

Buka i vibracije namota energetskog transformatora

Brezetić, Dominik

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:746063>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-16**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Dominik Brezetić

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Marko Jokić, dipl. ing.

Student:

Dominik Brezetić

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se ponajprije mentoru doc. dr. sc. Marku Jokiću na pozivu za sudjelovanje na projektu u okviru kojeg je ovaj diplomski rad izrađen. Zahvaljujem mu se i na svim satima koje je proveo sa mnom u diskusijama i konzultacijama, na dobroj volji koje nikad nije manjkalo te na prijateljskim savjetima. Hvala treba reći i kolegi i prijatelju Tomislavu Šainu koji je također svoj diplomski rad izradio u okviru ovog projekta i s kojim sam usko surađivao. Zahvaljujem se i doc. dr. sc. Anti Skoblaru sa Sveučilišta u Rijeci na ustupljenoj literaturi te gospodi Franji Kelemenu, Janku Novoselu i Igoru Telaloviću, djelatnicima *Končara* koji su nas upoznali s problematikom i pružili potrebne podatke te dali na raspolaganje računala za provođenje računalno zahtjevnih analiza.

Veliko hvala dužan sam i svojoj zaručnici Angeli Milanović koja mi je bila podrška za cijelo vrijeme pisanja ovoga rada. Na posljetku se zahvaljujem svojoj obitelji, a ponajviše roditeljima Josipu i Ljiljani Brezetić na tome što su mi pružili sve potrebno za studij i za to da postignem sve što jesam te na velikoj podršci tijekom cijelog studija.

Dominik Brezetić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

| | |
|--|--------|
| Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje | |
| Datum | Prilog |
| Klasa: | |
| Ur. broj: | |

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Dominik Brezetić** Mat. br.: 0035194750

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Buka i vibracije namota energetskog transformatora**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Noise and Vibrations of Power Transformer Windings**

Opis zadatka:

Namoti energetskog transformatora predstavljaju dominantni izvor buke pri normalnom radu transformatora. Osnovni uzrok buke su vibracije namota uzrokovane izmjeničnim elektromagnetskim silama, a najviše su izražene na prvom parnom harmoniku frekvencije elektroenergetske mreže. Sami namoti se sastoje od visokonaponskih i niskonaponskih namota, i složene su konstrukcije sačinjene od vodiča, izolacija i raznih umetaka koji osiguravaju položaj i hlađenje namota. Radi same složenosti konstrukcije, vibro-akustički proračuni korištenjem detaljnih numeričkih modela namota iznimno su zahtjevni, i radi toga se u praksi pribjegava pojednostavljenim numeričkim modelima. U radu je potrebno načiniti pojednostavljeni numerički model podesan za provođenje vibro-akustičkog proračuna namota transformatora. Pritom je svojstva pojednostavljenog modela potrebno odrediti na temelju detaljnog numeričkog modela namota. Korištenjem pojednostavljenog modela, načiniti vibro-akustički matematički model koji uključuje i ulje transformatora, te za zadane elektromagnetske sile izračunati prisilne harmonijske vibracije i posljedičnu buku namota transformatora. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.


Zadatak zadan:
15. studenog 2018.

Datum predaje rada:
17. siječnja 2019.

Predviđeni datum obrane:
23., 24. i 25. siječnja 2019.

Zadatak zadao:


Doc. dr. sc. Marko Jokić

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

| | |
|---|------|
| SADRŽAJ | I |
| POPIS SLIKA | III |
| POPIS TABLICA..... | VII |
| POPIS OZNAKA | VIII |
| SAŽETAK..... | XII |
| SUMMARY | XIII |
| ZUSAMMENFASSUNG..... | XIV |
| 1. UVOD..... | 1 |
| 1.1. Energetski transformatori..... | 1 |
| 1.1.1. Princip rada | 1 |
| 1.1.2. Vrste namota | 2 |
| 1.1.3. Vrste jezgre | 3 |
| 1.1.4. Buka u transformatoru | 3 |
| 1.2. Teorija vibracija | 4 |
| 1.2.1. Prigušenje u vibracijskom sustavu..... | 5 |
| 1.2.2. Harmonijske prisilne vibracije | 8 |
| 1.2.3. Sustavi s više stupnjeva slobode gibanja | 10 |
| 1.3. Akustika | 13 |
| 1.3.1. Ambijentalno stanje i veličine zvučnog polja | 13 |
| 1.3.2. Jednadžba zvučnog vala..... | 14 |
| 1.3.3. Greenova funkcija | 15 |
| 1.3.4. A-filter..... | 16 |
| 2. PREGLED TEHNIČKIH PODATAKA O TRANSFORMATORU | 17 |
| 2.1. Opći podaci o transformatoru i opis problematike..... | 17 |
| 2.2. Ulazni podaci potrebni za analizu | 18 |
| 2.2.1. Geometrija i materijalna svojstva namota i jezgre..... | 18 |
| 2.2.2. Pogonske sile u namotima i montažna sila | 20 |
| 2.2.3. Modul elastičnosti radijalnih i aksijalnih pločica | 22 |
| 2.2.4. Materijalna svojstva transformatorskog ulja..... | 23 |

| | |
|---|----|
| 3. ODREĐIVANJE MODULA ELASTIČNOSTI I GUSTOĆE GLOBALNOG UZ POMOĆ DETALJNOG MODELA..... | 24 |
| 3.1. VN namot..... | 24 |
| 3.1.1. Određivanje gustoće..... | 25 |
| 3.1.2. Određivanje krutosti..... | 25 |
| 3.2. NN namot..... | 33 |
| 3.2.1. Određivanje gustoće..... | 34 |
| 3.2.2. Određivanje krutosti..... | 34 |
| 4. MODALNA ANALIZA GLOBALNOG MODELA NAMOTA..... | 42 |
| 4.1. Postavljanje modela za modalnu analizu | 42 |
| 4.2. Rezultati modalne analize | 45 |
| 5. VIBROAKUSTIČKA ANALIZA GLOBALNOG MODELA NAMOTA | 48 |
| 5.1. Postavljanje modela za vibroakustičku analizu | 48 |
| 5.1.1. Određivanje koncentriranih sila na namote | 49 |
| 5.1.1.1. VN namot..... | 49 |
| 5.1.1.2. NN1 namot..... | 51 |
| 5.1.1.3. NN2 namot..... | 51 |
| 5.1.2. Mreža konačnih elemenata..... | 53 |
| 5.2. Rezultati vibroakustičke analize | 55 |
| 5.2.1. Radijalni pomaci namota | 55 |
| 5.2.2. Ekvivalentno (Von Mises) naprezanje..... | 57 |
| 5.2.3. Jakost zvuka s A-filterom, dB(A) | 58 |
| 6. ZAKLJUČAK..... | 61 |
| LITERATURA..... | 62 |
| PRILOZI..... | 63 |

POPIS SLIKA

| | | |
|-----------|---|----|
| Slika 1. | Primitivni transformator sa jezgrom [1]..... | 2 |
| Slika 2. | Osnovne vrste namota: spiralni namot, [2], (lijevo) i disk namot, [3], (desno) | 2 |
| Slika 3. | Jednofazne jezgre: 1/2 (lijevo), 2/0 (sredina) i 2/2 (desno), [2] | 3 |
| Slika 4. | Trofazne jezgre: 3/0 (lijevo) i 3/2 (desno), [2] | 3 |
| Slika 5. | Sile na unutarnji i vanjski namot uslijed djelovanja magnetskog polja između njih [4] | 4 |
| Slika 6. | Shematski prikaz vibracijskog sustava s jednim stupnjem slobode gibanja | 5 |
| Slika 7. | Sile koje djeluju na tijelo pri slobodnim prigušenim vibracijama, pomak u pozitivnom smjeru osi x | 6 |
| Slika 8. | Odziv kod podkritičnog prigušenja, $\zeta < 1$, [5] | 7 |
| Slika 9. | Odziv kod kritičnog prigušenja, $\zeta = 1$ (lijevo) i odziv kod nadkritičnog prigušenja, $\zeta > 1$ (desno), [5] | 7 |
| Slika 10. | Vibracijski sustav sa harmonijskom uzbuđom | 8 |
| Slika 11. | Funkcija povećanja prigušenih prisilnih vibracija u ovisnosti o bezdimenzijskoj kružnoj frekvenciji [6]..... | 9 |
| Slika 12. | Fazni kut kašnjenja prigušenih prisilnih vibracija u ovisnosti o bezdimenzijskoj kružnoj frekvenciji [6]..... | 10 |
| Slika 13. | Prag čujnosti i granica boli u dB i dB(A), [8] | 16 |
| Slika 14. | Dijagram definicije A-filtera; za određenu frekvenciju oduzima se određeni iznos decibela, [8] | 16 |
| Slika 15. | Tlocrt namota i jezgre [9] | 18 |
| Slika 16. | Dimenzije jezgre i namota transformatora | 19 |
| Slika 17. | Gustoća cirkularne sile po visini namota [9]..... | 21 |
| Slika 18. | Veza cirkularne sile u materijalu namota i tlaka na stjenku namota (sila \bar{F}_{cir} poprima vrijednosti iz dijagrama na slici 17 pomnožene sa koeficijentom 0,003023)..... | 22 |
| Slika 19. | Modul elastičnosti radijalnih i aksijalnih pločica u ovisnosti o montažnom pritisku [9] | 22 |

| | | |
|-----------|--|----|
| Slika 20. | Skica tlocrta detaljnog (lijevo) i globalnog (desno) modela VN namota Tablica 6. Unutarnji i vanjski promjeri vodiča VN namota | 24 |
| Slika 21. | Detaljni model jednog sloja vodiča VN namota za određivanje krutosti globalnog modela | 25 |
| Slika 22. | Globalni model jednog sloja vodiča VN namota za određivanje njegove krutosti | 26 |
| Slika 23. | Dimenzije i orijentacija radijalne pločice VN namota | 26 |
| Slika 24. | Radijalne pločice kao opruge u VN namotu i njihova krutost | 27 |
| Slika 25. | Prikaz tlakova na vodiče detaljnog modela VN namota u sučelju <i>ANSYS Mechanical</i> | 28 |
| Slika 26. | Definiranje rubnih uvjeta simetrije u detaljnom modelu VN namota | 29 |
| Slika 27. | Mreža konačnih elemenata detaljnog modela VN namota (3 162 kvadratna elementa) | 29 |
| Slika 28. | Radijalni pomaci vanjske stjenke krajnjeg vanjskog vodiča detaljnog modela VN namota | 30 |
| Slika 29. | Opterećenje globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota | 30 |
| Slika 30. | Mreža konačnih elemenata globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota (930 elemenata) | 31 |
| Slika 31. | Radijalni pomaci vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota | 31 |
| Slika 32. | Radijalni pomaci vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota sa modificiranim modulom elastičnosti..... | 33 |
| Slika 33. | Detaljni model NN namota sa oprugama između vodiča..... | 35 |
| Slika 34. | Dimenzije i orijentacija radijalne pločice NN namota | 35 |
| Slika 35. | Prikaz opterećenja tlakom detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota | 36 |
| Slika 36. | Mreža konačnih elemenata detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota (1 272 elementa) | 37 |
| Slika 37. | Radijalni pomaci unutarnjih stjenki vodiča detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota | 37 |
| Slika 38. | Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN1 | 38 |
| Slika 39. | Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN2 | 38 |
| Slika 40. | Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN1 s modificiranim modulom elastičnosti..... | 40 |

| | | |
|-----------|--|----|
| Slika 41. | Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN2 s modificiranim modulom elastičnosti..... | 41 |
| Slika 42. | Globalni model namota bez (lijevo) i sa akustičkim medijem (desno)..... | 42 |
| Slika 43. | Definiranje akustičkih tijela u modalnoj analizi..... | 43 |
| Slika 44. | Rubni uvjeti uklještenja na krajevima namota | 44 |
| Slika 45. | Mreža konačnih elemenata za modalnu analizu (366 362 elementa)..... | 45 |
| Slika 46. | Prve tri vlastite forme vibriranja globalnog modela namota sa sakrivenim akustičkim medijem i namotom VN; a1) prva forma vibriranja namota NN1, a2) namot NN2; b1) druga forma vibriranja namota NN1, b2) namot NN2; c1) treća forma vibriranja namota NN1, c2) namot NN2; | 46 |
| Slika 47. | Četvrta forma vibriranja globalnog modela namota sa skrivenim VN namotom i akustičkim medijem; puni model namota (lijevo), uzdužni presjek modela (desno) | 47 |
| Slika 48. | Peta i šesta forma vibriranja globalnog modela namota sa skrivenim akustičkim medijem; a1) peta forma vibriranja namota NN1, a2) namot NN2; b1) šesta forma vibriranja namota NN1, b2) namot NN2, b3) namot VN;..... | 47 |
| Slika 49. | Postavke vibroakustičke analize (raspon frekvencija i prigušenje)..... | 48 |
| Slika 50. | Podjela plašteva namota VN i NN1 na 8 regija..... | 49 |
| Slika 51. | Skica uzdužnog presjeka VN namota sa podjelom bridova unutarnjeg plašta na 5 dijelova | 49 |
| Slika 52. | Koncentrirane radijalne sile na NN namot (NN1 gore, NN2 dolje)..... | 52 |
| Slika 53. | Koncentrirane radijalne sile na VN namot | 53 |
| Slika 54. | Mreža konačnih elemenata modela za vibroakustičku analizu (338 795 elemenata) | 53 |
| Slika 55. | Presjek mreže konačnih elemenata po uzdužnoj osi namota sa detaljem mreže u prostoru između namota | 54 |
| Slika 56. | Radijalni pomaci namota za frekvenciju od 100 Hz; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN | 55 |
| Slika 57. | Frekvencijski odziv radijalnog pomaka namota; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN; | 56 |
| Slika 58. | Ekvivalentno (<i>Von Mises</i>) naprezanje namota; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN; | 57 |

| | | |
|-----------|--|----|
| Slika 59. | Plohe za određivanje srednje vrijednosti jakosti zvuka (dB(A))..... | 58 |
| Slika 60. | Prosječna vrijednost jakosti zvuka (dB(A)) u ovisnosti o frekvenciji uzbude na bočnim plohama akustičkog medija | 58 |
| Slika 61. | Prosječna vrijednost jakosti zvuka (dB(A)) u ovisnosti o frekvenciji uzbude: a) na donjoj plohi akustičkog medija, b) na gornjoj plohi akustičkog medija | 59 |
| Slika 62. | Prikaz raspodjele zvučnog tlaka po akustičkom mediju | 60 |

POPIS TABLICA

| | |
|--|----|
| Tablica 1. Opći podaci o transformatoru <i>Dubrovnik2 150</i> [9] | 17 |
| Tablica 2. Dimenzije jezgre i namota transformatora [9] | 19 |
| Tablica 3. Materijalna svojstva bakra [9] | 20 |
| Tablica 4. Mase pojedinih namota po stupu jezgre [9] | 20 |
| Tablica 5. Materijalna svojstva transformatorskog ulja [9] | 23 |
| Slika 20. Skica tlocrta detaljnog (lijevo) i globalnog (desno) modela VN namota Tablica 6. Unutarnji i vanjski promjeri vodiča VN namota | 24 |
| Tablica 7. Prosječne vrijednosti radijalnih pomaka vanjske stjenke globalnog i detaljnog modela jednog sloja vodiča VN namota..... | 32 |
| Tablica 8. Vrijednosti radijalnih pomaka unutarnje stjenke vodiča namota NN1 i NN2 iz globalnog i detaljnog modela i njihove prosječne vrijednosti..... | 39 |
| Tablica 9. Vlastite frekvencije globalnog sustava namota po formama..... | 45 |

POPIS OZNAKA

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|------------------------|----------|---|
| A | m^2 | površina |
| B | T | magnetska indukcija |
| c | N/m | krutost opružnog elementa |
| C | | matrica krutosti |
| D_u | m | unutarnji promjer |
| D_{u_NN1} | m | unutarnji promjer namota NN1 |
| D_{u_NN2} | m | unutarnji promjer namota NN2 |
| D_{u_VN} | m | unutarnji promjer namota VN |
| D_v | m | vanjski promjer |
| D_{v_NN1} | m | vanjski promjer namota NN1 |
| D_{v_NN2} | m | vanjski promjer namota NN2 |
| D_{v_VN} | m | vanjski promjer namota VN |
| E | Pa | modul elastičnosti |
| $E_{NN1_ekv_glob}$ | Pa | ekvivalentni modul elastičnosti globalnog modela namota NN1 |
| $E_{NN2_ekv_glob}$ | Pa | ekvivalentni modul elastičnosti globalnog modela namota NN2 |
| E_p | V | napon u primarnom namotu |
| E_{p1_NN} | Pa | modul elastičnosti radijalne pločice NN namota |
| E_{p1_VN} | Pa | modul elastičnosti radijalne pločice VN namota |
| E_s | V | inducirani napon u sekundarnom namotu |
| $E_{VN_ekv_glob}$ | Pa | ekvivalentni modul elastičnosti globalnog modela VN namota |
| F, \hat{F} | N | sila, amplituda sile |
| F_{1_VN} | N | sila na jedan sloj vodiča VN namota |
| \bar{F}_{cir} | N | cirkularna sila u namotima |
| \bar{F}_{cir_NN1} | N | prosječna cirkularna sila na namot NN1 |
| \bar{F}_{cir_NN1-1} | N | cirkularna sila na jedan sloj vodiča namota NN1 |

| | | |
|--------------------------------|------|---|
| $\bar{F}_{\text{cir_NN2}}$ | N | prosječna cirkularna sila na namot NN2 |
| $\bar{F}_{\text{cir_NN2-1}}$ | N | cirkularna sila na jedan sloj vodiča namota NN2 |
| $\bar{F}_{\text{cir_VN_15}}$ | N | prosječna cirkularna sila na regije 1 i 5 namota VN |
| $\bar{F}_{\text{cir_VN_3}}$ | N | prosječna cirkularna sila na regiju 3 namota VN |
| f_n | Hz | vlastita frekvencija vibracijskog sustava |
| $F_{\text{rad_NN1}}$ | N | radijalna sila na namot NN1 |
| $F_{\text{rad_NN2}}$ | N | radijalna sila na namot NN2 |
| $F_{\text{rad_VN_15}}$ | N | radijalna sila na regije 1 i 5 namota VN |
| $F_{\text{rad_VN_3}}$ | N | radijalna sila na regiju 3 namota VN |
| H | A/m | jakost magnetskog polja |
| $h_{1\text{NN}}$ | m | visina jednog vodiča NN namota |
| $h_{1\text{VN}}$ | m | visina jednog vodiča VN namota |
| h_{NN1} | m | visina namota NN1 |
| h_{NN2} | m | visina namota NN2 |
| h_{VN} | m | visina namota VN |
| i | A | izmjenična struja |
| \mathbf{I} | | jedinična matrica |
| k | Ns/m | prigušenje vibracijskog sustava |
| \mathbf{K} | | matrica prigušenja |
| k | N/m | aksijalna krutost štapa |
| k_{kr} | Ns/m | kritično prigušenje |
| $k_{\text{pl_NN}}$ | N/m | krutost radijalne pločice NN namota |
| $k_{\text{pl_VN}}$ | N/m | krutost radijalne pločice VN namota |
| l | m | duljina |
| L_p | dB | jakost zvuka |
| m | kg | masa |
| \mathbf{M} | | matrica mase |
| m_{NN} | kg | ukupna masa namota NN |
| m_{NN1} | kg | masa namota NN1 |
| m_{NN2} | kg | masa namota NN2 |
| m_{VN} | kg | masa namota VN |

| | | |
|----------------------------------|-----|---|
| N_p | | broj zavoja primarnog namota |
| N_s | | broj zavoja sekundarnog namota |
| $\mathbf{P}, \tilde{\mathbf{P}}$ | | modalna matrica |
| p_{NN1} | Pa | tlak na NN1 namot |
| p_{NN2} | Pa | tlak na NN2 namot |
| P_s | Pa | tlak |
| p_{VN} | Pa | tlak na VN namot |
| $p_{VN_{15}}$ | Pa | tlak na regije 1 i 5 namota VN |
| p_{VN_3} | Pa | tlak na regiju 3 namota VN |
| p_{VN-1} | Pa | tlak na prvi vodič namota VN |
| p_{VN-2} | Pa | tlak na drugi vodič namota VN |
| p_{VN-3} | Pa | tlak na treći vodič namota VN |
| p_{VN-4} | Pa | tlak na četvrti vodič namota VN |
| p_{VN-5} | Pa | tlak na peti vodič namota VN |
| \mathbf{r} | m | vektor položaja |
| $R_{p0,2}$ | Pa | konvencionalna granica razvlačenja |
| R_u | m | unutarnji radijus |
| t | s | vrijeme |
| T | °C | temperatura |
| \mathbf{U} | m/s | vektor brzine |
| u_{rad_det} | m | radijalni pomak vanjske stjenke detaljnog modela jednog sloja vodiča VN namota |
| $u_{rad_det_NN1}$ | m | radijalni pomak vanjske stjenke detaljnog modela jednog sloja vodiča namota NN1 |
| $u_{rad_det_NN2}$ | m | radijalni pomak vanjske stjenke detaljnog modela jednog sloja vodiča namota NN2 |
| u_{rad_glob} | m | radijalni pomak vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota |
| $u_{rad_glob_NN1}$ | m | radijalni pomak vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča namota NN1 |

| | | |
|-----------------------------|------------------|---|
| $u_{\text{rad_glob_NN2}}$ | m | radijalni pomak vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča namota NN2 |
| v | m/s | brzina |
| V_{NN} | m^3 | ukupni volumen namota NN |
| V_{NN1} | m^3 | volumen namota NN1 |
| V_{NN2} | m^3 | volumen namota NN2 |
| V_{VN} | m^3 | volumen namota VN |
| x | m | položaj |
| \dot{x} | m/s | brzina |
| \ddot{x} | m/s^2 | akceleracija |
| \hat{x} | m | amplituda pomaka |
| \mathbf{X} | | vektor koordinata x |
| $\bar{\mathbf{x}}_n$ | | vlastiti vektor |
| x_{st} | m | statički pomak |
| \mathbf{Y} | | vektor koordinata y |
| α, β | | konstante Rayleighevog prigušenja |
| β | ° | fazni kut kašnjenja pomaka za uzbuđom |
| ζ | | bezdimenzijski faktor prigušenja |
| η | | bezdimenzijska kružna frekvencija |
| Λ | | matrica vlastitih kružnih frekvencija |
| μ | $(\text{N/A})^2$ | permeabilnost medija |
| ρ | kg/m^3 | gustoća |
| ρ_{Cu} | kg/m^3 | gustoća bakra |
| $\rho_{\text{Cu_mod_VN}}$ | kg/m^3 | modificirana gustoća bakra za VN namot |
| $\rho_{\text{Cu_mod_NN}}$ | kg/m^3 | modificirana gustoća bakra za NN namot |
| Ω | rad/s | frekvencija uzbuđne sile |
| ω_n | rad/s | vlastita kružna frekvencija |

SAŽETAK

Tema ovog diplomskog rada je predviđanje buke u energetskim transformatorima koja se razvija uslijed radijalnih vibracija namota.

Na samom početku dane su teoretske osnove energetskih transformatora te područja vibracija i akustike. Vibroakustička analiza provedena je pomoću metode konačnih elemenata za konkretan, već instaliran transformator tvrtke *Končar Energetski Transformatori*, stoga su u narednom poglavlju dani opći podaci o transformatoru te podaci potrebni za postavljanje i provođenje analize.

Realna konstrukcija namota koja se sastoji od transformatorskog ulja, vodiča, papirnih izolacija i umetaka koji osiguravaju hlađenje i pozicioniranje vodiča, zamijenjena je pojednostavljenim modelom koji podrazumijeva tri homogena šuplja cilindra uronjena u transformatorsko ulje. Kako masa i krutost tih cilindara nisu niti približno jednake onima stvarnog namota, njihova gustoća i modul elastičnosti određeni su pomoću detaljnog modela namota koji uzima u obzir razmake i umetke između vodiča namota.

Poznavajući materijalna svojstva pojednostavljenog modela, provedena je modalna analiza kojom su dobivene vlastite frekvencije sustava ulje-namoti i njegove forme vibriranja. Nakon toga je analiziran odziv sustava na harmonijsko opterećenje silama na namote koje se javljaju uslijed elektromagnetskog polja. Odziv je prikazan u obliku radijalnih pomaka namota, ekvivalentnog naprezanja u namotima te zvučnog tlaka (Pa) odnosno jakosti zvuka (dB(A)). Dobivena prosječna jakost zvuka u transformatorskom ulju iznosi cca. 85 dB(A). Obzirom da izmjerena jakost zvuka u okolini kućišta transformatora iznosi 57 dB(A), može se zaključiti da je model, obzirom na to koliko je konstrukcijskih detalja uzeto u obzir, dobra aproksimacija stvarnog ponašanja transformatora.

Naposljetku je dan komentar rješenja i uvedenih pojednostavljenja te njihov utjecaj na rješenje.

Ključne riječi: energetski transformator, vibroakustika, analiza, predviđanje buke, metoda konačnih elemenata (MKE).

SUMMARY

Subject of this Master's thesis is prediction of noise which is a consequence of radial vibrations of power transformers' windings.

At the very beginning of the thesis basic concepts of power transformers, vibrations and acoustics are given. Vibroacoustic analysis is conducted by means of the finite element method (FEM). Since a particular, already installed power transformer produced by *Končar Energetski Transformatori* is analysed, in subsequent chapter general data on this transformer are given. These data are used for setting up a numerical analysis.

Actual design of the windings, which consists of transformer oil, conductors, paper insulations and spacers which ensure cooling and positioning of conductors, is simplified and modeled as three hollow cylinders immersed in transformer oil. For mass and stiffness of these cylinders are far greater than those of actual windings, their density and modulus of elasticity are determined by means of a detailed model of the windings which accounts spacers between the conductors.

With material properties of the simplified model of windings being determined, a modal analysis is carried out and eigenfrequencies along with eigenmodes of the oil-windings system are obtained. Hereafter harmonic response of the system is observed with electromagnetic forces acting upon the windings included. Results are given as radial displacements of the windings, equivalent stress of the windings and acoustic pressure (Pa) i.e. A-weighted sound pressure level (dB(A)) in the acoustic medium (transformer oil). Averaged obtained value of A-weighted sound pressure level, in transformer oil, is approx. 85 dB(A). Since measured sound pressure level in the vicinity of the transformer's housing amounts 57 dB(A), it can be concluded that, this model is, considering level of details included in it, a good approximation of actual transformer's response.

In the conclusion of the thesis a comment on results is given and influence of the introduced simplifications on the results is discussed.

Key words: power transformer, vibroacoustics, analysis, noise prediction, finite element method (FEM).

ZUSAMMENFASSUNG

Gegenstand dieser Diplomarbeit ist die Geräuschvorhersage in Leistungstransformatoren. Diese Geräusche entwickeln sich aufgrund der radialen Schwingungen der Transformatorwicklungen.

Ganz am Anfang werden die theoretischen Grundlagen der Leistungstransformatoren, der Schwingungen und der Akustik vorgegeben. Die vibroakustische Analyse wurde mittels der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Da es sich um einen bestimmten, bereits eingebauten Transformator handelt, werden in folgendem Kapitel die allgemeine Angaben zum Transformator vorgegeben. Diese Angaben wurden für das Einstellen der numerischen Analyse verwendet.

Die tatsächliche Konstruktion der Transformatorwicklungen, die aus Transformatoröl, Leiter, Abstandhalter, die Kühlen und Positionieren der Leiter gewährleisten, und Papierisolierung besteht, ist vereinfacht und als drei hohle ölgekapselte Zylinder geformt. Da die Masse und die Steifigkeit dieser Zylinder deutlich größer als diese von tatsächlichen Wicklungen sind, werden die Dichte und der Elastizitätsmodul der Zylinder mithilfe des detaillierten Wicklungsmodells, das die Abstandhalter zwischen den Leitern berücksichtigt, festgestellt.

Wenn die Werkstoffeigenschaften der Transformatorwicklungen bekannt sind, kann man die Modalanalyse durchführen, durch die man sowohl die Eigenfrequenzen als auch die Eigenformen des Öl-Wicklungen-Systems erhält. Danach wird die Analyse harmonischer Reaktionen mit auf die Wicklungen wirkenden elektromagnetischen Kräfte durchgeführt. Die Ergebnisse werden sowohl als radiale Verlagerungen und Vergleichsspannung der Wicklungen als auch als Schalldruck (Pa), bzw. als A-bewerteter Schalldruckpegel (dB(A)) in Transformatoröl, dessen Durchschnittswert cca. 85 dB(A) beträgt, dargestellt. Da der Schalldruckpegelmesswert in der Nähe der Transformatoreinhausung 57 dB(A) beträgt, kann man sagen, dass dieses Modell, bezüglich des Modellsdetaillierungsgrads, eine gute Annäherung des Transformatorbenehmens ist. In Schlussfolgerung wird ein Kommentar zur Ergebnisse der vibroakustischen Analyse vorgegeben und die Einwirkung der eingeführten Vereinfachungen auf die Ergebnisse besprochen.

Schlüsselwörter: Leistungstransformator, Vibroakustik, Analyse, Geräuschvorhersage, Finite-Elemente-Methode (FEM).

1. UVOD

Tijekom rada energetskih transformatora dolazi do vibracija bakrenih namota i feromagnetične jezgre uslijed djelovanja magnetskog polja koje teče kroz namote i jezgru, a koje se kroz transformatorsko ulje šire i na kućište transformatora. Uslijed navedenih vibracija razvija se buka koja je jedan od garantiranih podataka u specifikaciji transformatora. Iz tog razloga je neophodno što preciznije određivanje buke koja se razvija prilikom rada konkretnog transformatora na čemu i počiva ovaj diplomski rad, odnosno projekt realiziran suradnjom između tvrtke *Končar Energetski Transformatori* i Fakulteta Strojарstva i Brodogradnje u Zagrebu, kojega je ovaj rad dio. Vibroakustika u toj domeni nije previše istraženo područje, što pokazuje i činjenica da se u praksi buka uglavnom računa prema empirijskim izrazima. Konkretno, u ovom će radu za vibroakustičku analizu biti korištena metoda konačnih elemenata primjenom programskog paketa *ANSYS* i to za određivanje razine buke u transformatorskom ulju uslijed radijalnih vibracija bakrenih namota samo jednog stupa jezgre.

U sljedećim će potpoglavljima biti opisani energetski transformatori i uzrok vibracija/buke u istima te teoretske osnove teorije vibracija i akustike.

1.1. Energetski transformatori

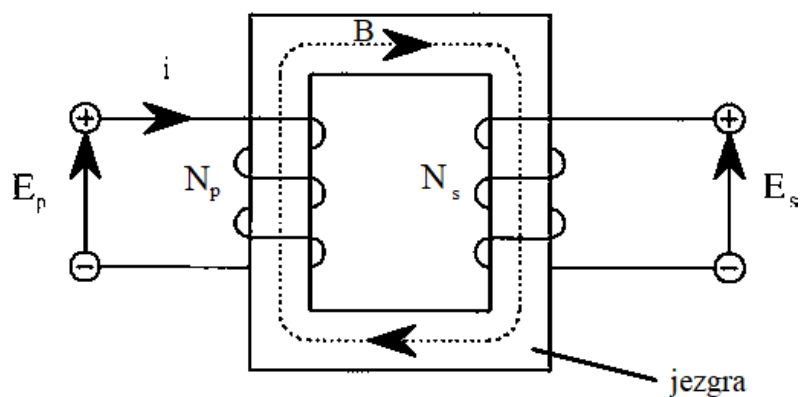
Transformator je statični električni stroj koji se sastoji od dva ili više povezanih bakrenih namota, sa ili bez magnetične jezgre koja pospješuje prijenos magnetskog toka. Električna se energija proizvodi i troši na niskim naponima. Transformatori se koriste za podizanje napona za potrebe transporta električne energije od proizvođača do potrošača, budući su gubici to manji što je napon veći.

1.1.1. Princip rada

Transformatori rade na principu magnetske indukcije, [1]. Vodič kojim teče izmjenična struja stvara oko sebe promjenjivo magnetsko polje. Kada se prvom vodiču prinese drugi vodič, kojim ne teče struja, u njemu se inducira napon prema zakonu magnetske indukcije:

$$B = \mu \cdot H, \quad (1.1)$$

pri čemu je B , T, magnetska indukcija, μ , $(N/A)^2$, permeabilnost medija i H , A/m, jakost magnetskog polja. Da bi se magnetsko polje što bolje usmjerilo na drugi vodič koristi se magnetska jezgra. U realnim konstrukcijskim izvedbama transformatora ne koristi se jedna žica kao primarni vodič, nego namot bakrene žice. Slika 1. prikazuje primitivni transformator pri čemu je i izmjenična struja u primarnom namotu, E_p napon u primarnom namotu, N_p broj zavoja primarnog namota, E_s inducirani napon u sekundarnom namotu, N_s broj zavoja sekundarnog namota, a B magnetska indukcija. Jezgra zajedno s namotima se u kućištu transformatora uranja u transformatorsko ulje koje služi za hlađenje.



Slika 1. Primitivni transformator sa jezgrom [1]

1.1.2. Vrste namota

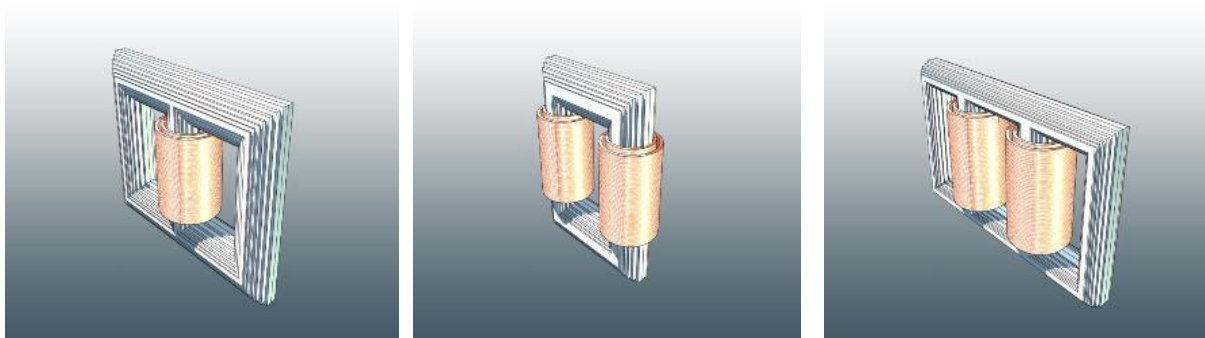
Namate možemo podijeliti na tri osnovne skupine: visokonaponski namoti (uvijek disk namoti), niskonaponski namoti (uvijek spiralni namoti) i regulacijski namoti (najčešće spiralni, a mogu biti i disk namoti), [2]. Vodiči su najčešće bakrene žice izolirane papirom. Osnovne vrste namota prikazane su na slici 2.



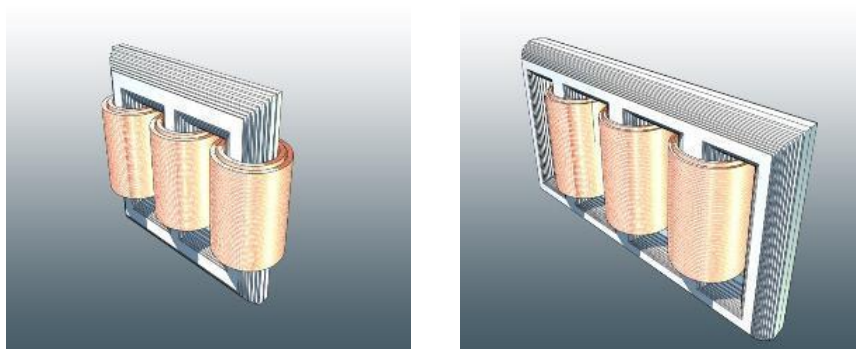
Slika 2. Osnovne vrste namota: spiralni namot, [2], (lijevo) i disk namot, [3], (desno)

1.1.3. Vrste jezgre

Kao što je i ranije spomenuto, jezgre se koriste jer olakšavaju put magnetskom toku i poboljšavaju ulančavanje toka, [2]. Postoje jednofazne i trofazne jezgre. Na slici 3. prikazane su jednofazne, a na slici 4. trofazne jezgre.



Slika 3. Jednofazne jezgre: 1/2 (lijevo), 2/0 (sredina) i 2/2 (desno), [2]

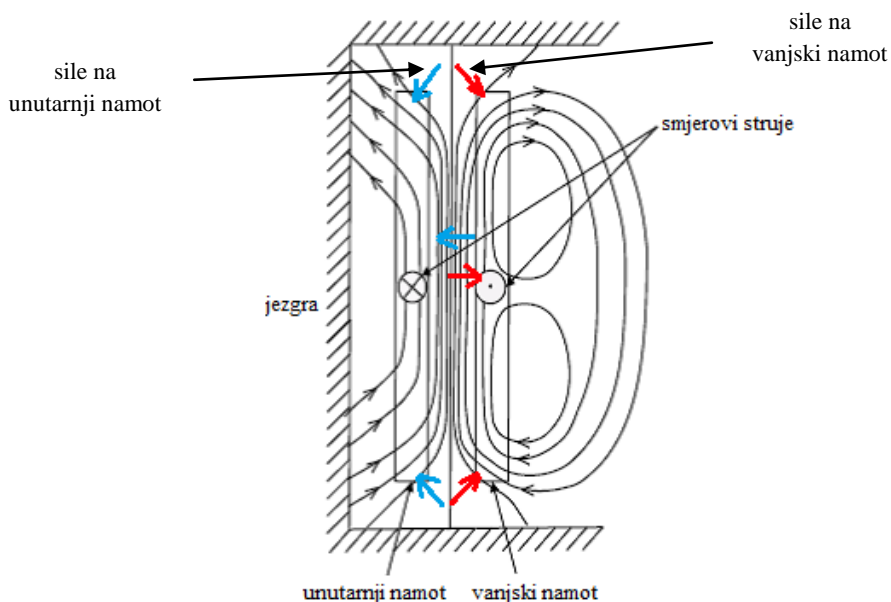


Slika 4. Trofazne jezgre: 3/0 (lijevo) i 3/2 (desno), [2]

1.1.4. Buka u transformatoru

Izvori buke u transformatoru su: rashladni sustav (pumpe i ventilatori) i vibracije limova jezgre i bakrenih namota, [2]. U ovom radu je promatran samo potonji. Buka uzrokovana vibracijama limova jezgre uvijek je prisutna u radu transformatora. Oni vibriraju zbog pojave magnetostrikcije koja je posljedica promjenjivog magnetskog polja. Kada je iznos polja maksimalan, limovi se izdužuju, a kada je jednak nuli, oni se skraćuju. Namoti vibriraju uslijed sila koje na njih djeluju, a koje su posljedica magnetskog toka između unutarnjeg i vanjskog namota. Spomenute vibracije šire se kroz transformatorsko ulje i tako uzrokuju i vibracije limova kućišta transformatora čime oni stvaraju buku u okolici transformatora.

Sile koje nastaju kao posljedica magnetskog toka tlačé unutarnji namot i aksijalno i radijalno, a vanjski aksijalno tlačé i radijalno „napuhuju“, a sve to na frekvenciji dvostruko većoj od frekvencije mreže na koju je transformator spojen. Prikaz magnetskog toka između vanjskog i unutarnjeg namota dan je na slici 5. Sile koje djeluju na namote okomite su na silnice magnetskog polja.

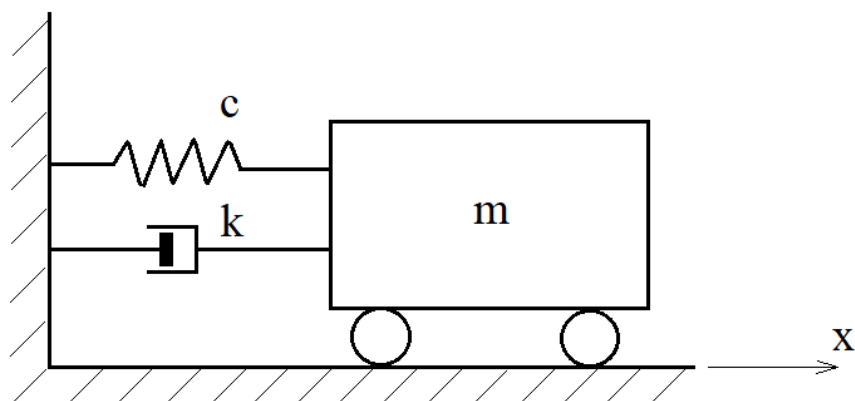


Slika 5. Sile na unutarnji i vanjski namot uslijed djelovanja magnetskog polja između njih [4]

1.2. Teorija vibracija

Teorija vibracija proučava oscilatorna gibanja tijela i sile koje su s time povezane. Sva tijela koja imaju masu i elastičnost podliježu vibracijama, stoga se konstrukcijski i strojni elementi konstruiraju na način da se vibracijska svojstva uzimaju u obzir.

Svaki vibracijski sustav može se promatrati kao pojednostavljeni mehanički model pri čemu se on sastoji od tri osnovne vrste članova: opruge, tj. elastičnog elementa koji ima sposobnost akumulacije potencijalne energije, mase, tj. inercije, odnosno inercija za sustave s više stupnjeva slobode gibanja, koja može akumulirati kinetičku energiju te prigušnog člana koji uzrokuje disipaciju energije. Shematski prikaz vibracijskog sustava sa jednim stupnjem slobode gibanja dan je na slici 6. pri čemu k označava prigušni element, c elastični element, m masu, a strelica pozitivan smjer osi x .



Slika 6. Shematski prikaz vibracijskog sustava s jednim stupnjem slobode gibanja

U domeni teorije vibracija, vibracije se radi lakšeg proučavanja dijele u četiri grupe kako slijedi:

1. Slobodne i prisilne. Vibracije kada nema uzbudne sile, odnosno kada pomaci u vibracijskom sustavu ovise o iznosu i smjeru uzbudne sile.
2. Nepriгуšene i priгуšene. Vibracije kada se zanemaruje priгуšenje u sustavu, odnosno kada u sustavu priгуšni element značajno utječe na cijeli sustav.
3. Linearne i nelinearne. Vibracije čije se ponašanje opisuje linearnim diferencijalnim jednadžbama, odnosno nelinearnim diferencijalnim jednadžbama.
4. Determinističke i nedeterminističke (stohastičke). Vibracije kod kojih je uzbuđena poznata u svakom trenutku, odnosno kada ona nije poznata kao funkcija vremena, ali su poznate stohastičke vrijednosti.

Diferencijalna jednadžba koja opisuje linearni sustav prikazan na slici 1. glasi

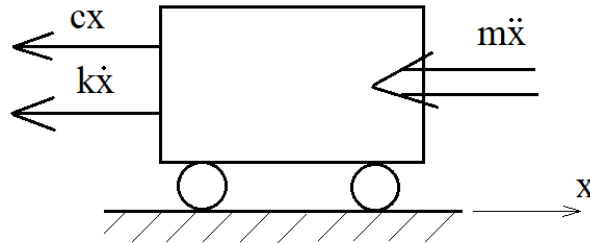
$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = 0, \quad (1.2)$$

pri čemu je m [kg], k [Ns/m], c [N/m], x [m], a točkice iznad x označavaju prvu, odnosno drugu derivaciju po vremenu.

1.2.1. Priгуšenje u vibracijskom sustavu

Priгуšenje vibracijskog sustava se u pojednostavljenom mehaničkom modelu prikazuje pomoću priгуšnog elementa, k , koncentriranog na jednom mjestu, koji uzrokuje silu priгуšenja koja je proporcionalna brzini, a smjer joj je suprotan smjeru brzine, kao što prikazuje slika 7. na kojoj je tijelo sa slike 6. oslobođeno veza uz pretpostavku pomaka u

pozitivnom smjeru osi x . Član $m\ddot{x}$ predstavlja silu inercije uslijed akceleracije \ddot{x} u pozitivnom smjeru osi x .



Slika 7. Sile koje djeluju na tijelo pri slobodnim prigušenim vibracijama, pomak u pozitivnom smjeru osi x

Rješavanjem jednadžbe (1.2), prema [5], uzimajući u obzir da se radi o harmonijskom gibanju pretpostavlja se opće rješenje u obliku:

$$x(t) = C \cdot e^{rt}, \quad (1.3)$$

pri čemu se konstanta C određuje iz početnih uvjeta, a čija je karakteristična jednadžba:

$$mr^2 + kr + c = 0, \quad (1.4)$$

a čija su rješenja:

$$r_{1,2} = -\frac{k}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{k}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m}}. \quad (1.5)$$

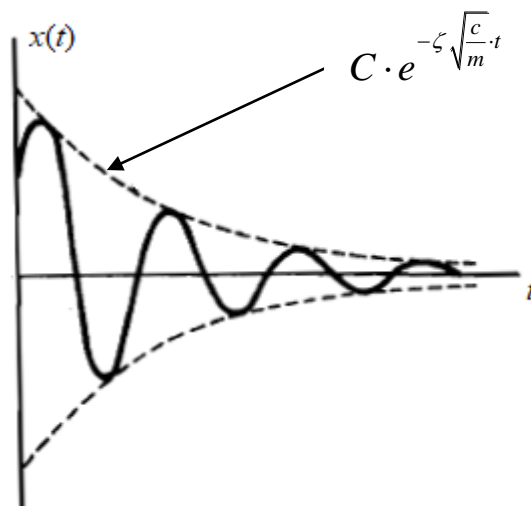
Jednadžba (1.5) može imati tri različita rješenja:

- 1) $\left(\frac{k}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m} = 0$, dvostruko realno rješenje,
- 2) $\left(\frac{k}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m} > 0$, dva realna rješenja,
- 3) $\left(\frac{k}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m} < 0$, dva konjugirano kompleksna rješenja.

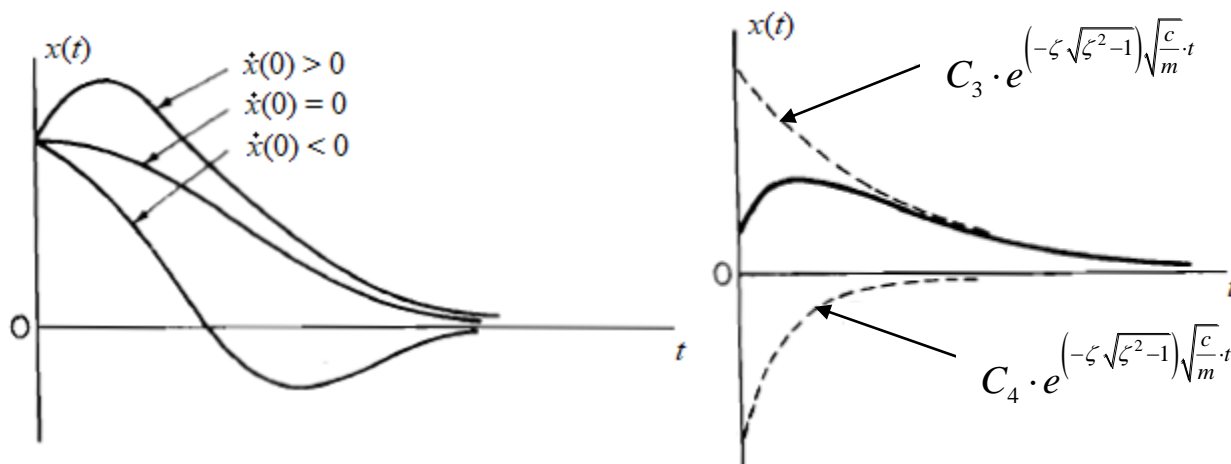
Slučaj 1) definira kritično prigušenje, $k_{kr} = 2\sqrt{mc}$. Pomoću njega se definira bezdimenzijski faktor prigušenja, $\zeta = k / k_{kr}$, pri čemu k označava zadano prigušenje u sustavu. Obzirom da ζ može biti jednak jedinici, manji i veći od nje, razlikujemo tri slučaja i konstante koje se određuju pomoću početnih uvjeta:

- podkritično prigušenje, $\zeta < 1$, konstanta C ,
- kritično prigušenje, $\zeta = 1$, konstante C_1 i C_2 i
- nadkritično prigušenje, $\zeta > 1$, konstante C_3 i C_4 .

Odzivi (pomaci) sustava ovisno o vrsti prigušenja prikazani su na slikama 8. i 9.



Slika 8. Odziv kod podkritičnog prigušenja, $\zeta < 1$, [5]



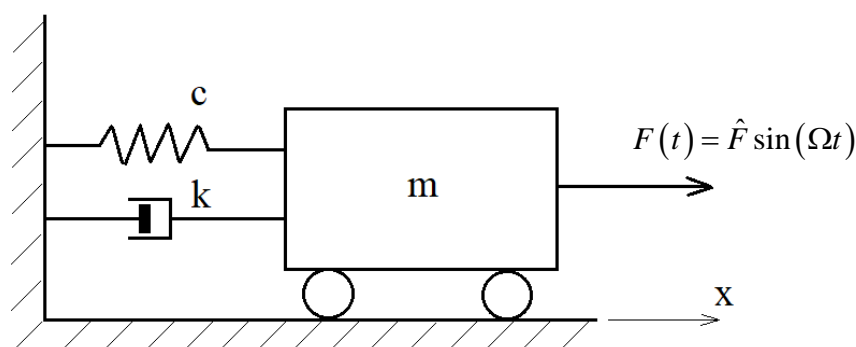
Slika 9. Odziv kod kritičnog prigušenja, $\zeta = 1$ (lijevo) i odziv kod nadkritičnog prigušenja, $\zeta > 1$ (desno), [5]

U realnim konstrukcijama prigušenje u sustavu posljedica je više faktora. Konkretno, u energetske transformatoru prigušenje je rezultat unutarnjeg trenja u materijalu namota, utjecaja transformatorskog ulja, papirnate izolacije vodiča itd. Iz tog razloga, je konstantan

faktor prigušenja za realnu konstrukciju teško odrediti, stoga se koriste drugi načini definiranja prigušenja, a o čemu će biti riječi u sljedećim potpoglavljima ovoga rada.

1.2.2. Harmonijske prisilne vibracije

Do prisilnih vibracija dolazi kada na vibracijski sustav djeluje harmonijska uzbuđa (najčešće sila ili tlak), prema slici 10., pri čemu je \hat{F} , N, amplituda uzbudne sile, a Ω , rad/s, njezina frekvencija.



Slika 10. Vibracijski sustav sa harmonijskom uzbuđom

Od velike važnosti su vlastite frekvencije sustava, f_n . Primjerice, sustav na slici 6 je sustav sa jednim stupnjem slobode gibanja. U idealnom slučaju, bez prigušenja, kada ga se pokrene, on će beskonačno dugo, budući da nema gubitka energije, vibrirati na frekvenciji koja je tom sustavu svojstvena. Ta frekvencija zove se vlastita frekvencija i ona je svojstvo vibracijskog sustava te je direktno u vezi sa brojem stupnjeva slobode gibanja sustava, koliko sustav ima stupnjeva slobode, toliko ima i vlastitih frekvencija. Jednadžba (1.2) za sustav bez prigušenja glasi:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \quad (1.6)$$

iz kojeg se sređivanjem dobiva harmonijska funkcija:

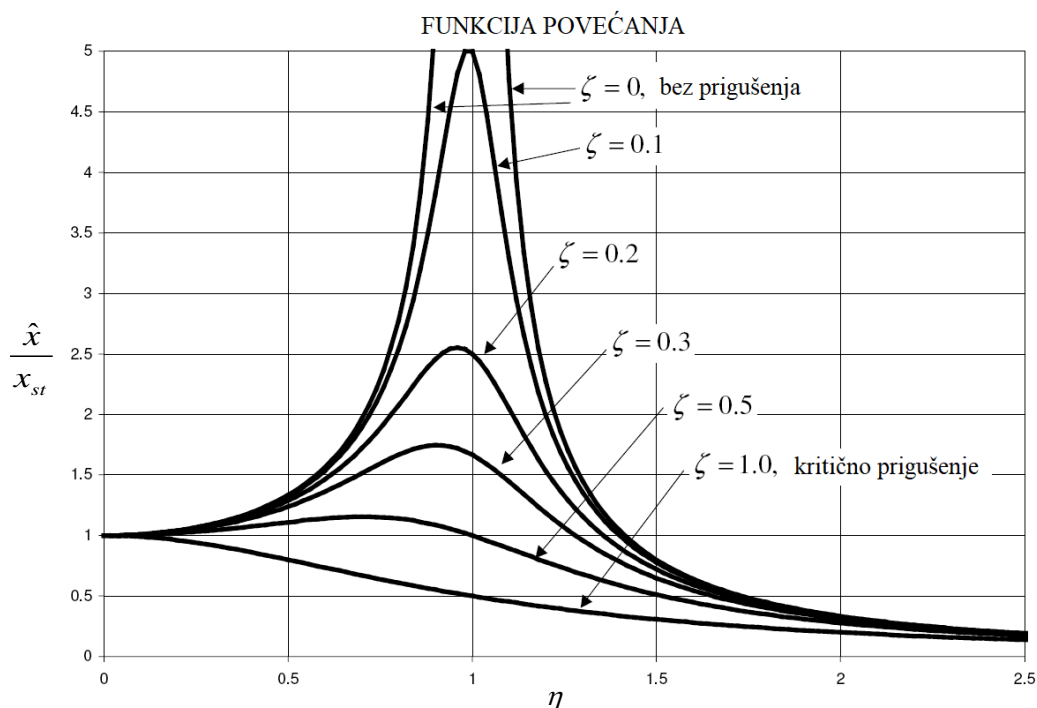
$$\ddot{x} + \frac{c}{m}x = 0, \quad (1.7)$$

$$\omega_n^2 = \frac{c}{m}, \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

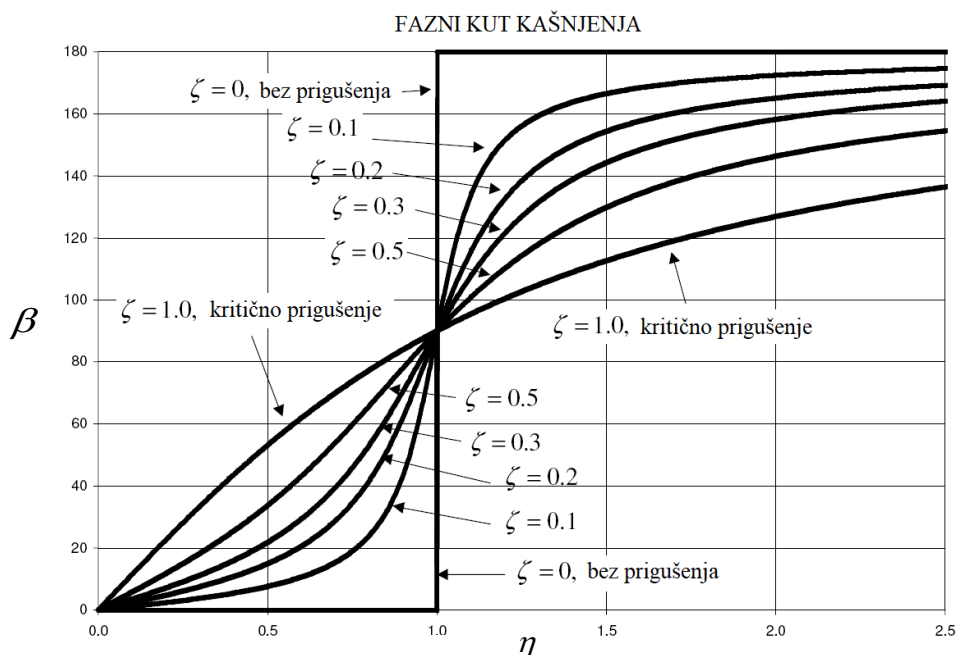
Član $\omega_n = \sqrt{c/m}$ naziva se vlastita kružna frekvencija. Očito je da je ona svojstvo sustava budući da ovisi o masi i krutosti opruge u sustavu. Vlastitu frekvenciju određujemo prema izrazu:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}, \text{ Hz.} \quad (1.8)$$

Najveću opasnost za sustav predstavlja rezonantno područje kada su kružna frekvencija uzbudne sile i vlastita kružna frekvencija iznosom jednake, $\omega_n = \Omega$. Za definiranje odnosa vlastite i kružne frekvencije uzbude koristi se bezdimenzijska kružna frekvencija, $\eta = \Omega / \omega_n$. U rezonantnom području amplituda pomaka, u promatranom slučaju pomak u smjeru osi x , teži ka beskonačnosti. U realnim sustavima prisutno je prigušenje koje djeluje na amplitudu pomaka na način da smanjuje njen iznos i da amplituda pomaka kasni za amplitudom uzbudne sile, što opisuje fazni kut kašnjenja, β . Za prikaz dijagrama odziva prigušenih harmonijskih prisilnih vibracija potrebno je još definirati faktor (funkciju) povećanja, \hat{x} / x_{st} , koja prikazuje omjer amplitude pomaka kod prisilnih vibracija, \hat{x} i statičkog pomaka uslijed djelovanja sile koja ima iznos amplitude dinamičke sile F , x_{st} . Na slikama 11. i 12. prikazan je dijagram odziva sustava.



Slika 11. Funkcija povećanja prigušenih prisilnih vibracija u ovisnosti o bezdimenzijskoj kružnoj frekvenciji [6]



Slika 12. Fazni kut kašnjenja prigušenih prisilnih vibracija u ovisnosti o bezdimenzijskoj kružnoj frekvenciji [6]

1.2.3. Sustavi s više stupnjeva slobode gibanja

Kod sustava s više stupnjeva slobode gibanja osim vlastitih kružnih frekvencija, ω_n , postoje i vlastiti vektori, \mathbf{x}_n , koji opisuju gibanje sustava, gdje n predstavlja broj stupnjeva slobode gibanja. Broj vlastitih vektora nekog sustava jednak je broju stupnjeva slobode tog istog sustava. Ti vektori imaju svojstvo ortogonalnosti, što znači da skalarni umnožak dvaju različitih vlastitih vektora jednog sustava daje nulu za rezultat. Kod slobodnih neprigušenih vibracija sustava s više stupnjeva slobode jednadžba gibanja glasi:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{C}\mathbf{x}_n = 0. \quad (1.9)$$

Pretpostavljanjem rješenja sustava, slično kao i kod sustava s jednim stupnjem slobode gibanja u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n(t) &= \bar{\mathbf{x}}_n \sin(\omega t), \\ \dot{\mathbf{x}}_n(t) &= \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \bar{\mathbf{x}}_n \omega \cos(\omega t), \\ \ddot{\mathbf{x}}_n(t) &= \frac{d^2\mathbf{x}(t)}{dt^2} = -\bar{\mathbf{x}}_n \omega^2 \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (1.10)$$

jednadžba (1.9) može se zapisati u sljedećem obliku:

$$\bar{\mathbf{x}}_n (\mathbf{C} - \mathbf{M}\omega_n^2) = 0. \quad (1.11)$$

Jednadžba (1.11) je problem vlastitih vrijednosti gdje funkciju vlastitih vrijednosti poprimaju vlastite frekvencije sustava, ω_n . Vlastiti vektori $\bar{\mathbf{x}}_n$ su oblika:

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(1)}, \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(2)} \dots \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(n)}. \quad (1.12)$$

Prema [5], matrica koja sadrži sve vlastite vektore $\bar{\mathbf{x}}_n$ naziva se modalna matrica i označava se s \mathbf{P} , a oblika je kako slijedi:

$$\mathbf{P} = \left[\begin{matrix} \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(1)} & \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(2)} & \dots & \left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\}^{(n)} \end{matrix} \right] = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \dots \phi_n]. \quad (1.13)$$

Pomoću modalne matrice mogu se formirati dva umnoška koji zbog svojstva ortogonalnosti vlastitih vektora kao rezultat daju dijagonalne matrice masa i krutosti, a glase: $\mathbf{P}^T \mathbf{M} \mathbf{P}$ i $\mathbf{P}^T \mathbf{C} \mathbf{P}$.

Ako se vlastite vektore ϕ_i podijeli sa kvadratnim korijenom odgovarajućeg člana glavne dijagonale matrice mase \mathbf{M} , M_{ii} , dobiva se tzv. ortonormalne vlastite vektore, $\tilde{\phi}_i$. Kada se normalne vlastite vektore u matrici \mathbf{P} zamijeni sa ortonormalnim vlastitim vektorima dobiva se matrica $\tilde{\mathbf{P}}$. Sada prethodno definirani umnošci poprimaju sljedeće vrijednosti:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{P}} &= \mathbf{I}, \\ \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{P}} &= \Lambda, \end{aligned} \quad (1.14)$$

gdje je \mathbf{I} jedinična matrica, a matrica Λ glasi:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Matrice \mathbf{P} i $\tilde{\mathbf{P}}$ mogu se iskoristiti da se sustav jednadžbi vibracijskog sustava učini nezavisnim.

Modalno prigušenje prisilnog vibracijskog sustava

Jednadžba gibanja sustava s N stupnjeva slobode gibanja i proizvoljnom, vremenski ovisnom uzbuđom $F(t)$ glasi:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}_n + \mathbf{C}\mathbf{x}_n = F(t). \quad (1.16)$$

U općem slučaju jednadžba (1.16) je sustav od N zavisnih jednadžbi. Ako se u nju uvrsti veza koordinata

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{Y}, \quad (1.17)$$

i cijela jednadžba pomnoži sa $\tilde{\mathbf{P}}^T$ s lijeve strane dobiva se:

$$\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{P}} \ddot{\mathbf{Y}} + \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{Y}} + \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{P}}^T F. \quad (1.18)$$

Prema jednadžbi (1.14) matrice $\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{P}}$ i $\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{P}}$ su dijagonalne, međutim matrica $\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{P}}$ u općem slučaju nije dijagonalna, stoga je sustav jednadžbi (1.18) zavisan, i to u ovisnosti o matrici prigušenja \mathbf{K} . Definiranjem matrice \mathbf{K} na način da je ona proporcionalna matricama mase, \mathbf{M} i/ili krutosti, \mathbf{C} , sustav (1.18) postaje nezavisan pri čemu i -ta jednadžba glasi

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \tilde{f}_i(t), \quad (1.19)$$

gdje je: $2\zeta_i \omega_i$ modalno prigušenje, a $i = 1, 2, \dots, N$ te označava redni broj forme vibriranja.

Poseban oblik proporcionalnog prigušenja je Rayleighevo prigušenje. Ono je definirano kako slijedi:

$$\mathbf{K} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{C}, \quad (1.20)$$

pri čemu su α i β konstante. Umnožak $\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{P}}$ ovdje ima sljedeći oblik

$$\tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{P}} = \alpha \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{P}} + \beta \tilde{\mathbf{P}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{P}} = \alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda, \quad (1.21)$$

gdje su \mathbf{I} i Λ matrice definirane u (1.14), odnosno u (1.15). Jednadžba (1.19) za Rayleighevo prigušenje poprima sljedeći oblik:

$$\ddot{y}_i + (\alpha + \beta \omega_i^2) \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \tilde{f}_i(t), \quad (1.22)$$

a modalno prigušenje je definirano jednadžbom:

$$2\zeta_i \omega_i = \alpha + \beta \omega_i^2, \quad (1.23)$$

gdje i ponovno poprima vrijednosti $i = 1, 2, \dots, N$.

1.3. Akustika

Kratak pregled teorije akustike kao posljednje poglavlje uvodnog dijela zaokružuje uvodna razmatranja čime je dana teoretska podloga za razumijevanje procesa koji se zbivaju u energetske transformatoru. Akustika i vibracije su usko povezane budući da zvučno polje može izazvati vibracije neke konstrukcije i obrnuto, konstrukcija koja vibrira može emitirati zvuk. To međudjelovanje konstrukcija i akustike naziva se vibroakustika. U ovom poglavlju dana je jednadžba zvučnog vala, definirane su karakteristične veličine zvučnog polja i naposljetku je dana jednadžba kojom se opisuje interakcija vibrirajućih konstrukcija i akustičkog medija koji je okružuje, tzv. *Greenova funkcija*. Teoretska razmatranja preuzeta su iz [7].

1.3.1. Ambijentalno stanje i veličine zvučnog polja

Ambijentalno stanje medija je stanje u kojem nema nikakvih podražaja, a opisuje se sljedećim fizikalnim veličinama: tlak, P_s , brzina, \mathbf{U} , gustoća, ρ i temperatura, T . Varijable zvučnog polja mogu se izraziti pomoću veličina ambijentalnog stanja i varijabilnih vrijednosti koje su uzrokovane podražajem kako slijedi:

$$\begin{aligned} P_{\text{tot}} &= P_s + p(\mathbf{r}, t), & \text{Pa,} \\ \mathbf{U}_{\text{tot}} &= \mathbf{U} + \mathbf{u}(\mathbf{r}, t), & \text{m/s,} \\ T_{\text{tot}} &= T + \tau(\mathbf{r}, t), & \text{°C,} \\ \rho_{\text{tot}} &= \rho + \sigma(\mathbf{r}, t), & \text{kg/m}^3, \end{aligned}$$

pri čemu je \mathbf{r} vektor položaja čestice fluida, a t vrijeme. Akustički podražaji su male promjene ambijentalnog stanja i kroz medij se šire u obliku longitudinalnih (uzdužnih) valova. Za opisivanje zvučnog polja najčešće se koristi tlak u akustičkom mediju, međutim, budući da ljudsko uho ima raspon sluha od 20 μPa do 60 Pa (u linearnom mjerilu bi bila potrebna podjela na 10^{13} jedinica što je veoma nespretno) koristi se logaritamsko mjerilo, točnije jakost zvuka (L_p) čija je mjerna jedinica dB, a koja je definirana kao:

$$L_p = 10 \log \frac{p^2}{p_{\text{ref}}^2} = 10 \log(p^2) - 10 \log(p_{\text{ref}}^2), \quad (1.24)$$

gdje je p tlak u mediju, a p_{ref} referentni tlak. Uzimajući donju vrijednost raspona sluha ljudskog uha, 20 μPa za vrijednost referentnog tlaka, jednadžba (1.24) poprima oblik:

$$L_p = 10 \log(p^2) + 94. \quad (1.25)$$

Ograničenje na ljudsko uho u vidu frekvencije (visine tona) jest interval od 20 Hz do 20 kHz.

1.3.2. *Jednadžba zvučnog vala*

Linearizirana jednadžba zvučnog vala izvedena je iz tri temeljna zakona dinamike fluida: Eulerove jednadžbe gibanja, jednadžbe stanja i zakona održanja mase. Detaljan izvod jednadžbe vala ovdje nije dan, nego samo konačne jednadžbe, a zainteresiranog čitatelja se upućuje na [7].

Eulerova jednadžba gibanja

$$F = -\nabla P_{\text{tot}} V = \rho_{\text{tot}} V \frac{dU_{\text{tot}}}{dt}, \quad (1.26)$$

pri čemu je U_{tot} ukupna brzina promatranog volumena (čestice) fluida, ρ_{tot} gustoća fluida, V volumen čestice fluida, a P_{tot} ukupni tlak (srednja vrijednost plus varijabilna komponenta) na promatranu česticu fluida.

Jednadžba stanja

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (1.27)$$

gdje je $\partial \sigma = \partial \rho$, a c brzina zvuka u promatranom fluidu.

Zakon održanja mase

$$\nabla(\rho_{\text{tot}} U_{\text{tot}}) = -\frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t}, \quad (1.28)$$

gdje je ∇ divergens ili tzv. Hamiltonov operator koji se definira kao

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.29)$$

Kombinacijom jednadžbi (1.26), (1.27) i (1.28) te uvođenjem određenih aproksimacija dobiva se jednadžba za akustičku brzinu čestice fluida, odnosno jednadžba zvučnog vala:

$$\nabla^2 u + \nabla \times (\nabla \times u) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1.30)$$

pri čemu je ∇^2 tzv. Laplaceov operator odnosno divergens gradijenta, a definiran je kao:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (1.31)$$

1.3.3. Greenova funkcija

Primjeri primjene Greenove funkcije su mnogobrojni. Ovdje je ona samo ukratko opisana. Detaljni primjeri i izvodi dostupni su u [7]. Fizikalno gledano, Greenova funkcija je prijenosna funkcija koja daje odziv u nekoj točki akustičkog medija koji nastaje kao posljedica uzbude u nekoj drugoj točki, ne nužno istog medija. U općoj definiciji Greenove funkcije nije definirana niti vrsta uzbude niti vrsta odziva. Pretpostavke koje su uvedene da bi se ona mogla primijeniti su: linearnost (linearna veza između naprezanja i deformacije u strukturama te između tlaka i gustoće u fluidima), disipacija (gubitak energije uslijed trenja u strukturama), homogenost struktura i fluida te neviskoznost fluida (nema smičnih sila, tj. akustički medij može opterećivati strukturu samo u smjeru normale). Za beskonačni medij (bez granice), Greenova funkcija je rješenje sljedeće jednadžbe:

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) + k_a^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (1.32)$$

Desna strana jednadžbe (1.32) je trodimenzionalna Diracova delta funkcija koja predstavlja jedinični točkasti izvor čiji je vektor položaja vektor \mathbf{r}_0 , a prema [7] ona ima dimenziju L^{-3} . Iz tog razloga, dimenzija lijeve strane jednadžbe (1.32) mora imati dimenziju L^{-1} . Rješenje Greenove funkcije dobije se primjenom Gaussovog integralnog teorema i glasi:

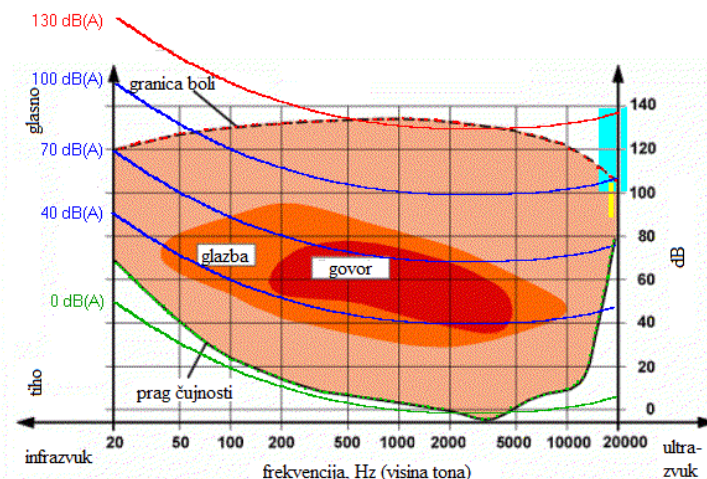
$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = \frac{e^{-jk_a R}}{4\pi R}, \quad (1.33)$$

gdje je ω frekvencija, a $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$.

Jednadžba (1.33) je Greenova jednadžba za bilo koji trodimenzionalni neograničeni medij (plin, kapljevina ili krutina) koji omogućuje propagaciju longitudinalnih valova. Ova funkcija je temeljni princip na osnovu kojega rade mnogi softveri za vibroakustičku analizu konačnim elementima pa tako i programski paket ANSYS. Njezin, moglo bi se reći najveći značaj je u tome što omogućuje spregu između akustičkog medija i vibrirajuće strukture u vibroakustičkoj analizi, što znači da omogućuje određivanje razine buke u nekom fluidu uslijed vibracija strukture koja je uronjena u taj fluid. U tu svrhu, Greenova funkcija korištena je i u okviru ovog diplomskog rada.

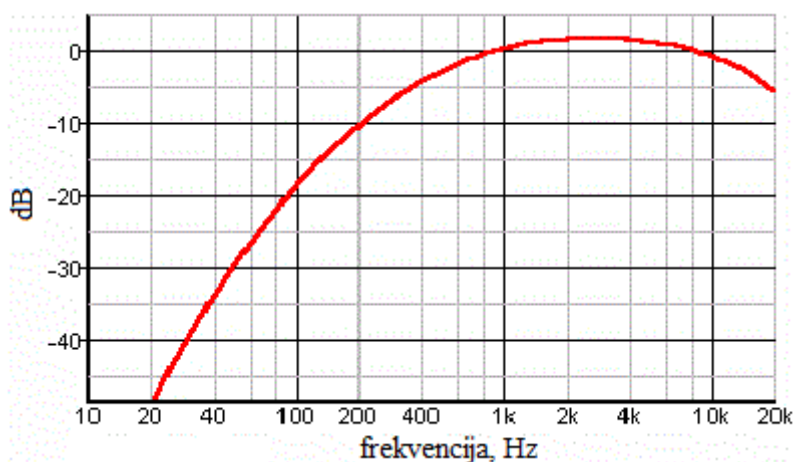
1.3.4. A-filter

Teoretsko razmatranje u ovom potpoglavlju preuzeto je iz [8]. Kao što je već spomenuto, raspon sluha ljudskog uha u vidu zvučnog tlaka iznosi od $20 \mu\text{Pa}$ do 60 Pa , što u dB (jakost zvuka) iznosi 0 do 130 dB, a u frekvencijskoj domeni od 20 Hz do 20 kHz. Međutim, pri različitim frekvencijama granica jakosti zvuka varira (slika 13).



Slika 13. Prag čujnosti i granica boli u dB i dB(A), [8]

Prema normi ISO 226 se za lakše uspoređivanje zvukova koje zdravo ljudsko uho može čuti koristi A-filter. On podrazumijeva oduzimanje konstantne vrijednosti dB od one izračunate iz zvučnog tlaka u ovisnosti o frekvenciji, što je prikazano na slici 14. Vrijednost koja se oduzima je neovisna o glasnoći zvuka, ovisi samo o frekvenciji. Mjera koja se dobiva A-filterom označava se s dB(A).



Slika 14. Dijagram definicije A-filtera; za određenu frekvenciju oduzima se određeni iznos decibela, [8]

2. PREGLED TEHNIČKIH PODATAKA O TRANSFORMATORU

2.1. Opći podaci o transformatoru i opis problematike

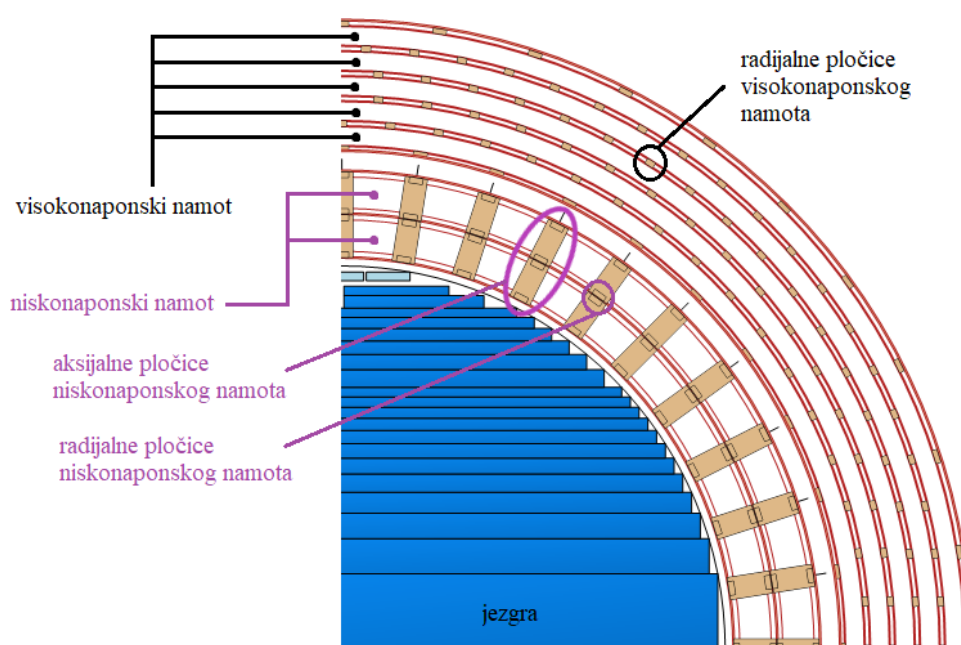
U ovom radu analizirane su radijalne vibracije namota, i buka uslijed njih, konkretnog i već ispitanog transformatora tvrtke *Končar Energetski Transformatori (Končar Power Transformers)*, dalje u tekstu *KPT*. Općeniti podaci o transformatoru dani su u tablici 1.

Tablica 1. Opći podaci o transformatoru *Dubrovnik2 150* [9]

| | |
|---|-------------------------------------|
| naziv | Dubrovnik2 150 |
| snaga | 150 MVA |
| vrsta | trofazni generatorski transformator |
| mjesto instalacije | Dubrovnik, Hrvatska |
| izmjerena jakost zvuka na udaljenosti od 1 m od stjenke kućišta | 57 dB(A) |

Postoje tri stupa namota. Jedan visokonaponski (disk namot) i dva niskonaponska (spiralna) namota pri čemu se, budući da je niskonaponski namot spiralni, jedan stup namota spiralno penje u jednom smjeru, a drugi spušta u suprotnom smjeru. Oba namota su veoma složene konstrukcije sačinjene od bakrenih vodiča, papirnatih izolacija oko svakog vodiča i raznih umetaka koji osiguravaju pozicioniranje i hlađenje namota. Stvaran tlocrt visokonaponskog i niskonaponskih namota, zajedno sa jezgrom, dan je na slici 15. (iz praktičnih razloga dana je samo četvrtina tlocrta, a ostatak je simetričan). Niskonaponski namoti manjeg su promjera (nalaze se bliže jezgri), ali su vodiči radijalno širi. Visokonaponski namot sastoji se od pet užih vodiča. Na slici su također vidljivi i umetci za pozicioniranje i hlađenje. Postoje dva tipa umetaka, tzv. radijalne i aksijalne pločice pri čemu se naziv odnosi na smjer u kojem razdvajaju vodiče namota. Visokonaponski namot ima samo radijalne pločice dok u aksijalnom smjeru vodiči naliježu jedan na drugi. S druge strane, niskonaponski namot ima i aksijalne i radijalne pločice. Pozicije i jednih i drugih označene su na slici 15. Za potrebe analize izrađena su dva pojednostavljena modela namota, globalni i detaljni. Globalni model korišten je u vibroakustičkoj analizi za određivanje vlastitih frekvencija namota i jakosti zvuka u ulju. On se sastoji od ukupno tri homogena šuplja cilindra, što znači da su inicijalno krutosti namota puno veće negoli u stvarnosti, a isto tako i njihove mase. Stoga se polazi od

detaljnog modela u kojem su modelirani vodiči namota, zajedno sa radijalnim pločicama između njih, te je statičkom analizom uz pomoć zadanog opterećenja određena ekvivalentna radijalna krutost globalnog modela na način da su pomaci stjenki namota u globalnom i u detaljnom modelu jednaki. Postupak određivanja krutosti i gustoće materijala globalnog modela detaljno je opisan u narednom poglavlju. Nakon toga slijedi modalna analiza globalnog modela koji uključuje namote i transformatorsko ulje. Njome se dobivaju vlastite frekvencije i forme sustava. Obzirom na vlastite frekvencije sustava, računa se njegov vibroakustički frekvencijski odziv u ovisnosti o elektromagnetskim silama na namote koje su aproksimirane koncentriranim silama po stjenki namota. Time se dobiva razina buke koja se razvija u sustavu.



Slika 15. Tlocrt namota i jezgre [9]

2.2. Ulazni podaci potrebni za analizu

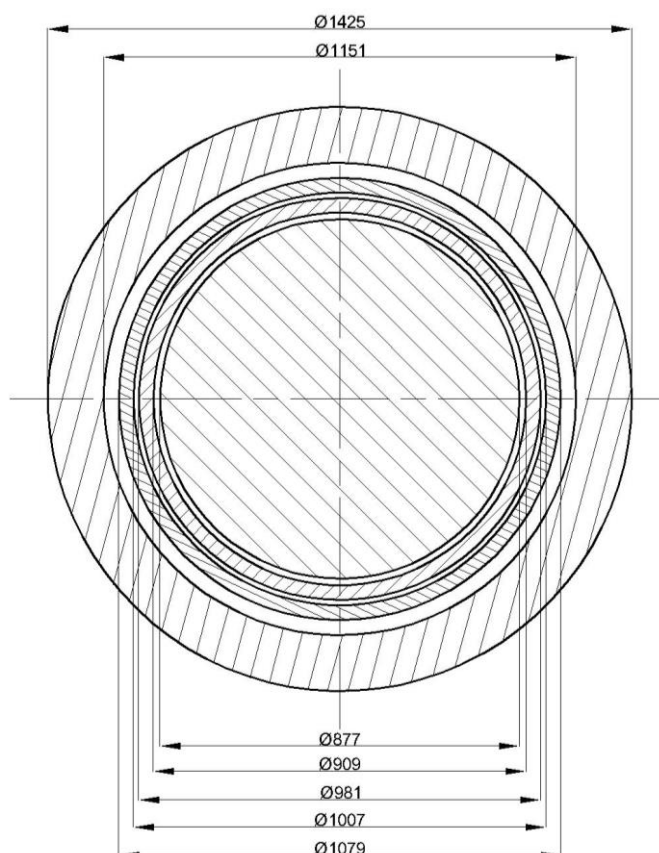
Svi ulazni podaci preuzeti su iz [9], a pregledno su dani u ovom poglavlju.

2.2.1. Geometrija i materijalna svojstva namota i jezgre

U radu je uvedena određena nomenklatura koja se odnosi na namote. Visokonaponski namot nosi oznaku VN, niskonaponski namot manjeg promjera (bliži jezgri) nosi oznaku NN1, a niskonaponski namot većeg promjera oznaku NN2. Dimenzije globalnog modela namota i jezgre prikazani su u tablici 2. i na slici 16.

Tablica 2. Dimenzije jezgre i namota transformatora [9]

| jezgra | |
|---------------------------------|----------|
| promjer, D_j | 877 mm |
| visina, h_j | 1 611 mm |
| NN1 | |
| unutarnji promjer, D_{u_NN1} | 909 mm |
| vanjski promjer, D_{v_NN1} | 981 mm |
| visina, h_{NN1} | 1 400 mm |
| NN2 | |
| unutarnji promjer, D_{u_NN2} | 1 007 mm |
| vanjski promjer, D_{v_NN2} | 1 079 mm |
| visina, h_{NN2} | 1 400 mm |
| VN | |
| unutarnji promjer, D_{u_VN} | 1 151 mm |
| vanjski promjer, D_{v_VN} | 1 425 mm |
| visina, h_{VN} | 1 400 mm |



Slika 16. Dimenzije jezgre i namota transformatora

Prema [2], materijal jezgre je magnetski lim čiji je sastav željezo (Fe) sa otprilike 3% silicija (Si). Materijal namota je bakar čija su svojstva dana u tablici 3.

Tablica 3. Materijalna svojstva bakra [9]

| | |
|--|---------|
| gustoća ρ_{Cu} , kg/m ³ | 8 920 |
| modul elastičnosti E_{Cu} , N/mm ² | 101 000 |
| konvencionalna granica razvlačenja, $R_{p0,2}$, N/mm ² | 160 |

Od velike važnosti su i mase vodiča pojedinih namota po stupu jezgre. Njihovi iznosi dani su u tablici 4.

Tablica 4. Mase pojedinih namota po stupu jezgre [9]

| | |
|---|-------|
| ukupna masa NN namota ($m_{NN1} + m_{NN2}$), kg | 1 797 |
| masa VN namota, kg | 3 903 |

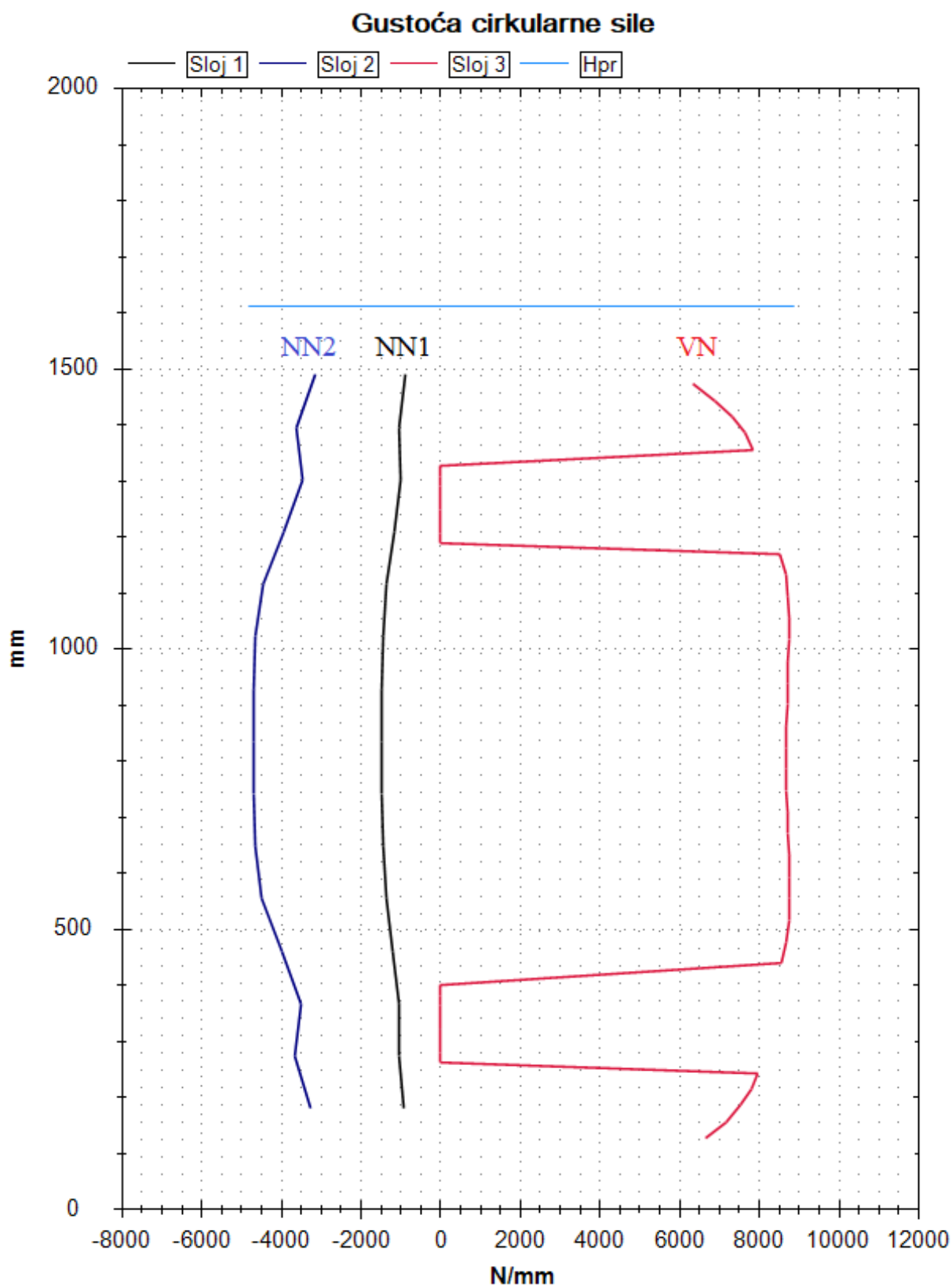
2.2.2. Pogonske sile u namotima i montažna sila

Kao što je opisano u poglavlju 1.1.4, u namotima se zbog magnetskog polja javljaju određene sile i to pri frekvenciji dvostruko većoj od frekvencije mreže (ovdje 100 Hz, budući da je frekvencija mreže 50 Hz). Na slici 17. dan je dijagram gustoće cirkularne sile u materijalu namota po njegovoj visini, posebno za NN1, NN2 i VN namot. Bitno je napomenuti da se navedeni iznosi odnose na stanje udarnog kratkog spoja. Međutim, ovdje su potrebni iznosi sila za pokus kratkog spoja, budući da su za to stanje vršena mjerenja jakosti zvuka. Iznose cirkularnih sila za pokus kratkog spoja dobiva se, prema [9], množenjem vrijednosti iz dijagrama sa koeficijentom 0,003023 prema sljedećem izrazu:

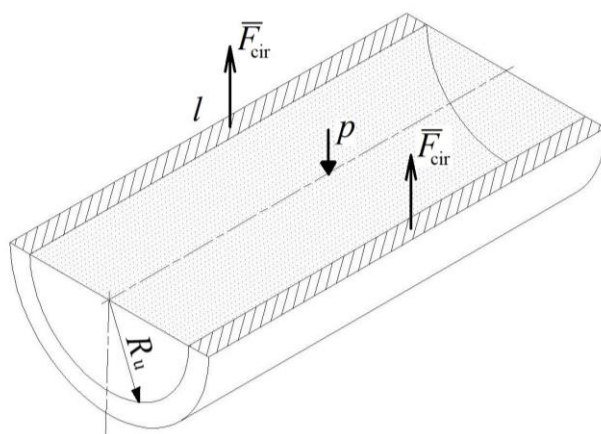
$$\bar{F}_{cir} = \{ \text{vrijednost iz dijagrama} \} \cdot 0,003023. \quad (2.1)$$

Na slici 18. skicom je prikazana cirkularna sila te je dana veza sa tlakom na stjenku namota, koji je kasnije korišten za računanje stvarne radijalne sile na stjenku namota, budući da su ovdje razmatrane samo radijalne vibracije namota. Na slici 18. cirkularna je sila svedena na tlak na unutarnju stjenku namota, međutim, to nije nužno, moguće ga je svesti i na vanjsku stjenku.

Važno je ovdje napomenuti i to da se prilikom montaže namota oni tlače pritiskom montažnom silom koja za NN namote iznosi 238 kN, što rezultira pritiskom od 4 MPa. Montažna sila za VN namot iznosi 742 kN, što rezultira pritiskom od 2 MPa.



Slika 17. Gustoća cirkularne sile po visini namota [9]



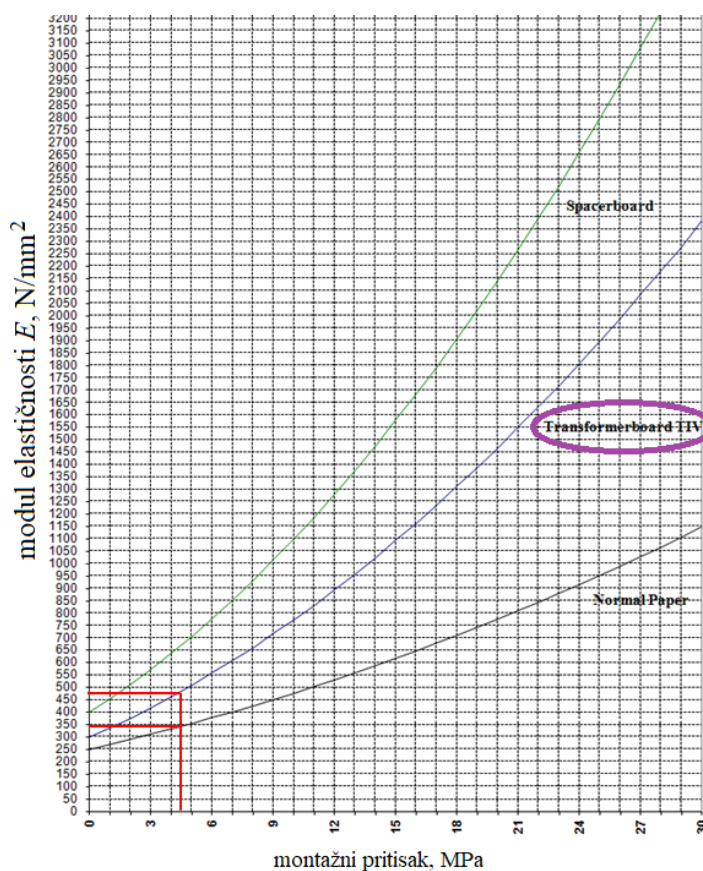
$$2R_u \cdot l \cdot p = \bar{F}_{cir} \cdot l$$

$$p = \frac{\bar{F}_{cir}}{2R_u} = \frac{\bar{F}_{cir}}{D_u}$$

Slika 18. Veza cirkularne sile u materijalu namota i tlaka na stjenku namota (sila \bar{F}_{cir} poprima vrijednosti iz dijagrama na slici 17 pomnožene sa koeficijentom 0,003023)

2.2.3. Modul elastičnosti radijalnih i aksijalnih pločica

Prema [9] modul elastičnosti radijalnih i aksijalnih pločica definiran je dijagramom na slici 19. gdje je dan u ovisnosti o montažnom pritisku. Krivulja koja se odnosi na radijalne i aksijalne pločice ima oznaku *Transformerboard TIV* i označena je ljubičastom elipsom.



Slika 19. Modul elastičnosti radijalnih i aksijalnih pločica u ovisnosti o montažnom pritisku [9]

2.2.4. Materijalna svojstva transformatorskog ulja

Transformatorsko ulje ispunjava kućište transformatora i ima ulogu hlađenja. Zbog svoje gustoće i viskoznosti, ono djeluje i na vibracije namota te na taj način definira ponašanje sustava ulje-namoti pa se njegov utjecaj ne može i ne smije zanemariti. Njegove materijalne karakteristike dane su u tablici 5.

Tablica 5. Materijalna svojstva transformatorskog ulja [9]

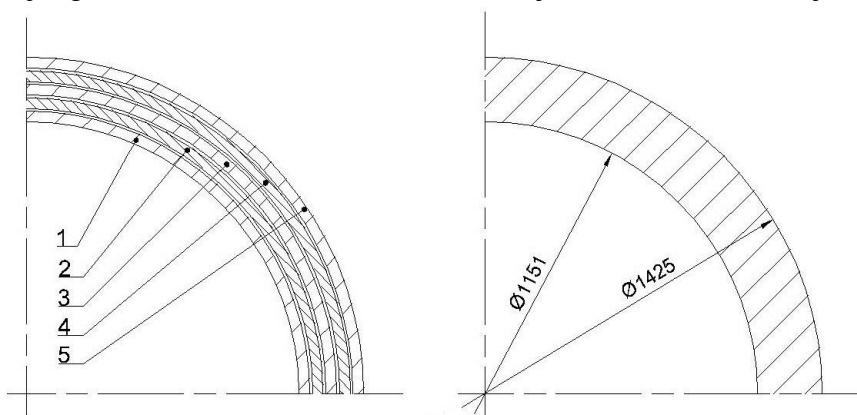
| | |
|---------------------------------------|----------|
| gustoća ρ , kg/m ³ | 875 |
| modul elastičnosti, N/mm ² | 1 690 |
| brzina zvuka v , m/s | 1 390,17 |

3. ODREĐIVANJE MODULA ELASTIČNOSTI I GUSTOĆE GLOBALNOG UZ POMOĆ DETALJNOG MODELA

Za potrebe vibroakustičke analize, struktura namota je pojednostavljena na način da su namoti koji se sastoje od niza međusobno odvojenih vodiča, kako u aksijalnom tako i u radijalnom smjeru, zamijenjeni punim cilindrom (kod VN namota) i dvama međusobno odvojenim punim cilindrima (kod NN namota). Stoga je potrebno odrediti materijalna svojstva tih pojednostavljenih (globalnih) modela na način da su im krutosti i mase jednake detaljnim modelima. To je ostvareno na način da su modificirane gustoća ρ i modul elastičnosti E .

3.1. VN namot

Pojednostavljene strukture VN namota prikazano je na slici 20. zajedno s dimenzijama, a dimenzije detaljnog modela dane su u tablici 6. referirajući se na sliku 20. (lijevo).



Slika 20. Skica tlocrta detaljnog (lijevo) i globalnog (desno) modela VN namota
 Tablica 6. Unutarnji i vanjski promjeri vodiča VN namota

| redni broj vodiča | vanjski (D_v) i unutarnji (D_u) promjer, mm |
|-------------------|---|
| 1 | $D_u = 1\ 151$ |
| | $D_v = 1\ 196,2$ |
| 2 | $D_u = 1\ 208,2$ |
| | $D_v = 1\ 253,4$ |
| 3 | $D_u = 1\ 265,4$ |
| | $D_v = 1\ 310,6$ |
| 4 | $D_u = 1\ 322,6$ |
| | $D_v = 1\ 367,8$ |
| 5 | $D_u = 1\ 379,8$ |
| | $D_v = 1\ 425$ |

3.1.1. Određivanje gustoće

Prema tablici 4, masa VN namota iznosi:

$$m_{\text{VN}} = 3\,903 \text{ kg}, \quad (3.1)$$

a gustoća bakra od kojeg su vodiči izrađeni iznosi, prema tablici 3.:

$$\rho_{\text{Cu}} = 8\,920 \text{ kg/m}^3. \quad (3.2)$$

Volumen pojednostavljenog modela VN namota izrađenog u programskome paketu *ANSYS Design Modeler* iznosi:

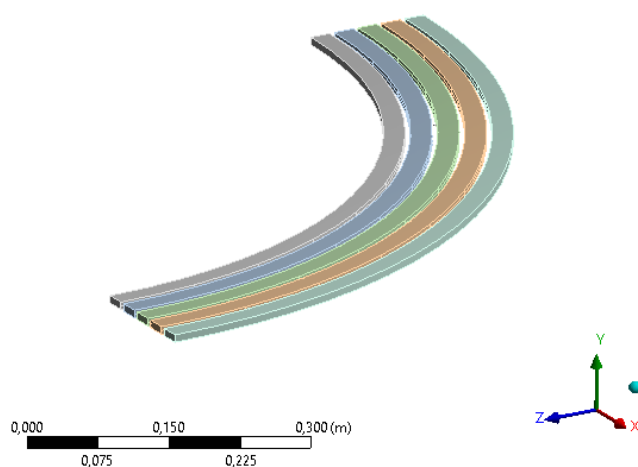
$$V_{\text{VN}} = 0,776094 \text{ m}^3. \quad (3.3)$$

Iz (3.1) i (3.3) lako je izračunati modificiranu gustoću bakra i usporediti je sa stvarnom (3.2). Ona iznosi:

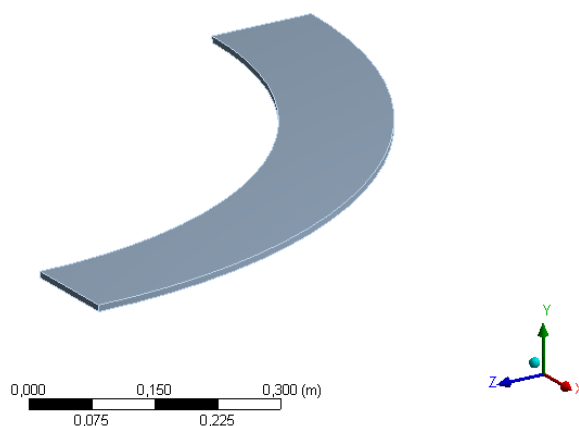
$$\rho_{\text{Cu_mod_VN}} = \frac{m_{\text{VN}}}{V_{\text{VN}}} = 5\,029 \text{ kg/m}^3. \quad (3.4)$$

3.1.2. Određivanje krutosti

Ovdje je uvedeno još jedno pojednostavljenje. Naime, za određivanje krutosti globalnog modela promatran je samo jedan sloj (po visini iliti u aksijalnom smjeru) njegovih vodiča. Aksijalna debljina ili visina jednog vodiča VN namota bez papirne izolacije iznosi, prema [9], $h_{\text{1VN}} = 8,42 \text{ mm}$. Kao što je već spomenuto, krutost je određena pomoću linearne statičke analize pri čemu je korišteno svojstvo simetrije. Na slici 21. prikazan je detaljni model, a na slici 22. globalni model VN namota.



Slika 21. Detaljni model jednog sloja vodiča VN namota za određivanje krutosti globalnog modela

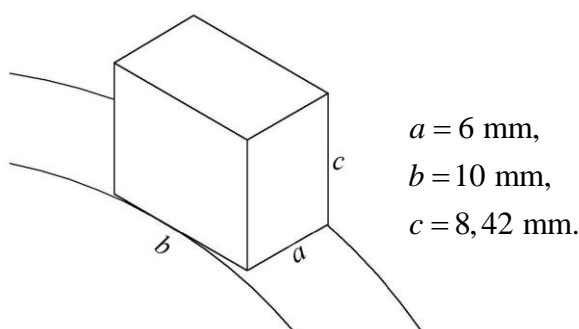


Slika 22. Globalni model jednog sloja vodiča VN namota za određivanje njegove krutosti

Na početku su određeni radijalni pomaci vanjske stjenke krajnjeg vanjskog vodiča detaljnog modela VN namota. U stvarnosti se između vodiča nalaze radijalne pločice, i to njih 40 po obodu (kutni razmak između svake je 9°), što je vidljivo i na slici 15. One su u ovoj statičkoj analizi u detaljnom modelu uzete u obzir u obliku opruga čija je krutost izračunata na način da su one promatrane kao štapi. Stoga je korišten sljedeći izraz za računanje aksijalne krutosti štapa:

$$k = \frac{AE}{l}, \quad (3.5)$$

gdje je A površina poprečnog presjeka štapa, E modul elastičnosti materijala štapa i l duljina štapa. Dimenzije radijalne pločice VN namota i njezina orijentacija između vodiča dane su na slici 23.



Slika 23. Dimenzije i orijentacija radijalne pločice VN namota

Promatranje pločice kao štapa jest jedna aproksimacija. Ovdje je kao duljina l iz (3.5) uzeta dimenzija a budući da na površine $b \cdot c$ naliježu vodiči namota. Modul elastičnosti pločice

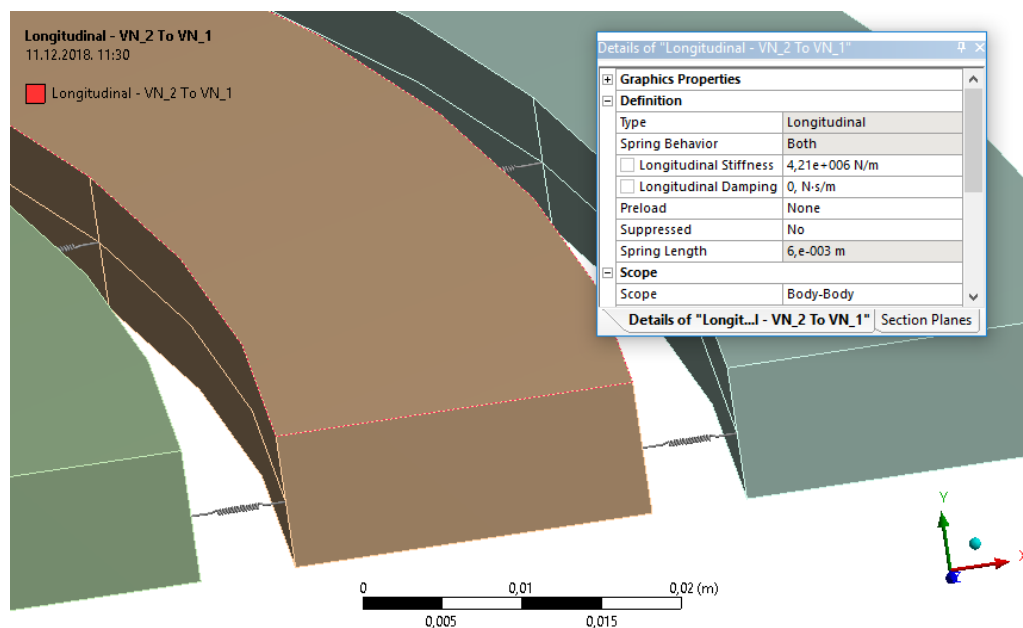
očitava se u dijagramu na slici 19. i, budući da one nisu opterećene montažnim pritiskom, on iznosi:

$$E_{pl_VN} = 300 \text{ MPa.} \quad (3.6)$$

Prema tome, krutost pločice, odnosno opruge kojom je ona zamijenjena iznosi:

$$k_{pl_VN} = \frac{b \cdot c \cdot E_{pl_VN}}{a} = 4,21 \cdot 10^6 \text{ N/m.} \quad (3.7)$$

Na slici 24. prikazane su opruge postavljene u programskom paketu *ANSYS Mechanical*, zajedno sa svojom krutošću, a koje nose oznaku *COMBIN14*.



Slika 24. Radijalne pločice kao opruge u VN namotu i njihova krutost

Opterećenje na vodiče narinuto je u obliku tlaka koji je izračunat prema izrazu na slici 18. pri čemu je za iznos sile \bar{F}_{cir} , prema slici 17., proizvoljno uzeta maksimalna vrijednost i to:

$$\bar{F}_{cir} = 8\,750 \text{ N/mm} \cdot 0,003023 = 26,45 \text{ N/mm.} \quad (3.8)$$

Kod VN namota, tlak se postavlja na unutarnju stjenku, budući da ga sile uslijed magnetskog polja žele radijalno raširiti, tj. one ga „napuhuju“ te on iznosi:

$$p_{VN} = \frac{\bar{F}_{cir}}{2R_u} = \frac{\bar{F}_{cir}}{D_{u_VN}} = 22\,981 \text{ Pa,} \quad (3.9)$$

pri čemu je $D_{u_VN} = 1\,151 \text{ mm}$, prema tablici 2.

Vrijednost tlaka iz (3.9) je vrijednost tlaka koji djeluje na unutarnju stjenku globalnog modela VN namota. U detaljnom modelu cilj je to opterećenje raspodijeliti na sve vodiče (njih 5), a raspodijeljeno je na način da je ukupna sila na svakom vodiču jednaka. Ukupna sila na jedan sloj vodiča VN namota iznosi:

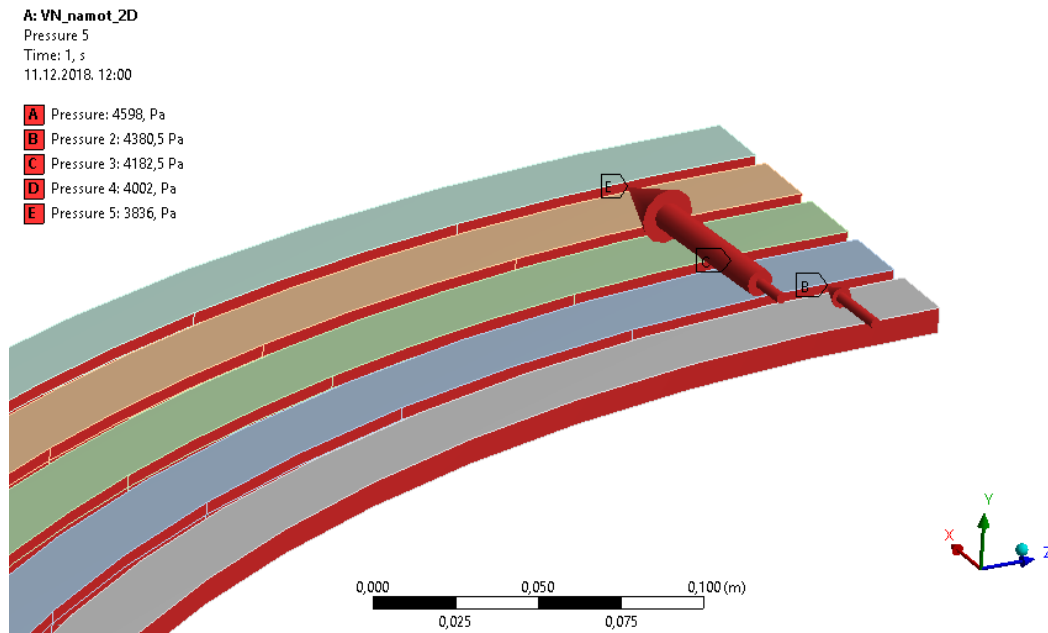
$$F_{1_VN} = \frac{1}{4} p_{VN} \cdot D_{u_VN} \cdot \pi \cdot h_{1_VN} = 175 \text{ N}, \quad (3.10)$$

a sila na svaki pojedini vodič je tada:

$$F_{1_VN-1} = \frac{1}{5} F_{1_VN} = 35 \text{ N}. \quad (3.11)$$

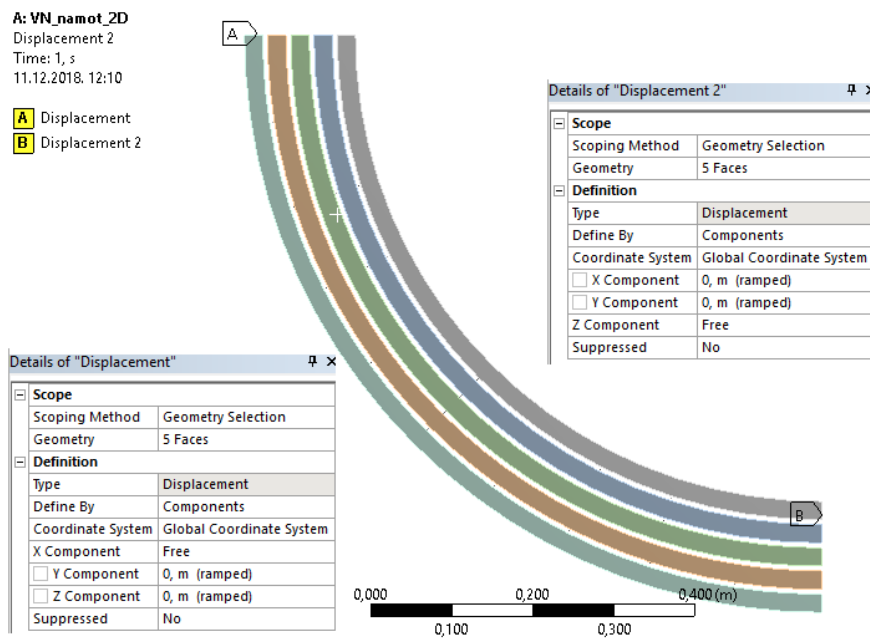
Uzimajući u obzir površine unutarnjih stjenki vodiča na slici 21. i silu iz (3.11), tlakovi na vodiče od krajnjeg unutarnjeg prema krajnjem vanjskom iznose redom:

$$\begin{aligned} p_{VN-1} &= 4\,598 \text{ Pa}, \\ p_{VN-2} &= 4\,380 \text{ Pa}, \\ p_{VN-3} &= 4\,182 \text{ Pa}, \\ p_{VN-4} &= 4\,002 \text{ Pa}, \\ p_{VN-5} &= 3\,836 \text{ Pa}. \end{aligned} \quad (3.12)$$



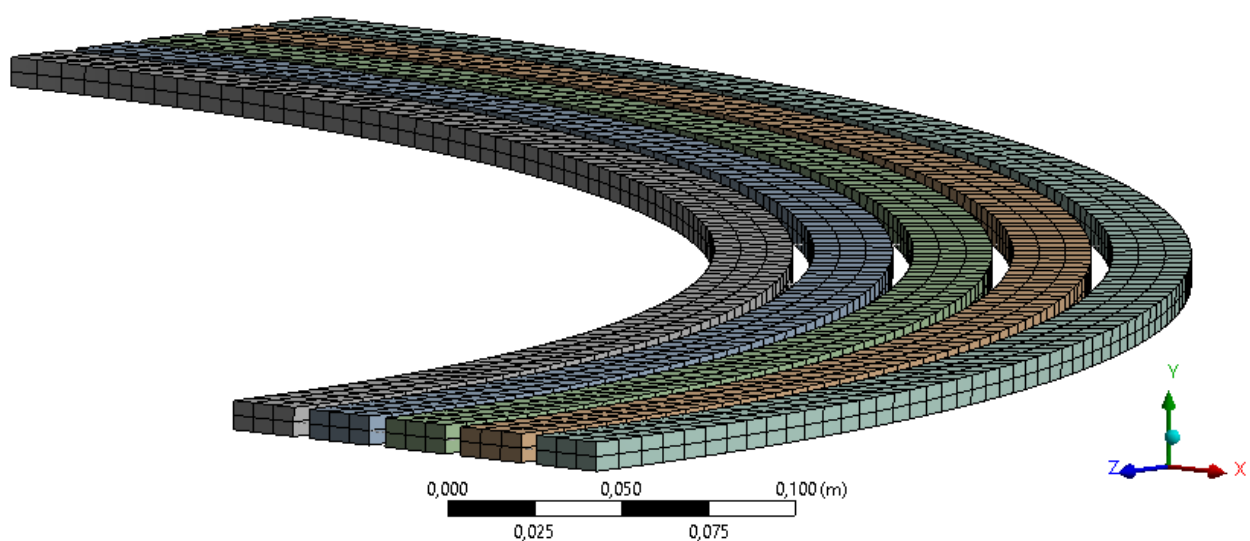
Slika 25. Prikaz tlakova na vodiče detaljnog modela VN namota u sučelju ANSYS Mechanical

Budući da je korištena samo jedna četvrtina modela, potrebno je definirati rubne uvjete simetrije, što je prikazano na slici 26.



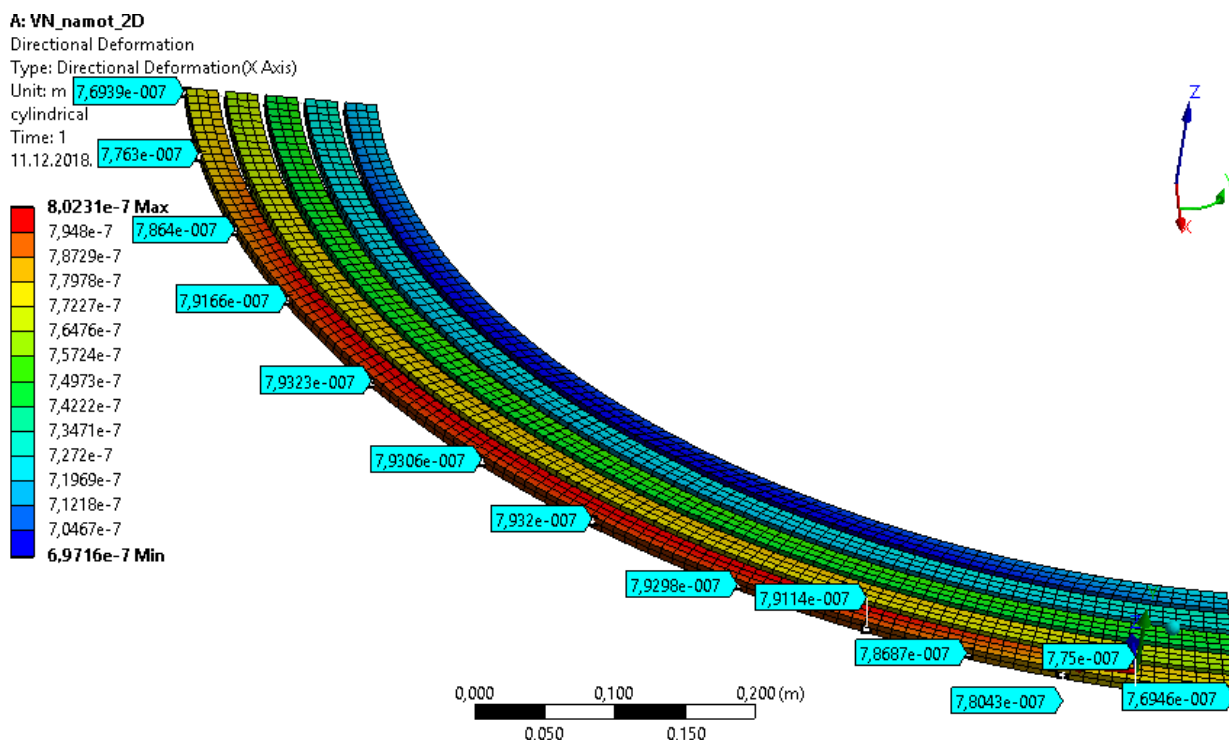
Slika 26. Definiranje rubnih uvjeta simetrije u detaljnom modelu VN namota

Nakon toga je potrebno definirati mrežu konačnih elemenata. Ovdje su korišteni kvadratni heksaedarski konačni elementi, *SOLID186* i površinski elementi, *SURF154*, koji se koriste na površinama na kojima se definira opterećenje (ovdje tlak), a definirani su na način da su „nalijepljeni“ na stranicu elementa *SOLID186* na kojoj djeluje tlak. Mreža konačnih elemenata, njih 3 162, prikazana je na slici 27.



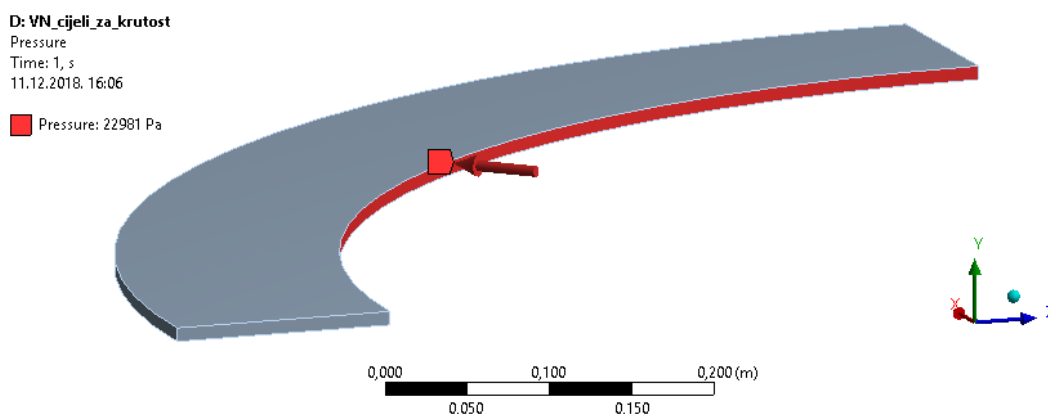
Slika 27. Mreža konačnih elemenata detaljnog modela VN namota (3 162 kvadratna elementa)

Na slici 28. dani su radijalni pomaci vanjske stjenke krajnjeg vanjskog vodiča.



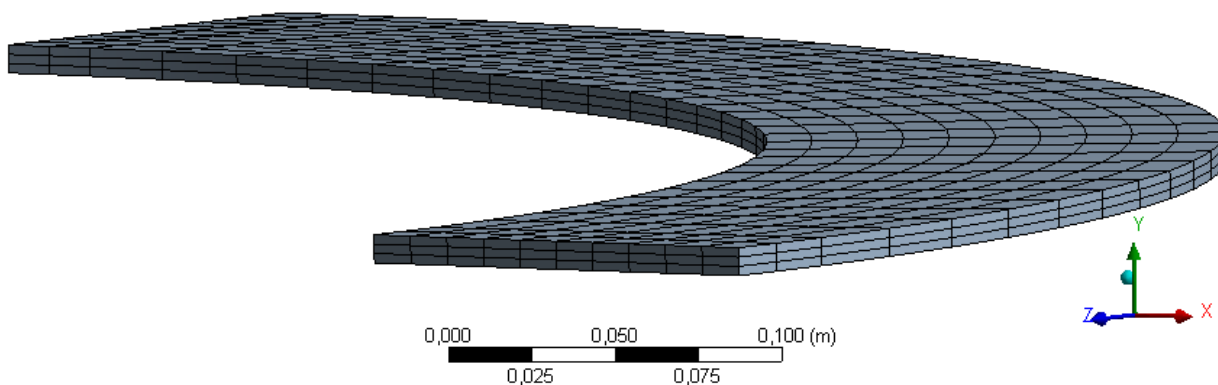
Slika 28. Radijalni pomaci vanjske stjenke krajnjeg vanjskog vodiča detaljnog modela VN namota

Sličan postupak proveden je i na globalnom modelu jednog sloja vodiča VN namota. Razlika je u tome što je ovdje opterećenje svedeno na jednu površinu, i to na unutarnju stjenku modela, kao što je prikazano na slici 29. Iznos tlaka koji je ovdje narinut je tlak iz (3.9).



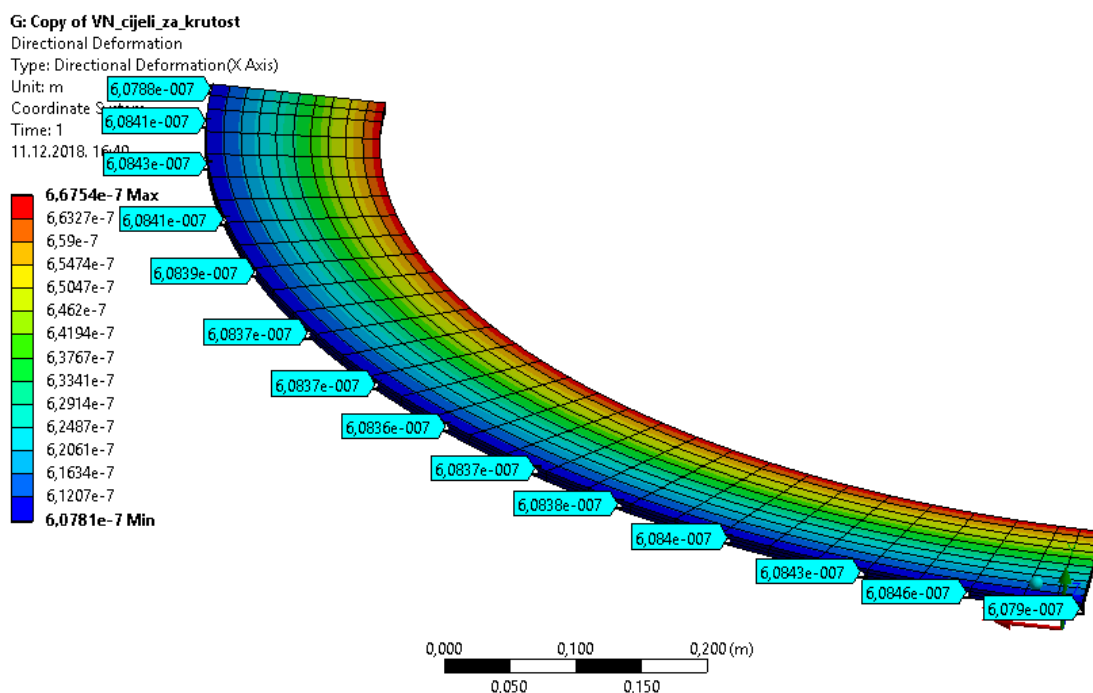
Slika 29. Opterećenje globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota

Rubni su uvjeti ovdje definirani na isti način kao i u detaljnom modelu, stoga neće biti ponovno prikazivani. Mreža konačnih elemenata sastoji se od kvadratnih heksaedarskih elemenata, *SOLID186* i površinskih elemenata, *SURF154*, a prikazana je na slici 30.



Slika 30. Mreža konačnih elemenata globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota (930 elemenata)

Na slici 31. prikazani su radijalni pomaci vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota. Ta stjenka fizikalno odgovara stjenki čiji su pomaci izračunati na slici 28.



Slika 31. Radijalni pomaci vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota

U tablici 7. izračunate su prosječne vrijednosti radijalnih pomaka vanjske stjenke globalnog i detaljnog modela, s time da prve dvije vrijednosti, gledano od rubnih uvjeta, nisu uzimane u obzir upravo zbog utjecaja rubnih uvjeta.

Tablica 7. Prosječne vrijednosti radijalnih pomaka vanjske stjenke globalnog i detaljnog modela jednog sloja vodiča VN namota

| radijalni pomak vanjske stjenke VN namota | |
|---|--|
| detaljni model, $u_{\text{rad_det}}$, m (10^{-7}) | globalni model, $u_{\text{rad_glob}}$, m (10^{-7}) |
| 7,864 | 6,0843 |
| 7,9166 | 6,0841 |
| 7,9323 | 6,0839 |
| 7,9306 | 6,0837 |
| 7,932 | 6,0836 |
| 7,9298 | 6,0837 |
| 7,9114 | 6,0837 |
| 7,8687 | 6,0840 |
| 7,8043 | 6,0843 |
| prosječna vrijednost = | |
| $7,9107 \cdot 10^{-7}$ m | $6,0838 \cdot 10^{-7}$ m |

Iz podataka u tablici 7. vidljivo je da je globalni model krući, tj. pri istom opterećenju ima manje pomake. Cilj je dobiti ekvivalentni modul elastičnosti globalnog modela na način da pomaci vanjske stjenke globalnog i detaljnog modela budu jednaki (njihove prosječne vrijednosti). Budući da je analiza linearna, linearan je i odnos pomaka i modula elastičnosti:

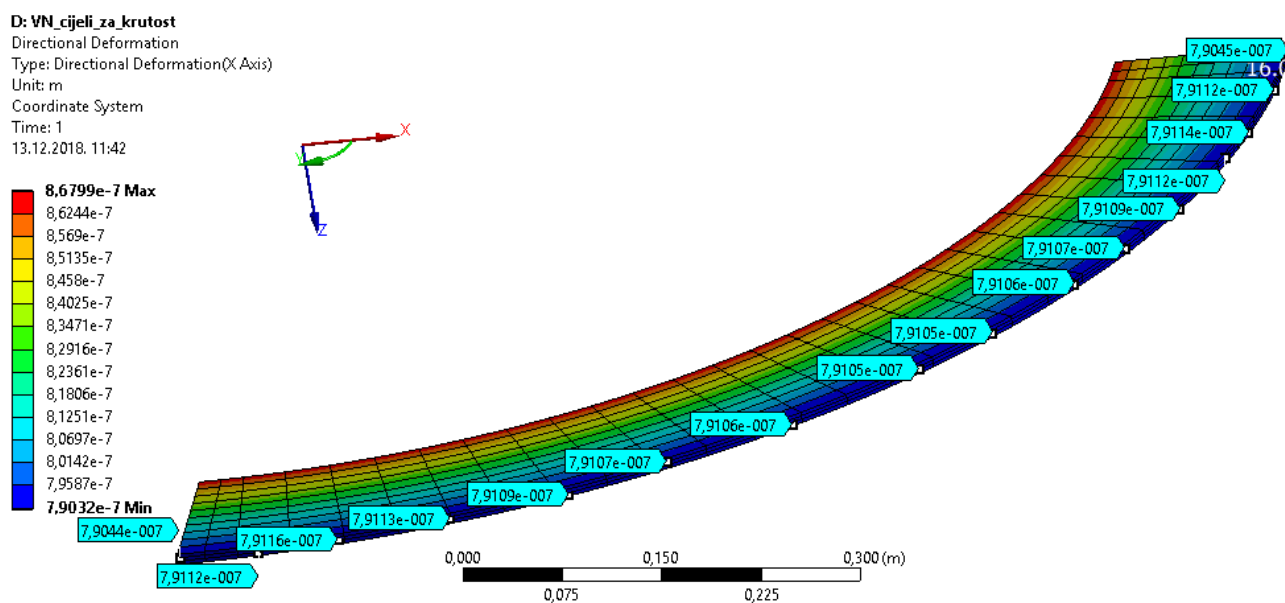
$$\frac{u_{\text{rad_det}}}{u_{\text{rad_glob}}} = \frac{E_{\text{Cu}}}{E_{\text{VN_ekv_glob}}}. \quad (3.13)$$

Zahvaljujući svojstvu (3.13), lako je odrediti ekvivalentni modul elastičnosti globalnog modela, $E_{\text{VN_ekv_glob}}$.

$$E_{\text{VN_ekv_glob}} = \frac{u_{\text{rad_glob}}}{u_{\text{rad_det}}} \cdot E_{\text{Cu}} = \frac{6,0838}{7,9107} \cdot 1,01 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad (3.14)$$

$$E_{\text{VN_ekv_glob}} = 7,7675022 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2.$$

Izrazom (3.14) definiran je modul elastičnosti globalnog modela VN namota koji će biti korišten u vibroakustičkoj analizi. Na slici 32. prikazani su pomaci globalnog modela VN namota, ali sa modulom elastičnosti $E_{VN_ekv_glob}$.



Slika 32. Radijalni pomaci vanjske stjenke globalnog modela jednog sloja vodiča VN namota sa modificiranim modulom elastičnosti

3.2. NN namot

Kod NN namota nije uvedeno nikakvo pojednostavljenje u tlocrtu namota, kao što je to učinjeno za VN namot na slici 22., budući da se u tlocrtu NN namot sastoji od samo dva vodiča (NN1 i NN2) između kojih se također nalaze radijalne pločice. Za razliku od VN namota, NN namot ima i aksijalne pločice, međutim, one ovdje nisu od značaja, budući da je i za NN namot promatran samo jedan sloj vodiča, kao i kod VN namota, a aksijalna debljina ili visina jednog vodiča iznosi $h_{1_NN} = 10,7$ mm. Promjeri vodiča definirani su tablicom 2. i slikom 16. Zbog aksijalnih pločica koje stvarna konstrukcija NN namota sadrži, potrebno je i ovdje izvršiti korekciju gustoće globalnog modela NN namota, budući da je on modeliran kao homogeni šuplji cilindar.

3.2.1. Određivanje gustoće

Prema tablici 4. masa NN namota iznosi:

$$m_{\text{NN}} = m_{\text{NN1}} + m_{\text{NN2}} = 1\,797 \text{ kg}, \quad (3.15)$$

a gustoća bakra od kojeg su vodiči izrađeni iznosi, kao i za VN namot, prema tablici 3.:

$$\rho_{\text{Cu}} = 8\,920 \text{ kg/m}^3. \quad (3.16)$$

Volumen pojednostavljenog modela NN namota izrađenog u programskome paketu *ANSYS Design Modeler* iznosi:

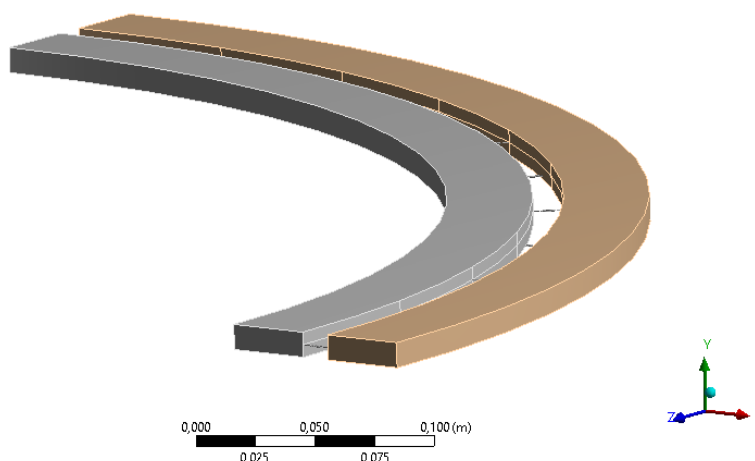
$$\begin{aligned} V_{\text{NN}} &= V_{\text{NN1}} + V_{\text{NN2}} = 0,1496278 \text{ m}^3 + 0,16514473 \text{ m}^3, \\ V_{\text{NN}} &= 0,314772504 \text{ m}^3. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Iz (3.15) i (3.17) lako je izračunati modificiranu gustoću bakra NN namota i usporediti je sa stvarnom (3.16). Ona iznosi:

$$\rho_{\text{Cu_mod_NN}} = \frac{m_{\text{NN}}}{V_{\text{NN}}} = 5\,709 \text{ kg/m}^3. \quad (3.18)$$

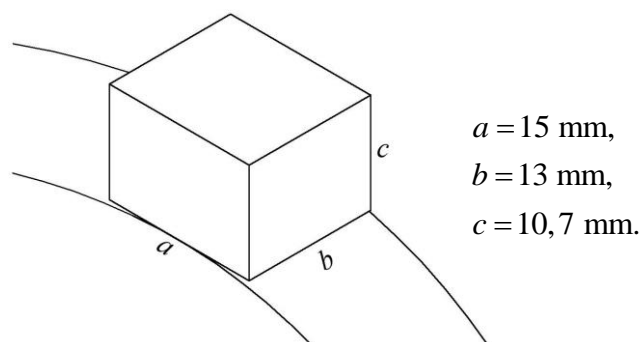
3.2.2. Određivanje krutosti

Postupak određivanja krutosti se za NN namot ponešto razlikuje od onoga za VN namot. Ovdje je u jednoj linearnoj statičkoj analizi ispitan tzv. detaljni model koji sadrži namote NN1 i NN2 povezane oprugama koje predstavljaju radijalne pločice. Nakon toga slijede još dvije zasebne linearne statičke analize, jedna koja se odnosi posebno na NN1 namot i druga posebno na NN2 namot. Pomaci unutarnjih stjenki namota NN1 i NN2 iz detaljnog modela uspoređeni su sa pomacima unutarnje stjenke namota NN1 i NN2 dobivenima u zasebnim analizama i dovedeni u vezu na isti način kao što je to učinjeno i za VN namot. Na slici 33. prikazan je detaljni model sa oprugama koje zamjenjuju radijalne pločice, a zasebni modeli NN1 i NN2 namota izgledaju identično, s tim da su, kao što je već spomenuto, promatrani odvojeno, bez opruga. I ovdje je korišteno svojstvo simetrije.



Slika 33. Detaljni model NN namota sa oprugama između vodiča

Za početak određeni su pomaci unutarnjih stjenki NN1 i NN2 namota u detaljnom modelu, a za to je, između ostalog, potrebno odrediti i krutosti radijalnih pločica. To je učinjeno na isti način kao i za VN namot. Pločice su promatrane kao opruge, a krutosti su dobivene iz izraza za aksijalnu krutost štapova. Na slici 34. prikazana je radijalna pločica NN namota sa dimenzijama i njena orijentacija između namota, tj. vodiča NN1 i NN2.



Slika 34. Dimenzije i orijentacija radijalne pločice NN namota

Modul elastičnosti pločice očitava se iz dijagrama sa slike 19. i, budući da ni one nisu opterećene montažnim pritiskom, njihov je modul elastičnosti jednak onome za radijalne pločice VN namota:

$$E_{pl_NN} = E_{pl_VN} = 300 \text{ MPa.} \quad (3.19)$$

Izraz za aksijalnu krutost štapa glasi, kao i (3.5):

$$k = \frac{AE}{l}, \quad (3.20)$$

pri čemu je l zamijenjen s b , stoga aksijalna krutost radijalne pločice NN namota iznosi:

$$k_{pl_NN} = \frac{a \cdot c \cdot E_{pl_NN}}{b} = 3,704 \cdot 10^6 \text{ N/m.} \quad (3.21)$$

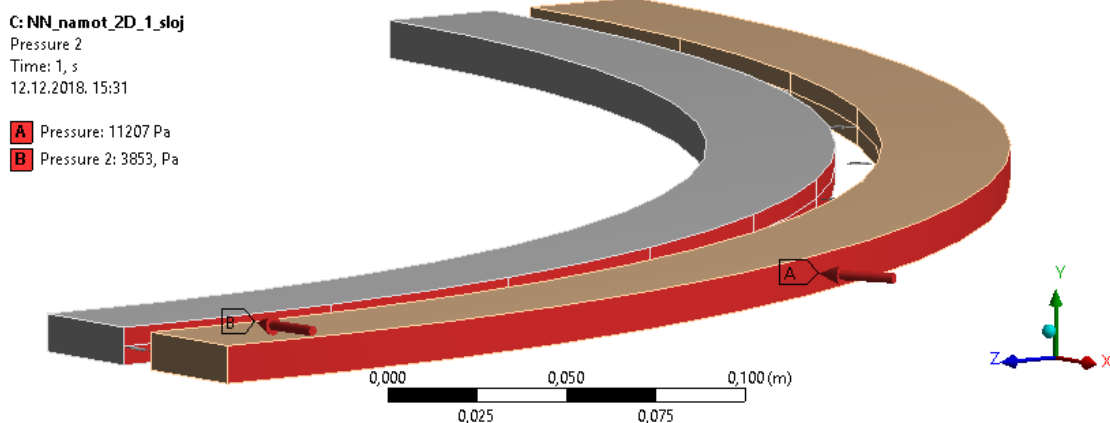
Opterećenje na namote je i ovdje definirano tlakom, ali tlakom koji djeluje na vanjske stjenke namota, budući da sile uslijed elektromagnetskog polja nastoje radijalno stlačiti NN namot. Tlak je izračunat iz sile \bar{F}_{cir} iz dijagrama na slici 17. pomoću izraza na slici 18., s time da je tlak sveden na vanjsku stjenku. Za vrijednost sile \bar{F}_{cir_NN1-1} uzeta je njena prosječna vrijednost za NN1 namot (1 250 N/mm) pa zato tlak na NN1 namot iznosi:

$$p_{NN1} = \frac{\bar{F}_{cir_NN1-1}}{D_{v_NN1}} = \frac{1,25 \cdot 10^6 \text{ N/m} \cdot 0,003023}{0,981 \text{ m}} = 3\,853 \text{ Pa.} \quad (3.22)$$

Za vrijednost sile \bar{F}_{cir_NN2-1} uzeta je njena prosječna vrijednost za NN2 namot (4 000 N/mm) pa zato tlak na NN2 namot iznosi:

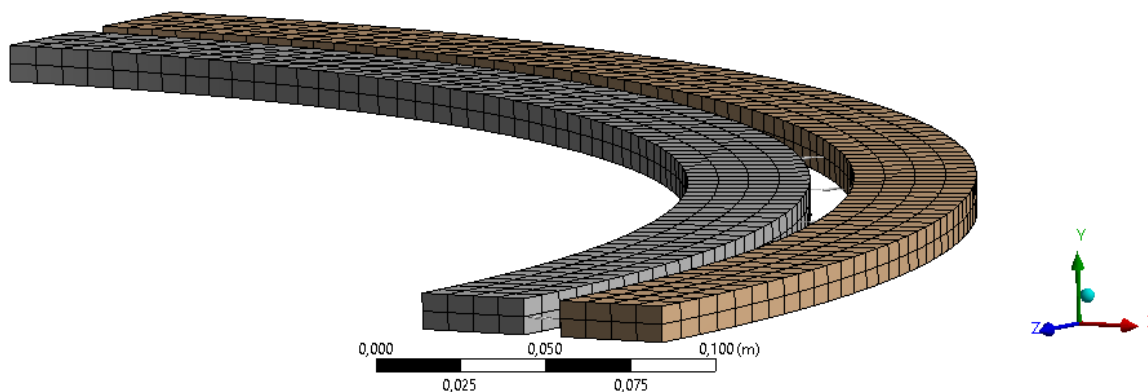
$$p_{NN2} = \frac{\bar{F}_{cir_NN2-1}}{D_{v_NN2}} = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ N/m} \cdot 0,003023}{1,079 \text{ m}} = 11\,207 \text{ Pa.} \quad (3.23)$$

Opterećenje detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota prikazano je na slici 35.



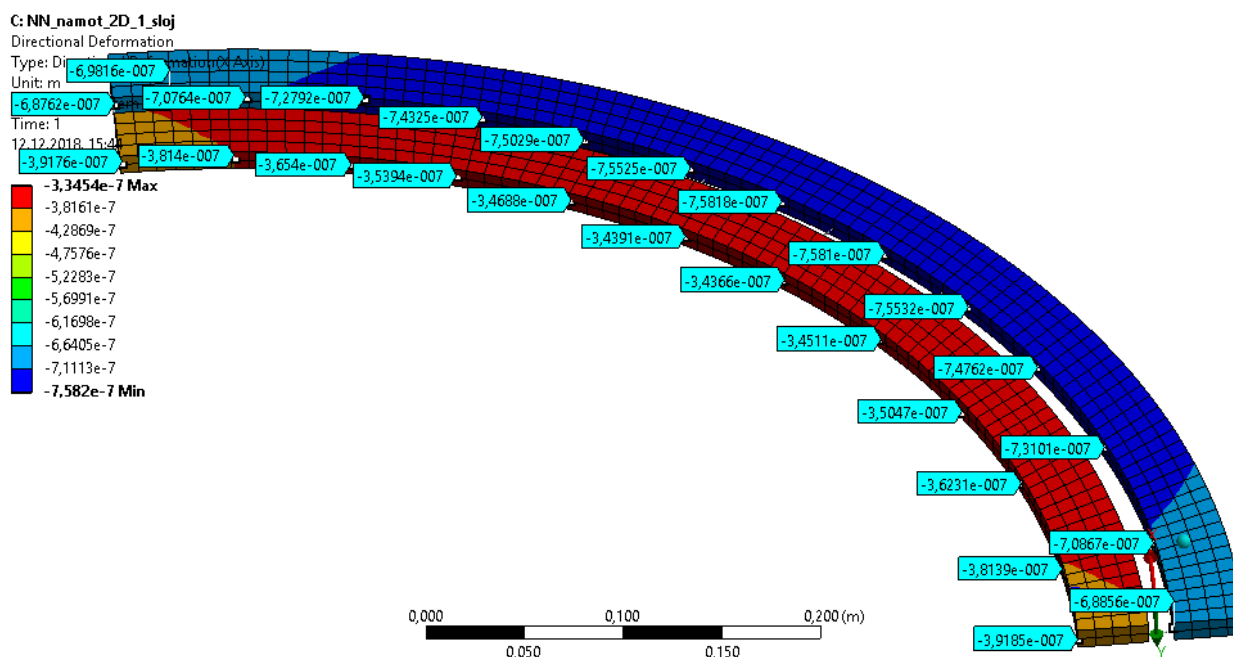
Slika 35. Prikaz opterećenja tlakom detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota

Budući da je korišteno svojstvo simetrije, potrebno je definirati rubne uvjete simetrije, međutim, oni ovdje nisu prikazani, jer se definiraju na identičan način kao i u analizi za određivanje ekvivalentne krutosti VN namota (slika 24.). Na slici 36. prikazana je mreža konačnih elemenata. I ovdje su korištene 3 vrste elemenata koje su već definirane u poglavlju 3.1.2, ukupno njih 1 272.



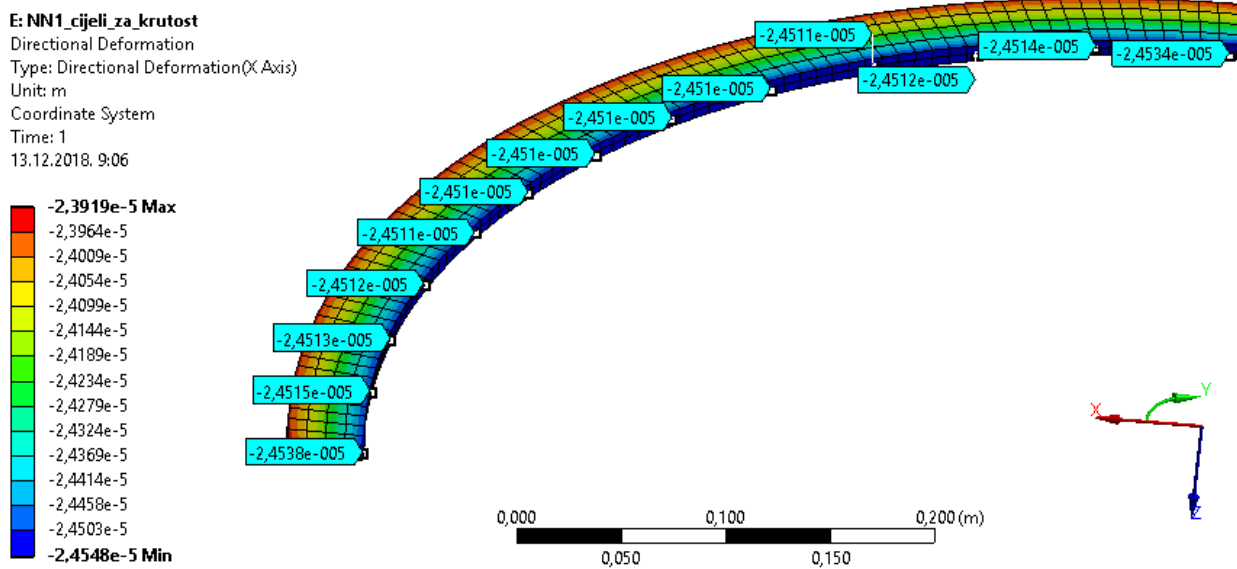
Slika 36. Mreža konačnih elemenata detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota (1 272 elementa)

Na slici 37. prikazani su pomaci unutarnjih stjenki vodiča.

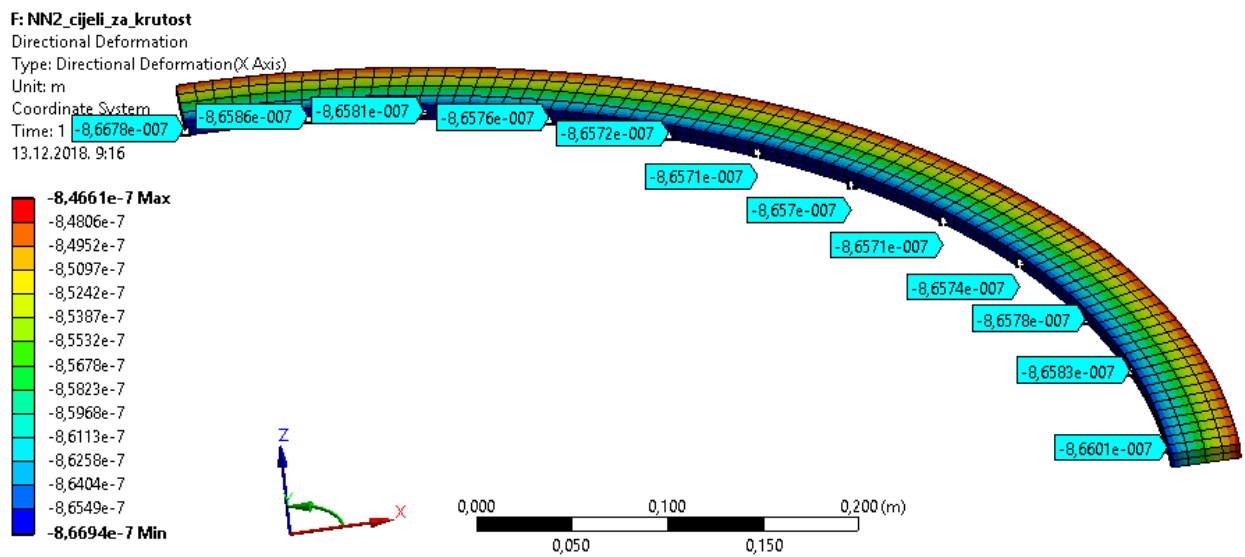


Slika 37. Radijalni pomaci unutarnjih stjenki vodiča detaljnog modela jednog sloja vodiča NN namota

Sljedeći korak je računanje pomaka unutarnjih stjenki namota NN1 i NN2 u zasebnim analizama. Opterećenja, rubni uvjeti i mreža konačnih elemenata su jednaki kao i u prethodnoj analizi, stoga nema razloga za ponavljanjem. Jedina razlika je što je svaki vodič analiziran zasebno. Na slici 38. prikazani su radijalni pomaci unutarnje stjenke vodiča namota NN1, a na slici 39. radijalni pomaci unutarnje stjenke vodiča namota NN2.



Slika 38. Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN1



Slika 39. Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN2

U tablici 8. prikazane su vrijednosti radijalnih pomaka unutarnje stjenke vodiča namota NN1 i NN2 iz globalnog i detaljnog modela i njihove prosječne vrijednosti.

Tablica 8. Vrijednosti radijalnih pomaka unutarnje stjenke vodiča namota NN1 i NN2 iz globalnog i detaljnog modela i njihove prosječne vrijednosti

| radijalni pomak unutarnje stjenke namota | | | |
|---|---|--|--|
| detaljni model | | globalni model | |
| NN1, $u_{\text{rad_det_NN1}}$, m (10^{-7}) | NN2, $u_{\text{rad_det_NN2}}$, m (10^{-7}) | NN1, $u_{\text{rad_glob_NN1}}$, m (10^{-7}) | NN2, $u_{\text{rad_glob_NN2}}$, m (10^{-7}) |
| - 3,6540 | - 7,2792 | - 2,4512 | - 8,6581 |
| - 3,5394 | - 7,4325 | - 2,4511 | - 8,6576 |
| - 3,4688 | - 7,5029 | - 2,4510 | - 8,6572 |
| - 3,4391 | - 7,5525 | - 2,4510 | - 8,6571 |
| - 3,4366 | - 7,5818 | - 2,4510 | - 8,6570 |
| - 3,4511 | - 7,5810 | - 2,4510 | - 8,6571 |
| - 3,5047 | - 7,5532 | - 2,4511 | - 8,6574 |
| - 3,6231 | - 7,4762 | - 2,4512 | - 8,6578 |
| - 3,6231 | - 7,3101 | - 2,4514 | - 8,6583 |
| prosječna vrijednost = | | | |
| - 3,5146 · 10 ⁻⁷ m | - 7,4744 · 10 ⁻⁷ m | - 2,4512 · 10 ⁻⁷ m | - 8,6578 · 10 ⁻⁷ m |

Iz prosječnih vrijednosti pomaka iz tablice 8. vidi se da je model jednog vodiča namota NN1 u globalnom modelu krući od onoga u detaljnom, budući da isto opterećenje uzrokuje manje pomake. To se na prvi pogled može činiti neočekivanim, budući da se radi o modelu identične geometrije s identičnim opterećenjem. Međutim, objašnjenje postoji i počiva na oprugama. Naime, vodič NN2 je većeg promjera, i još k tome ima veći iznos tlaka za opterećenje od vodiča NN1. Iz tog su razloga njegovi radijalni pomaci veći, što je i vidljivo u tablici 8. Zbog toga se opruge između vodiča NN1 i NN2 tlače i na taj način opterećuju vodiče, vodič NN1 u smjeru narinutog tlaka, a vodič NN2 u smjeru suprotnom od smjera narinutog tlaka. Efekt na vodič NN2 je suprotan, isto opterećenje u globalnom modelu uzrokuje veće pomake nego u detaljnom modelu, i to upravo zbog sile uslijed opruge koja djeluje u smjeru suprotnom od smjera narinutog tlaka.

Kako su i ove analize linearne, u linearnu vezu se mogu dovesti prosječne vrijednosti pomaka i modul elastičnosti:

$$\frac{u_{\text{rad_det_NN1}}}{u_{\text{rad_glob_NN1}}} = \frac{E_{\text{Cu}}}{E_{\text{NN1_ekv_glob}}}, \quad (3.24)$$

$$\frac{u_{\text{rad_det_NN2}}}{u_{\text{rad_glob_NN2}}} = \frac{E_{\text{Cu}}}{E_{\text{NN2_ekv_glob}}}. \quad (3.25)$$

Iz (3.24) je lako odrediti $E_{\text{NN1_ekv_glob}}$:

$$E_{\text{NN1_ekv_glob}} = \frac{u_{\text{rad_glob_NN1}}}{u_{\text{rad_det_NN1}}} E_{\text{Cu}} = \frac{-2,4512}{-3,5146} \cdot 1,01 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad (3.26)$$

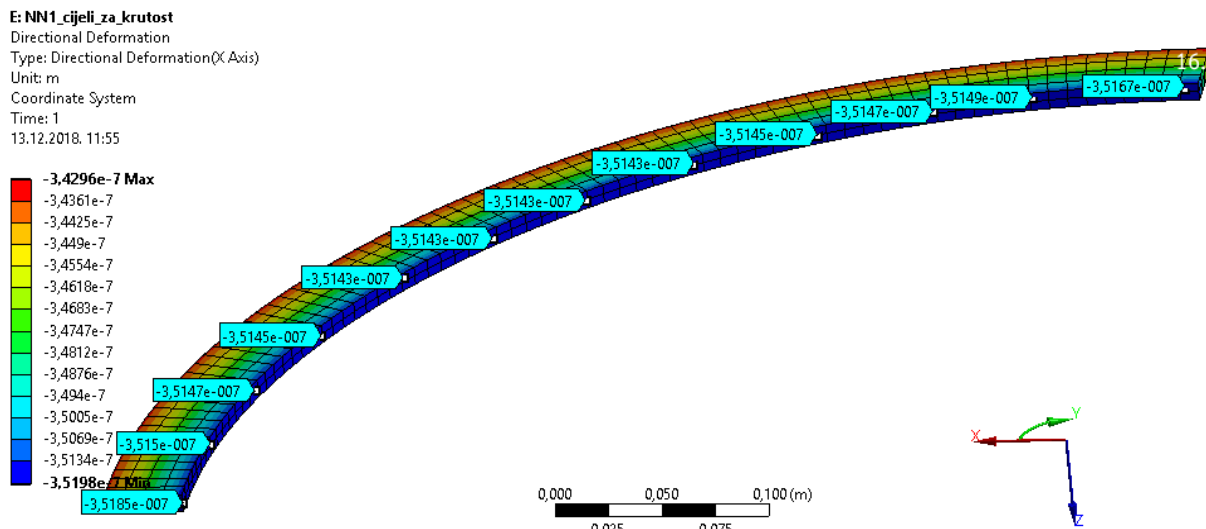
$$E_{\text{NN1_ekv_glob}} = 7,04407898 \cdot 10^{10} \text{ Pa},$$

a iz (3.25) $E_{\text{NN2_ekv_glob}}$:

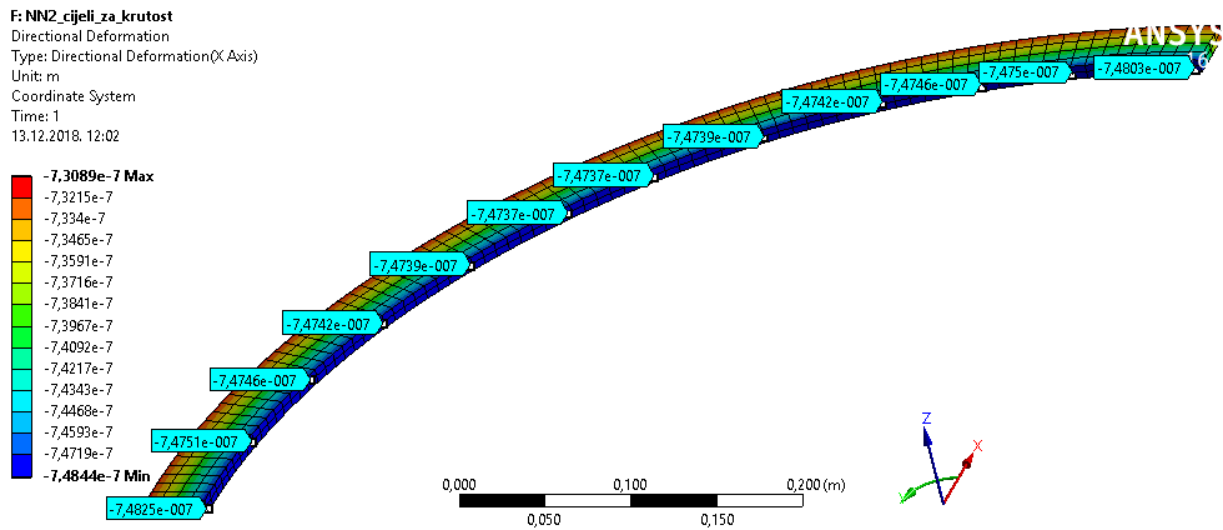
$$E_{\text{NN2_ekv_glob}} = \frac{u_{\text{rad_glob_NN2}}}{u_{\text{rad_det_NN2}}} E_{\text{Cu}} = \frac{-8,6578}{-7,4744} \cdot 1,01 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad (3.27)$$

$$E_{\text{NN2_ekv_glob}} = 1,16991 \cdot 10^{11} \text{ Pa}.$$

Na slici 40. prikazani su radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN1, a na slici 41. radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN2 i to za modul elastičnosti $E_{\text{NN1_ekv_glob}}$, odnosno $E_{\text{NN2_ekv_glob}}$.

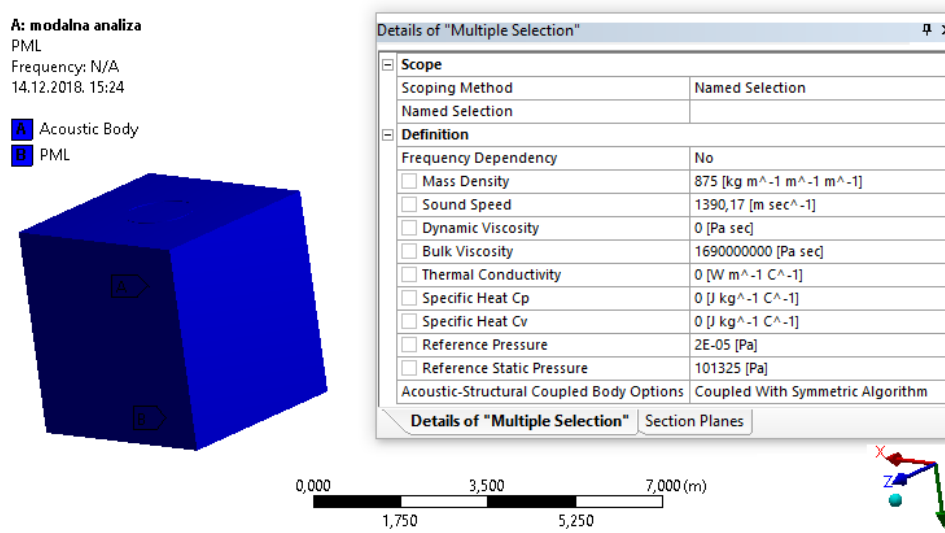


Slika 40. Radijalni pomaci unutarnje stjenke globalnog modela vodiča namota NN1 s modificiranim modulom elastičnosti



Slika 41. Radijalni pomaci unutarne stjenke globalnog modela vodiča namota NN2 s modificiranim modulom elastičnosti

fluida te fluid u njega ne može prodirati. I na slici 42. može se vidjeti da u modelu nema jezgre, ostala je samo šupljina. Definirana su dva volumena akustičkog medija, pri čemu su namoti, jezgra i volumeni akustičkog medija modelirani kao *Multibody Part*, što znači da se model sastoji od samo jednog dijela sa više tijela (*one part, multiple bodies*). Na taj se način izbjegava primjena kontakata u analizi što bi već ionako računalo zahtjevan proračun učinilo još zahtjevnijim. Ti akustički volumeni imaju oblik kvadra i šupljeg kvadra. Unutarnji volumen je kvadar i definiran je tako da okružuje namote, pri čemu mu je granica na 1 000 mm od vanjskih stjenki VN namota, dakle dimenzije tog kvadra su 3 425 mm x 3 425 mm x 3 611 mm, a namoti su smješteni u njegovom središtu. Rubni volumen je šuplji kvadar i on okružuje puni kvadar, i to 300 mm sa svake njegove strane. Međutim, ti volumeni, tj. kvadri podijeljeni su na nekoliko dijelova da bi se lakše definirala pravilna mreža konačnih elemenata. Slika 42. (desno) prikazuje to zadnje stanje, nakon što su volumeni akustičkog medija particionirani. Osim geometrijski, akustički medij potrebno je definirati i u postavkama analize. Definirana su dva odvojena akustička tijela (*Acoustic Body*) jer jedno od tijela (rubni volumen) predstavlja granični medij koji upija zvučne podražaje, tj. predstavlja beskonačnu granicu akustičkog medija (*PML - Perfectly Matched Layer*). Definicija akustičkih tijela prikazana je na slici 43. Unutarne akustičko tijelo se, dakako, ne vidi jer je okruženo onim rubnim.

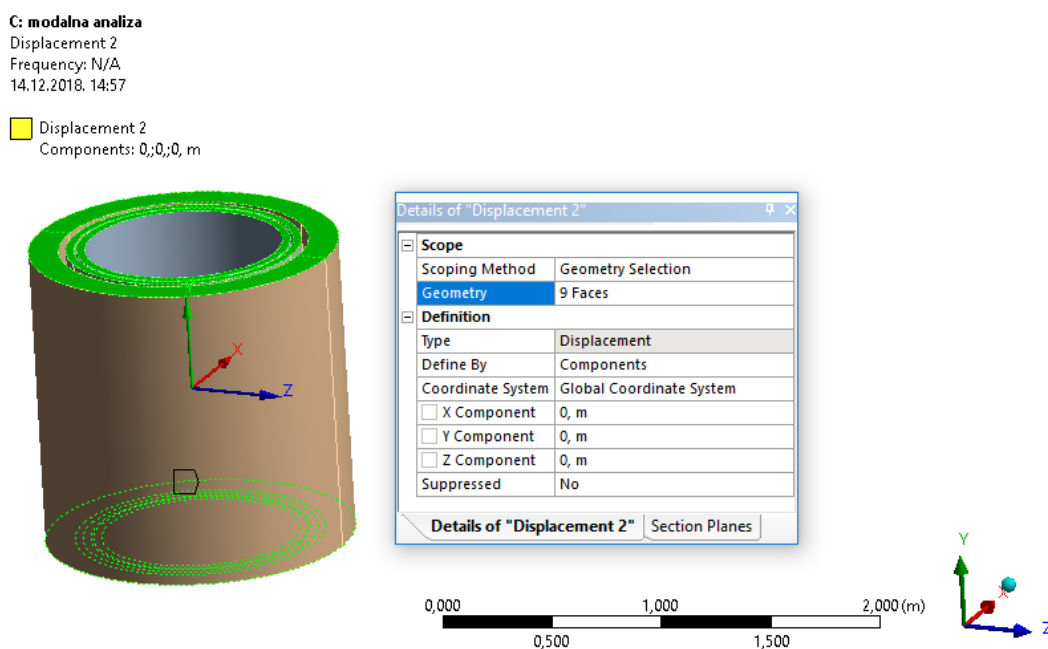


Slika 43. Definiranje akustičkih tijela u modalnoj analizi

Oba volumena akustičkog medija imaju svojstva transformatorskog ulja, prema tablici 5., što je prikazano na slici 43. Kako transformatorsko ulje, tj. akustički medij utječe na forme

vibriranja, iz predostrožnosti je u postavkama analize postavljeno da program pronađe sto (100) vlastitih frekvencija i formi u rasponu frekvencija od 50-150 Hz, ali bez prigušenja.

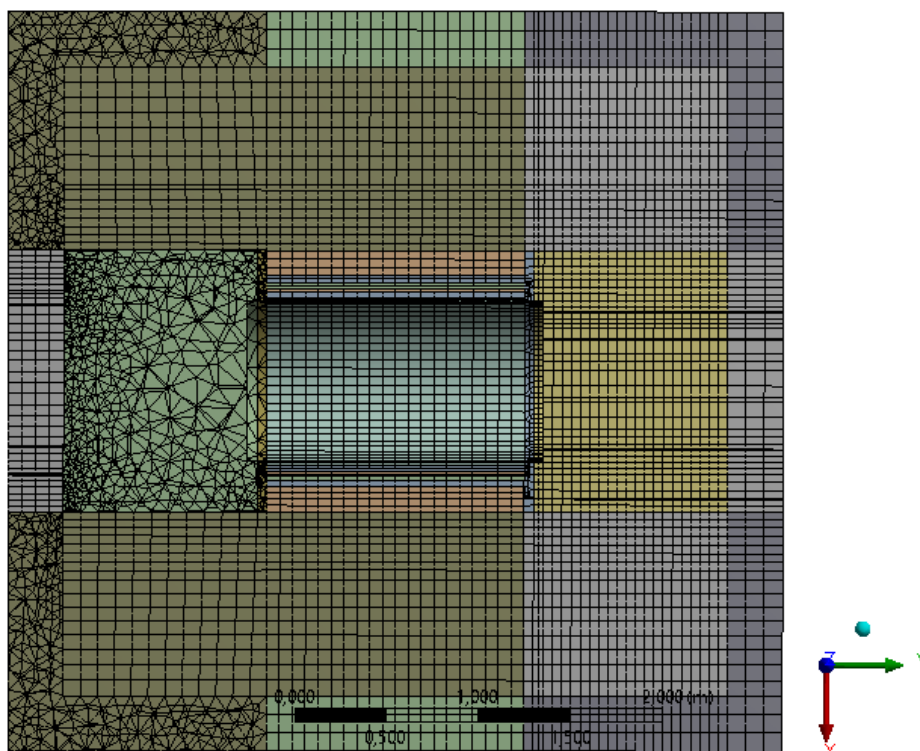
Namoti su, prema [9], sa gornje i donje strane stlačeni tlačnim pločama, i to montažnim pritiskom definiranim u 2.2.2. Iz tog su razloga na krajeve namota, na mjesta gdje naliježu tlačne ploče, stavljeni rubni uvjeti uklještenja kako je prikazano na slici 44.



Slika 44. Rubni uvjeti uklještenja na krajevima namota

Na svim plohama namota NN1, NN2 i VN definirana je interakcija između fluida i strukture (*FSI – Fluid-Structure Interface*) kojom se u analizu uključuje Greenova funkcija objašnjena u 1.3.3. Njome se omogućuje prenošenje zvuka sa namota na transformatorsko ulje i obrnuto, tj. interakcija ulja i namota.

Na slici 45. prikazan je presjek mreže konačnih elemenata u aksijalnom smjeru (uzdužna os namota leži vodoravno). Težnja je bila dobiti što pravilniju mrežu, tj. što više heksaedarskih konačnih elemenata, međutim, to nije postignuto u svim segmentima akustičkog medija. Korišteni su kvadratni konačni elementi, i to sljedećih vrsta: *FLUID220*, heksaedarski serendipity konačni element za diskretizaciju fluida čiji čvorovi mogu kolabirati jedan u drugi na način da on tvori tetraedar, piramidu ili klin, *FLUID221*, tetraedarski konačni element za diskretizaciju fluida i *SOLID186*, heksaedarski serendipity konačni element za diskretizaciju struktura čiji čvorovi mogu kolabirati jedan u drugi na način da on tvoji tetraedar, piramidu ili klin.



Slika 45. Mreža konačnih elemenata za modalnu analizu (366 362 elementa)

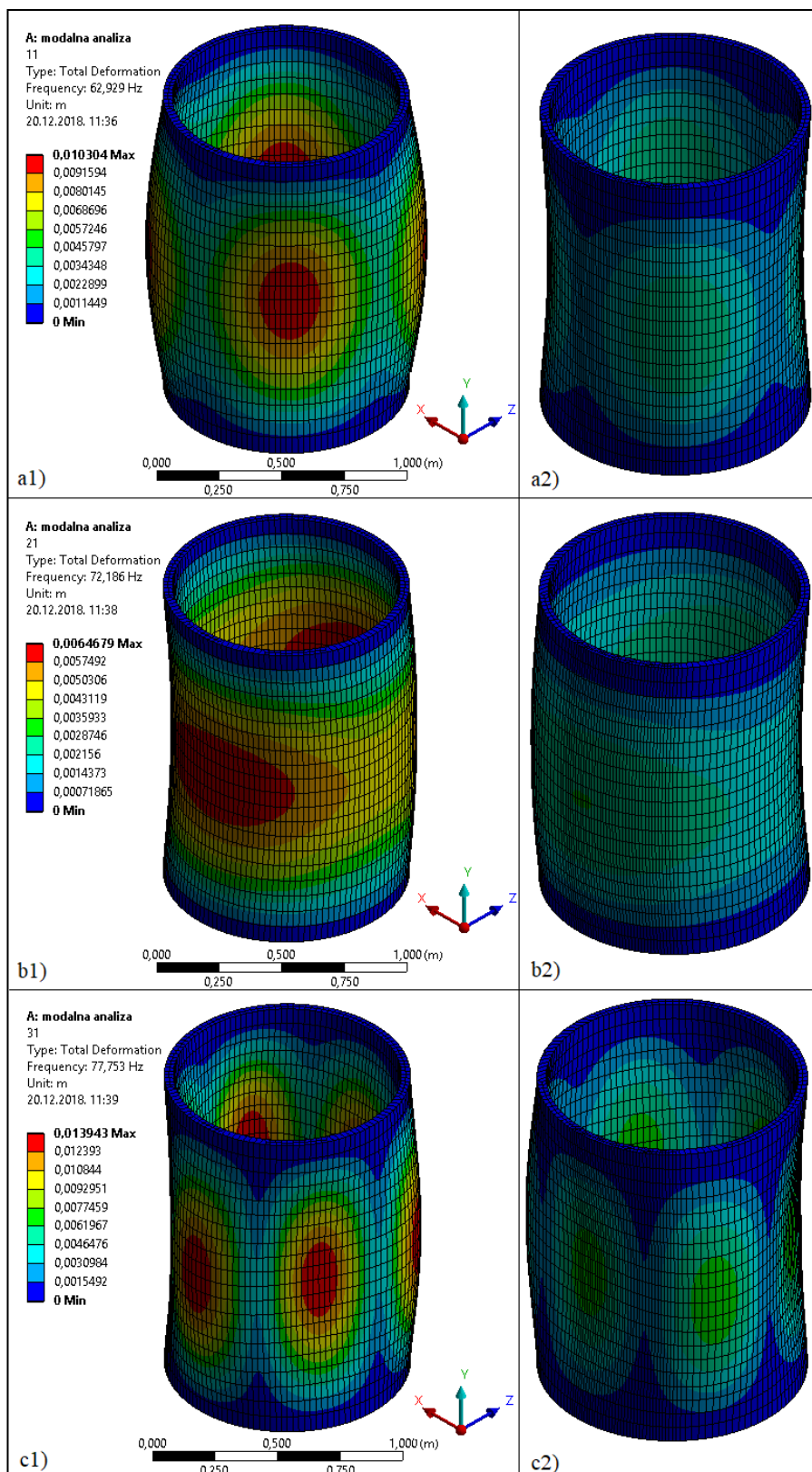
4.2. Rezultati modalne analize

Provođenjem analize prema zadanim postavkama u rasponu od 50 do 150 Hz pronađeno je šest formi vibriranja i šest pripadnih vlastitih frekvencija sustava.

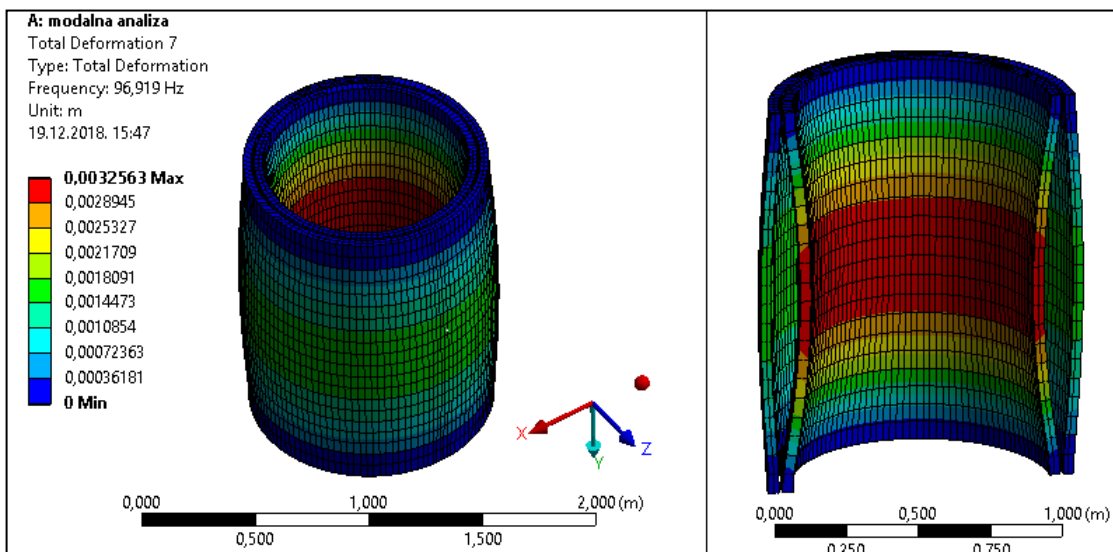
Tablica 9. Vlastite frekvencije globalnog sustava namota po formama

| forma vibriranja | vlastita frekvencija, f , Hz |
|------------------|--------------------------------|
| 1. | 62,929 |
| 2. | 72,186 |
| 3. | 77,753 |
| 4. | 96,919 |
| 5. | 135,14 |
| 6. | 135,29 |

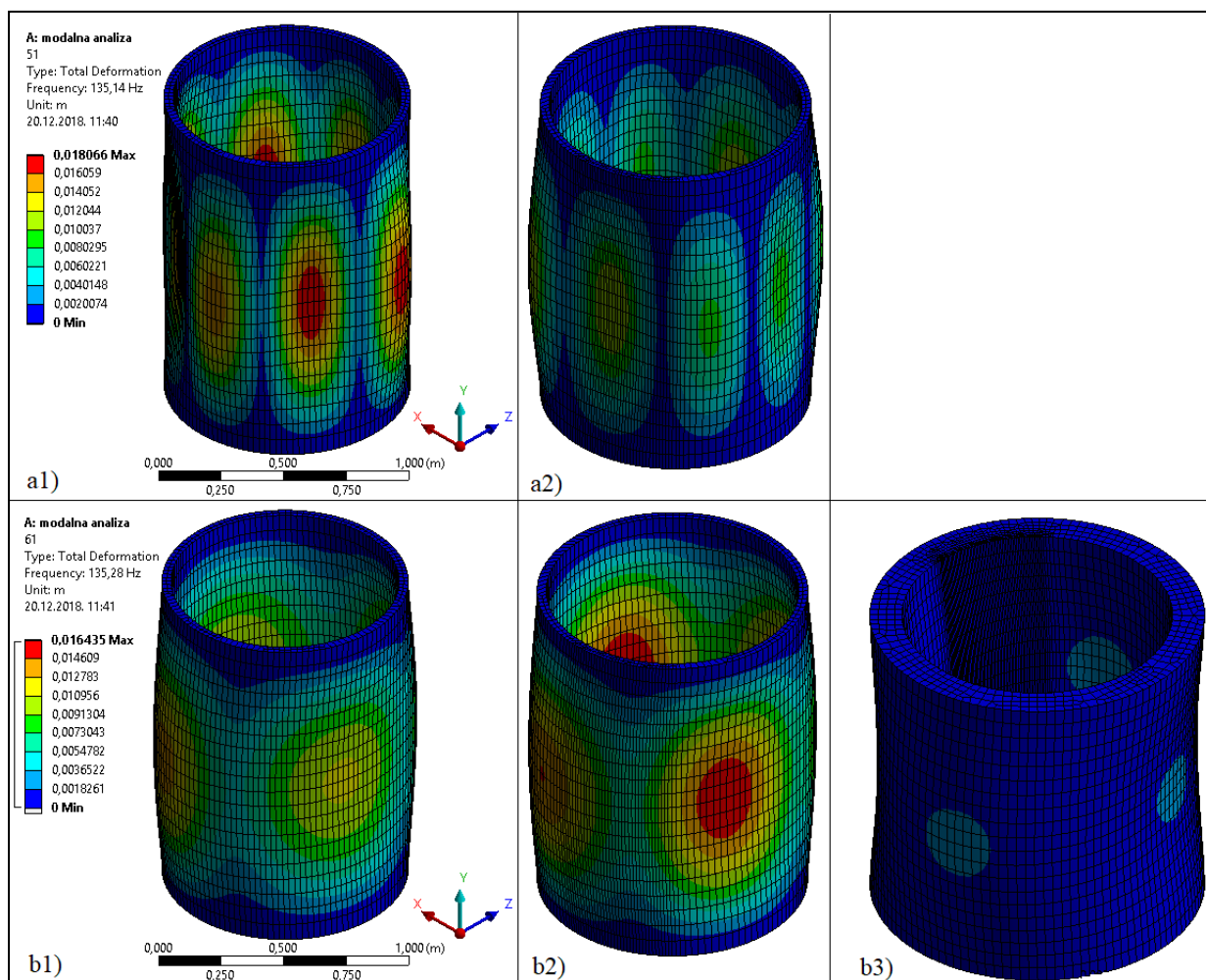
Opterećenje na namote uslijed magnetskih sila djeluje na frekvenciji od 100 Hz, stoga je najopasnija forma vibriranja forma četiri na frekvenciji od 96,919 Hz \approx 97 Hz. Slika 46. prikazuje forme vibriranja 1., 2. i 3., pri čemu su NN1 i NN2 prikazani odvojeno. Akustički medij i VN namot su sakriveni radi bolje vizualizacije. Krutost VN namota je puno veća od namota NN, stoga je njegova prva forma vibriranja tek na frekvenciji od 135,29 Hz.



Slika 46. Prve tri vlastite forme vibriranja globalnog modela namota sa sakrivenim akustičkim medijem i namotom VN; a1) prva forma vibriranja namota NN1, a2) namot NN2; b1) druga forma vibriranja namota NN1, b2) namot NN2; c1) treća forma vibriranja namota NN1, c2) namot NN2;



Slika 47. Četvrta forma vibriranja globalnog modela namota sa skrivenim VN namotom i akustičkim medijem; puni model namota (lijevo), uzdužni presjek modela (desno)



Slika 48. Peta i šesta forma vibriranja globalnog modela namota sa skrivenim akustičkim medijem; a1) peta forma vibriranja namota NN1, a2) namot NN2; b1) šesta forma vibriranja namota NN1, b2) namot NN2, b3) namot VN;

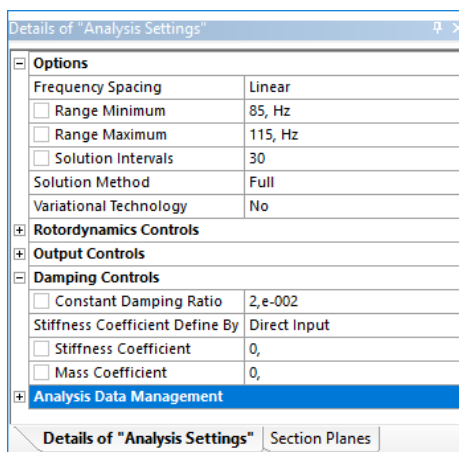
5. VIBROAKUSTIČKA ANALIZA GLOBALNOG MODELA NAMOTA

U ovom poglavlju opisana je provedba vibroakustičke analize prisilnih vibracija s harmonijskom uzбудom. Harmonijskom uzбудom aproksimirane su sile na namote koje se javljaju uslijed djelovanja magnetskog polja. Za početak je potrebno definirati proračunski model. On se ne razlikuje puno od modela za modalnu analizu, stoga su opisane samo one postavke koje su različite.

5.1. Postavljanje modela za vibroakustičku analizu

Geometrijski model namota i transformatorskog ulja identičan je onome na slici 40. Materijali, akustički medij, rubni uvjeti uklještenja te interakcija između fluida i strukture (*FSI*) također su definirani na isti način kao i u modalnoj analizi. Ono što se razlikuje su postavke analize, harmonijsko opterećenje u obliku koncentriranih sila te mreža konačnih elemenata.

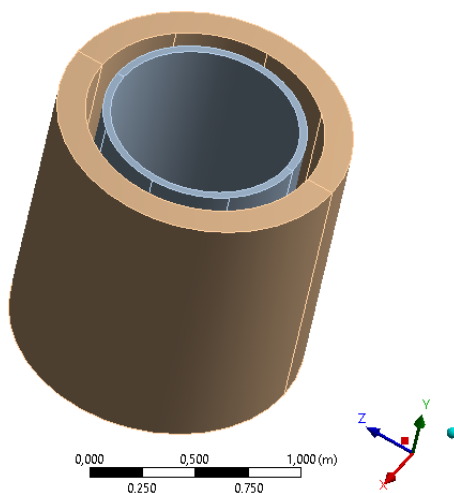
Na slici 49. prikazane su postavke analize kojima je definiran: raspon frekvencija za koje je model analiziran (od 85 do 115 Hz sa korakom od 1 Hz) te prigušenje od 2 % ($\zeta = 0,02$) koje je konstantno za sve forme vibriranja, a definirano je u 1.2.1.



Slika 49. Postavke vibroakustičke analize (raspon frekvencija i prigušenje)

Za zadavanje opterećenja, unutarnji plašt VN namota i vanjski plaštev NN namota su podijeljeni na osam područja pomoću naredbe *Face Split*. Time je dobiveno osam bridova na kojima su definirane koncentrirane sile. Osam bridova sa koncentriranim silama je aproksimacija tlaka na te plašteve, budući da u *ANSYS Mechanical* nije moguće definirati tlak

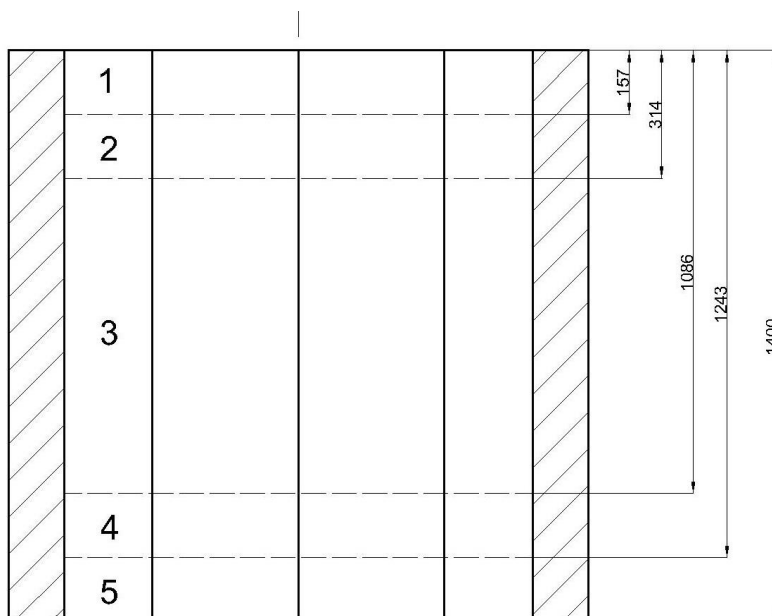
na površine koje se nalaze unutar *Multibody Part* dijela. Na slici 50. prikazana je podjela plašteva namota VN i NN1 (NN2 je sakriven da bi se bolje vidio NN1 namot, budući da su razmaci između namota mali). Podjela plašta namota NN2 je definirana na isti način kao i za NN1.



Slika 50. Podjela plašteva namota VN i NN1 na 8 regija

5.1.1. Određivanje koncentriranih sila na namote

5.1.1.1. VN namot



Slika 51. Skica uzdužnog presjeka VN namota sa podjelom bridova unutarnjeg plašta na 5 dijelova

Iz dijagrama na slici 17. jasno je da cirkularna sila na namot VN nije konstantna po njegovoj visini. Ovdje je izdvojeno 5 regija po visini namota na kojima je izračunata prosječna vrijednost sile, a koje su vidljive i na dijagramu na slici 17. Iz tog je razloga osam bridova na unutarnjem plaštu VN namota naredbom *Edge Split* podijeljeno na pet dijelova. Podjelu bridova na pet odgovarajućih dijelova prikazuje skica presjeka VN namota na slici 51.

Prema slici 17., cirkularna sila na regijama 2 i 4 iznosi 0. Regije 1 i 5 opterećene su istim iznosom sile. On je izračunat na sljedeći način. Cirkularna sila $\bar{F}_{\text{cir_VN}_{15}}$ na regijama 1 i 5 prema slici 17. iznosi:

$$\begin{aligned}\bar{F}_{\text{cir_VN}_{15}} &= 7\,250 \text{ N/mm} \cdot 0,003023 \\ \bar{F}_{\text{cir_VN}_{15}} &= 21,92 \text{ N/mm.}\end{aligned}\quad (3.28)$$

Tlak uslijed te cirkularne sile, sveden na unutarnji plašt iznosi:

$$p_{\text{VN}_{15}} = \frac{\bar{F}_{\text{cir_VN}_{15}}}{D_{\text{u_VN}}} = 19\,044 \text{ Pa.}\quad (3.29)$$

Sila se dobiva pomoću tlaka iz (3.29) i površine jedne od regija pri čemu je visina jedne od regija 1 i 5, $h_{\text{VN}_{15}} = 157 \text{ mm}$. Radijalna sila tada iznosi:

$$F_{\text{rad_VN}_{15}} = p_{\text{VN}_{15}} \cdot D_{\text{u_VN}} \cdot \pi \cdot h_{\text{VN}_{15}} = 10\,811 \text{ N.}\quad (3.30)$$

Budući da je plašt podijeljen na osam bridova potrebno je i silu iz (3.30) podijeliti s osam.

$$\frac{1}{8} F_{\text{rad_VN}_{15}} = 1\,351 \text{ N.}\quad (3.31)$$

Iznos sile iz (3.31) je iznos koji se unosi u *ANSYS Mechanical*.

Regija 3 je opterećena najvećim iznosom cirkularne sile, $\bar{F}_{\text{cir_VN}_3}$ i iznosi:

$$\begin{aligned}\bar{F}_{\text{cir_VN}_3} &= 8\,750 \text{ N/mm} \cdot 0,003023 \\ \bar{F}_{\text{cir_VN}_3} &= 26,45 \text{ N/mm.}\end{aligned}\quad (3.32)$$

Tlak uslijed te sile iznosi:

$$p_{\text{VN}_3} = \frac{\bar{F}_{\text{cir_VN}_3}}{D_{\text{u_VN}}} = 22\,981 \text{ Pa.}\quad (3.33)$$

I ova sila se dobiva iz površine regije i tlaka. Visina regije 3 jest $h_{\text{VN}_3} = 772 \text{ mm}$ pa radijalna sila iznosi:

$$F_{\text{rad_VN}_3} = p_{\text{VN}_3} \cdot D_{\text{u_VN}} \cdot \pi \cdot h_{\text{VN}_3} = 64\,152 \text{ N.}\quad (3.34)$$

Radi podjele plašta na osam regija, silu iz (3.34) je potrebno podijeliti s osam:

$$\frac{1}{8} F_{\text{rad_VN}_3} = 8\,019 \text{ N.} \quad (3.35)$$

Sila iz (3.35) je sila koja se primjenjuje kao harmonijsko opterećenje u *ANSYS Mechanical*.

5.1.1.2. NN1 namot

Kod NN namota opterećenje se nanosi na vanjski plašt cilindra iz već spomenutih razloga. Tako je i kod NN1 dijela namota. Prema dijagramu na slici 17. prosječna cirkularna sila iznosi:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\text{cir_NN1}} &= 1\,250 \text{ N/mm} \cdot 0,003023 \\ \bar{F}_{\text{cir_NN1}} &= 3,78 \text{ N/mm,} \end{aligned} \quad (3.36)$$

pri čemu je ona uzeta sa pozitivnim predznakom, jer je pretpostavljena kao tlačna.

Tlak koji se dobiva iz te sile iznosi:

$$p_{\text{NN1}} = \frac{\bar{F}_{\text{cir_NN1}}}{D_{\text{v_NN1}}} = 3\,853 \text{ Pa.} \quad (3.37)$$

Radijalna sila koju taj tlak uzrokuje iznosi:

$$\begin{aligned} F_{\text{rad_NN1}} &= p_{\text{NN1}} \cdot D_{\text{v_NN1}} \cdot \pi \cdot h_{\text{NN1}} \\ F_{\text{rad_NN1}} &= 16\,624 \text{ N.} \end{aligned} \quad (3.38)$$

I ovu silu je zbog podjele plašta cilindra potrebno podijeliti sa osam:

$$\frac{1}{8} F_{\text{rad_NN1}} = 2\,078 \text{ N.} \quad (3.39)$$

Ovo je iznos sile koji se unosi u *ANSYS Mechanical*.

5.1.1.3. NN2 namot

Kao i kod NN1 namota, opterećenje se primjenjuje na vanjski plašt cilindra. Prema dijagramu na slici 17., prosječna cirkularna sila iznosi:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{\text{cir_NN2}} &= 4\,000 \text{ N/mm} \cdot 0,003023 \\ \bar{F}_{\text{cir_NN2}} &= 12,092 \text{ N/mm.} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Predznak sile je pozitivan jer je u početku pretpostavljena kao tlačna. Tlak ekvivalentan ovoj sili iznosi:

$$p_{\text{NN2}} = \frac{\bar{F}_{\text{cir_NN2}}}{D_{\text{v_NN2}}} = 11\,207 \text{ Pa.} \quad (3.41)$$

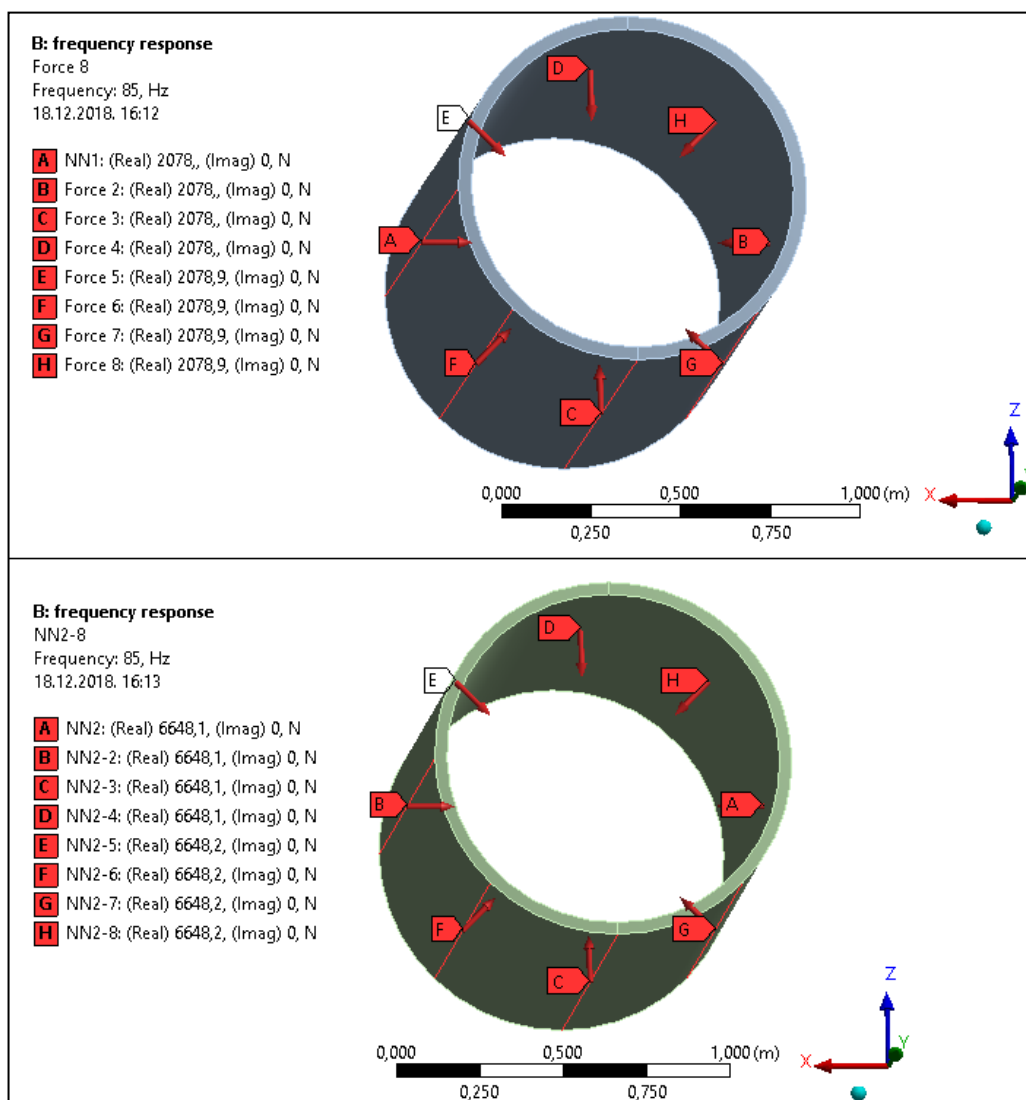
Radijalna sila uslijed tlaka p_{NN2} iznosi:

$$F_{rad_NN2} = p_{NN2} \cdot D_{v_NN2} \cdot \pi \cdot h_{NN2} = 53\,185\text{ N.} \tag{3.42}$$

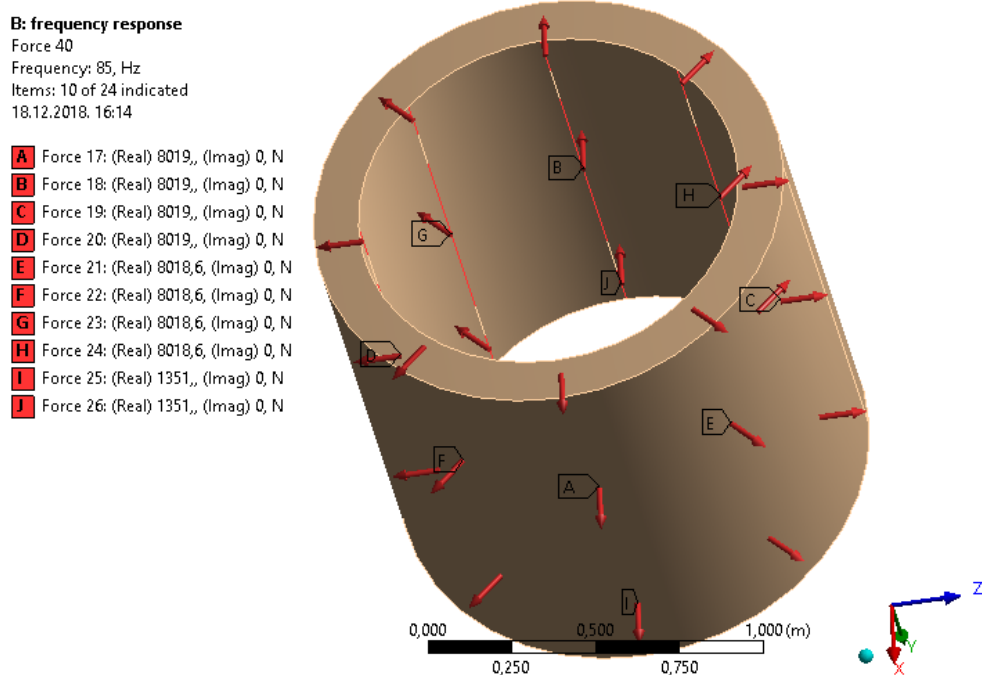
Sila koju se primjenjuje na jedan brid u *ANSYS Mechanical* iznosi:

$$\frac{1}{8} F_{rad_NN2} = 6\,648\text{ N.} \tag{3.43}$$

Na slici 52. prikazane su sile na namot NN, a na slici 53. sile na VN namot u *ANSYS Mechanical*.



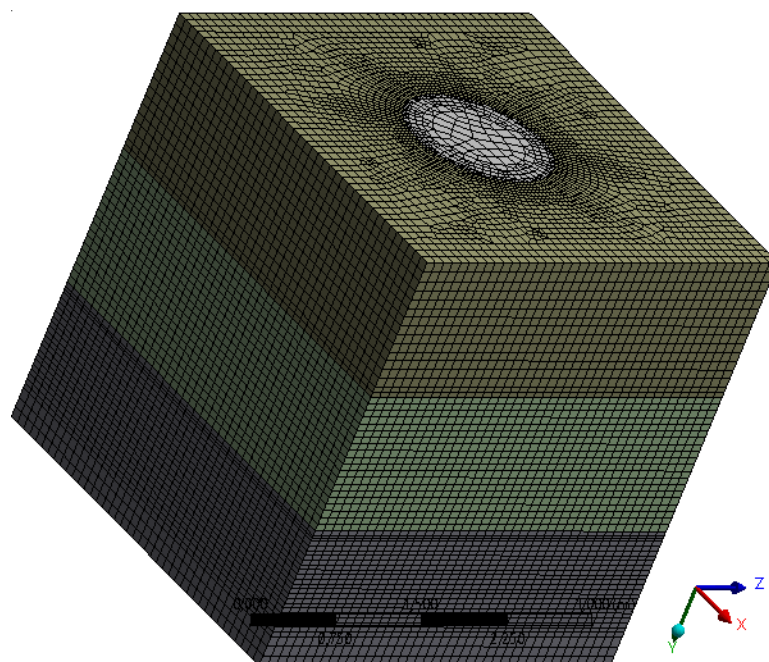
Slika 52. Koncentrirane radijalne sile na NN namot (NN1 gore, NN2 dolje)



Slika 53. Koncentrirane radijalne sile na VN namot

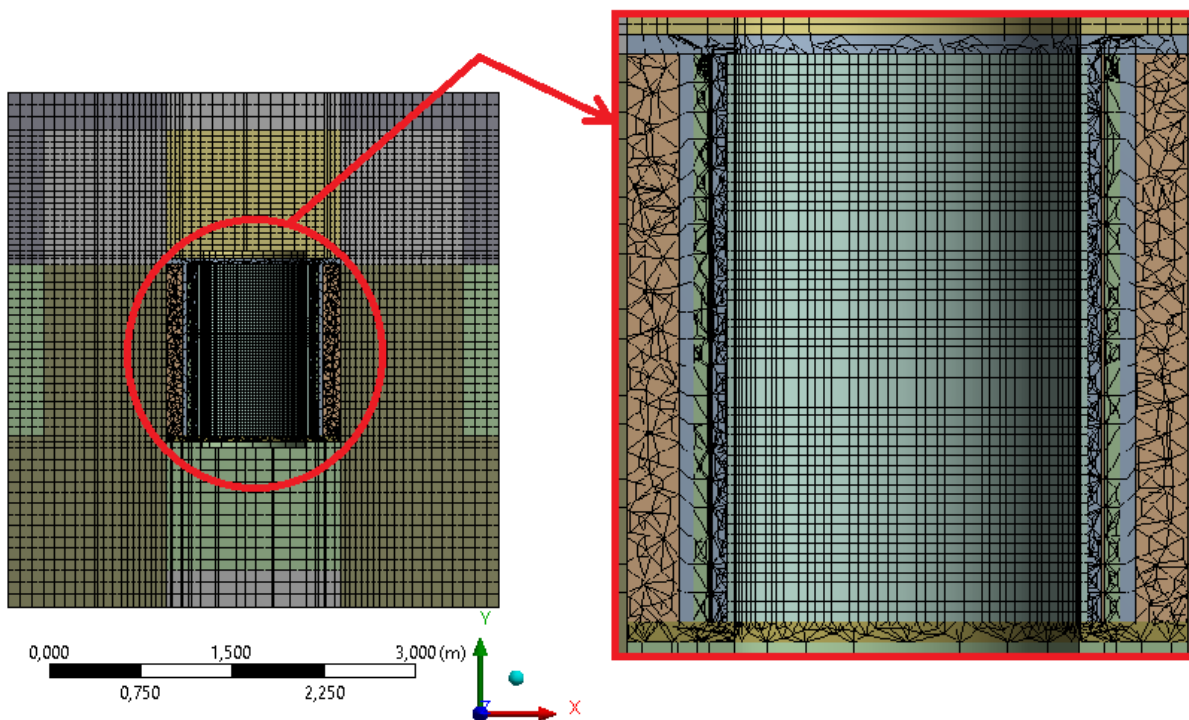
5.1.2. Mreža konačnih elemenata

Pri definiranju mreže konačnih elemenata nastojalo se kreirati mrežu sa što većim udjelom heksaedarskih konačnih elemenata, što nije bilo moguće postići u svim dijelovima modela. Mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 54.



Slika 54. Mreža konačnih elemenata modela za vibroakustičku analizu (338 795 elemenata)

Na slici 55. prikazan je presjek mreže konačnih elemenata po uzdužnoj osi namota zajedno sa detaljem na kojem se vidi mreža u prostoru između namota. U akustičkom mediju oko namota postignuta je bolja mreža u odnosu na model za modalnu analizu (samo heksaedarski elementi), međutim, u prostoru između namota ona se narušila (samo tetraedarski elementi). Do narušenja kvalitete došlo je zbog podjele bridova na plaštevima cilindara.



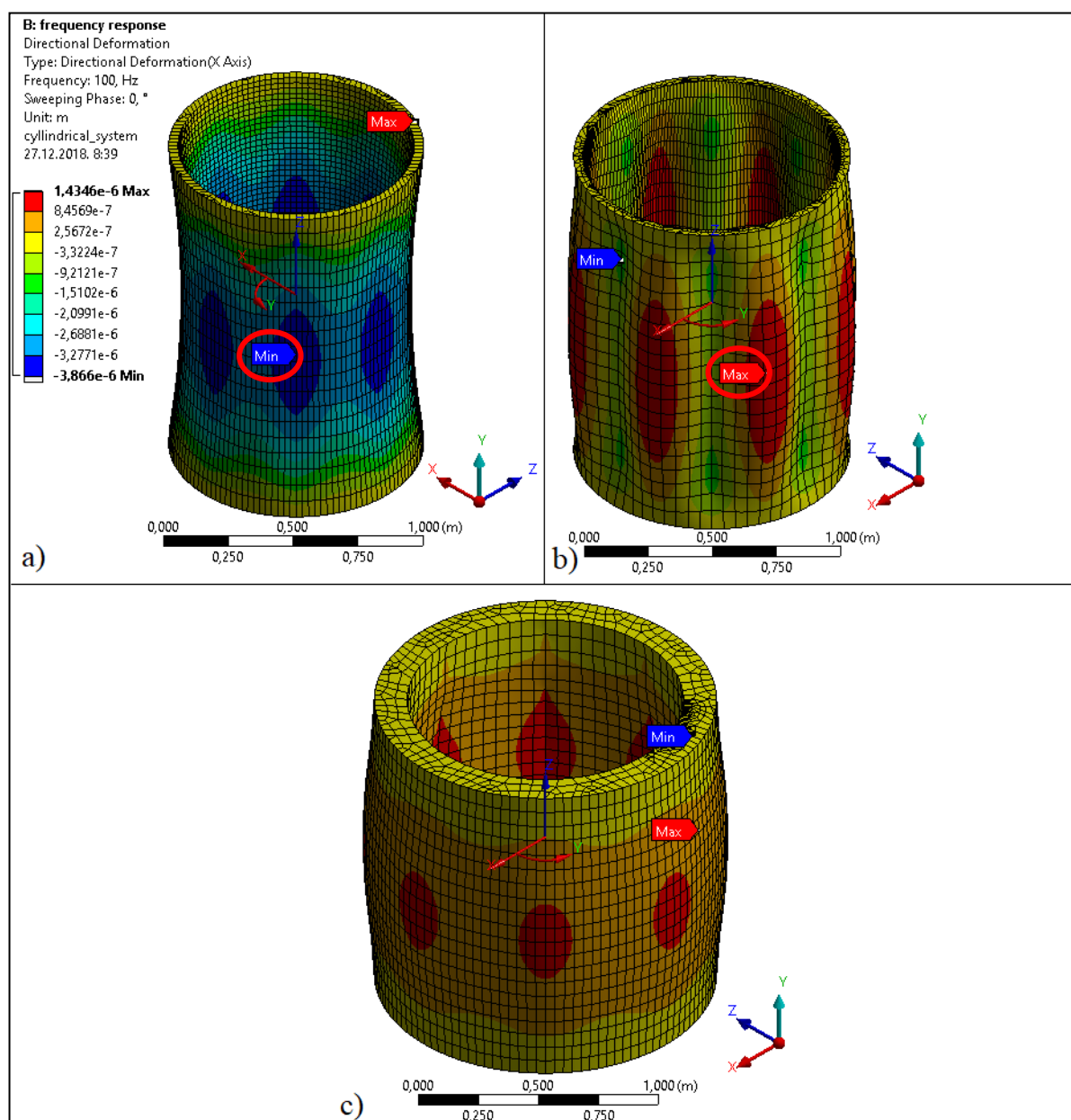
Slika 55. Presjek mreže konačnih elemenata po uzdužnoj osi namota sa detaljem mreže u prostoru između namota

Vrste konačnih elemenata korištenih u ovoj analizi su iste kao i u modalnoj analizi (*FLUID220*, *FLUID221*, *SOLID186*) s time da su ovdje korišteni i kvadratni tetraedarski konačni elementi za diskretizaciju struktura, *SOLID187*. Razlog za ovako gustu mrežu je to što *PML* sloj mora imati 3-4 elementa po debljini da bi mogao apsorbirati zvučne valove i tako imitirati beskonačnu granicu.

5.2. Rezultati vibroakustičke analize

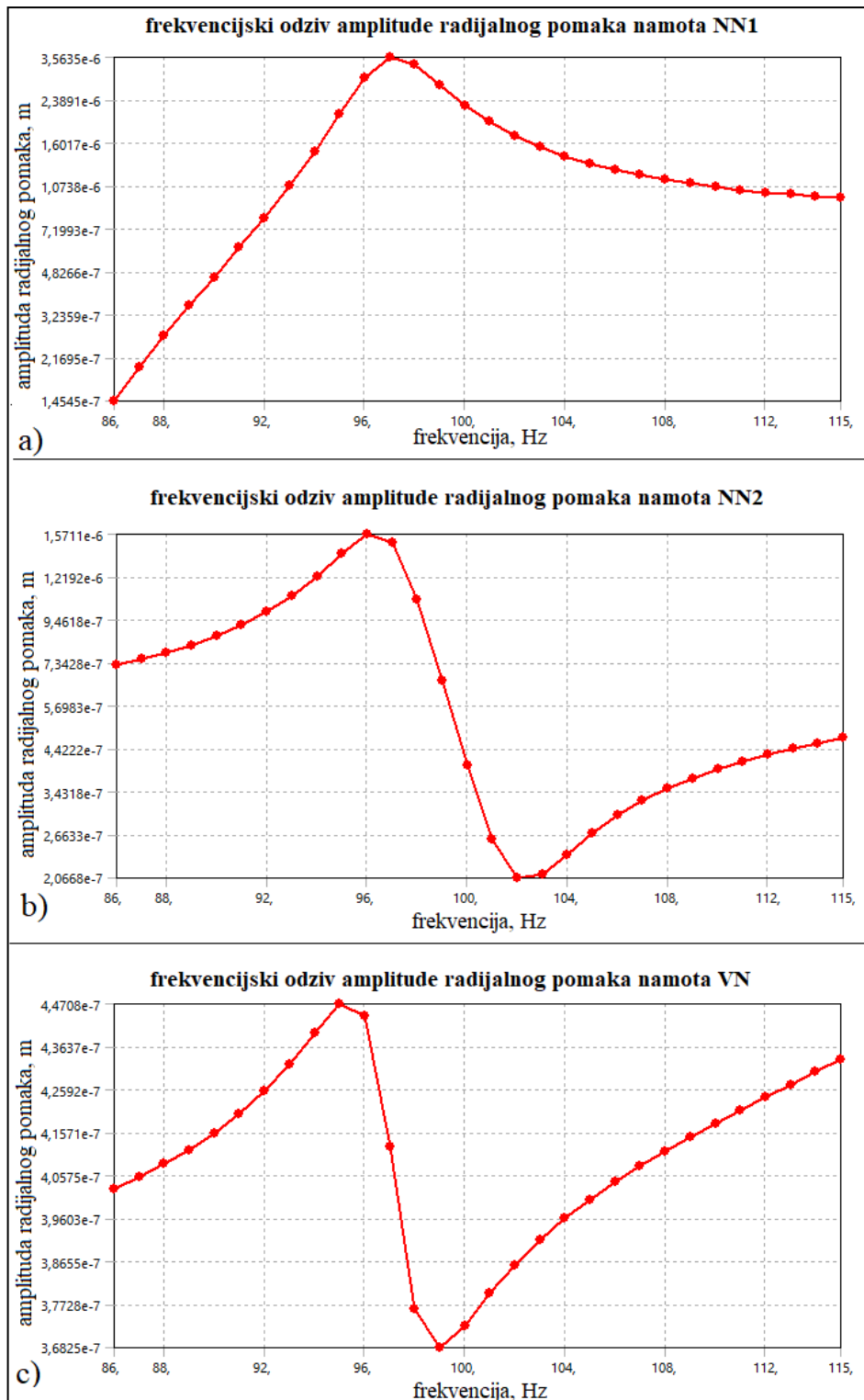
5.2.1. Radijalni pomaci namota

Slika 56. prikazuje radijalne pomake namota NN i VN za frekvenciju uzbude od 100 Hz, pri čemu su prikazani svaki posebno radi preglednosti, a akustički medij je sakriven. Oznake *Min* i *Max* prikazuju minimume i maksimume za svaki namot, a globalni ekstremi su zaokruženi crvenom bojom i iznose $-3,866e-006$ m, odnosno $1,4346e-006$ m.



Slika 56. Radijalni pomaci namota za frekvenciju od 100 Hz; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN

Na slici 57. prikazan je frekvencijski odziv radijalnih pomaka za namote NN1, NN2 i VN.

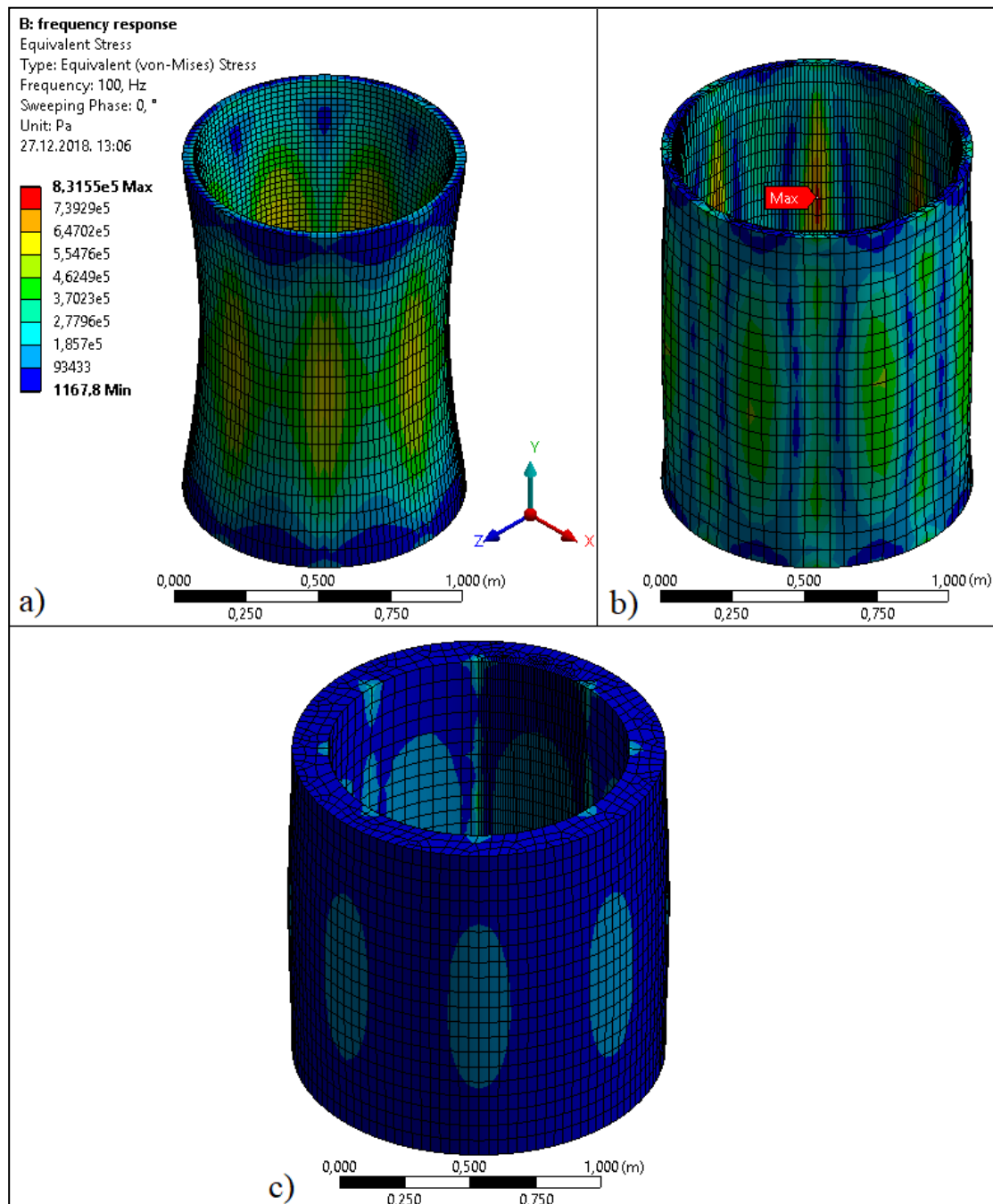


Slika 57. Frekvencijski odziv radijalnog pomaka namota; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN;

Na slici 57. lako se iščitaju i vrijednosti lokalnih minimuma i maksimuma, tj. minimumi i maksimumi za svaki pojedini namot.

5.2.2. Ekvivalentno (*Von Mises*) naprezanje

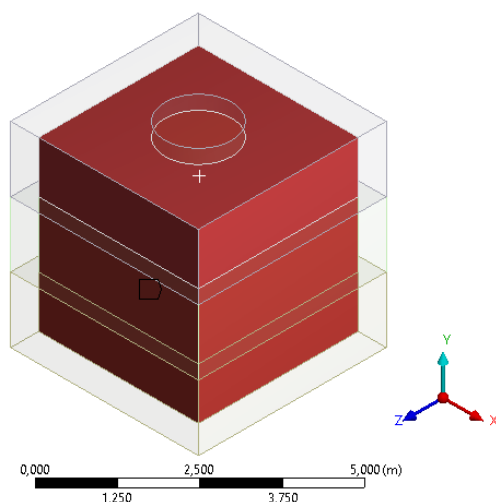
Na slici 58. prikazano je ekvivalentno (*Von Mises*) naprezanje za svaki dio namota (NN1, NN2 i VN) zasebno, pri frekvenciji uzbude od 100 Hz. Može se iščitati da naprezanja ovdje ne poprimaju značajne iznose. Globalni maksimum se pojavljuje na namotu NN2 i iznosi 0,83155 MPa.



Slika 58. Ekvivalentno (*Von Mises*) naprezanje namota; a) namot NN1; b) namot NN2; c) namot VN;

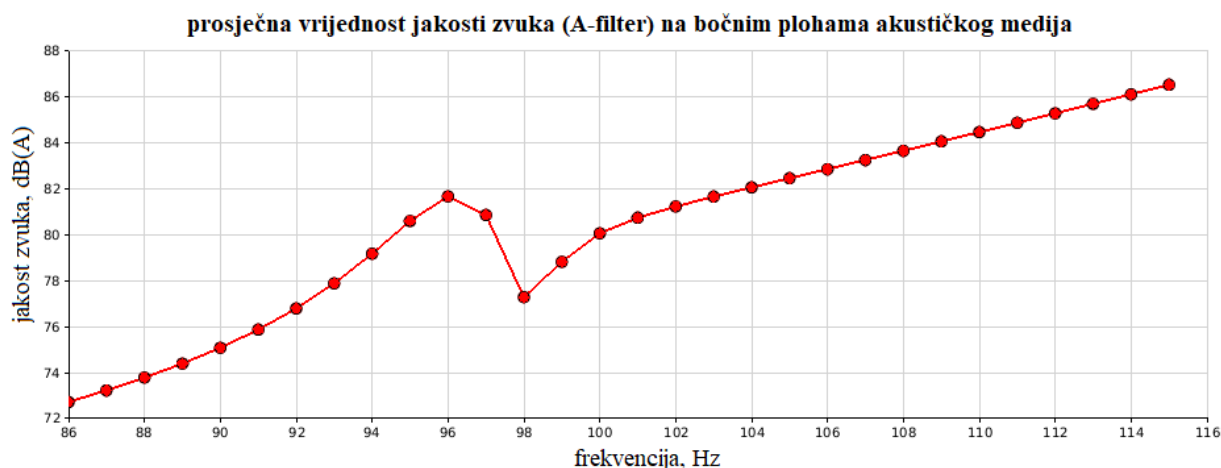
5.2.3. Jakost zvuka s A-filterom, dB(A)

U ovom poglavlju prikazana je raspodjela zvučnog tlaka i jakost zvuka u akustičkom mediju. Rezultati su prikazani u obliku jakosti zvuka sa A-filterom koji je objašnjen u poglavlju 1.3.4. Najprije je prikazana prosječna vrijednost jakosti zvuka (dB(A)) po plohama koje omeđuju akustički medij (plohe između akustičkog medija i PML-a), slika 59., s tim da su posebno promatrane bočne (+/- x i +/- z smjer), gornja (+ y smjer) i donja ploha (- y smjer). Nakon toga prikazana je vizualizacija raspodjele zvučnog tlaka (u Pa) po akustičkom mediju.

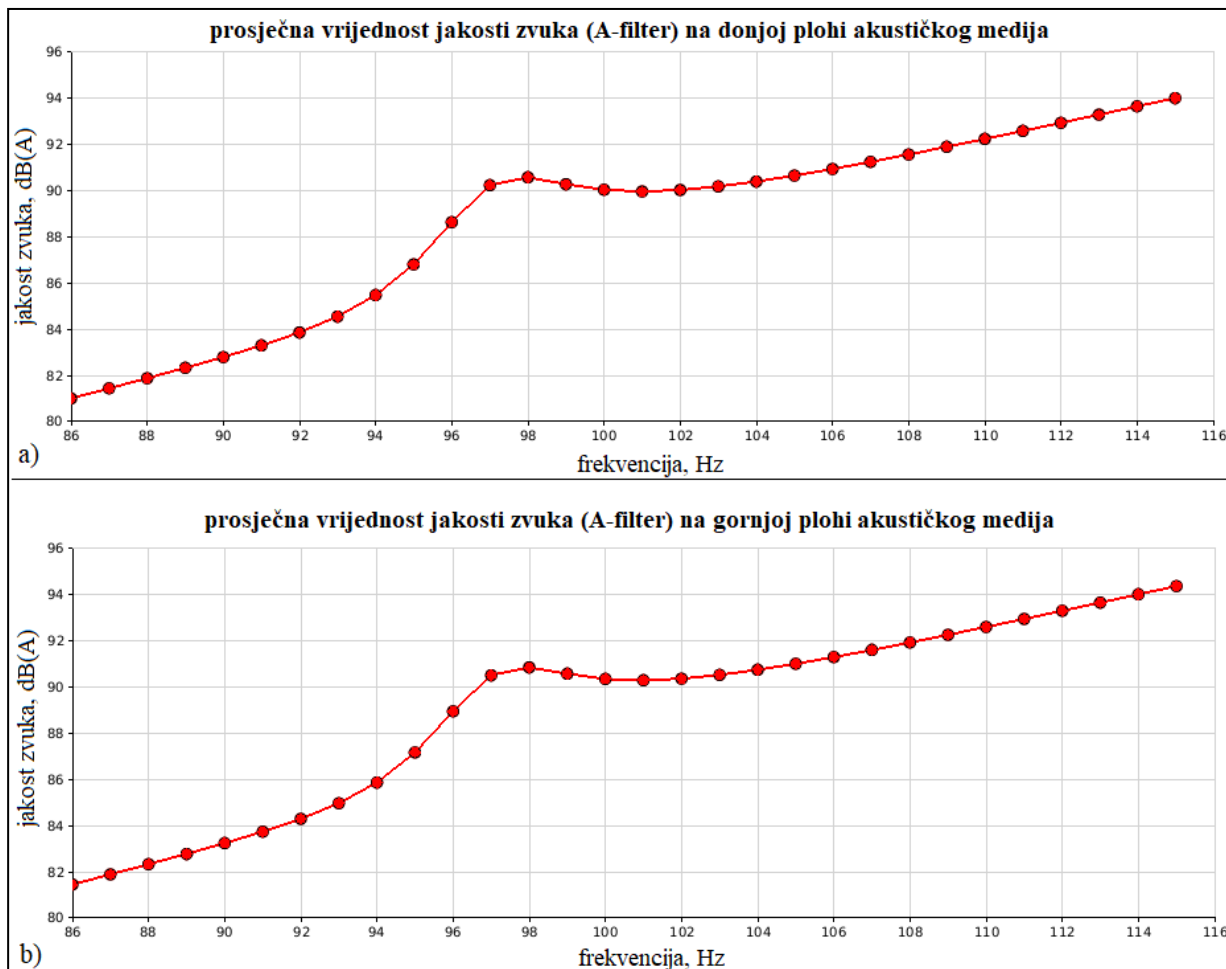


Slika 59. Plohe za određivanje srednje vrijednosti jakosti zvuka (dB(A))

Slika 60. prikazuje prosječnu vrijednost jakosti zvuka u dB(A) po bočnim ploham, a slika 61. po gornjoj i donjoj plohi akustičkog medija.



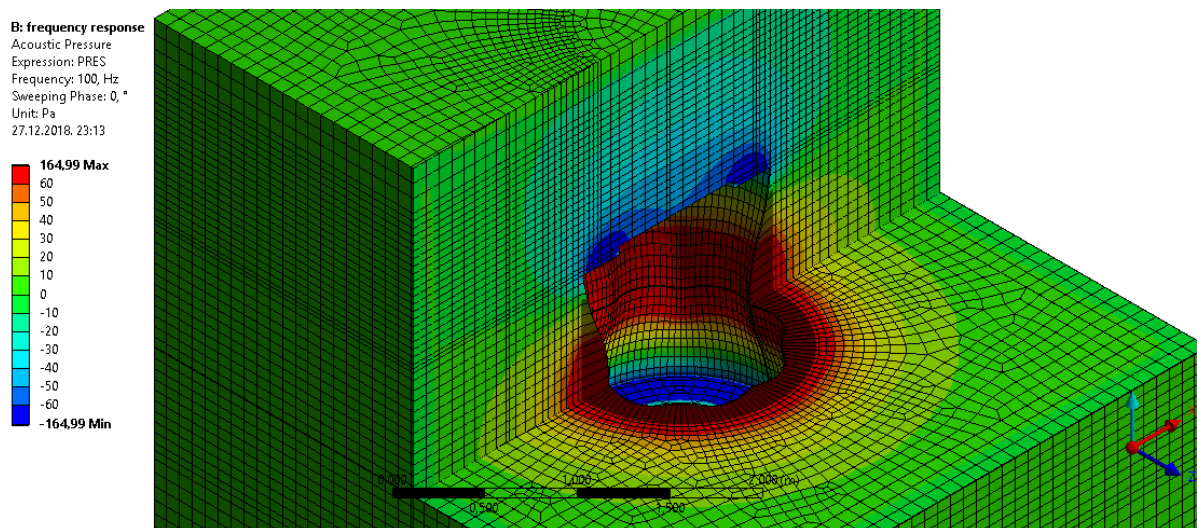
Slika 60. Prosječna vrijednost jakosti zvuka (dB(A)) u ovisnosti o frekvenciji uzbude na bočnim ploham akustičkog medija



Slika 61. Prosječna vrijednost jakosti zvuka (dB(A)) u ovisnosti o frekvenciji uzbude: a) na donjoj plohi akustičkog medija, b) na gornjoj plohi akustičkog medija

Iz prikazanih dijagrama vidi se da je lokalni maksimum jakosti zvuka upravo u blizini frekvencije od 97 Hz na kojoj se, prema rezultatima modalne analize, nalazi četvrta vlastiti forma vibriranja globalnog sustava namota. Razlog zbog kojeg maksimumi nisu točno na frekvenciji četvrte forme vibriranja jest taj što u modalnoj analizi nije u obzir uzeto prigušenje. Na bočnim ploham taj maksimum je pri 96 Hz i iznosi 81,68 dB(A), a pri frekvenciji uzbude (100 Hz) jakost zvuka iznosi 80,07 dB(A). Na gornjoj i donjoj plohi vrijednosti su nešto više. Moguće objašnjenje toga je što je fluid u uskom prostoru između jezgre i namota NN1, namota NN1 i NN2 te namota NN2 i VN podvrgnut velikim pritiscima prilikom deformiranja namota. Ti pritisci u fluidu se zatim manifestiraju kao akustički pritisak, odnosno jakost zvuka, dB(A). Lokalni maksimum na donjoj plohi je pri 98 Hz i iznosi 90,58 dB(A), a pri frekvenciji uzbude 90,05 dB(A). Gornja ploha ima maksimum također pri 98 Hz i to 90,86 dB(A), a na 100 Hz jakost iznosi 90,36 dB(A). Na slici 62.

prikazana je raspodjela zvučnog tlaka (Pa) po akustičkom mediju. Prikaz modela je u tročetvrtinskom presjeku. Na prikazu su namoti i transformatorsko ulje između njih i jezgre sakriveni zbog toga što se u njima javljaju veliki iznosi tlakova. Kada se ta područja ne prikažu, prikaz raspodjele tlakova po ostatku medija je zorniji.



Slika 62. Prikaz raspodjele zvučnog tlaka po akustičkom mediju

6. ZAKLJUČAK

Vibroakustičke analize su u pogledu računalnih resursa veoma zahtjevne. Za provođenje analize ovog pojednostavljenog numeričkog modela bilo je potrebno 50 GB radne memorije. Upravo zbog toga se uvode mnoga pojednostavljenja. Međutim, njihovim uvođenjem unosi se i pogreška. Zato je rješavanje takvog jednog problema situacija koja zahtijeva kompromis.

Rezultati dobiveni proračunom ovog modela teško su usporedivi sa rezultatima mjerenja jakosti zvuka u okolici kućišta transformatora. Razlog tome je, prvo, to što se ovi rezultati odnose na jakost zvuka u ulju, a drugo, to što ovdje u obzir nije uzet dinamički utjecaj ostalih konstrukcijskih komponenata (druga dva namota, steznici, tlačne ploče, kućište transformatora) koje doprinose ponašanju cijelog sustava transformatora. Složena konstrukcija namota zamijenjena je jednostavnim modelom koncentričnih šupljih cilindara. Pri određivanju njihovih svojstava, modula elastičnosti i gustoće, također su uvedena pojednostavljenja koja sa sobom nose određenu pogrešku. Papirna izolacija vodiča nije uzeta u obzir, jednako kao i njihova unutarnja struktura koja se u presjeku sastoji od nekoliko žica, ovisno o vrsti vodiča. Ni fizikalna svojstva radijalnih pločica nisu identična onim stvarnim. One su ovdje zamijenjene vlačno-tlačnim aksijalnim oprugama, međutim, pločice imaju svojstvo isključivo tlačne opruge, budući da nisu kruto vezane za vodiče, nego samo naslonjene na njih. Zbog njihovih podjednakih dimenzija je aproksimacija aksijalnim oprugama također jedan kompromis. Sile trenja koje se javljaju između slojeva vodiča (u aksijalnom smjeru) također su zanemarene.

Međutim, uzevši u obzir broj uvedenih pojednostavljenja, dobivena rješenja ipak su smisljena. Izračunata jakost zvuka u ulju je otprilike 85 dB(A). Prema tablici 1. izmjerena jakost zvuka u okolini kućišta iznosi 57 dB(A). Kako je transformatorsko ulje znatno gušće od zraka za pretpostaviti je da će zvučni tlakovi u njemu biti veći negoli u zraku. Budući da je ovdje modeliran namot oko samo jednog stupa jezgre (od ukupno 3), iznosi jakosti zvuka u ulju su možda ipak preveliki. Te greške su, kao što je već i spomenuto, posljedica uvedenih pojednostavljenja. Ipak, ovim pojednostavljenim modelom je zasigurno određen smjer u kojem treba ići sa definiranjem detaljnijeg numeričkog modela.

LITERATURA

- [1] Winders, J. J. Jr., *Power Transformers, Principles and Applications*, Marcel Dekker, New York, 2002.
- [2] Končar energetska transformatori, *Materijali za edukaciju zaposlenika*, Zagreb, 2016
- [3] <http://electrical-engineering-portal.com/power-transformer-construction-windings>
- [4] Minhas, M. S. A., PhD Thesis: *Dynamic Behaviour of Transformer Winding under Short-Circuits*, Johannesburg, 2007.
- [5] Thomson, W. T., Dahleh, M. D., *Theory of Vibration with Applications (Fifth Edition)*, Pearson Education Asia Limited & Tsinghua University Press, 2005.
- [6] <https://en.wikipedia.org/wiki/Vibration>
- [7] Hansen, Collins H., *Foundations of Vibroacoustics*, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2018
- [8] <https://www.knalltrauma.ch/Theorie/A-Filter.htm>
- [9] Končar energetska transformatori, *Izješća sa projektnih sastanaka*, Zagreb, 2018

PRILOZI

I. CD-R disk