

# Analiza osjetljivosti odziva konstrukcije krila metodom konačnih elemenata

---

Lončarević, Vedrana

Master's thesis / Diplomski rad

2015

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:077431>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-22**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering  
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Vedrana Lončarević**

Zagreb, 2015.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentori:

Doc. dr. sc. Pero Prebeg

Student:

Vedrana Lončarević

Zagreb, 2015.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Peri Prebegu na korisnim savjetima i svoj ukazanoj pomoći prilikom izrade ovog rada.

Vedrana Lončarević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Vedrana Lončarević** Mat. br.: 0035169266

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza osjetljivosti odziva konstrukcije krila metodom konačnih elemenata**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Finite element sensitivity analysis of wing structural response**

Opis zadatka:

U radu je potrebno provesti analizu osjetljivosti odziva konstrukcije krila metodom konačnih elemenata (MKE). Rad je potrebno provesti koristeći programski paket Femap/Nastran (ili ekvivalentan) na postojećem MKE modelu krila generičkog transportnog aviona.

Zadatak obuhvaća slijedeće:

- teorijski prikaz najčešće korištenih metoda za analizu osjetljivosti odziva konstrukcija,
- prikaz mogućnosti korištenog programskog paketa za analizu osjetljivosti odziva konstrukcije metodom konačnih elemenata,
- provedbu analize osjetljivosti konstrukcije krila transportnog aviona,
- izradu linearnih modela za aproksimaciju odziva primjenom rezultata dobivenih analizom osjetljivosti,
- usporedbu odziva dobivenih linearnim modelima i metodom konačnih elemenata, u blizini stanja za koje je provedena analiza osjetljivosti,
- prijedlog korištenja i prezentiranja informacija dobivenih analizom osjetljivosti za dimenzioniranje konstrukcijskih elemenata.

U radu navesti korištenu literaturu te eventualnu dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

12. ožujka 2015.

Rok predaje rada:

14. svibnja 2015.

Predviđeni datumi obrane:

20., 21. i 22. svibnja 2015.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Pero Prebeg

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Ivica Smojver

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	IV
POPIS TABLICA .....	X
POPIS OZNAKA .....	XI
SAŽETAK.....	XIII
SUMMARY .....	XIV
1. UVOD.....	1
2. METODE ZA ANALIZU OSJETLJIVOSTI ODZIVA KONSTRUKCIJE.....	2
2.1 Općenito o konačnim diferencijama .....	2
2.1.1 Globalne diferencije pomaka.....	4
2.2 Općenito o analitičkom određivanju osjetljivosti.....	5
2.2.1 Direktne metode .....	5
2.2.2 Adjungirane metode .....	5
2.2.3 Analitičko određivanje osjetljivosti pomaka .....	6
2.3 Općenito o semi – analitičkim metodama.....	7
2.3.1 Semi – analitičko određivanje osjetljivosti pomaka.....	7
2.4 Aproksimacije .....	8
2.4.1 Linearna aproksimacija.....	8
2.4.2 Recipročna aproksimacija.....	9
2.4.3 Konveksna aproksimacija.....	9

3.	KRILO TRANSPORTNOG ZRAKOPLOVA .....	11
3.1	Geometrija zrakoplova .....	11
3.1.1	Geometrija krila.....	12
3.1.2	Diskretizirani model torzione kutije .....	15
3.2	Materijal .....	17
3.3	Rubni uvjeti .....	19
3.4	Opterećenja.....	19
4.	PROVEDBA ANALIZE OSJETLJIVOSTI.....	21
4.1	Priprema ulaznih datoteka.....	21
4.2	Priprema programa za učitavanje ulaznih/izlaznih datoteka te prikaz podataka 25	
4.3	Organizacija rezultata analize osjetljivosti.....	27
4.4	Analiza osjetljivosti.....	29
5.	ANALIZA REZULTATA .....	32
5.1	Pomaci u odnosu na varijable – debljine ljuskastih konačnih elemenata .....	32
5.2	Pomaci u odnosu na varijable – karakteristike presjeka grednih elemenata ..	41
5.3	Naprezanja u odnosu na varijable – debljine ljuskastih konačnih elemenata	47
5.4	Naprezanja u odnosu na varijable – karakteristike presjeka grednih elemenata 52	
5.5	Odzivi u odnosu na istovremene promjene više varijabli .....	55
5.6	Utjecaj varijabli na funkciju cilja – masu.....	63

5.7	Korištenje i prezentacija informacija dobivenih analizom osjetljivosti .....	64
6.	ZAKLJUČAK.....	68
	LITERATURA .....	70



**POPIS SLIKA**

Slika 1 Konačne diferencije unaprijed i unazad [4].....	3
Slika 2 Centralne konačne diferencije [4].....	3
Slika 3 Ovisnost greške (crvena linija – greška diskretizacije, plava linija – greška zaokruživanja) o koraku $h$ [4].....	4
Slika 4 Glavne dimenzije zrakoplova [8].....	11
Slika 5 Pojednostavljeni prikaz spoja krila i trupa.....	12
Slika 6 Tlocrt krila sa značajnim dimenzijama.....	13
Slika 7 Označavanje dimenzija uzdužnih elementa.....	14
Slika 8 Importirani i prepravljeni model torzione kutije u programu <i>MSC.Nastran for Windows</i> .....	15
Slika 9 Prikaz elemenata diskretiziranog modela oblikovani pravokutnim konačnim elementima (bez gornje oplata).....	16
Slika 10 Uvećani prikaz dijela diskretiziranog modela (bez gornje oplata). ....	16
Slika 11 Rubni uvjeti. ....	19
Slika 12 V-n dijagram promatranog zrakoplova.....	20
Slika 13 Ulazna kartica DESVAR [12] .....	22
Slika 14 Ulazne kartice: a) DVPREL1, b) DVPREL2 [12].....	24
Slika 15 Ulazna kartica DRESP 1 [12].....	24
Slika 16 Konačni elementi na kojima su ograničena naprezanja.....	25
Slika 17 Čvorovi u kojima su ograničeni pomaci.....	25

Slika 18 Dijagram klasa izrađenog programa.....	26
Slika 19 Sučelje kreiranog programa za vizualizaciju podataka o osjetljivosti.....	27
Slika 20 Sučelje kreiranog programa za vizualizaciju analize točnosti aproksimacija .....	29
Slika 21 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama	32
Slika 22 Pomak TX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli RSW TP .....	33
Slika 23 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama	33
Slika 24 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP .....	34
Slika 25 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP2 TP .....	34
Slika 26 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP1 TP .....	34
Slika 27 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP2 TP .....	35
Slika 28 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama.	35
Slika 29 Pomak TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP .....	36
Slika 30 Pomak TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP2 TP .....	36
Slika 31 Pomak TZ čvora 1332 za slučaj opterećenja F prema varijabli RSW TP .....	36
Slika 32 Osjetljivost pomaka RX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama	37
Slika 33 Pomak RX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP.....	37
Slika 34 Osjetljivost pomaka RY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama	38
Slika 35 Pomak RY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP.....	38
Slika 36 Pomak RY čvora 3072 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP.....	39
Slika 37 Pomak RY čvora 3072 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP2 TP .....	39

Slika 38 Pomak RY čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP3 TP .....	39
Slika 39 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama.	40
Slika 40 Pomak RZ čvora 3072 za slučaj opterećenja E prema varijabli LP3 TP.....	40
Slika 41 Pomak RZ čvora 1332 za slučaj opterećenja F prema varijabli UP2 TP.....	41
Slika 42 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS BF ...	42
Slika 43 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli RS BF ...	42
Slika 44 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli US1 BF.	43
Slika 45 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 BF.	43
Slika 46 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 T....	44
Slika 47 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS T .....	44
Slika 48 Osjetljivost pomaka TX čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli US1 T	45
Slika 49 Osjetljivost pomaka TZ čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS2 T	45
Slika 50 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema varijabli LS1 HW	46
Slika 51 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS T .....	46
Slika 52 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 BF.	47
Slika 53 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xx}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	47
Slika 54 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xx}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 .....	48
Slika 55 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{yy}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	48

Slika 56 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{yy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 .....	49
Slika 57 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	49
Slika 58 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FSW .....	50
Slika 59 Osjetljivost naprezanja $\sigma_1$ elementa7998 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	50
Slika 60 Osjetljivost naprezanja $\sigma_1$ elementa7998 za slučaj opterećenja D prema varijabli LP1 .....	50
Slika 61 Osjetljivost naprezanja $\sigma_2$ elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	51
Slika 62 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{VM}$ elementa8005 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama.....	51
Slika 63 Osjetljivost naprezanja $\sigma_2$ elementa8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 .....	51
Slika 64 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{VMx}$ elementa8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 .....	52
Slika 65 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xx}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW.....	52
Slika 66 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{yy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FS T .....	53
Slika 67 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FS T .....	53

Slika 68 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{xy}$ elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli LS1 BF .....	54
Slika 69 Osjetljivost naprezanja $\sigma_1$ elementa7998 za slučaj opterećenja D prema varijabli LS1 HW .....	54
Slika 70 Osjetljivost naprezanja $\sigma_2$ elementa8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW .....	55
Slika 71 Osjetljivost naprezanja $\sigma_{VM}$ elementa8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW .....	55
Slika 72 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli .....	57
Slika 73 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli .....	57
Slika 74 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema trećoj grupi varijabli .....	58
Slika 75 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli .....	58
Slika 76 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli .....	59
Slika 77 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli .....	60
Slika 78 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli .....	60
Slika 79 Osjetljivost pomaka TZ čvora 2985 za slučaj opterećenja F prema prvoj grupi varijabli .....	61

Slika 80 Osjetljivost pomaka RX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli .....	61
Slika 81 Osjetljivost odziva $\sigma_{xx}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli .....	62
Slika 82 Osjetljivost odziva $\sigma_{xx}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja E prema prvoj grupi varijabli .....	62
Slika 83 Osjetljivost odziva $\sigma_{yy}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja B prema trećoj grupi varijabli .....	62
Slika 84 Osjetljivost odziva $\sigma_{xy}$ elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema prvoj grupi varijabli .....	63
Slika 85 Osjetljivost odziva $\sigma_2$ elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema drugoj grupi varijabli .....	63
Slika 86 Osjetljivost mase prema svim varijablama .....	64
Slika 87 Promjena varijabli za promjenu pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C .....	65
Slika 88 Promjena mase za promjenu varijabli za zadovoljavanje promjene pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C .....	65
Slika 89 Promjena varijabli za promjenu naprezanja $\sigma_{xx}$ elementa 7981 za slučaj opterećenja C .....	66
Slika 90 Promjena mase za promjenu varijabli za zadovoljavanje promjene naprezanja $\sigma_{xx}$ elementa 7981 za slučaj opterećenja C .....	66

**POPIS TABLICA**

Tablica 1 Osnovni podaci promatranog zrakoplova.....	11
Tablica 2 Dimenzije pojedinih elemenata torzione kutije.....	14
Tablica 3 Mehanička svojstva aluminijske legure 7075.....	17
Tablica 4 Svojstva aluminijske legure 7075 [9].....	18
Tablica 5 Aerodinamičke karakteristike za slučajeve opterećenja.....	20
Tablica 6 Pregled svih varijabli.....	23
Tablica 7 Pregled varijabli s pripadajućim vrijednostima.....	30
Tablica 8 Pomaci varijabli $\Delta X$ od referentog stanja po pojedinom grupama varijabli ..	57

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
<b>K</b>		Matrica krutosti
<b>U</b>		Vektor pomaka
<b>f</b>		Vektor opterećenja
<b>S</b>	$m^2$	Površina krila
<b>AR</b>		Aspektni odnos krila
$\lambda$		Suženje krila
$C_{Lmax}$		Maksimalni koef. uzgona zrakoplova
$m_{TOW}$	kg	Maksimalna masa zrakoplova
$m_L$	kg	Maksimalna masa pri slijetanju
$m_{ZF}$	kg	Maksimalna masa bez goriva
<b>E</b>	$N/mm^2$	Young-ov modul elastičnosti
<b>v</b>		Poisson-ov koeficijent
$\sigma_U$	$N/mm^2$	Vlačna čvrstoća
$\sigma_Y$	$N/mm^2$	Granica tečenja
$\tau_Y$	$N/mm^2$	Smična čvrstoća
$\rho$	$kg/m^3$	Gustoća
<b>n</b>		Faktor opterećenja
<b>V</b>	m/s	Brzina zrakoplova
$C_{LW}$		Koef. uzgona krila
$\alpha$	°	Napadni kut
$\alpha_{Z0}$	°	Kut nultog uzgona
$\alpha_{kor}$	°	Korigirani napadni kut
UP1 TP	mm	Debljina oplata gornjake prvog dijela krila
UP2 TP	mm	Debljina oplata gornjake drugog dijela krila
LP1 TP	mm	Debljina oplata donjake prvog dijela krila
LP2 TP	mm	Debljina oplata donjake drugog dijela krila
LP3 TP	mm	Debljina oplata donjake trećeg dijela krila
FSW TP	mm	Debljina struka prednje ramenjače
RSW TP	mm	Debljina struka stražnje ramenjače
FS BF	mm	Širina pojasa flanže prednje ramenjače



FS HW	mm	Visina struka flanže prednje ramenjače
FS T	mm	Debljina pojasa i struka flanže prednje ramenjače
RS BF	mm	Širina pojasa flanže stražnje ramenjače
RS HW	mm	Visina struka flanže stražnje ramenjače
RS T	mm	Debljina pojasa i struka flanže stražnje ramenjače
US1 BF	mm	Širina pojasa uzdužnica na gornjaci na 1. dijelu krila
US1 HW	mm	Visina struka uzdužnica na gornjaci na 1. dijelu krila
US1 T	mm	Debljina pojasa i struka uzdužnica na gornjaci na 1. dijelu krila
US2 BF	mm	Širina pojasa uzdužnica na gornjaci na 2. dijelu krila
US2 HW	mm	Visina struka uzdužnica na gornjaci na 2. dijelu krila
US2 T	mm	Debljina pojasa i struka uzdužnica na gornjaci na 2. dijelu krila
LS1 BF	mm	Širina pojasa uzdužnica na donjaci na 1. dijelu krila
LS1 HW	mm	Visina struka uzdužnica na donjaci na 1. dijelu krila
LS1 T	mm	Debljina pojasa i struka uzdužnica na donjaci na 1. dijelu krila
LS2 BF	mm	Širina pojasa uzdužnica na donjaci na 2. dijelu krila
LS2 HW	mm	Visina struka uzdužnica na donjaci na 2. dijelu krila
LS2 T	mm	Debljina pojasa i struka uzdužnica na donjaci na 2. dijelu krila
LS3 BF	mm	Širina pojasa uzdužnica na donjaci na 3. dijelu krila
LS3 HW	mm	Visina struka uzdužnica na donjaci na 3. dijelu krila
LS3 T	mm	Debljina pojasa i struka uzdužnica na donjaci na 3. dijelu krila
TX	mm	Pomak u smjeru osi – x
TY	mm	Pomak u smjeru osi – y
TZ	mm	Pomak u smjeru osi – z
RX	rad	Rotacija oko osi – x
RY	rad	Rotacija oko osi – y
RZ	rad	Rotacija oko osi – z
$\sigma_{xx}$	N/mm <sup>2</sup>	Normalna naprezanja u smjeru osi – x
$\sigma_{yy}$	N/mm <sup>2</sup>	Normalna naprezanja u smjeru osi – y
$\sigma_{xy}$	N/mm <sup>2</sup>	Posmična naprezanja
$\sigma_1$	N/mm <sup>2</sup>	Maksimalno glavno naprezanje
$\sigma_2$	N/mm <sup>2</sup>	Minimalno glavno naprezanje
$\sigma_{VM}$	N/mm <sup>2</sup>	Naprezanje prema Von Misesu

## SAŽETAK

U radu je provedena analiza osjetljivosti odziva konstrukcije krila metodom konačnih elemenata (u daljnjem tekstu MKE), s ciljem utvrđivanja mogućnosti primjene pri projektiranju. Analiza osjetljivosti provedena je na postojećem MKE modelu krila generičkog transportnog zrakoplova koristeći računalni alat FEMAP/NX Nastran. Izrađena su dva modela za aproksimaciju (linearna i recipročna aproksimacija) odziva na temelju rezultata dobivenih analizom osjetljivosti.

Tijekom pripreme odnosno istraživanja za ovaj rad analiza osjetljivosti provedena je na pojednostavljenom modelu krila, a dobiveni rezultati su obrađeni u programskom paketu Excel. U okviru ovog rada, zbog velike količine podataka koje je trebalo obraditi, kreiran je program za učitavanje i manipulaciju podacima. To je omogućilo jednostavnije i brže snalaženje među podacima te tako olakšalo usporedbu odziva dobivenih aproksimacijama i MKE analizom odnosno analizu točnosti aproksimacija. Usporedba je provedena za različite vrste odziva na nekoliko karakterističnih pozicija modela krila.

Na kraju rada predložen je i način na koji bi se mogle prezentirati informacije dobivene analizom osjetljivosti projektantu u fazi dimenzioniranja konstrukcijskih elemenata. Time bi projektant imao bolji uvid u to koju komponentu (projektanu varijablu) bi imalo smisla mijenjati ukoliko se želi utjecati na neki odziv, primjerice smanjiti određeni pomak ili ukupnu masu konstrukcije, a da se pri tom uštedi kako vrijeme tako i računski resursi.

Ključne riječi: analiza osjetljivosti, koeficijenti osjetljivosti, aproksimacija.

## **SUMMARY**

Finite element sensitivity analysis of wing structural response was conducted in this thesis in order to investigate its potential use in structural design. Analyses were carried out using already existing FE model of the generic transport aircraft wing in FEMAP/NX Nastran. Two response approximation models were made (direct and reciprocal approximation) based on the results from the performed sensitivity analysis.

Sensitivity analysis for the initial work and investigations performed for this thesis was done on simplified wing model, and all the results were analysed in Excel. Scope and number of performed analyses and their results within the thesis itself required creating a program for data reading and manipulation. This algorithm enabled faster and easier data analysis and comparison between responses given by approximation models and those by FE analysis.

In the end of this thesis a potential way of using the information given by sensitivity analysis in the phase of structural elements sizing is proposed. This approach would result with a designer having greater understanding on which parameter has the biggest impact on certain responses and how he could achieve a certain boost or reduction in a structural response, saving both time and computational resources.

Key words: sensitivity analysis, sensitivity analysis coefficients, approximation.

## 1. UVOD

Analizom osjetljivosti odziva konstrukcije određuje se odnos promjene pojedinih odziva konstrukcije prema promjenama parametara koji opisuju tu konstrukciju. Parametri, tj. varijable, u analizi osjetljivosti tankostjenih konstrukcija mogu biti primjerice debljina oplata ili dimenzije presjeka grednih elemenata. Dobiveni odnosi promjena odziva i parametara (parcijalne derivacije) nazivaju se i koeficijenti osjetljivosti konstrukcije [1].

Najčešće se primjenjuje pri radu s optimizacijskim algoritmima baziranim na gradijentima (npr. Sekvencijalno linearno programiranje) te za ispitivanje osjetljivosti/robusnosti projektnih varijanti.

Čak i ako se ne koristi formalna optimizacija, analiza osjetljivosti može značajno ubrzati i unaprijediti proces projektiranja konstrukcije [2] jer omogućuje kvantificiranje utjecaja pojedinih parametara na relevantne odzive odnosno atribute projektirane konstrukcije. Time je omogućeno jednostavnije donošenje odluka o tome koje varijable mijenjati da bi se postiglo željeno stanje odziva.

Najveća poteškoća pri prvim pokušajima povezivanja analize odziva konstrukcije i numeričke optimizacije bilo je to što je svaki put kada je bila potrebna informacija o određenom odzivu u ovisnosti o nekom parametru bilo potrebno provesti analizu metodom konačnih elemenata (takozvani „*Black – box*“ pristup) [1]. Problem predstavlja činjenica da su vrlo često odzivi od interesa implicitne funkcije projektnih varijabli. Kada se uzme u obzir da se pri projektiranju može raditi sa stotinama varijabli i tisućama ograničenja postaje očito da se analiza metodom konačnih elemenata ne može provoditi za svaku promjenu projektnih varijabli koju zahtjevaju pojedini optimizacijski algoritmi. To bi dovelo do tisuća dodatnih MKE analiza koje treba provesti. Stoga, kako bi se smanjio utrošak računalnih (i vremenskih) resursa moguće je koristiti različite aproksimacije. Analitičko određivanje koeficijenata osjetljivosti računalno je vrlo efikasno što ujedno omogućuje i efikasnu aproksimaciju odziva.

## 2. METODE ZA ANALIZU OSJETLJIVOSTI ODZIVA KONSTRUKCIJE

Metode za analizu osjetljivosti mogu se podijeliti u tri osnovne kategorije: analitičke metode, semi – analitičke metode (*eng. quasy – analitical*) i konačne diferencije [3].

### 2.1 Općenito o konačnim diferencijama

Ova metoda je često korištena budući da je najlakša za implementaciju no u usporedbi s analitičkom i semi – analitičkom metodom je manje učinkovita. Zasniva se na razvoju funkcije  $y(x)$  u Taylerov red oko točke  $x$  [2].

$$y = f(x) \quad (1)$$

$$f(x + h) = f + \frac{1}{1!}f'h + \frac{1}{2!}f''h^2 + \frac{1}{3!}f'''h^3 + \dots \quad (2)$$

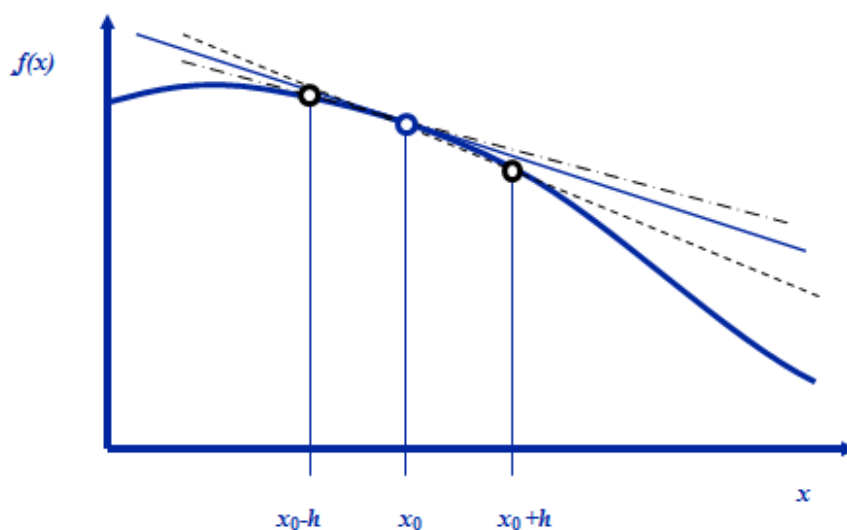
Diferencije unaprijed dobivaju se iz gornje jednadžbe kako slijedi:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x + h) - f(x)}{h} - O(h) \quad (3)$$

Gdje je  $O(h)$  greška zbog zanemarivanja članova višeg stupnja Taylorovog reda.

Slično se mogu dobiti i diferencije unazad ako se umjesto za  $f(x+h)$  raspiše Taylorov red za  $f(x-h)$ .

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x) - f(x - h)}{h} + O(h) \quad (4)$$

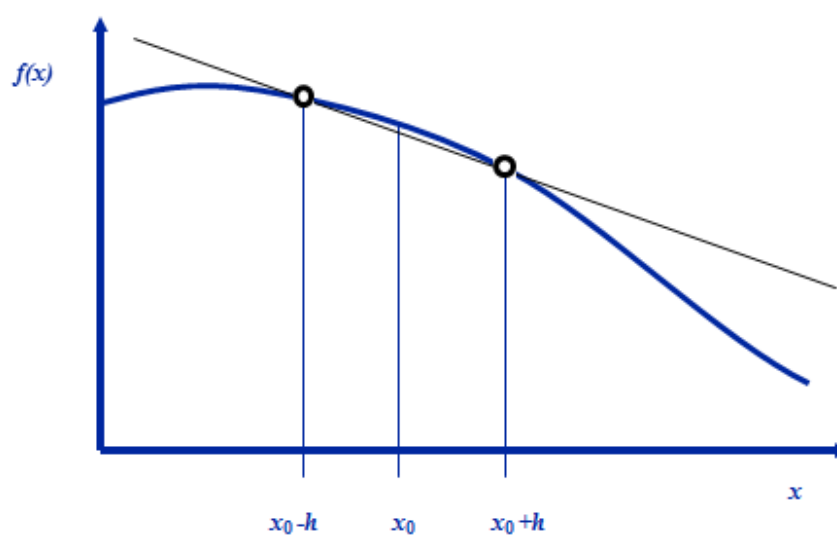


Slika 1 Konačne diferencije unaprijed i unazad [4]

Moguće je računati i centralne diferencije

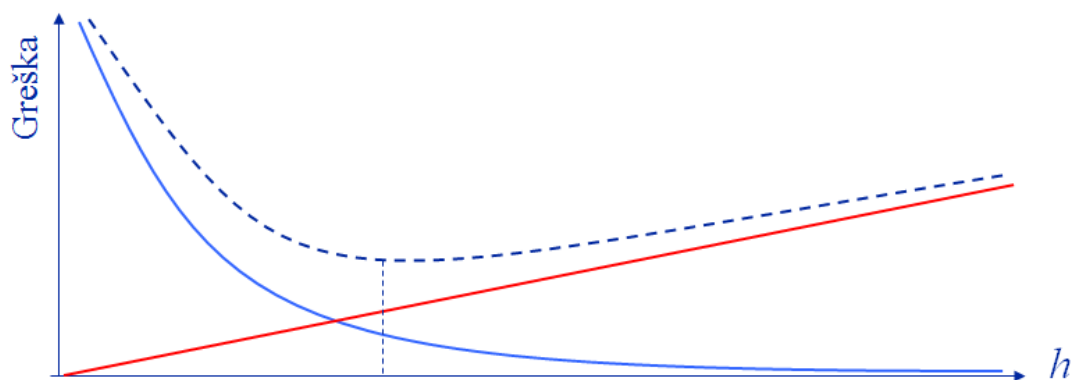
$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad (5)$$

Na ovaj način greška je smanjena, ali je potrebno dvostruko više jednažbi nego li za računanje unaprijednih tj. unatražnih diferencija.



Slika 2 Centralne konačne diferencije [4]

Na točnost konačnih diferencija najveći utjecaj ima veličina koraka  $h$ . O njoj ovise dvije vrste greške koje se javljaju; prikazane na slici ispod. Prva je već spomenuta greška uslijed zanemiravanja viših članova Taylerova reda (greška diskretizacije), a druga je greška zaokruživanja odnosno razlika između numerički određene vrijednosti funkcije i njene prave vrijednosti.



**Slika 3 Ovisnost greške (crvena linija – greška diskretizacije, plava linija – greška zaokruživanja) o koraku  $h$  [4]**

### 2.1.1 Globalne diferencije pomaka

U stanju pomaknutom za korak  $h$  osnovna jednadžba konačnog elementa može se zapisati kao:

$$\mathbf{K}(x+h)\mathbf{u}(x+h) = \mathbf{f}(x+h) \quad (6)$$

Gdje je  $\mathbf{K}$  matrica krutosti, a  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{f}$  vektori pomaka i opterećenja. Pomaci  $\mathbf{u}$  se mogu odrediti iz izraza:

$$\mathbf{u}(x+h) = \mathbf{K}^{-1}(x+h)\mathbf{f}(x+h) \quad (7)$$

Diferencija unaprijed pomaka jednaka je:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dx} = \frac{\mathbf{u}(x+h) - \mathbf{u}(x)}{h} \quad (8)$$

Gornju jednadžbu za pojedini pomak trebalo bi riješiti onoliko puta koliko ima varijabli  $x$  [5]. Kada bi se računale centralne diferencije broj jednadži koje treba riješiti bio bi duplo veći, a

ukoliko bi se računale konačne diferencije još višeg reda izračunaprosimacije bio bi još kompleksniji.

## 2.2 Općenito o analitičkom određivanju osjetljivosti

### 2.2.1 *Direktne metode*

Direktne metode (kao i adjungirane metode prikazane u sljedećem poglavlju) predstavljaju učinkovit način da se osjetljivost odredi egzaktno. Međutim, ovi pristupi mogu uključivati vrlo detaljne i teške izvode pa se mogu primijeniti samo kada postoji dobro razumijevanje osnovnih jednadžbi i numeričkih metoda uključenih u rješavanje problema [2].

Neka se razmatra diskretni matematički model oblika:

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{w}(\mathbf{x})) = 0 \quad (9)$$

Gdje je  $\mathbf{x}$  skup međusobno nezavisnih varijabli, a  $\mathbf{w}$  vektor varijabli stanja pri čemu  $\mathbf{R}$  može biti eksplicitna funkcija od  $\mathbf{x}$ , dok je  $\mathbf{w}$  implicitna funkcija od  $\mathbf{x}$ .

Ukoliko se traži derivativ izlazne funkcije  $y=f(\mathbf{x}, \mathbf{w})$  s obzirom na  $x_i$  potrebno je izračunati:

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{w}} \frac{d\mathbf{w}}{dx_i} \quad (10)$$

Pa je diferencijal osnovne jednadžbe (6) jednak:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \frac{d\mathbf{w}}{dx_i} = - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x_i} \quad (11)$$

Koeficijent osjetljivosti  $dy/dx_i$  može se lako izračunati tako da se prvo iz (11) odredi  $d\mathbf{w}/dx_i$  te se dobiveni rezultat uvrsti u (10). Treba naglasiti da se (11) mora se riješiti onoliko puta koliko ima varijabli kako bi se mogao izračunati gradijent vektora  $\nabla y$ .

### 2.2.2 *Adjungirane metode*

Direktne metode nije preporučljivo koristiti kad postoji velik broj varijabli, budući da jednadžbu (11) treba računati onoliko puta koliki je broj varijabli. U slučaju kada je broj varijabli veći nego li broj izlaznih funkcija efikasnije je koristiti adjungirane metode [2].



Formulacije adjungirane analize osjetljivosti mogu se razviti počevši od diskretiziranih osnovnih jednadžbi ili od osnovnih jednadžbi u kontinuiranoj formi.

U slučaju samo jedne varijable jednadžba (11) može se zapisati u obliku:

$$Lu = f \quad (12)$$

Gdje je  $L = \frac{\partial R}{\partial w}$ ,  $u = \frac{dw}{dx_i}$  i  $f = -\frac{\partial R}{\partial x_i}$ . Ako se uvede da je  $\mathbf{g}^T = \frac{\partial f}{\partial w}$ , slično se može zapisati i jednadžba (10) u obliku:

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \mathbf{g}^T \mathbf{u} \quad (13)$$

Ekvivalentan je i izraz:

$$\frac{dy}{dx_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \mathbf{v}^T \mathbf{f} \quad (14)$$

Gdje je  $\mathbf{v}$  adjungirani vektor koji zadovoljava jednadžbu:

$$L^T \mathbf{v} = \mathbf{g} \quad (15)$$

U adjungiranoj metodi, prvo se prema (15) odredi adjungirani vektor  $\mathbf{v}$ , koji se tada uvrsti u (14) kako bi se dobio derivativ  $dy/dx_i$ .

U slučaju kada postoji  $p$  varijabli i  $m$  izlaza, a potrebno je izračunati derivative svih  $m$  izlaza s obzirom na sve varijable, postoji  $p$  različitih  $\mathbf{f}$  i  $m$  različitih  $\mathbf{g}$ . Ako bi se koristila direktna metoda, jednadžba (11) morala bi se riješiti  $p$  puta, a ukoliko bi se koristila adjungirana metoda, jednadžba (15) morala bi se riješiti  $m$  puta. Dakle, adjungirana metoda se s računalnog gledišta preporuča kada je  $m < p$ .

### 2.2.3 Analitičko određivanje osjetljivosti pomaka

Deriviranjem osnovne jednadžbe konačnog elementa  $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}$  dobiva se:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dx} \mathbf{u} + \mathbf{K} \frac{d\mathbf{u}}{dx} = \frac{d\mathbf{f}}{dx} \quad (16)$$

Sređivanjem gornjeg izraza dobiva se da je diferencijal pomaka:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dx} = \mathbf{K}^{-1} \left( \frac{d\mathbf{f}}{dx} - \frac{d\mathbf{K}}{dx} \mathbf{u} \right) \quad (17)$$

### 2.3 Općenito o semi – analitičkim metodama

Ova metoda je kombinacija prethodno pojašnjanih metoda, metode konačnih diferencija i direktne ili adjungirane metode. Pruža jednostavnost metode konačnih diferencija uz učinkovitost analitičkih (direktnih ili adjungiranih) metoda. Ipak, treba biti na oprezu budući da greške zaokruživanja i diskretizacije mogu utjecati na rezultate. Za ilustraciju ove metode može se razmotriti slučaj statičke analize gdje se derivativi računaju prema sljedećoj jednadžbi:

$$\mathbf{K} \frac{d\mathbf{w}}{dx_i} = - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{w} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \quad (18)$$

Iz gornje jednadžbe vidljivo je da se derivativi mogu točno izračunati samo ako se osjetljivost matrice krutosti može točno odrediti. Za pojedine formulacije konačnih elemenata to je moguće ukoliko su primjerice varijable debljine ljuski. Međutim, u nekim slučajevima, kako bi se smanjilo vrijeme programiranja,  $\partial \mathbf{K} / \partial x_i$  može se aproksimirati metodom konačnih diferencija[2].

#### 2.3.1 Semi – analitičko određivanje osjetljivosti pomaka

Polazi se od osnovne jednadžbe konačnog elementa

$$\mathbf{K}(x)\mathbf{u}(x) = \mathbf{f}(x) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x} \mathbf{u} + \mathbf{K} \frac{d\mathbf{u}}{dx} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} \quad (20)$$

U prvom koraku može se zanemariti vektor opterećenja  $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} \approx 0$ .

$$\frac{d\mathbf{u}}{dx} = \mathbf{K}^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x} \mathbf{u} \right) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f}^* \quad (21)$$

Kako bi se izračunala osjetljivost nužno je odrediti  $\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x}$ , i to pomoću metode konačnih diferencija.

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} = \frac{\mathbf{K}(x_0 + \Delta x_i) - \mathbf{K}(x_0)}{\Delta x_i} = \frac{\mathbf{K}(x_i) - \mathbf{K}(x_0)}{(x_i - x_0)} \quad (22)$$

U gornjoj jednadžbi  $0$  označava početno stanje u kojem su poznati  $K^{-1}$  i  $u$ , dok je  $i$  novo stanje u kojem je promijenjena samo jedna dimenzija na jednom, primjerice, grednom konačnom elementu.

Budući da je  $i=1,.. n_s$ , gdje je  $n_s$  broj varijabli, izračun se mora obaviti  $n_s$  puta. Za svaki izračun potrebno je poznavati  $\mathbf{K}_{x_0}$ .

Nužno je izračunati samo  $K_{jk}(x_i) - K_{jk}(x_0)$  za izlaze na koje utječe pojedina varijabla budući da je  $K_{jk}(x_i) - K_{jk}(x_0)$  jednako  $0$  za sve ostale izlaze.

## 2.4 Aproksimacije

Nakon što su poznati koeficijenti osjetljivosti konstrukcije moguće je aproksimirati željeni odziv u određenom stanju. Aproksimacije se mogu računati na nekoliko različitih načina.

Najčešće se temelje na razvoju u Taylorov red uz zanemarivanje članova drugog reda naviše [10]. Osnovna je jednadžba tada:

$$r_j(X^0 + \Delta x) = r_j(X^0) + \sum_i \left. \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right|_{X^0} \Delta x_i \quad (23)$$

Vidljivo je da je u gornjoj jednadžbi odziv  $r_j(X^0 + \Delta x)$  linearna funkcija promjene varijable  $\Delta x$ . U nekim slučajevima odziv uistinu i jest linearna funkcija varijable pa jednadžba (23) daje točno rješenje no češće je ta ovisnost nelinearna zbog čega se javlja greška.

### 2.4.1 Linearna aproksimacija

Linearna aproksimacija za  $j$ -ti odziv se određuje istovjetno izrazu (23):

$$r_j^L(X^0 + \Delta x) = r_j(X^0) + \sum_i \left. \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right|_{X^0} \Delta x_i \quad (24)$$

gdje  $\Delta x$  predstavlja ukupni pomak u projektom prostoru od početne vrijednosti  $X^0$ . Parcijalne derivacije  $\frac{\partial r_j}{\partial x_i}$  već su poznati koeficijenti osjetljivosti dobiveni nekom od prethodno opisanih metoda za analizu osjetljivosti.

#### 2.4.2 Recipročna aproksimacija

Recipročne aproksimacije mogu se odrediti iz jednadžbe (23) ako se uvede supstitucija varijablom  $y_i$ .

$$r_j(Y^0 + \Delta y) = r_j(Y^0) + \sum_i \left. \frac{\partial r_j}{\partial y_i} \right|_{X^0} \Delta y_i \quad (25)$$

Varijabla  $y_i$  jednaka je recipročnoj vrijednosti varijable  $x_i$  iz linearne aproksimacije  $y_i = \frac{1}{x_i}$ . Ako se to uvrsti u jednadžbu (23) dobiva se izraz:

$$r_j^R(Y^0 + \Delta x) = r_j(X^0) + \sum_i \left. \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right|_{X^0} \frac{x_i^0}{x_i} (x_i - x_i^0) \quad (26)$$

#### 2.4.3 Konveksna aproksimacija

Ova vrsta aproksimacije primjenjuje se na ograničenja. Funkcionira tako da se odabire ili linearna ili recipročna aproksimacija ovisno o tome koja od tih dviju metoda daje veću vrijednost funkcije ograničenja. Uvijek se bira konzervativnija aproksimacija.

Ova metoda primjenjuje se na svako ograničenje u odnosu na svaku varijablu zasebno pa je prema tome moguće koristiti i linearne i recipročne aproksimacije za isto ograničenje.

Koja aproksimacija će se koristiti može se odrediti gledajući predznak njihove razlike:

$$g_j^L(X^0 + \Delta x) - g_j^R(X^0 + \Delta x) = \frac{(x_i - x_i^0)^2}{x_i} \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{X^0} \quad (27)$$

Budući da je izraz pod kvadratom uvijek pozitivan, odabir se svodi na sljedeće:

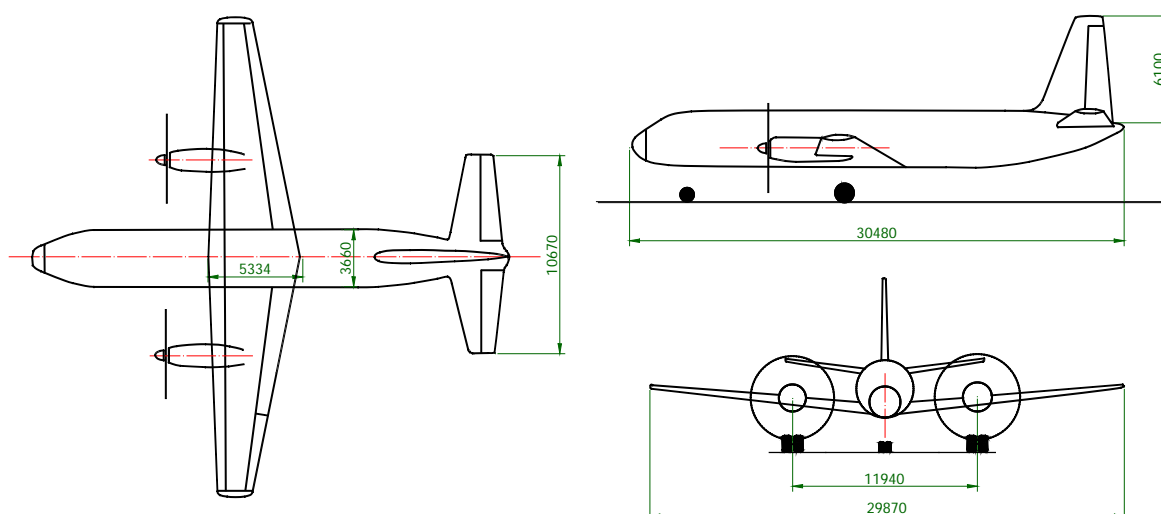
- $\frac{1}{x_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^0} \geq 0$  koristi se linearna aproksimacija budući da ona daje veću vrijednost funkcije ograničenja
- $\frac{1}{x_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^0} < 0$  koristi se recipročna aproksimacija budući da je u ovom slučaju ona konzervativnija (daje veću vrijednost funkcije ograničenja).

### 3. KRILO TRANSPORTNOG ZRAKOPLOVA

#### 3.1 Geometrija zrakoplova

U ovom diplomskom radu korišten je model konstrukcije krila koji je izrađen tijekom diplomskih radova [5], [6]. Radi se o transportnom zrakoplovu standardne konfiguracije pogonjenom s dva turbo-prop motora koji je preuzet iz [7]. Za njega je u navedenoj literaturi izvršen dio potrebnog proračuna opterećenja, pa su u skladu s tim korišteni podaci za daljnju analizu.

Izgled zrakoplova s osnovnim dimenzijama prikazan je slikom, Slika 4. Ostale zadane dimenzije i mase navedene su u tablici, Tablica 1 .



Slika 4 Glavne dimenzije zrakoplova [8]

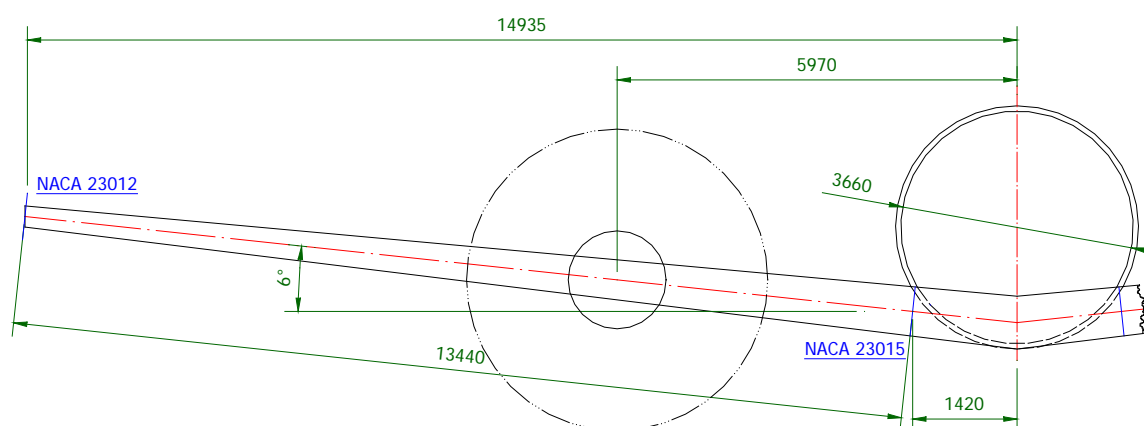
Tablica 1 Osnovni podaci promatranog zrakoplova.

Opis veličine	Oznaka	Vrijednost
Površina krila	$S$	111.5 m <sup>2</sup>
Aspektni odnos krila	$AR$	8.0
Suženje krila	$\lambda$	0.4
Maksimalni koef. uzgona zrakoplova	$C_{Lmax}$	1.3
Maksimalna masa zrakoplova	$m_{TOW}$	48980 kg
Maksimalna masa pri slijetanju	$m_L$	39910 kg
Maksimalna masa bez goriva	$m_{ZF}$	38100 kg

### 3.1.1 Geometrija krila

Vanjske dimenzije krila promatranog zrakoplova definirane su prema slici Slika 5.

Budući da se radi o transportnom zrakoplovu, pretpostavlja se da je noseća konstrukcija krila izvedena kao torziona kutija s dvije ramenjače. Prikaz pretpostavljenog presjeka spoja krila s trupom prikazan je na crtežu dolje.



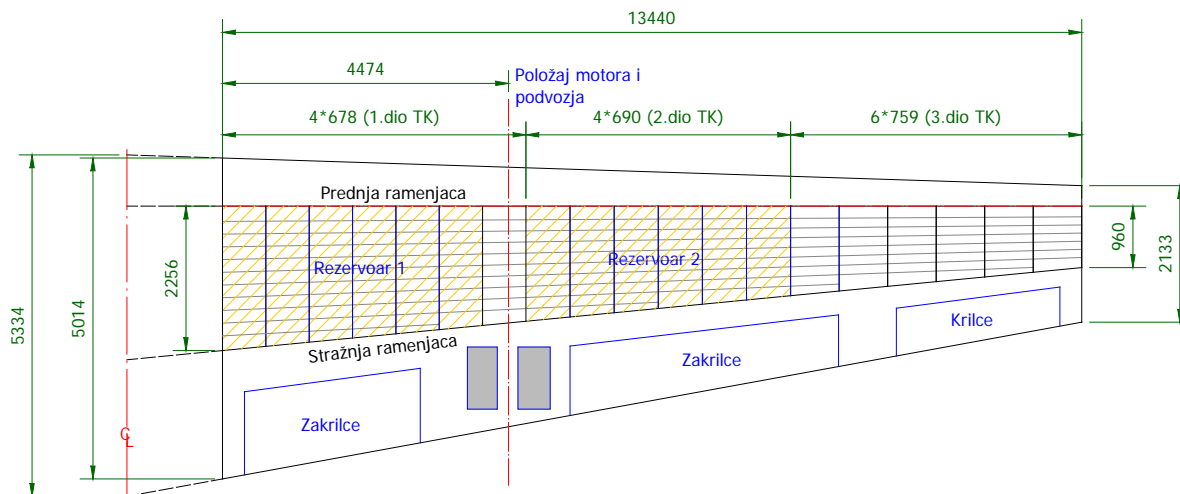
**Slika 5 Pojednostavljeni prikaz spoja krila i trupa.**

Prednja ramenjača (PR) postavljena je na 15% tetive aeroprofila od prednjeg brida i okomita je na središnju liniju zrakoplova. Dok se stražnja ramenjača (SR) nalazi na 60% tetive.

Za korijen krila odabran je aeroprofil NACA 23015, dok je za vrh krila odabran NACA 23012. Razlog takvog pristupa je da se u korijenu krila ostvari poprečni presjek što većeg momenta tromosti te da se ujedno ostvari što manji aerodinamički otpor krila u skladu s potrebnim performansama zrakoplova.

Unutrašnjost krila, odnosno torziona kutije, podijeljena je na tri dijela. Prva dva dijela iskorištena su kao rezervoari za gorivo. Između njih u zajedničku gondolu smješteni su motor i glavno podvozje. Treći dio je pri vrhu krila i eventualno može biti prenamijenjen kao rezervoar za gorivo. Prema toj podjeli mijenjaju se i poprečni presjeci nosećih elemenata.

Na temelju postojećih konstrukcija krila zrakoplova slične veličine i opterećenja krila (*wing loading*) odabrana je konstrukcija s 20 rebara. Razmak između pojedinih rebara razlikuje se prema spomenutim dijelovima torzione kutije.



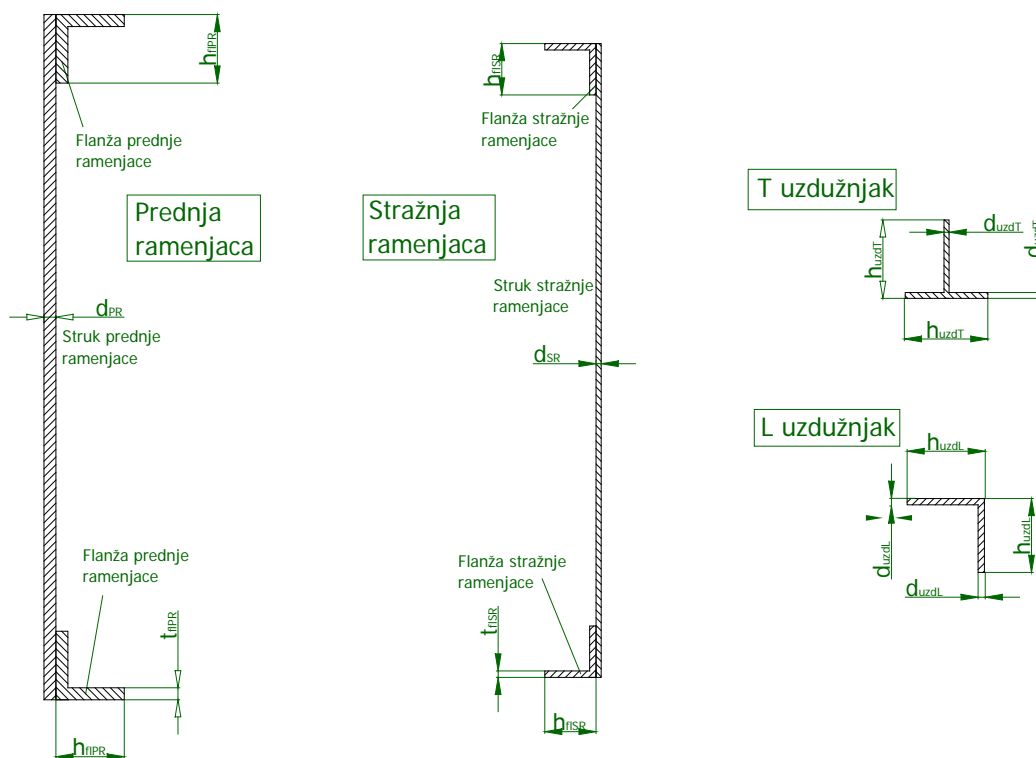
**Slika 6** Tlocrt krila sa značajnim dimenzijama.

Budući da se na gornjaci javljaju veća tlačna opterećenja postavljene su uzdužnice sa T profilom, a na donjaci s dominantnijim vlačnim opterećenjima uzdužnice sa L profilom. Kod uzdužnica je bitno osigurati neprekinutost duž raspona krila. Preostali podaci o rasporedu i geometrijskim veličinama dani su na Slika 6 i u Tablica 2.

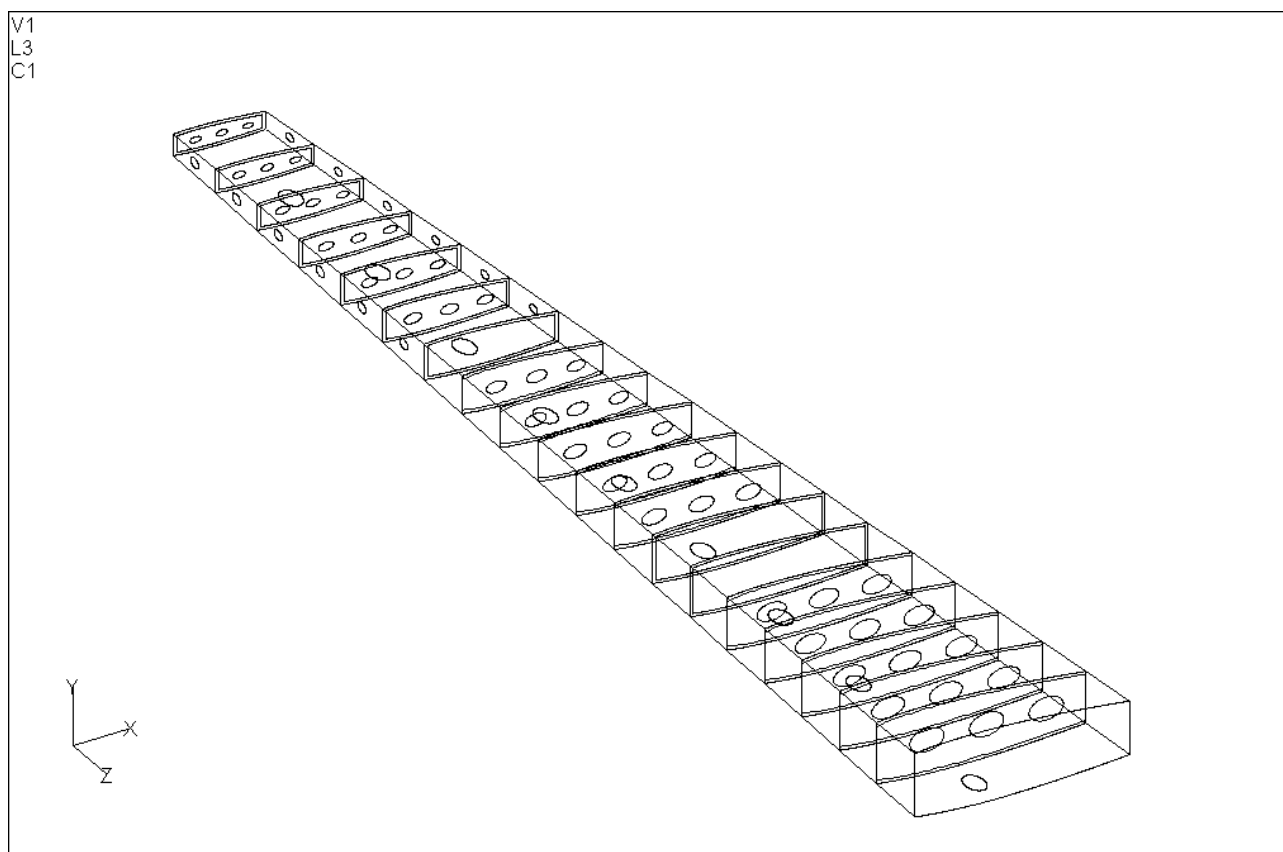


Tablica 2 Dimenzije pojedinih elemenata torziona kutije.

Dijelovi torziona kutije (TK)		1.dio	2.dio	3.dio
Prednja ramenjača	$d_{PR}$ [mm]	7.5	7.5	7.5
	$t_{nPR}$ [mm]	5.0	5.0	5.0
	$h_{nPR}$ [mm]	60.0	60.0	60.0
Stražnja ramenjača	$d_{SR}$ [mm]	5.0	5.0	5.0
	$t_{nSR}$ [mm]	5.0	5.0	5.0
	$h_{nSR}$ [mm]	60.0	60.0	60.0
Gornja oplata	$d_{oplG}$ [mm]	4.0	4.0	4.0
Donja oplata	$d_{oplD}$ [mm]	4.0	3.0	3.0
T uzdužnjaci	$d_{uzdT}$ [mm]	7.0	5.0	5.0
	$h_{uzdT}$ [mm]	70.0	70.0	70.0
L uzdužnjaci	$d_{uzdL}$ [mm]	7.0	5.0	5.0
	$h_{uzdL}$ [mm]	70.0	70.0	50.0
Rebra	$d_R$ [mm]	4.0	3.0	2.0
Ukrepe	$d_{uzdT}$ [mm]	1.0	1.0	1.0
	$h_{uzdT}$ [mm]	30	30	30
Pregradni zidovi	$d_{pZ}$ [mm]	7.5	5.0	5.0



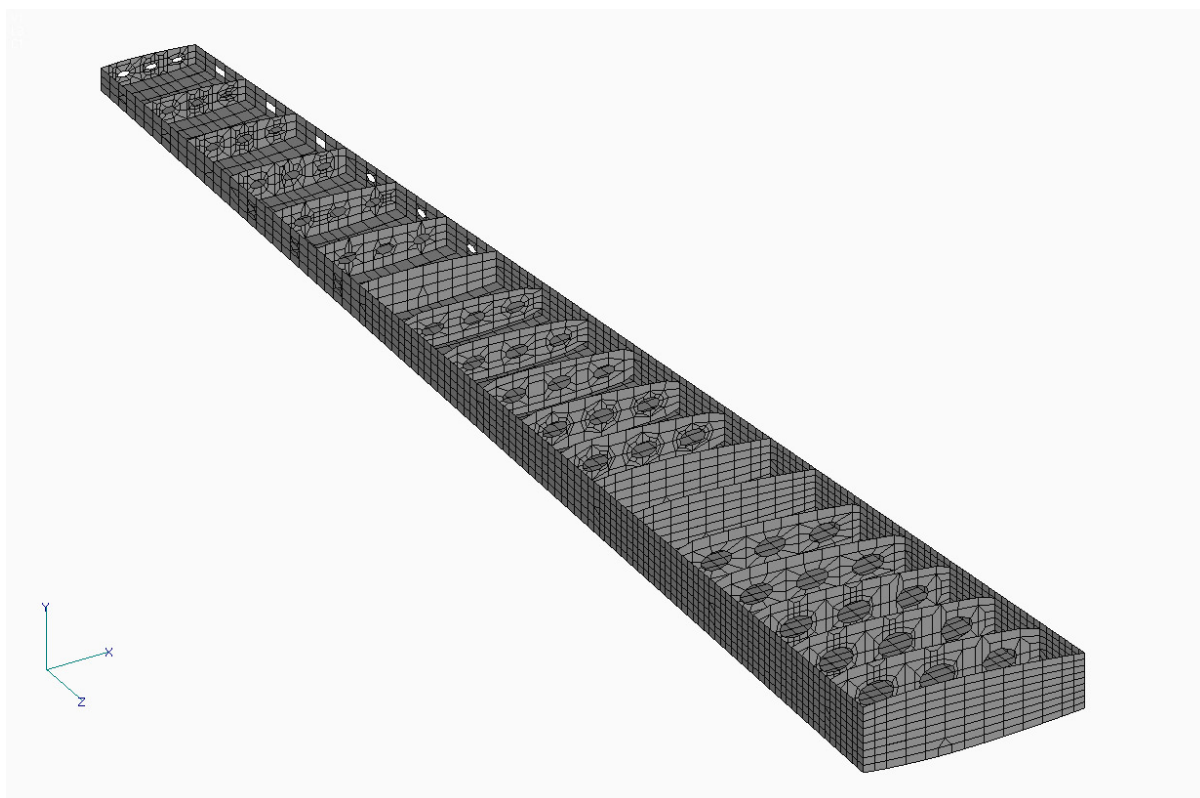
Slika 7 Označavanje dimenzija uzdužnih elementa.



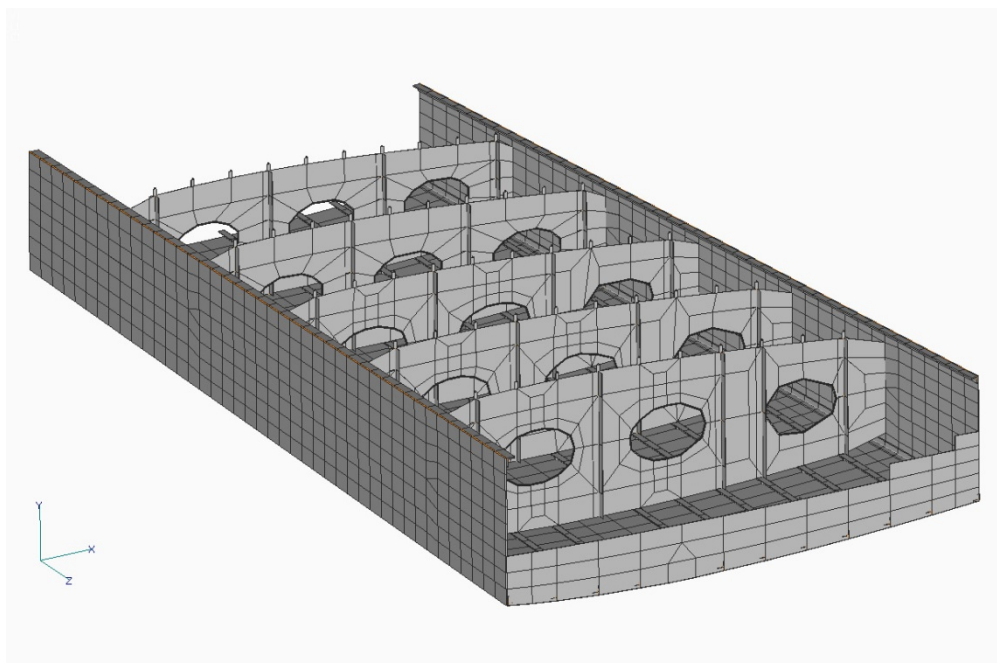
**Slika 8** Importirani i prepravljeni model torziona kutije u programu *MSC.Nastran for Windows*.

### 3.1.2 *Diskretizirani model torziona kutije*

Budući se promatra globalni odziv nije zahtijevana velika rezolucija mreže konačnih elemenata. Oplata, struk ramenjača, rebra i pregradni zidovi su modelirani 2D pravokutnim konačnim elementima (*plate*), koji daju znatno točnije rezultate; dok su trokutni konačni elementi upotrijebljeni na mjestima gdje je to bilo neophodno. Uzdužnice, pojasevi ramenjača, ukrepe rebra i spojnice su modelirani grednim konačnim elementima (*beam*). Kompensacije na otvorima modelirane su uzdužnim elementima (*bar*). Izrađeni FEM model prikazan je na donjim slikama.



**Slika 9** Prikaz elemenata diskretiziranog modela oblikovani pravokutnim konačnim elementima (bez gornje oplate).



**Slika 10** Uvećani prikaz dijela diskretiziranog modela (bez gornje oplate).

### 3.2 Materijal

Za izradu torziona kutije kao najopterećenijeg dijela krila koriste se materijali visoke čvrstoće. Pri projektiranju razmatrane konstrukcije torziona kutije korištena je aluminijska slitina 7075 (Al-Zn-Mg-Cu). Za potrebe proračuna u Tablici 3 kratko su prikazana referentna svojstva preuzeta iz [9]. Ostala svojstva materijala prikazana su u Tablici 4.

**Tablica 3 Mehanička svojstva aluminijske legure 7075.**

	Oznaka	Vrijednost
Young-ov modul elastičnosti, [N/mm <sup>2</sup> ]	$E$	71 000
Poisson-ov koeficijent	$\nu$	0.33
Vlačna čvrstoća, [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_U$	551
Granica tečenja, [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_Y$	503
Smična čvrstoća, [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_Y$	331
Gustoća, [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho$	2800

**Table 3.7.4.0(b<sub>1</sub>). Design Mechanical and Physical Properties of 7075 Aluminum Alloy Sheet and Plate**

Specification .....	AMS 4045 and AMS-QQ-A-250/12												
	Sheet						Plate						
	T6 and T6 <sup>a</sup>						T651						
Form .....	0.008-0.011	0.012-0.039	0.040-0.125	0.126-0.249	0.250-0.499	0.500-1.000	1.001-2.000	2.001-2.500	2.501-3.000	3.001-3.500	3.501-4.000		
Temper .....	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A
Thickness, in. ....	76	78	78	80	77	79	76	75	71	73	70	72	66
Basis .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Mechanical Properties:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$F_{up}$ , ksi:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L .....	76	78	78	80	77	79	76	75	71	73	70	72	66
LT .....	74	78	80	80	78	80	77	76	78	74	71	73	67
ST .....	...	...	...	...	...	...	...	70 <sup>b</sup>	66 <sup>b</sup>	65 <sup>b</sup>	61 <sup>b</sup>	67 <sup>b</sup>	61 <sup>b</sup>
$F_{bp}$ , ksi:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L .....	69	72	70	72	69	71	69	66	63	65	60	62	56
LT .....	63	67	68	70	67	69	67	64	61	63	58	60	54
ST .....	...	...	...	...	...	...	...	59 <sup>b</sup>	56 <sup>b</sup>	58 <sup>b</sup>	54 <sup>b</sup>	55 <sup>b</sup>	50 <sup>b</sup>
$F_{cp}$ , ksi:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
L .....	68	71	69	71	67	69	66	62	58	60	55	57	51
LT .....	71	74	72	74	71	73	71	68	65	67	61	64	57
ST .....	...	...	...	...	...	...	...	70	64	66	61	63	57
$F_{sp}$ , ksi:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$F_{bp}$ , ksi:	46	47	47	48	43	44	44	44	42	42	42	43	39
(e/D = 1.5) .....	118	121	124	124	117	120	116	114	108	111	107	110	101
(e/D = 2.0) .....	152	156	156	160	145	148	143	141	134	132	135	124	128
$F_{cp}$ , ksi:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
(e/D = 1.5) .....	100	105	102	103	97	100	100	98	94	89	89	93	84
(e/D = 2.0) .....	117	122	119	122	114	118	117	113	109	104	108	108	98
e, percent (S-basis):	5	7	8	8	9	7	6	5	5	5	5	3	3
LT .....	10.3	10.5	10.5	10.6	10.3	10.3	10.3	10.3	10.6	10.6	10.6	10.6	10.6
$E$ , 10 <sup>3</sup> ksi .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$E_c$ , 10 <sup>3</sup> ksi .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$G$ , 10 <sup>3</sup> ksi .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mu$ .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Physical Properties:	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\omega$ , lb/in. <sup>3</sup> .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$C$ , $K$ , and $\alpha$ .....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

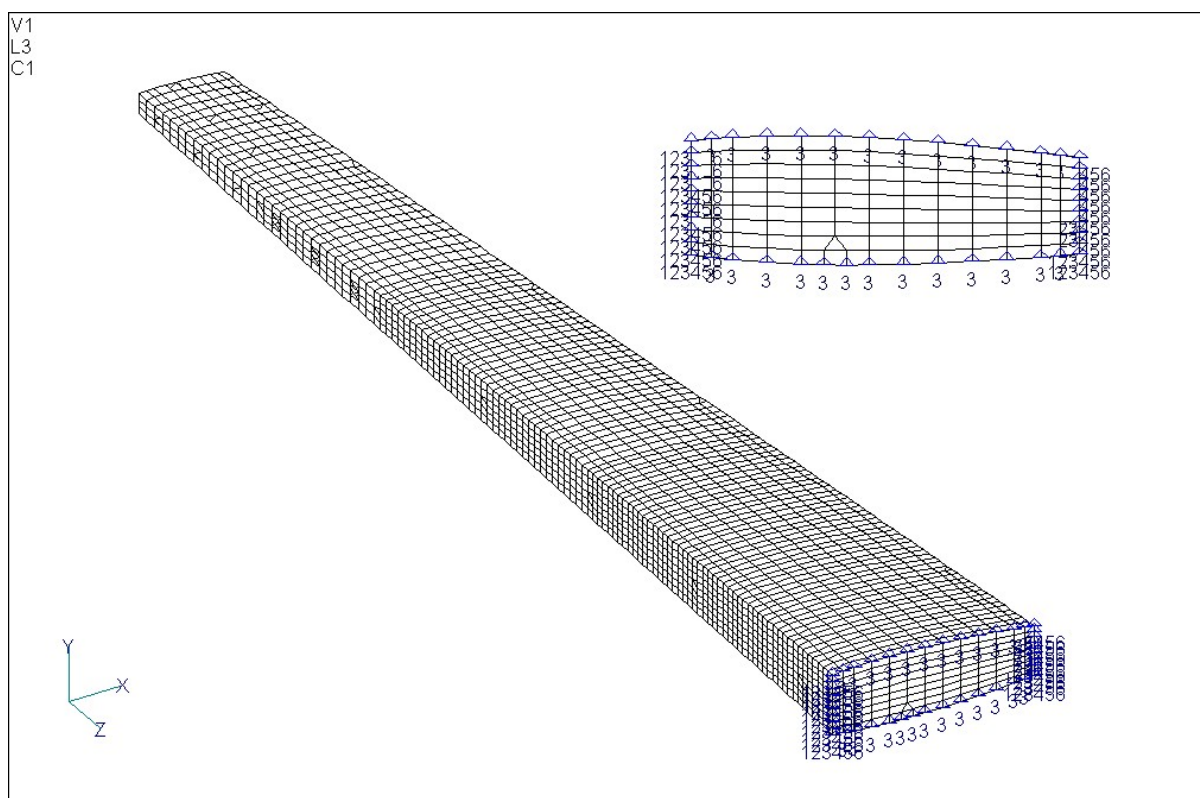
0.101  
See Figure 3.7.4.0

a Design allowables were based upon data obtained from testing T6 temper sheet and from testing samples of sheet, supplied in the O or F temper, which were heat treated to demonstrate response to heat treatment by suppliers. Properties obtained by the user may be lower than those listed if the material has been formed or otherwise cold worked, particularly in the annealed temper, prior to solution heat treatment.  
 b Caution: This specific alloy, temper, and product form exhibits poor stress-corrosion cracking resistance in this grain direction. It corresponds to an SCC resistance rating of D, as indicated in Table 3.1.2.3.1(a).  
 c Bearing values are "dry pin" values per Section 1.4.7.1. See Table 3.1.2.1.1.

**Tablica 4 Svojstva aluminjske legure 7075 [9]**

### 3.3 Rubni uvjeti

Kako bi se dobila što realnija slika odziva konstrukcije potrebno je osigurati takve rubne uvjete koji predstavljaju što bolju moguću aproksimaciju stvarnog stanja. Budući da se razmatra slučaj torziona kutije pretpostavka je da je osigurana dovoljno velika krutost trupa na mjestu spoja s krilom. Stoga se pozicija na ramenjačama u korijenu krila razmatra kao uklještenje na trup zrakoplova. Dok su donjoj i gornjoj oplati na mjestu spoja krila s trupom pretpostavljeni spriječeni pomaci u smjeru raspona krila (os  $z$  prema Slika 11).

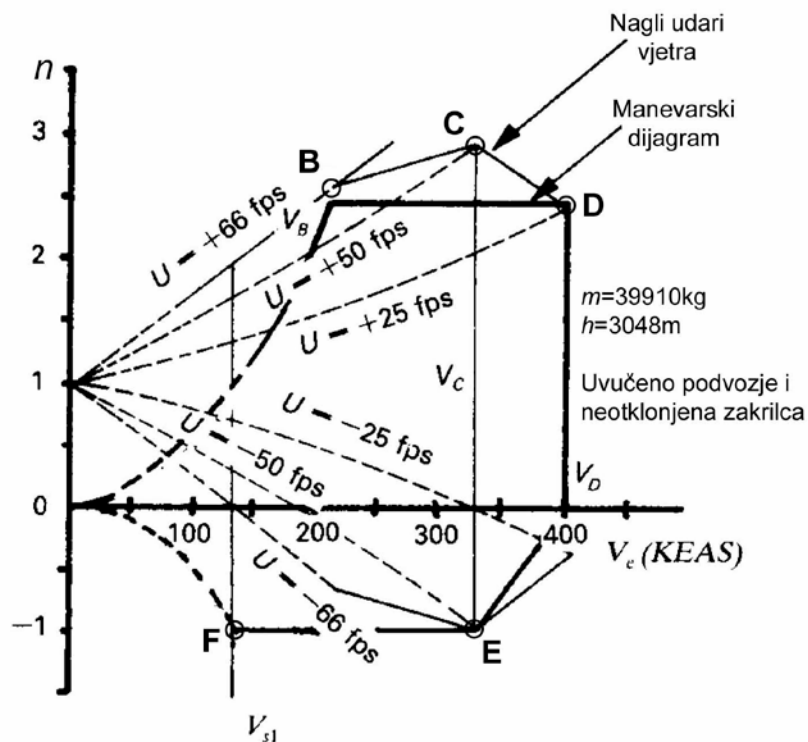


Slika 11 Rubni uvjeti.

### 3.4 Opterećenja

Razmatrano je nekoliko slučajeva opterećenja – kritični slučajevi opterećenja konstrukcije krila prema  $V-n$  dijagramu, Slika 12.  $V-n$  dijagram preuzet je iz [6], a izrađen je za simetrično opterećenu konstrukciju s uvučenim podvozjem i neotklonjenim zakrilcima, za visinu od 3048m (10000ft) kada je masa zrakoplova 39910kg (88000lbs).

Proračun je vršen za slučajeve opterećenja B, C, D, E i F te će se radi jednostavnosti u daljnjem tekstu koristiti ove oznake.



Slika 12 V-n dijagram promatranog zrakoplova.

U [6] je proveden proračun aerodinamičkih opterećenja koja se javljaju na promatranom krilu, a rezultati su prikazani u Tablica 5.

Tablica 5 Aerodinamičke karakteristike za slučajev opterećenja

Karakt. Točka V-n dijagrama	Faktor opterećenja, $n$	Brzina zrakoplova, $V$ [m/s]	Koef. uzgona krila, $C_{LW}$	Napadni kut, $\alpha$ [°]	Kut nultog uzgona za NACA 23012 i NACA 23015, $\alpha_{z0}$ [°]	Korigirani napadni kut, $\alpha_{kor}$ [°]
B	2.58	109	1.309	16.21	-1.0	15.21
C	2.95	167	0.636	7.88	-1.0	6.88
D	2.5	206	0.356	4.41	-1.0	3.41
E	-1.0	167	-0.216	-2.67	-1.0	-3.67
F	-1.0	67	-1.348	-16.70	-1.0	-17.7

## 4. PROVEDBA ANALIZE OSJETLJIVOSTI

U okviru ovog rada provedene su analize pomoću metode konačnih elemenata koristeći računalni alat FEMAP/NX Nastran[11]. Analiza osjetljivosti koristi se prvenstveno u optimizaciji te je potrebno specificirati optimizacijski model da bi se ona mogla provesti. U optimizacijskom modelu potrebno je zadati funkciju cilja, varijable i ograničenja. Pri tom se Femap i Nastran razlikuju u mogućnostima koje pružaju. Femap nudi nekoliko značajki koje se mogu zadati kao varijable. To su primjerice debljina ljuskastih konačnih elemenata te momenti otpora i površina presjeka štapnih elemenata. Kao varijablu u Femapu nije moguće zadati neku od karakteristika presjeka grednih elemenata. Ograničiti se mogu komponente pomaka u čvorovima i komponente naprezanja na grupi konačnih elemenata s istim značajkama. Nastran pruža više opcija zadavanja varijabli i ograničenja, uključujući zadavanje karakteristika presjeka grednih elemenata kao varijabli te ograničavanje komponenti naprezanja na pojedinom elementu. Stoga su ulazne datoteke koje generira Femap prije provedbe analiza modificirane prema [12], na način opisan u sljedećem poglavlju.

### 4.1 Priprema ulaznih datoteka

Za varijable u provedbi analiza odabrane su oplata krila, uzdužnice i ramenjače odnosno njihove dimenzije. Ukupno 28 varijabli, od čega su njih 7 debljine ljuskastih elemenata – 5 debljina oplata na različitim dijelovima krila, a preostale dvije su debljine struka prednje i stražnje ramenjače (geometrija krila opisana je u prethodnom poglavlju). Preostale varijable su geometrijske karakteristike presjeka grednih elemenata – uzdužnica te prednje i stražnje ramenjače.

Budući da se karakteristike presjeka grednih elemenata ne mogu zadati direktno u Femapu kao varijable, u sklopu modeliranja optimizacije ulazne datoteke pripremljene su „ručno“ prije provedbi analiza. Na donjoj slici prikazana je ulazna kartica DESVAR prema kojoj se zadaju varijable. Uz ime varijable i jedinstven identifikacijski broj zadaju se početna vrijednost te gornja i donja granica vrijednosti koju varijabla poprima.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DESVAR	ID	LABEL	XINIT	XLB	XUB	DELXV	DDVAL		

**Slika 13 Ulazna kartica DESVAR [12]**

U sljedećoj tablici dan je pregled svih varijabli s njihovim početnim iznosima i granicama.

**Tablica 6 Pregled svih varijabli**

Varijabla	Početna vrijednost	Donja granica	Gornja granica
UP1 TP	4	3	5
UP2 TP	4	3	5
LP1 TP	4	3	5
LP2 TP	3	2	4
LP3 TP	3	2	4
FSW TP	7,5	6,5	8,5
RSW TP	5	4	6
FS BF	60	50	70
FS HW	60	50	70
FS T	5	4	6
RS BF	60	50	70
RS HW	60	50	70
RS T	5	4	6
US1 BF	70	60	80
US1 HW	70	60	80
US1 T	7	6	8
US2 BF	70	60	80
US2 HW	70	60	80
US2 T	5	4	6
LS1 BF	70	60	80
LS1 HW	70	60	80
LS1 T	7	6	8
LS2 BF	70	60	80
LS2 HW	70	60	80
LS2 T	5	4	6
LS3 BF	50	40	60
LS3 HW	50	40	60
LS3 T	5	4	6

Osim samih iznosa varijabli potrebno je definirati i vezu između pojedinog svojstva konačnog elementa i varijabli. Za varijable koje su karakteristike presjeka grednih elemenata,

potrebno zadati i izraze prema kojima se računaju površina poprečnog presjeka, momenti tromosti te odmak centra smika od referente točke. Na slikama ispod prikazane su ulazne kartice u kojima se definiraju veze između svojstva konačnog elementa i varijabli za ljuskaste (DVPREL1) i gredne (DVPREL2) elemente.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DVPREL1	ID	TYPE	PID	PNAME/FID	PMIN	PMAX	C0	FREQ	
	DVID1	COEF1	DVID2	COEF2	DVID3	-etc.-			

a)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DVPREL2	ID	TYPE	PID	PNAME/FID	PMIN	PMAX	EQID	FREQ	
	"DESVAR"	DVID1	DVID2	DVID3	-etc.-				
	"DTABLE"	LABL1	LABL2	LABL3	-etc.-				

b)

**Slika 14 Ulazne kartice: a) DVPREL1, b) DVPREL2 [12]**

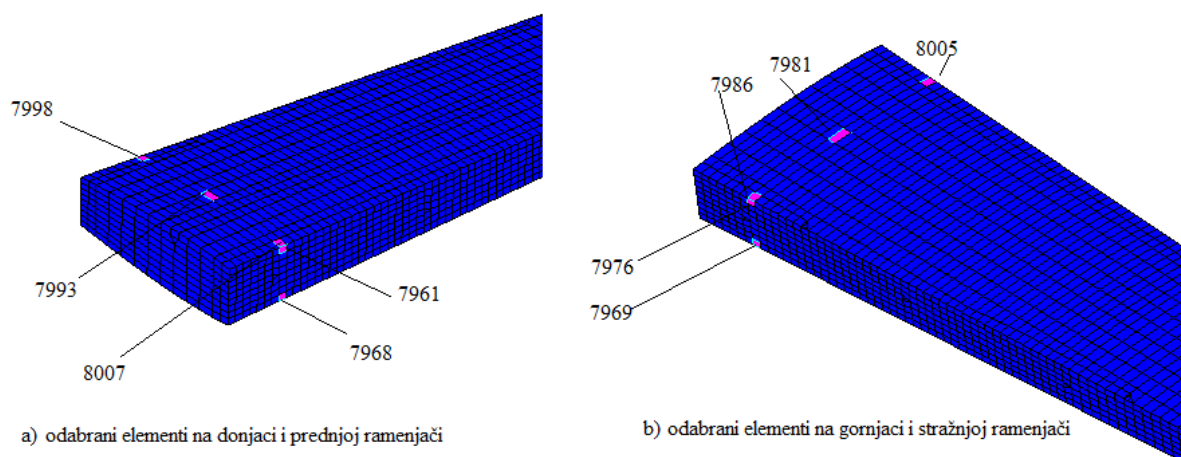
Kao ograničenja su zadani pomaci u odabranim čvorovima i naprezanja u elementima. Odabrano je 6 čvorova. Svi odabrani čvorovi nalaze se na spoju oplati i ramenjače. Dva čvora su na slobodnom kraju krila, 2 čvora na granici između prvog i drugog dijela konstrukcije krila te preostala 2 na granici između drugog i trećeg dijela konstrukcije krila. Naprezanja su ograničena u 10 ljuskastih konačnih elemenata smještenih na oplati i ramenjačama. Najveća naprezanja se javljaju na spoju krila s trupom tj. u blizini rubnih uvijeta, no kako bi se osiguralo da rubni uvjeti ne utječu na rezultate (vrijednosti naprezanja) odabrani su elementi odmaknuti od njih za jedno rebro. To su po tri elementa na donjoj i gornjoj oplati, po jedan na sredini i na svakom rubu te elementi na struku prednje i stražnje ramenjače neposredno uz odabrane rubne elemente gornjake i donjake. Na donjoj slici prikazana je ulazna kartica DRESP1 u kojoj su zapisani podaci o ograničenjima tj. odzivima.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DRESP1	ID	LABEL	RTYPE	PTYPE	REGION	ATTA	ATTB	ATT1	
	ATT2	ATT3	ATT4	-etc.-					

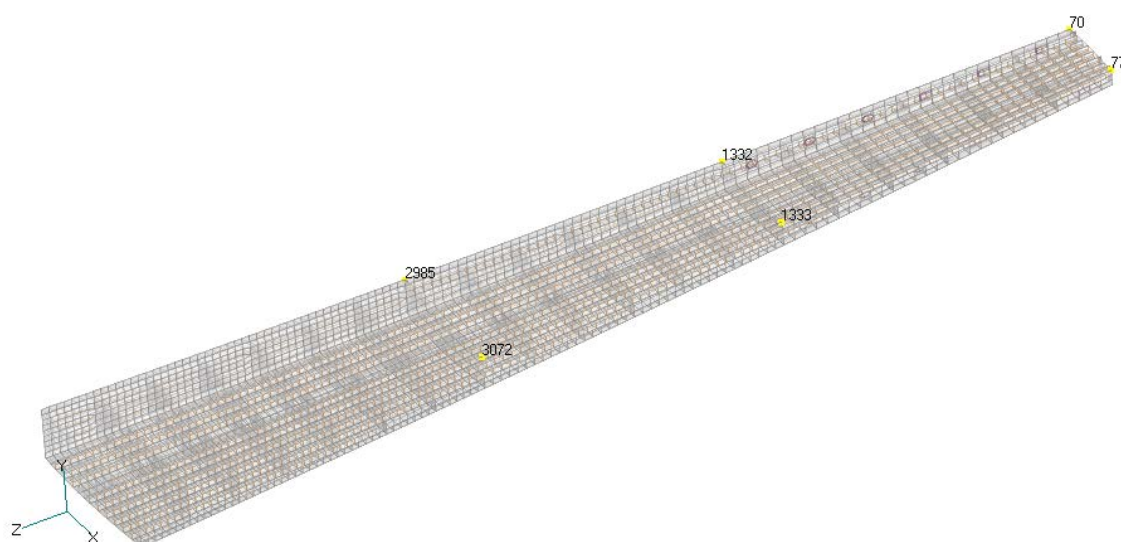
DRESP1	1	DX1	STRESS	PROD	2	3		102	
	103								

**Slika 15 Ulazna kartica DRESP 1 [12]**

Sljedeće slika prikazuju odabrane elemente i čvorove u kojima su zadana ograničenja.



**Slika 16 Konačni elementi na kojima su ograničena naprezanja**

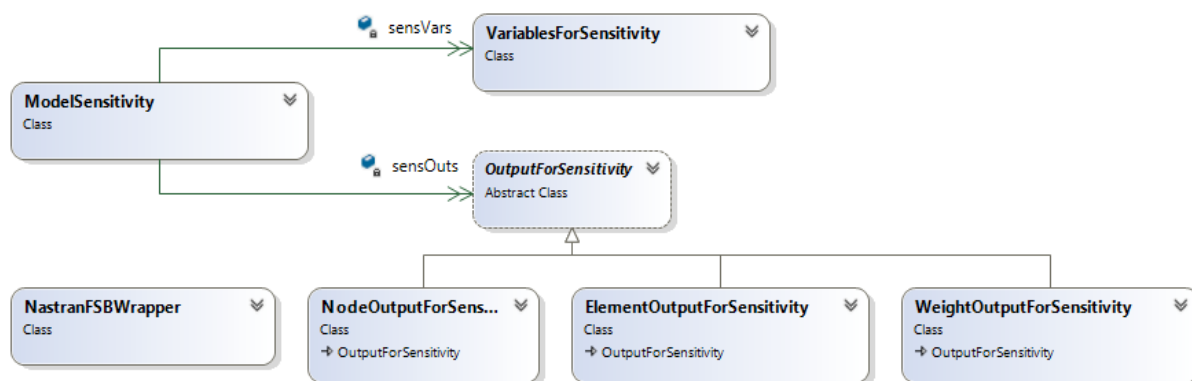


**Slika 17 Čvorovi u kojima su ograničeni pomaci**

## 4.2 Priprema programa za učitavanje ulaznih/izlaznih datoteka te prikaz podataka

Kako bi se ubrzao proces provedbe analize i usporedbe rezultata te pri tom umanjila mogućnost pogreške, pomoću računalnog alata Visual Studio [13] kreiran je program za učitavanje ulaznih i izlaznih datoteka iz Nastrana kao i za prikaz rezultata. Tako se zaobišao Femap, a kreirani program direktno komunicira s Nastranom.

Kreirane su 4 klase za manipuliranje podacima. Njihove veze prikazane su na dijagramu ispod.



**Slika 18** Dijagram klasa izrađenog programa

Klasa NastranFSBWrapper služi za učitavanje ulazne i izlazne datoteke. Iz ulazne datoteke učitavaju se podaci o projektnim ograničenjima.

Iz izlazne datoteke učitavaju se odzivi – pomaci u čvorovima, naprezanja u elementima te masa. Iz nje se također učitavaju i početne tj. referentne vrijednosti varijabli kao i svi derivativi.

U klasi VariablesForSensitivity sortirani su podaci o projektnim varijablama, pridružena su im imena, referentne i pomaknute vrijednosti te veze sa svojstvima konačnih elemenata.

U klasi OutputForSensitivity sortirani su izlazni podaci, rezultati analiza. Za svaki slučaj opterećenja pojedinom čvoru pridružene su komponente pomaka (3 translacije i 3 rotacije) sa svojim imenima dok su elementima pridružene komponente naprezanja ( $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_{VM}$ ). Unutar ove klase kreirana je i metoda za računanje aproksimacija.

U klasi ModelSensitivity pripremljeni su referentni podaci za izračun osjetljivosti, referentne vrijednosti odziva odnosno ograničenja (pomaci i naprezanja u odabranim čvorovima i elementima). U ovoj klasi poziva se metoda za izračun aproksimacija te svi podaci koji su za taj izračun potrebni, a ranije su učitani.

### 4.3 Organizacija rezultata analize osjetljivosti

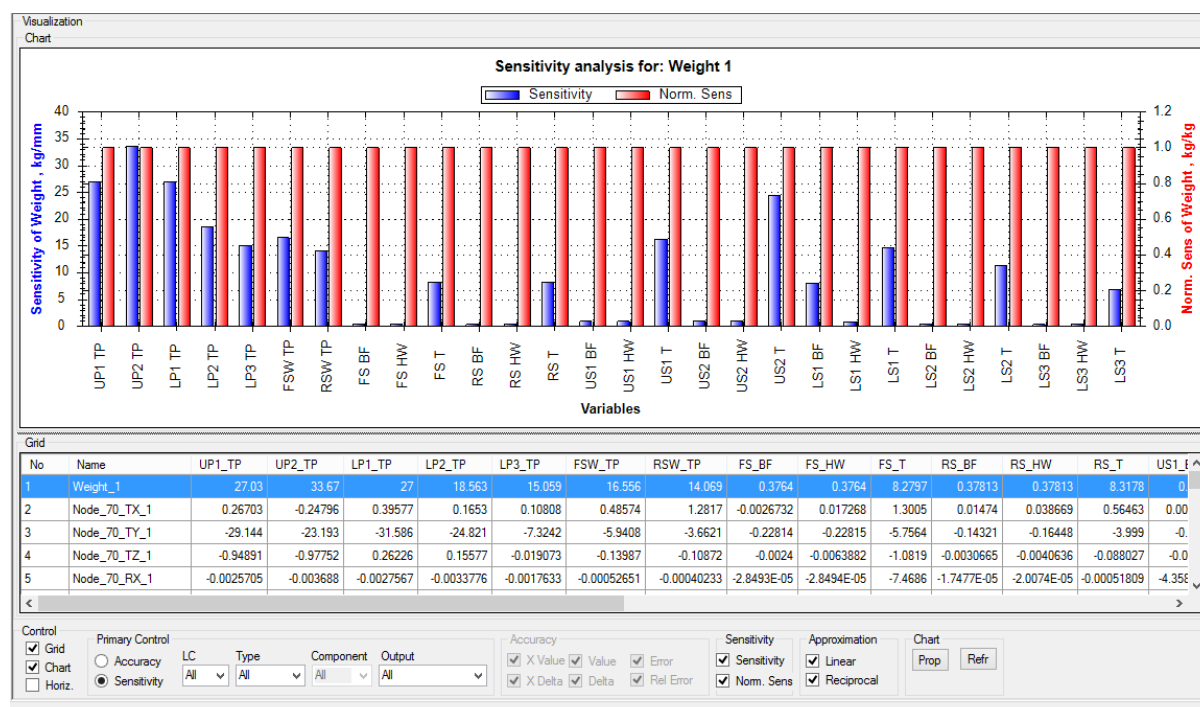
Za pregledan uvid u rezultate svih provedenih analiza napravljen je program koji pruža dva različita načina prikaza podataka.

Prvi se odnosi na koeficijente osjetljivosti. Odabirom pojedinog odziva za određeni čvor ili element za jedan od načina opterećenja iscrtava se dijagram koji na lijevoj y-osi prikazuje apsolutni iznos koeficijenta osjetljivosti, a na desnoj njihove iznose normirane s koeficijentom osjetljivosti mase, prema izrazu:

$$\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right)_n = \frac{\partial y_j}{\partial x_i} / \frac{\partial W}{\partial x_i} \quad (28)$$

Gdje je  $\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right)_n$  normirani koeficijent osjetljivosti  $j$ -tog odziva ( $y$ ) po  $i$ -toj varijabli ( $x$ ), a  $\frac{\partial W}{\partial x_i}$  koeficijent osjetljivosti mase po  $i$ -toj varijabli.

Sljedeća slika prikazuje sučelje opisanog programa.



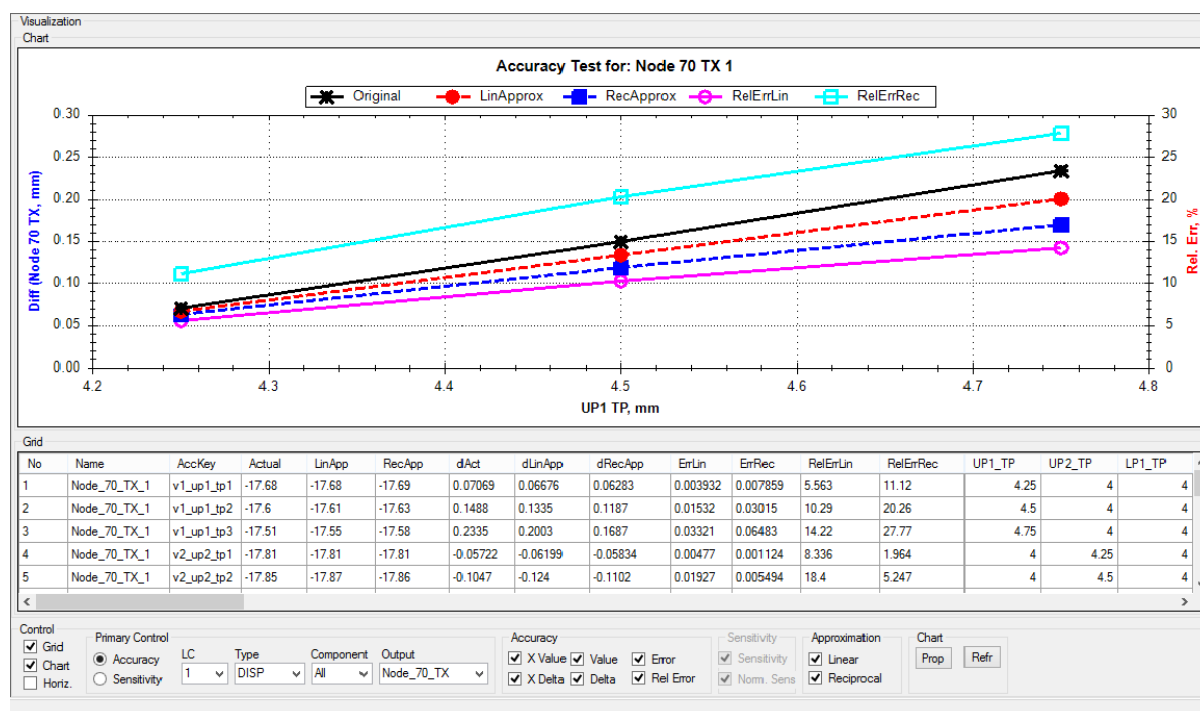
Slika 19 Sučelje kreiranog programa za vizualizaciju podataka o osjetljivosti

Drugi prikaz podataka omogućuje jednostavnu analizu razine točnosti aproksimacija kroz usporedbu rezultata dobivenih analizom metodom konačnih elemenata i onih dobivenim linearnom i recipročnom aproksimacijom. Uz to prikazane su i relativne greške dviju aproksimacija. Podaci se prikazuju u dijagramima s dvije ordinate, s lijeve strane je iznos razlike pomaknutog i referentnog stanja, a s desne strane iznos relativne greške računate prema izrazu (29). Na apscisi su prikazane vrijednosti koje poprima varijabla.

$$e = \left| \frac{dy_{FEM} - dy_A}{dy_{FEM}} \right| \quad (29)$$

U gornjem izrazu  $e$  predstavlja relativnu grešku aproksimacije,  $dy_{FEM}$  je razlika između vrijednosti odziva (pomaka ili naprezanja) u pomaknutom i referentnom stanju prema MKE analizi, a  $dy_A$  razlika između odziva u pomaknutm i referentom stanju dobivena aproksimacijom odnosno korištenjem koeficijenta osjetljivosti,  $dy_A = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \Delta x$ .  $\Delta x$  govori za koliko je varijabla pomaknuta od referente vrijednosti.

Rezultati dobiveni MKE analizom u dijagramima su prikazani punom crnom linijom. Rezultati aproksimacija prikazani su iscrtkanim linijama, linearna crvenom (označena ispunjenim krugovima), a recipročna plavom (označena ispunjenim kvadratima), dok su odgovarajuće im greške prikazane svjetlijim punim linijama s istom – no neispunjenom oznakom (krug i kvadrat). Iduća slika prikazuje sučelje programa u opisanom načinu rada.



Slika 20 Sučelje kreiranog programa za vizualizaciju analize točnosti aproksimacija

#### 4.4 Analiza osjetljivosti

U okviru ovog rada provedene su materijalno i geometrijski linearne analize metodom konačnih elementata pomoću računalnog alata Nastran.

Već je napomenuto da je odabrano 28 varijabli. Za svaku od varijabli određena su tri stanja koja može poprimiti, a njihov pregled dan je u Tablica 7. Varijable debljine ljuskastih elemenata (oplata i strukovi ramenjača) te debljine struka tj. pojaseva grednih elemenata pomicanje su za po 0,25 mm dok su preostale varijable vezane za gredne elemente (visina struka, širina pojaseva) pomicanje za po 2 mm.



Tablica 7 Pregled varijabli s pripadajućim vrijednostima

Varijabla	Referentna vrijednost [mm]	1. pomaknuto stanje [mm]	2. pomaknuto stanje [mm]	3. pomaknuto stanje [mm]
UP1 TP	4	4,25	4,5	4,75
UP2 TP	4	4,25	4,5	4,75
LP1 TP	4	4,25	4,5	4,75
LP2 TP	3	3,25	3,5	3,75
LP3 TP	3	3,25	3,5	3,75
FSW TP	7,5	7,75	8	8,25
RSW TP	5	5,25	5,5	5,75
FS BF	60	62	64	66
FS HW	60	62	64	66
FS T	5	5,25	5,5	5,75
RS BF	60	62	64	66
RS HW	60	62	64	66
RS T	5	5,25	5,5	5,75
US1 BF	70	72	74	76
US1 HW	70	72	74	76
US1 T	7	7,25	7,5	7,75
US2 BF	70	72	74	76
US2 HW	70	72	74	76
US2 T	5	5,25	5,5	5,75
LS1 BF	70	72	74	76
LS1 HW	70	72	74	76
LS1 T	7	7,25	7,5	7,75
LS2 BF	70	72	74	76
LS2 HW	70	72	74	76
LS2 T	5	5,25	5,5	5,75
LS3 BF	50	52	54	56
LS3 HW	50	52	54	56
LS3 T	5	5,25	5,5	5,75

Provedene su analize metodom konačnih elemenata za svako pomaknuto stanje svake varijable zasebno, dakle 28·3 analize. Provedena je i jedna referentna analiza sa početnim vrijednostima svih varijabli budući da su njeni rezultati potrebni za izračun aproksimacija.

Osim toga provedene su i analize sa različitim kombinacijama varijabli, koje će se detaljnije opisati kasnije.

## 5. ANALIZA REZULTATA

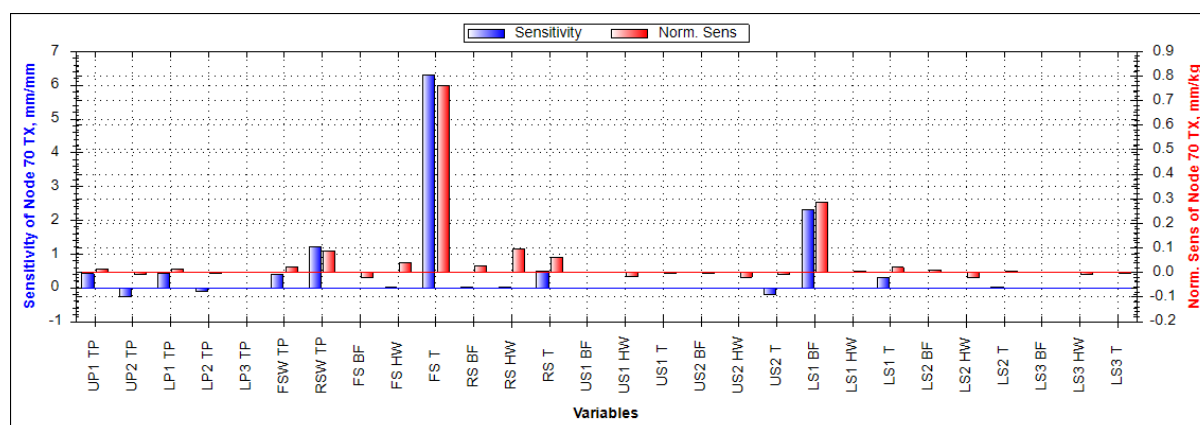
Za sve provedene analize promatrani su odzivi, pomaci u onim čvorovima i naprezanja u onim elementima, u kojima su zadana ograničenja, a prikazani su na slikama Slika 16 i Slika 17.

### 5.1 Pomaci u odnosu na varijable – debljine ljuskastih konačnih elemenata

Na sljedećim setovima slika razmotrit će se utjecaj varijabli koje su povezane s ljuskastim konačnim elementima na odzive – komponente pomaka (3 translacije i 3 rotacije) na primjeru čvora 70 za slučaj opterećenja prema točki C  $V-n$  dijagrama. Opis tumačenja slika dan je u poglavlju 4.3 pa se ovdje neće ponavljati.

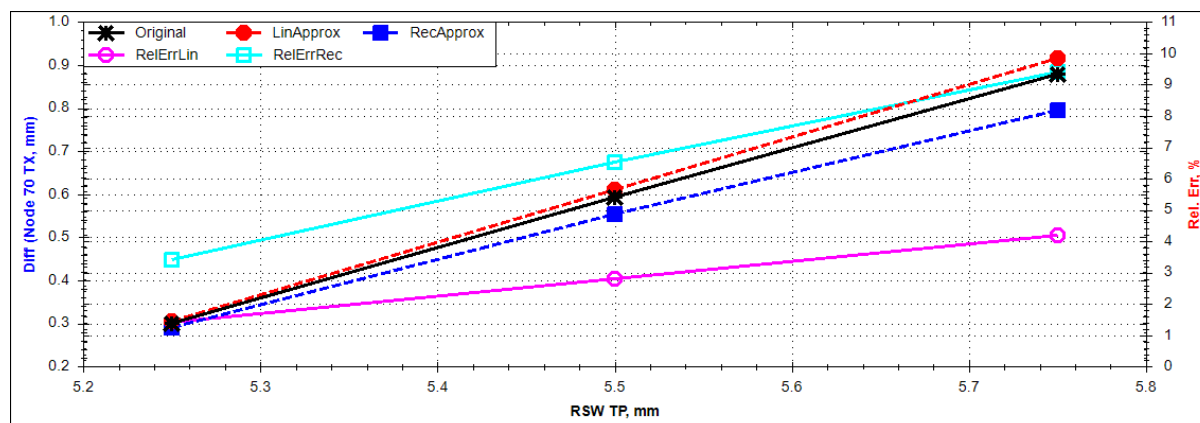
U nazivima slika koriste se oznake  $T$  za translaciju i  $R$  za rotaciju oko pojedine osi koordinatnog sustava ( $X, Y, Z$ ). Kao oznaka za slučaj opterećenja koriste se oznake  $B, C, D, E$  i  $F$  sukladno oznakama u  $V-n$  dijagramu.

Da bi se moglo lakše analizirati rezultate na početku je dan pregled svih koeficijenata osjetljivosti za promatrani odziv.



Slika 21 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

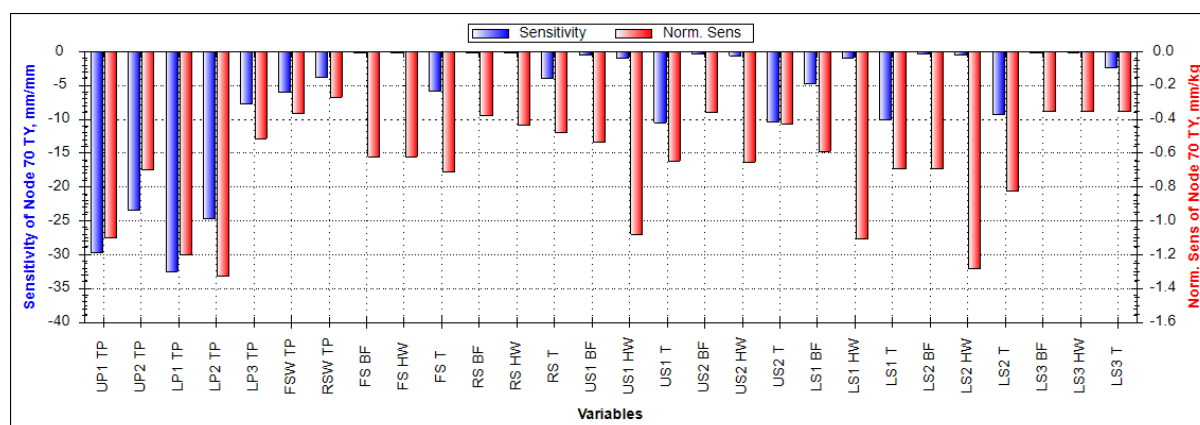
Na gornjoj slici vidi se da na pomak TX čvora 70, varijable vezane za ljuskaste konačne elemente nemaju velik utjecaj, ističe se tek varijabla RSW TP. Na sljedećoj slici stoga je prikazan odnos odziva TX prema varijabli RSW TP.



Slika 22 Pomak TX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli RSW TP

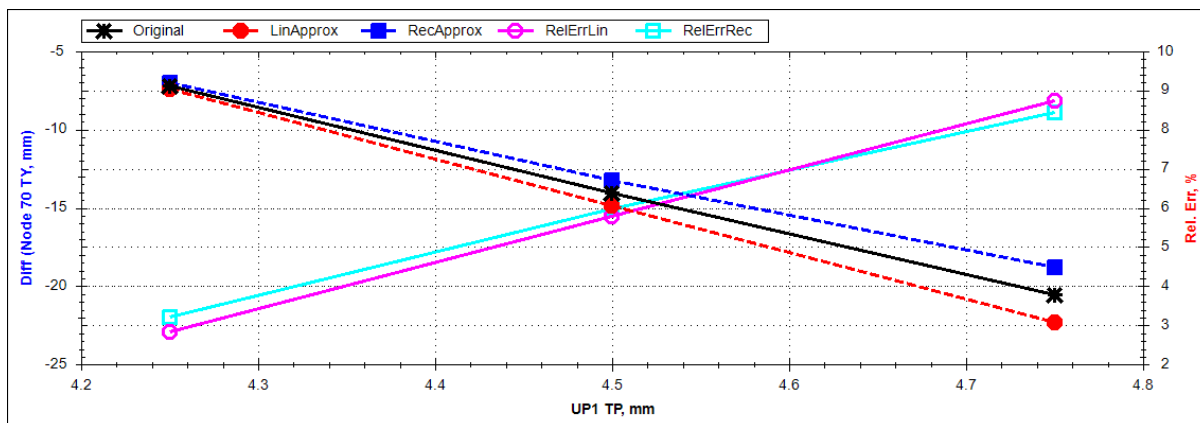
Slični rezultati dobiveni su i za ostale promatrane čvorove i to za sve načine opterećenja.

Na sljedećoj slici prikazani su koeficijenti osjetljivosti pomaka TY za slučaj opterećenja C za čvor 70.

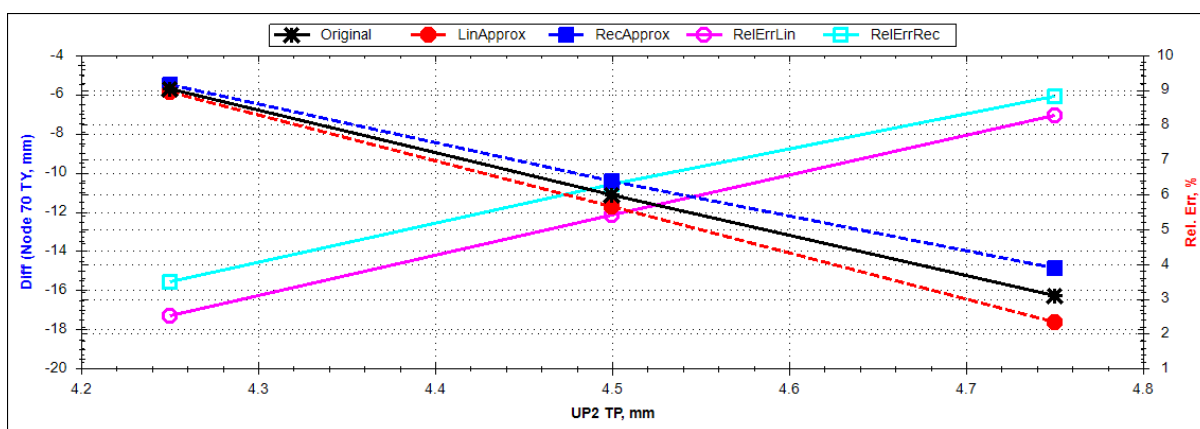


Slika 23 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

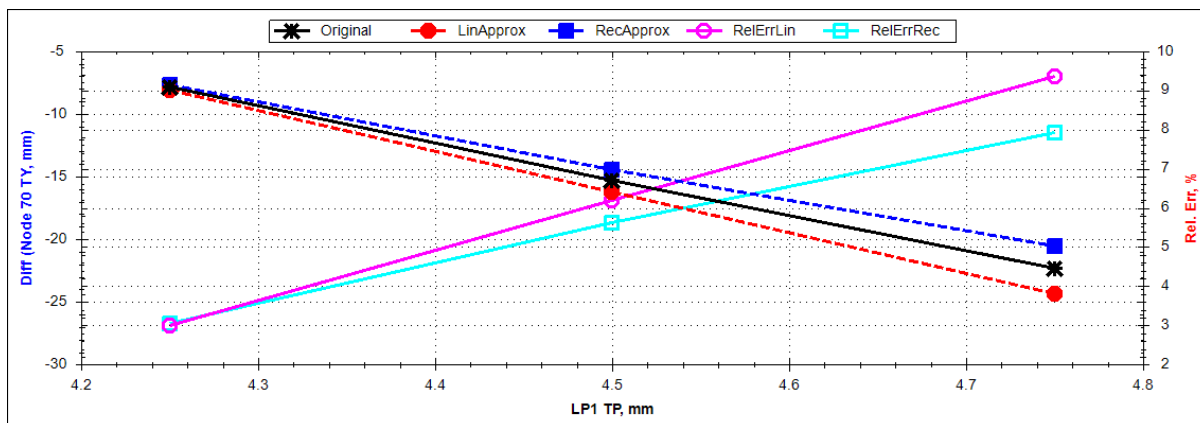
Sve varijable imaju mnogo veći utjecaj nego što je to bio slučaj kod odziva TX. Po svom utjecaju ističu se varijable – debljine oplata na prva dva dijela konstrukcije, a prednjači debljina oplata donjake (LP2 TP, LP1 TP). Sljedeći set slika prikazuje utjecaje varijabli UP1 TP, UP2 TP, LP2 TP i LP1 TP na pomak TY čvora 70.



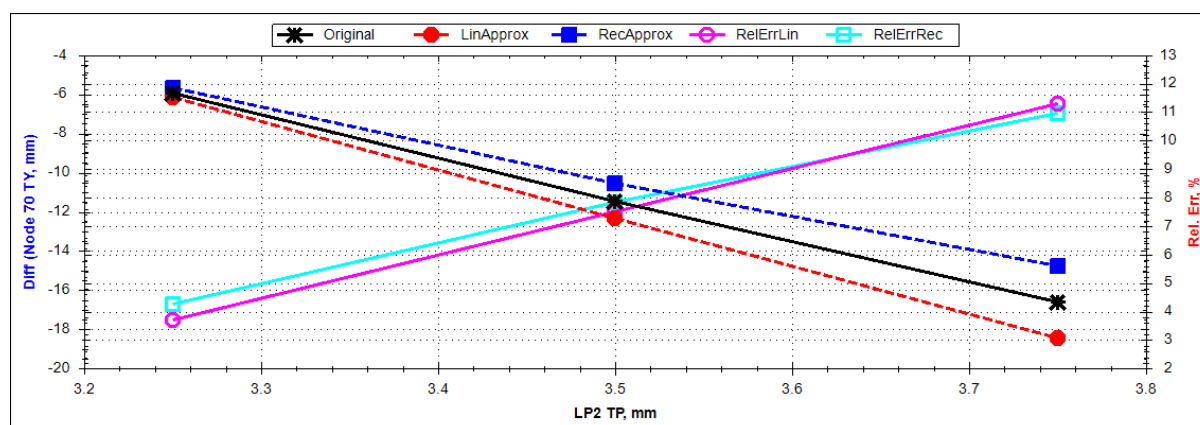
Slika 24 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP



Slika 25 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP2 TP



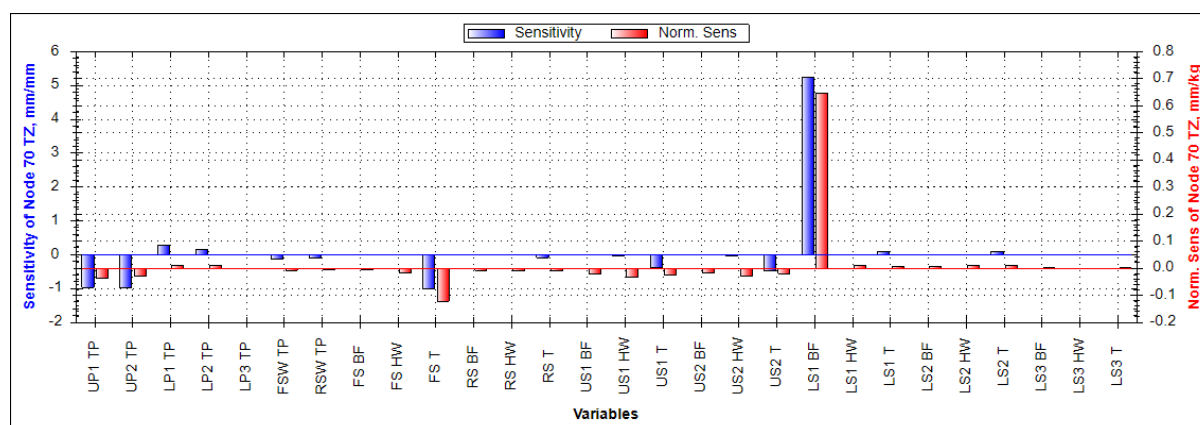
Slika 26 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP1 TP



Slika 27 Pomak TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP2 TP

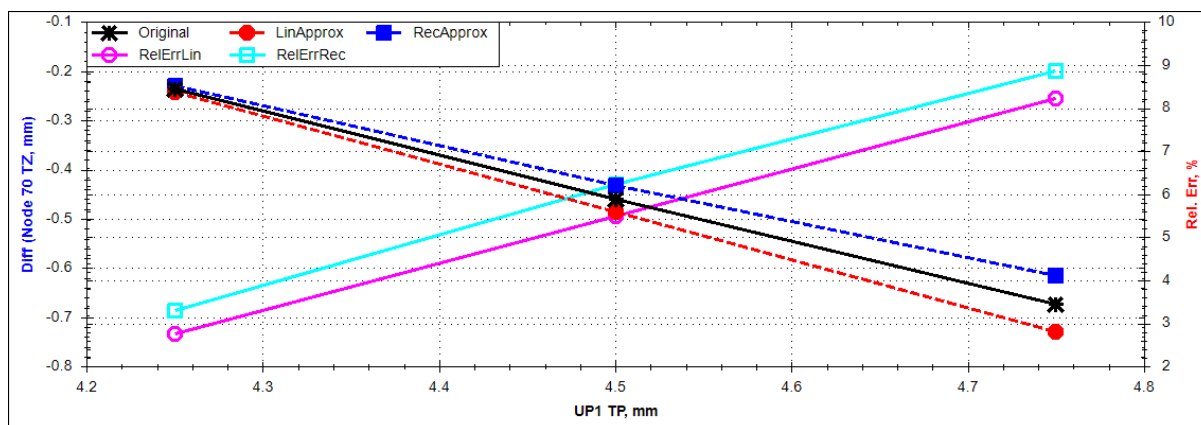
Promatrajući isti odziv za ostale odabrane čvorove, kao i za ostale načine opterećenja može se primjetiti da se rezultati poklapaju sa prezentiranim.

Na sljedećoj slici prikazani su koeficijenti osjetljivosti odziva TZ za slučaj opterećenja C, za čvor 70.

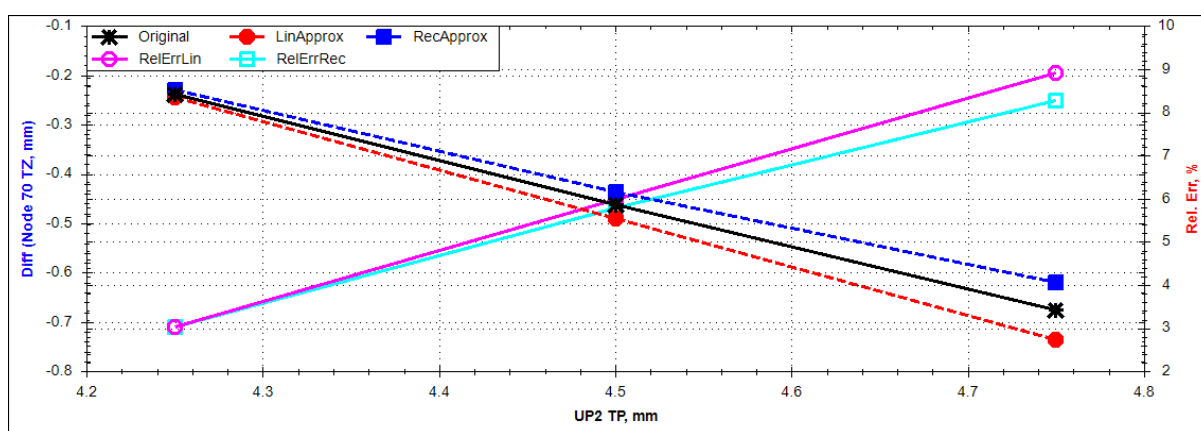


Slika 28 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

U ovom slučaju po svom utjecaju dominiraju debljine oplata gornjake odnosno varijable UP1 TP i UP2 TP. Odnos pomaka TZ čvora 70 u odnosu na te dvije varijable prikazan je na sljedećim slikama.

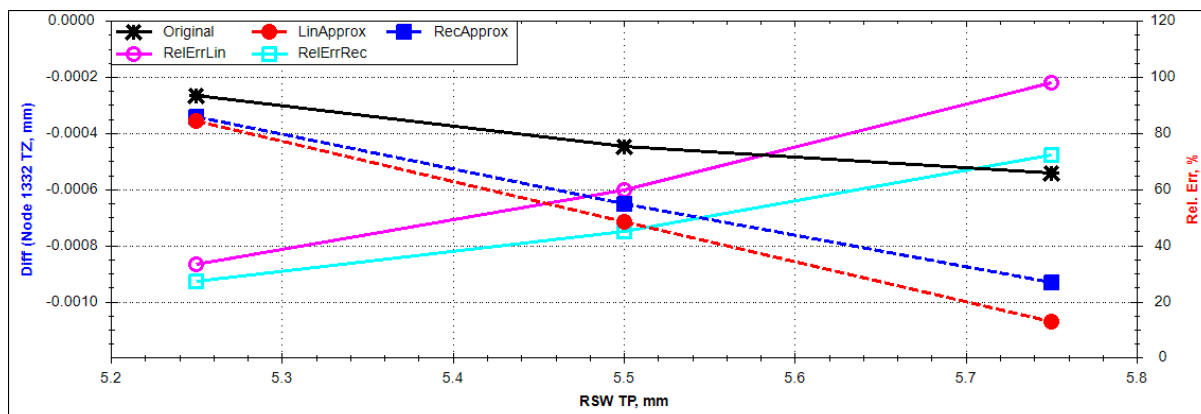


Slika 29 Pomak TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP



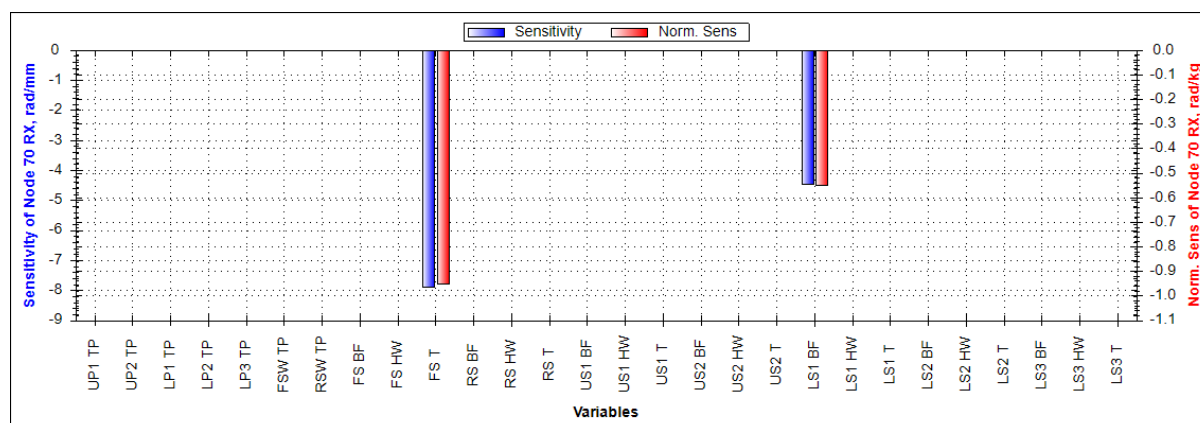
Slika 30 Pomak TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP2 TP

Kao i u slučaju prethodna dva razmotrena odziva i ovdje su dobiveni istovjetni rezultati kako za preostale čvorove tako i za druge načine opterećenja. Aproksimacija s najvećom greškom dobivena je za odziv TZ u odnosu na varijablu RSW za čvor 1332 u načinu opterećenja F, a vidi se na sljedećoj slici.



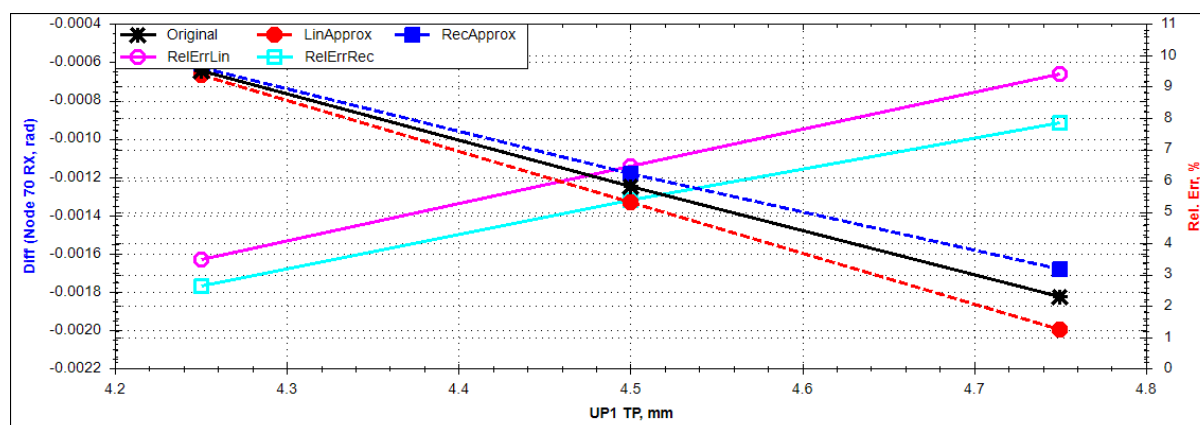
Slika 31 Pomak TZ čvora 1332 za slučaj opterećenja F prema varijabli RSW TP

Na sljedećoj slici prikazana je osjetljivost komponente pomaka RX na sve varijable.



Slika 32 Osjetljivost pomaka RX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

Vidljivo je da dominantan utjecaj na ovaj odziv imaju 2 varijable koje su karakteristike presjeka grednih konačnih elemenata te se u usporedbi s njima utjecaj varijabli koje su vezane za ljuskaste konačne elemente niti ne vidi. Na sljedećoj slici prikazan je odnos odziva RX prema varijabli UP1 TP za čvor 70 i način opterećenja C.

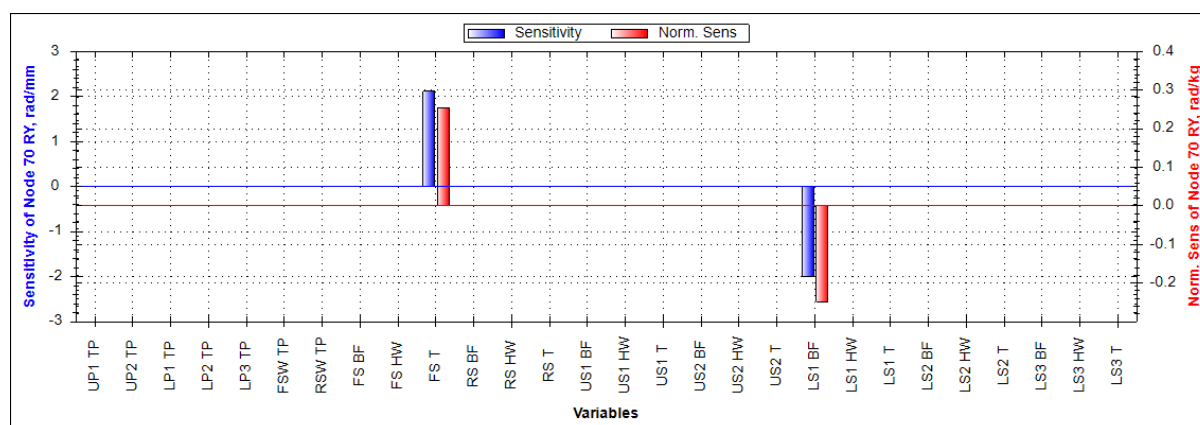


Slika 33 Pomak RX čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP

Dijagrami za isti odziv u odnosu prema drugim varijablama istovjetni su gore prikazanom pa ih nema potrebe posebno isticati. Isto vrijedi i za ostale čvorove kao i za druge načine opterećenja.

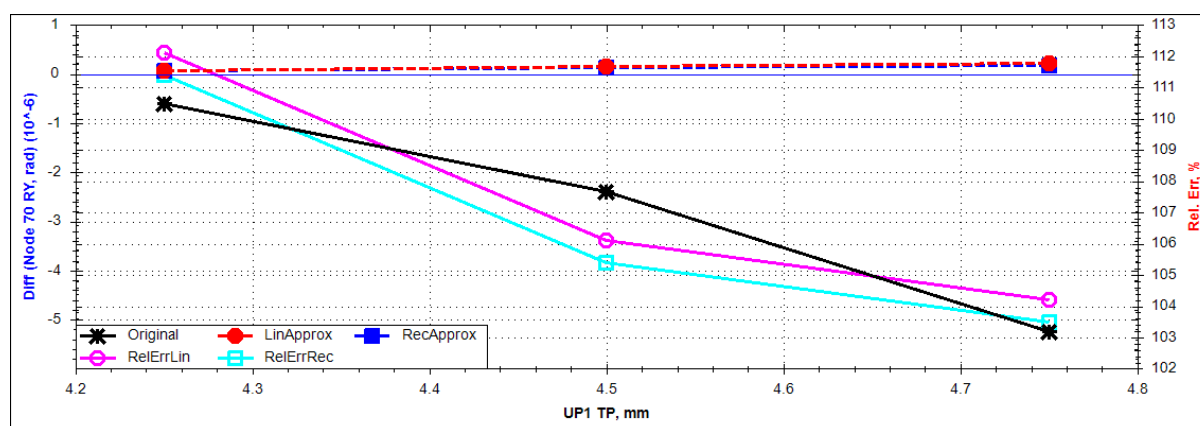
Slijedi prikaz osjetljivosti pomaka RY čvora 70 prema svim varijablama u slučaju opterećenja C.



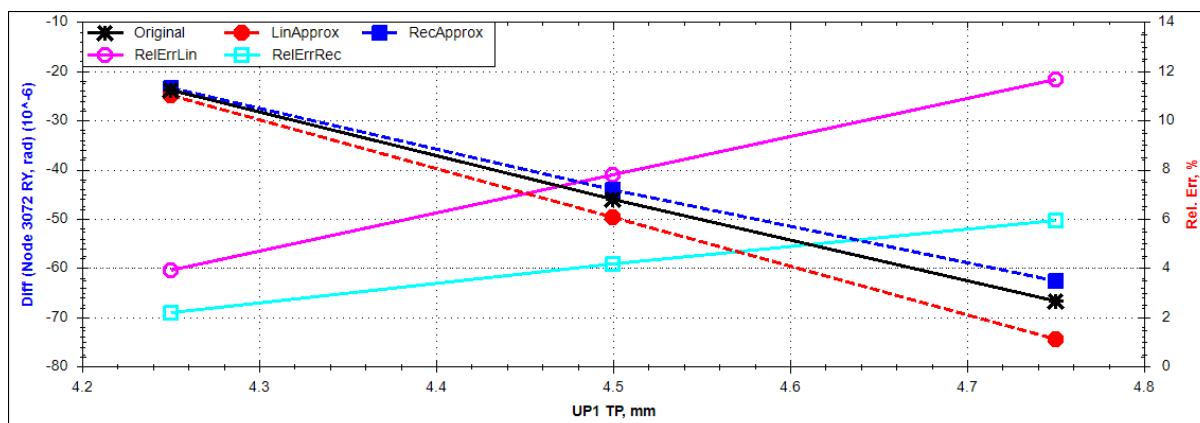


Slika 34 Osjetljivost pomaka RY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

Kao i u prethodno promatranom slučaju, utjecaj varijabli vezanih za ljuskaste konačne elemente na razmatrani odziv, zanemariv je u usporedbi s dvije varijable vezane za gredne elemente. U slučaju kad se varira debljina oplata prvog dijela gornjake (UP1 TP) aproksimacije ne daju dobre rezultate. To je slučaj za čvorove 70 i 77 (na 3. dijelu konstrukcije) te čvorove 1332 i 1333 (na granici 2. i 3. dijela konstrukcije). Stoga bi se ta pojava mogla pripisati udaljenosti promatranih čvorova od te varijable. Za dva čvora na granici 1 i 2 dijela konstrukcije (koji su u doticaju s varijablom) obje aproksimacije daju znatno bolje rezultate (posebice recipročna). Na donjim slikama prikazan je odziv RY za čvorove 70 i 3072 s obzirom na varijablu UP1 TP.

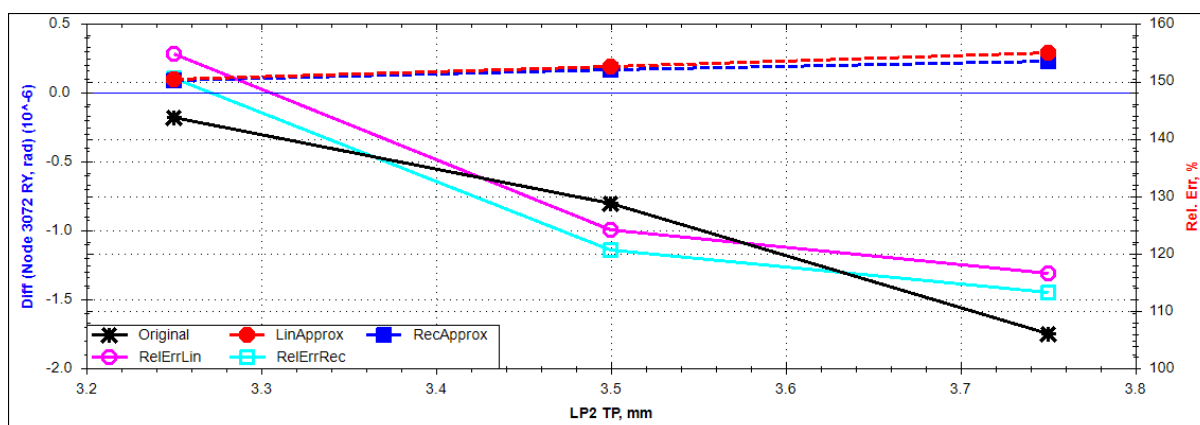


Slika 35 Pomak RY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP

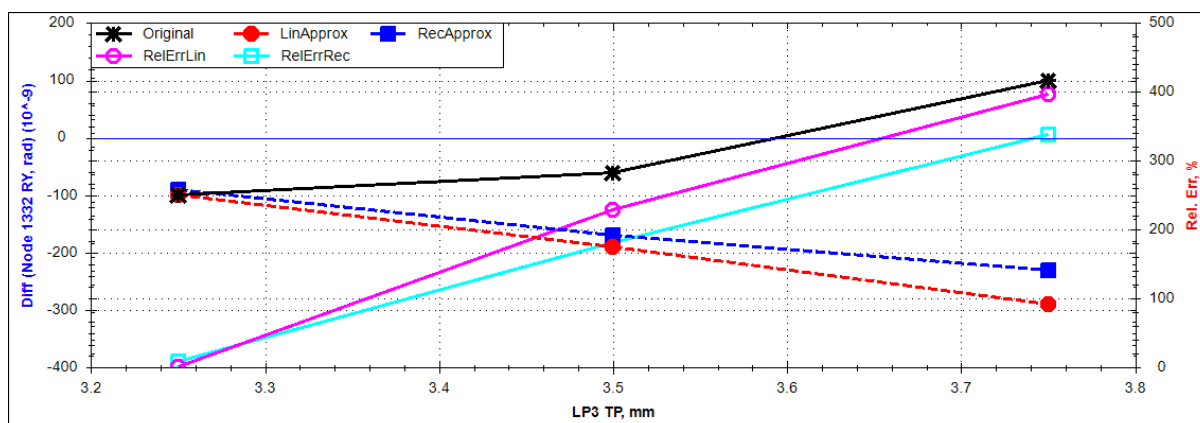


Slika 36 Pomak RY čvora 3072 za slučaj opterećenja C prema varijabli UP1 TP

Za odziv RY najlošiji rezultati dobivaju se za slučajeve prikazane na sljedeća dva grafa. U tim slučajevima aproksimacije ne samo da daju veliku relativnu grešku već predviđaju pogrešan smjer pomaka (povećanje umjesto smanjenja i obrnuto).



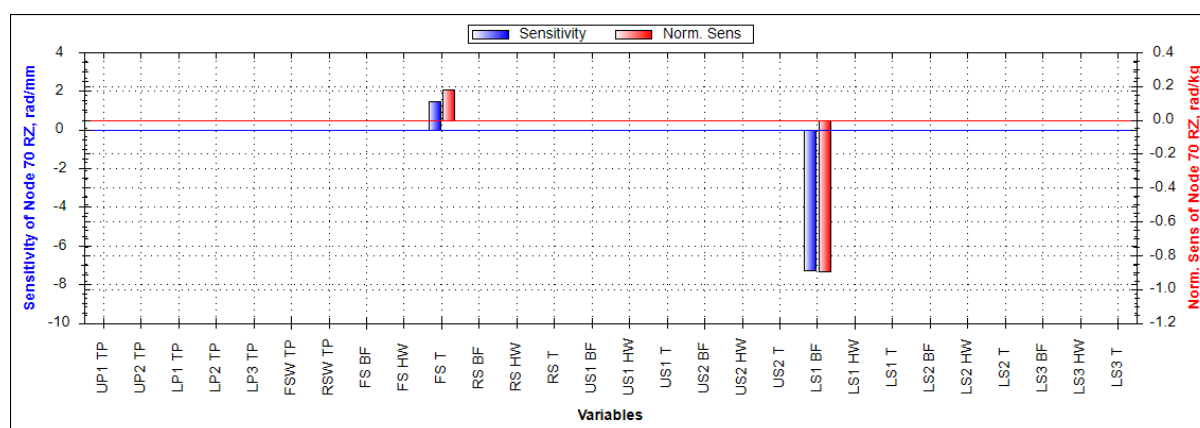
Slika 37 Pomak RY čvora 3072 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP2 TP



Slika 38 Pomak RY čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli LP3 TP

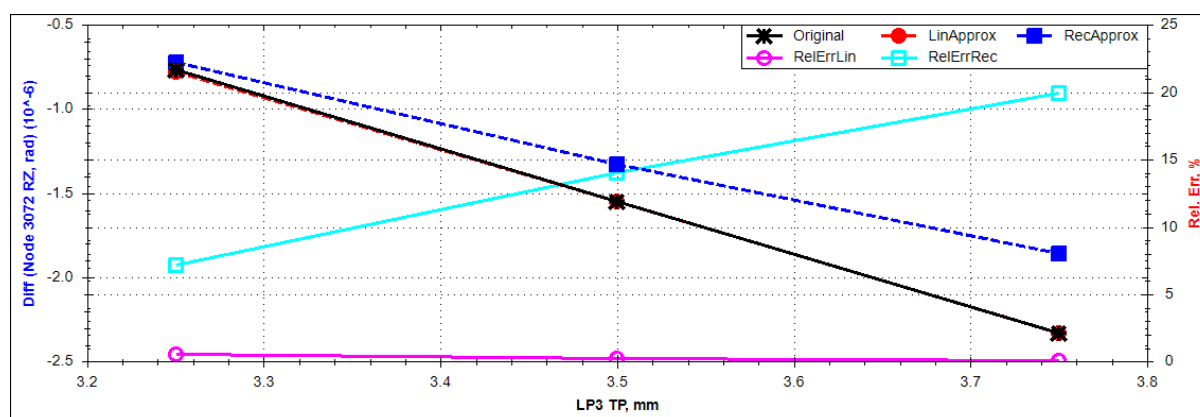
U odnosu na ostale varijable aproksimacije predviđaju odziv RY s mnogo manjom relativnom greškom, uglavnom ispod 15 %. Slični rezultati dobiveni su za sve načine opterećenja.

Sljedeća slika predstavlja prikaz osjetljivosti pomaka RZ čvora 70 prema svim varijablama za slučaj opterećenja C. Ponovno se po utjecaju ističu dvije varijable vezane za gredne konačne elemente dok se utjecaj onih vezanih za ljuskaste elemente u usporedbi s njima može zanemariti.



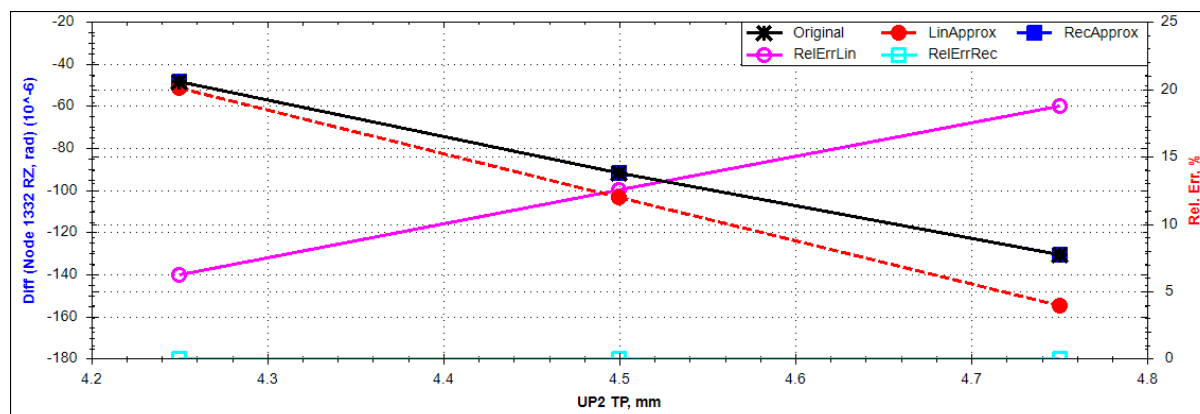
Slika 39 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema svim varijablama

Odziv RZ prema svim varijablama izgleda slično, recipročna aproksimacija u većini slučajeva ima manju relativnu grešku od linearne aproksimacije. Ono što se ističe jest linearna aproksimacija odziva RZ s obzirom na varijablu LP3 za čvor 3072 za slučaj opterećenja E, gdje se greška, suprotno očekivanjima, smanjuje s povećanjem pomaka varijable od referentnog stanja. Taj odziv prikazan je na sljedećoj slici.



Slika 40 Pomak RZ čvora 3072 za slučaj opterećenja E prema varijabli LP3 TP

Za način opterećenja F ističe se odziv RZ u odnosu na varijablu UP2 za koji greška recipročne aproksimacije ne prelazi 0,03% u čvoru 1333. Taj odziv prikazan je na donjoj slici.



**Slika 41 Pomak RZ čvora 1332 za slučaj opterećenja F prema varijabli UP2 TP**

Promatrajući odzive u čvorovima u odnosu na varijable vezane za ljuskaste konačne elemente vidljivo je da obje aproksimacije (linearna i recipročna) uglavnom daju slične rezultate. Očekivano, greška aproksimacije je to veća što je veći pomak varijable od referentnog stanja. Relativna greška uglavnom je između 3 % (za prvo pomaknuto stanje) i 10 % (za treće pomaknuto stanje). Aproksimacija je najbolja za slučaj kada se varira debljina struka prednje ramenjače, za većinu čvorova za sve tri translacije relativna greška aproksimacije za prvo pomaknuto stanje tada iznosi približno 1%.

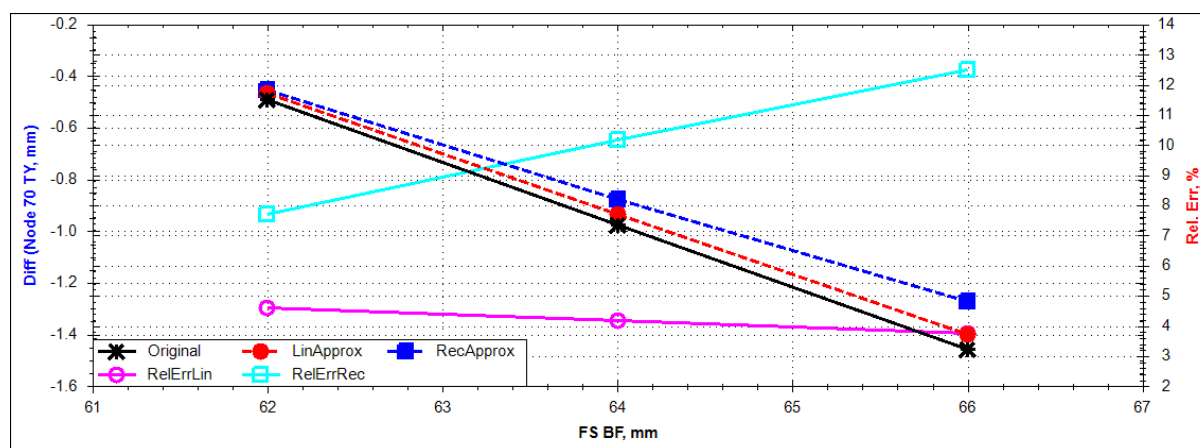
Pregledom svih rezultata može se zaključiti da aproksimacije općenito daju bolje rezultate za translacije nego li za rotacije. To bi se moglo povezati sa odabirom čvorova u kojima su promatrani odzivi (svi odabrani čvorovi su na spoju oplata i ramenjače).

Ne može se općenito reći da jedna aproksimacija daje bolje rezultate od druge. Njihovi rezultati uglavnom se poklapaju, a tamo gdje se razlikuju ne može se reći po kojem je to ključu (načinu opterećenja, čvorovima, odzivima ili varijablama).

## 5.2 Pomaci u odnosu na varijable – karakteristike presjeka grednih elemenata

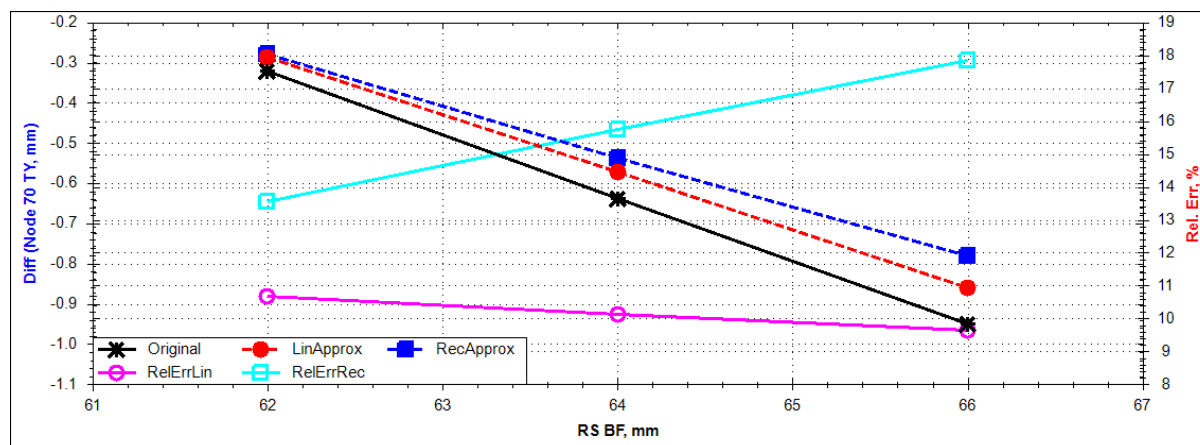
Za analizu pomaka u odnosu na varijable vezane za karakteristike presjeka grednih konačnih elemenata poslužit će odziv TY za čvor 70 za drugi slučaj opterećenja (točka C u  $V-n$  dijagramu). Pregled koeficijenata osjetljivosti po svim varijablama za promatrani odziv grafički je prikazan na Slika 23. Naknadno će se s njim usporediti ostali odzivi.

Na sljedećoj slici prikazan je odziv TY u odnosu na varijablu FS BF. Slično se ponaša isti odziv i u odnosu na FS HW. Suprotno očekivanom, greška linearne aproksimacije smanjuje se kako varijabla poprima sve veću vrijednost od referentne. Odziv TY jednako se ponaša i u odnosu na treću varijablu vezanu za prednju ramenjaču, FS T.



**Slika 42 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS BF**

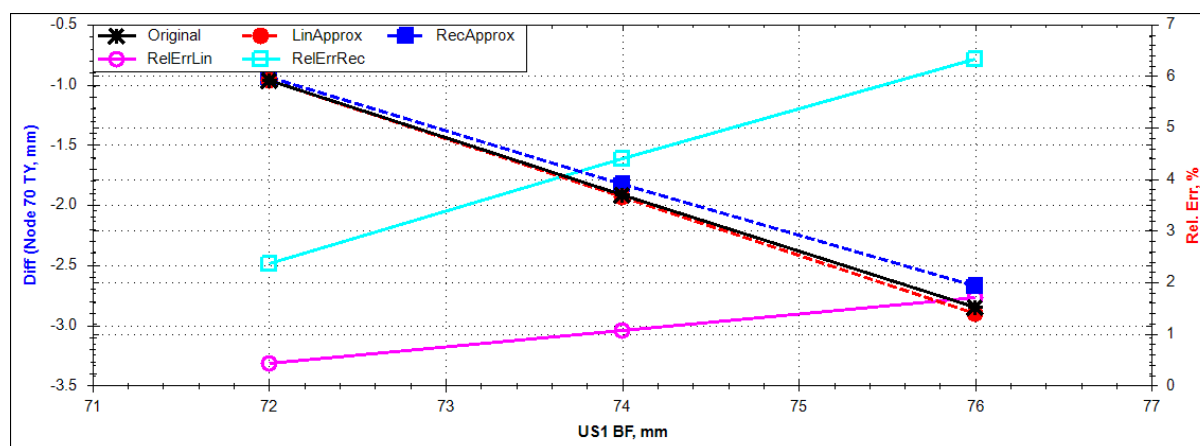
Ukoliko se promotri isti odziv, TY, u odnosu na varijablu RS BF relativna greška obje aproksimacije nešto je veća, ali i dalje se greška linearne aproksimacije smanjuje s većim odmakom varijable od referentne vrijednosti, kao što se vidi na slici dolje. Isti trend je prisutan i kod istog odziva za preostale dvije varijable vezane za stražnju ramenjaču.



**Slika 43 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli RS BF**

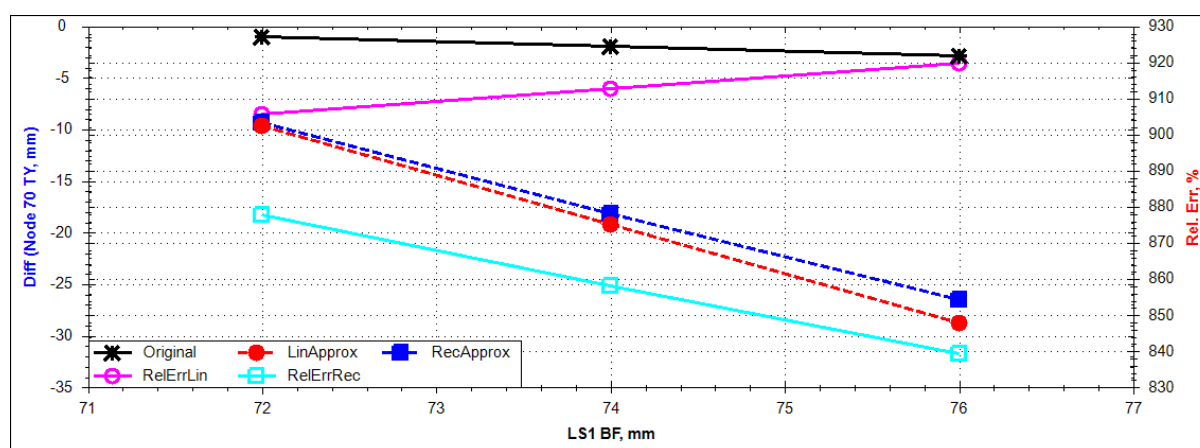
Na donjoj slici prikazan je odziv TY u odnosu na varijablu US1 BF. Vidi se da obje aproksimacije daju vrlo dobre rezultate, a linearna aproksimacija daje nešto manju relativnu grešku. Isti zaključci vrijede i kada se ovaj odziv promatra u odnosu na varijable US1 HW i

US1 T kao i za sve varijable vezane za uzdužnice na gornjaci na drugom dijelu konstrukcije (US2 BF, US2 HW i US2 T).



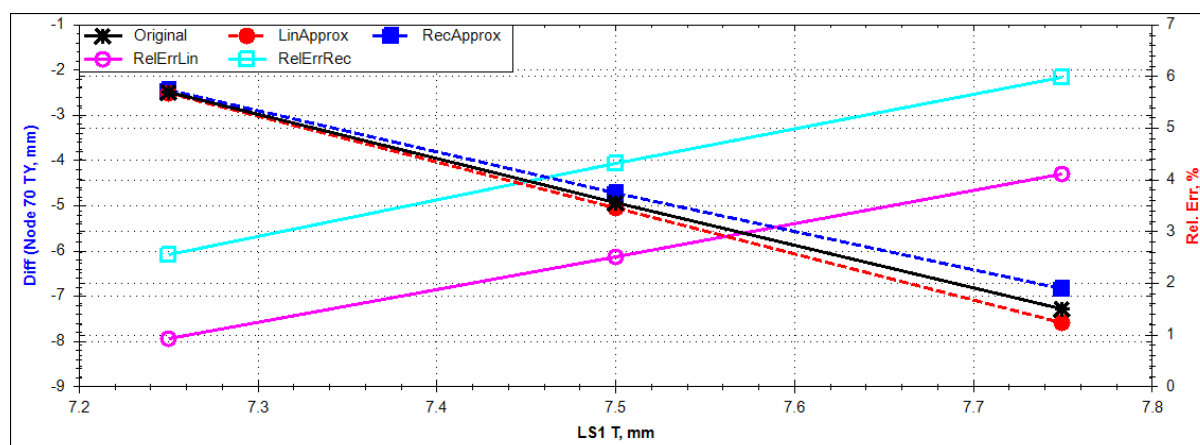
**Slika 44 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli US1 BF**

Ako se pogleda dijagram istog odziva u odnosu na varijablu LS1 BF prikazan na slici ispod, može se primjetiti da iako obje aproksimacije predviđaju dobar smjer pomaka to rade s jako velikom relativnom greškom.



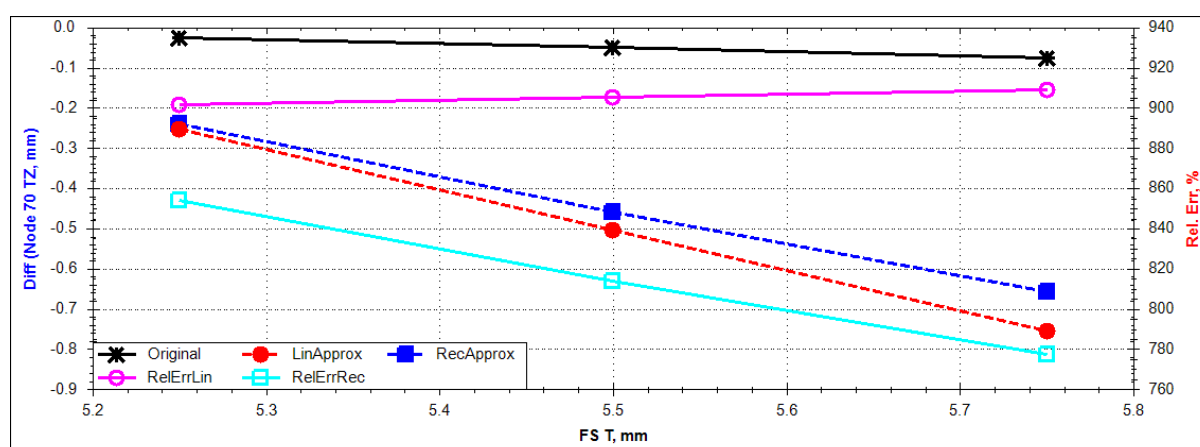
**Slika 45 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 BF**

Promatrajući odziv TY za čvor 70 u odnosu na preostale dvije varijable vezane za uzdužnice prvog dijela donjake vidljivo je da obje aproksimacije daju malu grešku, linearna aproksimacija nešto manju od recipročne. Na Slika 47 prikazan je pomak TY čvora 70 u ovisnosti o promjeni varijable LS1T. Slično se ovaj odziv odnosi i s obzirom na promjene varijabli vezanih za uzdužnice na drugom (LS2 BF, LS2 HW i LS2 T) i trećem (LS3 BF, LS3 T, LS3 HW) dijelu donjake s tim da valja napomenuti da kada se mijenja vrijednost varijable LS3 HW obje aproksimacije daju nešto veću relativnu grešku (20 – 30%).



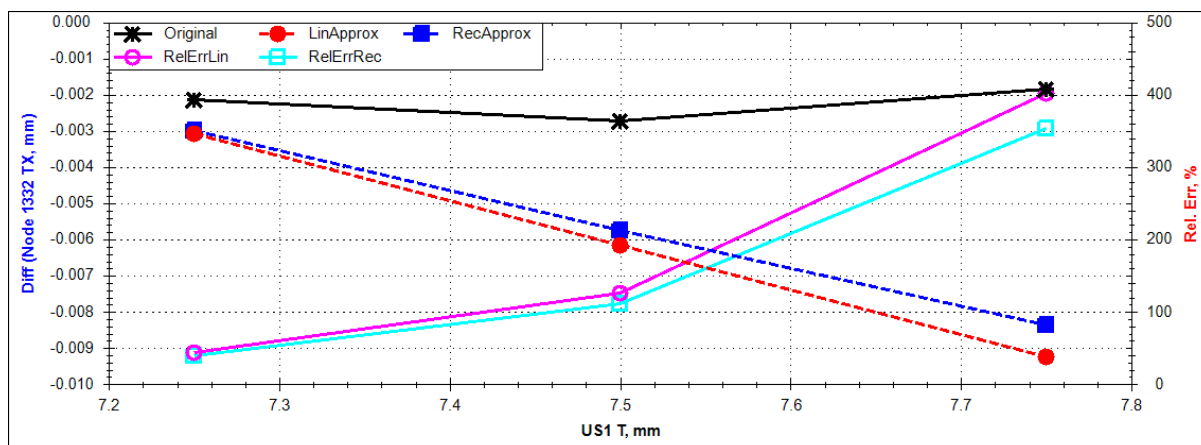
Slika 46 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 T

Za odzive TX i TZ dobiveni su vrlo slični rezultati kao i za odziv TY. Jedina bitna razlika je da za oba ta odziva u odnosu na varijablu FS T obje aproksimacije daju veliku relativnu grešku, ali unatoč tome predviđaju dobar smjer pomaka. Na sljedećoj slici prikazan je odziv TZ u odnosu na promjenu varijable FS T.



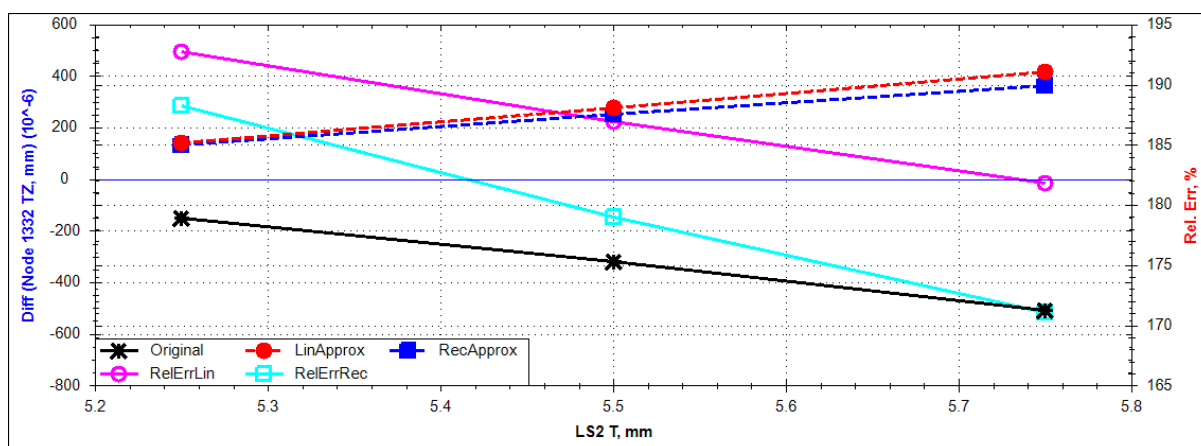
Slika 47 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS T

Slični su i odzivi u drugim promatranim čvorovima. Veća razlika primjetna je kod čvorova na granici drugog i trećeg dijela konstrukcije (1332 i 1333) za koje obje aproksimacije za odziv TX u ovisnosti o varijabli US1 T predviđaju pogrešan smjer pomaka. Na sljedećoj slici prikazan je taj odziv za čvor 1332.



Slika 48 Osjetljivost pomaka TX čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli US1 T

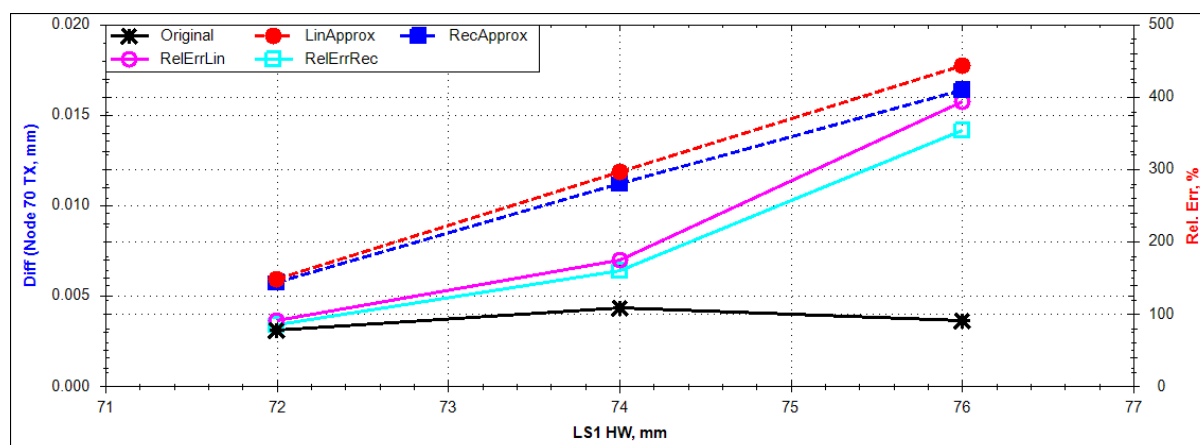
Slično je i za odziv TZ u odnosu na LS2 T za čvor 1332, dijagram na slici dolje.



Slika 49 Osjetljivost pomaka TZ čvora 1332 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS2 T

Za točku B u  $V-n$  dijagramu rezultati su slični kao i za prethodno analiziranu točku C. Razlika je u općenito nešto većim greškama za odziv TX. Također za isti odziv u čvorovima 70 i 2985 za određene varijable (LS1 HW i LS1 T) aproksimacije predviđaju povećanje pomaka kada se on smanjuje. Primjer za to je dan sljedećim grafom.

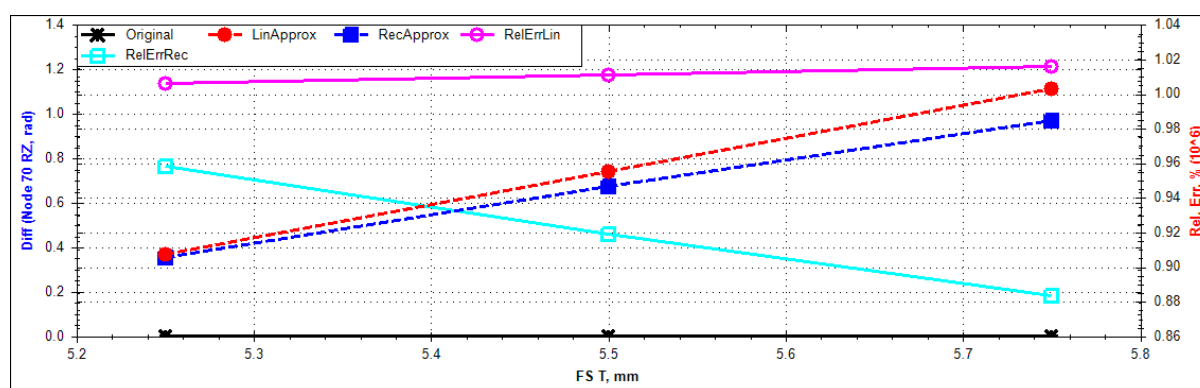




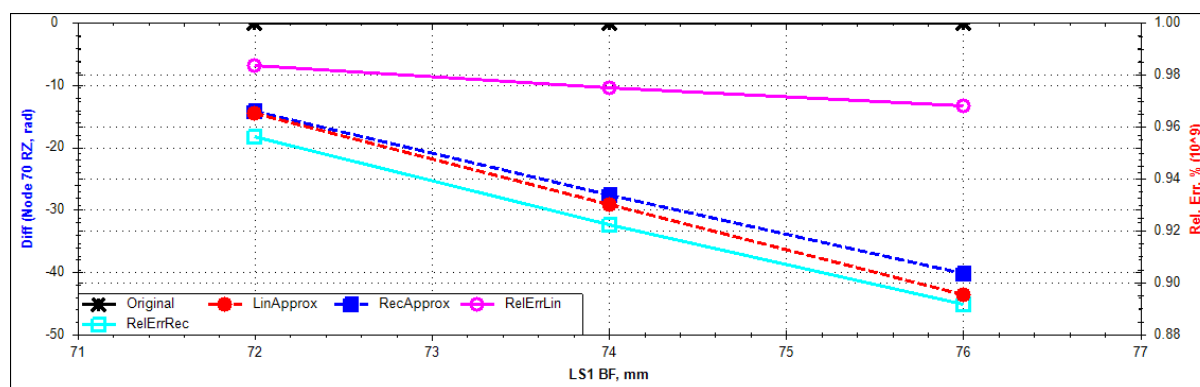
**Slika 50 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema varijabli LS1 HW**

Za slučajeve opterećenja u točkama D, E i F  $V-n$  dijagrama nema značajnijih razlika od rezultata dobivenih za točku C.

Da bi se prikazao utjecaj varijabli na komponente pomaka RX, RY i RZ odabran je čvor 70 za slučaj opterećenja točku C  $V-n$  dijagrama. Koeficijenti osjetljivosti tog odziva prikazani su na Slika 39. Vidljivo je da dominantan utjecaj na funkciju cilja imaju varijable FS T i LS1 BF. Odziv RZ stoga je prikazan u ovisnosti o te dvije varijable na sljedećim slikama.



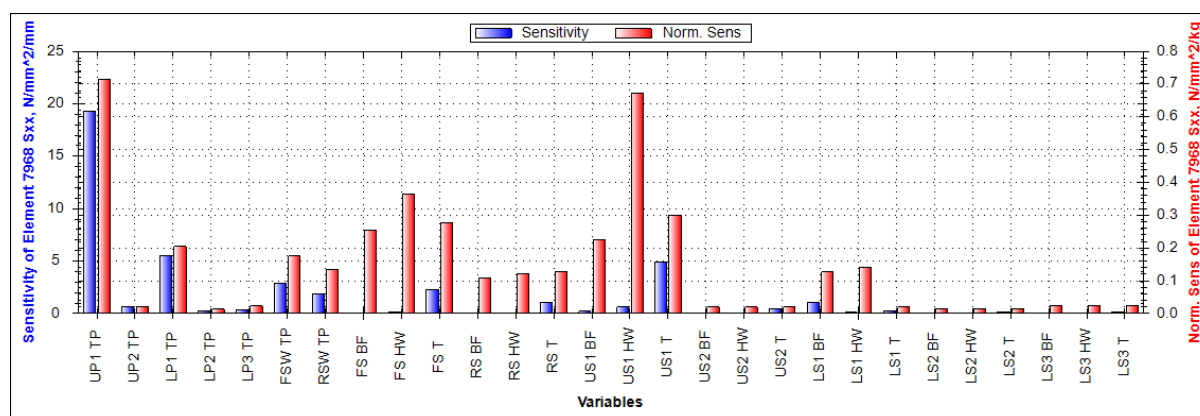
**Slika 51 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli FS T**



**Slika 52 Osjetljivost pomaka RZ čvora 70 za slučaj opterećenja C prema varijabli LS1 BF**

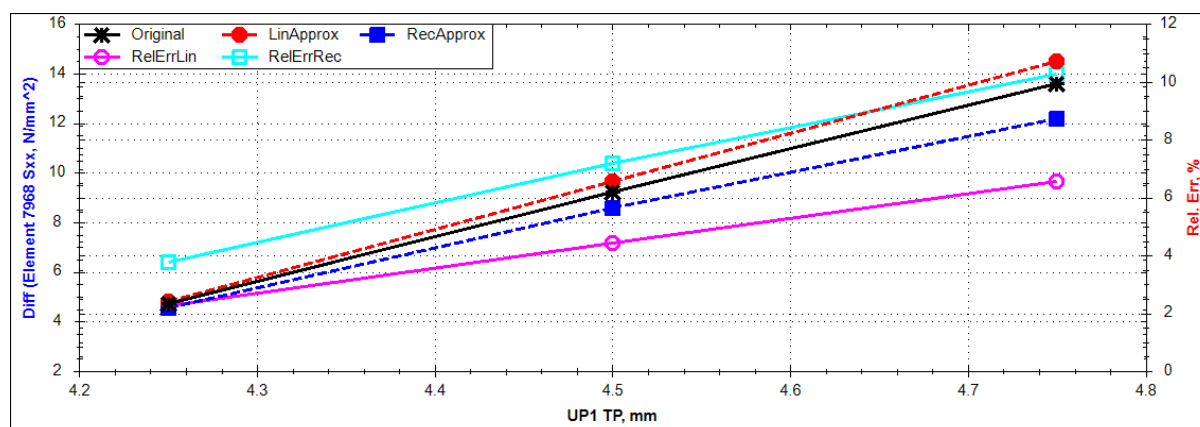
Iste varijable imaju dominantan utjecaj za sve komponente rotacije za sve čvorove za sve načine opterećenja. Zanimljivo je da upravo za te varijable obje aproksimacije pokazuju najveću grešku. Odzivi RX, RY i RZ u odnosu na ostale varijable izgledaju slično odzivima TX, TY i TZ.

### 5.3 Naprezanja u odnosu na varijable – debljine ljuskastih konačnih elemenata



**Slika 53 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xx}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama**

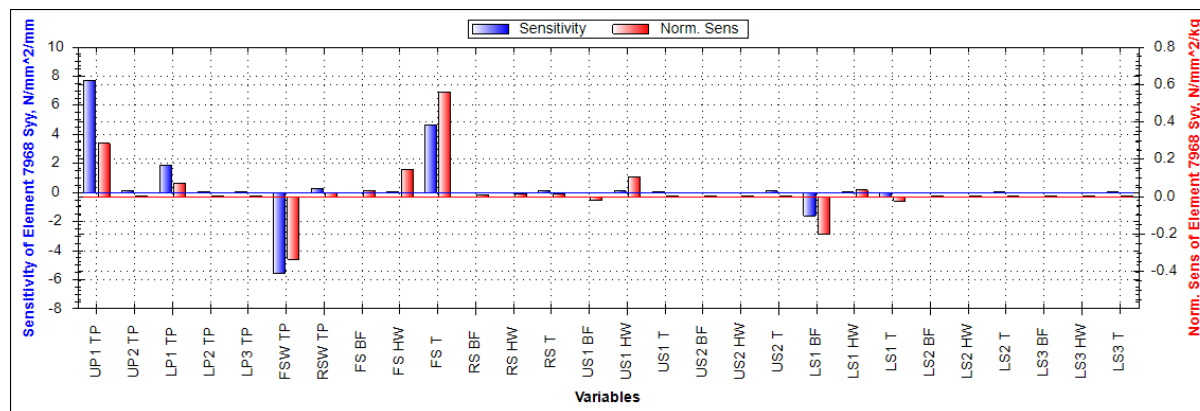
Iz gornjeg dijagrama vidi se da na komponentu naprezanja  $\sigma_{xx}$  najveći utjecaj ima UP1 TP, a prikazan je na sljedećoj slici.



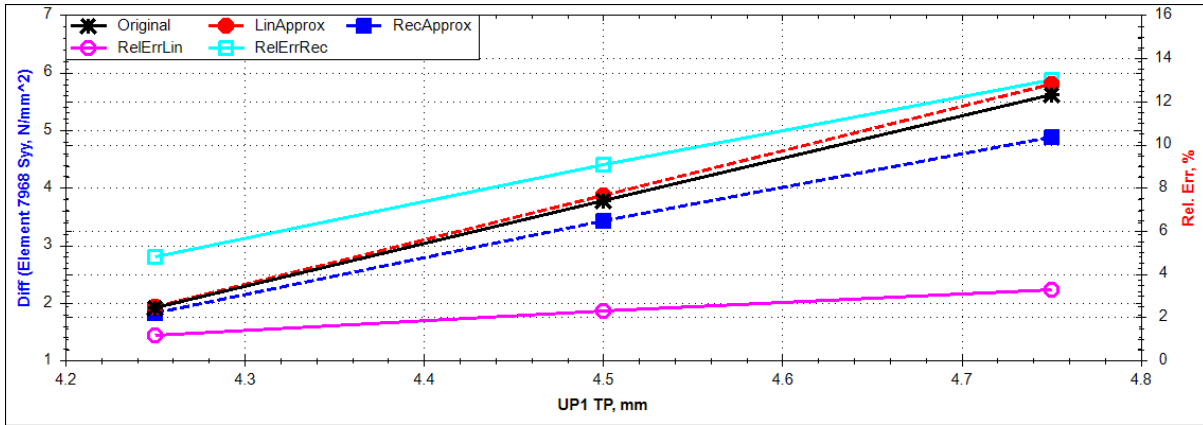
**Slika 54 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xx}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 TP**

Za ovaj odziv obje aproksimacije daju rezultate s podjednakom točnošću i u odnosu na preostale varijable.

Na sljedećoj slici prikazani su utjecaji pojedinih varijabli na odziv  $\sigma_{yy}$ , također za element 7968 i način opterećenja prema točki D  $V-n$  dijagrama. I u ovom slučaju najveći utjecaj ima varijabla UP1 TP te je on prikazan na Slika 56.

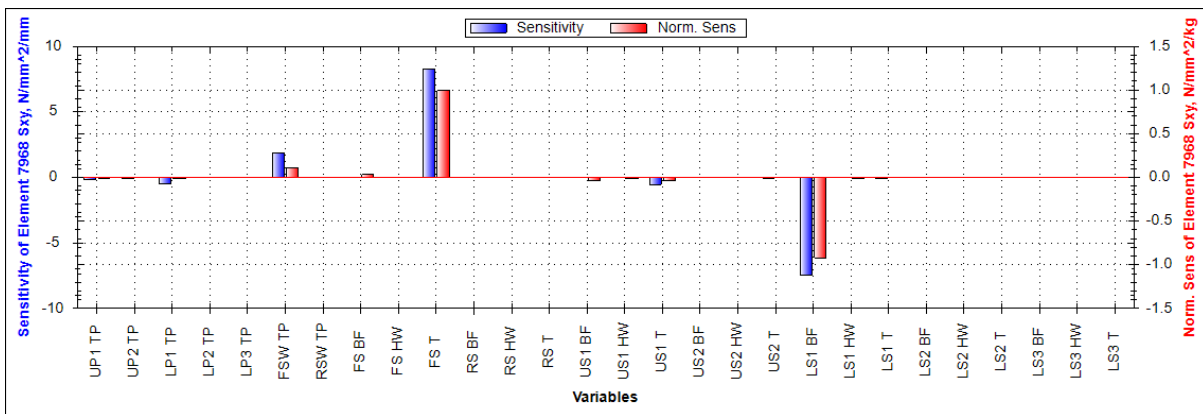


**Slika 55 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{yy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama**



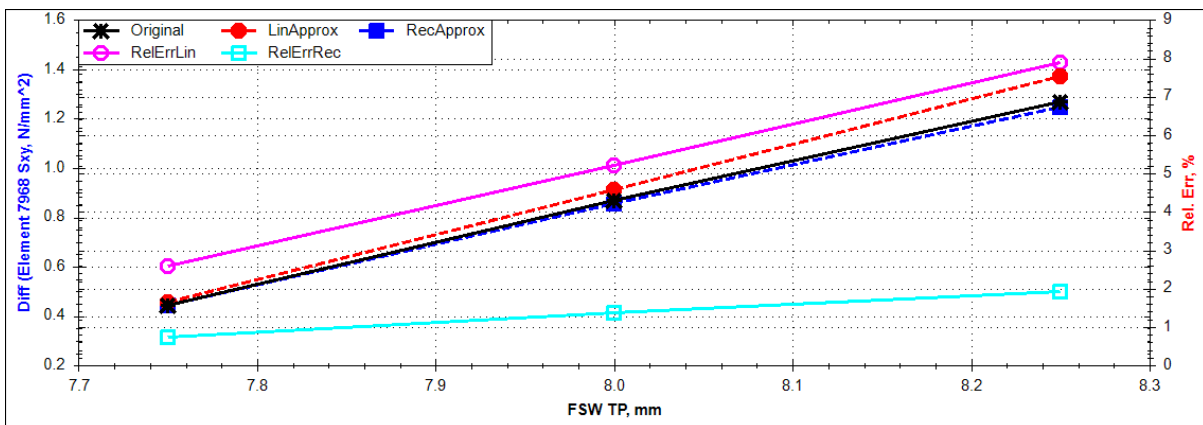
**Slika 56 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{yy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 TP**

Sljedeća slika prikazuje utjecaje varijabli na posmična naprezanja na elementu 7968 (za točku D). Može se primjetiti da u ovom slučaju od varijabli vazenih za ljuskaste elemente najveći utjecaj ima varijabla FSW TP.

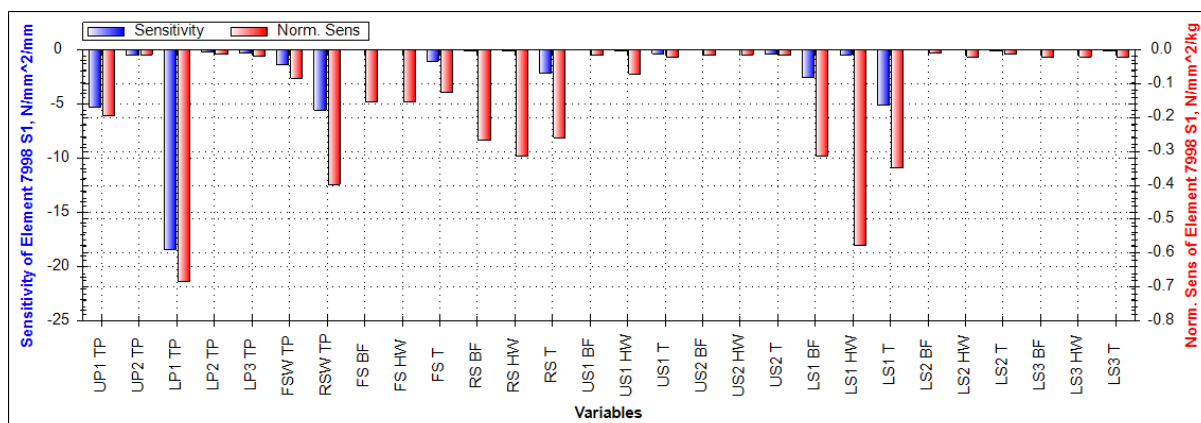


**Slika 57 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama**

Odziv  $\sigma_{xy}$  u odnosu na varijablu FSW TP prikazan je na sljedećoj slici.

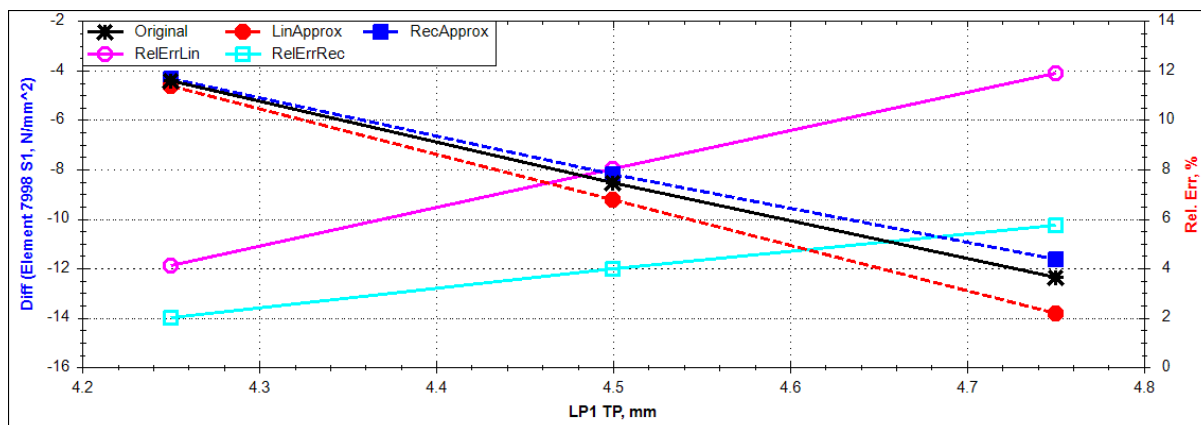


Slika 58 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FSW TP



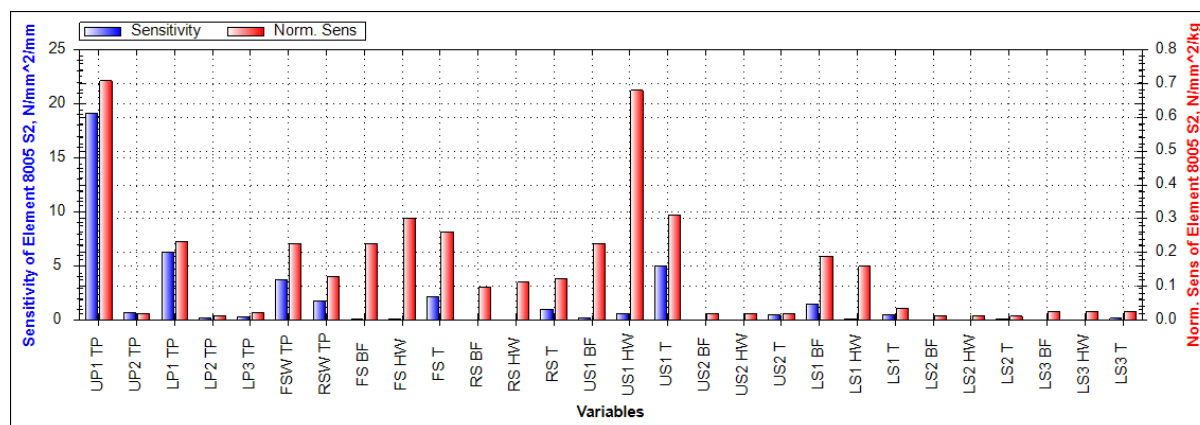
Slika 59 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_1$  elementa 7998 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama

Na gornjoj slici vide se utjecaji svih varijabli na odziv  $\sigma_1$  za element 7998 u slučaju opterećenja prema točki D u  $V-n$  dijagramu. Ne iznenađuje činjenica da najveći utjecaj ima varijabla LP1 TP (prikazan je na slici dolje) budući da se radi o elementu na donjaci s upravo tom debljinom oplate.

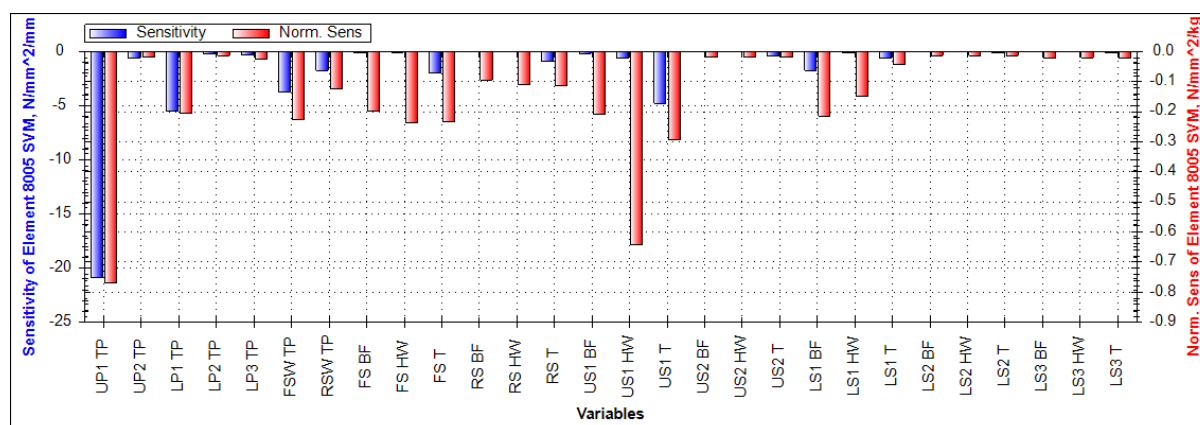


Slika 60 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_1$  elementa 7998 za slučaj opterećenja D prema varijabli LP1 TP

Sljedeće dvije slike pokazuju utjecaje varijabli na odzive  $\sigma_2$  i  $\sigma_{VM}$  za element 8005 i slučaj opterećenja za točku D.

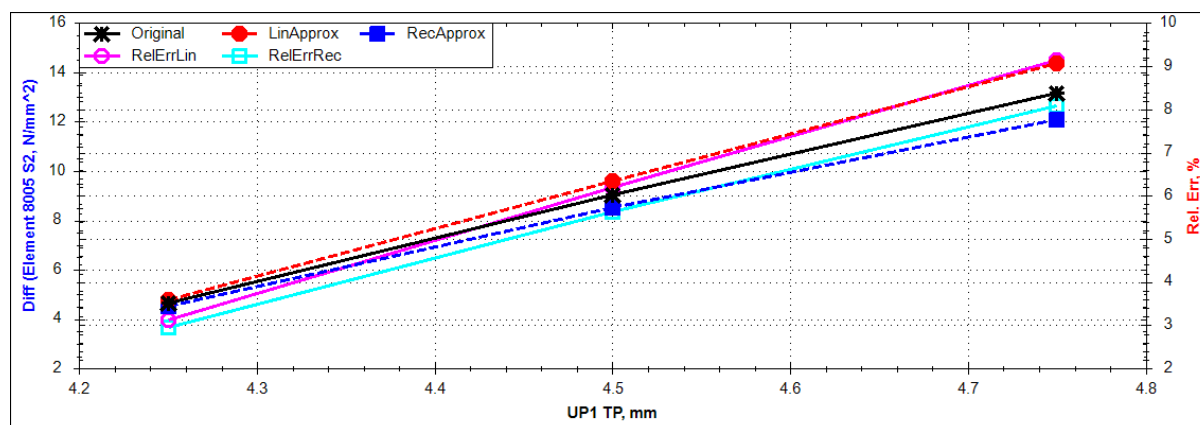


Slika 61 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_2$  elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama

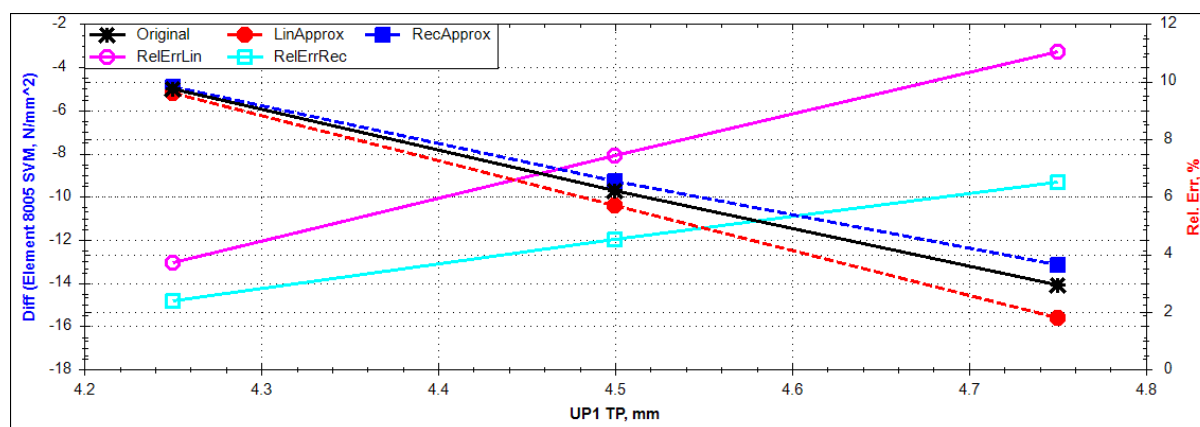


Slika 62 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{VM}$  elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema svim varijablama

Na oba odziva najveći utjecaj ima varijabla UP1 TP, a budući da se radi o elementu gornjake upravo te debljine oplata, to je i bilo za očekivati. Oba utjecaja prikazana su na sljedećim slikama.



Slika 63 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_2$  elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1



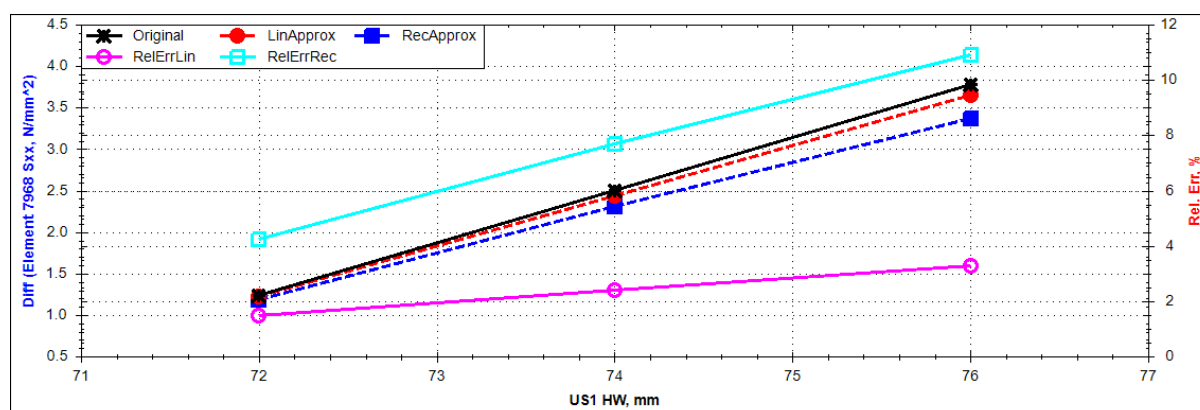
**Slika 64 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{VMx}$  elementa8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli UP1 TP**

I za ostale načine opterećenja, za iste odzive dominantan utjecaj pokazuju iste varijable kao u navedenim primjerima i to s istom razinom točnosti.

#### 5.4 Naprezanja u odnosu na varijable – karakteristike presjeka grednih elemenata

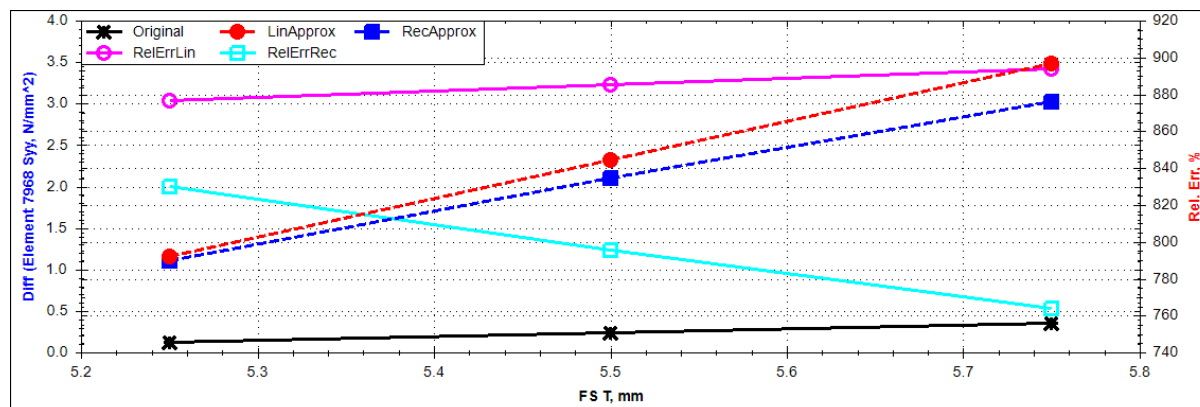
U ovom poglavlju analiziran je utjecaj varijabli vezanih za gredne elemente na komponente naprezanja. Pojedini odzivi prikazat će se na istim primjerima kao u prethodnom poglavlju gdje su za njih već dani dijagrami s utjecajem varijabli.

Na Slika 55 vidi se da najveći utjecaj na odziv  $\sigma_{xx}$  (element 7968, način opterećenja D) ima varijabla US1HW pa je stoga taj odnos prikazan na sljedećoj slici.



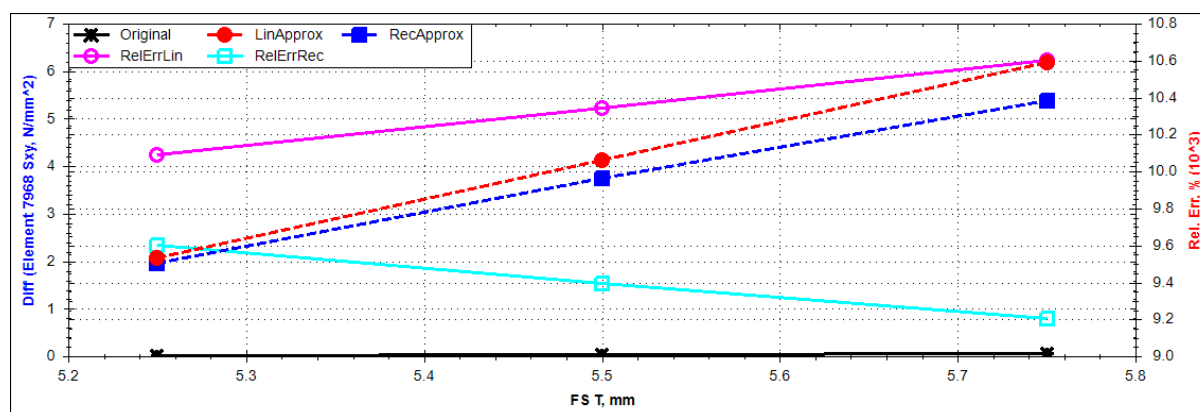
**Slika 65 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xx}$  elementa7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW**

Promotri li se Slika 55, utjecaj varijabli na odziv  $\sigma_{yy}$ , može se primjetiti da se po utjecaju ističe varijabla FS T. Odnos odziva  $\sigma_{yy}$  i varijable FS T prikazan je sljedećom slikom.



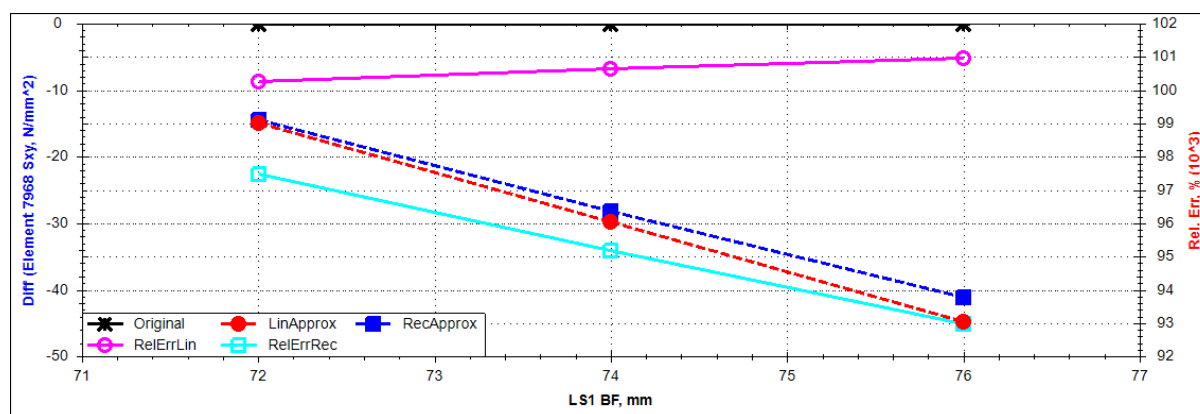
Slika 66 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{yy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FS T

Kada je riječ o komponenti naprezanja  $\sigma_{xy}$  dvije varijable imaju veći utjecaj od ostalih, to su FS T i LS1 BF, što je vidljivo iz Slika 57. Odnos odziva  $\sigma_{xy}$  s obzirom na te dvije varijable dan je na idućim slikama.



Slika 67 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{xy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli FS T

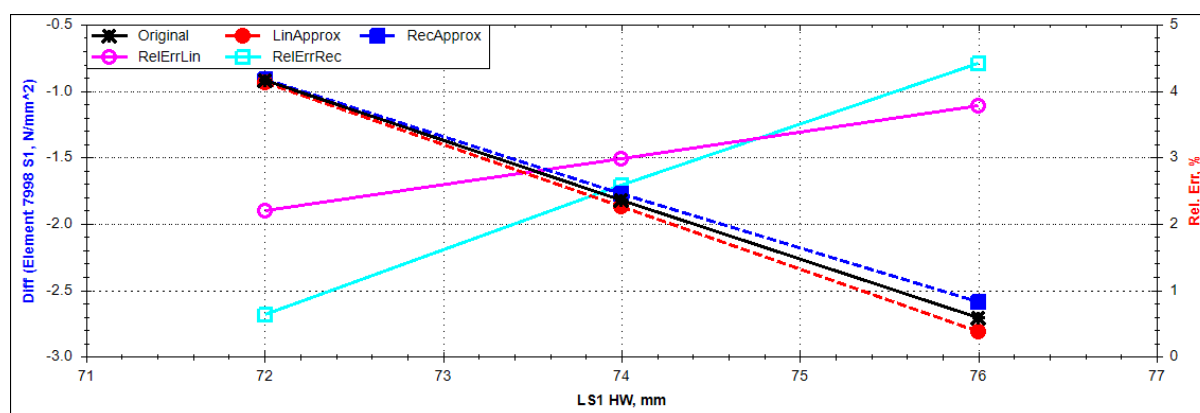




**Slika 68 Osjetljivost napreznja  $\sigma_{xy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema varijabli LS1 BF**

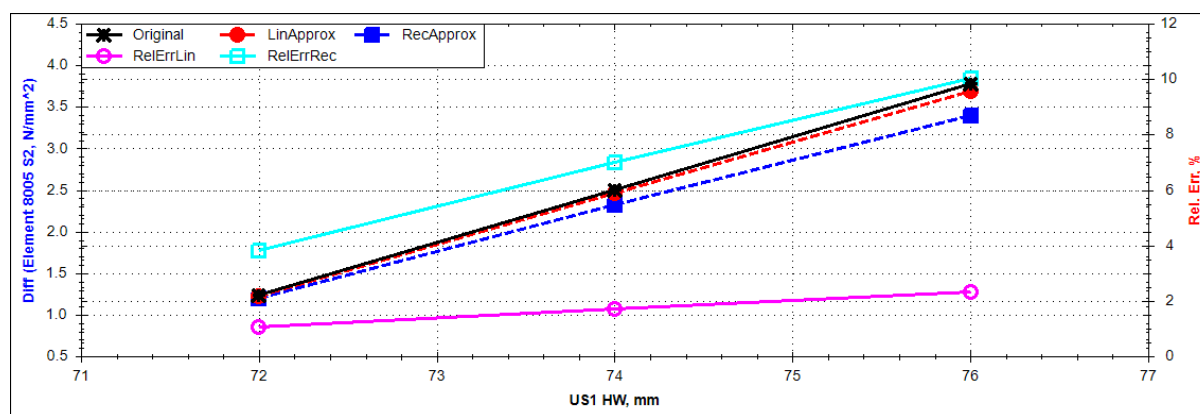
Kao što je to bio slučaj kada su se promatrale komponente pomaka i ovdje obje aproksimacije imaju veliku relativnu grešku kada je riječ o varijablama FS T i LS1 BF.

Promotri li se utjecaj varijabli na odziv  $\sigma_1$ , prikazan na slici Slika 59, vidljivo je da velik utjecaj ima više varijabli (RS BF, RS HW, RS T, LS1 BF, LS1 T), ali dominantan je utjecaj varijable LS1 HW, a prikazan je na slici dolje.



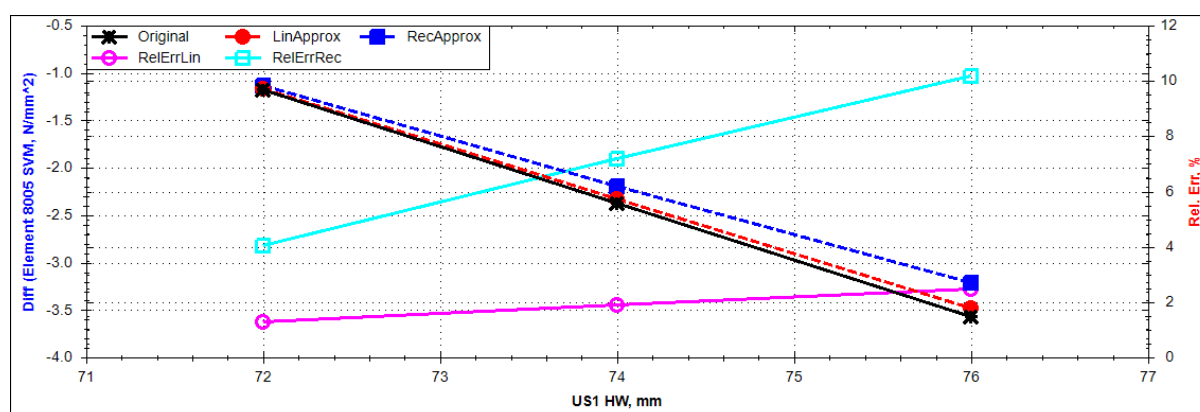
**Slika 69 Osjetljivost napreznja  $\sigma_1$  elementa 7998 za slučaj opterećenja D prema varijabli LS1 HW**

Promatrajući Slika 61, koeficijente osjetljivosti za odziv  $\sigma_2$ , po svom utjecaju ističe se varijabla US1HW. Na sljedećoj slici dan je odnos odziv  $\sigma_2$  i varijable US1 HW.



**Slika 70 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_2$  elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW**

Iz Slika 62 može se zaključiti da varijabla US1 HW ima najveći utjecaj i na odziv  $\sigma_{VM}$ , a njihov odnos dan je idućom slikom.



**Slika 71 Osjetljivost naprezanja  $\sigma_{VM}$  elementa 8005 za slučaj opterećenja D prema varijabli US1 HW**

Rezultati dobiveni u ostalim načinima opterećenja vrlo su slični ovdje prikazanim rezultatima za točku D  $V-n$  dijagrama, kao što je to bio slučaj i kada su se razmatrali odzivi (naprezanja) u odnosu na varijable vezane za ljuskaste elemente.

## 5.5 Odzivi u odnosu na istovremene promjene više varijabli

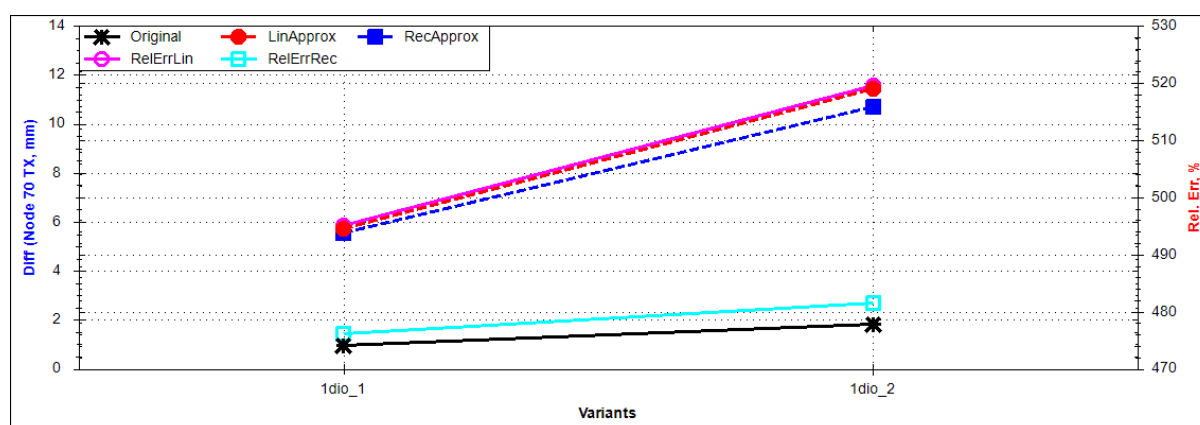
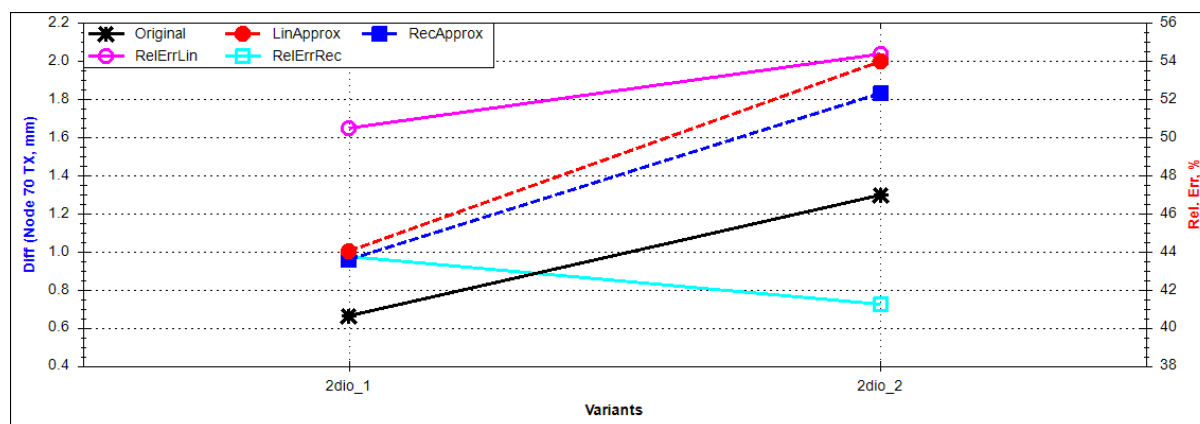
U prethodnim poglavljima analizirani su različiti odzivi u odnosu na pojedinačne varijable. Sada će se razmotriti slučajevi kada se istovremeno mijenja više varijabli. Analize su provedene za tri različita slučaja, prvo su mijenjane sve varijable prvog dijela konstrukcije, zatim sve varijable drugog i na kraju sve varijable trećeg dijela konstrukcije. U

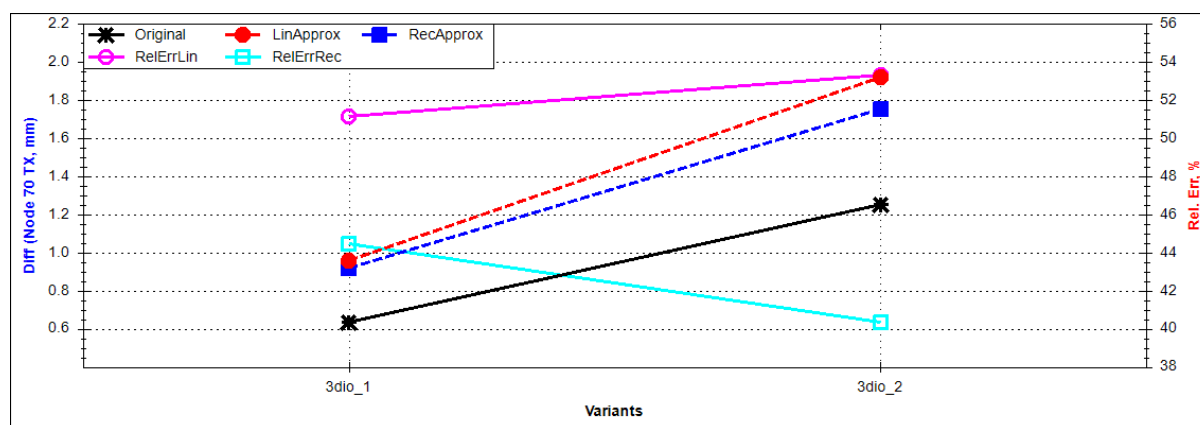
tablici ispod prikazani su pomaci varijabli  $\Delta X$  od referentnog stanja za prvo i drugo pomaknuto stanje u provedenim analizama.

**Tablica 8 Pomaci varijabli  $\Delta X$  od referentnog stanja po pojedinom grupama varijabli**

Grupa varijabli	Varijable	$\Delta X_1$ [mm]	$\Delta X_2$ [mm]
Prva grupa varijabli	US1 TP, LS1 TP, FSW TP, RSW TP, US1 T, LS1 T, FS T, RS T	0,25	0,5
	US1 BF, US1 HW, LS1 BF, LS1 HW, FS BF, FS HW, RS BF, RS HW	2	4
	Ostale varijable	0	0
Druga grupa varijabli	US2 TP, LS2 TP, FSW TP, RSW TP, US2 T, LS2 T, FS T, RS T	0,25	0,5
	US2 BF, US2 HW, LS2 BF, LS2 HW, FS BF, FS HW, RS BF, RS HW	2	4
	Ostale varijable	0	0
Treća grupa varijabli	US TP, LS3 TP, FSW TP, RSW TP, US2 T, LS3 T, FS T, RS T	0,25	0,5
	US2 BF, US2 HW, LS3 BF, LS3 HW, FS BF, FS HW, RS BF, RS HW	2	4
	Ostale varijable	0	0

Na sljedećim slikama prikazan je pomak TX čvora 70 za tri navedena slučaja.

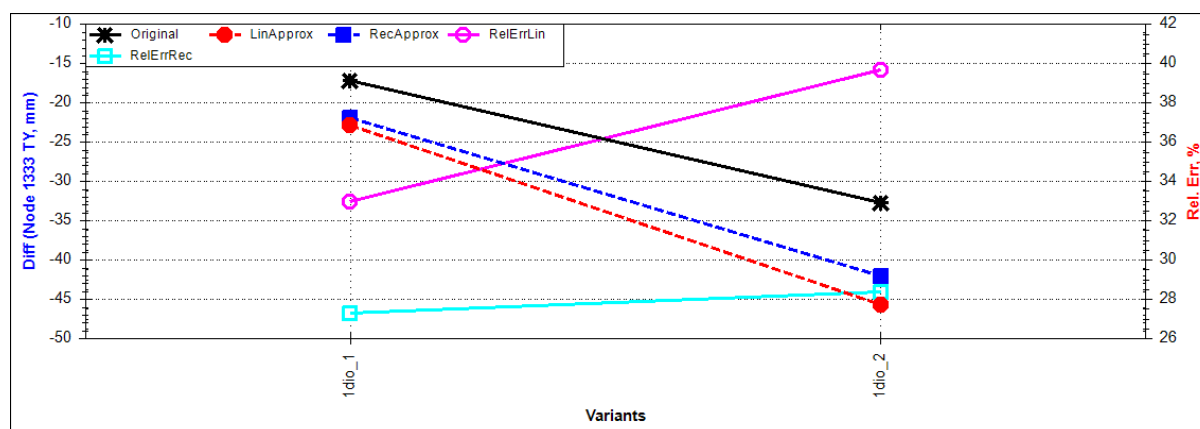
**Slika 72 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli****Slika 73 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli**



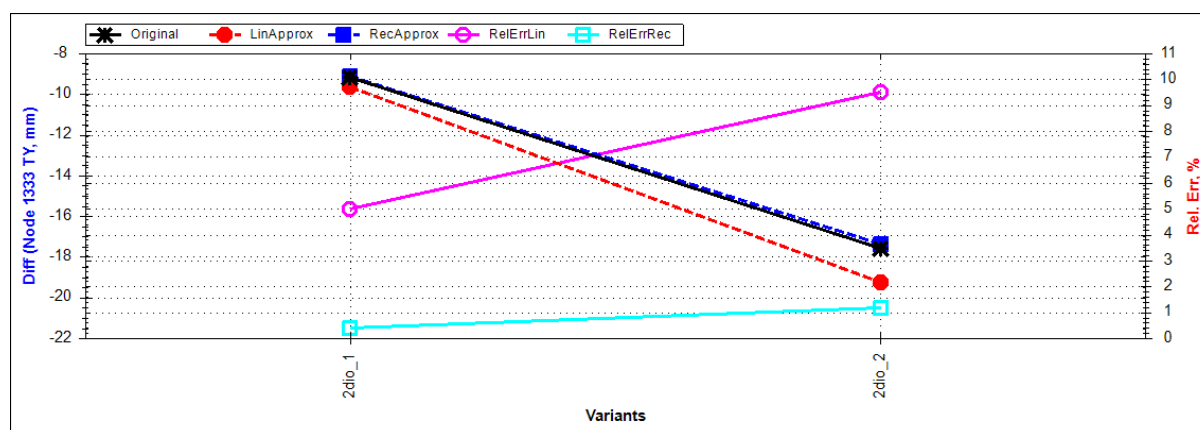
**Slika 74 Osjetljivost pomaka TX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema trećoj grupi varijabli**

Slični rezultati gore prikazanima dobiveni su i za čvor 77 koji se nalazi na istom dijelu konstrukcije kao i čvor 70. Zanimljivo je da u slučaju odnosa pomaka TX prema drugoj i trećoj skupini varijabli, relativna greška recipročne aproksimacije pada se većim odmakom varijabli od njihovog referentnog iznosa. Za pomak TX čvorova 70 i 77 u ostalim slučajevima opterećenja obje aproksimacije daju lošiju razinu točnosti, a najveća relativna greška dobivena je za slučaj opterećenja F, prema prvoj skupini varijabla. Slučajevi kada je relativna greška najmanja za ovaj odziv dobivena je u slučaju prikazanom na Slika 73 i Slika 74. Za ostale čvorove relativna greška obje aproksimacije je veća, u prosjeku iznosi 500 %, a najveća je za pomak TX čvora 2985 (na granici prvog i drugog dijela konstrukcije) u odnosu na prvu skupinu varijabli i iznosi približno 4500 %.

Na sljedećim slikama prikazani je pomak TY čvora 70 prema prvoj i drugoj skupini varijabli, za slučaj opterećenja B.



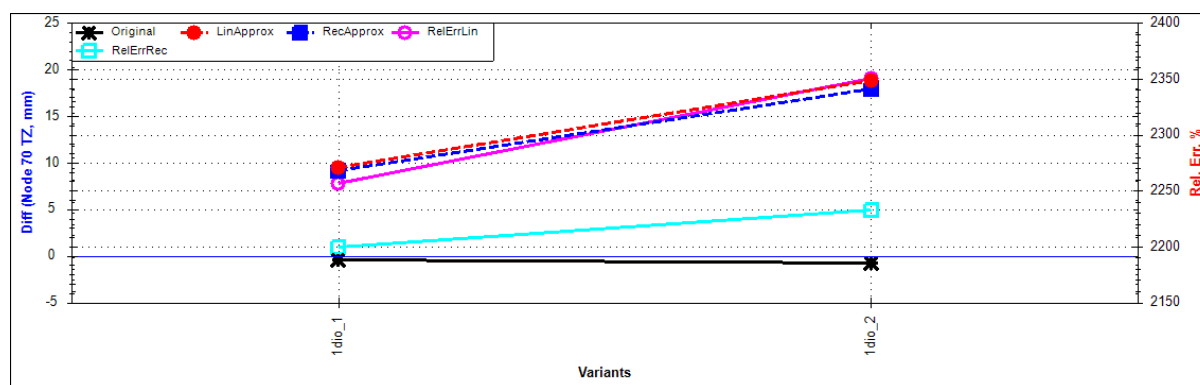
**Slika 75 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli**



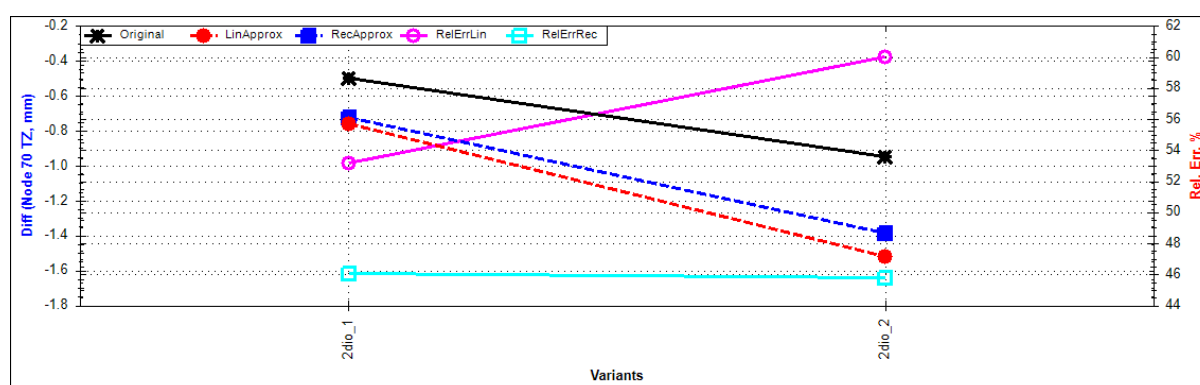
**Slika 76 Osjetljivost pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli**

Relativna greška aproksimacije odziva TY najveća je u odnosu na prvu skupinu varijabli (do 40 %), dok je za drugu i treću vrlo niska, osobito greška recipročne aproksimacije koja je ispod 3 %. Nije prikazan odziv TY u odnosu na treću skupinu varijabli budući da je vrlo sličan odnosu prema drugoj skupini varijabli. Aproksimacija pomaka TY isto izgleda i za ostale čvorove, izuzev čvora 3072 za kojeg relativna greška obje aproksimacije znatno veća. Kreće se u rasponu od 310 – 350 % kada se promatra osjetljivost odziva prema prvoj grupi varijabli, te 100 – 120 % kada se promatra osjetljivost odziva prema druge dvije grupe varijabli. Istovjetni rezultati dobiveni su i za slučajeve opterećenja C i D te za čvorove 70 i 77 u slučaju opterećenja F. Za ostale čvorove u slučaju opterećenja F te sve čvorove u slučaju opterećenja E obje aproksimacije računaju odziv TY s greškom u rasponu od 80 – 150 % u odnosu na 2. i 3. skupinu varijabli te između 250 i 300 % u odnosu na prvu skupinu varijabli.

Na sljedećim slikama prikazan je pomak TZ čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj i drugoj grupi varijabli, odnos prema trećoj grupi varijabli je isti kao i za drugu grupu pa stoga nije posebno prikazan.

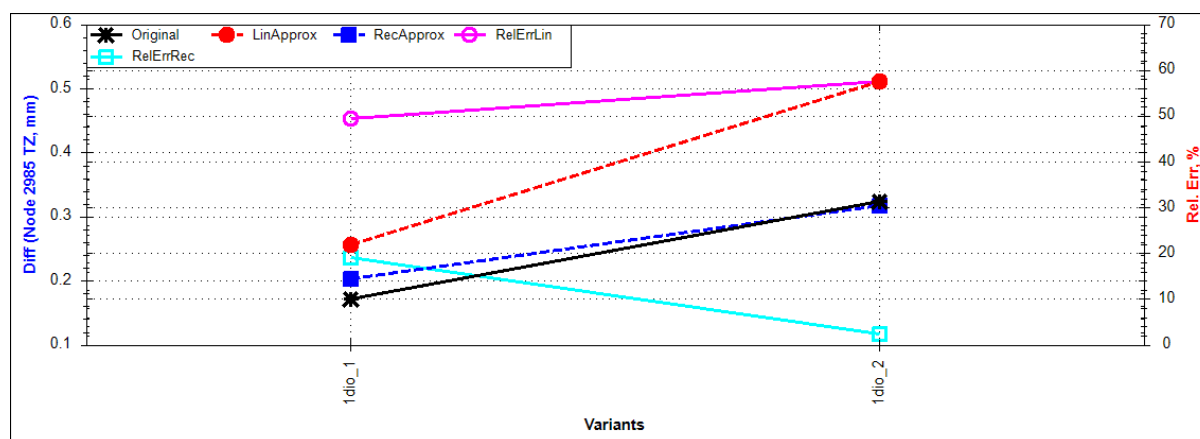


**Slika 77 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli**



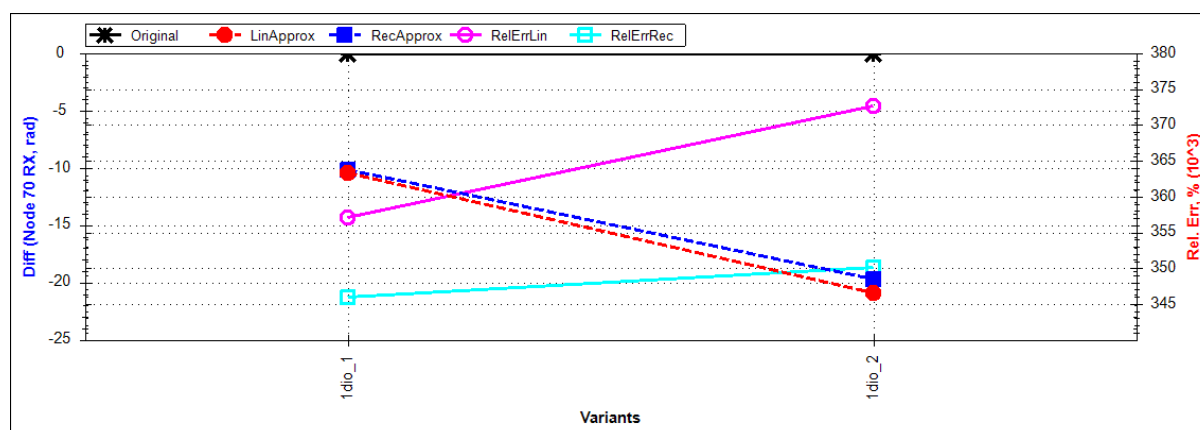
**Slika 78 Osjetljivost pomaka TZ čvora 70 za slučaj opterećenja B prema drugoj grupi varijabli**

Slični rezultati dobiveni su i za čvor 1332. Za ostale čvore u istom načinu opterećenja aproksimacije imaju lošiju razinu točnosti. Relativna greška nigdje nije manja od 500 %, a uglavnom prelazi 1000 %. Takvi rezultati dobiveni su i za slučaj opterećenja C. Za slučaj opterećenja D relativna greška je vrlo visoka (uglavnom oko 1000%) izuzev pomaka TY u odnosu na 2. i 3. skupinu varijabli čvora 1332 za koji greška ne prelazi 60 %. U slučajevima opterećenja E i F, relativna grešaka aproksimacija pomaka TZ svih čvorova vrlo je visoka, uvijek iznad 500 %, a često prelazi i vrijednost od nekoliko tisuća. Vrlo niskim iznosom greške recipročne aproksimacije ističe se osjetljivost pomaka TY čvora 2985 u odnosu na prvu skupinu varijabli, a prikazana je na sljedećoj slici.



**Slika 79 Osjetljivost pomaka TZ čvora 2985 za slučaj opterećenja F prema prvoj grupi varijabli**

Na sljedećoj slici prikazan je odziv RX čvora 70 u odnosu na prvu skupinu varijabli za slučaj opterećenja B.



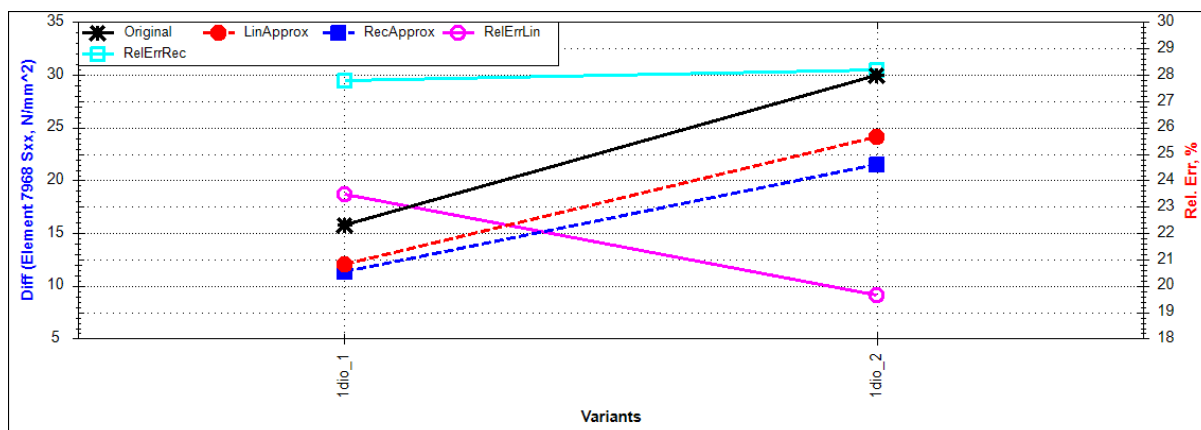
**Slika 80 Osjetljivost pomaka RX čvora 70 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli**

Na gornjoj slici vidi se da je relativna greška obje aproksimacije vrlo visoka. Isto vrijedi i za odnos promatranog odziva prema ostalim skupinama varijabli i to za sve čvorove za sve načine opterećenja.

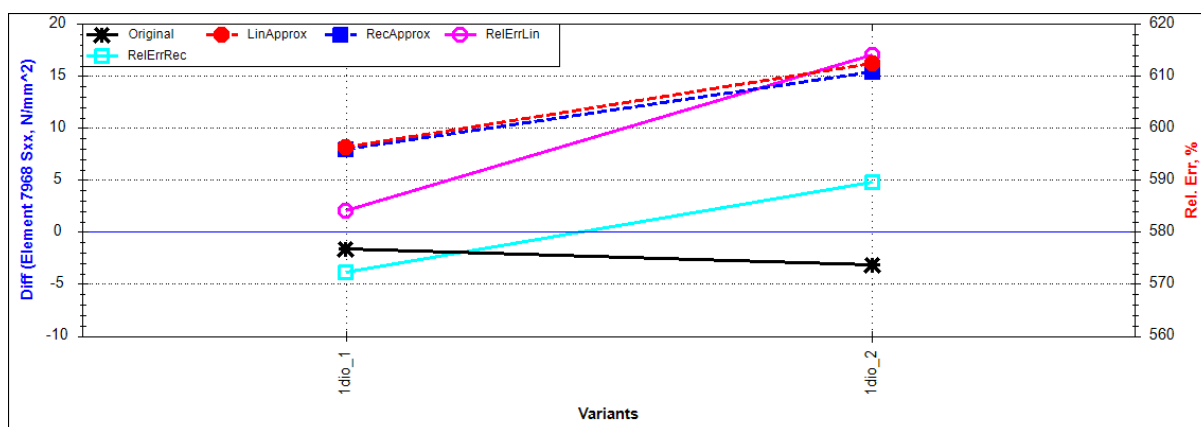
Razina točnosti aproksimacija odziva RY i RZ jednaka je kao i za odziv RX.

Nije moguće općenito ocjeniti razinu točnosti aproksimacije komponenti naprezanja. Razlog tomu je što se za pojedini element relativna greška aproksimacije drastično razlikuje ovisno o tome u odnosu na koju skupinu varijabli se razmatra odziv, zatim o kojem je slučaju opterećenja riječ te o kojoj se komponenti naprezanja radi. Za ilustraciju stohastičnosti dobivenih rezultata u nastavku su prikazane osjetljivosti različitih komponenti naprezanja na elementu 7968 u odnosu na različite skupine varijabli za nekoliko načina opterećenja.

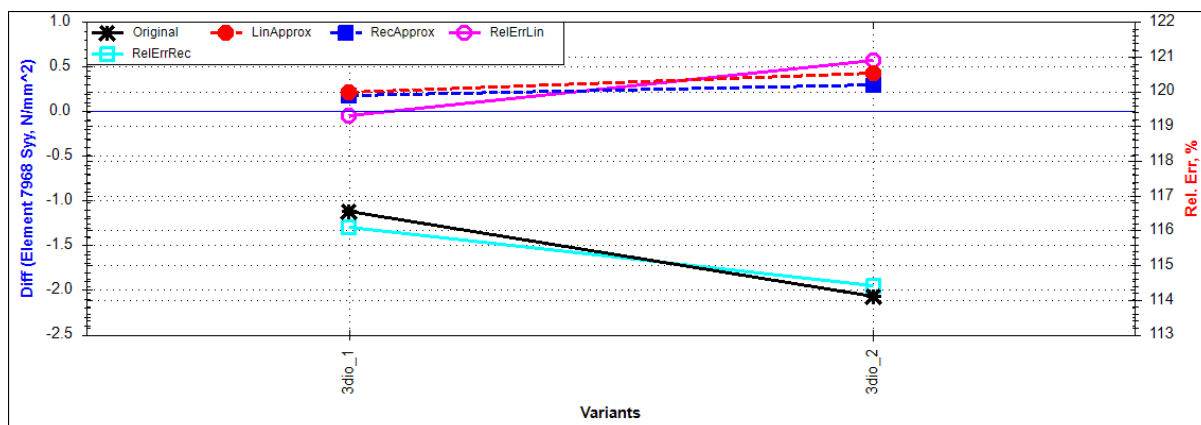




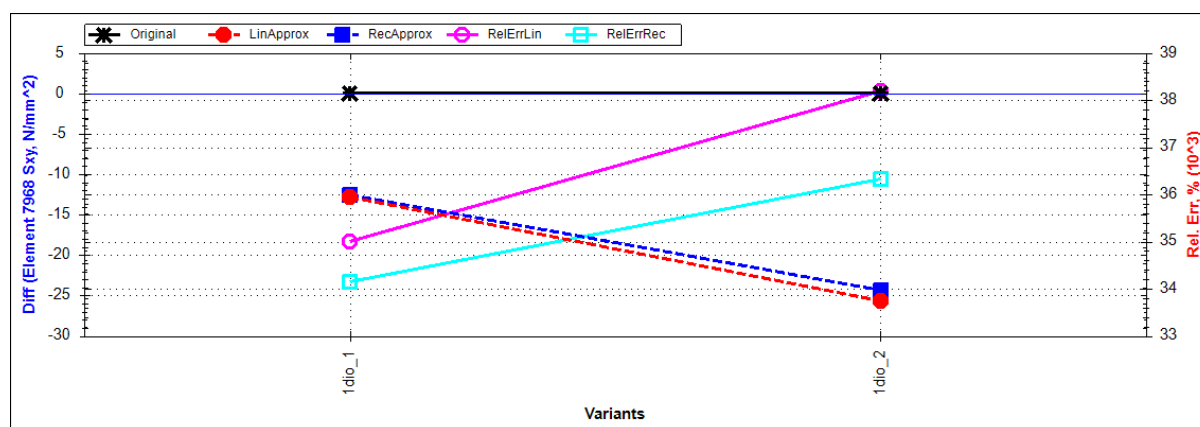
Slika 81 Osjetljivost odziva  $\sigma_{xx}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja B prema prvoj grupi varijabli



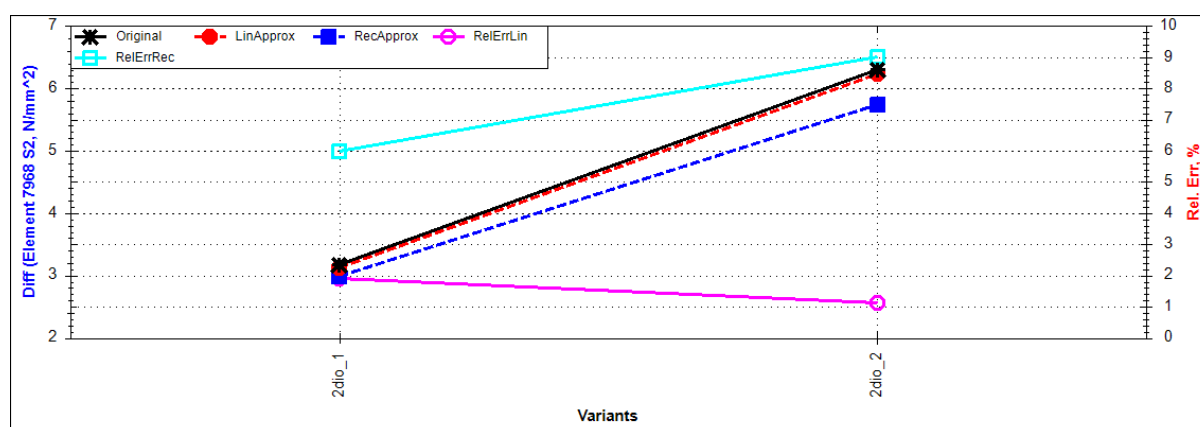
Slika 82 Osjetljivost odziva  $\sigma_{xx}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja E prema prvoj grupi varijabli



Slika 83 Osjetljivost odziva  $\sigma_{yy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja B prema trećoj grupi varijabli



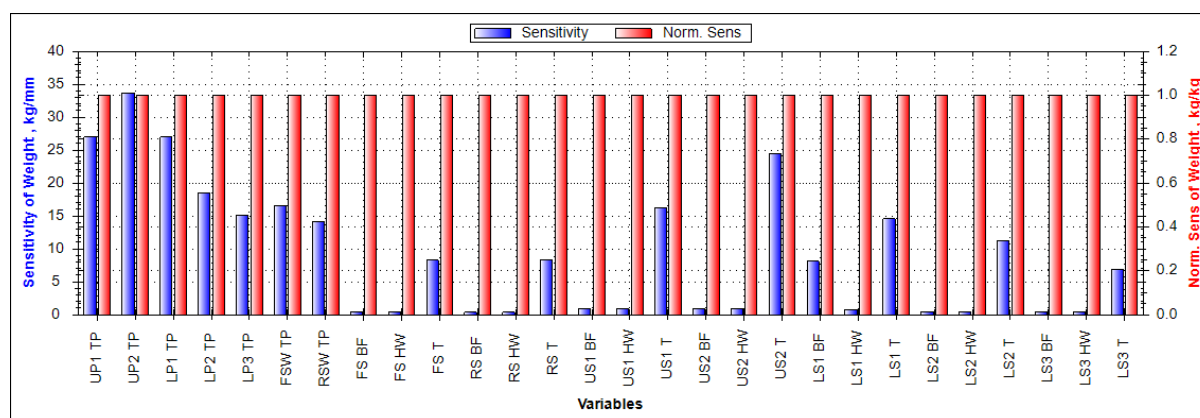
Slika 84 Osjetljivost odziva  $\sigma_{xy}$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema prvoj grupi varijabli



Slika 85 Osjetljivost odziva  $\sigma_2$  elementa 7968 za slučaj opterećenja D prema drugoj grupi varijabli

## 5.6 Utjecaj varijabli na funkciju cilja – masu

Koeficijenti osjetljivosti mase jednaki su za sve načine opterećenja, a prikazani su na sljedećoj slici.



**Slika 86 Osjetljivost mase prema svim varijablama**

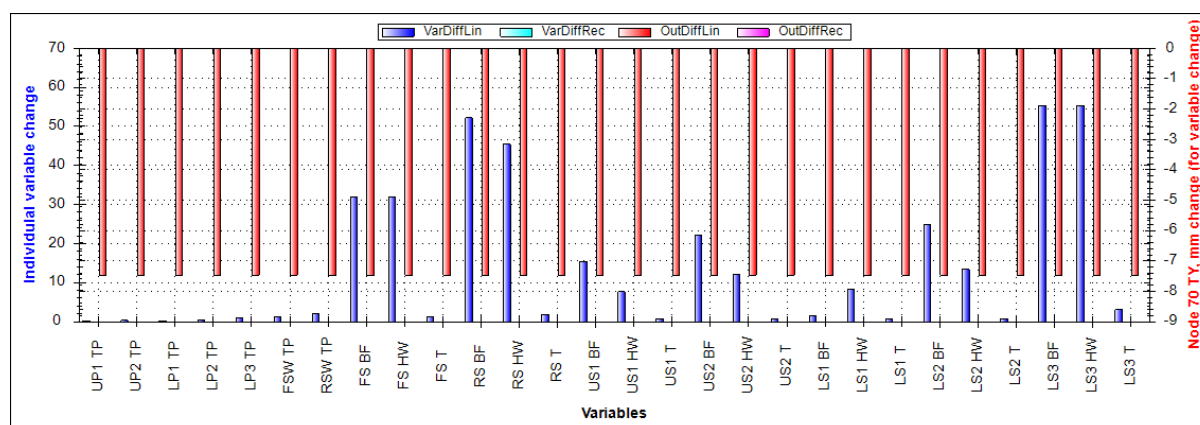
Najveći utjecaj na promjenu mase pokazuje varijabla UP2 TP, debljina oplata gornjake drugog i trećeg dijela konstrukcije. To ne iznenađuje budući da varijabla UP2 TP zauzima najveću površinu, odnosno zahvaća najveći broj konačnih elemenata. Vrlo velik utjecaj pokazuju i varijable UP1 TP i LP1 TP, debljine oplata na gornjaci i donjaci prvog dijela krila. Ukoliko se promotri utjecaj varijabli koje su karakteristike presjeka grednih elemenata može se primjetiti da najveći utjecaj imaju debljine presjeka (veći od širine pojasa i visine struka). Posebice se ističe varijabla US2 T, koja je na istom dijelu krila kao i UP2 TP te zahvaća više grednih elemenata od ostalih varijabli istog tipa.

### 5.7 Korištenje i prezentacija informacija dobivenih analizom osjetljivosti

U programu kreiranom za prikaz podataka dobivenih analizom osjetljivosti omogućeno je postavljanje iznosa određenog odziva na željenu vrijednost kako bi se vidjelo za koliki iznos se mora promijeniti koja varijabla da bi se zadovoljio taj željeni odziv. Omogućen je i prikaz utjecaja novodobivenih stanja varijabli na ostale odzive. Time je omogućen jednostavniji uvid u to koju projektnu varijablu bi imalo smisla mijenjati i za koji iznos ukoliko se želi utjecati na željeni odziv.

Na svim dijagramima koji slijede na x-osi postavljene su sve projektne varijable. Na lijevoj y-osi je promjena iznosa varijabli, a na desnoj y-osi je promjena iznosa promatranog odziva.

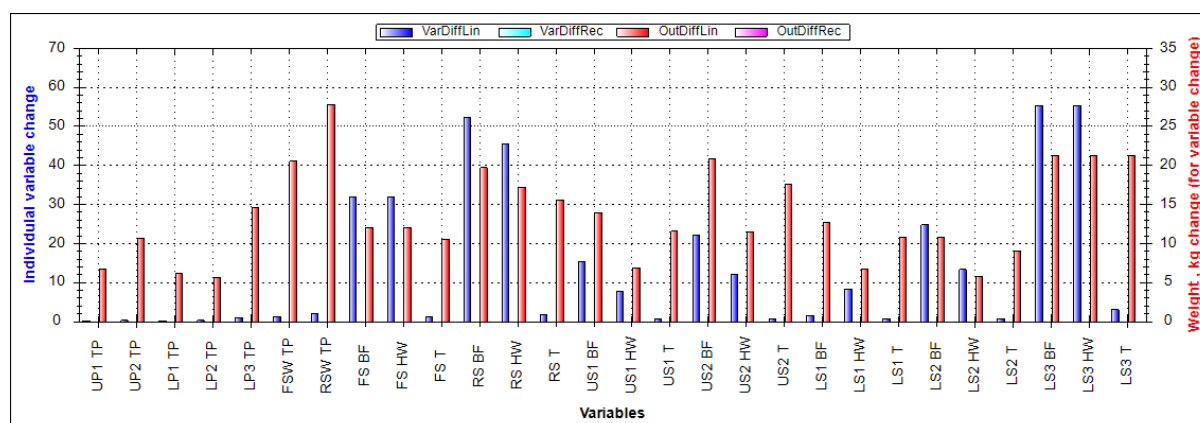
Na sljedećoj slici prikazane su promjene svih varijabli ako se za odziv TY čvora 70 za slučaj opterećenja C umjesto 787,5 mm postavi željeni iznos od 780 mm.



**Slika 87** Promjena varijabli za promjenu pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C

Iz gornje slike vidi se da bi za željenu promjenu odziva najmanje trebalo promijeniti varijablu LP1 TP, za samo 0,22 mm. Vrlo mala promjena bila bi dovoljna i za varijablu UP1 TP (0,25 mm) te vrijable LP2 TP i UP2 TP (0,3 mm).

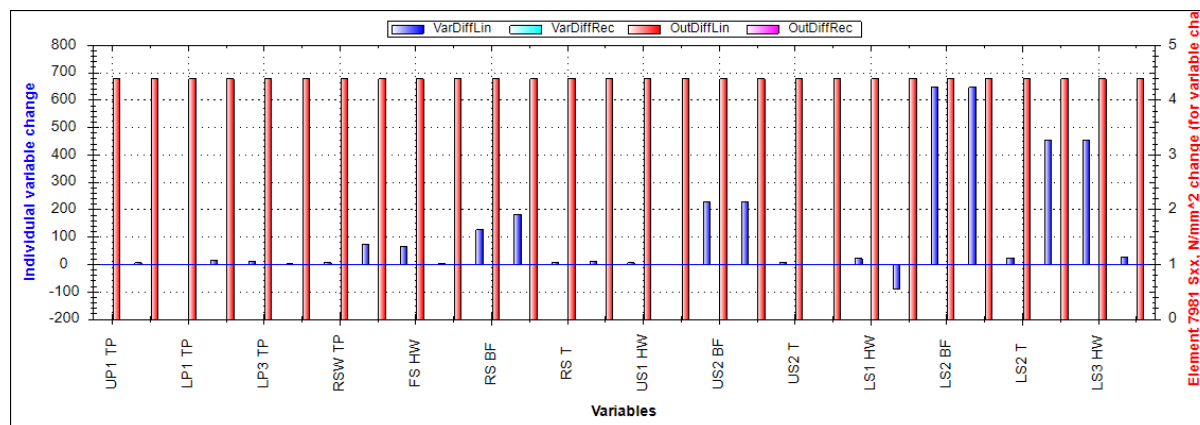
Sljedeća slika prikazuje kakav bi utjecaj promjena varijabli za navedenu promjenu odziva TY imala na promjenu mase.



**Slika 88** Promjena mase za promjenu varijabli za zadovoljavanje promjene pomaka TY čvora 70 za slučaj opterećenja C

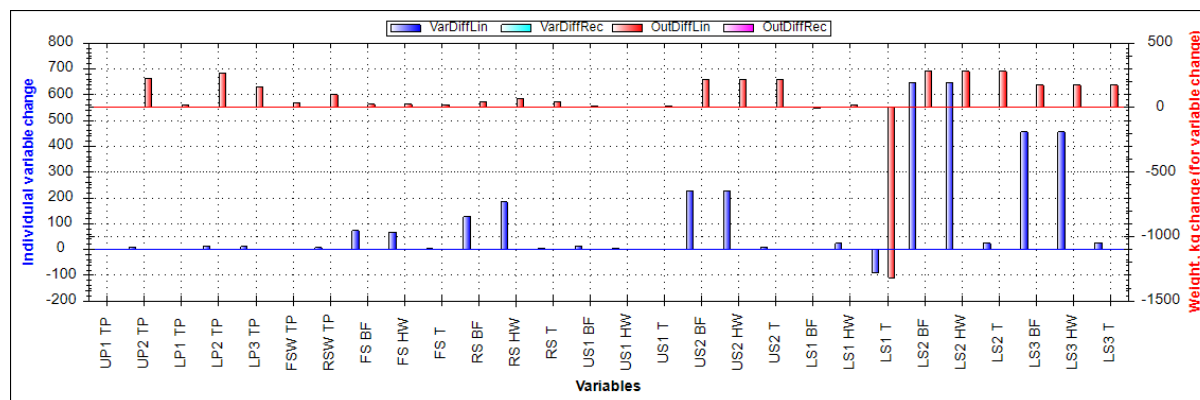
Iz gornje slike vidi se da promjene u iznosima svih varijabli rezultiraju povećanjem mase. Imajući na umu varijable koje imaju najmanju promjenu može se zaključiti da bi najbolje bilo utjecati na varijablu LP2 TP budući da bi se tako postiglo manje povećanje mase (5,63 kg).

Sljedeći set slika odnosi se na zadovoljenje promjene odziva  $\sigma_{xx}$  za element 7981 za slučaj opterećenja C. Kao željeni iznos naprezanja odabrana je vrijednost  $\sigma_{xx} = -210 \text{ N/mm}^2$  umjesto  $\sigma_{xx} = -214 \text{ N/mm}^2$  koliko iznosi za referentno stanje.



**Slika 89** Promjena varijabli za promjenu naprezanja  $\sigma_{xx}$  elementa 7981 za slučaj opterećenja C

Da bi se postigla željena promjena iznosa naprezanja  $\sigma_{xx}$  najmanje bi trebalo mijenjati varijablu US1 T, za 0,52 mm te varijablu LP1 TP, koju bi trebalo promijeniti za 0,67 mm. Na sljedećoj slici dan je utjecaj tako promjenjenih varijabli na masu konstrukcije.



**Slika 90** Promjena mase za promjenu varijabli za zadovoljavanje promjene naprezanja  $\sigma_{xx}$  elementa 7981 za slučaj opterećenja C

Iako se na gornjoj slici vidi da bi se promjenom varijable LS1 T moglo uštedjeti na masi, to nije realno budući da bi varijablu (čija je referenta vrijednost 7 mm) trebalo promijeniti za -90 mm. Za promjenu varijable US1 T masa bi se povećala za 8,55 kg.

Osim utjecaja na masu trebalo bi analizirati kako promjene varijabli utječu na ostale odzive prije nego li se napravi bilo kakva modifikacija na konstrukciji.

## 6. ZAKLJUČAK

U okviru ovog rada provedena je analiza osjetljivosti odziva konstrukcije krila transportnog aviona koristeći metodu konačnih elemenata. Na temelju koeficijena osjetljivosti odziva dobivenih analizom osjetljivosti računane su linearne i recipročne aproksimacije u blizini referentnog stanja varijabli. Kako bi se ocjenila razina točnosti aproksimacija, vrijednosti odziva koje su izračunate njihovom primjenom uspoređene su sa vrijednostima dobivenim analizom metodom konačnih elemenata. Testiranja su provedena za po 3 promijenjena stanja varijabli. Debljine oplata i struka prednje i stražnje ramenjače (modelirane ljuskastim konačnim elementima) te debljina struka i pojaseva dijelova konstrukcije modeliranih pomoću grednih konačnih elementata (uzdužnice i pojasevi ramenjača) pomicanje su za 0,25, 0,5 i 0,75 mm. Visina struka i širina pojasa dijelova konstrukcije modeliranih pomoću grednih konačnih elementata pomicanje su za 2, 4 i 6 mm.

Objekti aproksimacije su u većini slučajeva predviđale odzive s približno jednakom razinom točnosti. Premda postoje slučajevi u kojima linearna i recipročna aproksimacija daju rezultate s velikom razlikom u veličini greške, ne može se zaključiti da jedna od aproksimacija daje točnije rezultate za određeni čvor/element, slučaj opterećenja ili odziv. Greška aproksimacija je prema očekivanjima to veća što je veći pomak varijable od referentnog stanja.

Ukoliko se usporede odzivi koji su komponente pomaka (translacije i rotacije) može se zaključiti da objekti aproksimacije rade s višom razinom točnosti u slučaju translacija; tada se relativna greška za prvo pomaknuto stanje uglavnom kreće u rasponu od 1 – 4 % za prvo pomaknuto stanje i 8 – 12 % za zadnje pomaknuto stanje. Relativna greška aproksimacija rotacija u čvorovima kreće se u rasponu 2 – 8 % za prvo pomaknuto stanje te 8 – 20 % za zadnje pomaknuto stanje. Već je napomenuto prilikom analize rezultata da bi se ta razlika u razini točnosti aproksimacija translacija i rotacija mogla povezati s odabirom promatranih čvorova. Stoga bi bilo preporučljivo provesti i analizu s ograničenjima zadanim u nekim drugim čvorovima, odnosno u čvorovima koji su na granici elemenata istog tipa (npr. ljuskastih). Razina točnosti aproksimacija naprezanja slična je kao i za pomake. Kod nekoliko varijabli koje definiraju karakteristike grednih elemenata uočena je značajna relativna greška kod objekti aproksimacija i to za sve odzive (i naprezanja i pomake). Razina točnosti objekti aproksimacija ne mijenja se značajno kroz različite slučajeve opterećenja. U slučaju kada je

istovremeno mijenjano više varijabli relativna greška je znatno veća. To nije iznenađenje jer se i očekivalo da će se greške akumulirati.

S obzirom na činjenicu da su slučajevi kada aproksimacije predviđaju pogrešan smjer odziva vrlo rijetki, a razina točnosti većine aproksimacija je relativno visoka, analiza osjetljivosti mogla bi se koristiti u procesu dimenzioniranja konstrukcijskih elementata. Na temelju vizualizacije koeficijenata osjetljivosti pojedinog odziva može se zaključiti na koje varijable bi imalo smisla utjecati s ciljem postizanja željenog iznosa određenog odziva. Način prezentiranja informacija dobivenih analizom osjetljivosti prezentiran u poglavlju 5.7 olakšava odabir projektnih varijabli na koje bi trebalo utjecati da bi se zadovoljio željeni cilj tako što omogućuje procjenu koliko treba promijeniti koju varijablu te kako bi ta promjena utjecala na ostale odzive.

Valja naglasiti da su sve opservacije temeljene na analizama provedenim na jednom avionu odnosno modelu krila te se stoga isti zaključci ne mogu direktno generalizirati na opću konstrukciju krila. Ipak, može se pretpostaviti da će se kod na sličan način modeliranih topološki i geometrijski sličnih konstrukcija, točnost analize osjetljivosti te promatranih aproksimacija biti slične.



## LITERATURA

- [1] NX Nastran 8 Design Sensitivity and Optimization User's Guide
- [2] Keane, A. J., Nair, P. B., Computational Approaches for Aerospace Design, John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [3] Kirsh, U., Papalambros, P. Y., Accurate displacement derivatives for structural optimization using approximate reanalyses, 2000.
- [4] Prebeg, P., nastuno predavanje: Optimizacija brodske konstrukcije metodom sekvencijalnog linearnog programiranja
- [5] Raphael T. Haftka, Zafer Gurdal, "Elements of structural optimization", 3rd edition, Dordrecht, Kluwer Academic, 1992, ISBN 0-7923-1504-9
- [6] Benčić, I. Diplomski rad, FSB, Zagreb, 2005.
- [7] Hajmurger, V. Diplomski rad, FSB, Zagreb, 2006.
- [8] Chun – Yung Niu, M., Airframe Structural Design, Conmilit Press Ltd, Hong Kong, 1988.
- [9] Military Handbook: Metallic Materials And Elements For Aerospace Vehicle Structures, MIL-HDBK-5H,1998.
- [10] MSC Nastran 2012 Design Sensitivity and Optimization User's Guide
- [11] FEMAP/NX Nastran. Software documentation. Siemens Product Lifecycle Management Software, 2010.
- [12] NX Nastran 8 Quick Reference Guide
- [13] Visual Studio 2013