

# Metode određivanja Youngovog modula elastičnosti metalnih materijala

---

**Mahenić, Luka**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:057006>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-01**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Luka Mahenić**

Zagreb, 2018

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Dr. sc. Željko Alar, izv. prof

Student:

Luka Mahenić

Zagreb, 2018

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prvenstveno svojem mentoru izv.prof. dr.sc Željku Alaru na pomoći i suradnji oko izrade moga završnog rada.

Također želio bih se zahvaliti dečkima iz labosa Romanu i Ivanu te asistentima Matiji Sakomanu i Dini Bogdanić oko pomoći izvedbe eksperimentalnog dijela završnog rada.

I na kraju želio želio bih se zahvaliti mojoj obitelji i prijateljima koji su bili uz mene tijekom cijelog studiranja i bili puna podrška, Veliko hvala.

Luka Mahenić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Luka Mahenić** Mat. br.: **0035200159**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Metode određivanja Youngovog modula elastičnosti metalnih materijala**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Young's modulus determination methods for metallic materials**

Opis zadatka:

Modul elastičnosti (Young-ov modul) je konstanta materijala koja ovisi o jačini veze između atoma i/ili molekula u kristalnoj rešetci ili amorfnoj strukturi. Određivanje modula elastičnosti je s mjeriteljske strane vrlo zahtjevan postupak te je za to potrebna vrlo precizna i softicirana oprema. Danas postoji više načina određivanja Youngovog modula elastičnosti.

U radu je potrebno:

1. Opisati značenje Youngovog modula elastičnosti za metalne materijale.
2. Prema literaturnim izvorima opisati različite metode za određivanje Youngovog modula elastičnosti.
3. Eksperimentalno provesti određivanje modula elastičnosti različitim metodama na referentnim ispitnim uzorcima.
4. Analizirati dobivene rezultate i dati zaključke.

Zadatak zadan:  
30. studenog 2017.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 23. veljače 2018.  
**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2018.  
**3. rok:** 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 26.2. - 2.3. 2018.  
**2. rok (izvanredni):** 2.7. 2018.  
**3. rok:** 24.9. - 28.9. 2018.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Željko Alar

Predsjednik Povjerenstva:

Izv. prof. dr. sc. Branko Bauer

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. MODUL ELASTIČNOSTI .....	2
3. METODE ODREĐIVANJA .....	5
3.1 Statičko vlačno ispitivanje .....	5
3.2 Vrste ekstenzometara .....	8
3.2.1 Martens-Kenedijev ekstenzometar .....	8
3.2.2 Mehanički ekstenzometar.....	9
3.2.3 Optički ekstenzometri .....	10
3.2.4 Video ekstenzometar .....	10
3.2.5 Laserski ekstenzometar .....	11
3.2.6 Kombinirani lasersko-optičkog ekstenzometar .....	12
3.2.7 Električni ekstenzometar .....	13
3.3 Procjena i proračun mjerne nesigurnosti .....	14
3.3.1 Općenito .....	14
3.3.2 Youngov modul elastičnosti.....	15
3.4 Metode odrađivanja modula elastičnosti.....	18
3.4.1 Grafička metoda .....	18
3.4.2 Metoda ekstenzometra.....	19
3.4.3 Određivanje pomoću instrumentirane metode indentacije.....	20
3.4.3.1 Općenito o metodi .....	20
4. EKSPRIMENTALNI DIO.....	21
4.1 Plan eksperimentalnog ispitivanja.....	21
4.2 ODREĐIVANJE POMOĆU EKSTENZOMETRA .....	22
4.2.1 Kidalica .....	22
4.2.3 Ispitivanje pomoću kontaktnog ekstenzometra .....	23
4.2.3.1 Meki čelik.....	24
4.2.3.2 Aluminiij .....	24
4.2.3.3 Mjed .....	27
4.3 Ispitivanje pomoću mehaničkog ekstenzometra .....	28
4.3.1 Meki čelik.....	28
4.3.2 Aluminiij .....	30
4.4 Instrumentirana metoda identacije .....	32
4.4.3 Materijali .....	33
4.4.4 Ispitivanje pomoću identora tvrdoće .....	34
4.4.4.1 Mjed .....	34
4.4.4.2 Aluminiij .....	35
4.4.4.3 Meki čelik.....	36
5. ANALIZA REZULTATA .....	38
5.1 Utjecaj izbora raspona.....	38
5.2 Usporedba rezultata.....	41
5.2.1 Meki čelik.....	41
5.2.2 Mjed .....	42
5.2.3 Aluminiij .....	43

---

6. ZAKLJUČAK.....	44
7. LITERATURA.....	45
8. PRILOZI.....	46

**POPIS SLIKA**

Slika 1. $\sigma$ - $\epsilon$ dijagram i pripadajuće krivulje za različite vrste materijala[4] .....	3
Slika 2. Oblik epruvete za statičko vlačno ispitivanje .....	5
Slika 3. Epruveta nakon provedenog statičko vlačnog ispitivanja.....	6
Slika 4. $\sigma - \epsilon$ dijagram[4] .....	6
Slika 5. Martens-Kenedijev ekstenzometer[6] .....	9
Slika 6. Mehanički ekstenzometar[6].....	9
Slika 7. Optički ekstenzometar[5].....	10
Slika 8. Video ekstenzometar[5] .....	11
Slika 9. Način rada laserskog ekstenzometra[5] .....	11
Slika 10. Laserski ekstenzometar[5] .....	12
Slika 11. Princip rada lasersko-optičkog ekstenzometar[5].....	13
Slika 12. Induktivni ekstenzometar[5] .....	13
Slika 13. Ekstenzometar s mjernim trakom[5] .....	14
Slika 14. Dijagram sila-produljenje s konstantnim kutem .....	18
Slika 15. Dijagram naprezanje-deformacija s različitim kutem uspona.....	19
Slika 16. Kidalica WPM.....	22
Slika 17. Računalo s TireTest programom spojenim na kidalicu .....	23
Slika 18. SHIMADZU DUH-211S .....	32
Slika 19. Računalo s programom spojeno na DUH-211 .....	33
Slika 20. Uzorci.....	33
Slika 21. Dijagram sila-produljenje za meki čelik .....	38
Slika 22. Dijagram sila-produljenje za meki čelik-2.....	39
Slika 23. Dijagram sila-produljenje za aluminij.....	39
Slika 24. Problem nelinearnosti kod aluminija .....	40
Slika 25. Dijagram sila-produljenje za mjed .....	40
Slika 26. Usporedba rezultata kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra za meki čelik .....	41
Slika 27. Prikaz rezultata mehaničkog ekstenzometra .....	42
Slika 28. Usporedba rezultata kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra aluminij .....	43



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Vrijednosti modula elastičnosti [3] .....	4
Tablica 2. Svojstva mehaničke otpornosti i deformabilnosti materijala .....	7
Tablica 3. Plan eksperimentalnog ispitivanja.....	21
Tablica 4. Ispitni uzorci.....	21
Tablica 5. Rezultati ispitivanja za meki čelik.....	24
Tablica 6. Rezultati modula elastičnosti za meki čelik .....	24
Tablica 7. Rezultati ispitivanja za aluminij.....	25
Tablica 8. Rezultati modula elastičnosti za aluminij.....	25
Tablica 9. Rezultati modula elastičnosti za aluminij(nastavak).....	26
Tablica 10. Rezultati ispitivanja za mjed .....	27
Tablica 11. Rezultati modula elastičnosti za mjed .....	27
Tablica 12. Rezultati meki čelik.....	28
Tablica 13. Rezultati za modul elastičnosti za meki čelik .....	29
Tablica 14. Rezultati ispitivanja za aluminij.....	30
Tablica 15. Rezultati modula elastičnosti za aluminij.....	30
Tablica 16. Rezultati modula elastičnosti za aluminij(nastavak).....	31
Tablica 17. Rezultati dobiveni identorom za mjed .....	34
Tablica 18. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za mjed.....	34
Tablica 19. Modul elastičnosti za mjed.....	35
Tablica 20. Rezultati dobiveni identorom za aluminij .....	35
Tablica 21. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za aluminij .....	35
Tablica 22. Modul elastičnosti za aluminij .....	36
Tablica 23. Rezultati dobiveni identorom za meki čelik.....	36
Tablica 24. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za meki čelik... ..	37
Tablica 25. Modul elastičnosti za meki čelik .....	37
Tablica 26. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za meki čelik .....	41
Tablica 27. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za mjed .....	42
Tablica 28. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za aluminij.....	43

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$E$	$\frac{N}{mm^2}$	Modul elastičnosti
$l_0$	mm	Početna duljina epruvete
$\Delta l$	mm	Produljenje epruvete
$\sigma$	$\frac{N}{mm^2}$	Naprezanje
$F$	N	Sila
$\varepsilon$	/	Deformacija
$E_i$	$\frac{N}{mm^2}$	Modul elastičnosti identora
$A$	$mm^2$	Površina
$R_{eh}$	$\frac{N}{mm^2}$	Gornja granica razvlačenja
$R_m$	$\frac{N}{mm^2}$	Vlačna čvrstoća
$A$	/	Istezljivost
$Z$	/	Kontrakcija
$F_{max}$	N	Maksimalna sila
$h_{max}$	$\mu m$	Maksimalna hrapavost
$HV$	/	tvrdoća
$d_0$	mm	početni polumjer
$s_0$	$mm^2$	početni poprečni presjek
$m$	/	nagib pravca
$b$	/	odsjek na y os
$S_{xy}$	/	Empirijska kovarijanca
$S_x$	/	Standardna devijacija za x
$S_y$	/	Standardna devijacija za y
$r$	/	koeficijent korelacije
$S_b$	/	Standardna devijacija presjecanja
$u_{s0}$	/	Nesigurnost presjeka

---

$u_E$	/	Kontinuirana standardna mjerna nesigurnost
$u$	/	Proširena mjerna nesigurnost

## **SAŽETAK**

U završnom radu je opisan fizikalni princip elastičnosti materijala, odnosno modul elastičnosti te metode njegovog određivanja. Modul elastičnosti je određen pomoću dvije metode. U svrhu provođenja ispitivanja pripremljeno je 3 vrste uzorka: aluminij, mjed i meki čelik. Ispitivanje je provedeno pomoću kontaktnog ekstenzometra, mehaničkog ekstenzometra i instrumentiranom metodom indentacije. Nakon provedenih ispitivanja provedena je analiza i usporedba rezultata, odnosno utjecaj raspona mjerenja i izabranih parametara ispitivanja te usporedba različitih metoda za određivanje modula elastičnosti.

Ključne riječi: modul elastičnosti, ekstenzometar, meki čelik, mjed, aluminij

## **SUMMARY**

This work describes the physical principle of the materials' elasticity, i.e. Young's modulus of elasticity and its methods of determination. The elastic modulus was determined by two methods. In order to conduct the experiments 3 types of samples were prepared: aluminum, brass and soft steel. The test was performed using a contact extensometer, a mechanical extensometer, and an instrumentized indentation method. After the tests were performed, analysis and comparison of the results, i.e. the influence of the measuring range and selected test parameters and comparison of different methods for determination of the Young's modulus were carried out.

Keywords: young's modulus, extensometer, soft steel, brass, aluminum

## 1. UVOD

Materijale koji danas koristimo u suvremeno doba se razlikuju po svojstvima. Svako svojstvo nosi neke prednosti i neke mane. Materijali se razlikuju po gustoći, talištu, kemijskoj otpornosti na koroziju, otpornosti na trošenje, toplinskoj vodljivosti, toplinskoj rastezljivosti i modul elastičnosti. Ovisno o fizikalno-kemijskim svojstvima materijali posjeduju i razna tehnološka svojstva. Ovisno o tim svojstvima razlikuju se njihova ponašanja pri postupcima obrade i spajanja, kao što su lijevkosti, kovkosti rezljivosti, zakaljivosti.

Mehanička svojstva materijala definiraju mehaničku otpornost materijala. Mehanička svojstva materijala su također jako važna jer se temeljem njih dimenzioniraju dijelovi konstrukcija i strojeva. Prilikom dimenzioniranja potrebno je sagledati sve moguće načine i trajanja opterećenja prilikom eksploatacije. Zato se uzimaju materijali koji imaju karakteristična mehanička svojstva koja će izdržati zadane eksploatacijske uvjete. Cilj prilikom odabira materijala za dimenzioniranje je da ne dođe do pojave loma tj. plastične ili trajne deformacije koja bi onemogućila rad staja ili havariju cijele konstrukcije.

Mehanička svojstva materijala su posljedica strukturnog stanja materijala. Strukturno stanje materijala dobiva se obradom i oblikovanjem materijala specifičnog kemijskog sastava određenim postupkom. Podešavanjem parametara obrade i parametara koji su karakteristični za materijal u mogućnosti smo podešavati mehanička svojstva. Potrebno je izabrati dobar materijal i određeni postupak kojim ćemo dobiti željena mehanička svojstva materijala.

Modul elastičnosti ili Youngov modul je jedno od važnijih mehaničkih svojstava materijala. On predstavlja mjeru krutosti materijala i jednak je omjeru vlačnog naprezanja i linijske vlačne deformacije u području Hook-og pravca. Krutost materijala je važna veličina pri određivanju stabilnosti i sigurnosti neke konstrukcije.[1]

## 2. MODUL ELASTIČNOSTI

Modul elastičnosti je fizikalna veličina i oznaka je  $E$ . Mjerna jedinica je  $\text{N/mm}^2$ .

Ona opisuje omjer naprezanja i linijske deformacije.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.1)$$

Gdje je:

$\sigma$  - Naprezanje  $\text{N/mm}^2$

$\varepsilon$  – linijska deformacija  $\text{mm/mm}$

Naprezanje je sila po jedinici površine.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.2)$$

$F$  predstavlja silu, a  $A$  površinu na kojoj ona djeluje.

Linijska deformacija je deformacija po jedinici duljine.

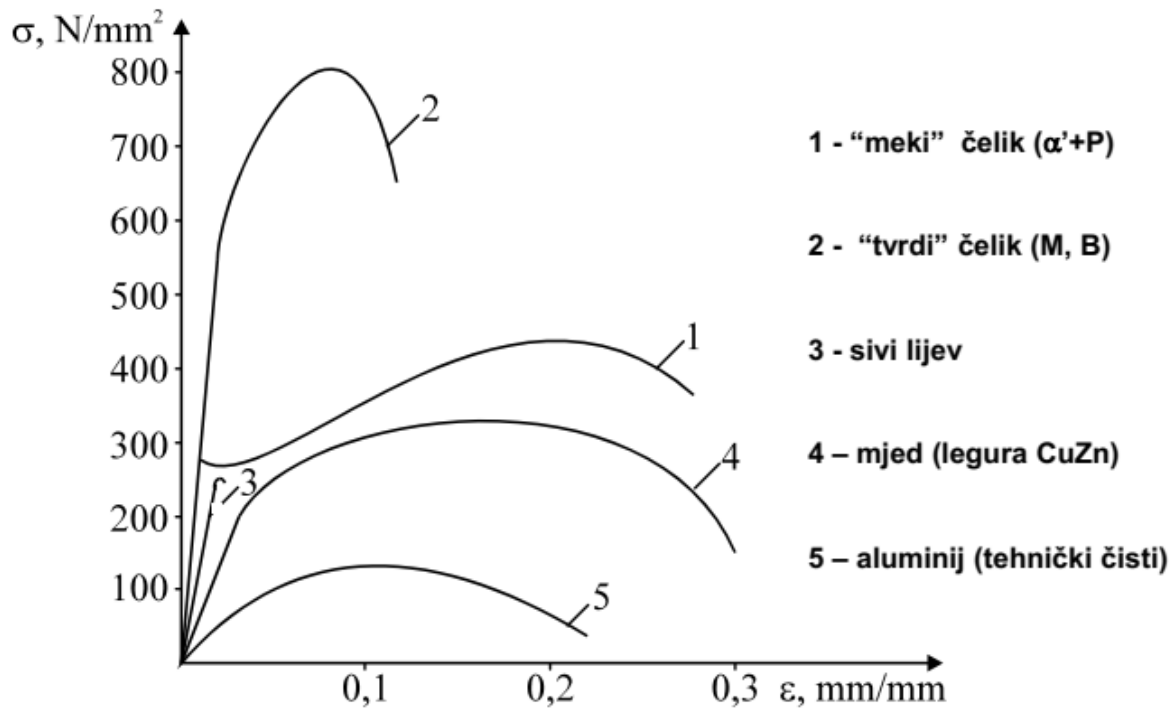
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.3)$$

$\Delta l$  - predstavlja deformaciju, tj. promjenu mjerne duljine tijela ispitnog uzorka.

$l_0$  - početna mjerna duljina.

Youngov modul elastičnosti je nazvan prema britanskom znanstveniku Thomasu Youngu iz 19. stoljeća. Koncept modula elastičnosti kao svojstva koja opisuje elastičnost materijala razvijen je od strane Leonarda Eulera 1727. godine, a prve pokuse koji su koristili koncept Youngovog modula je obavio talijanski znanstvenik Giordano Riccati 1782 godine.

Čvrsti materijali će se deformirati ako ih podvrgnemo odeđenom opterećenju. Ako se zadani materijal nakon opterećenja vrati u početni oblik to znači da je to bila elastična deformacija. Za krute materijale je potrebna znatno viša sila opterećenja da bi se deformirali u odnosu na meke materijale. [2]



Slika 1.  $\sigma$ - $\epsilon$  dijagram i pripadajuće krivulje za različite vrste materijala[4]

Na slici 1. prikazan je  $\sigma$ - $\epsilon$  dijagram i na temelju njega možemo usporedi materijale prema njihovim elastičnim svojstvima. Prema nagibu Hook-ovog pravca možemo jasno vidjeti razliku u potrebnim silama za određenu veličinu deformacije. Također iz priloženog  $\sigma$ - $\epsilon$  dijagrama možemo vidjeti koliko se određeni materijale produlji pod utjecajem određene sile. Tako npr. iz slike možemo vidjeti kako je za istu deformaciju kod aluminija potrebna znatno manja sila opterećenja kod čelika. U tablici 1. prikazane su vrijednosti modula elastičnosti za određene vrste materijale.



**Tablica 1. Vrijednosti modula elastičnosti [3]**

Materijal	Modul elastičnosti, Gpa
Aluminij	69
Mjed	102-125
Bronca	96-120
Bakar	117
Dijamant	1220
Zlato	74
Meki čelik	210
Najlon	2-4
Legure titana	105-120
Staklo	50-90
Silicij	130-185

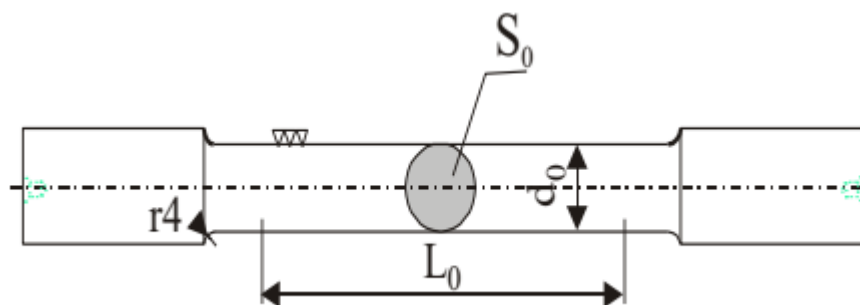
Iz tablice 1. možemo isčitati bitnu razliku u deformabilnosti različitih materijala. Najmanji modul elastičnosti iz priložene tablice ima najlon te on može podnijeti veliku elastičnu deformaciju dok dijamant npr. ima najveći modul elastičnosti od većine poznatih materijala.

### 3. METODE ODREĐIVANJA

Određivanje modula elastičnosti provodi se u laboratorijskim uvjetima u kojima je poznata točna sila deformiranja i vrijednost deformacije. Male deformacije koje nastaju tijekom ispitivanja mjere se mjernim instrumentima koje zovemo ekstenzometri. Postoje više metoda određivanja modula elastičnosti, a ovdje će biti opisane samo metoda statičkog vlačnog ispitivanja i metoda pomoću instrumentirane tvrdoće.

#### 3.1 Statičko vlačno ispitivanje

Statičko vlačno ispitivanje je postupak ispitivanja mehaničkih svojstava, kojim se utvrđuju glavna svojstva koja karakteriziraju mehaničku otpornost materijala, ali i njihovu deformabilnost. Postupak se provodi na kraljicama prema normi HRN EN ISO 6892-1:2016. Norma definira postupak provođenja ispitivanja i oblik ispitnih epruveta. Ovisno o obliku proizvoda koji se ispituje potrebno je pripremiti različite tipove epruveta: cilindrične i plosnate. [4]



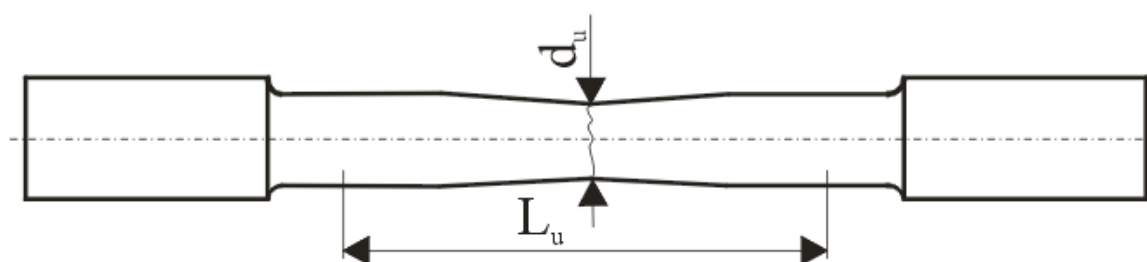
Slika 2. Oblik epruvete za statičko vlačno ispitivanje

gdje su:

$d_0$  – početni promjer epruvete, mm

$S_0$  – početni presjek epruvete, mm<sup>2</sup>

$L_0$  – početna mjerna duljina epruvete, mm

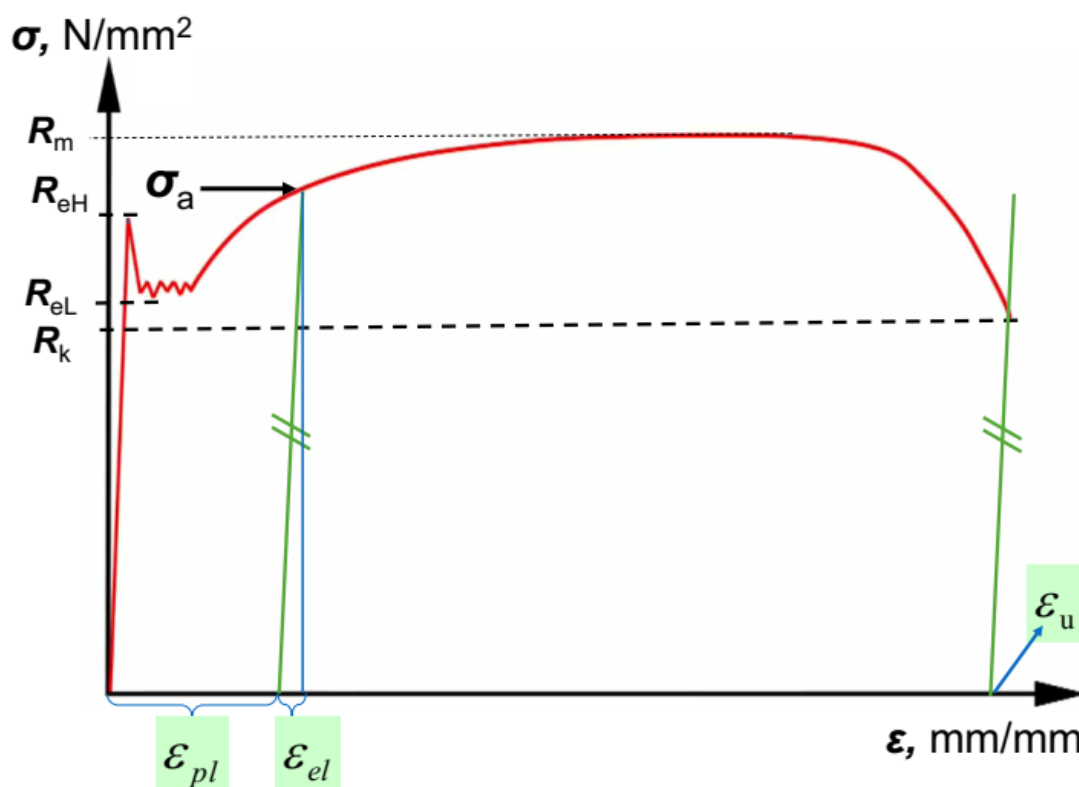


Slika 3. Epruveta nakon provedenog statičko vlačnog ispitivanja

gdje su:

$L_u$  – produljenje epruvete nakon loma, mm

$S_u$  – poprečni presjek epruvete nakon loma, mm<sup>2</sup>



Slika 4.  $\sigma - \epsilon$  dijagram[4]

Provođenjem statičkog vlačnog pokusa dolazi se do sljedećih informacija o mehaničkoj otpornosti i deformabilnosti materijala:

**Tablica 2. Svojstva mehaničke otpornosti i deformabilnosti materijala**

Svojstvo	Oznaka	Formula
Gornja granica razvlačenja	$R_{eh}$	$\frac{F_{eH}}{S_0}$
Vlačna čvrstoća	$R_m$	$\frac{F_m}{S_0}$
Konačno naprezanje	$R_k$	$\frac{F_k}{S_0}$
Produljenje	$\Delta L$	$L - L_0$
Istezanje	$\varepsilon$	$\frac{\Delta L}{L_0}$
Istezljivost	A	$\varepsilon_u \cdot 100\%$
Suženje poprečnog presjeka	Z	$\frac{S_0 - S_u}{S_0}$

$\Delta L$  predstavlja produljenje epruvete u nekoj točki ispitivanja. Karakteristike koje opisuju deformabilnost materijala su: A (istezljivost) i Z (kontrakcija).  $R_m$  predstavlja vlačnu čvrstoću materijala, odnosno naprezanje pri maksimalnoj sili ispitivanja.  $R_k$  predstavlja naprezanje pri lomu epruvete nakon što je nastupila ubrzana plastična deformacija presjeka epruvete.  $R_e$  predstavlja granicu razvlačenja, tj. granicu elastičnog područja gdje se deformacije još uvijek ponaša po Hook-ovom zakonu. Kod velikog broja materijala tu granicu nije jednostavno uočiti pa je često potrebno odrediti konvencionalnu granicu razvlačenja  $R_{p0,2}$  uz pomoć ekstenzometra.

Ekstenzometre možemo podijeliti prema principu rada:

- Mehanički
- Optički
- Električni

Ekstenzometre možemo podijeliti i na:

- Kontaktne – prikladan za metale i čvrste polimerne uzorke. Može utjecati na uzorak zbog kontakta.
- Beskontaktne – prikladan za odeđivanje deformacija pri lomu. Koristi se kod tekstila, guma, polimera i također metala. Ne utječe na uzorak i mogu mjeriti u više osi.

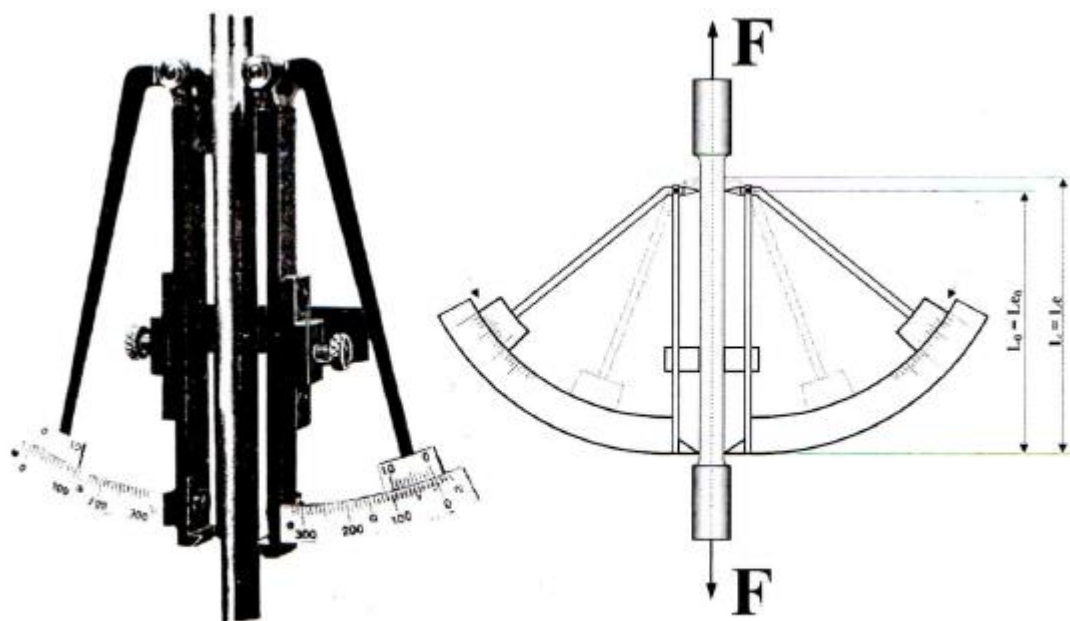
Vrste beskontaktnih ekstenzometri:

- Optički ekstenzometri
- Video ekstenzometri
- Laserski ekstenzometri
- Kombinirani lasersko-optički ekstenzometri

## **3.2 Vrste ekstenzometara**

### **3.2.1 Martens-Kenedijev ekstenzometar**

Martens-Kenedijev ekstenzometar je stari tip ekstenzometra. Slika 5 nam pokazuje da se sastoji do dva dijela. Postavljaju se tako da zajednička os prolazi kroz središte epruvete. Zabilježene deformacije, tj. produljenja međusobno su nezavisih i istovremeno se očitava s lijevog i desnog produljenje. Nosač Martens - Kenedijevog ekstenzometra na jednom kraju je nepokretni nož, a na drugom pokretni. Pod djelovanjem sile  $F$  dolazi do produljenja epruvete. Ako nema klizanja između noža i epruvete nastala promjena veličine izaziva zakretanje gornjeg pokretnog noža za određeni kut i pomicanje pokazivača na skali. Osnovna karakteristika ovog tipa je koeficijent uvećanja čija je uobičajena vrijednost iznosila  $k=100$ , a kod Martens-Kenedijevog ekstenzometra maksimalna vrijednost dostiže čak do  $k=1200$ . Njegova vrijednost je označena na svakom instrumentu.[6]



Slika 5. Martens-Kenedijev ekstenzometer[6]

### 3.2.2 Mehanički ekstenzometar

Mehanički ekstenzometar radi na principu poluge i koristi se za merenje malih linearnih deformacija. Pri malim deformacijama kreću se poluge mjernog instrumenta, a pomaci se registriraju na odgovarajućoj skali. Obzirom na nejednaku deformaciju bočnih strana epruvete merenje se vrši na obje strane epruvete preko dva mjerna instrumenta. Gotovi rezultat linearne deformacije dobiva kao aritmetička sredina lijeve i desne strane.



Slika 6. Mehanički ekstenzometar[6]

### 3.2.3 Optički ekstenzometri

Optički ekstenzometri se primjenju za vrlo precizna mjerenja deformacija u postupku određivanja modula elastičnosti s obzirom da imaju vrlo veliku točnost(0.0005 mm).



Slika 7. Optički ekstenzometar[5]

### 3.2.4 Video ekstenzometar

Video ekstenzometar je podvrsta optičkog ekstenzometra. Takav ekstenzometar pomoću visoko razlučive digitalne kamere i odgovarajućeg procesuiranja slike prati promjenu razmaka između kraja epruvete.

Slika 8 pokazuje video ekstenzometar koji ima prednost što nema kontakta s uzorkom pa neravnine ne utječu na rezultat. Izravno mjeri naprezanja. Velika je prednost što može mjeriti produljenje do loma. Ekstenzometar nije ovisan o duljini epruvete i cijeli postupak se može pratiti na monitoru. Velika je prednost što se može spremirati slika neposredno prije loma epruvete.



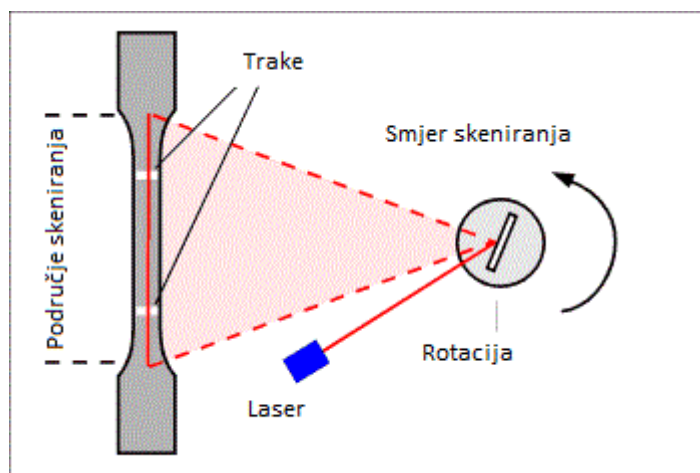
Slika 8. Video ekstenzometar[5]

### 3.2.5 Laserski ekstenzometar

Laserski ekstenzometar radi na principu da se na epruveti označe dvije točke ili linija na osi epruvete te se pomoću lasera mjeri promjena udaljenosti tj. produljenje između tih točaka ili linije na epruveti.

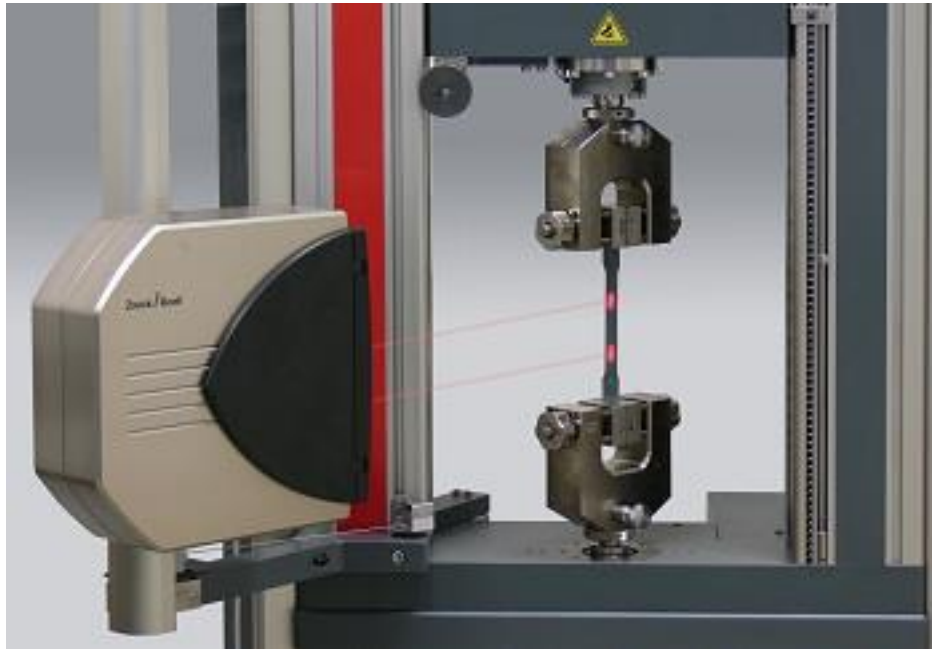
Prednosti:

- Velika preciznost i razlučivost
- Najmanji uzorci mogu biti izmjereni
- Mogućnost automatizacije



Slika 9. Način rada laserskog ekstenzometra[5]

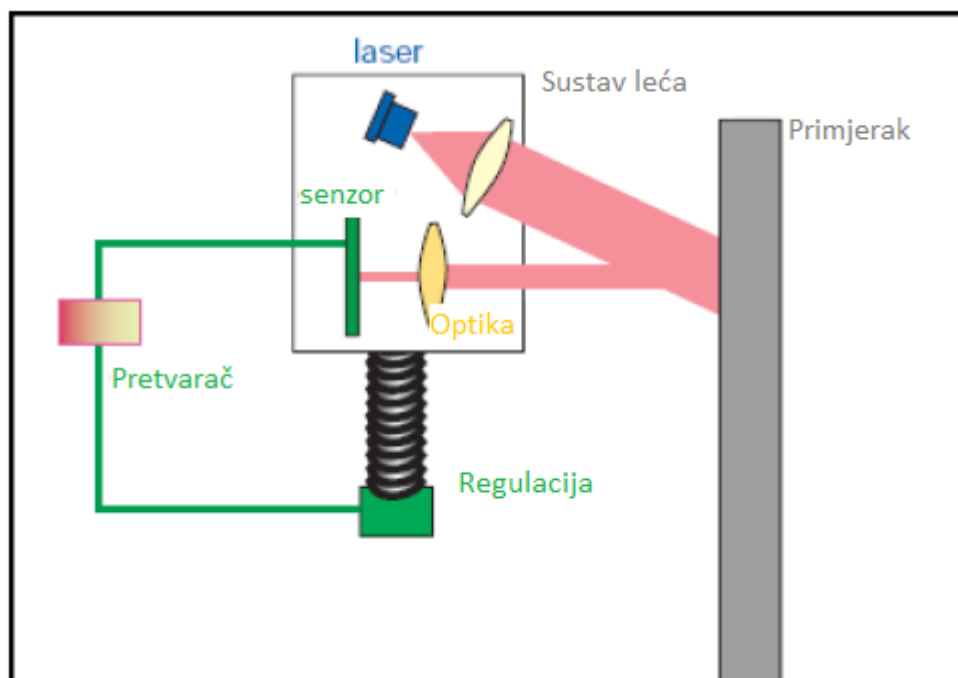




Slika 10. Laserski ekstenzometar[5]

### 3.2.6 Kombinirani lasersko-optičkog ekstenzometar

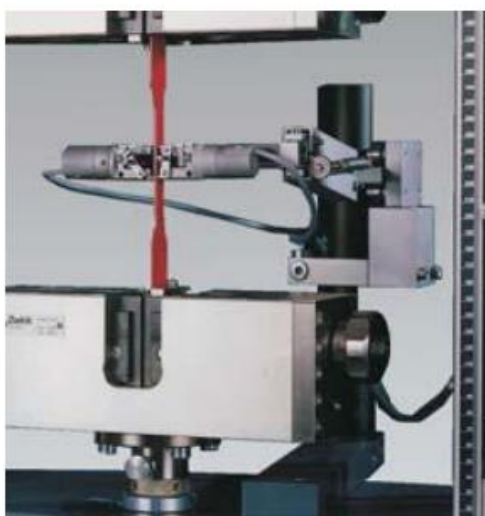
Ova vrsta ekstenzometra koristi za mjerenje malih deformacija. Kod ove vrste nije potrebno markirati epruvetu da bi se moglo očitati produljenje. Ovaj tip ekstenzometar je odličan i efikasan jer laser bilježi točke na epruveti, a pomoću optičkog dijela se očitava produljenje.



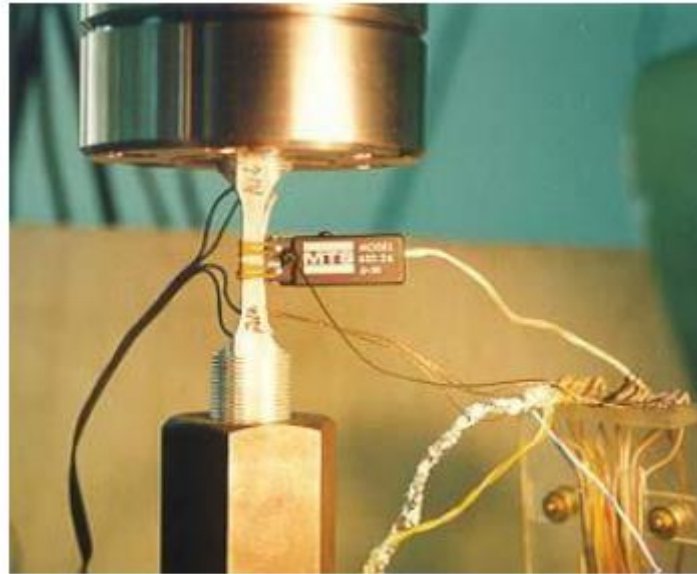
Slika 11. Princip rada lasersko-optičkog ekstenzometar[5]

### 3.2.7 Električni ekstenzometar

Ova vrsta ekstenzometra je kontaktna. Ona pretvara produljenje u električnu veličinu. Princip rada se zasniva na promjeni otpora ili na promjeni napona. Ovi ekstenzometri su po točnosti između mehaničkih i optičkih ekstenzometara.



Slika 12. Induktivni ekstenzometar[5]



Slika 13. Ekstenzometar s mjernim traka[5]

### **3.3 Procjena i proračun mjerne nesigurnosti**

#### **3.3.1 Općenito**

Tijekom svakog ispitivanja i mjerenja potrebno je procijeniti i proračunati mjernu nesigurnost te ju prikazati uz dobiveni rezultat. Mjerna nesigurnost je parametar pridružen rezultatu mjerenja, koji opisuje rasipanje vrijednosti koje se mogu opravdano pripisati mjerenoj veličini. Postoje dvije vrste greške mjerenja: sistematska i slučajna greška. Sistematska greška se pripisuje činjenici da mjerena veličina ima određeno odstupanje dok slučajna greška se pojavljuje uslijed činjenice da ponavljana mjerenja daju različite vrijednosti, koje se ne mogu predvidjeti na osnovu prethodne vrijednosti.[9]

### 3.3.2 Youngov modul elastičnosti

Određivanje modula elastičnosti provodi se po normi ASTM E 111-97. Ova metoda ispitivanja odnosi se na raspon materijala, temperaturu i naprezanja kod kojih dolazi do elastičnog ponašanja i puzanja koje je zanemarivo u odnosu na naprezanje koje nastaje uslijed opterećenja.

Procedura uključuje 2 koraka:

1. Utvrđivanje gornje granice pomoću linearne regresije. Gornja granica je dosegnuta ako je nagib pravca minimalan. Početak računanja ovisi o predopterećenju i ovisi o željama mjeritelja na kidalici.

2. Nakon 1. koraka linearna regresija započinje opet na gornjoj granici, ali u suprotnom smjeru za određivanje donje granice regresije. Ako je nagib pravca minimalan dobijemo donju granicu koju koristimo za daljnje računanje modula elastičnosti. [5]

Formule za linijsku regresiju:

$$y = mx + b \quad (3.3.1)$$

Nagib:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (3.3.2)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - m \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.3.3)$$

Empirijska kovarianca :

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n} \right] \quad (3.3.4)$$

Standardna devijacija za x:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]} \quad (3.3.5)$$

Standardna devijacija za y:

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n} \right]} \quad (3.3.6)$$

Koeficijent korelacije:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \quad (3.3.7)$$

Standardna devijacija nagiba:

$$S_m = \sqrt{\frac{(1-r^2)S_y^2}{(n-2)S_x^2}} \quad (3.3.8)$$

Standardna devijacija presjecanja:

$$S_b = \sqrt{S_m^2 \frac{(n-1)S_x^2 + \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n}}{n}} \quad (3.3.9)$$

Poveznica između gornje i donje granice:

$$S_{m(rel)} = \frac{S_m}{m} \rightarrow \min \quad (3.3.10)$$

Kombinirana nesigurnosti modula elastičnosti:

Linearna regresija se koristi za određivanje linernog odnosa između sile I pomaka.

$$E = \frac{FL_0}{eS_0} = m_E \frac{L_0}{S_0} \quad (3.3.11)$$

$$F = m_E e + b_E \quad (3.3.12)$$

Koeficijent osjetljivosti povezani s mjernom nesigurnošću:

$$\frac{\partial E}{\partial m_E} = \frac{L_0}{S_0} \quad (3.3.13)$$

$$\frac{\partial E}{\partial L_0} = \frac{m_E}{S_0} \quad (3.3.14)$$

$$\frac{\partial E}{\partial S_0} = -\frac{m_E L_0}{S_0^2} \quad (3.3.15)$$

Nesigurnost presjeka:

$$u_{S_0} = \sqrt{\frac{d_0^2 \pi^2 u_{d_0}^2}{4}} \quad (3.3.16)$$

Kontinuirana standardna mjerna nesigurnost:

$$u_E = \sqrt{\left(\frac{L_0}{S_0}\right)^2 S_{m_E}^2 + \left(\frac{m_E}{S_0}\right)^2 u_{L_0}^2 + \left(\frac{m_E L_0}{S_0^2}\right)^2 u_{S_0}^2} \quad (3.3.17)$$

Proširena mjerna nesigurnost:

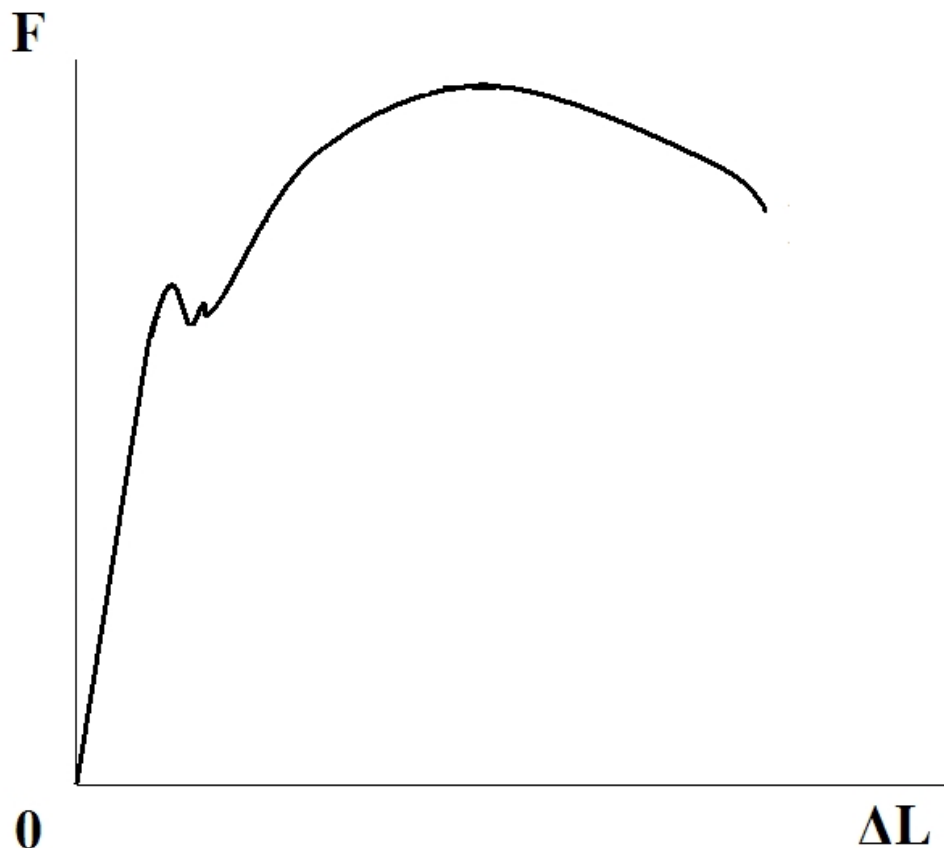
$$u = k \cdot u_E \quad (3.3.18)$$

### 3.4 Metode odrađivanja modula elastičnosti

#### 3.4.1 Grafička metoda

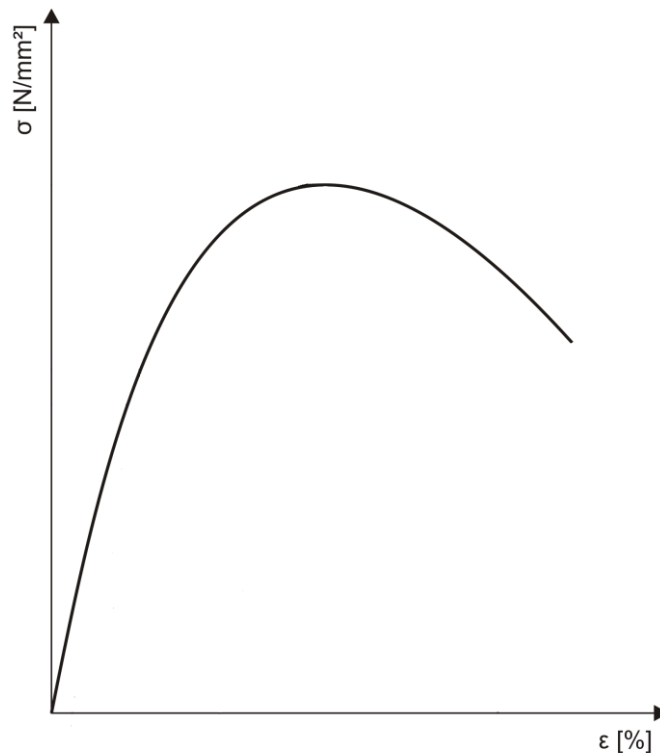
Grafičkom metodom se određuje približna vrijednost modula elastičnosti. Ova metoda se može koristiti kod materijala koji imaju područje linearnog pravca (Hook-ov pravac) u ovisnosti sile o produljenju. Pomoću kuta  $\alpha$  možemo odrediti modul elastičnosti jer je konstantan kod ove vrste materijala.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \operatorname{tg} \alpha \quad (3.4.1.1)$$



Slika 14. Dijagram sila-produljenje s konstantnim kutem

Kod velikog broja materijala linearnost Hook-ovog pravca nije izražena, već se on mijenja. Kod takvog tipa materijala modul elastičnosti nije konstantan i nije moguće odrediti točnu vrijednost modula elastičnosti već za to koristimo drugu metodu.



Slika 15. Dijagram naprežanje-deformacija s različitim kutem uspona

### 3.4.2 Metoda ekstenzometra

Ova metoda se koristi jer je preciznija i bolja od prijašnje metode. Pomoću ekstenzometra očitavamo povećanje produljenja epruvete. Određivanje modula elastičnosti provodi se na osnovu podataka iz višestopnih mjerenja. Povećanjem broja točaka smanjujemo pogrešku mjerenja i povećavamo točnost rezultata. Ispitivanja se provode u dvije serije gdje svaka serija ima različiti prirastaj sile, te se drži konstantnim tijekom cijelog ispitivanja.

Svaku seriju računamo prema formuli:

$$E = \frac{\Delta F}{S_0} \frac{L_0}{\Delta L} = n \frac{\Delta F}{S_0} \frac{L_0}{\sum_{i=1}^n \Delta l_i} \quad (3.4.2.1)$$



Konačna vrijednosti modula elastičnosti dobije se iz ove formule nakon 2 serije mjerenja:

$$E = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \quad (3.4.2.2)$$

### 3.4.3 Određivanje pomoću instrumentirane metode indentacije

#### 3.4.3.1 Općenito o metodi

Instrumentalna metoda indentacije je tehnika mjerenja mehančkih svojstava materijala. Ona se razvijala iz tradicionalnih metoda mjerenja tvrdoće kao što su Brinell, Rockwell, Vickers i Knoop. Metoda je vrlo slična tradicionalnom ispitivanju tvrdoće u kojoj se tvrdi indentor, tj. najčešće dijamant utisne u materijal. Rezultat tradicionalnih metoda je deformacija materijala pri djelovanju jedne sile dok kod ovog načina dobijemo tijekom cijelog vremena trajanja ispitivanja silu i dubinu prodiranja. Metoda je dobra za ispitivanje malog broja materijala te kod tankih materijala ili filmova. Pomoću ove metode može se odrađivati modul elastičnosti i tvrdoća.

Pored modula elastičnosti i tvrdoće ova metoda se može koristiti i kod mjerenja kompleksnog modula kod polimera i biomaterijala, otpornosti na puzanje kod metala i lomne žilavosti kod stakla i keramike.

Postupak određivanja:

- 1) Indentor se približava ispitnoj površini sve dok ne dođe do kontakta s površinom. Kontak se osjeća kao povećanje krutosti.
- 2) Indentor se utiskuje u površinu sve dok se ne postigne maksimalna sila ili dubina prodiranja. Sila ili dubina utiskivanja su limitirani u postavkama.
- 3) Pri maksimalnoj sili dolazi do njenog zadržavanja. Vrijeme zadržavanja određujemo u postavkama.
- 4) Nakon toga dolazi do konstantnog smanjenja sile do 10% vrijednosti maksimalne sile
- 5) Zatim se neko vrijeme sila drži na tih 10 % da bi se skupilo dovoljno podataka koji uzrokuju raspršivanje koje se pripisuje toplini širenja materijala.
- 6) Indentor se uklanja s uzorka[8]

## 4. EKSPRIMENTALNI DIO

Određivanje modula elastičnosti provodi se na više načina. U okviru rada provedene su dvije metode:

1. Metoda određivanja pomoću ekstenzometra.
2. Indentacijska metoda pomoću tvrdoće.

### 4.1 Plan eksperimentalnog ispitivanja

U okviru rada provedena su ispitivanja na tri različita uzorka izrađena prema normi HRN EN ISO 6892-1:2016. Na svim uzorcima je proveden statički vlačni pokus te su uz pomoć kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra na različitim rasponima sile zabilježene deformacije i shodno tome izračunati modul elastičnosti. Nakon toga su izrezani dijelovi epuveta i zaliveni u polimernu masu. Tako pripremljeni uzorci su podvrgnuti ispitivanju pomoću indentora tvrdoće. U konačnici su se svi dobiveni rezultati obradili i usporedili.

**Tablica 3. Plan eksperimentalnog ispitivanja**

Redni broj	Postupak	Opis
1.	Priprema uzoraka	Epruvete obrađene na Fakultetu strojarstva i brodogradnje prema normi HRN EN ISO 6892-1:2016.
2.	Statičko vlačno ispitivanje pomoću kontaktnog ekstenzometra	Provedeno na različitim rasponima sila za 3 vrste materijala.
3.	Statičko vlačno ispitivanje pomoću mehaničkog ekstenzometra	Provedeno na različitim rasponima sila za 3 vrste materijala.
4.	Ispitivanje pomoću indentora tvrdoće	Provedeno po 5 ispitivanja na 3 vrste materijala
5.	Analiza rezultata	Utjecaj izbora raspona i usporedba dobivenih rezultata iz ispitivanja.

**Tablica 4. Ispitni uzorci**

Materijal	$l_0$ [mm]	$d_0$ [mm]
Aluminij	60	12
Mjed	60	12
Meki čelik	60	12

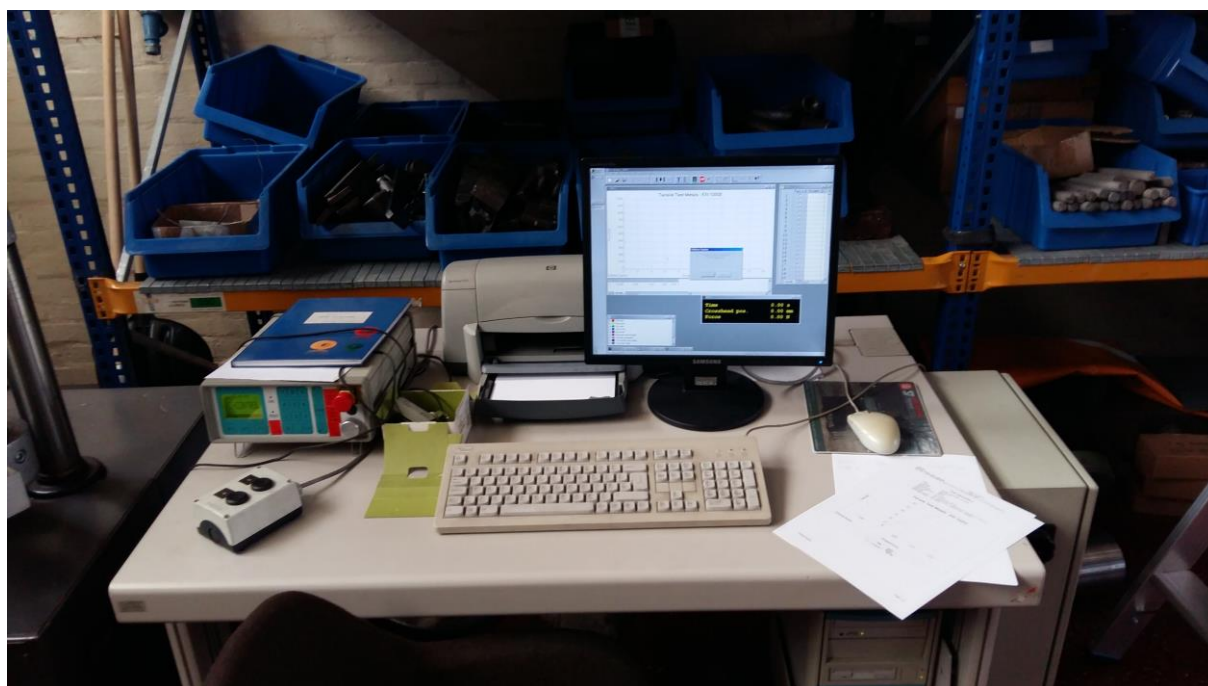
## 4.2 ODREĐIVANJE POMOĆU EKSTENZOMETRA

### 4.2.1 Kidalica

Ispitivanja su provedena na unverzalnoj kidalici. Proizvođač je tvrtka WPN iz Njemačke. Model kidalice je EU 40 MOD. Mjerno područje je od 0 do 400 kN. Serijski broj kidalice je 990.06/83/85. Program preko kojeg je provedeno ispitivanje je TireTest.



Slika 16. Kidalica WPM



Slika 17. Računalo s TireTest programom spojenim na kidalicu

### 4.2.3 Ispitivanje pomoću kontaktnog ekstenzometra

Prvo ispitivanje modula elastičnosti provedeno je na kidalici pomoću kontaktnog ekstenzometra. Predopterećenje na kidalici je iznosilo 2,5 kN. Rezultati su bilježeni u području Hook-ovog pravca. Ispitivanje su provodena tako da se za svakih 5 kN bilježilo produljenje. Koristio se ekstenzometar sljedećih karakteristika:

- Proizvođač: Mess & Feinwerktechnik, Njemačka
- Vrsta: MFA 2
- Serijski broj: 012872
- Rezolucija: 0,01 mm
- Klasa: 0,5

### 4.2.3.1 Meki čelik

Tablica 5. Rezultati ispitivanja za meki čelik

$F, N$	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000
$\Delta l, mm$	0,0068	0,0179	0,0287	0,0395	0,05	0,0608	0,0712	0,2045

U tablici 5 prikazani su rezultati očitavanja produljenja u ovisnosti o sili za meki čelik. Na temelju tih rezultata izračunat je modul elastičnosti između ovih točaka. Rezultate smo prikazali u tablici 6.

Tablica 6. Rezultati modula elastičnosti za meki čelik

Raspon sile, kN	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>	Raspon sile, kN	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
(10-15)	199138,1302	(15-20)	204669,7449
(10-20)	201866,0498	(15-25)	204669,7449
(10-25)	202792,0408	(15-30)	206582,5463
(10-30)	204669,7449	(15-35)	206101,0019
(10-35)	204669,7449	(15-40)	207357,7153
(10-40)	205940,9856	<b>(15-45)</b>	<b>71075,02395</b>
<b>(10-45)</b>	<b>78265,21353</b>	<b>(15-50)</b>	<b>54597,85714</b>
<b>(10-50)</b>	<b>60045,72482</b>		
(20-25)	204669,7449	(25-30)	210517,4519
(20-30)	207552,4174	(25-35)	207552,4174
(20-35)	206582,5463	(25-40)	209189,2661
(20-40)	208040,776	<b>(25-45)</b>	<b>53586,26048</b>
<b>(20-45)</b>	<b>62867,83973</b>	<b>(25-50)</b>	<b>42216,06656</b>
<b>(20-50)</b>	<b>48652,23576</b>		
(30-35)	204669,7449	(35-40)	212541,6582
(30-40)	208531,4382	<b>(35-45)</b>	<b>30764,55456</b>
<b>(30-45)</b>	<b>42921,03388</b>	<b>(35-50)</b>	<b>27572,97187</b>
<b>(30-50)</b>	<b>35183,97525</b>		
<b>(40-45)</b>	<b>16582,39494</b>	<b>(45-50)</b>	<b>22835,05418</b>
<b>(40-50)</b>	<b>19212,80526</b>		

### 4.2.3.2 Aluminij

Prilikom ispitivanja bilježeni su rezultati svakih 500 N. Predopterećenje je također iznosilo 2,5 kN. Sve točke se nalaze na Hook-ovom pravcu osim zadnje dvije koje nisu te će se to prikazati na rezultatima modula elastičnosti.

**Tablica 7. Rezultati ispitivanja za aluminij**

F,N	$\Delta l$ ,mm
2500	0,0127
3000	0,0164
3500	0,0185
4000	0,0228
4500	0,0267
5000	0,0313
5500	0,0359
6000	0,0413
6500	0,0472
7000	0,0546
7500	0,0668
8000	0,1066
8500	0,1355
9000	0,1733

U tablici 7 prikazani su rezultati očitavanja produljenja epruvete u ovisnosti o sili za aluminij. Na temelju tih podataka izračunat je model elastičnost. Rezultati modula elastičnosti za različite raspone prikani su u tablici 8 i tablici 9.

**Tablica 8. Rezultati modula elastičnosti za aluminij**

Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>		Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
2500-3000	59741,43905		3000-3500	105258,72590
2500-3500	76221,83603		3000-4000	69076,038900
2500-4000	65656,43302		3000-4500	64381,55082
2500-4500	63155,23557		3000-5000	59340,48980
2500-5000	59420,24852		3000-5500	56677,77551
2500-5500	57166,37702		3000-6000	53263,45168
2500-6000	54101,51299		3000-6500	50237,11920
2500-6500	51256,42307		3000-7000	46291,79571
2500-7000	47479,47304		3000-7500	39472,02223
2500-7500	40858,28549		3000-8000	24505,91181
2500-8000	25894,31916		3000-8500	20415,42040
2500-8500	21600,32487		3000-9000	16905,79920
2500-9000	17892,67259			
3500-4000	51405,42430		4000-4500	56677,77551
3500-4500	53913,00597		4000-5000	52010,19400

Tablica 9. Rezultati modula elastičnosti za aluminij(nastavak)

Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>		Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
3500-5000	51807,02918		4000-5500	50620,60866
3500-5500	50814,55735		4000-6000	47793,15124
3500-6000	48474,41327		4000-6500	45295,76322
3500-6500	46211,14798		4000-7000	41706,28764
3500-7000	42861,58647		4000-7500	35165,98344
3500-7500	36611,73076		4000-8000	21101,98802
3500-8000	22581,04336		4000-8500	17652,08448
3500-8500	18892,59184		4000-9000	14687,26409
3500-9000	15707,21298			
4500-5000	48052,89663		5000-5500	48052,89663
4500-5500	48052,89663		5000-6000	44208,66490
4500-6000	45419,86120		5000-6500	41706,28764
4500-6500	43130,40478		5000-7000	37947,35184
4500-7000	39613,49901		5000-7500	31132,86260
4500-7500	33073,81414		5000-8000	17613,01390
4500-8000	19365,49777		5000-8500	14849,35961
4500-8500	16253,18562		5000-9000	12453,14504
4500-9000	13570,19045			
5500-6000	40933,94898		6000-6500	37464,97025
5500-6500	39122,71230		6000-7000	33239,59767
5500-7000	35461,49591		6000-7500	26005,09700
5500-7500	28614,02259		6000-8000	13540,17302
5500-8000	15632,48405		6000-8500	11732,66054
5500-8500	13315,86292		6000-9000	10047,42384
5500-9000	11261,30474			
6500-7000	29870,71953		7000-7500	18118,30529
6500-7500	22555,44127		7000-8000	8501,666327
6500-8000	11163,80427		7000-8500	8196,909437
6500-8500	10013,28763		7000-9000	7448,806217
6500-9000	8764,60446			
7500-8000	5553,852374		8000-8500	7648,557941
7500-8500	6435,031281		8000-9000	6627,985742
7500-9000	6226,572521			
8500-9000	5847,706997			

### 4.2.3.3 Mjed

Za mjed je korišteno predopterećenje od 2,5 kN. Točke su bilježene svakih 5000 N. Sve točke se nalaze na Hook-ovom pravcu osim zadnje dvije.

**Tablica 10. Rezultati ispitivanja za mjed**

$F, N$	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000
$\Delta l, mm$	0,0171	0,0428	0,0711	0,095	0,1156	0,1343	0,1622	0,2347	0,368

Za vrijeme ispitivanja bilježeni su podaci o produljenju epruvete za određene sile. Rezultati produljenja prikazani su tablici 10. U tablici 11 prikazani su izračunati modulu elastičnosti za određene raspone sila.

**Tablica 11. Rezultati modula elastičnosti za mjed**

Raspon sile, N	Modul elastičnosti, $N/mm^2$		Raspon sile, N	Modul elastičnosti, $N/mm^2$
5000-10000	86009,07568		10000-15000	78107,18180
5000-15000	81867,89796		10000-20000	84690,92892
5000-20000	85125,79891		10000-25000	91089,28207
5000-25000	89763,78660		10000-30000	96630,96153
5000-30000	94301,75960		10000-35000	92564,20624
5000-35000	91403,16657		10000-40000	69112,03476
5000-40000	71107,68711		10000-45000	47580,05140
5000-45000	50394,60233			
15000-20000	92486,74665		20000-25000	107302,58470
15000-25000	99345,31438		20000-30000	112490,24150
15000-30000	104925,62870		20000-35000	98680,05558
15000-35000	97055,24676		20000-40000	63290,85884
15000-40000	67556,02827		20000-45000	40484,12536
15000-45000	44670,25756			
25000-30000	118204,98640		30000-35000	79226,99803
25000-35000	94868,37961		30000-40000	44032,53476
25000-40000	55678,41927		30000-45000	28375,26630
25000-45000	35030,63780			
35000-40000	30488,73441		40000-45000	16582,39494
35000-45000	21481,37264			



### 4.3 Ispitivanje pomoću mehaničkog ekstenzometra

Ispitivanje je provedeno pomoću mehaničkog ekstenzometra koji mjeri produljenje s lijeve i desne strane. Kao konačni rezultat uzima se aritmetička sredina dobivenih rezultata.

- Proizvođač: Ing Bernhard Holle, Njemačka
- Vrsta: Analogni, mehanički
- Serijski broj: I / TGL7682 / K3
- Rezolucija: 2  $\mu\text{m}$
- Klasa: 2

#### 4.3.1 Meki čelik

Za ovo ispitivanje postavljeno je predopterećenje od 2,5 kN te su se očitavale točke produljenja svakih 5000 N. Nakon što bi zapisali rezultate produljenja epruveta se rasteretila te se ponovno opteretila za silu veću 5000 N. Prilikom očitavanja produljenja očitavalo se istovremeno lijeva i desna skala te se na kraju uzela aritmetička sredina produljenja. Rezultati produljenja za meki čelik prikazani su u tablici 12.

Tablica 12. Rezultati meki čelik

$F, \text{N}$	$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_s$	$\Delta l, \text{mm}$
5000	0,6	0,9	0,75	0,0075
10000	0,8	1,5	1,15	0,0115
15000	1,8	2,5	2,15	0,0215
20000	2,9	3,8	3,35	0,0335
25000	3,8	4,8	4,30	0,0430
30000	4,7	5,8	5,25	0,0525
35000	6,0	6,8	6,40	0,0640
40000	6,3	7,0	6,65	0,0665
45000	145	150	147,5	1,4750

U tablici 13 prikazani su izračunati modulu elastičnosti za određene raspone sila.

**Tablica 13. Rezultati za modul elastičnosti za meki čelik**

Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>		Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
5000-10000	552608,3112		10000-15000	221043,3245
5000-15000	315776,1778		10000-20000	200948,4768
5000-20000	255049,9898		10000-25000	210517,4519
5000-25000	249062,9008		10000-30000	215652,0239
5000-30000	245603,6939		10000-35000	210517,4519
5000-35000	234736,2738		10000-40000	241138,1722
5000-40000	262254,7918		10000-45000	10572,62229
5000-45000	12050,06198			
15000-20000	184202,7704		20000-25000	232677,1837
15000-25000	205621,6972		20000-30000	232677,1837
15000-30000	213912,8947		20000-35000	217419,6634
15000-35000	208040,776		20000-40000	267931,3024
15000-40000	245603,6939		20000-45000	7667,128841
15000-45000	9124,595438			
25000-30000	232677,1837		30000-35000	192211,5865
25000-35000	210517,4519		30000-40000	315776,1778
25000-40000	282182,9674		30000-45000	4661,722133
25000-45000	6174,394539			
35000-40000	884173,298		40000-45000	1569,352677
35000-45000	3133,144217			

### 4.3.2 Aluminij

Za ovo ispitivanje postavljeno je predopterećenje od 2,5 kN i očitavali smo točke svakih 500N. Zatim smo rasteretili epruvete te smo ponovno pokrenuli opterećenje i očitavali vrijednost. Postupak smo ponavljali sve dok nismo izašli sa Hook-ovog pravca

**Tablica 14. Rezultati ispitivanja za aluminij**

F,N	$\Delta l_1, \text{mm}$	$\Delta l_2$	$\Delta l_s$	$\Delta l, \text{mm}$
2500	0,5	1	0,75	0,0075
3000	0,9	1,2	1,05	0,0105
3500	1,1	1,4	1,25	0,0125
4000	1,3	1,8	1,55	0,0155
4500	1,7	2	1,85	0,0185
5000	1,7	2,5	2,1	0,021
5500	2,1	2,9	2,5	0,025
6000	2,5	3,5	3	0,03
6500	3	4,2	3,6	0,036
7000	3,5	5	4,25	0,0425
7500	4	6,2	5,1	0,051
8000	5,8	8,1	6,95	0,0695
8500	9	11,8	10,4	0,104
9000	27	29,5	28,25	0,2825
9500	54,2	58	56,1	0,561
10000	91	93	92	0,92

**Tablica 15. Rezultati modula elastičnosti za aluminij**

Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>		Raspon sile,N	Modul elastičnosti, N/mm <sup>2</sup>
2500-3000	73681,10816		3000-3500	110521,6622
2500-3500	88417,3298		3000-4000	88417,3298
2500-4000	82891,24668		3000-4500	82891,24668
2500-4500	80379,39072		3000-5000	84206,98076
2500-5000	81867,89796		3000-5500	76221,83603
2500-5500	75786,28268		3000-6000	68013,33061
2500-6000	68769,03429		3000-6500	60678,55966
2500-6500	62047,24898		3000-7000	55260,83112
2500-7000	56839,71201		3000-7500	49120,73878
2500-7500	50814,55735		3000-8000	37464,97025
2500-8000	39217,36402		3000-8500	26005,097
2500-8500	27487,25279		3000-9000	9751,911375
2500-9000	10449,32079			
3500-4000	73681,10816		4000-4500	73681,10816
3500-4500	73681,10816		4000-5000	80379,39072

**Tablica 16. Rezultati modula elastičnosti za aluminij(nastavak)**

Raspon sile,N	Modul elastičnosti,MPa		Raspon sile,N	Modul elastičnosti,MPa
3500-5000	78015,291		4000-5500	69803,1551
3500-5500	70733,86384		4000-6000	60977,46883
3500-6000	63155,23557		4000-6500	53913,00597
3500-6500	56436,59349		4000-7000	49120,73878
3500-7000	51576,77571		4000-7500	43586,00765
3500-7500	45931,08041		4000-8000	32747,15918
3500-8000	34901,57755		4000-8500	22478,98215
3500-8500	24157,74038		4000-9000	8278,776198
3500-9000	9005,468776			
4500-5000	88417,3298		5000-5500	55260,83112
4500-5500	68013,33061		5000-6000	49120,73878
4500-6000	57663,47595		5000-6500	44208,6649
4500-6500	50524,18846		5000-7000	41124,33944
4500-7000	46050,6926		5000-7500	36840,55408
4500-7500	40807,99837		5000-8000	27345,56592
4500-8000	30339,27983		5000-8500	18642,20809
4500-8500	20682,41633		5000-9000	6762,319679
4500-9000	7535,56788			
5500-6000	44208,6649		6000-6500	36840,55408
5500-6500	40189,69536		6000-7000	35366,93192
5500-7000	37893,14134		6000-7500	31577,61778
5500-7500	34006,66531		6000-8000	22384,13413
5500-8000	24836,32859		6000-8500	14935,35976
5500-8500	16788,10059		6000-9000	5252,514641
5500-9000	6008,944743			

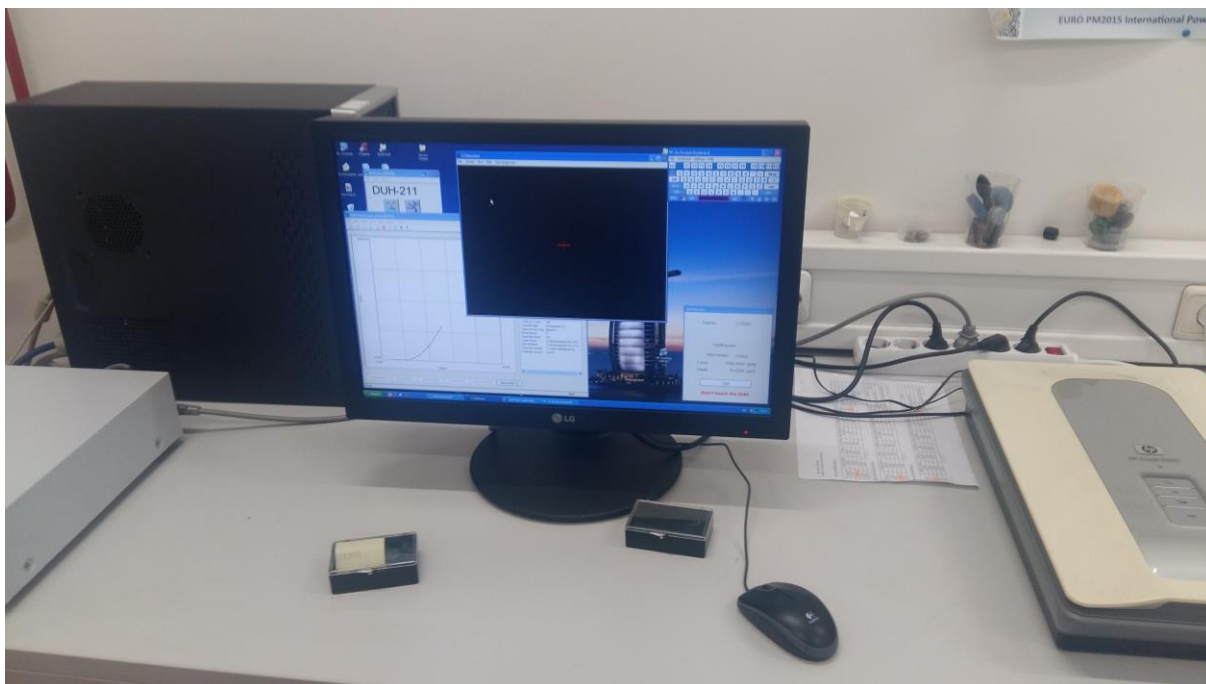
U tablici 14 prikazani su rezultati produljenja epruvete za aluminij. U tablici 15 i tablici 16 prikazani su izračunati moduli elastičnosti za aluminij.

#### 4.4 Instrumentirana metoda identacije

Na slici 18 prikazan je uređaj SHIMADZU DUH-211S. Ovim uređajem odrađena je instrumentirana metoda identacije.



Slika 18. SHIMADZU DUH-211S

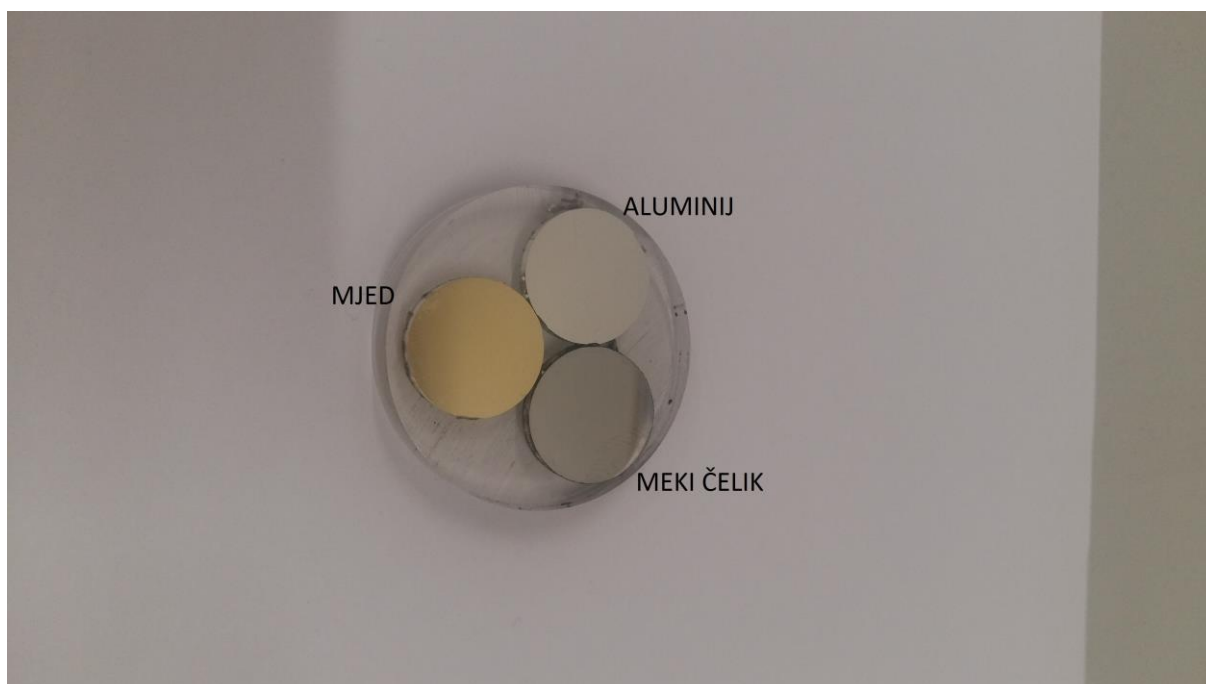


Slika 19. Računalo s programom spojeno na DUH-211

#### 4.4.3 Materijali

Za ovo ispitivanje uzete su ove vrste materijala:

- Mjed
- Aluminij
- Meki čelik



Slika 20. Uzorci

## 4.4.4 Ispitivanje pomoću identora tvrdoće

### 4.4.4.1 Mjed

Za ovu vrstu materijala maksimalna sila postavljena je na 1500 N i Poissonov koeficijent 0,357.

**Tablica 17. Rezultati dobiveni identorom za mjed**

Test br	$F_{max}$ [mN]	$h_{max}$ [um]	$h_p$ [um]	$h_r$ [um]	$HMs$ [N/mm2]	$H_{it}$ [N/mm2]	$E_r$ [N/mm2]	$C_{it}$ %	$n_{it}$ %	HV
1	1504.59	6,5012	5,4422	5,7779	1124,215	1768,565	9,51E+04	0,561	16,87	163,42
2	1502.72	6,4958	5,3741	5,7804	1229,631	1766,077	9,35E+04	0,503	16,967	163,19
3	1504.59	6,4998	5,3514	5,7946	1236,978	1761,365	9,24E+04	0,495	17,234	162,75
4	1504.38	6,5469	5,3884	5,8341	1176,768	1736,969	9,29E+04	0,481	17,386	160,5
5	1505.64	6,2536	4,9983	5,5194	1212,389	1932,113	9,31E+04	0,571	17,921	178,53

Rezultati koji su dobiveni prikazani su u tablici 17. Informacije o modul elastičnosti dobit će se tako da dobiveni modul elastičnosti uvrstimo u sljedeću formulu.

$$E = (1 - \nu_m^2) \left[ \frac{1}{E_r} - \frac{1 - \nu_i^2}{E_{in}} \right]^{-1} \quad (4.4.4.1.1)$$

**Tablica 18. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za mjed**

$E_i$	890 kN/mm2
$\nu_i$	0,075
$\nu_m$	0,0357

U tablici 18. prikazani su faktori koji su potrebni zbog izračuna modula elastičnosti.

Kada su svi potrebni faktori uvršteni u zadanu jednadžbu dobiveni su sljedeći rezultati:

**Tablica 19. Modul elastičnosti za mjed**

Test Br	$E$ (kN/mm <sup>2</sup> )
1	92,869
2	91,051
3	89,878
4	90,436
5	90,692

U tablici 19. prikazani su izračunati rezultati modula elastičnosti za mjed.

#### 4.4.4.2 Aluminij

Za ovu vrstu materijala maksimalna sila je postavljena na 1500 N i Poissonov koeficijent iznosi 0,334. Rezultati su sljedeći:

**Tablica 20. Rezultati dobiveni identorom za aluminij**

Test br.	$F_{\max}$ [mN]	$h_{\max}$ [um]	$h_p$ [um]	$h_r$ [um]	HMs [N/mm <sup>2</sup> ]	$H_{it}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_r$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$C_{it}$ %	$n_{it}$ %	HV
1	1505,2	13,3576	11,9849	12,7692	265,924	376,555	6,253E+04	0.930	6.674	34.794
2	1503,3	13,4399	12,2509	12,8428	244,167	371,712	6,210E+04	0.853	6.271	34.346
3	1503,1	20,6019	19,6469	20,0016	266,043	154,48	4,821E+04	0.553	6.502	14.274
4	1503,5	13,2957	12,5621	12,6959	270,664	380,277	5,902E+04	0.830	6.550	35.138
5	1503,5	13,2247	12,4707	12,6163	283,426	384,906	6,214E+04	0.871	6.894	35.565
6	1503,5	13,4191	12,5893	12,8129	291,439	373,351	6,123E+04	0.803	6.897	34.498

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 20. Informacije o modul elastičnosti ćemo dobiti tako da dobiveni modul elastičnosti uvrstimo u sljedeću formulu.

$$E = (1 - \nu_m^2) \left[ \frac{1}{E_r} - \frac{1 - \nu_i^2}{E_{in}} \right]^{-1} \quad (4.4.4.2.1)$$

**Tablica 21. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za aluminij**

$E_i$	890 kN/mm <sup>2</sup>
$\nu_i$	0,075
$\nu_m$	0,334



U tablici 21. prikazani su faktori koji su potrebni za izračunavanje modula elastičnosti za aluminij.

Kada su svi potrebni faktori uvršteni u zadanu jednadžbu dobiveni su sljedeći rezultati:

**Tablica 22. Modul elastičnosti za aluminij**

Test Br	$E$ (kN/mm <sup>2</sup> )
1	59,728
2	59,285
3	45,273
4	56,14
5	59,321
6	58,397

U tablici 22. prikazani su rezultati izračunatog modula elastičnosti za aluminij.

#### 4.4.4.3 Meki čelik

Za ovu vrstu materijala maksimalna sila je postavljena na 1500 N i Poissonov koeficijent iznosi 0,3. Rezultati su sljedeći:

**Tablica 23. Rezultati dobiveni indentorom za meki čelik**

Test br	$F_{\max}$ [mN]	$h_{\max}$ [um]	$h_p$ [um]	$h_r$ [um]	HMs [N/mm <sup>2</sup> ]	$H_{it}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_r$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$C_{it}$ %	$n_{it}$ %	HV
1	1504,2	6,7665	5,456	5,837	975,268	1704,039	1,632E+05	1,109	19,84	157,45
2	1506,0	6,8384	5,549	5,884	1026,193	1676,786	1,603E+05	0,927	20,48	154,94
3	1504,2	6,7784	5,659	5,841	998,384	1700,76	1,593E+05	1,055	20,37	157,15
4	1504,1	6,9695	5,789	6,027	923,564	1600,607	1,659E+05	0,957	19,12	147,9
5	1504,1	7,0233	5,741	6,062	1000,107	1580,399	1,622E+05	0,928	19,52	146,03

Rezultati koje smo dobili prikazani su u tablici 23. Rezultati iz tablice se uzimaju i uvrštavaju u sljedeću formulu da bi se dobio modul elastičnosti.

$$E = (1 - \nu_m^2) \left[ \frac{1}{E_r} - \frac{1 - \nu_i^2}{E_{in}} \right]^{-1} \quad (4.4.4.3.1)$$

**Tablica 24. Vrijednosti ostalih faktora za izračunavanje modula elastičnosti za meki čelik**

$E_i$	890 kN/mm <sup>2</sup>
$\nu_i$	0,075
$\nu_m$	0,334

U tablici 24 prikazani su faktori koji su potrebni da se izračuna modul elastičnosti za meki čelik. Kada su svi potrebni faktori uvršteni u zadanu jednadžbu dobiveni su sljedeći rezultati:

**Tablica 25. Modul elastičnosti za meki čelik**

Test Br	E(kN/mm <sup>2</sup> )
1	182,875
2	178,784
3	177,558
4	186,519
5	181,469

U tablici 25 prikazani su izračunati moduli elastičnosti za meki čelik.

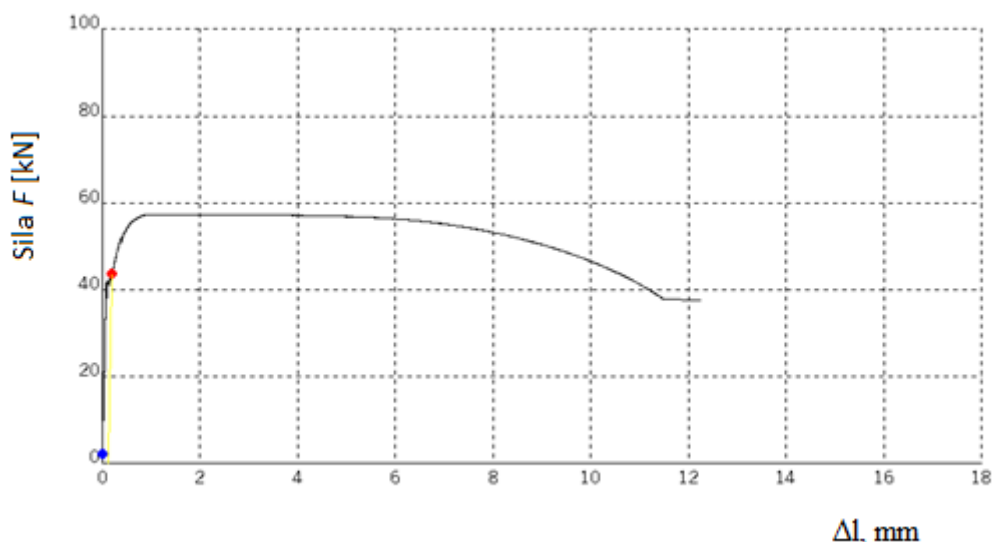
## 5. ANALIZA REZULTATA

Nakon provođenja ispitivanja potrebno je provesti analizu rezultata. Analiza rezultata pokazuje da više čimbenika utječe na izračunavanje modula elastičnosti. Analizom će se prikazati razlozi odstupanja vrijednosti modula elastičnosti od teorijske vrijednosti.

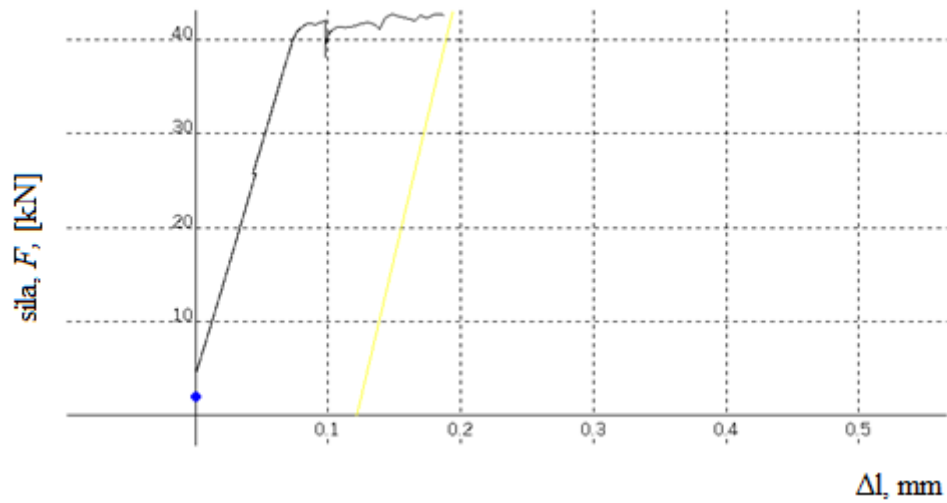
### 5.1 Utjecaj izbora raspona

U prikazanim rezultatima se vidi da rezultati dobiveni pomoću kontaknog ekstenzometra ne odskakuju previše od teorijske vrijednosti modula elastičnosti. Problem koji je uočen tijekom ispitivanja jest izlazak točke očitavanja i znatno odstupanje vrijednosti modula elastičnosti. Prilikom računanja modula elastičnosti potrebno je paziti koje vrijednosti sile se uzimaju za računanje, tj. da li se točke nalaze u elastičnom ili plastičnom području deformacija.

Kao što pokazuje (slika 21.) utjecaj raspona je evidentan jer ako uzmemo točku višu, čak i pri granice razvlačenja dobiva se strmiji pravac, tj. drugi modul elastičnosti u odnosu na točke koje se nalaze na Hook-ovom pravcu.

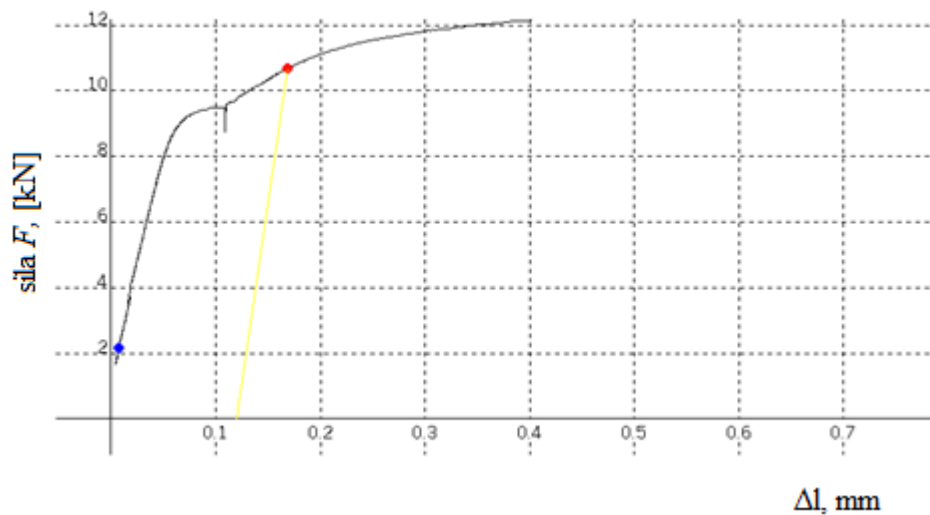


Slika 21. Dijagram sila-produljenje za meki čelik



**Slika 22. Dijagram sila-produljenje za meki čelik-2**

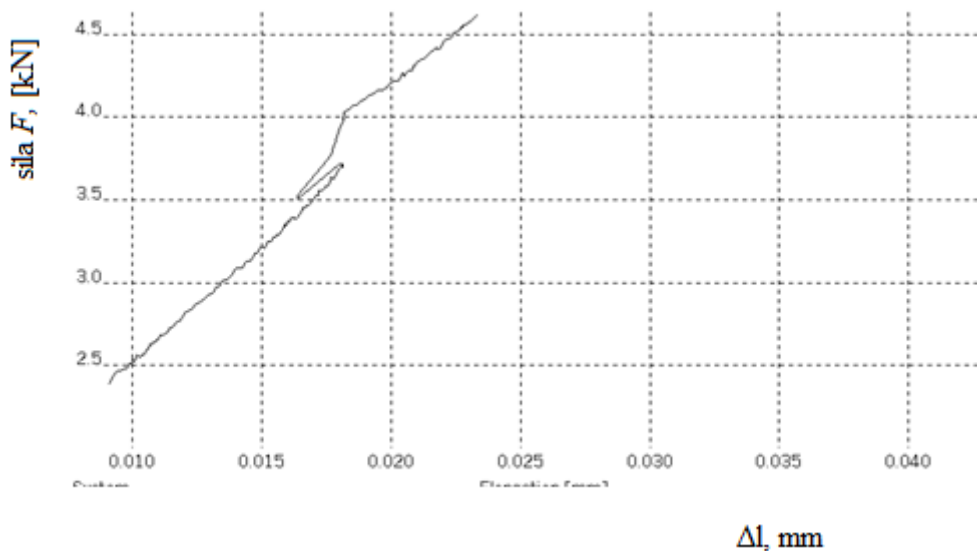
Slika 22 Pokazuje još bolje razliku u nagibu pravca tj.zašto se mora uzimati samo točke do granice razvlačenja.



**Slika 23. Dijagram sila-produljenje za aluminij**

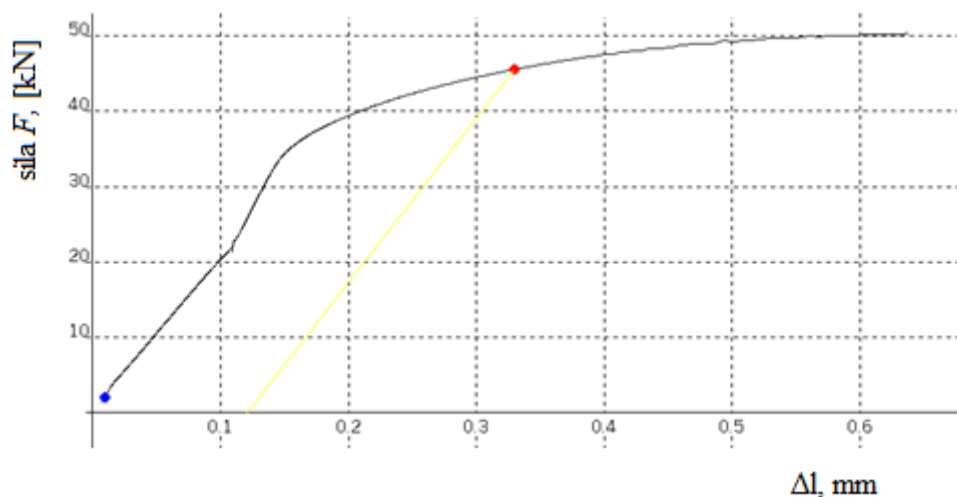
Slika 23. pokazuje problem raspona kod mekih materijala. Na dijagramu je vidljivo da se vrijednosti sile iznad 8 kN nalaze ispod granice razvlačenja, ali više nije isti kut nagiba stoga nam vrijednosti modula elastičnosti drastično odstupaju od teorijskih vrijednosti.

Također problem koji je uočen da ima mjesta koja dosta odstupaju od linearnosti pa zbog toga također moramo paziti koje točke uzimamo za računanje modula elastičnosti



Slika 24. Problem nelinearnosti kod aluminija

Slika 24 Pokazuje problem nelinearnosti Hook-ovog pravca.



Slika 25. Dijagram sila-produljenje za mjed

Slika 25 pokazuje dijagram sila – produljenje iz kojeg se vidi da mjed nema jasno izraženu granicu razvlačenja.

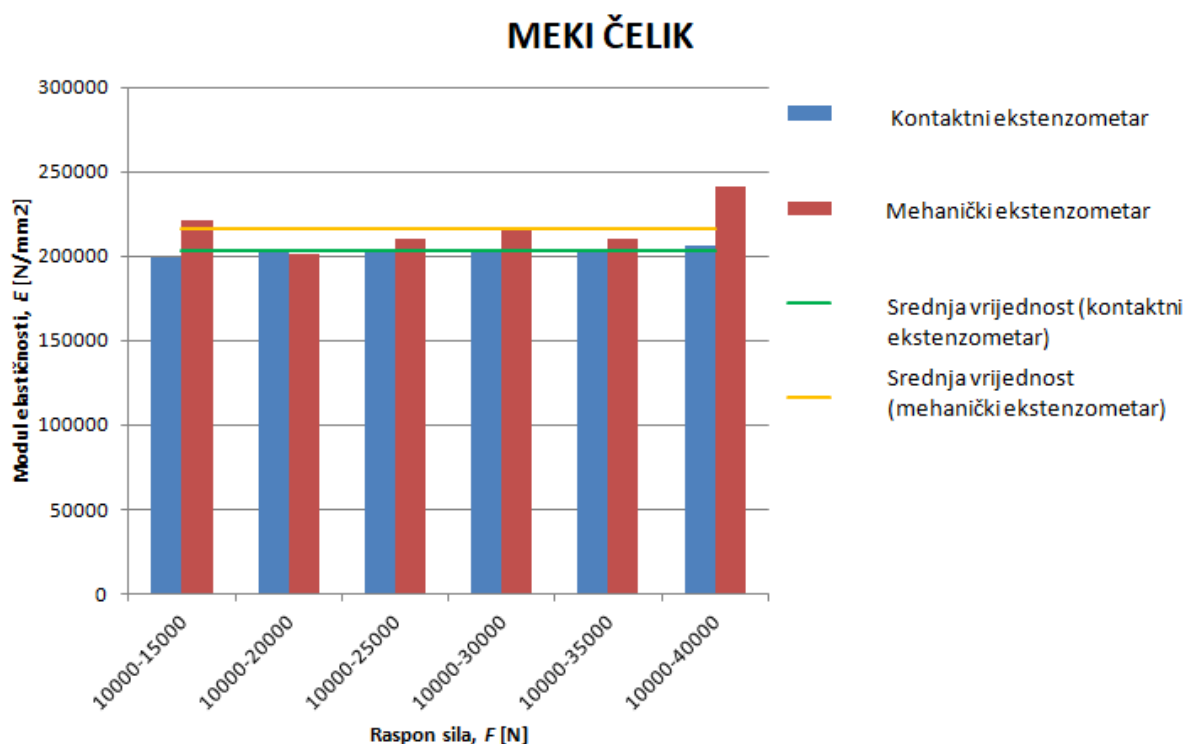
## 5.2 Usporedba rezultata

### 5.2.1 Meki čelik

Tablica 26. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za meki čelik

Kontaktни екстензометар	Механички екстензометар	Методом идентификације
203179.45 N/mm <sup>2</sup>	216636.15 N/mm <sup>2</sup>	181441.1 N/mm <sup>2</sup>

U tablici 26 prikazane su srednje vrijednosti modula elastičnosti za meki čelik. Raspon sila za mehanički i kontaktni ekstenzometar su od 10 kN do 40 kN. Iznosi modula elastični su vrlo identični, pogotovo oni koji su dobiveni metodom kontaktnog ekstenzometra i mehaničkog ekstenzometra. Metoda identacije također ne pokazuje veliko odstupanje.



Slika 26. Usporedba rezultata kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra za meki čelik

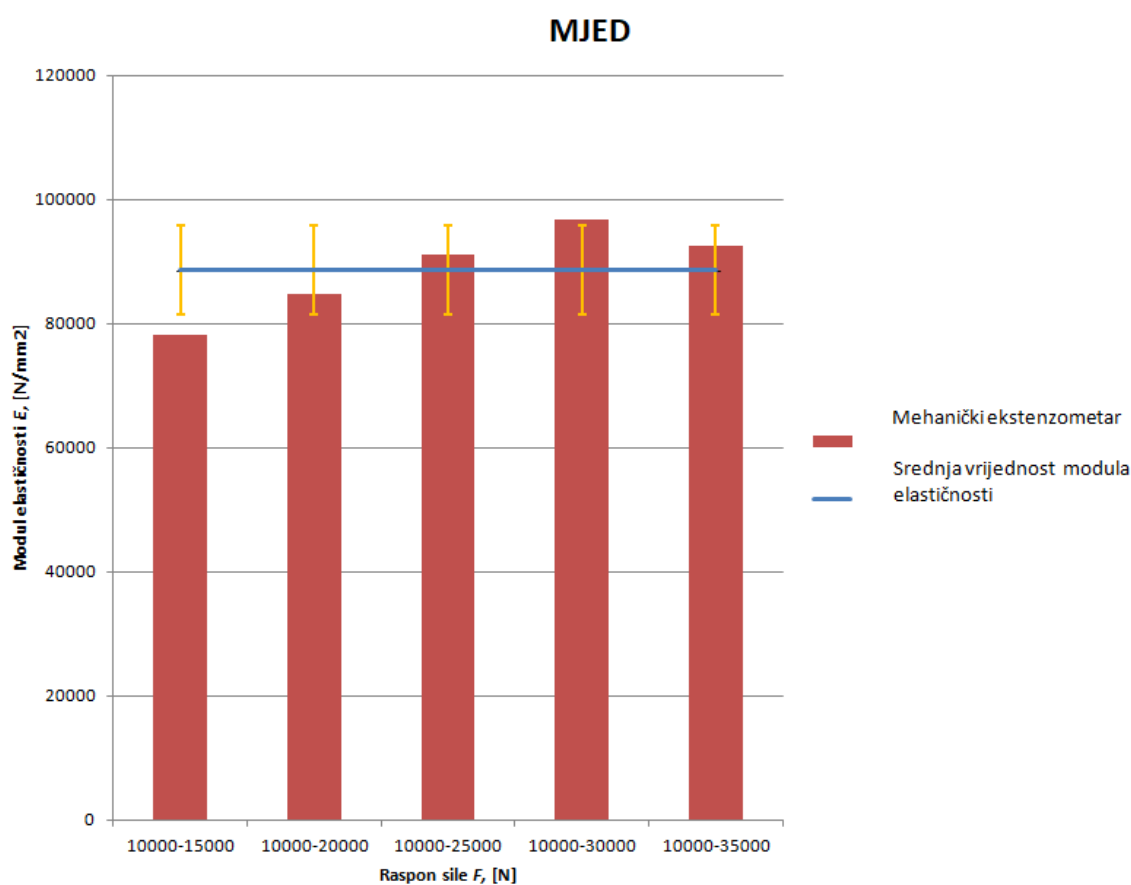
Na slici 26 prikazna je usporedba rezultata kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra za meki čelik. Također je prikazana aritmetička sredina za pojedini ekstenzometar i njihova standardna devijacija. Iz slike je vidljivo da su rezultati modula elastičnosti dobiveni uz primjenu različitih ekstenzometara vrlo slični. Kontaktni ekstenzometar pokazuje malu vrijednost standardne devijacije, što se i očekuje s obzirom da posjeduje bolju klasu točnosti od mehaničkog ekstenzometra.

## 5.2.2 Mjed

**Tablica 27. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za mjed**

Kontaktни екстензометар	Механички екстензометар	Методом идентификације
88616.51 N/mm <sup>2</sup>	/	90985.2 N/mm <sup>2</sup>

U tablici 27 prikazane su srednje vrijednosti modula elastičnosti za mjed. Raspon sila za mehanički i kontaktни екстензометар su od 10 kN do 35 kN. Iz modula elastičnosti za metodu kontaktног екстензометра i metodu идентификације se značajno podudaraju.



**Slika 27. Prikaz rezultata mehaničkog ekstenzometra**

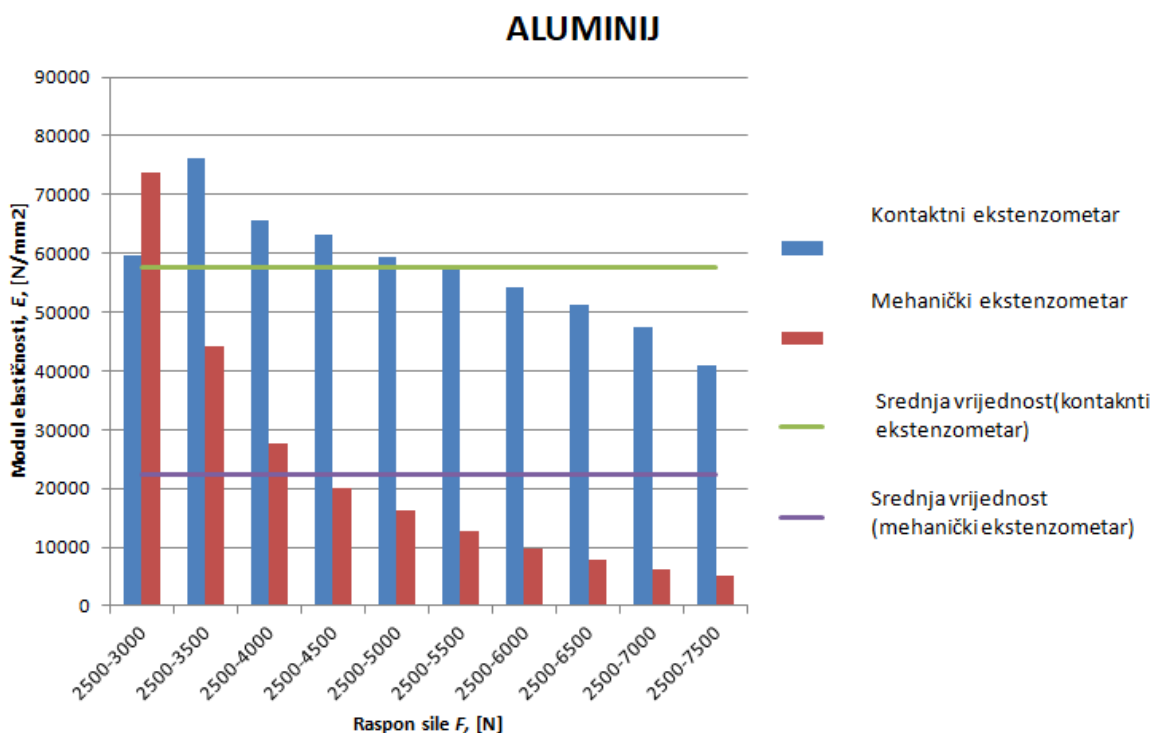
Na slici 27 prikazani su rezultati kontaktног екстензометра. Rezultati mehaničkog ekstenzometra nisu prikazani jer nisu provedena ispitivanja zbog klizanja mjedi u stezaljkama kidalice. S obzirom da mjed pokazuje niže vrijednosti modula elastičnosti, očekuje se veća elastična deformacija primjenjenom opterećenju. Shodno tome iz slike možemo očitati veća odstupanja za različite raspone sila, što nije bio slučaj kod mekog čelika.

### 5.2.3 Aluminij

**Tablica 28. Usporedba srednjih vrijednosti rezultata modula elastičnosti za aluminij**

Kontaktни екстензометар	Механички екстензометар	Методом идентификације
57505.73 N/mm <sup>2</sup>	22359.39 N/mm <sup>2</sup>	56357.33 N/mm <sup>2</sup>

Raspon sile kod kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra je bilo od 2,5 kN do 7,5 kN. Aluminij je pokazao znatno manje vrijednosti modula elastičnosti u odnosu na meki čelik, uz primjenu nižeg raspona sile. Iznosi modula elastičnosti se primjetno razlikuju za svaku provedenu metodu ispitivanja.



**Slika 28. Usporedba rezultata kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra aluminij**

Slika 28 prikazuje usporedbu rezultata modula elastičnosti između kontaktnog i mehaničkog ekstenzometra. Također slika prikazuje srednju vrijednost za pojedini ekstenzometar i standardnu devijaciju. Iz slike je vidljivo da se rezultati ispitivanja međusobno značajno razlikuju, ali da se također značajno razlikuju ovisno o rasponu sile na kojem se provodi ispitivanje. Iz slike je također evidentno koliko je klasa ekstenzometra bitan faktor. To se prvenstveno očituje u velikom odstupanju rezultata dobivenih uz pomoć mehaničkog ekstenzometra klase 2.



## 6. ZAKLJUČAK

Prilikom određivanja modula elastičnosti postoje razni čimbenici koji utječu na rezultat. U ovom radu prikazani su samo neki od tih utjecaja. Na temelju provedenih ispitivanja i analize dobivenih rezultata doneseni su sljedeći zaključci:

- Izbor, mjerno područje i točnost ekstenzometra ima veliki utjecaj na rezultate. Kod metalnih materijala točnost ekstenzometra predstavlja značajni faktor. Iz analize rezultata vidljivo je da mehanički ekstenzometar ima velika odstupanja od kontaktnog ekstenzometra. Razlog tome je što mehanički ekstenzometar klase 2, a kontaktni ekstenzometar je klase 0,5. Stoga zaključujemo da mehanički ekstenzometar ne pokazuje vjerodostojne rezultate pa zbog toga njegove rezultate ne uzimamo u obzir.
- Veliki utjecaj na rezultate ima izbor mjernog područja opterećenja. Prilikom analize rezultata prikazano je da materijali ne pokazuju savršeno linearno – elastično ponašanje u području Hook-ovog pravca pa zbog toga dolazi do odstupanja u rezultatima modula elastičnosti. Razlog tome što ispitni uzorci nisu idealno linearizirani je homogenost materijala. Također utjecaj na linearnost ima i obrada ispitnog uzorka. Stoga uzorci moraju biti „idealno“ pripremljeni da bi rezultati bili što vjerodostojniji.
- Veliki problem za određivanje modula elastičnosti kod pojedinih materijala je neizražena granica razvlačenja. Ako uzimamo jako velike sile opterećenja koje su blizu plastičnog područja materijala postoji mogućnost pogreške (zbog klizanja i sl.). U tome djelu materijal se više ne ponaša po pravilima Hook-ovog zakona i postoji mogućnost da vrlo lagano prijeđe u plastično područje. Rezultati koji se računaju sa velikim silama opterećenja koje se nalaze blizu granice razvlačenja treba uzimati s oprezom.
- Također jedan od problema je kod materijala koji nemaju idealno ravan Hook-ov pravac trebamo ga linearizirati. Prilikom linearizacije dolazi do odstupanja od stvarne vrijednosti modula elastičnosti.

## 7. LITERATURA

- [1] Podloge za predavanja iz kolegija „Mehanička svojstva materijala“
- [2] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov\\_modul\\_elasti%C4%8Dnosti](https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov_modul_elasti%C4%8Dnosti), (05.02.2018)
- [3] <http://www.bestech.com.au/wp-content/uploads/Modulus-of-Elasticity.pdf>  
(12.01.2018)
- [4] Podloge za predavanja iz kolegija „Materijali 1“
- [5] <http://vtsnis.edu.rs/wp-content/plugins/vts-predmeti/uploads/Odredjivanje%20modula%20elasticnosti.jelena.pdf> ,12.12.2017
- [6] Podloge za predavanja – Mašinski fakultet – Vježba: Određivanje elastičnosti
- [7] The Determination of Uncertainties in Tensile Testing; W. GABAUER VOEST-ALPINE STAHL LINZ GmbH
- [8] INTRODUCTION TO INSTRUMENTED INDENTATION TESTING; J.Hay
- [9] [https://bs.wikipedia.org/wiki/Mjerna\\_nesigurnost](https://bs.wikipedia.org/wiki/Mjerna_nesigurnost) , (20.02.2018)

## **8. PRILOZI**

[1] CD