

Umjeravanje uređaja za mjerenje dužina

Biluš, Luka

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:651557>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-17**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Luka Biluš

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD
Umjeravanje uređaja za mjerenje
dužina

Mentori:

Prof. dr. sc. Biserka Runje, dipl. ing.

Student:

Luka Biluš

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentorici prof. dr. sc. Biserki Runje i tehničkom suradniku ing. Josipu Smoljiću na pomoći i savjetima prilikom izrade ovog rada.

Luka Biluš



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum 1 -09- 2017 Prilog
Klasa: 602-04/17-6/6
Ur.broj: 15-1703-17-255

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **LUKA BILUŠ**

Mat. br.: 0035191738

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **UMJERAVANJE UREDAJA ZA MJERENJE DUŽINA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **CALIBRATION OF LENGTH MEASURING MACHINE**

Opis zadatka:

Umjeravanje je radnja kojom se pod određenim uvjetima u prvome koraku uspostavlja odnos između vrijednosti veličine s mjernim nesigurnostima koje daju mjerni etaloni i odgovarajućih pokazivanja kojima su pridružene mjerne nesigurnosti, a u drugome koraku ti se podaci upotrebljavaju za uspostavljanje odnosa za dobivanje mjernog rezultata iz pokazivanja (JCGM 200:2008). Mjerni instrumenti koji se upotrebljavaju za umjeravanja ili mjerenja moraju se prije stavljanja u rad umjeriti.

U okviru rada potrebno je dati tehnički opis uređaja za mjerenje dužina do 3 m s posebnim osvrtom na mjerne mogućnosti istog. Potrebno je razraditi i eksperimentalno provesti postupak umjeravanja uređaja u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje te na osnovu provedenih ispitivanja dati ocjenu točnosti i preciznosti uređaja.

Zadatak zadan:
24. travnja 2017.

Rok predaje rada:
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2017.
3. rok: 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2017.
3. rok: 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Biserka Runje

Izv. prof. dr. sc. Branko Bauer

SADRŽAJ

POPIS SLIKA	IV
POPIS TABLICA	IV
POPIS DIJAGRAMA	VI
POPIS OZNAKA	VII
1. Sažetak	1
2. Uvod	2
2.1. Mjeriteljstvo	2
2.2. Mjerenje	3
2.2.1. Mjerni postupak	3
2.2.2. Mjerna metoda	3
2.3. Umjeravanje	3
2.4. Sljedljivost	4
2.5. Mjerna nesigurnost	4
2.6. Procjena mjerne nesigurnosti GUM metodom	4
2.6.1. Modeliranje modela	4
2.6.2. Proračun standardne nesigurnosti A-vrste	5
2.6.3. Proračun standardne nesigurnosti B-vrste	6
2.7. Određivanje sastavljene mjerne nesigurnosti	8
2.7.1. Nekorelirane ulazne veličine	8
2.7.2. Korelirane ulazne veličine	8
2.8. Određivanje proširene mjerne nesigurnosti	9
3. Opis opreme za umjeravanje i mjernog uređaja	10
3.1. Renishaw laser – sustav za mjerenje	10
3.1.1. Laser	10
3.1.2. Renishaw laser ML10	10
3.2. Uređaj za mjerenje duljina do 3 metra	11

3.2.1.	Klizač duge mjerne skale.....	12
3.2.2.	Klizač početnog položaja (2)	13
3.3.	Konfiguracija opreme tijekom umjeravanja	14
3.3.1.	Umjeravanje mjerne skale 0 mm - 3000 mm.....	15
3.3.2.	Postavljanje opreme za mjerenje početnog položaja (0-100) mm	17
3.4.	Laserska mjerni sustav za umjeravanje	17
3.4.1.	Postavljanje laserskog mjernog sustava za umjeravanje	18
3.4.2.	Laserski interferometar.....	19
4.	Umjeravanje	20
4.1.	Svrha.....	20
4.2.	Područje primjene	20
4.3.	Norme i referentni dokumenti.....	20
4.4.	Korištena mjerna sredstva.....	20
4.5.	Provjera certifikata mjernih sredstava	21
4.6.	Priprema za provedbu umjeravanja	21
4.7.	Prethodna ispitivanja	21
4.8.	Provedba umjeravanja	22
4.8.1.	Umjeravanje klizača duge mjerne skale	22
4.8.2.	Umjeravanje mjerne skale za fino pozicioniranje.....	27
4.8.3.	Umjeravanje početnog položaja.....	33
5.	Utjecajne veličine u postupku umjeravanja	36
5.1.	Matematički model mjerenja	36
5.2.	Standardne nesigurnosti utjecajnih veličina	37
5.2.1.	Nesigurnost očitavanja interferometra $u(N_i)$	37
5.2.2.	Nesigurnost valne duljine izvora svjetlosti $u(\lambda)$	38
5.2.3.	Nesigurnost indeksa loma $u(n_{\text{zrak}})$	38
5.2.4.	Nesigurnost uslijed nelinearnosti $u(\delta L_{Li})$	39

5.2.5.	Nesigurnost korekcije nultog položaja (mrtvi hod) $u(\delta L_{np})$	40
5.2.6.	Nesigurnost mjerne optike $u(\delta L_{op})$	41
5.2.7.	Nesigurnost uslijed Abbe-ove pogreške $u(\Delta L_{ABBE})$	41
5.2.8.	Nesigurnost uslijed kosinus pogreške $u(L_{COS})$	42
5.2.9.	Nesigurnost ponovljivosti pozicioniranja $u(\Delta L_{pp})$	43
5.3.	Sastavnica standardne nesigurnosti.....	44
5.4.	Proširena mjerna nesigurnost.....	45
6.	Zaključak	46
7.	Literatura.....	47

POPIS SLIKA

Slika 1- Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine.....	5
Slika 2- Pravokutna razdioba	7
Slika 3- Trokutasta razdioba	7
Slika 4- Renishaw ML10	11
Slika 5- Shmetaska slika mjernog uređaja za mjerenje duljina do 3 metra.....	11
Slika 6- Klizač duge mjerne skale.....	12
Slika 7- Sustav za precizno pozicioniranje klizača duge mjerne skale	13
Slika 8- Optički sustav za precizno pozicioniranje klizača duge mjerne skale	13
Slika 9- Sustav za pozicioniranje klizača početnog položaja i njegova mjerna skala.....	14
Slika 10- Optički sustav za očitavanje vrijednosti klizača početnog položaja.....	14
Slika 11- Prva konfiguracija opreme za umjeravanje duge mjerne skale.....	16
Slika 12- Druga konfiguracija opreme za umjeravanje duge mjerne skale	16
Slika 13- Konfiguracija opreme za umjeravanje početnog položaja.....	17
Slika 14- Laserski senzori, reflektor i interferometar.....	17
Slika 15- Princip rada laserskog interferometra [5]	19
Slika 16- Shema kosinus poreške uslijed neporavnosti laserske zrake [6].....	42

POPIS TABLICA

Tablica 1: Prvo mjerenje duge mjerne skale.....	23
Tablica 2: Drugo mjerenje duge mjerne skale.	25
Tablica 3: Prvo i drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).	27
Tablica 4: Prvo i drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).....	30
Tablica 5: Prvo i drugo mjerenje klizača početnog položaja.	33
Tablica 6. Sastavnica standardne nesigurnosti.....	44

POPIS DIJAGRAMA

Dijagram 1; Prvo mjerenje duge mjerne skale.....	24
Dijagram 2: Drugo mjerenje duge mjerne skale.	26
Dijagram 3: Prvo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).	28
Dijagram 4: Drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).....	29
Dijagram 5: Prvo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).....	31
Dijagram 6: Drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).	32
Dijagram 7: Prvo mjerenje klizača početnog položaja.	34
Dijagram 8: Drugo mjerenje klizača početnog položaja.	35

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$+a, -a$	granica intervala	
b	udaljenost između osi mjerenja	mm
c	Koeficijenti osjetljivosti	
f	Frekvencija dijela laserskog snopa	s ⁻¹
k_{op}	Koeficijent promjene duljine optike	μm/°C
L	Nazivna duljina mjerne skale	m
L_i	Duljina mjerne grane interferometra	m
L_{np}	Duljina nultog položaja	m
n_{zrak}	Indeks loma zraka	
P	Vjerojatnost	%
p_{zrak}	Tlak zraka	Pa
s	Procijenjeno standardno odstupanje	μm ili nm
t_{zrak}	Temperatura zraka	°C
U	Proširena mjerna nesigurnost	μm ili nm
$u(x_i)$	Standardna mjerna nesigurnost	
$u_c(y)$	Sastavljena standardna nesigurnost	
$u_c^2(y)$	Sastavljena varijanca	
X_i	Ulazna veličina	
x_i	Procjena ulazne veličine	
λ	Valna duljina svjetlosti u vakumu	μm ili nm
ε	Kut između mjernog snopa i pravca reflektora	"
β	Kut zakreta stola	"
n	Broj ponovljenih mjerenja	
h_{zrak}	Relativno vlažnost zraka	%
y	Procijenjena izlazna veličina	
Y	Izlazna veličina	
k	Faktor pokrivanja	
λ_{zrak}	Valna duljina svjetlosti u zraku	μm ili nm
s	Razmak između točkica referentnog i mjernog snopa na glavi lasera	m
D	Duljina kretanja optike	m

1. Sažetak

Cilj ovog završnog rada je razraditi i eksperimentalno provesti postupak umjeravanja mjernog uređaja u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje. Na temelju provedenih ispitivanja dana je ocjena točnosti i preciznosti mjernog uređaja. Uređaj koji je umjeravan je uređaj za mjerenje dužina do 3 metra. Umjeravanje je provedeno laserskim mjernim sustavom Renishaw ML10. U uvodu su dani temeljni pojmovi vezani uz mjeriteljstvo i umjeravanje kao što su mjerenje, mjerna nesigurnost, umjeravanje, sljedivost. U nastavku su dane tehničke karakteristike laserskog mjernog sustava kojim je provedeno umjeravanje. Nakon toga opisan je postupak umjeravanja, procijenjene su utjecajne veličine na mjernu nesigurnost rezultata mjerenja te je propisana procedura umjeravanja uređaja.

2. Uvod

U uvodu su dana pojašnjenja nekih od osnovnih pojmova vezanih uz umjeravanje.

2.1. Mjeriteljstvo

Mjeriteljstvo je znanost o mjerenju. Ono obuhvaća mjerne jedinice i njihove etalone, mjerila i njihovo područje primjene te sve teoretske i praktične probleme vezane s mjerenjem. Ima tri glavna zadatka:

1. Mora definirati međunarodno prihvaćene mjerne jedinice;
2. Mora ostvariti mjerne jedinice znanstvenim metodama;
3. Mora utvrditi lanac sljedljivosti pri određivanju i dokumentiranju vrijednosti i točnosti mjerenja i prenošenju tog znanja [1].

Mjeriteljstvo dijelimo na tri kategorije:

- a. Zakonsko mjeriteljstvo je dio mjeriteljstva uređen zakonom i drugim propisima u cilju uspostave povjerenja u rezultate mjerenja u području primjene zakonitih mjerenja. Odnosi se na djelatnosti koje su rezultat zahtjeva iz propisa kao što su mjerenja, mjerne jedinice, mjerila i mjerne metode koje provode mjerodavna tijela. Glavni cilj zakonskog mjeriteljstva je zaštita građana od posljedica pogrešnih mjerenja kako u službenim i trgovačkim poslovima tako i u radnom okolišu, zaštititi na radu i sigurnosti.
- b. Znanstveno mjeriteljstvo je dio mjeriteljstva koji se bavi problemima koji su zajednički za sva mjeriteljska pitanja bez obzira na mjerenu veličinu. Ono obuhvaća opće, teoretske i praktične probleme koji se tiču mjernih jedinica, uključujući njihova ostvarenja i njihovo prenošenje znanstvenim metodama, probleme mjernih pogrešaka i nesigurnosti te probleme mjeriteljskih svojstava mjerila.
- c. Industrijsko mjeriteljstvo se bavi mjerenjima u proizvodnji i upravljanju kakvoćom. Ono osigurava prikladno funkcioniranje mjerila u industriji i procesima proizvodnje [1].

2.2. Mjerenje

Mjerenje je proces dobivanja brojčanog podatka u odnosu na jedinicu mjere. Dijeli se na:

- Posredno mjerenje – mjerni rezultat dobiva se izračunavanjem dviju ili više izmjerenih veličina;
- Neposredno mjerenje – mjerni rezultat dobiva se uspoređivanjem mjernog predmeta s poznatom mjernom veličinom uz pomoć mjernog instrumenta [2].

2.2.1. Mjerni postupak

Mjerni postupak je slijed definiranih radnji koje se upotrebljavaju za provođenje pojedinih mjerenja u skladu s određenom metodom.

2.2.2. Mjerna metoda

Mjerna metoda je niz postupaka koji se upotrebljava za provođenje mjerenja.

2.3. Umjeravanje

Umjeravanje je skup postupaka kojima se u određenim uvjetima uspostavlja odnos između vrijednosti veličina koje pokazuje neko mjerilo ili mjerni sustav ili vrijednosti koje pokazuje neka materijalizirana mjera ili neka referencijska tvar i odgovarajućih vrijednosti ostvarenih etalonima.

Etalon je materijalizirana mjera, mjerilo, referencijska tvar ili mjerni sustav namijenjen za određivanje, ostvarivanje, čuvanje ili obnavljanje jedinice jedne ili više vrijednosti kakve veličine da bi mogli poslužiti kao referencija.

Umjeravanjem mjerila dobije se informacija koliko uređaj odstupa od vrijednosti koja bi se dobila mjerenjem s primarnim etalom. Umjeravanjem se mjerni uređaji mogu dovesti u vezu s primarnim etalom [2].

2.4. Sljedljivost

Svojstvo mjernog rezultata ili vrijednosti nekog etalona po kojemu se on može dovesti u vezu s navedenim referencijskim etalonima (obično državnim ili međunarodnim) neprekinutim lancem usporedaba koje imaju utvrđene mjerne nesigurnosti [2].

2.5. Mjerna nesigurnost

Mjerna nesigurnost definirana je kao parametar pridružen rezultatu mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini uz određenu vjerojatnost [3].

Mjernu nesigurnost procjenjujemo iz razloga što mjerenja nisu savršena kako zbog djelovanja slučajnih utjecaja kao što su temperatura, tlak, vlaga, nesavršenost uređaja tako i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenata između dva umjeravanja, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona, itd). Bez pokazatelja nesigurnosti mjerni rezultati ne mogu se uspoređivati ni međusobno niti s referentnim vrijednostima. Proračun mjerne nesigurnosti temelji se na procjenama iz nepoznatih razdioba vjerojatnosti koje su određene pomoću ponovljenih mjerenja ili obnovljenih mjerenja.

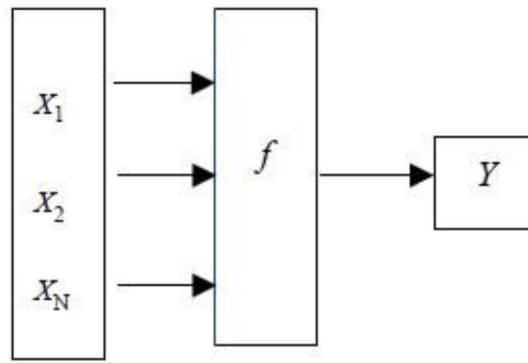
2.6. Procjena mjerne nesigurnosti GUM metodom

2.6.1. Modeliranje modela

U većini slučajeva mjerenja veličina Y ne mjeri se izravno nego se određuje iz N drugih veličina $X_1, X_2, \dots, X_N$ na temelju funkcijskog odnosa koji predstavlja osnovni matematički model za potpuno određenje mjerne veličine:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N).$$

Veličina X predstavlja N ulaznih veličina ($X_1, X_2, \dots, X_N$), dok je Y izlazna veličina. Svaki X_i promatra se kao slučajna varijabla, a njena procjena je x_i . Y je slučajna izlazna varijabla, a njena procjena označava se sa y (Slika 1).



Slika 1- Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine [1]

Ulazne veličine $X_1, X_2, \dots, X_N$ o kojima ovisi izlazna veličina Y mogu se promatrati kao mjerene veličine i mogu ovisiti o drugim veličinama, uključujući ispravke i faktore ispravaka zbog sustavnih djelovanja, dovodeći tako do složenog funkcijskog odnosa f koji se ne mora uvijek moći eksplicitno napisati. Funkcija f se može odrediti eksperimentalno te ju treba tumačiti kao funkciju koja uključuje svaku veličinu, uključujući sve ispravke i faktore ispravaka.

Svakoj procjeni ulazne veličine x_i i njoj pridružena mjerna nesigurnost $u(x_i)$ dobivaju se iz razdiobe mogućih vrijednosti ulaznih veličina. Razdiobe se mogu temeljiti na frekvenciji ili to može biti bilo kakva apriorna razdioba [1].

2.6.2. Proračun standardne nesigurnosti A-vrste

Proračun standardne nesigurnosti A-vrste zasniva se na bilo kojoj statističkoj metodi. Ova nesigurnost se određuje eksperimentalno, odnosno višestrukim ponavljanjem mjerenja. Najčešće najbolja raspoloživa procjena očekivane vrijednosti μ_q veličine q , koja se mjenja na slučajan način, jest da se u mjerenjima u istim uvjetima dobije n neovisnih rezultata mjerenja q_k te se odredi njihova aritmetička sredina ili prosjek $\bar{q}$:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n q_k.$$

Prosječne vrijednosti mjerenja međusobno će se razlikovati zbog raznih slučajnih djelovanja. Stoga, daje se procjena varijancije s^2 razdiobe vjerojatnosti veličine q :

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_k - \bar{q})^2.$$

Ova procjena varijance i njezin pozitivni drugi korijen $s(q_k)$, koji se naziva eksperimentalnim standardnim odstupanjem, opisuju promjenjivost rezultata mjerenja q_k odnosno njihovo rasipanje oko srednje vrijednosti mjerenja q .

Najbolja procjena varijance srednje vrijednosti dana je izrazom:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n}.$$

Eksperimentalno odstupanje srednje vrijednosti $s(\bar{q})$ jednako je drugom pozitivnom korijenu eksperimentalne varijance srednje vrijednosti $s^2(\bar{q})$. Eksperimentalno odstupanje i varijanca srednje vrijednosti količinski određuju koliko dobro $\bar{q}$ procjenjuje očekivanje μ_q veličine q . Obje vrijednosti se mogu upotrebljavati kao mjerna nesigurnost srednje vrijednosti $\bar{q}$. Tako uz ulaznu veličinu x_i koja je dobivena iz n neovisnih rezultata mjerenja, standardna nesigurnost iznosi [1]:

$$u^2(x_i) = s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \rightarrow u = \frac{s_p}{\sqrt{n}}$$

2.6.3. Proračun standardne nesigurnosti B-vrste

Kod određivanje standardne nesigurnosti B-vrste ne primjenjuje se samo niz ponovljenih mjerenja, već se primjenjuju i neke druge metode koje se temelje na svim raspoloživim podacima o mogućoj promjenljivosti. Takav skup podataka može uključivati:

- prijašnje mjerne podatke,
- proizvođačke specifikacije,
- podatke dane u potvrđama o umjeravanju i drugim potvrđama,
- nesigurnost dodijeljene referentnim podacima uzetim iz priručnika.

Postoji nekoliko slučajeva procjene i izračuna standardne nesigurnosti B-vrste, od kojih su svi podjednako točni, te ne postoji klasifikacija procjene prema kvaliteti proračuna, već ovise o načinu iskazivanja.

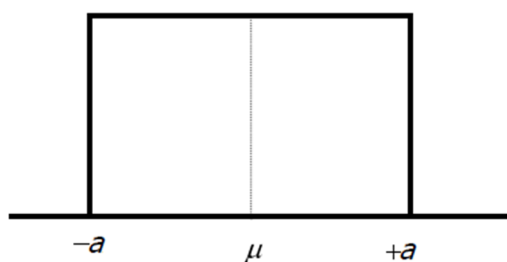
Neke od tih metoda su:

- a) Kada je poznata samo jedna vrijednost mjerene veličine X_i , bilo od prijašnjeg mjerenja ili neke referentne vrijednosti iz priručnika, ta vrijednost se upotrebljava za procjenu ulaznih veličina.

- b) Na temelju teorije ili iskustva može se pretpostaviti raspodijela vjerojatnosti za veličinu X_i , tada se procjena ulazne veličine x_i uz pridruženu nesigurnost $u(x_i)$ uzima iz odgovarajućeg očekivanja.
- c) Ako nam je poznata gornja i donja granica ($-a, +a$) vrijednosti veličine X_i , za moguće vrijednosti ulaznih veličina X_i pretpostavlja se raspodijela vjerojatnosti sa stalnom gustoćom između tih granica.

Kada se procjena ulazne veličine temelji na procjeni granica (metoda pod „c“) te imamo jednaku vjerojatnost pojavljivanja unutar cijelog procjenjenog intervala standardna nesigurnost dobiva se iz pravokutne razdiobe (Slika 2):

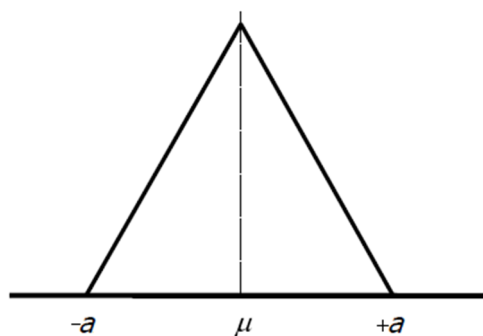
$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



Slika 2- Pravokutna razdioba [1]

Ukoliko je kod procjene ulazne veličine ulazne vrijednosti vjerojatnost ponavljanja u granicama od $-a$ do $+a$, a u okolini pretpostavljene vrijednosti je nepoznata, onda se koristi trokutasta razdioba (Slika 3) [1]:

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$



Slika 3- Trokutasta razdioba [1]

2.7. Određivanje sastavljene mjerne nesigurnosti

Sastavljena mjerna nesigurnost $u_c(y)$ određuje se odgovarajućim sastavljanjem standardnih nesigurnosti procjena ulaznih veličina. Razlikujemo nekorelirane ulazne veličine i korelirane ulazne veličine [1].

2.7.1. Nekorelirane ulazne veličine

Za slučaj kada su sve ulazne veličine neovisne, sastavljena standardna nesigurnost $u_c(y)$ jednaka je drugom pozitivnom korijenu sastavljene varijance $u_c^2(y)$:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i).$$

Standardna nesigurnost $u(x_i)$ određuje se u proračunu standardne nesigurnost A ili B vrste. $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ je koeficijent osjetljivosti koji opisuje kako se procjena izlazne veličine y mijenja s promjenama vrijednosti ulaznih veličina x_i [1].

2.7.2. Korelirane ulazne veličine

Ukoliko su neke od veličina x_i zavisne, ta zavisnost se mora uzeti u obzir u sastavljenu mjernu nesigurnost:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j).$$

Vrijednosti x_i i x_j su procjene veličina X_i i X_j , $u(x_i, x_j)$ je procijenjena kovarijanca pridružena procjemama x_i i x_j . Taj stupanj kovarijancije glasi:

$$r(x_i, x_j) = \frac{(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}.$$

S pomoću korelacijskih koeficijenata, kovarijancijski član se može napisati kao:

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j).$$

Konačan izraz za sastavljenu mjernu nesigurnost za korelirane ulazne veličine, korištenjem korelacijskih koeficijenata i koeficijenata osjetljivosti, glasi [1]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j).$$

2.8. Određivanje proširene mjerne nesigurnosti

Proširena mjerna nesigurnost je interval mjernog rezultata koji bi se razumno mogao pridružiti mjerenoj veličini. Proširenu nesigurnost dobivamo tako da pomnožimo složenu standardnu nesigurnost $u_c(y)$ s faktorom pokrivanja. Proširenu nesigurnost označujemo sa U :

$$U = k \cdot u_c(y).$$

U mnogim praktičnim mjerenjima faktor pokrivanja k biti će u području između 2 i 3. U slučajevima gdje smo razdiobu vjerojatnosti opisali s normalnom razdiobom, a broj stupnjeva slobode sastavljen je standardne nesigurnosti $u_c(y)$ je značajan, može se pretpostaviti da uzimanje faktora pokrivanja $k=2$ daje interval uz vjerojatnost $P=95\%$. Čak i kada razdioba vjerojatnosti nije opisana normalnom razdiobom, razdioba veličine y se opisuje normalnom razdiobom uz primjenu centralnog graničnog teorema. Mjerni rezultati se tada izražavaju kao [1]:

$$Y = y \pm U.$$

3. Opis opreme za umjeravanje i mjernog uređaja

3.1. Renishaw laser – sustav za mjerenje

3.1.1. Laser

Laser (eng. *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – pojačanje svjetlosti pomoću stimulirane emisije zračenja). Laserska svjetlost se emitira pri prijelazu atoma iz višeg u niže energetske stanje. Zasniva se na tome da atomi ili molekule svojim vlastitim zračenjem međudjeluju jedno na drugo. U optičkim i infracrvenom dijelu spektra laserska emisija nastaje radijacijskim prijelazima atoma iz stanja više energije u stanje niže energije. Emisija svjetla nastaje kao posljedica promjene energije atomskog ili molekularnog skupa. Izmjena energije zračenja s atomima ili molekulama događa se apsorpcijom te spontanom i stimuliranom emisijom zračenja. Podijelu lasera moguće je provesti na temelju vrste aktivne tvari lasera. Stimulirana emisija zbiva se kada na atom u pobuđenom stanju djeluje zračenje energije. Laseri se dijele na [4]:

- plinski laseri,
- čvrsti laseri,
- tekući laseri,
- poluvodički laseri.

3.1.2. Renishaw laser ML10

Kao uređaj za umjeravanje korišten je Renishaw laser ML10 (Slika 4).

Karakteristike:

- helij neonski laser,
- valna duljina: 632,9 nm,
- rezolucija mjerenja: 1 nm,
- potreba za rekalkibracijom: svakih 3-4 godina

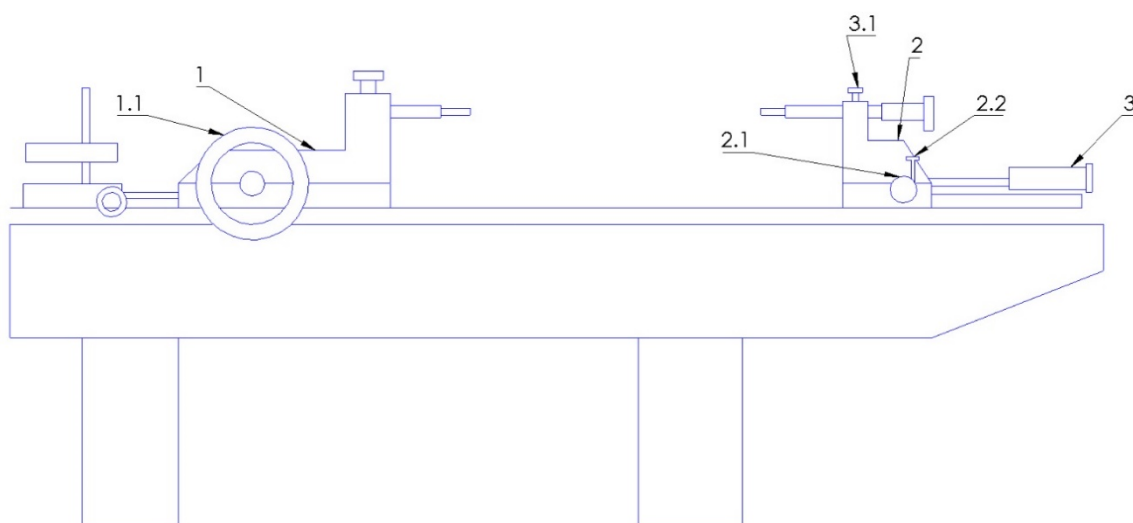
S laserom dolaze napajanje, optički sustavi (reflektori, razdjelnik), očitavači jačine snage.



Slika 4- Renishaw ML10

3.2. Uređaj za mjerenje duljina do 3 metra

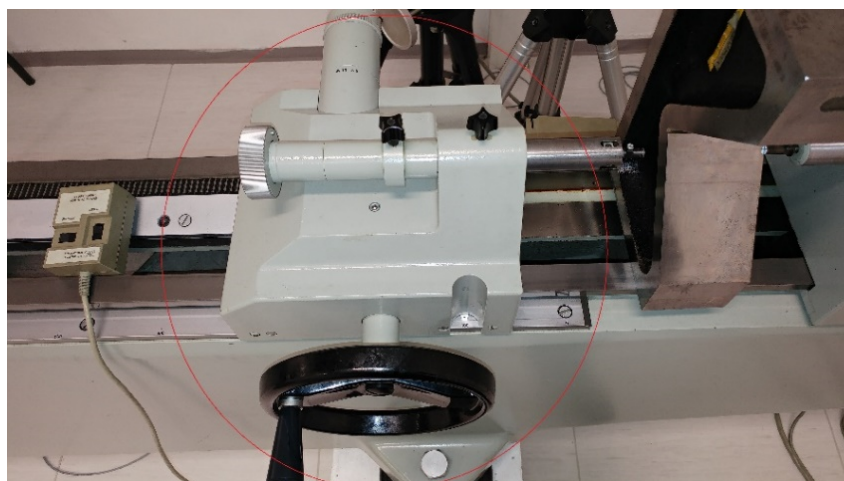
Uređaj na kojem je provedeno umjeravanje je uređaj za mjerenje duljina do 3 metra, shematski prikazan na Slici 5, koji je smješten u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje.



Slika 5- Shmetska slika mjernog uređaja za mjerenje duljina do 3 metra

3.2.1. Klizač duge mjerne skale

Iz shematske slike (Slika 5) vidljiv klizač duge mjerne skale (Slika 6), označen oznakom 1, kojim se vrši mjerenje na ovom mjernom uređaju. Mjerna skala kreće se od 0 do 3000 mm. Pomicanje i pozicioniranje ovog klizača ostvaruje se pomoću mehaničkog sustava, označenog oznakom 1.1 na shematskoj slici mjernog uređaja (Slika 5). Mehanički sustav za pozicioniranje sastoji od koluta, čijom rotacijom se rotira zupčanik te se omogućuje kretanje po mjernoj skali. Ovime se ostvaruje pretvaranje rotacije u translaciju. Za točno očitavanje vrijednosti pozicioniranja ovaj mjerni uređaj nema specifičan sustav za očitavanje vrijednosti stoga je očitavanje vrijednosti potrebno provesti golim okom s mjerne skale. Rezultat toga je da se ostvaruje samo grubo pozicioniranje klizača.



Slika 6- Klizač duge mjerne skale

Kako bi se očitala točna vrijednost položaja klizača duge mjerne skale (1) koristi se optički sustav koji je na shematskoj slici (Slika 5) prikazan pod oznakom 3.1 (Slika 8). Njegova mjerna skala kreće se od $-100\text{ }\mu\text{m}$ do $+100\text{ }\mu\text{m}$, fino pozicioniranje ostvaruje se također mehaničkim sustavom, na shematskoj slici mjernog uređaja (Slika 5) označen oznakom 3 (Slika 7), kojim se omogućuje postavljanje klizača (1) u mikrometerski točan položaj. Ovaj mehanički sustav za pozicioniranje se također sastoji od koluta čijom se rotacijom zakreće zupčanik koji se kreće na svojoj stazi za gibanje.



Slika 7- Sustav za precizno pozicioniranje klizača duge mjerne skale



Slika 8- Optički sustav za precizno pozicioniranje klizača duge mjerne skale

3.2.2. Klizač početnog položaja (2)

Na shematskoj slici mjernog uređaja (Slika 5) vidljiv je klizač početnog položaja pod oznakom 2. Mjerna skala kreće se od 0 do 100 mm, a pozicioniranje se ostvaruje mehaničkim sustavom, označen oznakom 2.1 (Slika 9) na shematskoj slici mjernog uređaja (Slika 5). Radi što točnijeg pozicioniranja upotrebljava se optički sustav označen oznakom 2.2 (Slika 10). Mehanički sustav za pozicioniranje sastoji se od koluta i zupčanika, čime se ostvaruje prijenos rotacije u translaciju, odnosno gibanje klizača po mjernoj stazi.



Slika 9- Sustav za pozicioniranje klizača početnog položaja i njegova mjerna skala



Slika 10- Optički sustav za očitavanje vrijednosti klizača početnog položaja

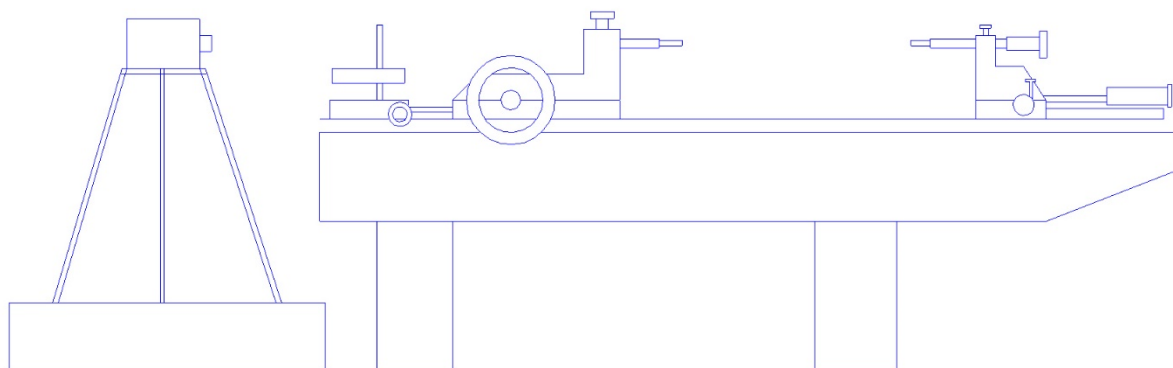
3.3. Konfiguracija opreme tijekom umjeravanja

Ovdje su opisani mogući načini postavljanja opreme za provođenje umjeravanja ovog mjernog uređaja.

3.3.1. Umjeravanje mjerne skale 0 mm - 3000 mm

Za umjeravanje mjerne skale 0 mm - 3000 mm moguće je postaviti dvije vrste konfiguracije opreme, ali svaka od njih ima svoje nedostatke. Kako bi se minimalizirala mjerna nesigurnost rezultata mjerenja, bitnu ulogu ima pozicioniranje opreme za umjeravanje. Potrebno je pronaći najpouzdaniji položaj opreme za umjeravanje, u ovom slučaju He-Ne lasera, kako bi položaj laserskog izvora svijetla i optičkih elemenata korištenih za umjeravanje minimalizirali Abbe-ovu pogrešku, pogrešku početnog položaja (mrtvog hoda). Također, tijekom mjerenja, potrebno je spriječiti bilo kakvo mehaničko ili termičko deformiranje mjernog uređaja. Potrebno je amortizirati i opremu za umjeravanje i opremu koju umjeravamo kako bi spriječili utjecaj raznih vibracija na rezultate mjerenja, te održavati konstantnu temperaturu zraka u prostoriji i temperaturu mjernog uređaja.

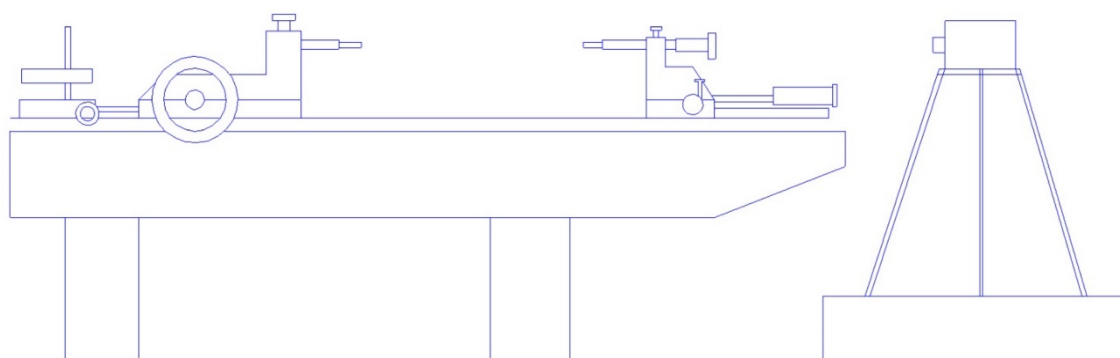
Na Slici 11. prikazana je prva konfiguracija koja se može koristiti prilikom umjeravanja ovog mjernog uređaja. Ovom konfiguracijom osiguran je Abbe-ov princip mjerenja tako da što laserski snop, kojim se umjerava, nalazi u produžetku mjerne skale uz uvjet savršene pravocrtnosti stola. Laser je postavljen na tronožac, djeliteľ snopa s fiksnim reflektorom je vezan za postolje mjernog uređaja. Kretanjem klizača duge mjerne skale (1) koji ima značajnu masu u odnosu na masu mjernog uređaja, može doći do deformacije mjernog uređaja tzv. progiba. Pogreške, progibi, koje nastaju kao uzrok pomicanja klizača su ponovljive te se mogu procijeniti i izmjeriti tako da se utvrde fiksne točke koje se onda moraju držati nepokretnima.



Slika 11- Prva konfiguracija opreme za umjeravanje duge mjerne skale

Također, nedostatak ovog rasporeda opreme je taj što se ostvaruje pogreška nultog položaja (mrtvi hod).

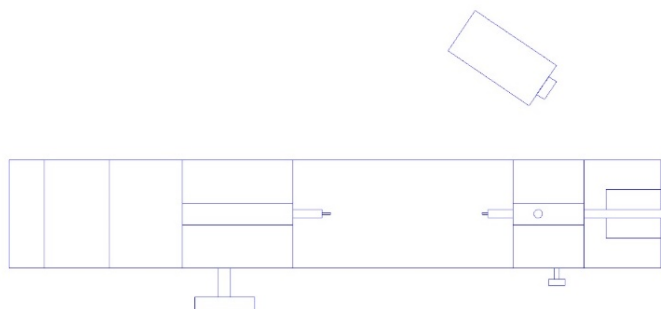
Na slici 12. prikazana je druga konfiguracija opreme. Ovom konfiguracijom osigurava se od pogreške nultog položaja, međutim više nije zadovoljen Abbe-ov princip mjerenja, pa je potrebno provoditi korekciju mjernih rezultata [5].



Slika 12- Druga konfiguracija opreme za umjeravanje duge mjerne skale

3.3.2. Postavljanje opreme za mjerenje početnog položaja (0-100) mm

Za mjerenje početnog položaja koristi se konfiguracija prikazana na Slici 13.

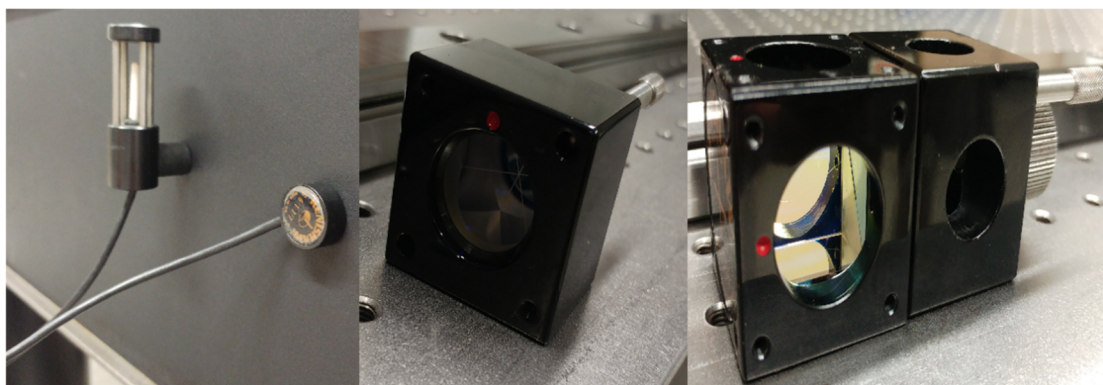


Slika 13- Konfiguracija opreme za umjeravanje početnog položaja

Laser je postavljen na tronožac, djelitelj snopa s fiksnim reflektorom je vezan za postolje mjernog uređaja. Ovom konfiguracijom nije poštivan se Abbe-ov princip mjerenja.

3.4. Laserska mjerni sustav za umjeravanje

Laserski mjerni sustav kojim se ostvaruje mjerenje sastoji se od laserske glave koja je oslonjena na tronožac, postolja uređaja za mjerenje duljine, pomičnog reflektora na klizaču, polarizacijskim djeliteljem snopa (laserski interferometar), senzora za kompenzaciju, računala (Slika 14).



Slika 14- Laserski senzori, reflektor i interferometar

Laserska svjetlost, koja se emitira iz laserske glave, prolazi kroz laserski interferometar te se reflektira od pomičnog reflektora i vraća natrag točno u središte povratne mete na laseru. Kako bi se ovo postiglo, potrebno je pravilno postaviti optičke komponente i laser.

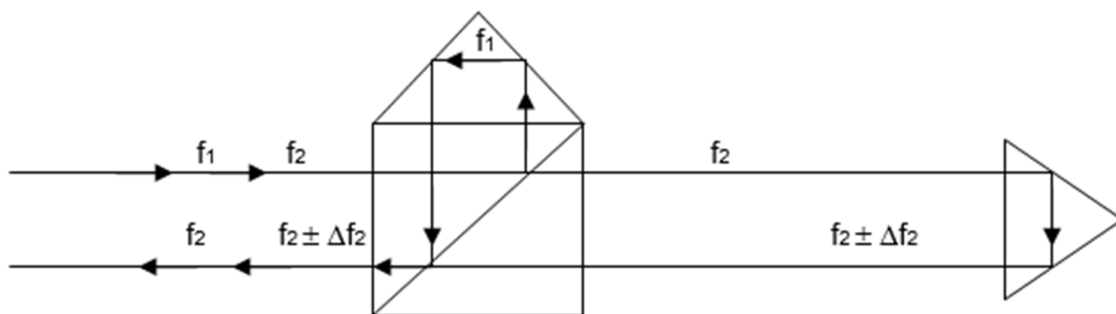
3.4.1. Postavljanje laserskog mjernog sustava za umjeravanje

U prvom koraku pomični reflektor postavlja se na mjerni uređaj, a laser se postavlja na njegov tronožac. Kada je laser upaljen, mjerni snop koji izlazi iz glave lasera potrebno je, pomoću reflektora, vratiti u središte povratne mete na laseru. Time se ostvaruje suosnost snopa koju je potrebno održati na bilo kojoj udaljenosti pomičnog reflektora.

Nakon toga se postavlja interferometar na način da se oba reflektirana snopa vraćaju u točno središte mete na laserskoj glavi.

3.4.2. Laserski interferometar

Iz glave lasera izlazi laserski snop koji ima dvije frekvencije, f_1 i f_2 . Te dvije frekvencije međusobno su linearno polarizirane. Jedna frekvencija je okomita, a druga je vodoravna tako da se polarizacijskim djeliteľem snopa odvajaju u dvije grane interferometra. Djeliteľ snopa jednu frekvenciju propušta, dok se druga frekvencija reflektira i vraća natrag u glavu lasera (Slika 15) [5].



Slika 15- Princip rada laserskog interferometra [5]

4. Umjeravanje

4.1.Svrha

Svrha rada je provođenje postupaka kojim se opisuje umjeravanje 1D mjernih uređaja do 3000 mm .

4.2.Područje primjene

Postupak kojim je provedeno umjeravanje 1D mjernog uređaja do 3000 mm moguće je provesti neovisno o principu rada tog uređaja (mikrometarski vijak, digitalna ili analogna očitavanja skala...).

4.3.Norme i referentni dokumenti

Za ovo umjeravanje primijenjene su sljedeće norme i referentni dokumenti:

- uputa za korištenje Renishaw lasera ML10,
- JCGM 200:2008, International vocabulary of metrology.

4.4.Korištena mjerna sredstva

- Naziv: Laserski mjerni sustav ML10
Proizvođač: RENISHAW
Oznaka: MU 46-426

4.5. Provjera certifikata mjernih sredstava

Prije provedbe umjeravanja provjerena je valjanost Certifikata onih mjernih sredstava koja se koriste u postupku umjeravanja.

4.6. Priprema za provedbu umjeravanja

Prije nego što se provelo umjeravanje 1D mjernog uređaja do 3000 mm provjereno je stanje opreme laserskog sustava kojim se izvršilo umjeravanje. Provjereno je imaju li reflektor i razdjelnik oštećenja i prljavštine na svojim površinama kako bi se mogli adekvatno primjeniti. Da su postojala oštećenja na površini bilo bi potrebno zamijeniti oštećeni dio, a prljavštine očistiti korištenjem pamučne vate i medicinskog benzina.

4.7. Prethodna ispitivanja

Prije provedbe umjeravanja provedni su sljedeće korake:

- provjeriti postojanje identifikacijske oznake na mjernom uređaju (proizvođač, serijski broj, nazivna duljina, interna oznaka i sl.),
- vizualnim pregledom provjeriti stanje mjernih površina,
- provjeriti da li mjerni instrumenti integrirani s uređajem ispravno funkcioniraju,
- rezultate ispitivanja prema točkama upisati u Radnu podlogu

U slučaju da uređaj nije zadovoljio neke od ovih točaka umjeravanje se ne bi provodilo.

4.8. Provedba umjeravanja

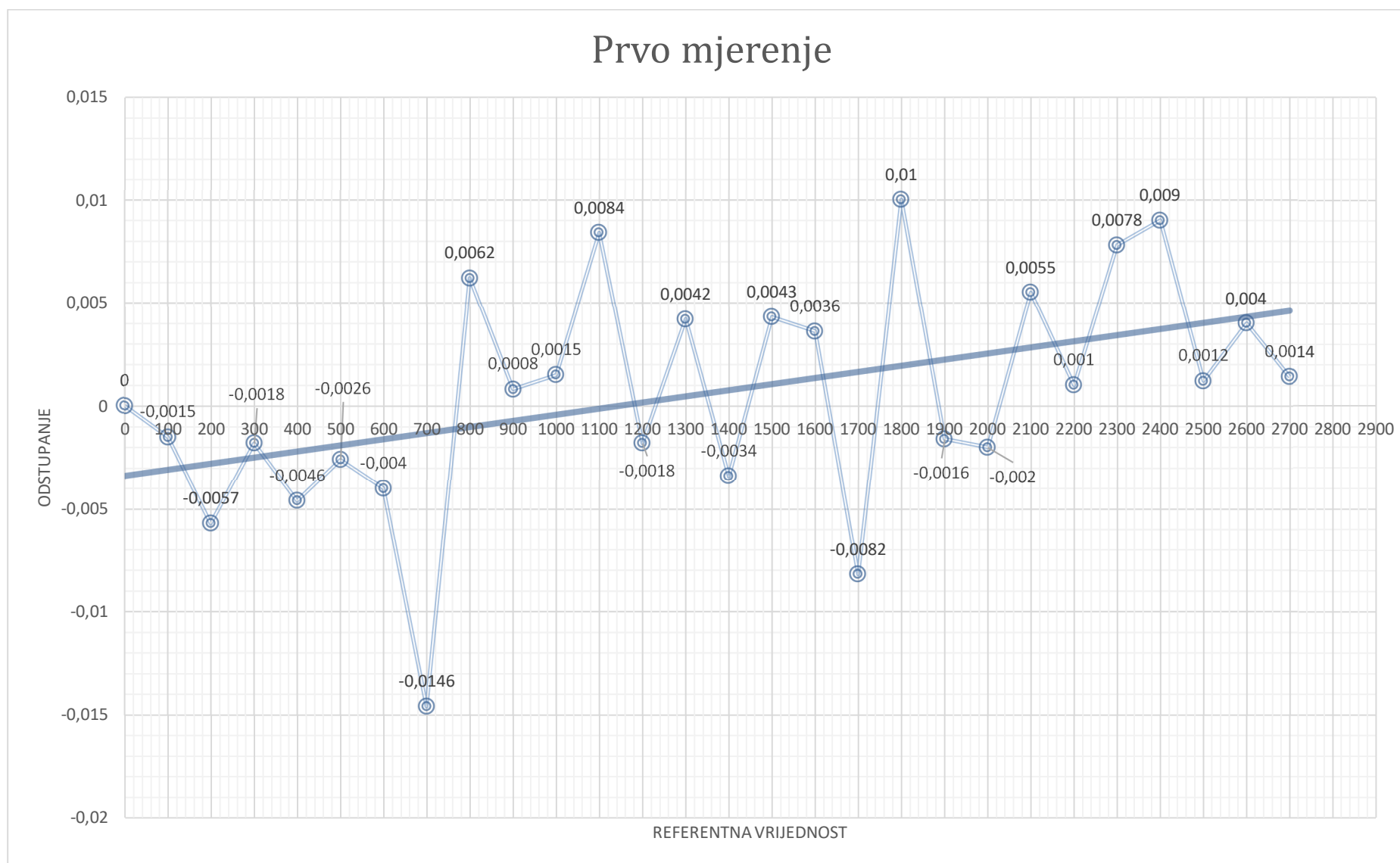
4.8.1. Umjeravanje klizača duge mjerne skale

Konfiguracija opreme koja je korištena pri ovom umjeravanju dana je u poglavlju 3.3.1 i to prvi slučaj kojim bi trebao biti zadovoljen Abbe-ov princip mjerenja. Nakon što je postavljen laser, reflektor i razdjelnik, pokrenut je laser. Kako bi laser bio pokrenut bilo je potrebno pričekati oko 15 minuta, nakon čega je uslijedilo njegovo kalibriranje prema priručniku kako bi bio dobiven što bolji signal lasera. Nakon kalibriranja lasera i njegovog usklađivanja s računalom, izmjerena je temperatura sobe. U slučaju ovog umjeravanja temperatura zraka je iznosila 20,03 °C, a temperatura mjernog uređaja iznosila je 20,17 °C. Razlika temperature između okoliša i mjernog uređaja iznosila je manje od 0,2 °C, stoga je zadovoljen temperaturni uvjet umjeravanja te je bilo moguće nastaviti dalje sa umjeravanjem.

Za umjeravanje klizača duge mjerne skale provoden je takav postupak da je klizač duge mjerne skale (1) pomoću njegovog pripadajućeg mehaničkog sustava (1.1) postavljen na mjernu vrijednost od 2700 mm. Zatim je mehaničkim sustavom (3) fino pozicioniran u točnu vrijednost od 2700 mm. Ta vrijednost je postavljena za nulu od koje je započeto umjeravanje. Na laseru je stisnuta tipka „reset“ kako bi se postavila zadna vrijednost kao nula. Daljnja mjerenja vršena su tako da se klizač duge mjerne skale (1) pomican prema vrijednosti 0 mm mjerne skale. Pomican je u koraku od 100 mm mehaničkim sustavom za pozicioniranje (1.1) i fino pozicioniran drugim mehaničkim sustavom za pozicioniranje (3). U svakoj od tih pozicija isčitavana je vrijednost koju laser pokazuje na računalu s kojim je spojen. Izmjere koje su dobivene ovim umjeravanjem prikazane su u Tablici 1 i Dijagramu 1. Tablica se sastoji od refrentne vrijednosti, odnosno vrijednosti koju mjerni uređaj pokazuje i izmjerene vrijednosti koju laser pokazuje.

Tablica 1: Prvo mjerenje duge mjerne skale.

Referentna vrijednost, mm	Izmjerena vrijednost, mm	Odstupanje, mm	Odstupanje, μm
2700	0	0	0
2600	99,9985	-0,0015	-1,5
2500	199,9943	-0,0057	-5,7
2400	299,9982	-0,0018	-1,8
2300	399,9954	-0,0046	-4,6
2200	499,9974	-0,0026	-2,6
2100	599,9960	-0,0040	-4,0
2000	699,9854	-0,0146	-14,6
1900	800,0092	0,0092	9,2
1800	900,0008	0,0008	0,8
1700	1000,0015	0,0015	1,5
1600	1100,0084	0,0084	8,4
1500	1199,9982	-0,0018	-1,8
1400	1300,0042	0,0042	4,2
1300	1399,9966	-0,0034	-3,4
1200	1500,0043	0,0043	4,3
1100	1600,0036	0,0036	3,6
1000	1699,9918	-0,0082	-8,2
900	1800,0100	0,0100	-1,0
800	1899,9984	-0,0016	-1,6
700	1999,9980	-0,0020	-2,0
600	2100,0055	0,0055	5,5
500	2200,0010	0,0010	1,0
400	2300,0078	0,0078	7,8
300	2400,0090	0,0090	9,0
200	2500,0012	0,0012	1,2
100	2600,0040	0,0040	4,0
0	2700,0014	0,0014	1,4

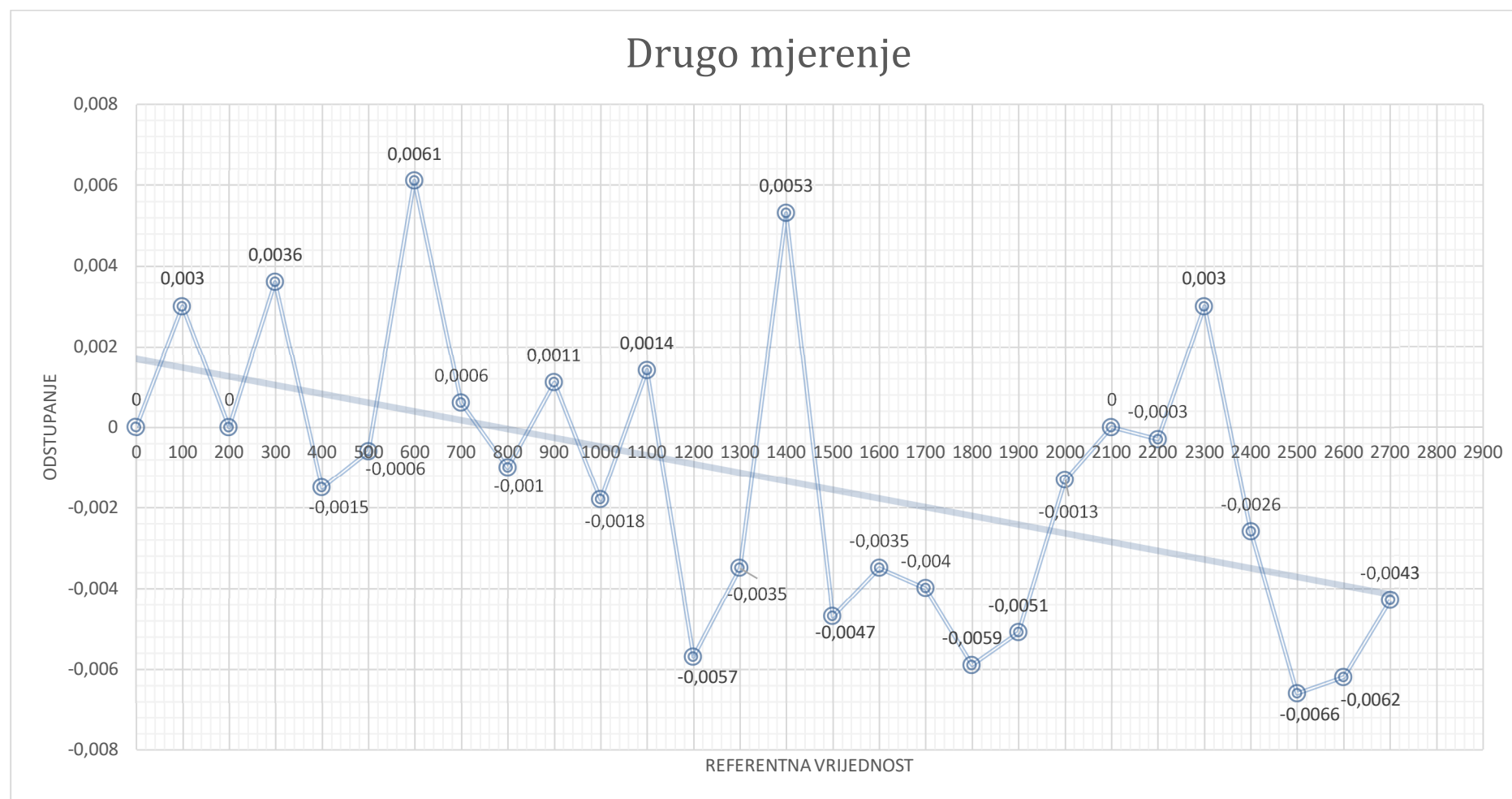


Dijagram 1; Prvo mjerenje duge mjerne skale

Nakon što je klizač postavljen na vrijednost 0 velike mjerne skale, klizač (1) je pomaknut i vraćen natrag na vrijednost 0 mm pomoću mehaničkog sustava za pozicioniranje (1.1) i drugog mehaničkog sustava za pozicioniranje (3). Ova vrijednost je opet uzeta kao nula, na laseru je pritisnut gumb za „reset“ tako da laser pokazuje vrijednost nula i započeto je mjerenje prema vrijednosti 2700 mm. I ovdje je mjerenje provođeno u koraku od 100 mm i precizno je pozicionirano mehaničkim sustavom za pozicioniranje (1.1) (Tablica 2, Dijagram 2).

Tablica 2: Drugo mjerenje duge mjerne skale.

Referentna vrijednost, mm	Izmjerena vrijednost, mm	Odstupanje, mm	Odstupanje, μm
0	0	0	0
100	100,003	0,003	3
200	200	0	0
300	300,0069	0,0069	6,9
400	399,9985	-0,0015	-1,5
500	499,9994	-0,0006	-0,6
600	600,0061	0,0061	6,1
700	700,0006	0,0006	0,6
800	799,999	-0,001	-1
900	900,0011	0,0011	1,1
1000	999,9982	-0,0018	-1,8
1100	1100,0014	0,0014	1,4
1200	1199,9943	-0,0057	-5,7
1300	1299,9965	-0,0035	-3,5
1400	1400,0053	0,0053	5,3
1500	1499,9953	-0,0047	-4,7
1600	1599,9965	-0,0035	3,5
1700	1699,996	-0,004	-4
1800	1799,9941	-0,0059	-5,9
1900	1899,9949	-0,0051	-5,1
2000	1999,9987	-0,0013	-1,3
2100	2100	0	0
2200	2199,9997	-0,0003	-0,3
2300	2299,997	-0,003	-3
2400	2399,9974	-0,0026	-2,6
2500	2499,9934	-0,0066	-6,6
2600	2599,9938	-0,0062	-6,2
2700	2699,9957	-0,0043	-4,3



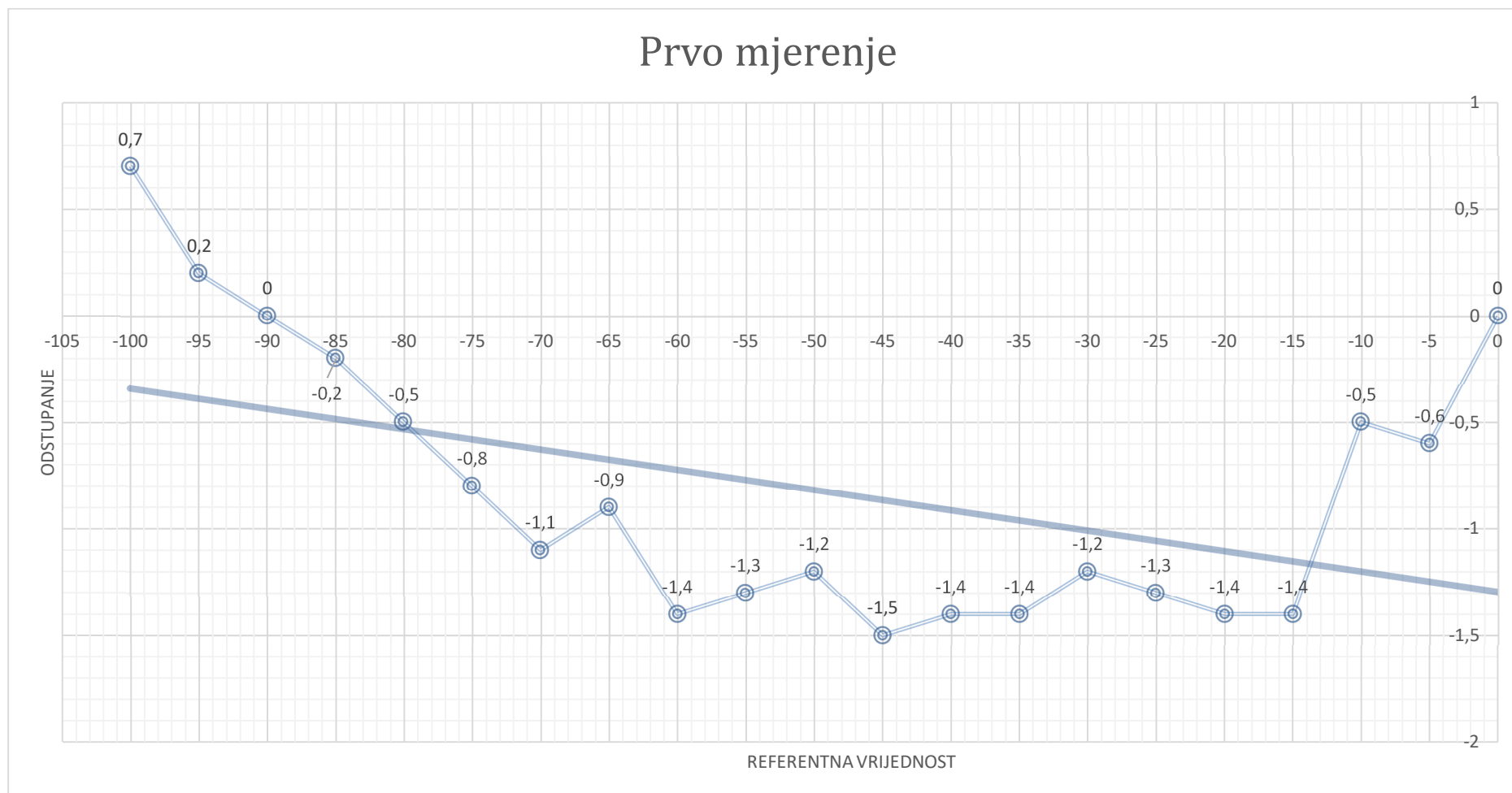
Dijagram 2: Drugo mjerenje duge mjerne skale.

4.8.2. Umjeravanje mjerne skale za fino pozicioniranje

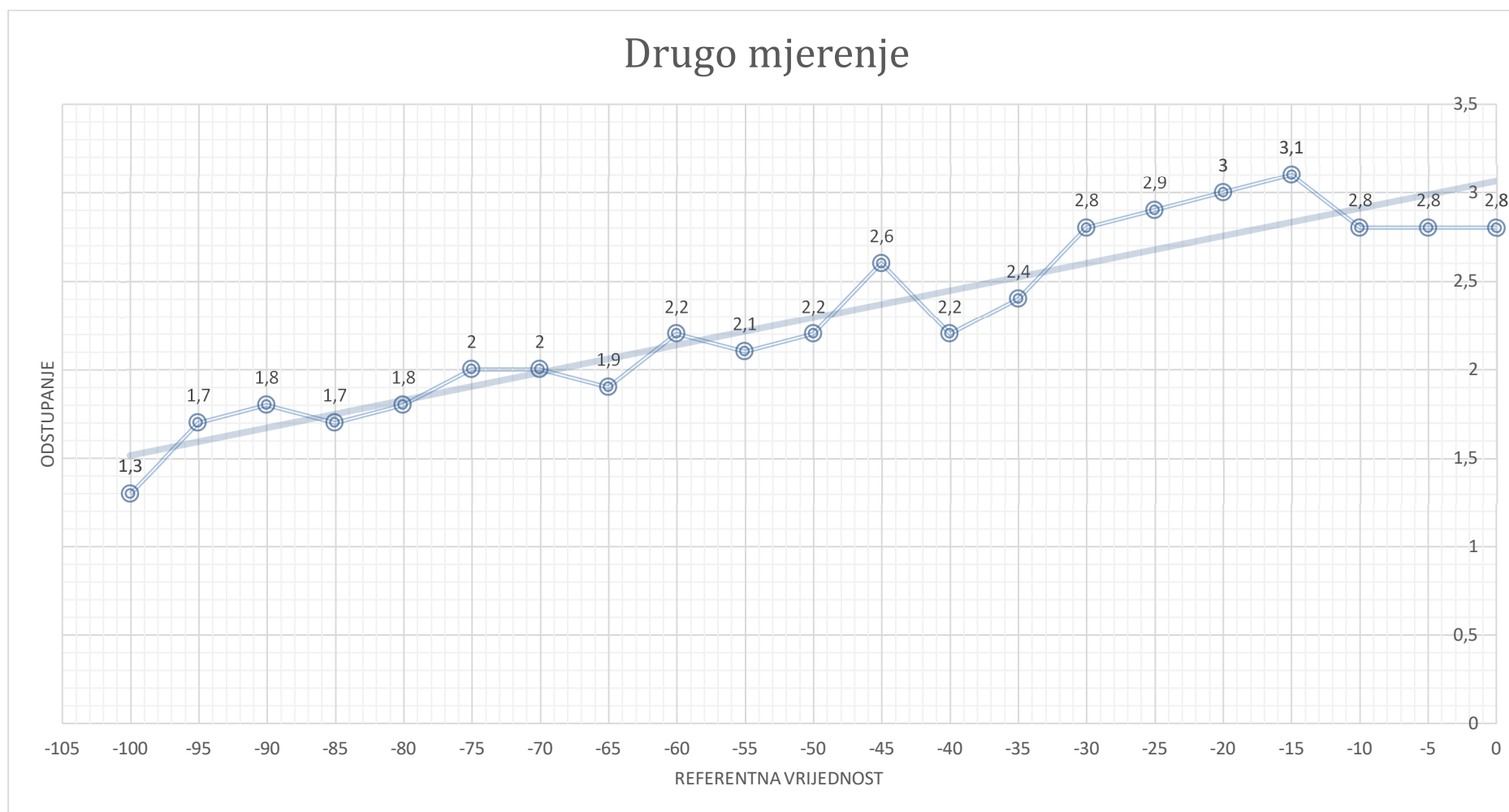
Mjerno područje mjerne skale za fino pozicioniranje, koje se ostvaruje mehaničkim sustavom za pozicioniranje (3), raspona je od $-100\text{ }\mu\text{m}$ do $+100\text{ }\mu\text{m}$. Za umjeravanje ovog područja mjerenja korištena je konfiguraciju opreme prikazana u poglavlju 3.3.1, i to u prvom slučaju kojim bi trebao biti zadovoljen Abbe-ov princip mjerenja. Temperatura je tijekom mjerenja iznosila $20,05\text{ }^{\circ}\text{C}$, a temperatura mjernog uređaja $20,18\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ovdje su također provedena dva mjerenja. Krenuto je od vrijednosti nula na maloj (3) i velikoj (1) mjernoj skali koja je postavljena za početnu točku, te je u toj točki laser resetiran kako bi bio postavljen na nulu. Prvo mjerenje provedeno je tako da se primicalo iz vrijednosti $0\text{ }\mu\text{m}$ prema $-100\text{ }\mu\text{m}$ u koraku od $5\text{ }\mu\text{m}$. Rezultati mjerenja prikazani su u Tablici 3 i Dijagramu 3 i 4. Referentna vrijednost je ona mjerna vrijednost koju je mjerni uređaj pokazivao, a izmjerena vrijednost ona koju je pokazivao laser. Kada je klizač došao u vrijednost $-100\text{ }\mu\text{m}$, klizač je pomaknut i vraćen u vrijednost $-100\text{ }\mu\text{m}$, te je opet provedeno mjerenje primičući se vrijednosti $0\text{ }\mu\text{m}$ i to u koraku od $5\text{ }\mu\text{m}$.

Tablica 3: Prvo i drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).

Referentna vrijednost, μm	Prva izmjerena vrijednost, μm	Odstupanje, μm	Druga izmjerena vrijednost, μm	Odstupanje, μm
0	0	0	+2,8	2,8
-5	-5,6	-0,6	-2,2	2,8
-10	-10,5	-0,5	-7,2	2,8
-15	-16,4	-1,4	-11,9	3,1
-20	-21,4	-1,4	-17,0	3,0
-25	-26,3	-1,3	-22,1	2,9
-30	-31,2	-1,2	-27,2	2,8
-35	-36,4	-1,4	-32,6	2,4
-40	-41,4	-1,4	-37,8	2,2
-45	-46,5	-1,5	-42,4	2,6
-50	-51,2	-1,2	-47,8	2,2
-55	-56,3	-1,3	-52,9	2,1
-60	-61,4	-1,4	-57,8	2,2
-65	-65,9	-0,9	-63,1	1,9
-70	-71,1	-1,1	-68,0	2,0
-75	-75,8	-0,8	-73,0	2,0
-80	-80,5	-0,5	-78,2	1,8
-85	-85,2	-0,2	-83,3	1,7
-90	-90,0	0	-88,2	1,8
-95	-94,8	0,2	-93,3	1,7
-100	-99,3	0,7	-98,7	1,3



Dijagram 3: Prvo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).

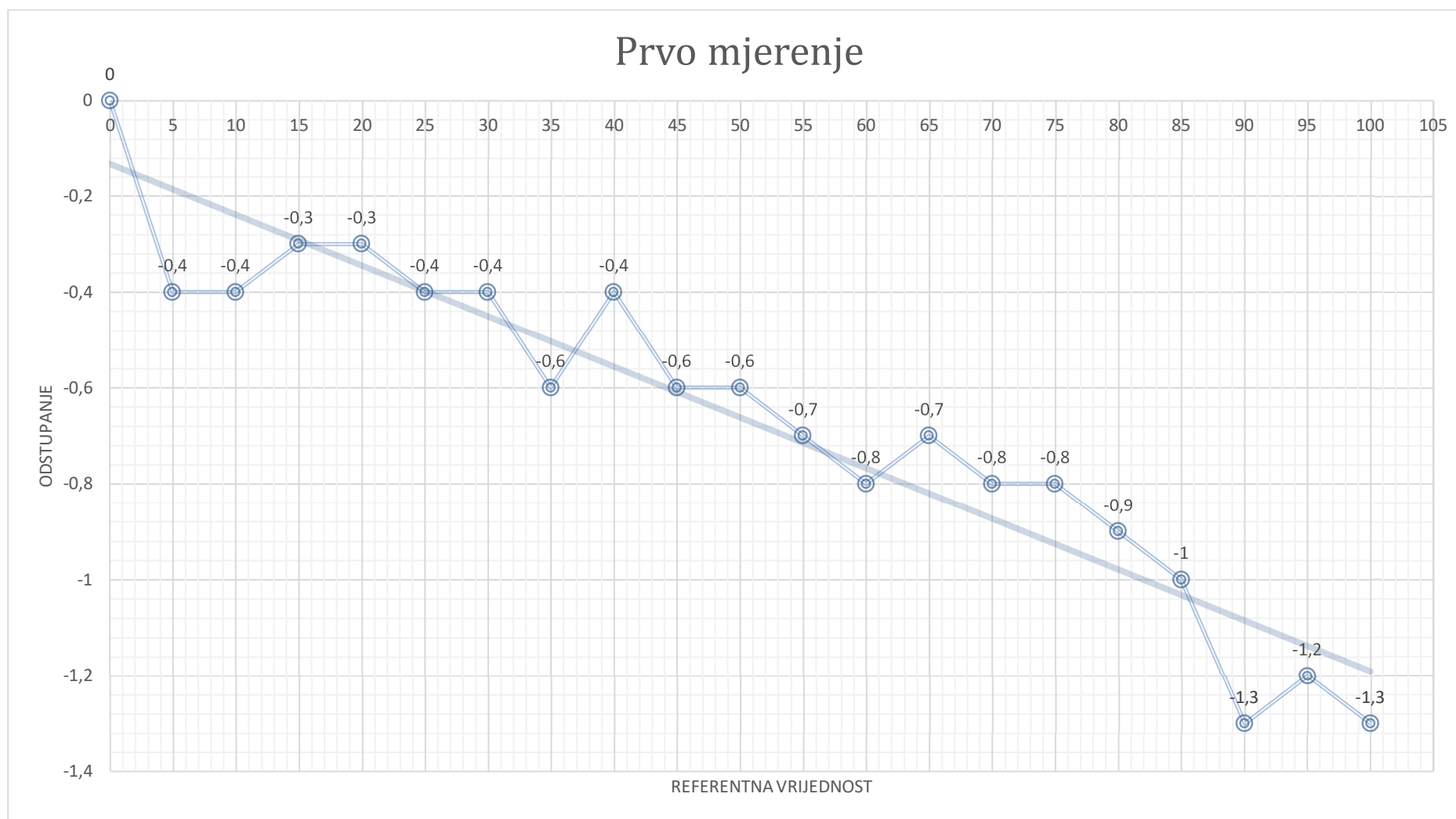


Dijagram 4: Drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (negativno područje).

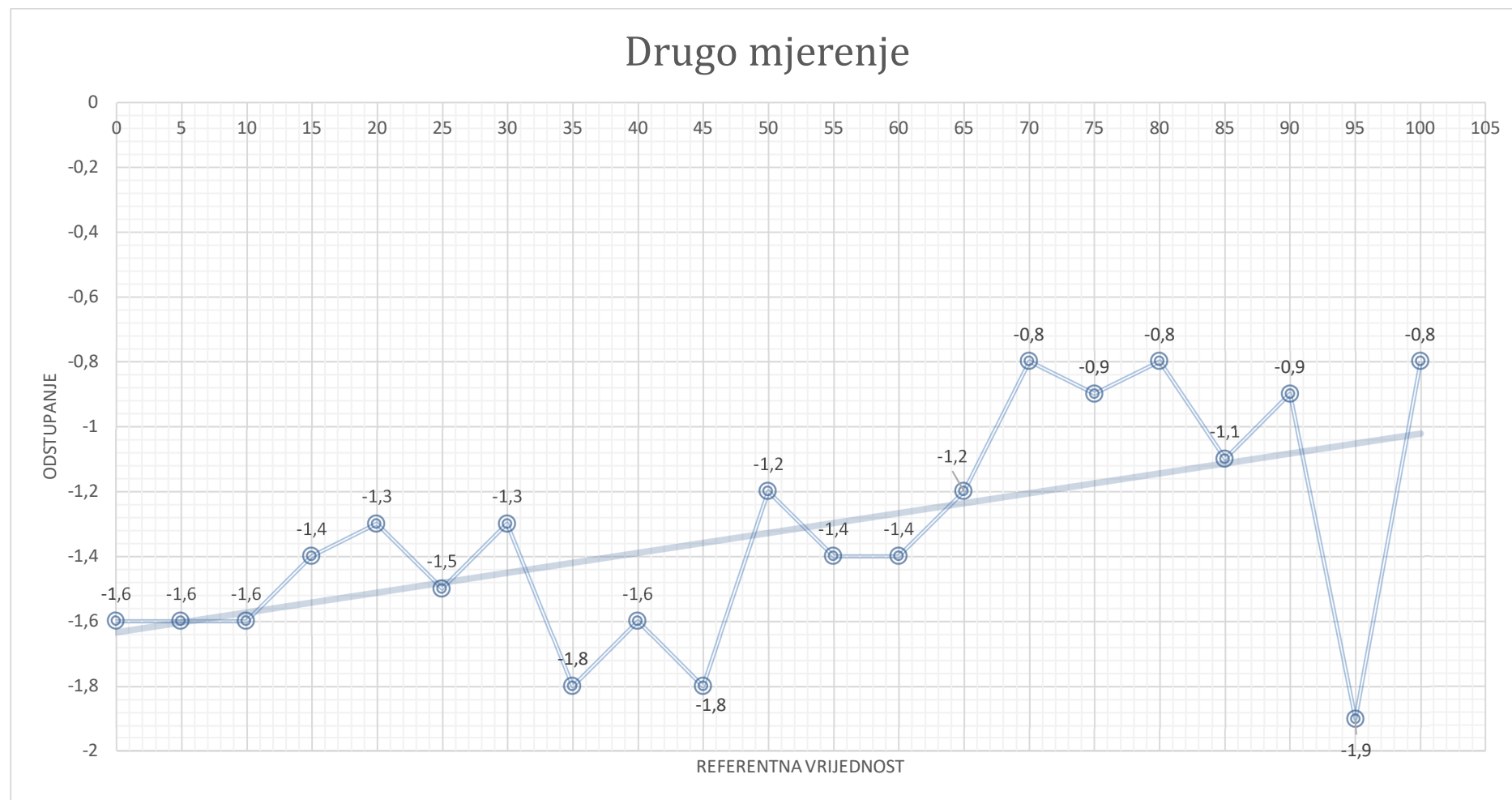
Nakon što su prethodnim mjerenjem dobivene mjere u negativnom mjernom području, klizač duge mjerne skale (1) je ponovno namješten na vrijednost nula te je ta vrijednost uzeta kao početna točka za iduće mjerneje. Laser je ponovno resetiran i provedeno je mjerenje do vrijednosti +100 μm u koraku od 5 μm . Kada je došao u krajnju vrijednost, vrijednost 100 μm , klizač je pomaknut i opet namješten na vrijednost 100 μm , te provedeno drugo mjerenje kojim je krenuto prema mjerenoj vrijednosti od 0 μm i to u koraku od 5 μm . Rezultati su prikazani u Tablici 4 i Dijagramima 5 i 6.

Tablica 4: Prvo i drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).

Referentna vrijednost, μm	Prva Izmjerena vrijednost, μm	Odstupanje, μm	Druga Izmjerena vrijednost, μm	Odstupanje, μm
0	0	0	-1,6	-1,6
5	4,6	-0,4	3,4	-1,6
10	9,6	-0,4	8,4	-1,6
15	14,7	-0,3	13,6	-1,4
20	19,7	-0,3	18,7	-1,3
25	24,6	-0,4	23,5	-1,5
30	29,6	-0,4	28,7	-1,3
35	34,4	-0,6	33,2	-1,8
40	39,6	-0,4	38,4	-1,6
45	44,4	-0,6	43,2	-1,8
50	49,4	-0,6	48,2	-1,2
55	54,3	-0,7	53,6	-1,4
60	59,2	-0,8	58,6	-1,4
65	64,3	-0,7	63,8	-1,2
70	69,2	-0,8	69,2	-0,8
75	74,2	-0,8	74,1	-0,9
80	79,1	-0,9	79,2	-0,8
85	84,0	-1,0	83,9	-1,1
90	88,7	-1,3	89,1	-0,9
95	93,8	-1,2	93,7	-1,9
100	98,7	-1,3	99,2	-0,8



Dijagram 5: Prvo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).



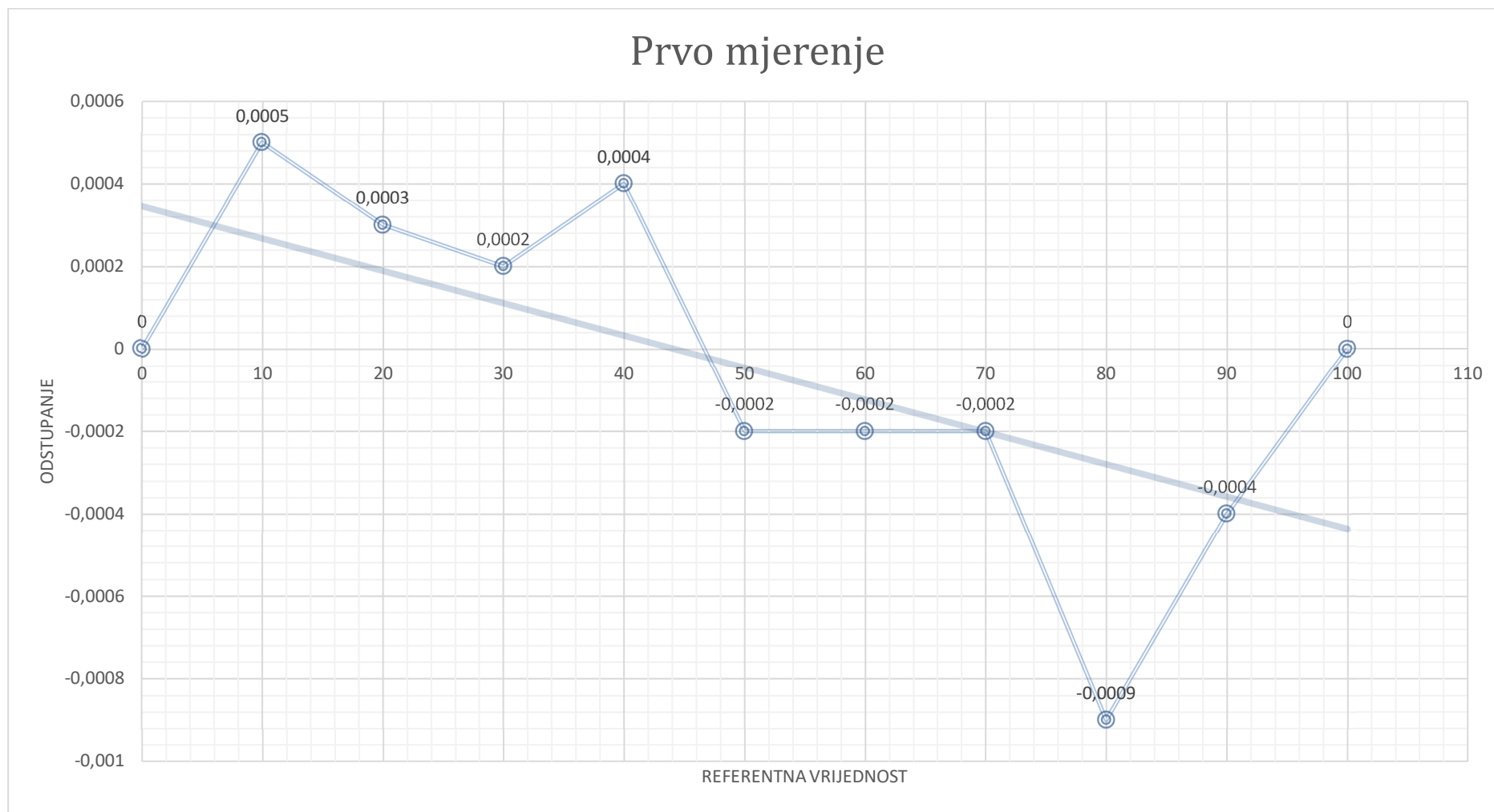
Dijagram 6: Drugo mjerenje skale za fino pozicioniranje (pozitivno područje).

4.8.3. Umjeravanje početnog položaja

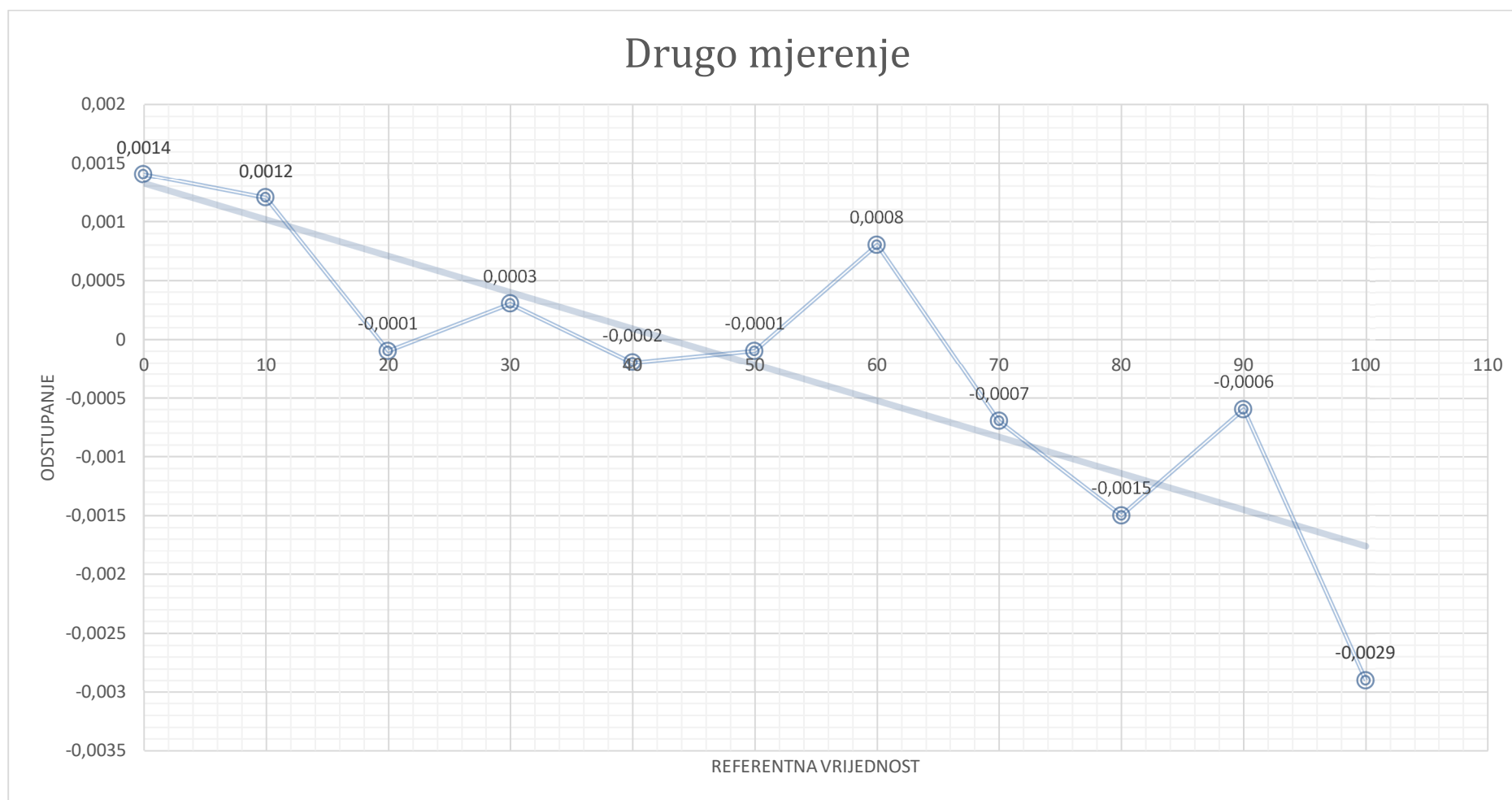
Konfiguracija opreme za ovo mjerenje prikazana je u poglavlju 3.3.2. Klizač početnog položaja (2) nalazi se na mjernoj skali raspona od 0 do 100 mm. Temperatura sobe pri ovom mjerenju iznosila je 20,07 °C, a temperatura mjernog uređaja 20,18 °C. Mjerenje je provedeno tako da se klizač postavljen na mjeru 0 mm mjerne skale i to je uzeto kao početni položaj. Laser je resetiran tako da je pokazuje vrijednost 0 u ovoj poziciji. Nakon toga klizač je pomican prema mjeri od 100 mm u koraku od 10 mm. Kada je klizač došao u vrijednost od 100 mm, klizač (2) je pomaknut i vraćen u mjeru od 100 mm prema toj mjerni skali. Mjerenje je izvršeno do mjerne vrijednosti 0 mm i to u koraku od 10 mm. Rezultati mjerenja prikazani su u Tablici 5 i Dijagramima 7 i 8.

Tablica 5: Prvo i drugo mjerenje klizača početnog položaja.

Referentna vrijednost, mm	Prva izmjerena vrijednost, mm	Odstupanje, mm	Odstupanje, μm	Druga izmjerena vrijednost, mm	Odstupanje, mm	Odstupanje, μm
0	0	0	0	0,0014	0,0014	1,4
10	10,0005	0,0005	0,5	10,0012	0,0012	1,2
20	20,0003	0,0003	0,3	19,9999	-0,0001	-0,1
30	30,0002	0,0002	0,2	30,0003	0,0003	0,3
40	40,0004	0,0004	0,4	39,9998	-0,0002	-0,2
50	49,9998	-0,0002	-0,2	49,9999	-0,0001	-0,1
60	59,9998	-0,0002	-0,2	60,0008	0,0008	0,8
70	69,9998	-0,0002	-0,2	69,9993	-0,0007	-0,7
80	79,9991	-0,0009	0,9	79,9985	-0,0015	-1,5
90	89,9996	-0,0004	-0,4	89,9994	-0,0006	-0,6
100	100,0000	0	0	99,9971	-0,0029	-2,9



Dijagram 7: Prvo mjerenje klizača početnog položaja.



Dijagram 8: Drugo mjerenje klizača početnog položaja.

5. Utjecajne veličine u postupku umjeravanja

Utjecajne veličine u postupku umjeravanja su:

- početni položaj (mrtvi hod),
- Abbe pogreška (položaj mjerne opreme),
- indeks loma (valna duljina, gustoća zraka),
- utjecaj temperature (koeficijent temperaturnog rastezanja),
- mjerna optika (temperatura),
- ponovljivost pozicioniranja,
- izvor svjetlosti (umjeravanje valne duljine).

5.1. Matematički model mjerenja

Za umjeravanje dugih mjernih uređaja interferometrijskom metodom koristi se sljedeći izraz:

$$E_x = \delta L_{pp} + \delta L_{ABBE} + L_{np} \Delta n_{zrak} + \delta L_{cos} + k_{op} \cdot \Delta t_{op} + (N_2 - N_1) \frac{\lambda}{2n_{zrak}} - (\delta L_{L2} - \delta L_{L1})$$

gdje su:

δL_{pp} - ponovljivost pozicioniranja,

δL_{ABBE} – utjecaj Abbeove pogreške,

L_{np} - duljina nultog položaja,

δL_{cos} - Utjecaj Kosinus pogreške,

k_{op} - Koeficijent optičkih elemenata,

Δt_{op} - Varijacija temperature optike,

N_i - Očitavanje interferometra u i-toj poziciji,

n_{zrak} – Indeks loma svjetlosti,

δL_i – Utjecaj nelinearnosti u položajima.

5.2. Standardne nesigurnosti utjecajnih veličina

5.2.1. Nesigurnost očitavanja interferometra $u(N_i)$

Očitavanje interferometra N_i ovisno je o graničnim decimalama na digitalnoj pokaznoj jedinici prilikom očitavanja određenih duljina odnosno kod očitovanja pozicije i . Prema ISO-GUM, ako je zadnja značajna veličina odgovara 0,01, maksimalna razlika između izmjerenog i ispisa uređaja biti će polovina, pa će nesigurnost iznositi:

$$u(N_i) = \frac{1/100}{2\sqrt{3}} = 0,003.$$

Koeficijenti osjetljivosti za očitavanje interferometra iznose:

$$c_{N_2} = \frac{\partial L_{int}}{\partial N_2} = \frac{\lambda}{2n_{zrak}} \approx \frac{\lambda}{2},$$

$$c_{N_1} = \frac{\partial L_{int}}{\partial N_1} = \frac{\lambda}{2n_{zrak}} \approx \frac{\lambda}{2}.$$

Iz ovoga, doprinos mjernoj nesigurnosti zbog očitavanja interferometra iznosi [6]:

$$u(N_1) \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,003 \cdot \frac{632,9}{2} = 1 \text{ nm},$$

$$u(N_2) \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,003 \cdot \frac{632,9}{2} = 1 \text{ nm}.$$

5.2.2. Nesigurnost valne duljine izvora svjetlosti $u(\lambda)$

Prema certifikatu Renishaw br. RR01/103601R standardna nesigurnost umjeravanja lasera iznosi $0,005 \cdot 10^{-6} \lambda$. Jednogišnji pomak frekvencije lasera je prosječno 5 Mhz ili $0,01 \cdot 10^{-6} \lambda$. Sastavljena standardna mjerna nesigurnost valne duljine lasera u vakuumu stoga iznosi [7]:

$$u_c(\lambda) = \sqrt{(0,005 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda)^2 + (0,01 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda)^2},$$

$$u_c = 0,011 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda.$$

Koeficijent osjetljivosti za valnu duljinu izvora svjetlosti iznosi:

$$c_\lambda = \frac{\partial L_{MS}}{\partial \lambda} = \frac{N_2 - N_1}{2 \cdot n_1} \approx \frac{L}{\lambda}.$$

5.2.3. Nesigurnost indeksa loma $u(n_{zrak})$

Umjeravanja u Laboratoriju za precizna mjerenja Fakulteta strojarstva i brodogradnje izvršavaju se prema točno određenim okolišnim parametrima. Indeks loma zraka n_{zrak} ispravlja valnu duljinu prema izrazu $\lambda = n_{zrak} \cdot \lambda_{zrak}$. Valna duljina u zraku ovisi o valnoj duljini u vakuumu i indeksu loma. Na indeks loma značajan utjecaj imaju parametri tlaka, temperature i relativne vlažnosti zraka jer ti parametri imaju utjecaj na gustoću zraka. Račun se provodi pomoću izmjenjene Edlenove jednadžbe [6]:

$$u(n_{zrak}) = \sqrt{(2,7 \cdot 10^{-9} \cdot u(p_{zrak}))^2 + (-9,3 \cdot 10^{-7} \cdot u(t_{zrak}))^2 + (-8,4 \cdot 10^{-7} \cdot u(h_{zrak}))^2 + (u(\partial n_{zrak}))^2}.$$

Standardne mjerne nesigurnosti ulaznih veličina, tlaka, temperature i vlage, dobivaju se iz odgovarajućih potvrda o umjeravanju korištenih termometara, barometara i higrometara. Oni iznose:

$$u(p_{zrak}) = 13 \text{ Pa},$$

$$u(t_{zrak}) = 0,12 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$u(h_{zrak}) = 6 \text{ } \%.$$

Nesigurnost Edlenove jednadžbe iznosi:

$$u(\partial n_{zrak}) = 2 \cdot 10^{-8}.$$

Iz ovih podataka, uvrštavanjem u Edlenovu jednadžbu, dobiva se:

$$u(n_{zrak}) = \sqrt{(2,7 \cdot 10^{-9} \cdot 13)^2 + (-9,3 \cdot 10^{-7} \cdot 0,12)^2 + (-8,4 \cdot 10^{-7} \cdot 0,06)^2 + (2 \cdot 10^{-8})^2},$$

$$u(n_{zrak}) = \sqrt{3,51^2 + 11,16^2 + 5,04^2 + 2^2} \cdot 10^{-8} = 12,89 \cdot 10^{-8}.$$

Koeficijenti osjetljivosti za pritisak, temperaturu i vlagu zraka dani su sljedećim izrazima:

$$\frac{\partial n_{zrak}}{\partial p_{zrak}} = 2,7 \cdot 10^{-9} Pa^{-1},$$

$$\frac{\partial n_{zrak}}{\partial t_{zrak}} = -9,3 \cdot 10^{-7} K^{-1},$$

$$\frac{\partial n_{zrak}}{\partial h_{zrak}} = -8,4 \cdot 10^{-7}.$$

Koeficijent osjetljivosti $c_{n_{zrak}}$ iznosi:

$$c_{n_{zrak}} = \frac{-(N_2 - N_1) \cdot \lambda}{2 \cdot n_{zrak}} \approx -\frac{L}{n_{zrak}} \approx -L.$$

5.2.4. Nesigurnost uslijed nelinearnosti $u(\delta L_{Li})$

Uzrok nelinearnosti je gubitak polarizacije optike te orijentacije te optike u odnosu na glavu lasera, te ona ovisi o vrsti interferometra. Za tip interferometra u ovom umjeravanju procjenjuje se da nelinearnost iznosi 7 nm. Ako se pretpostavi pravokutna razdioba, nesigurnost nastala zbog nelinearnosti iznosi [5]:

$$u(\delta L_{Li}) = \frac{7}{\sqrt{3}} = 4 \text{ nm}.$$

Koeficijenti osjetljivosti dani su sljedećim izrazima:

$$c_{\delta_{l_2}}(\delta L_{L_2}) = \frac{\partial L}{\partial \delta L_{L_2}} = -1,$$

$$c_{\delta_{l_1}}(\delta L_{L_1}) = \frac{\partial L}{\partial \delta L_{L_1}} = 1.$$

5.2.5. Nesigurnost korekcije nultog položaja (mrtvi hod) $u(\delta L_{np})$

Pogreška nultog hoda može se definirati kao razlika optičkih puteva između mjerne i referentne grane na početku mjerenja, kada se interferometar postavi na nulu. Utjecaj korekcije nultog položaja moguće je spriječiti na dva načina:

1. mehanički, tako da se pomični reflektor postavi što bliže djelitelju snopa;
2. mjerenjem varijacije indeksa loma tijekom mjerenja i množenjem s iznosom duljine L_{np} .

U Laboratoriju za precizna mjerenja Fakulteta strojarstva i brodogradnje korekcija se vrši stalnim praćenjem uvijeta okoliše, te korištenjem Edlenove jednadžbe kako bi se ustvrdila varijacija indeksa loma tijekom mjerenja. Iz toga, iznos korekcije nultog položaja određuje se prema izrazu [5]:

$$\delta L_{np} = \Delta n_{zrak} \cdot L_{np},$$

gdje su:

δL_{np} - iznos korekcije nultog položaja,

Δn_{zrak} - varijacija indeksa loma tijekom mjerenja,

L_{np} - duljina nultog položaja.

Nesigurnost razlike indeksa loma $u(\Delta n_{zrak})$ može se procijeniti prema sljedećem izrazu:

$$u(\Delta n_{zrak}) = \sqrt{u(n_{zrak K})^2 + u(n_{zrak P})^2},$$

$$u(\Delta n_{zrak}) = \sqrt{2 \cdot (12,89 \cdot 10^{-8})^2},$$

$$u(\Delta n_{zrak}) = \sqrt{2 \cdot (12,89 \cdot 10^{-8})^2},$$

gdje su:

$u(n_{zrak K})$ – nesigurnost indeksa loma na kraju mjerenja,

$u(n_{zrak P})$ – nesigurnost indeksa loma na početku mjerenja.

Doprinos nesigurnosti iznosi:

$$u(\delta L_{np}) = u(\Delta n_{zrak}) \cdot L_{np},$$

$$u(\delta L_{np}) = 18,23 \cdot 10^{-8} \cdot L_{np},$$

$$u(\delta L_{np}) = 0,182 \cdot L_{np} \text{ nm},$$

gdje je L_{np} u mm.

5.2.6. Nesigurnost mjerne optike $u(\delta L_{op})$

Temperaturni utjecaj na optiku je proporcionalan varijacijama Δt_{op} uz koeficijent $k_{op} = 0,4 \mu\text{m}/^\circ\text{C}$. Pri umjeravanju maksimalna dopušteno odstupanje temperature smije iznositi $\pm 0,20^\circ\text{C}$. Iz toga slijedi da odstupanje Δt_{op} pravokutnom razdiobom iznosi [5]:

$$u(\Delta t_{op}) = \frac{0,2^\circ\text{C}}{\sqrt{3}} = 0,115^\circ\text{C}.$$

Doprinos nesigurnosti iznosi:

$$k_{op} \cdot u(\Delta t_{op}) = 0,4 \frac{\mu\text{m}}{^\circ\text{C}} \cdot 0,115^\circ\text{C},$$

$$k_{op} \cdot u(\Delta t_{op}) = 0,046 \mu\text{m}.$$

5.2.7. Nesigurnost uslijed Abbe-ove pogreške $u(\Delta L_{ABBE})$

Abbeov princip utvrđuje da se na pravcu mjerenja nalazi i mjerna skala. Ukoliko imamo kretanje klizača, kao u slučaju ovog umjeravanja, Abbeova pogreška nije neovisna o mjernoj duljini, već o kutu zakreta. Stoga, za procjenu nesigurnosti, potrebno je mjeriti ili procjeniti iznos maksimuma zakreta kolica na cijelom putu [5].

Za procjenu veličina uzet ćemo da je:

- maksimalni zakret kolica: $\beta = 5''$,
- udaljenost između osi mjerenja: $b = 1 \text{ mm}$.

Iz ovih pretpostavki i pomoću pravokutne razdiobe vjerojatnosti nesigurnost Abbe-ove pogreške iznosi:

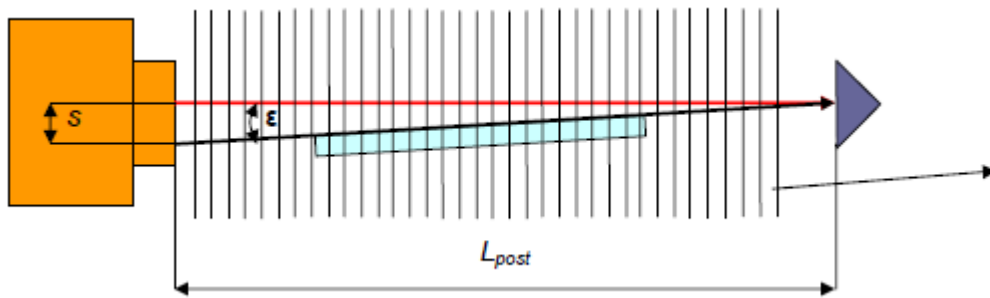
$$u(\delta L_{ABBE}) = \frac{1\text{mm} \cdot \text{tg}(5'')}{\sqrt{3}} = 14 \cdot 10^{-6} \text{ mm}.$$

Koeficijent osjetljivosti za Abbe-ovu pogrešku iznosi:

$$c_{Abbe} = \frac{\partial L_e}{\partial \delta L_{ABBE}} = 1.$$

5.2.8. Nesigurnost uslijed kosinus pogreške $u(L_{cos})$

Kosinus pogreška je pogreška koja nastaje uslijed neporavnatosti laserske zrake s osi kretanja reflektora. Ime kosinus pogreške dobilo se jer je iznos pogreške proporcionalan kosinusu kuta ostvarenog između pravca kretanja lasrskog snopa i pravca kretanja reflektora. Kod kosinus pogreška uvijek će izmjerena vrijednost biti kraća od stvarne [6] (Slika 16).



Slika 16- Shema kosinus poreške uslijed neporavnosti laserske zrake [6].

$$\text{tg}(\epsilon) = \frac{S}{L_{pots}}$$

gdje je:

S - razmak između točkica referentnog i mjernog snopa na glavi lasera,

D - duljina kretanja optike.

Za slučaj ovog umjeravanja duljina kretanja optike iznosi 2700 mm, a maksimalni razmak među točkicama iznosi 2mm.

$$\text{tg}(\epsilon) = \frac{s}{L_{pots}} = \frac{2}{2700} = 0,0007407,$$

$$\epsilon = 0,0424^\circ = 2'33''.$$

Pogreška koja nastasje zbog neporavnosti laserskog snopa iznosi:

$$\delta L_{cos} = L - L \cdot \cos(\varepsilon) = L \cdot (1 - \cos(\varepsilon)) = L \cdot (1 - 0,9999997262)$$

$$\delta L_{cos} = L \cdot 0,27 \quad nm, L u mm.$$

Nesigurnost kosinus pogreške iznosi:

$$u(L_{cos}) = \frac{0,27 \cdot L}{\sqrt{3}} = 0,15 \cdot L \quad nm, L u mm.$$

Koeficijent osjetljivosti iznosi:

$$c_{Lcos} = \frac{\partial L_e}{\partial \delta L_{cos}} = 1.$$

5.2.9. Nesigurnost ponovljivosti pozicioniranja $u(\Delta L_{pp})$

Prilikom ovog umjeravanja nesigurnost ponovljivosti pozicioniranja izvršavana je korištenjem laserskog mjernog sustava. Klizač početnog položaja (2) postavljan je na nulu očitavanjem njegovih optičkih sustava. Taj položaj uzet je kao početni položaj, odnosno položaj na kojem će laserski mjerni sustav pokazivati nulu. Nakon toga klizač početnog položaja (2) je odmaknut i opet primaknut početnom položaju sa što točnijim pozicioniranjem. U tom položaju je očitana vrijednost koju prikazuje laserski mjerni sustav. Ovaj proces ponavljan je 30 puta. Iz provedenih mjerenja dobiveno je da standardna devijacija potavljanja na početan položaj $s_{pp} = 0,021 \mu m$.

Nesigurnost ponovljivosti pozicioniranja, korištenjem kvadratne razdiobe iznosi:

$$u(\delta L_{pp}) = \frac{s_{pp}}{\sqrt{3}} = \frac{0,021}{\sqrt{3}} = 0,0121 \mu m.$$

Koeficijent osjetljivosti iznosi:

$$c_{Lpp} = \frac{\partial L_e}{\partial \delta L_{pp}} = 1.$$

5.3. Sastavnica standardne nesigurnosti

SASTAVNICA STANDARDNE MJERNE NESIGURNOSTI	IZVOR NESIGURNOSTI	IZNOS STANDARDNE NESIGURNOSTI	KOEFICIJENT OSJETLJIVOSTI	DOPRINOS MJERNOJ NESIGURNOSTI, L u mm
$u(N_2)$	Očitavanje interferometra na početku mjerenja (pozicija 2)	0,003	$\lambda/2$	1 nm
$u(N_1)$	Očitavanje interferometra na početku mjerenja (pozicija 1)	0,003	$\lambda/2$	1 nm
$u(\lambda)$	Valna duljina lasera u vakuumu	$0,011 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda$	L/λ	$0,011 \cdot L$
$u(n_{\text{zrak}})$ $u(E)$ $u(t)$ $u(p)$ $u(h)$	Indeks loma svjetlosti zraka			
	Edlenova jednadžba	$2 \cdot 10^{-8}$	L	$0,020 \cdot L$
	Temperatura zraka	0,12 °C	$-9,3 \cdot 10^{-7} \text{ L/°C}$	$0,112 \cdot L$
	Pritisak zraka	13 Pa	$2,7 \cdot 10^{-9} \text{ L/Pa}$	$0,035 \cdot L$
	Vlažnost zraka	0,06	$-8,4 \cdot 10^{-7} \text{ L}$	$0,050 \cdot L$
$u(L_2)$	Nelinearnost (pozicija 2)	4 nm	-1	4 nm
$u(L_1)$	Nelinearnost (pozicija 1)	4 nm	1	4 nm
$u(\delta L_{np})$	Nulti položaj	0,182 nm	L_{np}	546 nm
$u(\Delta t_{op})$	Utjecaj temperature na optiku	0,115 °C	$K_{op} = 0,4 \text{ } \mu\text{m/°C}$	46 nm
$u(\delta L_{ABBE})$	Abbeova pogreška	14 nm	1	14 nm
$u(L_{COS})$	Kosinus pogreška	$0,15 \cdot L, \text{ nm}$	1	450 nm
$u(\delta L_{pp})$	Ponovljivost pozicioniranja	12,1 nm	1	12,1 nm

Tablica 6. Sastavnica standardne nesigurnosti

5.4. Proširena mjerna nesigurnost

U postupku umjeravanja mjernog uređaja za mjerenje dužina do 3 metra, korištenjem laserskog mjernog sustava sastavljena standardna mjerna nesigurnost iznosi:

$$u^2 = (709,3^2 + 0,129^2 L^2) \text{ nm}, L \text{ u mm}.$$

Linearizirana proširena mjerna nesigurnost U , uz $P = 95\%$, $k = 2$, iznosi

$$U = u \cdot k,$$

$$U = (1,42 + 2,58 \cdot L) \mu\text{m}, L \text{ u m}.$$

6. Zaključak

U ovom radu opisani su osnovni pojmovi vezani uz mjeriteljstvo, metode umjeravanja te su prikazani rezultati i proračun mjerne nesigurnosti umjeravanja dužinskog mjernog uređaja do 3 metra. Proračun mjerne nesigurnosti proveden je primjenom GUM metode. Umjeravanje je provedeno u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje.

Umjeravanje se provodilo pomoću laserskog mjernog sustava Renishaw ML10 u cilju utvrđivanja točnosti pokazivanja mjernog uređaja.

Iz dijagrama i tablica, koje prikazuju mjerne rezultate, može se zaključiti da ta odstupanja postoje te njihova mjerna nesigurnost može se prikazati kao $U = (1,4 + 2,6 \cdot L) \mu\text{m}$ uz $P = 95\%$ i $k = 2$.

Prilikom ovog umjeravanja nisu ostvareni najpovoljniji uvjeti kako bi se dobili što točniji rezultati. Primjerice osciliranje u temperaturi okolišne temperature tijekom mjerenja. Ovo bi se moglo izbjeći da se cijeli mjerni uređaj zajedno s laserskim sustavom za umjeravanje postavi u posebnu komoru u kojoj će se održavati konstantna temperatura uz minimalne oscilacije. Također tu su sveprisutne vibracije izvana koje direktno utječu na laserski mjerni sustav. Utjecaj vibracija bi se mogao spriječiti postavljanjem laserskog na posebno izrađeno postolje koje bi se postavilo na mjerni uređaj koji se umjerava.

Sam mjerni uređaj za mjerenje dužina do 3 metra ima problem što se mjerenje provodi pomoću velikih klizača kojima se ručno teško ostvaruje točno pozicioniranje te se moramo pouzdat u točnosti naših ruku. Kao rješenje ovog problema mogao bi se izraditi računalni sustav za pomicanje klizača, kojim bi se pomoću računala točnije pozicioniralo. Time bi se uklonila potreba za kolutima za pozicioniranje na klizačima, koji su uz zupčanike dio ručnog mehaničkog sustava za pozicioniranje, i time bi se smanjila i sama masa klizača te samim time smanjilo bi se opterećenje na mjernu skalu s obzirom da se klizači nalaze na njoj. Tu također imamo i optički sustav za očitavanje mjernih vrijednosti, kojima se kod ovog mjernog sustava poprilično teško ostvaruju očitavanja. Rješenje za optički sustav moglo bi biti, kao i kod pozicioniranja klizača, računalni sustav koji bi odmah izmjerene vrijednosti unosio u računalo.

Iz dobivene mjerne nesigurnosti vidljivo je da ovaj mjerni uređaj na ovako velikoj mjernoj skali daje značajna odstupanja te bi se, ukoliko bi se htjelo nastaviti njegovim korištenjem, trebalo provesti njegovo podešavanje kako bi se optimizirala njegova točnost mjerenja.

7. Literatura

- [1] Biserka Runje: Predavanja iz kolegija Mjeriteljstvo, 2013.
- [2] Biserka Runje: Predavanje iz kolegija Teorija i tehnika mjerenja, „Temeljni pojmovi iz Mjeriteljstva“, 2013.
- [3] Biserka Runje: Predavanje iz kolegija Teorija i tehnika mjerenja, „Mjerna nesigurnost“, 2013.
- [4] Zlatko Lasić, diplomski rad, Primjena laserskih uređaja, 2008.
- [5] Biserka Runje, Istraživanje mjernih nesigurnosti u postupcima umjeravanja etalona duljine, doktorski rad, 2002.
- [6] Srđan Medić, Razvoj sustava za umjeravanje mjernih skala, doktorski rad, 2011
- [7] Certifikat Renishaw br.RR01/103501R