

# Određivanje svojstava i numeričko modeliranje kompozitnih materijala

---

**Domović, Matija**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:500325>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-19**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Matija Domović**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor:

Doc. dr. sc. Tomislav Jarak, dipl. ing.

Student:

Matija Domović

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc.dr.sc. Tomislavu Jarku na strpljenju i korisnim savjetima koji su mi pomogli u izradi diplomskog rada.

Posebno se zahvaljujem svojoj obitelji na velikom razumijevanju i podršci tijekom svih godina studiranja.

Matija Domović





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Matija Domović**

Mat. br.: 0035191187

Naslov rada na hrvatskom jeziku:

**Određivanje svojstava i numeričko modeliranje kompozitnih materijala**

Naslov rada na engleskom jeziku:

**Prediction of mechanical properties and numerical modelling of composite materials**

Opis zadatka:

Koristeći različite analitičke i numeričke postupke, u radu je potrebno izvršiti procjenu mehaničkih svojstava kompozitnih materijala koji se često koriste pri proizvodnji malih plovila. Kompoziti su napravljeni od različitih jednosmjernih slojeva ojačanih staklenim i ugljičnim vlaknima.

Napraviti pregled i usporedbu analitičkih metoda mikromehanike kompozita za procjenu mehaničkih svojstava pojedinih slojeva u laminatu te opisati određivanje odziva kompozitne konstrukcije pomoću makromehanike kompozita.

Koristeći analitički dobivene vrijednosti mehaničkih svojstava, provesti numeričku analizu popuštanja eksperimentalnih epruveta napravljenih od razmatranih kompozita. Pri tome koristiti različite kriterije popuštanja. Validaciju rezultata izvršiti pomoću dostupnih eksperimentalnih podataka te odgovarajućih vrijednosti iz literature.

Sve numeričke proračune izvršiti pomoću metode konačnih elemenata primjenom odgovarajućih programskih paketa. Analize je potrebno provesti pomoću statičkih geometrijski linearnih i nelinearnih proračuna uz pretpostavku o materijalnoj linearnosti. Koristiti odgovarajuće ljuskaste i trodimenzijske volumne konačne elemente. Potrebne podatke i literaturu dostavit će mentor.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

8. ožujka 2018.

Datum predaje rada:

10. svibnja 2018.

Predviđeni datum obrane:

16., 17. i 18. svibnja 2018.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Tomislav Jarak

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	IV
POPIS TABLICA.....	VII
POPIS OZNAKA .....	IX
SAŽETAK.....	XI
SUMMARY .....	XII
1. UVOD.....	1
1.1. Vlakna .....	1
1.2. Matrice .....	2
1.3. Primjena kompozita u proizvodnji malih plovila.....	4
2. NAČINI PROIZVODNJE KOMPOZITA.....	5
2.1. Ručni postupak laminiranja .....	5
2.2. Vakuumsko spajanje .....	8
2.3. Ubrizgavanje smole u kalup.....	9
2.4. Vakuumska infuzija .....	10
3. MEHANIKA KOMPOZITNIH MATERIJALA.....	11
3.1. Mikromehanika .....	12
3.1.1. Pravilo mješavina.....	13
3.1.2. Chamisov model .....	14
3.1.3. Halpin-Tsai jednadžbe .....	15
3.1.4. Nielsenov elastični model .....	15
3.1.5. Usporedba analitičkih metoda mikromehanike.....	16
3.1.5.1. Određivanje teorijskog raspona vrijednosti mehaničkih svojstava.....	16
3.1.5.2. Procjena mehaničkih svojstava realnih laminata .....	19
3.1.6. Predviđanja mikromehanike o mehaničkim svojstvima kompozita u ovisnosti o volumnom udjelu vlakana.....	21
3.1.7. Procjena parametara čvrstoće pomoću mikromehanike.....	21
3.1.7.1. Uzdužna i poprečna vlačna čvrstoća.....	21
3.1.7.2. Uzdužna i poprečna tlačna čvrstoća.....	23
3.2. Tenzori elastičnosti i podatljivosti .....	24
3.3. Koordinatni sustav i matrice transformacije .....	27
3.4. Makromehanika .....	29
3.4.1. Osnovni izrazi teorije laminata .....	29
3.4.2. Kriteriji popuštanja kompozita.....	33
3.4.2.1. Kriterij maksimalnih naprezanja.....	35
3.4.2.2. Kriterij maksimalnih deformacija .....	36
3.4.2.3. Tsai-Hill kriterij .....	37
3.4.2.4. Tsai-Wu kriterij.....	38
4. EKSPERIMENTALNE METODE MJERENJA MEHANIČKIH SVOJSTAVA KOMPOZITA.....	39
4.1. Standardi .....	39

4.1.1.	Norma ISO 527-4:1997.....	39
4.1.1.1.	Princip i aparatura.....	40
4.1.1.2.	Ispitni uzorci.....	40
4.1.2.	Norma ISO 527-5:1997.....	42
4.1.2.1.	Ispitni uzorci.....	43
4.2.	Statičko vlačno ispitivanje.....	43
4.2.1.	Ispitivanje kompozitnih epruveta provedeno na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu.....	45
5.	METODA KONAČNIH ELEMENATA.....	49
5.1.	Opis.....	49
5.2.	Osnovni konačni elementi.....	49
5.3.	Program za računanje metodom konačnih elemenata.....	49
5.4.	Konačni elementi korišteni u proračunskom modelu.....	50
5.4.1.	Konvencionalni ljuskasti elementi.....	51
5.4.2.	Kontinuumski ljuskasti elementi.....	51
5.4.3.	Trodimenzijski konačni elementi.....	52
6.	VERIFIKACIJA.....	53
6.1.	Analitičko rješenje verifikacijskog problema.....	53
6.2.	Numeričko rješenje verifikacijskog problema.....	55
6.2.1.	Model diskretiziran konvencionalnim ljuskastim elementima.....	56
6.2.2.	Model diskretiziran kontinuumskim ljuskastim elementima.....	59
6.2.3.	Model diskretiziran trodimenzijskim elementima.....	61
6.2.4.	Konvergencija rješenja i usporedba rezultata.....	62
6.2.4.1.	Konvergencija progiba.....	62
6.2.4.2.	Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i y.....	63
6.2.5.	Odabir konačnih elemenata za numeričku analizu vlačnog ispitivanja.....	65
6.3.	Utjecaj rasporeda slojeva s različitom orijentacijom vlakana na odziv laminata.....	65
7.	NUMERIČKA ANALIZA POPUŠTANJA EKSPERIMENTALNIH EPRUVETA.....	71
7.1.	Iteracija izvršena pomoću teorijski procijenjenih mehaničkih svojstava slojeva ispitnih epruveta.....	71
7.1.1.	Rezultati analize.....	74
7.1.1.1.	Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 0°.....	74
7.1.1.2.	Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 90°.....	76
7.1.1.3.	Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 10°.....	79
7.1.1.4.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 0°.....	81
7.1.1.5.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 90°.....	83
7.1.1.6.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 10°.....	86
7.1.1.7.	Dvosmjerni NCF uzorci s epoksidnom matricom i staklenim vlaknima pod 0°/90°.....	88
7.2.	Iteracija izvršena pomoću eksperimentalno određenih mehaničkih svojstava slojeva ispitnih epruveta.....	93
7.2.1.	Rezultati analize.....	94
7.2.1.1.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 0°.....	94
7.2.1.2.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 90°.....	96
7.2.1.3.	Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 10°.....	98
8.	ZAKLJUČAK.....	102
	LITERATURA.....	104

---

PRILOZI..... 106

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1 Postupak ručnog laminiranja [6] .....	6
Slika 2.2 Postupak oblikovanja naštrcavanjem [6] .....	8
Slika 2.3 Postupak vakuumskog spajanja [6] .....	8
Slika 2.4 Postupak ubrizgavanja smole u kalup [6] .....	9
Slika 2.5 Postupak vakuumske infuzije [9] .....	10
Slika 3.1 Ravnine simetrije ortotropnog materijala [4] .....	11
Slika 3.2 Oznake osi transverzalno izotropnog vlakna [1] .....	12
Slika 3.3 Grafička usporedba teorijskih graničnih vrijednosti mehaničkih svojstava te tabličnih podataka iz literature za kompozit od staklenih vlakana (E-staklo) i epoksidne smole .....	18
Slika 3.4 Grafička usporedba teorijskih graničnih vrijednosti mehaničkih svojstava te tabličnih podataka iz literature za kompozit od ugljičnih vlakana visoke čvrstoće i epoksidne smole .....	18
Slika 3.5 Predviđanja mikromehanike o mehaničkim svojstvima u kompozita u ovisnosti o volumnom udjelu vlakana [4] .....	21
Slika 3.6 Područje primjene izraza za procjenu uzdužne vlačne čvrstoće [4] .....	22
Slika 3.7 Koordinatni sustavi korišteni u transformaciji tenzora elastičnosti .....	27
Slika 3.8 Laminat koji se sastoji od više slojeva različitih orijentacija vlakana [4] .....	29
Slika 3.9 Sile (gore) i momenti (dolje) u višeslojnom kompozitu [1] .....	31
Slika 3.10 Osnovni pojmovi vezani uz izvod teorije laminata [1] .....	32
Slika 3.11 Tipični modovi popuštanja kompozita [2] .....	34
Slika 3.12 Slučaj opterećenja pod kutem u odnosu na glavne materijalne osi [1] .....	35
Slika 4.1 Ispitni uzorak tipa 1B [14] .....	40
Slika 4.2 Ispitni uzorak tipa 2 [14] .....	41
Slika 4.3 Ispitni uzorak tipa 3 [14] .....	42
Slika 4.4 Ispitni uzorak tipa A i tipa B [15] .....	43
Slika 4.5 Načini popuštanja uzorka kod vlačnog testa: a) neprihvatljivo i b) prihvatljivo [13] .....	44
Slika 4.6 Izgled epruveta: a) UD CFRP, b) UD GFRP, c) BIAX GFRP .....	46
Slika 4.7 Kidalica Messphysik Beta 50-5 .....	47
Slika 4.8 Načini popuštanja ispitanih epruveta, s lijeva na desno: UD CFRP (0°, 90°, 10°), UD GFRP 0°, BIAX GFRP 45°/-45°, UD GFRP 10°, UD GFRP 90°, BIAX GFRP 0°/90° .....	48
Slika 5.1 Shematski prikaz programa [16] .....	50
Slika 5.2 S4R (lijevo) i S8R (desno) elementi s prikazanim stupnjevima slobode .....	51
Slika 5.3 SC8R element s prikazanim stupnjevima slobode .....	52
Slika 5.4 C3D20 element s prikazanim stupnjevima slobode .....	52
Slika 6.1 Pravokutna kompozitna ploča opterećena jednolikim kontinuiranim opterećenjem	53
Slika 6.2 Prikaz slojeva u verifikacijskom modelu laminata .....	56
Slika 6.3 Model ploče za analizu konvencionalnim ljuskastim konačnim elementima .....	56
Slika 6.4 Rubni uvjeti i opterećenje 2D ploče .....	57
Slika 6.5 Mreže ljuskastih konačnih elemenata: a) 1 KE, b) 4 KE, c) 25 KE, d) 100 KE, e) 400 KE, f) 625 KE .....	57
Slika 6.6 Raspodjela progiba .....	58
Slika 6.7 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (lijevo) i smjeru osi y (desno) .....	58
Slika 6.8 Rubni uvjeti i opterećenje 3D ploče .....	59
Slika 6.9 Mreže kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata: a) 1 KE, b) 4 KE, c) 25 KE, d) 100 KE, e) 400 KE, f) 625 KE .....	60

Slika 6.10 Raspodjela progiba.....	60
Slika 6.11 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno).....	61
Slika 6.12 Raspodjela progiba.....	61
Slika 6.13 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno).....	62
Slika 6.14 Dijagram konvergencije rješenja za progib ploče u točki A.....	63
Slika 6.15 Dijagram konvergencije rješenja za naprezanje u smjeru osi $x$ u točki A.....	64
Slika 6.16 Dijagram konvergencije rješenja za naprezanje u smjeru osi $y$ u točki A.....	65
Slika 6.17 Shematski prikaz analiziranih konfiguracija laminata.....	66
Slika 6.18 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno) za slučaj a) ..	67
Slika 6.19 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (crveno) i smjeru osi $y$ (plavo) po debljini ploče u točki A za slučaj a).....	67
Slika 6.20 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno) za slučaj b) .	68
Slika 6.21 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (ljubičasto) i smjeru osi $y$ (zeleno) po debljini ploče u točki A za slučaj b).....	68
Slika 6.22 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno) za slučaj c)..	69
Slika 6.23 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (plavo) i smjeru osi $y$ (smeđe) po debljini ploče u točki A za slučaj c).....	69
Slika 6.24 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (lijevo) i smjeru osi $y$ (desno) za slučaj d) .	70
Slika 6.25 Raspodjela naprezanja u smjeru osi $x$ (rozo) i smjeru osi $y$ (smeđe) po debljini ploče u točki A za slučaj d).....	70
Slika 7.1 Ispitna epruveta (tip A) diskretizirana konačnim elementima.....	73
Slika 7.2 Kinematska veza referentne točke.....	73
Slika 7.3 Rubni uvjeti i opterećenje.....	74
Slika 7.4 Indeksi popuštanja za UD GFRP $0^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	75
Slika 7.5 Indeksi popuštanja za UD GFRP $0^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	75
Slika 7.6 Mehanizmi popuštanja u eksperimentu (gore) i numeričkoj simulaciji (dolje).....	76
Slika 7.7 Indeksi popuštanja za UD GFRP $90^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	77
Slika 7.8 Indeksi popuštanja za UD GFRP $90^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	78
Slika 7.9 Usporedba krivulja popuštanja [17].....	78
Slika 7.10 Indeksi popuštanja za UD GFRP $10^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	79
Slika 7.11 Indeksi popuštanja za UD GFRP $10^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	80
Slika 7.12 Indeksi popuštanja za UD CFRP $0^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	82
Slika 7.13 Indeksi popuštanja za UD CFRP $0^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	82
Slika 7.14 Indeksi popuštanja za UD CFRP $90^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	84
Slika 7.15 Indeksi popuštanja za UD CFRP $90^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	84
Slika 7.16 Indeksi popuštanja za UD CFRP $10^\circ$ u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima.....	86
Slika 7.17 Indeksi popuštanja za UD CFRP $10^\circ$ u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima.....	87

---

Slika 7.18 Konfiguracija uzorka modeliranog pomoću BIAX GFRP 0°/90° slojeva (1. način)	88
Slika 7.19 Konfiguracija uzorka modeliranog pomoću UD GFRP slojeva (2. način)	88
Slika 7.20 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (1. način) u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima	89
Slika 7.21 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (1. način) u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima	90
Slika 7.22 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (2. način) u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima	91
Slika 7.23 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (2. način) u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima	91
Slika 7.24 Grafički prikaz različitih kriterija popuštanja po debljini BIAX GFRP uzorka modeliranog pomoću jednosmjernih slojeva (2. način)	93
Slika 7.25 Indeksi popuštanja za UD CFRP 0° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>conventional shell</i> )	94
Slika 7.26 Indeksi popuštanja za UD CFRP 0° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>continuum shell</i> )	95
Slika 7.27 Indeksi popuštanja za UD CFRP 90° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>conventional shell</i> )	96
Slika 7.28 Indeksi popuštanja za UD CFRP 90° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>continuum shell</i> )	97
Slika 7.29 Indeksi popuštanja za UD CFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>conventional shell</i> )	99
Slika 7.30 Indeksi popuštanja za UD CFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima ( <i>continuum shell</i> )	100

**POPIS TABLICA**

Tablica 2.1 Prednosti i nedostaci ručnog postupka laminiranja [4] .....	7
Tablica 2.2 Neke primjene komponenata izrađenih ručnim laminiranjem [4] .....	7
Tablica 3.1 Minimalne i maksimalne vrijednosti mehaničkih svojstava konstituenata iz literature [2], [4], [19] i [24].....	16
Tablica 3.2 Teorijski raspon vrijednosti mehaničkih svojstava kompozita s epoksidnom matricom ojačanom staklenim vlaknima.....	17
Tablica 3.3 Teorijski raspon vrijednosti mehaničkih svojstava kompozita s epoksidnom matricom ojačanom ugljičnim vlaknima visoke čvrstoće .....	17
Tablica 3.4 Mehanička svojstva konstituenata kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom staklenim vlaknima - E-glass/DER 332.....	19
Tablica 3.5 Mehanička svojstva konstituenata kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom ugljičnim vlaknima - T300/5208 .....	19
Tablica 3.6 Mehanička svojstva konstituenata kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom ugljičnim vlaknima – T50/1962.....	19
Tablica 3.7 Mehanička svojstva za E-glass/DER 322 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike .....	20
Tablica 3.8 Mehanička svojstva za T300/5208 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike .....	20
Tablica 3.9 Mehanička svojstva za T50/1962 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike .....	20
Tablica 4.1 Propisane dimenzije ispitnog uzorka tipa 1B, u mm [14] .....	41
Tablica 4.2 Propisane dimenzije ispitnih uzoraka tipa 2 i tipa 3, u mm [14].....	42
Tablica 4.3 Propisane dimenzije ispitnih uzoraka tipa A i tipa B, u mm [15] .....	43
Tablica 4.4 Epruvete i njihova svojstva .....	45
Tablica 4.5 Vrijednosti volumnih udjela vlakana i težina tkanina u epruvetama .....	46
Tablica 4.6 Eksperimentalno određena materijalna svojstva kompozitnih slojeva .....	48
Tablica 6.1 Geometrija pravokutne ploče .....	54
Tablica 6.2 Materijalna svojstva pravokutne ploče [3].....	54
Tablica 6.3 Analitička rješenja za progib, momente i naprezanja u točki A.....	55
Tablica 6.4 Konvergencija progiba u točki A ploče i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem .....	62
Tablica 6.5 Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem .....	63
Tablica 6.6 Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem .....	64
Tablica 6.7 Različite konfiguracije slojeva laminata .....	66
Tablica 6.8 Odziv kompozitne konstrukcije za različite konfiguracije slojeva .....	66
Tablica 7.1 Svojstva konstituenata.....	71
Tablica 7.2 Procijenjena materijalna svojstva slojeva ispitnih epruveta za numeričku simulaciju .....	72
Tablica 7.3 Procijenjeni parametri čvrstoće slojeva ispitnih epruveta za numeričku simulaciju .....	73
Tablica 7.4 Rezultati analize za UD GFRP 0°.....	76
Tablica 7.5 Rezultati analize za UD GFRP 90°.....	79
Tablica 7.6 Rezultati analize za UD GFRP 10°.....	81
Tablica 7.7 Rezultati analize za UD CFRP 0°.....	83
Tablica 7.8 Rezultati analize za UD CFRP 90°.....	85
Tablica 7.9 Rezultati analize za UD CFRP 10°.....	87



---

Tablica 7.10 Rezultati analize za BIAX GFRP 0°/90° .....	92
Tablica 7.11 Rezultati analize za UD CFRP 0° te usporedba s eksperimentom .....	95
Tablica 7.12 Rezultati analize za UD CFRP 90° te usporedba s eksperimentom .....	98
Tablica 7.13 Rezultati analize za UD CFRP 10° te usporedba s eksperimentom .....	100

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
<b>A</b>	-	Matrica istežne krutosti
<b>B</b>	-	Matrica spregnute krutosti
$C_{ijkl}$	-	Tenzor elastičnosti
<b>D</b>	-	Matrica savojne krutosti
$E_1$	MPa	Youngov modul elastičnosti kompozita u longitudinalnome smjeru
$E_2$	MPa	Youngov modul elastičnosti kompozita u transverzalnome smjeru
$E_{fl}$	MPa	Youngov modul elastičnosti vlakna u longitudinalnome smjeru (smjer paralelan smjeru pružanja vlakna)
$E_{ft}$	MPa	Youngov modul elastičnosti vlakna u transverzalnome smjeru (smjer okomit smjeru pružanja vlakna)
$E_m$	MPa	Youngov modul elastičnosti matrice
$f_{ft}$	MPa	Vlačna čvrstoća vlakna
$f_{mt}$	MPa	Vlačna čvrstoća matrice
$f_{mc}$	MPa	Tlačna čvrstoća matrice
$f_{fs}$	MPa	Smična čvrstoća vlakna
$f_{ms}$	MPa	Smična čvrstoća matrice
$f_{Lt}$	MPa	Longitudinalna vlačna čvrstoća jednoslojnog kompozita
$f_{Lc}$	MPa	Longitudinalna tlačna čvrstoća jednoslojnog kompozita
$f_{Tt}$	MPa	Transverzalna vlačna čvrstoća jednoslojnog kompozita
$f_{Tc}$	MPa	Transverzalna tlačna čvrstoća jednoslojnog kompozita
$f_{LTs}$	MPa	Smična ravninska čvrstoća jednoslojnog kompozita
$G_{12}$	MPa	Modul smicanja kompozita
$G_f$	MPa	Modul smicanja vlakna
$G_m$	MPa	Modul smicanja matrice
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen cijelog kompozita
$V_f$	m <sup>3</sup>	Volumen vlakna
$V_m$	m <sup>3</sup>	Volumen matrice
$v_f$	-	Volumni udio vlakna u kompozitu
$v_m$	-	Volumni udio matrice u kompozitu
$M$	kg	Masa cijelog kompozita
$M_f$	kg	Masa vlakna
$M_m$	kg	Masa matrice
<b>M</b>	-	Matrica unutarnjih momenata višeslojnog kompozita
<b>N</b>	-	Matrica unutarnjih sila višeslojnog kompozita
<b>Q</b>	MPa	Reducirana matrica elastičnosti u sustavu glavnih materijalni osi
$\bar{Q}$	MPa	Reducirana matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu

$S_{ijkl}$	-	Tenzor podatljivosti
$\mathbf{T}_\varepsilon$	-	Matrica transformacije tenzora deformacije
$\mathbf{T}_\sigma$	-	Matrica transformacije tenzora naprezanja

**Grčke oznake**

Oznaka	Jedinica	Opis
$\varepsilon_{fu}$	-	Maksimalna duljinska deformacija vlakna
$\varepsilon_{mu}$	-	Maksimalna duljinska deformacija matrice
$\varepsilon_{kl}$	-	Tenzor deformacije
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ i }$	-	Tenzor deformacije u sustavu glavnih materijalnih osi
$\boldsymbol{\varepsilon}_{ x }$	-	Tenzor deformacije u globalnom koordinatnom sustavu
$\boldsymbol{\varepsilon}^0$	-	Matrica deformacija srednje površine laminata
$\boldsymbol{\kappa}$	-	Matrica zakrivljenosti srednje površine laminata
$\nu$	-	Poissonov faktor kompozita
$\nu_f$	-	Poissonov faktor vlakna
$\nu_m$	-	Poissonov faktor matrice
$\theta$	°	Kut između osi globalnog koordinatnog sustava i sustava glavnih materijalnih osi
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća kompozita
$\rho_f$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća vlakna
$\rho_m$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća matrice
$\sigma_{ij}$	MPa	Cauchyev tenzor naprezanja
$\boldsymbol{\sigma}_{ i }$	MPa	Tenzor naprezanja u sustavu glavnih materijalnih osi
$\boldsymbol{\sigma}_{ x }$	MPa	Tenzor naprezanja u globalnom koordinatnom sustavu

---

**SAŽETAK**

Tema diplomskog rada je određivanje svojstava kompozitnih materijala. U uvodnom dijelu objašnjeno je što su kompozitni materijali, gdje se primjenjuju i na koje načine se proizvode, nakon čega je razmotrena mikromehanika kompozitnih materijala u svrhu procjene mehaničkih svojstava kompozita ojačanih vlaknima. Objašnjene su analitičke metode mikromehanike za određivanje svojstava kompozitnih slojeva te je pomoću njih izračunat očekivani teorijski raspon vrijednosti mehaničkih svojstava, a zatim su metode međusobno uspoređene na konkretnim primjerima. U sklopu mehanike kompozitnih materijala u radu je sažeto izložena i makromehanika laminata uključujući i različite kriterije popuštanja kompozitnih materijala koji su kasnije korišteni u numeričkim simulacijama.

Nastavak rada bavi se eksperimentalnim metodama određivanja mehaničkih svojstava kompozitnih materijala. Navedene su i razrađene neke norme koje se odnose na statička vlačna ispitivanja kompozitnih materijala. Također, prikazani su rezultati ispitivanja kompozitnih epruveta u statičkom vlačnom eksperimentu provedenom na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu.

Zatim je provedena numerička simulacija pokusa rastezanja epruveta s ciljem verifikacije i validacije teoretskih metoda mikromehanike. Prije numeričke analize ukratko je objašnjena metoda konačnih elemenata te je provedena verifikacija konačnih elemenata na primjeru kompozitne ploče opterećene jednolikim kontinuiranim opterećenjem. Verifikacija je potrebna kako bi se odredili najprikladniji konačni elementi za numeričku simulaciju. U numeričkoj analizi korišteni su Tsai-Hill, Tsai-Wu te kriterij maksimalnih naprezanja. Najprije je provedena analiza korištenjem analitički dobivenih vrijednosti mehaničkih svojstava, a zatim eksperimentalno dobivenih. Validacija rješenja izvršena je pomoću dostupnih eksperimentalnih podataka.

Ključne riječi: kompozitni materijali, mikromehanika, makromehanika, kriteriji popuštanja, vlačno ispitivanje, metoda konačnih elemenata, numerička analiza

**SUMMARY**

The subject matter of thesis is determination of properties of composite materials. The introductory part explains composite materials, their application and ways of production, and afterwards micromechanics of composite materials were considered in purpose of estimation of mechanical properties of fiber-reinforced composites. Analytical methods of micromechanics were explained and the expected theoretical ranges of mechanical properties values were calculated using those methods, and then the methods were compared to each other in examples. Within mechanics of composite materials macromechanics of laminas was briefly presented, including various failure criteria of composite materials which were later used in numerical simulations.

The continuation of thesis is concerned with experimental methods for determination of mechanical properties of composite materials. Some standards referring to static tensile tests of composite materials were listed and elaborated. Also, the results of tensile test experiments conducted at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb were presented.

Then, numerical simulations of tensile experiment were carried out with the purpose of verification and validation of theoretical methods of micromechanics. Before the numerical analysis itself, finite element method was explained and verification of finite elements was conducted on composite plate loaded with uniform continuous load example. Verification is required for determination of the most suitable finite elements for numerical analysis. Regarding numerical analysis, there were used Tsai-Hill failure criterion, Tsai-Wu failure criterion and maximum stresses failure criterion. Analysis using theoretically obtained values of mechanical properties was conducted first and analysis using experimentally obtained properties was conducted afterwards. Validation of numerical solutions was made using available experimental data.

Key words: composite materials, micromechanics, macromechanics, failure criteria, tensile test, finite element method, numerical analysis

## 1. UVOD

Kompoziti su materijali koji se sastoje od najčešće dva osnovna konstituenta, vlakana i matrice, koji imaju bitno različita svojstva. Vlakna i matrice sačinjavaju slojeve koji su međusobno povezani u višeslojni kompozit, čija su svojstva različita od svojstava osnovnih konstituenata. Vlakna su osnovni nosivi element kompozita te mu daju čvrstoću i otpornost na trošenje. Matrica ima važnu funkciju u prijenosu opterećenja na vlakno, drži vlakna zajedno, daje vanjsku formu kompozitu te definira ponašanje kompozita s obzirom na utjecaje okolne atmosfere. Matrice mogu biti polimerne (duromeri ili plastomeri), ugljične, metalne (eng. *Metal Matrix Composites*), keramičke itd. Vlakna su najčešće ugljična, staklena, aramidna (kevlar) te metalna, a čine 60-70% volumnog udjela kompozita. Osim uobičajene konfiguracije dugih vlakana, vlakna mogu u kompozitu biti i u obliku kratkih vlakana, *whiskers*, sfere i dr. *Whiskers* su kratka vlakna izrazito visoke čvrstoće (njihova čvrstoća teoretski može iznositi i do desetine modula elastičnosti), promjera do 10  $\mu\text{m}$ . Posebnu vrstu kompozita čini prepreg (eng. *PREimpREGnated*) kod kojeg su pletena vlakna natopljena matricom, najčešće polimernom. Prepreg se u pravilu koristi za proizvodnju kompozitnih komponenti u autoklavu. Sve se više govori i o nanokompozitima, kao posebnoj vrsti kompozitnih materijala. Radi se o ugljičnim nanocijevima kod kojih su dvodimenzionalne bazalne ravnine savijene u oblik cijevi, a oblik im ovisi o načinu na koji su savijene. Danas je osnovni problem njihove primjene vrlo skupa proizvodnja te nemogućnost proizvodnje u inženjerski potrebnim količinama, no zasigurno se radi o materijalima budućnosti te su danas predmet vrlo intenzivnih istraživanja. Još jedna od vrsta kompozitnih materijala su biokompoziti. Biokompoziti mogu biti načinjeni kombinacijom prirodnih vlakana (biljnog ili životinjskog podrijetla npr. vuna, dlaka, svila, slama, lišće...) i biološki nerazgradivih polimernih vlakana (duromeri ili plastomeri), sintetičkih vlakana i biopolimernih matrica (nastalih preradom biljaka) te kombinacijom prirodnih vlakana i biopolimernih matrica (ova kombinacija čini najekološkije kompozite koji se često nazivaju zeleni kompoziti). Više o kompozitnim materijalima može se pročitati u opsežnoj literaturi, npr. [1].

### 1.1. Vlakna

Visoka mehanička svojstva vlakna rezultat su snažnih međuatomnih sila koje vladaju u materijalu niskog atomskog broja i male gustoće (npr. C, B, Al, Si). Vlakna mogu biti

napravljena ili samo od tih elemenata, od njihovih međusobnih spojeva, ili spojeva s kisikom i dušikom. Kod vlaknastih materijala nije kao kod metala izraženo plastično tečenje, već se lom događa uslijed integralnog efekta djelovanja mikroskopskih pukotina.

Danas su zasigurno najrasprostranjenija ugljična (karbonska) vlakna, posebice kod najzahtjevnijih avionskih konstrukcija. Većina ugljičnih vlakana koja se koriste u avionskim i drugim konstrukcijama napravljena su iz poliakrilonitril (PAN) vlakana ili iz različitih smola (eng. *pitch*) procesom karbonizacije, pri čemu se postupci proizvodnje mogu značajno razlikovati. Prema osnovnim mehaničkim karakteristikama ugljična vlakna klasificiraju se kao HM (visokog modula elastičnosti), HS (visoke čvrstoće), IM (umjerenog modula elastičnosti), a ponekad se koristi i oznaka UHM (vrlo visok modul elastičnosti). Vlakna dobivena iz smole općenito imaju veći modul elastičnosti, no i manju tlačnu i vlačnu čvrstoću u odnosu na PAN vlakna.

Staklena vlakna najčešće se proizvode od silike (silicijevog dioksida,  $\text{SiO}_2$ ) i u pravilu imaju slabija mehanička svojstva od ugljičnih vlakana. Vrlo su raširena u primjeni kod mehanički manje zahtjevnih konstrukcija zbog njihove niže cijene. Mogu se znatno razlikovati po svojstvima te se označavaju kao A-staklo (danas se vrlo rijetko koriste), C-staklo (poboljšana otpornost na kiseline i lužine), E-staklo (najčešće korištena staklena vlakna; poboljšana otpornost na vlagu i blaže kemikalije) te S-staklo (povećane čvrstoće i modula elastičnosti, a koristi se kod mehanički najopterećenijih konstrukcija gdje su potrebni visoka specifična čvrstoća i krutost).

Više o ostalim vrstama vlakana može se pročitati u literaturi, npr. [1].

## 1.2. Matrice

Svojstva matrice, koja utječu na svojstva cijelog kompozita te ograničenja u primjeni istog, izrazito su važna za određivanje uzdužne tlačne čvrstoće, poprečne vlačne čvrstoće te međuslojne posmične čvrstoće. U zrakoplovnim konstrukcijama od matrice se zahtjeva da bude otporna i na pogonsko gorivo, hidrauličke fluide, kao i različite kemikalije koje se koriste pri održavanju zrakoplova (npr. sredstva za skidanje boje). U slučaju izloženosti kompozita kemijskim ili utjecajima okoline, matrica je prva izložena smanjenju mehaničkih svojstava. Vrlo bitno fizikalno svojstvo je temperatura prelaska u kruto stanje (eng. *glass transition temperature* - GTT) koja definira točku prelaska iz viskoznog u kruto stanje matrice. Ova temperatura bitno definira konačna svojstva matrice. Pri upotrebi iznad GTT svojstva matrice znatno se snižavaju. Vлага u kompozitu, tj. matrici, znatno snižava GTT.

Kad je riječ o polimernim matricama, one se dijele na dvije velike skupine: duromerne matrice i plastomerne matrice. Duromeri pri zagrijavanju stvaraju ireverzibilne kemijske veze među polimernim lancima koji su međusobno snažno umreženi. Pri ponovnom zagrijavanju, oni ne mijenjaju stanje, već ostaju kruti sve dok se pod djelovanjem visoke temperature potpuno ne razgrade. Tu leži i veliki problem u njihovoj primjeni, nije ih moguće reciklirati razmekšavanjem matrice već samo mehanički usitniti čime se dobiju sitne granule koje u sebi sadrže i vlakna i matricu. Za razliku od duromera, plastomeri imaju svojstvo da pri hlađenju stvrdnjavaju, ali se pri ponovnom zagrijavanju razmekšaju te ih je moguće ponovno oblikovati. To svojstvo omogućuje popravljavanje kompozitnih dijelova koji imaju plastomernu matricu, kao i njihovo djelomično recikliranje. Ipak, duromeri se češće koriste u proizvodnji kompozita zbog relativno niže cijene, niskih proizvodnih temperatura, niske viskoznosti pri proizvodnji te dobrog oplakivanja vlakana.

Od spomenutih duromera koji se koriste kao matrice, za kompozite visokih mehaničkih svojstava, najčešće su korištene epoksidne smole zbog lakog korištenja, izvrsnih mehaničkih svojstava dobre kemijske postojanosti te zadržavanja dobrih mehaničkih svojstava i pri povišenim temperaturama i vlazi. Također, epoksidne smole ostvaruju dobru adheziju s većinom vrsta vlakana. Budući da pri proizvodnji prolaze kroz fazu vrlo niske viskoznosti to im omogućava vrlo široke tehnike proizvodnje. Konačna svojstva epoksidne matrice pokazuju izrazitu krhkost, što dovodi do znatne osjetljivosti obzirom na pojavu pukotina. Da bi se ta svojstva poboljšala, kao i otpornost vlazi te toplinska stabilnost, danas se epoksidima dodaju elastomeri, kao i drugi tipovi polimera. Glavne prednosti epoksida su mogućnost modificiranja svojstava prema postavljenim zahtjevima, mogućnost kontrole žilavosti te laka i sigurna proizvodljivost zbog male količine štetnih tvari koje se pri tome oslobađaju, malo skupljanje, dobra kemijska postojanost te dobra dimenzijska i toplinska stabilnost. Glavni nedostaci su visoka cijena proizvodnje u odnosu na npr. poliestere te relativno niska najviša temperatura primjene.

Vrlo su često kao matrice korišteni i poliesteri, najčešće u kombinaciji sa staklenim vlaknima. Poliesterske smole također pripadaju u skupinu duromera, a vrlo popularni predstavnik ove vrste su vinil esteri zbog svoje cijene, otpornosti na vlagu te brzine i jednostavnosti u izradi kompozita, što su i glavne prednosti ovih materijala. S druge strane, polimerizacija je vrlo egzotermna s visokim skupljanjem čime se u procesu proizvodnje uvode značajna zaostala naprezanja, a nedostaci su i krhkost te slaba kemijska otpornost nekim spojevima (alkalima). Vinil esteri su po svojim svojstvima između epoksida i poliestera.



---

Više o ostalim vrstama matrica može se pročitati u literaturi, npr. [1].

### 1.3. Primjena kompozita u proizvodnji malih plovila

Primjena kompozitnih materijala u proizvodnji plovila veoma je široka. Materijali koji se upotrebljavaju za izradu čamaca, kao i većina materijala za sportsku upotrebu, uglavnom dolaze iz zrakoplovne i svemirske industrije. Svi proizvođači čamaca primjenjuju iste kompozitne materijale, razlika je načinu upotrebe tih materijala i njihovoj količini u samom proizvodu. Upotrebom kompozitnih materijala bitno se skraćuje vrijeme izgradnje čamca uz znatno sniženje mase gotovog proizvoda. Vlaknima ojačani polimeri (kompoziti) imaju dvije glavne prednosti u odnosu na metal, a to su otpornost na uvjete morskog okoliša (posebno eliminacija galvanske korozije) te lako i jednostavno oblikovanje struktura od kompozita. Također, kompoziti imaju visok omjer čvrstoća-težina, što je dodatna prednost. Mala plovila i čamci obično su konstruirani od stakloplastike (eng. *fiberglass*), tj. GRP-a (eng. *glass reinforced plastic*). Postoje razne vrste sportskih brodova i jedrilica, različitih oblika i veličina trupova, no unatoč tome postoje uglavnom standardne tehnike proizvodnje i materijali koji se koriste u izradi brodova. Mala plovila se obično proizvode postupkom ručnog laminiranja, koji će biti opisan kasnije.

## 2. NAČINI PROIZVODNJE KOMPOZITA

Izbor procesa proizvodnje kompozita ovisi o vrsti matrice i vlakna te temperaturi potrebnj da se oblikuje dio. Također, bitno je obratiti pažnju na izbor procesa zbog toga što on utječe na troškove i volumen proizvodnje, a pitanje je i adekvatnost odabranog postupka s obzirom na željeni oblik konstrukcije koji se želi dobiti. Svaki proizvodni postupak nameće određena ograničenja na strukturu konstrukcije. Zbog toga konstruktor mora biti upoznat s prednostima, ograničenjima, troškovima, mogućnostima proizvodnje i tipičnom upotrebom različitih proizvodnih postupaka.

Proizvodnja kompozita s polimernim matricama obično uključuje sljedeće operacije:

1. Postavljanje vlakana prema traženoj orijentaciji
2. Prožimanje vlakana smolom (impregnacija)
3. Konsolidacija smolom natopljenih vlakana te uklanjanje viška smole, zraka i hlapljivih tvari
4. Skrućivanje kompozita
5. Vadenje dijela iz kalupa
6. Završne operacije (npr. *trimming*)

Različiti postupci proizvodnje kompozita razlikuju se u načinima na koje su izvedene gore nabrojane operacije. Kod nekih postupaka više operacija može biti spojeno u jednu kako bi se uštedjelo vrijeme (npr. kod postupka namatanja, postavljanje vlakana, impregnacija i konsolidacija odvijaju se istovremeno). Neke operacije mogu biti izvedene prijevremeno, kao što je impregnacija preprega koji se zatim koristi kod postupka ručnog polaganja.

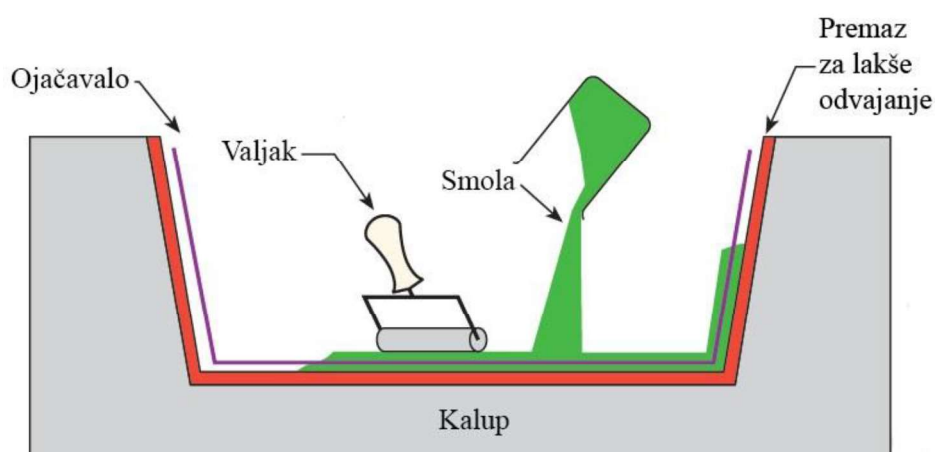
Svaka metoda izrade ima svojstvene prednosti i nedostatke. Razlike u načinima na koji se kompoziti proizvode imaju značajne posljedice na cijenu, volumen proizvodnje, kvalitetu i performanse konačnog proizvoda. U nastavku su opisane samo neki od brojnih načina proizvodnje, koji su zanimljivi za potrebe ovog rada

### 2.1. Ručni postupak laminiranja

Ručni postupak laminiranja (eng. *hand lay-up*) najstariji je, najjednostavniji te najčešće korišten postupak proizvodnje kompozitnih dijelova. Ovaj postupak izvorno je bio korišten za proizvodnju trupova brodova sredinom 20. stoljeća. U osnovi, to je postupak laminiranja kompozita u kojem se slojevi smole i ojačavala, jedan po jedan, ručno prilažu na površinu

otvorenog kalupa, premazanu tvarima za lakše odvajanje gotove komponente. Proces traje sve dok se ne postigne željena debljina. Postupak započinje tako da se na kalup premazan tvarima za lakše odvajanje, najprije kistom nanosi sloj smole spremne za polireakciju uz umrežavanje, ali bez ojačavala i punila. Zatim se redom nanose slojevi staklenog mata ili tkanine natopljeni hladno smolom za umrežavanje, a valjkom se istiskuje zrak zadržan između slojeva. Smola bez ojačavala i punila čini i završni sloj u debljini dovoljnoj da pokrije stakleno ojačanje. Tako se dobije slojevit izradak, laminat. Kalupi za ručno laminiranje otvoreni su i nastoje se graditi jednostavno i od jeftinog materijala, drva ili nekoga polimernog materijala, rjeđe od metala. Materijali matrice u postupku ručnog dodirnog laminiranja mogu biti sve vrste smola (poliesterske, vinil-esterske, epoksidne, te fenolne smole). Mogu se koristiti svi tipovi vlakana, problemi se jedino mogu javiti u slučaju težih aramidnih vlakana koje je teže natopiti ručno. [5]

Postupak ručnog dodirnog laminiranja prikazan je na slici 2.1, u tablici 2.1 mogu se vidjeti prednosti i nedostaci ovog postupka, dok se u tablici 2.2 mogu pronaći neke od primjena komponenata izrađenih ovim postupkom.



Slika 2.1 Postupak ručnog laminiranja [6]

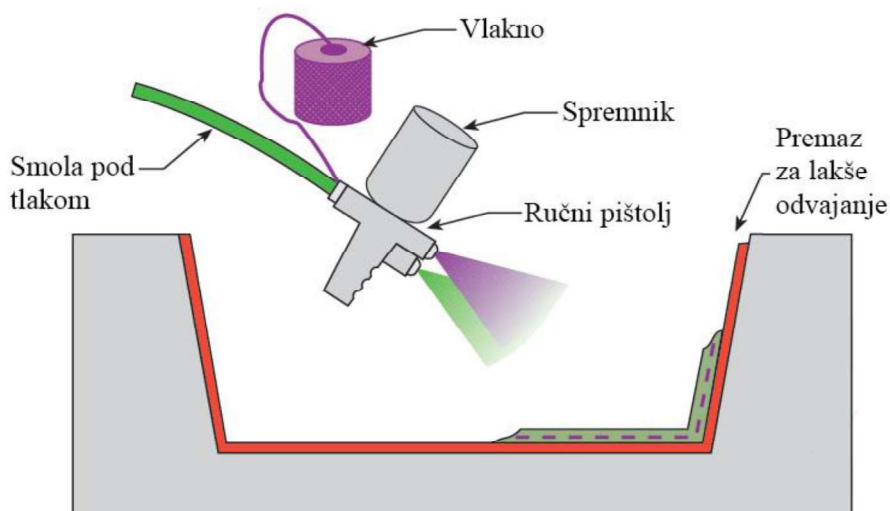
Tablica 2.1 Prednosti i nedostaci ručnog postupka laminiranja [4]

PREDNOSTI	NEDOSTACI
Mogu se proizvesti veliki dijelovi kompleksne geometrije	Samo jedna strana površine komponente je glatka
Vrlo jednostavan postupak	Kvaliteta uvelike ovisi o umijeću radnika
Niski troškovi izrade alata	Zahtjeva intenzivan rad
Udio šupljina manji od 1%	Mali volumen proizvodnje
Veliki izbor vrsti materijala	Emisija hlapljivih tvari
Moguće je izraditi sendvič konstrukcije	Teško je postići uniformnost proizvodnje
Nisu potrebne peći za proces skrućivanja	Dugo vrijeme skrućivanja na sobnoj temp.

Tablica 2.2 Neke primjene komponenta izrađenih ručnim laminiranjem [4]

PRIMJENA	PROIZVODI
Pomorstvo	trupovi brodova, kanali, bazeni, spremnici
Zrakoplovstvo	mlaznice motora
Konstrukcije	nosači, kanali, kućišta, cijevi
Potrošači	dijelovi bicikla, dijelovi kamiona

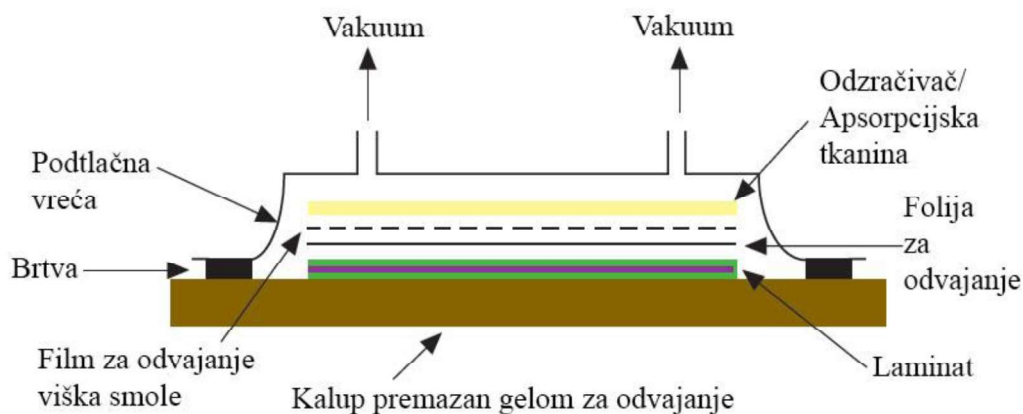
Postupak ručnoga laminiranja može se ubrzati djelomičnim mehaniziranjem postupka naštrcavanjem vlakana (eng. *spray lay-up*). Umjesto ručnog nanošenja vlakno ulazi u ručni pištolj u kojem se sječe na manje komadiće i dodaje u struju tekuće smole. Takva se mješavina naštrcava u kalup gdje se umrežava (skrućuje) u atmosferskim uvjetima. Kao materijal matrice uglavnom se koriste poliesteri, dok se za ojačanje koriste isključivo staklena isjeckana vlakna. [7] Postupak oblikovanja naštrcavanjem prikazan je na slici 2.2.



Slika 2.2 Postupak oblikovanja naštrcavanjem [6]

## 2.2. Vakuusko spajanje

Proizvodni postupak vakuuskog spajanja započinje ručnim slaganjem svih komponenata kompozita (premaza za odvajanje, smole i vlakana, odjeljivala itd.) nakon čega se na njega stavlja podtlačna vreća, kao što je prikazano na slici 2.3.. Pomoću podtlačne pumpe uklanja se zrak iz unutrašnjosti zatvorenog kalupa, tj. ispod zaštitne vreće. Pomoću vakuuma u zatvorenome kalupu se poboljšava spajanje elemenata kompozita. Podtlačne vreće uvelike pridonose optimalnom odnosu smole i ojačavala (tj. uklanjaju višak smole), a rezultat toga je lakši i čvršći proizvod. Kod ovog postupka mogu se koristiti sve vrste vlakana, a kao matrice se koriste fenolne i epoksidne smole (kod poliestera i vinil estera problem može biti povećana ekstrakcija stirena). [6]

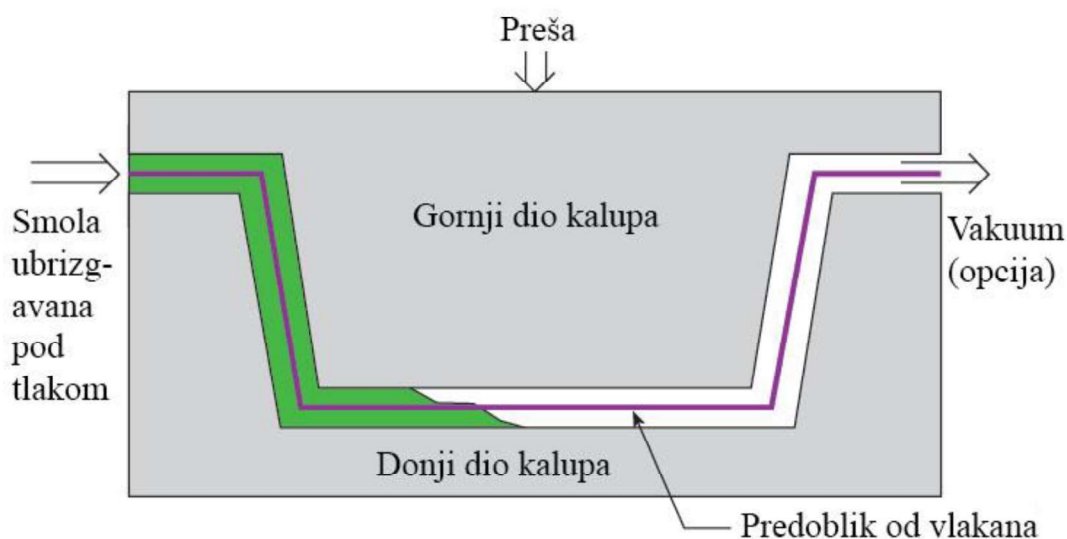


Slika 2.3 Postupak vakuuskog spajanja [6]

Prednosti vakuumskog spajanja su što se ovim postupkom proizvode kompoziti s većim udjelom vlakna, manje je pukotina u materijalu, vlaženje vlakana i protok smole kroz ojačanja su bolji zbog djelovanja povišenog tlaka te je smanjena količina ishlapljenih štetnih tvari. Nedostatak je što je proces nešto skuplji te zahtjeva veliku vještinu operatera, posebno kod kontrole miješanja i udjela smole. [8]

### 2.3. Ubrizgavanje smole u kalup

Kod postupka ubrizgavanja smole u kalup (eng. *resin transfer moulding*) započinje se postavljanjem predoblika od vlakana u kalup (mogu se stvoriti različiti oblici koji se drže vezivom). Nakon toga, kalup se zatvara te se u njega ubrizgava smola. Kada je kalup popunjen smolom zatvaraju se mjesta ubrizgavanja te dolazi do skrućivanja (umrežavanja) pri povišenim ili sobnim temperaturama. U postupku se mogu koristiti gotovo sve vrste matrica i vlakana. Prednosti postupka ubrizgavanja smole u kalup su što se tim postupkom proizvode kompoziti s visokim udjelom vlakana te niskim udjelom pukotina, dobije se kompozit boljeg izgleda površine i budući da je smola zatvorena u kalup, postupak ne predstavlja opasnost za okoliš. Nedostaci su što je neophodan vrlo skup i težak alat, proizvodnja je ograničena na manje komade i na proizvodu se mogu pojaviti mjesta koja nisu popunjena smolom (škart). [8] Postupak ubrizgavanja smole u kalup shematski je prikazan na slici 2.4.



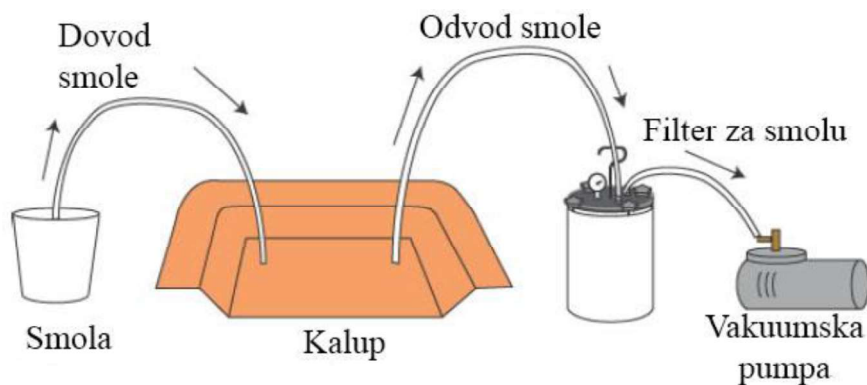
Slika 2.4 Postupak ubrizgavanja smole u kalup [6]

## 2.4. Vakuumska infuzija

Vakuumska infuzija (eng. *Vacuum Infusion Process*) je postupak u kojemu se pomoću podtlaka smolu dovodi do laminata i višak se smole odstranjuje iz kalupa, kao što je prikazano na slici 2.5. Ojačalo je ručno položeno u kalup u kojemu je podtlak. Unutrašnjost kalupa je sa cijevi spojena sa spremnikom u kojemu se nalazi smola. Kada je podtlak u kalupu dovoljno visok, smola se dovodi kroz cijev u unutrašnjost kalupa do laminata. Višak smole se podtlakom pomoću podtlačne pumpe odstranjuje iz kalupa. Postupak podtlačnog ulijevanja pruža niz poboljšanja u odnosu na tradicionalne postupke kao što su ručni dodirni postupak laminiranja i postupak štrcanja vlakana. Neke od bitnih prednosti postupka podtlačnog ulijevanja, prema [9], su:

- optimalniji omjer smole i ojačavala
- manji utrošak smole (manja masa proizvoda)
- ujednačena raspodjela smole u laminatu
- trajanje procesa nije vremenski ograničeno
- zdraviji i čišći proces (zatvoreni kalup)

Uobičajeni ručni dodirni postupak laminiranja (eng. *hand lay-up*) rezultira velikim udjelom smole u kompozitnom proizvodu. Povoljan (optimalan) omjer smole i ojačavala u brodogradnji dobiven postupkom vakuumske infuzije je 60% smole i 40% ojačavala. Nepovoljan omjer smole i ojačavala loše utječe na proizvod (npr. brod). Veći udio smole u kompozitnoj tvorevini (brodu) rezultira većom masom tvorevine, ali i lošijim mehaničkim karakteristikama (smanjena otpornost na lom). Veći udio smole u polimernom trupu broda rezultira slabijim manevarskim sposobnostima i većom potrošnjom goriva, zbog veće mase broda. [9]

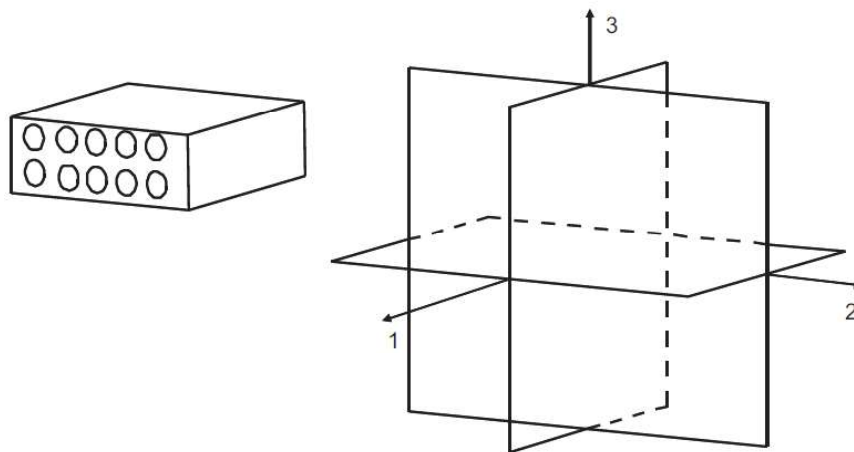


Slika 2.5 Postupak vakuumske infuzije [9]

### 3. MEHANIKA KOMPOZITNIH MATERIJALA

Materijali se prema sastavu mogu podijeliti na homogene i heterogene materijale. Heterogeni materijali imaju svojstva (npr. mehanička) koja se razlikuju od materijalne točke do materijalne točke. Za razliku od heterogenih materijala, homogeni materijali (npr. čelik) imaju ista svojstva u svim materijalnim točkama.

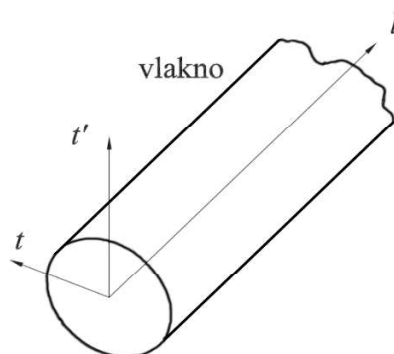
Također, materijali se mogu podijeliti prema fizikalno-mehaničkim svojstvima u ovisnosti o promatranom smjeru u bilo kojoj materijalnoj točki tijela. Izotropni materijal je homogeni materijal, čija su fizikalno-mehanička svojstva (elastična, mehanička, toplinska itd.) jednaka u svim smjerovima. Izotropni materijali, poput aluminijske i čelika, najčešće su korišteni materijali u industrijskoj primjeni. Izotropni materijali imaju beskonačan broj ravnina simetrije, što znači da su im svojstva neovisna o orijentaciji. Da bi se opisalo elastično ponašanje izotropnog materijala potrebne su samo dvije konstante. Budući da se Youngov modul elastičnosti  $E$  i Poissonov koeficijent  $\nu$  mogu odrediti iz jednog ispitivanja, to su dvije konstante koje se najčešće koriste da se opiše izotropan materijal (preostale konstante se mogu izračunati pomoću dvije spomenute, npr. modul smicanja  $G$ ). Matrica kompozita vrlo je često izrađena od izotropnog materijala (duromeri, plastomeri, metalne i keramičke matrice itd.). S druge strane, anizotropni materijali imaju fizikalno-mehanička svojstva koja su ovisna o smjeru. Anizotropni materijali mogu biti homogeni, ali svojstva im se mijenjaju ovisno o orijentaciji duž koje se mjere. Jedna takva podskupina anizotropnih materijala naziva se ortotropnim materijalima. Ortotropni materijali imaju svojstvo homogenosti, ali postoje tri karakteristična smjera s različitim fizičko-mehaničkim svojstvima. Oni imaju tri ravnine simetrije, kao što se može vidjeti na slici 3.1. Primjer ortotropnog materijala je jednosmjernim vlaknima ojačan kompozit. Da bi se opisao ortotropni materijal potrebno je 9 neovisnih konstanti elastičnosti. [4]



Slika 3.1 Ravnine simetrije ortotropnog materijala [4]



Poseban primjer ortotropnog materijala predstavlja transverzalno izotropan materijal. Takav materijal ima definiranu ravninu transverzalne izotropije tako da je svaka ravnina okomita na nju ravnina elastične simetrije. U normalnom smjeru ravnine transverzalne izotropije kroz materijal prolazi os transverzalne izotropije. Primjer takvog materijala je vlakno. Na slici 3.2 prikazane su oznake osi transverzalno izotropnog vlakna pri čemu je  $l$  os transverzalne izotropije, a ravnina  $t-t'$  ravnina transverzalne izotropije. Transverzalno izotropan materijal opisan je s 5 neovisnih elastičnih konstanti. [1; 4]



Slika 3.2 Oznake osi transverzalno izotropnog vlakna [1]

### 3.1. Mikromehanika

Prilikom dizajniranja laminatnih kompozita potrebno je poznavati mehanička svojstva svakog pojedinog sloja. Zadaća mikromehanike je da poznavajući mehanička svojstva vlakna i matrice odredi mehanička svojstva jednog sloja. Za precizno određivanje svojstava provode se eksperimentalna ispitivanja, no nedostatak je što jedan skup takvih mjerenja identificira svojstva kompozita samo za konkretan postupak proizvodnje tog kompozita. Bilo kakva modifikacija varijabli zahtijevala bi dodatna mjerenja, a to nije praktično jer su troškovi proizvodnje kompozita visoki te bi testiranja na velikom broju ispitnih uzoraka uzrokovala relativno visoke novčane izdatke. Uzimajući to u obzir, analitičko predviđanje svojstava kompozita pokazuje se kao prijeko potreban alat. Najčešće korištene analitičke metode mikromehanike su [1]:

1. Pravilo mješavina (eng. *rule of mixtures*)
2. Chamisov model
3. Halpin-Tsai jednadžbe
4. Nielsenov elastični model

Navedene analitičke metode pojašnjene su i uspoređene u nastavku rada.

### 3.1.1. Pravilo mješavina

Pravilo mješavina najjednostavnija je metoda za određivanje elastičnih svojstava jednosmjernih kompozitnih materijala. Osnovne pretpostavke pri postavljanju izraza pravila mješavina [1]:

1. Veza između vlakna i matrice je idealna
2. Nema šupljina u kompozitu
3. Ne razmatraju se lokalni efekti, npr. koncentracija naprezanja

Matrica je razmatrana kao izotropna s mehaničkim svojstvima  $E_m$  (modul elastičnosti),  $\nu_m$  (Poissonov koeficijent) te  $G_m$  (modul smičnosti). Vlakno je razmatrano kao ortotropno s mehaničkim svojstvima  $E_{fl}$  (modul elastičnosti u smjeru pružanja vlakna),  $E_{ft}$  (modul elastičnosti okomito na smjer pružanja vlakna),  $\nu_f$  (Poissonov koeficijent) te  $G_f$  (modul smicanja). Ako su volumni udjeli vlakna i matrice u referentnom volumenu definirani kao  $\nu_f$  i  $\nu_m$  tada prema pretpostavci o nepostojanju šupljina vrijedi:

$$\nu_f + \nu_m = 1 \quad (3.1)$$

Isto tako, masa vlakna i masa matrice u kompozitu definirani su kao  $M^f$  i  $M^m$ , pa je ukupna masa kompozita:

$$M = M_f + M_m \quad (3.2)$$

Masa bilo kojeg materijala (vlakna, matrice, kompozita) jednaka je umnošku gustoće i volumena tog materijala, pa se gustoća čitavog kompozita može izračunati kao:

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (3.3)$$

Modul elastičnosti sloja kompozita u smjeru pružanja vlakna ovisi o modulima elastičnosti matrice i vlakna te o njihovim volumnim udjelima u kompozitu:

$$E_1 = E_{fl} \nu_f + E_m \nu_m \quad (3.4)$$

Modul elastičnosti sloja kompozita u transverzalnom smjeru (okomito na smjer pružanja vlakna):

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\nu_f}{E_{ft}} + \frac{\nu_m}{E_m} \quad (3.5)$$

Modul smičnosti izračunava se pomoću sljedećeg izraza:

$$G_{12} = \frac{G_m}{\nu_m + \nu_f \frac{G_m}{G_f}} \quad (3.6)$$

Posljednje što treba izračunati je Poissonov faktor sloja, koji je definiran sljedećim izrazom:

$$\nu_{12} = \nu_f \nu_f + \nu_m \nu_m \quad (3.7)$$

Istraživanja su pokazala da se rezultati za  $E_1$  i  $\nu_{12}$  dobiveni pravilom mješavina dobro slažu s rezultatima eksperimentalnih mjerenja, dok se rezultati za  $E_2$  i  $G_{12}$  ne poklapaju dobro. Stoga su napravljene izmjene u izrazima za  $E_2$  i  $G_{12}$ , a to se zove modificirano pravilo mješavina (eng. *modified rule of mixtures*):

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\eta_f \nu_f}{E_{ft}} + \frac{\eta_m \nu_m}{E_m} \quad (3.8)$$

, gdje se faktori  $\eta_f$  i  $\eta_m$  računaju:

$$\eta_f = \frac{E_{fl} \nu_f + [(1 - \nu_{f12} \nu_{f21}) E_m + \nu_m \nu_{f21} E_{fl}] \nu_m}{E_{fl} \nu_f + E_m \nu_m} \quad (3.9)$$

$$\eta_m = \frac{[(1 - \nu_m^2) E_{fl} - (1 - \nu_m \nu_{f12}) E_m] \nu_f + E_m \nu_m}{E_{fl} \nu_f + E_m \nu_m} \quad (3.10)$$

Izraz za  $G_{12}$  kod modificiranog pravila mješavina glasi:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\frac{\nu_f}{G_f} + \frac{\eta' \nu_m}{G_m}}{\nu_f + \eta' \nu_m} \quad (3.11)$$

, gdje je  $0 < \eta' < 1$  (poželjno  $\eta' = 0,6$ ).

### 3.1.2. Chamisov model

Chamisov mikromehanički model najčešće je korištena analitička metoda, a daje formulacije za procjenu svih pet nezavisnih elastičnih karakteristika. Primjećujemo da su izrazi za  $E_1$  i  $\nu_{12}$  identični kao izrazi (3.27) i (3.30) kod pravila mješavina, a u formulama za  $E_2$  i  $G_{12}$  volumni udio vlakana  $\nu_f$  zamijenjen je svojim kvadratnim korijenom. [10]

$$E_1 = E_{fl} \nu_f + E_m \nu_m \quad (3.12)$$

$$E_2 = \frac{E_m}{1 - \sqrt{\nu_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_{ft}}\right)} \quad (3.13)$$

$$\nu_{12} = \nu_f \nu_f + \nu_m \nu_m \quad (3.14)$$

$$G_{12} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{\nu_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_f}\right)} \quad (3.15)$$

### 3.1.3. Halpin-Tsai jednadžbe

Halpin-Tsai jednadžbe su skup empirijskih relacija kod kojih su osnovne pretpostavke iste kao i kod pravila mješavina. Ove jednadžbe su poprilično precizne, pogotovo kod manjih volumnih udjela vlakna. Također su korisne kod određivanja svojstava kompozita koji sadrže diskontinuirana vlakna orijentirana u smjeru opterećenja. [11]

Halpin-Tsai jednadžbe mogu biti zapisane na način:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{(1 + \xi\eta v_f)}{(1 - \eta v_f)} \quad (3.16)$$

, gdje je:

$$\eta = \frac{(P_f/P_m) - 1}{(P_f/P_m) + \xi} \quad (3.17)$$

U gornjim jednadžbama  $P$  predstavlja module kompozita (npr.  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ), a  $P_f$  i  $P_m$  predstavljaju odgovarajuće module vlakna odnosno matrice. Član  $\xi$  je empirijski faktor koji služi da opiše utjecaj geometrije ojačanja na pojedino svojstvo. Funkcija  $\eta$  definirana je tako da kada je  $v_f = 0$ , tada je  $P = P_m$ , a kada je  $v_f = 1$ , tada vrijedi  $P = P_f$ .

### 3.1.4. Nielsenov elastični model

Nielsenov elastični model izveden je iz Halpin-Tsai jednadžbi uključivanjem faktora  $\phi_{\max}$ , koji ovisi o geometriji modela. [12]

$$\frac{P}{P_m} = \frac{(1 + \xi\eta v_f)}{(1 - \eta\psi v_f)} \quad (3.18)$$

, gdje su:

$$\eta = \frac{(P_f/P_m) - 1}{(P_f/P_m) + \xi} \quad (3.19)$$

$$\psi = 1 + \frac{(1 - \phi_{\max})}{\phi_{\max}^2} v_f \quad (3.20)$$

Za kvadratni raspored vlakana uzima se  $\phi_{\max} = 0,785$ , za heksagonalni raspored  $\phi_{\max} = 0,907$ , a ako je razmještaj vlakana nasumičan  $\phi_{\max} = 0,82$ .

### 3.1.5. Usporedba analitičkih metoda mikromehanike

Nakon pregleda analitičkih metoda mikromehanike, u ovome će potpoglavlju biti napravljena njihova usporedba. Najprije će iz literature biti pronađene minimalne i maksimalne vrijednosti mehaničkih svojstava konstituenata te će za takve rubne uvjete biti određena svojstva slojeva. Na taj način dobiti ćemo teorijski raspon vrijednosti za svojstva slojeva laminata. Zatim će pomoću istih teorijskih izraza biti napravljena procjena mehaničkih svojstava jednog sloja za 3 različite vrste laminata te će se dobiveni rezultati usporediti s eksperimentalno dobivenim podacima dostupnim u literaturi.

#### 3.1.5.1. Određivanje teorijskog raspona vrijednosti mehaničkih svojstava

Nakon što su u literaturi pronađene minimalne i maksimalne vrijednosti mehaničkih svojstava epoksidne matrice te vlakana od E-stakla i ugljičnih vlakana visoke čvrstoće, pomoću analitičkih metoda mikromehanike izračunat je teorijski raspon vrijednosti tih svojstava za jedan sloj određenog laminata. Svojstva konstituenata prikazana su u tablici 3.1. Izračunate vrijednosti za kompozit s matricom od epoksidne smole ojačane staklenim vlaknima prikazane su u tablici 3.2, dok su vrijednosti za kompozit s matricom od epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima visoke čvrstoće prikazane u tablici 3.3. U proračunima je uzet volumni udio vlakana  $v_f = 0,6$ .

**Tablica 3.1 Minimalne i maksimalne vrijednosti mehaničkih svojstava konstituenata iz literature [2], [4], [19] i [24]**

			HR ugljik	E-staklo	Epoksidna smola
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_{fl}$	MPa	227000-294000	72000-74000	-
Modul elastičnosti u smjeru okomito na vlakna	$E_{ft}$	MPa	15000	72000-74000	-
Modul elastičnosti matrice	$E_m$	MPa	-	-	2750-4500
Modul smicanja	$G_f, G_m$	MPa	50000-109000	30000-33000	1000-1600
Poissonov faktor	$\nu_f, \nu_m$	-	0,2-0,32	0,2-0,25	0,2-0,4
Longitudinalna vlačna čvrstoća	$f_{ft}, f_{mt}$	MPa	2756-7060	2500-3450	50-130
Longitudinalna tlačna čvrstoća	$f_{fc}, f_{mc}$	MPa	800-1750	4200	100
Smična čvrstoća	$f_{fs}, f_{ms}$	MPa	55	34	35

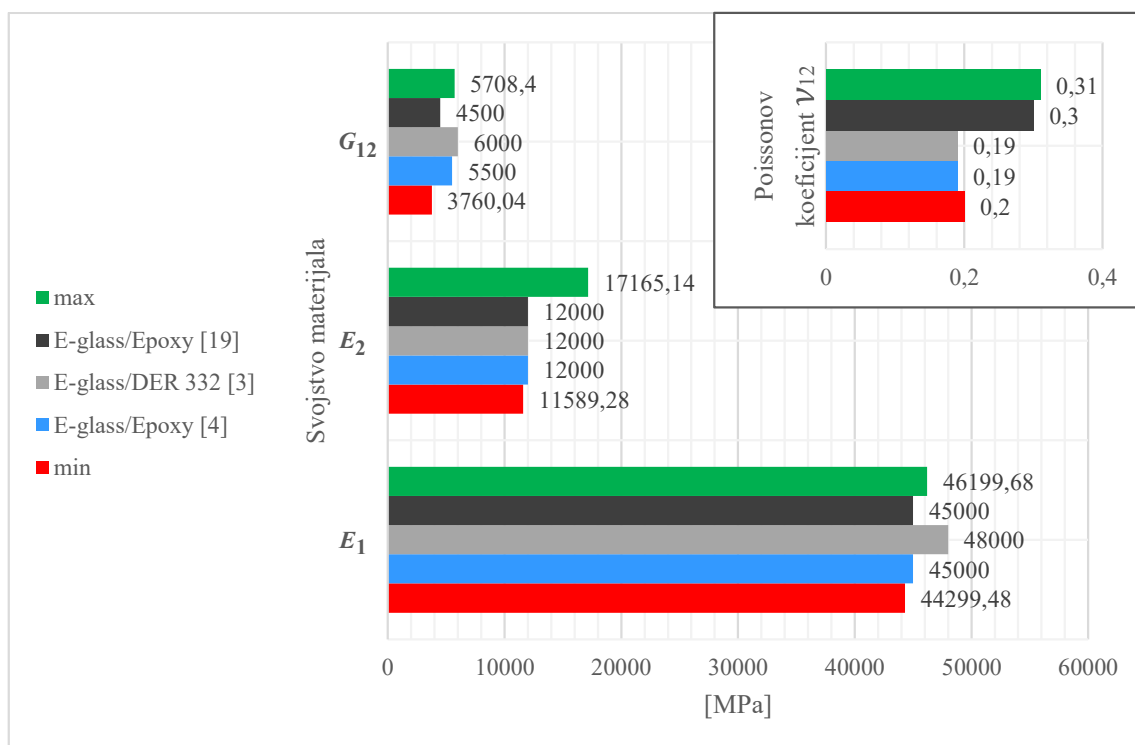
**Tablica 3.2 Teorijski raspon vrijednosti mehaničkih svojstava kompozita s epoksidnom matricom ojačanom staklenim vlaknima**

		$E_1$ , MPa	$E_2$ , MPa	$G_{12}$ , MPa	$\nu_{12}$
min	ROM	44300	6502,46	2380,95	0,2
	Chamis	44300	10784,8	3980,52	0,2
	Halpin-Tsai	44297,9	12866,7	3818,15	0,2
	Nielsen	44300	16203,14	4860,53	0,2
	prosječno	44299,48	11589,28	3760,04	0,2
max	ROM	46200	10309,6	3728,81	0,31
	Chamis	46200	16513,3	6084,59	0,31
	Halpin-Tsai	46198,7	18851,5	5785,23	0,31
	Nielsen	46200	22986,16	7235,54	0,31
	prosječno	46199,68	17165,14	5708,4	0,31

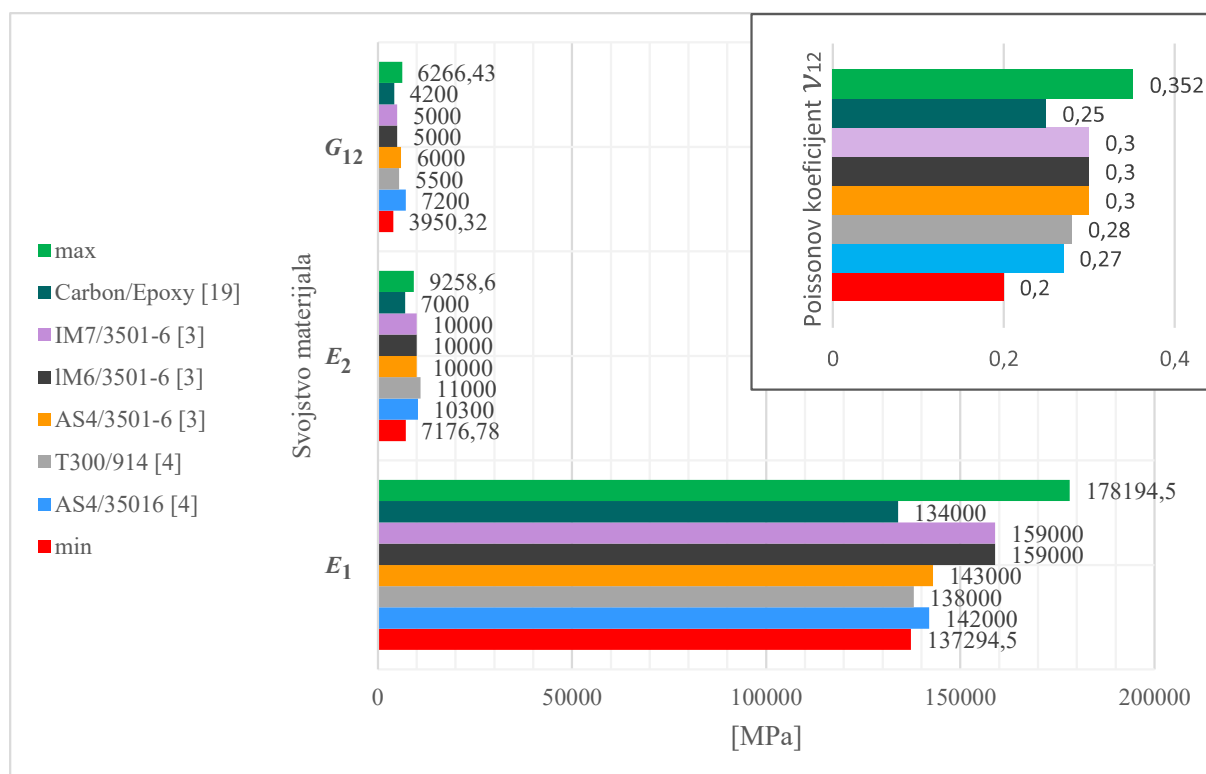
**Tablica 3.3 Teorijski raspon vrijednosti mehaničkih svojstava kompozita s epoksidnom matricom ojačanom ugljičnim vlaknima visoke čvrstoće**

		$E_1$ , MPa	$E_2$ , MPa	$G_{12}$ , MPa	$\nu_{12}$
min	ROM	137300	5392,16	2427,18	0,2
	Chamis	137300	7484,77	4151,18	0,2
	Halpin-Tsai	137278	7493,08	4017,64	0,2
	Nielsen	137300	8337,1	5205,26	0,2
	prosječno	137294,5	7176,78	3950,32	0,2
max	ROM	178200	7758,62	3913,82	0,352
	Chamis	178200	9830	6757,51	0,352
	Halpin-Tsai	178178	9391,68	6565,85	0,352
	Nielsen	178200	10054,08	7828,53	0,352
	prosječno	178194,5	9258,60	6266,43	0,352

Dobivši teorijske raspone vrijednosti mehaničkih svojstava za slojeve možemo provjeriti slaže li se to sa vrijednostima konkretnih laminata iz literature, kod kojih je volumni udio vlakana također  $\nu_f = 0,6$ . Usporedbe su prikazane u grafičkom obliku na slikama 3.3 i 3.4.



Slika 3.3 Grafička usporedba teorijskih graničnih vrijednosti mehaničkih svojstava te tabličnih podataka iz literature za kompozit od staklenih vlakana (E-staklo) i epoksidne smole



Slika 3.4 Grafička usporedba teorijskih graničnih vrijednosti mehaničkih svojstava te tabličnih podataka iz literature za kompozit od ugljičnih vlakana visoke čvrstoće i epoksidne smole

## 3.1.5.2. Procjena mehaničkih svojstava realnih laminata

Biti će razmatrane tri vrste kompozita; kompozit od epoksidne smole ojačan vlaknima od E-stakla E-glass/DER 332 ( $v_f = 0,6$ ), te dva kompozita od epoksidne smole ojačana ugljičnim vlaknima, T300/5208 ( $v_f = 0,7$ ) i T50/1962 ( $v_f = 0,62$ ). Za svaki od kompozitnih sustava računat će se longitudinalni modul elastičnosti  $E_1$ , transverzalni modul elastičnosti  $E_2$ , modul smicanja  $G_{12}$  te Poissonov koeficijent  $\nu_{12}$ . Mehanička svojstva konstituenta kompozita koji će se razmatrati prikazana su u tablicama 3.1, 3.2 i 3.3., a podaci su uzeti iz literature [2].

**Tablica 3.4 Mehanička svojstva konstituenta kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom staklenim vlaknima - E-glass/DER 332**

Mehanička svojstva	$E_{fl}$ MPa	$E_{ft}$ MPa	$G_f$ MPa	$\nu_f$	$\rho_f$ kg/m <sup>3</sup>	$E_m$ MPa	$G_m$ MPa	$\nu_m$	$\rho_m$ kg/m <sup>3</sup>
<b>Vrijednosti</b>	72000	72000	33000	0,25	2600	3400	1200	0,35	1220

**Tablica 3.5 Mehanička svojstva konstituenta kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom ugljičnim vlaknima - T300/5208**

Mehanička svojstva	$E_{fl}$ MPa	$E_{ft}$ MPa	$G_f$ MPa	$\nu_f$	$\rho_f$ kg/m <sup>3</sup>	$E_m$ MPa	$G_m$ MPa	$\nu_m$	$\rho_m$ kg/m <sup>3</sup>
<b>Vrijednosti</b>	230000	15000	91000	0,27	1770	3900	1400	0,35	1270

**Tablica 3.6 Mehanička svojstva konstituenta kompozita s matricom od epoksidne smole ojačanom ugljičnim vlaknima – T50/1962**

Mehanička svojstva	$E_{fl}$ MPa	$E_{ft}$ MPa	$G_f$ MPa	$\nu_f$	$\rho_f$ kg/m <sup>3</sup>	$E_m$ MPa	$G_m$ MPa	$\nu_m$	$\rho_m$ kg/m <sup>3</sup>
<b>Vrijednosti</b>	393000	6000	159000	0,24	1800	3700	1400	0,35	1270

U sljedećim tablicama prikazane su vrijednosti mehaničkih svojstava odabranih kompozita dobivene različitim analitičkim metodama te vrijednosti dobivene eksperimentalnim mjerenjima koje su dostupne u literaturi [2] i [3].



**Tablica 3.7 Mehanička svojstva za E-glass/DER 322 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike**

	$E_1$ , MPa	$E_2$ , MPa	$G_{12}$ , MPa	$\nu_{12}$
Pravilo mješavina	44560	7938	2854	0,19
Chamis	44560	12978	4732	0,19
Halpin-Tsai	44560	14539	4230	0,19
Nielsen	44560	18865	5755	0,19
E-glass/DER 322 [2]	48000	12000	6000	0,19

**Tablica 3.8 Mehanička svojstva za T300/5208 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike**

	$E_1$ , MPa	$E_2$ , MPa	$G_{12}$ , MPa	$\nu_{12}$
Pravilo mješavina	162170	8091	4505	0,29
Chamis	162170	10240	7945	0,29
Halpin-Tsai	162170	10008	7322	0,29
Nielsen	162170	11441	14873	0,29
T300/5208 [3]	181000	10300	7170	0,28

**Tablica 3.9 Mehanička svojstva za T50/1962 dobivena različitim analitičkim metodama mikromehanike**

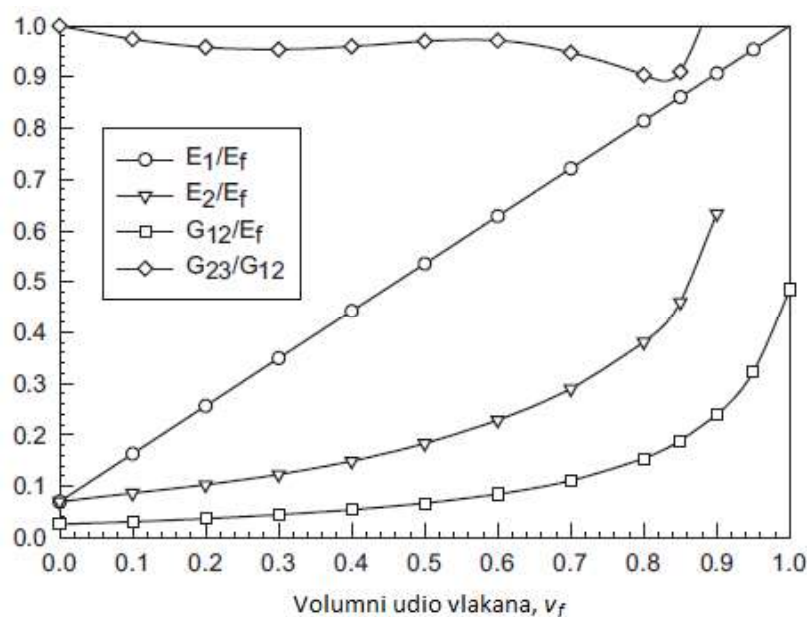
	$E_1$ , MPa	$E_2$ , MPa	$G_{12}$ , MPa	$\nu_{12}$
Pravilo mješavina	245066	4854	3632	0,28
Chamis	245066	5300	6377	0,28
Halpin-Tsai	245066	5008	5735	0,28
Nielsen	245066	5153	9127	0,28
T50/1962 [3]	241000	7000	6000	0,28

Kao što se može vidjeti u tablicama 3.4, 3.5 i 3.6 postoje određena odstupanja između teorijski dobivenih vrijednosti i eksperimentalnih rezultata, a posljedica su polaznih pretpostavki (npr. zanemaruje se utjecaj šupljina, veza vlakna i matrice smatra se idealnom). Pretpostavke omogućavaju jednostavno izračunavanje svojstava, međutim sa sobom unose grešku u proračun

jer zanemaruju nesavršenosti u strukturi kompozita. Također, niti jedna od korištenih analitičkih metoda ne uzima u obzir tehnologiju izrade, a to bitno utječe na mehanička svojstva kompozita. Ipak, ove metode mogu poslužiti kao vodilja kod dizajniranja kompozita u ranim fazama. Kao najpreciznije pokazale su se Chamisova metoda i Halpin-tsay jednadžbe.

### 3.1.6. *Predviđanja mikromehanike o mehaničkim svojstvima kompozita u ovisnosti o volumnom udjelu vlakana*

Koristeći analitičke metode mikromehanike možemo izračunati mehanička svojstva sloja kompozita za specifičan volumni udio vlakana u tom kompozitu. Ako bi smo željeli saznati mehanička svojstva istog kompozitnog materijala s različitim volumnim udjelom vlakana, u literaturi se mogu pronaći predviđanja mikromehanike takvih svojstava u obliku grafova. Na taj način izbjegli bi smo ponovno računanje iz analitičkih izraza. Jedan takav graf prikazan je na slici 3.3.



Slika 3.5 Predviđanja mikromehanike o mehaničkim svojstvima u kompozita u ovisnosti o volumnom udjelu vlakana [4]

### 3.1.7. *Procjena parametara čvrstoće pomoću mikromehanike*

#### 3.1.7.1. *Uzdužna i poprečna vlačna čvrstoća*

Model za procjenu uzdužne (u smjeru vlakana) vlačne čvrstoće kompozita ojačanog kontinuiranim vlaknima izveden je uz sljedeće pretpostavke, prema [4]:

1. Sva vlakna imaju istu vlačnu čvrstoću
2. Vlakna i matrica ponašaju se linearno

3. Vlakna su krhka u usporedbi s matricom

4. Vlakna su veće krutosti od matrice

Uz te pretpostavke, do loma kompozita doći će kada naprežanje u vlaknima dosegne njihovu vlačnu čvrstoću  $f_{ft}$ . Nakon što dođe do loma vlakana, matrica nije sama sposobna nositi opterećenje, no još nije došlo do njezinog loma jer ona može podnijeti veće deformacije od vlakana. Izraz za procjenu longitudinalne vlačne čvrstoće kompozita u tim uvjetima glasi:

$$f_{1t} = f_{ft}v_f + \sigma_m^*(1 - v_f) \quad (3.21)$$

, gdje je:

$$\sigma_m^* = f_{ft} \frac{E_m}{E_f} \quad (3.22)$$

Izraz (3.21) može se zapisati i na način:

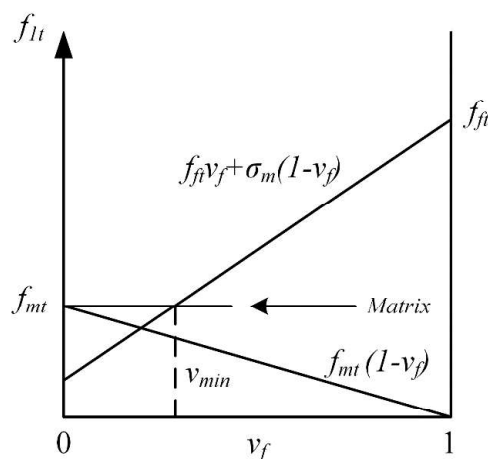
$$f_{1t} = f_{ft} \left[ v_f + \frac{E_m}{E_f} (1 - v_f) \right] = \frac{f_{ft}}{k_f} \quad (3.23)$$

, gdje je  $k_f$  faktor koncentracije naprežanja. Takva formulacija pretpostavlja da su deformacija matrice i vlakna jednake, što je točno ako je njihova međusobna veza idealna.

Za kompozite s malim volumnim udjelom vlakana netočna je pretpostavka da nakon što dođe do loma vlakna, matrica više nije sposobna nositi opterećenje. Za procjenu vlačne čvrstoće kompozita s malim volumnim udjelom vlakana koristi se sljedeći izraz:

$$f_{1t} = f_{mt}(1 - v_f) \quad (3.24)$$

Dakle izraz (3.21) valjan je za kompozite s visokim volumnim udjelom vlakna, a izraz (3.24) za one s niskim volumnim udjelom vlakna. Sjecište pravaca na slici 3.4 označava granicu primjene svakog izraza za procjenu longitudinalne vlačne čvrstoće.



**Slika 3.6 Područje primjene izraza za procjenu uzdužne vlačne čvrstoće [4]**

Poprečna vlačna čvrstoća javlja se kada poprečna pukotina propagira uzduž smjera vlakana te je stoga poprečna vlačna čvrstoća problem mehanike loma. Izračunava se prema izrazu:

$$f_{2t} = \sqrt{\frac{G_{Ic}}{1,12^2 \pi (t_t/4) \Lambda_{22}^0}} \quad (3.25)$$

, gdje je  $G_{Ic}$  otpornost na lom tijekom odcjepnog načina loma (tip I loma). Prijelazna debljina (eng. *transition thickness*)  $t_t$  uzima se 0,6 za kompozite od epoksidne smole i staklenih vlakana, te 0,8 za kompozite od epoksidne smole ojačane ugljičnim vlaknima. Izraz za  $\Lambda_{22}^0$  definiran je na sljedeći način:

$$\Lambda_{22}^0 = 2 \left( \frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{12}^2 E_2^2}{E_1^3} \right) \quad (3.26)$$

### 3.1.7.2. Uzdužna i poprečna tlačna čvrstoća

Izraz za procjenu uzdužne tlačne čvrstoće, prema [4]:

$$f_{1c} = G_{12} (1 + 4,76\chi)^{-0,69} \quad (3.27)$$

$$\chi = \frac{G_{12} \alpha_0}{F_6} \quad (3.28)$$

, gdje je  $\alpha_0$  standardna devijacija neusklađenosti vlakana, koja može biti određena eksperimentalno ili izračunata iz (3.27), ako su nam poznati eksperimentalni podaci za  $f_{1c}$ . Tada izraz (3.28) može biti iskorišten za predviđanje vrijednosti  $f_{1c}$  za materijal drugačijih svojstava (npr. različit modul smicanja  $G_{12}$  ili smična čvrstoća  $F_6$ ).

Empirijski izraz za procjenu poprečne tlačne čvrstoće definiran je, prema [4], na sljedeći način:

$$f_{2c} = f_{mc} C_v \left[ 1 + (v_f - \sqrt{v_f}) \left( 1 - \frac{E_m}{E_T} \right) \right] \quad (3.29)$$

, gdje je  $f_{mc}$  poprečna vlačna tlačna čvrstoća matrice, a  $C_v$  je empirijski faktor koji u izraz uključuje prisustvo šupljina u materijalu. Član  $E_T$  je transversalni modul elastičnosti vlakna (u slučaju izotrponog vlakna  $E_T = E_f$ ).

### 3.2. Tenzori elastičnosti i podatljivosti

Veza između komponenti Cauchijevog tenzora naprežanja i tenzora deformacija daje tenzor elastičnosti  $C_{ij}$ . Ako se naprežanja i deformacije zapišu u obliku vektora, a tenzor elastičnosti u matričnom obliku, vrijedi:

$$\sigma = \mathbf{C}\varepsilon \quad (3.30)$$

Budući da su naprežanja i deformacije tenzori drugog reda, a elastičnost tenzor četvrtog reda, ovaj se izraz može zapisati i:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (3.31)$$

Ako je tenzor naprežanja zapisan pomoću komponenti prema Voightovoj konvenciji koja definira redosljed komponenti tenzora naprežanja i deformacija, te koristeći svojstvo simetrije tenzora, dobivamo:

$$\sigma_{ij} = \{\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{13} \quad \sigma_{12}\}^T \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{ij} = \{\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \varepsilon_{23} \quad \varepsilon_{13} \quad \varepsilon_{12}\}^T \quad (3.33)$$

U najopćenitijem obliku, koristeći svojstvo simetrije, tenzor elastičnosti može se zapisati:

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ & & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ & & & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ & sim. & & & C_{1313} & C_{1312} \\ & & & & & C_{1212} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Često se koristi sažeti oblik kod kojeg se parovi indeksa zamjenjuju samo jednim indeksom.

Tenzor naprežanja i deformacija te tenzor elastičnosti tada se zapisuje na sljedeći način:

$$\sigma_i = \{\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6\}^T \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_i = \{\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6\}^T \quad (3.36)$$

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & sim. & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Konstitutivna jednadžba u sažetom obliku zapisuje se:

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad (3.38)$$

Važno je primijetiti da su komponente tenzora elastičnosti  $C_{ij}(j=4,5,6)$ , jednake vrijednostima odgovarajućih komponenata istog tog tenzora zapisanog kao  $C_{ijkl}$ . Razlog tome je taj što je  $C_{ijkl}$  tenzor četvrtog reda, koji bi imao 81 komponentu (tenzor  $n$ -tog reda ima  $3n$  komponenti). No zbog simetrije tenzora deformacije ( $C_{ijkl} = C_{ijlk}$ ), simetrije tenzora naprezanja ( $C_{ijkl} = C_{jikl}$ ) i simetrije samog tenzora elastičnosti ( $C_{ijkl} = C_{likj}$ ) broj konstanti se smanjuje na 21. Ovo je maksimalan broj materijalnih konstanti koje opisuju ponašanje elastičnog materijala, a takav se materijal naziva anizotropnim.

Potreban nam je i tenzor elastičnosti za ortotropan materijal. Ortotropni materijal ima tri međusobno okomite ravnine elastične simetrije. U tom su slučaju komponente tenzora (3.34) koje imaju neparan broj indeksa 2 i 3 jednake nuli, a broj neovisnih konstanti smanjuje se s 21 na 9. Tenzor elastičnosti ortotropnog materijala zapisan u sažetom obliku:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sim. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Preostaje još odrediti tenzor elastičnosti transversalno izotropnog materijala. Takav materijal ima definiranu ravninu transversalne izotropije i svaka ravnina okomita na nju ravnina je elastične simetrije. Pravac usmjeren normalno na ravninu transversalne simetrije naziva se os transversalne simetrije. Transverzalno izotropan materijal opisan je s 5 neovisnih elastičnih konstanti. Tenzor elastičnosti transversalno izotropnog materijala u sažetom obliku glasi:

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ & sim. & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Tenzor podatljivosti inverzan je tenzoru elastičnosti:

$$S_{ijkl} = C_{ijkl}^{-1} \quad (3.41)$$

Tenzor podatljivosti za ortotropni materijal zapisan pomoću inženjerskih konstanti:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Važno je napomenuti da vrijedi  $S_{ij} = S_{ji}$  (tenzor podatljivosti također je simetričan) te iz te činjenice proizlazi:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (3.43)$$

Ako se radi o jednom sloju, on se razmatra kao ortotropan i u ravninskom stanju naprezanja (3D problem može se pojednostaviti kao problem ravninskog stanja naprezanja jer su širina i duljina mnogo veće od debljine laminata), te se umjesto matrice elastičnosti  $\mathbf{C}$  koristi reducirana matrica elastičnosti  $\mathbf{Q}$ :

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim. & & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Elementi  $\mathbf{Q}$  ne mogu se direktno dobiti iz elemenata  $\mathbf{C}$ , već se dobivaju invertiranjem  $\mathbf{S}$ , čiji se elementi ne mijenjaju pri razmatranju jednog sloja u stanju ravninskog naprezanja. Također, članovi matrice  $\mathbf{Q}$  imaju nešto manje vrijednosti od odgovarajućih elemenata matrice  $\mathbf{C}$ . Komponente reduciranog tenzora elastičnosti pomoću inženjerskih konstanti:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.45)$$

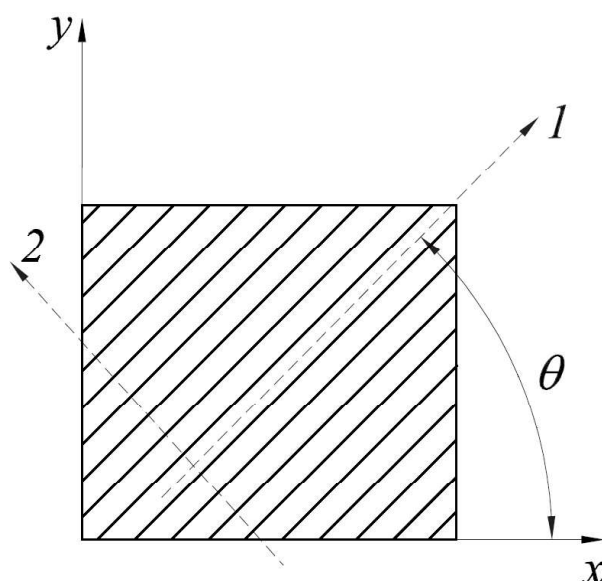
$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.46)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.47)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (3.48)$$

### 3.3. Koordinatni sustav i matrice transformacije

U razmatranjima se koriste dva osnovna koordinatna sustava, sustav glavnih materijalnih osi ( $1, 2$ ) kod kojeg je os  $1$  u pravcu vlakna dok je os  $2$  okomita na nju i u ravnini je laminata, te globalni koordinatni sustav ( $x, y$ ) u kojem se definiraju sile, momenti, naprezanja i deformacije za čitav laminat. Kut  $\theta$  zatvaraju osi  $x$  i  $1$ .



Slika 3.7 Koordinatni sustavi korišteni u transformaciji tenzora elastičnosti

Potrebno je odrediti vezu između glavnog materijalnog koordinatnog sustava ( $1, 2$ ) i globalnog koordinatnog sustava ( $x, y$ ). Transformacija naprezanja i deformacije za čitav kompozit (globalni koordinatni sustav), iz naprezanja i deformacija koje se javljaju u svakom sloju (glavni materijalni koordinatni sustav) vrši se pomoću matrica transformacija tenzora naprezanja  $\mathbf{T}_\sigma$  i matrica transformacija tenzora deformacija  $\mathbf{T}_\varepsilon$ . Sljedećim izrazima prikazane su jednadžbe transformacije:

$$\sigma_{|x|} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \sigma_{|i|} \quad (3.49)$$

$$\varepsilon_{|x|} = \mathbf{T}_\varepsilon^{-1} \varepsilon_{|i|} \quad (3.50)$$



U gornjim su jednadžbama  $\sigma_{|x|}$  i  $\varepsilon_{|x|}$  su vektori s komponentama tenzora naprezanja i deformacije u globalnom koordinatnom sustavu, a  $\sigma_{|i|}$  i  $\varepsilon_{|i|}$  su vektori koji sadržavaju komponente tenzora naprezanja i deformacije u koordinatnom sustavu glavnih materijalnih osi. Matrice transformacija glase:

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

, gdje je  $c = \cos(\theta)$ , a  $s = \sin(\theta)$ .

Reducirana matrica elastičnosti  $\mathbf{Q}$  definirana je u sustavu glavnih materijalnih osi. Veza između naprezanja i deformacija u tom sustavu definirana je:

$$\sigma_{|i|} = \mathbf{Q}\varepsilon_{|i|} \quad (3.53)$$

Veza između naprezanja i deformacija u globalnom koordinatnom sustavu definirana je na sličan način:

$$\sigma_{|x|} = \bar{\mathbf{Q}}\varepsilon_{|x|} \quad (3.54)$$

, gdje je  $\bar{\mathbf{Q}}$  reducirana matrica elastičnosti definirana u globalnom koordinatnom sustavu. Veza između reducirane matrice elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu i sustavu glavnih materijalnih osi:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_\varepsilon \quad (3.55)$$

Izraz (3.42) može biti zapisan i na sljedeći način:

$$\sigma_{|x|} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ sim. & & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \varepsilon_{|x|} \quad (3.56)$$

Članovi matrice  $\bar{\mathbf{Q}}$  zapisani pomoću inženjerskih konstanti:

$$\bar{Q}_{11} = \bar{E}_1 c^4 + \bar{E}_2 s^4 + 2(\nu_{21} \bar{E}_1 + 2G_{12}) s^2 c^2 \quad (3.57)$$

$$\bar{Q}_{12} = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - 4G_{12}) s^2 c^2 + \nu_{21} \bar{E}_1 s^4 c^4 \quad (3.58)$$

$$\bar{Q}_{22} = \bar{E}_1 s^4 + 2(\nu_{21} \bar{E}_1 + 2G_{12}) s^2 c^2 + \bar{E}_2 c^4 \quad (3.59)$$

$$\bar{Q}_{16} = (\bar{E}_1 - \nu_{21} \bar{E}_1 - 2G_{12}) s c^3 + (\nu_{21} \bar{E}_1 - \bar{E}_2 + 2G_{12}) s^3 c \quad (3.60)$$

$$\bar{Q}_{26} = (\bar{E}_1 - \nu_{21} \bar{E}_1 - 2G_{12}) s^3 c + (\nu_{21} \bar{E}_1 - \bar{E}_2 + 2G_{12}) s c^3 \quad (3.61)$$

$$\bar{Q}_{66} = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - 2\nu_{21}\bar{E}_1 - 2G_{12})s^2c^2 + G_{12}s^4c^4 \quad (3.62)$$

U gornjim izrazima korištena je supstitucija:

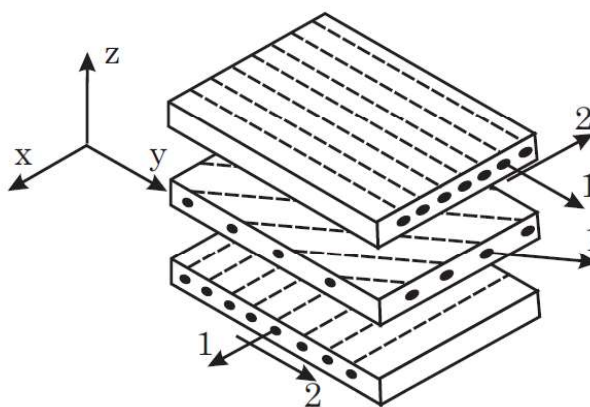
$$\bar{E}_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.63)$$

$$\bar{E}_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3.64)$$

### 3.4. Makromehanika

#### 3.4.1. Osnovni izrazi teorije laminata

Realne kompozitne strukture (laminati) građene su na način da se sastoje od nekoliko slojeva s različitim orijentacijama vlakana, kao što je prikazano na slici 3.4. Orijehtacija vlakana u slojevima odabrana je tako da se postigne adekvatna čvrstoća i krutost u smjeru u kojem djeluje opterećenje, uzimajući u obzir da je kompozitni materijal mnogo čvršći i krući u smjeru pružanja vlakana. Zadaća makromehanike kompozita je da poznavajući mehanička svojstva svih pojedinih slojeva, njihovu debljinu te usmjerenost vlakana u globalnom koordinatnom sustavu, odredi mehanički odziv čitavog kompozita, tj. vrijednosti komponenti tenzora naprezanja i deformacija u slojevima, iz kojih se onda određuju vrijednosti sila i momenata (zbirno za čitav kompozit). U tom slučaju laminat više ne gledamo kao skup slojeva, nego kao cjeloviti jednoslojni ortotropni materijal.



Slika 3.8 Laminat koji se sastoji od više slojeva različitih orijentacija vlakana [4]

Osnovne pretpostavke korištene prilikom izvođenja osnovnih izraza teorije laminata su sljedeće:

1. Laminat je u ravninskom stanju naprezanja

2. Nema klizanja među slojevima
3. Normala na laminat ostaje okomita i ravna za vrijeme deformiranja ( $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = 0$ )
4. Pomaci u ravnini laminata su linearna funkcija koordinate  $z$  (Kirchhoffova pretpostavka):

$$u = u_0(x, y) + zF_1(x, y) \quad (3.65)$$

$$v = v_0(x, y) + zF_2(x, y) \quad (3.66)$$

Nepoznate funkcije  $F_1$  i  $F_2$ , određuju se primjenom navedenih pretpostavki. Također, moguće je odrediti komponente deformacije:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \varepsilon_x^0 + z\kappa_x \quad (3.67)$$

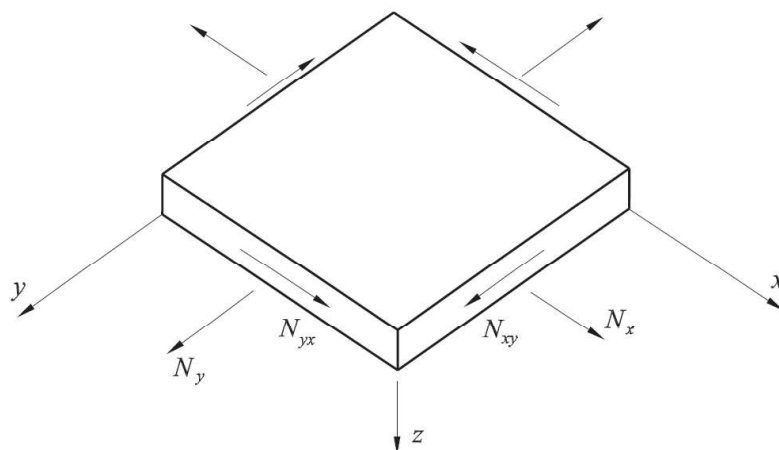
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \varepsilon_y^0 + z\kappa_y \quad (3.68)$$

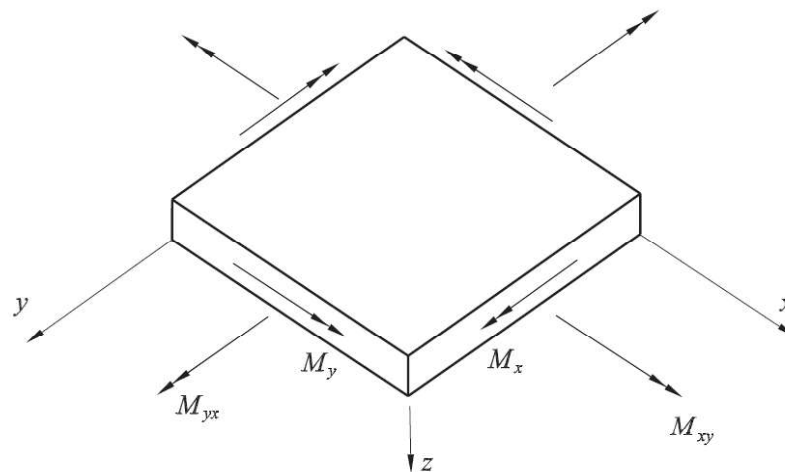
$$\varepsilon_s = \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \quad (3.69)$$

Veličine u gornjim izrazima s indeksom 0 odnose se na deformaciju srednje površine laminata, dok su s  $\kappa$  označene zakrivljenosti srednje površine laminata.

Na slici 3.5 prikazane su sile i momenti u kompozitu, definirani u globalnom koordinatnom sustavu  $(x, y, z)$ . Konstitutivna jednadžba višeslojnog kompozita, koja povezuje deformacije i naprezanja, zapisuje se:

$$\sigma_k = \overline{\mathbf{Q}}_k \varepsilon_k = \overline{\mathbf{Q}}_k [\varepsilon^0 + z\kappa] \quad (3.70)$$





Slika 3.9 Sile (gore) i momenti (dolje) u višeslojnom kompozitu [1]

Definicije sila i momenata:

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz \quad (3.71)$$

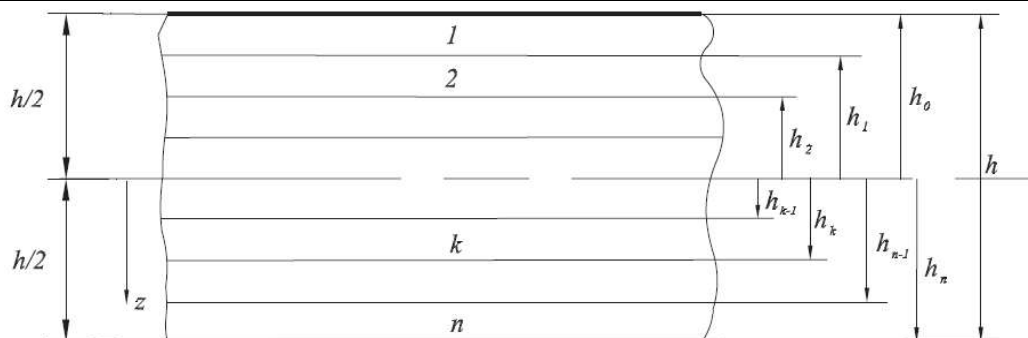
$$N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz \quad (3.72)$$

$$N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy} dz \quad (3.73)$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz \quad (3.74)$$

$$M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz \quad (3.75)$$

$$M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy} z dz \quad (3.76)$$



Slika 3.10 Osnovni pojmovi vezani uz izvod teorije laminata [1]

Ukupna sila u laminatu određuje se zbrajanjem svih sila koje djeluju u pojedinačnom sloju, a zapisuje se:

$$N = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (3.77)$$

Ukupan moment u laminatu određuje se zbrajanjem svih momenata koji djeluju u pojedinačnom sloju, a zapisuje se:

$$M = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (3.78)$$

Uvrštavanjem izraza (4.38) u izraze (4.45) i (4.46) te njihovim sređivanjem dobivamo konačan izraz za silu i moment u višeslojnom laminatu:

$$N = \mathbf{A}\varepsilon^0 + \mathbf{B}\kappa \quad (3.79)$$

$$M = \mathbf{B}\varepsilon^0 + \mathbf{D}\kappa \quad (3.80)$$

U gornjim jednažbama  $\mathbf{A}$  je matrica istežne krutosti,  $\mathbf{B}$  je matrica spregnute krutosti, a  $\mathbf{D}$  je matrica savojne krutosti. Ovi izrazi mogu se napisati i u obliku submatrica:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Detaljniji izvod može se pronaći u literaturi [1].

### 3.4.2. Kriteriji popuštanja kompozita

Za razliku od izotropnih materijala (tehničkih metala) kod kompozita su mehanizmi popuštanja bitno drugačiji i ne mogu se opisati klasičnim pristupom kao krhki ili duktilni lom. Zbog toga što se radi o spajanju velikog broja slojeva (ponekad i do nekoliko stotina), a niti sam sloj nije homogen (sastoji se od barem dva konstituenta), jasno je da se popuštanje može dogoditi na mnogo različitih načina. Najčešće se, prema [1], razmatraju sljedeći načini popuštanja (shematski su prikazani na slici 3.7):

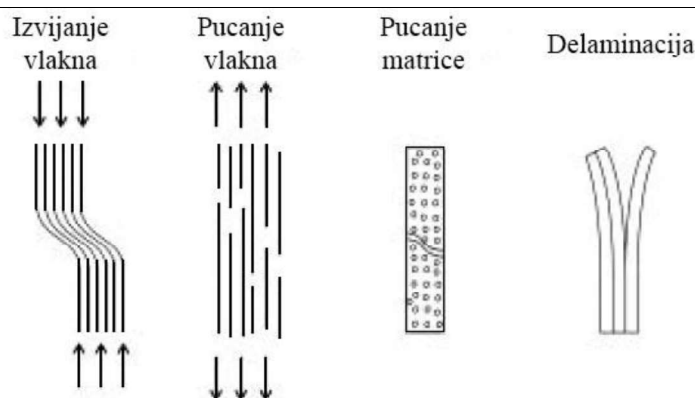
1. Lom matrice
2. Pucanje vlakna
3. Izvlačenje vlakna
4. Delaminacija
5. Izvijanje vlakna

Lom matrice često se javlja u kompozitnim laminatima, no općenito ne rezultira totalnim kolapsom konstrukcije. Ipak, pucanje matrice ima mnoge štetne efekte kao što su olakšana apsorpcija vlage, smanjenje svojstava čvrstoće koja su uvjetovana matricom (npr. poprečna vlačna čvrstoća), a pukotina se također može širiti između susjednih slojeva laminata uzrokujući delaminaciju. [2]

Jedna od glavnih zadataka vlakna je da nosi vlačno opterećenje. Kada vlakno okruženo matricom pukne, matrica se ponaša kao most te prenosi opterećenje preko pukotine, stvorene puknućem vlakna, na susjedno vlakno. Taj fenomen naziva se premošćivanje vlakana i glavni je razlog zašto je uzdužna vlačna čvrstoća jednosmjernih, kontinuiranim vlaknima ojačanih kompozita veća od vlačne čvrstoće snopova „suhih“ vlakana. [2]

Delaminacija je odvajanje susjednih slojeva koje se može dogoditi ili tijekom proizvodnje, ili kasnije pod djelovanjem opterećenja. Pojava delaminacije djeluje tako da smanjuje savojnu čvrstoću i krutost laminata, kao i sposobnost podnošenja tlačnog opterećenja. Vrlo je bitno znati da pod ponavljajućim opterećenjem veličina delaminacije može dostići kritičnu točku te tada rast delaminacije postaje nestabilan (slično kao kad pukotina kod metala dostigne kritičnu vrijednost), što vodi do rapidnog opadanja tlačne čvrstoće. [2]

Izvijanje vlakna, ili mikroizvijanje, smanjuje tlačnu čvrstoću i krutost laminata. Mikroizvijanje ne vodi nužno do neposrednog popuštanja jer okolna matrica podupire vlakno. Svojstva vlakna i matrice su ta koja uvelike utječu na početak i jakost mikroizvijanja. [2]



Slika 3.11 Tipični modovi popuštanja kompozita [2]

Dva su koncepta popuštanja višeslojne kompozitne konstrukcije, FPF (eng. *First Ply Failure*) i LPF (eng. *Last Ply Failure*). Kod *First Ply Failure* koncepta računa se da je cijeli kompozit popustio već kada se dogodi popuštanje prvog sloja. Prednost takvog načina je sigurnost konstrukcije, dok je nedostatak što je konstrukcija predimenzionirana (velika masa). *Last Ply Failure* je koncept koji kaže da je do popuštanja cijelog kompozita došlo tek kada dođe do popuštanja i zadnjeg sloja. To je manje oprezan pristup čija je sigurnost upitna.

Danas je razvijen vrlo velik broj kriterija popuštanja od kojih su neki specifični, dok su ostali općenitiji i više prihvaćeni u inženjerskoj praksi. Najpoznatiji i najšire prihvaćeni kriteriji popuštanja jesu [1]:

1. Kriterij maksimalnih napreznja
2. Kriterij maksimalnih deformacija
3. Tsai-Hill kriterij
4. Tsai-Wu kriterij

Treba napomenuti da niti jedan od ovih kriterija popuštanja ne indicira način na koji će sloj popustiti (npr. lom matrice, pucanje vlakana itd.). Kriteriji se uvijek postavljaju za jedan sloj, napreznja su definirana u glavnom materijalnom koordinatnom sustavu te je potrebno poznavati 5 parametara čvrstoće [1]:

- $X_t$  – vlačna čvrstoća u pravcu vlakna
- $X_c$  – tlačna čvrstoća u pravcu vlakna
- $Y_t$  – vlačna čvrstoća okomita na pravac vlakna
- $Y_c$  – tlačna čvrstoća okomita na pravac vlakna
- $S$  – smična čvrstoća

Uvjeti popuštanja mogu se postaviti i pomoću dopuštenih deformacija, tada je potrebno poznavati 5 parametara deformacija [1]:

- $X_{\varepsilon t}$  – dopuštena vlačna deformacija u pravcu vlakna
- $X_{\varepsilon c}$  – dopuštena tlačna deformacija u pravcu vlakna
- $Y_{\varepsilon t}$  – dopuštena vlačna deformacija okomita na pravac vlakna
- $Y_{\varepsilon c}$  – dopuštena tlačna deformacija okomita na pravac vlakna
- $S_{\varepsilon}$  – dopuštena kutna deformacija

Bitna razlika u odnosu na kriterije definirane kod izotropnih (metalnih) materijala jest da vrijednosti naprezanja koje ulaze u kriterije nisu glavne (svojstvene) vrijednosti tenzora naprezanja, već vrijednosti naprezanja u sustavu glavnih materijalnih osi jednog sloja. [1]

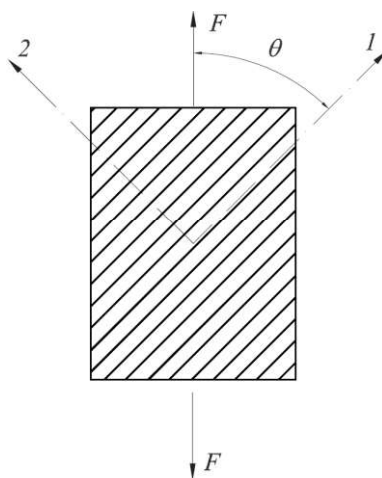
### 3.4.2.1. Kriterij maksimalnih naprezanja

Ovaj kriterij najviše se primjenjuje kod jednoosnog opterećenja i kaže da do popuštanja neće doći ako je ispunjeno sljedeće:

$$\text{za } \sigma > 0, \begin{cases} \sigma_1 < X_t \\ \sigma_2 < Y_t \\ |\tau_{12}| < S \end{cases} \quad (3.82)$$

$$\text{za } \sigma < 0, \begin{cases} \sigma_1 > X_t \\ \sigma_2 > Y_t \\ |\tau_{12}| < S \end{cases} \quad (3.83)$$

Kada se ovaj kriterij primjenjuje kod dvoosnog slučaja opterećenja, ne daje dovoljno pouzdane rezultate.



Slika 3.12 Slučaj opterećenja pod kutem u odnosu na glavne materijalne osi [1]



U slučaju kada opterećenje ne djeluje u smjeru jedne od glavnih materijalnih osi, tj. kada djeluje pod nekim kutem  $\theta$  u odnosu na os  $I$ , piše se:

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta < X \quad (3.84)$$

$$\sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta < Y \quad (3.85)$$

$$\tau_{12} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta < S \quad (3.86)$$

, iz čega slijedi da  $\sigma_x$  smije imati maksimalnu vrijednost:

$$\sigma_x < \frac{X}{\cos^2 \theta} \quad (3.87)$$

$$\sigma_x < \frac{Y}{\sin^2 \theta} \quad (3.88)$$

$$\sigma_x < \frac{S}{\sin \theta \cos \theta} \quad (3.89)$$

U gornjim izrazima X, Y i S označuju tlačnu ili vlačnu čvrstoću, ovisno o predznaku  $\sigma_x$  (koji se zapisuje apsolutnom vrijednošću).

### 3.4.2.2. Kriterij maksimalnih deformacija

Kriterij maksimalnih deformacija najpopularniji je kriterij popuštanja u industriji. [4]

Do popuštanja neće doći ako je ispunjeno sljedeće:

$$\text{za } \varepsilon > 0, \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 < X_{\varepsilon t} \\ \varepsilon_2 < Y_{\varepsilon t} \\ |\varepsilon_6| < S_{\varepsilon} \end{array} \right\} \quad (3.90)$$

$$\text{za } \varepsilon < 0, \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 > X_t \\ \varepsilon_2 > Y_t \\ |\varepsilon_6| < S_{\varepsilon} \end{array} \right\} \quad (3.91)$$

Znamo da u linearno-elastičnom području vrijedi:

$$X_{\varepsilon} = \frac{X}{E_1} \quad (3.92)$$

$$Y_{\varepsilon} = \frac{Y}{E_2} \quad (3.93)$$

$$S_{\varepsilon} = \frac{S}{G_{12}} \quad (3.94)$$

Koristeći sljedeće, uzimajući u obzir transformaciju za  $\sigma_x$  ako opterećenje ne djeluje u pravcu glavnih materijalnih osi:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2) = \frac{1}{E_1}(\cos^2\theta - \nu_{12}\sin^2\theta)\sigma_x \quad (3.95)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1) = \frac{1}{E_2}(\sin^2\theta - \nu_{21}\cos^2\theta)\sigma_x \quad (3.96)$$

$$\varepsilon_6 = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} = -\frac{1}{G_{12}}\sin\theta\cos\theta\sigma_x \quad (3.97)$$

, dobivamo maksimalne vrijednosti dozvoljenog napreznja  $\sigma_x$ :

$$\sigma_x < \frac{X}{\cos^2\theta - \nu_{12}\sin^2\theta} \quad (3.98)$$

$$\sigma_x < \frac{Y}{\sin^2\theta - \nu_{21}\cos^2\theta} \quad (3.99)$$

$$\sigma_x < \frac{S}{\sin\theta\cos\theta} \quad (3.100)$$

### 3.4.2.3. Tsai-Hill kriterij

Ovaj kriterij spada u skupinu energetskeg kriterija popuštanja. Koristi se u slučaju troosnog stanja napreznja i kaže da do popuštanja sloja kompozitnog materijala neće doći ako je ispunjen uvjet:

$$(G + H)\sigma_1^2 + (H + F)\sigma_2^2 + (F + G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 < 1 \quad (3.101)$$

, gdje su parametri  $F...N$  definirani iz čvrstoće materijala, a njihove vrijednosti dobivaju se razmatranjem slučajeva jednoosnog stanja napreznja. Tsai-Hill kriterij za jedan sloj, koji se nalazi u ravninskom stanju napreznja, glasi:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1 \quad (3.102)$$

Ako napreznje  $\sigma_x$  djeluje pod kutem  $\theta$  u odnosu na materijalnu os  $l$ , prema analogiji sa prethodna dva kriterija popuštanja, Tsai-Hill kriterij zapisuje se:

$$\frac{\cos^4\theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2}\right)\sin^2\theta\cos^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{Y^2} < \frac{1}{\sigma_x^2} \quad (3.103)$$

---

#### 3.4.2.4. Tsai-Wu kriterij

Kriterij se još naziva i tenzorski ili kvadratični kriterij popuštanja i spada među najčešće korištene. Indeksni zapis kriterija glasi:

$$F_i \sigma_i - F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1, \quad i, j=1,6 \quad (3.104)$$

U gornjem izrazu  $F_i$  i  $F_{ij}$  su parametri u koje ulazi čvrstoća kompozita. Ako se razmatra samo jedan sloj u ravninskom stanju naprezanja, ostaju samo indeksi 1, 2 i 6. Karakteristike Tsai-Wu kriterija su:

1. Ne indicira način na koji će sloj popustiti već samo naprezanje kod kojeg će sloj popustiti
2. Postavljen je samo jednim izrazom što dovodi do znatno jednostavnije primjene
3. Ako treba odrediti najveće dopušteno naprezanje, kriterij uvijek daje dva rješenja – jedno s pozitivnim, a drugo s negativnim predznakom

## **4. EKSPERIMENTALNE METODE MJERENJA MEHANIČKIH SVOJSTAVA KOMPOZITA**

Mehanička testiranja materijala provode se kako bi se odredile karakteristike materijala, konstrukcijska ograničenja, čvrstoća i izdržljivost pod utjecajem cikličkog opterećenja te kako bi se materijali mogli kvalificirati za određene primjene. Ortotropna priroda vlaknima ojačanih kompozitnih materijala uvjetovala je razvijanje standardnih metoda testiranja koje su drugačije (često zahtjevnije) od onih korištenih za tradicionalne izotropne materijale (metale). Većina testiranja provodi se pod statičkim vlačnim, tlačnim ili smičnim opterećenjem, a mogu se provoditi i pod savojnim opterećenjem, koje inducira tlačna, vlačna i smična naprezanja u različitim dijelovima ispitnog uzorka. Također, testiranja se mogu provoditi na različitim temperaturama i razinama apsorpcije vlage, a mogu uključivati i izlaganja ispitnih uzoraka različitim uvjetima okoline poput UV zračenja ili djelovanja otapala. Ispitni uzorci su jednostavne epruvete koje mogu uključivati i reprezentativna oštećenja poput oštih zareza. [13] Ovaj rad biti će koncentriran na statička vlačna ispitivanja te će u nastavku biti opisan statičko vlačni eksperiment i norme koje se odnose na statička vlačna ispitivanja kompozitnih materijala.

### **4.1. Standardi**

Tijekom ranog razvoja kompozitnih materijala mnoge tehnike ispitivanja metala i drugih homogenih, izotropnih materijala korištene su za određivanje karakteristika kompozita. Uskoro je prepoznato da anizotropni kompozitni materijali zahtijevaju posebna razmatranja što se tiče određivanja njihovih svojstava. Mnogi testovi provodili su se unutar individualnih organizacija, tako da je standardizacija bila teška, i mnoge razvijene metode nisu bile adekvatne za nove materijale. Od tih ranih dana, mnogo je truda uloženo u standardizaciju eksperimentalnih metoda za ispitivanje kompozitnih materijala. U ovom potpoglavlju biti će obrađene norme ISO 537-4:1997 i ISO 537-5:1997, koje se odnose na uvjete testiranja vlačnih karakteristika plastičnih kompozita.

#### **4.1.1. Norma ISO 527-4:1997**

Ovaj dio norme ISO 527 specificira ispitne uvjete za određivanje vlačnih karakteristika izotropnih i ortotropnih vlaknima ojačanih plastičnih kompozita. Norma određuje preferirane dimenzije ispitnih uzoraka. Ispitivanja koja se provode na uzorcima različitih dimenzija ili na

uzorcima koji su pripremljeni u uvjetima drugačijim od onih definiranih ovom normom, mogu dati rezultate koji nisu usporedivi. Drugi faktori, poput brzine ispitivanja, također mogu utjecati na rezultate. Posljedično, kada se uspoređuju podaci ispitivanja, svi faktori moraju biti pažljivo kontrolirani i bilježeni.

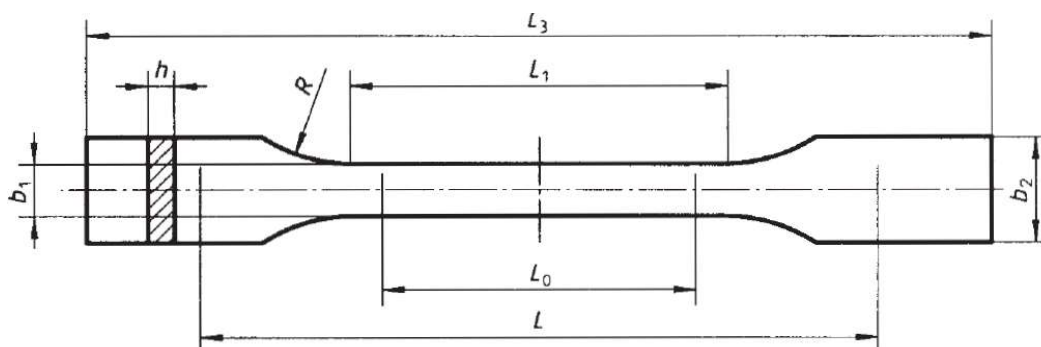
#### 4.1.1.1. Princip i aparatura

Tijekom ispitivanja ispitni uzorak isteže se duž longitudinalne osi konstantnom brzinom dok ne dođe do pucanja uzorka, ili dok naprezanje ili deformacija ne dostignu neku unaprijed određenu vrijednost. Tijekom cijelog procesa mjere se opterećenje i produljenje.

Stroj za ispitivanje mora biti u skladu s normom ISO 5893 (*Rubber and plastics test equipment – Tensile, flexural and compression types (constant rate of traverse) - Specification*) i mora zadovoljavati specifikacije koje se odnose na brzine testiranja i hvataljke (sustav hvataljki ne smije uzrokovati prijevremeni lom uzorka u predjelu gdje je uzorak pričvršćen u čeljusti hvataljke). Indikator opterećenja i ekstenziometar također se moraju pridržavati norme ISO 5893, a detaljnije o mjernim uređajima i njihovim tolerancijama može se pronaći u normi ISO 527-1 (*Plastics - Determination of tensile properties - Part 1: General principles*).

#### 4.1.1.2. Ispitni uzorci

Tri tipa ispitnih uzoraka definirana su ovim dijelom norme ISO 527: tip 1B, tip 2 i tip 3. Tip 1B ispitnog uzorka služi za ispitivanje vlaknima ojačanje termoplastike, a također se može koristiti za ispitivanje vlaknima ojačanih duromera ako pucaju unutar duljine mjerila (eng. *gauge*). Tip 1B epruvete ne smije se koristiti za ispitivanja višesmjernih, kontinuiranim vlaknima ojačanih kompozita. Ispitni uzorak tipa 1B prikazan je na slici 4.1, a njegove propisane dimenzije dane su u tablici 4.1.

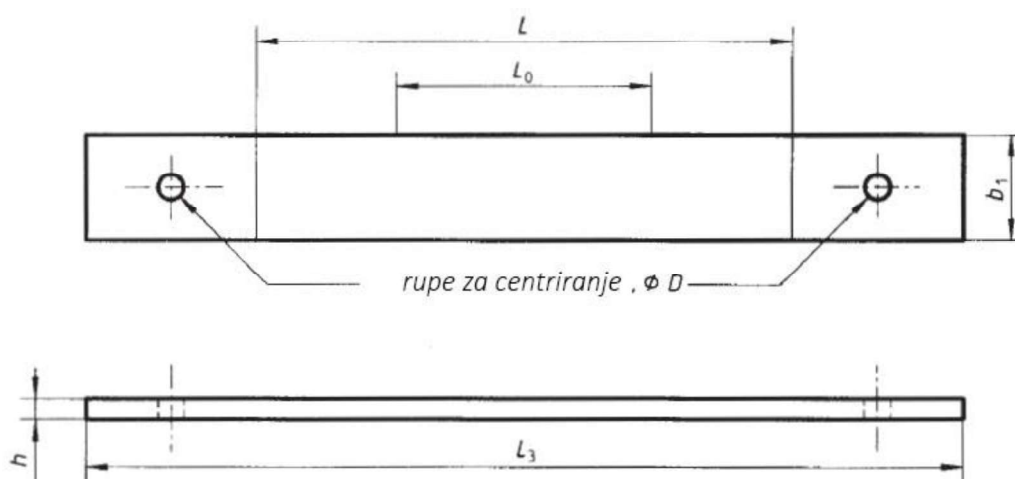


Slika 4.1 Ispitni uzorak tipa 1B [14]

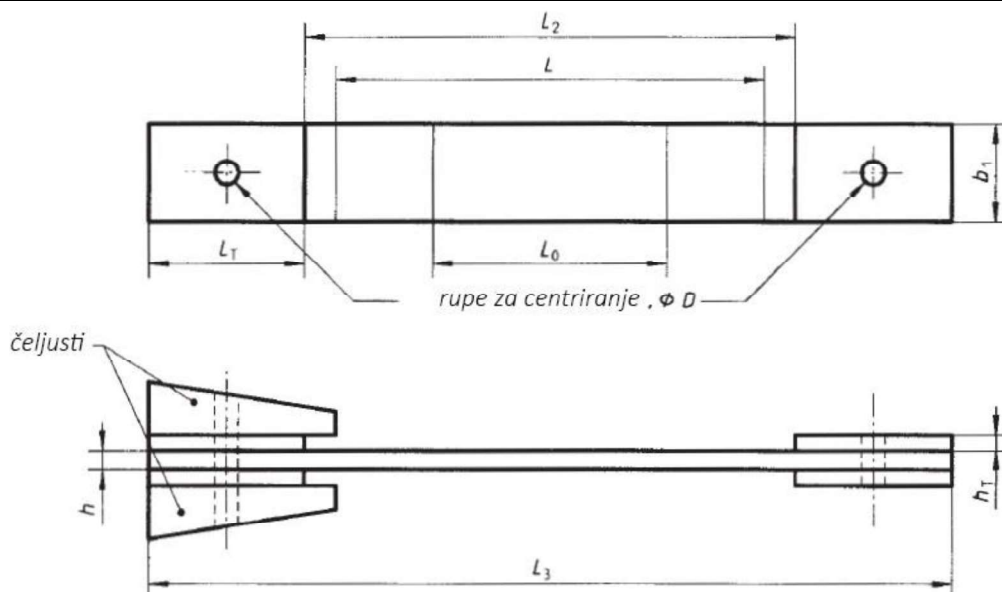
Tablica 4.1 Propisane dimenzije ispitnog uzorka tipa 1B, u mm [14]

$L$	$115 \pm 1$
$L_0$	$50 \pm 0,5$
$L_1$	$60 \pm 0,5$
$L_3$	$\geq 150$
$R$	$\geq 60$
$b_1$	$10 \pm 0,5$
$b_2$	$20 \pm 0,5$
$h$	$2 \dots 10$

Tip 2 ispitnog uzorka (pravokutnog oblika bez jezičaka na krajevima) i tip 3 (pravokutnog oblika sa spojenim jezičcima na krajevima) služe za ispitivanje vlaknima ojačanih duromera i termoplastike. Prikazani su na slikama 4.2 i 4.3, a njihove propisane dimenzije dane su u tablici 4.2.



Slika 4.2 Ispitni uzorak tipa 2 [14]



Slika 4.3 Ispitni uzorak tipa 3 [14]

Tablica 4.2 Propisane dimenzije ispitnih uzoraka tipa 2 i tipa 3, u mm [14]

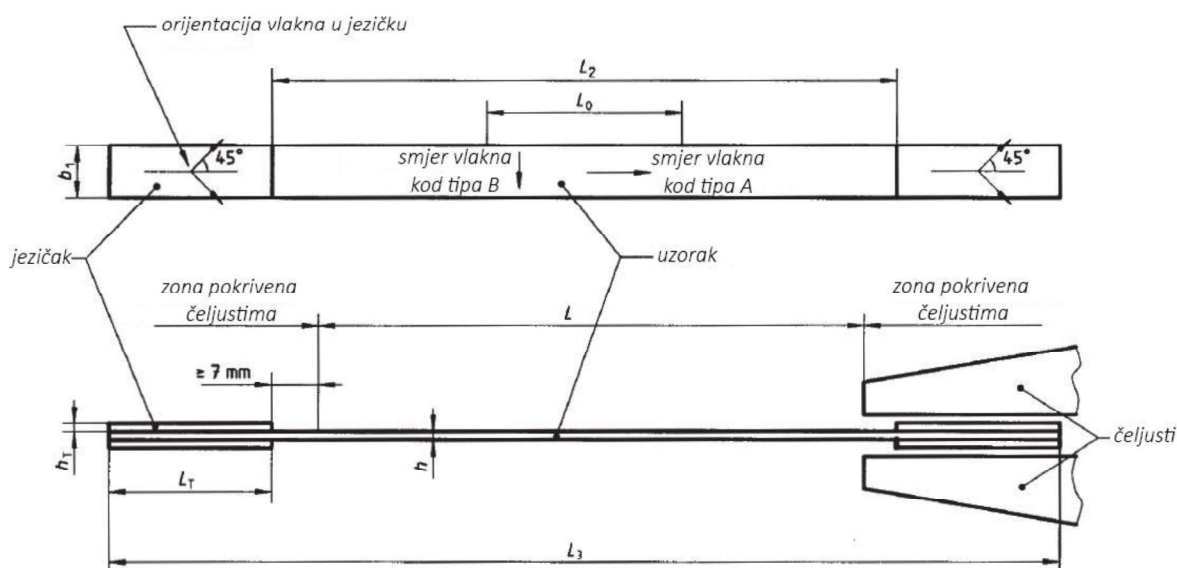
	tip 2	tip 3
$L$	$150 \pm 1$	136 (nominalno)
$L_T$	-	$\geq 50$
$L_0$	$50 \pm 1$	$50 \pm 1$
$L_2$	-	$150 \pm 1$
$L_3$	$\geq 250$	$\geq 250$
$D$	$3 \pm 0,25$	$3 \pm 0,25$
$b_1$	$25 \pm 0,5$ ili $50 \pm 0,5$	$25 \pm 0,5$ ili $50 \pm 0,5$
$h_t$	-	1 ... 3
$h$	2 ... 10	2 ... 10

#### 4.1.2. Norma ISO 527-5:1997

Ovaj dio norme ISO 527 specificira ispitne uvjete za određivanje vlačnih karakteristika jednosmjernim vlaknima ojačanih plastičnih kompozita. Ispitne metode propisane ovom normom pogodne su za ispitivanje svih sustava polimernih matrica ojačanih jednosmjernim vlaknima, a nisu pogodne za višesmjerne materijale sastavljene od više slojeva s jednosmjernim vlaknima u svakom sloju orijentiranih pod drugačijim kutom. Princip ispitivanja isti je kao i za normu ISO 527-4, a detaljnije o aparaturi potrebnoj za izvođenje eksperimenata može se pronaći u normi ISO 527-1.

## 4.1.2.1. Ispitni uzorci

Dva tipa ispitnih uzoraka definirana su ovim dijelom norme ISO 527: tip A i tip B. Koji tip ispitnog uzorka će se koristiti u ispitivanju ovisi o smjeru ispitivanja relativno na smjeru vlakna. Tip A koristi se za longitudinalan smjer ispitivanja, dok se tip B koristi za transverzalan smjer. Navedeni ispitni uzorci prikazani su na slici 4.4, a njihove propisane dimenzije dane su u tablici 4.3.



Slika 4.4 Ispitni uzorak tipa A i tipa B [15]

Tablica 4.3 Propisane dimenzije ispitnih uzoraka tipa A i tipa B, u mm [15]

	tip A	tip B
$L$	136	136
$L_T$	$\geq 50$	$\geq 50$
$L_0$	$50 \pm 1$	$50 \pm 1$
$L_2$	$150 \pm 1$	$150 \pm 1$
$L_3$	250	250
$b_1$	$15 \pm 0,5$	$25 \pm 0,5$
$h_t$	0,5 ... 2	0,5 ... 2
$h$	$1 \pm 0,2$	$2 \pm 0,2$

## 4.2. Statičko vlačno ispitivanje

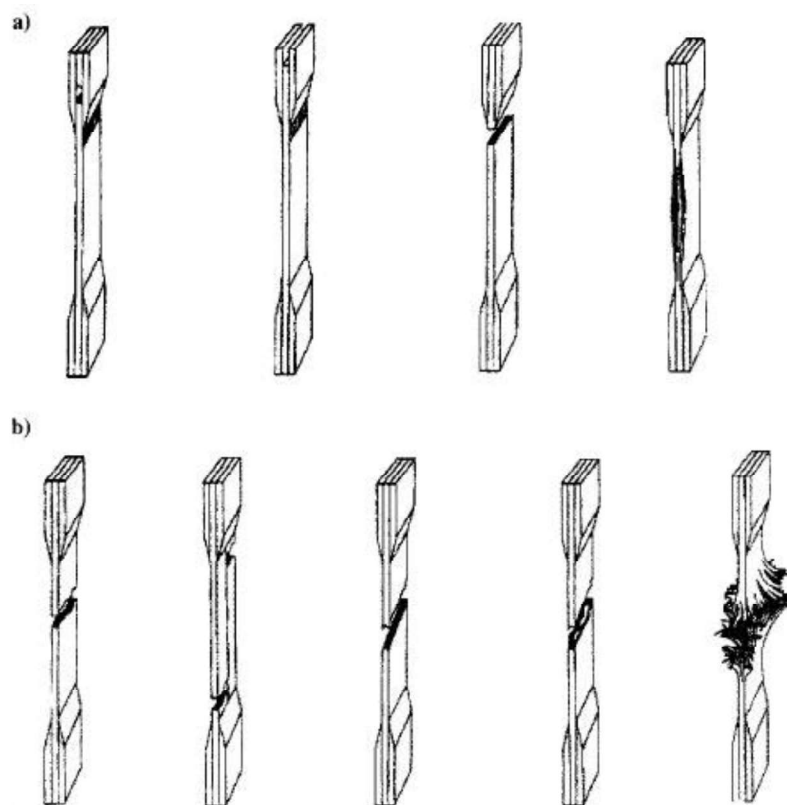
Vlačno ispitivanje, pogotovo jednosmjernih kompozita, može biti veliki izazov. Najveći problem je pouzdan prijenos vlačnih sila s čeljusti na ispitni uzorak. Prijenos opterećenja se uglavnom postiže pomoću sila trenja. Znatno poboljšanje u prijenosu opterećenja postiže se



korištenjem jezičaka koji su spojeni na krajeve uzorka. Jezičci bi trebali biti napravljeni od materijala koji ima mnogo manji modul elastičnosti i veću ukupnu elongaciju od materijala ispitnog uzorka (obično su napravljeni od stakloplastike). Krajnje smično opterećenje veze između jezičaka i uzorka mora biti veće od sile pri kojoj se događa pucanje uzorka.

Uspješan vlačni test mora izazvati popuštanje uzorka unutar mjernog područja (duljina  $L_0$ ). Popuštanje u području jezičaka ili zbog preuranjene delaminacije, koje je uzrokovano zbog loše strojne obrade, je neprihvatljivo. Način popuštanja u vlačnom testu ovisi o vezi između vanjskog opterećenja i kutu pod kojim su postavljena vlakna. Kada su jednosmjerni kompoziti opterećeni u smjeru ojačanja popuštanje će se dogoditi zbog pucanja vlakana, koje je popraćeno transverzalnim pukotinama, uzdužnim pukotinama zbog smicanja te delaminacijom polimerne matrice. Povećanje kuta između opterećenja i smjera vlakana uzrokuje da se način popuštanja postupno mijenja od smicanja i pucanja polimerne matrice paralelno sa smjerom vlakana do čistog poprečnog pucanja polimerne matrice. Na slici 4.5 prikazani su prihvatljivi i neprihvatljivi načini popuštanja prilikom vlačnog ispitivanja.

Sudionici ispitivanja trebali bi nositi odgovarajuće zaštitne naočale prilikom testiranja jer se kompozitni materijali, naročito aksijalno opterećeni jednosmjerni kompoziti visoke čvrstoće, mogu burno rascijepiti i raskomadati nakon popuštanja.



**Slika 4.5 Načini popuštanja uzorka kod vlačnog testa: a) neprihvatljivo i b) prihvatljivo [13]**

#### 4.2.1. Ispitivanje kompozitnih epruveta provedeno na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu

Na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu provedeno je vlačno ispitivanje epruveta od ugljičnih i staklenih vlakana s epoksidnom matricom. Eksperimentalno dobivanje podataka o kompozitima skup je i dugotrajan proces, no to je još uvijek najvjerodostojniji način upoznavanja njihovih materijalnih svojstava. Podaci o svojstvima dobiveni pomoću teorija mikromehanike kod realne konstrukcije uvijek moraju biti eksperimentalno provjereni zbog mogućnosti rasipanja rezultata i zbog netočnosti uzrokovanih pretpostavkama teorija. S eksperimentalno dobivenim rezultatima moguće je provesti korekciju teoretskih rezultata.

Ispitivane su epruvete od kompozita s ugljičnim vlaknima visoke čvrstoće i niskog modula elastičnosti te staklenim (E-staklo) vlaknima pri čemu je matrica izrađena od epoksidne smole. Oznake slojeva od kojeg su izrađeni uzorci su sljedeći:

1. UD CFRP - jednosmjerni sloj s epoksidnom matricom i ugljičnim vlaknima
2. UD GFRP - jednosmjerni sloj s epoksidnom matricom i staklenim vlaknima
3. BIAX GFRP – dvosmjerni (biaksijalni) sloj s epoksidnom matricom i staklenim vlaknima

Geometrija i karakteristike epruveta na kojima su vršena ispitivanja definirani su u normi EN ISO 527 5:1997 (tip A i tip B). Korišteni ispitni uzorci prikazani su na slici 4.4, a njihove propisane dimenzije dane su u tablici 4.3, dok je u tablici 4.4 definirana stvarna geometrija epruveta i osnovne značajke laminata od kojeg su epruvete napravljene.

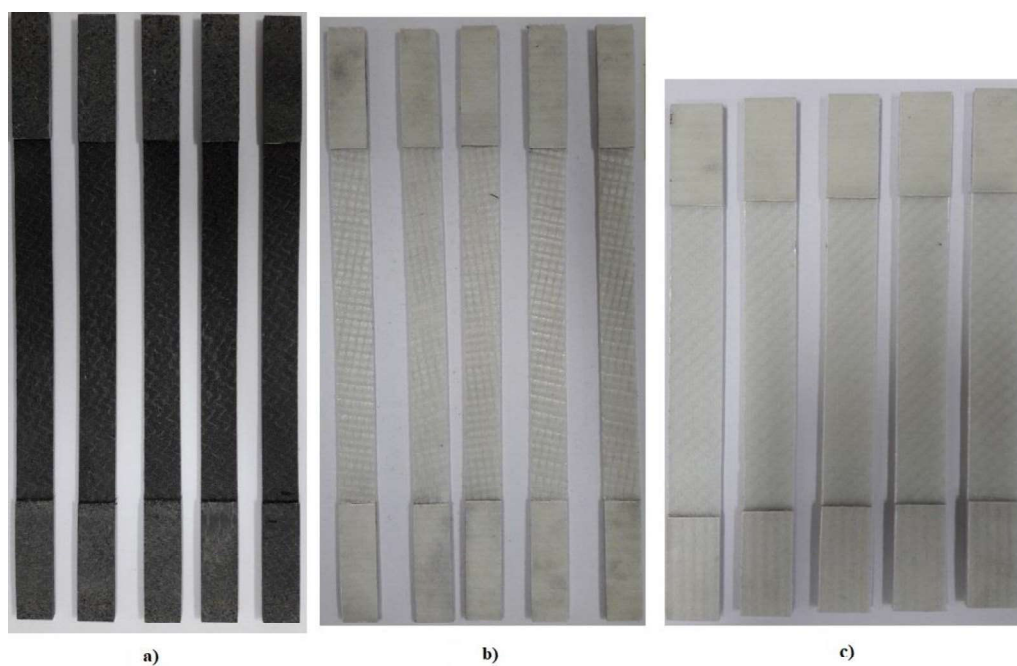
Tablica 4.4 Epruvete i njihova svojstva

	Orijentacija	Broj slojeva u epruveti	Prosječna debljina epruvete	Prosječna širina epruvete	Tip epruvete
<b>Epruvete</b>	°	-	$h$ , mm	$b_1$ , mm	-
<b>UD CFRP</b>	0	4	1,08	15,04	A
	90	8	1,98	24,47	B
	10	4	1,07	15	A
<b>UD GFRP</b>	0	2	1,1	14,71	A
	90	4	2,05	24,81	B
	10	2	1,13	14,88	A
<b>BIAX GFRP</b>	0/90	5	1,72	24,81	B

U tablici 4.5 dane su vrijednosti volumnih udjela vlakana i težina tkanina u epruvetama. Izgled epruveta prikazan je na slici 4.6.

Tablica 4.5 Vrijednosti volumnih udjela vlakana i težina tkanina u epruvetama

	Orijentacija	Broj slojeva u epruveti	Prosječna debljina epruvete	Prosječna debljina sloja	Težina tkanine	Volumni udio vlakana
Epruvete	°	-	$h$ , mm	$h_s$ , mm	$m_{of}$ , g/m <sup>2</sup>	$v_f$
UD CFRP	0	4	1,08	0,27	185	0,39
	90	8	1,98	0,25	171	0,39
UD GFRP	0	2	1,1	0,55	400	0,28
	90	4	2,05	0,51		0,3
BIAX GFRP	0/90	5	1,72	0,34	400	0,45



Slika 4.6 Izgled epruveta: a) UD CFRP, b) UD GFRP, c) BIAX GFRP

Eksperiment rastezanja epruveta proveden je na statičkoj tlačno-vlačnoj kidalici Messphysik Beta 50-5 maksimalne sile 50 kN koja je prikazana na slici 4.7. Eksperiment je proveden u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku u prostorima Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu.



Slika 4.7 Kidalica Messphysik Beta 50-5

Za jednosmjerne laminate (sastavljene od UD GFRP, odnosno UD CFRP slojeva) ispitivanja su provedena na epruvetama izrađenim od slojeva s orijentacijom vlakana od  $0^\circ$ ,  $10^\circ$  i  $90^\circ$  u odnosu na smjer djelovanja opterećenja, dok je za dvosmjerni laminat (BIAX GFRP slojevi) ispitivanje izvršeno na epruvetama izrađenih od slojeva s orijentacijom vlakana  $0^\circ/90^\circ$  i  $45^\circ/-45^\circ$  u odnosu na smjer opterećenja. Za svaki tip epruvete provedena su 3 ispitivanja, a mjereni su sljedeći podaci:

- Modul elastičnosti i vlačna čvrstoća u smjeru pružanja vlakna ( $E_1, f_{L1}$ ) - za UD GFRP i UD CFRP podaci su dobiveni iz ispitivanja epruveta s orijentacijom vlakna od  $0^\circ$  u odnosu na smjer djelovanja opterećenja
- Modul elastičnosti i vlačna čvrstoća u smjeru okomitom od pružanja vlakna ( $E_2, f_{T1}$ ) - za UD GFRP i UD CFRP podaci su dobiveni iz ispitivanja epruveta s orijentacijom vlakna od  $90^\circ$  u odnosu na smjer djelovanja opterećenja
- Modul elastičnosti i vlačna čvrstoća u smjeru pružanja vlakna ( $E_1 = E_2, f_{L1} = f_{T1}$ ) - za BIAX GFRP

Podaci dobiveni u eksperimentu biti će korišteni kao verifikacija numeričke analize popuštanja eksperimentalnih epruveta, a prikazani su u tablici 4.7. Na slici 4.8 prikazani su načini popuštanja laminata za sve tipove ispitivanih epruveta.



Slika 4.8 Načini popuštanja ispitanih epruveta, s lijeva na desno: UD CFRP (0°, 90°, 10°), UD GFRP 0°, BIAx GFRP 45°/-45°, UD GFRP 10°, UD GFRP 90°, BIAx GFRP 0°/90°

Tablica 4.6 Eksperimentalno određena materijalna svojstva kompozitnih slojeva

Svojstvo		UD GFRP	UD CFRP	BIAx GFRP (0°/90°)
Naziv	Oznaka			
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_1, \text{MPa}$	31 000	107 300	23650
Modul elastičnosti u smjeru okomito na vlakna	$E_2, \text{Mpa}$	11 540	7 039	-
Longitudinalna vlačna čvrstoća	$f_{Lr}, \text{Mpa}$	574	1 081	511
Transverzalna vlačna čvrstoća	$f_{Tr}, \text{Mpa}$	94,79	34,03	-

## 5. METODA KONAČNIH ELEMENATA

### 5.1. Opis

Metoda konačnih elemenata približna je numerička metoda koja je nezaobilazna u inženjerskim proračunima. Rješenja dobivena ovom metodom su približna, a realnim vrijednostima približavamo se pravilnim formiranjem proračunskog modela i odabirom konačnih elemenata koji su u mogućnosti opisati realni proces deformiranja. Stoga je potrebno razumjeti fizikalno ponašanje analizirane konstrukcije i teorijske osnove korištenih konačnih elemenata, a također i kritički analizirati dobivene rezultate. Približavanje točnom rješenju, uz pravilnu formulaciju konačnih elemenata, raste s povećanjem broja elemenata. [16]

Metoda konačnih elemenata temelji se na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma gdje se kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje diskretnim modelom povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Konačni elementi međusobno su povezani u čvorovima na rubovima. Stanje u svakom elementu (npr. polje pomaka, naprezanja, deformacija, temperature) opisuje se interpolacijskim funkcijama koje moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete kako bi se diskretni model što više približio ponašanju realnog kontinuiranog sustava. [16]

### 5.2. Osnovni konačni elementi

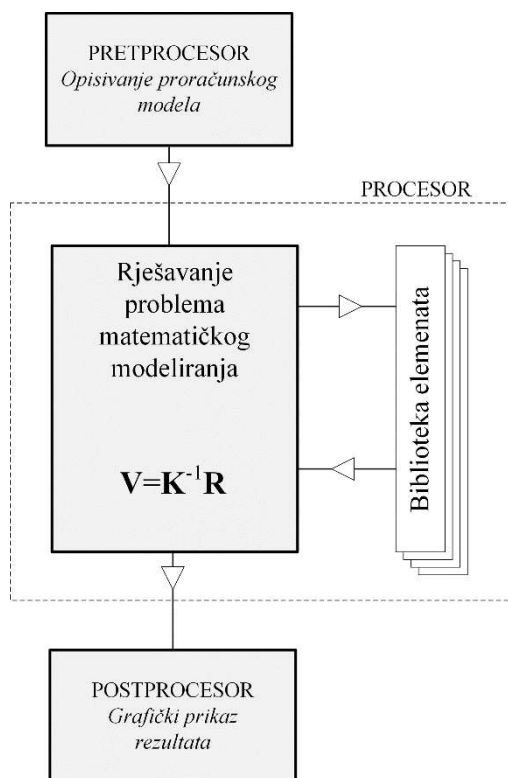
Ovisno o obliku i nepoznatim parametrima u čvorovima izvedeni su različiti tipovi konačnih elemenata. Konačni elementi koji se najčešće primjenjuju u mehanici deformabilnih tijela, prema [16], su:

- Jednodimenzijski konačni elementi
- Dvodimenzijski konačni elementi
- Trodimenzijski konačni elementi
- Osnosimetrični konačni elementi
- Konačni elementi za rješavanje problema savijanja ploča
- Konačni elementi za analizu ljuskastih konstrukcija

### 5.3. Program za računanje metodom konačnih elemenata

Rješavanje problema metodom konačnih elemenata provodi se korištenjem programskih paketa na računalima. Većina programskih paketa najčešće je podijeljena u tri

radne cjeline ili faze: pretprocesor, procesor i postprocesor. U pretprocesoru se opisuje geometrija proračunskog modela, definiraju se rubni uvjeti i opterećenje te se kontinuum dijeli na konačne elemente. U procesoru se nalaze algoritmi za rješavanje problema matematičkog modeliranja. Na temelju ulaznih podataka izračunavaju se matrice krutosti i vektori opterećenja konačnih elemenata te se na taj način dobiva raspodjela deformacije i naprezanja proračunskog modela. Postprocesori omogućuju grafički prikaz rezultata. Na slici 5.1 shematski je prikaz programa. [16]



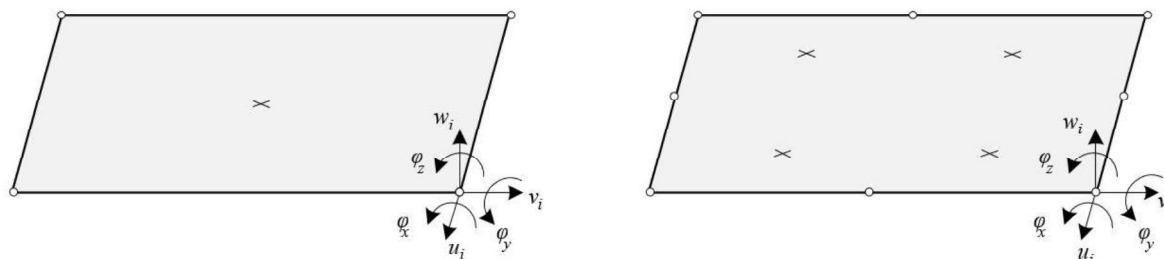
Slika 5.1 Shematski prikaz programa [16]

#### 5.4. Konačni elementi korišteni u proračunskom modelu

U ovome poglavlju biti će objašnjeni konačni elementi koji će se koristiti u verifikacijskim problemima i kod same numeričke analize ispitivanja kompozitnih materijala. *Abaqus* [17], programski paket koji će biti korišten za numeričku analizu, sadrži cijelu paletu elemenata za rješavanje različitih problema, a u ovom radu biti će korišteni konvencionalni ljuskasti elementi, kontinuumski ljuskasti elementi te standardni trodimenzionalni elementi.

### 5.4.1. Konvencionalni ljuskasti elementi

Ljuskasti elementi (eng. *shell elements*) služe za modeliranje kontinuuma koji je omeđen dvjema zakrivljenim plohami, a jedna dimenzija (debljina) mnogo je manja od ostalih. Formulacije konačnih elemenata za analizu ljusaka temelje se na klasičnim teorijama ljusaka, i to Kirchhoff-Loveovoj za savijanje tankih ljusaka i Reissner-Mindlinovoj za savijanje debelih ljusaka. Model se konvencionalnim ljuskastim elementima diskretizira na način da se definira geometrija srednje, odnosno referentne plohe, a debljina elementa dodjeljuje se naknadno putem modula *section property*. Ovi elementi u svakom čvoru imaju 6 stupnjeva slobode, 3 pomaka i 3 kuta zakreta. U ovome radu biti će korišteni elementi iz programskog paketa *Abaqus* naziva S4R (četverokutni ljuskasti elementi prvog reda s reduciranom integracijom) i S8R (četverokutni ljuskasti elementi drugog reda s reduciranom integracijom). [17]

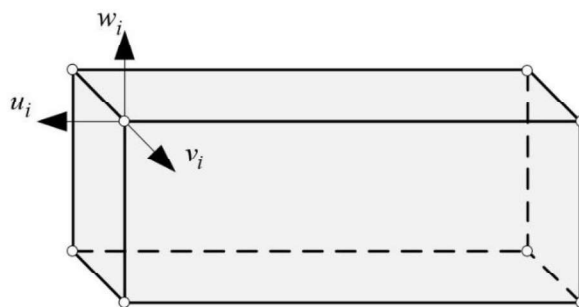


Slika 5.2 S4R (lijevo) i S8R (desno) elementi s prikazanim stupnjevima slobode

### 5.4.2. Kontinuumski ljuskasti elementi

Kontinuumski ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzijsko tijelo, dok se debljina određuje iz geometrije čvorova elementa. Ovi elementi sadrže samo pomake kao stupnjeve slobode (3 stupnja slobode po čvoru). Sa stajališta modeliranja kontinuumski ljuskasti elementi izgledaju poput trodimenzijskih konačnih elemenata, ali konstitutivne i kinematičke relacije kojima su opisani sličniji su konvencionalnim ljuskastim elementima. Od kontinuumskih ljuskastih elemenata u analizi će biti korišten element naziva SC8R u programskom paketu *Abaqus* [17].

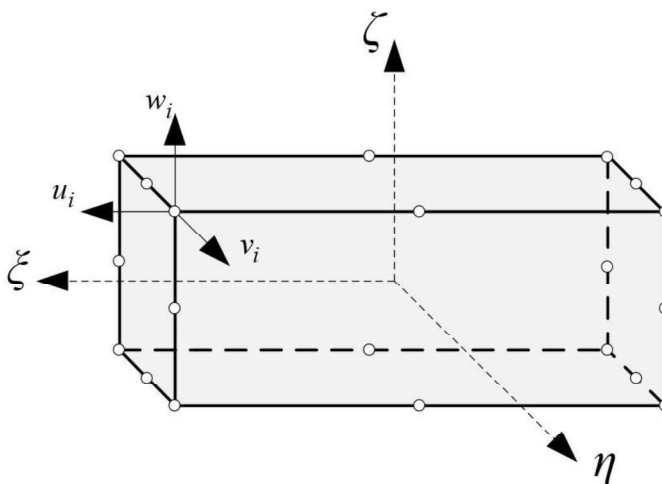




Slika 5.3 SC8R element s prikazanim stupnjevima slobode

### 5.4.3. Trodimenzijski konačni elementi

Od 3D konačnih elemenata koji su na raspolaganju, u ovom radu biti će korišteni heksaedarski konačni elementi drugog reda s reduciranom integracijom koji se prema *Abaqus* nomenklaturi nazivaju C3D20R [17]. Taj element spada u skupinu *Serendipity* elemenata (za razliku od Lagrangeovih, kod *Serendipity* elemenata čvorovi su raspodijeljeni samo duž bridova elementa) te je element opće primjene koji vrlo dobro opisuje savijanje raznih konstrukcija. Ima 20 čvorova s ukupno 60 stupnjeva slobode (3 stupnja slobode po čvoru).



Slika 5.4 C3D20 element s prikazanim stupnjevima slobode

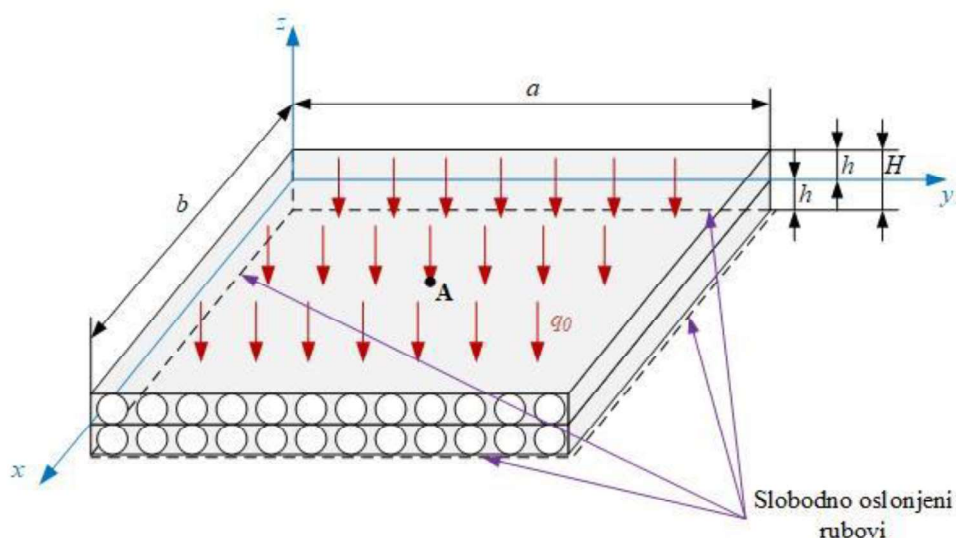
## 6. VERIFIKACIJA

Verifikacija konačnih elemenata koji će biti korišteni u proračunskom modelu biti će napravljena na primjeru kompozitne pravokutne ploče, slobodno oslonjene i opterećene jednolikim kontinuiranim opterećenjem, za koju postoje analitički proračuni u literaturi [18]. Kompozitna ploča biti će izrađena u obliku laminata, sačinjena od dva sloja jednake debljine. Oba sloja sačinjavati će jednosmjerna vlakna s orijentacijom od  $0^\circ$  u odnosu na globalnu os  $x$ . U analizi će se pratiti konvergencija progiba u sredini ploče te maksimalno naprezanje u smjeru osi  $x$  i smjeru osi  $y$ . Konstituenti od kojih je izrađena kompozitna ploča iz verifikacijskog primjera su staklena vlakna (E-staklo) i matrica od epoksidne smole, a svojstva navedenog materijala uzeta su iz literature [3] te prikazana u tablici 6.1.

U nastavku poglavlja biti će ispitan utjecaj razmještaja kompozitnih slojeva s različitom orijentacijom vlakana, a pri toj analizi bit će korišteni konačni elementi koji će se pokazati najboljima u verifikacijskom primjeru.

### 6.1. Analitičko rješenje verifikacijskog problema

Kao verifikacijski primjer, za pravokutnu kompozitnu ploču, zadanu i opterećenu jednolikim kontinuiranim opterećenjem prema slici 6.2, potrebno je odrediti progib u sredini ploče (točka A) te naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$  u sredini ploče. Jednoliko kontinuirano opterećenje  $q_0$  iznosi  $0,1 \text{ N/mm}^2$ .



Slika 6.1 Pravokutna kompozitna ploča opterećena jednolikim kontinuiranim opterećenjem

Tablica 6.1 Geometrija pravokutne ploče

Naziv veličine	Oznaka	Iznos	Mjerna jedinica
Duljina ploče	$a$	100	mm
Širina ploče	$b$	100	mm
Debljina jednog sloja	$h$	1	mm
Debljina ploče	$H$	2	mm

Tablica 6.2 Materijalna svojstva pravokutne ploče [3]

Naziv veličine	Oznaka	Iznos	Mjerna jedinica
Modul elastičnosti u smjeru vlakna	$E_1$	48000	Mpa
Modul elastičnosti okomito na smjer vlakna	$E_2$	12000	Mpa
Modul elastičnosti po debljini	$E_3$	12000	Mpa
Modul smicanja u ravnini 1-2	$G_{12}$	6000	Mpa
Modul smicanja u ravnini 1-3	$G_{13}$	6000	Mpa
Modul smicanja u ravnini 2-3	$G_{23}$	4762	Mpa
Poissonov faktor u ravnini 1-2	$\nu_{12}$	0,19	-
Poissonov faktor u ravnini 1-3	$\nu_{13}$	0,19	-
Poissonov faktor u ravnini 2-3	$\nu_{23}$	0,26	-

Prije nego što se može izračunati progib laminata, potrebno je odrediti vrijednost komponenti matrice savojne krutosti  $\mathbf{D}$ , koje se računaju prema izrazima:

$$D_{11} = \frac{2h^3}{3(1 - \nu_{12}\nu_{21})} E_1 \quad (6.1)$$

$$D_{22} = \frac{2h^3}{3(1 - \nu_{12}\nu_{21})} E_2 \quad (6.2)$$

$$D_{12} = \frac{2h^3}{3(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \nu_{12} E_2 \quad (6.3)$$

$$D_{66} = \frac{2h^3}{3} G_{12} \quad (6.4)$$

Analitičko rješenje za progib kompozitne ploče kod savijanja, prema [18], glasi:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16q_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\pi^6 mn \left[ D_{11} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b}\right)^4 \right]} \quad (6.5)$$

$$m, n = 1, 3, 5, \dots$$

Pri izračunu analitičkog rješenja biti će korištena samo prva četiri člana reda, tj.  $(m, n) = (1, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(3, 1)$  i  $(3, 3)$ . Korištenjem dodatnih članova ne dobiva se na točnosti. Prije nego možemo odrediti naprezanja potrebno je izračunati unutarnje momente. Izrazi za unutarnje momente za simetričan raspored slojeva laminata su:

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (6.6)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (6.7)$$

Iz poznatih iznosa unutarnjih momenata moguće je izračunati naprezanja prema izrazima:

$$\sigma_x = \frac{6M_x}{H^2} \quad (6.8)$$

$$\sigma_y = \frac{6M_y}{H^2} \quad (6.9)$$

Rješenja analitičkih izraza za progib, unutarnje momente u smjeru osi  $x$  i  $y$ , te naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$  prikazana su u tablici 6.3.

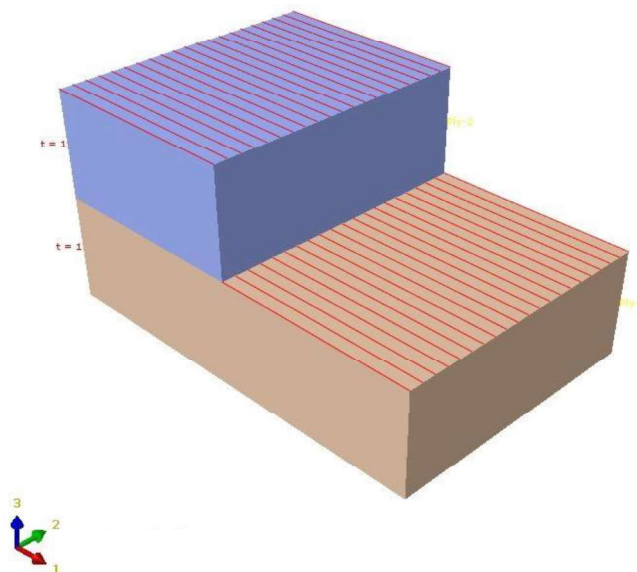
**Tablica 6.3 Analitička rješenja za progib, momente i naprezanja u točki A**

$w$ , mm	$M_x$ , N	$M_y$ , N	$\sigma_x$ , N/mm <sup>2</sup>	$\sigma_y$ , N/mm <sup>2</sup>
2,720	85,974	21,715	128,96	32,57

## 6.2. Numeričko rješenje verifikacijskog problema

Zbog toga što je proračunski model sa slike 6.2 dvostruko simetričan, u numeričkoj analizi moguće je koristiti samo četvrtinu modela kako bi se uštedili računalni resursi.

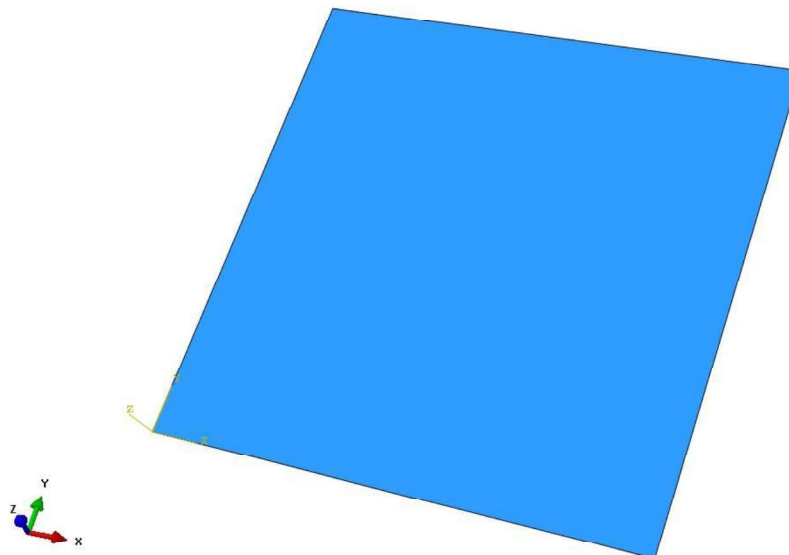
Najprije će biti napravljena analiza pomoću konvencionalnih ljuskastih konačnih elemenata prvog i drugog reda, zatim pomoću kontinuumskih ljuskastih elemenata te na kraju pomoću trodimenzijskih elemenata.



Slika 6.2 Prikaz slojeva u verifikacijskom modelu laminata

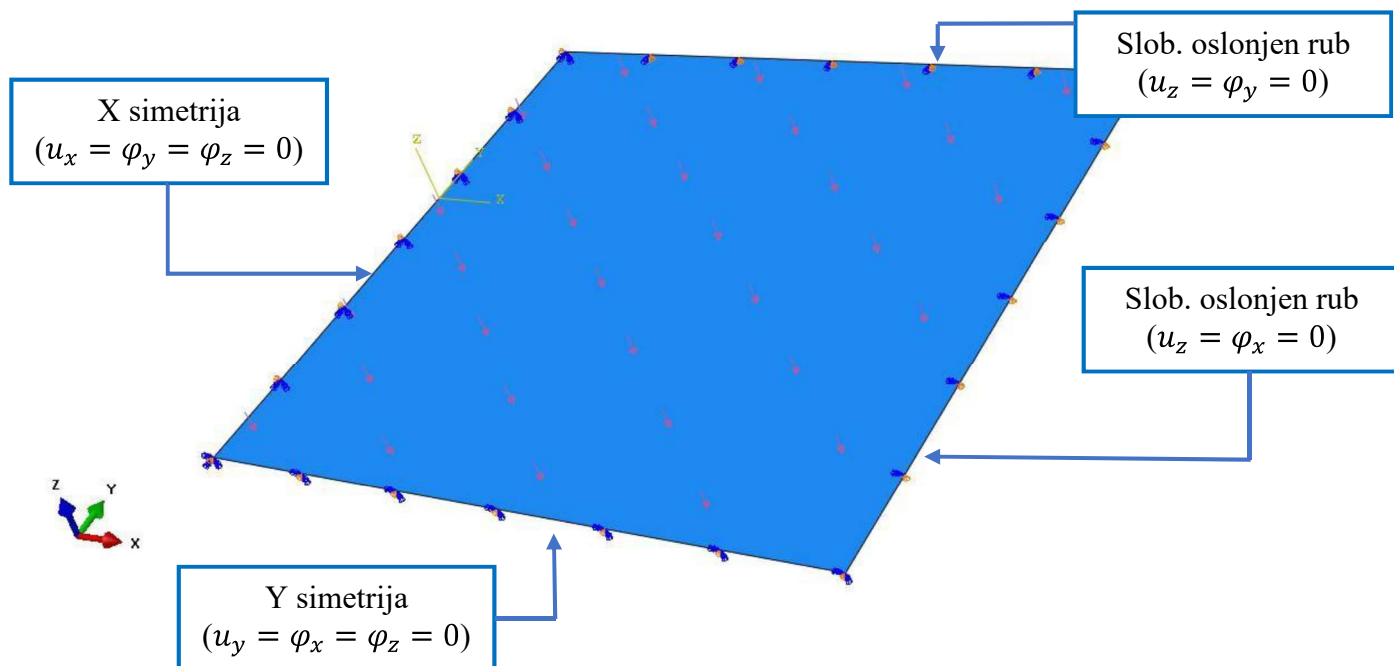
### 6.2.1. Model diskretiziran konvencionalnim ljuskastim elementima

Za analizu problema pomoću ljuskastih konačnih elemenata stvoren je model kao što je prikazano na slici 6.3 te su mu pripisana materijalna svojstva iz tablice 6.2.



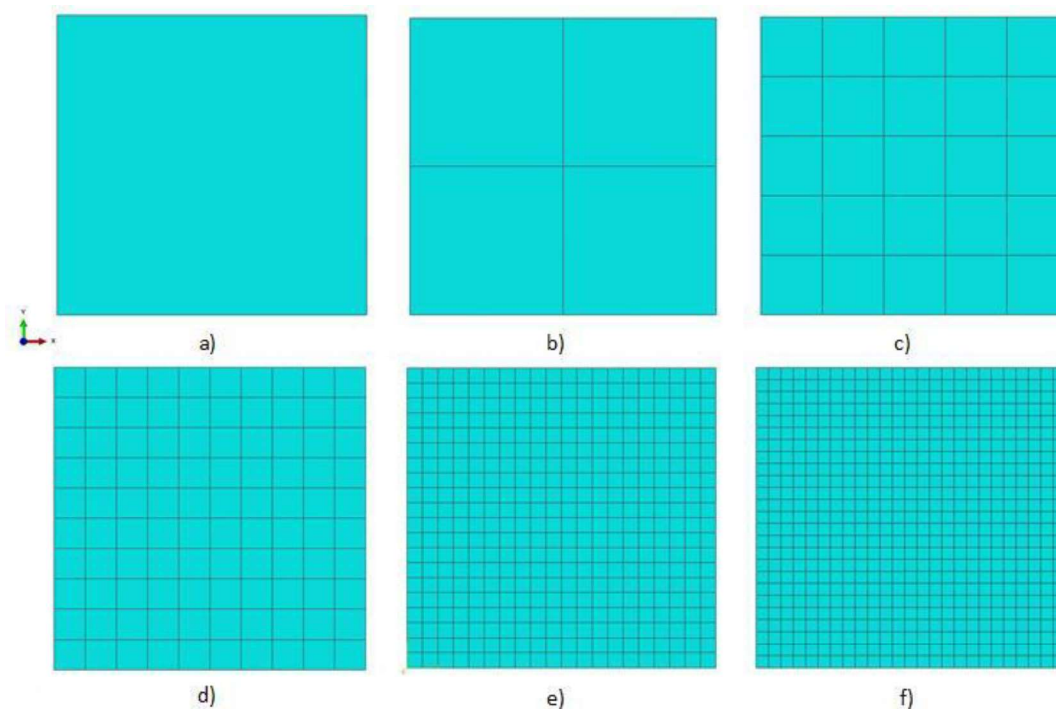
Slika 6.3 Model ploče za analizu konvencionalnim ljuskastim konačnim elementima

Već je spomenuto da se analiza, zbog štednje računalnih resursa, provodi na četvrtini modela. Stoga je potrebno postaviti određene rubne uvjete na rubove modela. Rubni uvjeti i opterećenje ploče prikazani su na slici 6.4.



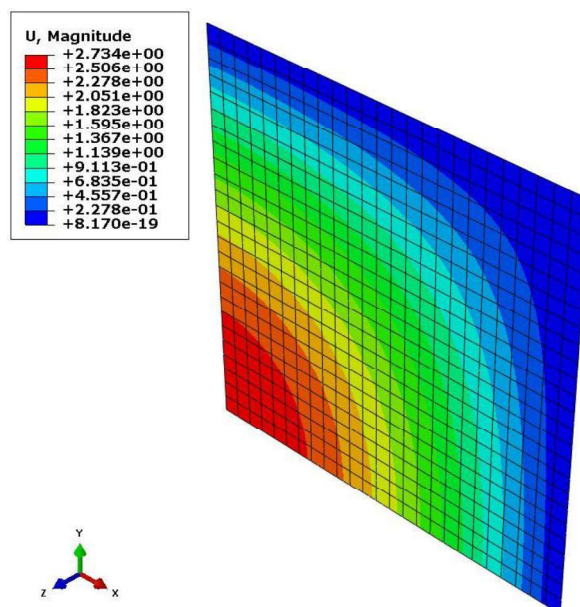
Slika 6.4 Rubni uvjeti i opterećenje 2D ploče

Diskretizacija modela će se provesti s konvencionalnim ljuskastim elementima prvog reda (S4R) i konvencionalnim ljuskastim elementima drugog reda (S8R). Konvergencija rješenja pratit će se progušćivanjem mreže konačnih elemenata. Korištene mreže sastojat će se od 1, 4, 25, 100, 400 te 625 konačnih elemenata, a prikazane su na slici 6.5.

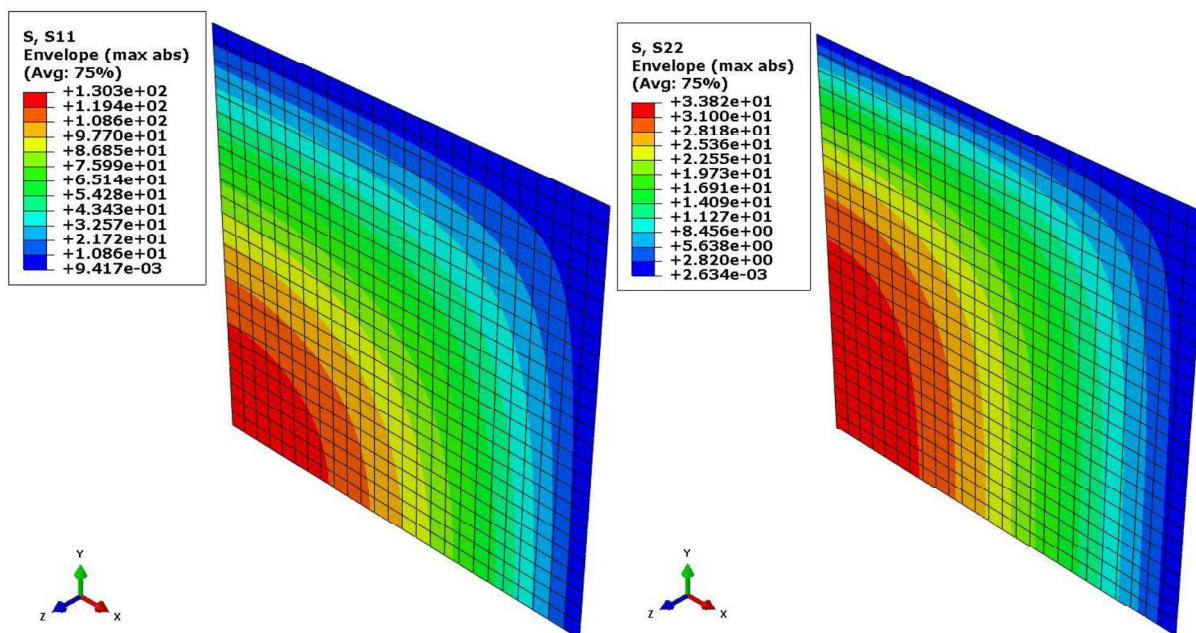


Slika 6.5 Mreže ljuskastih konačnih elemenata: a) 1 KE, b) 4 KE, c) 25 KE, d) 100 KE, e) 400 KE, f) 625 KE

Raspodjela progiba prikazana je na slici 6.6, a naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$  prikazana su na slici 6.7. Prikazane su raspodjele za ploču diskretiziranu sa 625 S8R konačnih elemenata. Diskretizacija ploče S4R konačnim elementima daje gotovo identične raspodjele te one neće biti posebno prikazivane već će rezultati te diskretizacije biti dani u tablici.

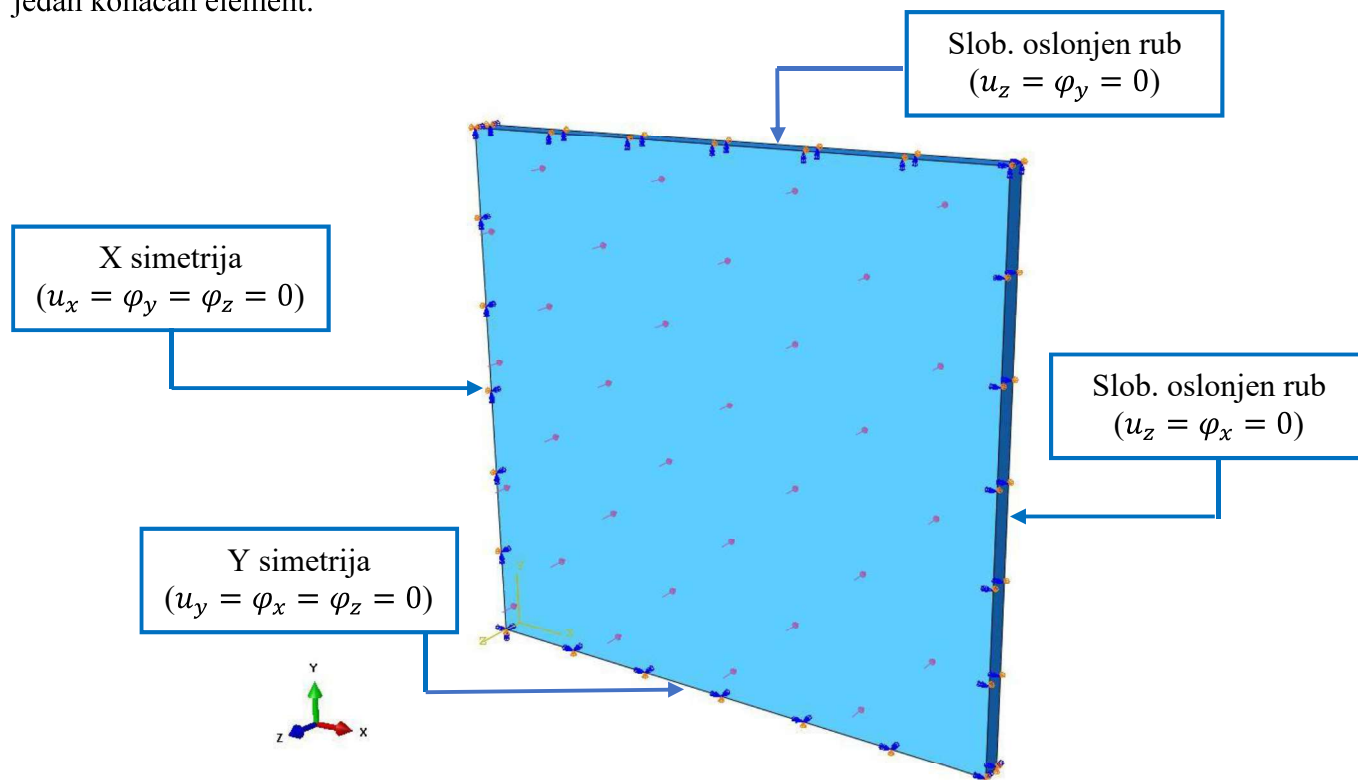


Slika 6.6 Raspodjela progiba

Slika 6.7 Raspodjela naprezanja u smjeru osi  $x$  (lijevo) i smjeru osi  $y$  (desno)

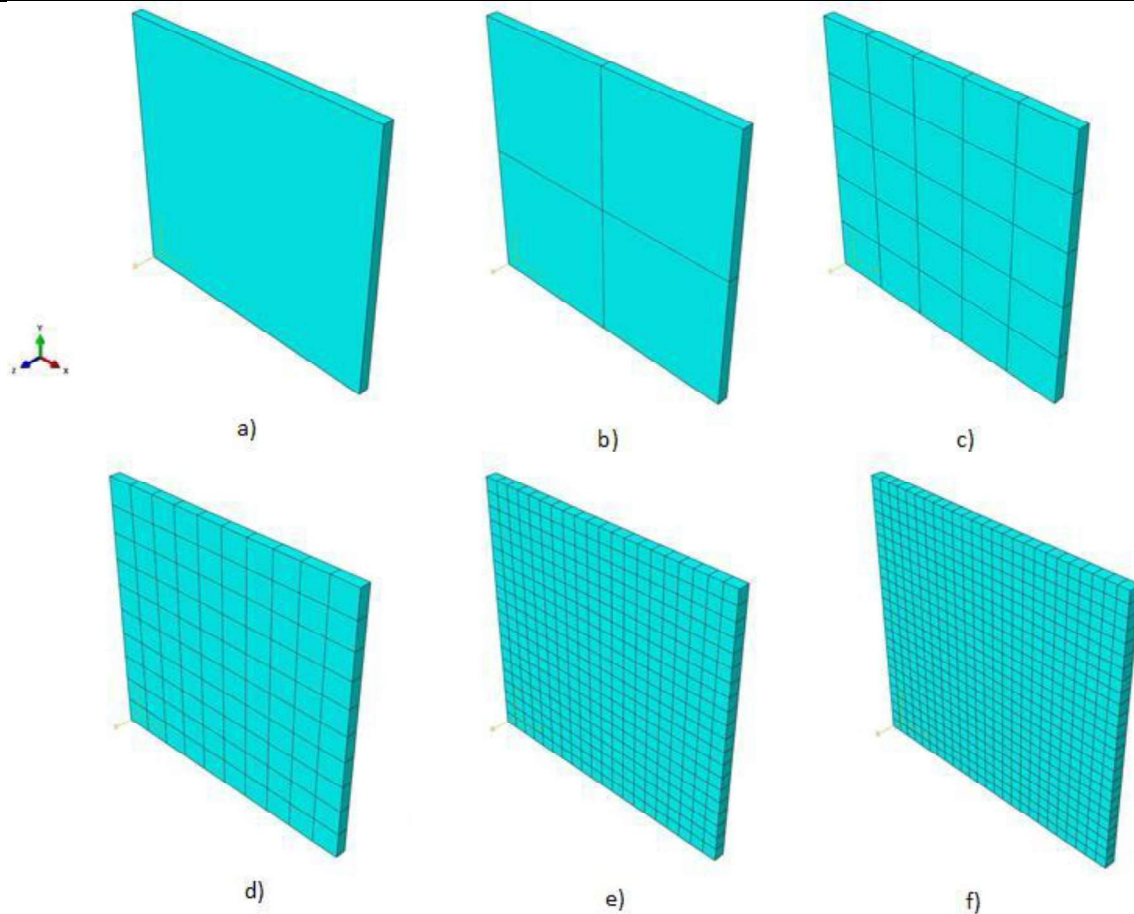
### 6.2.2. Model diskretiziran kontinuumskim ljuskastim elementima

Na istom problemu ispitana je konvergencija rješenja korištenjem kontinuumskih konačnih elemenata oznake SC8R. Materijalna svojstva, opterećenje i rubni uvjeti (slika 6.8) jednaki su kao u proračunskom modelu s konvencionalnim ljuskastim elementima. Diskretizacija ploče SC8R elementima prikazana je na slici 6.9. Po debljini ploče korišten je jedan konačan element.



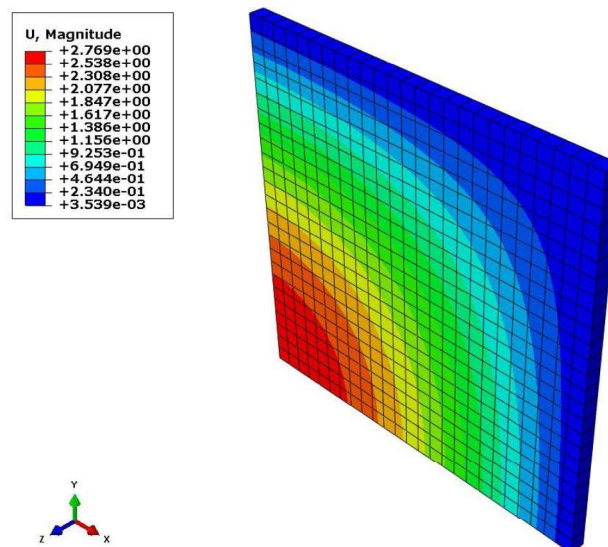
Slika 6.8 Rubni uvjeti i opterećenje 3D ploče



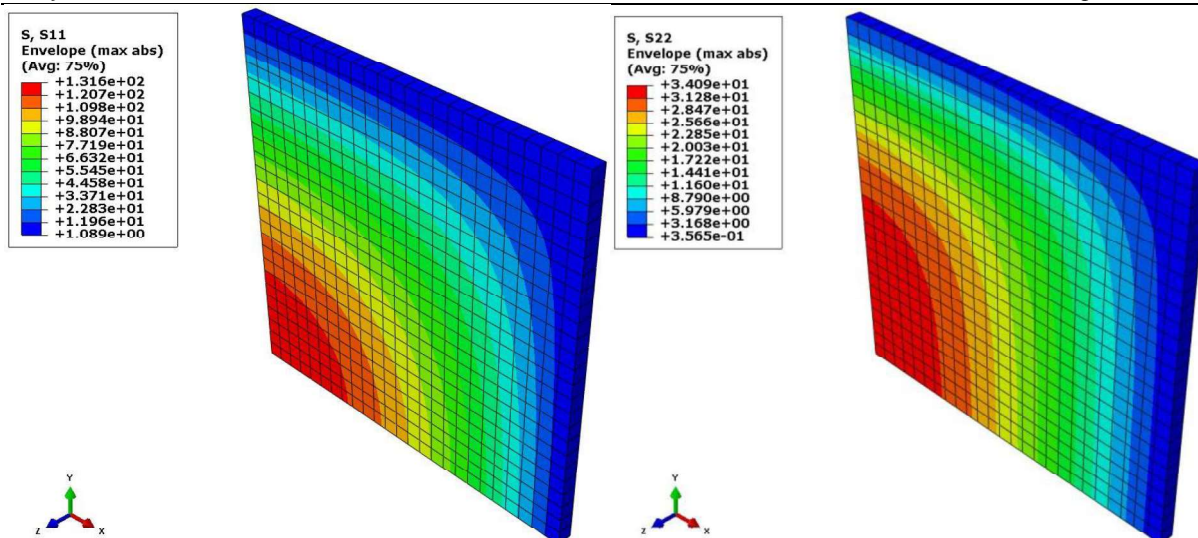


**Slika 6.9 Mreže kontinuumskih ljuskastih konačnih elemenata: a) 1 KE, b) 4 KE, c) 25 KE, d) 100 KE, e) 400 KE, f) 625 KE**

Raspodjela progiba prikazana je na slici 6.10, a naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$  prikazana su na slici 6.11. Prikazane su raspodjele za ploču diskretiziranu sa 625 SC8R konačnih elemenata.

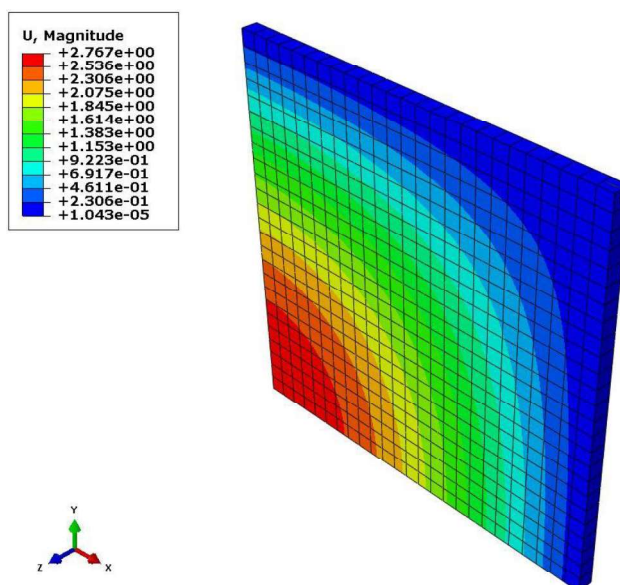


**Slika 6.10 Raspodjela progiba**

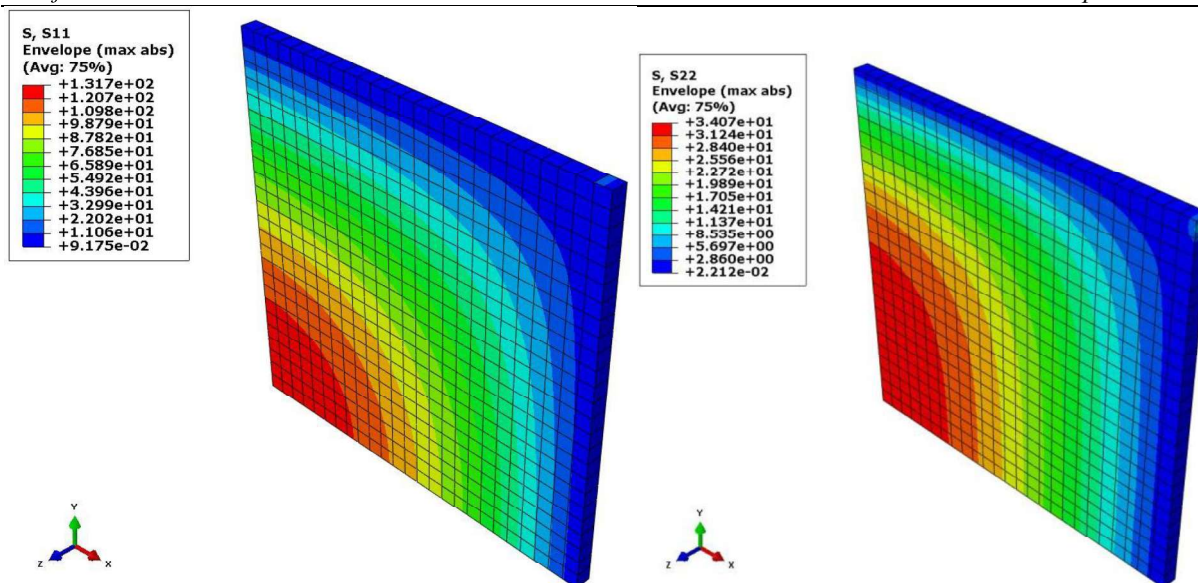
Slika 6.11 Raspodjela naprezanja u smjeru osi  $x$  (lijevo) i smjeru osi  $y$  (desno)

### 6.2.3. Model diskretiziran trodimenzijskim elementima

Ispitana je također konvergencija rješenja korištenjem trodimenzijskih konačnih elemenata oznake C3D20R. Materijalna svojstva, opterećenje i rubni uvjeti (slika 6.8) jednaki su kao i u analizi s kontinuumskim ljuskastim elementima. Diskretizacija ploče C3D20R elementima identična je kao na slici 6.9 te za ovaj slučaj neće biti posebno prikazana. Po debljini ploče korišten je jedan konačan element. Raspodjela progiba prikazana je na slici 6.12, a naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$  prikazana su na slici 6.13. Prikazane su raspodjele za ploču diskretiziranu sa 625 C3D20R konačnih elemenata.



Slika 6.12 Raspodjela progiba



Slika 6.13 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (lijevo) i smjeru osi y (desno)

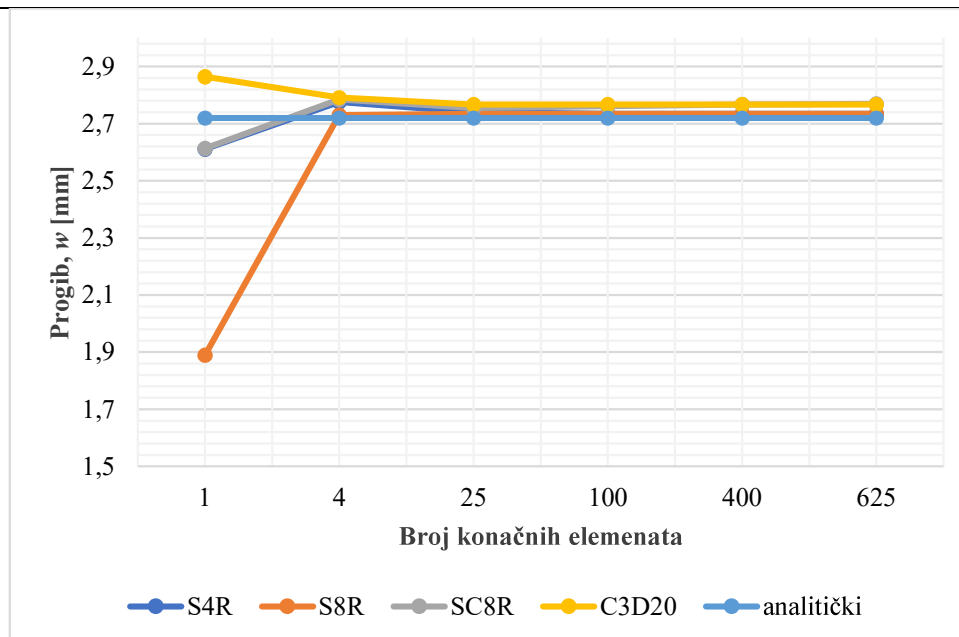
#### 6.2.4. Konvergencija rješenja i usporedba rezultata

U nastavku je tablično i dijagramski prikazana konvergencija rezultata za različit broj konačnih elemenata korištenih u analizi.

##### 6.2.4.1. Konvergencija progiba

Tablica 6.4 Konvergencija progiba u točki A ploče i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem

Broj KE	S4R		S8R		SC8R		C3D20R	
	w, mm	Greška, %	w, mm	Greška, %	w, mm	Greška, %	w, mm	Greška, %
<b>1</b>	2,611	4,01	1,889	30,55	2,613	3,93	2,864	5,03
<b>4</b>	2,776	2,02	2,730	0,37	2,785	2,33	2,792	2,58
<b>25</b>	2,740	0,73	2,734	0,51	2,755	1,27	2,767	1,70
<b>100</b>	2,734	0,51	2,734	0,51	2,761	1,48	2,767	1,70
<b>400</b>	2,734	0,51	2,734	0,51	2,767	1,70	2,767	1,70
<b>625</b>	2,734	0,51	2,734	0,51	2,769	1,77	2,767	1,70

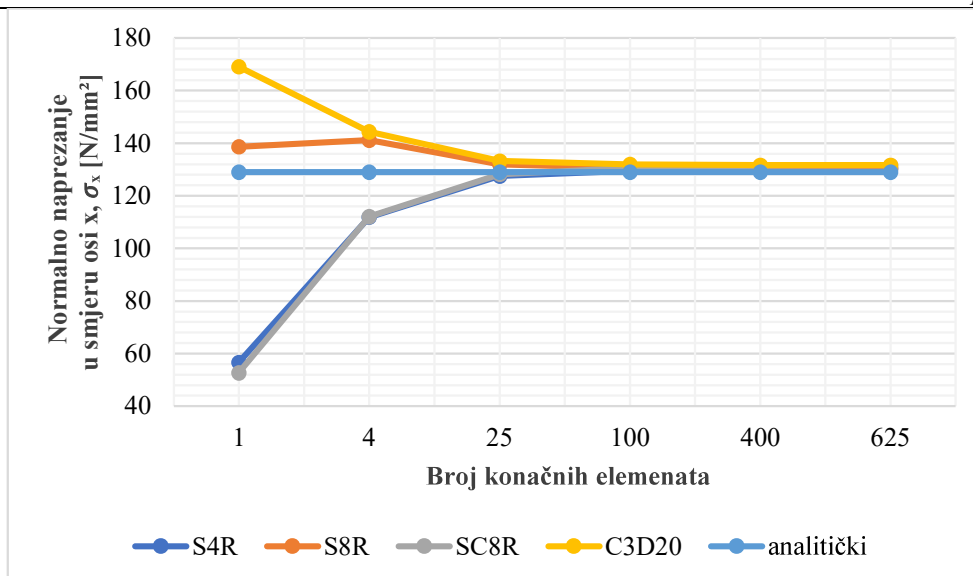


Slika 6.14 Dijagram konvergencije rješenja za progib ploče u točki A

## 6.2.4.2. Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i y

Tablica 6.5 Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem

Broj KE	S4R		S8R		SC8R		C3D20R	
	$\sigma_x$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_x$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_x$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_x$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %
1	56,67	56,06	138,6	6,96	52,76	59,09	169,1	23,74
4	111,8	13,31	141,2	8,67	112,1	13,07	144,3	10,63
25	127,5	1,13	131,9	2,23	128,2	0,59	133,3	3,26
100	129,5	0,42	130,6	1,26	130,6	1,26	132,0	2,3
400	130	0,8	130,3	1,03	131,4	1,86	131,7	2,08
625	130,3	1,03	130,3	1,03	131,6	2,01	131,7	2,08

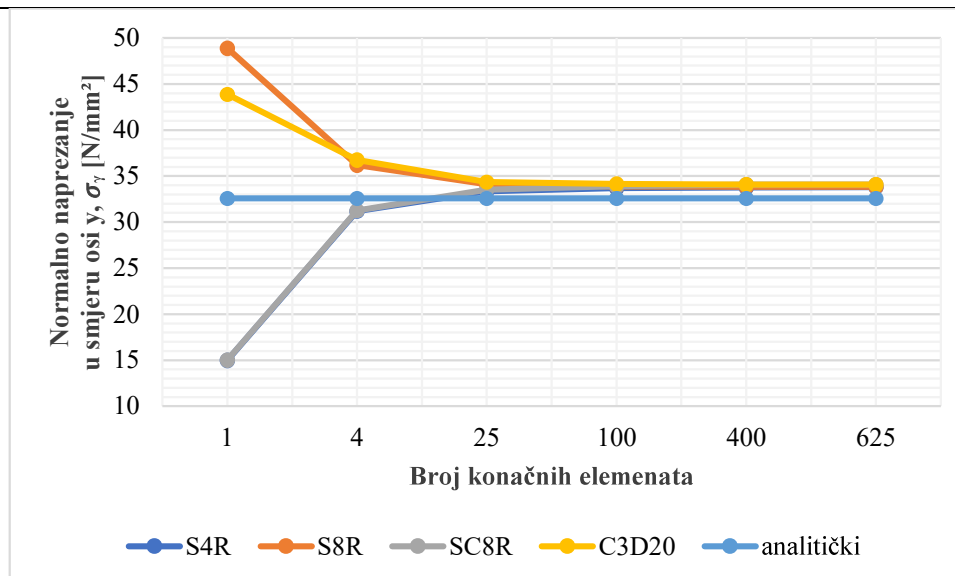


Slika 6.15 Dijagram konvergencije rješenja za naprezanje u smjeru osi x u točki A

Tablica 6.6 Konvergencija naprezanja u smjeru osi x i relativna greška u usporedbi s analitičkim rješenjem

Broj KE	S4R		S8R		SC8R		C3D20R	
	$\sigma_y$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_y$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_y$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %	$\sigma_y$ , N/mm <sup>2</sup>	Greška, %
1	15	53,95	48,88	33,37	15,03	53,85	43,88	25,77
4	31,18	4,27	36,19	10,00	31,25	4,05	36,77	11,42
24	33,35	2,34	34,1	4,49	33,51	2,81	34,35	5,18
100	33,69	3,32	33,88	3,87	33,92	3,98	34,13	4,57
400	33,78	3,58	33,82	3,67	34,07	4,40	34,08	4,43
625	33,79	3,61	33,82	3,67	34,09	4,46	34,07	4,40





Slika 6.16 Dijagram konvergencije rješenja za naprezanje u smjeru osi y u točki A

### 6.2.5. Odabir konačnih elemenata za numeričku analizu vlačnog ispitivanja

Nakon provjere konvergencije na verifikacijskom primjeru može se zaključiti da ljuskasti konačni elementi (S4R i S8R) daju bolje rezultate od kontinuumskih konačnih elemenata (SC8R) te trodimenzionalnih konačnih elemenata (C3D20R). Kod analize progiba svi elementi pokazali su brzu konvergenciju te se već sa malim brojem konačnih elemenata moglo dobiti zadovoljavajuće rješenje. Ipak, najtočniji rezultat dali su S4R i S8R elementi, s greškom od 0,51% u odnosu na analitičko rješenje za progib. Kod analize naprezanja najboljima su se pokazali S4R elementi, koji su, uz brzu konvergenciju k rješenju, pokazali najmanju relativnu grešku od analitičkog rješenja (1,03% kod analize naprezanja u smjeru osi x; 3,61% kod analize naprezanja u smjeru osi y). Možemo zaključiti da su se konvencionalni ljuskasti elementi prvog reda, oznake S4R, pokazali najboljima za analizu pravokutne ploče te će oni biti korišteni u daljnjim numeričkim analizama.

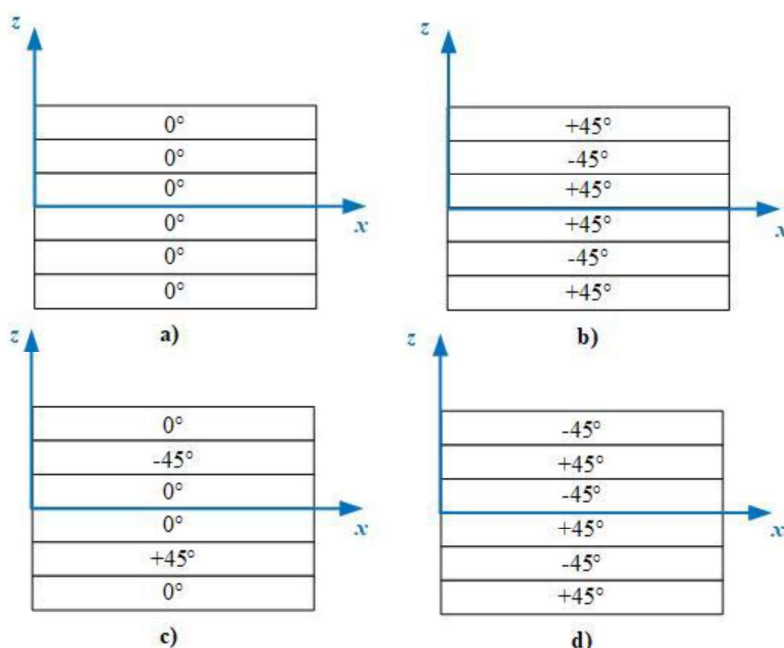
### 6.3. Utjecaj rasporeda slojeva s različitom orijentacijom vlakana na odziv laminata

Kod kompozitnih konstrukcija na odziv mogu utjecati različiti parametri kao što su broj slojeva, orijentacija pojedinih slojeva, razmještaj slojeva po debljini laminata itd. U ovom poglavlju biti će ispitan utjecaj rasporeda slojeva s različitom orijentacijom vlakana na odziv laminata. Geometrija, materijal i rubni uvjeti proračunskog modela biti će jednaki kao i u verifikacijskom primjeru, no ovdje će se laminat sastojati od 6 slojeva debljine  $h = 0,5$  mm. Konfiguracije laminata koje će se razmatrati navedene su u tablici 6.7 te shematski prikazane

na slici 6.17. U svim analizama biti će korištena mreža od 625 S4R elemenata, kakva je prikazana na slici 6.25 f).

Tablica 6.7 Različite konfiguracije slojeva laminata

SLUČAJ	KONFIGURACIJA
a)	[0/0/0/0/0/0]
b)	[+45/-45/+45/+45/-45/+45]
c)	[0/+45/0/0/-45/0]
d)	[+45/-45/+45/-45/+45/-45]

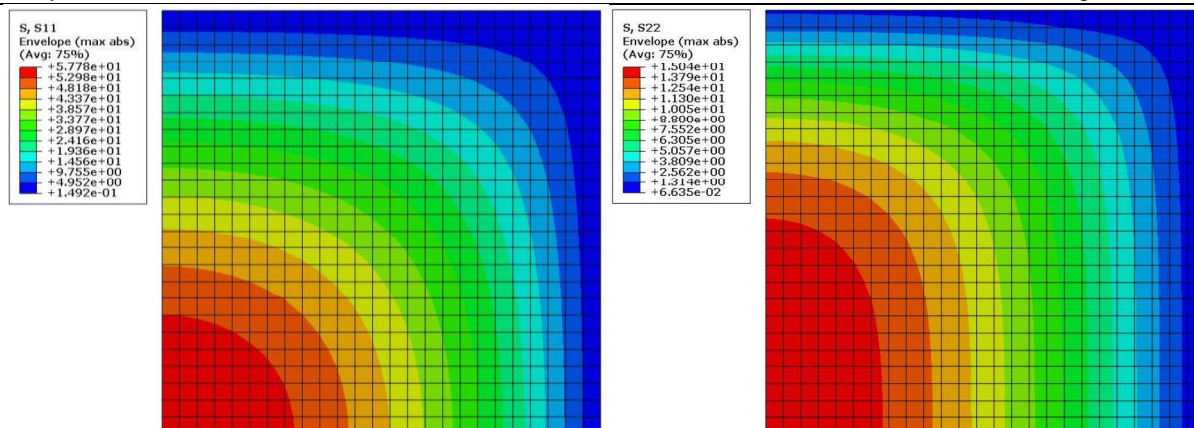


Slika 6.17 Shematski prikaz analiziranih konfiguracija laminata

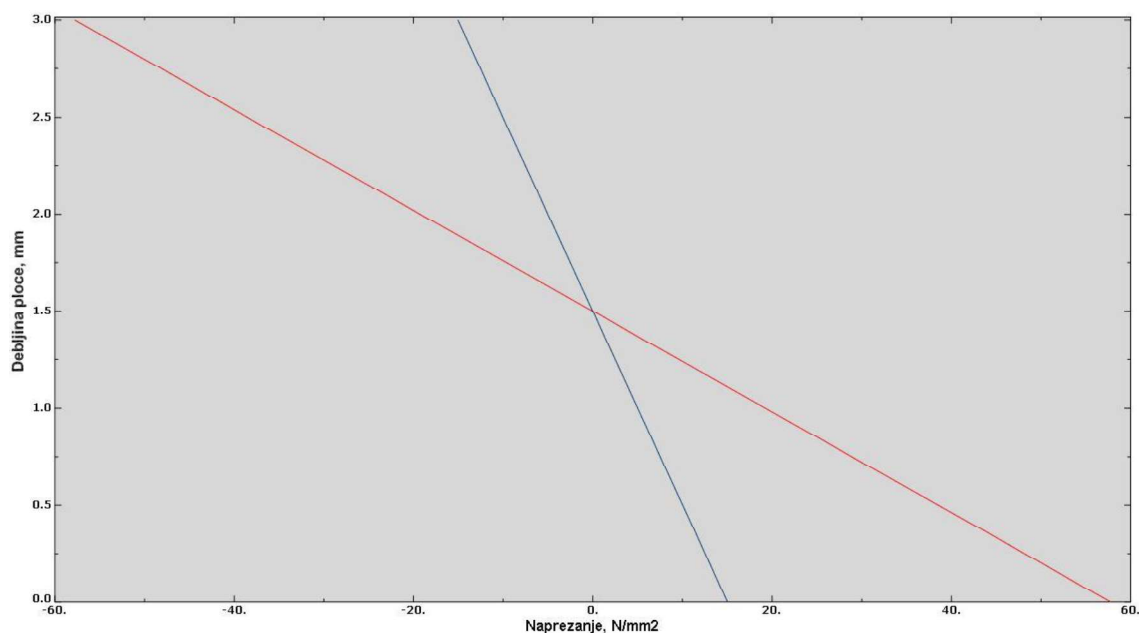
U slučajevima a) i b) radi se o simetričnim laminatima, dok za slučajeve c) i d) raspodjela različito orijentiranih slojeva nije simetrična. Također, može se vidjeti da se u slučajevima c) i d) radi o balansiranim laminatima, što znači da u takvim laminatima za svaki sloj orijentiran pod kutem  $+\theta$  postoji identičan sloj orijentiran  $-\theta$ . Analizirani su progib u točki A ( $x=1/2a$ ,  $y=1/2b$ ) te naprezanja u smjeru osi  $x$  i  $y$ . Rezultati su prikazani u tablici 6.8.

Tablica 6.8 Odziv kompozitne konstrukcije za različite konfiguracije slojeva

	a)	b)	c)	d)
<b>w, mm</b>	0,8135	0,7176	0,7794	0,6155
<b><math>\sigma_x</math>, N/mm<sup>2</sup></b>	57,78	58,51	68,00	44,40
<b><math>\sigma_y</math>, N/mm<sup>2</sup></b>	15,04	23,53	21,06	14,91



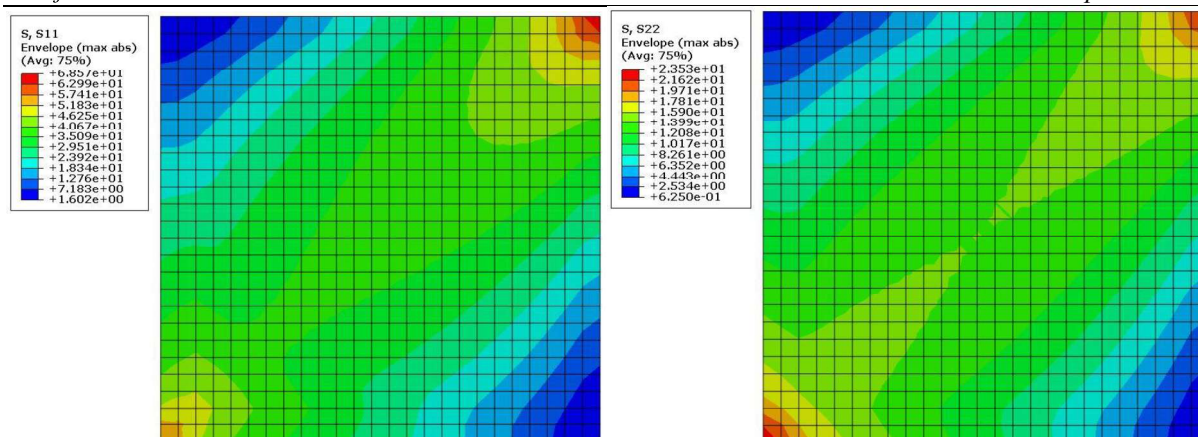
Slika 6.18 Raspodjela naprezanja u smjeru osi  $x$  (lijevo) i smjeru osi  $y$  (desno) za slučaj a)



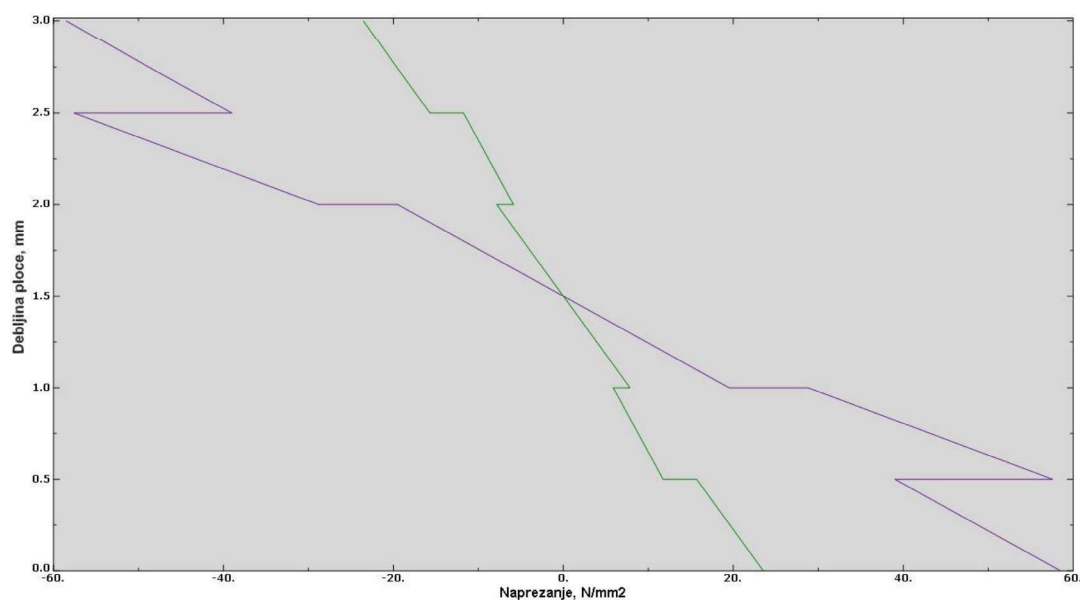
Slika 6.19 Raspodjela naprezanja u smjeru osi  $x$  (crveno) i smjeru osi  $y$  (plavo) po debljini ploče u točki A za slučaj a)

Kako je bilo i za očekivati, raspodjela naprezanja po debljini kompozitne ploče za konfiguraciju pod slučajem a) je linearna. Svi slojevi od kojih se sastoji ovaj laminat imaju vlakna usmjerena u istom pravcu pa se laminat zapravo ponaša kao jednoslojan. Na ordinatnoj osi definirana je debljina ploče tako da je donja ploha laminata na 0 mm, a gornja ploha je na 3 mm. Iz grafa se može vidjeti da se najveća naprezanja javljaju upravo na gornjoj i donjoj plohi, jednakih su iznosa, ali suprotnih predznaka.



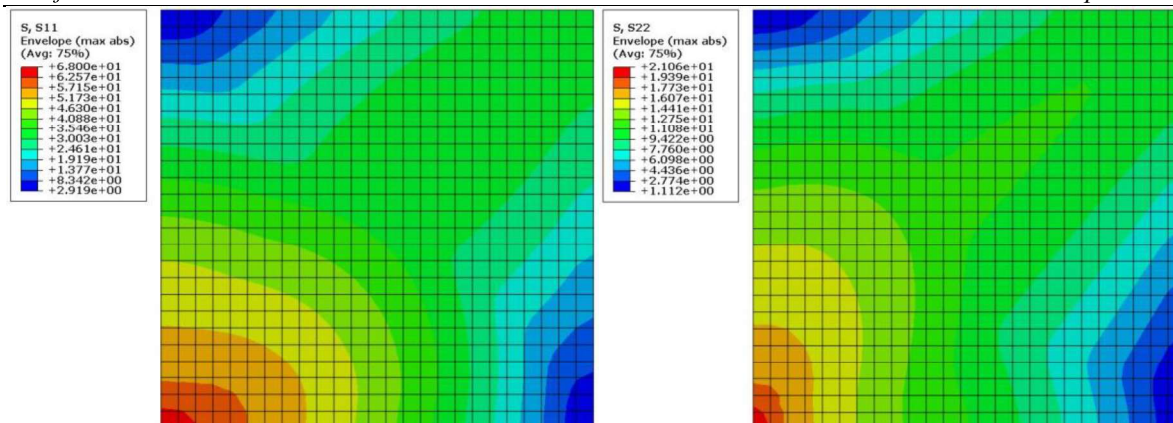


Slika 6.20 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (lijevo) i smjeru osi y (desno) za slučaj b)

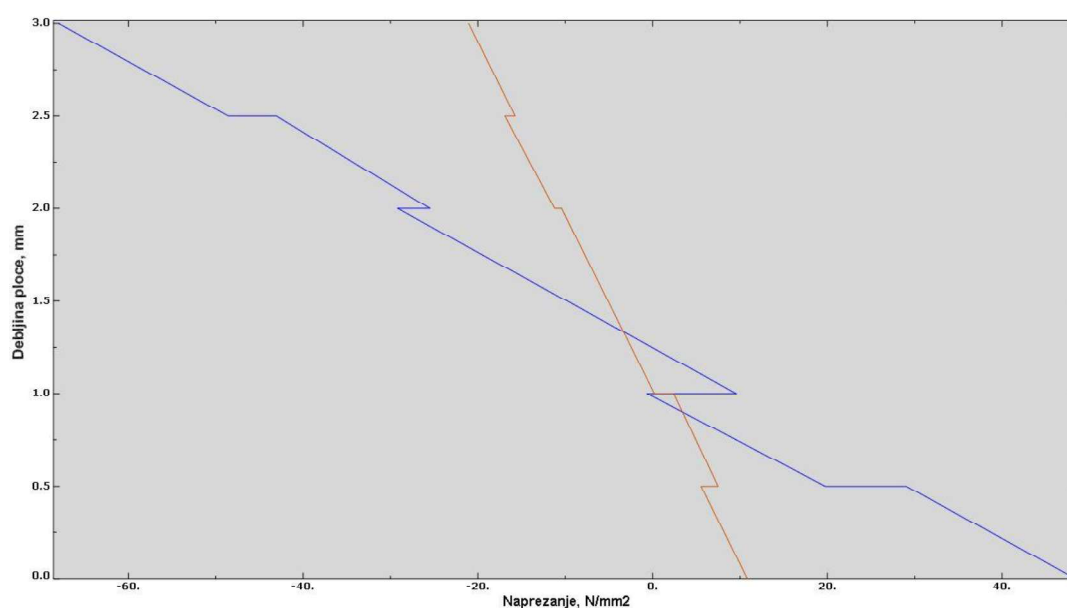


Slika 6.21 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (ljubičasto) i smjeru osi y (zeleno) po debljini ploče u točki A za slučaj b)

Kod raspodjele naprezanja po debljini kompozitne ploče za konfiguraciju pod slučajem b) mogu se uočiti lomovi na prijelazima između kompozitnih slojeva. Lomovi su karakteristični za laminare kod kojih su vlakna u slojevima različito orijentirana. Najveća naprezanja, i u smjeru osi  $x$ , i u smjeru osi  $y$ , javljaju se na gornjoj i donjoj plohi te su opet jednakih iznosa, ali suprotnih predznaka, a neutralna ravnina nalazi se na sredini ploče. To je zato što je ovaj laminat po svojoj konfiguraciji simetričan.

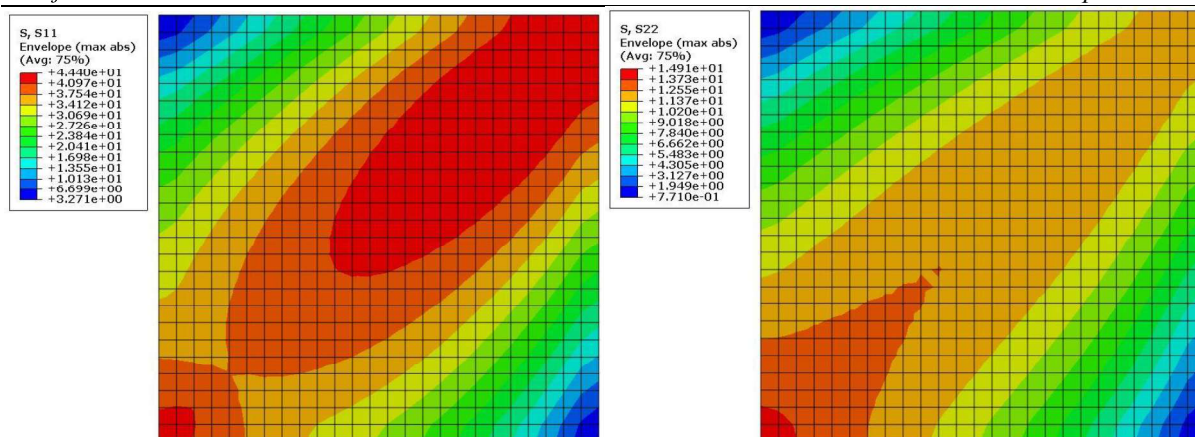


Slika 6.22 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (lijevo) i smjeru osi y (desno) za slučaj c)

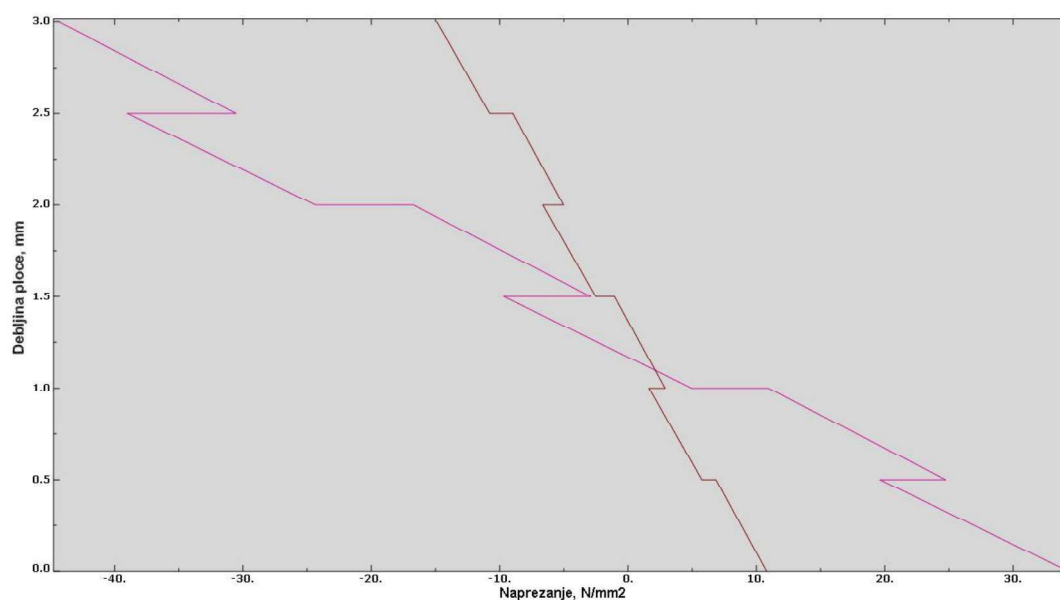


Slika 6.23 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (plavo) i smjeru osi y (smeđe) po debljini ploče u točki A za slučaj c)

Iz raspodjele naprezanja po debljini kompozitne ploče za konfiguraciju pod slučajem c) odmah se može zaključiti da takva konfiguracija nije simetrična. Naprezanja na gornjoj i donjoj plohi više nisu jednaka po apsolutnim iznosima, a neutralna ravnina više se ne nalazi u geometrijskoj sredini ploče. U ovome slučaju najveća naprezanja javljaju se na gornjoj plohi i negativnog su predznaka (tlačno naprezanje). Najveće naprezanje u smjeru osi  $x$  iznosi  $-68 \text{ N/mm}^2$ , dok najveće naprezanje u smjeru osi  $y$  iznosi  $-21,06 \text{ N/mm}^2$ .



Slika 6.24 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (lijevo) i smjeru osi y (desno) za slučaj d)



Slika 6.25 Raspodjela naprezanja u smjeru osi x (rozo) i smjeru osi y (smeđe) po debljini ploče u točki A za slučaj d)

Iz raspodjele naprezanja po debljini kompozitne ploče za konfiguraciju pod slučajem d) također se odmah vidi da konfiguracija nije simetrična. Najveća naprezanja javljaju se na gornjoj plohi i negativnog su predznaka (tlačno naprezanje). Najveće naprezanje u smjeru osi x iznosi  $-44,4 \text{ N/mm}^2$ , dok najveće naprezanje u smjeru osi y iznosi  $-14,91 \text{ N/mm}^2$ .

## 7. NUMERIČKA ANALIZA POPUŠTANJA EKSPERIMENTALNIH EPRUVETA

U ovome poglavlju biti će opisan postupak numeričke simulacije popuštanja kompozitnih epruveta pri vlačnom ispitivanju. Numerička analiza popuštanja u prvom je koraku napravljena korištenjem teorijski dobivenih vrijednosti mehaničkih svojstava (pomoću metoda mikromehanike), a rezultati su uspoređeni s eksperimentalno dobivenim podacima. Eksperiment je opisan u poglavlju 4.2.1., a podaci dobiveni eksperimentom mogu se pronaći u tablici 4.6. U drugoj iteraciji analiza je izvršena korištenjem eksperimentalno određenih vrijednosti svojstava.

### 7.1. Iteracija izvršena pomoću teorijski procijenjenih mehaničkih svojstava slojeva ispitnih epruveta

Najprije su u literaturi pronađeni podatke o mehaničkim svojstvima konstituenata kako bi se pomoću njih mogla odrediti mehanička svojstva slojeva. Eksperimentalne epruvete napravljene su od kompozita s epoksidnom matricom te ugljičnim vlaknima visoke čvrstoće, odnosno staklenim vlaknima (E-staklo). Svojstva tih konstituenata uzeta su iz literature [19] i [20], a prikazana su u tablici 7.1.

Tablica 7.1 Svojstva konstituenata

			HR ugljik	E-staklo	Epoksidna smola
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_{fl}$	MPa	230000	74000	-
Modul elastičnosti u smjeru okomito na vlakna	$E_{ft}$	MPa	15000	74000	-
Modul elastičnosti matrice	$E_m$	MPa	-	-	4500
Modul smicanja	$G_f, G_m$	MPa	50000	30000	1600
Poissonov faktor	$\nu_f, \nu_m$	-	0,3	0,25	0,4
Longitudinalna vlačna čvrstoća	$f_{ft}, f_{mt}$	MPa	3200	2500	130
Longitudinalna tlačna čvrstoća	$f_{fc}, f_{mc}$	MPa	2880 [21]	4200	100
Smična čvrstoća	$f_{fs}, f_{ms}$	MPa	55	34	35

Materijalna svojstva kompozitnih slojeva računata su za volumne udjele vlakana kako su zadani u tablici 4.5. Za svako svojstvo izračunata je aritmetička sredina vrijednosti dobivenih različitim metodama mikromehanike te je takva vrijednost uspoređena s vrijednostima iz literature i prema potrebi korigirana kako ne bi bilo prevelikih odstupanja. Kod računanja materijalnih svojstava BIAx GFRP slojeva pomoću metoda mikromehanike, da bi se smanjila krutost u smjeru vlakna, primijenjen je tzv. „*knock-down*“ faktor. To je napravljeno kako bi se u obzir uzela zakrivljenost vlakana u poprečnom smjeru do koje dolazi zbog međusobnog nalijeganja snopova vlakana iz susjednih slojeva te zbog zakrivljenosti vlakana u ravnini srednje plohe koju uzrokuju poprečni šavovi koji spajaju slojeve. Vrijednosti uzete u numeričkom proračunu prikazane su u tablici 7.2.

**Tablica 7.2 Procijenjena materijalna svojstva slojeva ispitnih epruveta za numeričku simulaciju**

			UD GFRP	UD CFRP	BIAx GFRP 0°/90°
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_1$	MPa	24955,45	91905	14197,9
Modul elastičnosti u smjeru okomito na vlakna	$E_2$	MPa	7600,59	5665,6	14197,9
Modul smicanja u ravnini 1-2	$G_{12}$	MPa	2849,48	2723,78	2794,7
Modul smicanja u ravnini 1-3	$G_{13}$	MPa	2849,48	2723,78	2794,7
Modul smicanja u ravnini 2-3	$G_{23}$	MPa	2467,72	1863,68	2215,28
Poissonov faktor	$\nu_{12}$	-	0,34	0,33	0,19

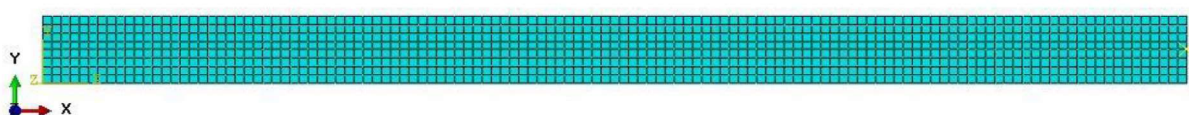
Kako bismo u *Abaqusu* [17] mogli odrediti indekse popuštanja za različite kriterije popuštanja također su nam potrebni parametri čvrstoće pa su oni također procijenjeni na temelju izraza iz poglavlja 3.1.7. Raspon dobivenih vrijednosti za pojedini parametar čvrstoće može biti velik, ovisno o pretpostavljenom mehanizmu popuštanja, stoga je i ove vrijednosti bilo potrebno usporediti s vrijednostima iz literature te po potrebi korigirati. Najveće poteškoće pokazale su se kod izračuna tlačne čvrstoće u longitudinalnom smjeru, gdje su korišteni eksperimentalni podaci kako bi se pomoću izraza (3.27) i (3.28) postigla zadovoljavajuća procjena. Parametri čvrstoće uzeti u numeričkom proračunu prikazani su u tablici 7.3. Za kompozit BIAx GFRP podaci su uzeti iz literature [22].



Tablica 7.3 Procijenjeni parametri čvrstoće slojeva ispitnih epruveta za numeričku simulaciju

			UD GFRP	UD CFRP	BIAX GFRP 0°/90°
Longitudinalna vlačna čvrstoća	$f_{Lt}$	MPa	809,5	1286,19	367 [22]
Longitudinalna tlačna čvrstoća	$f_{Lc}$	MPa	410,38	953,37	549 [22]
Transverzalna vlačna čvrstoća	$f_{Tt}$	MPa	99,58	108,66	367 [22]
Transverzalna tlačna čvrstoća	$f_{Tc}$	MPa	76,6	83,59	549 [22]
Smična ravninska čvrstoća	$f_{LTs}$	MPa	26,74	27,06	97,1 [22]

Kao što je već spomenuto u daljnjim numeričkim analizama biti će korišteni S4R konačni elementi. Ispitna epruveta diskretizirana konačnim elementima prikazana je na slici 7.1.

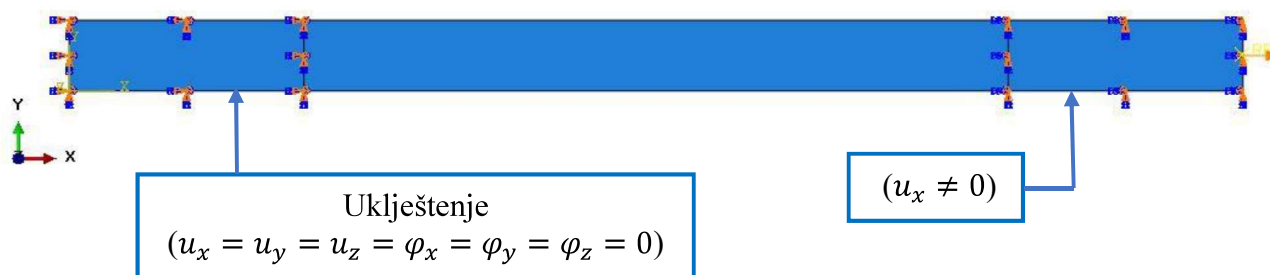


Slika 7.1 Ispitna epruveta (tip A) diskretizirana konačnim elementima

Kako bi što bolje opisali eksperiment na kidalici ključno je postaviti odgovarajuće rubne uvjete. Rubni uvjeti jednaki su za sve napravljene analize te su prikazani na slici 7.3, a uzeti su kako je preporučeno u literaturi [23]. Lijevi jezičak ispitne epruvete je ukliješten, tj. onemogućeni su pomaci u svim smjerovima te zakreti oko svih osi ( $u_x = u_y = u_z = \varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$ ). Na desnom jezičku omogućen je samo pomak u x smjeru ( $u_x \neq 0$ ). Opterećenje je zadano u obliku pomaka od 5 mm preko referentne točke (eng. *Reference Point*). Referentna točka povezana je preko kinematske veze *Coupling* s desnim jezičkom epruvete, kako je prikazano na slici 7.2. Pomak je podijeljen u 1000 inkremenata kako bi se što bolje odredio trenutak popuštanja slojeva.



Slika 7.2 Kinematska veza referentne točke

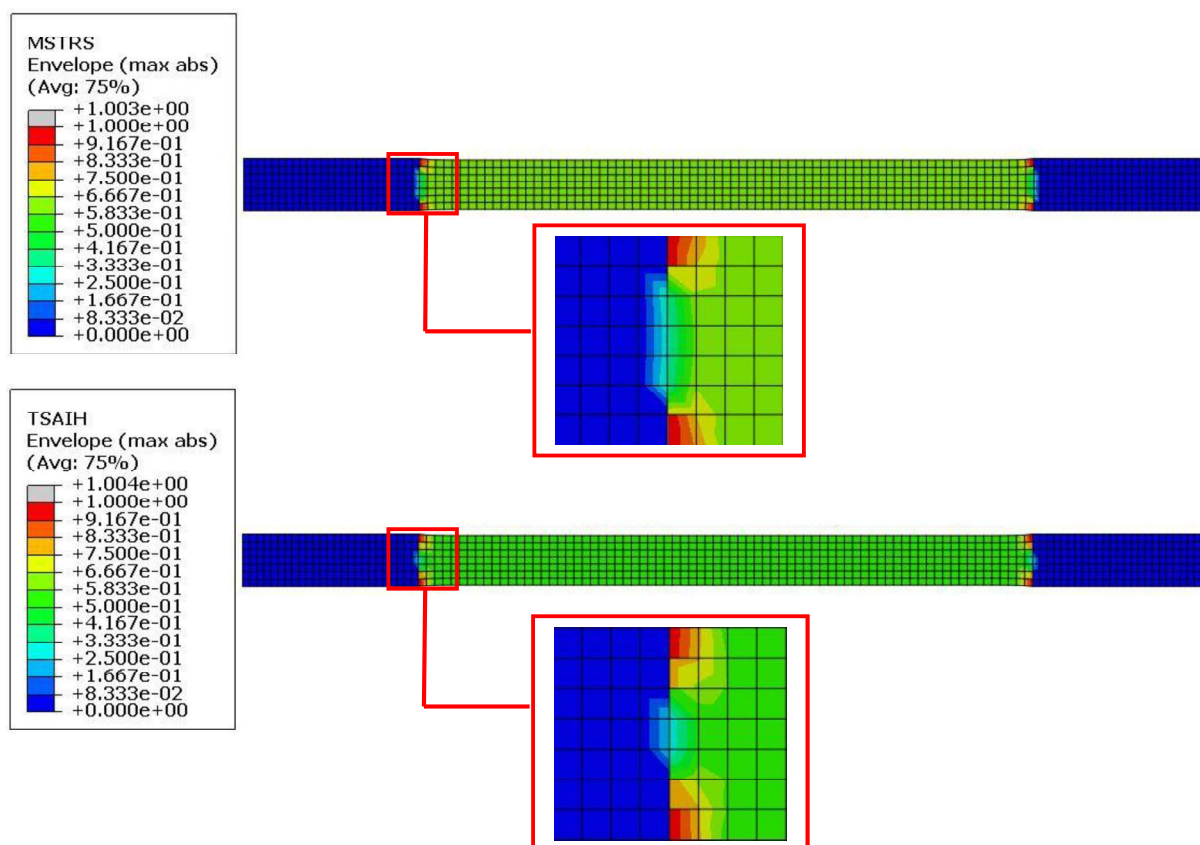


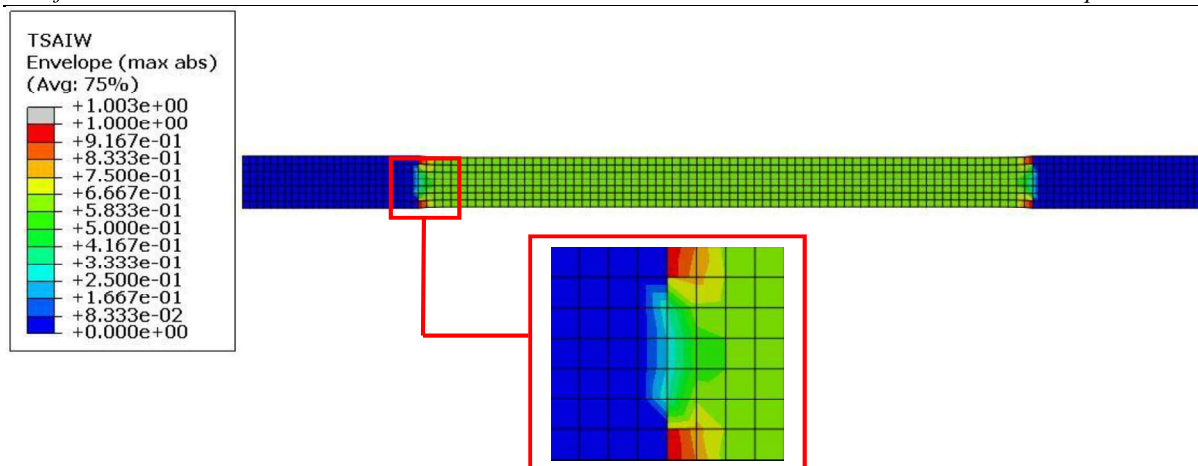
Slika 7.3 Rubni uvjeti i opterećenje

### 7.1.1. Rezultati analize

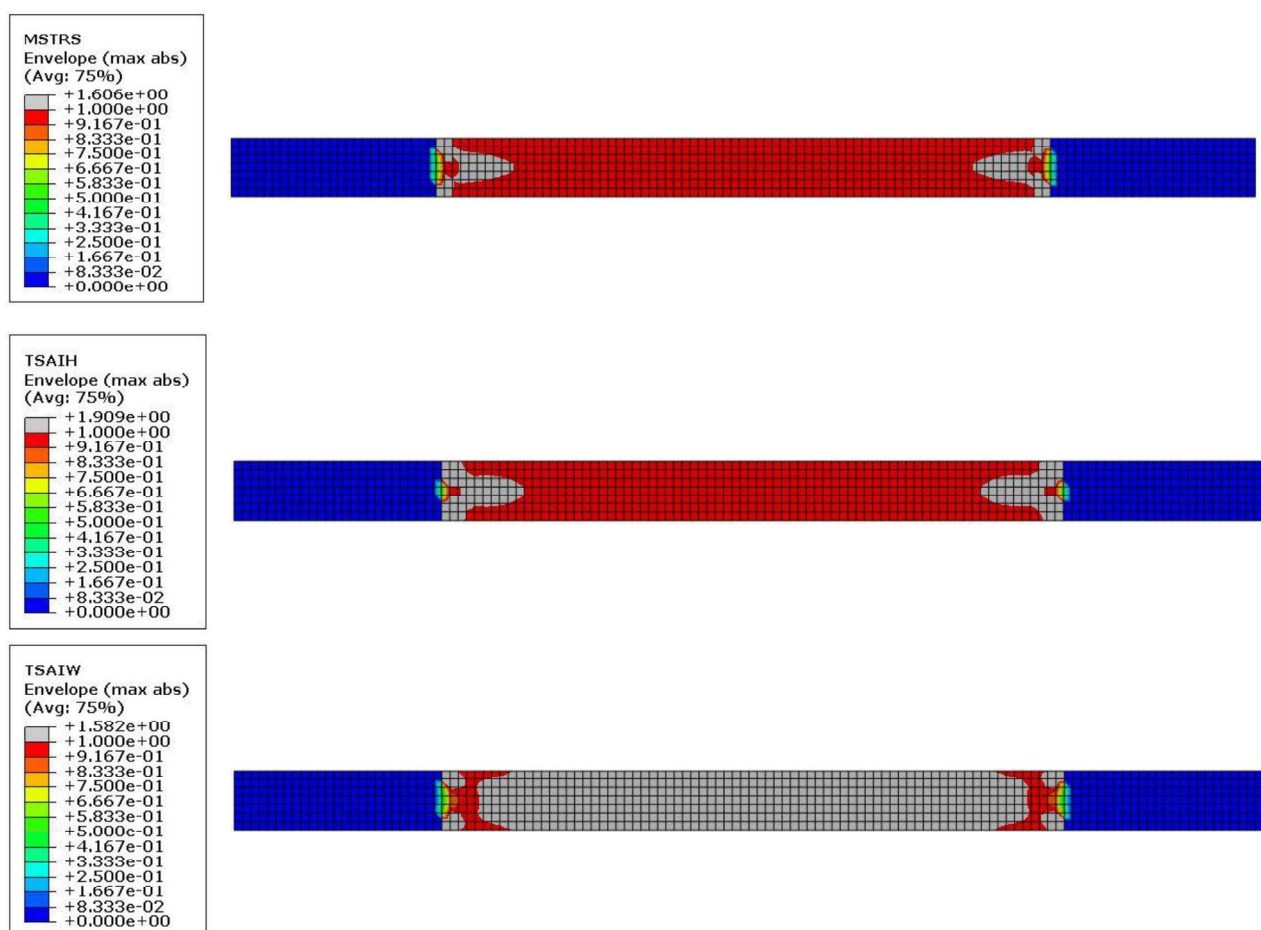
U analizi su razmatrani Tsai-Hill i Tsai-Wu kriteriji popuštanja te kriterij maksimalnih naprezanja. Kada indeks popuštanja (eng. *Failure Index*) prema pojedinom kriteriju dosegne vrijednost jednaku ili veću od 1, to nam ukazuje da je taj element popustio. U prikazima rezultata elementi koji su popustili prikazani su sivim konturama.

#### 7.1.1.1. Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 0°





Slika 7.4 Indeksi popuštanja za UD GFRP 0° u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



Slika 7.5 Indeksi popuštanja za UD GFRP 0° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

Kod analize popuštanja jednosmjernih uzoraka ojačanih staklenim vlaknima orijentiranih pod kutem od 0° (vlakna u smjeru opterećenja) najpesimističniji pokazao se Tsai-Hill kriterij, koji je ukazao da će do popuštanja prvog elementa doći pri sili od 6871,7 N, tj. pri pomaku čeljusti kidalice od 2,55 mm. Preostala dva kriterija dala su relativno slične rezultate. Rezultati se mogu



vidjeti u tablici 7.4. Što se tiče načina popuštanja, kriterij maksimalnih napreznja i Tsai-Hill kriterij predviđaju da će se popuštanje dogoditi na prijelazima jezičaka, dok Tsai-Wu kriterij predviđa da će do popuštanja doći po cijelom segmentu materijala između čeljusti kidalice. Na slici 4.8 može se vidjeti da je UD GFRP 0° epruveta popustila na sličan način kako su to opisali kriterij maksimalnih napreznja i Tsai-Hill kriterij. Usporedba mehanizama popuštanja u eksperimentu i numeričkoj analizi prikazana je na slici 7.6.

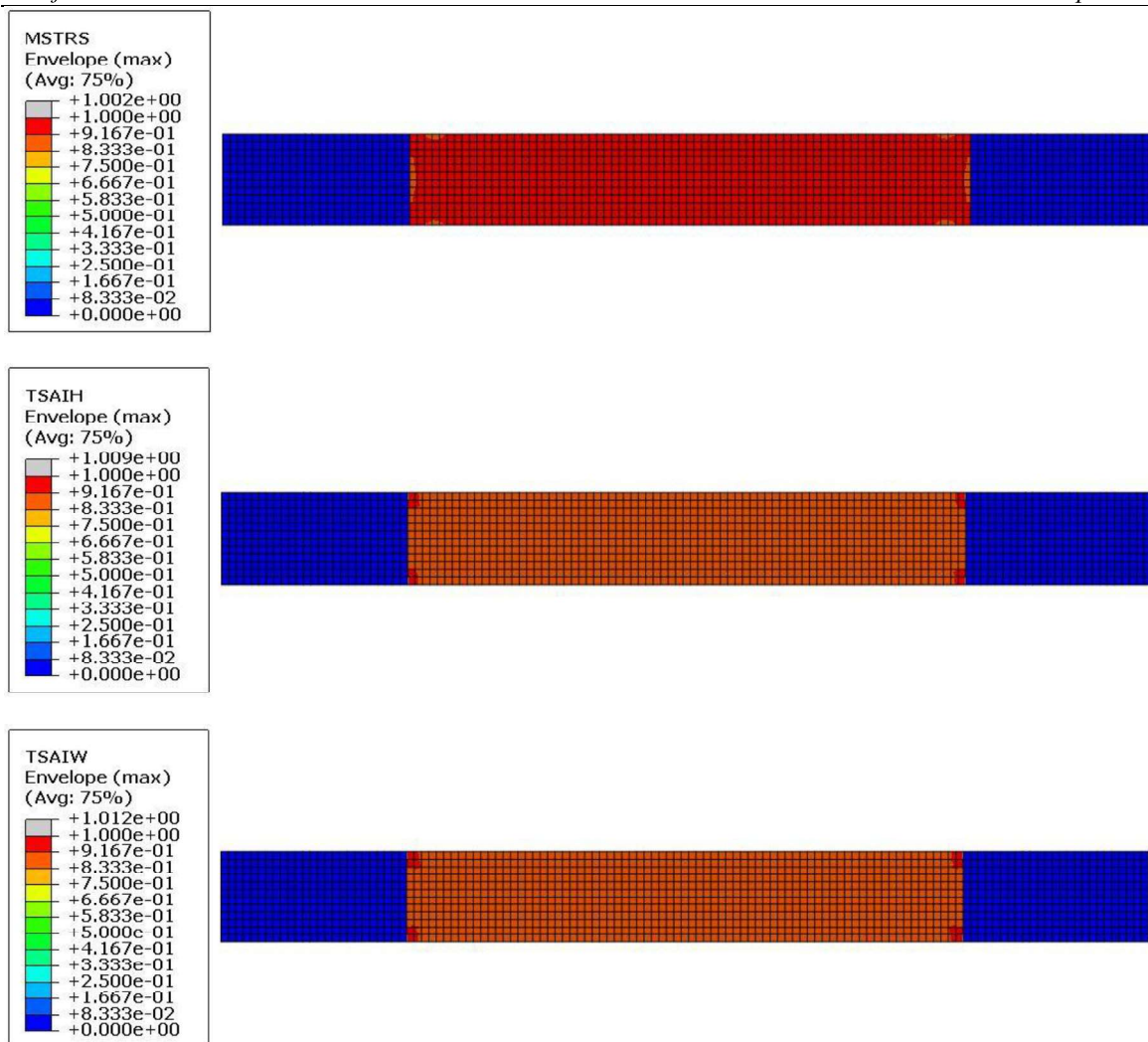


Slika 7.6 Mehanizmi popuštanja u eksperimentu (gore) i numeričkoj simulaciji (dolje)

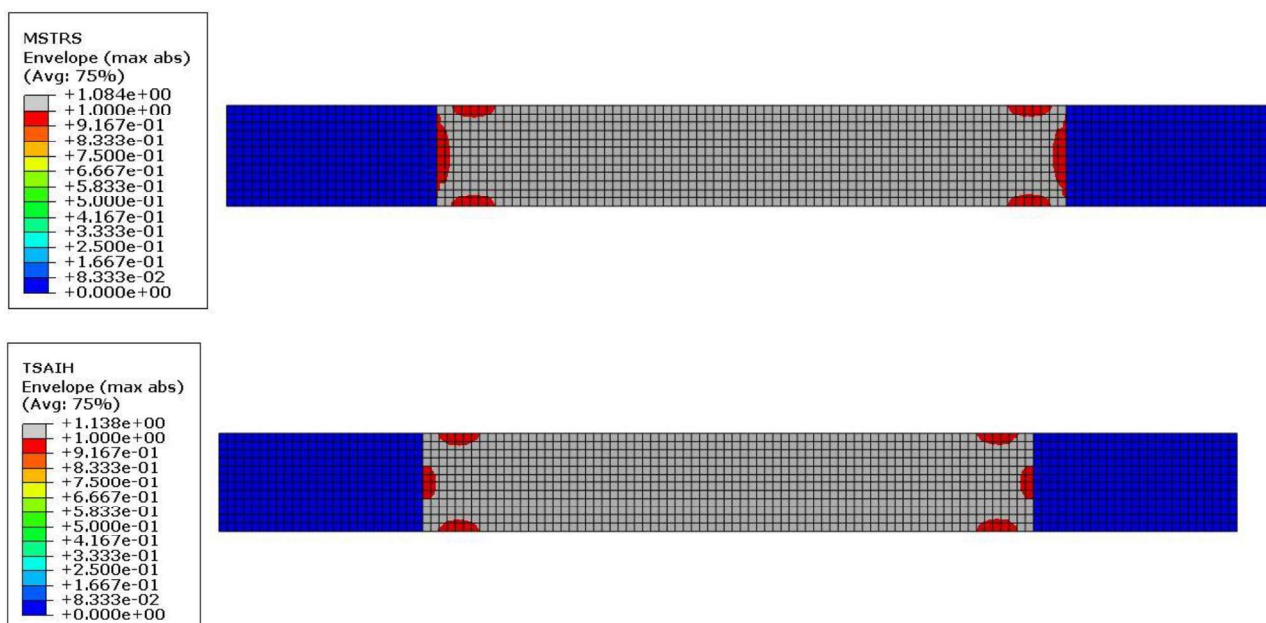
Tablica 7.4 Rezultati analize za UD GFRP 0°

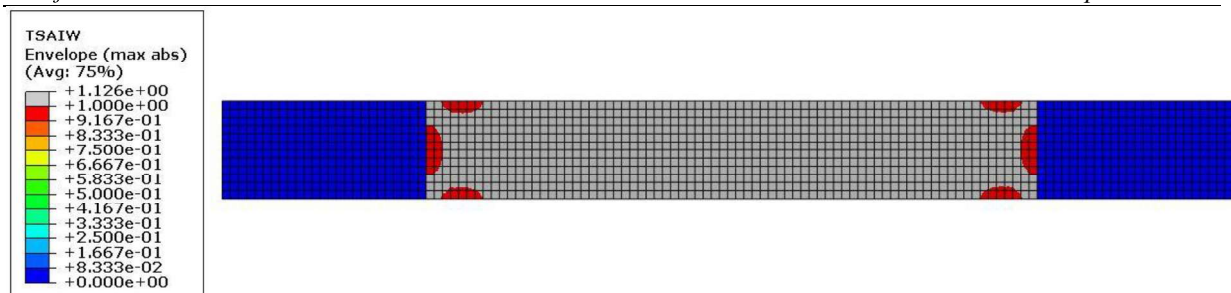
		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	8165,2	6871,7	8326,9
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	3,03	2,55	3,09
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	13069,7	13069,7	13137,1
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	4,85	4,85	4,875
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	9321,76		
	$u_{fail}$ , mm	4,785		

#### 7.1.1.2. Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 90°



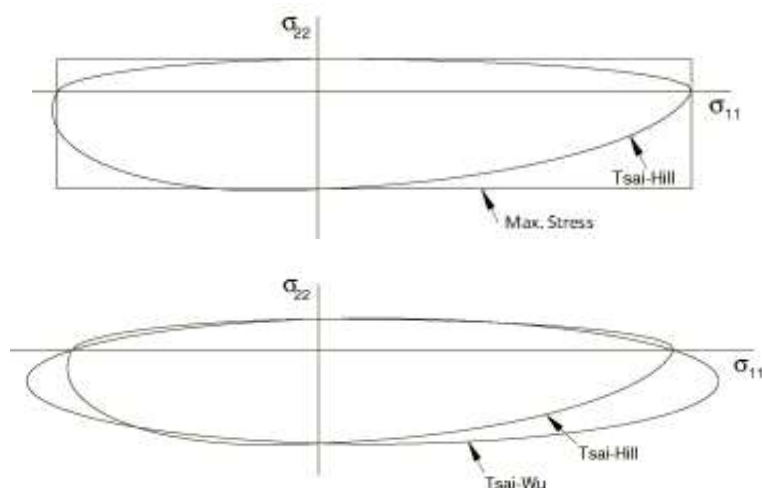
**Slika 7.7** Indeksi popuštanja za UD GFRP 90° u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima





**Slika 7.8** Indeksi popuštanja za UD GFRP 90° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

U slučaju jednosmjernih uzoraka ojačanih staklenim vlaknima orijentiranih pod kutom od 90° (vlakna su okomita na smjer opterećenja) rezultati analize su gotovo identični za sve kriterije popuštanja. To se može objasniti ako međusobno usporedimo krivulje popuštanja prema različitim kriterijima. Na slici 7.6 vidi se da će za slučaj naprezanja okomito na smjer vlakna ( $\sigma_{22} \neq 0, \sigma_{11} \approx 0$ ) svi kriteriji dati jednake rezultate. Analiza je također pokazala da će do popuštanja doći uz znatno manju silu u odnosu na uzorke kod kojih su vlakna orijentirana u smjeru opterećenja. Niti jedan od kriterija u ovoj simulaciji nije dobro opisao konture popuštanja. Na slici 4.8 vidljivo je da je pukotina kod UD GFRP 90° uzorka okomita na smjer opterećenja, a svi kriteriji predviđeli su da će do popuštanja uzorka doći po cijelom segmentu između jezičaka.

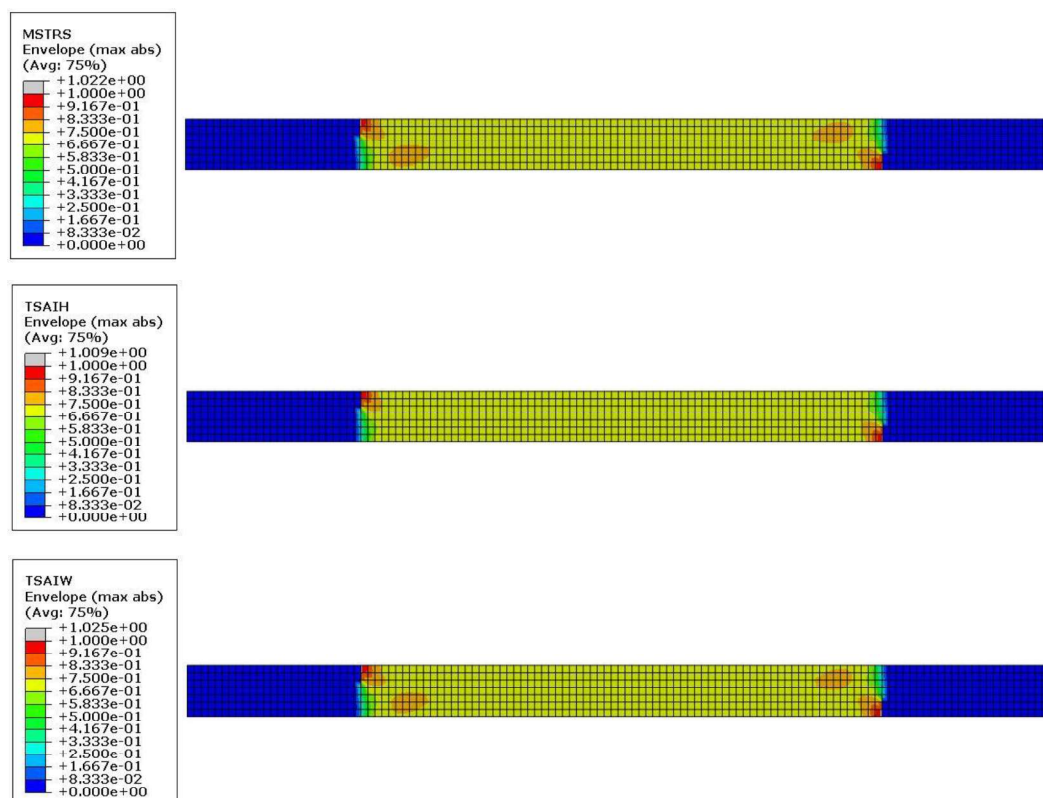


**Slika 7.9** Usporedba krivulja popuštanja [17]

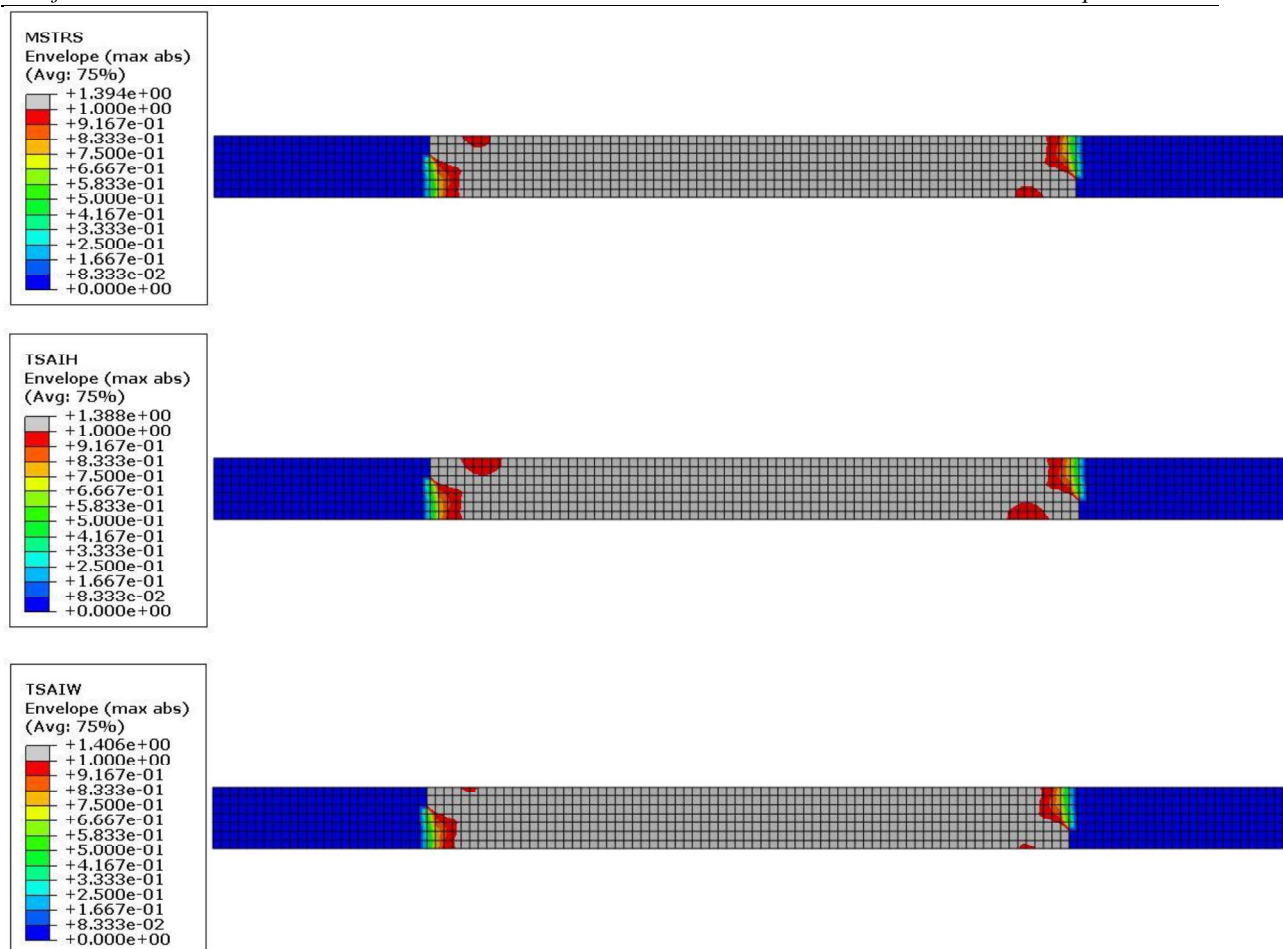
Tablica 7.5 Rezultati analize za UD GFRP 90°

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	4707,8	4514,3	4578,8
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	1,825	1,750	1,775
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	5094,7	5094,7	5094,7
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	1,975	1,975	1,975
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	4423,45		
	$u_{fail}$ , mm	3,98		

## 7.1.1.3. Jednosmjerni uzorci od staklenih vlakana (UD GFRP) pod 10°



Slika 7.10 Indeksi popuštanja za UD GFRP 10° u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



**Slika 7.11** Indeksi popuštanja za UD GFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

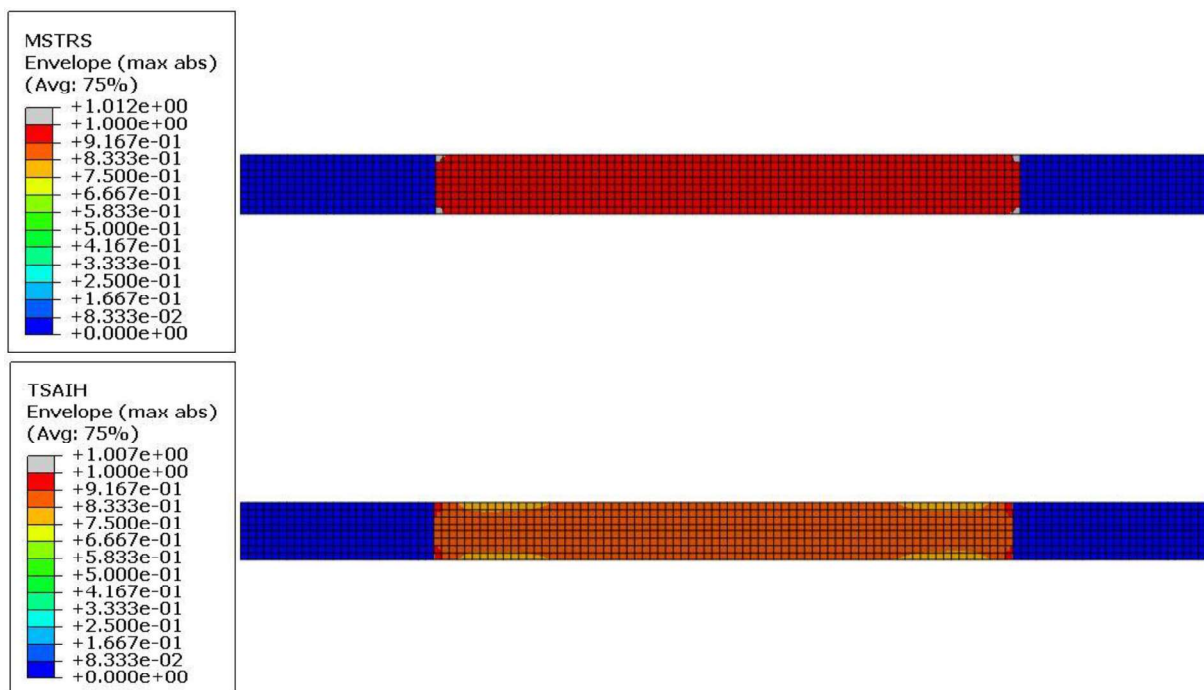
Analiza uzoraka u kojima su vlakna orijentirana pod 10° u odnosu na glavnu materijalnu os 1, tj. u odnosu na smjer opterećenja, pokazala je da ti uzorci popuštaju pod puno manjim opterećenjem nego što je slučaj za UD GFRP 0° uzorke. Takvo ponašanje pokazale su i epruvete u eksperimentu, pa se ovi rezultati mogu smatrati očekivanima. Sile popuštanja predviđene ovom analizom manje su od sile popuštanja koja je određena eksperimentom. Svi korišteni kriteriji u ovoj simulaciji nisu zadovoljavajuće opisali konture popuštanja. Na slici 4.8 može se vidjeti da je UD GFRP 10° uzorak popustio na način da se pukotina proširila u smjeru vlakana.

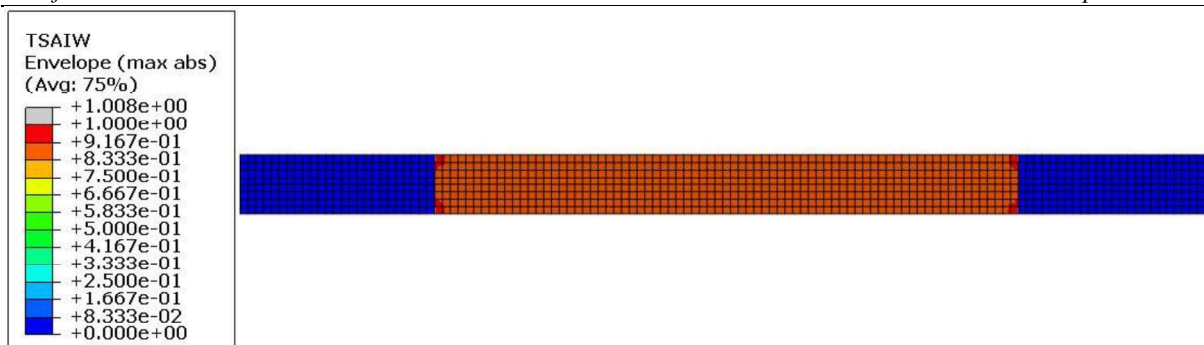


Tablica 7.6 Rezultati analize za UD GFRP 10°

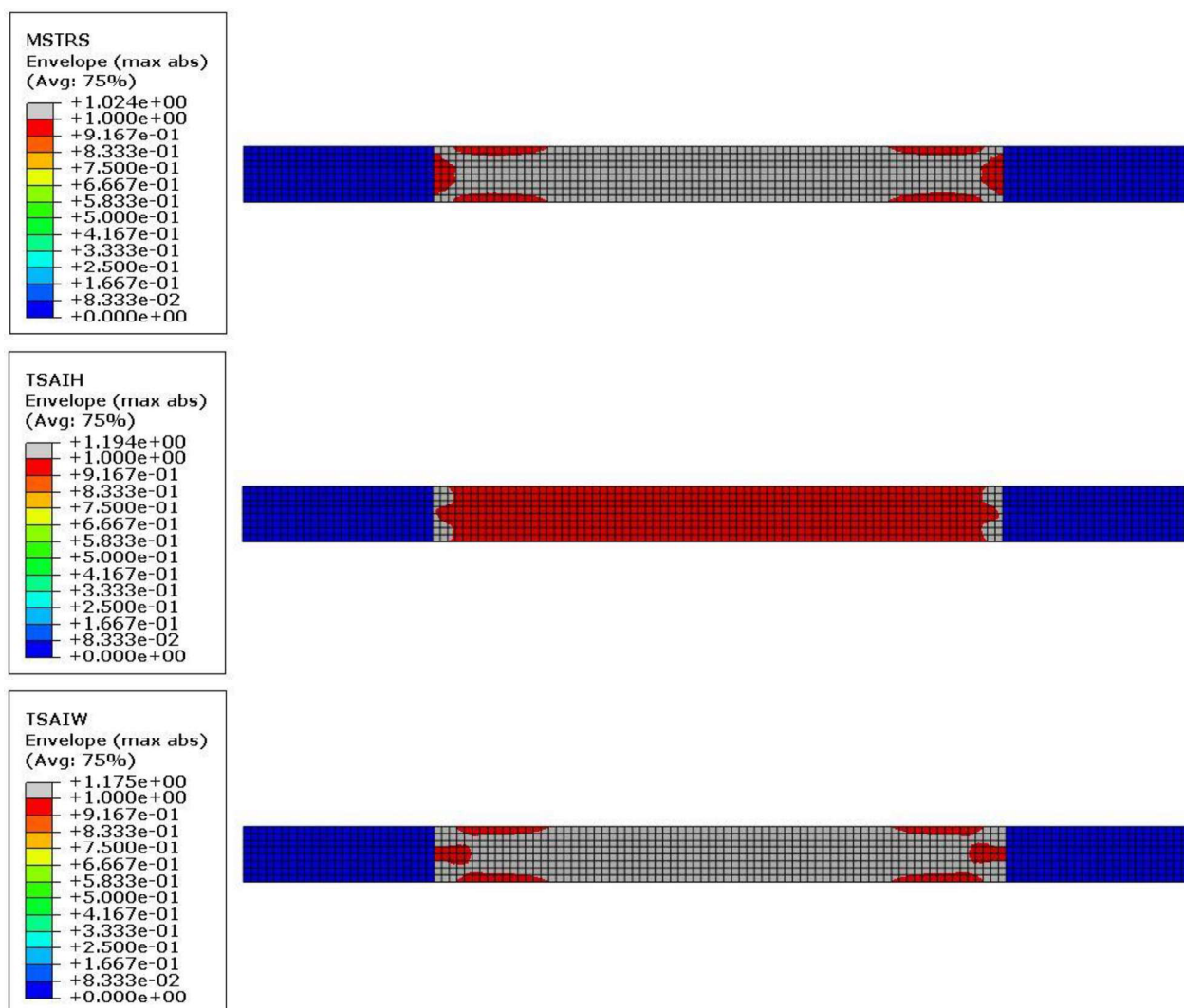
		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	1959,22	1899,85	2077,85
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	1,095	1,062	1,162
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	2671,66	2612,29	2849,78
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	1,494	1,460	1,593
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	3108,98		
	$u_{fail}$ , mm	1,98		

## 7.1.1.4. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 0°





Slika 7.12 Indeksi popuštanja za UD CFRP 0° u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



Slika 7.13 Indeksi popuštanja za UD CFRP 0° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

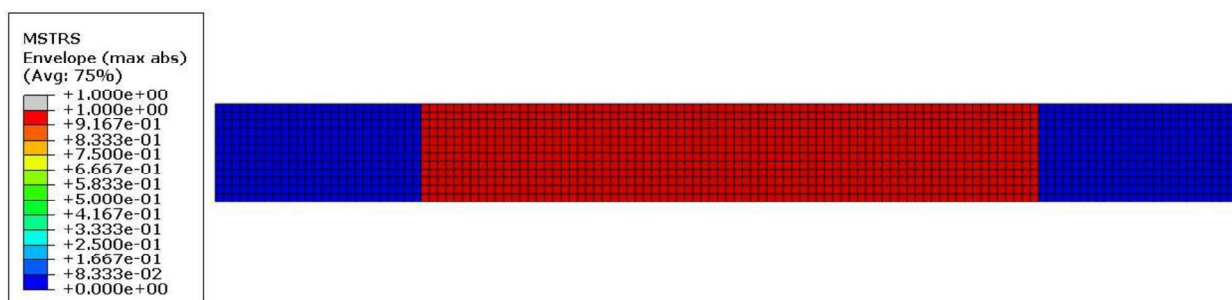
Kod analize popuštanja jednosmjernih uzoraka ojačanih ugljičnim vlaknima orijentiranih pod kutem od 0° (vlakna u smjeru opterećenja) svi kriteriji popuštanja dali su slične rezultate. Kriterij maksimalnih naprezanja i Tsai-Wu kriterij predviđeli su da će do popuštanja doći kod

sile iznosa 20904,6 N, tj. pri pomaku čeljusti kidalice od 2,1 mm, dok je Tsai-Hill kriterij popuštanje predvidio kod sile iznosa 20655,7 N i pomaka čeljusti kidalice od 2,075 mm. Na slici 4.8 može se vidjeti da je UD CFRP 0° popustio okomito na prijelazima jezičaka, a javila se i pukotina u uzdužnom smjeru pa možemo zaključiti da je Tsai-Hill kriterij relativno dobro opisao konturu popuštanja.

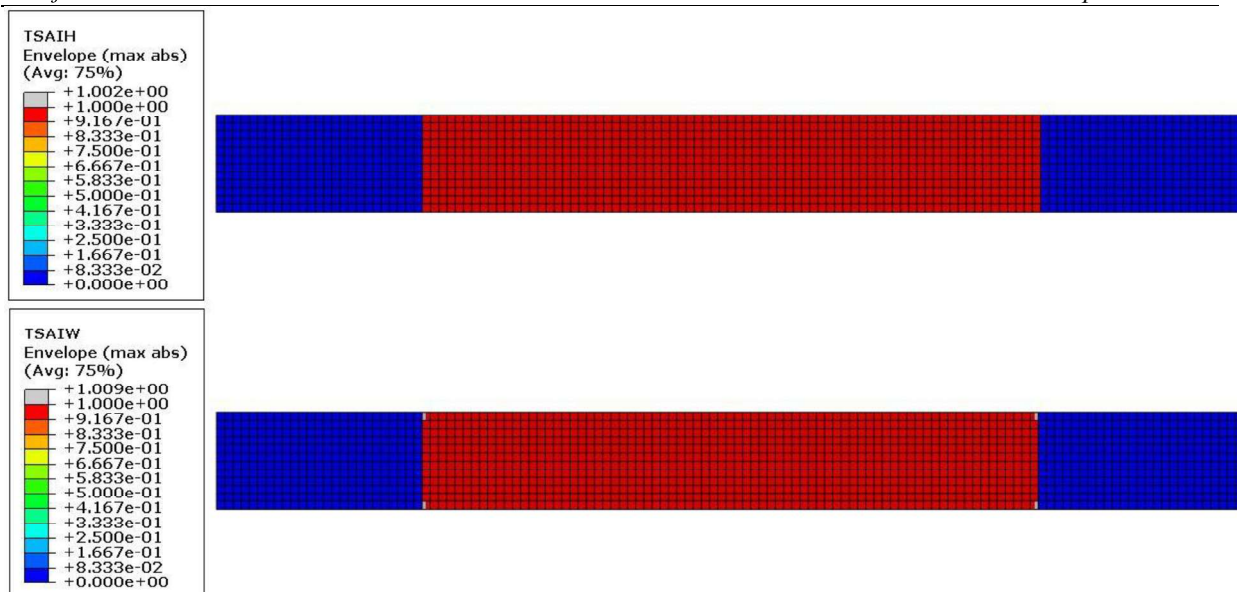
Tablica 7.7 Rezultati analize za UD CFRP 0°

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	20655	17420,5	17918,2
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalice}^{1.element}$ , mm	2,075	1,750	1,800
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	20904,6	20655,7	20904,6
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalice}^{uzorak}$ , mm	2,100	2,075	2,100
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	17555,44		
	$u_{fail}$ , mm	2,635		

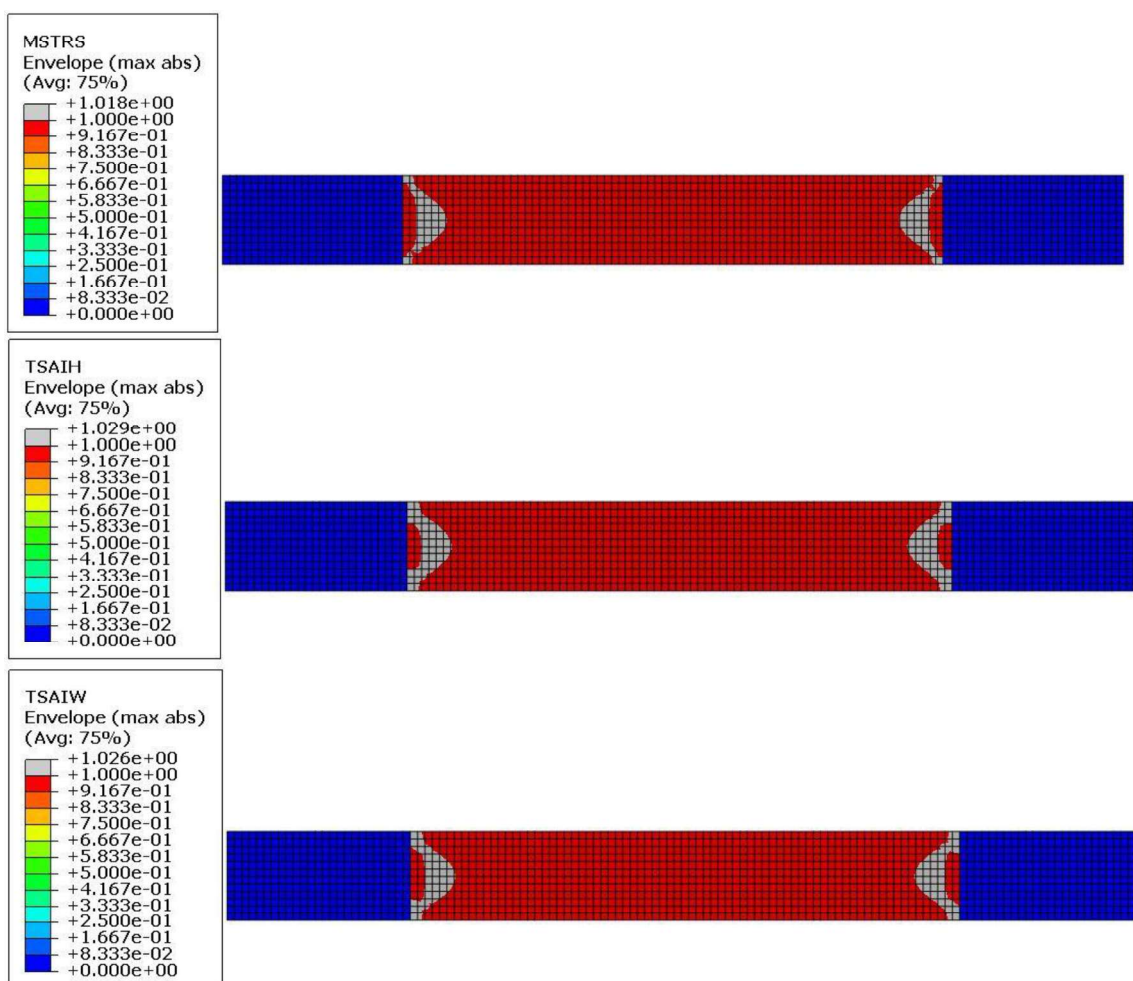
#### 7.1.1.5. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 90°







Slika 7.14 Indeksi popuštanja za UD CFRP 90° u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima

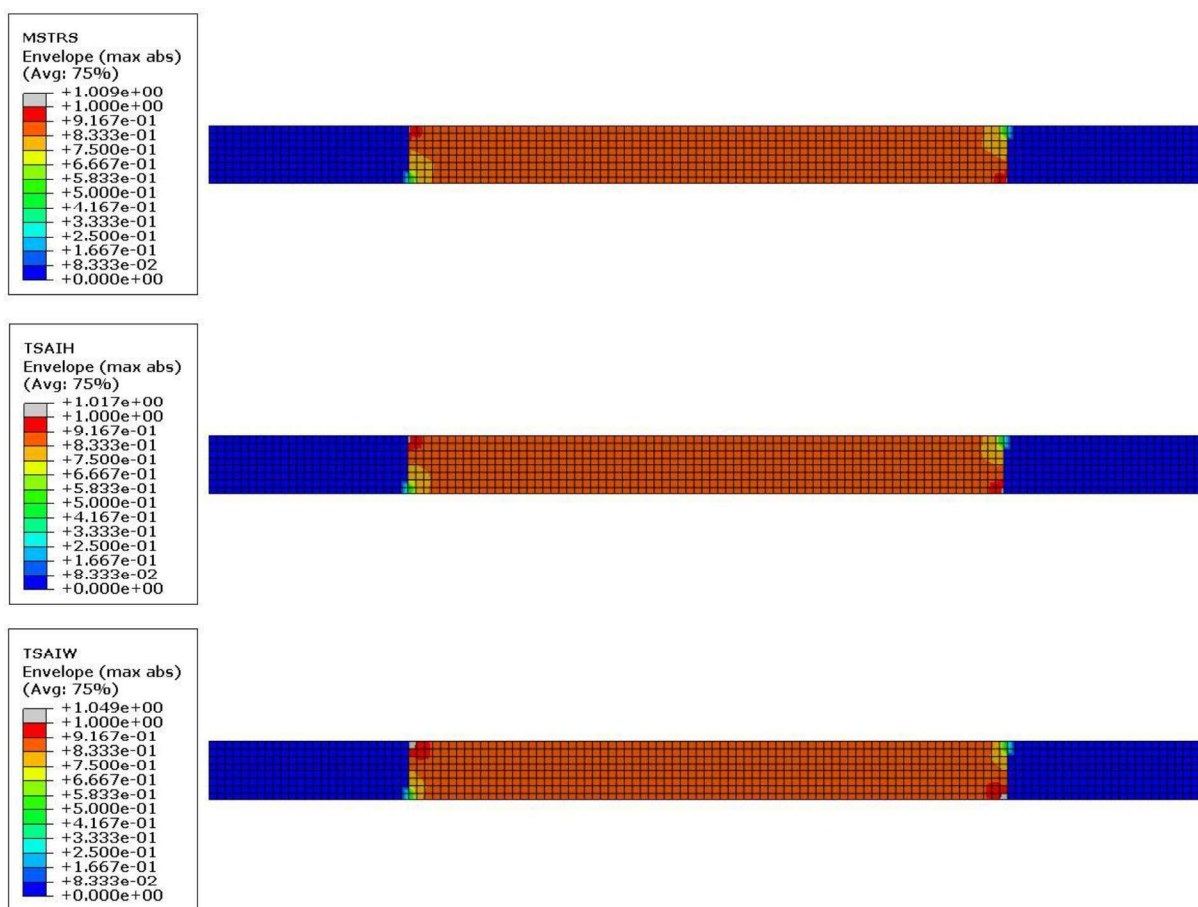
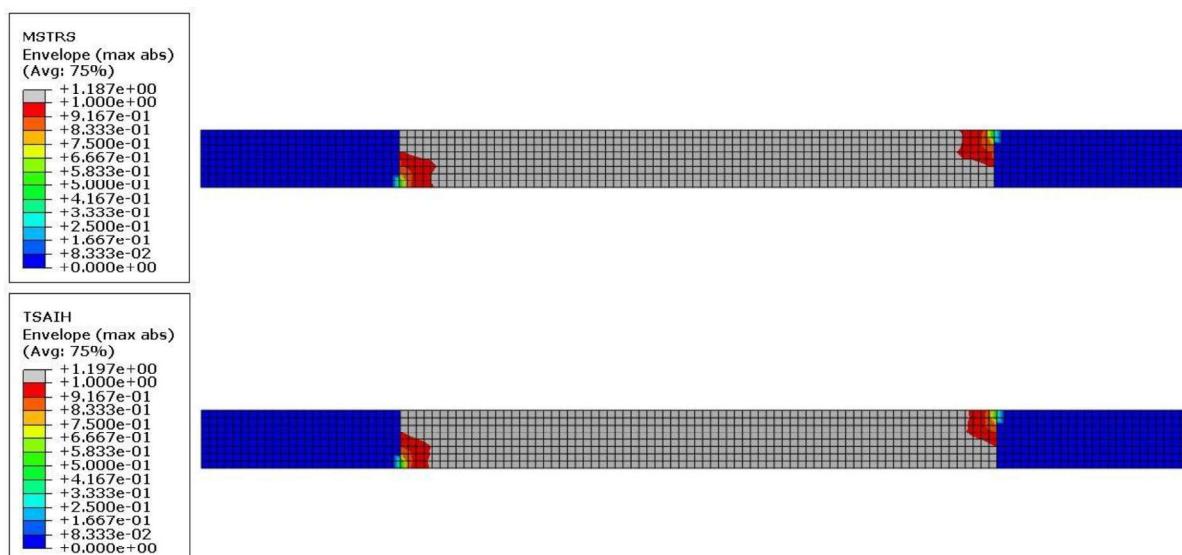


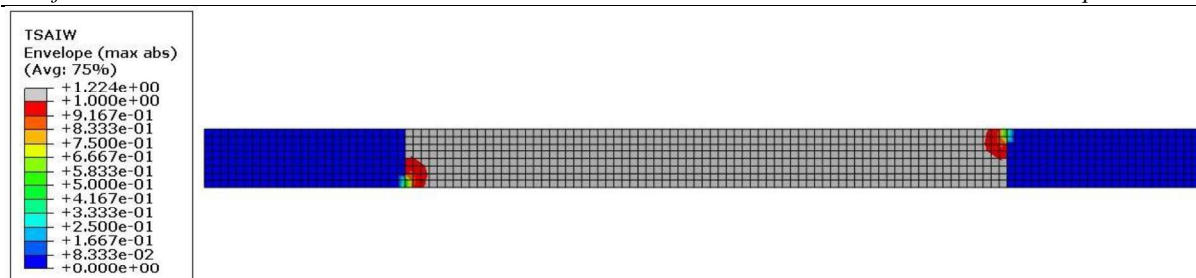
Slika 7.15 Indeksi popuštanja za UD CFRP 90° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

Analiza jednosmjernih uzoraka ojačanih ugljičnim vlaknima orijentiranim pod  $90^\circ$  u odnosu na glavnu materijalnu os 1, tj. smjer opterećenja, dala je jednake rezultate za sve kriterije popuštanja. To se može objasniti prema slici 7.6, kao i u slučaju popuštanja epruveta ojačanih staklenim vlaknima pod  $90^\circ$ . Do popuštanja slojeva će doći uz silu od 5261,79 N, pri pomaku čeljusti kidalice od 2,875 mm. No, rješenja nisu u dobrom slaganju s rezultatima eksperimenta. Svi korišteni kriteriji su također dali i kvalitativno jednake konture popuštanja. Na slici 4.8 vidljivo je da UD CFRP  $90^\circ$  uzorak popustio po širini epruvete (u smjeru vlakna). Dakle, može se reći da su svi kriteriji kvalitativno dobro opisali način popuštanja. Rezultati su prikazani u tablici 7.7.

**Tablica 7.8 Rezultati analize za UD CFRP  $90^\circ$**

		<b>MSTRS</b>	<b>TSAIH</b>	<b>TSAIW</b>
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	5170,3	5124,5	5170,3
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	2,825	2,800	2,825
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	5261,79	5261,79	5261,79
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	2,875	2,875	2,875
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	1651,5		
	$u_{fail}$ , mm	1,325		

7.1.1.6. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod  $10^\circ$ Slika 7.16 Indeksi popuštanja za UD CFRP  $10^\circ$  u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



**Slika 7.17** Indeksi popuštanja za UD CFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

Analiza uzoraka u kojima su vlakna orijentirana pod 10° u odnosu na glavnu materijalnu os 1, tj. u odnosu na smjer opterećenja, pokazala je da ti uzorci popuštaju pod puno manjim opterećenjem nego što je slučaj za UD CFRP 0° uzorke. Takvo ponašanje pokazale su i epruvete u eksperimentu, pa se ovi rezultati mogu smatrati očekivanima. Sila popuštanja dobivena u eksperimentu nešto je veća od sila popuštanja dobivenih ovom analizom, no možemo zaključiti da smo ipak na strani sigurnosti. Svi korišteni kriteriji u ovoj simulaciji nisu zadovoljavajuće opisali mehanizam popuštanja. Na slici 4.8 može se vidjeti da je UD CFRP 10° uzorak popustio na način da se pukotina proširila u smjeru vlakana.

**Tablica 7.9** Rezultati analize za UD CFRP 10°

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Sila prilikom popuštanja prvog elementa	$F_{fail}^{1.element}$ , N	2175,46	2175,46	2303,43
Pomak kidalice prilikom popuštanja prvog elementa	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	1,233	1,233	1,306
Sila prilikom popuštanja uzorka	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	2559,36	2559,36	2687,33
Pomak kidalice prilikom popuštanja uzorka	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	1,451	1,451	1,524
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	3493,7		
	$u_{fail}$ , mm	1,45		



## 7.1.1.7. Dvosmjerni NCF uzorci s epoksidnom matricom i staklenim vlaknima pod 0°/90°

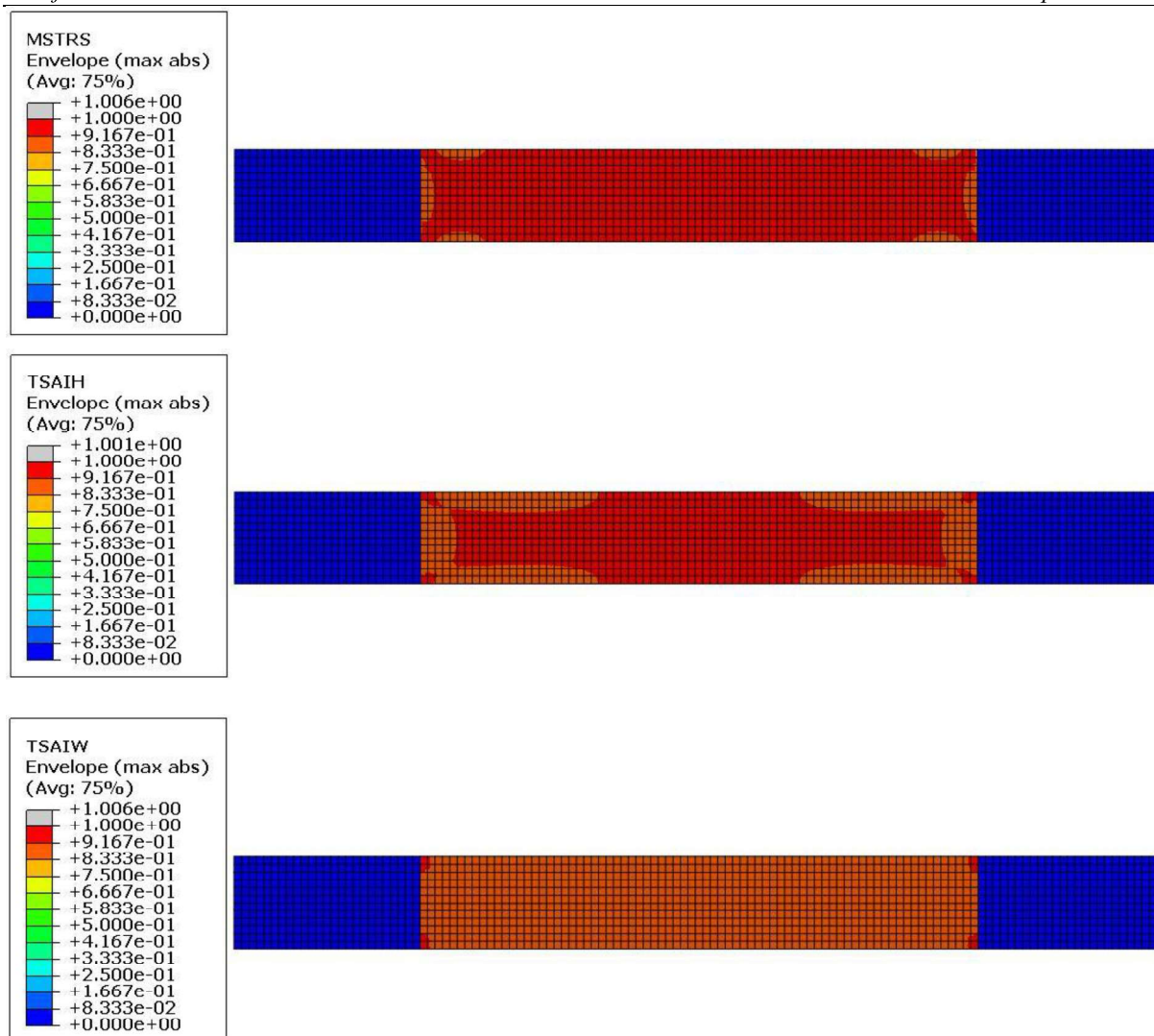
BIAX GFRP uzorci analizirani su na dva načina. Prvo je analizirana epruveta kojoj su dodijeljena teorijski određena mehanička svojstva za dvosmjerni kompozit. Taj uzorak sačinjavalo je 5 slojeva tkanja debljine 0,344 mm. Zatim je analizirana epruveta kojoj su dodijeljena mehanička svojstva UD GFRP sloja, koja se sastojala od ukupno 10 slojeva debljine 0,172 mm, naizmjenično usmjerenih pod 0° i 90°. Pretpostavka kod takvog modeliranja uzorka je da je jedan par jednosmjernih slojeva s vlaknima usmjerenim pod 0° i 90° ekvivalentan jednom sloju dvosmjernog tkanja. Konfiguracije prvog i drugog načina prikazane su na slikama 7.13 i 7.14, nakon čega slijedi prikaz rezultata te tablična usporedba ova dva načina analize.

		Ply Name	Region	Material	Thickness	CSYS	Rotation Angle	Integration Points
1	✓	Ply-1	(Picked)	BIAX GFRP 0/90	0.344	<Layup>	0	3
2	✓	Ply-2	(Picked)	BIAX GFRP 0/90	0.344	<Layup>	0	3
3	✓	Ply-3	(Picked)	BIAX GFRP 0/90	0.344	<Layup>	0	3
4	✓	Ply-4	(Picked)	BIAX GFRP 0/90	0.344	<Layup>	0	3
5	✓	Ply-5	(Picked)	BIAX GFRP 0/90	0.344	<Layup>	0	3

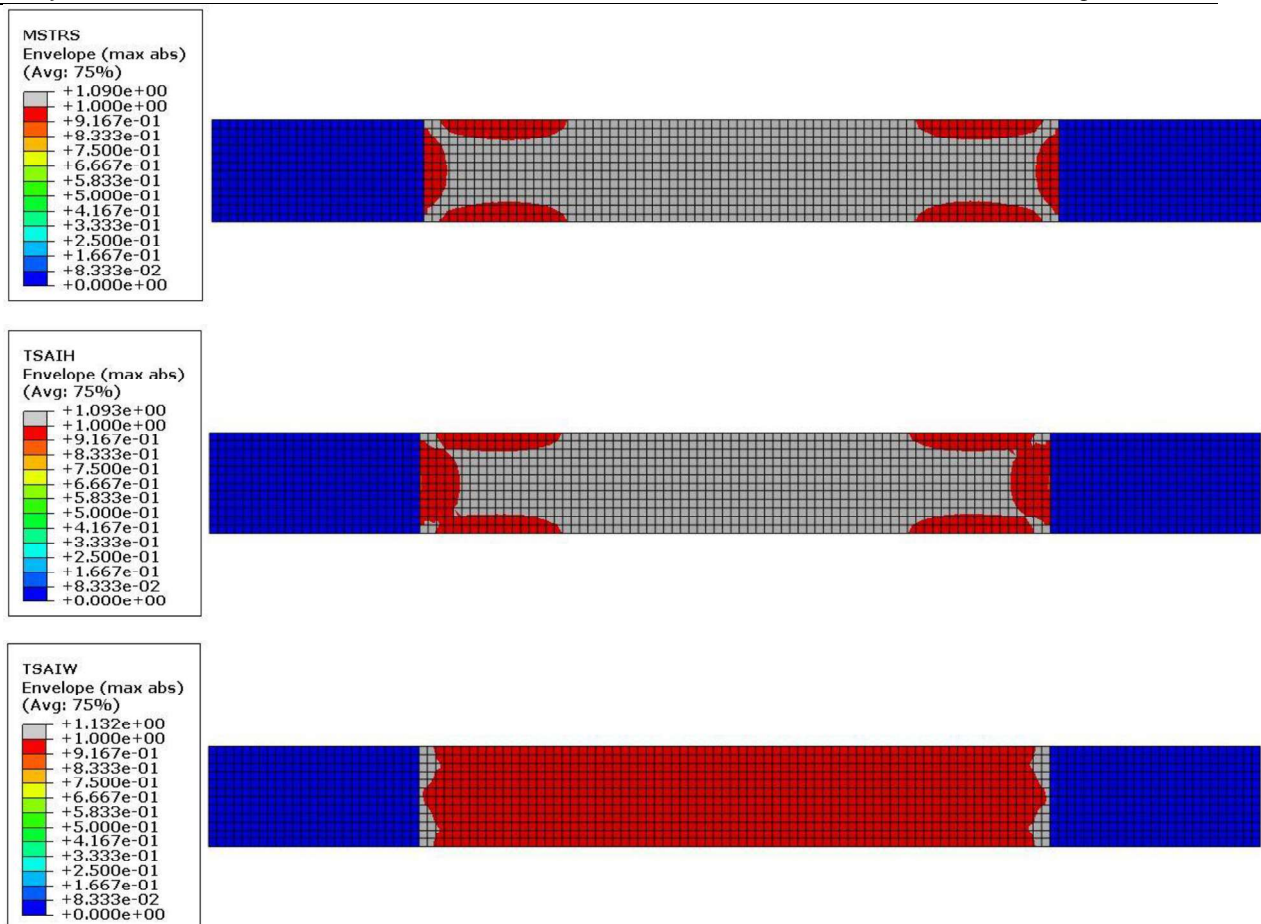
Slika 7.18 Konfiguracija uzorka modeliranog pomoću BIAX GFRP 0°/90° slojeva (1. način)

		Ply Name	Region	Material	Thickness	CSYS	Rotation Angle	Integration Points
1	✓	Ply-1	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	0	3
2	✓	Ply-2	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	90	3
3	✓	Ply-3	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	0	3
4	✓	Ply-4	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	90	3
5	✓	Ply-5	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	0	3
6	✓	Ply-6	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	90	3
7	✓	Ply-7	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	0	3
8	✓	Ply-8	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	90	3
9	✓	Ply-9	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	0	3
10	✓	Ply-10	(Picked)	UD GFRP	0.172	<Layup>	90	3

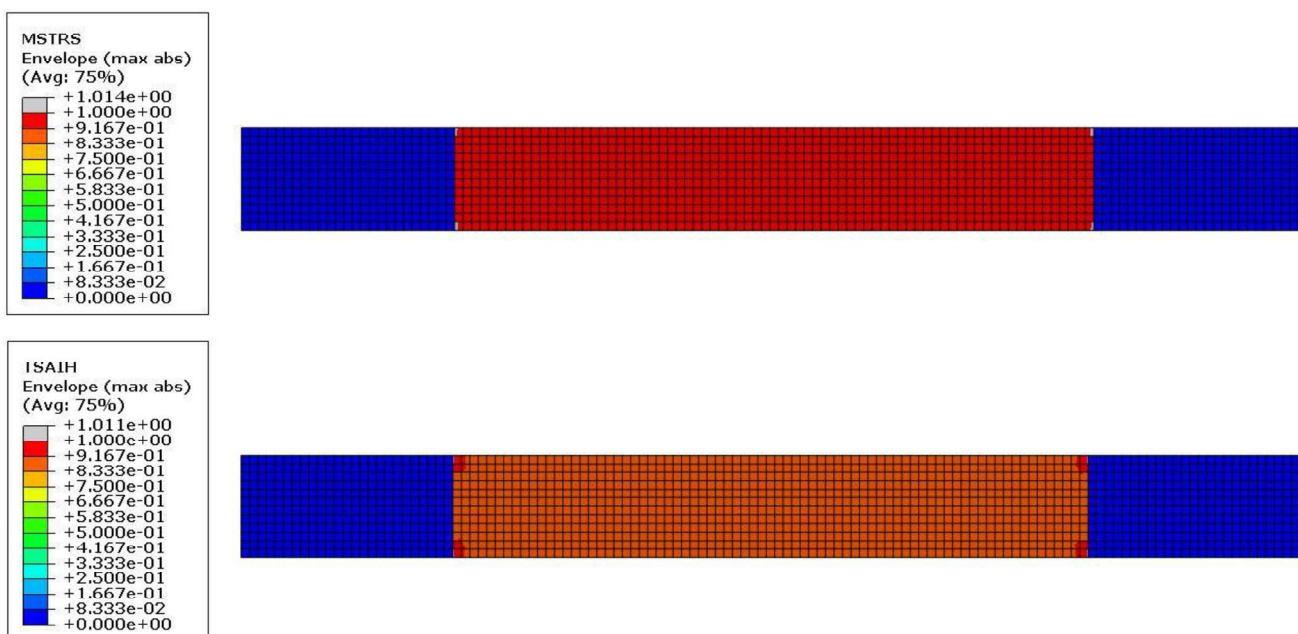
Slika 7.19 Konfiguracija uzorka modeliranog pomoću UD GFRP slojeva (2. način)



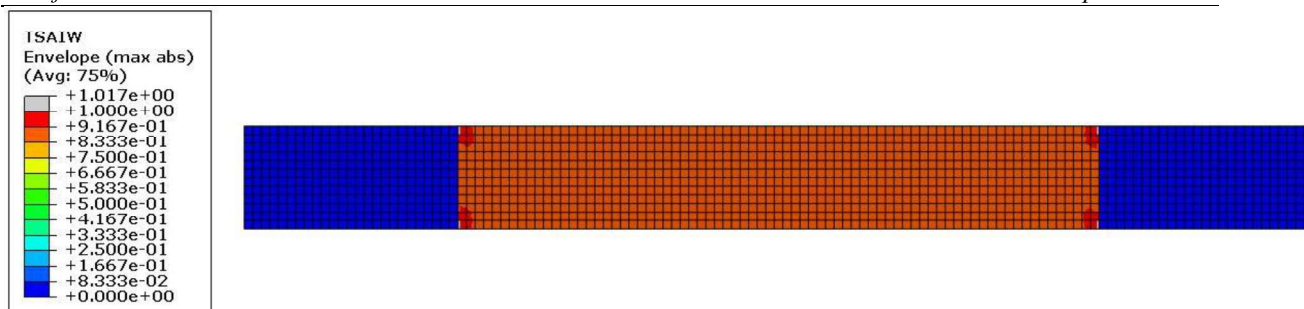
**Slika 7.20** Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (1. način) u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



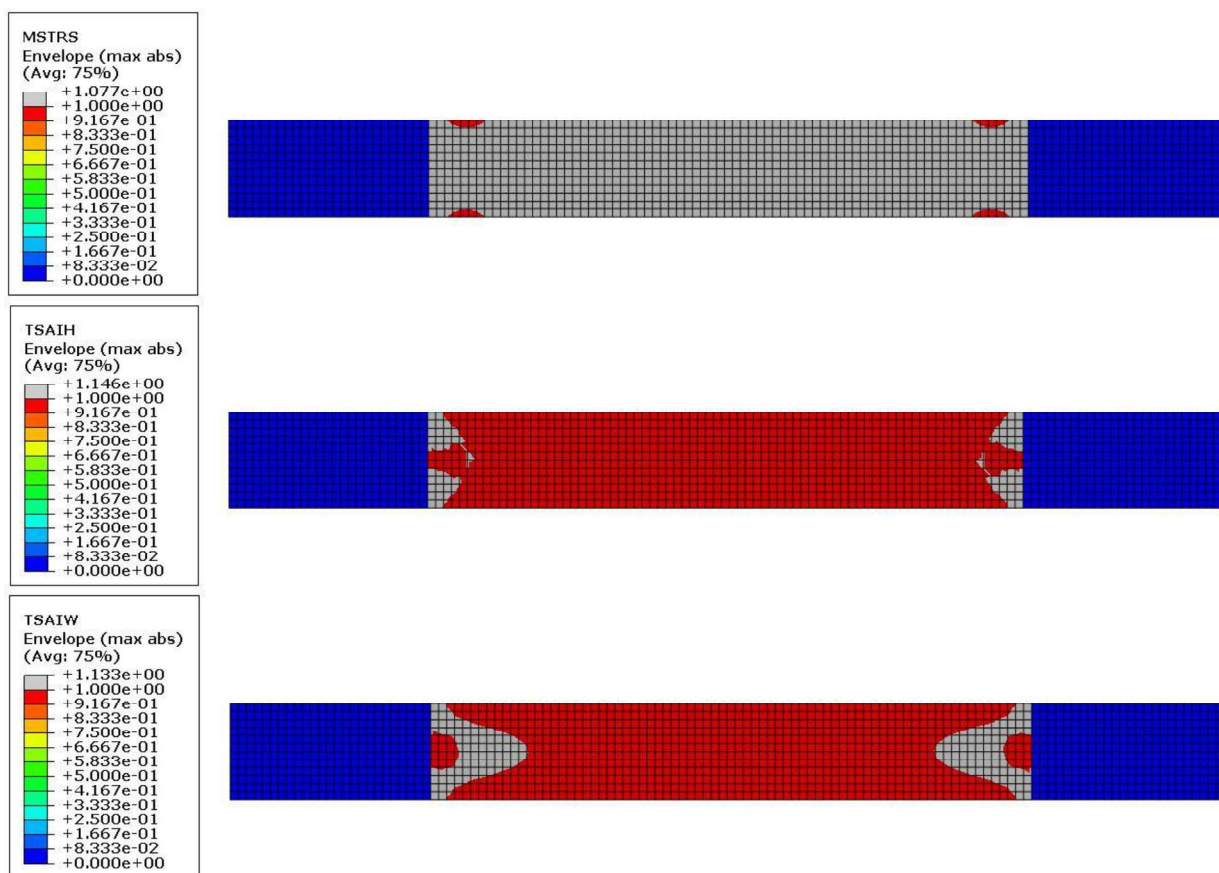
Slika 7.21 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (1. način) u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima







Slika 7.22 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (2. način) u trenutku popuštanja prvog elementa prema različitim kriterijima



Slika 7.23 Indeksi popuštanja za BIAX GFRP 0°/90° (2. način) u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima

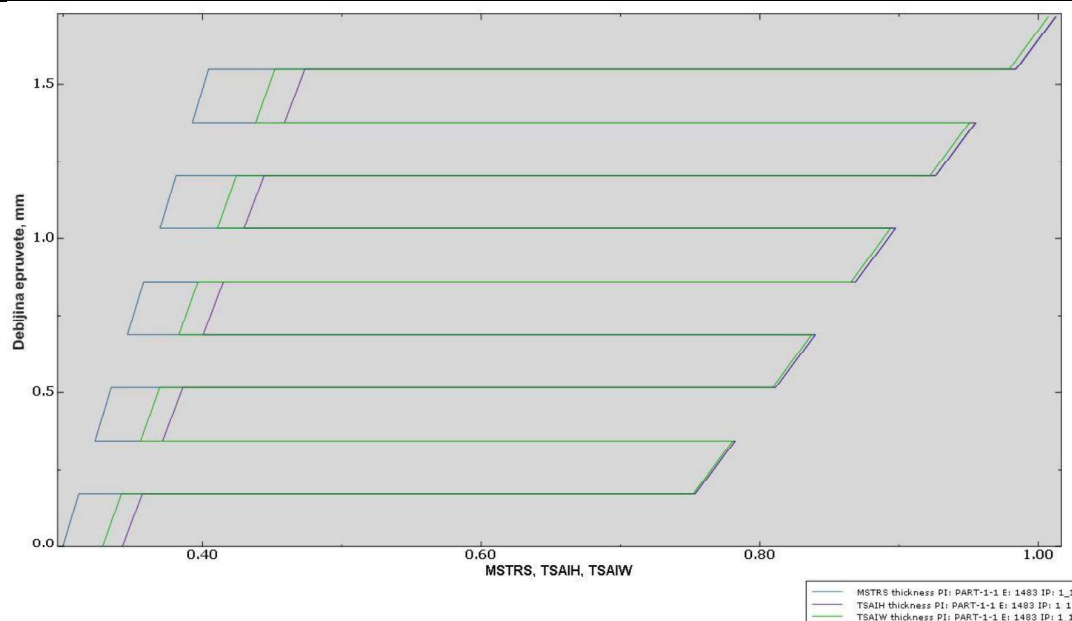
Kao što se može vidjeti iz tablice, simulacija u *Abaqusu* [17] pokazala je da će BIAX GFRP epruveta modelirana pomoću jednosmjernih slojeva (2. način) popustiti pri otprilike 50% manjoj sili nego u slučaju modeliranja pomoću dvosmjernih slojeva (1. slučaj). Također, pošto se uzorak sastoji od različito usmjerenih jednosmjernih slojeva, najprije će popustiti slojevi čija su vlakna usmjerena okomito u odnosu na opterećenje. Na slici 7.19 vidljivo je da su indeksi popuštanja u tim slojevima za zadani trenutak puno veći od indeksa popuštanja u slojevima čija



su vlakna orijentirana u smjeru opterećenja. Iako točnost rezultata nije zadovoljavajuća, prvi način modeliranja dao je rezultate koji su bliži stvarnom uzorku. Sila popuštanja u eksperimentu utvrđena je u iznosu od 21825,7 N, dok je numerička analiza prvim načinom dala silu popuštanja od približno 15600 N. Razlog odstupanja može biti u odstupanju ulaznih podataka o materijalnim svojstvima od stvarnih vrijednosti. Naime, mikrostruktura ovakvih tkanina i laminata znatno je složenija od običnih laminata sastavljenih od jednosmjernih slojeva te točno određivanje materijalnih parametara zahtijeva uporabu složenijih analitičkih i numeričkih proračuna, te detaljna eksperimentalna istraživanja parametara mikrostrukture. Uzrok odstupanjima može biti i različiti volumni udio vlakana u stvarnoj epruveti od onog u numeričkim modelima. Stoga je potrebna provjera strukture materijala u epruvetama. Usporedbom slike 4.8, na kojoj se može vidjeti način popuštanja BIAx GFRP 0°/90° epruvete, te kontura popuštanja na slikama 7.20 i 7.22 može se zaključiti da je Tsai-Wu kriterij u oba načina modeliranja dovoljno dobro opisao način popuštanja. Epruveta je u eksperimentu popustila na prijelazu jezičaka. Ovo se možda događa jer je kod ovih epruveta postojala nepoželjna koncentracija naprezanja u epruvetama na mjestima zahvata. Zbog svega navedenoga poželjno bi bilo ponoviti eksperimente s ovim epruvetama.

**Tablica 7.10 Rezultati analize za BIAx GFRP 0°/90°**

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
1. način	$F_{fail}^{1.element}$ , N	14458,6	14357,5	13649,7
	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	3,575	3,550	3,375
	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	15671,9	15671,9	15368,6
	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	3,875	3,875	3,8
2. način	$F_{fail}^{1.element}$ , N	7543,3	7079,1	6963,0
	$u_{kidalica}^{1.element}$ , mm	3,781	3,490	3,548
	$F_{fail}^{uzorak}$ , N	8007,5	7891,4	7891,4
	$u_{kidalica}^{uzorak}$ , mm	4,014	3,956	3,956
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	21825,71		
	$u_{fail}$ , mm	6,63		



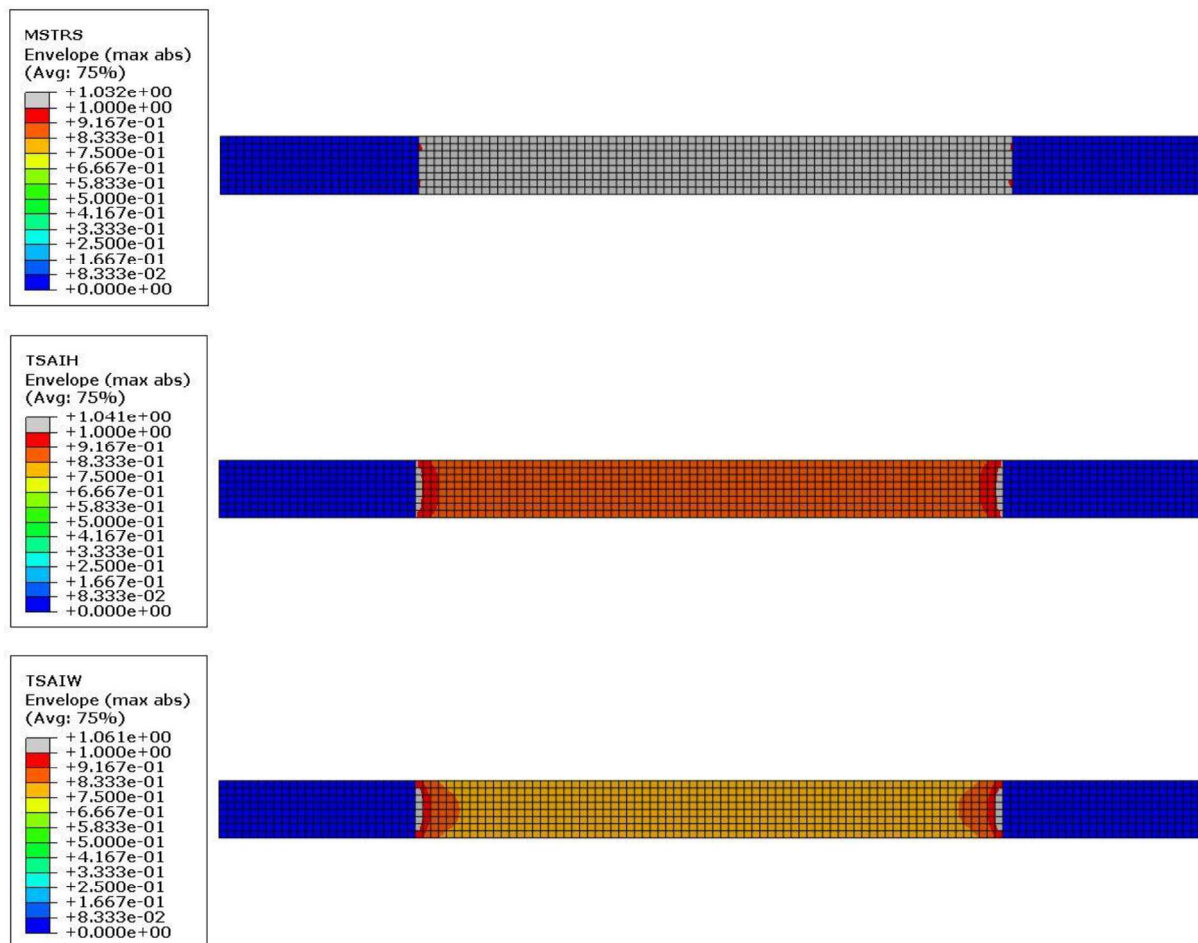
**Slika 7.24 Grafički prikaz različitih kriterija popuštanja po debljini BIAX GFRP uzorka modeliranog pomoću jednosmjernih slojeva (2. način)**

## 7.2. Iteracija izvršena pomoću eksperimentalno određenih mehaničkih svojstava slojeva ispitnih epruveta

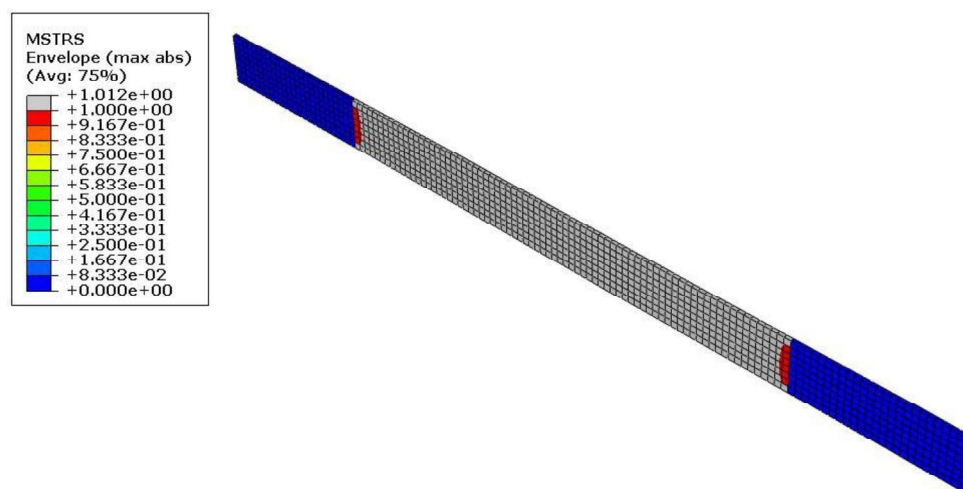
U drugoj iteraciji analizirane su iste epruvete, samo što su kao ulazni podaci za opisivanje mehaničkih svojstava korišteni podaci iz tablice 4.6 dobiveni eksperimentom, umjesto onih određenih teorijski. Cilj takve analize je da se odredi koliko se precizno numerički može utvrditi popuštanje kompozitne epruvete u odnosu na stvarni eksperiment te hoće li konture popuštanja točnije opisivati način popuštanja epruvete u eksperimentu. Analiza je također provedena i sa *continuum shell* konačnim elementima. Rezultati analize prikazani su za jednosmjerne uzorke od ugljičnih vlakana (UD CFRP).

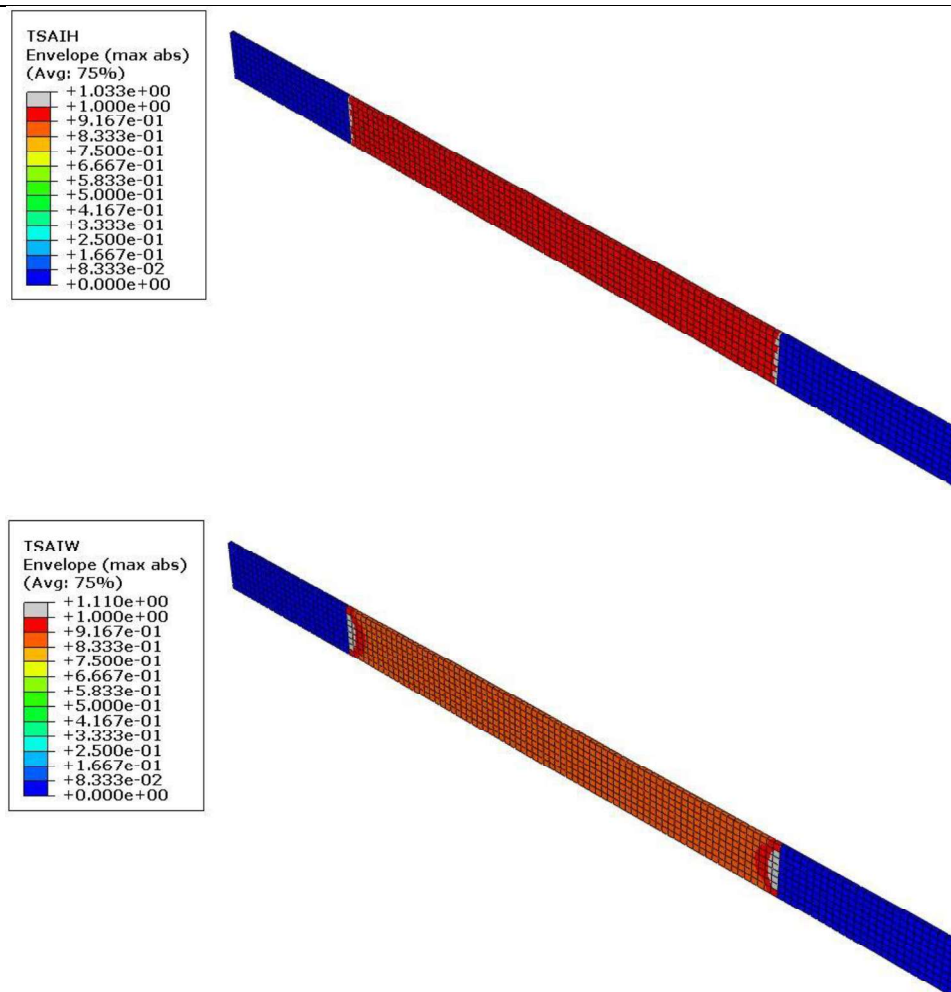
## 7.2.1. Rezultati analize

### 7.2.1.1. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod $0^\circ$



Slika 7.25 Indeksi popuštanja za UD CFRP  $0^\circ$  u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*conventional shell*)





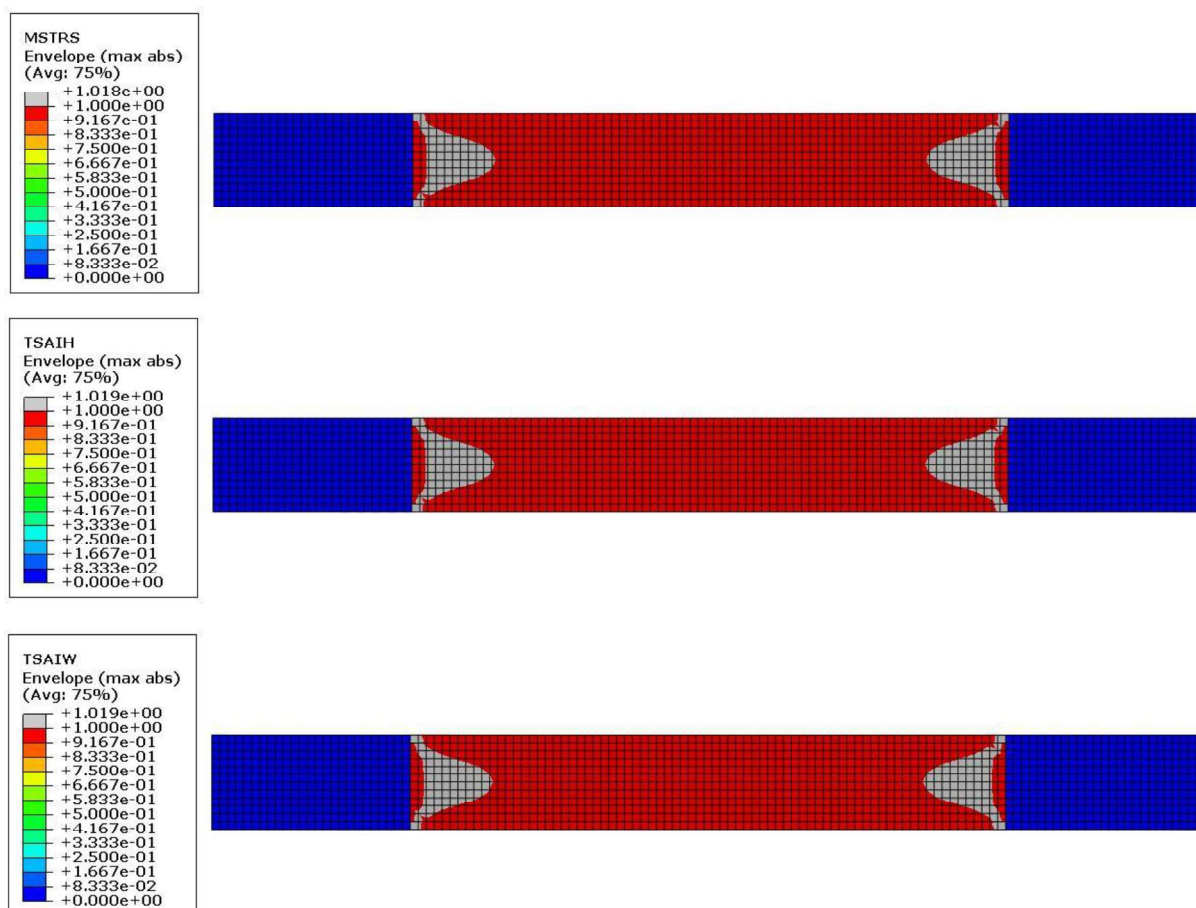
Slika 7.26 Indeksi popuštanja za UD CFRP 0° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*continuum shell*)

Tablica 7.11 Rezultati analize za UD CFRP 0° te usporedba s eksperimentom

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
<i>Conventional shell</i>	$F_{fail}$ , N	17723,9	15980,6	14527,8
	$u_{fail}$ , mm	1,525	1,375	1,250
<i>Continuum shell</i>	$F_{fail}$ , N	17733,3	16279,7	15698,3
	$u_{fail}$ , mm	1,525	1,400	1,350
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	17555,44		
	$u_{fail}$ , mm	2,635		

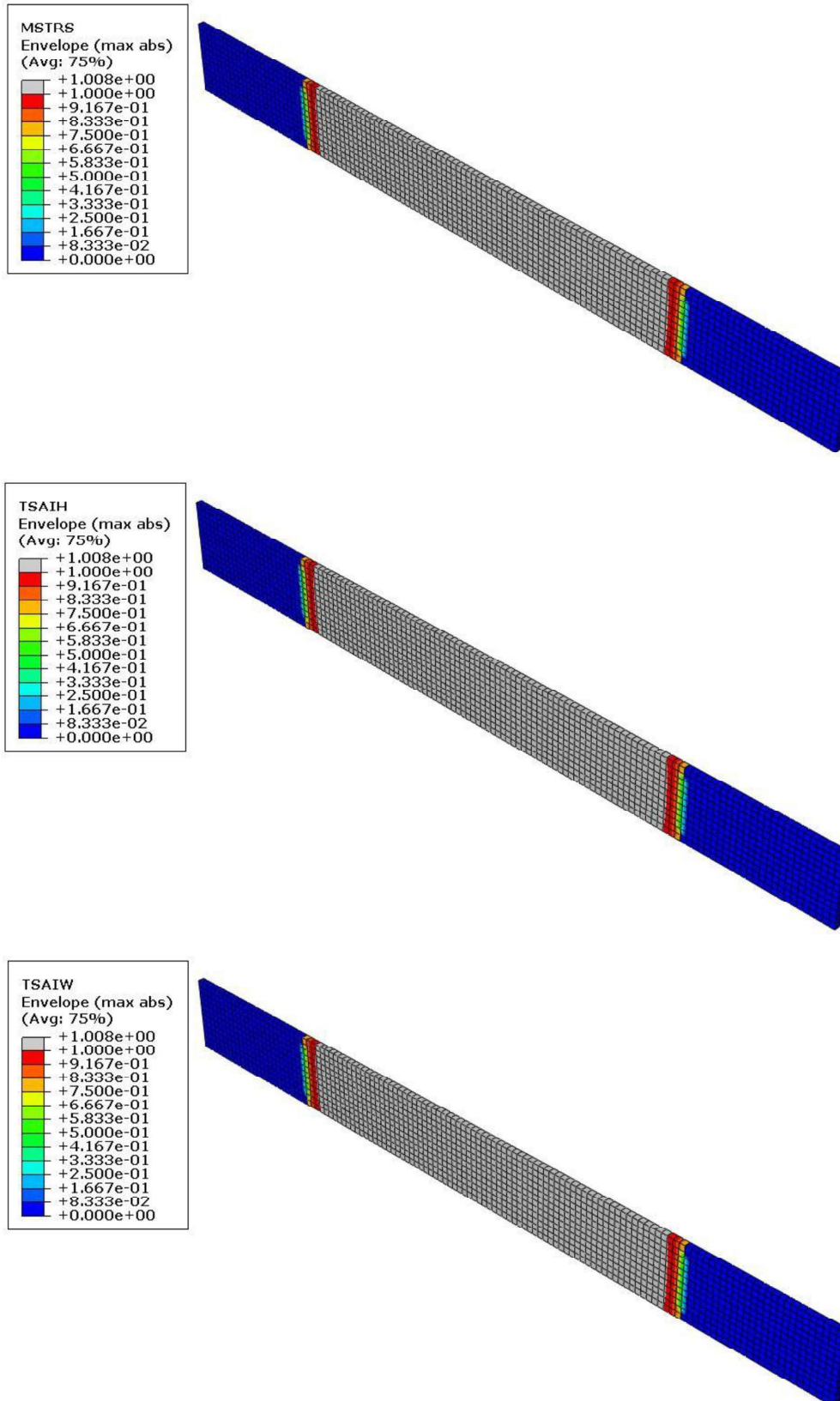
Kao što je vidljivo iz rezultata analize, rješenja koja je dao kriterij maksimalnih naprezanja (MSTRS) najbliža su eksperimentalnim podacima. Takav rezultat je očekivan te je u skladu s tvrdnjom iz literature [1] koja kaže da se kriterij maksimalnih naprezanja najviše koristi kod slučajeva jednoosnog opterećenja te da će najbolje vrijednosti davati za  $\theta = 0^\circ$  (opterećenje u smjeru vlakna) i  $\theta = 90^\circ$  (opterećenje okomito na smjer vlakna). Tsai-Hill i Tsai-Wu kriteriji dali su nešto manje sile loma od eksperimenta, no bez obzira na razliku na strani su sigurnosti. Također, usporedbom kontura popuštanja sa slikom 4.8, Tsai-Hill i Tsai-Wu kriterij relativno su dobro u obje analize (i sa *conventional shell*, i sa *continuum shell* elementima) opisali način na koji je popustila UD GFRP  $0^\circ$  epruveta u eksperimentu.

### 7.2.1.2. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod $90^\circ$



**Slika 7.27** Indeksi popuštanja za UD CFRP  $90^\circ$  u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*conventional shell*)





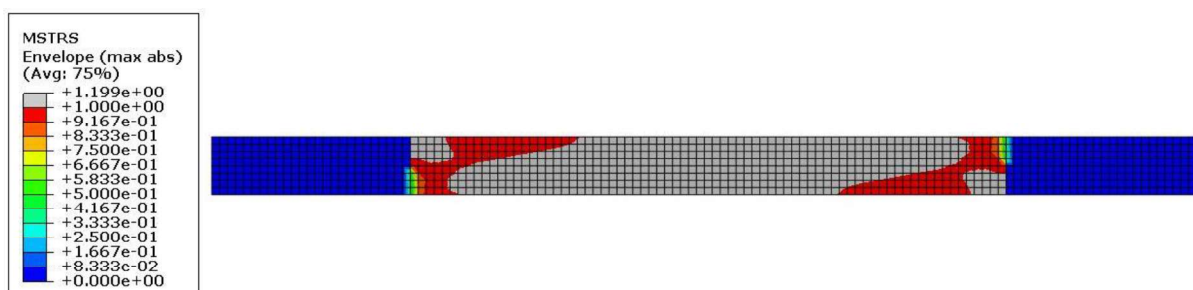
Slika 7.28 Indeksi popuštanja za UD CFRP 90° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*continuum shell*)

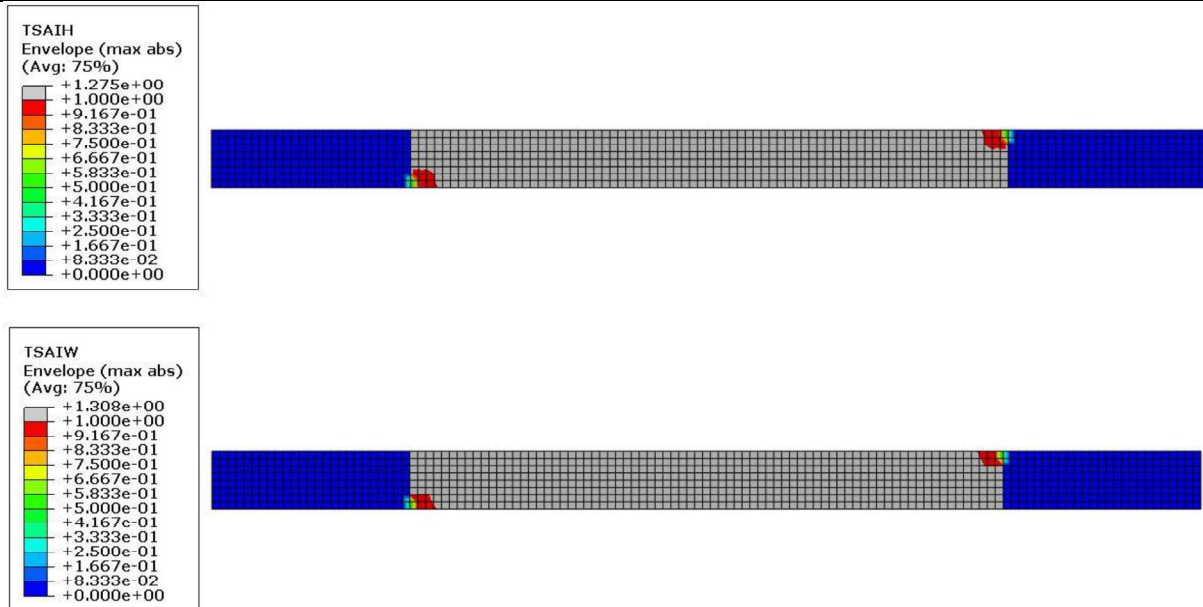
Tablica 7.12 Rezultati analize za UD CFRP 90° te usporedba s eksperimentom

		MSTRS	TSAIH	TSAIW
Conventional shell	$F_{fail}$ , N	1648,55	1648,55	1648,55
	$u_{fail}$ , mm	0,667	0,667	0,667
Continuum shell	$F_{fail}$ , N	1666,62	1666,62	1666,62
	$u_{fail}$ , mm	0,750	0,750	0,750
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	1651,5		
	$u_{fail}$ , mm	1,325		

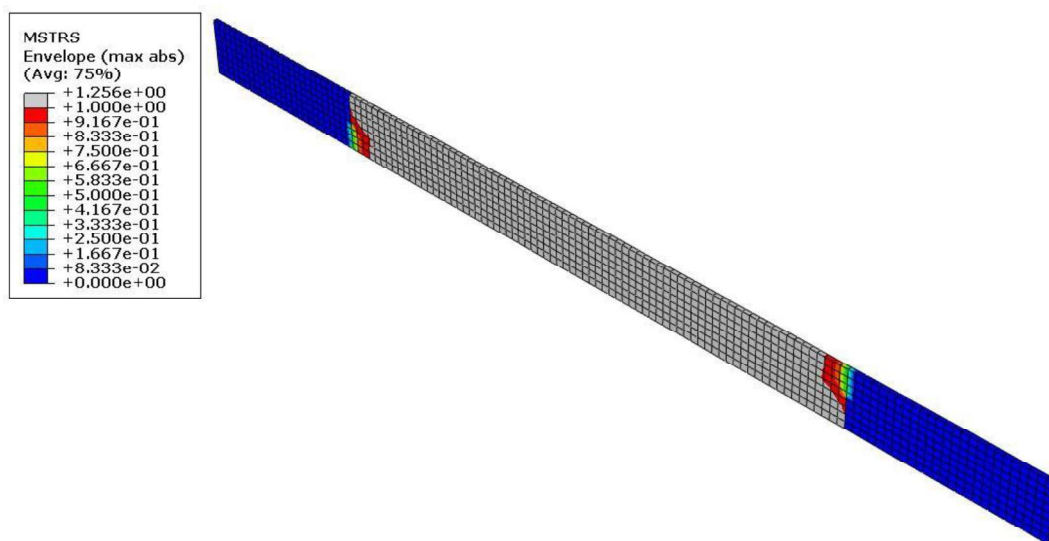
U analizi epruveta s jednosmjernih slojevima u kojima su vlakna okomita na smjer opterećenja svi kriteriji popuštanja pokazali su zadovoljavajuću točnost rješenja. Pri tome je analiza sa konvencionalnim ljuskastim elementima (*conventional shell*) nešto točnija od analize provedene s kontinuumskim ljuskastim elementima (*continuum shell*), no razlika je minimalna. U eksperimentu je UD CFRP 90° uzorak popustio između čeljusti kidalice po širini segmenta, okomito na smjer opterećenja (slika 4.8). Kriteriji popuštanja u analizi konvencionalnim ljuskastim elementima predviđeli su da će uzorak popustiti po širini segmenta na prijelazu s jezičaka, dok je analiza s kontinuumskim elementima pokazala da će epruveta naglo popustiti po cijelom segmentu s pukotinom okomito na smjer opterećenja.

### 7.2.1.3. Jednosmjerni uzorci od ugljičnih vlakana (UD CFRP) pod 10°

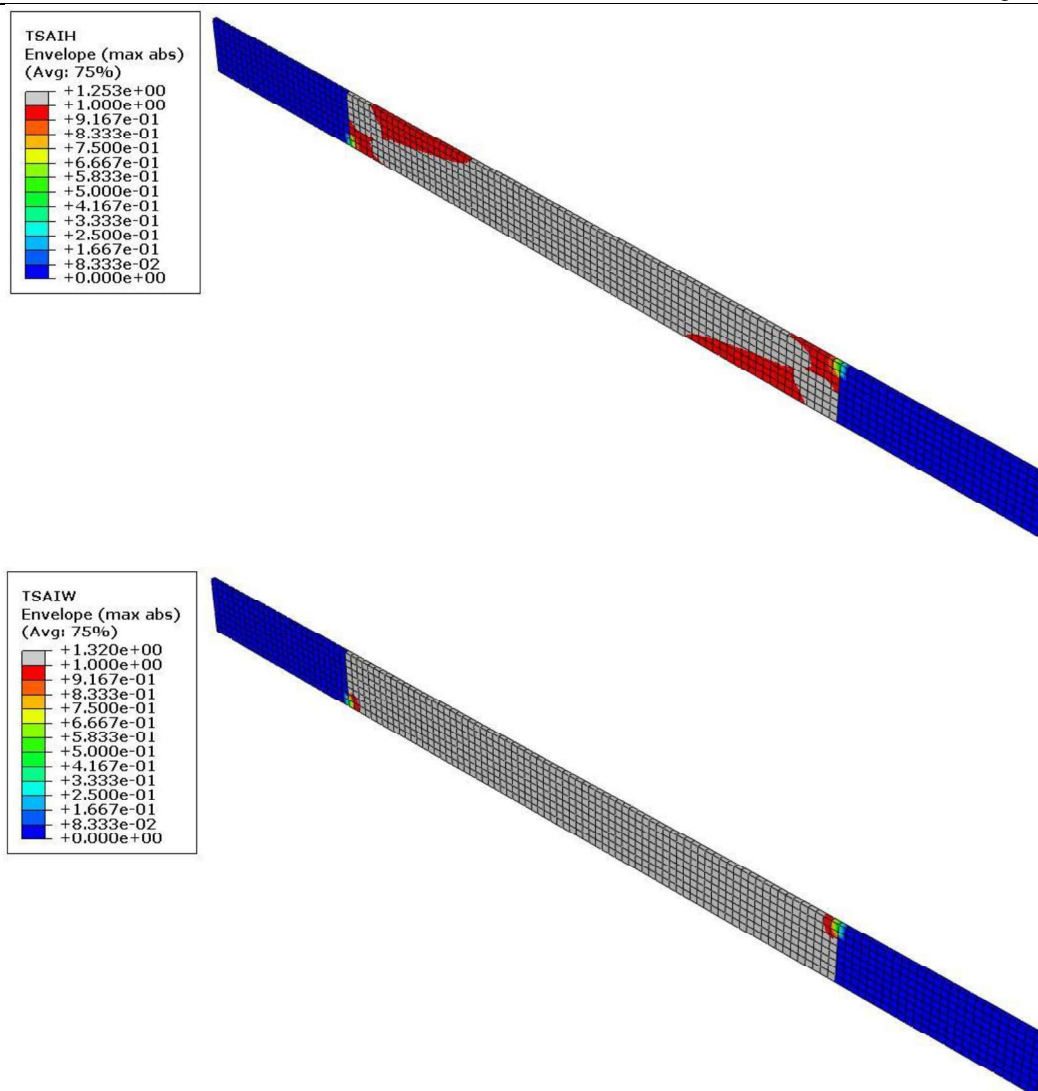




Slika 7.29 Indeksi popuštanja za UD CFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*conventional shell*)







Slika 7.30 Indeksi popuštanja za UD CFRP 10° u trenutku popuštanja cijelog uzorka prema različitim kriterijima (*continuum shell*)

Tablica 7.13 Rezultati analize za UD CFRP 10° te usporedba s eksperimentom

		MSTRS	TSIAIH	TSIAIW
<i>Conventional shell</i>	$F_{fail}$ , N	4190	4054,18	3764,6
	$u_{fail}$ , mm	2,165	2,091	1,941
<i>Continuum shell</i>	$F_{fail}$ , N	4276,39	3991,3	3706,21
	$u_{fail}$ , mm	2,272	2,121	1,969
Eksperiment	$F_{fail}$ , N	3493,7		
	$u_{fail}$ , mm	1,45		

Za očekivati je bilo da će u analizi jednosmjernih uzoraka u kojima su vlakna usmjerena pod  $10^\circ$  u odnosu na smjer opterećenja kriterij maksimalnih naprezanja dati lošije rezultate nego u prethodne dvije analize ( $\theta = 0^\circ$  i  $\theta = 90^\circ$ ). To je zato što taj kriterij odmicanjem kuta prema vrijednosti  $\theta = 45^\circ$  daje sve slabije podudaranje rezultata s eksperimentima. Rješenja najbliža eksperimentalnim podacima dao je Tsai-Wu kriterij. Niti jedan od kriterija nije se pokazao na strani sigurnosti jer su sile popuštanja veće od one zabilježene u eksperimentu. Što se tiče mehanizma popuštanja, kriterij najvećih maksimalnih naprezanja u analizi konvencionalnim elementima, te Tsai-Hill kriterij u analizi kontinuurnim elementima predviđjeli su da će pukotina propagirati u smjeru vlakna, tj. u smjeru  $10^\circ$  stupnjeva otklonjenom od smjera glavne materijalne osi  $1$ , što je se slaže s načinom na koji je popustila epruveta u eksperimentu.

## 8. ZAKLJUČAK

U ovome radu razmatrani su kompoziti napravljeni od slojeva epoksidne matrice ojačane staklenim i ugljičnim vlaknima. Prilikom dizajniranja laminatnih kompozita potrebno je poznavati mehanička svojstva svakog pojedinog sloja, a ona se u ranim fazama konstruiranja mogu predvidjeti različitim metodama mikromehanike. Metode koje su u ovome radu korištene za procjenu svojstava slojeva su pravilo mješavina, Chamisov model, Halpin-tsai jednadžbe te Nielsenov elastični model. Nakon određivanja teorijskih granica, napravljena je usporedba različitih teorijskih metoda na primjeru izračuna svojstava za 3 realna laminata. Pokazalo se da postoje odstupanja između teorijskih rezultata i eksperimentalno određenih rezultata, što se može smatrati kao posljedica polaznih pretpostavki (zanemaruju se nesavršenosti u strukturi) te činjenice da niti jedna od teorijskih metoda ne uzima u obzir tehnologiju izrade, koja bitno utječe na ostvarena mehanička svojstva kompozita. Kao najpreciznije pokazale su se Chamisova metoda i Halpin-Tsai jednadžbe.

Numerička analiza popuštanja eksperimentalnih epruveta najprije je provedena korištenjem analitički dobivenih vrijednosti mehaničkih svojstava. Nakon toga provedene su dodatne analize, u kojima su kao ulazni podaci korištene eksperimentalno dobivene vrijednosti materijalnih parametara umjesto teorijskih. Prema očekivanjima te dvije analize pokazale su razilaženje u rezultatima. Prva iteracija pokazala je veća odstupanja rješenja u odnosu na rezultate eksperimenta. Razlog tome mogu biti različite pretpostavke koje su uvedene prilikom analitičkog određivanja mehaničkih svojstava, npr. veza između matrice i vlakna je idealna, zanemaruje se utjecaj šupljina u kompozitu te se ne razmatraju lokalni efekti kao što je koncentracija naprezanja. S obzirom da rezultati analize ovise o ulaznim podacima, prije svega definiciji materijala, bilo je realno za očekivati da će doći do razlika u rezultatima. Također, utjecaj na izlazne podatke ima i definicija rubnih uvjeta te načina opterećenja. Problem ovih analiza je realistično modeliranje rubnih uvjeta i opterećenja te bi bilo poželjno napraviti detaljniju studiju utjecaja modeliranja rubnih uvjeta i opterećenja na rezultate analize (npr. opterećenje bi se moglo zadati kao *surface traction*). Kod analize jednosmjernih epruveta najveće odstupanje rezultata pokazala je simulacija popuštanja kod epruveta s vlaknima usmjerenim okomito na opterećenje (UD GFRP 90° i UD CFRP 90°). To je zato što je poprilično teško eksperimentom precizno odrediti svojstva materijala u poprečnom smjeru te je bilo za očekivati da će rasipanje rezultata u toj analizi biti veće. U drugoj iteraciji ulazni podaci za materijalna svojstva korigirani su upotrebom eksperimentalno dobivenih vrijednosti te su razlike između numeričkih rješenja i eksperimentalnih rezultata smanjene.

Također, može se primijetiti da u svim provedenim analizama mehanizmi popuštanja nisu pouzdano opisani, odnosno nije dobiven realistični način popuštanja epruveta. Prema očekivanjima, u većina analiza proračunska koncentracija naprezanja javlja se na prijelazu sa jezičaka na segment epruvete te do popuštanja epruveta dolazi upravo u tim predjelima. To je u eksperimentima bio slučaj samo za neke tipove uzoraka (UD CFRP 0°, UD GFRP 90°). Nadalje, razmatrani numerički modeli ne uzimaju u obzir nesavršenosti u materijalu i heterogenost materijala unutar pojedinih slojeva koja može diktirati inicijaciju i način propagacije oštećenja unutar materijala. Ako bi smo htjeli dobiti pouzdanije konture popuštanja bilo bi potrebno primijeniti odgovarajuće modele mehanike oštećenja ili eksplicitno modelirati heterogenost mikrostrukture. Može se zaključiti da su korišteni kriteriji popuštanja dobri kao nagovještaj trenutka, tj. opterećenja/naprezanja pri kojem će uzorak popustiti.

**LITERATURA**

- [1] Smojver, I.: *Mehanika kompozitnih materijala*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2006.
- [2] Kollar L., Springer G.: *Mechanics of composite structures*, Cambridge University Press, 2003.
- [3] Peters S.T.: *Handbook of composite materials*, Chapman & Hall, 1998.
- [4] Ever J. Barbero.: *Introduction to composite materials design*, CRC Press, 2010.
- [5] Vlahović M.: Diplomski rad, *Izrada stijenke trupa broda od polimernog kompozitnog materijala*, FSB, Zagreb, 2010.
- [6] *Guide to composites*, [www.gurit.com](http://www.gurit.com)
- [7] Akovali G.: *Handbook of composites fabrication*, RAPRA Technology Ltd., 2001.
- [8] Filetin T., Marić G.: Predavanja – *Napredne tehnologije materijala*, FSB, Zagreb, 2013.
- [9] *Vacuum Infusion - The Equipment and Process of Resin Infusion*, [www.fibreglast.com](http://www.fibreglast.com), 2009.
- [10] Younes R., Hallal A., Fardoun F., Chehade F.: *Comparative Review Study on Elastic Properties Modeling for Unidirectional Composite Materials*, 2012.
- [11] Abdel Ghafaar M., Mazen A.A., El-Mahallawy N.A.: *Application of rule of mixtures and Halpin-Tsai equations to woven fabric reinforced epoxy composites*, Assiut University, 2006.
- [12] Sudheer M., Pradyoth K.R., Somayaji S.: *Analytical and Numerical Validation of Epoxy/Glass Structural Composites for Elastic Models*, American Journal of Materials Science, 2015.
- [13] Baker A., Dutton S., Kelly D.: *Composite materials for aircraft structures*, AIAA, 2004.
- [14] Norma EN ISO 527-4:1997
- [15] Norma EN ISO 527-5:1997
- [16] Sorić J.: *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [17] Abaqus 6.14, *Abaqus 6.14 Documentation*, Dassault Systemes, Providence, USA, 2014.
- [18] Manahan M. A.: *A Finite Element Study of the Deflection of Simply Supported Composite Plates Subject to Uniform Load*, Rensselaer Polytechnic Institute Hartford, Connecticut, 2011.
- [19] Gay D.: *Composite Materials Design and Applications*, Third Edition, CRC Press, 2015.
- [20] Rasheed H.A.: *Strengthening design of reinforced concrete with FRP*, CRC Press, 2014.

- 
- [21] Kumar S., Anderson D.P., Crasto A.S.: *Carbon fibre compressive strength and its dependence on structure and morphology*, Journal of Materials Science, 1993.
- [22] Carlsson L.A., Adams D.F., Pipes R.B.: *Basic Experimental Characterization of Polymer Matrix Composite Materials*, Taylor & Francis, 2013.
- [23] Degefe S.Y.: *Finite Element Analysis of E-Glass/Epoxy Composite for Automotive Structures*, Adis Ababa University, 2015.
- [24] Mallick P.K.: *Fiber Reinforced Composite Materials Manufacturing and Design*, CRC Press, 2007.

---

**PRILOZI**

I. CD-R disc