# Analiza uzdužne granične čvrstoće tankostjene čelične konstrukcije

**Žarko, Marko**

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Marko Žarko**

Zagreb, 2018

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor: Student:

Izv. prof. dr. sc. Jerolim Andrić Marko Žarko

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru izv. prof. dr. sc. Jerolimu Andriću za svu pruženu pomoć, stručno vodstvo i susretljivost tokom izrade ovoga rada. Također se želim zahvaliti doc. dr. sc. Peri Prebegu, dr. sc. Stanislavu Kitaroviću, dr. sc. Karlu Piriću i Mateji Bičak mag. ing. nav. arch. na pruženoj pomoći i savjetima tokom izrade ovoga rada.

Posebno se želim zahvaliti svojim roditeljima i sestrama što su mi bili podrška i što su mi pružali pomoć tokom studija.

Ovaj rad želim posvetiti svojim nećakinjama Heleni, Ivani i Luciji, nećaku Anti te nadolazećim nećacima i nećakinjama. Posebna posveta ide i mom djedu Marku.

Marko Žarko

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i brodogradnje | |
|---|---|
| Datum | Prilog |
| Klasa: | |
| Ur. broj: | |

# DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Marko Žarko** Mat. br.: 0035177595

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza uzdužne granične čvrstoće tankostjene čelične konstrukcije**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Longitudinal hull girder ultimate strength analysis of thin-walled steel structure**

Opis zadatka:

Globalna uzdužna granična čvrstoća jedan je od najvažnijih kriterija pri projektiranju velikih tankostjenih konstrukcija kao što su brodovi, zrakoplovi, itd. Kolaps nosive konstrukcije općenito se može definirati kao granično stanje nosivosti pri kojem konstrukcija gubi sposobnost otpora narinutom vanjskom opterećenju (savijanje, smik, uvijanje, itd.). Kod velikih brodskih konstrukcija obično se uzdužna granična nosivost izražava vrijednošću najvećeg unutarnjeg vertikalnog momenta savijanja koje brodski trup može apsorbirati, a da ne dođe do globalnog kolapsa. Kroz ovaj rad provesti će se analiza progresivnog kolapsa trupa nekoliko različitih varijanti velike tankostjene čelične kutije koristeći geometrijski i materijalno nelinearnu analizu metodom konačnih elemenata (NLMKE). U okviru diplomskog rada potrebno je:

1. Proučiti metode proračuna uzdužne granične čvrstoće brodskih konstrukcija s posebnim naglaskom na NLMKE.
2. Na temelju dostupne literature napraviti fini model konačnih elemenata više varijanti čelične kutije koje su objavljene u literaturi i služe kao verifikacijski modeli za procjenu točnosti metode. Veličinu mreže i tip elemenata potrebno je odrediti tako da je moguće obuhvatiti sve oblike kolapsa, a posebno izvijanja ukrepa i oplate.
3. Provesti geometrijski i materijalno nelinearnu analizu metodom konačnih elemenata s ciljem određivanja vertikalnog graničnog momenta savijanja korištenjem prikladnog računalnog paketa dostupnog na FSB-u (FEMAP, LS-DYNA, i sl.).
4. Usporediti vertikalni granični moment savijanja izračunat primjenom NLMKE s rezultatima objavljenim u literaturi.
5. Istražiti utjecaj inicijalnih geometrijskih nesavršenosti, koje nastaju kao posljedica tehnologije izrade tankostjene konstrukcije, na smanjenje uzdužne granične nosivosti. Pri tome koristiti softver za zadavanje inicijalnih geometrijskih nesavršenosti razvijen na Zavodu za brodogradnju i pomorsku tehniku.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

| Zadatak zadan: | Datum predaje rada: | Predviđeni datum obrane: |
|---|---|---|
| 8. ožujka 2018. | 10. svibnja 2018. | 16., 17. i 18. svibnja 2018. |

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Jerolim Andrić Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# SADRŽAJ

# POPIS SLIKA

# POPIS TABLICA

# POPIS OZNAKA

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|---|---|---|
| $A$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka kutijastog nosača |
| $A_f$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka pojasa ukrepe |
| $A_i$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka *i*-tog potpornog dijela, površina *i*-tog konačnog elementa |
| $A_j$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka *j*-tog dijela oplate |
| $A_p$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka oplate sunosive širine *b* |
| $A_{pe}, A_{pef}$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka oplate sunosive širine $b_e$ ili $b_{ef}$; |
| $A_s$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka ukrepe |
| $A_{uk}$ | mm$^2$ | ukupna površina promatranih poprečnih presjeka; |
| $A_w$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka struka ukrepe |
| $A_I, A_{II}, A_{III}$ | | amplituda odstupanja imperfekcija za tip I, tip II i tip III |
| $A^E$ | mm$^2$ | površina poprečnog presjeka diskretnog sastavnog elementa |
| $a$ | mm | raspon između poprečnih okvira |
| $b$ | mm | širina oplate kutijastog nosača |
| $b_e, b_{ef}$ | mm | efektivna ili sunosiva širina oplate |
| $b_f$ | mm | širina pojasa ukrepe |
| $D$ | mm | visina trupa broda |
| $E$ | N/mm$^2$ | Youngov modul elastičnosti |
| $E^{CS}$ | N/mm$^2$ | efektivni Youngov modul elastičnosti poprečnog presjeka promatranog uzdužnog dijela konstrukcije |
| $E^E$ | N/mm$^2$ | Youngov modul elastičnosti poprečnog presjeka promatranog uzdužnog dijela konstrukcije |
| $\mathbf{G}(\mathbf{V})$ | | nelinearna vektorska funkcija unutarnjih sila |
| $g$ | mm | udaljenost neutralne osi poprečnog presjeka trupa broda u od osnovice broda |
| $h$ | mm | visina ukrepe kutijastog nosača |
| $h_f$ | mm | visina pojasa ukrepe |
| $h_w$ | mm | visina struka ukrepe |
| $h_{we}$ | mm | efektivna visina struka ukrepe |
| $I$ | mm$^4$ | aksijalni moment inercije poprečnog presjeka |
| $I_j$ | mm$^4$ | aksijalni moment inercije poprečnog presjeka *j*-tog dijela oplate oko vlastite neutralne osi |
| $I_P$ | mm$^4$ | polarni moment inercije ukrepe |
| $I_T$ | mm$^4$ | St. Venanov moment inercije ukrepe |
| $I_W$ | mm$^4$ | moment vitoperenja ukrepe |
| $I^E$ | mm$^4$ | aksijalni moment inercije diskretnog potpornog dijela oko relevantne glavne osi inercije poprečnog presjeka |

| | | |
|---|---|---|
| $\mathbf{K}$ | | linearna matrica krutosti |
| $\mathbf{K_T}$ | | tangencijalna matrica krutosti |
| $L$ | mm | duljina kutijastog nosača |
| $l^e$ | mm | duljina diskretnog potpornog elementa |
| $M$ | MNmm | moment savijanja grede |
| $M_{avg}$ | MNmm | srednja vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja |
| $M_f^{\ v}$ | MNmm | najveći vertikalni moment savijanja pri kojem će doći do prvog oblika popuštanja |
| $M_s$ | MNmm | najveći vertikalni moment savijanja na mirnoj vodi |
| $M_{ult}$ | MNmm | granični vertikalni moment savijanja |
| $M_{ult}^{\ e}$ | MNmm | eksperimentalni granični vertikalni moment savijanja |
| $M_v$ | MNmm | unutarnji vertikalni moment savijanja poprečnog presjeka trupa broda |
| $M_W$ | MNmm | najveći vertikalni moment savijanja na valovima |
| $N^E$ | N | unutarnja sila diskretnog potpornog elementa u smjeru osi $x$ |
| $\mathbf{R}$ | | vektor opterećenja |
| $\Delta\overline{\mathbf{R}}$ | | vektor inkrementalnog opterećenja |
| $\mathbf{R_i}\left(\mathbf{V}\right)$ | | vektor unutarnjih sila |
| $\mathbf{R_0}$ | | vektor referentnog vanjskog opterećenja |
| $R$ | mm | polumjer zakrivljenosti trupa broda |
| $r$ | mm | polumjer inercije poprečnog presjeka ukrepe |
| $t$ | mm | debljina oplate i ukrepa kutijastog nosača |
| $t_b, t_d$ | mm | debljina oplate dna i palube trupa broda |
| $t_f$ | mm | debljina pojasa ukrepe |
| $t_p$ | mm | debljina oplate |
| $t_w$ | mm | debljina struka ukrepe |
| $\mathbf{V}$ | | vektor pomaka |
| $\Delta\overline{\mathbf{V}}$ | | vektor inkrementalnog pomaka |
| $v_i^{IGO}$ | mm | pomak u smjeru osi $y$ za proizvoljni $i$-ti čvor ukrepe promatrane ukrepljene oplate |
| $W$ | mm$^3$ | aksijalni moment otpora grede |
| $W_b, W_d$ | mm$^3$ | aksijalni moment otpora dna i palube trupa broda |
| $w_{max}$ | mm | najveći vertikalni pomak |
| $z$ | mm | udaljenost neutralne osi od sloja grede promatranog poprečnog presjeka |
| $z_b, z_d$ | mm | udaljenost neutralne osi od proizvoljno odabranog sloja palube i dna promatranog poprečnog presjeka trupa broda |
| $z_i$ | mm | udaljenost horizontalne neutralne osi $i$-tog potpornog dijela od osnovice broda, udaljenost horizontalne neutralne osi $i$-tog konačnog elementa od osnovice broda |

| | | |
|---|---|---|
| $z_j$ | mm | udaljenost neutralne osi *j*-tog dijela oplate od osnovice broda |
| $z_{max}$ | mm | udaljenost neutralne osi poprečnog presjeka promatranog uzdužnog elementa od referentnog pojasa |
| $z_0$ | mm | položaj neutralne osi zakrivljene oplate i oplate pod kutom |
| $z_{pe}$ | m | udaljenost položaja osi inercije ukrepe sa sunosivom širinom oplate $b_e$ s obzirom na najudaljeniji sloj oplate |
| $z_{se}$ | mm | udaljenost položaja osi inercije ukrepe sa sunosivom širinom oplate $b_e$ s obzirom na najudaljeniji sloj ukrepe |
| $\beta$ | | vitkost oplate |
| $\beta_{ef}$ | | efektivna vitkost ploče sunosive širine *b* |
| $\beta_w$ | | vitkost struka |
| $\varepsilon_x$ | | duljinska deformacija u smjeru osi *x* |
| $\varepsilon_{xA}{}^{E}$ | | prosječna duljinska deformacija diskretnog potpornog elementa tankostjene konstrukcije u smjeru osi *x* |
| $\varepsilon_Y$ | | uzdužna duljinska deformacija pri popuštanju materijala |
| $\vartheta_y$ | rad | kut zakreta oko poprečne osi |
| $\kappa$ | 1/m | zakrivljenost |
| $\kappa_{max}$ | | najveća promatrana vrijednost fizikalne zakrivljenosti pri provedbi analize progresivnog kolapsa |
| $\lambda$ | | vitkost ukrepe |
| $\sigma$ | N/mm$^2$ | savojno naprezanje grede |
| $\sigma_C, \sigma_{CL}, \sigma_{CP}, \sigma_{CT}$ | N/mm$^2$ | kritično normalno naprezanje korigirano za utjecaj plastičnosti |
| $\sigma_E$ | N/mm$^2$ | Eulerovo kritično normalno naprezanje pri štapnom izvijanju |
| $\sigma_{EL}$ | N/mm$^2$ | Eulerovo kritično normalno naprezanje pri lokalnom izvijanju struka ukrepe |
| $\sigma_{ET}$ | N/mm$^2$ | Eulerovo kritično normalno naprezanje pri uvojnom izvijanju |
| $\sigma_{xi}$ | N/mm$^2$ | uzdužno naprezanje *i*-tog potpornog dijela, uzdužno naprezanje *i*-tog konačnog elementa |
| $\sigma_{xA}{}^{E}$ | N/mm$^2$ | prosječno normalno naprezanje za proizvoljni diskretni potporni element uzdužnog dijela tankostjene konstrukcije u smjeru osi *x* |
| $\sigma_Y$ | N/mm$^2$ | donja granica popuštanja izotropnog materijala |
| $\sigma_Y{}^{CS}$ | N/mm$^2$ | efektivna granica popuštanja poprečnog presjeka promatranog uzdužnog dijela konstrukcije |
| $\sigma_Y{}^{E}$ | N/mm$^2$ | granica popuštanja promatranog uzdužnog dijela konstrukcije |
| $\sigma_{Yp}$ | N/mm$^2$ | donja granica popuštanja izotropnog materijala sunosive širine oplate |
| $\sigma_{Ys}$ | N/mm$^2$ | donja granica popuštanja izotropnog materijala ukrepe |
| $\sigma_0$ | N/mm$^2$ | granica popuštanja |
| $\Phi$ | | deformacijski bezdimenzijski faktor |
| $\omega$ | | faktor opterećenja |

# SAŽETAK

Tema ovog rada je analiza uzdužne granične čvrstoće tankostjene čelične konstrukcije, a ona je jedan od najvažnijih kriterija pri projektiranju velikih tankostjenih konstrukcija kao što je brod, zrakoplov, itd. Na uzdužnu graničnu čvrstoću tankostjene konstrukcije najveći utjecaj ima savojno opterećenje pa se granična čvrstoća izražava kao najveći iznos momenta unutrašnjih uzdužnih sila kojega je moguće ostvariti na poprečnom presjeku kritičnog uzdužnog dijela promatrane tankostjene konstrukcije. U radu su postavljene teoretske osnove, raspisane najvažnije jednadžbe i objašnjene korištene analitičke i numeričke metode pomoću kojih se provela analiza. Numeričke metode primijenjene su pomoću komercijalnih programskih paketa *Femap/NX Nastran* i *LS-Dyna* koji rade na principu metode konačnih elemenata, a za ovaj slučaj korištena je nelinearna formulacija metode konačnih elemenata. Nelinearna formulacija je korištena zato jer na promatrani problem velike tankostjene konstrukcije kao što je brod djeluju razna opterećenja koja izazivaju velike pomake i velike deformacije što može dovesti do popuštanja potpornih dijelova, a na kraju i kolapsa konstrukcije. Popuštanje materijala je opisano nelinearnim ponašanjem materijala. Kod uporabe numeričkih metoda treba biti oprezan prilikom idealizacije promatranog problema odnosno potrebno je odabrati ispravan materijalni model, odgovarajuće konačne elemente, postaviti ispravne rubne uvjete, ispravno narinuti opterećenja i odabrati odgovarajuću metodu rješavanja problema. U obzir su uzeta i inicijalna geometrijska odstupanja koje nastaju uslijed zavarivanja, a mogu imati utjecaja u određivanju vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja. Analiza je provedena na tri kutijasta nosača sa i bez inicijalnih geometrijskih odstupanja. Dobivene vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja su uspoređene s vrijednostima dobivenima iz eksperimenta prema [4] i vrijednostima dobivenim drugim metodama prema [3].

Ključne riječi: uzdužna granična čvrstoća, granični vertikalni moment savijanja, kolaps, kutijasti tankostjeni nosač, nelinearna metoda konačnih elemenata (NLFEM), inicijalna geometrijska odstupanja.

## SUMMARY

This thesis theme is longitudinal hull girder ultimate strength analysis of thin-walled steel structure and it is one of the most important criteria when designing thin-walled structures like ships, airplanes etc. Bending load has the biggest impact on longitudinal hull girder ultimate strength of thin-walled structures and for that reason, ultimate strength is expressed as the maximum momentum of internal longitudinal forces which is possible to realize on the cross section of a critical longitudinal part of the observed thin-walled structure. Theoretical basics, most important equations, analytical and numerical methods that are used for the analysis are also explained. Numerical methods are applied trough commercial computer software Femap/NX Nastran and LS-Dyna that are working on the principle of finite element method and for this case the nonlinear formulation of finite element method is used. The nonlinear formulation is used because the observed problem of a big thin-walled structure like a ship is affected by various loads that cause big displacements and big deformations which could lead to structure parts yield and in the end structure collapse. Material yield is described with nonlinear material behavior. When using numerical methods one should be careful while idealizing observed problem regarding it is necessary to choose the right material model, right finite elements, set the right boundary conditions, properly impose loads and select the corresponding method for solving the problem. Initial geometric imperfections which occur while welding are considered as they could have an impact in determining the ultimate bending moment. The analysis is conducted on three hull girders with and without initial geometric imperfections. Obtained ultimate bending moment values are compared to values from experiment according to [4] and values obtained from other methods according to [3].

Keywords: longitudinal hull girder ultimate strength, ultimate vertical bending moment, collapse, hull girder, nonlinear finite element method (NLFEM), initial geometric imperfections.

# 1. UVOD

U građevinskoj, strojarskoj, brodograđevnoj i zrakoplovnoj industriji jedna od najčešće korištenih nosivih konstrukcija su tankostjene konstrukcije. Takve konstrukcije se sastoje od jednog ili više po rubu spojenih elemenata kojima je jedna dimenzija (debljina) bitno manja u odnosu na preostale dvije (duljinu i/ili širinu). U slučaju da duž uzdužne osi konstrukcije nema nagle promjene materijalnih i/ili geometrijskih svojstava na poprečnim presjecima, takvu konstrukciju možemo smatrati monotonom [1]. Zbog ekonomskih i ekoloških zahtjeva pri gradnji složenih tankostjenih konstrukcija kao što su brodovi traži se da količina potrošenog materijala i energije bude što manja što na kraju može dovesti do smanjenja čvrstoće odnosno sigurnosti same konstrukcije te u najgorem slučaju može doći do kolapsa konstrukcije, gubitka ljudskih života, uništenja vrijednog tereta i samoga broda. Kolaps konstrukcije je granično stanje u kojem nosiva konstrukcija više ne može pružiti otpor narinutom opterećenju. Kako bi se spriječio kolaps već u ranim fazama projektiranja broda provodi se analiza uzdužne granične čvrstoće broda što je posebno karakteristično za brodove koji imaju izraženu dimenziju duljine kao što su brodovi za prijevoz nafte odnosno tankeri, brodovi za prijevoz rasutog tereta, brodovi za prijevoz kontenjera, itd. Uzdužnu graničnu čvrstoću broda možemo izraziti pomoću vrijednosti najvećeg unutarnjeg vertikalnog momenta savijanja koje brodski trup može apsorbirati, a da ne dođe do kolapsa.

Prilikom opterećenja (težina broda, težina tereta, opterećenje uslijed djelovanja valova…) trupa broda neki potporni dijelovi trupa se izvijaju uslijed tlačnog opterećenja, a kod nekih dolazi do popuštanja uslijed vlačnog opterećenja. Unatoč izvijanju i popuštanju potpornih dijelova, trup broda može izdržati daljnje povećanje opterećenja, ali konstrukcijska učinkovitost trupa opada zbog lokalnih otkazivanja potpornih dijelova i s vremenom trup dolazi do graničnog stanja. Kolaps trupa broda se najčešće događa kod brodova koji imaju problema s korozijom, pukotinama uzrokovanim zamorom materijala kao i brodova koji su sudjelovali u nekom sudaru, nasukavanju, požaru ili poplavi [2].

Kriterij sigurnosti na razini uzdužne granične čvrstoće za brod koji će biti projektiran je propisan od strane klasifikacijskih društava prema [3] kao:

$$\gamma_S M_S + \gamma_W M_W \le \frac{M_{ult}}{\gamma_M}. \tag{1.1}$$

Prema izrazu (1.1) najveći dopušteni moment savijanja je jednak zbroju vertikalnog momenta savijanja na mirnoj vodi i vertikalnog momenta savijanja na valovima, a u obzir su uzeti i pripadajući faktori sigurnosti. Faktori $\gamma_S$ i $\gamma_W$ uzimaju u obzir nesigurnost proračuna statičkog i valnog momenta savijanja, a faktor $\gamma_R$ nesigurnost vezanu za svojstva materijala i samu točnost metode određivanja uzdužne granične čvrstoće [3].

Faktori koji utječu na vrijednost uzdužne granične čvrstoće su:

1. dimenzije dijelova konstrukcije (debljina oplate, dimenzije ukrepa, razmak između ukrepa…),
2. svojstva materijala (modul elastičnosti, granica tečenja…),
3. inicijalna geometrijska odstupanja (imperfekcije) i zaostala naprezanja,
4. vrsta opterećenja (statičko, dinamičko opterećenje…),
5. vanjski faktori (korozija, zamor materijala, sudar, nasukavanje…),
6. ljudski faktor (greške pri konstrukciji i izradi broda).

Uslijed opterećenja trupa broda može doći do pregiba (eng. *hogging*) i do progiba (eng. *sagging*). Granično stanje za slučaj pregiba nastupa kada dno trupa dosegne graničnu čvrstoću u tlačnom području nakon što paluba trupa koja je u vlačnom području dosegne granicu tečenja (popuštanja). Paluba i dalje može izdržati opterećenja i naprezanja koja se javljaju i nakon što je došlo do tečenja materijala. Za slučaj progiba granično stanje nastupa kada paluba trupa dosegne graničnu čvrstoću u tlačnom području, a dno truba dosegne granicu tečenja u vlačnom području. Za razliku od pregiba, u ovome slučaju paluba ne može izdržati daljnja opterećenja kada dosegne graničnu čvrstoću u tlačnom području [3].

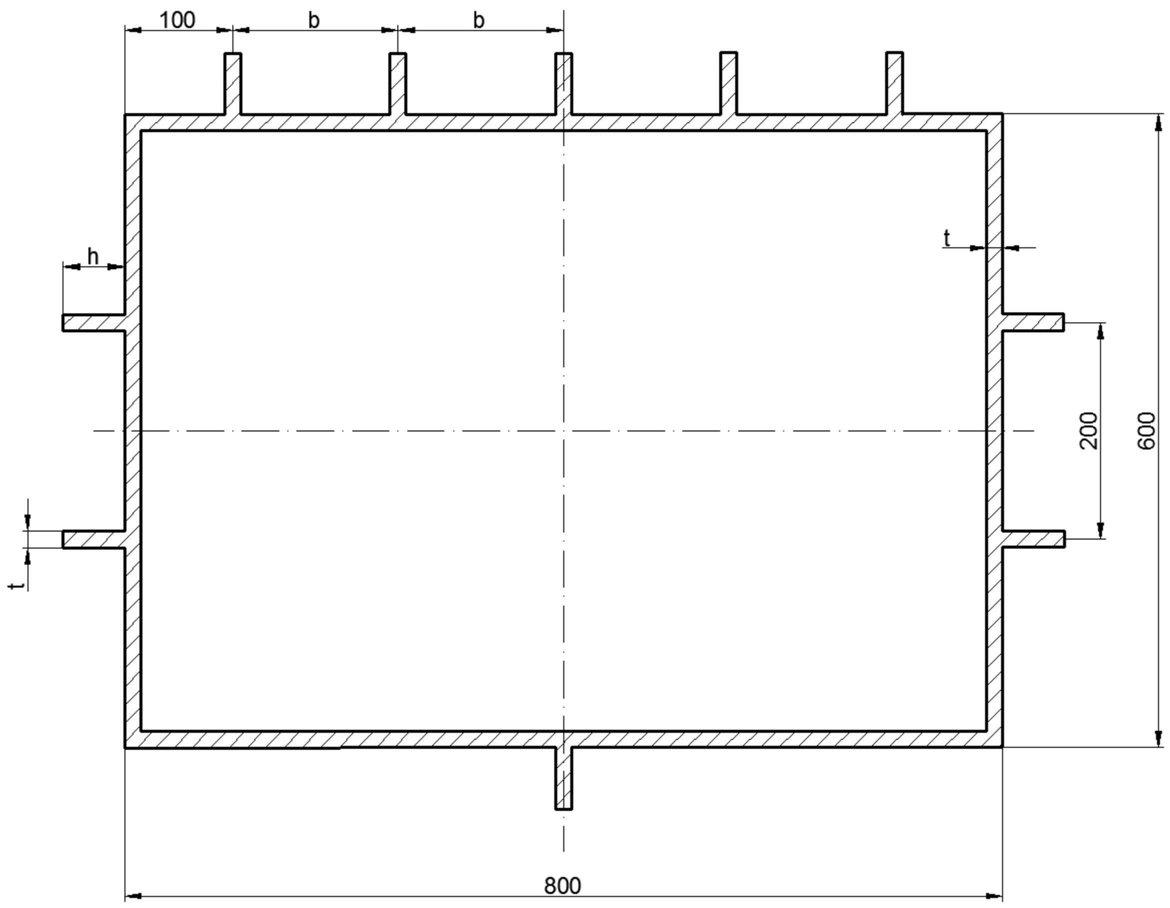
# 2. EKSPERIMENT

Kako bi se mogle validirati metode proračuna granične čvrstoće trupa broda provode se fizikalni eksperimenti na tankostjenim konstrukcijama u obliku kutijastih nosača. Nosači su opterećeni momentom savijanja, a parametri koji najviše utječu na čvrstoću nosača pa na kraju i trupa broda su vitkost oplate i ukrepa. Parametri vitkosti su prema [4] dani izrazima:

$$\beta = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_0}{E}}\,, \tag{2.1}$$

$$\lambda = \frac{a}{r}\sqrt{\frac{\sigma_0}{E}}\,. \tag{2.2}$$

Iz izraza (2.1) i (2.2) se vidi da paramteri vitkosti ovise o geometriji ukrepe i pripadajuće oplate te njihovim materijalnim karakteristikama. Eksperiment je proveden na tri kutijasta nosača, a sva tri su izrađena od čelika povišene čvrstoće HTS690. Dimenzije nosača po poprečnom presjeku su prikazane na slici 1. i dane u tablici 1.

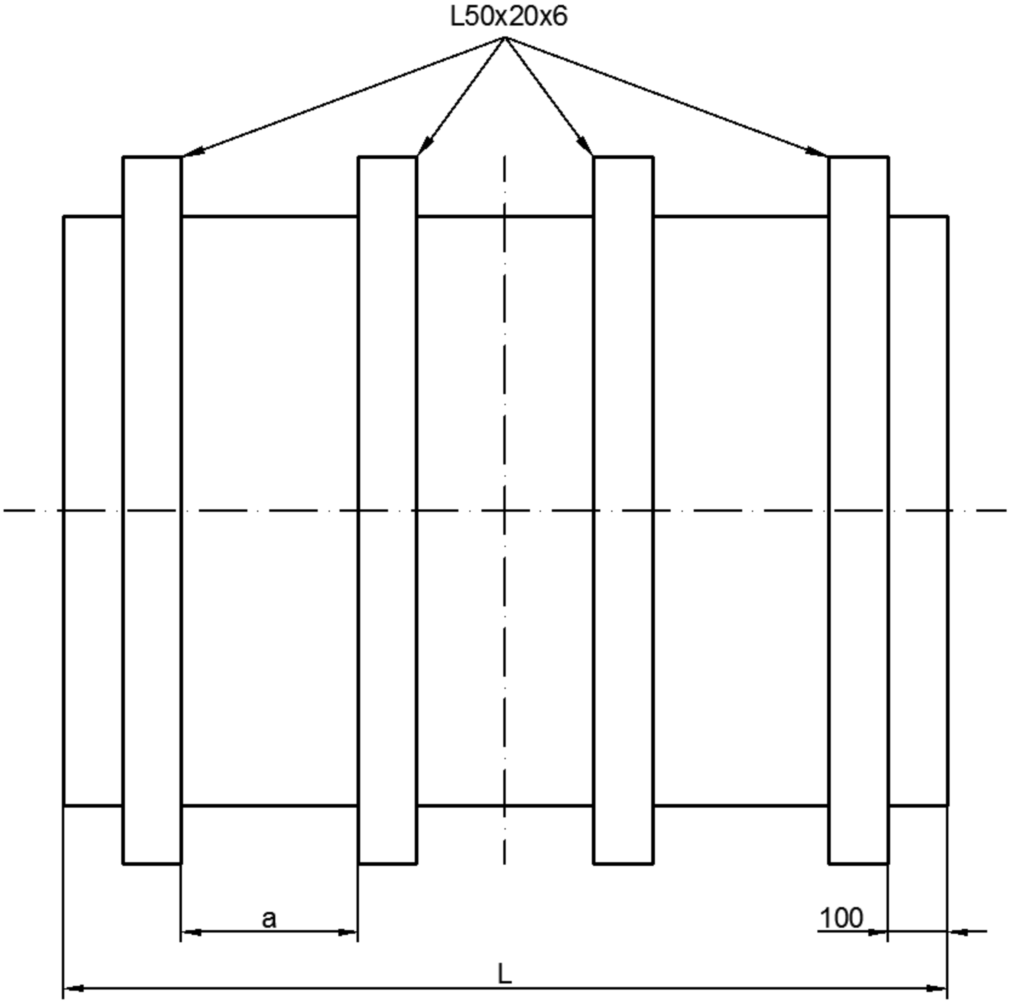



**Slika 1. Poprečni presjek kutijastog nosača**

**Tablica 1. Dimenzije ukrepa i oplate po poprečnom presjeku [4]**

| Nosač | $b$, mm | $t$, mm | $h$, mm | $a$, mm | $A$, mm$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| H200 | 150 | 4 | 20 | 200 | 680 |
| H300 | 150 | 4 | 20 | 300 | 680 |
| H400 | 150 | 4 | 20 | 400 | 680 |

Nosači imaju poprečne okvire u obliku L profila koji su izrađeni od standardnog brodograđevnog čelika MS te je raspon među njima različite duljine za pojedini model. Dimenzije nosača u uzdužnom smjeru su prikazane na slici 2. i u tablici 2.

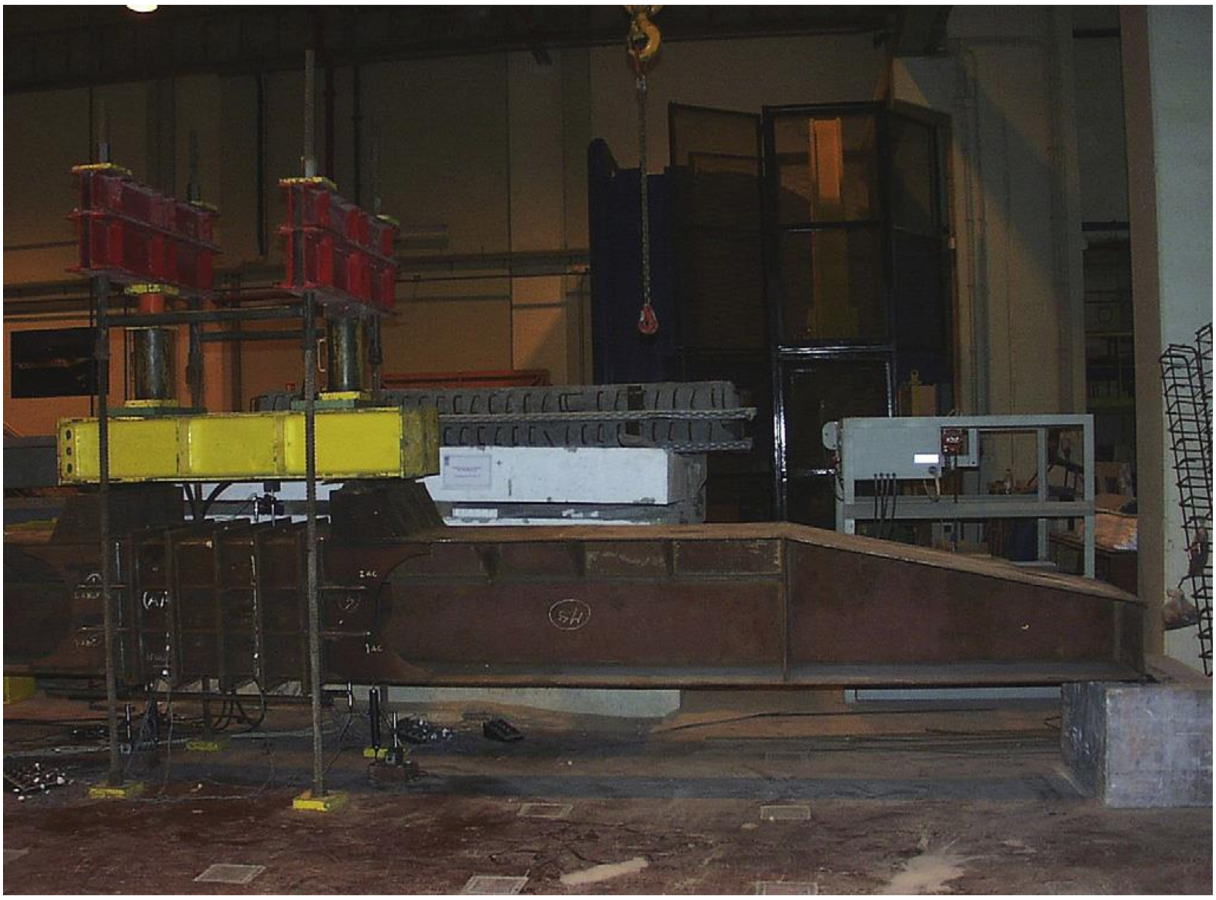



**Slika 2. Kutijasti nosač u uzdužnom smjeru**

**Tablica 2. Dimenzije kutijastih nosača u uzdužnom smjeru [4]**

| Nosač | $L$, mm | $l$, mm | profil, mm | $n$ |
|---|---|---|---|---|
| H200 | 1000 | 200 | L50x20x6 | 5 |
| H300 | 1100 | 300 | L50x20x6 | 4 |
| H400 | 1400 | 400 | L50x20x6 | 4 |

Eksperiment se izvodi tako da se kutijasti nosač savija kao greda. U sredini je nosač, a na bočnim stranama su potporni dijelovi te skupa predstavljaju model grede kako je prikazano na slici 3. Nosač je opterećen čistim momentom savijanja gdje je tlačno područje na vrhu, a vlačno područje na dnu. Rezultati dobiveni eksperimentom su prikazani u tablici 3.



**Slika 3. Postavke eksperimenta [4]**

**Tablica 3. Rezultati eksperimenta [4]**

| Nosač | $M_{ult}^{e}$, MNmm | $w_{max}$, mm |
|---|---|---|
| H200 | 1,526 | 39,5 |
| H300 | 1,269 | 33,6 |
| H400 | 1,026 | 36 |

# 3. PRORAČUNSKE METODE

Zbog geometrijske i materijalne nelinearnosti, složenih opterećenja koja djeluju i oblika kolapsa, proračun uzdužne granične čvrstoće je zahtjevan i komplicira no razvojem znanosti i tehnologije razvijene su metode koje omogućuju sve točnije računanje uzdužne granične čvrstoće. Sve metode sadrže određena pojednostavljenja promatranog problema tako da svaka od njih ima svoje prednosti i mane koje treba uzeti u obzir. Neke od metoda koje se koriste su: metoda inicijalnog popuštanja, Smithova metoda, metoda idealiziranih elemenata konstrukcije, metoda spregnutih greda i nelinearna metoda konačnih elemenata. U ovome radu korištena je Smithova metoda i nelinearna metoda konačnih elemenata te će u nastavku biti detaljnije opisane, no prije toga bit će postavljene teorijske osnove.

## 3.1. Teorijske osnove

Uzdužnu čvrstoću trupa broda možemo računati tako da trup promatramo kao gredu. Da bi trup broda bio promatran kao greda mora imati izraženu dimenziju duljine u odnosu na širinu i visinu. Gredu možemo zamisliti kao šuplju tankostjenu konstrukciju odnosno kutijasti nosač s pripadajućim potpornim elementima (poprečni okviri i pregrade, ukrepe…). Upravo zbog poprečnih potpornih elemenata kolaps može biti uzdužni i poprečni te oni u općem slučaju nisu nezavisni. Opterećenje uslijed savijanja ima najveći utjecaj na uzdužni kolaps pa uzdužnu graničnu čvrstoću možemo opisati kao najveći iznos momenta unutrašnjih sila kojeg je moguće ostvariti na poprečnom presjeku kritičnog uzdužnog dijela tankostjene konstrukcije. Do kolapsa dolazi popuštanjem tlačno i vlačno uzdužno opterećenih elemenata i/ili različitim načinima (globalnog i lokalnog) izvijanja tlačno uzdužno opterećenih elemenata [1]. Jednoosno (vertikalno) savijanje je najutjecajniji oblik opterećenja, a utjecaj horizontalnog savijanja, uvijanja i smičnog opterećenja se može zanemariti.

Prema teoriji grede naprezanje uslijed savijanja je dano izrazom:

$$\sigma = \frac{M}{I} z = \frac{M}{W}. \tag{3.1}$$

Najveće naprezanje se javlja u najudaljenijoj točki od neutralne osi na promatranom poprečnom presjeku što bi kod trupa broda bili točke na palubi i dnu.

Za trup broda aksijalni momenti otpora palube i dna dani su izrazima:

$$W_d = \frac{I}{z_d}, \tag{3.2}$$

$$W_b = \frac{I}{z_b}. \tag{3.3}$$

Udaljenosti težišta poprečnih presjeka palube i dna trupa broda od neutralne osi su dani izrazima:

$$z_d = D - g - \frac{t_d}{2}, \tag{3.4}$$

$$z_b = g - \frac{t_b}{2}. \tag{3.5}$$

Udaljenost neutralne osi od osnovice broda računamo prema izrazu:

$$g = \frac{\sum_{j=1}^{n} A_j z_j}{\sum_{j=1}^{n} A_j}. \tag{3.6}$$

Aksijalni moment inercije poprečnog presjeka trupa broda je dan izrazom:

$$I = \sum_{j=1}^{n} \left( A_j z_j^2 + I_j \right) - A_{uk} g^2. \tag{3.7}$$

Zbroj svih površina promatranih poprečnih presjeka računamo prema izrazu:

$$A_{uk} = \sum_{j=1}^{n} A_j. \tag{3.8}$$

Trup broda sastoji se od oplate koja može biti zakrivljena i ravna, a ravna oplata može biti nagnuta za neki kut. Aksijalni moment inercije i položaj neutralne osi poprečnog presjeka zakrivljene oplate dani su izrazima:

$$I = \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) A r^2, \tag{3.9}$$

$$z_0 = \frac{(\pi - 2) r}{\pi}. \tag{3.10}$$

Izrazi za aksijalni moment inercije i težište poprečnog presjeka ravne oplate pod kutom glase:

$$I = \frac{1}{12} A d^2, \tag{3.11}$$

$$z_0 = \frac{d}{2}. \tag{3.12}$$

U izrazima (3.9) do (3.12), *A* je površina poprečnog presjeka zakrivljene oplate i oplate pod kutom, *r* je radijus zakrivljenosti zakrivljene oplate i *d* je visina nagnute oplate [2].

Obzirom da trup broda može izdržati opterećenja i naprezanja koja se javljaju nakon prve pojave popuštanja tako da prenosi opterećenja i naprezanja na ostale (poprečne) potporne dijelove što teorija grede ne prepoznaje jer prema teoriji poprečni elementi ne sudjeluju neposredno u uzdužnoj čvrstoći, ova teorija ne može dati graničnu vrijednost uzdužne čvrstoće nego samo prvi oblik popuštanja trupa broda [2]. Najveći vertikalni moment savijanja pri kojem će doći do prvog oblika popuštanja računamo prema izrazu:

$$M_f^v = W\sigma_0. \tag{3.13}$$

Prema izrazu (3.13) vidimo da se najveći vertikalni moment savijanja kod kojeg dolazi do prvog oblika popuštanja postiže za vrijednost granice tečenja materijala od kojeg je oplata napravljena i to u tlačnom području koje može biti ili na palubi ili na dnu ovisno da li dolazi do pregiba ili progiba trupa broda.

Od analitičkih metoda osim teorije grede postoji i teorija pretpostavke raspodjele naprezanja gdje se u graničnom stanju pretpostavlja raspodjela naprezanja po poprečnom presjeku trupa broda na temelju teoretskih, numeričkih i eksperimentalnih istraživanja. Kako bi se izračunala uzdužna granična čvrstoća, pretpostavljena raspodjela naprezanja se integrira po poprečnom presjeku trupa. Za razliku od teorije grede ova metoda uzima u obzir lokalna popuštanja strukturalnih dijelova i daje točnija rješenja. Teoriju pretpostavke raspodjele naprezanja je predstavio Caldwell 1965. godine [2]. Prema teoriji svi dijelovi truba broda koji su u tlačnom području tokom opterećenja su dosegli graničnu čvrstoću zbog izvijanja, a kod dijelova u vlačnom području je došlo do popuštanja. No u slučaju modernih brodova ova teorija precjenjuje vrijednosti uzdužne granične čvrstoće. Eksperimentalna ispitivanja na velikim modelima brodskog trupa (Dow, 1991. g.) i numerička ispitivanja (Rutherford i Caldwell 1990. g., Paik 1996. g.) su pokazala da kolaps trupa broda uslijed djelovanja vertikalnog momenta savijanja uzrokuje kolaps stlačenih konstrukcijskih elemenata, ali da cjelokupna čvrstoća trupa nije do kraja narušena zato jer se neutralna os poprečnog presjeka pomiče prema konstrukcijskim elementima koji su vlačno opterećeni te je moguće daljnje povećanje momenta savijanja sve dok ne dođe do popuštanja konstrukcijskih elemenata u vlačnom području [3].

Unutarnji vertikalni moment savijanja prema teoriji računamo u svakome inkrementu za svaki presjek. Izraz za računanje unutarnjeg vertikalnog momenta savijanja u promatranom poprečnom presjeku glasi:

$$M_v = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{xi} A_i \left( z_i - g \right), \tag{3.14}$$

$$g = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| \sigma_{xi} \right| A_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} \left| \sigma_{xi} \right| A_i}. \tag{3.15}$$

Nakon što je izračunat unutarnji vertikalni moment savijanja u svim inkrementima, najveća dobivena vrijednost se uzima kao vrijednost graničnog vertikalnog momenta promatranog poprečnog presjeka.

Vertikalni moment savijanja se u dijagramima obično prikazuje u odnosu na zakrivljenost pa je zakrivljenost trupa broda dana izrazom:

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{\theta_y}{L} \tag{3.16}$$

Vrijednost graničnog momenta savijanja u nelinearnoj metodi konačnih elemenata se također dobiva pomoću izraza (3.14) i (3.15) uz razliku da se naprezanja, površine i udaljenosti neutralne osi gledaju za svaki konačni element koji se nalazi u promatranom poprečnom presjeku.

## 3.2. Nelinearna metoda konačnih elemenata [5]

Ova približna numerička metoda temelji se na linearnoj metodi konačnih elemenata na način da diskretizacijom kontinuiranog sustava diferencijalne jednadžbe koje opisuju model promatranog tijela čija rješenja je teško pronaći mijenjamo sustavom algebarskih jednadžbi. Promatrani objekt dijelimo na više dijelova (elemenata), definiramo način njihovog ponašanja i spajamo ih u točkama (čvorovima) te dobivamo mrežu konačnih elemenata s konačnim brojem stupnjeva slobode. Spomenuti sustav algebarskih jednadžbi su zapravo jednadžbe ravnoteže čvorova. Obzirom da broj čvorova tj. broj jednadžbi može biti jako velik zahtjeva se primjena računala. Simulacijom odnosno analizom se dobivaju rješenja jednadžbi, a ona ovise o ispravnosti tehnike opisa i idealizacije promatranog problema (geometrijska i materijalna svojstva diskretiziranog modela) i rubnih uvjeta (opterećenja i ograničenja poopćenih pomaka).

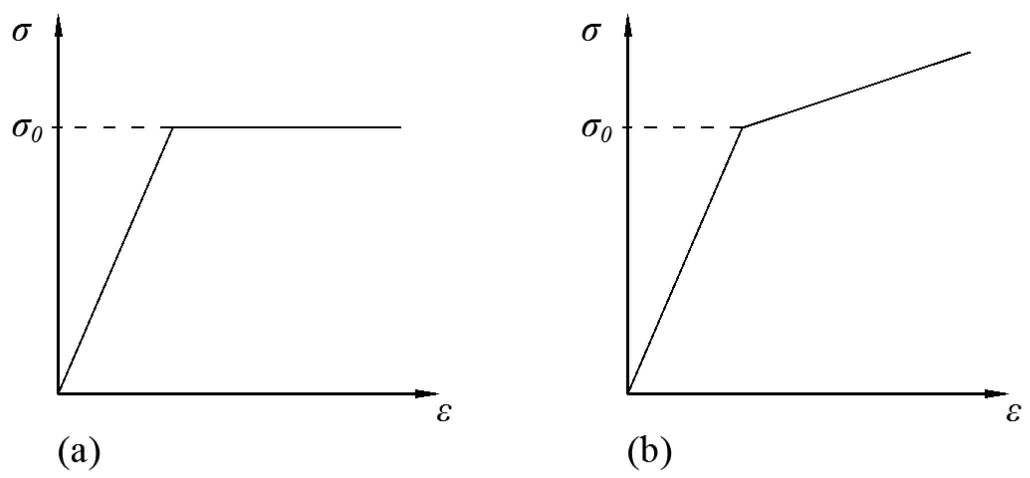
Kao što je spomenuto, analiza metodom konačnih elemenata može biti linearna i nelinearna. U slučaju linearne analize vrijedi:

1. mali pomaci,
2. ravnotežu konstrukcije razmatramo na nedeformiranom obliku,
3. opterećenje ne mijenja smjer,
4. ponašanje materijala je linearno elastično,
5. linearna eksplicitna veza između krutosti i opterećenja,
6. zakon superpozicije.

Eksplicitna veza dana je jednadžbom konačnog elementa prema izrazu:

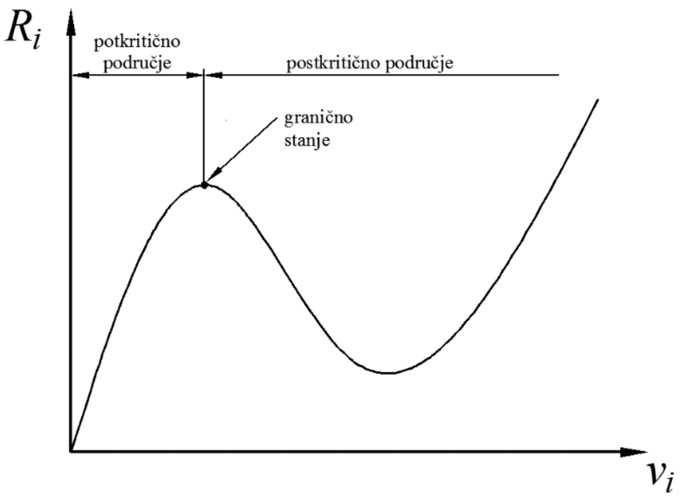
$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}. \tag{3.17}$$

Ako se naruši jedan od napisanih uvjeta onda imamo nelinearno ponašanje te razlikujemo geometrijsku i materijalnu nelinearnost. Kod geometrijske nelinearnosti uvjete ravnoteže postavljamo na deformiranom obliku te imamo velike deformacije i pomake. Materijalna nelinearnost je uvjetovana neelastičnim ponašanjem materijala kako je prikazano na slici 4. na primjeru elastično idealno plastičnog materijalnog modela (a) i elastično idealno očvršćujućeg materijalnog modela (b).




**Slika 4. Materijalna nelinearnost**

Prilikom opterećivanja konstrukcije, ona se prvo nalazi u potkritičnom području. Daljnjim opterećenjem dolazi u granično stanje, a nakon toga slijedi postkritično područje kako je prikazano na slici **5**.



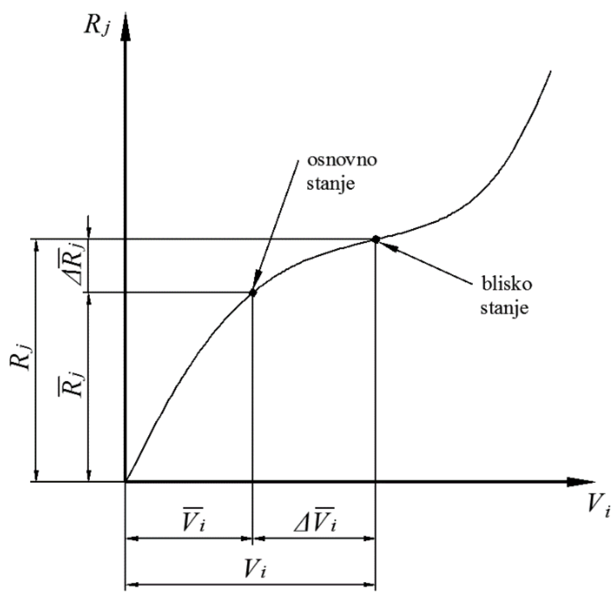

**Slika 5. Ovisnost opterećenja o pomaku**

### *3.2.1. Jednadžba krutosti*

Uvjet ravnoteže je da su unutarnje sile jednake vanjskom opterećenju i dan je izrazom:

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}) = \mathbf{R}. \tag{3.18}$$

Nelinearnom analizom opisujemo nelinearni odziv konstrukcije odnosno međusobnu ovisnost između opterećenja i pomaka, a to možemo napraviti samo pomoću inkrementalno-iterativnih metoda koje rade tako da iz osnovnog ravnotežnog stanja tražimo blisko (susjedno) stanje koje je u ravnoteži i definirano prirastom opterećenja ili pomaka. Blisko stanje se u definiranom inkrementu postiže različitim iterativnim postupcima te u sljedećem inkrementu postaje osnovno stanje.




**Slika 6. Inkrementalno-iterativni postupak**

Kada je postignuta ravnoteža bliskog stanja vrijedi:

$$V_i = \overline{V_i},\ \Delta\overline{V_i} = 0, \tag{3.19}$$

$$R_i = \overline{R_i},\ \Delta\overline{R_i} = 0. \tag{3.20}$$

Kako bi se mogao provesti inkrementalni postupak, moramo izvesti eksplicitnu jednadžbu krutosti za inkrementalni pomak tako da prvo inkrementiramo vektor opterećenja **R** i vektor pomaka **V**:

$$\mathbf{V} = \overline{\mathbf{V}} + \overline{\delta}\overline{\mathbf{V}}, \tag{3.21}$$

$$\mathbf{R} = \overline{\mathbf{R}} + \overline{\delta}\overline{\mathbf{R}}. \tag{3.22}$$

Nakon inkrementiranja, provodi se varijacija implicitne jednadžbe krutosti (3.18) obzirom na osnovno stanje:

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}) - \mathbf{R} = 0, \tag{3.23}$$

$$\overline{\delta}\left[\mathbf{G}(\mathbf{V}) - \mathbf{R}\right] = 0, \tag{3.24}$$

$$\left.\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}}\right|_{\overline{\mathbf{V}}} \overline{\delta}\overline{\mathbf{V}} - \overline{\delta}\overline{\mathbf{R}} = 0. \tag{3.25}$$

Iz izraza (3.22) dobivamo:

$$\overline{\delta}\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{R} - \overline{\mathbf{R}}. \tag{3.26}$$

Izraz (3.26) uvrstimo u izraz (3.25) pa slijedi:

$$\left.\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}}\right|_{\overline{\mathbf{V}}} \overline{\delta}\overline{\mathbf{V}} = \mathbf{R} - \overline{\mathbf{R}}. \tag{3.27}$$

Osnovno stanje je ujedno i ravnotežno stanje pa vrijedi:

$$\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{G}\left(\overline{\mathbf{V}}\right) = \mathbf{R}_{\mathrm{i}}\left(\overline{\mathbf{V}}\right). \tag{3.28}$$

Uvrštavanjem izraza (3.28) u izraz (3.27) dobivamo jednadžbu krutosti u eksplicitnom obliku:

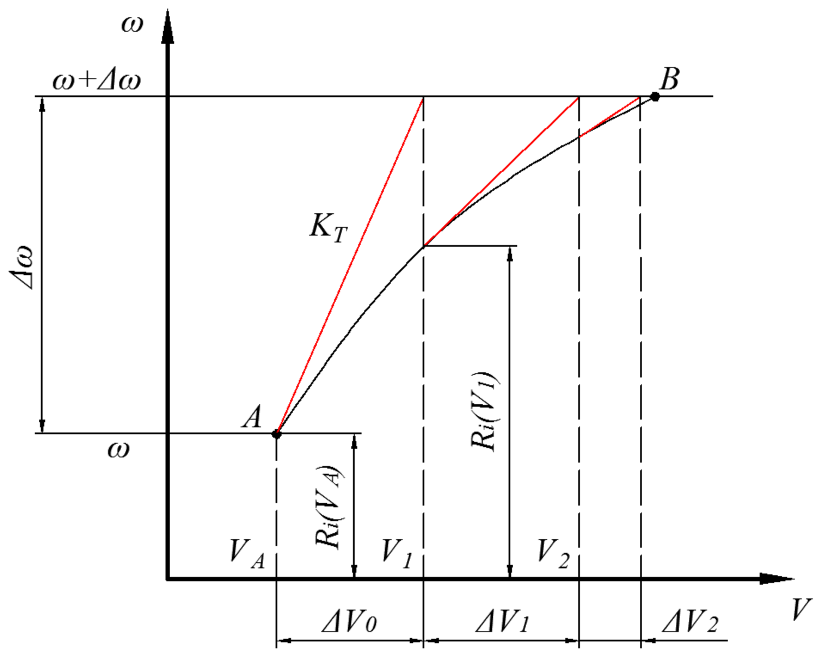
$$\mathbf{K_T}\left(\overline{\mathbf{V}}\right)\mathbf{\Delta}\overline{\mathbf{V}} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_{\mathrm{i}}\left(\overline{\mathbf{V}}\right). \tag{3.29}$$

U izrazu (3.29) o tangencijalnoj matrici krutosti $\mathbf{K_T}$ ovisi brzina konvergencije, a o desnoj strani jednakosti koja predstavlja unutarnje i vanjske sile ovisi točnost rješenja. Ravnoteža je postignuta kada su unutarnje sile jednake vanjskima pa vrijedi:

$$\mathbf{R}-\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\overline{\mathbf{V}}\right)=0\,. \tag{3.30}$$

### *3.2.2. Newton-Raphsonova metoda*

U inkrementalno-iterativnim metodama nikada neće biti postignuta ravnoteža između vanjskih i unutarnjih sila odnosno izraz (3.30) nikada neće biti jednak nuli u realnim okolnostima, no ovom metodom možemo tražiti što manju razliku između unutarnjih i vanjskih sila kako bi došli do prihvatljvog tj. približno točnog rješenja. Dobiveno rješenje mora biti manje od tolerancije greške čiju vrijednost samostalno zadajemo kako bi se postigla konvergencija. Iterativni postupak započinje tako u odabranom ravnotežnom stanju postavimo tangentu te se u svakom iteracijskom koraku računa nova tangentna matrica krutosti.




**Slika 7. Newton-Raphsonova metoda**

Jednadžba krutosti u točki A glasi:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)\mathbf{\Delta V}_0=\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0-\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right). \tag{3.31}$$

Kako je točka A ravnotežni položaj, vrijedi:

$$\omega\mathbf{R}_0=\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right). \tag{3.32}$$

Uvrštavanjem izraza (3.32) u izraz (3.31) dobivamo:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)\mathbf{\Delta V}_0 = \Delta\omega\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{\Delta V}_0\,, \tag{3.33}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_\mathrm{A} + \mathbf{\Delta V}_0\,. \tag{3.34}$$

Prvi iteracijski korak:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_1\right)\mathbf{\Delta V}_1 = \left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_1\right) \rightarrow \mathbf{\Delta V}_1\,, \tag{3.35}$$

$$\mathbf{\Delta V}_1 = \mathbf{V}_1 + \mathbf{\Delta V}_1\,. \tag{3.36}$$

Drugi iteracijski korak:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_2\right)\mathbf{\Delta V}_2 = \left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_2\right) \rightarrow \mathbf{\Delta V}_2\,, \tag{3.37}$$

$$\mathbf{\Delta V}_3 = \mathbf{V}_2 + \mathbf{\Delta V}_2\,. \tag{3.38}$$

*j*-ti iteracijski korak:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_j\right)\mathbf{\Delta V}_j = \left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_j\right), \tag{3.39}$$

$$\mathbf{\Delta V}_{j+1} = \mathbf{V}_j + \mathbf{\Delta V}_j\,,\ j = 1, 2 \ldots n\,. \tag{3.40}$$

Ravnoteža je postignuta kada vrijedi:

$$\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_j\right). \tag{3.41}$$

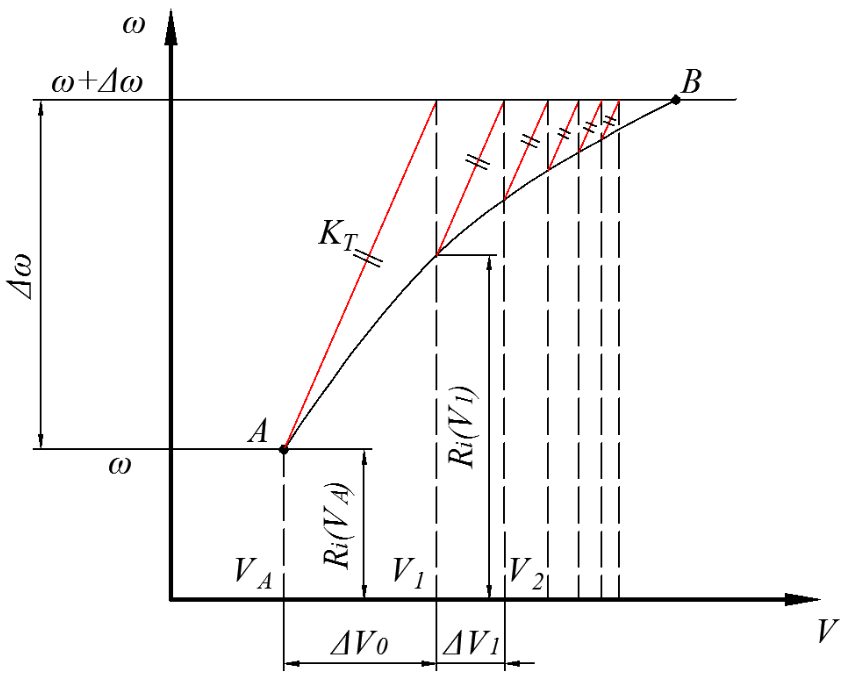
Kontrola konvergencije se provodi prema izrazu:

$$\frac{\left|\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_j\right)\right|}{\left|\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0\right|} \le \xi\,, \tag{3.42}$$

gdje je $\xi$ proizvoljno zadana greška.

### *3.2.3. Modificirana Newton-Raphsonova metoda*

Za razliku od standardne Newton-Raphsonove metode kod koje se u svakom iteracijskom koraku računa nova tangentna matrica krutosti, kod ove metode tangentna matrica krutosti ostaje konstantna za svaki inkrement.




**Slika 8. Modificirana Newton-Raphsonova metoda**

Jednadžba krutosti u točki A glasi:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)\mathbf{\Delta V}_0=\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0-\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)=\Delta\omega\mathbf{R}_0\rightarrow\mathbf{\Delta V}_0\,, \tag{3.43}$$

$$\mathbf{V}_1=\mathbf{V}_\mathrm{A}+\mathbf{\Delta V}_0\,. \tag{3.44}$$

Prvi iteracijski korak:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)\mathbf{\Delta V}_1=\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0-\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_1\right). \tag{3.45}$$

*j*-ti iteracijski korak:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_\mathrm{A}\right)\mathbf{\Delta V}_j=\left(\omega+\Delta\omega\right)\mathbf{R}_0-\mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_j\right). \tag{3.46}$$

### *3.2.4. Riks-Wempner-Wessels metoda*

Ova inkrementalno-iteracijska metoda poznata je u anglosaksonskoj literaturi kao „*Arc-Lenght*” metoda. Za razliku od Newton-Rapshonove metode kod koje se inkrementalni pomak računa za konstantnu razinu opterećenja, kod ove metode se istovremeno mijenja inkrementalni pomak i parametar opterećenja što ju čini kompliciranijom. No iz razloga što ima istovremenu promjenu inkrementalnog pomaka i parametra opterećenja, metoda omogućuje izračunavanje krivulje međusobne ovisnosti opterećenja i pomaka u okolici granične točke odnosno pomoću nje možemo rješavati probleme skoka (eng. *snap-through*) kada promatrana konstrukcija uđe u postkritično područje, a prethodnom metodom to nije u moguće postići. Treba napomenuti da ova metoda numerički nikada ne konvergira do zadane sile $F$ već je umanjena za faktor $\omega$. Iteracija počinje kao i kod Newton-Raphsonove metode izrazom:

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_j\right)\Delta\mathbf{V}_j^* = \left(\omega + \Delta\omega\right)_{j-1}\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_\mathrm{i}\left(\mathbf{V}_j\right), \tag{3.47}$$

$$\mathbf{K_T}\left(\mathbf{V}_j\right)\Delta\mathbf{V}_{j\mathrm{t}} = \Delta\omega_\mathrm{t}\mathbf{R}_0\,, \tag{3.48}$$

$$n_j = \begin{bmatrix}\Delta\omega_j \\ \Delta\mathbf{V}_j\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 \\ \Delta\mathbf{V}_j^*\end{bmatrix} - \frac{\Delta\mathbf{V}_0^\mathrm{T}\Delta\mathbf{V}_j^*}{\Delta\omega\Delta\omega_\mathrm{t} + \Delta\mathbf{V}_0^\mathrm{T}\Delta\mathbf{V}_{j\mathrm{t}}}\begin{bmatrix}\Delta\omega_\mathrm{t} \\ \Delta\mathbf{V}_{j\mathrm{t}}\end{bmatrix}. \tag{3.49}$$

## 3.3. Inkrementalno-iterativna analitička metoda progresivnog kolapsa (Smithova metoda)

Ova metoda je prva omogućila naprednije promatranje procesa kolapsa i promatranje čvrstoće elemenata tankostjene konstrukcije u postkritičnom području u slučaju savojnog opterećenja. Uzdužno normalno naprezanje se određuje pomoću uzdužnih duljinskih deformacija preko izraza:

$$\varepsilon_x = -z\kappa\,, \tag{3.50}$$

i pomoću skupa $\sigma - \varepsilon$ krivulja koje prikazuju odnos naprezanja i deformacije za različite načine gubitka čvrstoće diskretnih sastavnih elemenata konstrukcije. Promatrana konstrukcija ili dio konstrukcije se diskretizira s tri vrste međusobno raspregnutih diskretnih sastavnih elemenata [1]:

1. gredama tankostjenog presjeka koje obuhvaćaju sve uzdužne ukrepe sa pridruženom sunosivom širinom oplate,
2. krutim kutovima kojima se diskretiziraju vrlo kruti spojevi uzdužne oplate za koje se smatra da će se čvrstoća izgubiti isključivo popuštanjem materijala,
3. poprečno orebrenom oplatom.

Načini gubitka čvrstoće za pojedine diskretne elemente prikazani su u tablici 4.

$\sigma - \varepsilon$ krivulje se mogu dobiti pomoću analitičkih, numeričkih ili eksperimentalnih metoda pri analizi čvrstoće elemenata za slučaj udzužnog opterećenja. U nastakvu će biti prikazani analitički izrazi dobivanja $\sigma - \varepsilon$ krivulja za različite načine gubitka čvrstoće prema [7] i [8].

**Tablica 4. Načini gubitka nosivosti diskretnih elemenata [1]**

| Vrsta diskretnog sastavnog elementa: | Mogući načini gubitka čvrstoće: |
|---|---|
| vlačno/tlačno opterećena tankostjena greda, kruti kut, neukrepljena oplata | elasto-plastični kolaps (popuštanje) |
| tlačno opterećena tankostjena greda | elasto-plastični kolaps (popuštanje)<br>globalno gredno-štapno izvijanje<br>globalno lateralno-uvojno izvijanje<br>lokalno izvijanje struka ukrepe s pojasom<br>lokalno izvijanje struka ukrepe bez pojasa |
| tlačno opterećena oplata | izvijanje oplate |

### *3.3.1. Elasto-plastični kolaps (popuštanje)*

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za elasto – plastični kolaps vlačno i/ili tlačno opterećenih diskretnih sastavnih elemenata glasi:

$$\sigma_{xA}^{E} = \Phi \sigma_Y , \tag{3.51}$$

gdje je:

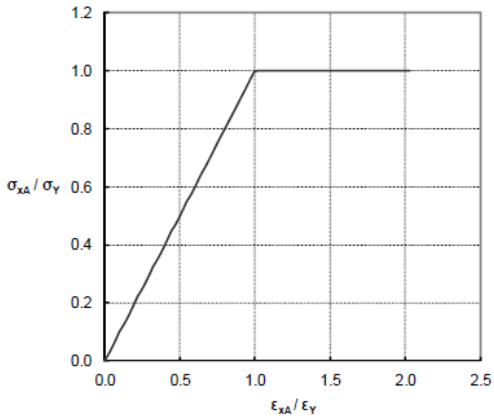
$$\Phi = \begin{cases} -1 & za \quad \dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} < -1 \\ \dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} & za \quad -1 \le \dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} \le 1 \\ 1 & za \quad \dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} > 1 \end{cases} , \tag{3.52}$$

$$\varepsilon_Y = \frac{\sigma_Y}{E} . \tag{3.53}$$

U slučaju da je materijal ukrepe različit od materijala sunosive širine oplate vrijedi sljedeća relacija:

$$\sigma_Y = \frac{\sigma_{Yp} A_p + \sigma_{Ys} A_s}{A_p + A_s}. \tag{3.54}$$

Slika 9. prikazuje primjer $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za elasto-plastični kolaps.




**Slika 9. $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulja za elasto-plastični kolaps [1]**

### *3.3.2. Globalno gredno-štapno izvijanje*

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za globalno gredno-štapno izvijanje tlačno opterećenih tankostjenih greda glasi:

$$\sigma_{xA}^{E} = \Phi \sigma_C \frac{A_s + A_{pef}}{A_s + A_p}, \tag{3.55}$$

gdje je:

$$A_{pef} = b_{ef} t_p, \tag{3.56}$$

$$b_{ef} = \begin{cases} b\left(\dfrac{2,25}{\beta_{ef}} - \dfrac{1,25}{\beta_{ef}^2}\right) & za \quad \beta_{ef} > 1,25 \\ b & za \quad \beta_{ef} \le 1,25 \end{cases}, \tag{3.57}$$

$$\beta_{ef} = \frac{b}{t_p} \sqrt{\frac{\varepsilon_{xA}^{E} \sigma_{Yp}}{\varepsilon_Y E}}. \tag{3.58}$$

Izraz (3.52) vrijedi i za globalno gredno-štapno izvijanje. Kritično normalno naprezanje $\sigma_C$ je korigirano za utjecaj plastičnosti prema Johnson-Ostenfeldovoj korekciji sa razdjelnom točkom na $\sigma_Y / 2$ [1]:

$$\sigma_C = \begin{cases} \dfrac{\sigma_E \varepsilon_Y}{\varepsilon_{xA}^E} & za \quad \sigma_E \le \dfrac{\sigma_Y}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y} \\ \sigma_Y \left(1 - \dfrac{\sigma_Y}{4\sigma_E}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y}\right) & za \quad \sigma_E > \dfrac{\sigma_Y}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y} \end{cases}, \tag{3.59}$$

gdje je:

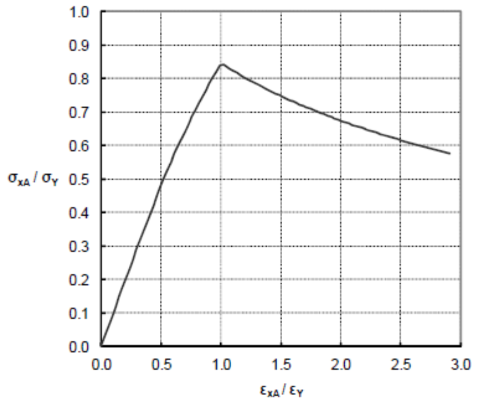
$$\sigma_Y = \frac{\sigma_{Yp} A_{pe} z_{pe} + \sigma_{Ys} A_s z_{se}}{A_{pe} z_{pe} + A_s z_{se}}, \tag{3.60}$$

$$A_{pe} = b_e t_p, \tag{3.61}$$

$$b_e = \begin{cases} \dfrac{b}{\beta_{ef}} & za \quad \beta_{ef} > 1 \\ b & za \quad \beta_{ef} \le 1 \end{cases}, \tag{3.62}$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E I^E}{\left(A_p + A_s\right)\left(I^E\right)^2}. \tag{3.63}$$

Slika 10. prikazuje primjer $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za globalno gredno-štapno izvijanje.




**Slika 10. $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulja za globalno gredno-štapno izvijanje [1]**

### *3.3.3. Globalno lateralno-uvojno izvijanje*

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za globalno gredno-štapno izvijanje tlačno opterećenih tankostjenih greda glasi:

$$\sigma_{xA}^E = \Phi \frac{A_s \sigma_{CT} + A_p \sigma_{CP}}{A_s + A_p}, \tag{3.64}$$

gdje je:

$$\sigma_{CT} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_{ET}\varepsilon_Y}{\varepsilon_{xA}^E} & za \quad \sigma_{ET} \le \dfrac{\sigma_{Ys}}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y} \\ \sigma_{Ys}\left(1 - \dfrac{\sigma_{Ys}}{4\sigma_{ET}}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y}\right) & za \quad \sigma_E > \dfrac{\sigma_{Ys}}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^E}{\varepsilon_Y} \end{cases}, \tag{3.65}$$

$$\sigma_{CT} = \frac{E}{I_P}\left(\frac{\pi^2 I_W}{\left(l^E\right)^2}\Theta + 0,385 I_T\right). \tag{3.66}$$

Deformacijski parametar Φ dan je izrazom (3.54). Izrazi za geometrijske karakteristike profila ukrepe pri izvijanju iz izraza (3.66) prikazani su u tablici 5.

**Tablica 5. Geometrijske karakteristike profila ukrepe**

| Profil ukrepe: | $I_P$ | $I_T$ | $I_W$ |
|---|---|---|---|
| I – profil bez pojasa | $\dfrac{h_w^3 t_w}{3}$ | $\dfrac{h_w^3 t_w}{3}\left(1-0,63\dfrac{t_w}{h_w}\right)$ | $\dfrac{h_w^3 t_w^3}{36}$ |
| L/HP - profil | | $\dfrac{h_w t_w^3}{3}\left(1-0,63\dfrac{t_w}{h_w}\right)+\dfrac{A_w h_w^2}{3}+A_f e_f^2$ | $\dfrac{A_f e_f^2 b_f^2}{12}\left(\dfrac{A_f+2,6A_f}{A_f+A_w}\right)$ |
| T - profil | | $\dfrac{h_f^3 t_f}{3}\left(1-0,63\dfrac{t_f}{b_f}\right)$ | $\dfrac{b_f^3 t_f e_f^2}{12}$ |

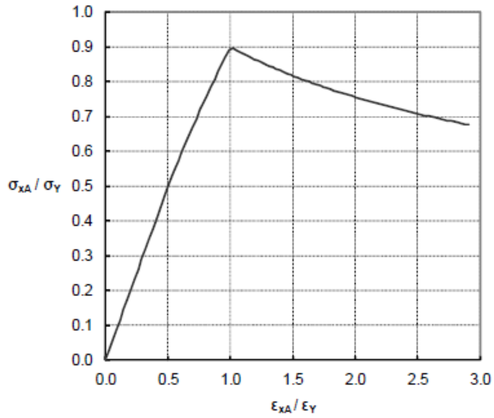
Izraz za bezdimenzijski parametar Θ iz izraza (3.68) glasi:

$$\Theta = 1 + \sqrt{\frac{\left(l^E\right)^4}{\dfrac{3}{4}\pi^4 I_W\left(\dfrac{b}{t_p^3}+\dfrac{4h_w}{3t_w^3}\right)}}. \tag{3.67}$$

Kritično normalno naprezanje sunosive oplate $\sigma_{CP}$ dano je izrazom:

$$\sigma_{CP} = \begin{cases} \sigma_{Yp}\left(\dfrac{2,25}{\beta_{ef}} - \dfrac{1,25}{\beta_{ef}^2}\right) & za \quad \beta_{ef} > 1,25 \\ \sigma_{Yp} & za \quad \beta_{ef} < 1,25 \end{cases}. \tag{3.68}$$

Vitkost oplate iz izraza (3.68) se računa prema izrazu (3.58). Slika 11. prikazuje primjer $\sigma_{xA}$ – $\varepsilon_{xA}$ krivulje za globalno lateralno-uvojno izvijanje.




**Slika 11.** $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ **krivulja za globalno lateralno-uvojno izvijanje [1]**

### *3.3.4. Lokalno izvijanje struka ukrepe s pojasom*

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za lokalno izvijanje struka ukrepe s pojasom tlačno opterećenih tankostjenih greda glasi:

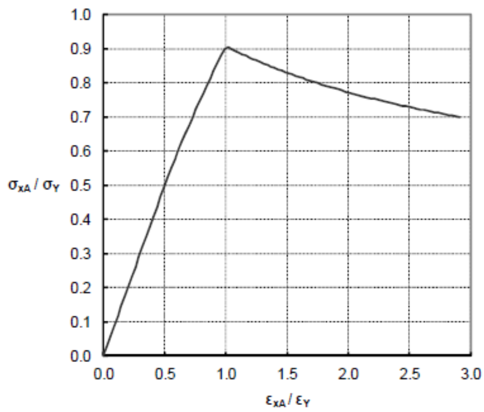
$$\sigma_{xA}^{E} = \Phi \frac{b_{ef} t_p \sigma_{Yp} + \left( h_{we} t_w + A_f \right) \sigma_{Ys}}{A_p + A_s}, \tag{3.69}$$

gdje je:

$$h = \begin{cases} h_w \left( \dfrac{2,25}{\beta_w} - \dfrac{1,25}{\beta_w^2} \right) & za \quad \beta_w > 1,25 \\ h_w & za \quad \beta_w \le 1,25 \end{cases}, \tag{3.70}$$

$$\beta_w = \frac{h_w}{t_w} \sqrt{\frac{\varepsilon_{xA}^{E} \sigma_{Ys}}{\varepsilon_Y E}}. \tag{3.71}$$

Slika 12. prikazuje primjer $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za lokalno izvijanje struka ukrepe s pojasom.




**Slika 12.** $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ **krivulja za lokalno izvijanje struka ukrepe s pojasom [1]**

### 3.3.5. Lokalno izvijanje struka ukrepe bez pojasa

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za lokalno izvijanje struka ukrepe bez pojasa tlačno opterećenih tankostjenih greda glasi:

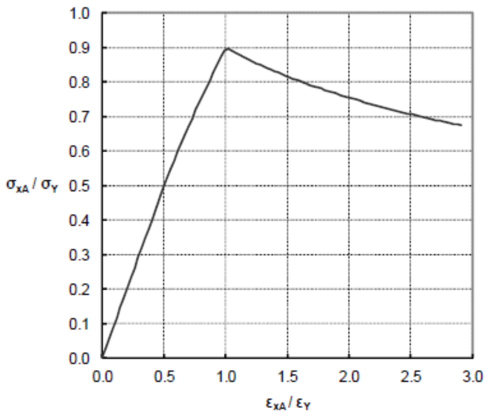
$$\sigma_{xA}^{E} = \Phi \frac{A_p \sigma_{CP} + A_s \sigma_{CL}}{A_p + A_s}, \tag{3.72}$$

gdje je:

$$\sigma_{CL} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_{EL}\varepsilon_Y}{\varepsilon_{xA}^{E}} & za \quad \sigma_{EL} \le \dfrac{\sigma_{Ys}}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} \\ \sigma_{Ys}\left(1 - \dfrac{\sigma_{Ys}}{4\sigma_{EL}}\dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y}\right) & za \quad \sigma_{EL} > \dfrac{\sigma_{Ys}}{2}\dfrac{\varepsilon_{xA}^{E}}{\varepsilon_Y} \end{cases}, \tag{3.73}$$

$$\sigma_{EL} = 160000\left(\frac{t_w}{h_w}\right)^2. \tag{3.74}$$

Deformacijski parametar Φ dan je izrazom (3.52), a kritično normalno naprezanje sunosive oplate $\sigma_{CP}$ dano je izrazom (3.68). Slika 13. prikazuje primjer $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za lokalno izvijanje struka ukrepe bez pojasa.



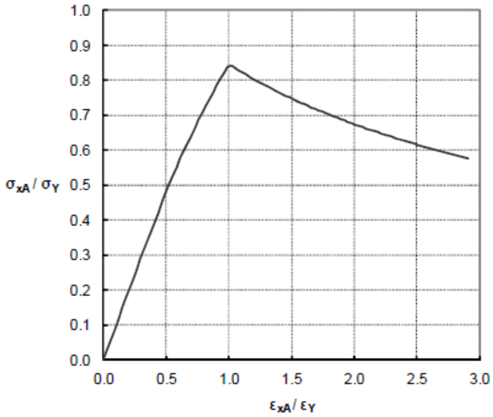

**Slika 13. $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulja za lokalno izvijanje struka ukrepe bez pojasa [1]**

### 3.3.6. Izvijanje oplate

Jednadžba $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za izvijanje tlačno opterećene oplate glasi:

$$\sigma_{xA}^{E} = MIN \begin{cases} \Theta\sigma_{Yp} \\ \Theta\sigma_{Yp}\left[\dfrac{b}{l^E}\left(\dfrac{2,25}{\beta_{ef}} - \dfrac{1,25}{\beta_{ef}^2}\right) + 0,1\left(1 - \dfrac{b}{l^E}\right)\left(1 + \dfrac{1}{\beta_{ef}^2}\right)^2\right] \end{cases}. \tag{3.75}$$

Deformacijski parametar Φ dan je izrazom (3.52), a vitkost oplate $\beta_{ef}$ izrazom (3.58). Slika 14. prikazuje primjer $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulje za izvijanje oplate.




**Slika 14. $\sigma_{xA} - \varepsilon_{xA}$ krivulja za izvijanje oplate [1]**

### *3.3.7. Algoritam Smithove metode*

Kako metoda ima veliki broj računskih operacija, analiza ovom metodom se najčešće izvodi uz pomoć računala. Postupak računanja započinje diskretizacijom modela kako je već opisano nakon čega se računa najveća zakrivljenost prema izrazu:

$$\kappa_{\max} = \frac{\sigma_Y^{CS}}{z_{\max} E^{CS}}, \tag{3.76}$$

gdje je:

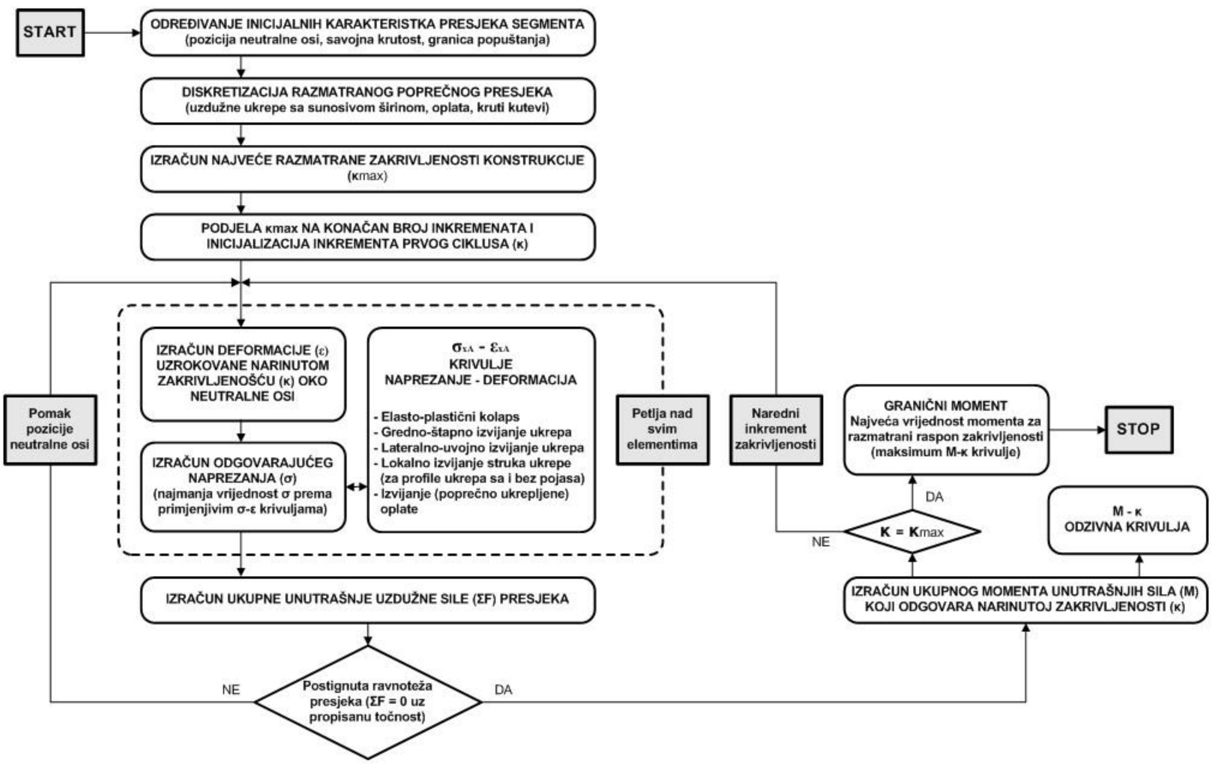
$$\sigma_Y^{CS} = \frac{\sum \sigma_Y^E A^E}{\sum A^E}, \tag{3.77}$$

$$E^{CS} = \frac{\sum E^E A^E}{\sum A^E}. \tag{3.78}$$

Nakon toga zakrivljenost se dijeli u rasponu $\kappa \in [0, \kappa_{\max}]$ na konačan broj inkremenata. U prvoj inkrementalnoj petlji izračunava se prosječna uzdužna deformacija za svaki element prema izrazu (3.50) i prosječno uzdužno normalno naprezanje pomoću $\sigma - \varepsilon$ krivulja ovisno o vrsti diskretnog sastavnog elementa i mogućeg načina gubitka čvrstoće iz tablice 4. Uzima se najmanja apsolutna vrijednost naprezanja. Iz odabranog naprezanja izračunavaju se unutrašnje uzdužne sile za svaki diskretni element pomoću izraza:

$$N^E = \sigma_{xA}^E A^E. \tag{3.79}$$

Zahtjeva se da poprečni presjek bude u ravnoteži odnosno da zbroj svih unutrašnjih sila bude jednak nuli. Ako zbroj poprečni presjek nije u ravnoteži, mijenja se položaj neutralne osi presjeka te je potrebno ponovno izračunati prosječnu uzdužnu duljinsku deformaciju i ponoviti prethodno opisane korake koje slijede nakon toga. Položaj neutralne osi presjeka se računa iterativno sve dok se ne postigne ravnoteža presjeka. Iz izračunatih unutrašnjih sila se računa moment savijanja zbrajanjem momenata savijanja svakog pojedinog elementa i tako završava jedan inkrement. U sljedećem inkrementu uzima se nova vrijednost zakrivljenosti i postupak se ponavlja sve dok se moment savijanja ne izračuna i za zadnji inkrement odnosno za vrijednost najveće zakrivljenosti $\kappa_{\max}$. Rezultat cijelog postupka računanja je dijagram odnosa momenta savijanja u odnosu na zakrivljenost. Najveća apsolutna vrijednost momenta savijanja je granični moment savijanja, ukoliko vanjski moment savijanja nadmaši taj iznos konstrukcija dolazi u granično stanje odnosno dolazi do gubitka čvrstoće konstrukcije [1]. Slika 15. prikazuje dijagram toka Smithove metode.




**Slika 15. Dijagram toka Smithove metode**

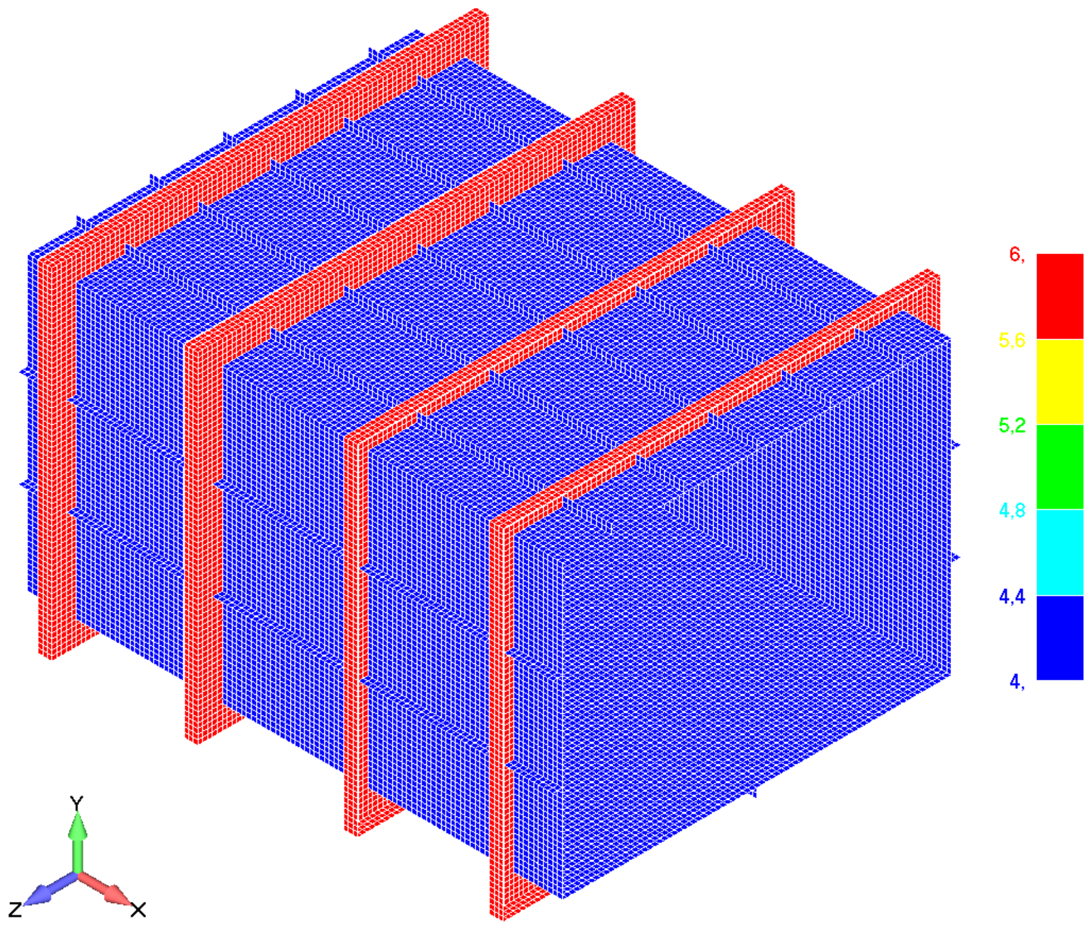
Tankostjena konstrukcija ne mora biti uvijek simetrična u odnosu na lateralnu os oko koje se odvija savijanje pa se kod analize granične uzdužne čvrstoće promatraju oba slučaja ravnog savijanja: pregib (pozitivni predznak momenta savijanja) i progib (negativni predznak momenta savijanja).

# 4. NUMERIČKA ANALIZA TANKOSTJENOG NOSAČA

U ovome poglavlju opisana je priprema modela tankostjenog nosača za proračun uzdužne granične čvrstoće pomoću numeričke metode konačnim elementima. Analiza je izvršena pomoću programskih paketa *Femap/NX Nastran* i *LS-Dyna*. Korištena je nelinearna formulacija konačnih elemenata i izvršena je nelinearna statička analiza kako bi se mogli što realnije prikazati veliki pomaci i velike deformacije te pojava popuštanja materijala. Za inkrementalno-iteracijski postupak računanja, korištena je Newton-Raphsonova metoda. Također su opisane i imperfekcije koje su narinute modelima kako bi se opisalo što realnije ponašanje nosača.

## 4.1. Opis modela

Analiza je izvršena na tri modela bez imperfekcija i na tri modela s imperfekcijama. Svi modeli su diskretizirani s pravokutnim ljuskastim elementima s četiri čvora. Svaki čvor ima po šest stupnjeva slobode odnosno jedan konačni element ima dvadeset i četiri stupnja slobode. Svaki konačni element ima dimenzije 10x10 mm. Na slici 16. je prikazan diskretizirani model H300 te je također prikazana debljina oplate, ukrepa i poprečnih okvira.

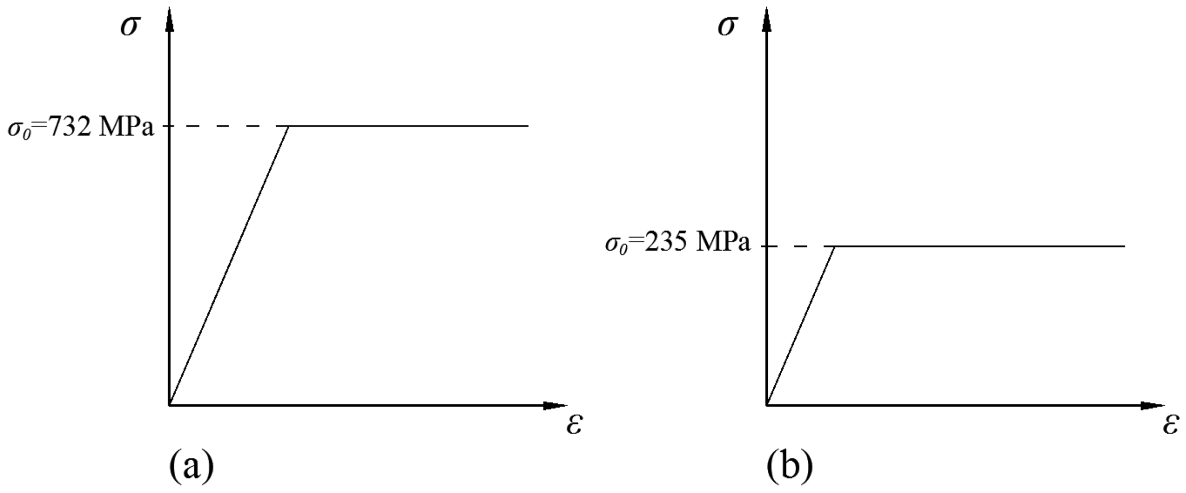



**Slika 16. Diskretizirani model H300 s debljinom elemenata**

U tablici 6. prikazan je broj elemenata i čvorova za pojedini model. Materijalna nelinearnost idealizirana je primjenom elastičnog idealno plastičnog (bi-linearnog) materijalnog modela. $\sigma$ – $\varepsilon$ dijagram za čelik povišene čvrstoće (a) i meki čelik (b) prikazani su na slici 17.

**Tablica 6. Broj konačnih elemenata i čvorova po modelu**

| Model | Broj elemenata | Broj čvorova |
|---|---|---|
| H200 | 42302 | 42602 |
| H300 | 42842 | 43142 |
| H400 | 51842 | 52142 |

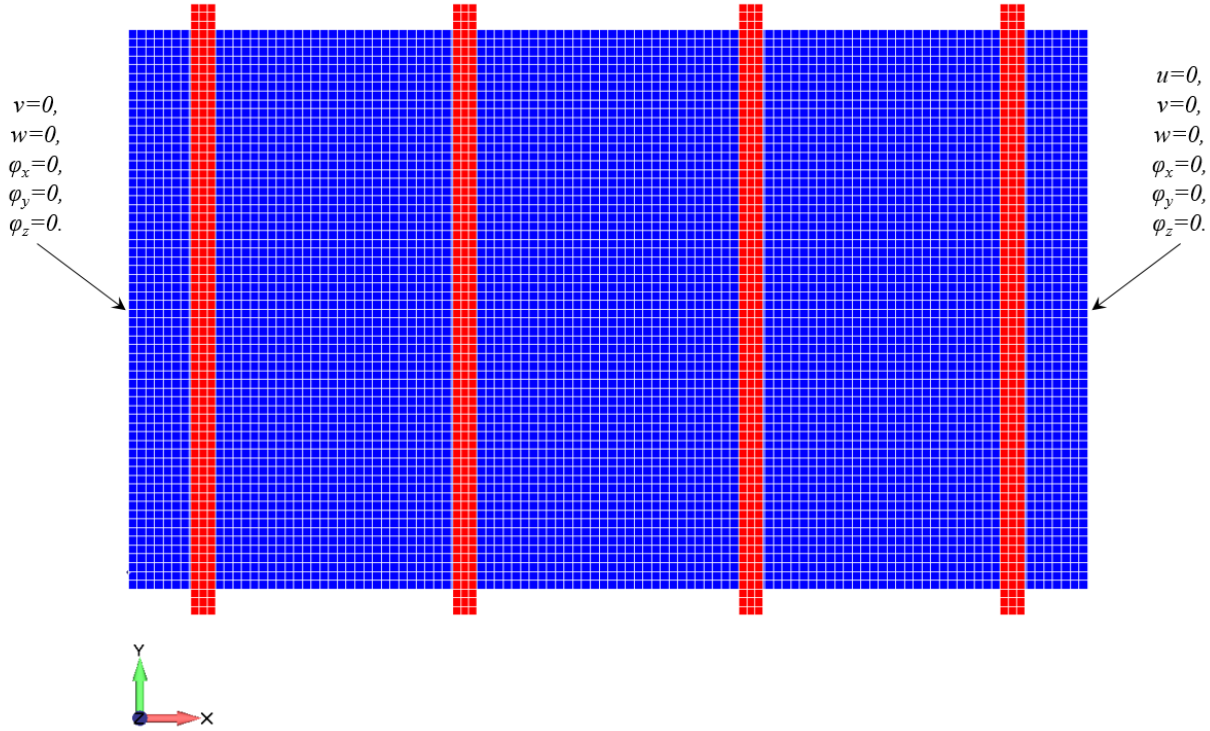



**Slika 17. Materijalni model za čelik povišene čvrstoće i meki čelik**

## 4.2. Rubni uvjeti

Kod svih modela rubni uvjeti su postavljeni na krajnjem lijevom i krajnjem desnom rubu pomoću krutog (eng. *rigid*) konačnog elementa. Na lijevom rubu modela u poprečnom presjeku je na sredini postavljen „*master*" čvor koji je preko krutog konačnog elementa spojen sa „*slave*" čvorovima koji se nalaze na rubu oplate i ukrepa. U „*master*" čvoru je postavljen rubni uvjet na način da je omogućen samo pomak u smjeru uzdužne osi, odnosno u smjeru osi $x$. Kruti element omogućuje da zadani rubni uvjeti vrijedi i za „slave" čvorove odnosno za lijevi rub modela. Na desnom rubu modela rubni uvjeti su također zadani pomoću krutog elementa između „*master*" čvora i „*slave*" čvorova s razlikom da su za ovaj rub spriječeni pomaci u smjeru sve tri osi i spriječene su rotacije oko sve tri osi. Na slici 18. su prikazani zadani rubni uvjeti.

Opterećenje je zadano u „*master*" čvoru na oba ruba tako da je narinut zakret oko poprečne osi $y$ u iznosu od 0,0075 radijana. Zakret se tokom analize mijenja od nulte do zadane vrijednosti. Ovakav način zadavanja opterećenja omogućuje simuliranje čistog savijanja.




**Slika 18. Rubni uvjeti modela H300**

## 4.3. Inicijalna geometrijska odstupanja

Većina tankostjenih konstrukcija nastaje postupkom zavarivanja pojedinih elemenata pa tako i trup broda što znači da će se kod takvih konstrukcija pojaviti inicijalna geometrijska odstupanja i zaostala naprezanja. Zaostala naprezanja se najčešće ne uzimaju u obzir zbog velike složenosti pri njihovoj idealizaciji, a inicijalna geometrijska odstupanja se uzimaju u obzir zato jer njihov oblik i iznos znatno utječe na izvijanje tlačno opterećenih sastavnih elemenata konstrukcije. U Smithovoj metodi inicijalnih geometrijskih odstupanja je implicitno sadržan unutar korištenih $\sigma - \varepsilon$ krivulja, a u nelinearnoj metodi konačnih elemenata položaj čvorova diskretiziranog modela najčešće se modificira u skladu s relevantnim načinima izvijanja sastavnih dijelova promatrane konstrukcije. U nastavku teksta za inicijalna geometrijska odstupanja se koristi naziv imperfekcije, a u slučaju ukrepljene oplate, imperfekcije se mogu podijeliti na tri tipa [1]:

1. inicijalni pomaci čvorova oplate između ukrepljenja okomito na ravninu oplate (tip I) – prvi način izvijanja oplate između ukrepljenja,
2. inicijalni pomaci čvorovi ukrepa i oplate između njih okomito na ravninu oplate (tip II) – prvi način globalnog štapnog izvijanja ukrepe sa sunosivom širinom oplate,
3. inicijalni pomaci čvorova ukrepa okomito na ravninu struka ukrepe (tip III) – lokalno izvijanje struka ukrepe.

Na slici 19. prikazana su sva tri tipa inicijalnih geometrijskih odstupanja. Periodičke funkcije zasnovane na Fourierovim redovima omogućuju idealizaciju oblika sva tri tipa inicijalnih geometrijskih odstupanja, a ukupni oblik odstupanja određuje se superpozicijom sva tri tipa.

Prema slici 19. vertikalni pomak (u smjeru osi *z*) za *i*-ti čvor promatrane ukrepljene oplate dan je izrazom:

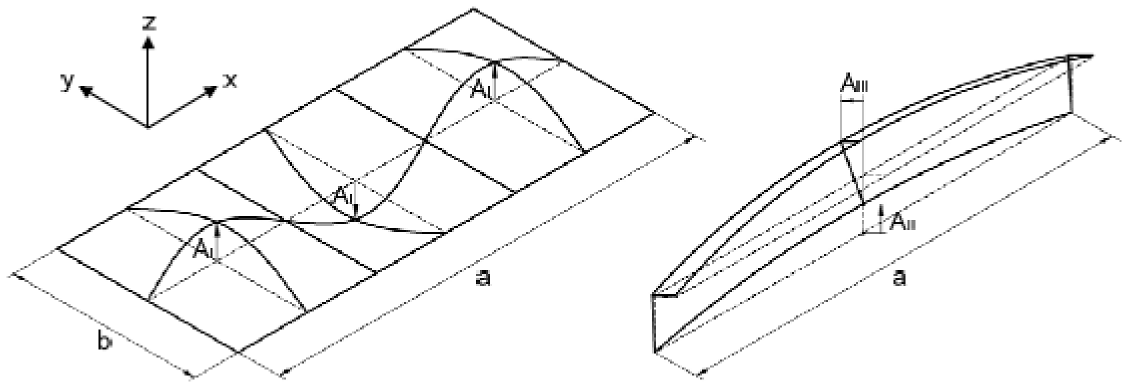
$$w_i^{IGO} = A_I \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} + A_{II}\sin\frac{\pi x}{a}, \tag{4.1}$$

gdje je:

$$\frac{a}{b} \le \sqrt{m(m+1)}, \tag{4.2}$$

$$n = 1. \tag{4.3}$$

U izrazu (4.2) *m* je najmanji cijeli broj poluvalova izvijanja oplate u smjeru osi *x*, a u izrazu (4.3) *n* je najmanji cijeli broj poluvalova izvijanja oplate u smjeru osi *y*.




**Slika 19. Inicijalna geometrijska odstupanja: tip I (lijevo) i tip II I III (desno) [1]**

Svaki tip imperfekcije ima svoju amplitudu odstupanja, a izrazi za tip I glase:

$$A_I = C_{Ia} b, \tag{4.4}$$

$$A_I = C_{Ib} \beta^2 t_p. \tag{4.5}$$

U izrazu (4.4) $C_{Ia}$ je bezdimenzijski parametar za srednju razinu inicijalnih geometrijskih odstupanja u čeličnoj oplati konstrukcije čija vrijednost prema pravilima klasifikacijskih društava u brodogradnji iznosi 0,005 m [1]. Računanje amplitude odstupanja prema izrazu (4.5) je pogodan za sve debljine oplate, a vrijednost bezdimenzijskog parametra $C_{Ib}$ ovisi o razini inicijalnih geometrijskih odstupanja u čeličnoj oplati konstrukcije:

$$C_{Ib} = \begin{cases} 0,025 & \textit{za malu razinu odstupanja} \\ 0,1 & \textit{za srednju razinu odstupanja}\ . \\ 0,3 & \textit{za veliku razinu odstupanja} \end{cases} \tag{4.6}$$

Vrijednost amplitude odstupanja $A_{II}$ za tip II pri srednjoj razini inicijalnih geometrijskih odstupanja u čeličnoj oplati konstrukcije prema pravilima klasifikacijskih društava u brodogradnji iznosi 0,0015 m [1].

Prema slici 19. izraz za horizontalni pomak (u smjeru osi *y*) za *i*-ti čvor ukrepe promatrane ukrepljene oplate glasi:

$$v_i^{IGO} = A_{III} \frac{z}{h_w} \sin \frac{\pi x}{a}\ . \tag{4.7}$$

Vrijednost amplitude odstupanja za tip III jednaka je vrijednosti amplitude odstupanja za tip II.

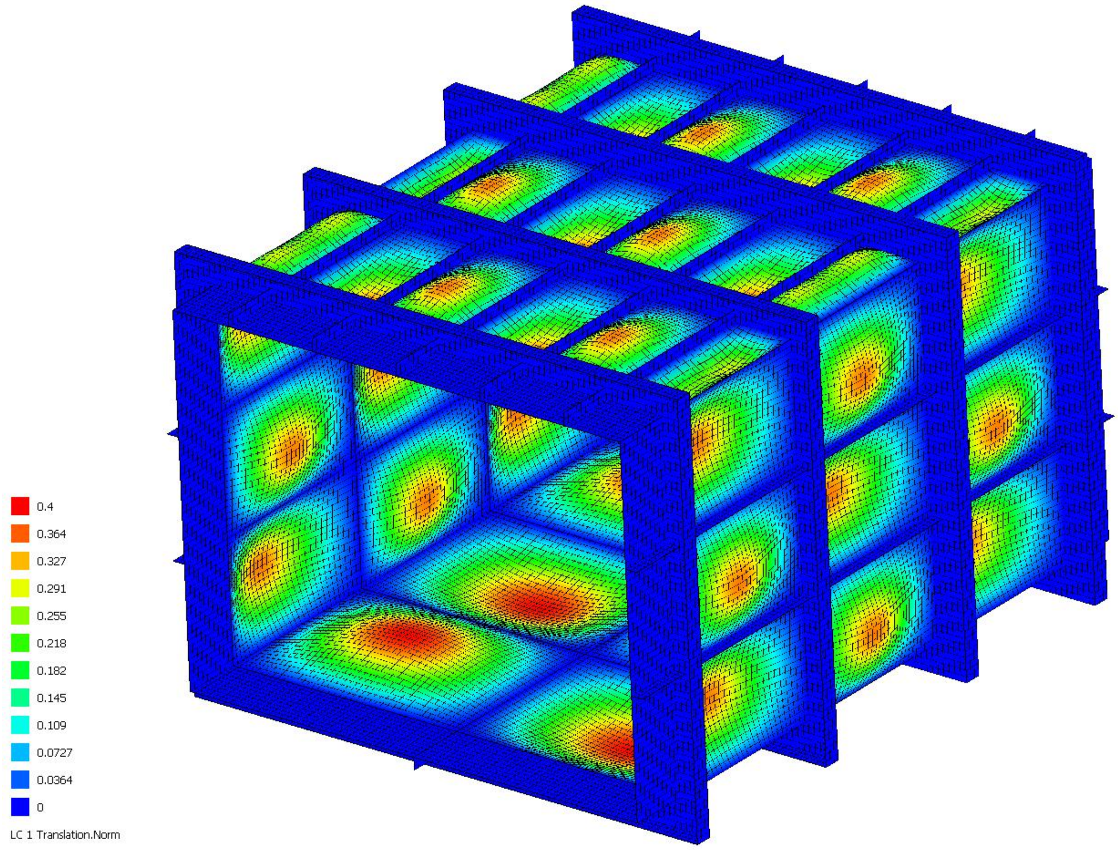
Prema [3] u analizi su primjenjene sljedeće vrijednosti amplitude odstupanja:

$$A_I = 0,4\ mm\ , \tag{4.8}$$

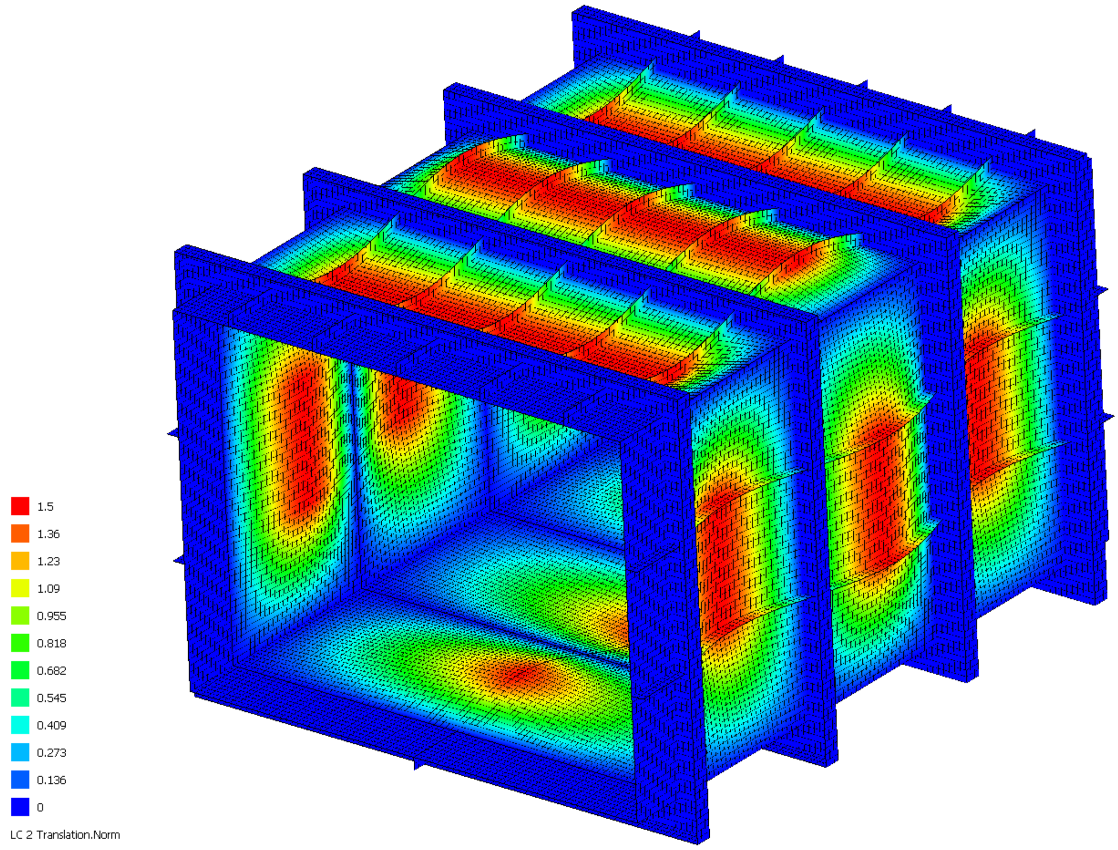
$$A_{II} = 1,5\ mm\ , \tag{4.9}$$

$$A_{III} = 1,5\ mm\ . \tag{4.10}$$

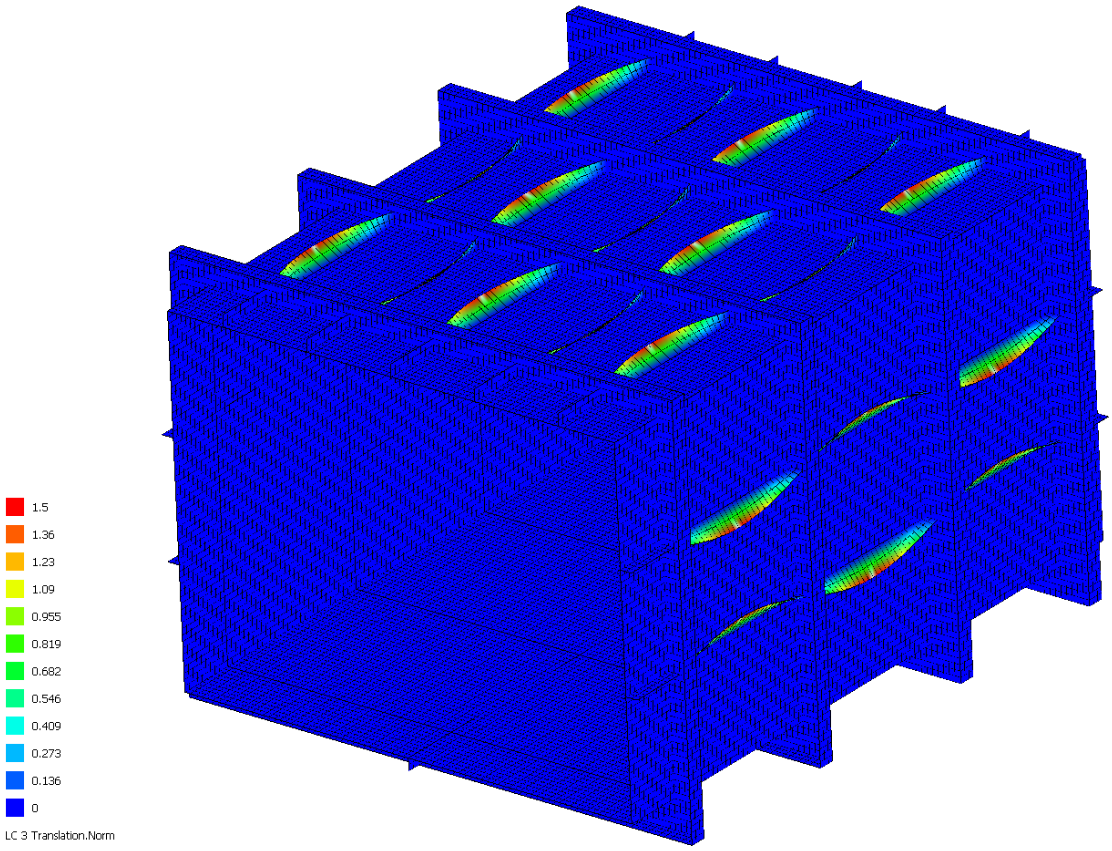
Slike 20., 21., 22., 23. prikazuju imperfekcije na modelu H300. Imperfekcije tipa I su uvećane sto puta, a ostale su uvećane dvadeset puta. Prema slici 22. se vidi da su imperfekcije tipa II postavljene tako da na središnjem dijelu dolazi do pregiba ukrepa i oplate.



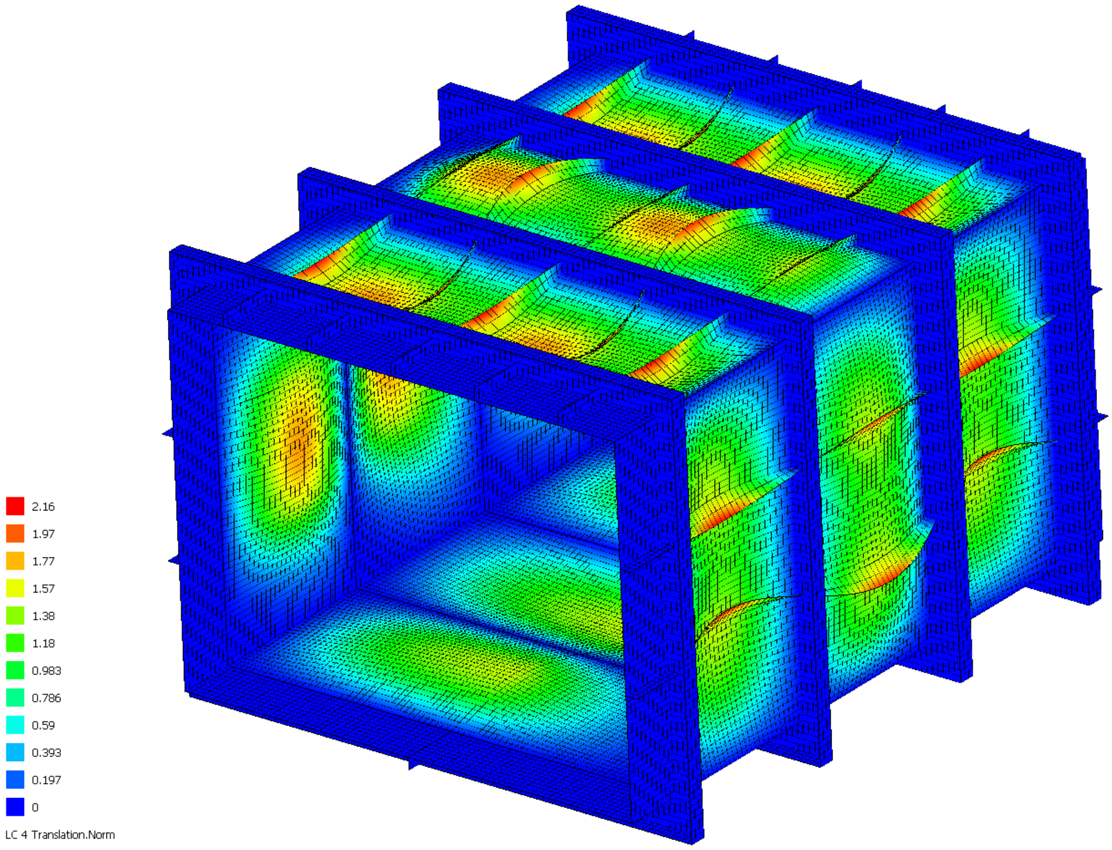

**Slika 20. Imperfekcije tipa I**




**Slika 21. Imperfekcije tipa II**




**Slika 22. Imperfekcije tipa III**



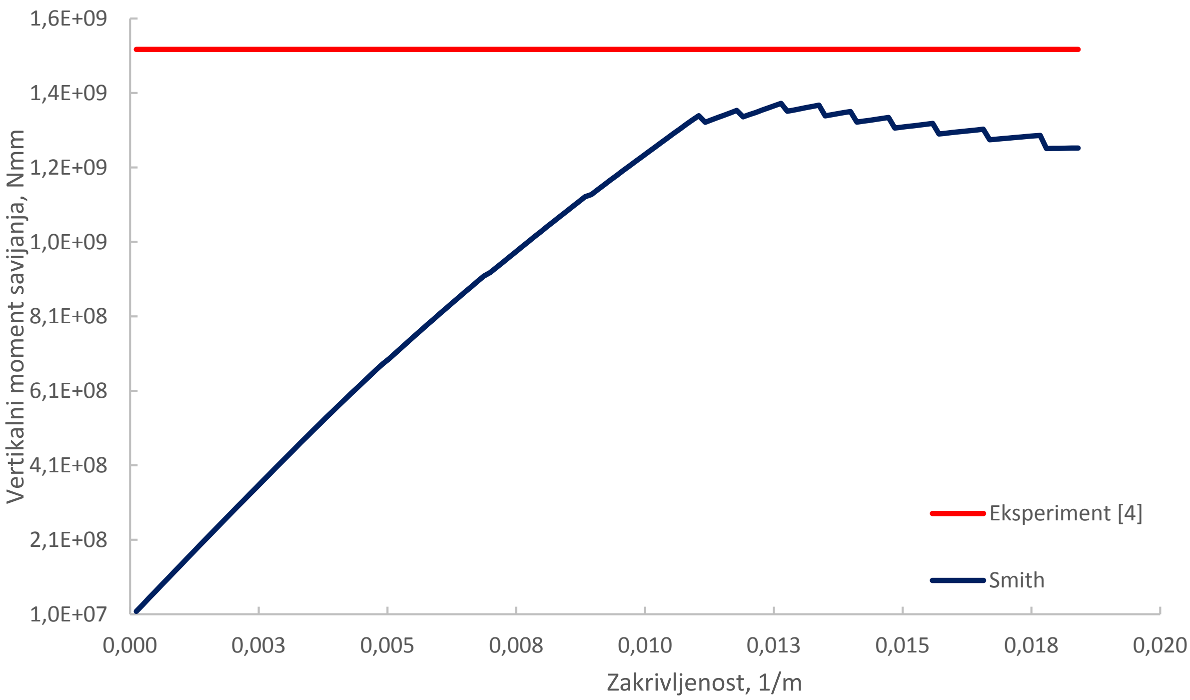

**Slika 23. Zbroj sva tri tipa imperfekcija**

# 5. ANALIZA REZULTATA

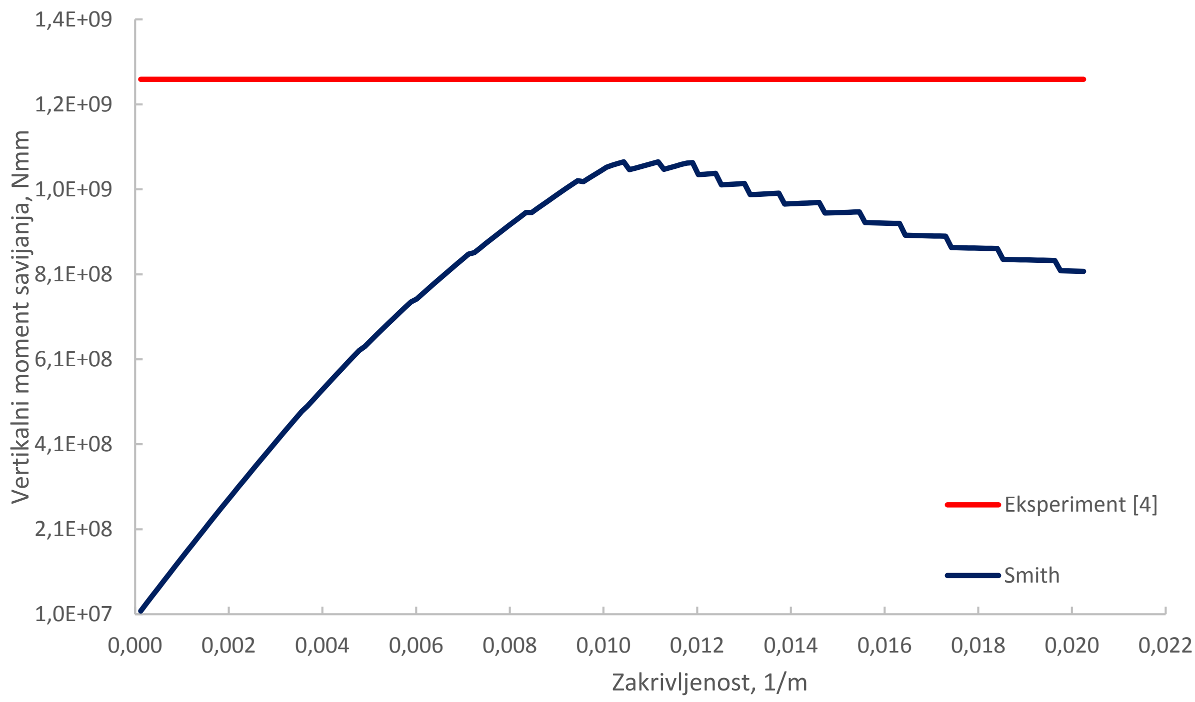
U ovome poglavlju su prikazani rezultati dobiveni Smithovom metodom i nelinearnom metodom konačnih elemenata (*Femap/NX Nastran*, *LS-Dyna*). Rezultati su prikazani za modele tankostjenog kutijastog nosača H200, H300 i H400 s imperfekcijama i bez imperfekcija pomoću slika u potkritičnom, graničnom i postkritičnom području te pomoću dijagrama koji prikazuju odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti. Treba napomenuti da su na slikama modeli uvećani dva puta faktorom uvećanja deformacija kako bi se jasnije vidjelo na kojim mjestima se javljaju najveći pomaci i najveće deformacije. U svim dijagramima je također prikazana vrijednost graničnog momenta savijanja dobivenog iz eksperimenta prema [4]. Na kraju je napravljena i usporedba svih dobivenih rezultata.

## 5.1. Smithova metoda

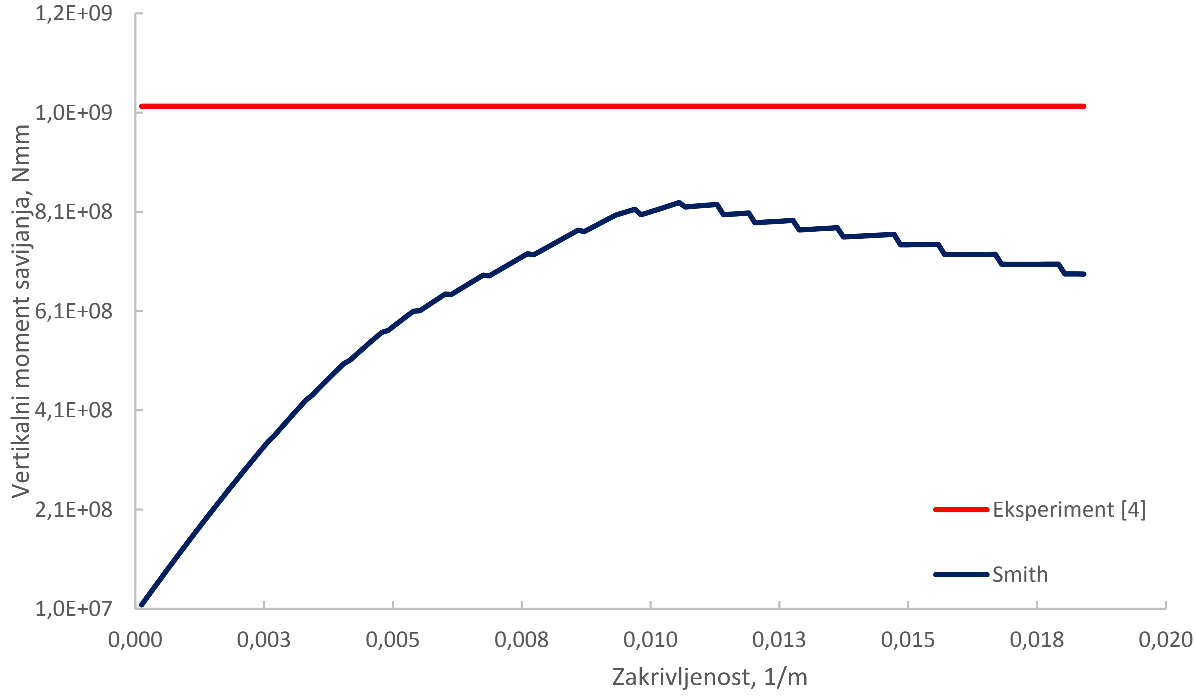
Obzirom da je ovo analitička metoda, slike konstrukcije za različita stanja ne mogu biti prikazane i dobiveni rezultati će biti nešto drugačiji od ostalih korištenih metoda no dobiveni dijagram odnosa vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti nam može poslužiti za usporedbu s drugim rezultatima. Slike 24., 25., 26. prikazuju dijagrame odnosa vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za modele H200, H300 i H400.




**Slika 24. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H200 modela prema Smithu**




**Slika 25. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H300 modela prema Smithu**




**Slika 26. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H400 modela prema Smithu**

Iz dijagrama na slikama se vidi da je model H200 najkrući.

U tablici 7. su prikazane dobivene vrijednosti graničnog momenta savijanja za pojedini model.

**Tablica 7. Granični moment savijanja pri zakrivljenosti $\kappa$**

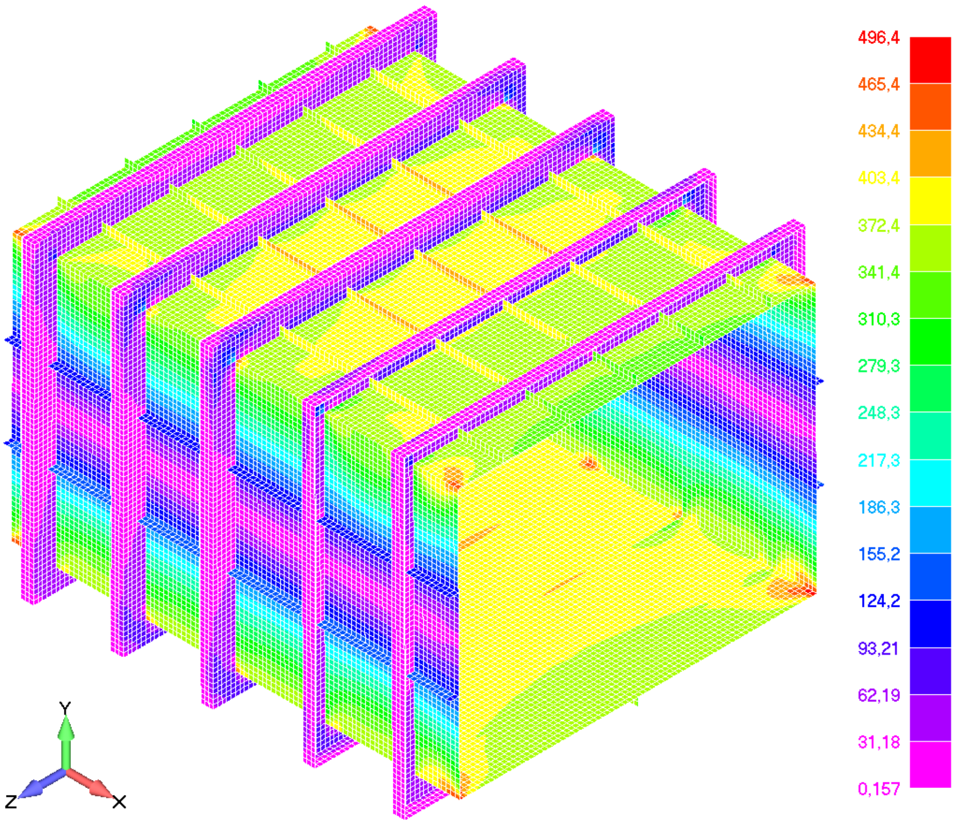
| Model | $M_{ult}$, MNmm | $M_{ult}^e$, MNm | $\kappa$, 1/m |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,382 | 1,526 | 0,0126 |
| H300 | 1,075 | 1,269 | 0,0112 |
| H400 | 0,829 | 1,026 | 0,0106 |

## 5.2. Femap/NX Nastran

### *5.2.1. Modeli bez imperfekcija*

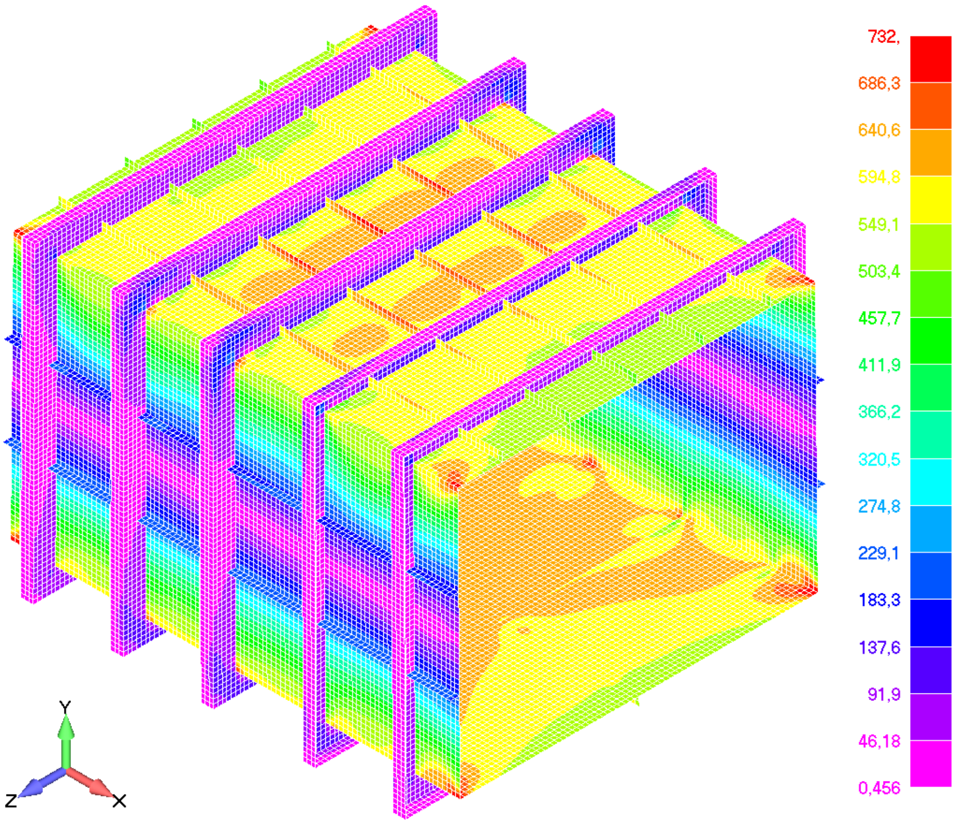
*5.2.1.1. H200*

Na slikama 27., 28. je prikazan model H200 u potkritičnom području za različite veličine opterećenja te odgovarajuća naprezanja prema Von Misesu.

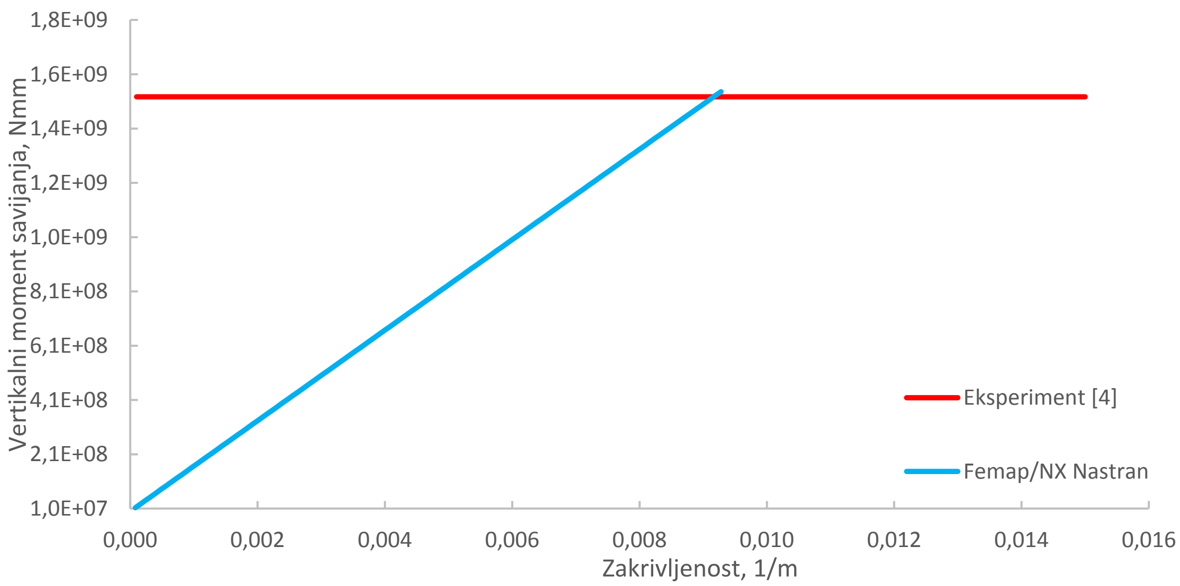



**Slika 27. Von Misesova naprezanja za model H200 bez imperfekcija za 50% opterećenja - *Femap/NX Nastran***

*NX Nastran* kao zadani rješavač u *Femapu* je pri 77,33% opterećenja prekinuo analizu jer unutar zadanog broja koraka nije uspio iskonvergirat rješenje pa tako se ne može sa sigurnošću reći koja je vrijednost graničnog momenta savijanja niti u kojem području će se nalazit nosač poslije veličine opterećenja od 77,33%. Prema slici 28. najveća naprezanja se javljaju na ukrepama u središnjem dijelu nosača i na spojevima bočne oplate s oplatom palube i dna. Na slici 29. se vidi odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H200 te se može reći da je nosač tokom analize stalno u potkritičnom području, a da u trenutku prekida analiza dosegnuto granično stanje.



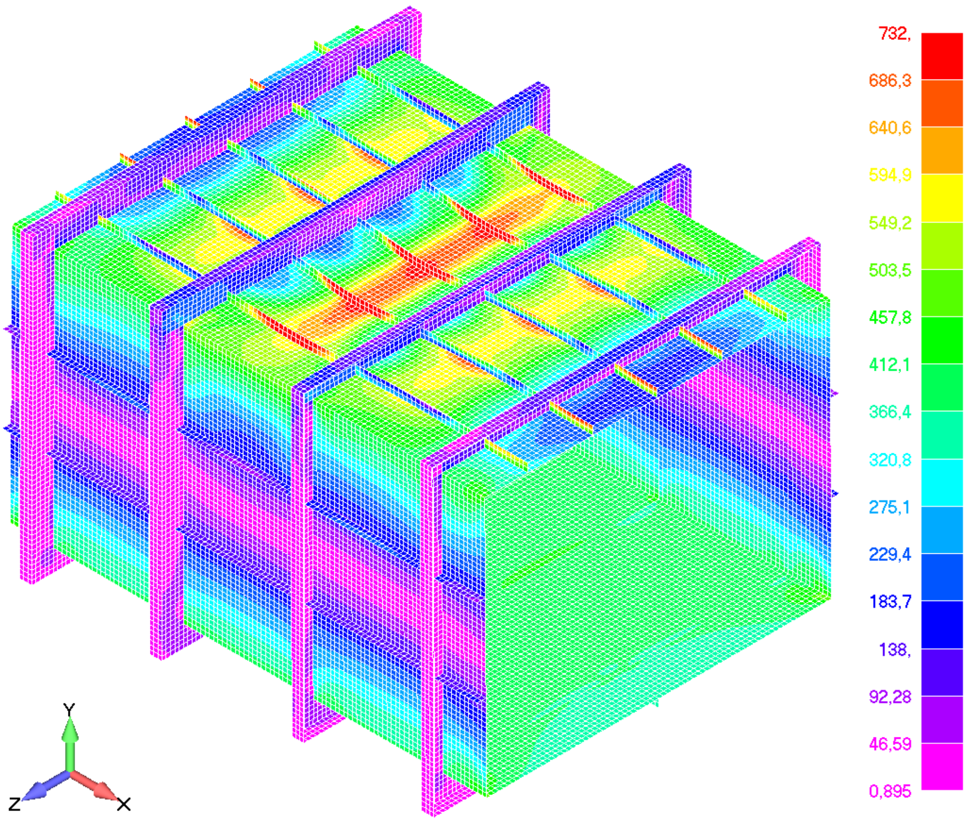

**Slika 28. Von Misesova naprezanja za model H200 bez imperfekcija za 77,33% opterećenja - *Femap/NX Nastran***



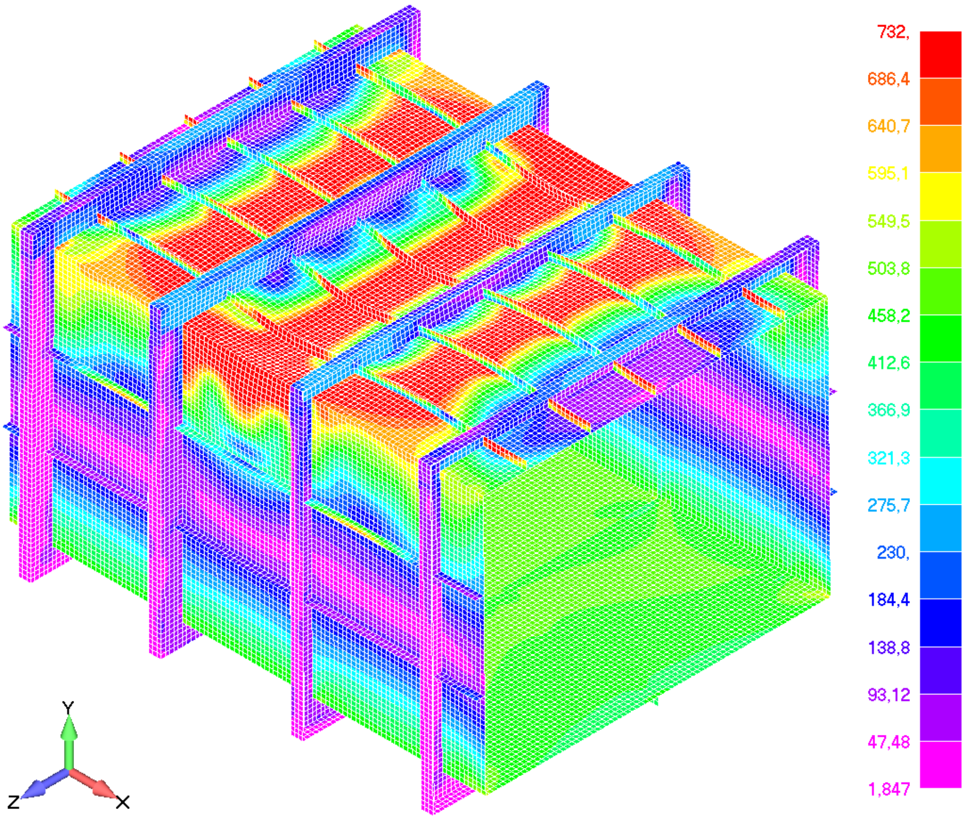

**Slika 29. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H200 modela bez imperfekcija - *Femap/NX Nastran***

### 5.2.1.2. H300

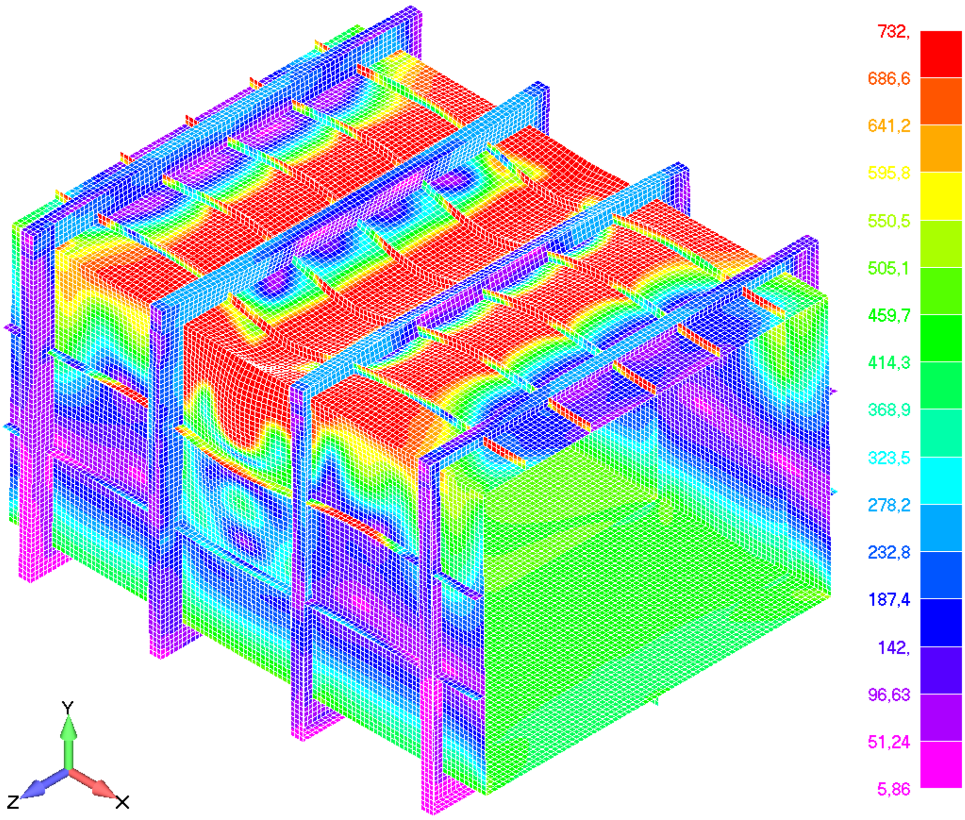
Na slikama 30., 31., 32. je prikazan model H300 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Granično stanje kod kojeg se javlja granični moment savijanja je postignuto pri 67,29% opterećenja. Prema slikama za model H300 se vidi da se najveća naprezanja prvo javljaju u ukrepama te da s postupnim povećavanjem opterećenja dolazi do popuštanja. Pojavom prvih plastičnih deformacija na ukrepama, oplata središnjeg dijela palube počinje preuzimat dio opterećenja te se sve veća naprezanja počinju javljati u oplati palube i oplati bokova na spoju s oplatom palube. Prvo se događa kolaps ukrepa nakon čega oplata preuzima opterećenje i dolazi do njenog kolapsa. Ovakav način kolapsa je tipičan oblik kolapsa ukrepa. Na slici 33. je prikazan stvarni model H300 nakon provedenog eksperimenta i vidi se da su najveći pomaci i deformacije na ukrepama, oplati palube i boka središnjeg dijela modela. Ako se usporedi stvarni model nosača sa slike 33. s numeričkim modelom sa slike 32. vidi se da se deformiraju na isti način i da na istim mjestima dolazi do popuštanja. Na slici 34. se vidi odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H300. Vidi se da model ima slično ponašanje kao model H200 no rješavač uspjeva isknovergirat rješenje i nosač dolazi u granično stanje te postkritično područje.




**Slika 30. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u potkritičnom području - *Femap/NX Nastran***

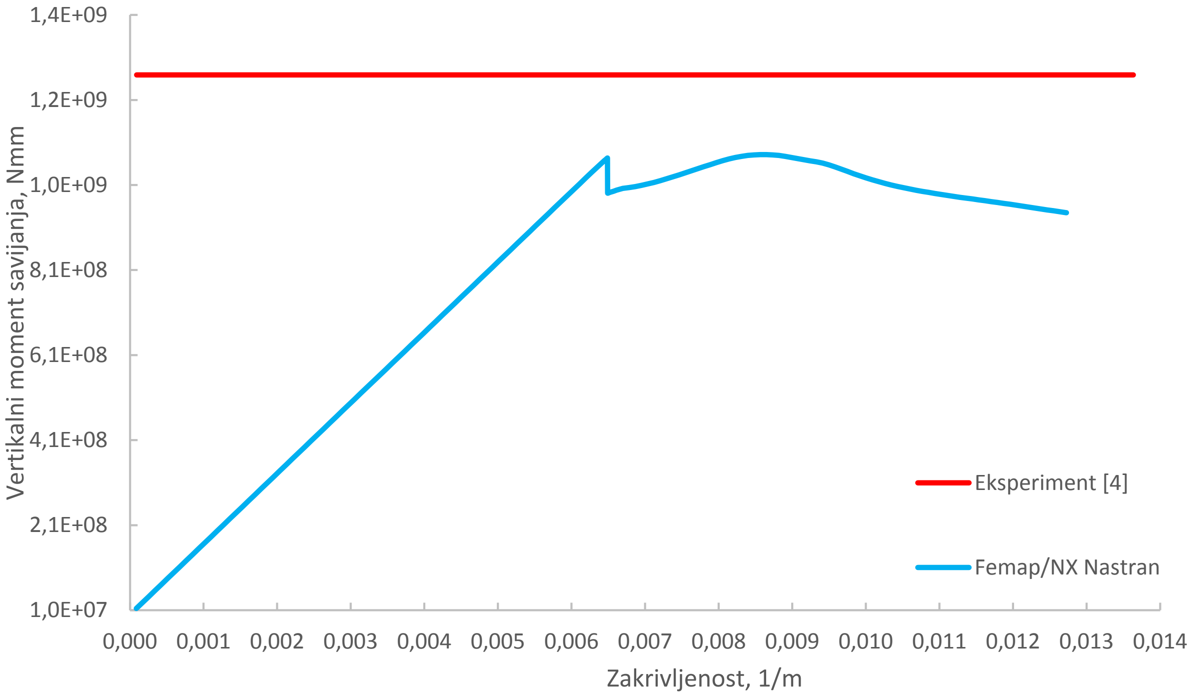



**Slika 31. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u graničnom stanju - *Femap/NX Nastran***




**Slika 32. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u postkritičnom području - *Femap/NX Nastran***

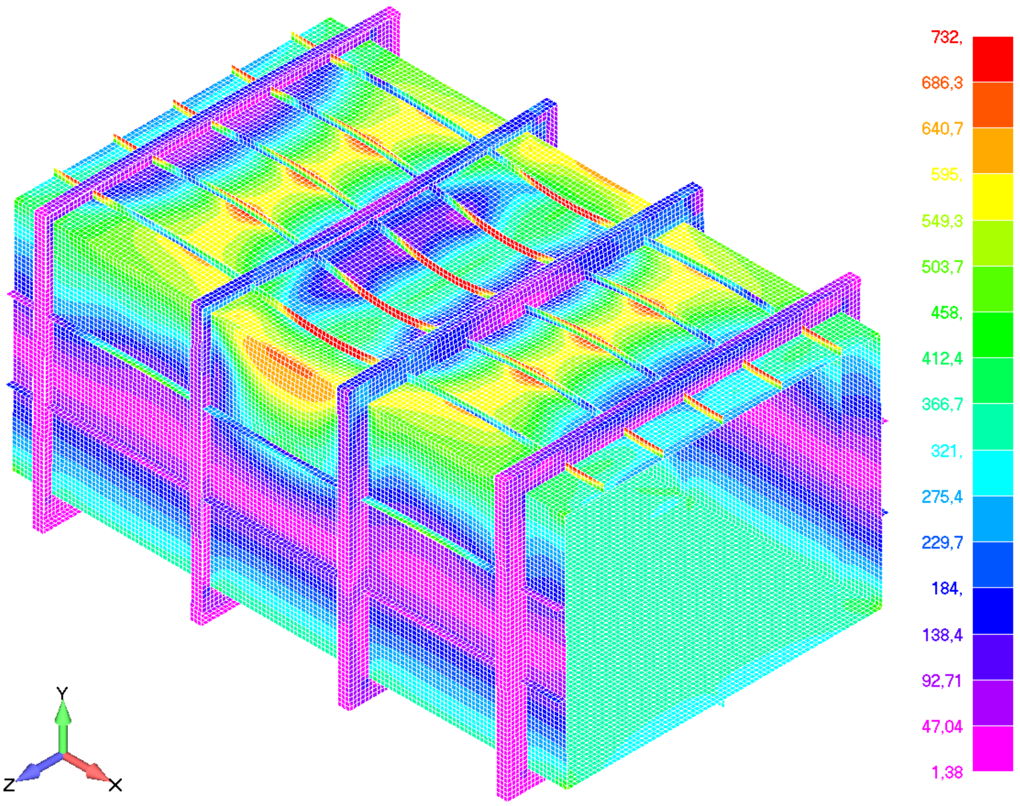
**Slika 33. Deformacije oplate i ukrepa modela H300 nakon eksperimenta [4]**



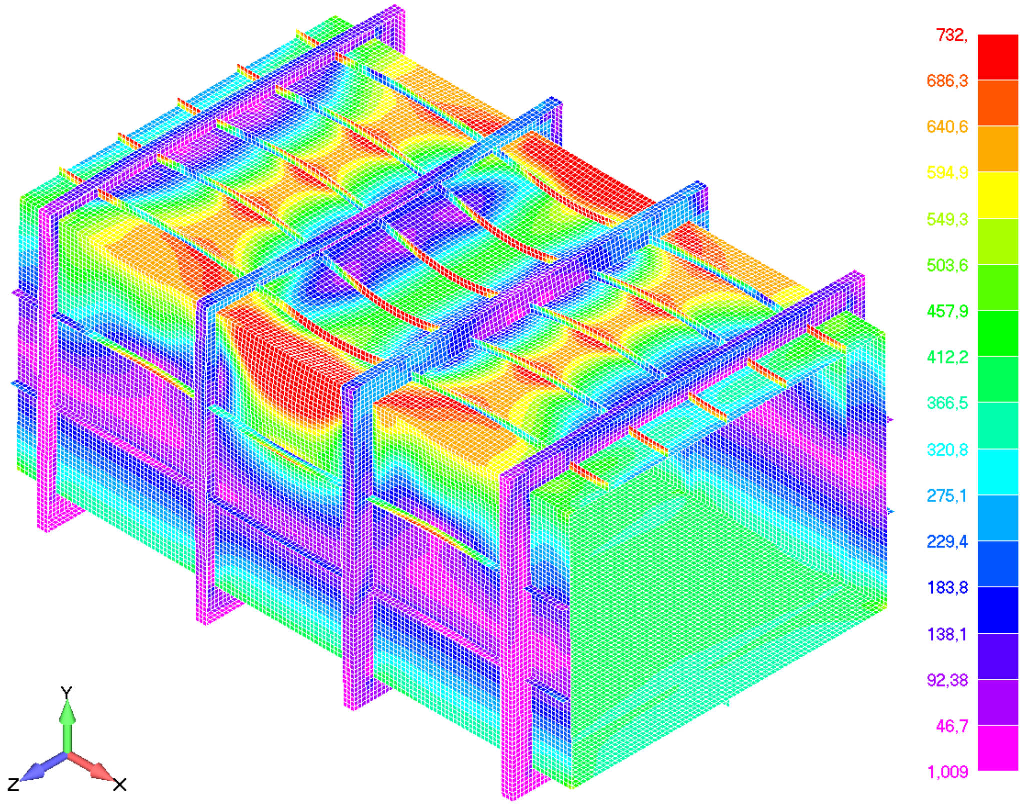

**Slika 34. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H300 modela bez imperfekcija - *Femap/NX Nastran***

### 5.2.1.3. H400

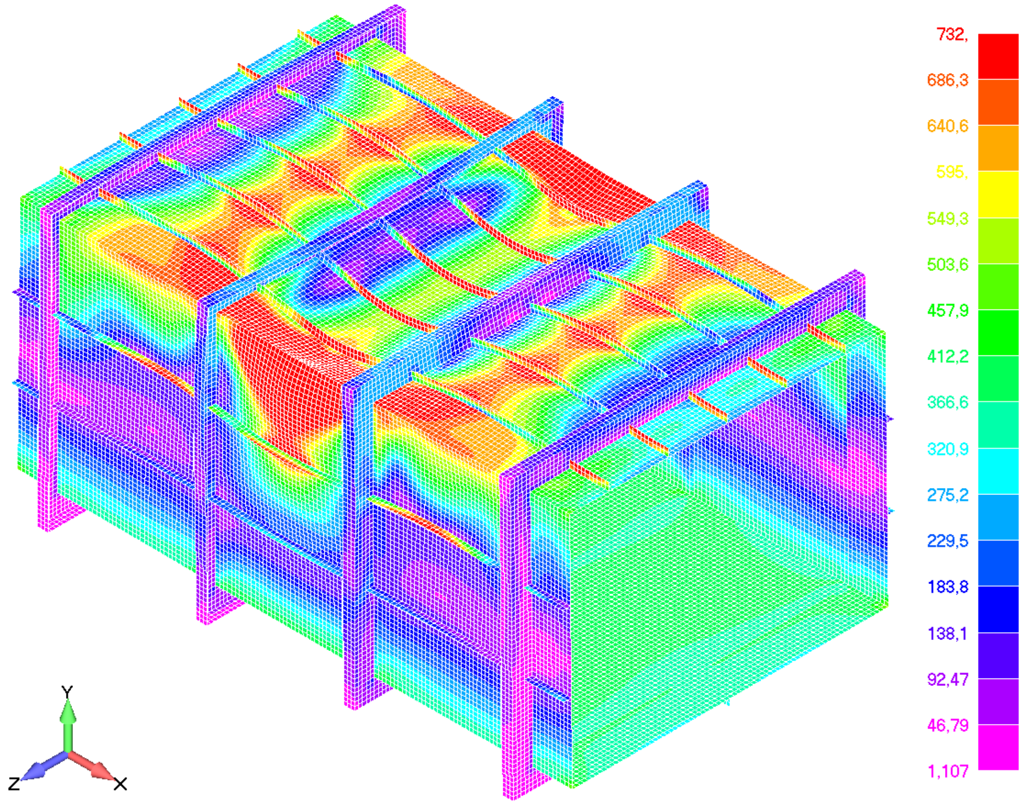
Na slikama 35., 36., 37. je prikazan model H400 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Granično stanje kod kojeg se javlja granični moment savijanja je postignuto pri 76,67% opterećenja. Postupnim povećanjem opterećenja prema slikama se vidi da se nosač deformira na sličan način kao H300 i da se najveća naprezanja javljaju na sličnim mjestima uz razliku da nakon plastificiranja ukrepa veća naprezanja prije javljaju u vanjskim dijelovima oplate palube, a ne u središnjem dijelu. Također se vidi da se u postkritičnom području velika naprezanja javljaju i na ukrepama bočne oplate i u samoj bočnoj oplati osobito na sredini nosača. Slika 38. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H400.



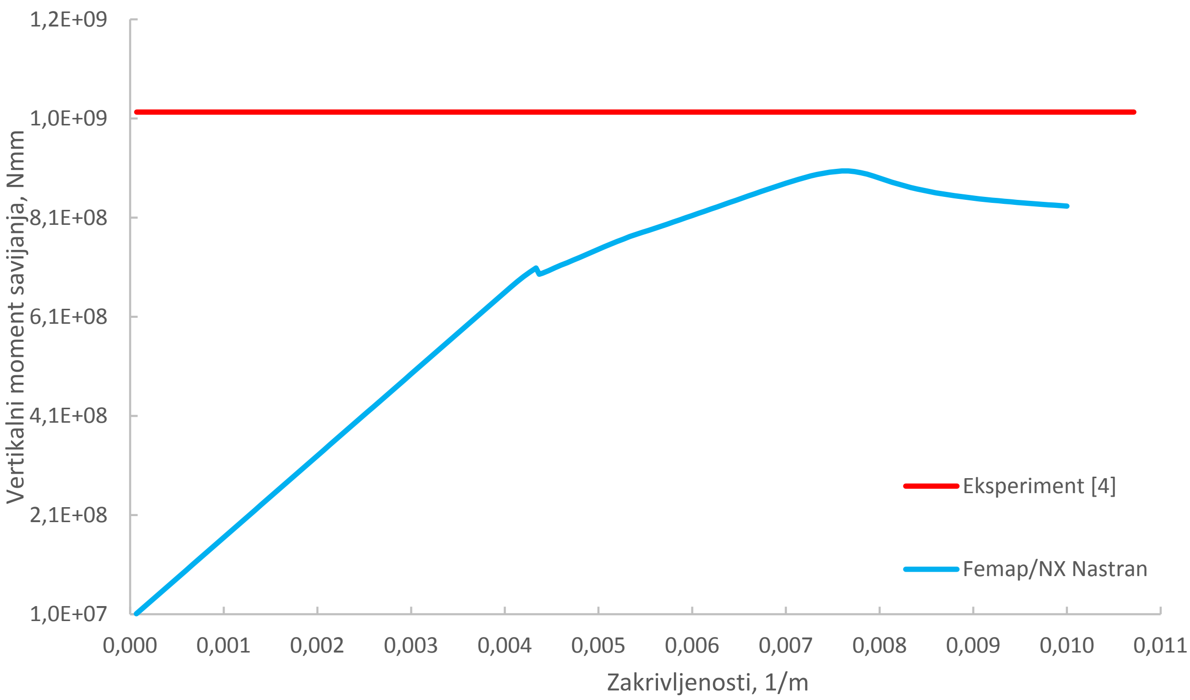

**Slika 35. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u potkritičnom području - *Femap/NX Nastran***




**Slika 36. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u graničnom stanju - *Femap/NX Nastran***




**Slika 37. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u postkritičnom području - *Femap/NX Nastran***




**Slika 38. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H400 modela bez imperfekcija - *Femap/NX Nastran***

Tablica 8. prikazuje dobivene vrijednosti za granični moment savijanja i najveći vertikalni pomak po apsolutnoj vrijednosti za pojedini model.

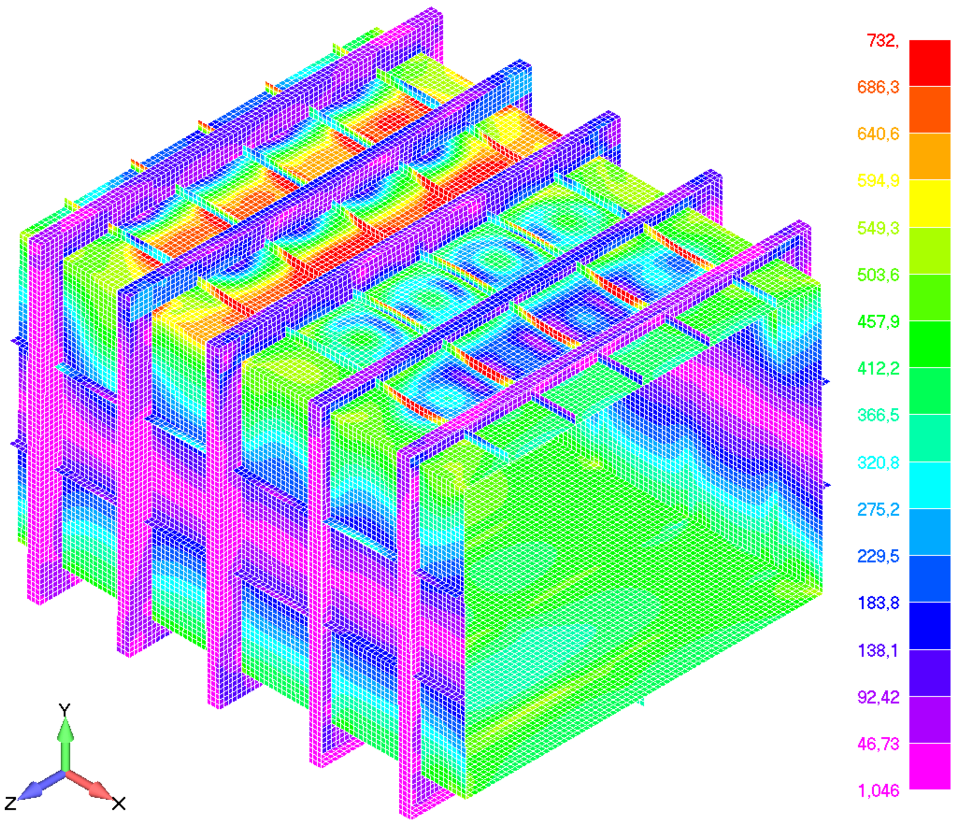
**Tablica 8. Dobivene vrijednosti graničnog momenta savijanja za modele bez imperfekcija - *Femap/NX Nastran***

| Model | $M_{ult}$, MNmm | $M_{ult}^{e}$, MNm | $\lvert w_{max}\rvert$, mm |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,546 | 1,526 | 2,335 |
| H300 | 1,082 | 1,269 | 22,91 |
| H400 | 0,904 | 1,026 | 25,68 |

### 5.2.2. Modeli s imperfekcijama

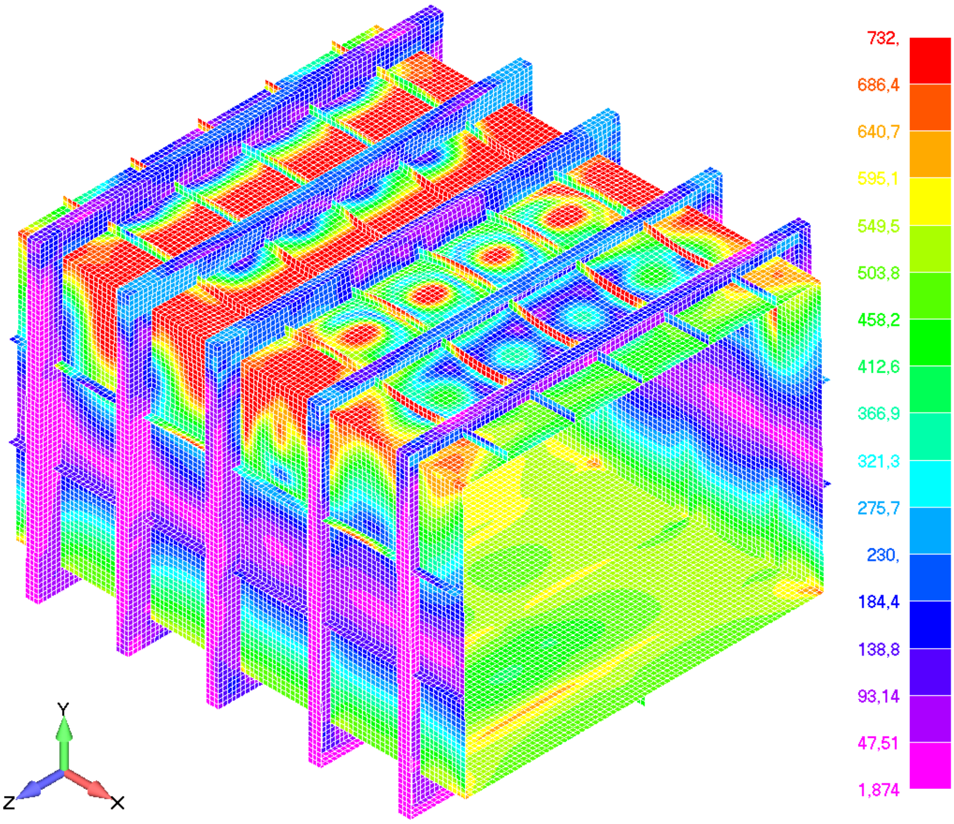
#### 5.2.2.1. H200

Na slikama 39., 40., 41. je prikazan model H200 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Granično stanje kod kojeg se javlja granični moment savijanja je postignuto pri 67,33% opterećenja. Za razliku od modela H200 bez imperfekcija, u ovome slučaju je analiza postigla iznos od 100% opterećenja i jasno se mogu vidjeti pomaci i deformacije nosača. Prema slikama se vidi da se najveća naprezanja javljaju prvo u ukrepama, a potom u oplati palube i oplati bokova što znači da prvo dolazi do plastifikacije ukrepa nakon čega oplata preuzima opterećenje pa se iz tog razloga i tamo javljaju velike vrijednosti naprezanja.

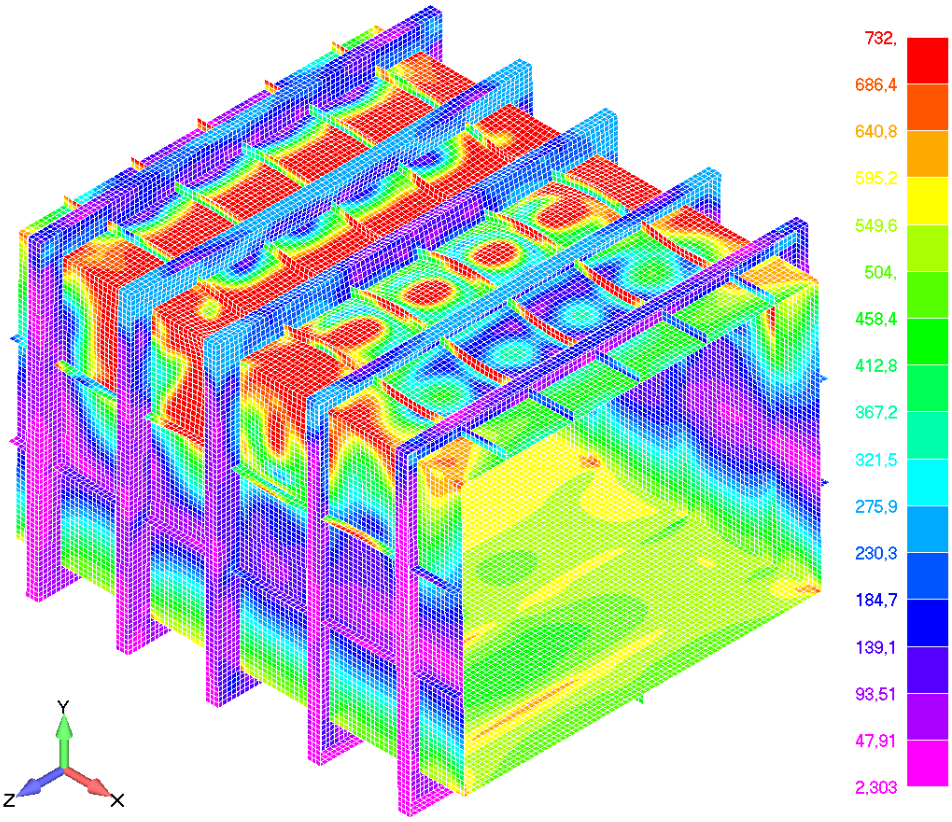



**Slika 39. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u potkritičnom području - *Femap/NX Nastran***

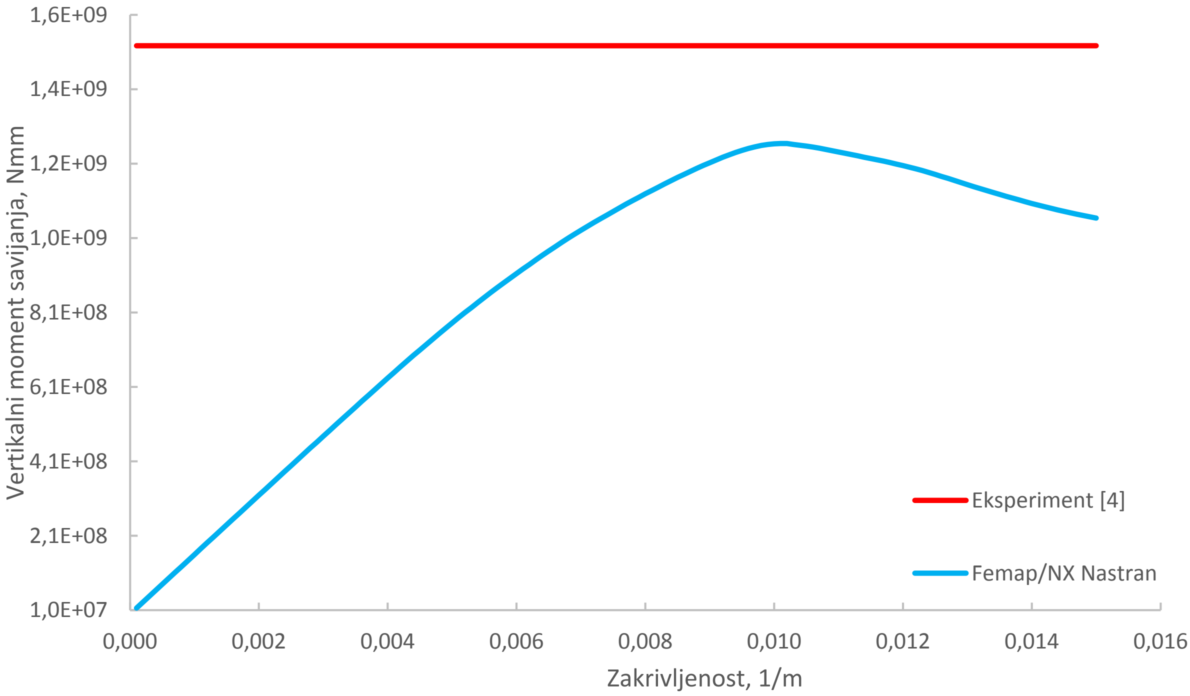
Najveći pomaci i najveće deformacije se pojavljuju na oplati u ukrepama lijevo i desno od središnjeg poprečnog okvira dok oplata i ukrepe na vanjskim dijelovima nosača ostaje skoro pa ravna, odnosno javljaju se mali pomaci i deformacije što odgovara rezultatima eksperimenta prema [4]. Na slici 42. se vidi odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H200 te se vidi puno realnije ponašanje nosača u odnosnu na model nosača H200 bez imperfekcija.




**Slika 40. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u graničnom stanju - *Femap/NX Nastran***



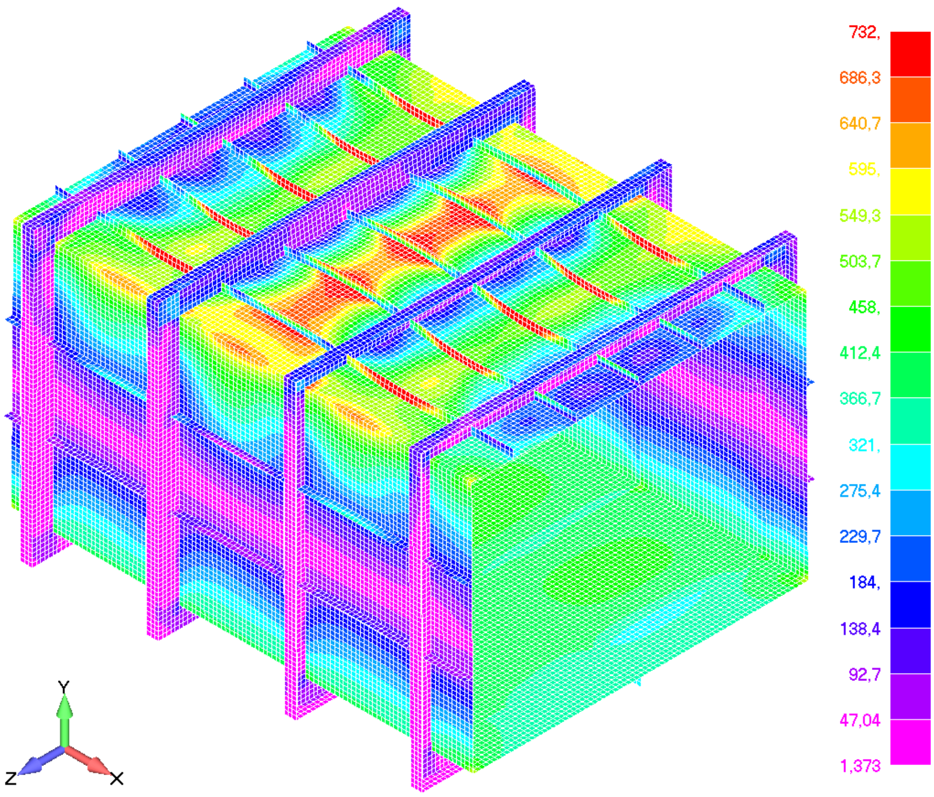

**Slika 41. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u postkritičnom području - *Femap/NX Nastran***



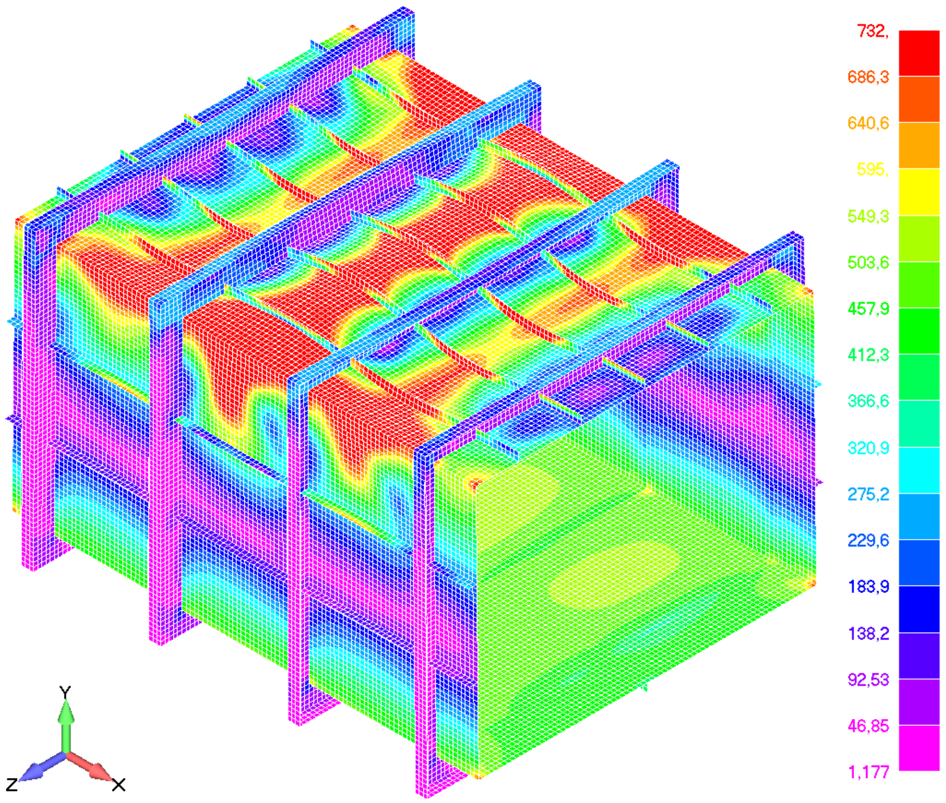

**Slika 42. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H200 modela s imperfekcijama - *Femap/NX Nastran***

### 5.2.2.2. H300

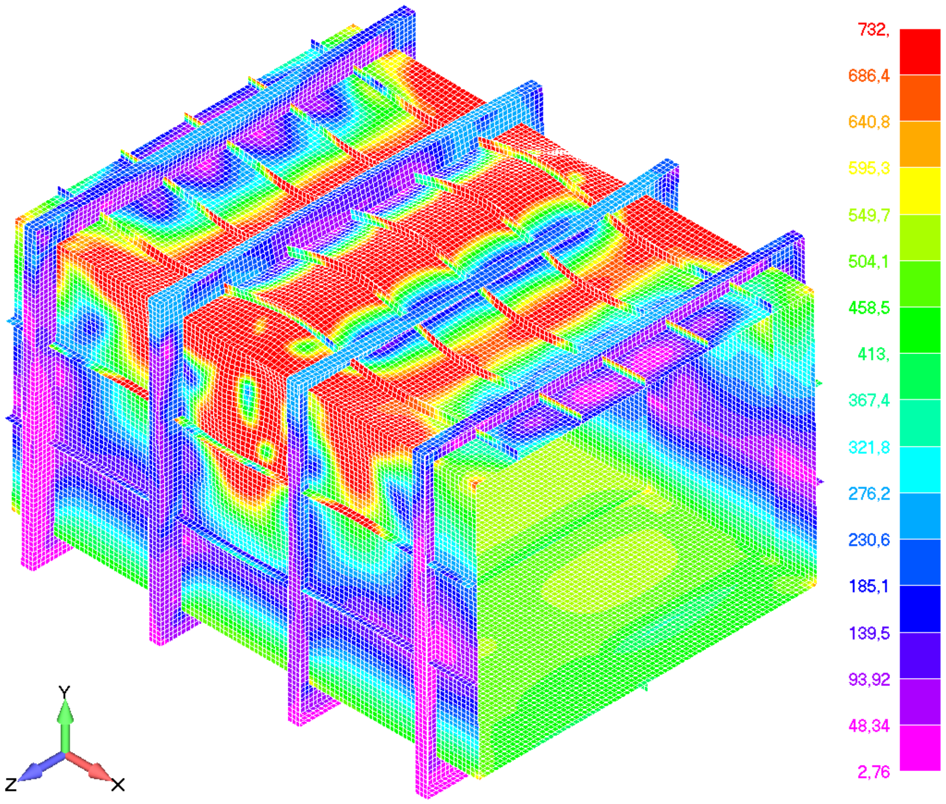
Na slikama 43., 44., 45. je prikazan model H300 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Granično stanje kod kojeg se javlja granični moment savijanja je postignuto pri 66,67% opterećenja. Prema slikama se vidi da se najveća naprezanja prvo javljaju na ukrepama, a onda na oplati palube i to na središnjem dijelu nosača kao kod modela H300 bez imperfekcija. Pomaci oplate i ukrepa kod modela H300 s imperfekcijama su u suprotnom smjeru od modela H300 bez imperfekcija zato jer su prema slici 21. imperfekcije postavljene tako da dolazi do pregiba ukrepa i oplate na središnjem dijelu modela. Također kod modela H300 s imperfekcijama se vidi da dolazi do veće deformacije bočne oplate na središnjem dijelu nosača. Na slici 46. se vidi odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H300.



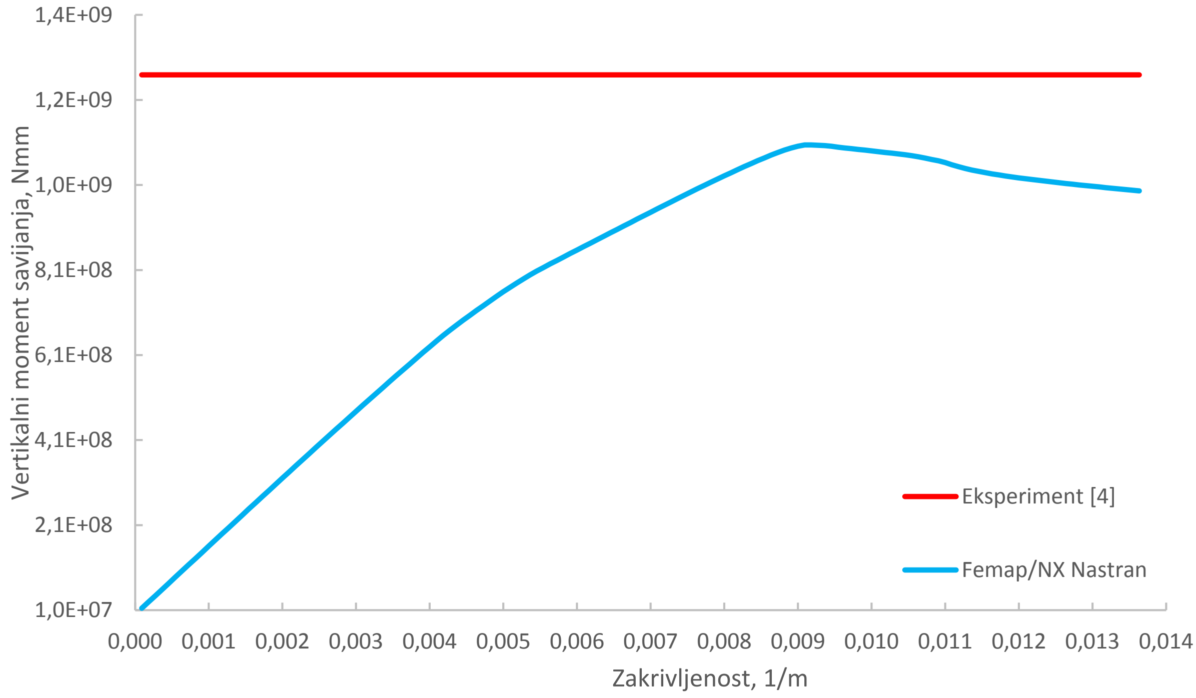

**Slika 43. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u potkritičnom području - *Femap/NX Nastran***




**Slika 44. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u graničnom stanju - *Femap/NX Nastran***



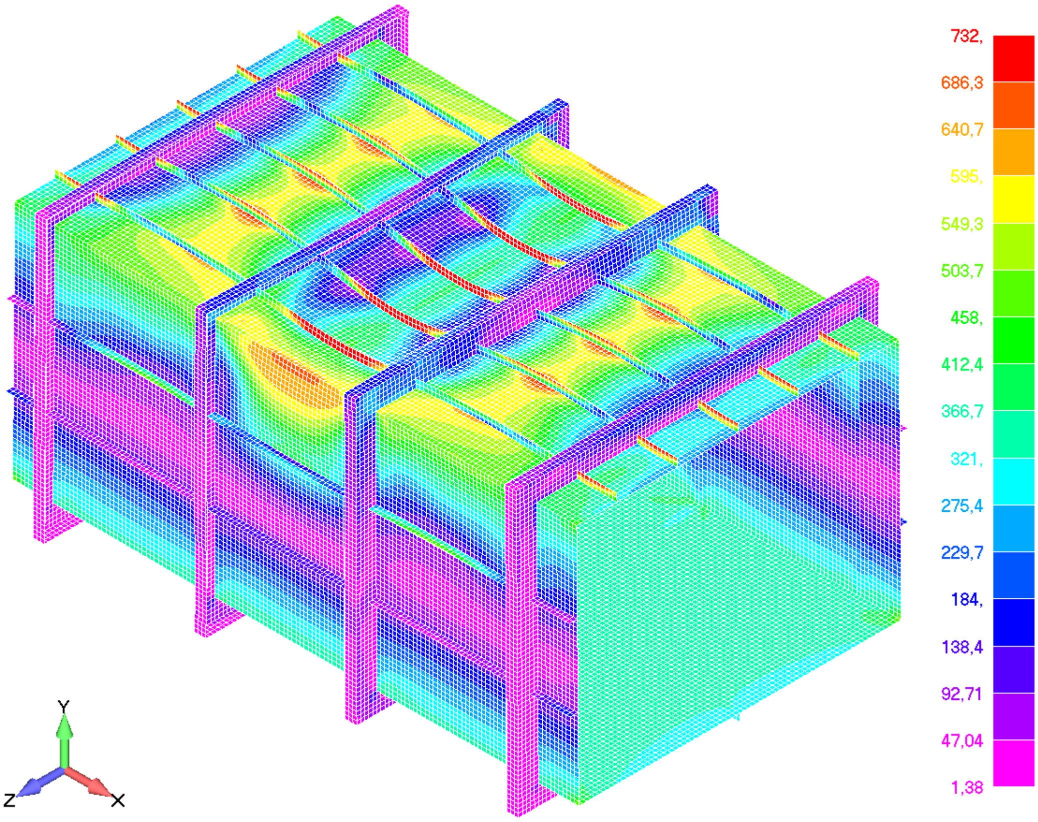

**Slika 45. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u postkritičnom području - *Femap/NX Nastran***



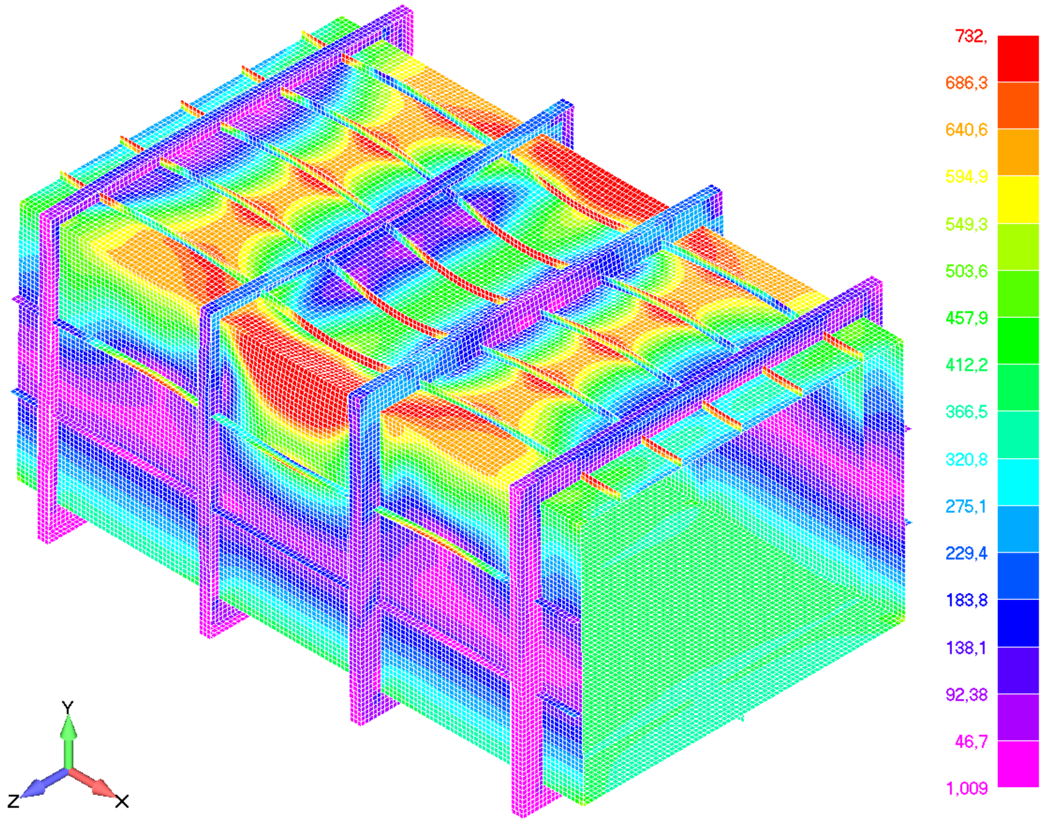

**Slika 46. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H300 modela s imperfekcijama - *Femap/NX Nastran***

### 5.2.2.3. H400

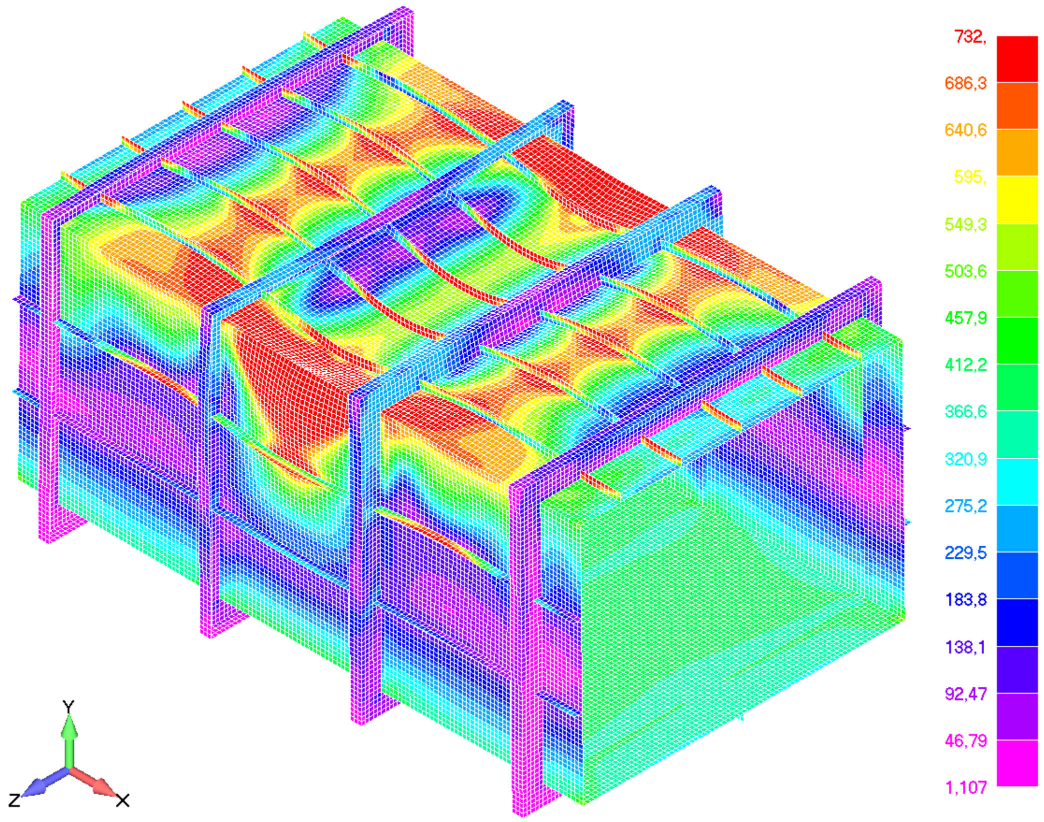
Na slikama 47., 48., 49. je prikazan model H400 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Granično stanje kod kojeg se javlja granični moment savijanja je postignuto pri 75,33% opterećenja. Modelu H400 s imperfekcijama se na sličnim mjestima kao modelu H400 bez imperfekcija javljaju najveća naprezanja te također prvo dolazi do plastifikacije ukrepa, a onda oplate palube i oplate bokova. Na slici 50. se vidi odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H400.



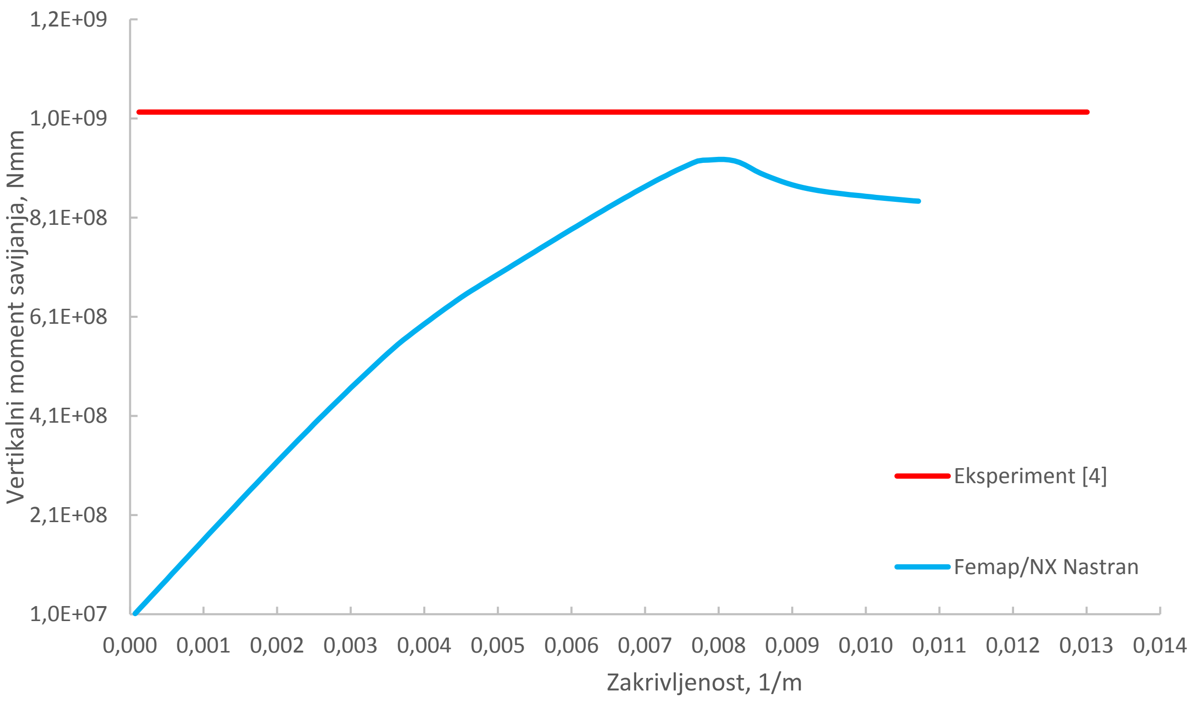

**Slika 47. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u potkritičnom području-Femap - *Femap/NX Nastran***




**Slika 48. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u graničnom stanju-Femap - *Femap/NX Nastran***




**Slika 49. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u postkritičnom području - *Femap/NX Nastran***




**Slika 50. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H400 modela s imperfekcijama - *Femap/NX Nastran***

Tablica 9. prikazuje dobivene vrijednosti za granični moment savijanja i najveći vertikalni pomak po apsolutnoj vrijednosti za pojedini model.

**Tablica 9. Dobivene vrijednosti graničnog momenta savijanja za modele s imperfekcijama - *Femap/NX Nastran***

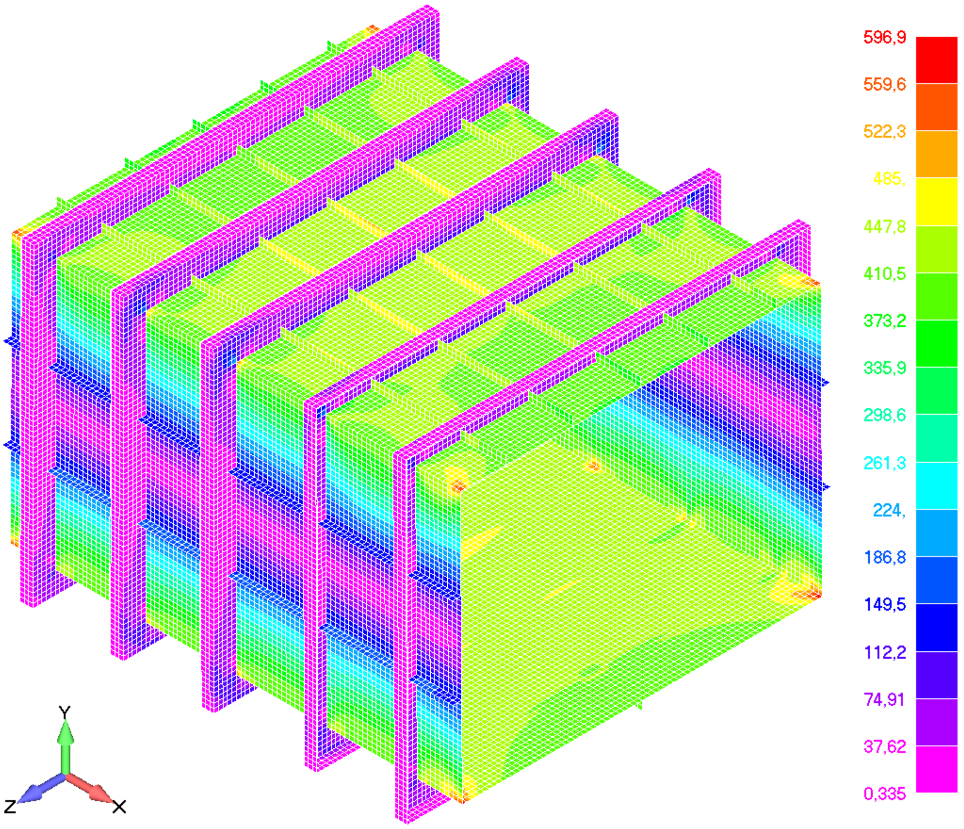
| Model | $M_{ult}$, MNmm | $M_{ult}^{e}$, MNm | $\lvert w_{max} \rvert$, mm |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,264 | 1,526 | 20,7 |
| H300 | 1,104 | 1,269 | 17,66 |
| H400 | 0,927 | 1,026 | 19,3 |

## 5.3. LS-Dyna

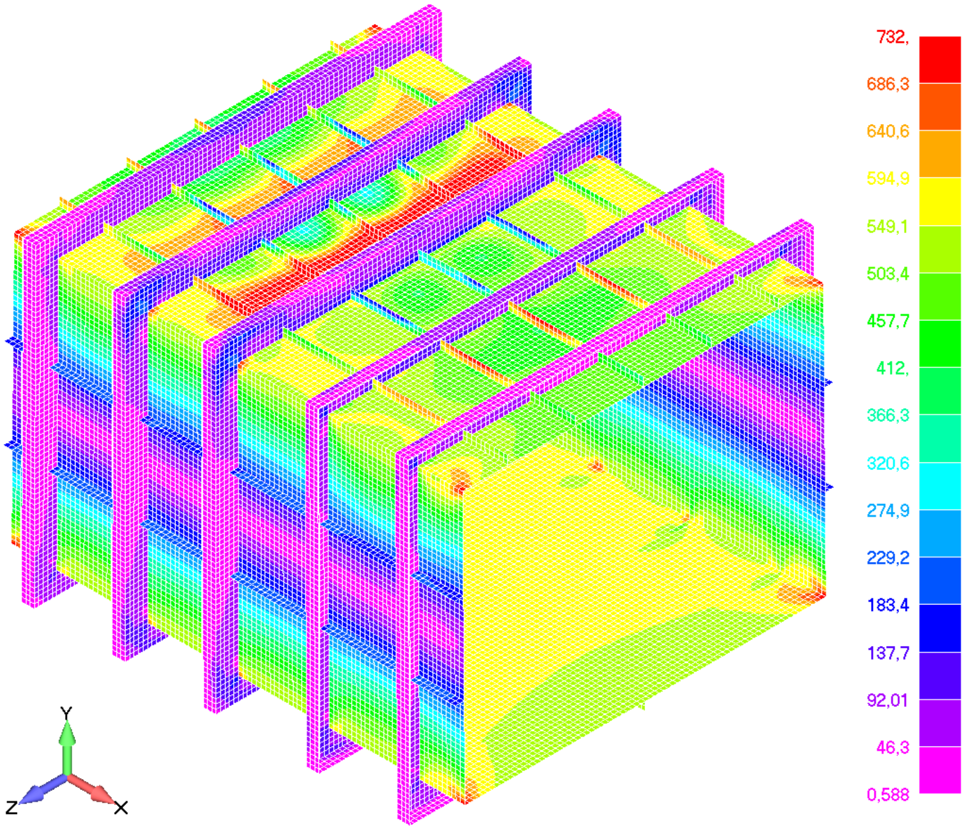
### *5.3.1. Modeli bez imperfekcija*

#### *5.3.1.1. H200*

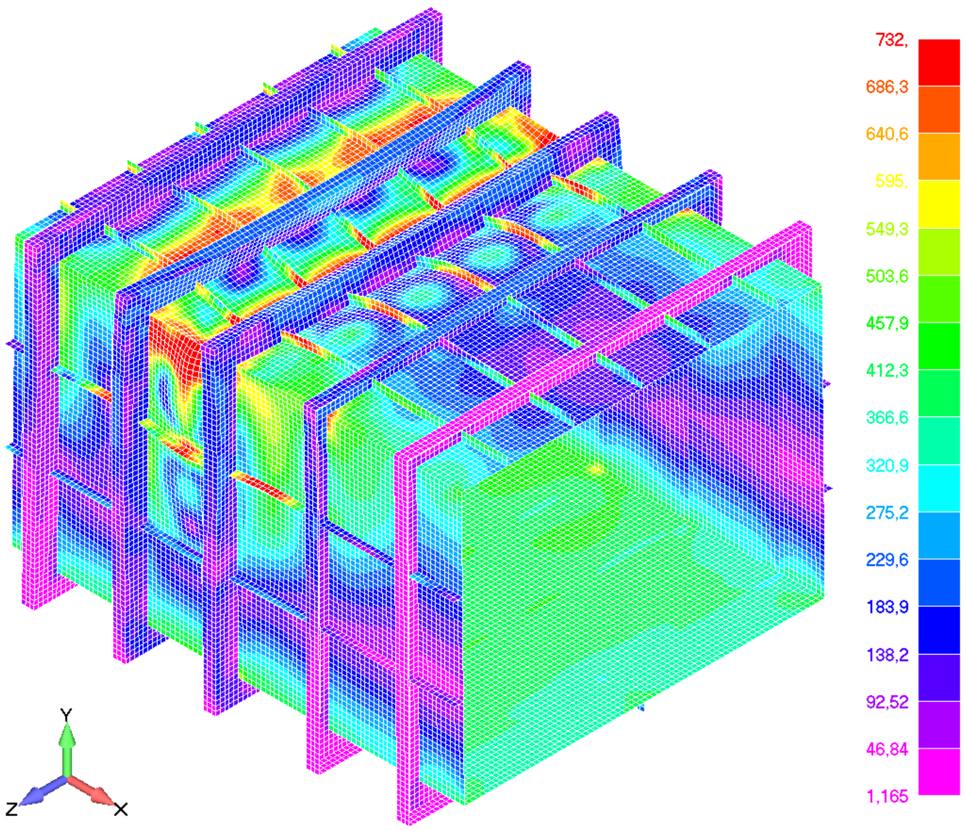
Na slikama 51., 52., 53. je prikazan model H200 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Ovaj programski paket za razliku od paketa *Femap/NX Nastran* uspjeva provesti analizu do kraja za slučaj modela H200 bez imperfekcija te se iz slika može vidjeti potkritično područje, granično stanje i postkritično područje. Slika 54. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H200.



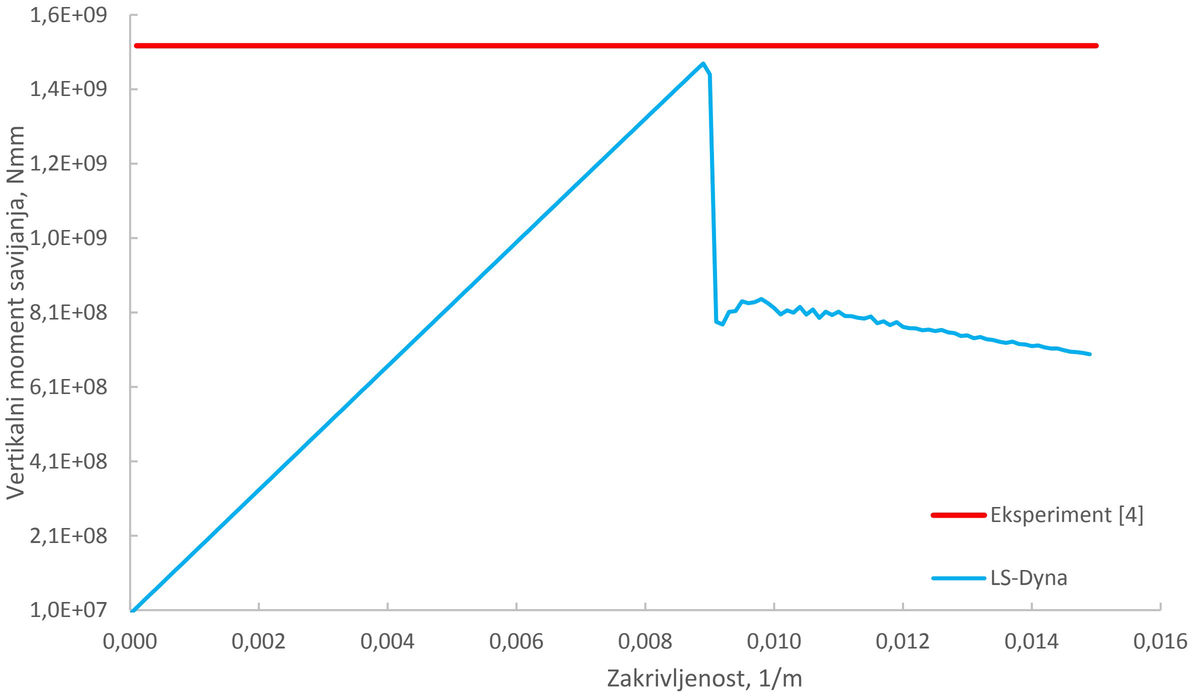

**Slika 51. Von Misesova naprezanja za model H200 bez imperfekcija u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 52. Von Misesova naprezanja za model H200 bez imperfekcija u graničnom stanju - *LS-Dyna***



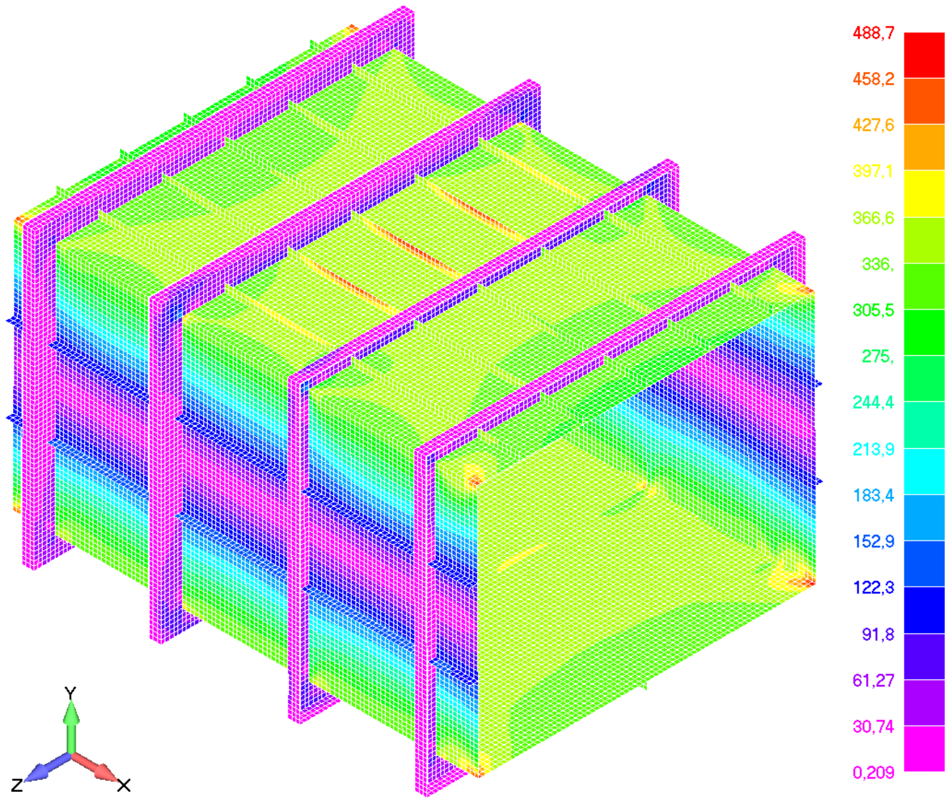

**Slika 53. Von Misesova naprezanja za model H200 bez imperfekcija u postkritičnom području - *LS-Dyna***



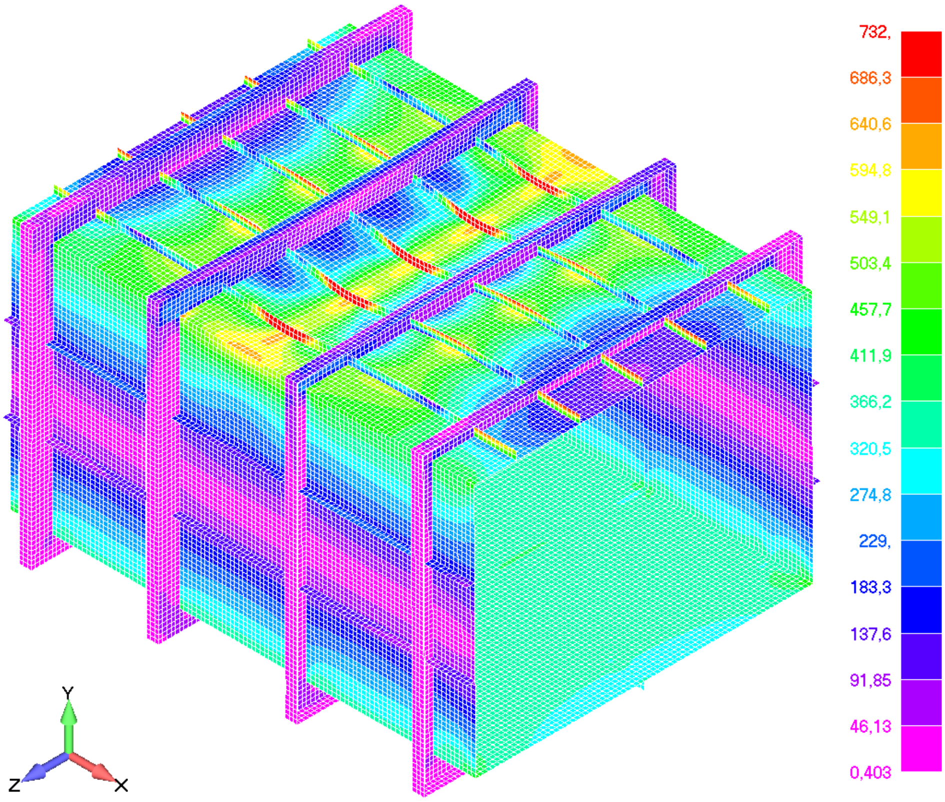

**Slika 54. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H200 modela bez imperfekcija - *LS-Dyna***

### 5.3.1.2. H300

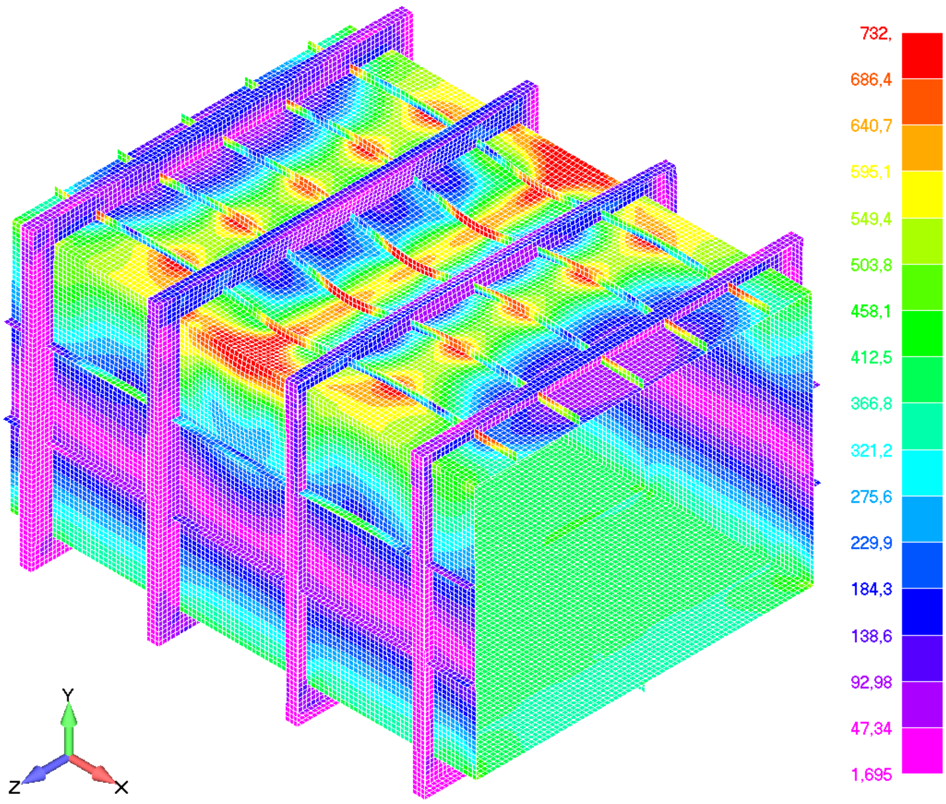
Na slikama 55., 56., 57. je prikazan model H300 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Iz slika se vidi da se najveća naprezanja pojavljuju u ukrepama u središnjem dijelu nosača te se povećanjem opterećenja sve veća naprezanja pojavljuju i u oplati palube. Slika 58. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H300.



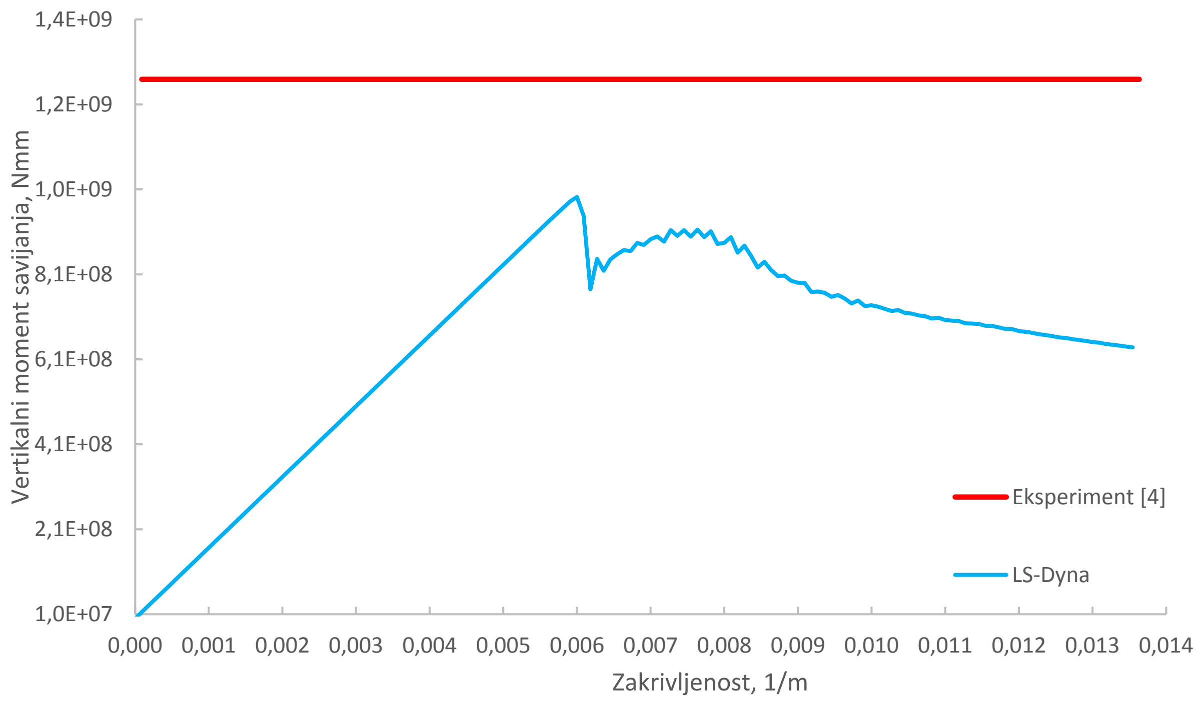

**Slika 55. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 56. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u graničnom stanju - *LS-Dyna***



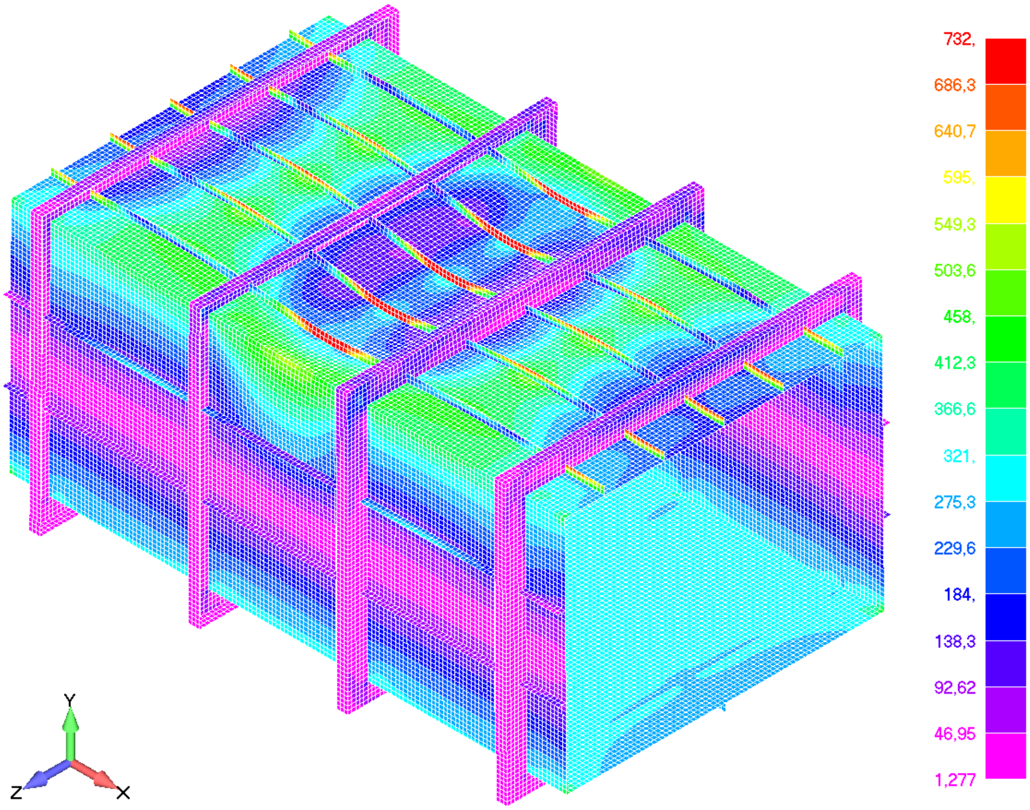

**Slika 57. Von Misesova naprezanja za model H300 bez imperfekcija u postkritičnom području - *LS-Dyna***



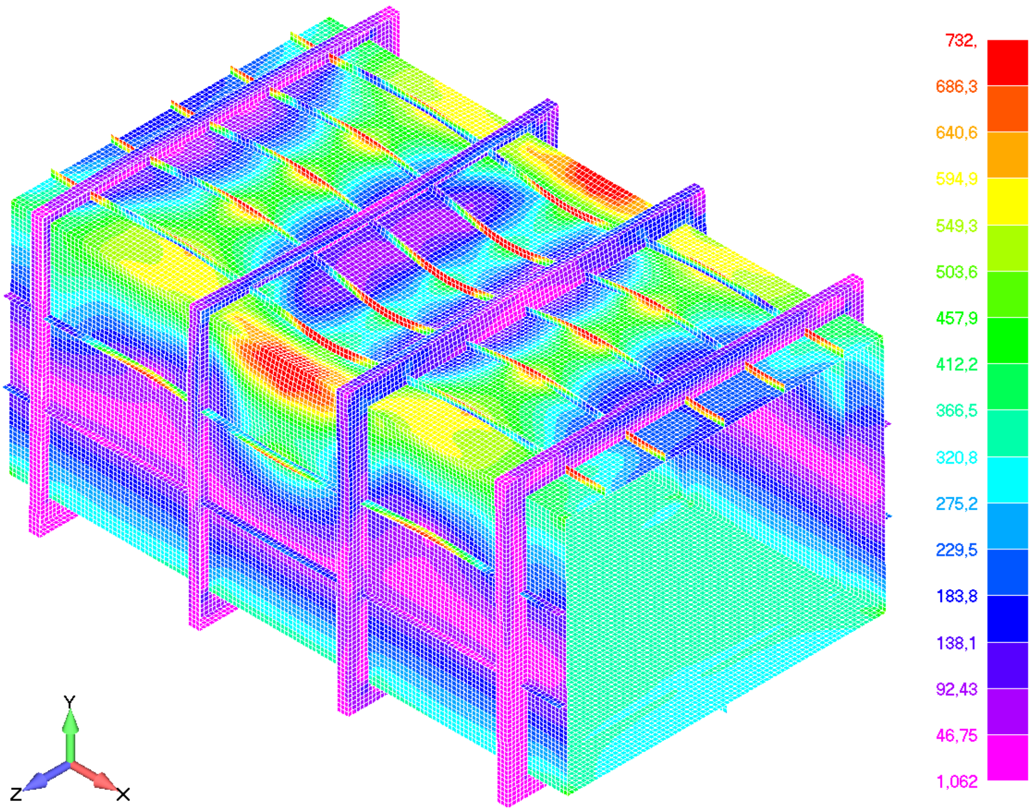

**Slika 58. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H300 modela bez imperfekcija - *LS-Dyna***

### 5.3.1.3. H400

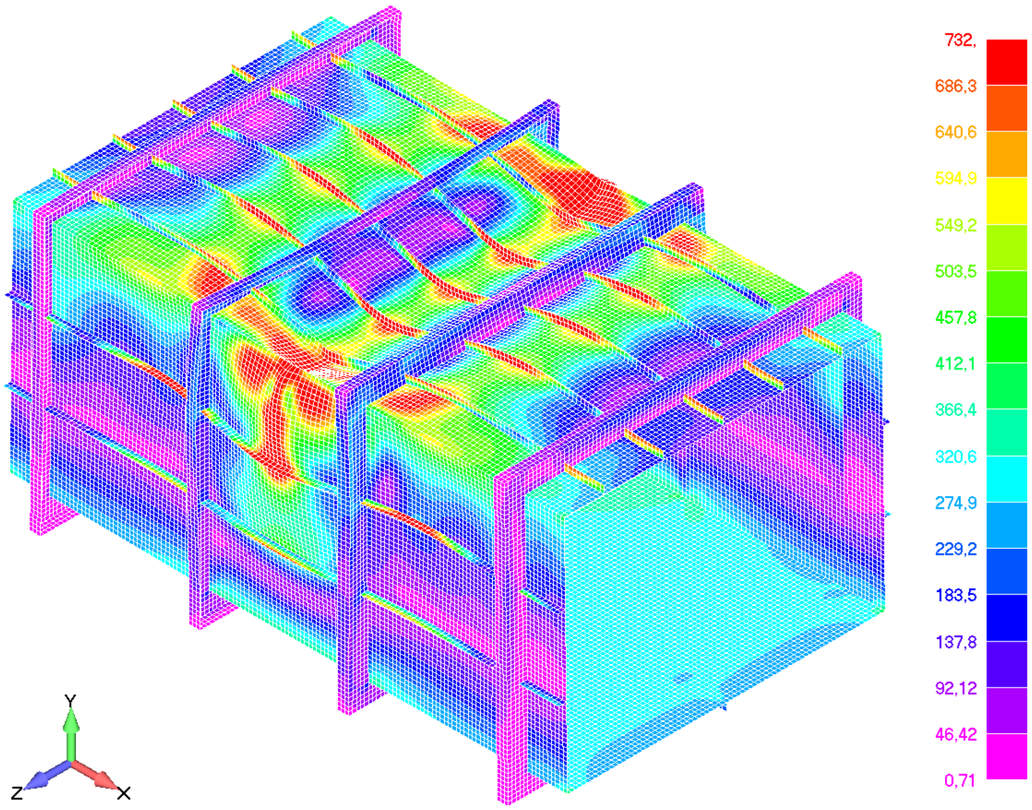
Na slikama 59., 60., 61. je prikazan model H400 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Kao i kod prethodnih modela, najveća naprezanja se javljaju u ukrepama i postepenim povećanjem opterećenja i oplata palube poprima sve veće vrijednosti naprezanja. Za razliku od H200 i H300 modela kod H400 modela se i na oplati boka središnjeg dijela u postkritičnom području javljaju jako velika naprezanja. Slika 62. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H400.



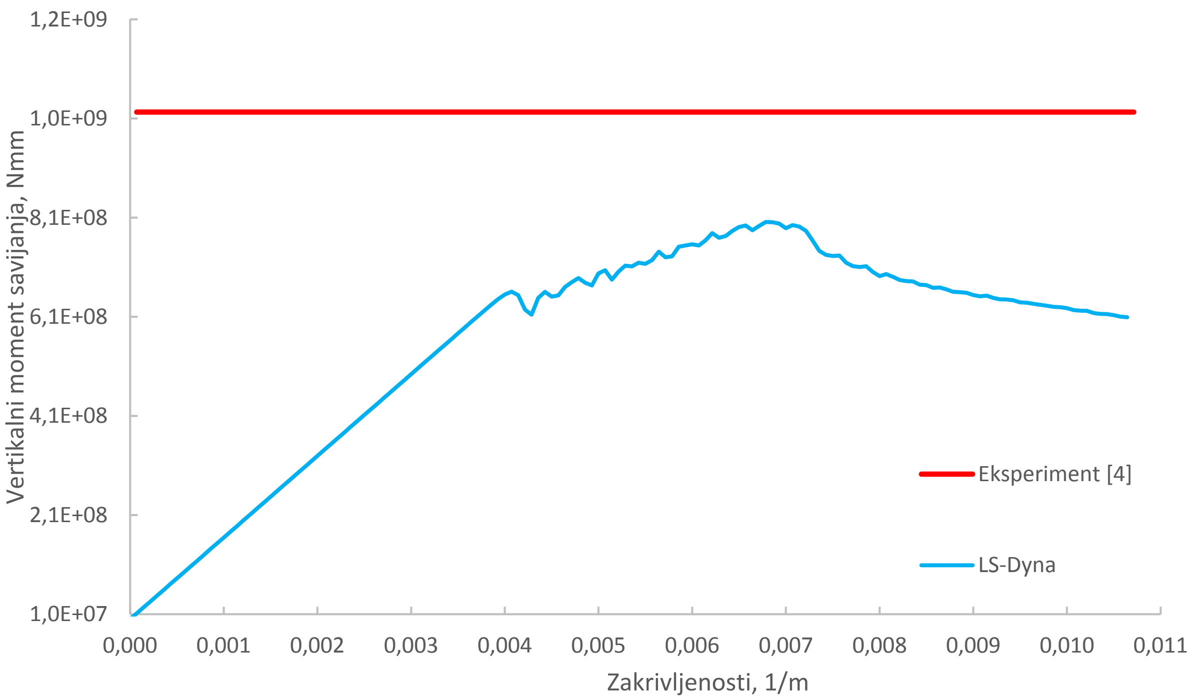

**Slika 59. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 60. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u graničnom stanju - *LS-Dyna***




**Slika 61. Von Misesova naprezanja za model H400 bez imperfekcija u postkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 62. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H400 modela bez imperfekcija - *LS-Dyna***

Tablica 10. prikazuje dobivene vrijednosti za granični moment savijanja i najveći vertikalni pomak po apsolutnoj vrijednosti za pojedini model.

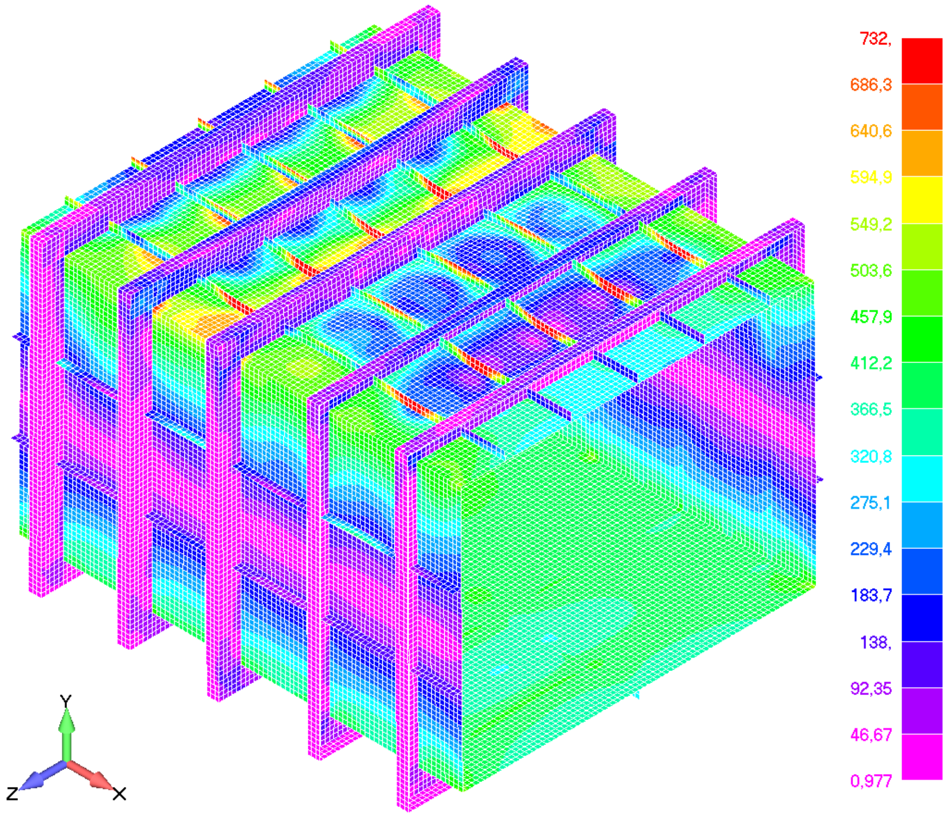
**Tablica 10. Dobivene vrijednosti graničnog momenta savijanja za modele bez imperfekcija - *LS-Dyna***

| Model | $M_{ult}$, MNmm | $M_{ult}^{e}$, MNm | $\lvert w_{max} \rvert$, mm |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,479 | 1,526 | 25,15 |
| H300 | 0,992 | 1,269 | 27,55 |
| H400 | 0,801 | 1,026 | 29,95 |

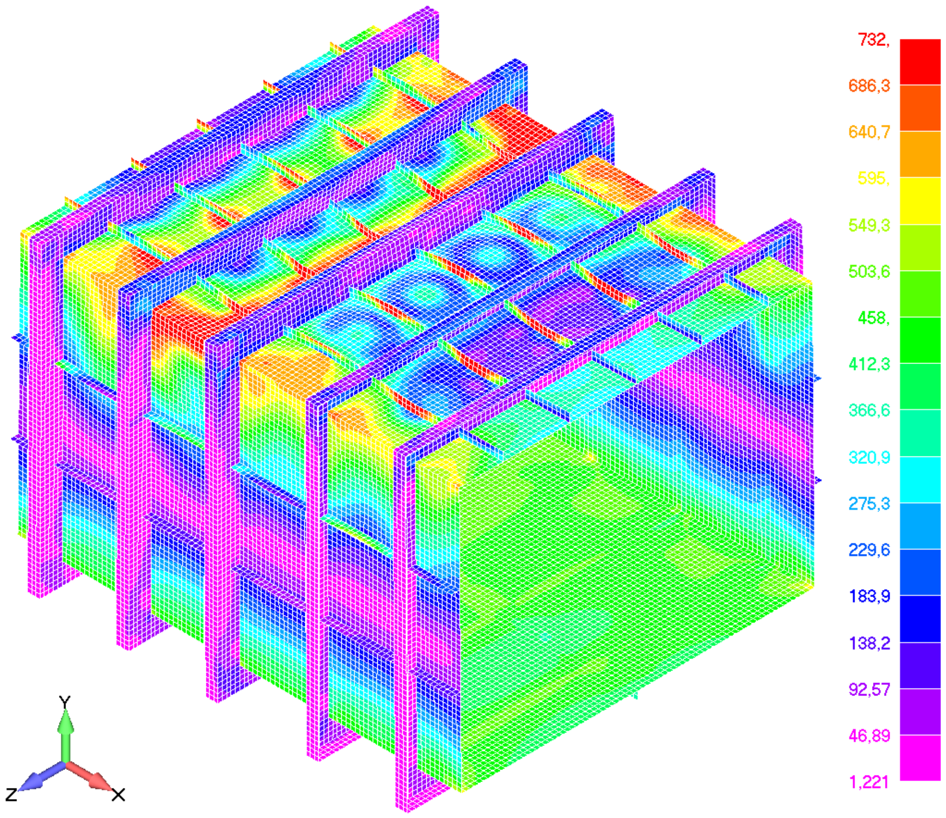
### *5.3.2. Modeli s imperfekcijama*

#### *5.3.2.1. H200*

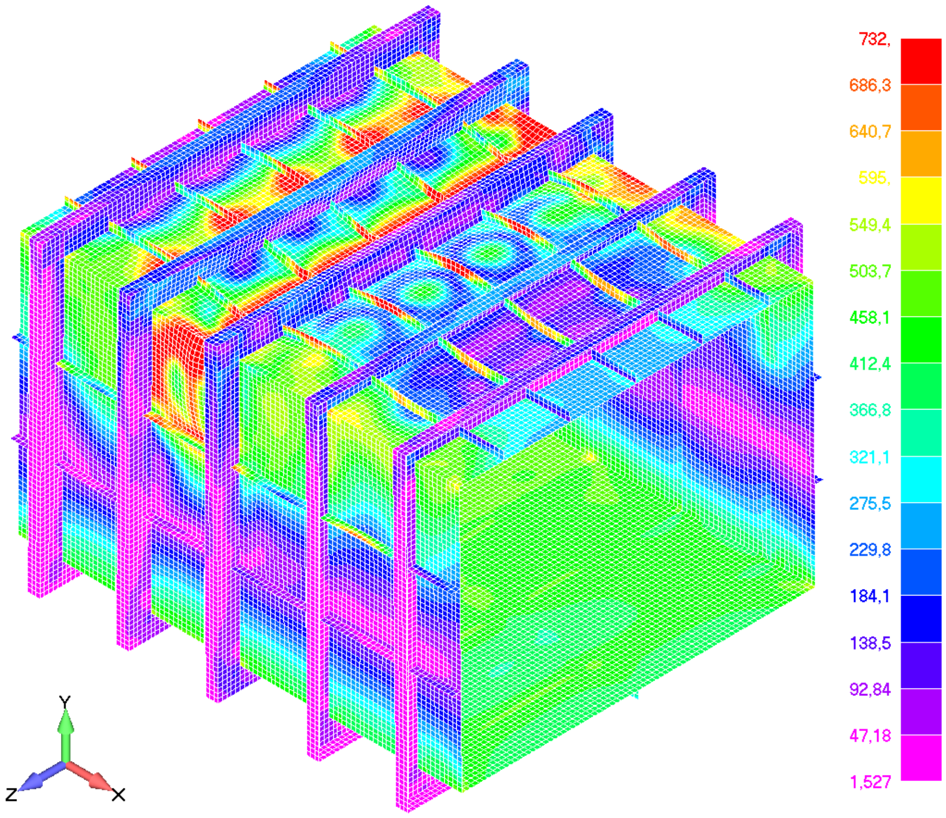
Na slikama 63., 64., 65. je prikazan model H200 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Slika 66. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H200.



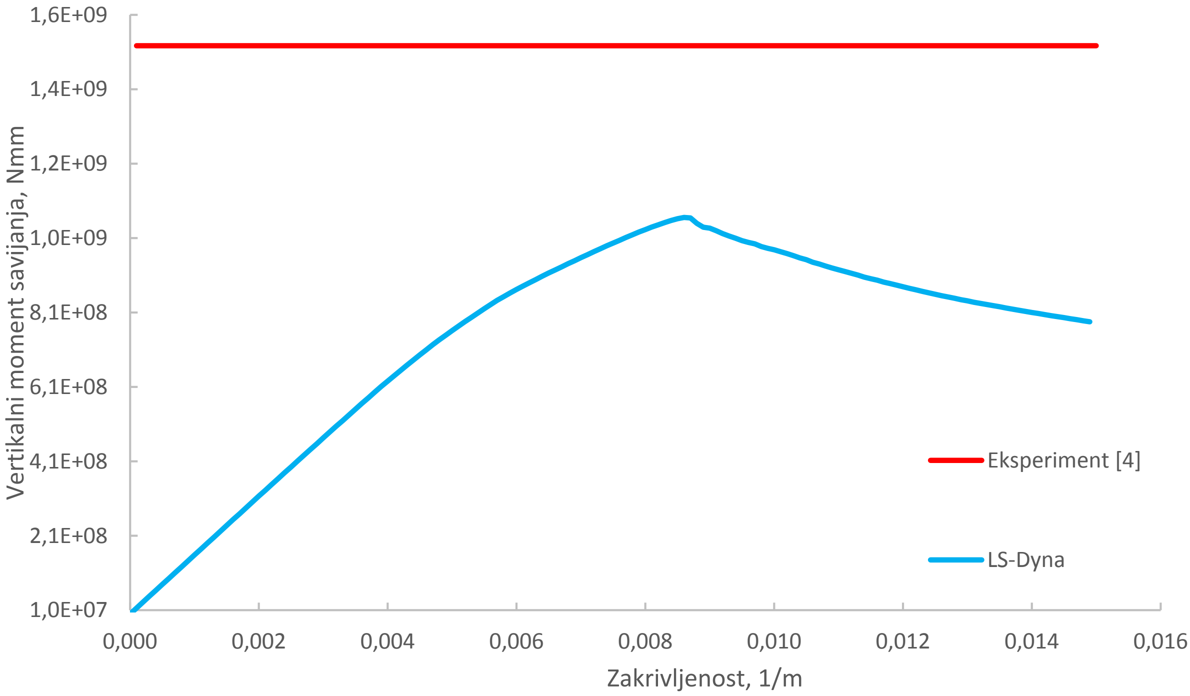

**Slika 63. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 64. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u graničnom stanju - *LS-Dyna***



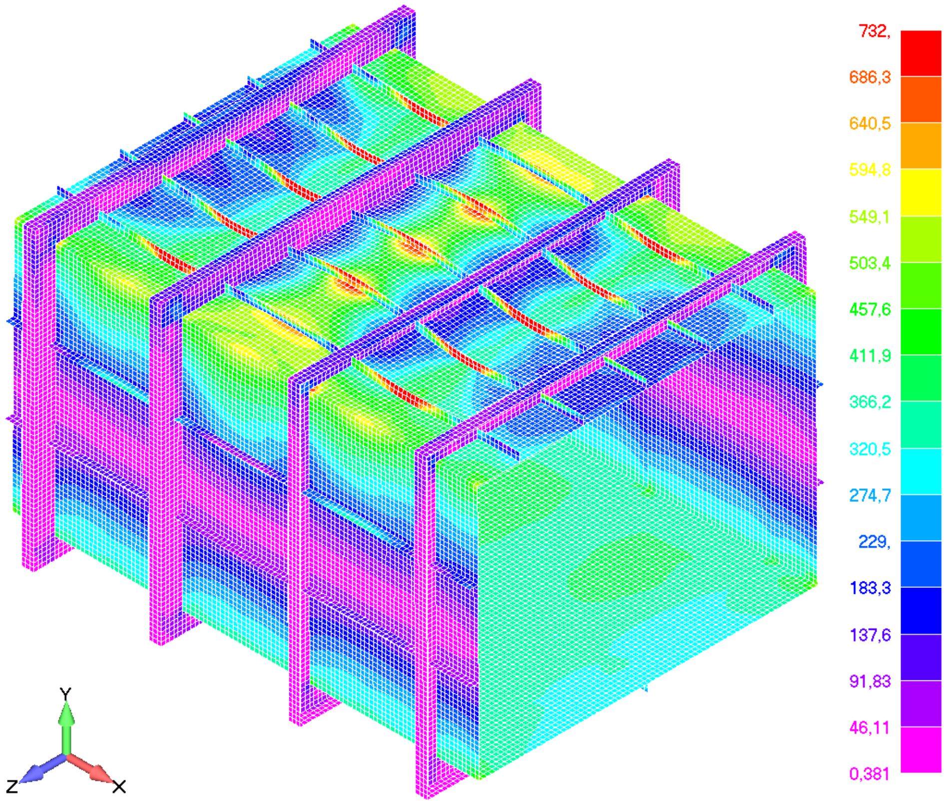

**Slika 65. Von Misesova naprezanja za model H200 s imperfekcijama u postkritičnom području - *LS-Dyna***



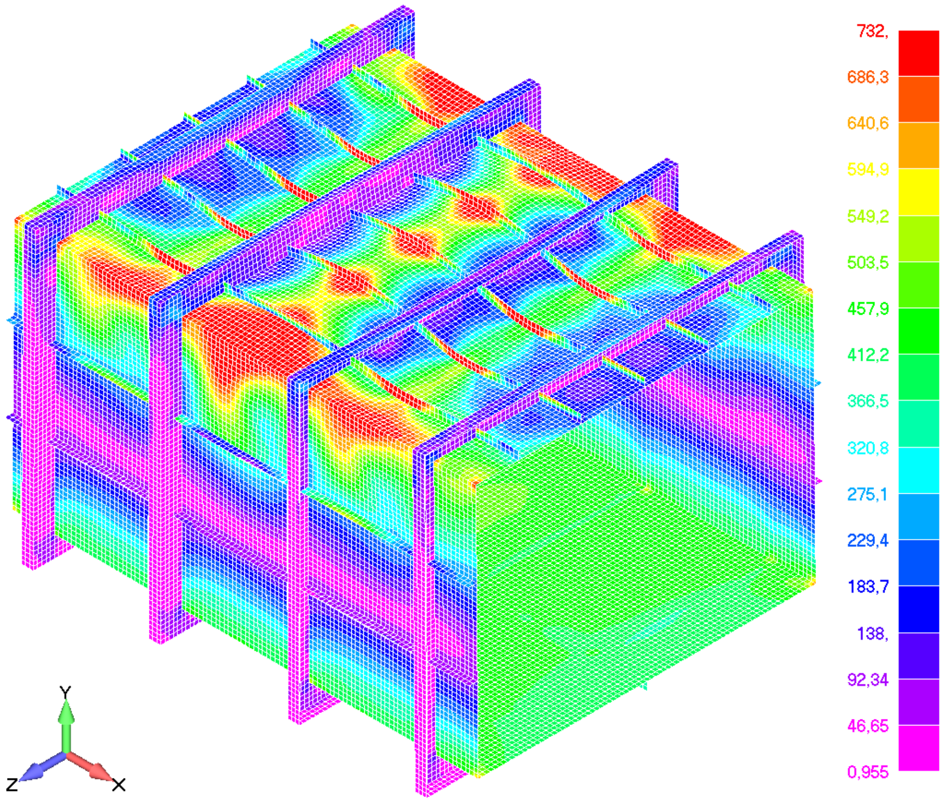

**Slika 66. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H200 modela s imperfekcijama - *LS-Dyna***

### *5.3.2.2. H300*

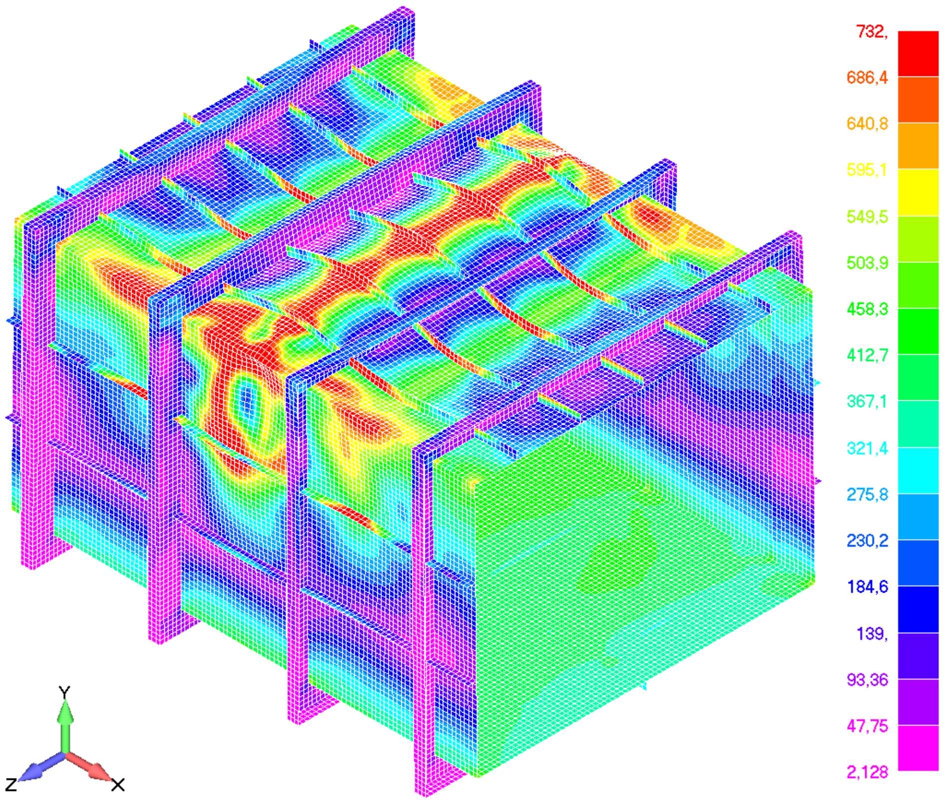
Na slikama 67., 68., 69. je prikazan model H300 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Iz slika se vidi da se najveća naprezanja pojavljuju u ukrepama u središnjem dijelu nosača te se povećanjem opterećenja sve veća naprezanja pojavljuju i u oplati palube. Slika 70. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H300.



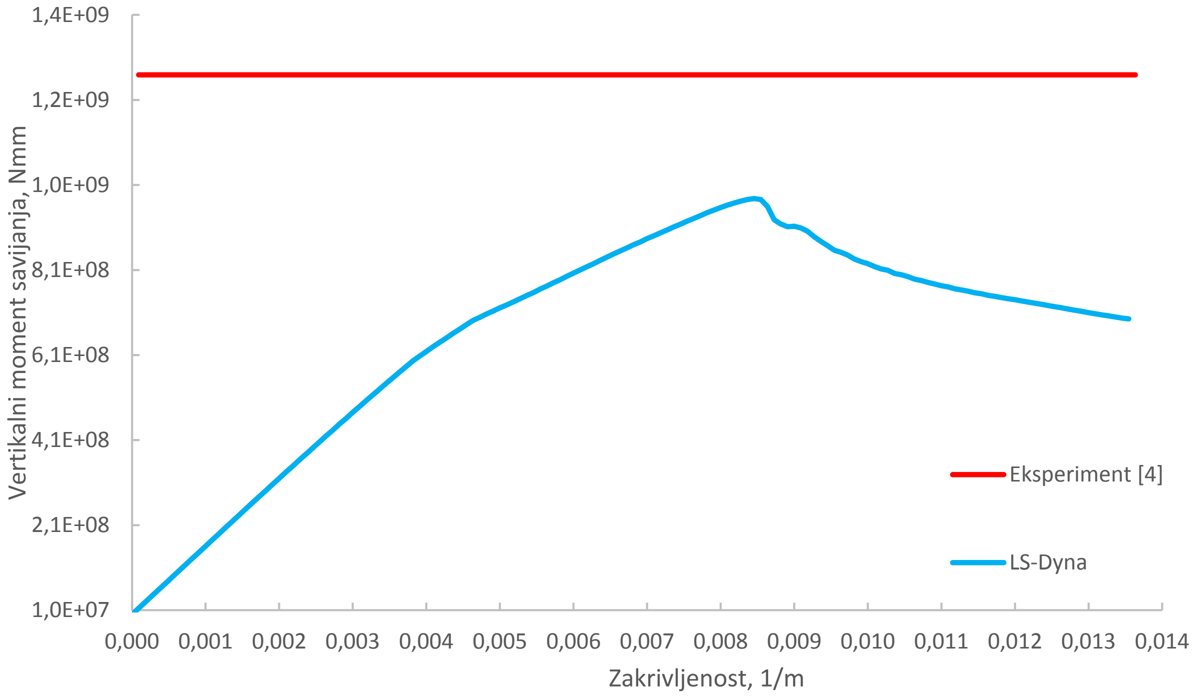

**Slika 67. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 68. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u graničnom stanju - *LS-Dyna***



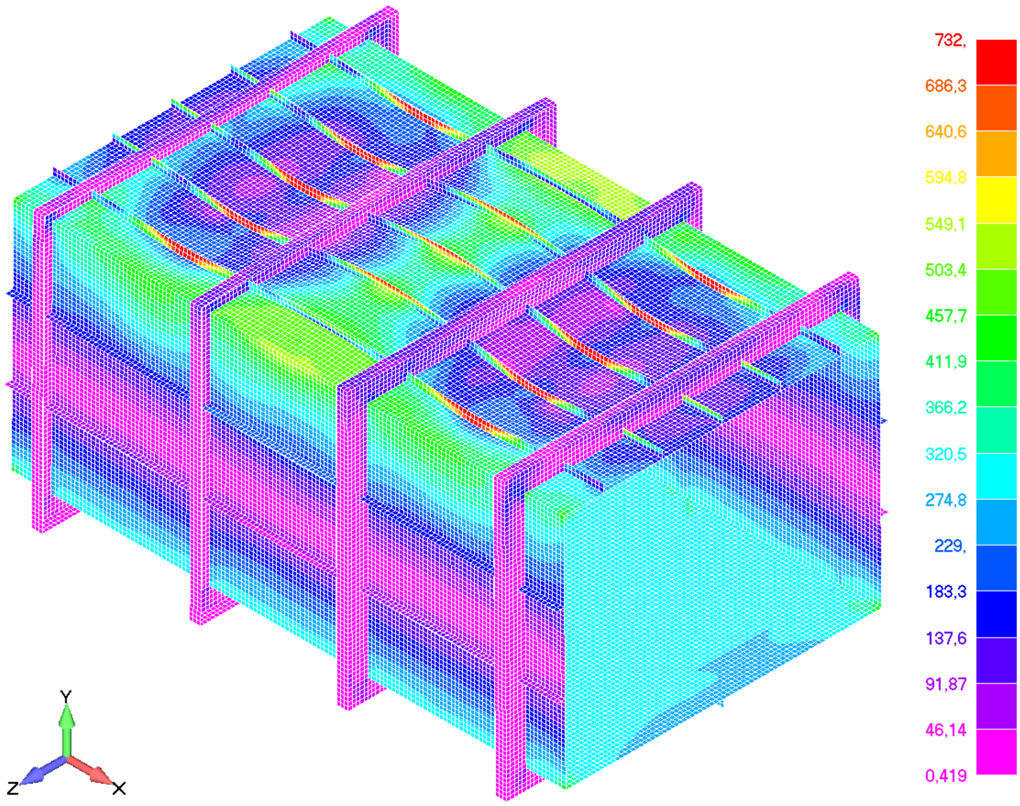

**Slika 69. Von Misesova naprezanja za model H300 s imperfekcijama u postkritičnom području - *LS-Dyna***



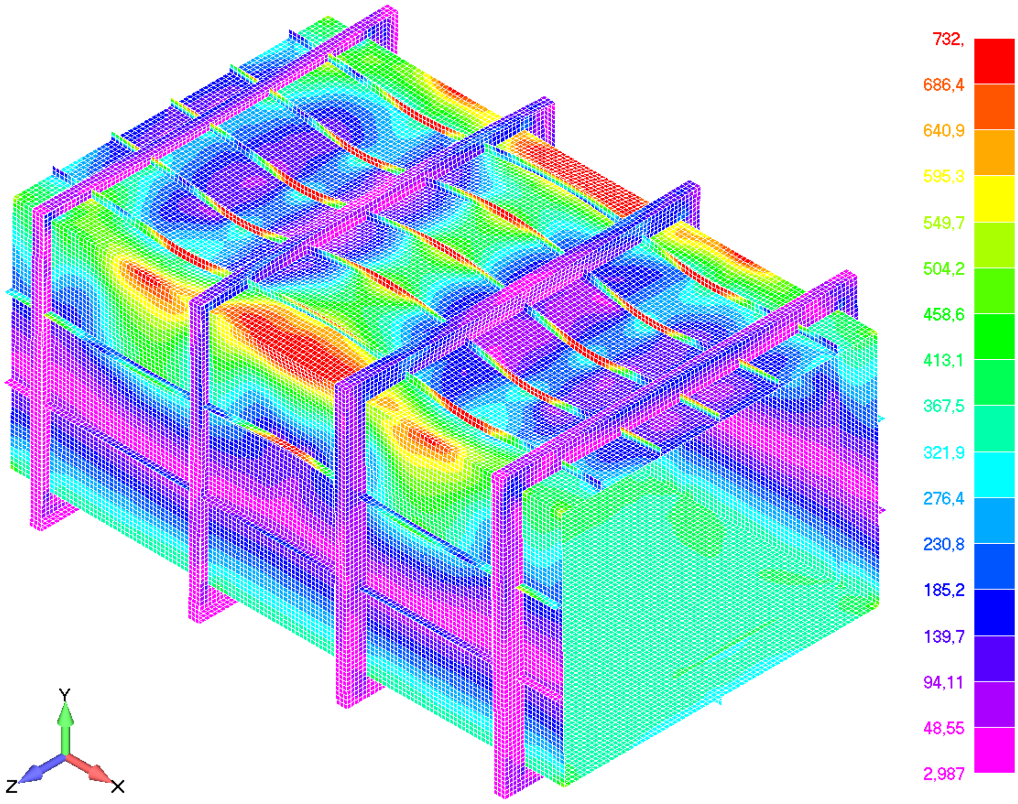

**Slika 70. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H300 modela s imperfekcijama - *LS-Dyna***

### *5.3.2.3. H400*

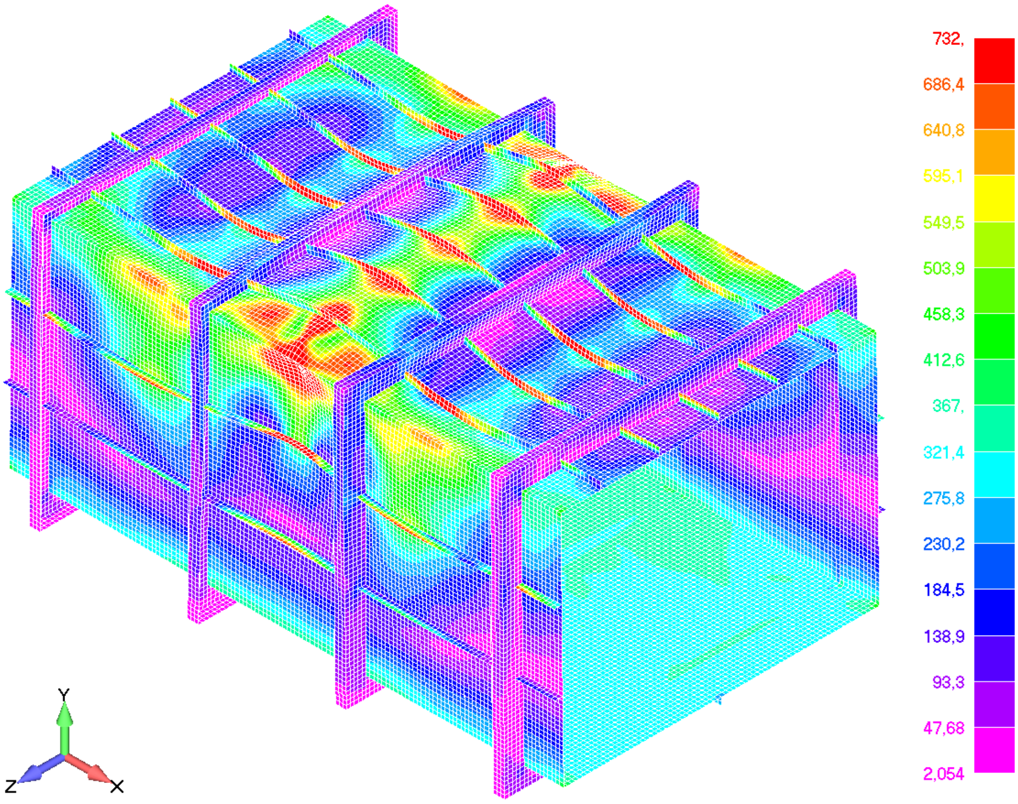
Na slikama 71., 72., 73. je prikazan model H400 u potkritičnom području, graničnom stanju i postkritičnom području s odgovarajućim naprezanjima prema Von Misesu. Prema slikama se vidi da se postepenim povećanjem opterećenja najveća vrijednost naprezanja javlja u ukrepama, oplati palube vanjskog dijela i oplati bokova središnjeg dijela. Slika 74. prikazuje odnos vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za model H400.



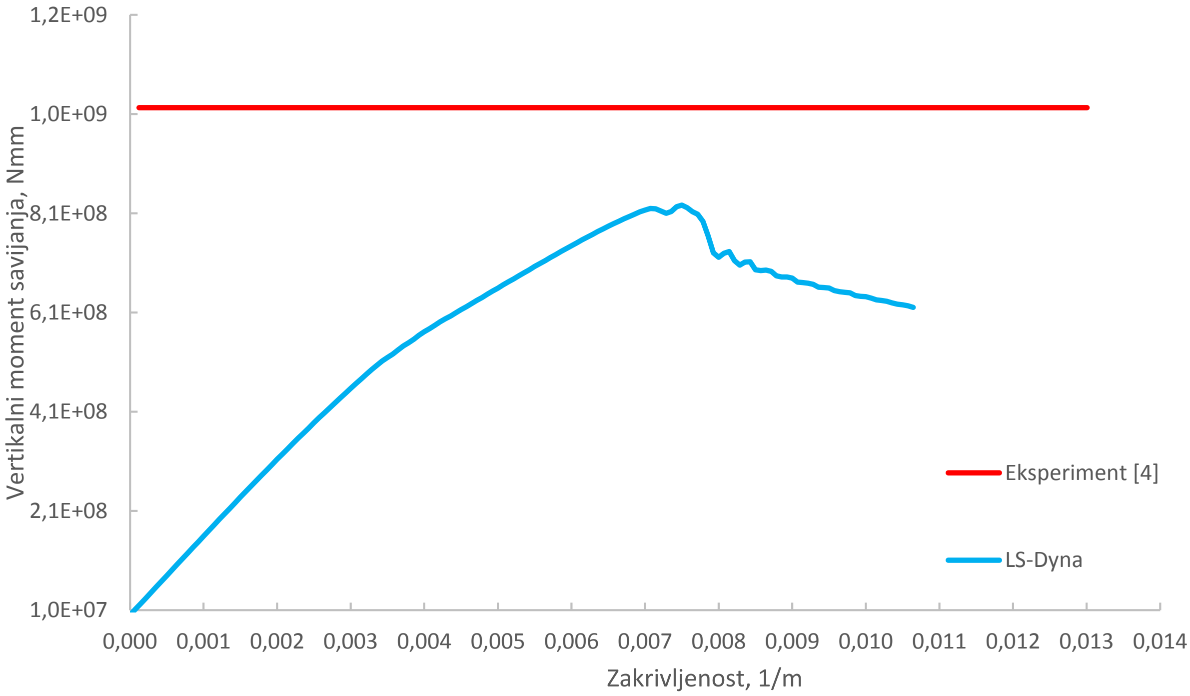

**Slika 71. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u potkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 72. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u graničnom stanju - *LS-Dyna***




**Slika 73. Von Misesova naprezanja za model H400 s imperfekcijama u postkritičnom području - *LS-Dyna***




**Slika 74. Dijagram vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti H400 modela s imperfekcijama - *LS-Dyna***

Tablica 11. prikazuje dobivene vrijednosti za granični moment savijanja i najveći vertikalni pomak po apsolutnoj vrijednosti za pojedini model.

**Tablica 11. Dobivene vrijednosti graničnog momenta savijanja za modele s imperfekcijama - *LS-Dyna***

| Model | $M_{ult}$, MNmm | $M_{ult}^{e}$, MNm | $\lvert w_{max} \rvert$, mm |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,066 | 1,526 | 21,65 |
| H300 | 0,978 | 1,269 | 23,22 |
| H400 | 0,826 | 1,026 | 25,59 |

### 5.4. Usporedba rezultata

Dobiveni rezultati analize uzdužne granične čvrstoće pomoću različitih metoda i programskih paketa su uspoređeni u obliku dijagrama vertikalnog momenta savijanja i zakrivljenosti za pojedine modele kutijastog nosača, a u dijagramima se nalaze i vrijednosti dobivene eksperimentom prema [4] i srednja vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja dobivena preko različitih programskih paketa prema [3] uvećanog (ISSC-MAX) i umanjenog (ISSC-MIN) za iznos standardne devijacije.

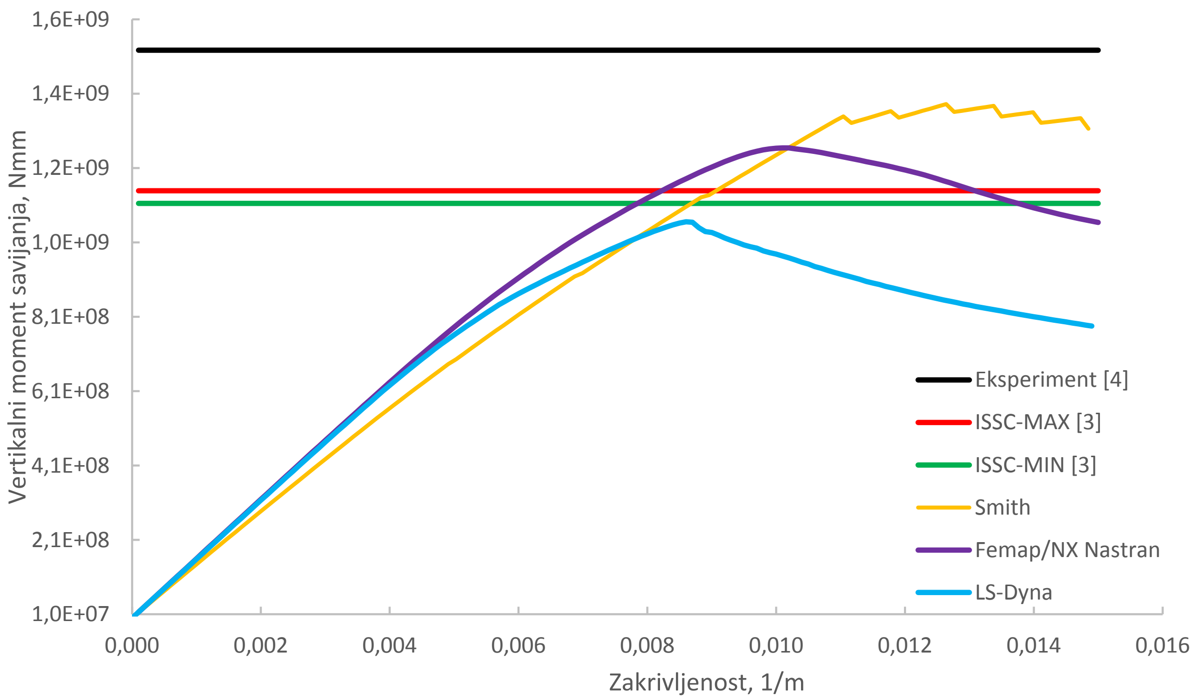
**Tablica 12. Srednja vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja i standardna devijacija [3]**

| Model | $M_{avg}$, MNmm | standardna devijacija, MNmm | ISSC – MIN | ISSC - MAX |
|---|---|---|---|---|
| H200 | 1,132 | 0,017 | 1,115 | 1,149 |
| H300 | 0,955 | 0,029 | 0,926 | 0,984 |
| H400 | 0,817 | 0,028 | 0,789 | 0,845 |

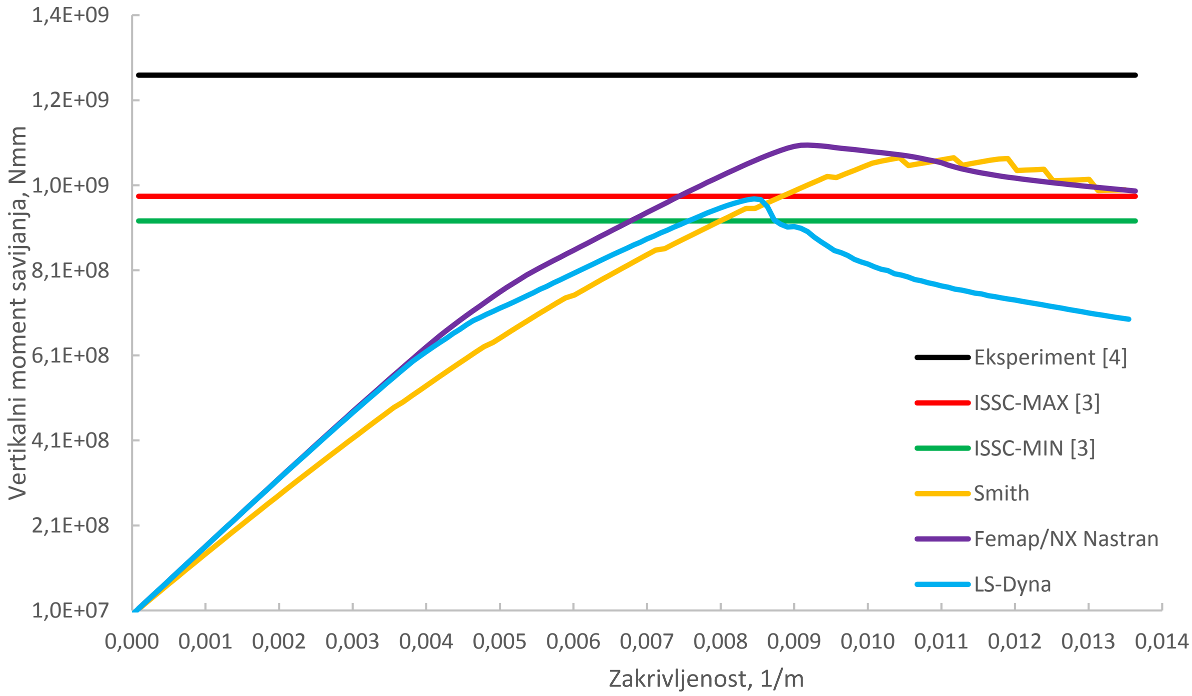
Također je prikazana i tablična usporedba vertikalnog graničnog momenta savijanja za različite programske pakete po modelima kutijastog nosača. Na kraju je prikazana studija senzitivnosti veličine amplitude imperfekcija na vrijednosti vertikalnog momenta savijanja i utjecaj progibnog smjera imperfekcija u odnosu na sliku 21. (pregibni smjer) na vrijednosti vertikalnog momenta savijanja pomoću programskog paketa *LS-Dyna*.

Na slici 75. prikazani su dobiveni rezultati analize pomoću korištenih metoda i programskih paketa za model kutijastog nosača H200 s imperfekcijama. Iz slike se vidi da se Smithovom metodom dobiva najveća vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja i to pri većoj zakrivljenost nego druge dvije metode te da se niti jedna od korištenih metoda ne nalazi unutar granica srednje vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja umanjenog i uvećanog za iznos standardne devijacije prema [3].

Slika 76. prikazuje dobivene rezultate analize pomoću korištenih metoda i programskih paketa za model kutijastog nosača H300 s imperfekcijama. Prema slici 76. se vidi da se za model H300 najveća vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja postiže pomoću programskog paketa *Femap/NX Nastran* te da se samo vrijednost graničnog momenta savijanja dobivenog programskim paketom *LS-Dyna* nalazi unutar granica srednje vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja umanjenog i uvećanog za iznos standardne devijacije prema [3].



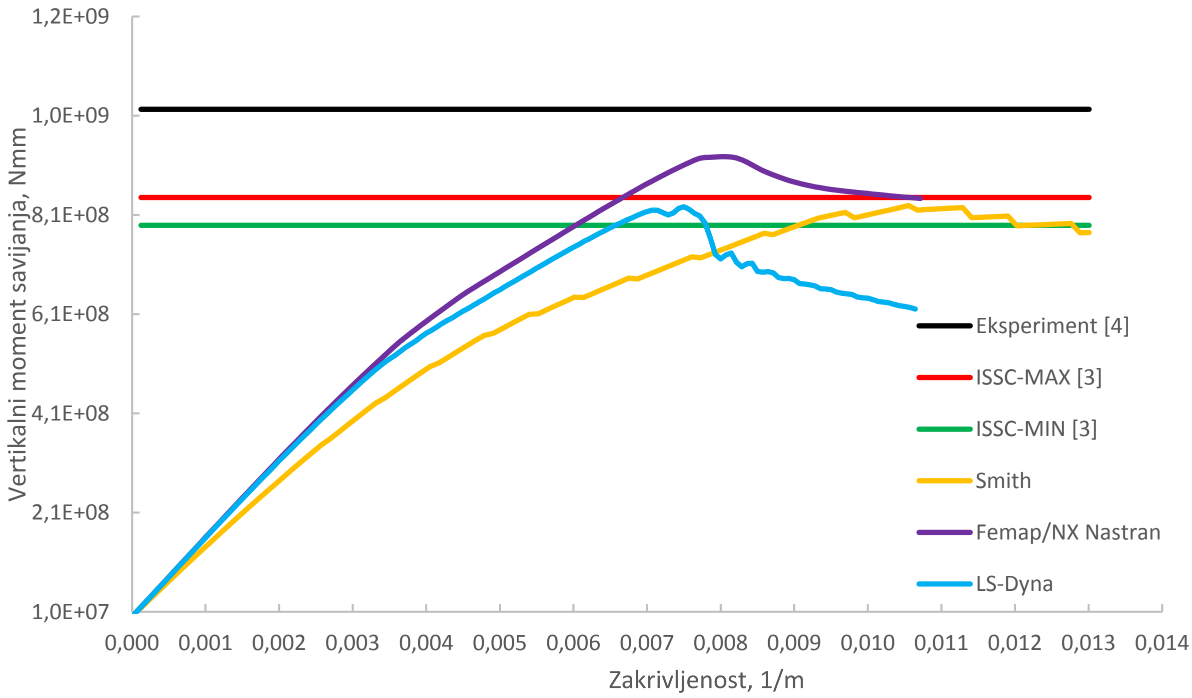

**Slika 75. Usporedba rezultata za model H200 s imperfekcijama**




**Slika 76. Usporedba rezultata za model H300 s imperfekcijama**

Na slici 77. prikazani su dobiveni rezultati analize pomoću korištenih metoda i programskih paketa za model kutijastog nosača H400 s imperfekcijama. Najveća vrijednost vertikalnog graničnog momenta savijanja se dobiva koristeći programski paket *Femap/NX Nastran* kao i kod modela H300. No razliku od modela H300 kod modela H400 vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja dobivene s preostale dvije metode se nalaze unutar granica srednje vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja umanjenog i uvećanog za iznos standardne devijacije prema [3].

Gledamo li dobivene dijagrame može se uočiti da korištene metode i programski paketi u odnosu na eksperiment prema [4] daju niže vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja, a isto se pokazalo i u [3]. Također prema [3] je pokazano da materijalni model, oblik imperfekcija i amplituda imperfekcija ima mali utjecaj na vrijednost graničnog momenta što je mogući pokazatelj da je tokom pripreme i izvođenja eksperimenta te skupljanja rezultata učinjena greška pa je to možda razlog tolike razlike u rezultatima. Od korištenih metoda i programskih paketa, *LS-Dyna* daje najbolje rezultate u odnosu vrijednosti dobivene prema [3], a *Femap/NX Nastran* za svaki model daje veće rezultate u odnosu na srednju vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja i njegovu devijaciju iz [3]. Razlike u dobivenim rezultatima ovise o načinu na koji rješavač programskog paketa rješava jednadžbe, vrsti odabranih konačnih elemenata i formulaciji rubnih uvjeta.




**Slika 77. Usporedba rezultata za model H400 s imperfekcijama**

**Tablica 13. Usporedba dobivenih rezultata s rezultatima prema [3]**

| Korištena metoda | H200 $M_{ult}$, MNmm | H300 $M_{ult}$, MNmm | H400 $M_{ult}$, MNmm |
|---|---|---|---|
| Eksperiment [4] | 1,526 | 1,269 | 1,026 |
| *Trident/VAST* [3] | 1,139 | 0,958 | 0,863 |
| *Ansys Workbench* [3] | 1,134 | 0,947 | 0,835 |
| *Abaqus - Riks* [3] | 1,139 | 0,944 | 0,823 |
| *Ansys APDL* [3] | 1,119 | 0,956 | 0,783 |
| *Ansys APDL* [3] | 1,154 | 0,969 | 0,844 |
| *LS-Dyna* [3] | 1,170 | 1,015 | 0,880 |
| *Abaqus - Riks* [3] | 1,134 | 0,961 | 0,836 |
| *Femap/NX Nastran* [3] | - | 1,011 | 0,850 |
| *Abaqus - Newton-Raphson* [3] | 1,120 | 0,958 | 0,824 |
| *Ansys APDL* [3] | 1,651 | - | 1,091 |
| *Smith (HullColl)* [3] | 1,291 | 1,175 | 0,913 |
| *Smith* | 1,382 | 1,075 | 0,829 |
| *Femap/NX Nastran* | 1,264 | 1,104 | 0,927 |
| *LS-Dyna* | 1,066 | 0,978 | 0,826 |

U tablicama 13. i 14. je prikazan utjecaj imperfekcija na modele bez i sa imperfekcijama.

**Tablica 14. Usporedba graničnog vertikalnog momenta savijanja modela bez i sa imperfekcijama – *Femap/NX Nastran***

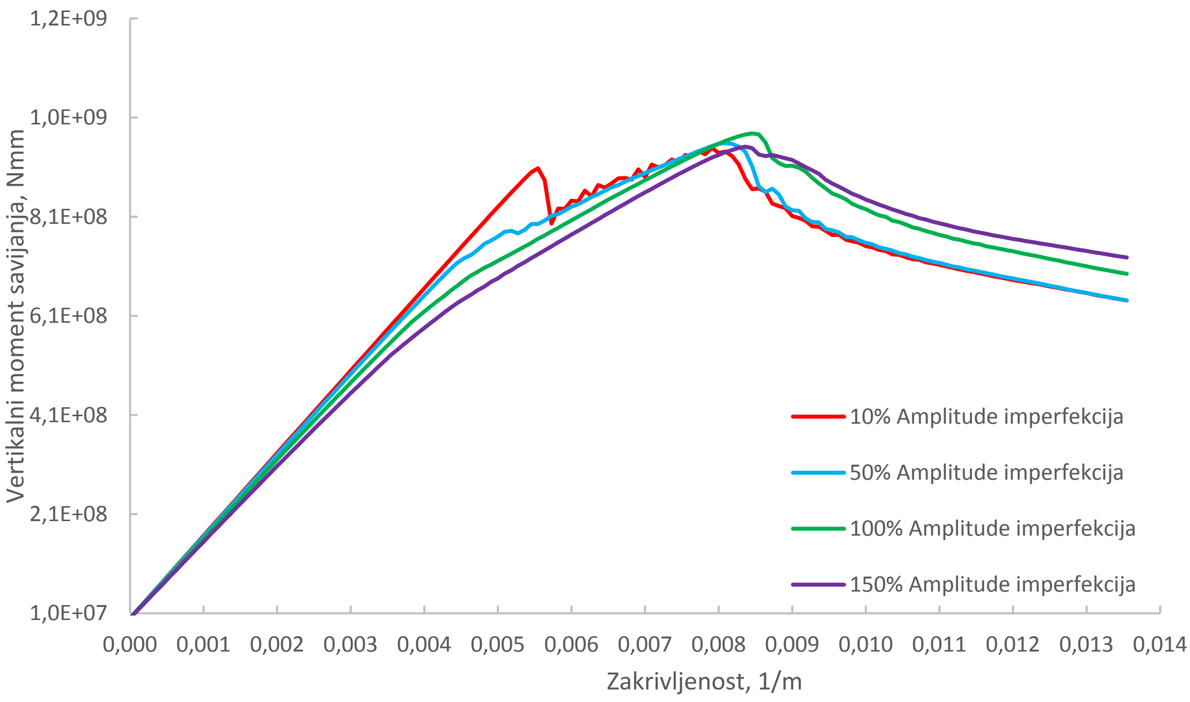
| Model | $M_{ult}$ bez imperfekcija, MNmm | $M_{ult}$ s imperfekcijama, MNmm | razlika, % |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,546 | 1,264 | -22,3 |
| H300 | 1,082 | 1,104 | 1,99 |
| H400 | 0,904 | 0,927 | 2,48 |

**Tablica 15. Usporedba graničnog vertikalnog momenta savijanja modela bez i sa imperfekcijama – *LS-Dyna***

| Model | $M_{ult}$ bez imperfekcija, MNmm | $M_{ult}$ s imperfekcijama, MNmm | razlika, % |
|---|---|---|---|
| H200 | 1,479 | 1,066 | -38,4 |
| H300 | 0,992 | 0,978 | -1,43 |
| H400 | 0,801 | 0,826 | 3,03 |

Prema tablicama se vidi da imperfekcije najviše utječu na dobivene vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja kod modela H200 zato jer isti bez imperfekcija ima veliku krutost. Na preostala dva modela imperfekcije imaju mali utjecaj na uzdužnu graničnu čvrstoću tankostjene konstrukcije (do 3%).

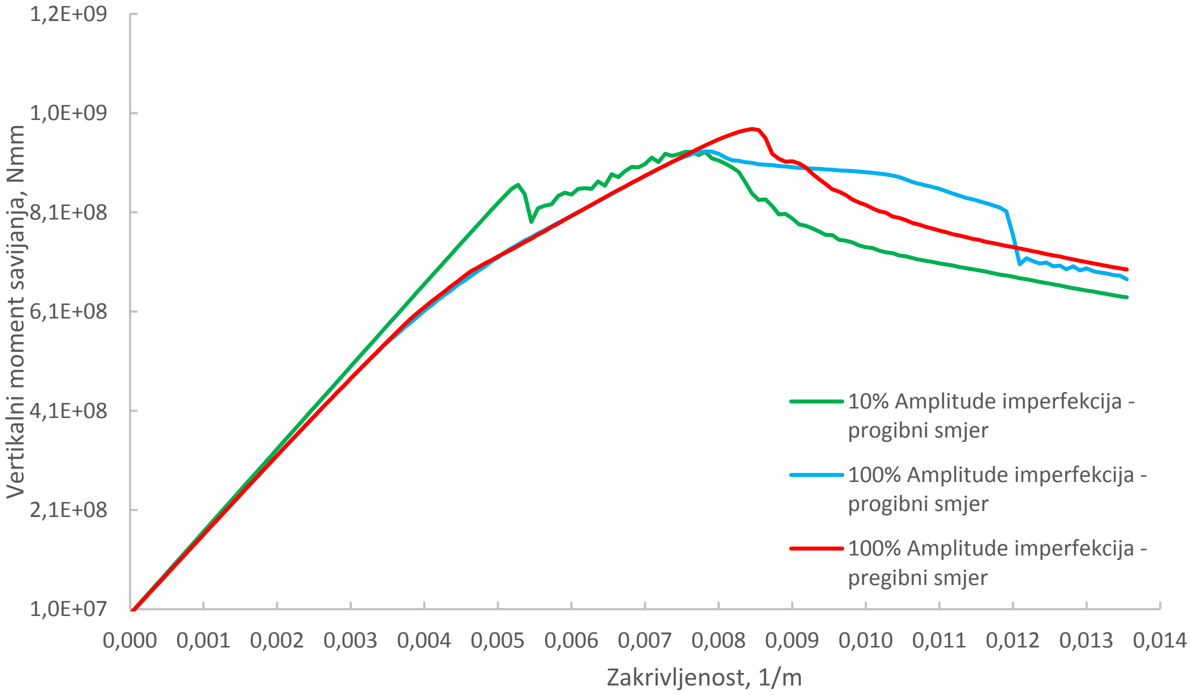
Za model H300 istražen je utjecaj veličine amplitude imperfekcija na veličinu graničnog momenta koristeći programski paket *LS-Dyna*. Slika 78. prikazuje utjecaj veličine amplitude imperfekcija na vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja gdje je 100% amplitude ona veličina amplitude imperfekcije za koju su provedeni svi proračuni prema [3] i koja je korištena u ovome radu za sve modele (H200, H300, H400) na koje su implementirane imperfekcije.




**Slika 78. Utjecaj veličine amplitude imperfekcija modela H300**

Razlika između dobivenih vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja za sve veličine amplitude je relativno mala (do 3,3%).

Na slici 79. se vidi utjecaj progibnog smjera imperfekcija središnjeg dijela modela u odnosu na zadani pregibni smjer sa slike 21. na vrijednost vertikalnog momenta savijanja za model H300. Progibni smjer imperfekcija daje nešto manju vrijednost graničnog vertikalnog momenta savijanja (do 5%) što je vidljivo u tablici 15. koja prikazuje utjecaj amplitude i smjera imperfekcija na granični vertikalni moment savijanja modela H300.




**Slika 79. Utjecaj progibnog smjera imperfekcija na vertikalni moment savijanja modela H300**

**Tablica 16. Utjecaj veličine amplitude i smjera imperfekcija na granični vertikalni moment savijanja za model H300**

| Amplituda - smjer imperfekcija | $M_{ult}$, MNmm | razlika, % |
|---|---|---|
| 100% Amplitude imperfekcija – pregibni smjer | 0,978 | - |
| 10% Amplitude imperfekcija – pregibni smjer | 0,946 | -3,27 |
| 50% Amplitude imperfekcija – pregibni smjer | 0,958 | -2,04 |
| 150% Amplitude imperfekcija – pregibni smjer | 0,951 | -2,76 |
| 100% Amplitude imperfekcija – progibni smjer | 0,933 | -4,6 |
| 10% Amplitude imperfekcija – progibni smjer | 0,932 | -4,7 |

Iz provedenog istraživanja vidljivo je da je utjecaj amplitude imperfekcija relativno mali (2-3%) na vrijednost graničnog momenta savijanja. Ostaje dalje za istražiti zašto je vrijednost graničnog momenta najveća za inicijalno zadanu vrijednost amplitude imperfekcija (100%), a zašto za smanjenu (50%) i povećanu (150%) vrijednost amplitude granični moment blago pada.

# 6. ZAKLJUČAK

U ovome radu analizirana je uzdužna granična čvrstoća tankostjene čelične konstrukcije u obliku kutijastog nosača koji predstavlja trup broda. Uzdužnu graničnu čvrstoću brodskih konstrukcija se može izraziti preko vrijednosti najvećeg unutarnjeg vertikalnog momenta savijanja odnosno graničnog vertikalnog momenta savijanja. Analize su provedene pomoću iterativno-inkrementalnih analitičke metode (Smithova metoda) i numeričke metode (nelinearna metoda konačnih elemenata). Na rezultate analize utječu materijalne postavke, rubni uvjeti, vrsta opterećenja, odabrani konačni elementi i formulacija imperfekcija.

Analiza je provedena na tri modela kutijastog orebrenog nosača s jednakom visinom i širinom oplate, ukrepa i poprečnih okvira, ali s različitim duljinama oplata i ukrepa te različitim brojem poprečnih okvira. Također je analiza provedena na modelima sa i bez inicijalnih geometrijskih odstupanja te je pokazano da ona imaju mali utjecaj na konačne vrijednosti graničnog vertikalnog momenta savijanja posebno kod vitkijih nosača (H300 i H400). Analize su pokazale da prilikom opterećenja kutijastog nosača vertikalnim momentom savijanja prvo dolazi do popuštanja ukrepa nakon čega oplata palube preuzima opterećenje. Daljnjim povećanjem opterećenja dolazi do popuštanja oplate, a na kraju dolazi do kompletnog popuštanja cjelokupne palube.

Dobiveni rezultati graničnog vertikalnog momenta savijanja su uspoređeni s eksperimentom prema [4] koji se izvodio na tri kutijasta nosača koji svojom geometrijom odgovaraju numeričkim modelima i imaju sličan materijalni model. Dobiveni rezultati su također uspoređeni i s rezultatima numeričkih analiza prema [3]. Razlika između dobivenih rezultata i rezultata prema [3] iznosi 3-9% ovisno o modelu nosača i korištenom programskom paketu. Razlika između dobivenih rezultata i rezultata eksperimenta prema [4] iznosi do 30%. Obzirom da ja razlika dobivenih rezultata i rezultata prema [3] relativno mala u odnosu na razliku dobivenih rezultata i rezultata eksperimenta dovodi se u pitanje točnost eksperimenta. Uzrok velike razlike mogu biti postavke eksperimenta kao što su rubni uvjeti ili način mjerenja pri izvođenju eksperimenta. Pokazano je da inicijalna geometrijska odstupanja imaju relativno mali utjecaj na granični vertikalni moment savijanja (do 5%) no nije jasno zašto povećanjem (150%) i smanjenjem (50%) veličine amplitude imperfekcija vrijednost graničnog vertikalnog momenta pada u odnosu na inicijalno zadanu vrijednost (100%) amplitude imperfekcija te to pitanje ostaje za daljnja istraživanja.

# LITERATURA

[1] Kitarović S.: *Analiza uzdužne granične nosivosti u konceptualnoj sintezi tankostjenih konstrukcija*, Doktorski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.

[2] Hughes, O.F., Paik, J.K., 2013. *Ship Structural Analysis and Design*. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Alexandria, USA.

[3] ISSC, *Ultimate Strenght*, 19th INTERNATIONAL SHIP AND OFFSHORE STRUCTURES CONGRESS, Portugal 2015

[4] Gordo, J.M., Soares, C.G.: *Tests on ultimate strength of hull box girders made of high tensile steel*, Marine Structures 22 (2009) 770–790, Centre for Marine Technology and Engineering (CENTEC), Technical University of Lisbon, Portugal.

[5] Sorić, J., *Nelinearna numerička analiza konstrukcija* - predavanja i vježbe

[6] Sorić, J., *Metoda konačnih elemenata*, Golden Marketing, Zagreb 2004.

[7] IACS, *Common structural rules for double hull oil tankers*, 2006.

[8] IACS, *Common structural rules for double bulk carriers*, 2008.

[9] Smith, C.S.: *Influence of local compressive failure on ultimate longitudinal strength of a ship's hull*;, Proceedings of the International Symposium on Practical Design in Shipbuilding, Tokyo, 1977, p.73-79.

[10] FEMAP/NX Nastran. 2010. *Software Documentation*. Siemens Product Lifecycle Management Software.