

# Poboljšanje slike strujanja u tarnoj pumpi

---

**Katavić, Josip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:071972>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-10-20**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ZAVRŠNI RAD**

**Josip Katavić**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

dr.sc. Severino Krizmanić, doc.

Student:

Josip Katavić

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći pritom znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Ugodna mi je dužnost zahvaliti se mentoru, docentu Severinu Krizmaniću, na brojnim savjetima, utrošenom vremenu, strpljenju i što je baš meni povjerio rješavanje ovako izazovnog i malo istraženog problema.

Zahvaljujem se profesoru Zdravku Viragu koji mi je približio saznanja i omogućio literaturu iz hemodinamike potrebnu za izradu ovoga rada.

Josip Katavić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student:

**Josip Katavić**

Mat. br.:0035190975

Naslov rada na  
hrvatskom jeziku:

**Poboljšanje slike strujanja u tarnoj pumpi**

Naslov rada na  
engleskom jeziku:

**Improvement of flow pattern in friction pump**

Opis zadatka:

U prethodnim radovima istražena je mogućnost primjene tarne pumpe kao zamjenskog srca u krvotoku ljudskog tijela, gdje se utvrdilo da je u pogledu zadovoljavanja parametara propisanih dimenzija pumpe, razlike tlaka i protoka, njena primjena moguća. S fiziološke strane, krv je osjetljiva na iznos tangencijalnih naprezanja, te se u slučaju njihova izlaska izvan utvrđenih granica krv može zgrušavati, odnosno krvna se tjelešca mogu oštetiti.

Cilj ovog rada jesu modifikacije geometrije strujnih dijelova pumpe koje će dovesti do poboljšanja slike strujanja u smislu smanjenja ili iščezavanja područja s recirkulirajućim strujanjem i smanjenja vršnih vrijednosti tangencijalnih naprezanja tj. osiguravanje njihovog većeg odmaka od propisanih granica.

U radu je potrebno pomoću dostupnog CAD alata izmijeniti geometriju dijelova pumpe, te uz primjenu metoda Računalne dinamike fluida proračunati strujanje krvi i iznijeti dobivene rezultate s posebnim osvrtom na iznose minimalnih i maksimalnih tangencijalnih naprezanja.

Pisani dio završnog rada treba sadržavati sljedeća poglavlja:

1. Uvod,
2. Opis problema i metoda primijenjenih za njihovo rješavanje,
3. Prikaz dobivenih rješenja i osvrt na rješenja,
4. Zaključak.

U radu je potrebno navesti popis korištene literature i zahvalu na pomoći pri izradi rada.

Zadatak zadan:

25. studenog 2015.

Rok predaje rada:

1. rok: 25. veljače 2016
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.
3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Severino Krizmanić

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

**Sadržaj:**

<b>Popis slika</b>	<b>II</b>
<b>Popis tablica</b>	<b>III</b>
<b>Popis oznaka</b>	<b>V</b>
<b>Sažetak</b>	<b>VI</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
1.1 Općenito o Teslinoj pumpi . . . . .	1
1.2 Funkcija pumpe u krvotoku . . . . .	3
1.3 O krvi, trombozi i hemolizi . . . . .	4
<b>2 Pregled teorijskih osnova</b>	<b>5</b>
2.1 Opći oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva . . . . .	5
2.2 Prikaz korištenih osnovnih zakona dinamike fluida . . . . .	6
2.2.1 Zakon očuvanja mase . . . . .	6
2.2.2 Zakon očuvanja količine gibanja . . . . .	6
2.2.3 Zakon očuvanja energije . . . . .	6
<b>3 Metoda konačnih volumena</b>	<b>7</b>
<b>4 Rubni uvjeti</b>	<b>11</b>
4.0.4 Primjenjeni rubni uvjeti . . . . .	12
4.0.5 Rezime primjenjenih rubnih uvjeta . . . . .	13
<b>5 Usporedni prikaz modifikacija geometrije strujnih dijelova pumpe, prostornih dikretizacija i strujnica konstrukcijskom rješenju prilagođenom većim protocima</b>	<b>15</b>
5.0.6 Usporedba slike strujanja iz prethodnog rada sa slikom strujanja na modifikaciji 3 uzimajući veličinu zona recirkulacijskog strujanja kao glavni kriterij . . . . .	23
5.0.7 Slika strujanja u radnoj točki za $n = 500 \text{ 0/min}$ i $Q = 15 \text{ l/min}$ . .	24
<b>6 Usporedba rezultata računalne simulacije s analitičkim rješenjem uzimajući prirast tlaka kao glavni parametar</b>	<b>28</b>
6.0.8 Rezime pretpostavki . . . . .	29
6.0.9 Analitičko rješenje . . . . .	30
6.0.10 Interpretacija odstupanja . . . . .	33
<b>7 Usporedni prikaz modifikacija geometrije strujnih dijelova pumpe, prostornih dikretizacija i strujnica konstrukcijskom rješenju prilagođenom i manjim protocima</b>	<b>35</b>

---

<b>8</b>	<b>Prikaz i osvrt na polje tangencijalnih naprezanja</b>	<b>42</b>
8.1	Prikaz tangencijalnih naprezanja na modificiranoj geometriji . . . . .	42
8.2	Prikaz tangencijalnih naprezanja na geometriji iz prethodnog rada . . . . .	46
<b>9</b>	<b>Radna karakteristika pumpe</b>	<b>48</b>
<b>10</b>	<b>Ovisnost prirasta tlaka <math>\Delta p</math> o broju okretaja vratila <math>n</math> pri konstantnom volumnom protoku <math>Q</math></b>	<b>50</b>
<b>11</b>	<b>ZAKLJUČAK</b>	<b>51</b>

## Popis slika:

1	Teslina bezlopatična pumpa (prema patentu) . . . . .	2
2	Trodimenzionalni <i>CAD</i> model pumpe iz [1] . . . . .	2
3	Presjek trodimenzionalnog <i>CAD</i> modela pumpe iz [1] . . . . .	3
4	Prikaz ugrađene srčane pumpe . . . . .	3
5	Primjer jednostavne 3D mreže . . . . .	7
6	Dio diskretiziranog područja proračuna [2] . . . . .	8
7	Rubne zone . . . . .	12
8	Implementacija biblioteke <i>swak4Foam</i> . . . . .	14
9	Prikaz domene iz rada [1] . . . . .	15
10	Geometrija iz [1] . . . . .	16
11	Prostorna diskretizacija iz [1] . . . . .	17
12	Modifikacija 1 . . . . .	17
13	Detalj mreže na spoju . . . . .	18
14	Kontinuiranost prijelaza . . . . .	18
15	Modifikacija 2 . . . . .	19
16	Prostorna diskretizacija 1 . . . . .	19
17	Modifikacija 3 . . . . .	20
18	Prostorna diskretizacija modifikacije 3 . . . . .	20
19	Detalj prostorne diskretizacije na spoju . . . . .	21
20	Grublja prostorna diskretizacija modifikacije 3 . . . . .	21
21	Detalj prostorne diskretizacije na spoju modifikacije 3 . . . . .	22
22	Detalj na spoju ulazne cijevi i diska (prethodni rad) . . . . .	23
23	Detalj na spoju izlazne cijevi i diska (prethodni rad) . . . . .	23
24	Detalj na spoju ulazne cijevi i diska . . . . .	23
25	Detalj na spoju izlazne cijevi i diska . . . . .	24
26	Prikaz strujnica uz sami disk . . . . .	25
27	Prikaz strujnica na pola visine između diska i ravnine simetrije . . . . .	25
28	Prikaz strujnica u ravnini simetrije . . . . .	25
29	Prikaz strujnica na detalju spoja ulazne cijevi i rotora . . . . .	26
30	Prikaz vrtloga na detalju spoja ulazne cijevi i rotora . . . . .	26
31	Prikaz strujnica na izlaznoj cijevi . . . . .	27
32	Prikaz strujnica ulaznoj cijevi . . . . .	27
33	Prikaz strujnica na izlaznoj cijevi . . . . .	28
34	Skica modela strujanja . . . . .	29
35	Usporedba analitičkog profila brzine s numeričkima . . . . .	33
36	Izobare na promatranom segmentu . . . . .	34
37	Prirast tlaka po širini segmenta . . . . .	34
38	Prikaz strujnica na ulaznoj i izlaznoj cijevi . . . . .	35
39	Prikaz strujnica na ulaznoj i izlaznoj cijevi . . . . .	36
40	Prikaz strujnica na modelu s naglaskom na rotirajući dio . . . . .	36
41	Usvojeno geometrijsko rješenje . . . . .	37
42	Prostorna diskretizacija usvojenoga geometrijskoga rješenja . . . . .	37
43	Detalj prostorne diskretizacije na problematičnom dijelu . . . . .	38
44	Prikaz strujnica na ulaznom i izlaznom području u ravnini diska . . . . .	38



45	Prikaz strujnica na rotirajućem disku . . . . .	39
46	Prikaz strujnica na cjeloukupnom modelu na pola visine domene ( $h = 0.25 \text{ mm}$ ) . . . . .	39
47	Prikaz strujnica na problematičnom dijelu u ravnini simetrije ( $h =$ $0.5 \text{ mm}$ ) . . . . .	40
48	Prikaz strujnica u ulazu i izlazu u ravnini diska ( $h = 0 \text{ mm}$ ) u radnoj točki $Q = 8.1 \text{ l/min}$ i $n = 500 \text{ o/min}$ . . . . .	40
49	Prikaz strujnica na cjeloukupnom modelu ( $h = 0.25 \text{ mm}$ ) u radnoj točki $Q = 8.1 \text{ l/min}$ i $n = 500 \text{ o/min}$ . . . . .	41
50	Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na zidovima modela ( <i>engl.</i> <i>wall shear stress</i> ) . . . . .	42
51	Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na detalju spoja ulazne cijevi i diska . . . . .	43
52	Prikaz područja u kojemu tangencijalna naprezanja prelaze gornju granicu dopuštenog intervala . . . . .	43
53	Prikaz područja u kojemu tangencijalna naprezanja prelaze donju granicu dopuštenog intervala . . . . .	44
54	Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravnini odmaknutoj od diska za $h = 0.1 \text{ mm}$ . . . . .	45
55	Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravnini odmaknutoj od diska za $h = 0.25 \text{ mm}$ . . . . .	45
56	Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravnini odmaknutoj od diska za $h = 0.4 \text{ mm}$ . . . . .	46
57	Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na zidovima geometrije iz prethodnog rada . . . . .	46
58	Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na zidovima geometrije iz prethodnog rada . . . . .	47
59	Radne karakteristike pri $n = 500 \text{ o/min}$ i $n = 600 \text{ o/min}$ . . . . .	49
60	Međovisnost $\Delta p = \Delta p(n)$ pri $Q = 5.4 \text{ l/min} = \text{konst.}$ . . . . .	50

**Popis tablica:**

- 1 Prikaz rubnih zona, klasifikacije po tipovima i rubnih uvjeta . . . . . 12



## Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$[m^2]$	površina konačnog volumena
$a$	$[-]$	koeficijent u metodi najmanjih kvadrata
$a_n$	$[m/s^2]$	normalno ubrzanje
$B$	$[m]$	širina ulazne i izlazne cijevi pumpe
$b$	$[-]$	koeficijent u metodi najmanjih kvadrata
$C$	$[-]$	koeficijent modela
$c_v$	$[J/(kgK)]$	specifični toplinski kapacitet
$D$	$[-]$	pokazatelj oštećenja krvi
$e_{rel}$	$[-]$	relativna pogreška
$F$	$[-]$	jačina konvekcije
$f_i$	$[N/kg]$	komponente vektora specifične masene sile
$h$	$[m]$	razmak između rotirajućih diskova
$J_j$	$[-]$	vektor fluksa fizikalne veličine
$n$	$[o/min]$	brzina vrtnje vratila
$p$	$[Pa]$	tlak
$p_{dia}$	$[mmHg]$	dijastolički tlak
$p_{sr}$	$[mmHg]$	prirast tlaka koji pumpa treba ostvariti
$p_{sys}$	$[mmHg]$	sistolički tlak
$p_{num}$	$[Pa]$	numeričko rješenje za prirast tlaka
$p_{teor}$	$[Pa]$	analitičko rješenje za prirast tlaka
$r$	$[m]$	udaljenost od osi rotacije
$Re$	$[-]$	Reynoldsov broj
$r_{sr}$	$[m]$	srednji polumjer diska
$r_u$	$[m]$	unutarnji polumjer diska
$r_v$	$[m]$	vanjski polumjer diska
$S$	$[m^2]$	površina plohe
$t$	$[s]$	vrijeme izloženosti tangencijalnom naprezanju izvan dozvoljenih granica
$u$	$[m/s]$	brzina radnoga fluida na površini diskova
$v_i$	$[m/s]$	komponente vektora brzine strujanja
$v_{ul}$	$[m/s]$	brzina radnoga fluida na ulazu u pumpu
$Q$	$[l/min]$	volumni protok radnoga fluida
$\alpha$	$[-]$	koeficijent modela
$\beta$	$[-]$	koeficijent modela
$\delta_{ji}$	$[-]$	Kroneckerov simbol
$\Delta p$	$[mmHg]$	prirast tlaka
$\lambda$	$[W/(mK)]$	toplinska provodnost
$\mu$	$[Pas]$	dinamička viskoznost krvi
$\rho$	$[kg/m^3]$	gustoća krvi
$\Sigma_{ji}$	$[N/m^2]$	tenzor viskoznih naprezanja
$\tau$	$[Pa]$	tangencijalno naprezanje
$\tau_{dop}$	$[Pa]$	dopušteni interval tangencijalnih naprezanja
$\tau_{min}$	$[Pa]$	donja granica dopuštenog intervala
$\phi$	$[-]$	polje fizikalne veličine
$\omega$	$[s^{-1}]$	kružna brzina vrtnje

## Sažetak

U ovom završnom radu provedene su modifikacije geometrije strujnih dijelova tarne pumpe koje su dovele do poboljšanja slike strujanja u smislu smanjenja područja s recirkulacijskim strujanjem.

Geometrija strujnih dijelova tarne pumpe modelirana je u komercijalnom *CAD* i *CAE* programskom paketu *SOLIDWORKS* na pojednostavljeni način poradi zaključaka izvedenih u prethodnim radovima. Modelirano je više geometrija.

Značajna su dva konstrukcijska rješenja. Prvo konstrukcijsko rješenje je namijenjeno radnom području pri većim volumnim protocima. Drugo konstrukcijsko rješenje, ujedno i usvojeno, namijenjeno je širem radnom području.

U radu je prikazan put do usvojenoga konstrukcijskoga rješenja, popraćen prikazima geometrija, prostornih diskretizacija i strujnica. Nakon prvoga konstrukcijskoga rješenja, prikazana je usporedba rezultata računalne simulacije s približnim analitičkim rješenjem uzimajući prirast tlaka kao glavni parametar te interpretacija odstupanja rješenja.

Prikazana su polja tangencijalnog naprezanja po zidovima modela i u struji radnoga fluida koja nema doticaja sa zidovima u radnoj točki pumpe koja odgovara čovjeku koji boluje od hipertenzije. Prikazana je usporedba s poljima iz prethodnog rada na što je dan osvrt.

Na kraju rada je dan prikaz dviju radnih karakteristika pumpe pri različitim brojevima okretaja i međuovisnosti prirasta tlaka o brzini vrtnje vratila pri konstantnom volumnom protoku.

Prostorna diskretizacija modela provedena je korištenjem platforme *SALOME*. Numerički proračun, uz stacionarne uvjete strujanja, je proveden u računalnom programu *OpenFOAM*.

Ključne riječi: računalna dinamika fluida, srčana pumpa, tarne pumpe, bezlopatična pumpa, Teslina pumpa, radna karakteristika tarne pumpe

## Summary

In this baccalaureus graduate thesis geometry modifications of pump parts which affect working fluid flow are made. Those modifications improved the flow pattern and therefore recirculation flow areas were minimized.

Friction pump geometry is modified using a commercial solid modeling computer-aided design (CAD) and computer-aided engineering (CAE) computer program *SOLIDWORKS*. Friction pump geometry is simplified by following conclusions from the past research. Several geometry modifications are made.

There are two main design solutions. First design solution is purposed for higher volume rate operating range. The second design solution is purposed for wider volume rate operating range. Second design solution is adopted.

In this thesis design stages are attached. Geometry modifications, mesh discretization of a domain and streamlines are also attached in every design stage. After the first construction design, comparison between computer simulation results and the approximate analytical solution is made taking the increase in pressure as a main parameter. Difference between them is analyzed.

Fields of wall shear stress and shear stress in the power of the working fluid which has no contact with the walls of the operating point of the pump which benefits a man suffering from hypertension are attached. The comparison with the subjects from the previous work is reflected here.

At the end of this thesis, two pump characteristic curves  $Q - \Delta p$  (for the same shaft rotational speed but different volume flow rate) and pressure increase - shaft rotation speed  $\Delta p - n$  (for the constant flow volume rate) are attached.

Domain is discretized using a SALOME platform. Numerical calculations of steady-state flow is performed using OpenFOAM, software tool for computational fluid dynamics.

Keywords: computational fluid dynamics, blood pump, Tesla pump left ventricular assist device, friction pump, bladeless pump, Tesla pump, friction pump characteristic curve

# 1 Uvod

U slučaju kada za transplantaciju srca ne postoji adekvatni donor kao privremeno rješenje, ugrađuje se umjesto srca srčana pumpa (*engl. left ventricular assist device*). U prethodnim radovima istražena je mogućnost primjene tarne pumpe kao zamjenskog srca u krvotoku ljudskog tijela. Utvrdilo se da je u pogledu zadovoljavanja parametara propisanih dimenzija pumpe, razlike tlaka i protoka njena primjena moguća. S fiziološke strane, krv je osjetljiva na iznos tangencijalnih naprezanja, te se u slučaju njihova izlaska izvan utvrđenih granica krv može zgrušavati (stvaranje krvnog ugruška - tromba), odnosno krvna se tjelešca mogu oštetiti - može doći do hemolize.

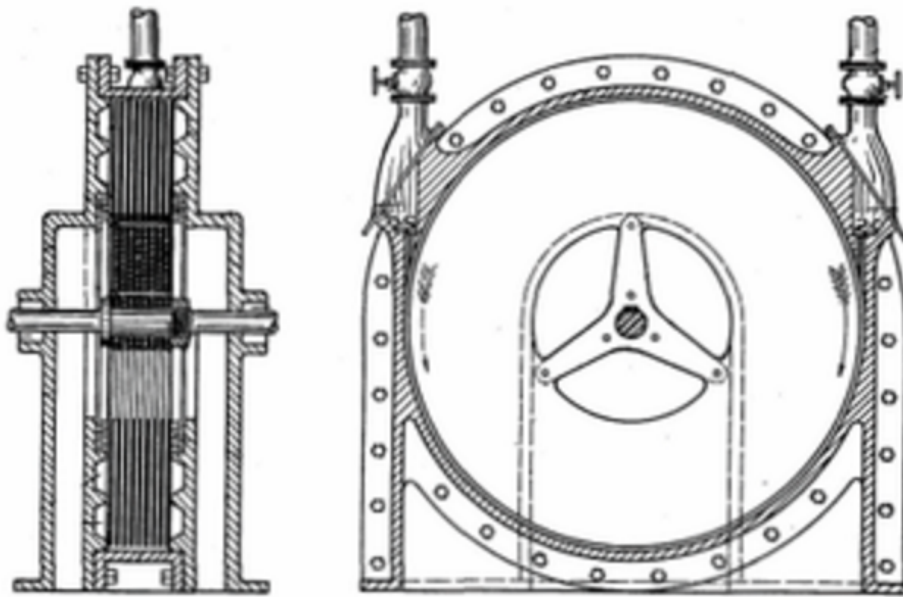
Cilj ovoga rada jesu modifikacije geometrije strujnih dijelova pumpe koje će dovesti do poboljšanja slike strujanja u smislu smanjenja ili iščezavanja područja s recirkulacijskim strujanjem i smanjenja vršnih vrijednosti tangencijalnih naprezanja, tj. osiguravanje njihovog većeg odmaka od propisanih granica.

## 1.1 Općenito o Teslinoj pumpi

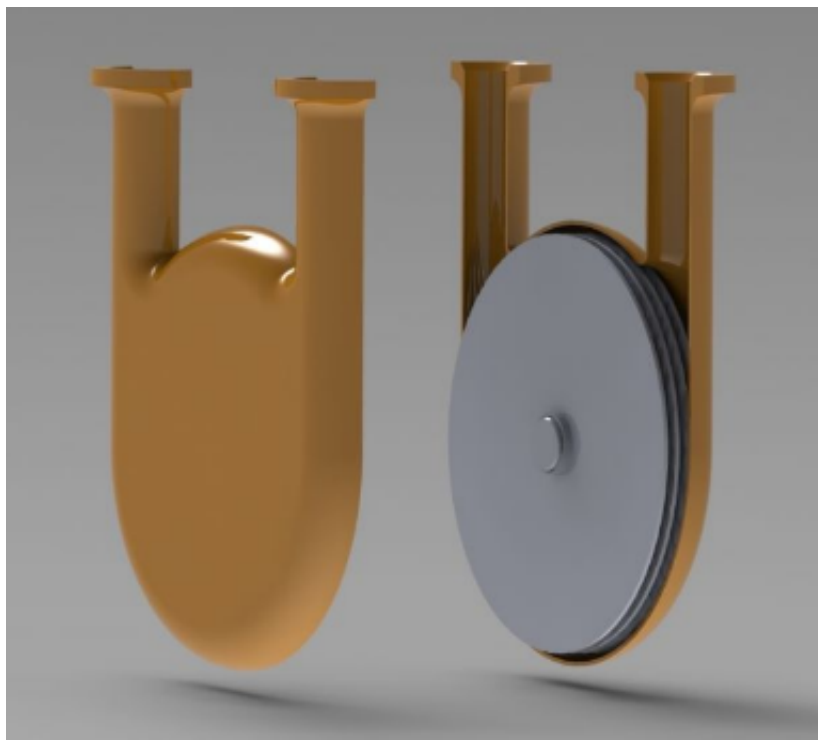
Prvi patent za Teslinu pumpu je prijavio Nikola Tesla 1909., a prihvaćen je 1913. Patent za turbinu koja radi na istom principu je prijavljen 1911., a prihvaćen je 1913.

Teslina pumpa je dinamička pumpa s kontinuiranim protokom i bezlopatičnim rotorom. Usproks sličnosti s centrifugalnom pumpom, Teslina pumpa koristi drukčiji princip prijenosa energije na radni fluid. Glavni dijelovi rotora su vratilo te diskovi ravnih površina. Vratilo povezuje pogonski stroj s rotorom pumpe, a diskovi služe za prenošenje mehaničke energije s pogonskog stroja na radni fluid. Energija od pogonskog stroja se na radni fluid prenosi adhezijskim i viskoznim silama između diskova i radnog fluida. Za pojavu tih sila važna su, između ostalih, dva svojstva fluida: adhezivnost i viskoznost. Adhezivnost podrazumijeva svojstvo fluida da uspostavlja privlačne sile sa stijenkama uz koje se nalazi, dok viskoznost uzrokuje silu otpora između slojeva fluida u gibanju. Zbog adhezijskih sila sloj fluida uz disk se lijepi na površinu diska te se prilikom rotacije diskova počinje vrtiti zajedno s diskovima, a slojevi udaljeni od površine diskova počinju svoje gibanje zbog viskoznih sila koje se javljaju između slojeva fluida. Moguć je inverzni proces kod kojeg se energija prenosi sličnim procesom s fluida na vratilo rotora. U tom slučaju, uređaj se naziva turbina. [1]

Iako Teslina pumpa nikada nije naišla na široku komercijalnu upotrebu, postoji nekoliko prednosti, koje ju čine pogodnom za primjenu kao srčane pumpe. Neke od njih su smanjenje viskoznih naprezanja, odsutnost kavitacije, jednolikije raspoređene sile u radnom fluidu zbog primjene ravnih diskova, manje oscilacije brzine, jeftina i jednostavna izrada itd. [9]

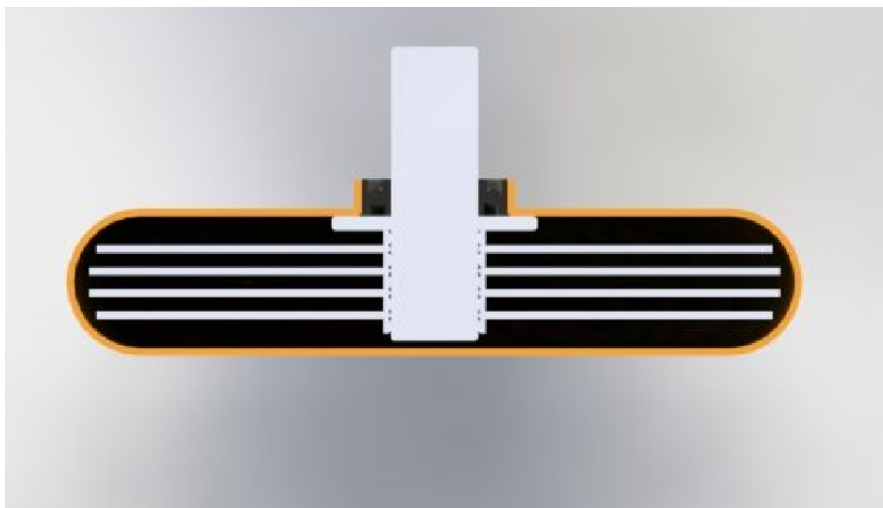


Slika 1. Teslina bezlopatična pumpa (prema patentu)



Slika 2. Trodimenzionalni *CAD* model pumpe iz [1]





Slika 3. Presjek trodimenzionalnog *CAD* modela pumpe iz [1]

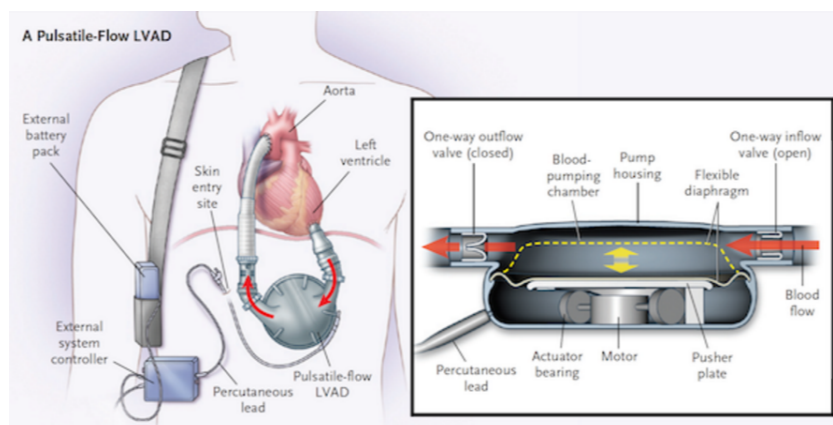
## 1.2 Funkcija pumpe u krvotoku

Srčana pumpa zamjenjuje lijevi ventrikl (klijetku) kako je prikazano slikom 4. Kod zdravog srca klijetka se puni iz atrija (predklijetke) u kojem je tlak do 10 mmHg, pa tlak u lijevom ventriklu pada na gotovo 0 mmHg, kako bi se mogao napuniti. Kod kontrakcije ventrikla, on izbacuje krv u aortu, te mora savladati srednji tlak u njoj. Tlak koji se mjeri na ruci (sistolički/dijastolički) je približno jednak tlaku koje treba svladati srce. Ako pumpa radi kontinuirano, neće biti velikih oscilacija tlaka u aorti (uzima se da bi vladao srednji tlak). Srednji tlak se približno računa iz izraza

$$p_{sr} = \sqrt{p_{sys} \cdot p_{dia}} \quad (1.1)$$

gdje je  $p_{sys}$  sistolički, a  $p_{dia}$  dijastolički tlak.

Kod zdravih ljudi se mjeri  $p_{sys}/p_{dia} = 120/80 \text{ mmHg}$ . Kod ljudi koji boluju od hipotenzije se može izmjeriti  $p_{sys}/p_{dia} = 90/60 \text{ mmHg}$ , a kod ljudi koji boluju od hipertenzije  $p_{sys}/p_{dia} = 190/100 \text{ mmHg}$ .



Slika 4. Prikaz ugrađene srčane pumpe

Ako se zanemari tlak u plućima, odnosno lijevom atriju, onda srčana pumpa mora imati visinu dobave koja je jednaka srednjem tlaku u aorti. Prema (1.1) visina dobave koju bi pumpa trebala ostvariti kod zdravih ljudi je približno  $98 \text{ mmHg}$ , kod ljudi koji boluju od hipertenzije  $138 \text{ mmHg}$ , a kod ljudi koji boluju od hipotenzije  $74 \text{ mmHg}$ . U normalnim prilikama, kad čovjek miruje, volumni protok krvi koji dotječe u atrij iz periferne cirkulacije je oko  $5 \text{ l/min}$ , a pri povišenoj fizičkoj aktivnosti se penje na vrijednosti od  $13 \text{ l/min}$  do  $15 \text{ l/min}$  (više vidjeti u [5]). U posebnim slučajevima, protok može biti veći ili manji od navedenih, posebice kod sportaša kojima protok može ići i do  $25 \text{ l/min}$ . Ovime je određeno djelatno područje pumpe. Raspon prirasta tlaka koji pumpa treba ostvariti se kreće od  $74 \text{ mmHg}$  do  $138 \text{ mmHg}$  pri volumnim protocima od  $13 \text{ l/min}$  do  $15 \text{ l/min}$ .

### 1.3 O krvi, trombozi i hemolizi

Krv (*lat. sanguis*) crvena je, neprozirna i gusta tekućina, posebna mirisa i slana okusa. Ona protječe kroz srčano-krvožilni sustav organizma te kroz tijelo prenosi hranjive tvari i kisik. Ukupna količina krvi u tijelu odrasla čovjeka je 5 – 6 litara, što je oko 8% ukupne tjelesne mase. Krv se sastoji od krvne plazme, krvnih stanica – eritrocita, leukocita i krvnih pločica – trombocita. Krv je funkcionalno najvažnija tjelesna tekućina kod ljudi.[15]

Za potrebe proračuna provedenih u ovom radu, uzimaju se sljedeća fizikalna svojstva krvi:

- $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$ ;
- $\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ ;
- $\tau_{dop} \in [30, 140] \text{ Pa}$ .

Ovdje je  $\rho$  gustoća,  $\mu$  dinamička viskoznost, a  $\tau_{dop}$  je dopušteni interval smičnih napreznja kojima je krv izložena.  $\tau_{dop}$  će se koristiti za ocjenu slike strujanja u poglavlju 8.

Dva fenomena oštećenja krvi se događaju u srčanim pumpama. Zovu se tromboza i hemoliza. Tromboza predstavlja formaciju i rast krvnih ugrušaka. Hemoliza predstavlja oštećenje crvenih krvnih stanica (*engl. red blood cells - RBC*). Pretpostavlja se da je funkcija izloženosti krvi visokim iznosima tangencijalnih napreznja i **duljini vremena** tijekom koje se ova izloženost događa. Proces koji uzrokuje trombozu i hemolizu u složenim strujanjima nije u potpunosti razjašnjen. Opće mišljenje je da izloženost krvi visokim iznosima tangencijalnih napreznja vodi do hemolize. Područja niskih tangencijalnih napreznja ili stagnacije strujanja mogu biti uzrokom taloženja tromba, tj. tromboze. Modeli predviđanja su iznešeni u literaturi [4]. Ovi modeli su utemeljeni na općemu razumijevanju da je krvno oštećenje funkcija izloženosti krvi smičnim napreznjima. [9]

## 2 Pregled teorijskih osnova

Mehanika fluida je teorijsko eksperimentalna znanost. Teorijski pristup se temelji na analitičkom rješavanju matematičkih modela strujanja fluida. Većina problema vezana uz strujanje fluida je opisana nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednačbama za koje ne postoje analitička rješenja. Zbog toga se u prošlosti većina problema mehanike fluida rješavala eksperimentalnim pristupom. Razvojem računala se počela razvijati računalna dinamika fluida - RDF (*engl. computational fluid dynamics -CFD*) u kojoj se matematički modeli strujanja fluida rješavaju numeričkim simulacijama. I dalje postoji potreba za eksperimentalnim pristupom jer se ta dva pristupa nadopunjavaju. RDF daje kompletnu sliku polja u strujanju, može simulirati uvjete koji se ne mogu ostvariti u eksperimentu, jeftinija je i skraćuje vrijeme projektiranja u odnosu na eksperimentalni pristup. Nedostak RDF-a je ograničena primjena na slučajeve za koje postoje dobri matematički modeli, a kada se traži ograničen broj rezultata, može biti skuplja nego eksperimentalni pristup. Eksperimentalni pristup se koristi kao pokazatelj ispravnosti računalne simulacije, a može biti i obrnuto - direktna numerička simulacija.

Računalna simulacija započinje definiranjem problema i odabirom odgovarajućega matematičkog modela. Matematički model nije ništa drugo doli matematički zapis fizikalnog modela, koji je niz pretpostavki koje se koriste pri aproksimaciji stvarnog svijeta. Pri fizikalnom modeliranju stvarnog problema potrebno je voditi računa da je model što točniji i da je matematički model dobiven iz tog fizikalnog modela što jednostavniji.

Najčešće korištena pretpostavka za opis strujanja fluida jest da je fluid kontinuum. Kontinuum je zamišljena tvar koja u potpunosti ispunjava prostor i zadržava fizikalna svojstva i za slučaj infinitesimalno malog volumena. Iako je svaki realni fluid diskretne strukture, hipotezu kontinuuma moguće je primijeniti za probleme u kojima su dimenzije proračunske domene dovoljno velike u odnosu na međumolekularni razmak što je vrlo čest slučaj u inženjerskoj praksi.

U ovom radu je korišten matematički model koji opisuje jednofazno, jednokomponentno, nestlačivo, viskozno, laminarno, adijabatsko, trodimenzijsko, stacionarno strujanje izotropnog Newtonovskog fluida.

### 2.1 Opći oblik zakona očuvanja fizikalnog svojstva

Općenito zakon očuvanja fizikalnog svojstva  $F$  kaže da je brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena (koji se sastoji stalno od jednih te istih čestica fluida) jednaka izvoru ili ponoru tog fizikalnog svojstva. Izvor može biti raspodijeljen po prostoru ili po površini materijalnog volumena. Površinski dio izvorskog člana najčešće je povezan s difuzijskim procesima koji su posljedica postojanja gradijenta fizikalnog svojstva. [3]

Ekstenzivnu fizikalnu veličinu  $F$  se može definirati po jedinici mase ili po jedinici volumena ( $F = d\varphi/dm$  ili  $F = d\varphi/dV$ ). Opća konvekcijsko-difuzijska jednačba izražena preko

specifičnog fizikalnog svojstva  $\varphi$  je oblika:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} - \Gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = S_\varphi. \quad (2.1)$$

## 2.2 Prikaz korištenih osnovnih zakona dinamike fluida

Osnovni zakoni koji opisuju strujanje fluida su zakon očuvanja mase, zakon očuvanja količine gibanja, zakon očuvanja momenta količine gibanja, zakon očuvanja energije i drugi zakon termodinamike. U slučaju da nema momenata raspodijeljenih po volumenu i po površini materijalnog volumena zakon očuvanja momenta količine gibanja svodi se na simetričnost tenzora naprezanja  $\sigma_{ji}$ . Drugi zakon termodinamike koristi se za utvrđivanje fizikalnosti procesa i jedina nepoznata veličina je entropija (podrazumijeva se da su polja tlaka, brzine i temperature određena primjenom zakona očuvanja mase, zakona očuvanja količine gibanja i zakona očuvanja energije) pa se ta jednadžba može rješavati neovisno od preostalih.

### 2.2.1 Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase za materijalni volumen kaže da je brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka nuli. Zakon očuvanja mase je poznatiji kao jednadžba kontinuiteta. Prikazan je jednadžbom 2.2.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja za materijalni volumen kaže da je brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen. Prikazan je jednadžbom 2.3.

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-p\delta_{ji} + \Sigma_{ji}) + \rho f_i \quad (2.3)$$

Ovdje je  $\Sigma_{ji}$  simetrični tenzor viskoznih naprezanja. Prema Newtonovom zakonu viskoznosti, uz zanemarenje volumenske viskoznosti fluida tenzor viskoznih naprezanja je:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji}. \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Zakon očuvanja energije

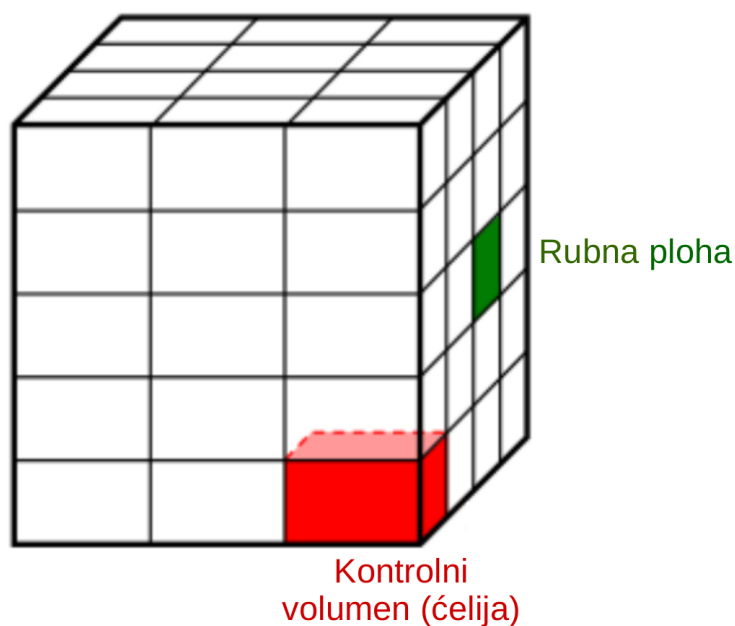
Zakon očuvanja energije kaže da je brzina promjene zbroja unutrašnje i kinetičke energije materijalnog volumena jednaka snazi vanjskih masenih i površinskih sila koja djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena s okolinom.

Uz korištenje kaloričke jednadžbe stanja (uz uvjet da se koristi savršeni plin) i Fourierovog zakona toplinske vodljivosti može se zapisati zakon očuvanja unutarnje energije (jednadžba 2.5).

$$\frac{\partial(\rho c_v T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_v v_j T)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q_H \quad (2.5)$$

### 3 Metoda konačnih volumena

Najkorištenija numerička metoda u problemima strujanja fluida je metoda konačnih volumena. U metodi konačnih volumena domena strujanja, tj. kontrolni volumen proračuna dijeli se na veliki broj konačnih volumena u kojima se računaju vrijednosti polja fizikalnih veličina. Oni čine mrežu. Dakle, mreža je sastavljena od određenog broja kontrolnih volumena ili ćelija (*engl. cells*). Kontrolni volumeni su grupirani u jednu ili više grupa kontrolnih volumena (*engl. cell zones*). Svaki volumen je omeđen određenim brojem ploha (*engl. faces*). Ove plohe su grupirane u određeni broj zona (*engl. face zones*). Neke od navedenih ploha su smještene na granicama modela. Zone kojima pripadaju takve plohe nazivaju se rubne zone (*engl. boundary zones*). Uvjeti grupiranih ćelija (*engl. cell zone conditions*) se primjenjuju na sve ćelije. Rubni uvjeti (*boundary conditions*) se primjenjuju na sve rubne zone.



Slika 5. Primjer jednostavne 3D mreže

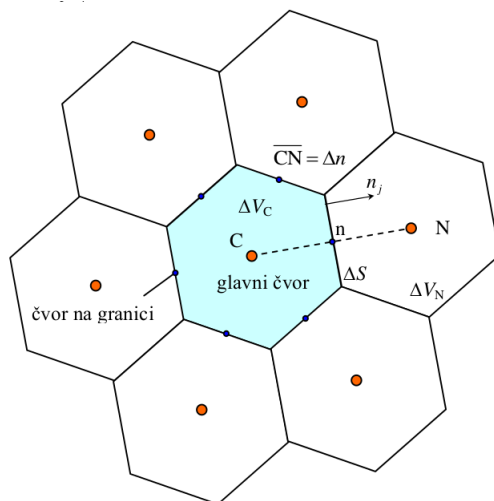
Konačni volumeni moraju u potpunosti ispunjavati kontrolni volumen i ne smiju se preklapati. Zakoni očuvanja ostaju zadovoljeni za svaki konačni volumen.

Sve navedene jednačbe imaju oblik opće konvekcijsko difuzijske jednačbe tj. općeg oblika zakona očuvanja fizikalnog svojstva.

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} - \Gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi \quad (3.1)$$

U jednačbi 3.1 prvi član lijeve strane označava lokalnu promjenu fizikalnog svojstva čestice fluida, tj. promjenu fizikalnog svojstva čestice fluida zbog nestacionarnosti. Drugi

član označava promjenu sadržaja fizikalnog svojstva čestice fluida zbog konvektivnog prijenosa dok treći član označava promjenu sadržaja fizikalnog svojstva čestice fluida zbog difuzije. Konvektivni i difuzijski prijenos zajedno su definirani kao vektor protoka fizikalne veličine  $J_j$ .



Slika 6. Dio diskretiziranog područja proračuna [2]

Integriranjem jednadžbe (3.1) po konačnom volumenu  $\Delta V$  i primjenom Gaussovog teorema dobije se jednadžba (3.2).

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (3.2)$$

Lijeva strana jednadžbe (3.2) označava brzinu promjene sadržaja fizikalnog svojstva  $\varphi$  u konačnom volumenu  $\Delta V$ . Prvi član desne strane predstavlja zbroj konvekcijskog i difuzijskog protoka fizikalnog svojstva  $\varphi$  kroz granice konačnog volumena  $\Delta V$ . Drugi član predstavlja izvor fizikalnog svojstva  $\varphi$  u konačnom volumenu.

Površinski i volumenski integrali u izrazu (3.2) aproksimiraju se sukladno teoremu o srednjoj vrijednosti. Volumenski je integral u prvom članu (uz uvjet da je  $\rho = konst.$ )

$$\int_{\Delta V} \varphi dV = \bar{\varphi}_{\Delta V} \Delta V. \quad (3.3)$$

Ovdje je  $\bar{\varphi}_{\Delta V}$  srednja vrijednost fizikalne veličine  $\varphi$  unutar konačnog volumena. Pretpostavlja se da je konačni volumen  $\Delta V$  dovoljno mali da se raspodjela veličine  $\varphi$  unutar konačnog volumena  $\Delta V$  može smatrati linearnom. Uz razvoj fizikalne veličine  $\varphi$  u Taylorov red do prve potencije oko vrijednosti  $\varphi_C$  u centralnom čvoru C dobije se

$$\bar{\varphi}_{\Delta V} \Delta V = \left[ \varphi_C + \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Big|_C (x_j^T - x_j^C) \right] \Delta V. \quad (3.4)$$

Ovdje je  $x_j^T$  vektor položaja težišta kontrolnog volumena, a  $x_j^C$  vektor položaja centralnog čvora C. Iz jednadžbe (3.4) je vidljivo da je srednju vrijednost fizikalne veličine  $\varphi$  unutar

konačnog volumena moguće aproksimirati vrijednošću fizikalne veličine u centralnom čvoru C za slučaj da se centralni čvor smjesti u težište konačnog volumena. Uz primjenu te aproksimacije član lokalne promjene aproksimira se izrazom (3.5).

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV \approx \rho \frac{d\varphi_C}{dt} \Delta V. \quad (3.5)$$

Primjenom integralnog teorema o srednjoj vrijednosti i aproksimacijom srednje vrijednosti vrijednošću u centralnom čvoru integral izvorskog člana aproksimira se izrazom 3.6.

$$\int_{\Delta V} S_\varphi dV \approx S_C \Delta V. \quad (3.6)$$

Površinski integral u izrazu (3.2) označava ukupni protok fizikalnog svojstva kroz granice konačnog volumena uslijed konvekcije i difuzije. Protok uslijed konvekcije definiran je vektorom  $\rho v_j \varphi$ , a protok uslijed difuzije definiran je vektorom  $-\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$ . Zbroj ta dva vektora, koji u općem slučaju nisu kolinearni, čini ukupni vektor toka  $J_j$ . Protoku fizikalnog svojstva doprinosi samo normalna komponenta vektora toka  $J_j n_j$

$$\Delta \mathcal{I}_n = \int_{\Delta S} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS = \left[ \rho (\overline{v_n \varphi})_{\Delta S} - \Gamma \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{\Delta S} \right] \Delta S. \quad (3.7)$$

Srednja vrijednost umnoška  $(\overline{v_n \varphi})_{\Delta S}$  prikazuje se kao umnožak srednjih vrijednosti normalne komponente brzine i vrijednosti fizikalnog svojstva u težištu  $n$  površine  $\Delta S$ . Srednja vrijednost normalne derivacije na površini  $\Delta S$  se aproksimira vrijednošću normalne derivacije u težištu  $n$  površine  $\Delta S$ . Uz uvođenje bezdimenzijske koordinate  $\tilde{n} = n/\Delta n$  ( $\Delta n$  je udaljenost između centralnog čvora C promatranog konačnog volumena i središta N susjednog konačnog volumena) normalna komponenta ukupnog protoka zapisuje se u sljedećem obliku:

$$\Delta \mathcal{I}_n = \rho v_{n,n} \Delta S \varphi_n - \frac{\Gamma \Delta S}{\Delta \tilde{n}} \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n = F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n. \quad (3.8)$$

Prvi član lijeve strane je veličina  $F_n = \rho v_{n,n} \Delta S$ . Zove se jačina konvekcije, a veličina  $D_n = \frac{\Gamma \Delta S}{\Delta n}$  jačina difuzije.

Budući da je jedina nepoznanica polje fizikalne veličine  $\varphi$ , jačina konvekcije  $F_n$  i jačina difuzije,  $D_n$  se može izračunati. U izrazu (3.8) nepoznanice su srednja vrijednost  $\varphi_n$  i normalna derivacija  $\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n$  u težištu površine  $\Delta S$ . U metodi konačnih volumena vrijednosti polja  $\varphi$  izračunavaju se samo u glavnim čvorovima konačnih volumena pa je vrijednosti na stranicama potrebno aproksimirati pomoću vrijednosti u glavnim čvorovima. Aproksimacija se vrši shemama diferencije ili numeričkim shemama (detaljno opisano u [2]).

Uvrštavanjem izraza (3.5), (3.6) i (3.8) u jednadžbu (3.2) dolazi se do jednadžbe (3.9).

$$\rho \frac{d\varphi_C}{dt} \Delta V = - \sum_{nb=1}^{N_{nb}} \left( F_n \varphi_n - D_n \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_n \right)^{nb} + S_C \Delta V. \quad (3.9)$$

Ovdje je  $N_{nb}$  broj stranica konačnog volumena.

Ako se primijeni neka od shema diferencije kod koje se koriste samo vrijednosti u glavnim čvorovima, ukupni protok fizikalnog svojstva  $\varphi$  kroz površinu  $\Delta S$  može se zapisati u obliku prikazanom jednažbom (3.10).

$$\Delta \mathcal{J}_n = F_n \varphi_C + a_N (\varphi_C - \varphi_N), \quad (3.10)$$

Koeficijent  $a_N$  ovisi o vrsti primjenjene sheme diferencije.

Uvrštavanjem izraza (3.10) u izraz (3.9) uz primjenu određene metode za vremensku integraciju, linearizacijom izvorskog člana i naknadnim sređivanjem dobije se izraz (3.11).

$$a_C \varphi_C = \sum_{nb_1}^{N_{nb}} a_N^{nb} \varphi_N^{nb} + b \quad (3.11)$$

Jednažba (3.11) je linearna algebarska jednažba dobivena diskretizacijom integrala po konačnom volumenu s centralnim čvorom C. Ponavljanjem postupka za svaki konačni volumen dobiva se sustav linearnih algebarskih jednažbi. Nepoznanice tog sustava su vrijednosti polja  $\varphi$  u centralnim čvorovima konačnih volumena. Broj nepoznanica odgovara broju konačnih volumena. Sustav matrice jednažbi se zapisuje u sljedećem obliku:

$$[A_{ji}] [\varphi_i] = [b_i]. \quad (3.12)$$

Ovdje je  $[A_{ji}]$  matrica sustava,  $[\varphi_i]$  je vektor nepoznanica dok  $[b_i]$  predstavlja vektor desne strane u kojeg ulaze sve poznate veličine. Elementi matrice  $[A_{ji}]$  su koeficijenti  $a_C$  i  $a_N^{nb}$  pri čemu se koeficijenti  $a_C$  nalaze na glavnoj dijagonali. Prije rješavanja sustava (3.12) potrebno je u jednažbe (3.11) implementirati informacije o rubnim uvjetima koje polje  $\varphi$  mora zadovoljavati. Rubni uvjeti se većinom implementiraju kroz član  $b$  koji ulazi u vektor desne strane sustava.



## 4 Rubni uvjeti

Rubni uvjeti su nužan dio matematičkoga modela pa je tako u sustav diskretiziranih jednadžbi nužno ugraditi i rubne uvjete. Da bi se definirao problem koji će rezultirati jedinstvenim rješenjem, potrebno je implementirati informacije o zavisnim varijablama strujanja na rubovima domene. Pošto su osnovne jednadžbe dinamike fluida diferencijalne, njihovo rješenje zahtjeva integraciju. Rubni uvjeti su matematički ekvivalent konstantni integracije, vrijednosti koja je potrebna za ostvarivanje jedinstvenog rješenja. Zadani rubni uvjeti imaju značajan utjecaj na rješenje. Lošim zadavanjem rubnih uvjeta moguće je dobiti rješenje potpuno drugoga problema.

Matematička podjela rubnih uvjeta je na:

- Dirichletov rubni uvjet kojim je zadana vrijednost polja fizikalne veličine  $\phi = \phi_s$  na rubu;
- Von Neumannov rubni uvjet kojim je zadana derivacija na rubu u smjeru normale  $a \left( \frac{d\phi}{dx_i} \right) n_i = b_s$ ;
- Robinov (miješani) rubni uvjet kojim se na rubu zadaje i derivacija u smjeru normale i vrijednost polja fizikalne veličine  $c_s \phi + a \left( \frac{d\phi}{dn} \right) = b_s$ . Dirichletov i Von Neumannov rubni uvjet se mogu shvatiti kao posebni slučajevi Robinovog rubnog uvjeta.

$\phi_s, b_s$  i  $c_s$  su zadane funkcije na rubnoj plohi  $S$ , a  $n_i$  su komponente jediničnog vektora vanjske normalne  $\mathbf{n}$  na plohu  $S$ . Definiranje rubnih uvjeta uključuje:

- određivanje tipa rubnih uvjeta;
- određivanje područja primjene;
- zadavanje potrebnih podataka zavisno o tipu, području i fizikalnom modelu koji se rješava.

Izbor rubnih uvjeta ovisi o:

- geometriji modela;
- dostupnosti podataka;
- specifičnosti primijenjenog numeričkog postupka;
- fizici problema koji se rješava.

Rubni uvjeti u programskom paketu *OpenFOAM*-u se mogu podijeliti na:

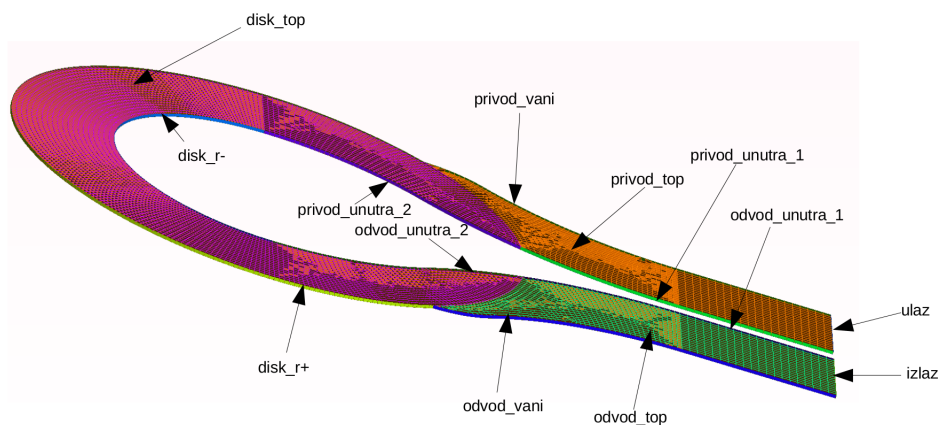
- osnovni tip (*engl. base type*) - patch (*hrv. umetak*) je tip granice opisan čisto uvjetima geometrije ili kao poveznica izmjene podataka (*engl. data communication link*);

- primitivni tip (*engl. primitive type*) - osnovni numerički rubni uvjet pridružen stranicama pojedine granice (u izvedbi odgovara Dirichletovom i Von Neumannovom tipu);
- izvedeni tip (*engl. derived type*) - složeni rubni uvjet, izveden kombinacijom rubnih uvjeta primitivnog tipa (praktično je riječ o Robinovom rubnom uvjetu, odnosno uvjetu vezanom uz implementaciju određenog numeričkog postupka).

#### 4.0.4 Primjenjeni rubni uvjeti

Naziv rubne zone	Tip rubne zone	Rubni uvjet brzine	Rubni uvjet tlaka
disk	wall	fixedValue (nonuniform)	zeroGradient
privod	symmetry	symmetry	symmetry
odvod	symmetry	symmetry	symmetry
disk_top	symmetry	symmetry	symmetry
privod_top	symmetry	symmetry	symmetry
odvod_top	symmetry	symmetry	symmetry
disk_r-	symmetry	fixedValue (nonuniform)	zeroGradient
disk_r+	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
odvod_vani	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
odvod_unutra_1	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
odvod_unutra_2	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
privod_unutra_1	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
privod_unutra_2	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
privod_vani	wall	fixedValue (uniform)	zeroGradient
ulaz	patch	fixedValue (uniform)	fixedValue
izlaz	patch	pressureInletOutletVelocity	zeroGradient

**Tablica 1.** Prikaz rubnih zona, klasifikacije po tipovima i rubnih uvjeta



**Slika 7.** Rubne zone

Na slici 7 su prikazane rubne zone kao prilog tablici 1. Rubne zone *disk*, *privod* i *odvod* nisu prikazane jer se nalaze na istim mjestima kao i *disk\_top*, *privod\_top*, *odvod\_top*, ali s druge strane modela.

#### 4.0.5 Rezime primjenjenih rubnih uvjeta

Potrebno je objasniti primjenjene tipove rubnih zona kao i primjenjene rubne uvjete.

- *patch* (*hrv. umetak*) - je osnovni geometrijski tip, ne sadrži geometrijske ni topološke informacije o mreži, primjenjen je na ulazu i izlazu iz strujnoga dijela pumpe;
- *wall* (*hrv. zid*) je rubni uvjet nepropusne stijenke kod koje je normalna komponenta brzine jednaka nuli (nema protoka kroz granicu), ali gradijenti tangencijalnih komponenti brzina su različiti od nule što omogućuje stvaranje graničnog sloja. Rubni uvjet u programskom paketu OpenFOAM označuje također osnovni geometrijski tip koji je nositelj dodatnih informacija koje su potrebne za primjenu fizikalnih rubnih uvjeta zida, poput npr. čvrste nepropusne stijenke. Tako se primjerice u primjenama zidnih funkcija pri modeliranju turbulencije uz ovaj tip pohranjuje dodatna informacija o udaljenosti čvora prvog volumena. U ovome se radu primjenjuje model laminarnog strujanja i ovaj se uvjet koristi na čvrstim nepropusnim stijenkama, u skladu s tablicom 1;
- *symmetry* (*hrv. ravnina simetrije*) je rubni uvjet nepropusne stijenke kod koje je normalna komponenta brzine jednaka nuli (nema protoka kroz granicu), ali gradijenti tangencijalnih komponenti brzina su različiti od nule, stoga nema stvaranja graničnoga sloja;
- *fixedValue* (*hrv. konstantna vrijednost*) - je Dirichletov rubni uvjet po kojem je zadana konstantna vrijednost polja fizikalne veličine po rubu;
- *zeroGradient* (*hrv. nulti gradijent*) - je Von Neumannov rubni uvjet kojim je zadan nulti gradijent polja fizikalne veličine po rubu normalno na rub;
- *pressureInletOutletVelocity* je izvedeni rubni uvjet koji na granici na kojoj je zadan, u jednadžbama količine gibanja, ovisno o smjeru protoka zadaje Dirichletov (*fixedValue*) ili Von Neumannov rubni uvjet s nultom vrijednošću gradijenta za polje brzine (*zeroGradient*). U slučaju negativnog protoka (kada fluid ulazi u područje), normalna komponente brzine se izračunava temeljem protoka na stranici.

Na ulazu u strujni dio pumpe je zadana konstantna vrijednost polja (*engl. uniform value*) brzine ovisno o željenom protoku. Ovaj rad primjenjuje model nestlačivog laminarnog strujanja prema kojem je polje tlaka definirano isključivo gradijentom i prema tome je neodređeno do na konstantu. U takvoj situaciji ispravno je (u nedostatku dodatnih saznanja o raspodjeli tlaka) zadati na svim granicama nultu vrijednost gradijenta tlaka. No, u tom slučaju vrijednost polja tlaka je neodređena, a to dovodi do toga da je matrica u sustavu diskretiziranih jednadžbi singularna, pa se vrijednosti polja tlaka fiksiraju zadavanjem jedne vrijednosti u jednoj točki. Uvriježeni je postupak da se umjesto jedne točke, vrijednosti tlaka propisuju na nekoj granici (gdje se unaprijed zna da će raspodjela biti približno konstantna ili nekoga drugoga oblika raspodjele), čime se poboljšavaju

svojstva sustava diskretiziranih jednadžbi u pogledu dijagonalne dominantnosti i općenito svojstva konvergencije iterativnog postupka. Dakle, tlak na ulazu je zadan kao konstantna vrijednost (*engl. fixed value*). Zadana je vrijednost  $0 \text{ mmHg}$  kako bi se lakše pratio prirast tlaka u strujnom dijelu pumpe. Na izlazu iz strujnog dijela pumpe je zadana nulta vrijednost gradijenta okomitog na rub (*engl. zero gradient*).

Na rotirajućim dijelovima (`disk_r` i `disk`) je zadana konstantna vrijednost polja. Ti rubni uvjeti su postavljeni korištenjem biblioteke *swak4Foam - SWiss Army Knife for Foam* koja težištu svakoga kontrolnog volumena dodijeli rubni uvjet konstantne brzine, ovisno o udaljenosti težišta od osi rotacije i kutnoj brzini rotacije. Način zadavanja bibliotekom prikazan je na slici 8.

```

1  /*----- C++ -----*/
2
3  //==== F i e l d      OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  //==== O peration    Version: 1.7.1
5  //==== A nd          Web: www.OpenFOAM.com
6  //==== M anipulation
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "system";
14     object       controlDict;
15 }
16 // *****
17
18
19 velocities {
20     field U;
21     expressions
22     (
23     {
24         target value;
25         patchName disk;
26         variables "omega=n.*pi/30.";
27         expression "vector(-omega*pos().y,omega*pos().x,0)";
28     }
29
30     {
31         target value;
32         patchName disk_r-;
33         variables "omega=r.*pi/30.";
34         expression "vector(-omega*pos().y,omega*pos().x,0)";
35     }
36 }

```

Slika 8. Implementacija biblioteke *swak4Foam*

Ovdje je  $n$  brzina rotacije vratila izražena u  $[o/min]$ .

Lako je uočiti kako je na zidovima za tlak zadan rubni uvjet nultog gradijenta normalno na rubnu zonu. Poznato je da je u slučaju pojave graničnog sloja uz stijenku male zakrivljenosti tlak konstantan po debljini graničnog sloja ili primjerice po poprečnom presjeku razvijenog strujanja u kanalima. Tako je na ovakvim mjestima opravdana primjena zadavanja nultog gradijenta, odnosno konstantne vrijednosti.

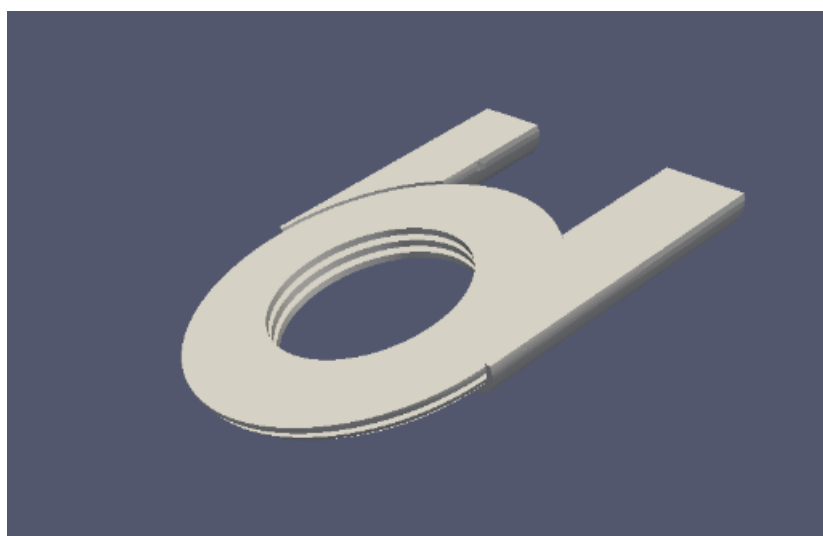
## 5 Usporedni prikaz modifikacija geometrije strujnih dijelova pumpe, prostornih diskretizacija i strujnica konstrukcijskom rješenju prilagođenom većim protocima

Cilj ovoga rada su modifikacije geometrije strujnih dijelova pumpe koje će rezultirati poboljšanjem slike strujanja u smislu smanjenja ili iščezavanja područja s recirkulacijskim strujanjem i smanjenjem vršnih vrijednosti tangencijalnih naprezanja, tj. osiguravanje njihovog većeg odmaka od propisanih granica. Zbog specifičnosti ovoga rada, prikaz modifikacija geometrije, prostornih diskretizacija i analiza rezultata nisu odvojeni, već su dani usporedno.

Recirkulacijsko strujanje može biti pogubno za kakvoću krvi. Radni fluid se u samom središtu recirkulacijskog vrtloga rotira kao kruto tijelo, što znači da nije smično opterećen. Za ovaj proračun će se uzeti da je donja granica ispod koje smično naprezanje u krvi ne bi smjelo biti  $\tau_{min} = 30 Pa$ . Recirkulacijsko strujanje kao tako ne bi trebalo biti pogubno ukoliko se radni fluid, tj. krv ne zadržava predugo u središtu recirkulacijskog vrtloga. Za ispitivanje vremena zadržavanja u recirkulacijskom vrtlogu problemu bi trebalo pristupiti koristeći Lagrangeov pristup. Lagrangeov pristup prati česticu fluida (točku kontinuuma). Fizikalna svojstva su vezana uz čestice fluida, a u općem su slučaju vremenski promjenjiva, te se se za jednu česticu fluida izražavaju funkcijama vremena. Fizikalno svojstvo svih čestica fluida koje čine materijalni volumen se tada izražava funkcijom vremena i parametara po kojima se međusobno razlikuju čestice fluida (imena čestica), unutar promatranog volumena.

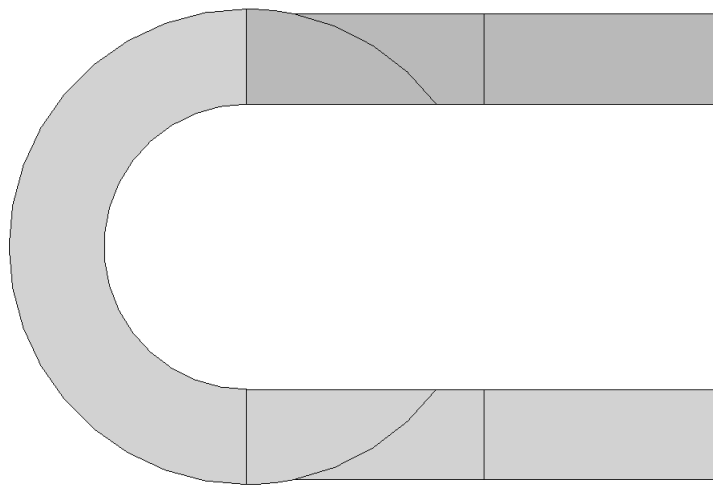
U ovom se radu neće koristiti Lagrangeov pristup jer je zahtjev ovoga rada smanjivanje recirkulacijskog strujanja geometrijskim preinakama. Koristit će se Eulerov pristup u kojemu je polje fizikalne veličine, u općem slučaju, funkcija vremenske i prostornih koordinata. Dakle, fizikalne veličine su opisane poljem.

Prvotna domena iz rada [1] je prikazana na slici 9.



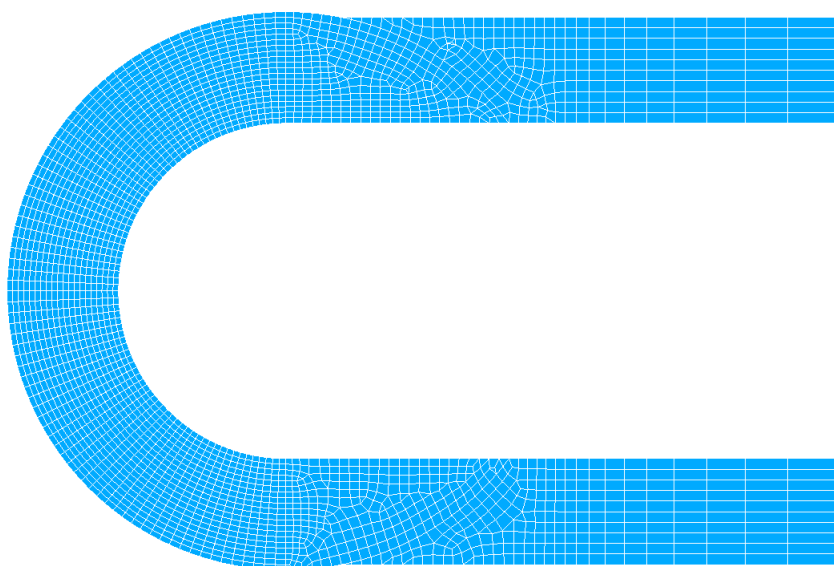
Slika 9. Prikaz domene iz rada [1]

Domena je diskretizirana s više od milijun kontrolnih volumena. Vršio se proračun nestacionarnog strujanja uz mali vremenski korak. To je bilo jako zahtjevno što se tiče računalnih resursa, a rezultati računalne simulacije nisu bili fizikalni - radni fluid se rotirao bez da se odvajao s diska u izlaznu cijev. Upravo je ovo dokaz dominantnosti viskoznih sila nad centrifugalnima u ovakvoj izvedbi pumpe. Provedeno je dodatno pojednostavljenje kako bi se vrijeme potrebno za proračun skratilo i kako bi rješenja dobila na smislenosti. Ugrađen je "klizač" (ili "češalj") koji neće dozvoliti neprekidnu rotaciju radnoga fluida s diskom. To pojednostavljenje je prikazano slikom 10. Prikazani model odgovara jednom međuprostoru između dviju rotirajućih ploča prikazanih slikama 2 i 3, pri čemu je pretpostavljena i iskorištena ravnina simetrije geometrije takvog prostora.



Slika 10. Geometrija iz [1]

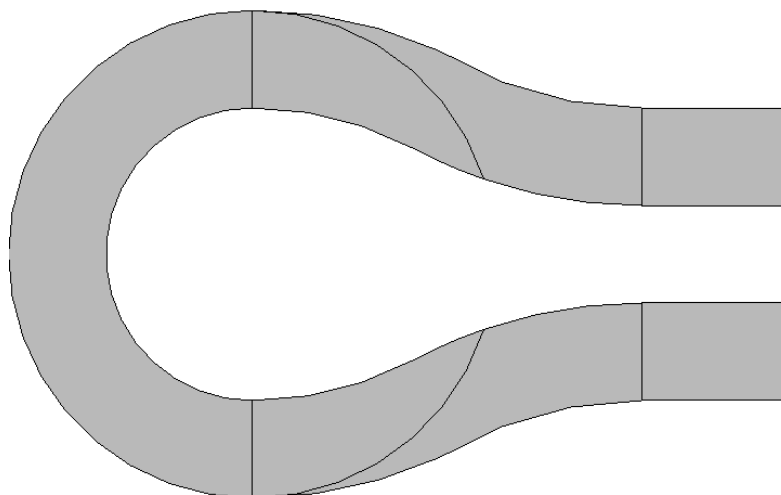
Domena je diskretizirana s 20 jednako razmaknutih kontrolnih volumena po visini, što sveukupno daje 51 880 kontrolnih volumena kao što je prikazano na slici 11.



Slika 11. Prostorna diskretizacija iz [1]

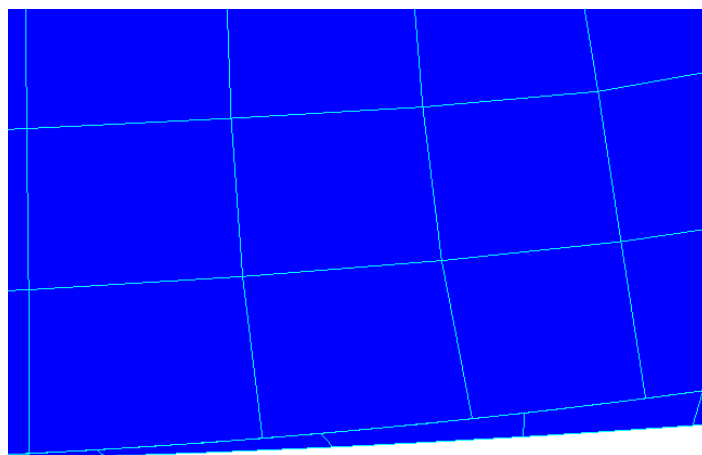
Tarna pumpa je sastavljena od više segmenata, međutim, zaključeno je da sam princip rada treba ispitati na jednom segmentu, čija je glavna prednost lakša izmjena geometrije i računalno manje zahtjevan problem.

U ovome radu domena je preinačena više puta. Na sljedećoj slici je prikazana jedna od modifikacija.



**Slika 12. Modifikacija 1**

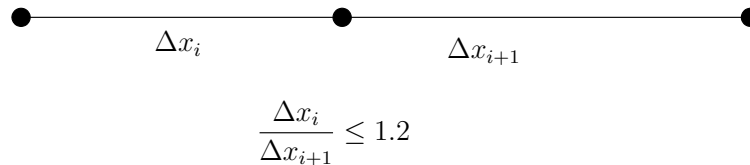
Sa slike 12 je vidljivo kako su izlazna i ulazna cijev zakrivljene. Preinaka je napravljena kako bi se tok fluida usmjerio što je više moguće cirkularno, pa je tako smanjen razmak između ulazne i izlazne cijevi. U početku je geometrija napravljena na način da su ulazna i izlazna cijev s vanjske strane potpuno tangencijalno spojene na vanjsku stranu diska. Detalj mreže generirane na takvoj geometriji je prikazan na slici 13.



**Slika 13. Detalj mreže na spoju**

To je rezultiralo jako velikim omjerom duljina najveće i najmanje stranice volumena (*engl. aspect ratio*) što može uzrokovati lošu uvjetovanost matrice sustava, kao i lošiju

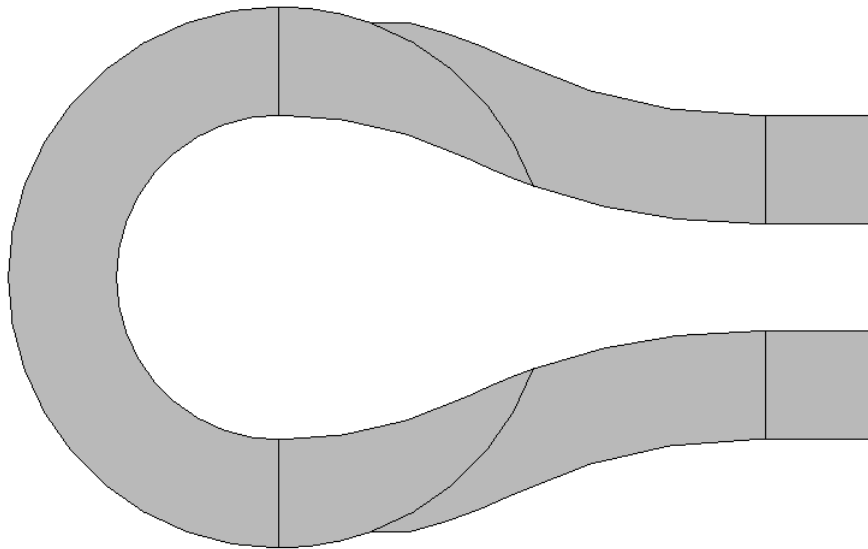
konvergenciju rješenja. Povećana je i distordiranost mreže (*engl. skewness*), kao i neortogonalnost. Distordiranost se kreće u rasponu od 0 do 1 s tim da kvaliteta mreže konačnih volumena pada s porastom asimetrije. Ovakvim prijelazom je narušena kontinuiranost prijelaza s malih na veće volumene (*engl. smoothness*). U idealnom slučaju maksimalno povećanje dimenzije mora biti  $\leq 20\%$  kako je prikazano na slici 14. Točnije rečeno, potrebno je osigurati da faktor linearne interpolacije bude uvijek oko vrijednosti 0.5.



**Slika 14. Kontinuiranost prijelaza**

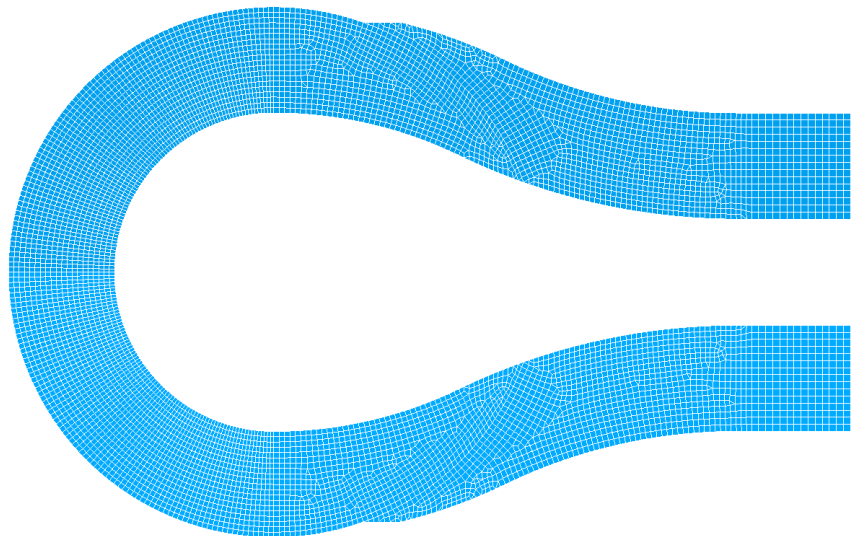
Ovakve degeneracije mreže mogu biti uzrokom divergencije rješenja ili čak rješenjima čiji je odmak od točnih izvan poželjnih granica. U idealnoj mreži spojnica čvorova bi trebala probadati stranicu konačnog volumena u njenom težištu (za potrebe što točnije aproksimacije površinskih integrala), težište stranice bi trebalo biti na polovištu spojnice susjednih čvorova (za potrebe što točnije interpolacije), spojnica čvorova bi trebala biti okomita na stranicu konačnog volumena (tada se difuzijski protok može modelirati bez potrebe za interpolacijom gradjenata iz centralnih čvorova na stranicu konačnog volumena). Zbog navedenoga je jasno da ovakav problem treba riješiti drukčijom izvedbom spoja cijevi. Problematični dio je odrezan kao što je prikazano na prethodnoj slici (slika 15). Međutim izvedba nije tako jednostavna. Trebalo je voditi opreza jer nije cilj dobiti samo model koji dobro konvergira ili daje zadovoljavajuće rješenje. Tako u cijelu priču ulazi i odvajanje strujanja kao bitan faktor na kojega treba obratiti pažnju. Naime, ako se otkine previše spoja, odnosno ako kut između cijevi i diska bude prevelik, izlazna cijev će biti difuzor u kojemu će se pojaviti odvajanje strujanja. Trebalo je, dakle, iznaći konstrukcijsko rješenje koje će osigurati kompromis između kvalitete mreže i smanjivanja mogućnosti odvajanja strujanja, rješenje koje će omogućiti da se nužnim prolaskom između dva oprečna cilja dobije zadovoljavajuće rješenje. Takvo konstrukcijsko rješenje je prikazano na već spomenutoj slici 15.





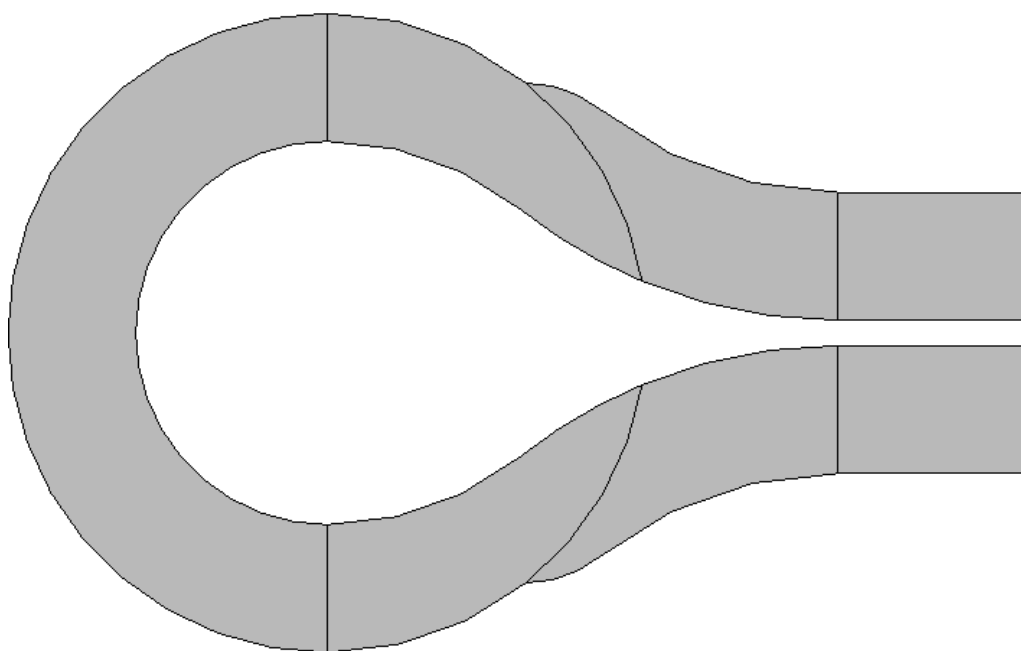
**Slika 15. Modifikacija 2**

Domena ovako preinačenog modela je diskretizirana s 145 640 kontrolnih volumena kao što je prikazano na slici 16.



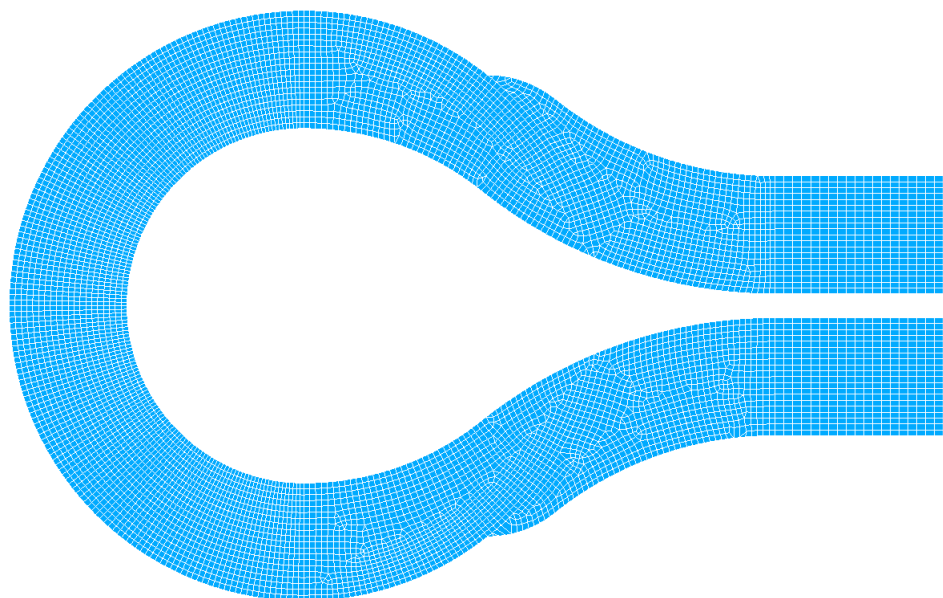
**Slika 16. Prostorna diskretizacija 1**

Sljedeća modifikacija geometrije je prikazana na slici 17. Razmak između ulazne i izlazne cijevi je sveden na minimum kako bi ulaz i izlaz u rotirajući dio pumpe bili što više bliži cirkularnome. Na spoj cijevi, zbog prethodno opisanog problema, se također pazilo. Ovdje je ponuđena drukčija konstrukcijska izvedba. Umjesto da se problematični dio odrezao ravninom, spoj je izveden dijelom kružnoga luka, baš kao što je prikazano na slici 17.

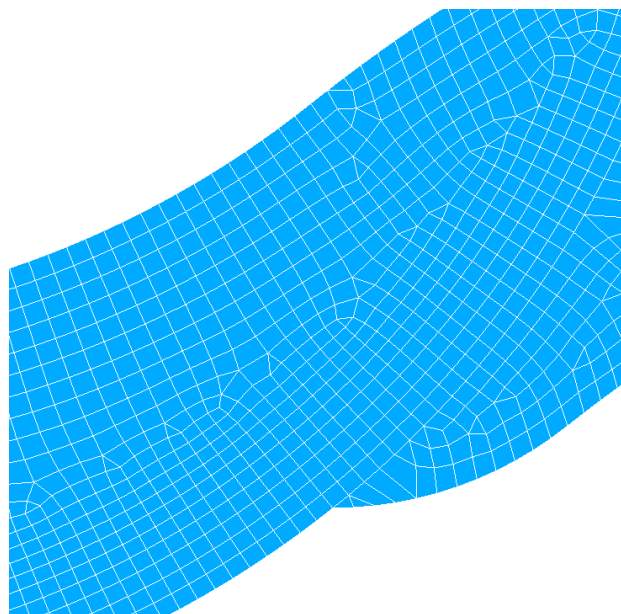


**Slika 17. Modifikacija 3**

Domena diskretizirana sa 154 620 kontrolnih volumena je prikazana na slici 18.

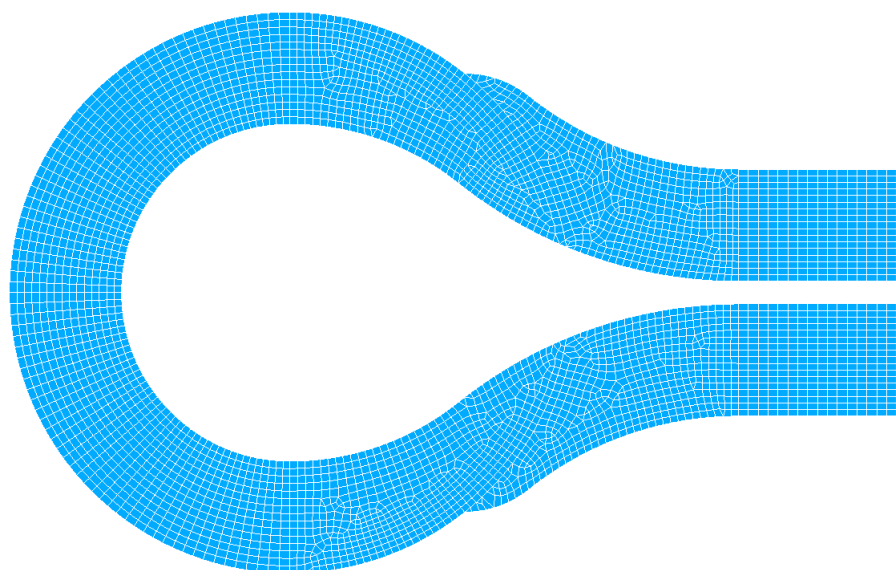


**Slika 18. Prostorna diskretizacija modifikacije 3**

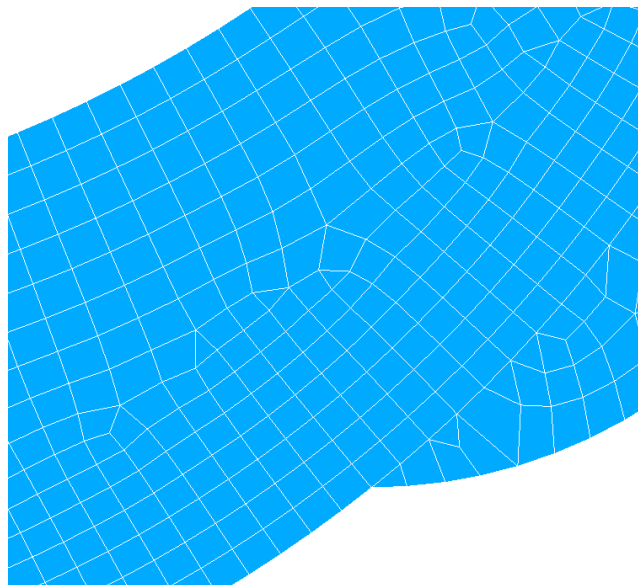


**Slika 19. Detalj prostorne diskretizacije na spoju**

Na slici 20 je prikazana grublja prostorna diskretizacija modifikacije 3. Domena je diskretizirana s 78 500 kontrolnih volumena, što je skoro za dvostruko manje (za 49.23%). Razlika u prirastu tlaka je minimalna. Primjerice za slučaj radne točke  $n = 300 \text{ o/min}$  i  $Q = 6.048 \text{ l/min}$  na gušćoj prostornoj diskretizaciji dobiven je prirast tlaka  $\Delta p = 43.9402 \text{ mmHg}$ , dok je na rjeđoj prostornoj diskretizaciji dobiven prirast tlaka  $\Delta p = 43.9103 \text{ mmHg}$ . Zaključuje se da je rješenje mrežno neovisno, tj. da je rjeđa prostorna diskretizacija bolja u smislu iskorištavanja računalnih resursa. Naime, vrijeme računanja, ovisno o metodi proračuna, može rasti višestruko s povećanjem broja kontrolnih volumena. Prorjeđenje prostorne diskretizacije je napravljeno i na modifikaciji geometrije 1. Izveden je isti zaključak pa se neće posebno razmatrati.



**Slika 20. Grublja prostorna diskretizacija modifikacije 3**

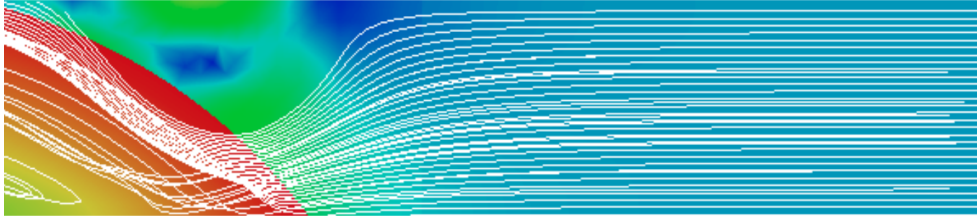


**Slika 21. Detalj prostorne diskretizacije na spoju modifikacije 3**

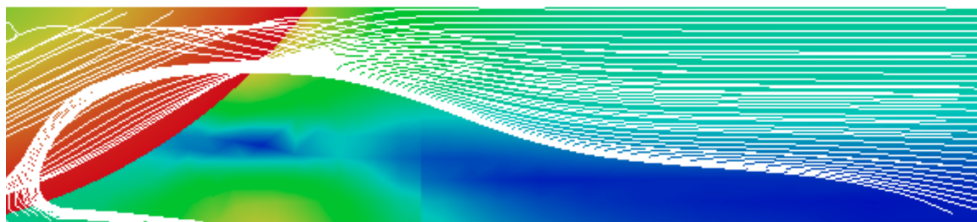
Provedbom proračuna na geometrijskoj modifikaciji 1 i 3 zaključeno je da je geometrijska modifikacija 3 bolje konstrukcijsko rješenje po kriteriju recirkulacije strujanja. Pošto su ulazna i izlazna cijev manje razmaknute, ulaz radnog fluida u rotor pumpe je bliži cirkularnome. Takva izvedba predstavlja prirodniju putanju strujanju. Stoga će se se modifikacija 3 uzeti u daljnje razmatranje. U nastavku je dana usporedba slike strujanja iz rada [1] sa slikom strujanja dobivene na modifikaciji 3. Iz prošloga rada je dostupan proračun u radnoj točki  $n = 500 \text{ o/min}$  i  $Q = 5.7 \text{ l/min}$ , pa će se se usporedba vršiti u toj radnoj točki.

### 5.0.6 Usporedba slike strujanja iz prethodnog rada sa slikom strujanja na modifikaciji 3 uzimajući veličinu zona recirkulacijskog strujanja kao glavni kriterij

Na slikama 22 i 23 su prikazani dijelovi slike strujanja iz rada [1].

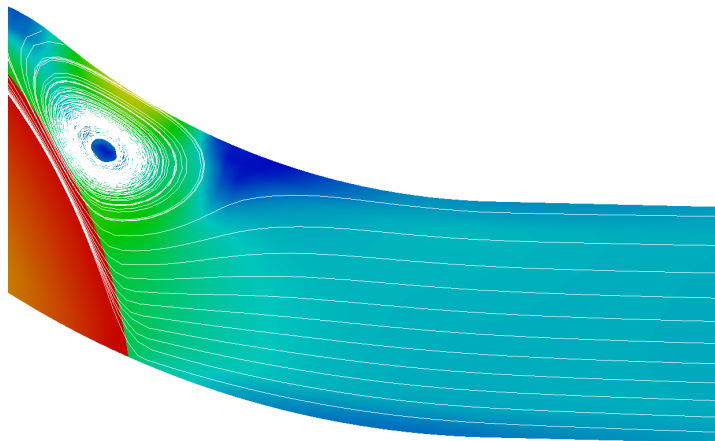


Slika 22. Detalj na spoju ulazne cijevi i diska (prethodni rad)

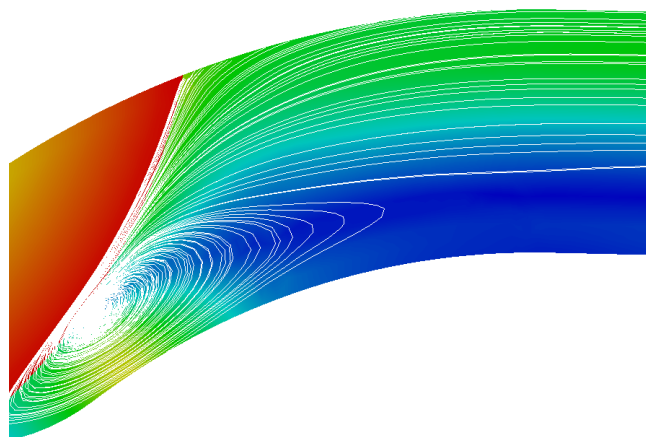


Slika 23. Detalj na spoju izlazne cijevi i diska (prethodni rad)

Na slikama 24 i 25 su prikazani dijelovi slike strujanja iz ovoga rada.



Slika 24. Detalj na spoju ulazne cijevi i diska



**Slika 25. Detalj na spoju izlazne cijevi i diska**

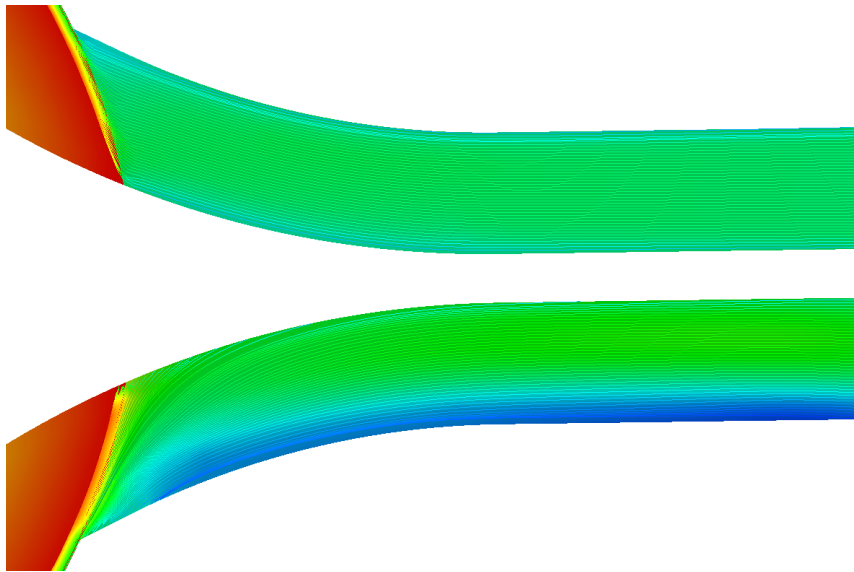
Sa slika 24 i 25 je vidljivo da su zone recirkulacijskog strujanja smanjene, osobito na spoju ulazne cijevi i diska. Vidljivo je da je i profil brzina ujednačeniji. Međutim, recirkulacijsko strujanje na spojevima ulazne i izlazne cijevi na rotor pumpe i dalje egzistira, pa će se prilagodba geometrije i dalje nastaviti.

#### 5.0.7 Slika strujanja u radnoj točki za $n = 500 \text{ o/min}$ i $Q = 15 \text{ l/min}$

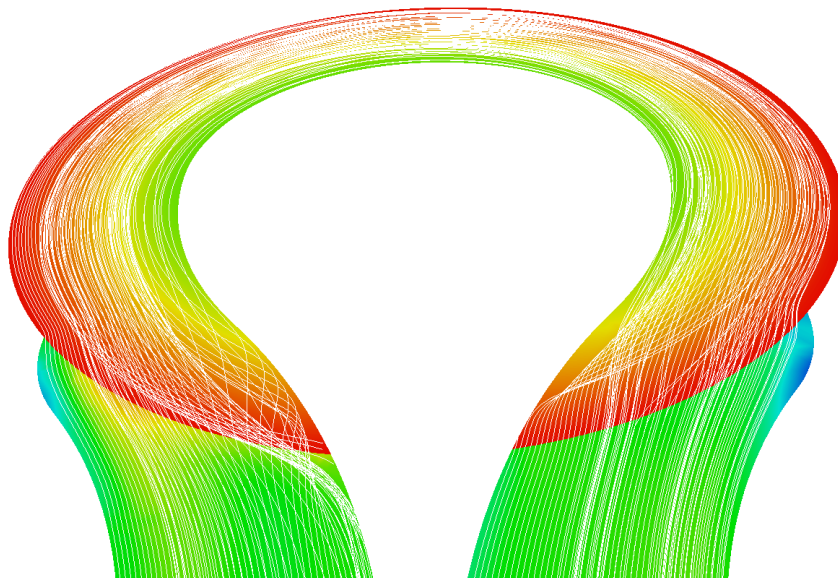
Prvotna razmišljanja su navodila na to da glavni uzrok recirkulacijskog strujanja na spoju cijevi i rotora pumpe loša izvedba spoja. Kada se spoj promijenio, slika strujanja se poboljšala po kriteriju recirkulacijskog strujanja, ali recirkulacijsko strujanje i dalje postoji. Daljnje razmišljanje je navodilo na zaključak kako je recirkulacijsko strujanje inducirano vrtnjom diska i da je kao takvo neizbježno jer geometrijska izvedba teško dozvoljava ulaz i izlaz radnog fluida koji bi bio bliže cirkularnom od ovoga.

Variranjem protoka  $Q$  kroz pumpu pri  $n = 500 \text{ o/min}$  zaključilo se kako su zone recirkulacijskog strujanja sve manje kako raste protok. Zaključuje se kada pumpa radi kapacitetom koji je niži nego to konstrukcijska izvedba dopušta da se stvara sekundarno recirkulacijsko strujanje. Ovo strujanje se ne smije poistovjetiti s minimumom recirkulacijskog strujanja potrebnog za ostvarenje centrifugalnog strujanja (ovo je karakteristika centrifugalnih pumpi - ovdje veću ulogu igra trenje nego centrifugalna sila, ali njezin utjecaj je ipak vidljiv).

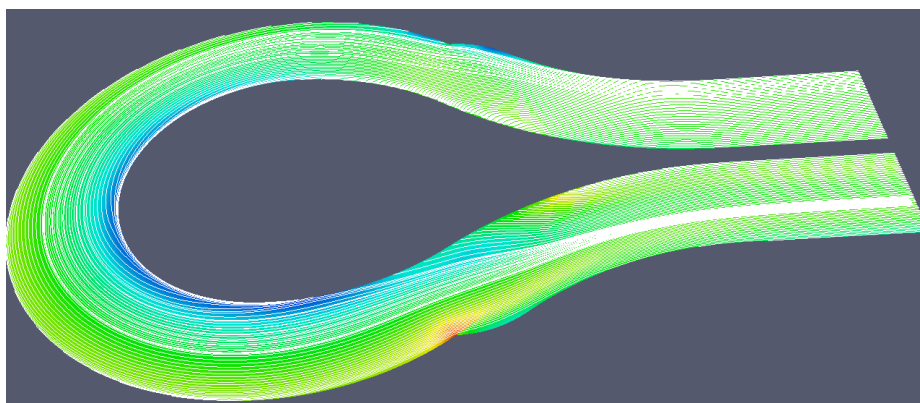
Računalne simulacije su se vršile na protocima od  $Q = 0 \text{ l/min}$  do  $Q = 15 \text{ l/min}$  (referentni interval). Pri prvom navedenom (nultom) protoku je pumpa zatvorena, tj. kroz ulaznu i izlaznu granicu nema protoka radnog fluida. Drugi navedeni protok je volumni protok krvi kroz srce prosječnoga čovjeka pri pojačanoj fizičkoj aktivnosti. Ova brojka je prosječna - odnosi se na većinu ljudi. Zabilježena je puno veća vrijednost (i do  $Q = 25 \text{ l/min}$ ) kao što je rečeno u podpoglavlju 1.2. Ovdje će biti prikazana slika strujanja u već navedenoj radnoj točki koja je najveća vrijednost referentnoga intervala.



Slika 26. Prikaz strujnica uz sami disk

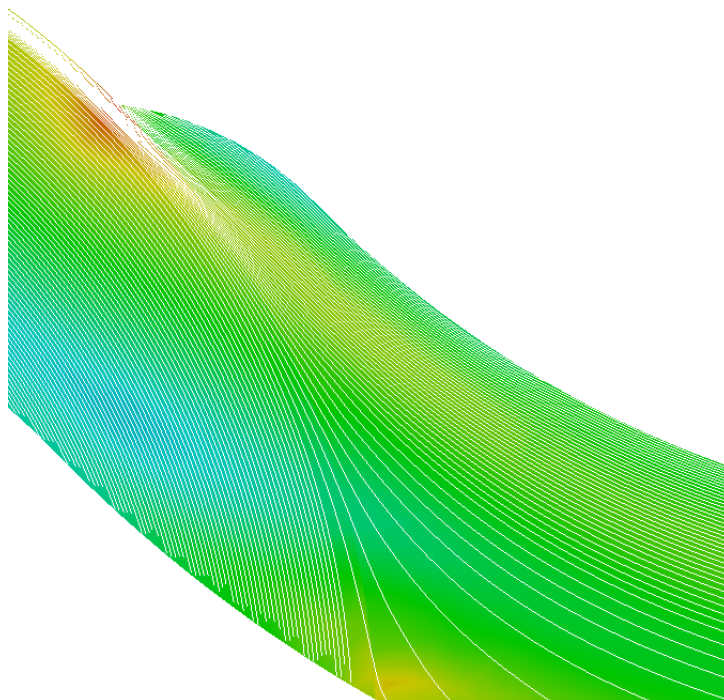


Slika 27. Prikaz strujnica na pola visine između diska i ravnine simetrije



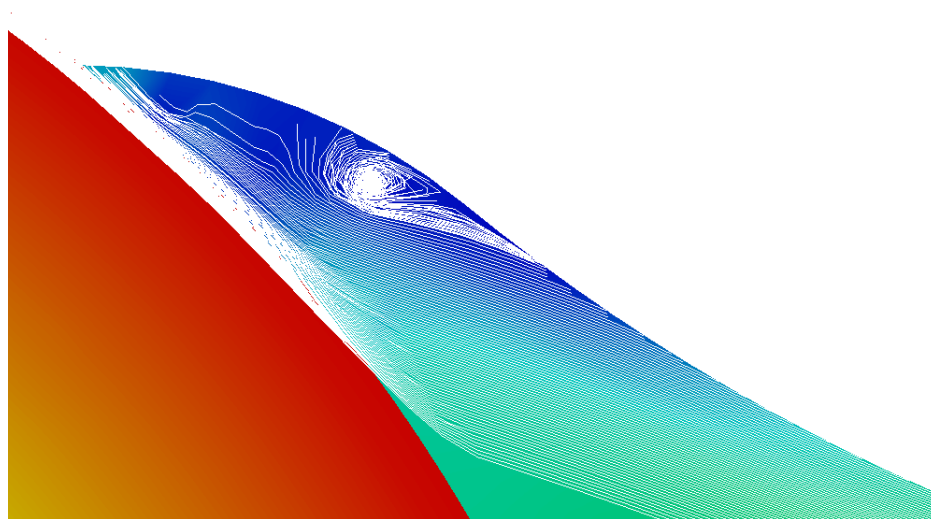
Slika 28. Prikaz strujnica u ravnini simetrije





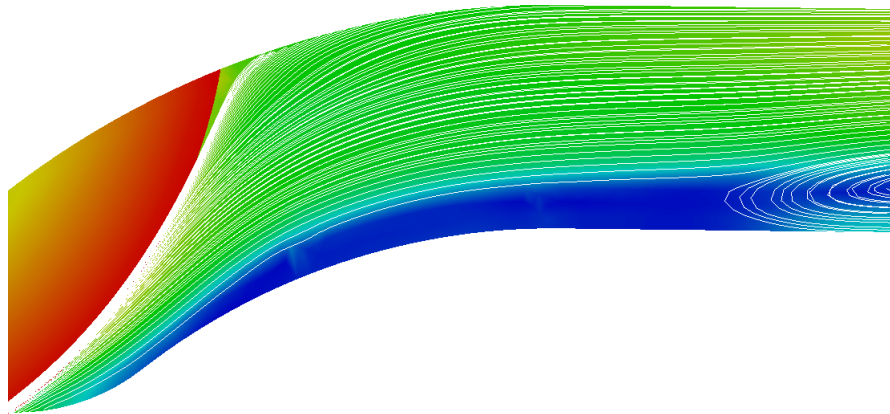
**Slika 29. Prikaz strujnica na detalju spoja ulazne cijevi i rotora**

Promatrajući slike 26-29 ne da se razlučiti da igdje postoji recirkulacijsko strujanje. Sada je potrebno razmotriti radnu točku s istim protokom, ali većim brojem okretaja. Na broju okretaja  $n = 700 \text{ o/min}$  je primjećen problem. Spojevi ulazne i izlazne cijevi s rotorom nisu dobro izvedeni. Upravo su oni generator vrtloga na ulaznom dijelu i odvajanja strujanja na izlaznom dijelu. To je pokazano na sljedećim slikama (slike 30 i 31).



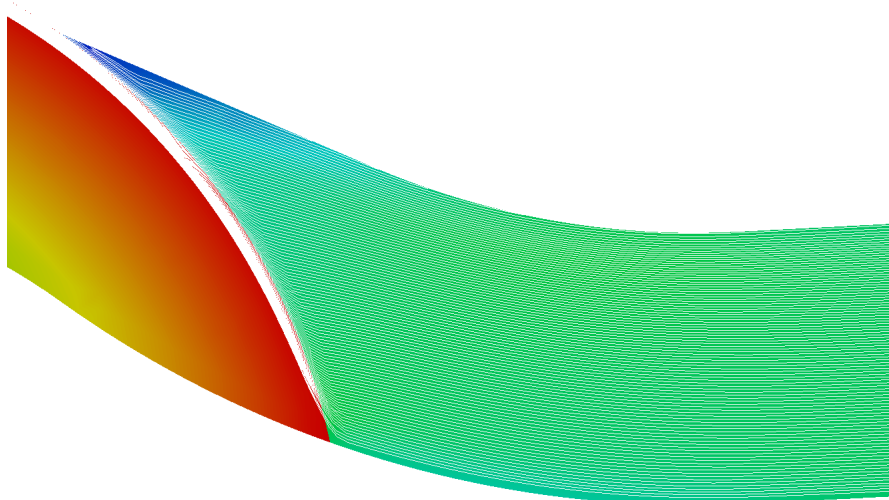
**Slika 30. Prikaz vrtloga na detalju spoja ulazne cijevi i rotora**



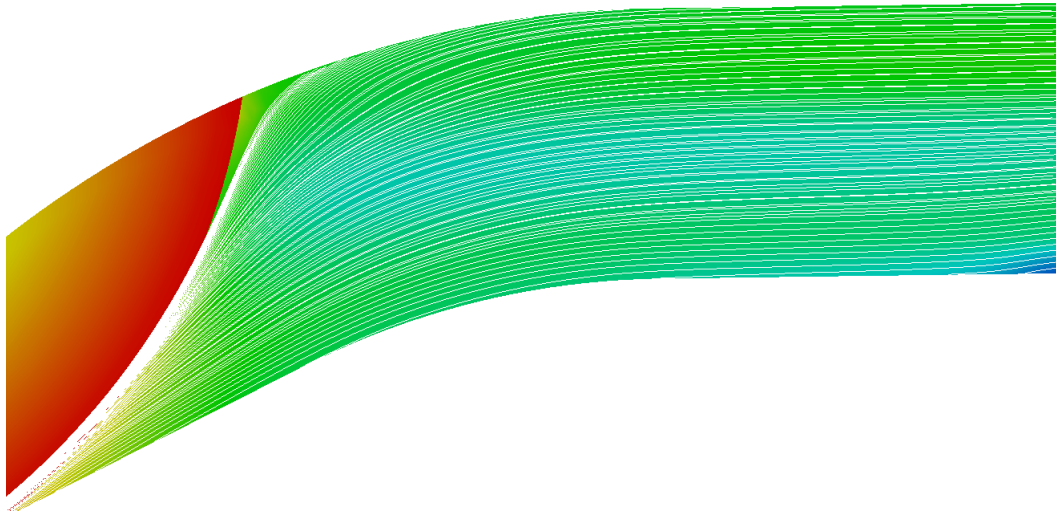


**Slika 31. Prikaz strujnica na izlaznoj cijevi**

Problem prikazan slikama 30 i 31 riješit će se novom modifikacijom geometrije. Prikazano zaobljenje je zamijenjeno ravnim segmentom tangentnim na zakrivljenu cijev. Bez posebnoga prikaza geometrije i prostorne diskretizacije, u nastavku, na slikama 32 i 33, je dan prikaz strujnica u navedena dva područja. Vidljivo je da je problem riješen. Može se primijetiti znatno poboljšanje slike strujanja. Vidljivo je da su brzine po širini ulazne i izlazne cijevi poprilično jednolike.



**Slika 32. Prikaz strujnica ulaznoj cijevi**



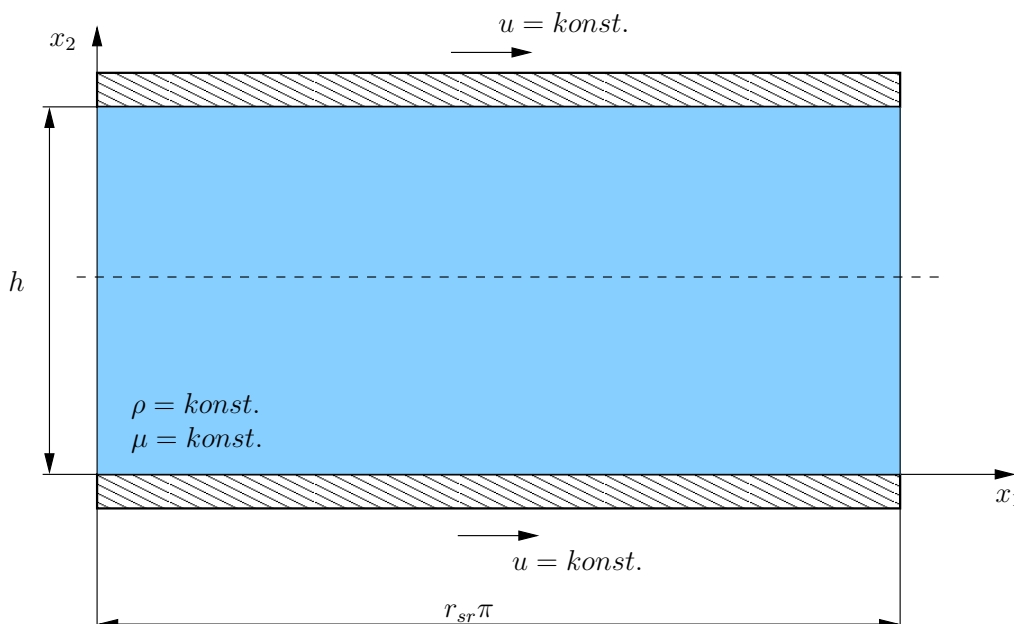
Slika 33. Prikaz strujnica na izlaznoj cijevi

Sada kada je problem recirkulacijskog strujanja uvelike smanjen pri većim protocima i brzinama vrtnje, prije nego se pristupi razradi konstrukcijskoga rješenja za manje brzine vrtnje, bilo bi dobro provjeriti ide li proračun dobrim putem, odnosno vidjeti koliko rezultati računalne simulacije odstupaju od rješenja na pojednostavljenom analitičkom modelu. Upravo je to tema sljedećeg poglavlja.

## 6 Usporedba rezultata računalne simulacije s analitičkim rješenjem uzimajući prirast tlaka kao glavni parametar

Kako bi se potvrdila ispravnost numeričkog rješenja, strujanje u segmentu pumpe (samo gornji polukružni vijenac) će se u tu svrhu aproksimirati strujanjem, koje će se, uz uvođenje dolje navedenih pretpostavki, svesti na ručno rješavanje jednadžbe kontinuiteta i jednadžbe količine gibanja. Usporedba će se vršiti u radnoj točki pumpe  $n = 700 \text{ o/min}$  i  $v_{ul} = 1.392 \text{ m/s}$ , gdje je  $n$  broj okretaja vratila, a  $v_{ul}$  rubni uvjet na ulazu.

U prostoru između dvije horizontalne, ravne ploče, udaljene za  $h$ , nalazi se fluid konstantne gustoće  $\rho$  i konstantne dinamičke viskoznosti  $\mu$ . Obje ploče se gibaju konstantnom brzinom  $u$ . Uz pretpostavku ravninskog, stacionarnog, laminarnog strujanja s izobraženim profilom brzine i uz zanemarivanje masenih sila je određen uzdužni gradijent tlaka  $\frac{dp}{dx_1}$ . Nakon što je zaključeno da je gradijent tlaka konstanta, određen je prirast tlaka na segmentu. Da bi se mogao primijeniti ovaj model, pretpostavlja se da je segment pumpe jako velikoga polumjera zakrivljenosti.



Slika 34. Skica modela strujanja

## 6.0.8 Rezime pretpostavki

1. **Ravninsko strujanje** znači da se slika strujanja ponavlja u ravninama paralelnim s ravninom slike, a za izabrani koordinatni sustav  $Ox_1x_2$ , prema slici (34) su to ravnine  $x_3 = konst.$ , što znači da nema promjena veličina u smjeru osi  $x_3$ , tj.  $\frac{\partial \phi}{\partial x_3} \equiv 0$ , gdje je  $\phi$  bilo koja veličina u strujanju. Nema ni strujanja u smjeru osi  $x_3$ , pa vrijedi:  $v_3 \equiv 0$ .
2. **Stacionarno strujanje** podrazumijeva da slika strujanja nije funkcija vremena, pa vrijedi:  $\frac{\partial \phi}{\partial t} \equiv 0$ .
3. **Izobraženi profil brzine** podrazumijeva da su ploče dovoljno duge da se profil brzine izobrazio, pa vrijedi  $\frac{\partial v_i}{\partial x_1} \equiv 0$ . Upravo je ova pretpostavka jedan od glavnih uzročnika razlike između numeričkoga i analitičkoga rješenja, pošto duljina od ulaza struje do početka promatranog segmenta nije dovoljna za formiranje profila brzine.
4. **Veliki polumjer segmenta** omogućuje primjenu pretpostavke zanemarenja masenih sila. Iz dinamike fluida je poznato da se utjecaj centrifugalne sile smanjuje s povećanjem polumjera putanje po kojoj se fluid giba  $\left(F_c = m \frac{v^2}{r}\right)$ . Pošto je polumjer segmenta malen, ova pretpostavka će uzrokovati odstupanja analitičkog od numeričkog rješenja.

## 6.0.9 Analitičko rješenje

**Rubni uvjeti:**

- $x_2 = 0$  :  $v_1 = u$ ;  $v_2 = 0$ ,
- $x_2 = h$  :  $v_1 = u$ ;  $v_2 = 0$

Jednadžba kontinuiteta u razvijenom obliku glasi:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0. \quad (6.1)$$

Prvi i treći član su prema pretpostavkama (3) i (1) jednaki nuli, pa se jednadžba kontinuiteta svodi na:

$$\frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0. \quad (6.2)$$

Ovo znači da brzina  $v_2$  nije funkcija koordinate  $x_2$ . Zbog pretpostavke o izobraženom profilu brzine nije funkcija niti koordinate  $x_1$ , a zbog pretpostavke o ravninskom strujanju nije funkcija ni koordinate  $x_3$ . Zbog pretpostavke o stacionarnosti strujanja nije funkcija niti vremenske koordinate  $t$ . Zaključuje se kako je:

$$v_2 = C = konst. \quad (6.3)$$

Iz rubnih uvjeta (uvjet nepromočivosti stijenke:  $v_i n_i = 0$ ) slijedi da je:

$$v_2 = 0. \quad (6.4)$$

Pošto su komponente polja brzina  $v_2$  i  $v_3$  jednake nuli, preostaje jedino komponenta  $v_1$  koja zbog prethodno navedenih pretpostavki može biti jedino funkcija koordinate  $x_2$ :

$$v_1 = v_1(x_2). \quad (6.5)$$

Jednadžba količine gibanja glasi:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i \quad (6.6)$$

Nestacionarni član otpada zbog stacionarnosti problema, a masene se sile zanemaruju. Razvojem po nijemom indeksu  $j$  se dobije:

$$\rho v_1 \frac{\partial v_i}{\partial x_1} + \rho v_2 \frac{\partial v_i}{\partial x_2} + \rho v_3 \frac{\partial v_i}{\partial x_3} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} \right). \quad (6.7)$$

Nakon uvođenja prethodno navedenih pretpostavki i raspisom na tri skalarne jednadžbe za  $i = 1, 2, 3$  se dobije:

$$i = 1 : \quad -\frac{\partial p}{\partial x_1} = \mu \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \quad (6.8)$$

$$i = 2 : \quad -\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad (6.9)$$

$$i = 3 : \quad -\frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad (6.10)$$

Iz prethodne dvije jednadžbe i uvjeta stacionarnosti proizlazi:

$$p \neq p(x_2, x_3, t). \quad (6.11)$$

Zaključuje se da vrijedi međuovisnost  $p = p(x_1)$ . Iz (6.8) je jasno da je lijeva strana funkcija  $x_1$ , a desna funkcija  $x_2$ . Jednakost može postojati samo ako su obje strane konstante, dakle:

$$-\frac{dp}{dx_1} = \mu \frac{d^2 v_1}{dx_2^2} = konst. \quad (6.12)$$

Dvostrukom integracijom prethodne jednadžbe uvrštavajući da je  $\frac{dp}{dx_1} = konst.$ , slijedi:

$$v_1 = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx_1} \cdot h^2 + C_1 x_2 + C_2. \quad (6.13)$$

Nakon uvrštavanja rubnih uvjeta slijede vrijednosti konstanti integracije:

$$C_1 = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx_1} h \quad (6.14)$$

$$C_2 = u. \quad (6.15)$$

Konačno proizlazi izraz za profil brzine:

$$v_1(x_2) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx_1} x_2^2 \left(1 - \frac{h}{x_2}\right) + u. \quad (6.16)$$

Integriranjem profila brzine po koordinati  $x_2$  se računa protok kroz presjek jedinične širine okomit na ravninu slike:

$$\frac{Q}{B} = \int_0^h v_1(x_2) dx_2 \quad (6.17)$$

Ako se u obzir uzme da vrijedi:

$$Q = v_{ul} B h, \quad (6.18)$$

dobije se izraz za izračun gradijenta tlaka:

$$\frac{dp}{dx_1} = \frac{12\mu}{h^2} (u - v_{ul}). \quad (6.19)$$

Brzina gibanja ploča  $u$  će biti brzina diska pumpe na srednjem polumjeru čija je vrijednost:

$$r_{sr} = \frac{2 r_v^3 - r_u^3}{3 r_v^2 - r_u^2} = 0.04083m, \quad (6.20)$$

pa je tako:

$$u = \omega r_{sr} = 2\pi n r_{sr} = 2.9932 \frac{m}{s}. \quad (6.21)$$

Slijedi iznos gradijenta tlaka:

$$\frac{dp}{dx_1} = 80702.4792 \frac{Pa}{m}. \quad (6.22)$$

Vrijedi

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{r_{sr}\pi}, \quad (6.23)$$

gdje je  $\Delta p$  promjena tlaka između dva promatrana presjeka. Tako je:

$$\Delta p_{teor} = 10352.6511 Pa = 77.6518 mmHg. \quad (6.24)$$

Numeričkim rješavanjem dobiveno je:

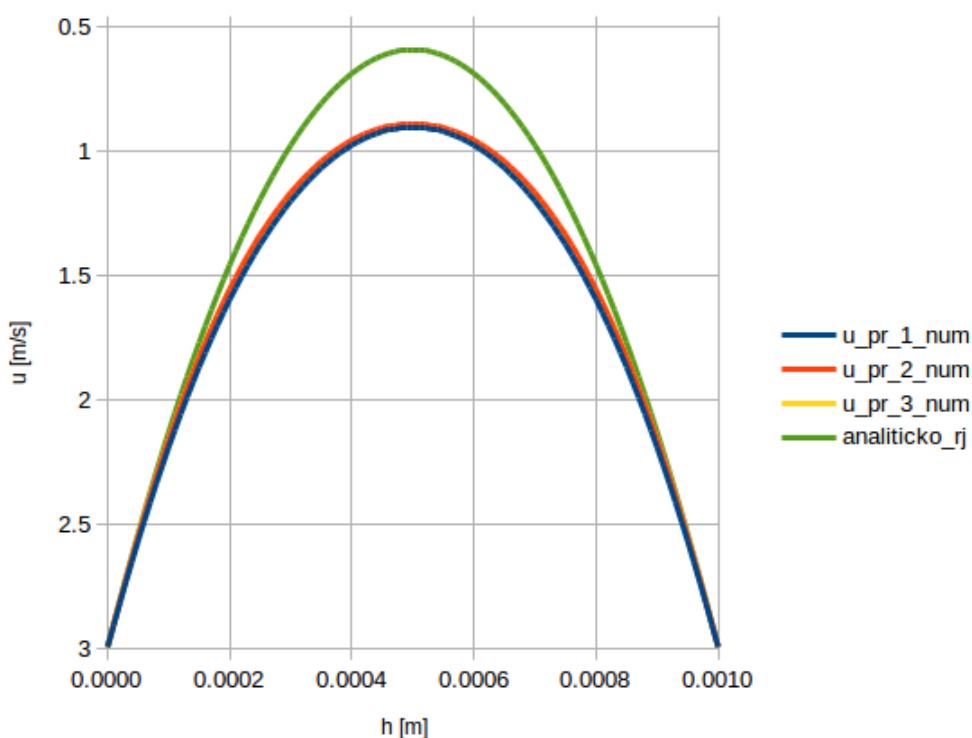
$$\Delta p_{num} = 9534 Pa = 71.5113 mmHg. \quad (6.25)$$

Normiranjem po analitičkom rješenju, relativna pogreška je:

$$e_{rel} = \left| \frac{\Delta p_{teor} - \Delta p_{num}}{\Delta p_{teor}} \right| \cdot 100 = 7.9076\% \quad (6.26)$$

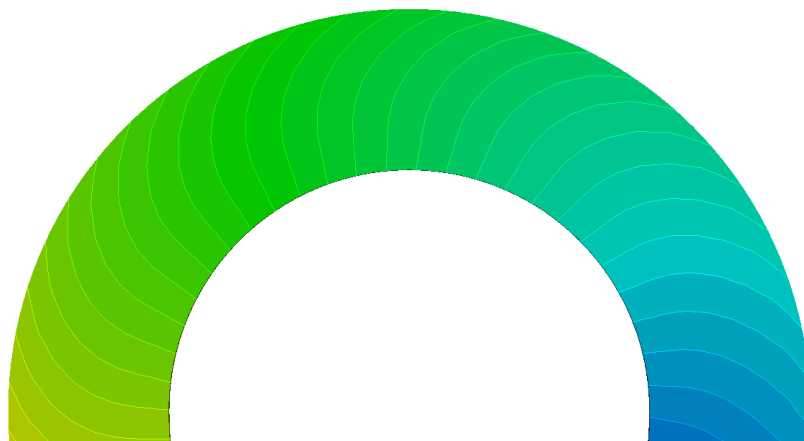
### 6.0.10 Interpretacija odstupanja

U nastavku je objašnjeno odstupanje numeričkoga rješenja od analitičkoga na pojednostavljenom modelu. Na sljedećoj slici (slika 1) su prikazani profili brzina po visini presjeka okomitog na smjer strujanja u presjecima na ulazu, sredini i izlazu promatranog segmenta. Vidljiva su odstupanja profila dobivenih numerički i analitički. Profili brzina dobiveni numeričkim putem pokazuju kako strujanje nije izobraženo, što je pretpostavka pri analitičkom rješavanju. Da bi se profili brzina izobrazili, bila bi potrebna veća duljina od ulaza u samu pumpu do ulaza u segment. Neizobraženost strujanja direktno utječe na prirast tlaka - manji su gradijenti brzine u smjeru okomitom na strujanje.



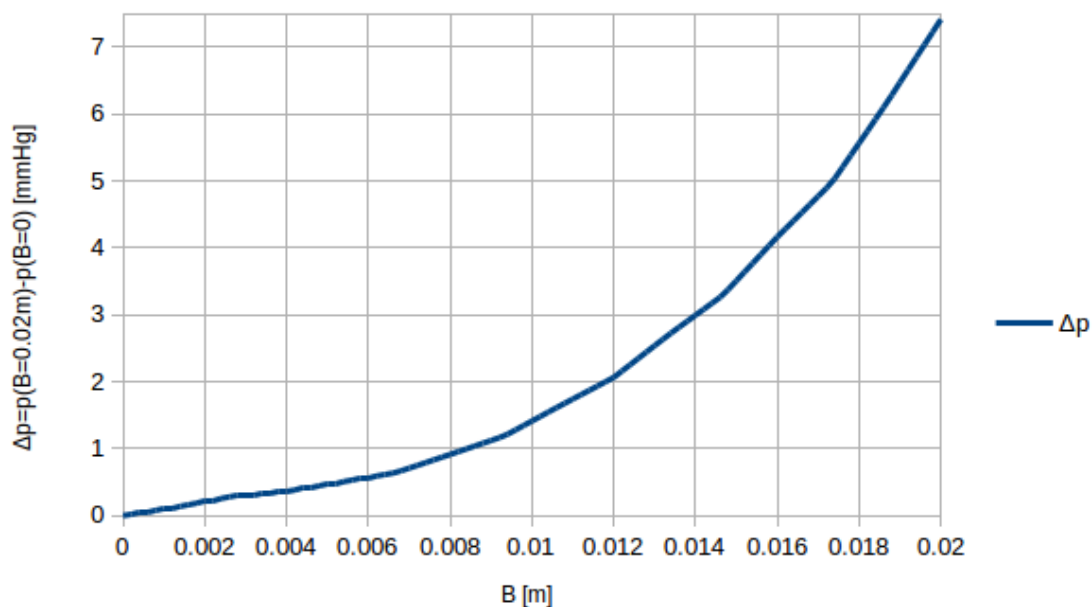
Slika 35. Usporedba analitičkog profila brzine s numeričkima

Na slici 36 su prikazane izobare dobivene numeričkim putem. Gradijent tlaka dobiven analitičkim rješenjem je funkcija samo koordinate  $u$  u smjeru strujanja, pa će po tome izobare biti ravnine okomite na smjer strujanja. Na spomenutoj slici je vidljivo kako su izobare zakrivljene.



Slika 36. Izobare na promatranom segmentu

Slika 37 prikazuje razliku tlaka po širini segmenta na presjeku na polovici segmenta uz disk. Vidljivo je kako tlak raste s porastom polumjera. Na prvu razmišljanje vodi zaključku da će tlak padati s porastom udaljenosti od osi rotacije. Dijelovi bliži osi rotacije imaju manju brzinu vrtnje koja raste povećanjem polumjera. Pošto su presjeci na istoj visini, iz Bernoullijeve jednadžbe je jasno kako presjeci udaljeniji od osi vrtnje imati manji tlak, što je posljedica rotacije diska, odnosno nejednolike brzine po širini presjeka. No ovdje to nije slučaj jer se u priči nalazi i centrifugalna sila. Krivulja rasta slijedi zakon kvadratne parabole pošto sile tlaka moraju uravnotežiti centrifugalnu silu. Iz kinematike fluida je poznato da normalna akceleracija raste proporcionalno udaljenosti od osi vrtnje i kvadratu kružne brzine vrtnje ( $a_n = r\omega^2$ ). U analitičkom rješenju je zanemarena promjena brzine po širini, kao i centrifugalna sila.



Slika 37. Prirast tlaka po širini segmenta

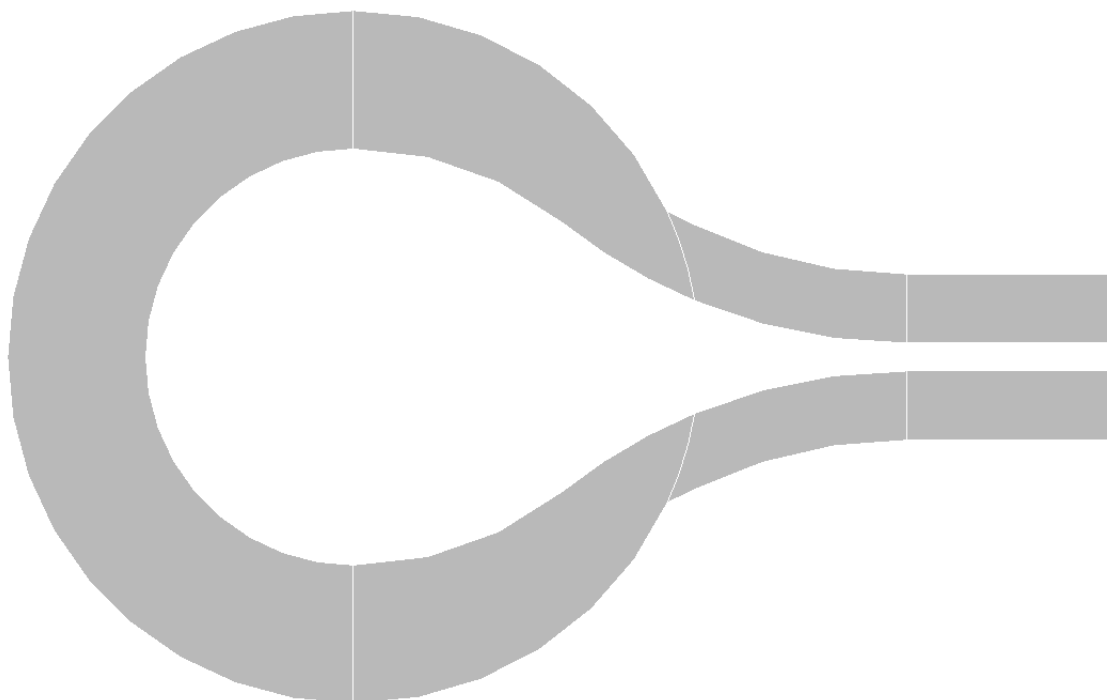
Zaključuje se da je odstupanje rješenja dopustivog reda veličine zbog gore navedenih pretpostavki.



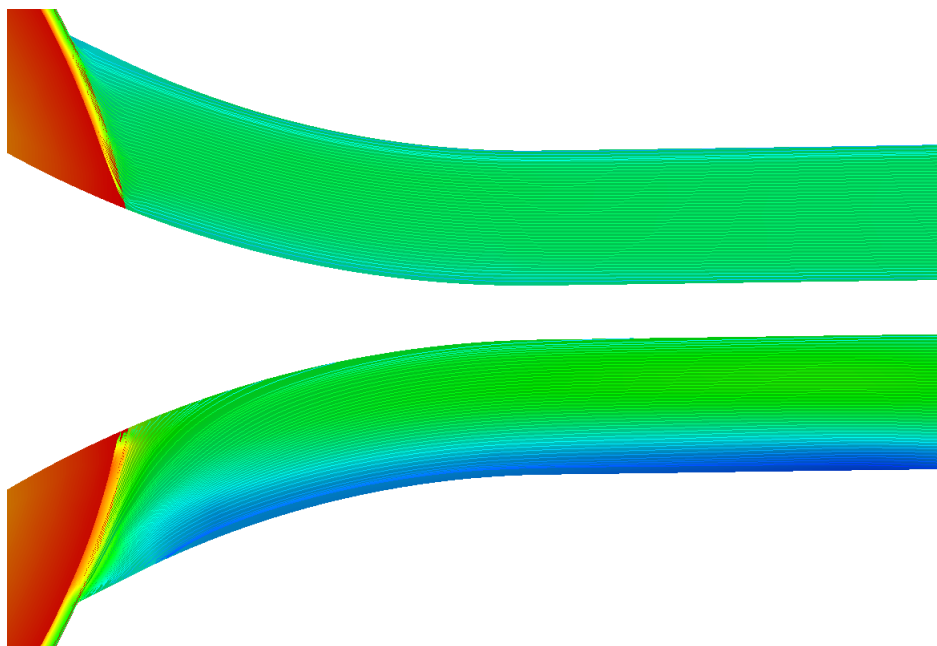
## 7 Usporedni prikaz modifikacija geometrije strujnih dijelova pumpe, prostornih diskretizacija i strujnica konstrukcijskom rješenju prilagođenom i manjim protocima

Sada kada je utvrđeno da rezultati računalne simulacije ne odstupaju previše od rješenja dobivenog analitičkim proračunom, što je jedna vrsta potvrde fizikalnosti modela, potrebno je nastaviti s daljnjim konstrukcijskim izmjenama. U poglavlju 5 je zaključeno da će konstrukcijsko rješenje dano u istome funkcionirati kada pumpa radi pri većim protocima. Tamo je spomenuto da kada pumpa radi u režimu manjeg protoka nastaje sekundarno recirkulacijsko strujanje. Obratan scenarij se ne događa, pa će tako nova konstrukcijska izvedba biti zadovoljavajuća i za veće protoke.

Neka se razmotre slike 24 i 3. Sa slike 24 je u donjem dijelu vidljivo područje recirkulacijskog strujanja, tj. niže brzine (plava boja). Kako se protok kroz pumpu smanjuje, tako se spomenuto područje širi prema sredini cijevi. Za protok od  $Q = 5 \text{ l/min}$ , koji je ujedno najniža točka referentnoga intervala, recirkulacijsko područje dolazi skoro do sredine cijevi. Razmatranjem slike 3 je vidljivo područje niže brzine (plavo područje) uz rub manjega polumjera segmenta pumpe. Vrijedi isti zaključak kao za sliku 24. Tu se počinje stvarati zona recirkulacijskog strujanja koja ne pridonosi strujanju kroz pumpu, nasuprot, kako je već spomenuto, štetna je. Nameće se zaključak kako je spomenuta područja potrebno ukloniti. Po zaključku nastalom promatranjem više različitih slika strujanja nastalih variranjem volumnog protoka  $Q$  i brzine vrtnje rotora  $n$  provodi se sljedeća geometrijska preinaka. Širina izlazne cijevi smanjena za 50% s početnih  $20 \text{ mm}$  na  $10 \text{ mm}$ . Naknadno je unutarnji promjer segmenta povećan je s početnih  $r_u = 0.03 \text{ m}$  na  $r_u = 0.04 \text{ m}$ . Na slici 38 je prikazana geometrija nakon prve izmjene bez osvrta na prostornu diskretizaciju.



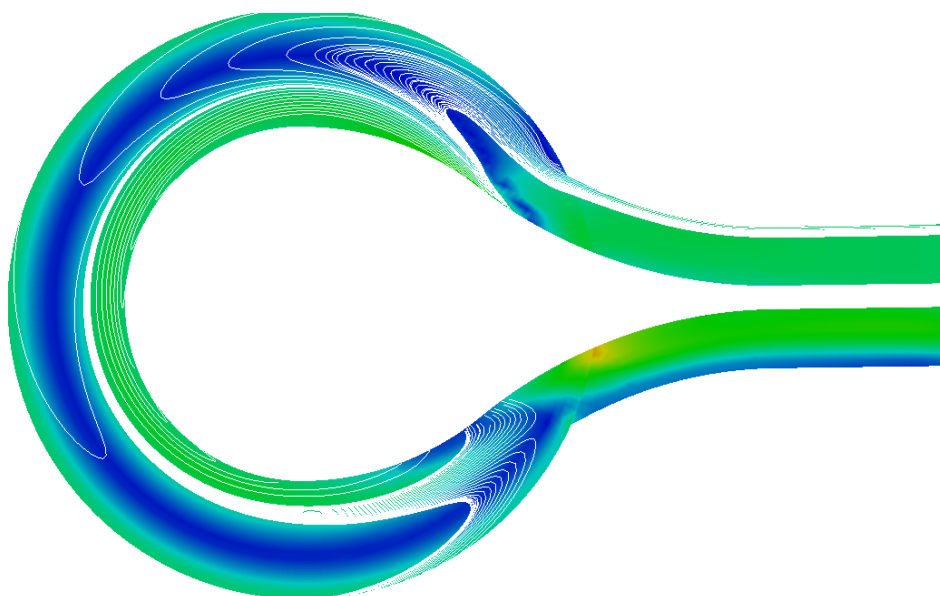
Slika 38. Prikaz strujnica na ulaznoj i izlaznoj cijevi



Slika 39. Prikaz strujnica na ulaznoj i izlaznoj cijevi

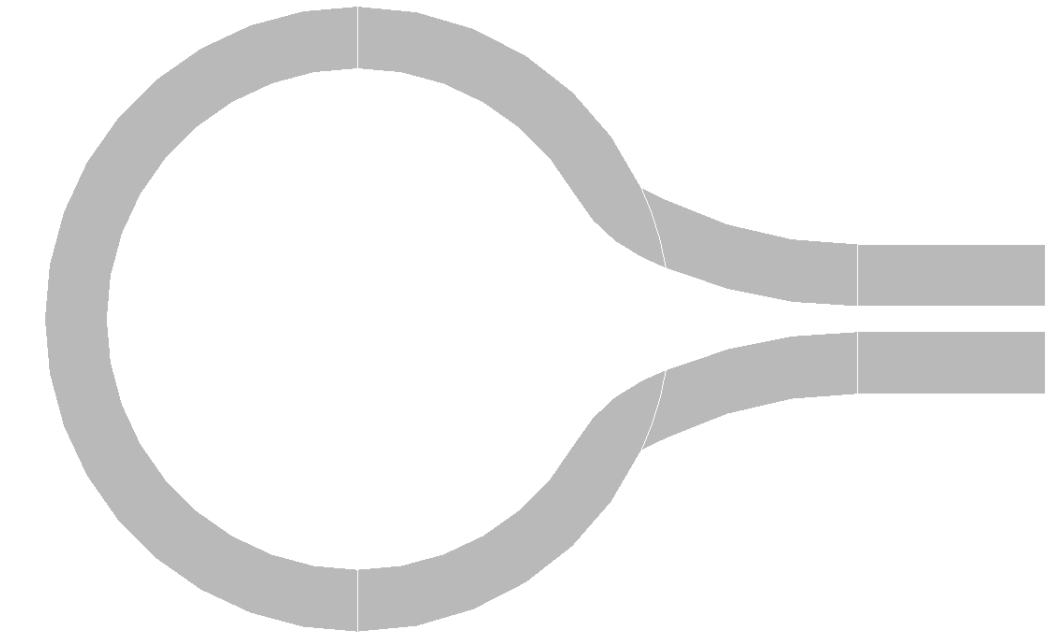
Brzina vrtnje je ista kao i u podpoglavlju 5.0.6 ( $n = 500 \text{ o/min}$ ). Radi mjere sigurnosti, protok je manji. Umjesto prethodnih  $Q = 5.7 \text{ l/min}$ , sada je uzeto  $Q = 5.4 \text{ l/min}$ . Sada neka se pogledaju slike 22-25. Nije potrebno naglasiti da u ulaznoj i izlaznoj cijevi (privodnoj i odvodnoj) više nema recirkulacijskog strujanja. Prema tome, ako se kao kriterij poboljšanja slike strujanja uzme smanjenje područja recirkulacijskoga strujanja, da se zaključiti da je slika strujanja poboljšana.

Kako je spomenuto, problematičan je prostor rotirajućega dijela kako je prikazano na slici 40.



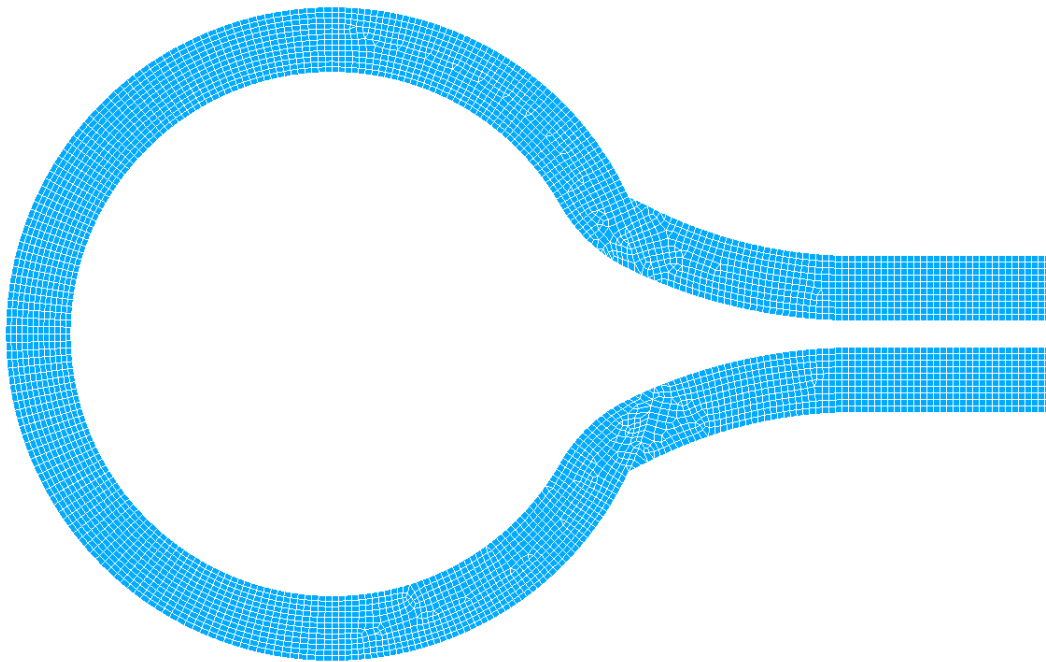
Slika 40. Prikaz strujnica na modelu s naglaskom na rotirajući dio

U svrhu ublažavanja problema je provedena već spomenuta korekcija unutarnjeg promjera rotirajućeg diska. To konstrukcijsko rješenje, ujedno i usvojeno, je prikazano na slici 41.



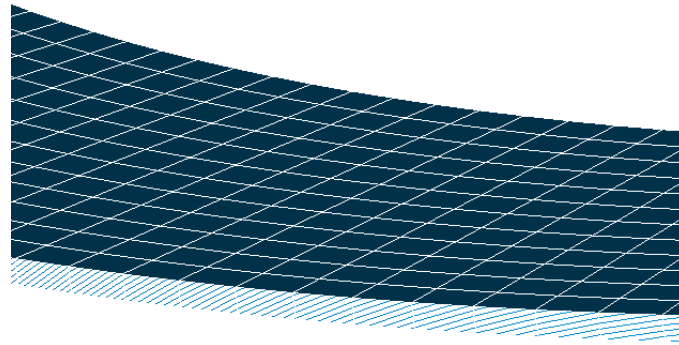
**Slika 41. Usvojeno geometrijsko rješenje**

Prostorna diskretizacija je provedena s 81 500 kontrolnih volumena (u poglavlju 5 je zaključeno da više nije potrebno).

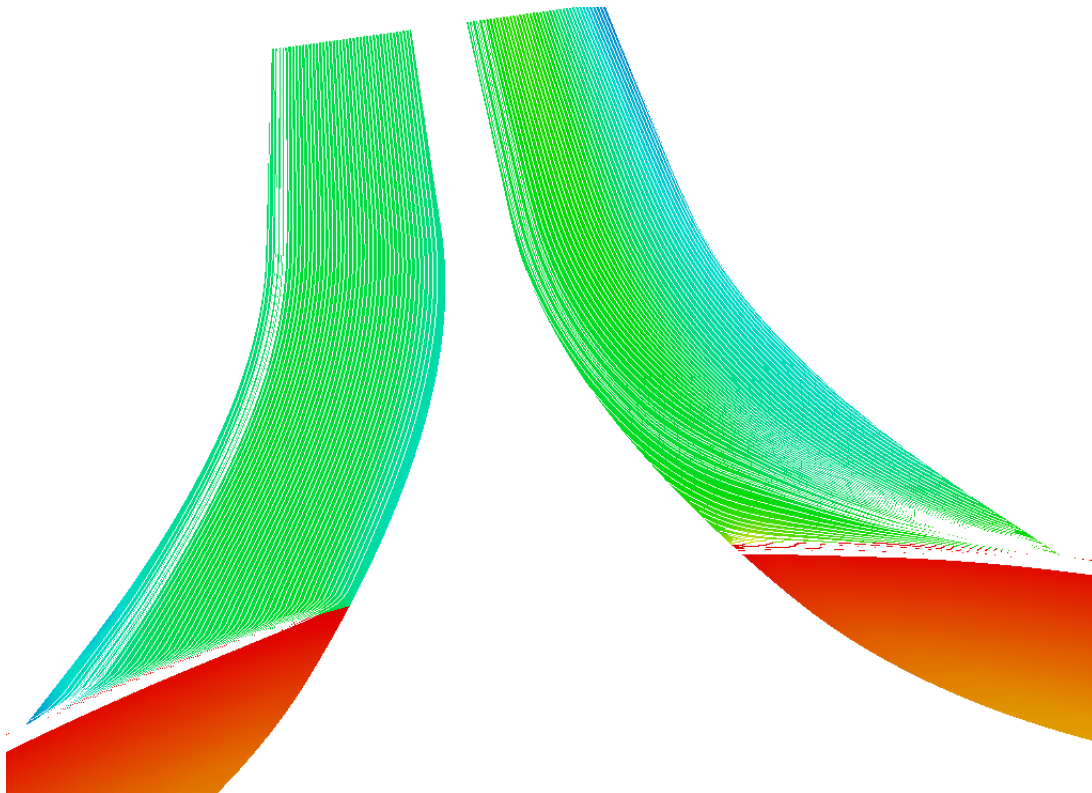


**Slika 42. Prostorna diskretizacija usvojenoga geometrijskoga rješenja**

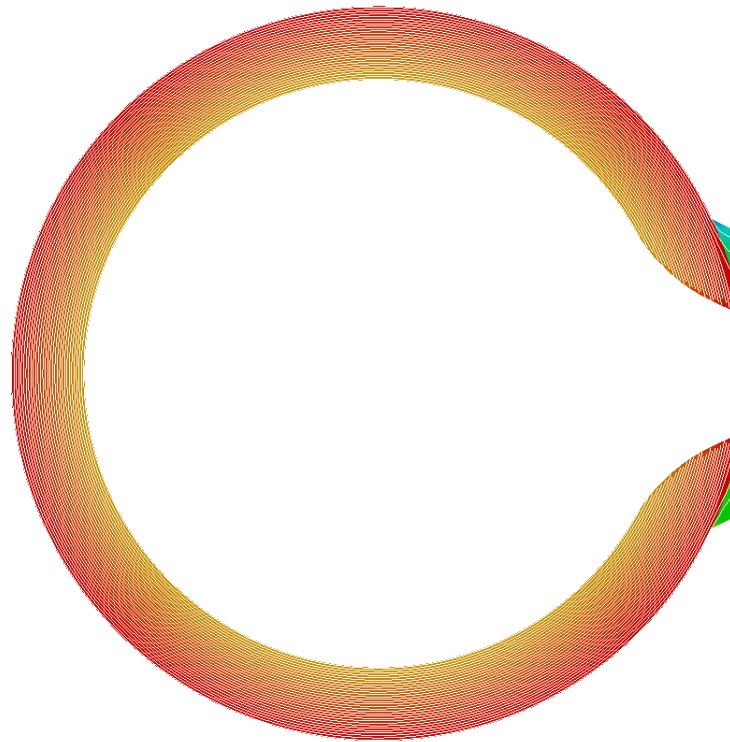
Po visini od  $0.5\text{ mm}$  je domena diskretizirana na 20 jednako razmaknutih kontrolnih volumena, što osigurava kvalitetnu prostornu diskretizaciju u smjeru osi  $z$ , baš kao što je prikazano na slici 43.



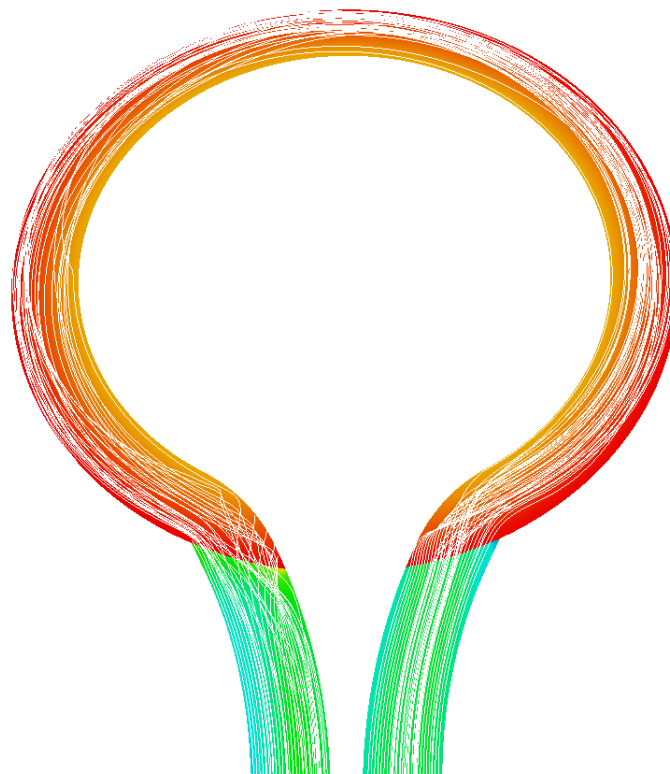
Slika 43. Detalj prostorne diskretizacije na problematičnom dijelu



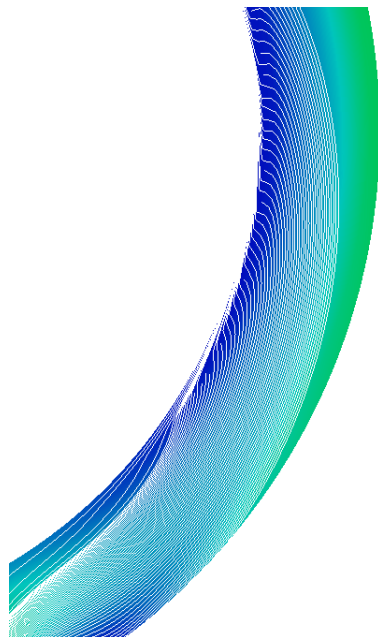
Slika 44. Prikaz strujnica na ulaznom i izlaznom području u ravnini diska



Slika 45. Prikaz strujnica na rotirajućem disku

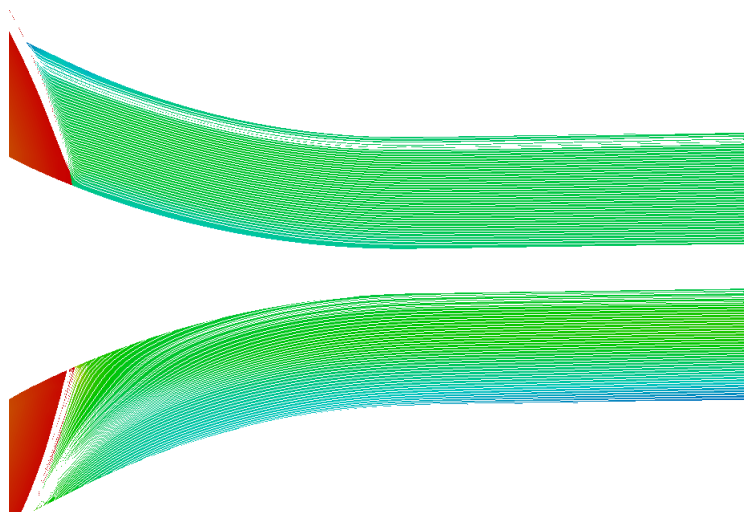


Slika 46. Prikaz strujnica na cjeloukupnom modelu na pola visine domene  
( $h = 0.25 \text{ mm}$ )

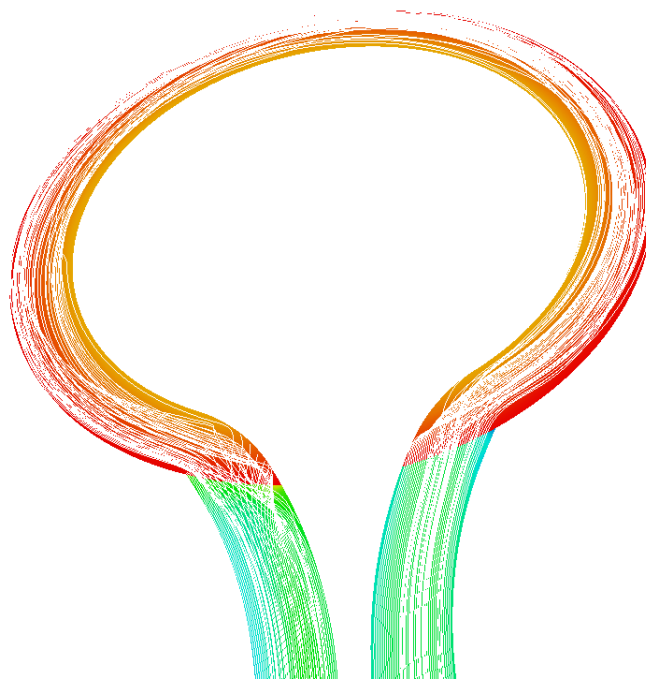


**Slika 47. Prikaz strujnica na problematičnom dijelu u ravnini simetrije**  
( $h = 0.5 \text{ mm}$ )

Ako se razmotre slike 44-47, da se zaključiti kako je recirkulacijsko strujanje iščezlo. Volumni protok krvi kroz ovu pumpu je  $Q = 5.4 \text{ l/min}$ , a prirast tlaka koji ostvaruje je  $\Delta p = 130.8792 \text{ mmHg}$ . Ova radna točka odgovara prosječnom čovjeku koji boluje od hipertenzije (povišenog krvnog tlaka) i nalazi se u stanju mirovanja ili zanemarivo male fizičke aktivnosti. Dovede li se u pitanje zaključak iz poglavlja 5 da će pumpa konstruirana za radno područje nižih protoka raditi s minimumom recirkulacijskog strujanja pri većim protocima, u prilog tome idu slike 48 i 49.



**Slika 48. Prikaz strujnica u ulazu i izlazu u ravnini diska** ( $h = 0 \text{ mm}$ ) **u radnoj**  
**točki**  $Q = 8.1 \text{ l/min}$  i  $n = 500 \text{ o/min}$



**Slika 49. Prikaz strujnica na cjeloukupnom modelu ( $h = 0.25 \text{ mm}$ ) u radnoj točki  $Q = 8.1 \text{ l/min}$  i  $n = 500 \text{ o/min}$**

Sliku strujanja na prethodne dvije slike (slike 48 i 49) je teško razaznati od slike strujanja prikazane slikama 44-47. Prikazana je slika strujanja u radnoj točki u kojoj je  $Q = 8.1 \text{ l/min}$  i  $n = 500 \text{ o/min}$ . U toj radnoj točki pumpa ostvaruje prirast tlaka  $\Delta p = 77.8461 \text{ mmHg}$ . Ova radna točka odgovara prosječnom čovjeku koji boluje od hipotenzije (sniženog krvnog tlaka) i obavlja umjerenu do srednju fizičku aktivnost.

## 8 Prikaz i osvrt na polje tangencijalnih naprezanja

S fiziološke strane, krv je osjetljiva na iznos tangencijalnih naprezanja. U slučaju izlaska izvan utvrđenih granica dolazi do tromboze (preduga izloženost malim tangencijalnim naprezanjima), odnosno hemolize (preduga izloženost visokim tangencijalnim naprezanjima). Najveći broj modela za utvrđivanje oštećenja krvi koristi eksponencijalnu formulaciju prikazanu jednadžbom

$$D = C\tau^\alpha t^\beta, \quad (8.1)$$

gdje je  $D$  pokazatelj oštećenja,  $\tau$  tangencijalno naprezanje,  $t$  vrijeme izloženosti tangencijalnome naprezanju izvan dopuštenih granica.  $C$ ,  $\alpha$  i  $\beta$  su koeficijenti modela (za linearni model vrijedi  $C = \alpha = \beta = 1$ ).

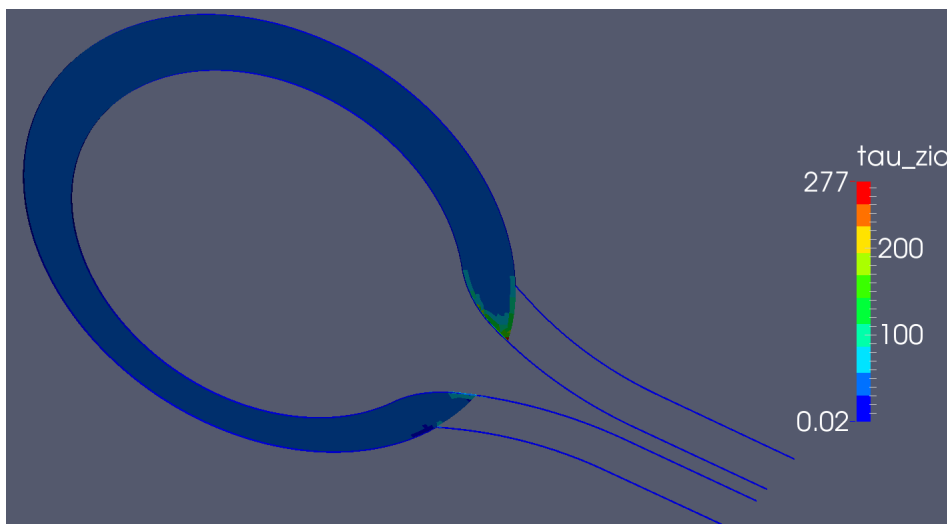
Za ovu procjenu naprezanja bi trebalo iskoristiti već spomenuti Lagrangeov pristup. Npr. u [4] je strujanje krvi modelirano višefaznim strujanjem, izračunate su Lagrangeove trajektorije za velik broj trombocita i tek se onda vršila procjena oštećenja krvi.

U ovom radu će se koristiti ponešto drugačiji pristup koji je u skladu sa zadanim zadatkom. Uzet će se referentni interval u kojemu bi se trebala naći tangencijalna naprezanja i razmotriti u području zidova i struje koja nema dodira sa zidovima u radnoj točki pumpe  $Q = 5.7 \text{ l/min}$  i  $n = 500 \text{ o/min}$ . Referentni interval je za dopušteno naprezanje:

$$\tau_{dop} \in [30, 140] \text{ Pa}. \quad (8.2)$$

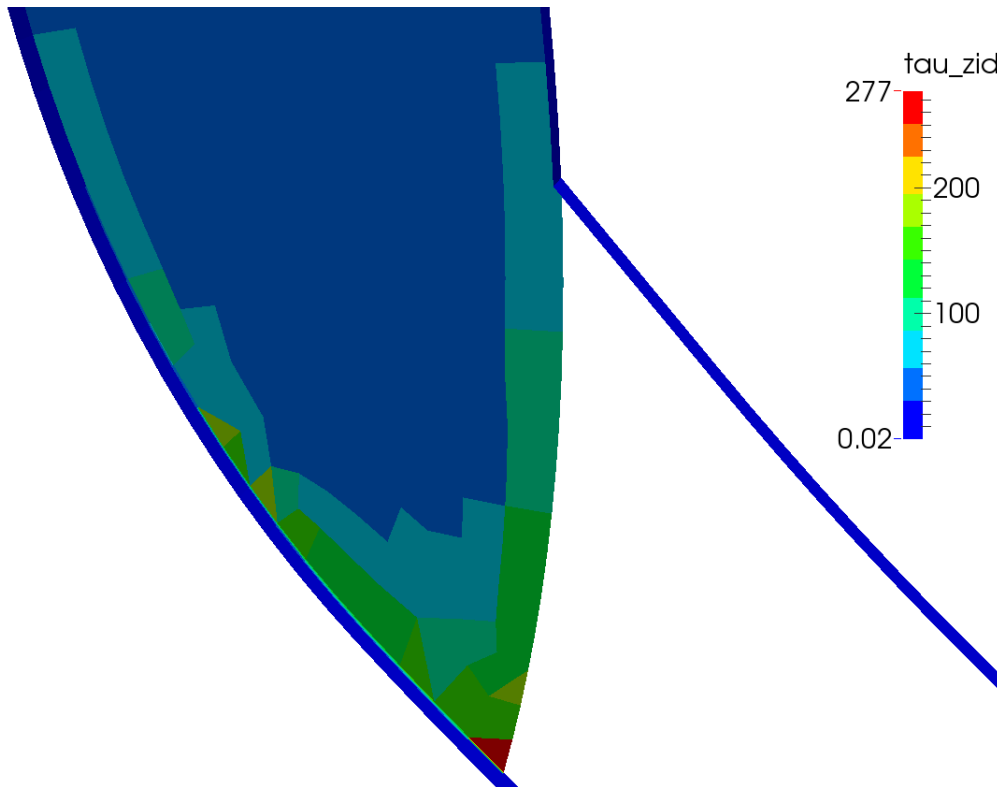
### 8.1 Prikaz tangencijalnih naprezanja na modificiranoj geometriji

Na slici 50 je prikazano polje naprezanja po zidovima modela. Vidljivo je da su spojevi cijevi na rotor problematični zbog prelaska gornje granice dozvoljenog intervala.



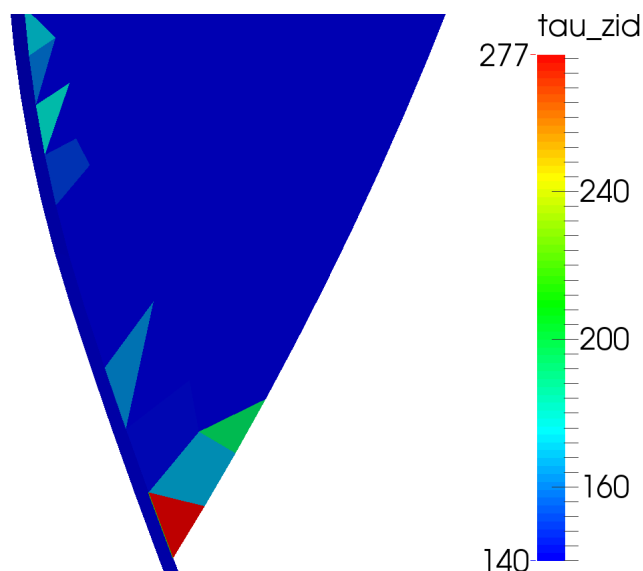
Slika 50. Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na zidovima modela  
(*engl. wall shear stress*)



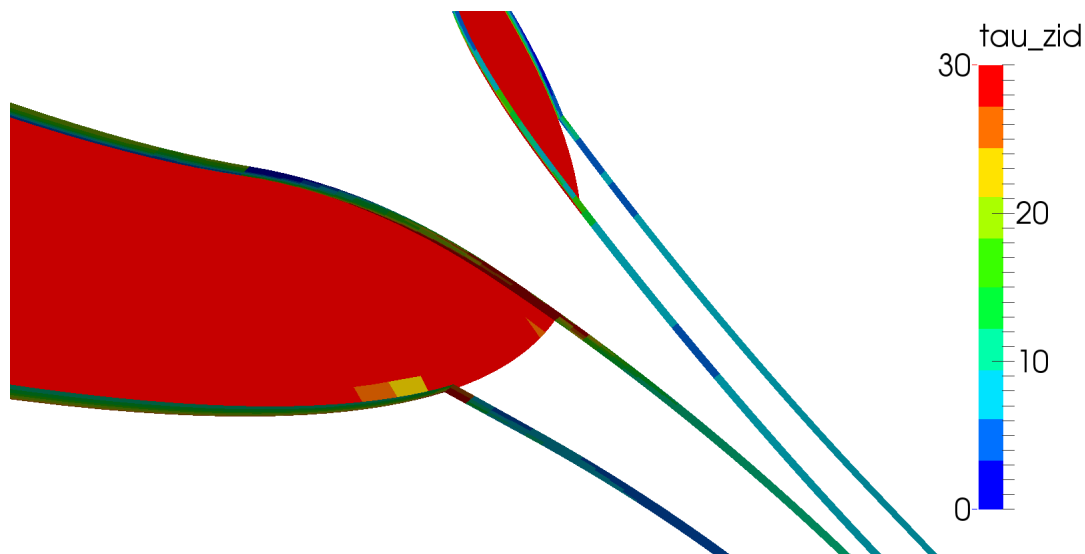


Slika 51. Prikaz polja tangencijalnih napreznja na detalju spoja ulazne cijevi i diska

Ako se prikaže područje u kojemu su napreznja iznad gornje granice dozvoljenoga intervala, sa slike 52 je vidljivo da se radi o 8 kontrolnih volumena.



Slika 52. Prikaz područja u kojemu tangencijalna napreznja prelaze gornju granicu dopuštenog intervala

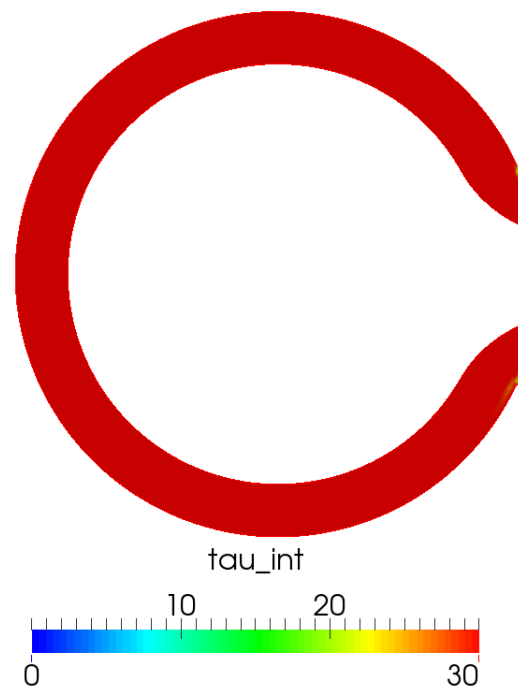


**Slika 53. Prikaz područja u kojemu tangencijalna naprezanja prelaze donju granicu dopuštenog intervala**

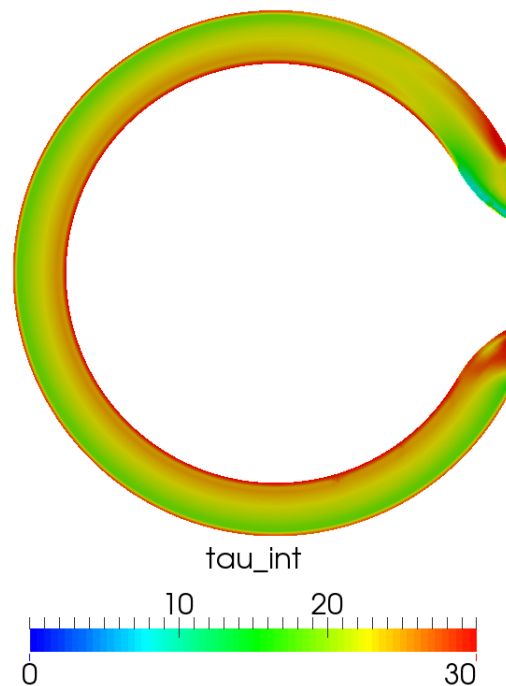
Na slici 52 je prikazano područje povišenih tangencijalnih naprezanja. Vrijednosti u 6 kontrolnih volumena zadani interval prelaze najviše za 30 Pa, dok su problematična dva kontrolna volumena, jedan u kojemu je  $\tau = 193.299$  Pa i drugi u kojemu je  $\tau = 276.781$  Pa.

Na slici 53 je prikazano područje u kojemu naprezanja padaju ispod donje granice dopuštenog intervala. Problematična područja su plohe po visini domene. Najniža naprezanja vladaju na lijevom rubu ulazne cijevi. Na disku su problematična tek dva kontrolna volumena u kojima iznos naprezanja pada malo ispod donje granice dopuštenog intervala. Povećanjem protoka pri istom broju okretaja, područje visokih tangencijalnih naprezanja je smanjeno, a područje niskih tangencijalnih naprezanja se približava referentnom intervalu.

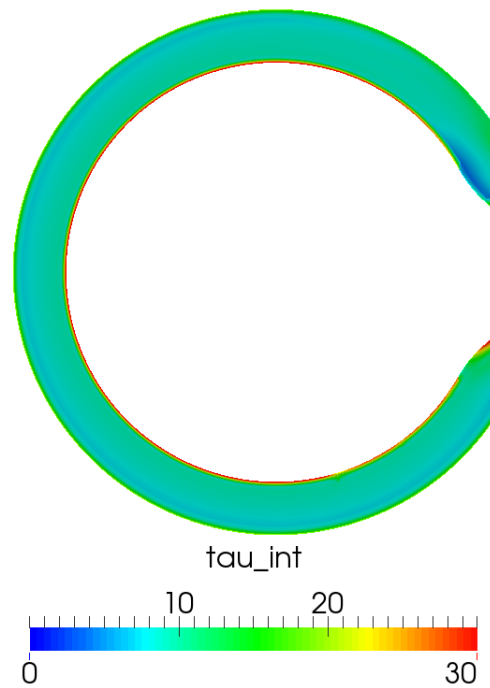
Potrebno je ispitati iznose tangencijalnih naprezanja u struji radnog fluida koja nema dodira sa zidovima jer se upravo tu očekuju minimalni iznosi. Jasno je da će iznos naprezanja opadati kako raste visina. U ovom strujanju je dominantna uzdužna komponenta brzine (utjecaj ostale dvije komponente je nezamjetan), pa će tako njezin gradijent imati najveći utjecaj na iznos tangencijalnih naprezanja. Zaključuje se da je uz zidove najveći iznos tangencijalnih naprezanja jer je tamo najveći gradijent brzine. Kako raste udaljenost od diska prema ravnini simetrije, tako će iznos tangencijalnih naprezanja opadati, jer je u ravnini simetrije gradijent brzine jednak nuli. Kako bi područja niskih naprezanja bila što uža, trebalo bi smanjiti visinu domene, tj. razmak između rotirajućih diskova. U stvarnoj pumpi bi se to postiglo povećanjem broja diskova.



Slika 54. Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravnini odmaknutoj od diska za  $h = 0.1 \text{ mm}$

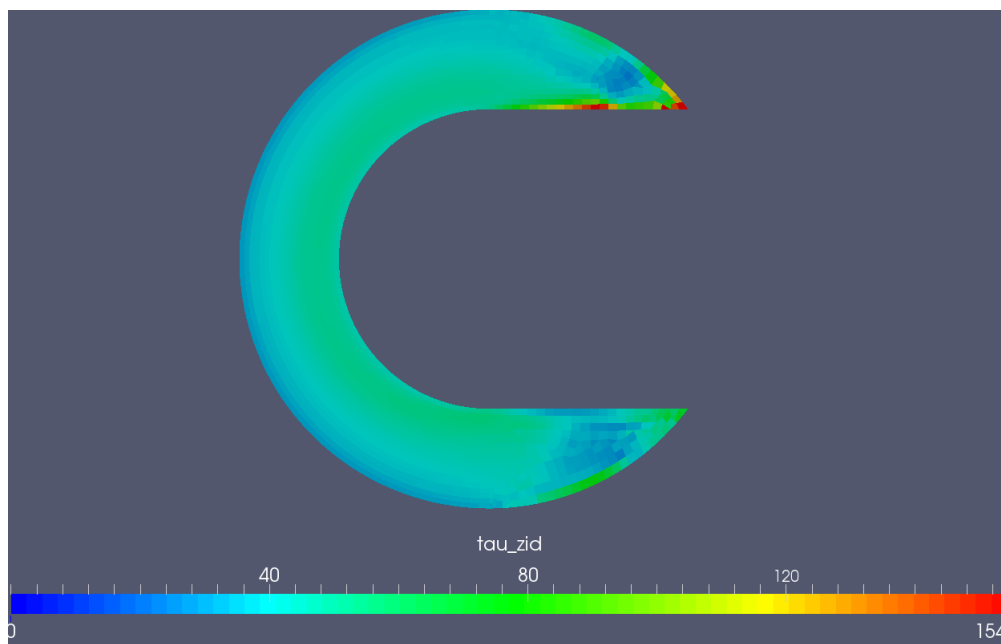


Slika 55. Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravnini odmaknutoj od diska za  $h = 0.25 \text{ mm}$

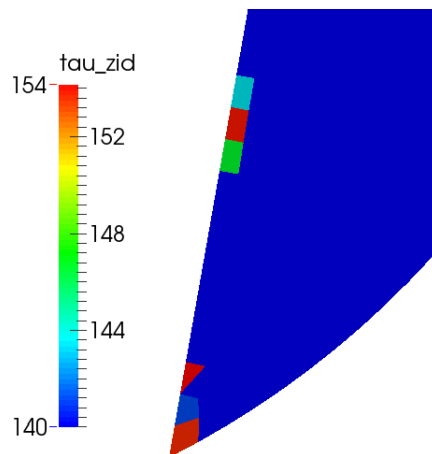


Slika 56. Prikaz tangencijalnih naprezanja u ravni odmaknutoj od diska za  $h = 0.4mm$

## 8.2 Prikaz tangencijalnih naprezanja na geometriji iz prethodnog rada



Slika 57. Prikaz polja tangencijalnih naprezanja na zidovima geometrije iz prethodnog rada



**Slika 58. Prikaz polja tangencijalnih napreznja na zidovima geometrije iz prethodnog rada**

Ako se promotri slika 57 vidljiv je manji prelazak gornje granice dopuštenog intervala nego na slici 52. To se događa zato što za isti protok kroz suženu geometriju struja radnog fluida mora imati veću brzinu, a samim time su i veći gradijenti brzine. Pošto su u prethodnom radu plohe po visini domene određene rubnim uvjetom *slip* koji ne dopušta razvijanje graničnog sloja, usporedba s ovim radom na tom području nije moguća. Upravo je to područje problematično zbog niskih napreznja, a lako je zaključiti da će to područje u prethodnom radu predstavljati veći problem, upravo zato što je tamo geometrija šira i na stijenkama će se javljati manji gradijenti brzine nego što je to kod sužene geometrije.

Izloženu analizu tangencijalnih napreznja je potrebno sagledati i u svjetlu primijenjenog modela geometrije. U ovome je radu naglasak stavljen na velika područja, odnosno većinu radnog prostora buduće pumpe, gdje odabrani model dobro predstavlja proces koji će se odvijati u realnoj pumpi, dok će prikazana lokalna područja s visokim ili niskim vrijednostima napreznja biti zasigurno drugačije raspodjele i vršnih vrijednosti.

Naime, u ovome se modelu prijelaz struje krvi iz prostora ulazne cijevi na rotor odvija izravno jer rotirajuća ploča ne posjeduje debljinu. Kod realne pumpe ili detaljnijeg modela, ona će imati debljinu. To će zasigurno promijeniti raspodjele napreznja.

Stoga se u ovome radu prikaze navedenih mjesta s napreznjima koja se nalaze izvan navedenog intervala treba smatrati samo indikatorom za detaljniji model.

## 9 Radna karakteristika pumpe

Osnovni parametri koji opisuju rad pumpe, ili turbostroja u općenitom slučaju, su ulazna i izlazna snaga, brzina vrtnje, protok radnog fluida, svojstva radnog fluida na ulazu i izlazu iz turbostroja itd. U radnim turbostrojevima kao što su pumpe, ventilatori i kompresori, prirast tlaka radnog fluida ostvaren u turbostroju troši se za nadoknadu gubitka tlaka u priključnom teretu. Priključni teret u slučaju ove pumpe je sustav organa koji prenosi tvari iz srca u stanice, pomaže pri balansiranju tjelesne temperature i  $pH$  vrijednosti - krvožilni (kardiovaskularni) sustav ili jednom rječju krvotok. Gubitak tlaka u teretu ovisi o protoku radnog fluida. Tako se npr. radna karakteristika pumpe izražava kao ovisnost prirasta tlaka  $\Delta p$  (ili visine dobave  $H$ ) o volumenskom protoku  $Q$  (ili masenom protoku  $\dot{m}$ ) kod konstantne vrtnje  $n$ . [18]

Ovdje će prirast tlaka  $\Delta p$  biti izražen u  $mmHg$ , a volumni protok  $Q$  u  $l/min$  jer su to standardne mjerne jedinice kada se govori o krvotoku. Radna točka radnog turbostroja mijenja se primjenom regulacijskog ventila na tlačnoj strani cjevovoda, tako će se ovdje protok mijenjati ovisno o fizičkoj aktivnosti čovjeka. Kada je čovjek u stanju mirovanja, protok će biti najmanji, a rasti će s porastom fizičke aktivnosti.

Za potrebe snimanja dvije radne karakteristike pumpe izvedeno je 13 računalnih simulacija kako bi se dobilo 13 radnih točaka pumpe.

Jedna karakteristika snimljena je pri  $n = 500 \text{ o/min}$ , a druga je snimljena pri  $n = 600 \text{ o/min}$ . Volumni protok  $Q$  je variran od  $Q = 0 \text{ l/min}$  do  $Q = 15.0336 \text{ l/min}$ . Pri protoku  $Q = 0 \text{ l/min}$  pumpa je zatvorena. Kroz ulaznu i izlaznu granicu nema protoka radnog fluida što znači da fluid samo cirkulira unutar strujnog dijela pumpe. U toj radnoj točki je visina dobave, odnosno prirast tlaka kojega pumpa može ostvariti maksimalan.

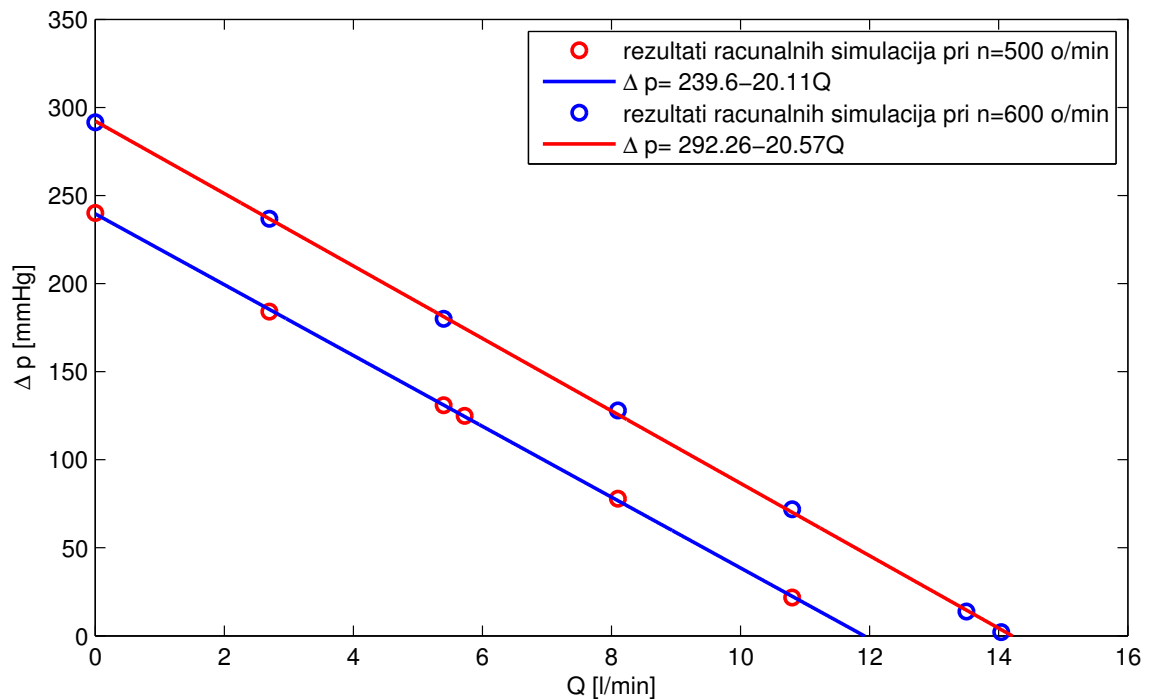
Nakon što su provedene računalne simulacije, dobiven je niz točaka. Da bi se dobila međuovisnost prirasta tlaka i protoka u točkama koje nisu računate, točke su metodom najmanjih kvadrata aproksimirane krivuljom. Kod centrifugalnih pumpi karakteristika pumpe je kvadratna parabola pomaknuta po osi ordinata s negativnim koeficijentom uz kvadratni član, odnosno:

$$\Delta p(Q) = a + bQ^2. \quad (9.1)$$

Ovdje su  $a$  i  $b$  koeficijenti koji se dobiju metodom najmanjih kvadrata. Međutim, nakon što je provedena aproksimacija metodom najmanjih kvadrata, uviđeno je kako takva krivulja najbolje ne aproksimira zadane točke. Uzrok tome je što se u ovoj pumpi princip prijenosa energije s rotirajućih ploča na radni fluid temelji na viskoznim naprezanjima, za razliku od klasičnih pumpi gdje se koriste inercijske sile. Da bi se zadane točke aproksimirale metodom najmanjih kvadrata, pretpostavljena je funkcija

$$\Delta p(Q) = a + bQ. \quad (9.2)$$

Točke dobijene računalnim simulacijama i aproksimacijske krivulje su prikazane na slici 59.



**Slika 59. Radne karakteristike pri  $n = 500$  o/min i  $n = 600$  o/min**

Ovakav trend krivulja je u potpunom skladu s teorijskom analizom provedenom u poglavlju 6. Ako se jednačba (6.19) preuredi i uvrsti u jednačbu (6.18) tako da promjena tlaka bude eksplicitno izražena, dobije se sljedeća zakonitost:

$$\frac{dp}{dx_1} = \left( u - \frac{Q}{Bh} \right) \frac{12\mu}{h^2}. \quad (9.3)$$

Ako se potom u (9.3) uvrsti (6.21), dobije se

$$\frac{dp}{dx_1} = \left( 2\pi n r_{sr} - \frac{Q}{Bh} \right) \frac{12\mu}{h^2}. \quad (9.4)$$

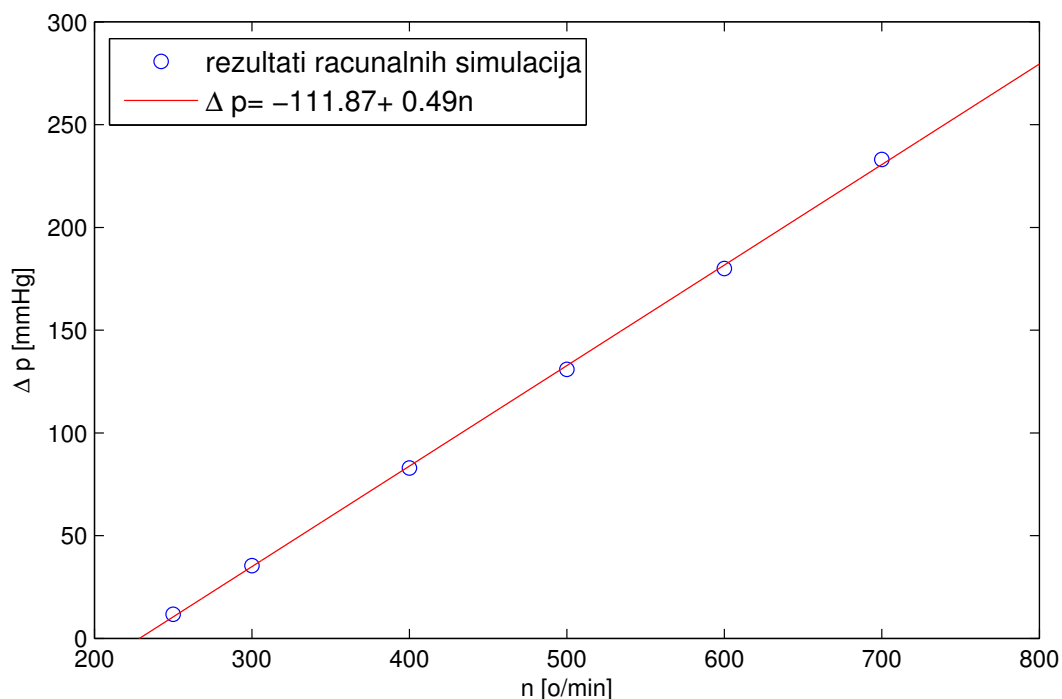
Iz jednačbe (9.4) je jasno vidljivo da, ako se pri konstantnom broju okretaja vratila  $n$ , nepromijenjenoj geometriji određenoj s  $B$ ,  $h$  i  $r_{sr}$  te istim radnim fluidom određenim s  $\mu$  varira volumni protok  $Q$ , da će veza između prirasta tlaka  $dp$  na duljini  $dx_1$  biti linearno ovisna o protoku i da će padati s njegovim porastom. Upravo to je prikazano na slici 59.

## 10 Ovisnost prirasta tlaka $\Delta p$ o broju okretaja vratila $n$ pri konstantnom volumnom protoku $Q$

Za potrebu ove analize provedeno je 6 računalnih simulacija kako bi se dobilo 6 radnih točaka. Volumni protok radnog fluida  $Q = 5.4 \text{ l/min}$  je u svih 6 točaka držan konstantnim. Varirao se broj okretaja  $n$  od  $250 \text{ o/min}$  sve do  $700 \text{ o/min}$ . Rezultati su metodom najmanjih kvadrata aproksimirani pravcom:

$$\Delta p(Q) = a + bQ. \quad (10.1)$$

Ovdje su  $a$  i  $b$  koeficijenti koji proizlaze iz metode najmanjih kvadrata. Aproksimacijska krivulja skupa s izračunatim radnim točkama je dana na sljedećoj slici.



Slika 60. Međovisnost  $\Delta p = \Delta p(n)$  pri  $Q = 5.4 \text{ l/min} = \text{konst.}$

Ako se promotri jednačba (9.4), vidljivo je da, ako se pri konstantnom volumnom protoku  $Q$ , nepromijenjenoj geometriji određenoj s  $B, h$  i  $r_{sr}$  te istim radnim fluidom određenim s  $\mu$  varira volumni protok broj okretaja radnog vratila  $n$ , da će veza između prirasta tlaka  $dp$  na duljini  $dx_1$  biti linearno ovisna o broju okretaja vratila i da će rasti s njegovim porastom.



## 11 ZAKLJUČAK

Cilj ovoga rada jesu provedba modifikacije geometrije postojećeg modela tarne pumpe koje će dovesti do poboljšanja slike strujanja u smislu smanjenja ili iščezavanja područja s recirkulacijskim strujanjem i smanjenja vršnih vrijednosti tangencijalnih napreznja, tj. osiguravanje njihovog većeg odmaka od propisanih granica.

Postojeći geometrijski model jest pojednostavljenije modela jednog segmenta stvarne pumpe, gdje je strujni prostor konstantne debljine, odnosno rotirajući diskovi su modelirani kao beskonačno tanki. Ovakav model je uveden u prošlim radovima s ciljem uštede na računalnim resursima u procesu prilagodbe geometrije i naknadnim proračunima strujanja. Isti model usvojen je i u ovome radu.

U cilju smanjenja zona recirkulacijskoga strujanja provedeno je više geometrijskih preinaka. Uočena je pojava recirkulacijskog strujanja kada pumpa radi u blizini donje granice predviđenog radnog područja, odnosno pri niskim protocima. Napravljena je geometrijska preinaka kako bi se pumpa prilagodila nižem radnom kapacitetu - smanjene su širine ulazne i izlazne cijevi, a manji polumjer rotirajućeg diska je povećan. Uočeno je da je takva konstrukcijska izvedba pogodna za šire radno područje. Izmjenom geometrije je postignuto znatno smanjenje područja s recirkulacijskim strujanjem i to u većem rasponu protoka unutar predviđenog radnog područja pumpe.

Analizom raspodjele tangencijalnih napreznja, po zidovima pumpe i u struji fluida, uočeno je da su prijelazi iz dovodne i odvodne cijevi u područje smješteno između rotirajućih diskova (tzv. "radno područje") mjesta s visokim tangencijalnim napreznjima, a da se napreznja u radnom području smanjuju približavanjem središnjoj ravnini između ploha susjednih diskova. Zaključeno je da bi se u svrhu smanjenja područja s niskim tangencijalnim napreznjima trebalo smanjiti prostor između rotirajućih diskova što se kod stvarne pumpe postiže povećanjem broja diskova. Zaključuje se da predstavljeni model dobro predstavlja proces koji će se odvijati u stvarnoj pumpi, dok će u stvarnoj pumpi područja visokih i niskih tangencijalnih napreznja zasigurno imati drugačiju raspodjelu.

Uočeno je da je u dosadašnjim radovima izostao osvrt na radne karakteristike pumpe. Tako je okolnost da je tijekom izrade ovog rada bilo potrebno provesti veliki broj računalnih simulacija iskorištena za izradu  $Q - \Delta p$  karakteristike pumpe. Uočeno je da je za razliku od klasičnih pumpi, gdje je  $Q - \Delta p$  karakteristika u većini slučajeva kvadratna parabola, kod ovog modela tarne pumpe karakteristika linearna. U sklopu ovog dijela, u radu je dana karakteristika pumpe za dvije brzine vrtnje. Zaključeno je da je uzrok ovakvoj karakteristici taj što se kod ovog modela tarne pumpe prijenos energije s rotirajućih diskova na fluid odvija putem viskoznih napreznja, uz činjenicu da je strujanje u prostoru između rotirajućih diskova laminarno. Linearnost krivulje radne karakteristike pumpe potvrđena je i usporedbom s priloženim teorijskim primjerom laminarnog strujanja na pojednostavljenom modelu.

Također je, provođenjem nekoliko računalnih simulacija, te aproksimacijom dobivenih rezultata metodom najmanjih kvadrata nacrtana međuovisnost prirasta tlaka o brzini rotacije vratila pri konstantnom volumnom protoku radnoga fluida. Uočena je linearna međuovisnost koja je potvrđena teorijskim razmatranjem.

## LITERATURA

- [1] Horvat, M.: *Završni rad*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2015.
- [2] Virag, Z., Džijan I.: *Računalna dinamika fluida*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [3] *Podloge za vježbe iz mehanike fluida II*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [4] Maroom, G., Bluestein, D.: *Lagrangian methods for blood damage estimation in cardiovascular devices - How numerical implementation affects the results*, 2015.
- [5] Guyton, A.C., Hall, J.E.: *Textbook of Medical Physiology*, 12th edition
- [6] Oliviera, M.D.C., Pascoa, J.C.: *Analytical and experimental modelling of a viscous disc pump for MEMS applications*, Universidade de Beira Interior
- [7] Virag, Z.: *Mehanika fluida*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [8] Jhun, C.S., Newswanger, R., Cysyk, J., Lukić, B., Weiss, W., Rosenberg, B.: *Tesla-Based Blood Pump and Its Applications*, 2013.
- [9] Medvitz, R.B., Boger, D.A., Izraelev, V., Rosenberg, G., Paterson, E.G.: *CFD Design and Analysis of a Passively Suspended Tesla Pump Left Ventricular Assist Device*, 2010.
- [10] Izraelev, V., Weiss, W.J., Fritz, B., Newswanger, R.K., Paterson, E.G., Snyder, A., Medvitz, R.B., Cysyk, J., Pae, W.E., Hicks, D., Lukić, B., Rosenberg, G.: *A Passively-Suspended Tesla Pump Left Ventricular Assist Device*, 2010.
- [11] *OpenFOAM User Guide*, 2015.
- [12] *Podloge za vježbe iz Mehanike fluida II*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [13] Voronjec, K., Obradović, N.: *Mehanika fluida*, Beograd, 1979.
- [14] Brust, M., Schaefer, C., Doerr, R., Pan, L., Garcia, M., Arratia, P.E., Wagner, C.: *Rheology of Human Blood Plasma: Viscoelastic Versus Newtonian Behavior*, 2013.
- [15] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Krv>
- [16] Behr, M., Arora, D., Coronado, O., Pasquali, M.: *Models and Finite Element Techniques for Blood Flow Simulation*, International Journal for Computational Fluid Dynamics. 2006;20:175–181.
- [17] Deutsch, S., Tarbell, J.M., Manning, K.B., Rosenberg, G., Fontaine, A.A.: *Experimental Fluid Mechanics of Pulsatile Artificial Blood Pumps*, Annual Review of Fluid Mechanics. 2006;38:65–86.

- [18] Tuković, Ž. *Podloge za predavanje iz turbostrojeva*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb
- [19] Sorić, J: *Uvod u numeričke metode u strojarstvu*, Fakultet strojarstva i brodogranje, Zagreb, 2009.

## **PRILOZI**

I. DVD-R disc