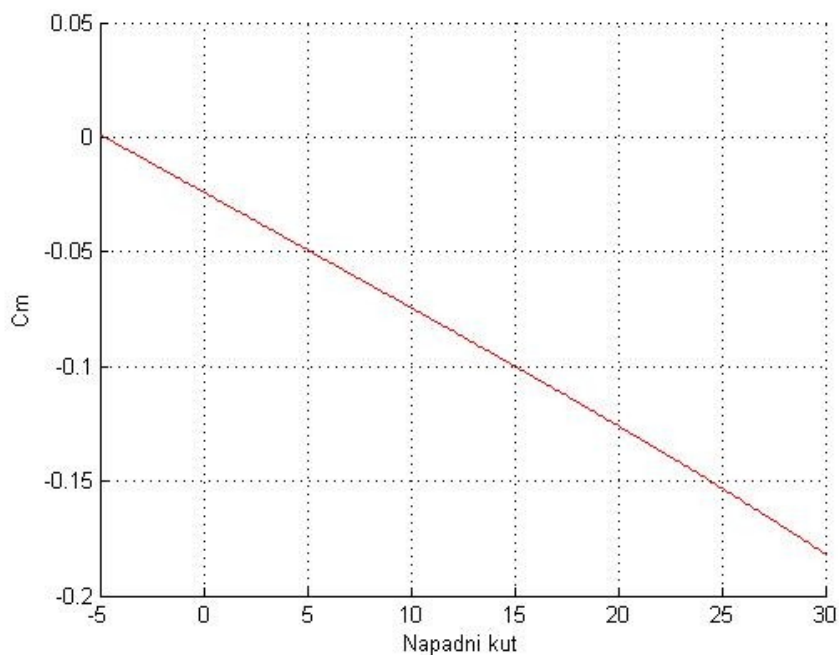
2.2 F-16C



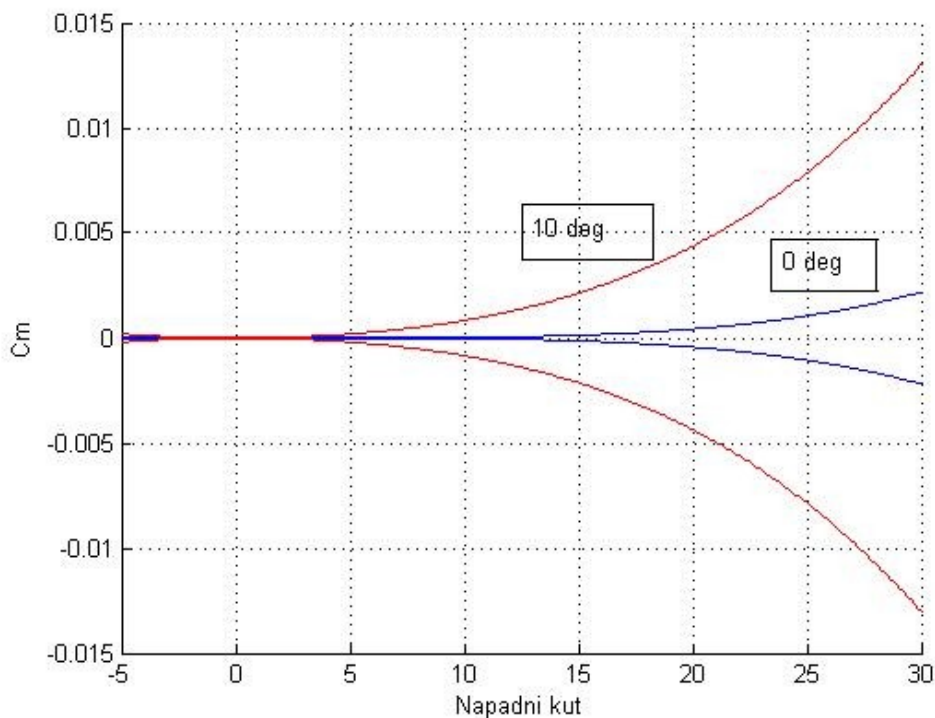
Slika 9. Koeficijent otpora F-16C



Slika 10. Koeficijent uzgona F-16C

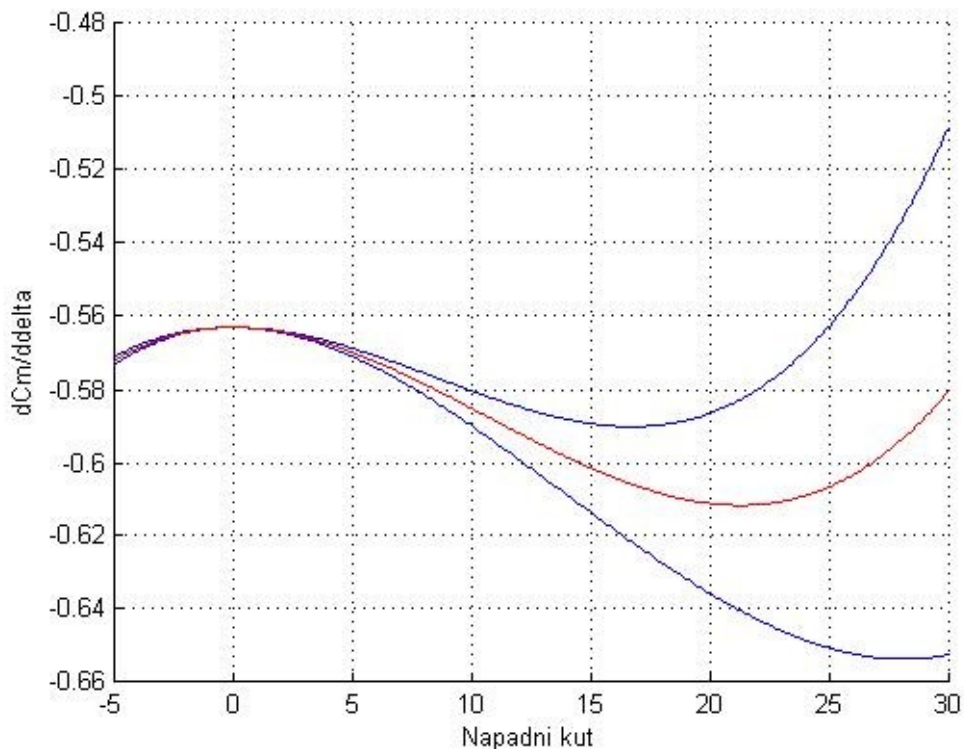


Slika 11. Koefficient momenta propinjanja F-16C



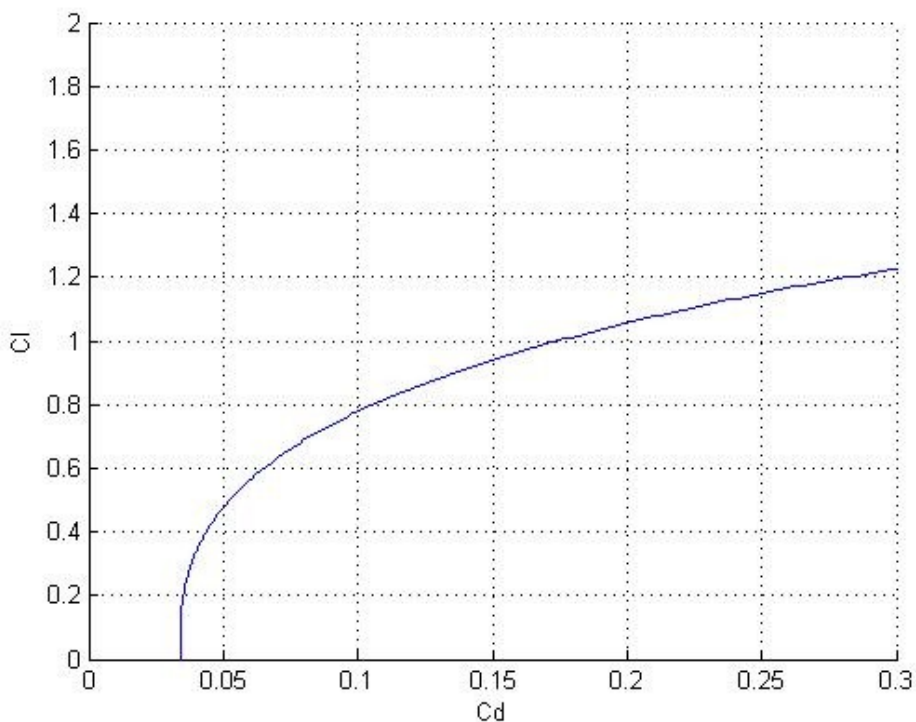
Slika 12. Standardna devijacija koefficienta momenta propinjanja za različite δ_e , F-16C

Vidljivo je iz gornjeg grafa da rasipanje malo ovisi o napadnom kutu, razlog tome su mala odstupanja GGA koefficienta vezanih samo na napadni kut u slučaju određivanja momenta propinjanja F-16C, te je njegov moment propinjanja intenzivno ovisan o otklonu kormila dubine, što je vidljivo iz sljedećeg grafa kao i utjecaj rasipanja GGA koefficienta vezanih na članove koji sadrže α i δ_e .

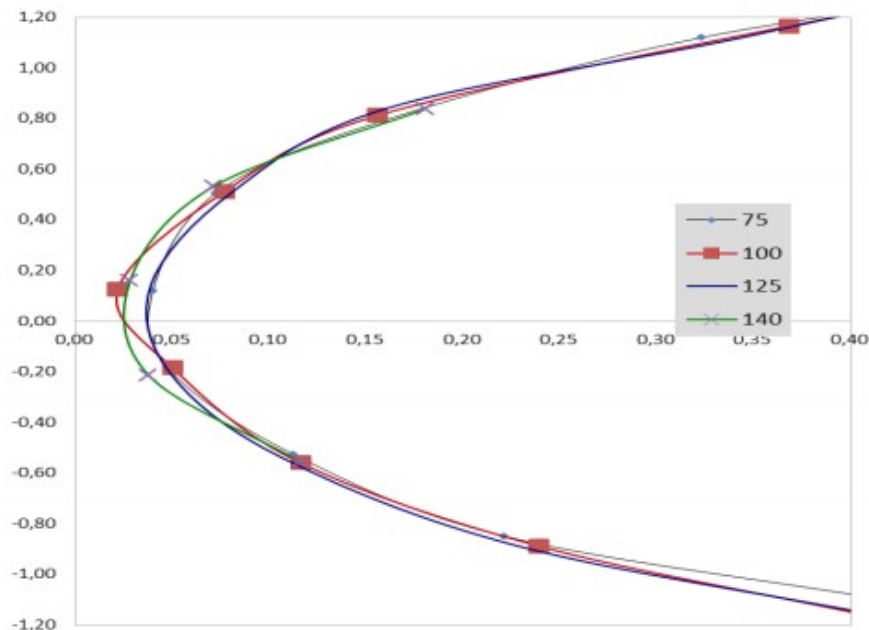


Slika 13. Ovisnost $\frac{dC_m}{d\delta_e}$ o napadnom kutu

S većim otklonom kormila dubine i porasom napadnog kuta, rasipanje intenzivno raste. Sljedeće se izrađuje polara s GGA koeficijentima i uspoređuje se s polarama dobivenim on-board ispitivanjima na neopisanoj varijanti F-16 zrakoplova.



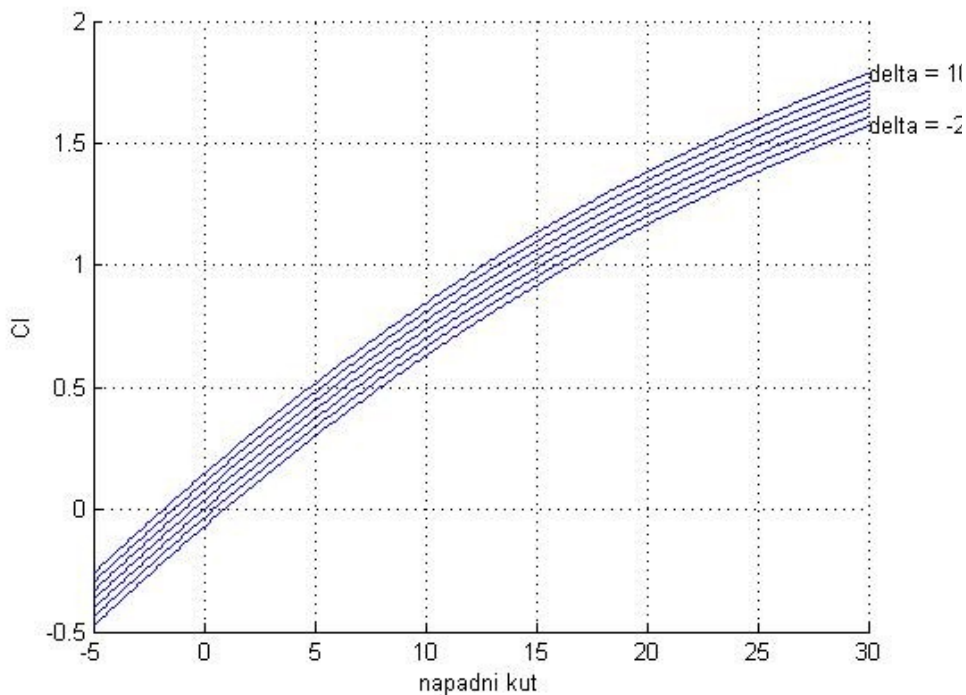
Slika 14. GGA Polara za F-16



Slika 15. Polara dobivena iz on-board rezultata, F-16[4]

Vidljivo je da GGA polara poprilično dobro opisuje polare F-16 zrakoplova dobivene on-board testovima, nedostatak GGA polare je neovisnost o brzini leta, ali ni prikazane eksperimentalne polare ne odstupaju previše jedna od druge.

Kao i kod analize DHC-6, radi linearosti GGA po δ_e vrijednosti uzgona se razlikuju za konstantnu vrijednost za različite δ_e .



Slika 16. Koeficijent uzgona za različite δ_e , F-16C

3. Analiza ravnotežnog leta

Analizira se ravnotežni let na F-16C i DHC-6. Nužni preduvjeti su:

- Moment propinjanja mora biti jednak nuli
- Uzgon mora biti jednak težini letjelice

Konkretno:

$$L = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_{Lrav} = W = mg$$

$$C_{Lrav} = \frac{2mg}{\rho V^2 S_{ref}}$$

$$M = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_a C_m = 0$$

$$C_m = 0$$

$$C_L - C_{Lrav} = 0$$

Sustav jednažbi će biti zapisan u matričnom obliku:

$$L_{FA} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \delta_e & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha & \delta_e & \alpha^2 \delta_e & \alpha^3 \delta_e & \alpha^4 \end{pmatrix}$$

$$K^T = \begin{pmatrix} \theta_{16} & \theta_{17} & \theta_{19} & \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{29} & \theta_{30} & \theta_{32} & \theta_{35} & \theta_{37} & \theta_{38} \end{pmatrix}$$

$$L_{Crav} = \begin{pmatrix} C_{Lrav} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

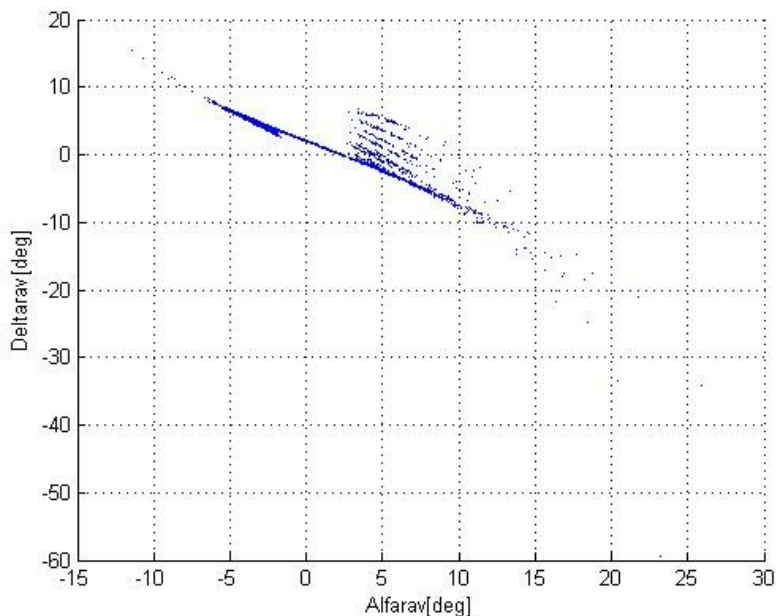
$$L_{FA} K - L_{Crav} = 0$$

Sustav jednažbi se rješava pomoću matlab fsolve metode, po 100 iteracija za svakih 0.01 vrijednosti Machovog broja, od 0.1 Ma do 0.8 Ma, za oba zrakoplova, na nadmorskoj visini od 0m.

3.1 DHC-6

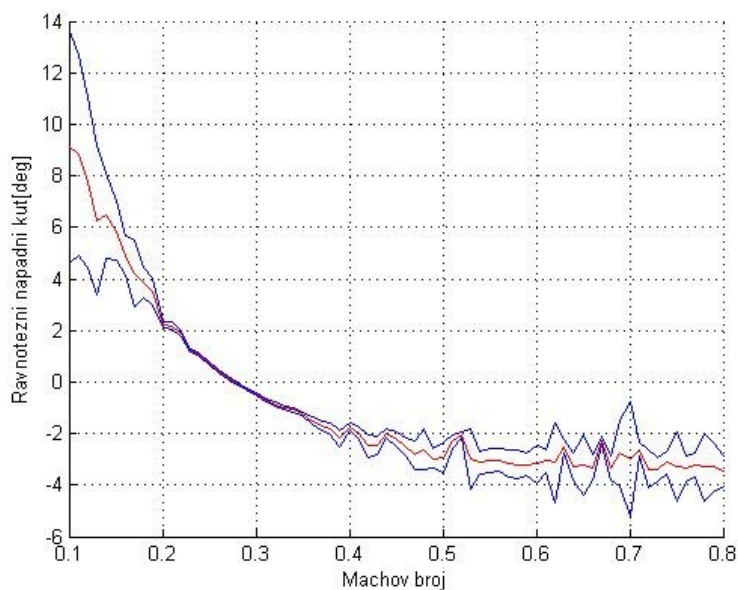
3.1.1 Ravnotežni let

Parovi ($\alpha_{rav}, \delta_{rav}$) dobiveni rješavanjem sustava jednačbi su prikazani na sljedećem grafu.

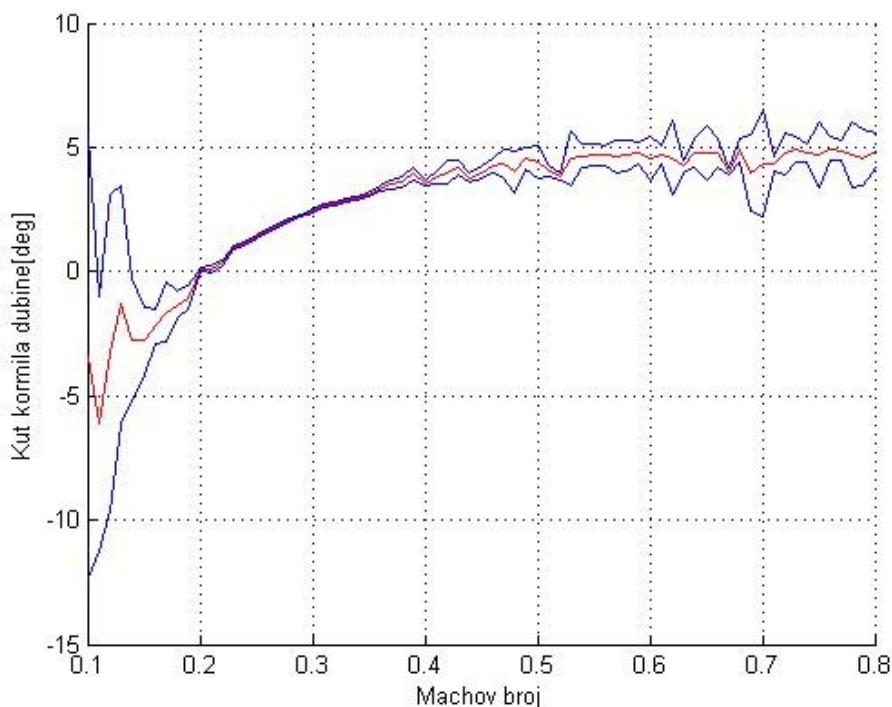


Slika 17. Rasipanje parova, DHC-6

Vrijednosti ravnotežnih napadnih kuteva i otklona kormila dubine u ovisnosti o machovom broju su prikazane na sljedeća dva grafa. Gornja plava krivulja pokazuje najveću moguću devijaciju, donja najmanju moguću, a crvena predstavlja težinsku sredinu.



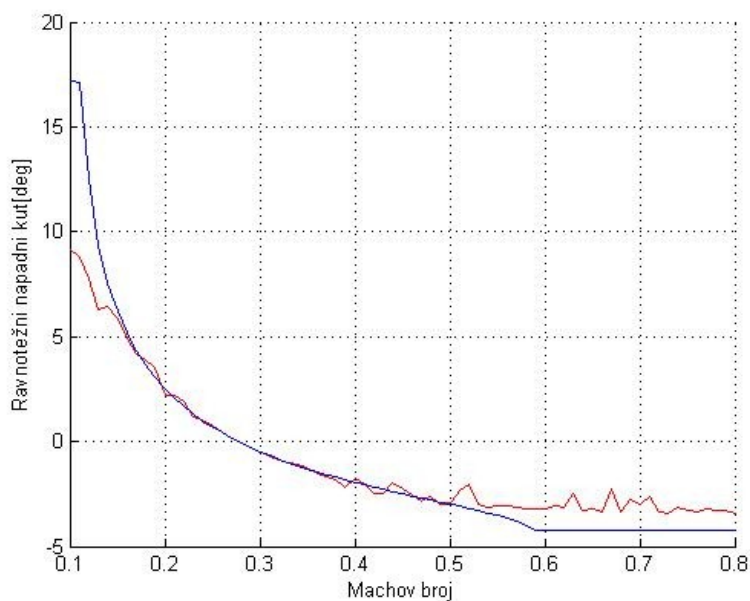
Slika 18. Ovisnost α_{rav} o machovom broju, DHC-6



Slika 19. Ovisnost δ_{erav} o machovom broju

Valja primjetiti da letjelica poprima negativni α_{rav} i pozitivni δ_{erav} na oko $Ma = 0.285$, čemu odgovara 351 km/h, što je oko 50 km/h više od najveće moguće brzine koju bilo koja varijanta DHC-6 može poprimiti u ravnotežnom letu, sve poslije te vrijednosti se uopće ne uzima u obzir u analizi DHC-6 zrakoplova i ovdje je rezultat prirode aproksimirajućeg modela GGA metode.

Sljedeća slika prikazuje usporedbu stohastičkih dobivenih težinskih rezultata i već osrednjenih rezultata korištenih koeficijentima bez rasipanja.



Slika 20. Usporedba α_{rav} dobivenih deterministički i stohastički, DHC-6

Iz prethodnog grafa se može zaključiti ako bi se u determinističkim proračunima koristile osrednjene vrijednosti dobivene stohastički, 100 iteracija po koraku machovog broja

nebi bilo dovoljno za točniju analizu DHC-6 zrakoplova, jer on leti duboko u subsonici a ovaj model ima intenzivno velika rasipanja za $Ma < 0.2$ i $Ma > 0.5$ kako se može zaključiti iz prethodnih grafova, koja su razumna područja ravnotežnog leta mlaznih aviona velikih performansi, prema kojima se ovaj model i naginje.

Konkretno vrijednosti ravnotežnog leta kod $Ma < 0.28$ za DHC-6 su navedene u sljedećoj tablici:

Ma	α_{rav}	δ_{erav}
0.10	17.2260	-12.3418
0.12	12.4836	-10.4962
0.14	7.5530	-4.9021
0.16	5.1896	-2.6056
0.18	3.6462	-1.1933
0.20	2.5274	-0.1985
0.22	1.6672	0.5558
0.24	0.9788	1.1559
0.26	0.4113	1.6500
0.28	-0.0676	2.0676

Tablica 3. Režimi ravnotežnog leta, DHC-6

3.1.2 Stabilnost

Za određivanje stabilnosti leta unosi se poremećaj na moment propinjanja od 1 stupnja, jedan negativan i jedan pozitivan, za pozitivni poremećaj mora moment propinjanja biti negativan da bi letjelica sama od sebe težila natrag ravnotežnom letu, za negativni poremećaj mora biti obrnuto, konkretno:

$$C_{M0} = \theta_{29} + \theta_{30}\alpha + \theta_{32}\delta_e + \theta_{35}\alpha^2\delta_e + \theta_{37}\alpha^3\delta_e + \theta_{38}\alpha^4$$

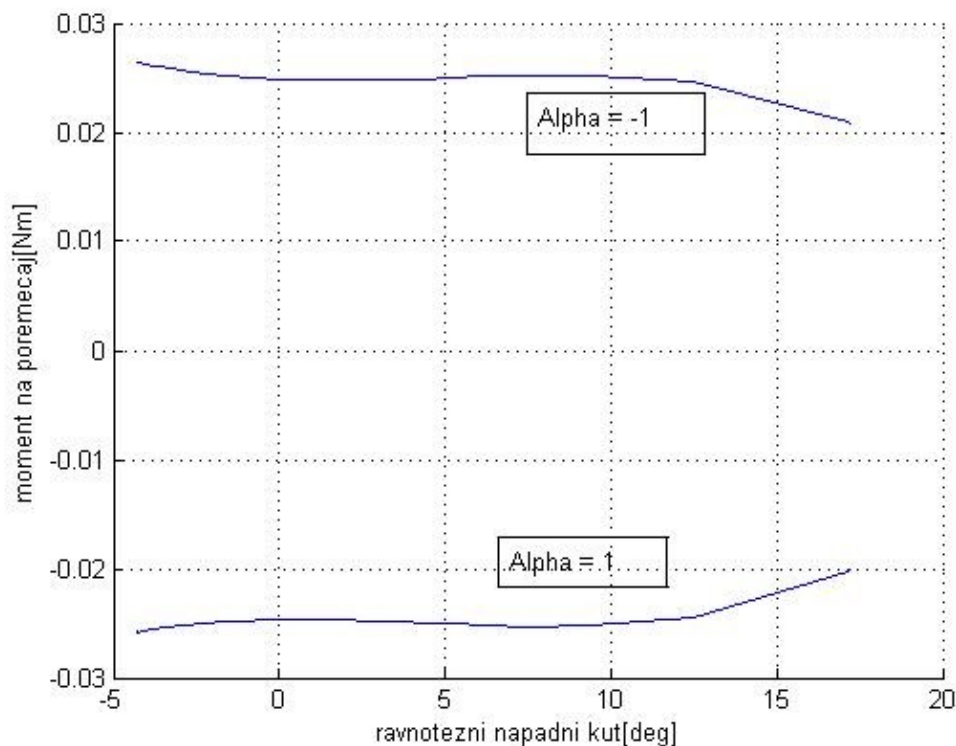
$$C_M = \theta_{29} + \theta_{30}(\alpha + \Delta\alpha) + \theta_{32}\delta_e + \theta_{35}(\alpha + \Delta\alpha)^2\delta_e + \theta_{37}(\alpha + \Delta\alpha)^3\delta_e + \theta_{38}(\alpha + \Delta\alpha)^4$$

$$\Delta\alpha = 1^\circ$$

$$C_M - C_{M0} < 0$$

$$\Delta\alpha = -1^\circ$$

$$C_M - C_{M0} > 0$$



Slika 21. Stabilnost u ovisnosti o α_{rav} , DHC-6

Kao što je vidljivo iz slike, uvjet je zadovoljen.

3.1.3 Upravljivost

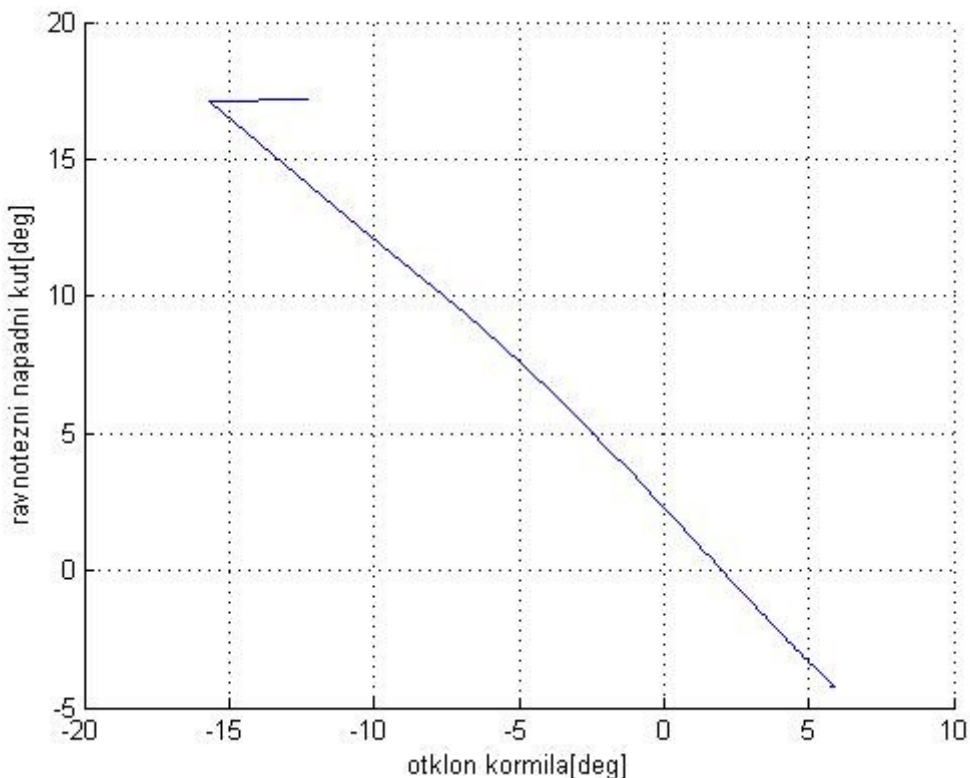
$\frac{dL_{rav}}{d\delta_m}$ mjera je upravljivosti zrakoplova. Za svaki zrakoplov vrijedi:

$$L_{rav} = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_{Lrav}$$

Uvrštavanjem GGA oblika u C_L dobije se:

$$L_{rav} = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} (\theta_{16} + \theta_{17} \alpha_{rav} + \theta_{19} \delta_{erav} + \theta_{21} \alpha_{rav}^2 + \theta_{22} \alpha_{rav}^3 + \theta_{23} \alpha_{rav}^4)$$

Za ovo je potrebna ovisnost $\alpha_{rav} = f(\delta_{erav})$. Ovisnost se prikazuje na sljedećem grafu.



Slika 22. Ovisnost α_{rav} o otklonu kormila dubine, DHC-6

Aproksimira se linearnom ovisnošću oblika $y = ax + b$ u području od -15 do 5 stupnjeva. Kod DHC-6 ovaj polinom je oblika:

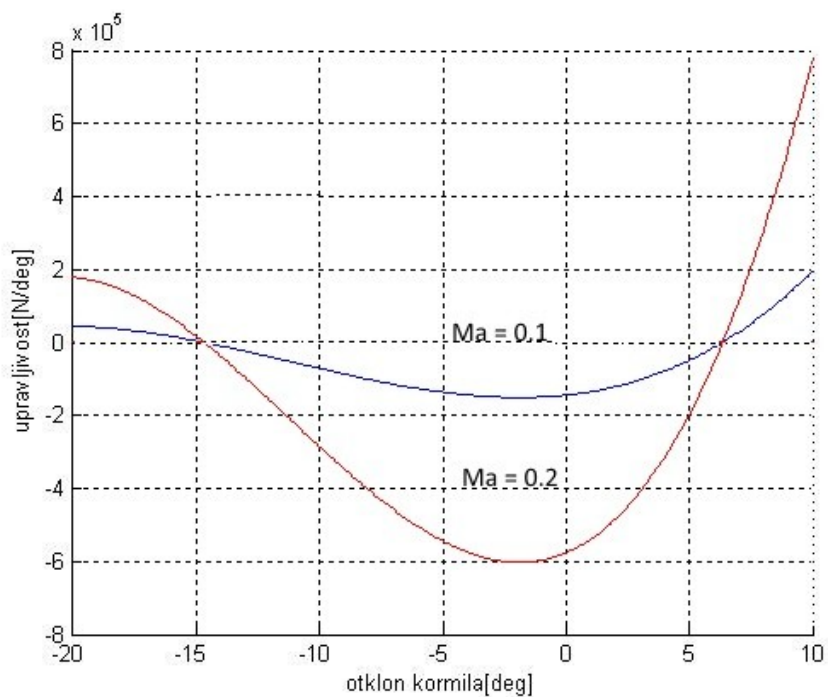
$$y = ax + b$$

$$y = -1.0360x + 0.0403$$

Uvrštavanjem oblika linearnog polinoma u izraz za L_{rav} i derivacijom po δ_{rav} dobiva se sljedeći izraz:

$$\frac{dL_{rav}}{d\delta_{rav}} = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} (\theta_{17} a + \theta_{19} + 2\theta_{21} (b + a\delta_e) * a + 3\theta_{22} ((b + a\delta_e)^2) * a + 4\theta_{23} ((b + a\delta_e)^3) a)$$

Nakon uvrštavanja potrebnih varijabli i izračunavanja, procjena upravljivosti je prikazana na sljedećem grafu:

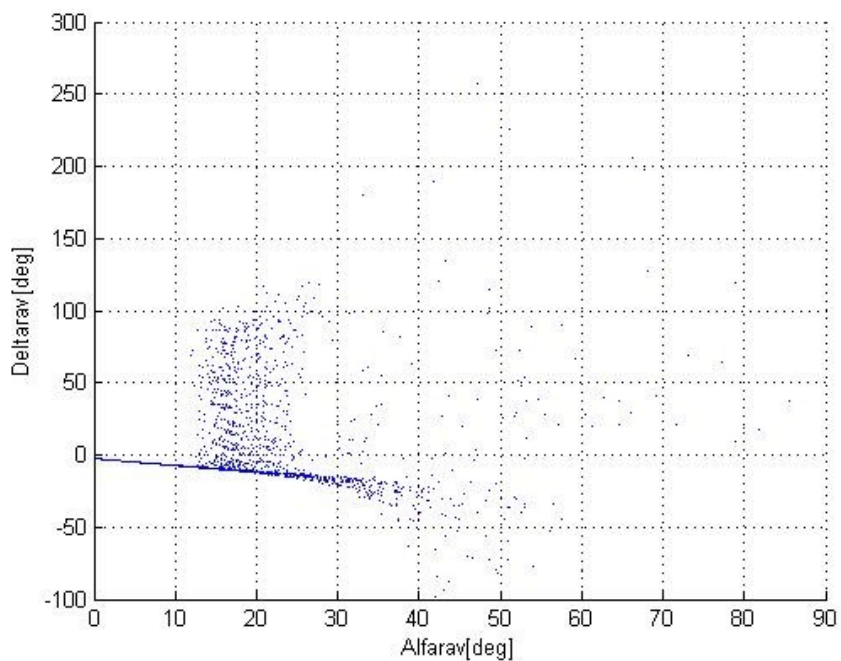


Slika 22. Procjena upravljivosti, DHC-6

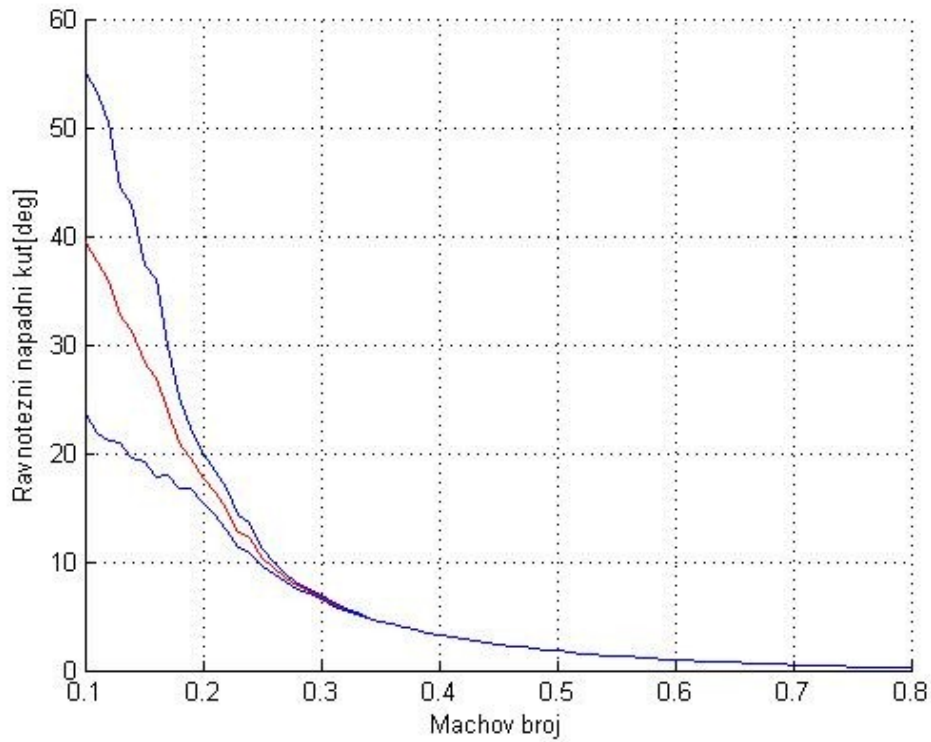
3.2 F-16

3.2.1 Ravnotežni let

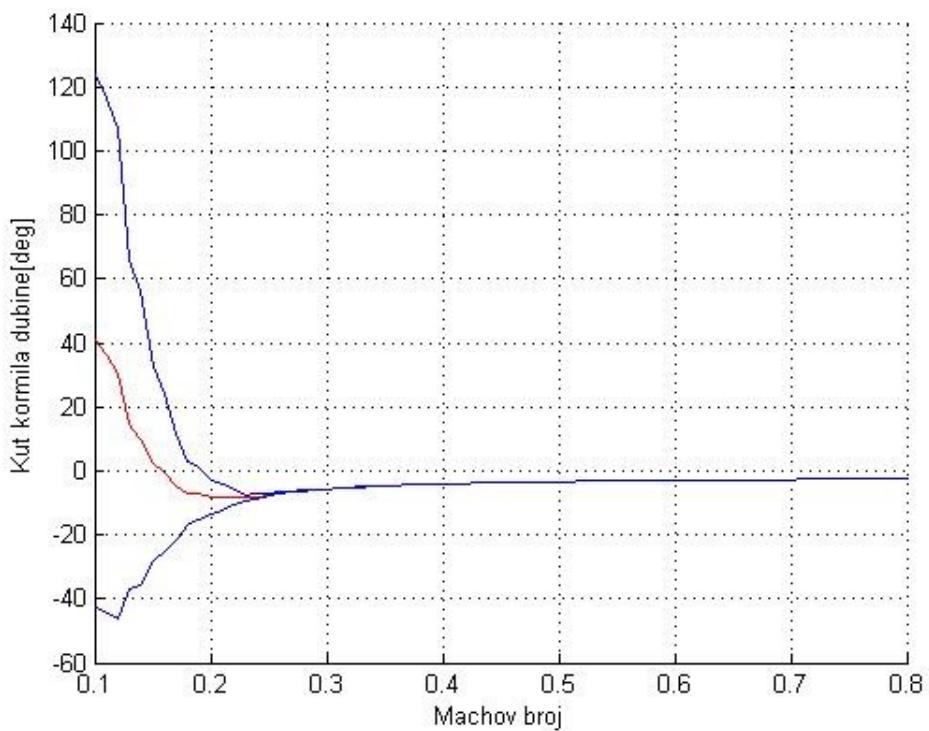
Analogno kao u 3.1. , dobivaju se sljedeći grafovi:



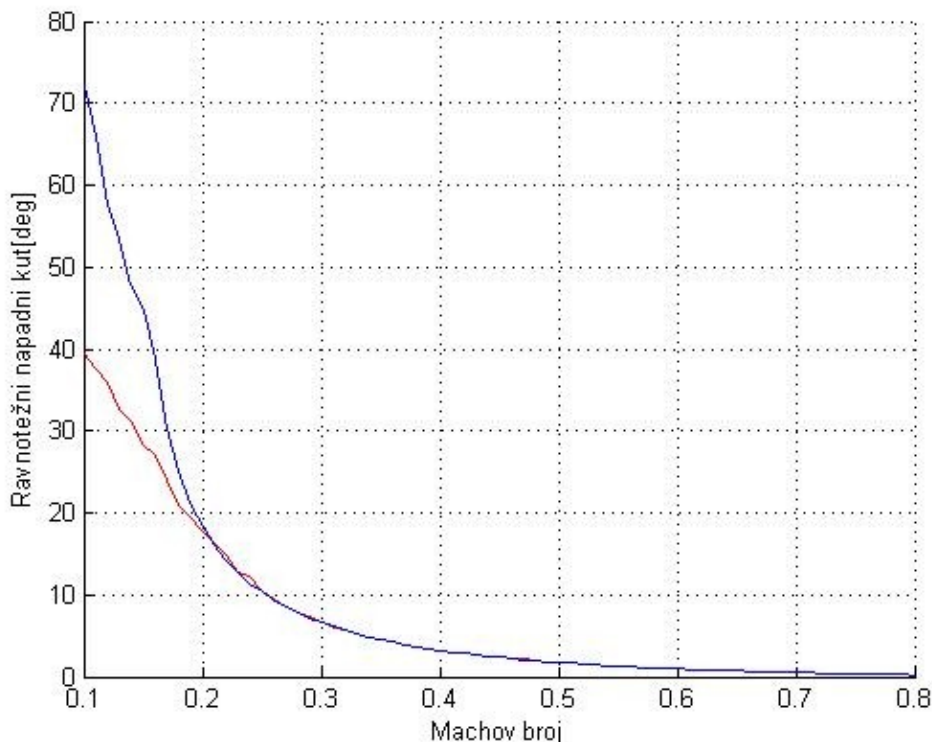
Slika 23. Rasipanje parova, F-16C



Slika 24. Ovisnost α_{rav} o machovom broju, F-16C



Slika 25. Ovisnost δ_{era} o machovom broju, F-16C



Slika 26. Usporedba α_{rav} dobivenih deterministički i stohastički, F-16C

U slučaju F-16 se vidi da je 100 iteracija po vrijednosti machovog broja dovoljno da bi se stohastični osrednjeni rezultati približili koeficijentima dobivenih bez bitnog odstupanja rezultata. Iz slike 24. i 25. je vidljivo da poslije 0.2 Ma više nema značajnih odstupanja rezultata, razlog toga je to što je 0.2 Ma približna brzina polijetanja F-16C zrakoplova, a njegova stall brzina okvirno oko 0.27 Ma.

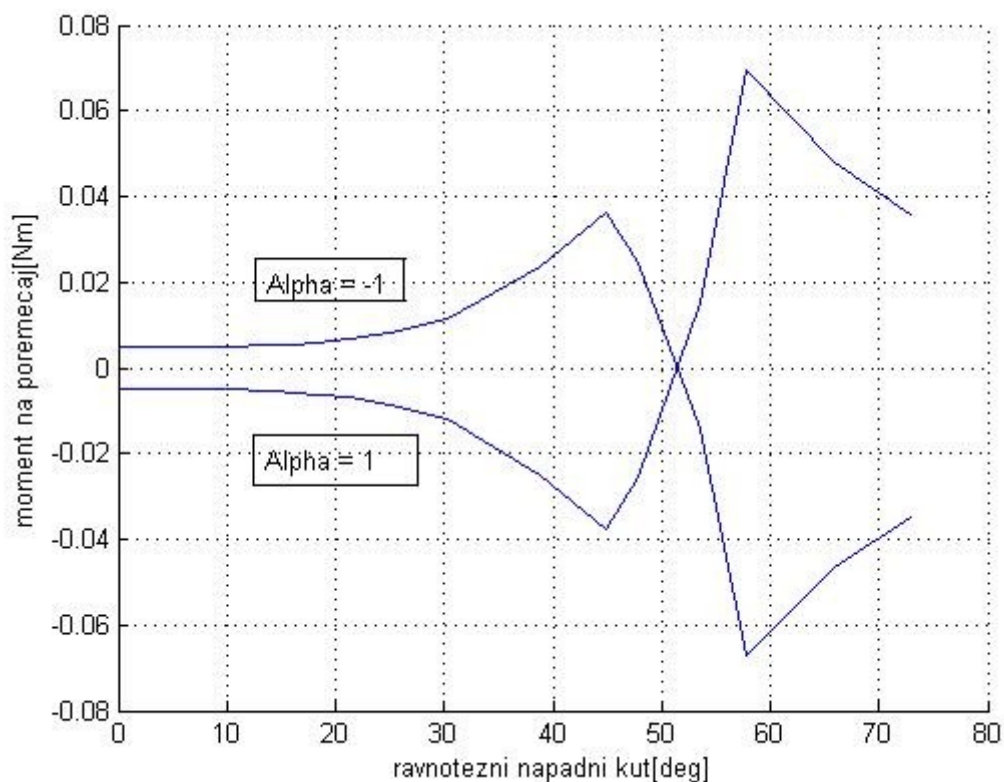
Konkretno vrijednosti ravnotežnog leta F-16C su prikazane u sljedećoj tablici.

Ma	α_{rav}	δ_{rav}
0.2	18.3653	-11.3041
0.3	6.6025	-5.7087
0.4	3.2338	-4.7079
0.5	1.7586	-3.3365
0.6	0.9765	-2.9404
0.7	0.5110	-2.7034
0.8	0.2112	-2.5504

Tablica 4. Režimi ravnotežnog leta, F-16

3.2.2 Stabilnost

Analogno 3.1.2, dobiva se sljedeći graf:



Slika 27. Stabilnost u ovisnosti o α_{rav} , F-16C

Vidljivo je iz slike da je uvjet stabilnosti zadovoljen, ravnotežni kutovi α_{rav} iznad 35 deg odgovaraju brzinama dalekko manjim od 0.2 mach, ispod koje F-16C ne leti, pa vrijednosti poslije te brojke niti ne ulaze u procjenu stabilnosti.

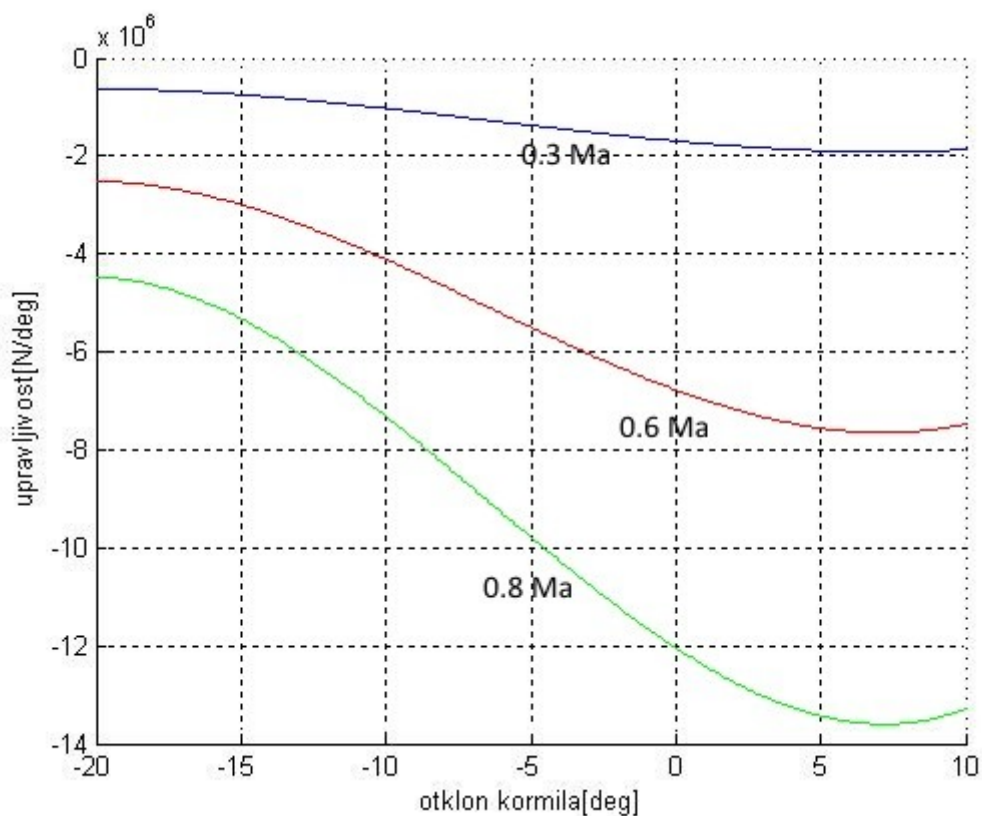
3.2.3 Upravljivost

Analogno kao za DHC-6 vadi se pravac ovisnosti α_{rav} o δ_{erav} , kod F-16C on je približno oblika:

$$y = -2.096x - 0.0912$$

za ravnotežni napadni kut od 0 do 30 stupnjeva.

Procjena upravljivosti uz ove uvjete je prikazana na sljedećoj slici.



Slika 28. Procjena upravljivosti, F-16C

4. Horizontalni let

U sljedećem se poglavlju analizira let zrakoplova u rasponu od sto sekundi, s integracijskim korakom od 0.3 sekunde, s rasipanjem prikazanim za sto letova.

Jednadžbe ravnotežnog gibanja središta mase su sljedeće:

$$mV \frac{dy}{dt} = L - W \cos \gamma$$

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma$$

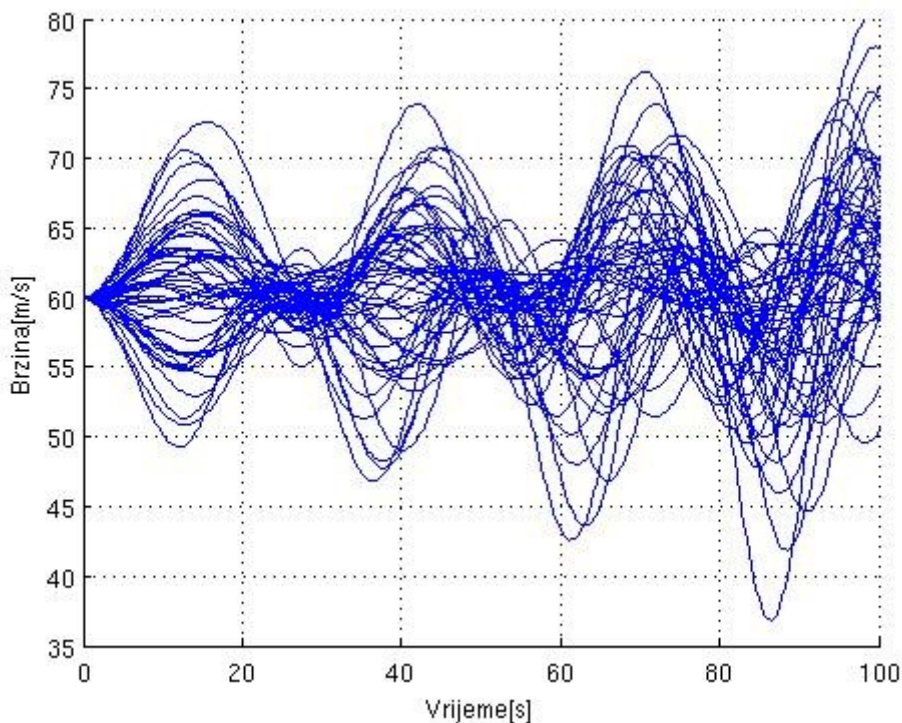
$$\frac{dx}{dt} = V \cos \gamma$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma$$

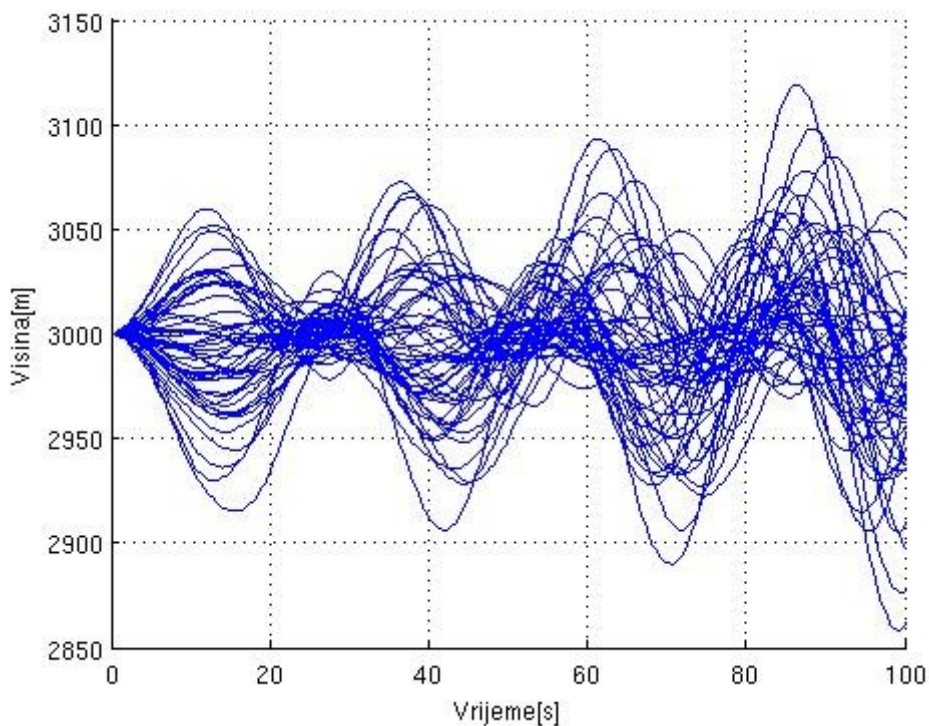
$$\frac{dy}{dt} = V \sin \gamma$$

4.1 DHC-6

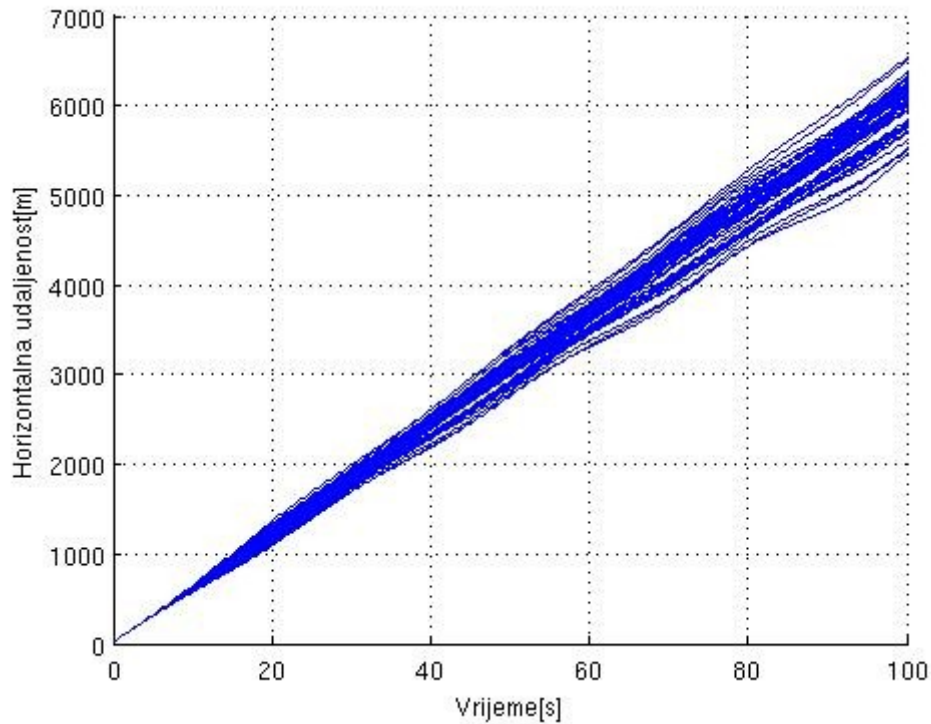
Postavni kut kormila visine je -6.2 stupnjeva, što je ravnotežni otklon kod visine od 3000 metara i brzine od 60 m/s. Kut penjanja je 0 stupnjeva. Simulacije leta i promjene promatranih veličina su prikazane na sljedećim dijagramima.



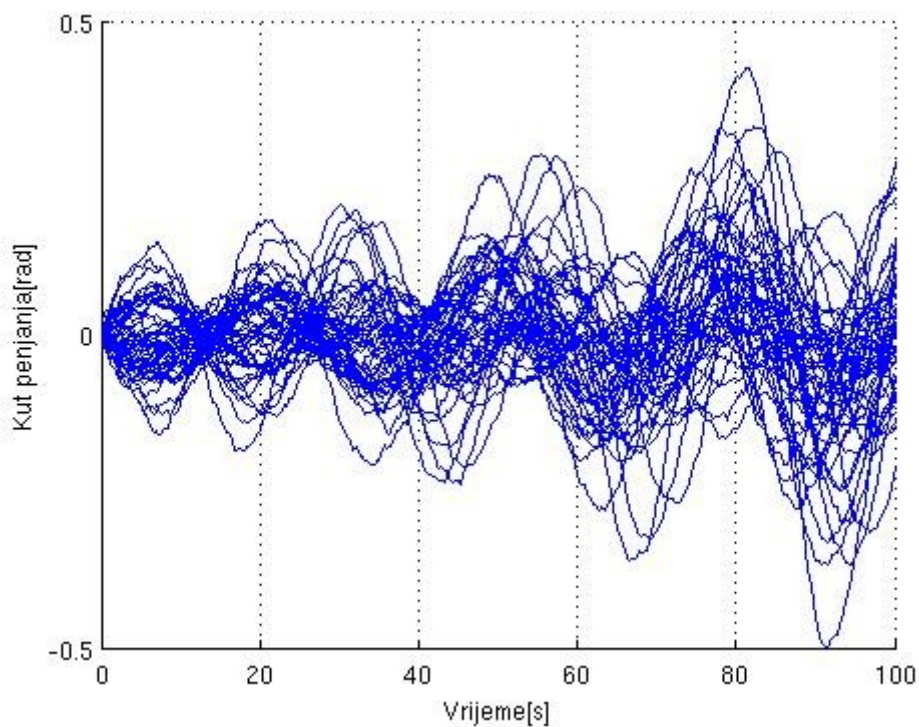
Slika 29. Rasipanje brzine, DHC-6



Slika 30. Rasipanje visine, DHC-6



Slika 31. Rasipanje udaljenosti po x osi, DHC-6

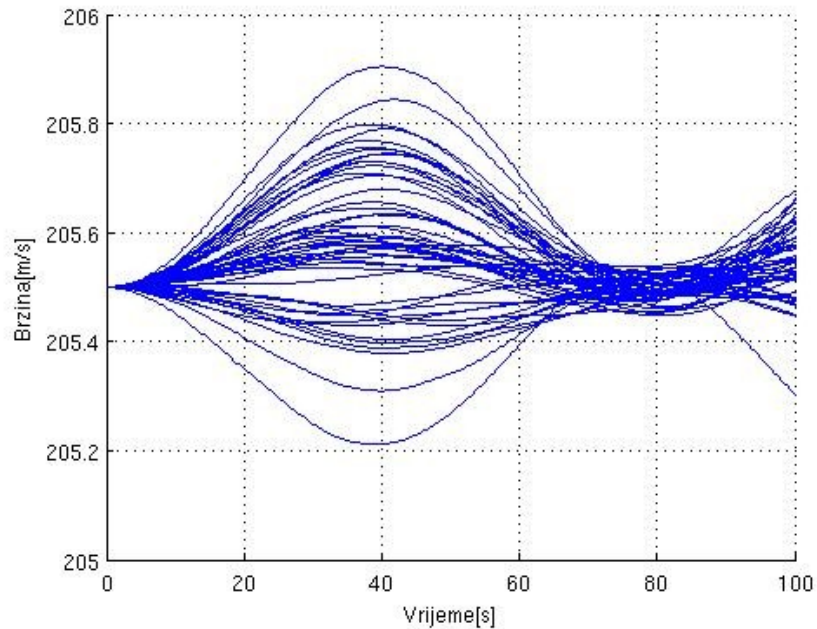


Slika 32. Rasipanje kuta penjanja, DHC-6

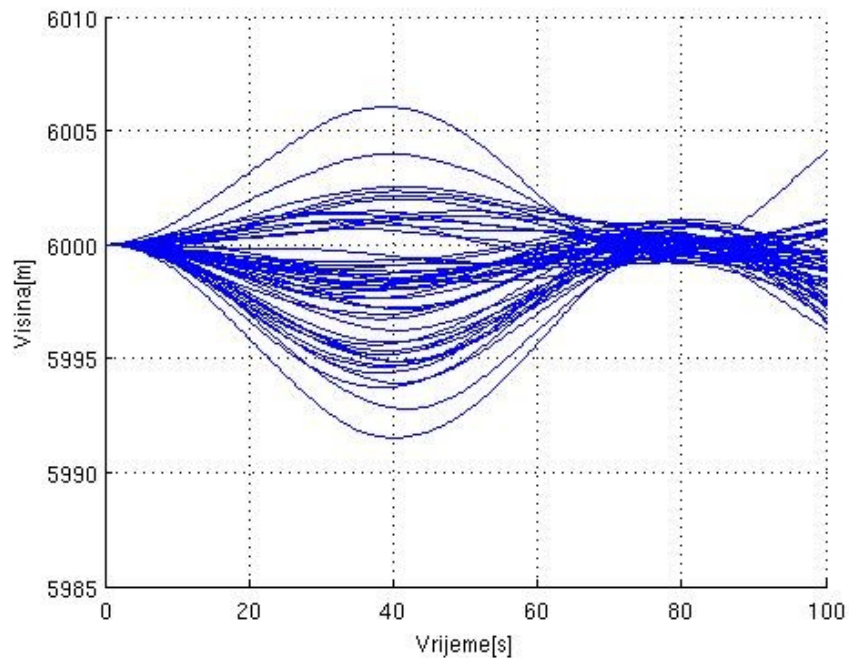
Vidljivo je rasipanje radi promjene koeficijenata u izrazu za uzgon i otpor, najznačajnije kod kuta penjanja.

4.2 F-16

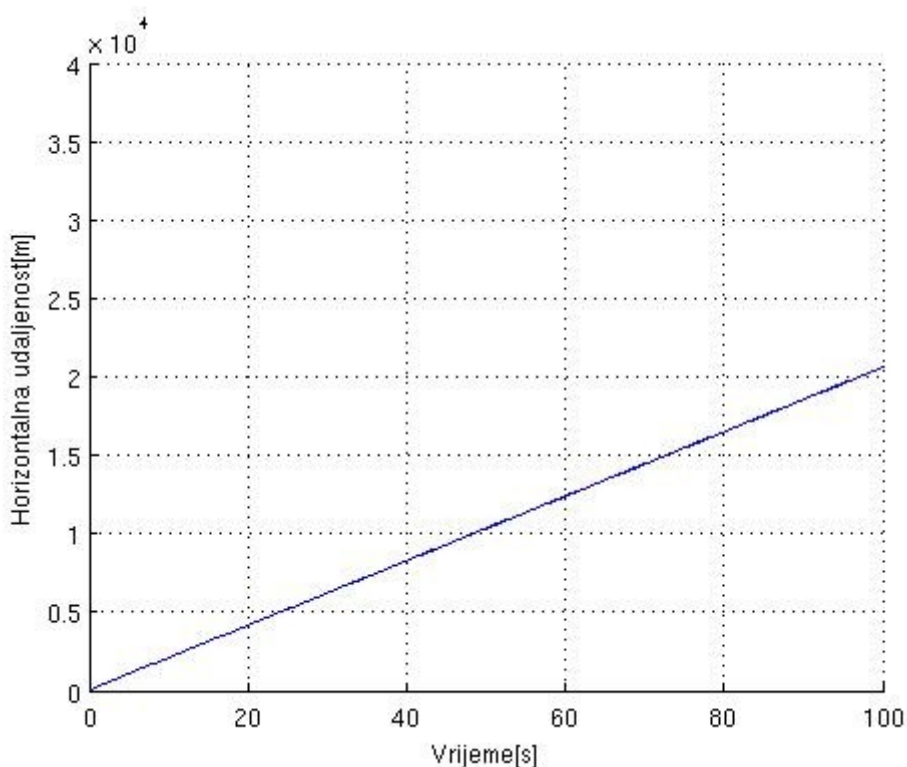
Postavni kut kormila visine je -4.5034 stupnjeva za ravnotežno stanje na 3000 metara i brzini od 205 m/s. Kut penjanja je 0 stupnjeva. Simulacije leta i promjene promatranih veličina su prikazane na sljedećim dijagramima.



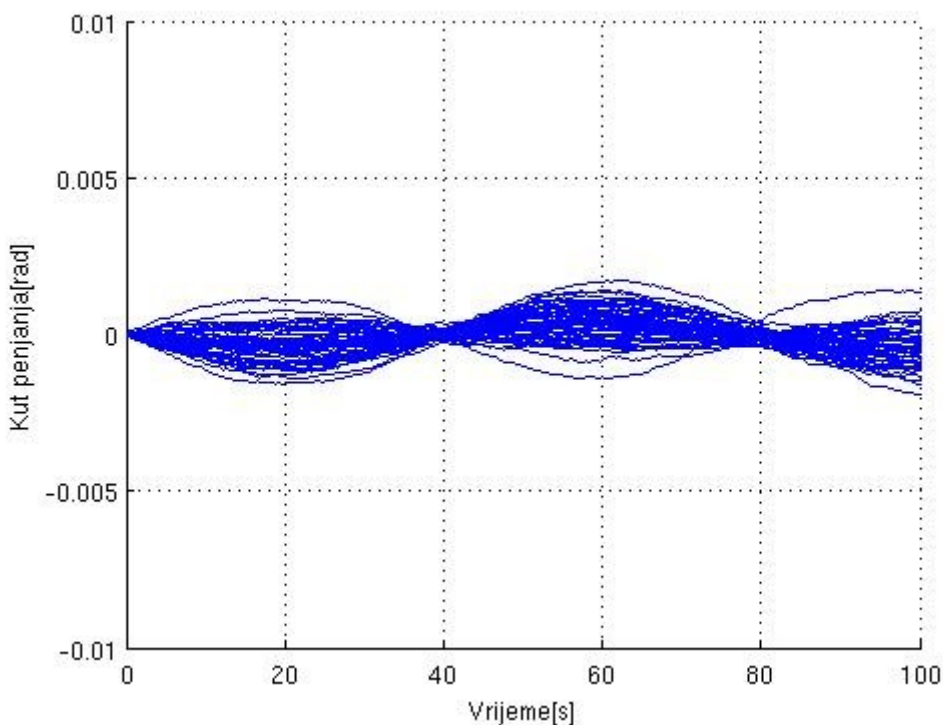
Slika 33. Rasipanje brzine, F-16C



Slika 34. Rasipanje visine, F-16C

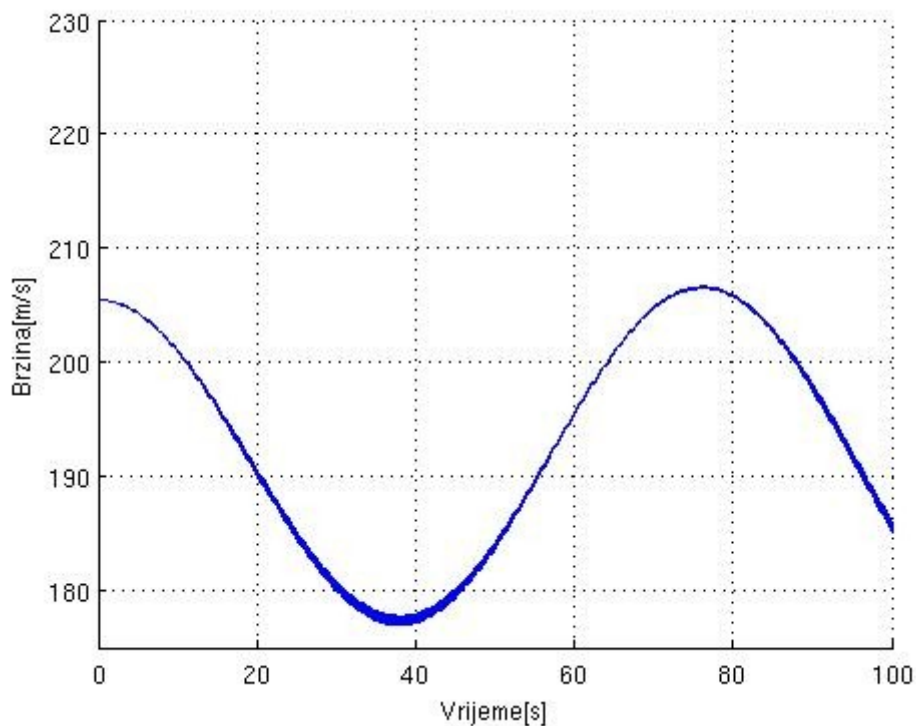


Slika 35. Udaljenost i njeno rasipanje, F-16C

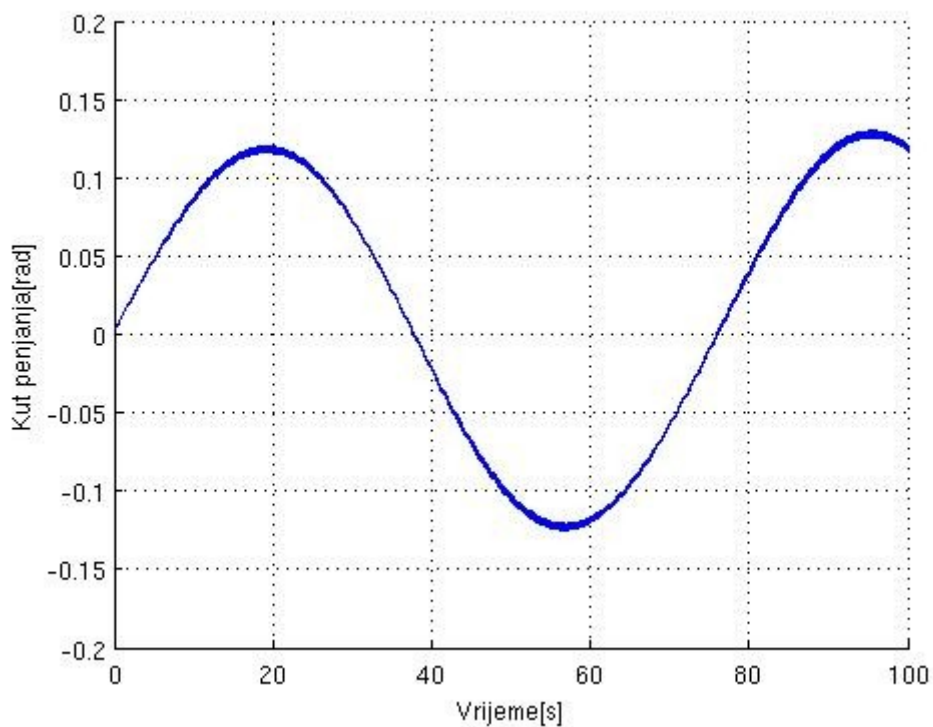


Slika 36. Rasipanje kuta penjanja, F-16C

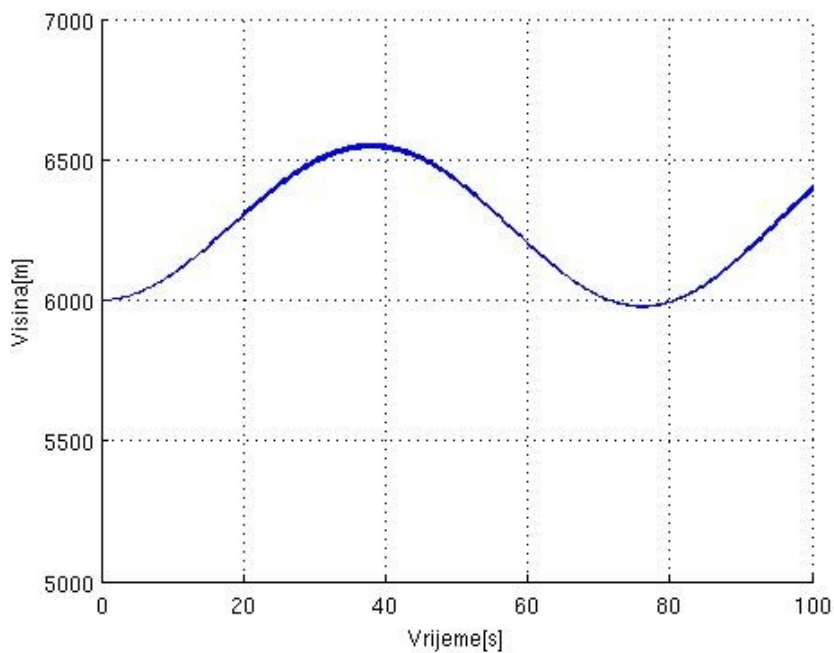
Ponovno je vidljivo rasipanje kao na primjeru DHC-a. Na sljedećim dijagramima će biti prikazano rasipanje kad zrakoplov nije u ravnotežnom horizontalnom letu, s kormilom dubine postavljenim na -5 stupnjeva, sve ostale varijable početnog stanja odgovaraju analizi horizontalnog leta.



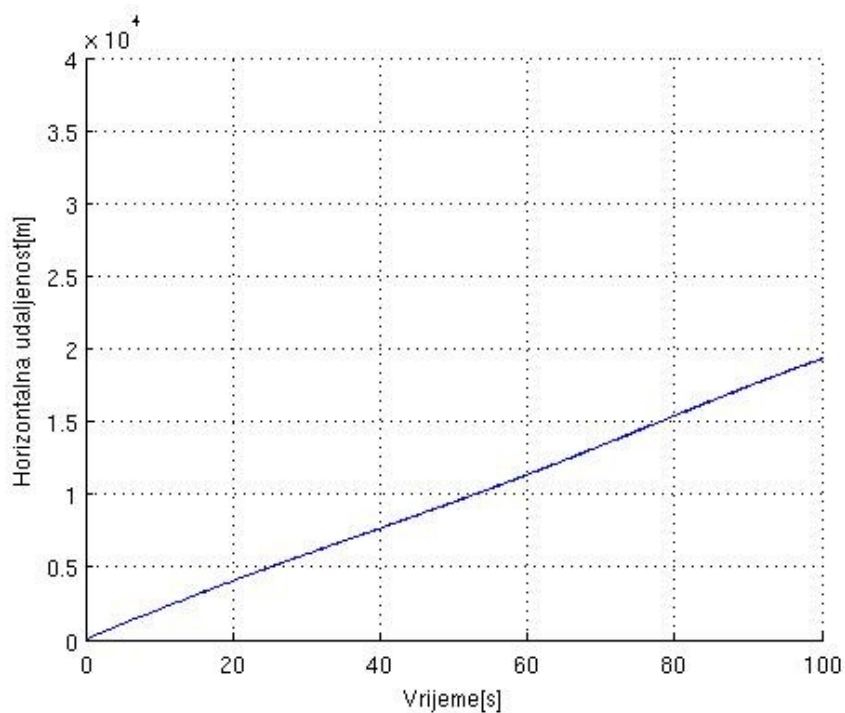
Slika 37. Rasipanje brzine, penjanje, F-16



Slika 38. Rasipanje kuta penjanja, penjanje, F-16



Slika 39. Rasipanje visine, penjanje, F-16C



Slika 40. Rasipanje udaljenosti, penjanje, F-16C

Valja zaključiti iz prethodnog da je analiza vjerodostojnija u slučaju kad let nije horizontalan, što opet ide u prilog tome da je ovaj model bolje namijenjen za analizu borbenih zrakoplova.

5.Zaključak

- GGA model ima prednost pred linearnim što za razliku od njega može veoma dobro prikazati slom uzgona.
- Rezultati osrednjenih vrijednosti se dobro poklapaju s on-board testovima.
- Postoji mogućnost ocjene stabilnosti kod različitih napadnih kuteva.
- Isto tako procjena upravljivosti za različite otklone kormila visine.
- Stanje ravnotežnog leta ima veće vrijeme računanja od linearnog modela, ali se može drastično smanjiti interpolacijom ovisnosti ravnotežnog napadnog kuta o otklonu kormila dubine.
- Analize leta isto tako traju duže od linearnih analiza, te njihove devijacije mogu dati nepredvidive rezultate, ali se također može pojednostaviti linearnom ovisnošću napadnog kuta o otklonu kormila visine.

6. Izvori

- [1] Jared A. Grauer, Eugene A. Morelli – Generic global aerodynamic model for aircraft
- [2] An Engineering Approach to the Calculation of Aerodynamic Flows
- [3] Analiza uzdužne statičke i dinamičke stabilnosti putničkog hidroaviona, Ozren Vranješ
- [4] Edwin J. Saltzman and John W. Hicks - In-Flight Lift-Drag Characteristics for a Forward-Swept Wing Aircraft