

# Numerička analiza višeosnog Arcan prihvata i optimizacija dimenzija leptirastog ispitnog uzorka

---

Janković, Danijel

Master's thesis / Diplomski rad

2017

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:468974>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Danijel Janković**

Zagreb, 2017. godine

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević

Danijel Janković

Zagreb, 2017. godine

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Prvo, bih želio izraziti najveću zahvalnost mentoru, doc. dr. sc. Zvonimiru Tomičeviću, za njegovo nesebično vodstvo i stalnu potporu tijekom pisanja ovog rada. Zahvaljujem se na pruženim savjetima, uloženom trudu, korisnim primjedbama te na iskazanom strpljenju.

Iznimno zahvaljujem Damjanu Čakmaku mag. ing. stroj. na strpljenju, nesebičnoj podršci, prijateljstvu i brojnim debatama i vrlo korisnim savjetima iz područja numerike te ostalim problemima koji su se javljali tijekom izrade rada.

Zahvaljujem kolegi Filipu Čurčiji univ. bacc. ing. mech. na suradnji prilikom izrade ovog rada, konstrukcijskom rješenju i brojnim razgovorima o istoj tematici.

Zahvaljujem se svojoj najbližoj obitelji koja me je podržavala i vjerovala u mene kroz sve godine studiranja. Najviše zahvaljujem svojim roditeljima, ocu Tomislavu i prerano preminuloj majci Željki, majci koja niti u jednom trenutku nije sumnjala u mene i uvijek mi bila najveći oslonac i motiv u životu, majci bez koje sve ovo što sam do sada postigao ne bi bilo moguće, beskrajno hvala mama! Također, zahvaljujem se svojim roditeljima na ne manje važnoj financijskoj podršci tijekom svih ovih godina.

Od srca zahvaljujem svojoj djevojci Irini na ukazanom povjerenju, golemom strpljenju i podršci koja se pokazala neophodna za završetak studija i ovoga rada.

Također, zahvaljujem svim svoj prijateljima, kolegama s FSB-a i sustanarima u Studenskom domu Stjepan Radić na prijateljstvu i podršci kroz cijelo studiranje.

Hvala Vam svima!

Danijel Janković  
Zagreb, prosinac 2017.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Danijel JANKOVIĆ** Mat. br.: 0035191283

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza višeosnog Arcan prihvata i optimizacija dimenzija leptirastog ispitnog uzorka**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of a multiaxial Arcan rig and geometry optimization of a butterfly sample**

Opis zadatka:

Razvojem optičkih beskontaktnih metoda mjerenja pomaka i deformacija unaprijedene su metode za određivanje mehaničkih parametara materijala. Metoda ažuriranja modela konačnih elemenata (FEMU) temelji se na usporedbi eksperimentalno izmjerenih polja pomaka s onima izračunatim numeričkim simulacijama. Primjenom iterativnog algoritma za inverznu identifikaciju parametara materijala moguće je pouzdanije odrediti ponašanje materijala, budući da su u obzir uzeti lokalizacijski efekti koji se javljaju na ispitnom uzorku tijekom narinutog vanjskog opterećenja. Identifikacija parametra materijala primijenjenog konstitutivnog zakona ovisi o geometriji i dimenzijama ispitnog uzorka. Kod FEMU algoritma polje osjetljivosti pomaka, definirano kao gradijent izračunatih polja pomaka uslijed promjene traženog materijalnog parametra, procjenjuje utjecaj konstitutivnih parametara na eksperimentalno izmjereno polje pomaka.

U radu je potrebno, na temelju dobivenog 3D modela novorazvijenog Arcan prihvata za višeosno opterećenje, provesti numeričke analize za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja u kojima će biti narinuto čisto vlačno, čisto smično te kombinacija vlačnog i smičnog opterećenja. Osim toga, povezivanjem programa za numeričke simulacije i Matlab® programskog jezika razvit će se algoritam za optimizaciju dimenzija leptiraste epruvete koja se koristi kod višeosnog ispitivanja Arcan prihvatom. Povećavanjem polja osjetljivosti pomaka na ispitnom uzorku potrebno je pronaći optimalne dimenzije ispitnog uzorka za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja kod primjene Armstrong-Frederick-ovog materijalnog modela.

Tijekom rada potrebno je:

1. Na temelju dobivene 3D geometrije provesti detaljne numeričke proračune novorazvijenog Arcan prihvata za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja. Verificirati primijenjene konačne elemente.
2. Potrebno je proučiti mogućnosti povezivanja numeričkog programa Abaqus® i Matlab® programskog jezika u jednu optimizacijsku cjelinu.
3. Razviti algoritam za optimizaciju dimenzija ispitnog uzorka temeljem polja osjetljivosti.
4. Optimirati dimenzije leptirastog ispitnog uzorka za elastoplastični konstitutivni zakon. Koristiti parametre materijala za nehrđajući čelik 17-7 PH iz literature.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datum obrane:

28. rujna 2017.

30. studenog 2017.

6., 7. i 8. prosinca 2017.

Zadatak zadao:

Predsjednica Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Zvonimir Tomičević

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY .....	X
1. UVOD.....	1
1.1. Razvoj ispitnih uređaja.....	2
1.2. Identifikacijske metode .....	5
1.3. Motivacija .....	6
2. OPIS PROBLEMA.....	7
3. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	10
3.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata.....	11
3.1.1. 3D konačni elementi .....	11
3.1.2. Ljuskasti konačni elementi .....	12
3.2. Programski paket Abaqus [19].....	13
4. KONTAKT .....	15
4.1. Definiranje kontakta u programskom paketu Abaqus.....	16
5. VERFIKACIJA .....	19
5.1. Membrana opterećena konstantnim tlakom p .....	19
5.1.1. Analitičko rješenje .....	19
5.1.2. Numeričko rješenje .....	20
5.2. Smično opterećena membrana .....	22
5.2.1. Analitičko rješenje .....	22
5.2.2. Numeričko rješenje .....	22
5.3. Membrana opterećena vlačno i smično.....	24
5.3.1. Analitičko rješenje .....	24
5.3.2. Numeričko rješenje .....	25
5.4. Membrana s otvorom opterećena na vlak .....	26
5.4.1. Analitičko rješenje .....	26
5.4.2. Numeričko rješenje .....	26
5.5. Leptirasti uzorak .....	28
5.5.1. Analitičko rješenje prema Pilkey [24] i Peterson [25].....	28
5.5.2. Analitičko rješenje prema Roark [26].....	30
5.5.3. Numeričko rješenje .....	31
5.6. Kontaktni problem .....	34
5.6.1. Analitičko rješenje .....	34
5.6.2. Numeričko rješenje .....	35
6. IDEALIZIRANI LEPTIRASTI ISPITNI UZORAK.....	38
6.1. Materijalni model leptirastog ispitnog uzorka .....	38

---

6.2. Numerička analiza idealiziranog ispitnog uzorka .....	40
7. NUMERIČKA ANALIZA ARCAN PRIHVATA .....	43
7.1. Proračunski model.....	43
7.2. Rekonstrukcija Arcan prihvata na temelju numeričke analize.....	47
7.3. Rezultati numeričke analize .....	54
7.3.1. Smično opterećenje .....	55
7.3.2. Vlačno opterećenje.....	57
7.3.3. Kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja pod 45° .....	60
8. OPTIMIZACIJA DIMENZIJA LEPTIRASTOG UZORKA .....	63
8.1. FEMU metoda.....	63
8.2. Algoritam za optimizaciju dimenzija na temelju polja osjetljivosti .....	67
8.3. Rezultati optimizacije .....	69
8.4. Diskusija.....	73
9. ZAKLJUČAK.....	75
LITERATURA.....	78
PRILOZI.....	81

## POPIS SLIKA

Slika 1.1. Shema Iosipescu metode smicanja [6] .....	3
Slika 1.2. Shematski prihvat konfiguracije Arcan prihvata prema: a) [6], b) [11], c) [8] .....	4
Slika 1.3. Stanja naprezanja uslijed opterećenja u različitim smjerovima [14] .....	5
Slika 2.1. Prikaz novorazvijenog Arcan prihvata [5] uz 3 karakteristična slučaja opterećenja: a) smično, b) vlačno, c) kombinacija smičnog i vlačnog ( $45^\circ$ ) .....	7
Slika 2.2. Proračunski model Arcan prihvata .....	8
Slika 2.3. Prikaz dimenzija ispitnog uzorka za optimizaciju .....	9
Slika 3.1. Tetraedarski konačni element: a) osnovni, b) parabolični .....	11
Slika 3.2. Četverokutni ljuskasti element: a) 1. reda, b) II. reda .....	12
Slika 3.3. Elementi za RSN: a) CPS4, b) CPS4R .....	13
Slika 3.4. Trokutni ljuskasti element: a) I. reda, b) II. reda .....	13
Slika 4.1. Coulombov model trenja .....	16
Slika 4.2. Node-to-surface diskretizacija kontakta [21] .....	17
Slika 4.3. Surface-to-surface diskretizacija kontakta [21] .....	17
Slika 4.4. Virtualna opruga kod penalty metode .....	18
Slika 5.1. Membrana opterećena konstantnim tlakom p .....	19
Slika 5.2. Geometrija proračunskog modela, rubni uvjeti i opterećenje .....	20
Slika 5.3. Prikaz pomaka u smjeru osi x .....	21
Slika 5.4. Smično opterećena membrana .....	22
Slika 5.5. Vlačno/smično opterećena membrana .....	24
Slika 5.6. Membrana s otvorom opterećena na vlak .....	26
Slika 5.7. Konvergencija prema analitičkom rješenju .....	27
Slika 5.8. Raspodjela normalnog naprezanja u smjeru osi y .....	27
Slika 5.9. Proračunski model uzorka s V zarezom .....	28
Slika 5.10. Prikaz uzorka s U i V zarezom prema [24] .....	29
Slika 5.11. Prikaz uzorka s U i V-zarezom prema [26] .....	30
Slika 5.12. Geometrija proračunskog modela leptirastog uzorka .....	31
Slika 5.13. Opterećenje i rubni uvjeti leptirastog uzorka .....	32
Slika 5.14. Konvergencija maksimalnog naprezanja uzorka (točka A) .....	32
Slika 5.15. Geometrija kontaktnog problema .....	34
Slika 5.16. Presjek A-A .....	34
Slika 5.17. Prikaz proračunskog modela s rubnim uvjetima i opterećenjem .....	35
Slika 5.18. Mreža konačnih elemenata, C3D20R (lijevo) i C3D10 (desno) .....	36
Slika 5.19. Raspodjela pomaka u smjeru osi x u presjeku A-A .....	36
Slika 5.20. Ovisnost reaktivne sile o pomaku .....	37
Slika 6.1. Geometrija idealiziranog ispitnog uzorka .....	38
Slika 6.2. Krivulja naprezanje-deformacija materijala 17-7 PH .....	40
Slika 6.3. Rubni uvjeti i opterećenje idealiziranog modela leptirastog uzorka za: a) smično opterećenje, b) vlačno opterećenje, c) kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja ( $45^\circ$ ) .....	40
Slika 6.4. Prikaz karakterističnog pomaka i raspodjele naprezanja prema von Misesu za: a), b) smično opterećenje, c), d) vlačno opterećenje, e),f) kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja ( $45^\circ$ ) .....	41
Slika 6.5. Dijagram sila-pomak za: a) smično opterećenje, b) vlačno opterećenje .....	42
Slika 6.6. Dijagram sila-pomaka za kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ ) .....	42
Slika 7.1. Prikaz sklopa vijka: a) realni b) pojednostavljeni .....	43
Slika 7.2. Prikaz podijele vijka [16] .....	44
Slika 7.3. Predzatezanje vijka s bolt load metodom [15] .....	44



Slika 7.4. Prikaz runih uvjeta i opterećenja proračunskog modela .....	46
Slika 7.5. Kontaktni pritisak leptirastog uzorka kod modela s 2 vijka sa svake strane (smik) .....	47
Slika 7.6. Utjecaj pomaka $U_3$ ovisno o debljini prirubnice pri deformaciji $\approx 20\%$ : a) početna geometrija, b) $T_{\text{prir}} = 29$ mm, c) $T_{\text{prir}} = 50$ mm .....	49
Slika 7.7. Savijanje leptirastog uzorka pri deformaciji $\approx 20\%$ ovisno o debljini prirubnice: a) $T_{\text{prir}} = 29$ mm, b) $T_{\text{prir}} = 50$ mm .....	49
Slika 7.8. Utjecaj debljine uzorka na savijanje pri deformaciji $\approx 20\%$ : a) $T_{\text{uzor}} = 1$ mm, b) $T_{\text{uzor}} = 3$ mm, c) $T_{\text{uzor}} = 5$ mm .....	50
Slika 7.9. Kontaktni pritisak pri deformaciji uzorka $\approx 20\%$ : a) $T_{\text{uzor}} = 1$ mm, b) $T_{\text{uzor}} = 3$ mm, c) $T_{\text{uzor}} = 5$ mm .....	50
Slika 7.10. Prikaz smičnog opterećenja vijka pri deformaciji uzorka $\approx 20\%$ : a) $T_{\text{uzor}} = 3$ mm, b) $T_{\text{uzor}} = 5$ mm .....	51
Slika 7.11. Prikaz raspodjele pomaka u smjeru djelovanja opterećenja pri deformaciji uzorka $\approx 20\%$ i vlačnom ispitivanju: a) bez zatika, b) s zaticima .....	51
Slika 7.12. Prikaz raspodjele naprezanja prema von Misesu pri deformaciji uzorka $\approx 20\%$ i vlačnom ispitivanju: a) bez zatika, b) sa zaticima .....	52
Slika 7.13. Utjecaj faktora trenja na pomak u smjeru osi x ( $U_1 = 0,2$ mm) a) $\mu = 0,2$ , b) $\mu = 0,5$ , c) $\mu = 1$ .....	52
Slika 7.14. Prikaz raspodjele pomaka pri vlačnom ispitivanju sa zaticima do $\approx 20\%$ deformacije uzorka: a) pomak u smjeru osi x ( $U_1$ ), b) pomak u smjeru osi z ( $U_3$ ) .....	52
Slika 7.15. Konačni proračunski model i prikaz tlačnog prihvata .....	54
Slika 7.16. Prikaz pomaka prilikom smičnog opterećenja: a) ukupni pomak, b) pomak $U_2$ .....	55
Slika 7.17. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija .....	55
Slika 7.18. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) tangencijalna naprezanja .....	55
Slika 7.19. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi y, c) pomak u smjeru osi x, d) pomak u smjeru osi z .....	56
Slika 7.20. Dijagram sila-pomak za smično opterećenje .....	57
Slika 7.21. Prikaz pomaka prilikom vlačnog opterećenja: a) ukupni pomak, b) pomak $U_2$ .....	57
Slika 7.22. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija .....	58
Slika 7.23. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y, d) pomak u smjeru osi z .....	58
Slika 7.24. Prikaz pomaka u smjeru osi z za vlačno opterećenje .....	59
Slika 7.25. Dijagram sila-pomak za vlačno opterećenje .....	59
Slika 7.26. Prikaz pomaka prilikom kombiniranog opterećenja ( $45^\circ$ ) .....	60
Slika 7.27. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija .....	60
Slika 7.28. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) tangencijalna naprezanja .....	61
Slika 7.29. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y, d) pomak u smjeru osi z .....	61
Slika 7.30. Dijagram sila-pomak za kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ ) .....	62
Slika 8.1. Princip FEMU metoda uz DIC i FEA [32] .....	67
Slika 8.2. Prikaz karakterističnih dimenzija uzorka za optimizaciju (R i $\alpha$ ) .....	68
Slika 8.3. Prikaz vlastitih vrijednosti za smično opterećenje ovisno o promjeni: a) radijusa R, b) kuta $\alpha$ .....	71
Slika 8.4. Prikaz maksimalnog naprezanja (a, c) i deformacije (b, d) kod smičnog opterećenja prilikom optimizacije ovisno o promjeni radijusa R (a, b) ili kuta $\alpha$ (c, d) .....	72
Slika 8.5. Prikaz promjene broja čvorova tijekom optimizacijskog procesa ovisno o promjeni: a) radijusa R, b) kuta $\alpha$ .....	73

**POPIS TABLICA**

Tablica 1.1. Prikaz i podjela identifikacijskih metoda .....	5
Tablica 5.1. Usporedba rješenje pravokutne membrane opterećene tlakom p .....	21
Tablica 5.2. Usporedba maksimalnih razlika smično opterećene membrane .....	23
Tablica 5.3. Usporedba maksimalnih razlika vlačno/smično opterećene membrane .....	25
Tablica 5.4. Parametri uzorka s V zarezom .....	28
Tablica 5.5. Usporedba rezultata i prikaz relativne greške .....	33
Tablica 6.1. Parametri materijala leptirastog ispitnog uzorka, 17-7 PH [29].....	39
Tablica 7.1. Tijek numeričkog zadavanja sile pritezanja vijka unutar Abaqusa prema [15] ...	44
Tablica 8.1. Prikaz svih radijusa R i kutova $\alpha$ tijekom optimizacijskog procesa.....	68
Tablica 8.2. Optimirane dimenzije .....	74

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis oznake
$A_j$	$m^2$	površina poprečnog presjeka vijka
$C, C_0$	-	konstante materijala
$C_{1,2,3,4}$	-	koeficijenti prema referentnoj literaturi
$[C_p^U]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje FEMU-U metode
$[C_p^F]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje FEMU-F metode
$[C_p^{UF}]$	-	matrica kovarijanci identificiranih parametara materijala uz korištenje kombinirane FEMU-UF metode
$[C_F]$	-	matrica kovarijanci mjerenih opterećenja
$[C_{or}]$	-	matrica korelacije
$[C_u]$	-	matrica kovarijanci pomaka
$d$	m	duljina ligamenta leptirastog uzorka
$d_v$	m	promjer vijka
$D$	m	promjer kružnog poprečnog presjeka membrane
$E$	Pa ( $N/m^2$ )	Youngov modul (elastičnosti)
$E_{rel}$	%	relativna greška ( $E_{rel} = (x_{MKE}/x_{REF, ANLT} - 1) \cdot 100$ )
$F_p$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	sila pritezanja vijka
$F_{pmax}$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	maksimalna sila pritezanja vijka
$F_{tr}$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	sila trenja ( $F_{tr} = \mu_c \cdot F_p$ )
$F_{max}$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	maksimalna sila kidalice
$\mathbf{F}_c$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	vektor izračunatih reaktivnih sila
$\mathbf{F}_m$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	vektor mjerenih reaktivnih sila
$F_x$	N ( $kg \cdot m/s^2$ )	smična sila
$G$	Pa ( $N/m^2$ )	modul smicanja ( $G = E / (2 \cdot (1 + \nu))$ )
$H$	mm	visina (membrane)
$[H_U]$	-	kinematska <i>Hessian</i> matrica
$[H_F]$	-	statička <i>Hessian</i> matrica
$[H_{UF}]$	-	kombinirana <i>Hessian</i> matrica
$K$	-	faktor koncentracije naprezanja
$K_{Pilkey}$	-	faktor koncentracije naprezanja prema <i>Pilkey-u</i>
$K_{Roark}$	-	faktor koncentracije naprezanja prema <i>Roark-u</i>
$K_{tu}$	-	faktor koncentracije naprezanja za U zarez
$K_{tv}$	-	faktor koncentracije naprezanja za V zarez
$K_{t\theta}$	-	faktor koncentracije naprezanja
$L, l$	m	duljine (membrane)
$[M]$	-	matrica globalnog DIC-a
$N_u$	-	ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode, FEMU-U

$N_f$	-	ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode, FEMU-F
$n$	-	broj vijaka
$n_{KE}$	-	broj konačnih elemenata
$n_{SSG}$	-	broj stupnjeva slobode konačnih elemenata
$\{\mathbf{p}\}$	-	vektor traženih materijalnih parametara
$\{\partial\mathbf{p}\}$	-	promjena parametra materijala
$p$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	tlak
$\dot{p}$	s <sup>-1</sup>	brzina kumulirane plastične deformacije
$R, r$	m	polumjer (radijus)
$R_e$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	granica tečenja materijala
$[S_U]$	-	polje osjetljivosti pomaka
$[S_F]$	-	polje osjetljivosti sila
$[S_{UF}]$	-	kombinirano polje osjetljivosti
$t$	mm	debljina (membrane)
$\mathbf{u}_c$	-	izračunato polje pomaka
$\mathbf{u}_m$	-	izmjereno polje pomaka
$u_{x,y,z}$	mm	pomak u smjerovima osi $x, y, z$
$X, Y, Z, x, y, z$	-	globalne, lokalne Kartezijeve koordinate
$\mathbf{X}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	<i>Back stress</i> tenzor
$\alpha$	°	kut
$\delta_{1,2}$	mm	prisilni pomak
$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}$	s <sup>-1</sup>	brzina tenzora plastične deformacije
$\epsilon_{x,y,z}$	-	duljinska deformacija u smjerovima osi $x, y, z$
$\theta$	°	kut
$\lambda_{UF}$	-	vlastita vrijednost
$\lambda_{eig}$	-	vlastiti vektor
$\mu_{\dot{\epsilon}}$	-	faktor trenja čelik/čelik ( $\mu_{\dot{\epsilon}} = 0,2$ )
$\nu$	-	Poissonov faktor
$v_{rel}$	m/s	relativna brzina
$\pi$	-	Ludolfov broj (3,14159)
$\sigma_{ekv}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	ekvivalentno naprezanje prema von Misesu
$\tau_{dop}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	dopušteno smično naprezanje
$\tau_{x,y,z}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	smično naprezanje u smjerovima osi $x, y, z$
$\gamma_l$	-	konstanta materijala
$\gamma_u$	-	standardna rezolucija pomaka
$\gamma_F$	-	standardna rezolucija uslijed mjerenih opterećenja
$\gamma_{x,y,z}$	-	kutna deformacija u smjerovima osi $x, y, z$
$\sigma_{dop}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	dopušteno naprezanje vijka
$\sigma_{max}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	maksimalno normalno naprezanje
$\sigma_{nom}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	nominalno naprezanje

---

$\sigma_{pr}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	prednaprezanje
$\sigma_{x, y, z}$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	normalno naprezanje u smjerovima osi $x, y, z$
$\sigma_T$	Pa (N/m <sup>2</sup> )	granica tečenja
$\chi_F$	-	funktional, <i>cost function</i> (FEMU-U)
$\chi_U$	-	funktional, <i>cost function</i> (FEMU-F)
$\chi_{UF}$	-	globalni funkcional (FEMU-UF)

## SAŽETAK

Eksperimentalna mehanička istraživanja zahtjevaju pouzdano prenošenje željenog opterećenja na ispitni uzorak. Konstruiranje naprednih mehaničkih prihvata podrazumijeva numeričke proračune eksperimentalnog ispitivanja s ciljem unaprijeđenja ispitne metode. U ovom radu provedena je numerička analiza višeosnog Arcan prihvata te su optimirane dimenzije leptirastog ispitnog uzorka.

Cilj ovoga rada je primjenom numeričkih simulacija oponašati mehanički eksperiment i tako provjeriti krutost mehaničkog prihvata s ciljem osiguranja što pouzdanijeg višeosnog opterećenja tijekom realnog eksperimentalnog istraživanja. Budući da je razmatran višeosni prihvata koji omogućava različite režime ravninskog dvoosnog opterećenja, numerički je izmjerena raspodjela pomaka na leptirastom ispitnom uzorku s obzirom na vlačno i smično opterećenje te njihovu kombinaciju kod kojeg je uzorak opterećen pod  $45^\circ$ . Ispitana je i teoretska raspodjela pomaka na idealiziranom ispitnom uzorku s idealnim rubnim uvjetima te je uspoređena s numeričkim rezultatima dobivenim analizom prihvata. U sklopu primjene metode konačnih elemenata provedeni su različiti verifikacijski primjeri kako bi se procijenila točnost u korištene konačne elemente, rubne uvjete, način opterećenja i metodu definiranja kontakta.

U rada je također optimirana geometrija leptirastog ispitnog uzorka primjenom polja osjetljivosti. Ponašanje materijala ispitnog uzorka opisano je elastoplastičnim konstitutivnim zakonom uzimajući u obzir Armstrong-Frederickovo kinematsko očvršćenje. Razvijenim iterativnim algoritmom optimirane su dvije karakteristične dimenzije uzorka (radijus  $R$  i kut  $\alpha$ ) koje definiraju dva simetrična V zarez. Povećanjem polja osjetljivosti pomaka i vektora osjetljivosti sila predloženog ispitnog uzorka određene su optimalne dimenzije za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja.

**Ključne riječi:** Arcan prihvata, metoda konačnih elemenata, *Armstrong-Frederickov* materijalni model, FEMU metoda, polje osjetljivosti.

## SUMMARY

Experimental mechanical studies require a reliable transfer of the desired load to the test sample. The design of advanced mechanical grips implies numerical calculations of experimental testing with the aim of improving the test method. In this thesis, a numerical analysis of the multiaxial Arcan rigs was performed. Furthermore, the geometry of the corresponding butterfly test sample was optimized.

The aim of this work is to imitate mechanical experiment via numerical simulations in order to verify the stiffness of mechanical rigs and to ensure that reliable multiaxial loading is applied during the real experimental investigation. The topic of this thesis considers multiaxial grips that can impose different biaxial loading regimes. Hence, displacement fluctuations were measured on the butterfly sample with numerical calculations during tensile, shear and their combination when the sample is loaded with under  $45^\circ$ . The theoretical displacement distribution was studied on the idealized test sample with the appropriate boundary conditions. Consequently, the results obtained from idealized test case were compared with the results captured by the numerical experiment analysis. As a part of the finite element method application, various verification examples were performed in order to estimate the accuracy of the prescribed finite elements, boundary conditions, loading modes and the contact method.

Within this thesis, the geometry of the butterfly test sample was also optimized using the sensitivity field. Behavior of the sample material is described with elastoplastic constitutive law, taking into account the Armstrong-Frederick's kinematic hardening. The developed iterative algorithm is used to optimize two characteristic dimensions of the sample (radius  $R$  and angle  $\alpha$ ) that define two symmetric V notch. By increasing the displacement sensitivity field and the force sensitivity vector of the proposed test sample, optimal dimensions for the three stress plane states were determined.

**Key words:** Arcane grips, finite element method, Armstrong-Frederick's material model, FEMU method, sensitivity field.

## 1. UVOD

Jedan od glavnih inženjerskih problema je razumjeti, opisati i predvidjeti kako će se određeni materijal ponašati pri različitim opterećenjima. Većina inženjerskih konstrukcija i komponenti tijekom eksploatacije u svom radnom vijeku izložena su različitim složenim opterećenjima. Stoga, mnogi istraživači provode brojne numeričke simulacije i eksperimentalna ispitivanja s ciljem proučavanja ponašanja materijala uslijed višeosnih opterećenja. Posljedica toga je razvoj višeosnih ispitnih uređaja s ciljem dobivanja mehaničkih karakteristika materijala uz ispitivanje čvrstoće i zamora materijala. Poznato je da je za točno određivanje lomnih svojstava i formuliranje konstitutivnih zakona u razvoju mehanike loma neophodna eksperimentalna analiza provedena na (barem) uređajima za dvoosno opterećenje. Nažalost, nedostupnost eksperimentalnih rezultata višeosnih ispitivanja koje su trenutno priznate za tu svrhu su prilično skupe zbog složenosti uređaja za ispitivanje te proizvodnje ispitnih prihvata i uzoraka.

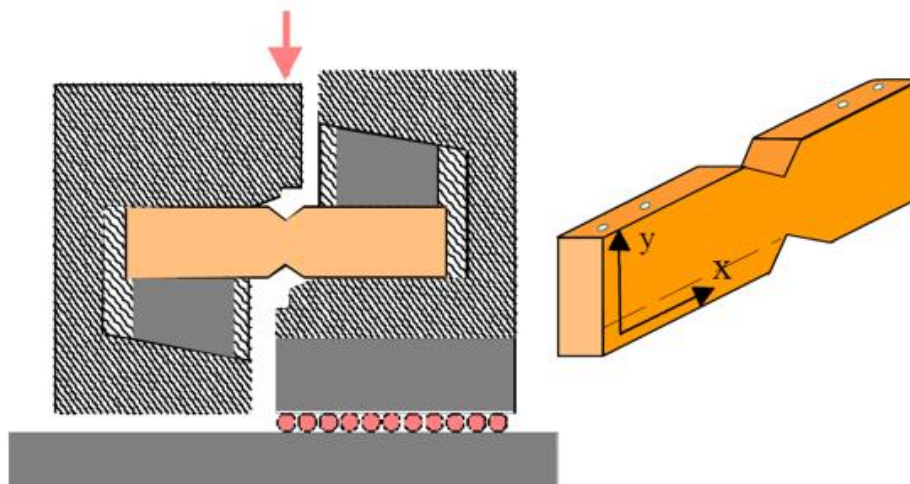
Jedan od temeljnih režima opterećenja je smicanje (eng. *shear*) koji je vrlo teško narinuti na laboratorijskim ispitnim uređajima budući da ne postoji univerzalni eksperimentalni prihvata za ispitivanje materijala na smik. Tijekom posljednjih 50 godina razvijeno je nekoliko uređaja za ispitivanje smicanja. Broj različitih uređaja i naknadnih izmjena takvih uređaja, koji su odobreni kao standardne metode ispitivanja, jasan su pokazatelj poteškoća njegovog ispitivanja. Glavne poteškoće pri postizanju „čiste“ sile smicanja uzrokovane su odnosom koji uvijek postoji između sile smicanja i momenta savijanja. Smično opterećenje postoji u brojnim mehaničkim konstrukcijama te su upravo takvi spojevi često opterećeni i dodatnim režimima opterećenja (vlačno, tlačno ili savojno). U slučajevima višeosnog opterećenja u poprečnom presjeku nastaju normalne i tangencijalne komponente naprezanja. Ako su normalne komponente naprezanja beznačajne u usporedbi s tangencijalnim naprežanjem, kontrola se provodi samo na opterećenje smicanjem. S obzirom na zanemarivanje normalnih komponenti naprezanja može se zaključiti da u području poprečnog presjeka dolazi do čistog smicanja. Matrice tenzora naprezanja i deformacija za spomenuti slučaj smicanja iznose:



$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

### 1.1. Razvoj ispitnih uređaja

Jedna od prvih eksperimentalnih metoda za ispitivanje smicanje je „Iosipescu“ metoda smicanja (1967.) i prvenstveno je razvijena za ispitivanje metala, tj. za ispitivanje izotropnih materijala. Cilj eksperimentalnog istraživanja bio je odrediti smičnu silu u presjeku pravokutnog uzorka uslijed smičnog opterećenja. S obzirom na rezultate prvih ispitivanja na ispitnom uzorku konstruiran je dvostruki V zarez (leptirasti ispitni uzorak) zbog postizanja ujednačenog stanja smicanja u centru uzorka te kako bi se osiguralo kontrolirano mjesto loma u testnom presjeku (Slika 1.1). Kao rezultat predloženog istraživanja određeni su modul smicanja i smična čvrstoća, dok je u području ligamenta ispitnog uzorka (tj. vertikalni presjek između dva V zareza) utvrđeno ujednačeno stanje naprezanja. Od sedamdesetih godina prošlog stoljeća ova metoda se primjenjivala za ispitivanje keramičkih materijala, kompozita i sl. Metoda je za ispitivanje kompozitnih materijala provedena pomoću odgovarajućeg eksperimentalnog prihvata i dizajna ispitnog uzorka. Tijekom ispitivanja ortotropnih materijala zabilježeni su pomaci (eng. *out-of axis*) koji ne odgovaraju teoretskoj raspodjeli te su predložene mnoge modifikacije istog prihvata [9, 10]. Odom *et. al.* ([10]) je isticao kako je ovaj uređaj osjetljiv na izvan osne pomake i da su uvjeti opterećenja asimetrični (dolazi do savijanja uzorka uslijed nesimetričnog prihvata), a ne simetrični kako je izvorno pretpostavljeno. Izazov da se narine na ispitni uzorak samo smično opterećenje nije bilo moguće budući da se javljalo dodatno uvijanje na dvjema suprotnim stranama ispitnog uzorka. Stoga je predložena nova modifikacija Iosipescu uređaja za smicanje s ciljem rješavanja problema uvijanja leptirastog ispitnog uzorka.



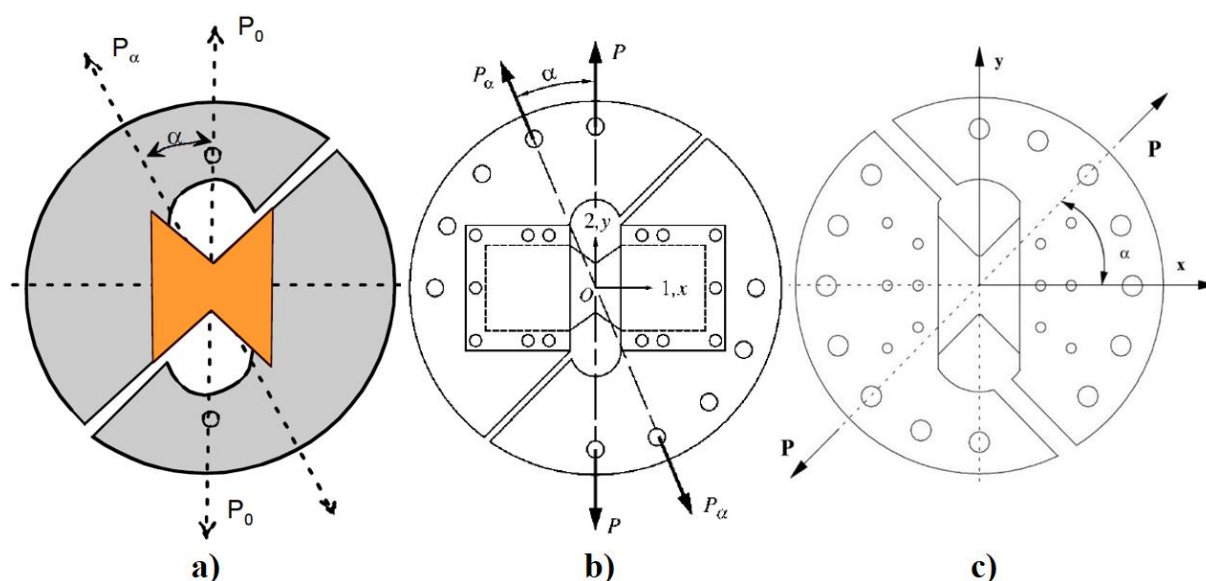
Slika 1.1. Shema Iosipescu metode smicanja [6]

Nekoliko godina kasnije nakon razvoja Iosipescu uređaja za smicanje predložen je još novi Arcan (1978.) prihvat za višeosno ravninsko ispitivanje materijala. Osnovna konfiguracija Arcan test metode je ispitni uzorak s dvostrukim (tj. simetričnim) V zarezom koji se zbog svog oblika naziva leptirasti uzorak (eng. *butterfly specimen*). Arcanov ispitni uređaj je konstruiran tako da stvori stanje jednoličnog (uniformnog) smičnog naprezanja. Ovisno o kutu pozicioniranja prihvata na jednoosni ispitni uređaj moguće je postići opterećenja različitih ravninskih dvoosnih stanja naprezanja. U pravilu, uniformno stanje smicanja treba postojati kada su os po kojem djeluje opterećenje i os V zreza poravnate, odnosno kolinearne [7].

Liu [6] je testirao Arcan test metodu na ispitnim uzorcima izrađenim od drvenog materijala. U svom istraživanju utvrdio je kako ova metoda može uzrokovati stanje čistog smicanja u kritičnom presjeku leptirastog uzorka kod izotropnih ili ortotropnih materijala. Predloženo ispitivanje [6] te rad drugih istraživača rezultirao je naknadnim poboljšanjem smičnog prihvata Iosipescu testa kod kojeg su primijenjena načela Arcan test metode. Također, vrlo važno je napomenuti kako se eksperimentalno ispitivanje uslijed ravninskog stanja naprezanja primjenom Arcan prihvata uspješno primijenilo i na drugim materijalima (drvo, polimeri, kompoziti, metali i dr.).

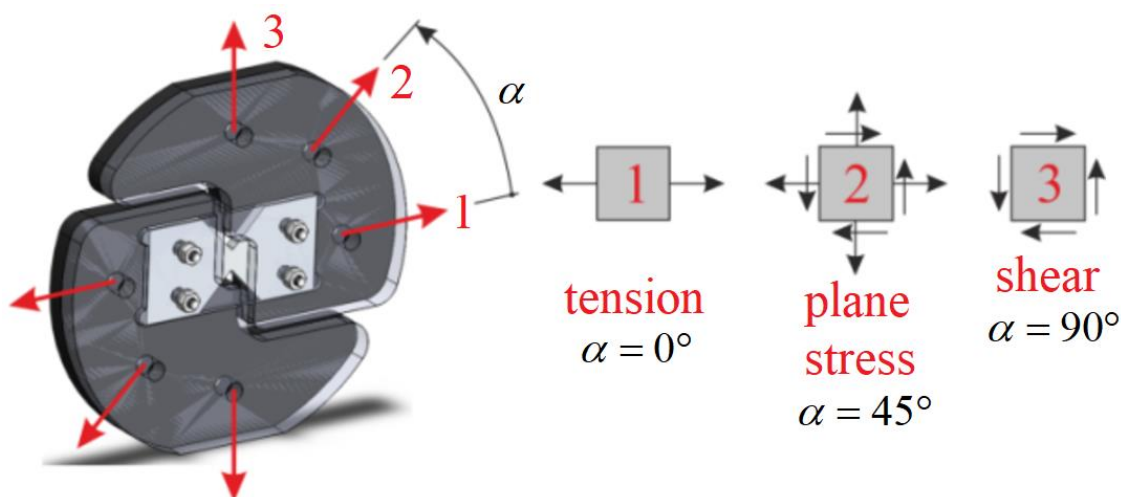
Arcan i Weissberg [12] su utvrdili da je dvoosno opterećenje bilo jednostavno za postići mijenjanjem točaka prihvata u kojima djeluje opterećenje. Dvoosno opterećenje predloženog ispitivanja je jednoparametarsko (tj. narinuto opterećenje usmjereno je po vertikalnoj osi kidalice). Modifikaciju Arcanovog ispitnog uređaja razvio je Stenberg [13] radi mehaničkog ispitivanja utjecaja debljine kartonske ploče. Modifikacija se sastoji od oblikovanog učvršćenja u obliku slova U pričvršćenog na Arcan prihvat. Poboljšani prihvat omogućuje pomake u dva

smjera (tj. u ravnini uređaja), ali strogo ograničava pomake u trećem smjeru (tj. smjer okomit na ispitni uzorak) kao i rotaciju uređaja oko osi okomite na ravninu prihvata. Osim toga, predloženi Arcan prihvat modificiran je s ciljem ispitivanja debljih uzoraka. Problem koji se javlja kod ispitivanja debljih uzoraka je pojava izvan ravninskog savijanja (eng. *out-of-plane bending*) koje se javlja kod vlačnog opterećenja. Izazov koji se želi savladati je minimizacija savijanja u središtu leptirastog uzorka te narinuti isključivo vlačno opterećenje. Uočeni efekt prvenstveno je zabilježen kod ispitnih uzoraka veće debljine.



Slika 1.2. Shematski prihvat konfiguracije Arcan prihvata prema: a) [6], b) [11], c) [8]

Veza ispitnog uzorka s Arcan prihvatom ostvarena je pomoću vijaka u proširenom području uzorka. Prihvat je razvijen za različite režime opterećenja te omogućuje opterećenje eksperimentalnog uzorka smicanjem ( $\alpha = 90^\circ$ ), vlačnim opterećenjem ( $\alpha = 0^\circ$ ), te kombiniranim opterećenjem gdje dobivamo ravninsko stanje naprezanja (Slika 1.3.). Takvo, ravninsko stanje naprezanja dobivamo zakretanjem prihvata za kut  $\alpha$  s obzirom na vertikalnu os kidalice. Kut  $\alpha$  može zauzeti položaj od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ , ovisno o konstrukciji, te se zbog toga može vrlo jednostavno narinuti različito stanje naprezanja.



Slika 1.3. Stanja naprezanja uslijed opterećenja u različitim smjerovima [14]

Glavni nedostatak svih navedenih ispitivanja na smik je da su smična naprezanja prilično nejednolično raspoređena na mjenom poprečnom presjeku. U većini slučajeva visoka smična naprezanja ograničena su na uski pojas koji zahtijeva upotrebu relativno malih kontaktnih mjernih instrumenata za određivanje smičnih deformacija ili mjerenja deformacija optičkim metodama mjerenja cijelog polja pomaka s visokom prostornom rezolucijom [8].

### 1.2. Identifikacijske metode

U posljednjih deset godina razvijene su različite napredne identifikacijske metode koje koriste izmjerena polja pomaka i deformacija s ciljem određivanja parametara materijala predloženog konstitutivnog zakona. Spomenute metode dijelimo u dvije grupe, iterativne metode tj. iterativni identifikacijski postupak (ažuriranje modela konačnih elemenata) i ne-iterativne metode odnosno direktni identifikacijski postupak. Prikaz i podjelu identifikacijskih metoda prikazuje Tablica 1.1.

Tablica 1.1. Prikaz i podjela identifikacijskih metoda

Iterativne metode	Direktne metode
FEMU ( <i>Finite Element Model Updating</i> )	VFM ( <i>Virtual Fields Method</i> )
RGM ( <i>Reciprocity Gap Method</i> )	EGM ( <i>Equilibrium Gap Method</i> )
CEGM ( <i>Constitutive Equation Gap Method</i> )	

Uobičajen problem mehanike sadrži određivanje pomaka, deformacije i naprezanja za zadanu geometriju. Osim toga potrebno je poznavati parametre odgovarajućih materijalnih modela uz pouzdano postavljen skup rubnih uvjeta. Rješenja takvih problema dostupna su samo u posebnim slučajevima te se zbog toga traže numeričke tehnike rješavanja (npr. metoda konačnih elemenata). Direktno metode, za razliku od iterativnih, trebaju manje vremena kako bi se identificirali parametri materijala, ali moguće ih je koristiti samo na jednostavnijim geometrijskim modelima.

Najčešće korištena identifikacijska tehnika je FEMU (eng. *Finite Element Model Updating*) odnosno metoda ažuriranja modela konačnih elemenata. FEMU je iterativna metoda koja se temelji na usporedbi eksperimentalno izmjerenih polja pomaka s rezultatima izračunatim numeričkim simulacijama. Štoviše, FEMU identifikacijska procedura omogućava proučavanje složenijih geometrija i konstitutivnih zakona.

### 1.3. Motivacija

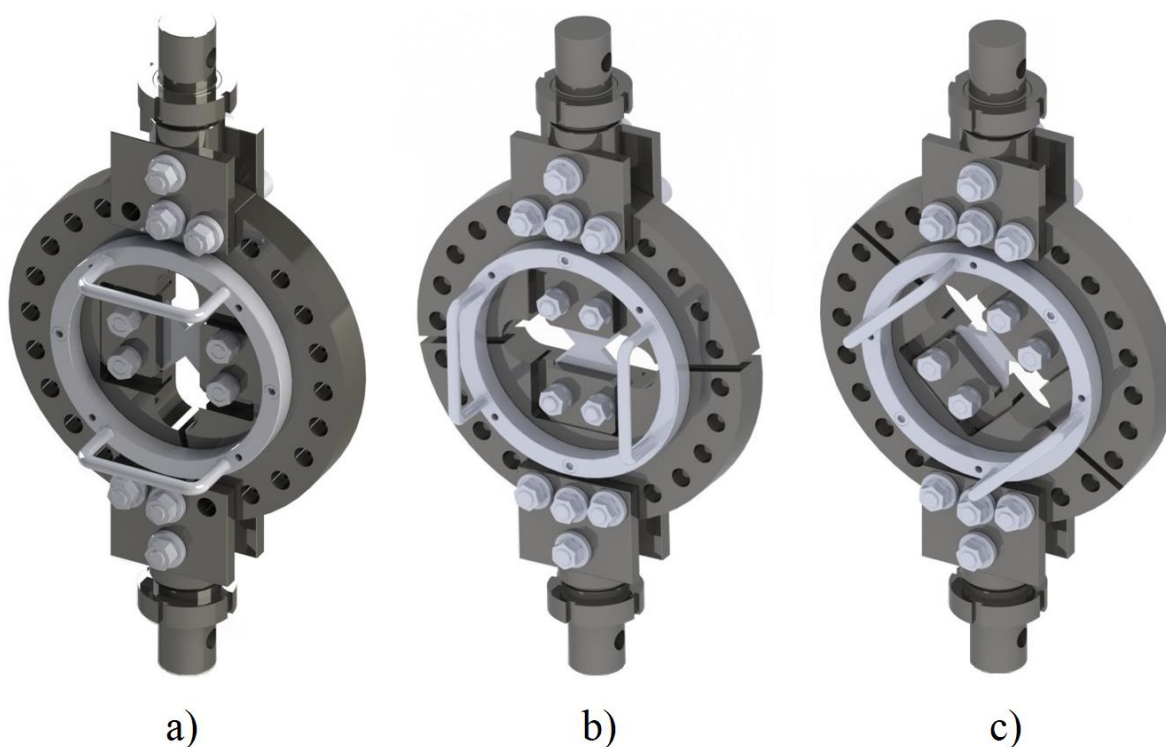
Eksperimentalne metode ispitivanja konstrukcijskih elemenata i/ili ispitnih uzoraka vrlo su skupe i zahtjevne, a potrebno ih je provesti uz odgovarajuće zahtjeve. Upravo iz toga razloga potrebno je izbjeći nedostatke/mane mehaničkih prihvata koji se montiraju na ispitne uređaje. Jedan od dosadašnjih problema kod Arcan prihvata je izvan ravninsko savijanje (eng. *out-of-plane bending*) leptirastog uzorka (epruvete) kod vlačnog opterećenja. Cilj ovog rada je suočiti se s navedenim izazovom te uz promjenu dizajna prihvata pronaći optimalnu konstrukciju kojom će se savijanje u sredini ispitnog uzorka minimizirati.

Rad se direktno nastavlja na već postojeći, novorazvijeni Arcan prihvata za višeosno opterećenje [5] gdje je cilj numerički proračunati te sukladno tomu unaprijediti postojeći prihvata kako bi prije svega raspodjela pomaka odgovarala teoretskoj (traženoj). Cilj je dobiti sliku problema pomoću numeričkih simulacija te ukazati na moguće probleme koji se mogu pojaviti prilikom budućih mehaničkih ispitivanja na predloženom prihvat.

Globalni cilj je buduća izrada spomenutog Arcan prihvata [5] te daljnja mehanička ispitivanja u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku. Mjerenjem cijelog polja pomaka i deformacija optičkom metodom korelacije digitalne slike tijekom eksperimentalnog istraživanja validirati će se numerička rješenja dobivena u ovom radu za tri režima ravninskog stanja naprezanja (tj. za čisto vlačno, smično te kombinaciju vlačnog i smičnog opterećenja).

## 2. OPIS PROBLEMA

U sklopu ovoga rada potrebno je provesti numerički proračun novorazvijenog Arcan prihvata [5]. Dodavanjem slijeda provrta po obodu prirubnica preko kojih se pozicionira prihvat i način opterećenja, moguće je postići proizvoljne kombinacije smičnog i vlačnog opterećenja. Prihvat se montira na jednoosnu kidalicu preko koje se narine opterećenje i prenosi na ispitni uzorak, odnosno leptirastu epruvetu. Arcanova metoda ispitivanja koristi kompaktni leptirasti uzorak s dva simetrična V zareza koja su najčešće definirana kutom od  $\pm 45^\circ$ . Leptirasti uzorak je prihvaćen u okvir (utor) preko kojeg djeluje opterećenje kako bi se izbjegao potencijalni problem nestabilnosti povezan s izvornim opterećenjem prirubnice. Na slici 2.1. prikazani su krajnji slučajevi, smično opterećenje i čisto vlačno opterećenje te kombinacija spomenuta dva opterećenja.



**Slika 2.1. Prikaz novorazvijenog Arcan prihvata [5] uz 3 karakteristična slučaja opterećenja: a) smično, b) vlačno, c) kombinacija smičnog i vlačnog ( $45^\circ$ )**

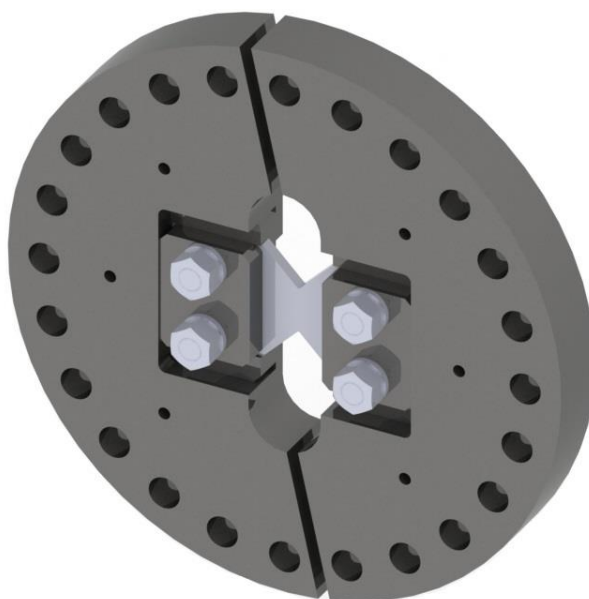
Potrebno je provesti odgovarajuće numeričke analize za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja: smično, čisto vlačno te kombinacija vlačnog i smičnog opterećenja. Kao kombinaciju vlačnog i smičnog opterećenja odabran je položaj između čistog smičnog i vlačnog opterećenja odnosno kada je ispitni uzorak zakrenut za  $45^\circ$  u odnosu na horizontalnu i

vertikalnu os (Slika 2.1. c). Takvu kombinaciju dozvoljava i sama konstrukcija jer je svaka prolazna rupa na prirubnici zakrenuta za  $15^\circ$  u odnosu na prethodnu.

Također, potrebno je verificirati korištene konačne elemente, rubne uvjete i opterećenje na jednostavnijim primjerima. Budući da je ispitni uzorak (leptirasta epruveta) u kontaktu s velikim brojem ploha, potrebno je uključiti i interakciju kontakta više tijela uz odgovarajući faktor trenja. Potrebno je analizirati problem kontakta u numeričkom smislu uz opis korištenih metoda. Nužno je ukazati na probleme koji će se javiti, te je stoga potrebno dati rješenja i mogućnosti kako ih riješiti, tj. cilj je osigurati odgovarajuće stanja naprezanja pomoću predloženog proračunskog modela tj. konačnog konstrukcijskog rješenja Arcan prihvata [5].

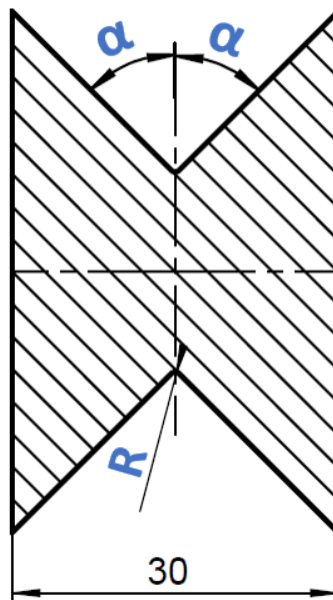
Proračunski model (u programskom paketu *Abaqus*) pojednostavili smo izolirajući adaptere, koji omogućuju povezivanje samog prihvata sa kidalicom, i okvir za rotaciju prihvata. Okvir za rotaciju prihvata služi samo za montažu i postavljanje cijelog prihvata u položaj koji želimo dok je uklanjanje adaptera opravdano zbog jednostavnog prijenosa sile s kidalice na prirubnicu pomoću koje se vrši opterećenje ispitnog uzoraka. Također, uklanjanjem adaptera cijeli prihvata postaje računalno jednostavniji u svrhu štednje ograničenih računalnih resursa pri proračunu metodom konačnih elemenata.

Modularan, novorazvijeni Arcan prihvata [5] omogućava ispitivanja i provedbu eksperimenata sa ispitnim uzorcima različitih debljina (1 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm, 5 mm). Izmjena ispitnih uzoraka postiže se otpuštanjem vijaka i zamjenom tlačnih prihvata prilagođenih dimenzija kako bi se osiguralo da svaki uzorak (epruveta) prilikom ispitivanja bude točno u sredini prirubnice, odnosno osi kidalice.



**Slika 2.2. Proračunski model Arcan prihvata**

Osim toga, u sklopu zadatka potrebno je razviti algoritam za optimizaciju dimenzija ispitnog uzorka na temelju polja osjetljivosti koristeći program za numeričke simulacije (*Abaqus*) i *Matlab*. Povećanjem polja osjetljivosti pomaka na ispitnom uzorku potrebno je pronaći optimalne dimenzije ispitnog uzorka za tri slučaja ravninskog stanja naprezanja. Zadani materijal ispitnog uzorka je 17-7 PH nehrđajući čelik, a njegove parametre materijala odabiremo iz referentne literature [29]. Dimenzije je potrebno optimirati za elastoplastični konstitutivni zakon uz primjenu *Armstrong-Frederick*-ovog materijalnog modela. Karakteristične dimenzije ispitnog uzorka koje želimo optimirati vezane su za sami V zarez, tj. radi se o kut  $\alpha$  te radijusu  $R$  koji su prikazani na slici 2.3. Važno je napomenuti da u sklopu rada ne radimo identifikaciju parametara materijala, ali koristimo principe spomenute FEMU identifikacijske metode.



Slika 2.3. Prikaz dimenzija ispitnog uzorka za optimizaciju



### 3. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata (MKE) je numerička metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode.

Pomoću MKE približno možemo izračunati stanja naprezanja, deformacije, pomake, tokove fluida, temperature u promatranom elementu ili konstrukciji. Primjenjuje se u slučajevima kada konstrukcija ima složenu geometriju, kada je opterećenje složeno te nije moguće naći rješenje u analitičkom obliku. Metoda podrazumijeva rješavanje diferencijalnih ili parcijalnih diferencijalnih jednačbi. Budući da je to vrlo složen i težak proces, ponekad se traže približna rješenja primjenom MKE.

Elementi koji čine mrežu međusobno su povezani u točkama duž bridova mreže koji se nazivaju čvorovi. Interpolacijskim funkcijama opisano je određeno stanje u konačnom elementu kao što je polje naprezanja, deformacije, pomaka, temperature te ostalih veličina. Interpolacijske funkcije moraju zadovoljiti određene uvjete kako bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava. S obzirom da svi elementi nemaju jednaka svojstva, njihov utjecaj na točnost rezultata je različit. Isto tako isti elementi nemaju jednaku točnost za različite probleme. Osim smanjenja vremena potrebnog za izradu proračuna, primjenom MKE moguće je u vrlo kratkom roku napraviti i veliki broj numeričkih eksperimenata. Time je osigurana dodatna ušteda vremena, ali i izrada pouzdanijih konstrukcija.

U vremenu kad se količina prirodnih resursa svakim danom smanjuje, od velike je važnosti i optimiranje količine materijala potrebnog za izradu konstrukcije.

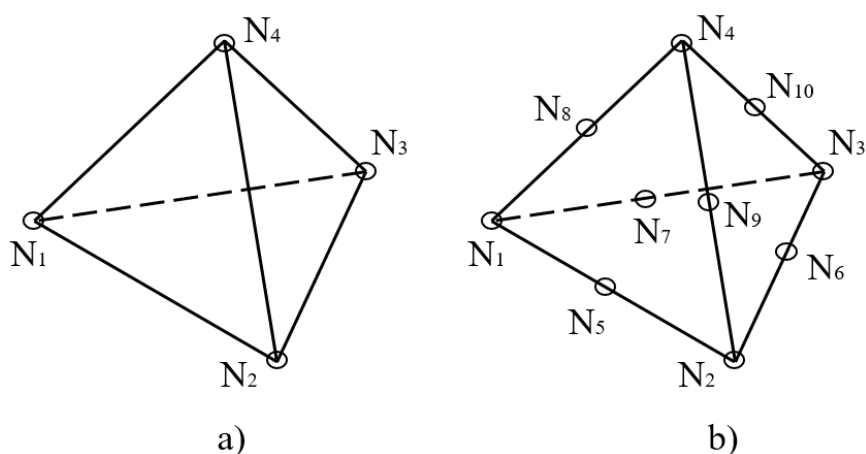
Bitno je naglasiti da je važnost MKE došla do izražaja pojavom snažnijih računala, budući da je broj jednačbi često vrlo velik (posebno za složenije modele). U današnje vrijeme postoji velik broj komercijalnih računalnih programa temeljenih na MKE koji omogućuju analizu kompleksnih konstrukcija bez razmatranja složene teorije koja opisuje njihovo fizikalno ponašanje. Jedan od primijenjenih načina ispitivanja točnosti dobivenih rješenja je ispitivanje konvergencije [1]. Cilj analize je da se rješenja dobivena pomoću MKE što više približe vrijednostima koje dovoljno točno opisuju razmatrani problem.

### 3.1. Opis primijenjenih konačnih elemenata

Programski alati nude širok spektar različitih konačnih elemenata. Cilj je izabrati i verificirati odabrane elemente u kontekstu kreiranja korektnog proračunskog modela. Kombiniranjem više vrsta konačnih elemenata i prikladnog odabira kojom vrstom elementa aproksimirati zasebni segment proračunskog modela, ispitana je monotona konvergencija za nekoliko jednostavnijih slučajeva koje je moguće provjeriti korištenjem analitičkih metoda i poznatih podataka iz referentne literature [2, 24, 25, 26].

#### 3.1.1. 3D konačni elementi

Predloženi elementi koriste se kada su geometrija ili opterećenje kompleksni da bi se problem rješavao nekim drugim tipom elemenata s manje prostornih dimenzija. Osim toga koriste se i kada je potrebno dobiti realniji odziv konstrukcije, što ponekad nije moguće ostvariti pomoću jednodimenzijskih i/ili dvodimenzijskih elemenata. 3D konačni elementi mogu biti u obliku prizme (eng. *hexahedral*), trostrane prizme (eng. *wedge*) ili tetraedarski (eng. *tetrahedral*). Prilikom računanja s 3D elementima znatno je veći broj nepoznanica u numeričkom modelu, što je računalno zahtjevnije [1]. Stupnjevi slobode kod 3D elemenata su 3 translacije u svakom čvoru ( $u, v, w$ ). Ako se radi o proračunskom modelu složene geometrije koriste se isključivo tetraedarski elementi drugog reda (parabolični).



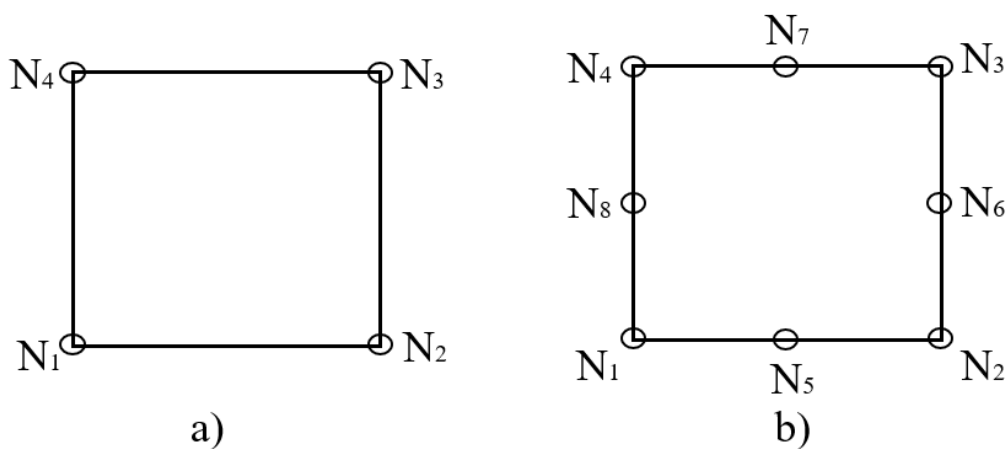
Slika 3.1. Tetraedarski konačni element: a) osnovni, b) parabolični

Kad je moguće primjerenije je koristiti elemente u obliku paralelopipeda ili tetraedarske elemente drugog reda. Razlog tome je što je raspodjela pomaka osnovnog tetraedarskog elementa (prvog reda sa 4 čvora) opisana s potpunim polinomima prvog stupnja. To znači da je

raspodjela pomaka po plohi tetraedra linearna, a raspodjela deformacije i naprezanja koja je određena matricom  $\mathbf{B}$  konstantna te je stoga potrebno imati vrlo gustu mrežu da bi se realnu raspodjelu naprezanja moglo dobro aproksimirati, pogotovo ako je problem takav da se pojavljuje veliki gradijent naprezanja. Nadalje, elementi drugog reda točnije opisuju zakrivljenu geometriju i manje su osjetljivi na “locking”.

### 3.1.2. Ljuskasti konačni elementi

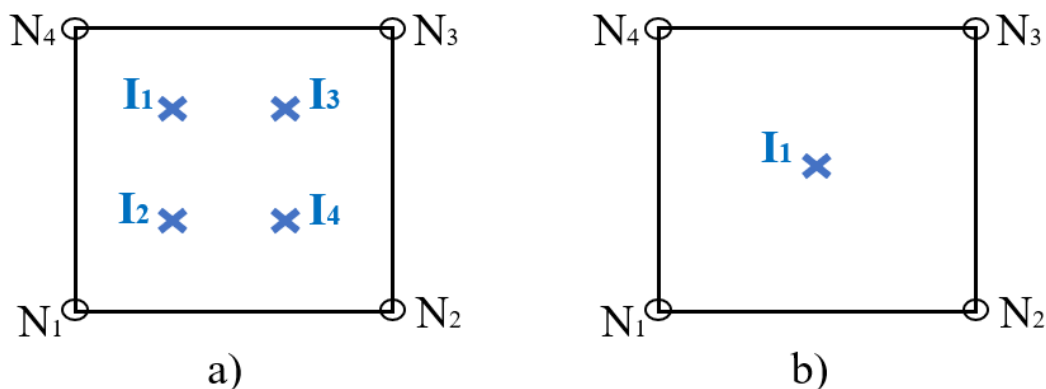
Konačni elementi za analizu ljuskastih konstrukcija služe za modeliranje ljuskastog kontinuuma koji je omeđen dvjema plohama, a jedna dimenzija (debljina) je mnogo manja od ostalih dimenzija, te su naprezanja u smjeru debljine zanemariva. Modelirajući konvencionalnim elementima diskretiziramo tijelo definirajući srednju plohu pa naknadno zadajemo debljinu elementa. Osim toga razlikuju se i stupnjevi slobode. 3D ljuskasti element, kao i ostali 3D elementi koji su opisani u prethodnom poglavlju, ima samo translacijske stupnjeve slobode, dok ljuskasti konačni elementi imaju i rotacije – znači 6 stupnjeva slobode po čvoru [1, 20]. Ljuskasti konačni elementi korišteni su u ovome radu isključivo u verifikacijskim problemima.



Slika 3.2. Četverokutni ljuskasti element: a) 1. reda, b) II. reda

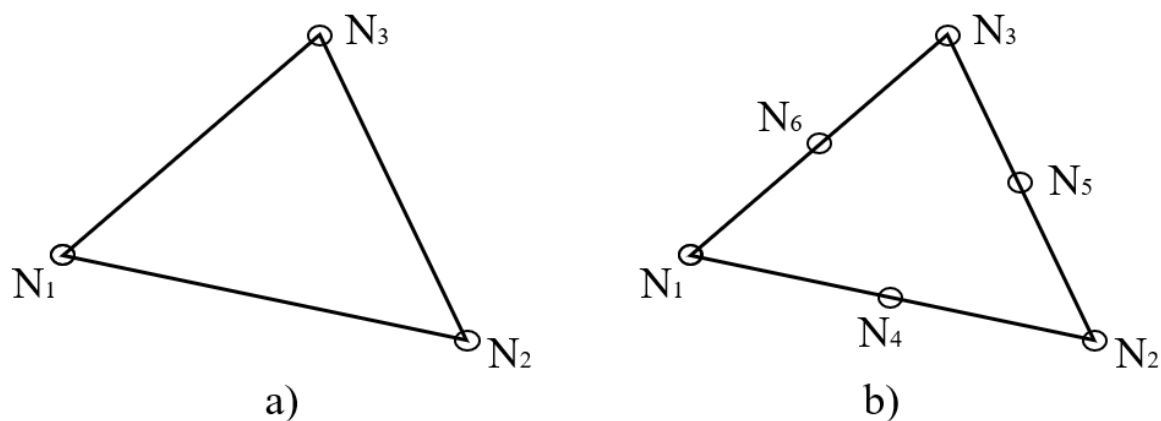
U sklopu verifikacijskih problema koristimo elemente za ravninsko stanje naprezanja (RSN) i deformacije (RSD) oznake CPS4/CPE4 (*Abaqus*) gdje svaki čvor ima 2 stupnja slobode gibanja, odnosno dvije translacije. Prilikom prikaza konvergencije korišteni su isti elementi drugog reda s dodatnim čvorom na sredini stranice (*Abaqus* CPS8/CPE8). Ako spomenuti elementi imaju sufiks „R“ u oznaci konačnog elementa riječ je o reduciranoj integraciji.

Osnovna razlika između elementa sa ili bez reducirane integracije je u broju točaka integracije (Slika 3.3).



Slika 3.3. Elementi za RSN: a) CPS4, b) CPS4R

Kroz verifikacijske zadatke korišteni su i trokutni konačni elementi za ravninsko stanje naprezanja i deformacije. Također, kao i četverokutni elementi imaju dva stupnja slobode gibanja u svakom čvoru. Oznaka za osnovne trokutne elemente je CPS3/CPE3 (*Abaqus*) dok za trokutne elemente drugog reda CPS6/CPE6 (*Abaqus*). Trokutni konačni elementi oznake CPS3 korišteni su i tijekom optimizacijskog procesa.



Slika 3.4. Trokutni ljuskasti element: a) I. reda, b) II. reda

### 3.2. Programski paket *Abaqus* [19]

*Abaqus* je programski paket koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Primjenjuje se za rješavanje različitih problema, od analiza pomaka i naprezanja, prijenosa topline, difuzije mase, akustičkih analiza te mnogih drugih. Sadrži veliku bazu elemenata za virtualno modeliranje problema konstrukcija. Također je moguće modelirati mnoge tehničke materijale:

metale, polimere, kompozite itd. *Abaqus* se sastoji od dva osnovna proizvoda: *Abaqus/Standard* i *Abaqus/Explicit*.

*Abaqus/Standard* je program opće namjene koji služi za analizu linearnih i nelinearnih problema i bit će korišten prilikom izrade ovog rada. *Abaqus/Explicit* služi za analize posebne namjene s posebnom formulacijom konačnih elemenata, npr. za analizu kratkih tranzijentnih pojava.

*Abaqus/CAE* je interaktivno grafičko sučelje koje služi za kreiranje modela. Također, postoji mogućnost modeliranja nekih posebnih elemenata – npr. opruga, pukotina, prigušnih elemenata, kao i virtualnih elemenata koji služe za dodjeljivanje opterećenja koje je definirano u nekoj točki izvan same geometrije itd. Programski paketi za MKE podijeljeni su u nekoliko logičkih cjelina:

- pretprocesiranje (eng. *preprocessing*),
- simulacija (eng. *simulation*),
- prikaz podataka (eng. *postprocessing*).

Modeliranje geometrije može biti izvedeno u *Abaqus/CAE*-u, ali i u bilo kojem *Computer Aided Design* (CAD) programskom paketu, pa se taj model može uvesti u *Abaqus/CAE*. Moguće je čak cijelu fazu pretprocesiranja izvesti u nekom drugom CAD paketu. U *Abaqus-u* je dostupan veliki broj i širok spektar elemenata koji omogućuju rješavanje različitih problema, odnosno modeliranje različite geometrije.

## 4. KONTAKT

Poznavanje raspodjele kontaktnih pritisaka na površini tijela iznimno je važno pri analizi složenih konstrukcijskih sklopova, te se njihovom razmatranju pridodaje posebna važnost. Za potpunije razumijevanje problema kontakta pružen je kratak opis kategorija kontaktnih problema čija međusobna kombinacija može okarakterizirati svaki realni kontaktni problem koji susrećemo u praksi [18].

**Nekonformni kontakt** je kontakt pri kojemu se tijela u odsutnosti vanjskog opterećenja dodiruju samo u jednoj točki (npr. kontakt dviju kugli ili kugle i ravne plohe) ili duž linije (npr. kontakt dva valjka s usporednim osima ili valjka i ravne plohe). Česta vrlo visoka naprezanja u neposrednoj blizini zone kontakta možemo smatrati određenom vrstom koncentracije naprezanja.

**Konformni kontakt** ostvaruje se između tijela koja se i u odsutnosti vanjskog opterećenja dodiruju na površini koja je usporediva s dimenzijama tijela (npr. kontakt baze valjka položenog na ravnu plohu) ili koja će u opterećenom stanju uslijed deformacija stvoriti kontaktnu površinu dimenzija usporedivih s dimenzijama samih tijela (npr. vratilo u kliznom ležaju gdje postoji mala zračnost). Karakterizira ih značajan iznos kontaktnih naprezanja te ih se uglavnom može razmatrati zasebno.

**Kontakt bez trenja** idealizirani je slučaj stvarnog kontakta i smatra se dovoljno dobrom aproksimacijom u slučaju razmatranja vrlo glatkih i/ili dobro podmazanih površina koje mogu slobodno klizati jedna o drugu. Tangencijalne sile u svakoj kontaktnoj točki uvijek su jednake nuli tj. preko kontaktne površine prenose se samo normalne komponentne kontaktnih pritisaka.

**Kontakt s trenjem** vrsta je kontakta do koje dolazi u svim realnim kontaktnim problemima. Klizanje u točkama dodira je suprotstavljeno sa silom trenja koja djeluje na tangencijalnom pravcu kontaktne površine. Svakako, trenje čini matematički model kompleksnijim, ali njegovim zanemarivanjem možemo dobiti značajnu pogrešku u krajnjem rezultatu.

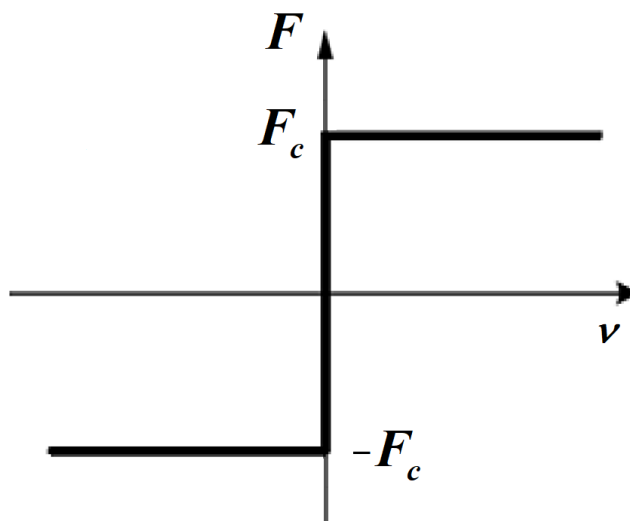
Idealizirani model trenja tj. Coulombov model trenja govori da je iznos sile trenja proporcionalan normalnoj (okomitoj) sili i neovisan je o iznosu dodirne površine ( $F_C = \mu F_N$ ), kako je opisano sljedećim izrazom :

$$F = F_C \operatorname{sgn}(v_{rel}), \quad (4.1.)$$

gdje je  $F_C = \mu F_N$  - Columbova sila trenja,

$v_{rel}$  - relativna brzina dvaju tijela koja su u kontaktu.

Coulombov model trenja ne definira silu trenja za nultu brzinu ( $v_{rel} = 0$ ), može biti nula ili se može uzeti bilo koja vrijednost na intervalu između  $-F_c$  i  $F_c$ . Neodređenost iznosa sile trenja za  $v_{rel} = 0$  predstavlja najveći nedostatak ovog problema, no zbog svoje jednostavnosti često se koristi u rješavanju gotovo svih numeričkih proračuna

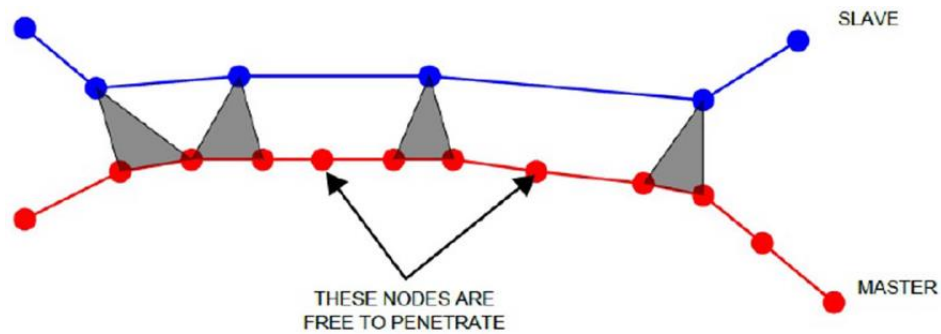


Slika 4.1. Coulombov model trenja

#### 4.1. Definiranje kontakta u programskom paketu *Abaqus*

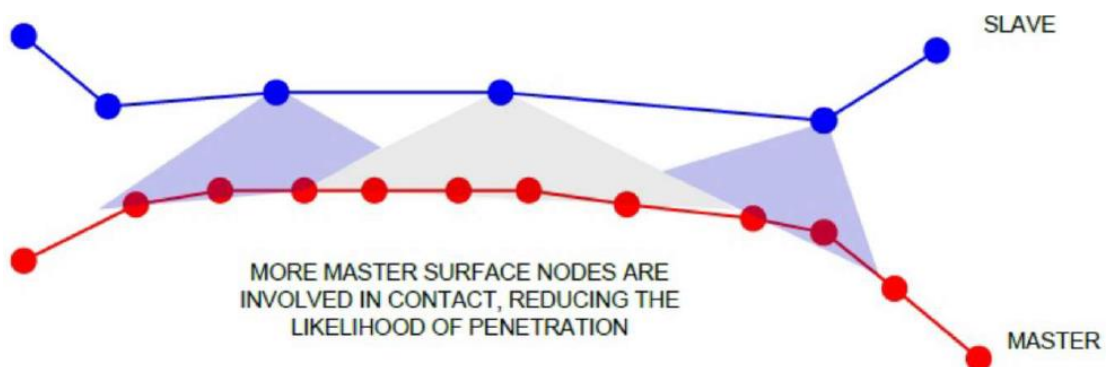
U programskom paketu *Abaqus* postoji više načina kako definirati kontaktnu interakciju dvije plohe. Potrebno je odabrati način na koji će se kontakt diskretizirati. Programski paket *Abaqus* nudi dvije opcije kontakta: *node-to-surface* i *surface-to-surface*.

*Node-to-surface* se definira između *slave* čvora i *master* plohe dok se dubina otvaranja/prodora mjeri duž normale na *master* plohu. Svakom *slave* čvoru se dodjeljuje pripadna čvorna površina za pretvorbu čvornih sila u čvorna naprezanja tako da *slave* čvorovi ne mogu penetrirati u *master* plohu, dok u nekim slučajevima *master* čvorovi mogu prodirati u *slave* površinu. Prilikom odabira ovog tipa kontakta uglavnom se *slave* ploha diskretizira gušćom mrežom konačnih elemenata dok se za *master* plohu odabire kruća površina [19, 21].



Slika 4.2. *Node-to-surface* diskretizacija kontakta [21]

*Surface-to-surface* kontakt se definira između *slave* čvora i većeg dijela površine *master* plohe. Dubina otvaranja/prodora se mjeri duž normale na *slave* plohu dok se tangencijalni pomak (klizanje) mjeri okomito na normalu *slave* čvora. Preporuka je da se *slave* površina dodijeli tijelu s gušćom mrežom konačnih elemenata. Korištenjem ove metode smanjujemo mogućnost velikog lokalno prodiranja kroz površinu te se smanjuje osjetljivost na dodjelu *master* i *slave* plohe što povećava točnost rezultata računanja kontaktnog pritiska [19, 21].

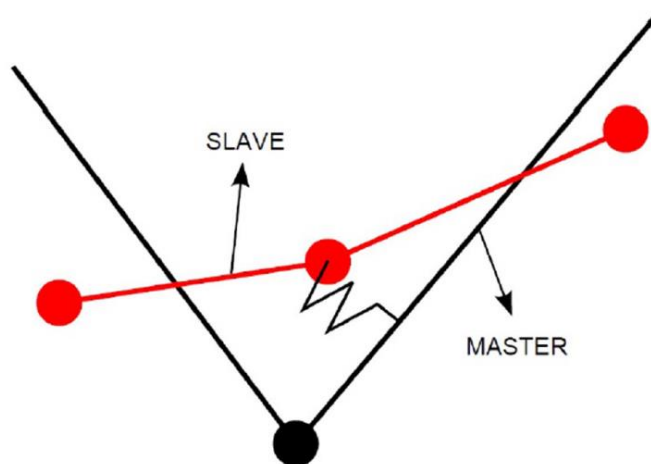


Slika 4.3. *Surface-to-surface* diskretizacija kontakta [21]

Također, prilikom definiranja kontakta potrebno je odrediti i ograničenja prijanjanja između dvije površine. U programskom paketu *Abaqus* ponuđene su dvije metode: *penalty* metoda i metoda *Lagrangeovih* multiplikatora.

*Penalty* metoda je najčešće korištena metoda kod komercijalnih softvera i općenito favorizirana u odnosu na metodu *Lagrangeovih* multiplikatora. U *penalty* metodi se uvodi virtualna opruga krutosti  $c$  koja svojom krutošću onemogućuje prodiranje kontaktnih ploha jednu u drugu kao što prikazuje Slika 4.4. Krutost opruge se može podesiti povećanjem krutosti  $c$  što onda zahtjeva duže vrijeme računalne analize i potrebnih resursa.





Slika 4.4. Virtualna opruga kod *penalty* metode

Metoda *Lagrangeovih* multiplikatora nešto je složenija te omogućava točno ispunjavanje ograničenja (nema prodiranja) kroz uvođenje kontaktnih sila u formulaciju (*Lagrangeovi* multiplikatori) te upravo to predstavlja glavnu prednost nad *penalty* metodom jer donosi mogućnost dobivanja „potpuno“ točnih rješenja. Kod ove metode nema relativnog gibanja između dvije površine dok tangencijalno smično naprezanje  $\tau$  ne dosegne kritičnu vrijednost. Preporuka je da se ova metoda koristi u slučajevima kada je *stick/slip* ponašanje od najveće važnosti za krajnji rezultat što u ovom radu nije bio slučaj te je stoga korištena *penalty* metoda.

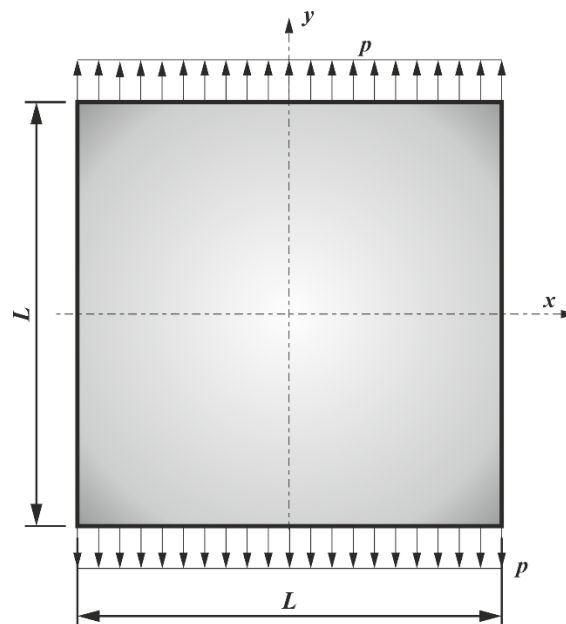
## 5. VERFIKACIJA

Provjera učinkovitosti konačnih elemenata koji će se koristiti u daljnjem radu provest će se na jednostavnim primjerima koje je moguće provjeriti korištenjem analitičkih proračuna i podataka poznatih iz referentne literature. Cilj je verificirati prikladnost korištenih konačnih elemenata, nametnutih rubnih uvjeta te općenito metodologije rješavanja problema kako bi se sa sigurnošću moglo pristupiti opisanom problemu. Identificirani su elementi koji najbolje mogu opisati definirani problem. Provest ćemo nekoliko verifikacijskih problema i pokazati konvergenciju rješenja korištenjem različitih tipova konačnih elemenata.

### 5.1. Membrana opterećena konstantnim tlakom $p$

Membrana prikazana na slici 5.1. opterećena je konstantnim tlakom  $p$ . Ako je poznato da se membrana uslijed opterećenja  $p$  izduži za veličinu  $\delta$  potrebno je izračunati naprezanja, deformacije i pripadne pomake.

Zadano:  $E = 200$  GPa,  $\nu = 0,3$ ,  $L = 300$  mm,  $\delta = 0,1$  mm,  $t = 1$  mm.



Slika 5.1. Membrana opterećena konstantnim tlakom  $p$

#### 5.1.1. Analitičko rješenje

Potrebno je prvo izračunati odgovarajuću duljinsku deformaciju u smjeru osi  $y$ :

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta L}{L/2} = \frac{0,1}{300/2} = 6,67 \cdot 10^{-4}. \quad (5.1.1)$$

Prema Hookeovom zakonu za ravninsko stanje naprezanja slijedi [2] :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x).\end{aligned}\tag{5.1.2}$$

Naprezanje u smjeru osi  $x$  je jednako nula, odnosno  $\sigma_x = 0$ , pa slijedi iz gornje jednačbe:

$$\sigma_y = E \cdot \varepsilon_y = 200 \cdot 10^3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-4} = 133,33 \text{ N/mm}^2 ,\tag{5.1.3}$$

$$\varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E} = -0,3 \frac{133,33}{200 \cdot 10^3} = -2 \cdot 10^{-4}.\tag{5.1.4}$$

Poznato je da je kod ravninskog stanja naprezanja  $\sigma_z = 0$ , dok je deformacija  $\varepsilon_z \neq 0$  i iznosi:

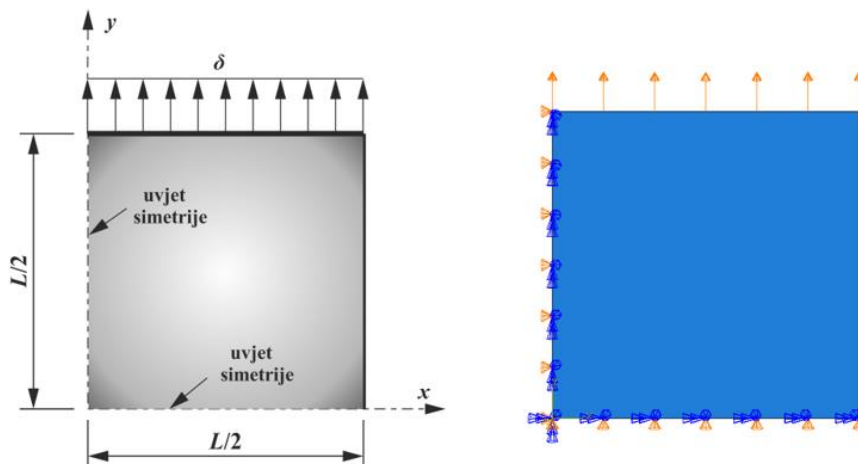
$$\varepsilon_z = \frac{-\nu}{E}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \frac{0,3}{200 \cdot 10^3}(-2 \cdot 10^{-4} + 6,67 \cdot 10^{-4}) = 7 \cdot 10^{-10}.\tag{5.1.5}$$

Pomak, odnosno suženje desnog kraja membrane iznosi:

$$u_x = -\varepsilon_x \cdot L / 2 = -2 \cdot 10^{-4} \cdot 300 / 2 = -0,03 \text{ mm}.\tag{5.1.6}$$

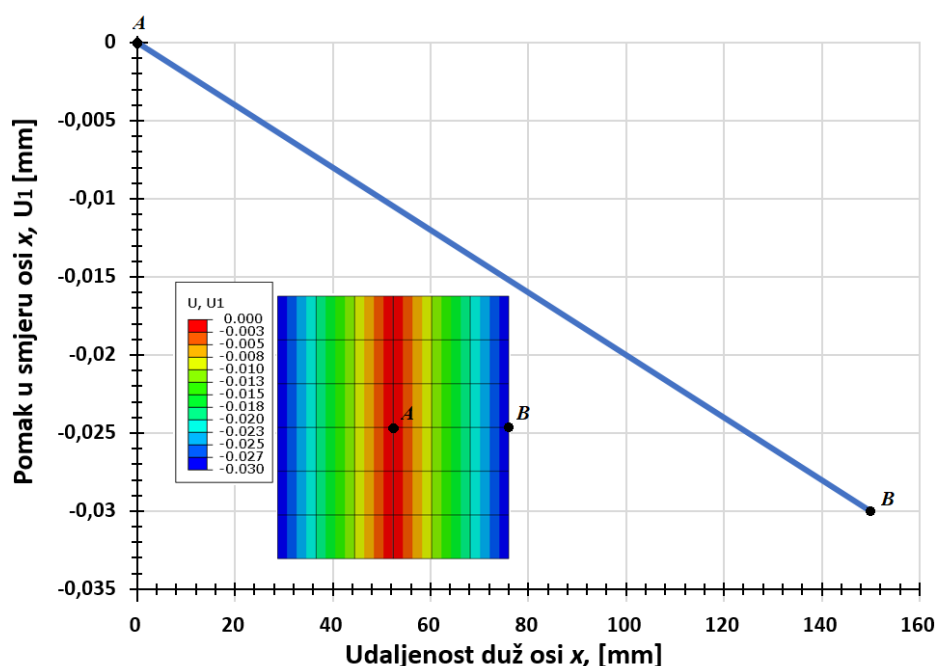
### 5.1.2. Numeričko rješenje

Geometrija i opterećenje zadanog problema su simetrični oko osi  $x$  i osi  $y$  pa su primijenjeni rubni uvjeti simetrije na proračunskom modelu koji sadrži samo četvrtinu membrane [1, 20]. Korištenjem simetrije smanjuje se broj elemenata za točno opisivanje problema, a posljedično se smanjuje i potrebno vrijeme numeričke analize. Na gornjem bridu proračunskog modela zadan je pomak u smjeru osi  $y$  iznosa 0,1 mm. Proračunski model je prikazan na slici 5.2.



Slika 5.2. Geometrija proračunskog modela, rubni uvjeti i opterećenje

Korišteni su konačni elementi za ravninsko stanje napreznja sa četiri čvora, točnije CPS4R elementi. Analiza je provedena sa tri različite mreže konačnih elemenata te je prikazano numeričko rješenje zadatkom traženih veličina. Povećanjem stupnja konačnog elementa rezultati se nisu promijenili. Uspoređena je točnost rješenja upotrebom istih, samo trokutnih elemenata (tj. CPS3 konačni elementi prvog reda) te usporedba dobivenih rezultata prikazana je u tablici 5.1.



Slika 5.3. Prikaz pomaka u smjeru osi  $x$

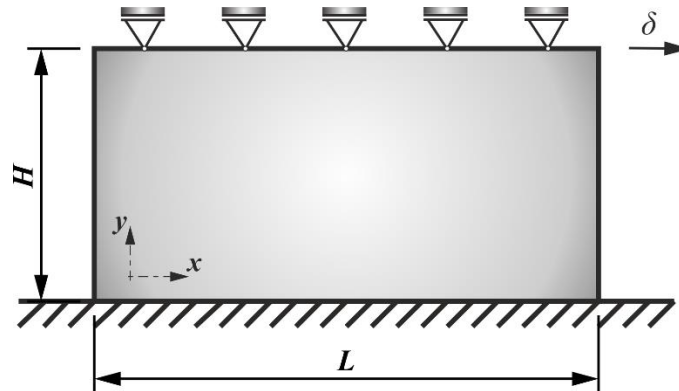
Tablica 5.1. Usporedba rješenje pravokutne membrane opterećene tlakom  $p$

Metoda	$\sum n_{KE}$	$\sigma_y$ , MPa	$\varepsilon_x$ , -	$\varepsilon_y$ , -	$\varepsilon_z$ , -	$u_x$ , mm	$E_{rel}$ , %
Analitički	-	133,33	$-2 \times 10^{-4}$	$6,67 \times 10^{-4}$	$7 \times 10^{-10}$	-0,03	0
Abaqus, CPS4R/CPS3	1	133,33	$-2 \times 10^{-4}$	$6,67 \times 10^{-4}$	0	-0,03	0
	4	133,33	$-2 \times 10^{-4}$	$6,67 \times 10^{-4}$	0	-0,03	0
	16	133,33	$-2 \times 10^{-4}$	$6,67 \times 10^{-4}$	0	-0,03	0

Iz prvog verifikacijskog primjera može se zaključiti da predloženi tipovi konačnih elemenata odlično opisuju stanje napreznja i pomak u smjeru osi  $x$ . Prilikom analize rezultata potrebno je napomenuti da elementi za ravninsko stanje napreznja imaju dva stupnja slobode, pomak u smjeru osi  $x$  i pomak u smjeru osi  $y$  te da pomoću njih nije moguće prikazati deformaciju u smjeru osi okomite na membranu, točnije deformaciju  $\varepsilon_z$ . Osim toga potvrđeno je da korišteni elementi pokazuju izvrsne rezultate za slučaj konstantno i vlačno opterećene membrane.

## 5.2. Smično opterećena membrana

Za membranu prikazanu i dimenzioniranu prema slici 5.4. potrebno je izračunati posmično naprezanje i kutnu deformaciju ako nam je poznat pomak gornjeg brida u smjeru osi  $x$  za iznos  $\delta$ . Zadani parametri materijala su modul elastičnosti  $E$  i Poissonov faktor  $\nu$ .  
Zadano:  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $H = 50 \text{ mm}$ ,  $L = 100 \text{ mm}$ ,  $\delta = 0,1 \text{ mm}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$ .



Slika 5.4. Smično opterećena membrana

### 5.2.1. Analitičko rješenje

Kutna deformacija izračunata je prema:

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta}{H} = \frac{0,1}{50} = 2 \cdot 10^{-3}. \quad (5.2.1)$$

Potrebno je izračunati i modul smicanja  $G$  radi izračuna posmičnog naprezanja:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200 \cdot 10^3}{2(1+0,3)} = 76923,08 \text{ MPa}. \quad (5.2.2)$$

Konačno, posmično naprezanje iznosi:

$$\tau_{xy} = \gamma \cdot G = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 76923,08 = 153,85 \text{ N/mm}^2. \quad (5.2.3)$$

### 5.2.2. Numeričko rješenje

Prilikom numeričkog rješavanja korištene su tri mreže konačnih elemenata. Duž cijelog gornjeg brida postavljene su vrijednosti pomaka u smjeru osi  $x$ . Korišteni četverokutni elementi su CPS4R, CPS8R te trokutni element CPS3.

**Tablica 5.2. Usporedba maksimalnih razlika smično opterećene membrane**

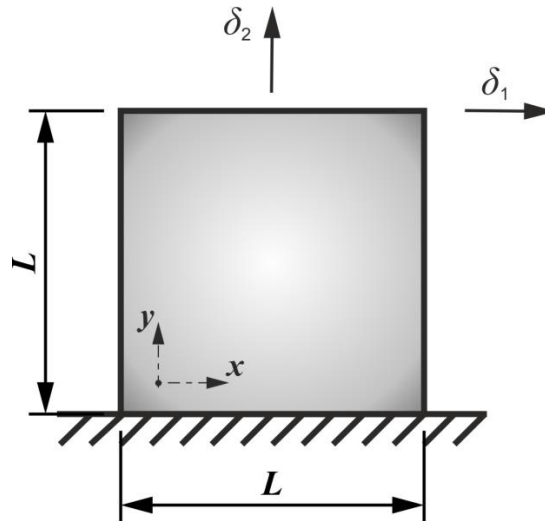
Metoda	$\sum n_K$	$\tau_{xy}$ , MPa	$E_{rel}$ , %	$\gamma_{xy}$ , -	$E_{rel}$ , %
Analitički	-	153,85	0	$2 \times 10^{-3}$	0
	2	153,85	0	$2 \times 10^{-3}$	0
Abaqus, CPS3	12	195,4	-21,26	$2,54 \times 10^{-3}$	-21,26
	22	182,5	-15,70	$2,37 \times 10^{-3}$	-15,61
Abaqus, CPS4R	1	153,85	0	$2 \times 10^{-3}$	0
	4	141,47	8,75	$1,84 \times 10^{-3}$	8,70
	16	171,8	-10,45	$2,23 \times 10^{-3}$	-10,31
Abaqus, CPS8R	1	141,47	8,75	$1,84 \times 10^{-3}$	8,70
	4	203,72	-24,48	$3 \times 10^{-3}$	-10,31
	16	168,72	-8,81	$2 \times 10^{-3}$	0

Iz usporedbe rješenja može se zaključiti da su najpouzdanija numerička rješenja dobivena za jedan pravokutni element ili dva trokutna konačna elementa. Razlog tome je što jedan konačni element najbolje opisuje rubne uvjete i pomake smično opterećene membrane. Ako se membrana diskretizira s jednim elementom drugog reda (CPS8R) mogu se primijetiti odstupanja od analitičkog rješenja zbog čvora kojeg navedeni element ima na sredini stranice. Potpuno poklapanje rješenja jednog CPS8R elementa dobiveno je korištenjem četiri CPS4R konačna elementa. Za dobivanje točnog rješenja s većim brojem konačnih elemenata (točnije bi bilo reći s većim brojem čvorova na bočnim stranicama membrane) potrebno je zadati rubne uvjete pomaka za svaki čvor, što je trivijalno.

### 5.3. Membrana opterećena vlačno i smično

Membrana dimenzija  $L \times L$  uklještena je prema slici 5.5. Ako su poznati pomaci  $\delta_1$  i  $\delta_2$  potrebno je izračunati naprežanje  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  te pripadne deformacije  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$ .

Zadano:  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $L = 50 \text{ mm}$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 0,1 \text{ mm}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$ .



Slika 5.5. Vlačno/smično opterećena membrana

#### 5.3.1. Analitičko rješenje

Duljinska deformacija u smjeru osi  $x$  je jednaka 0 jer je  $\delta_1 = \delta_2$ , tj.  $\varepsilon_x = 0$ , dok duljinska deformacija  $\varepsilon_y$  iznosi:

$$\varepsilon_y = \frac{\delta_2}{L} = \frac{0,1}{50} = 2 \cdot 10^{-3}. \quad (5.3.1)$$

Kutna deformacija  $\gamma_{xy}$  iznosi:

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta_1}{L} = \frac{0,1}{50} = 2 \cdot 10^{-3}. \quad (5.3.2)$$

Posmično naprežanje  $\tau_{xy}$  iznosi:

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \gamma_{xy} = \frac{200 \cdot 10^3}{2(1+0,3)} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 153,85 \text{ N/mm}^2. \quad (5.3.3)$$

Prema Hookeovom zakonu za ravninsko stanje naprežanja slijedi [2] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x). \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

Rješavanjem dviju jednadžbi s dvije nepoznanice, dobivamo naprezanja:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 131,87 \text{ N/mm}^2, \\ \sigma_y &= 439,6 \text{ N/mm}^2.\end{aligned}\tag{5.3.5}$$

### 5.3.2. Numeričko rješenje

Zadani problem zapravo je superpozicija prethodna dva verifikacijska zadatka, smično i vlačno opterećene pravokutne membrane. Dobivene rezultate s istim konačnim elementima (kao u prethodnim verifikacijskim primjerima) prikazali smo u tablici 5.3.

**Tablica 5.3. Usporedba maksimalnih razlika vlačno/smično opterećene membrane**

Metoda	$\sum n_{KE}$	$\sigma_x$ , MPa	$\sigma_y$ , MPa	$\tau_{xy}$ , MPa	$\varepsilon_y$ , -	$\gamma_{xy}$ , -
Analitički	-	131,87	439,6	153,85	$2 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$
	2	131,87	439,56	153,85	$2 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$
Abaqus, CPS3	8	131,90	524,20	153,85	$2,52 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$
	20	152,30	578,89	166,40	$2,71 \times 10^{-3}$	$2,16 \times 10^{-3}$
Abaqus, CPS4R	1	131,87	439,56	153,85	$2 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-3}$
	4	68,40	524,20	148,20	$2,52 \times 10^{-3}$	$1,93 \times 10^{-3}$
	16	90,50	623,00	167,60	$3 \times 10^{-3}$	$2,18 \times 10^{-3}$
Abaqus, CPS8R	1	136,85	752,14	216,52	$3,56 \times 10^{-3}$	$2,8 \times 10^{-3}$
	4	208,9	794,00	206,30	$3,65 \times 10^{-3}$	$2,68 \times 10^{-3}$
	16	248,50	940,70	238,40	$4,3 \times 10^{-3}$	$3,1 \times 10^{-3}$

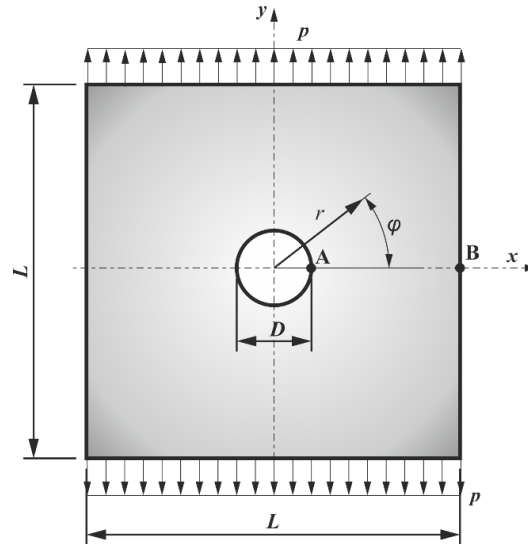
Kao i u prethodnom verifikacijskom problemu, najbolja poklapanja pokazuje model diskretiziran s jednim konačnim elementom jer najbolje opisuje rubne uvjete i mogućnosti pomaka zadanog problema. Detaljnije objašnjenje spomenutog problema navedeno je u prethodnom poglavlju i potpuno se može primijeniti i u ovom primjeru.



#### 5.4. Membrana s otvorom opterećena na vlak

Za membranu s kružnim otvorom u sredini, zadanu i opterećenu prema slici 5.6. potrebno je odrediti raspodjelu naprezanja u smjeru osi  $y$  na presjeku  $\varphi = 0$  te izračunati faktor koncentracije naprezanja.

Zadano:  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $t = 1 \text{ mm}$ ,  $L = 200 \text{ mm}$ ,  $D = 5 \text{ mm}$ ,  $p = 100 \text{ N/mm}^2 = 0,1 \text{ mm}$ ,  $\nu = 0,3$ .



Slika 5.6. Membrana s otvorom opterećena na vlak

##### 5.4.1. Analitičko rješenje

Analitički izraz za raspodjelu naprezanja  $\sigma_y$  u polarnim koordinatama iznosi [3]:

$$\sigma_y(r, \varphi) = \frac{p}{2} \left( 1 + \left( \frac{D/2}{r} \right)^2 \right) + \frac{p}{2} \left( 1 + 3 \left( \frac{D/2}{r} \right)^4 \right) \cos(2\varphi). \quad (5.4.1)$$

Za  $\varphi = 0$  i  $r = D$ , odnosno za točku A, vrijednost  $\sigma_{\max}$  iznosi:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_y(D/2) = 300 \text{ N/mm}^2, \\ \sigma_0 &= p = 100 \text{ N/mm}^2. \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

Faktor koncentracije naprezanja iznosi:

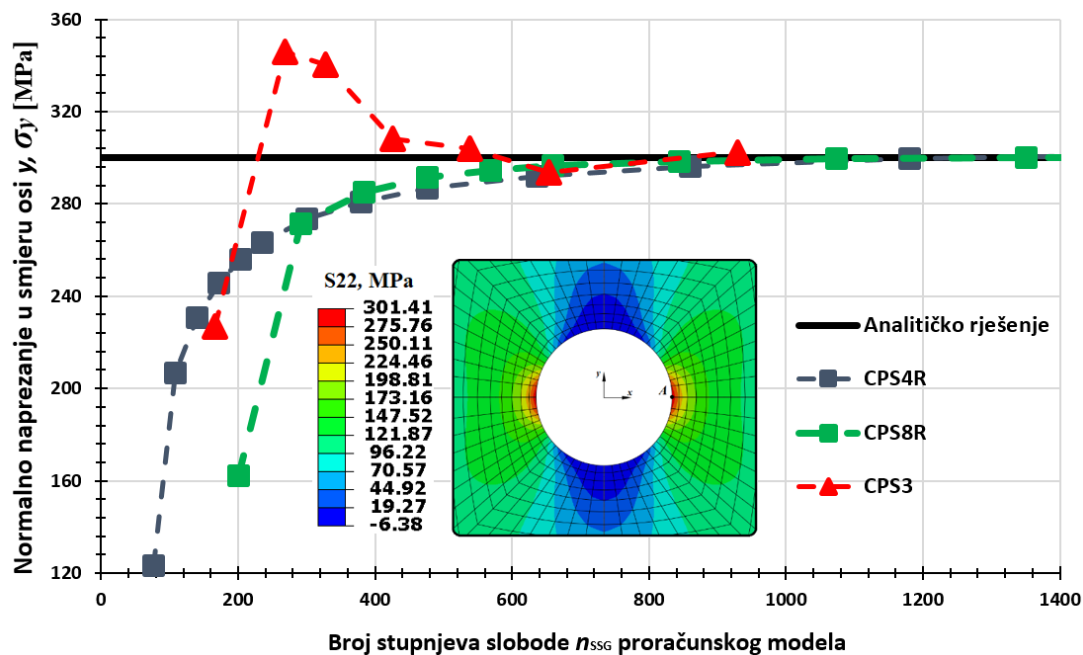
$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} = 3. \quad (5.4.3)$$

##### 5.4.2. Numeričko rješenje

Zadani problem riješen je primjenom rubnih uvjeta simetrije na jednoj četvrtini membrane. Kao i u dosadašnjim primjerima koristili smo trokutne (CPS3) i četverokutne

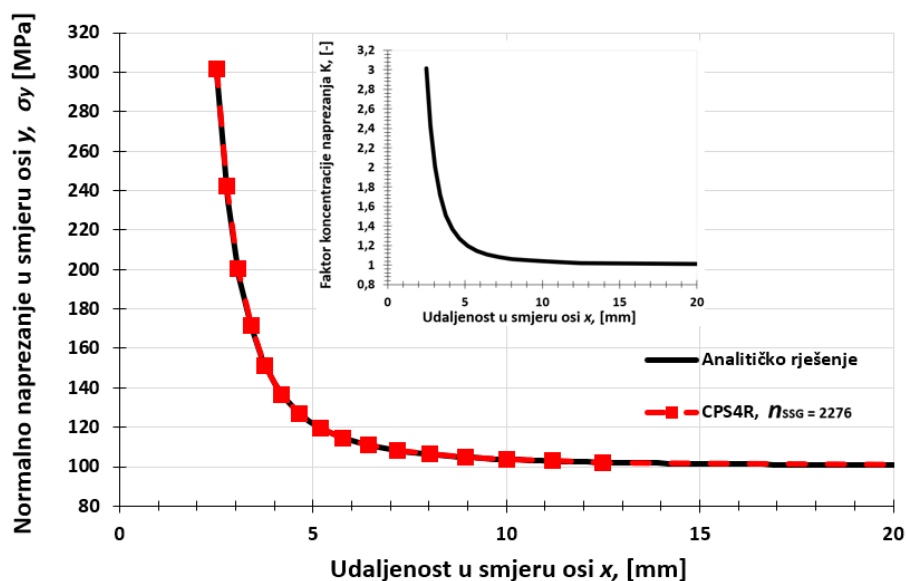
(CPS4R, CPS8R) konačne elemente za ravninsko stanje naprezanja. Mrežu konačnih elemenata usitnjena je oko samog provrta membrane jer se tamo očekuju najveći gradijenti naprezanja.

Slika 5.7. pokazuje konvergenciju normalnog naprezanja u smjeru osi  $y$  (u točki A) prema analitičkom rješenju.



Slika 5.7. Konvergencija prema analitičkom rješenju

Četverokutni elementi pokazuju monotonu konvergenciju, što nije slučaj za trokutne CPS3 iako je riječ o komfornom elementu. Međutim, pri broju stupnjeva slobode većim od 600 svi elementi daju točne rezultate.



Slika 5.8. Raspodjela normalnog naprezanja u smjeru osi  $y$

Kada bi htjeli prikazati raspodjelu faktora koncentracije naprezanja po presjeku A-B, dobili bi identičnu krivulju koja je zasebno prikazana na slici 5.8. što se najbolje vidi iz jednadžbe (5.4.3). Jedina razlika bile bi koordinate  $y$  osi, tj. faktor koncentracije naprezanja bio bi 100 puta manji od iznosa normalnog naprezanja u smjeru osi  $y$  za svaki čvor.

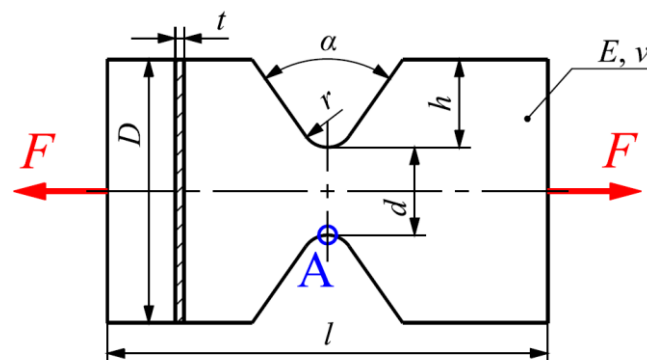
Numeričko rješenje odgovara analitičkom rješenju uz dozvoljenu grešku od 5 % te je potvrđeno da će korišteni elementi sigurno konvergirati pri traženom rezultatu u nastavku rada.

## 5.5. Leptirasti uzorak

Za leptirasti V uzorak prikazan na slici 5.9. potrebno je analitički izračunati maksimalno naprezanje  $\sigma_{\max} = \sigma_A$  i faktor koncentracije naprezanja  $K_t$  te dobivena rješenja usporediti s numeričkim rješenjem uz pritom izračunatu minimalnu relativnu pogrešku  $E_{rel(\min)}$ .

Tablica 5.4. Parametri uzorka s V zarezom

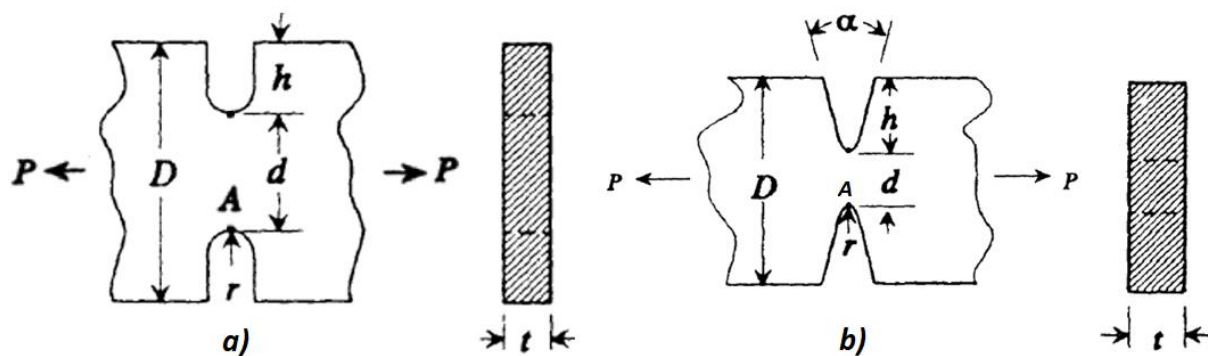
$h$ , mm	$2h/D$ , -	$t$ , mm	$r$ , mm	$\alpha$ , °	$l$ , mm	$E$ , MPa	$\nu$ , -	$F$ , N
10	0.667	1	3	70	50	200 000	0.3	1 000



Slika 5.9. Proračunski model uzorka s V zarezom

### 5.5.1. Analitičko rješenje prema Pilkey [24] i Peterson [25]

Analitička rješenja zadanog problema ponuđena su prema [24, 25, 26]. Pilkey [24] i Peterson [25] nude identična rješenja za prikazani uzorak s V zarezom. Kako bih odredili faktor koncentracije naprezanja V uzorka, potrebno je prethodno izračunati faktor koncentracije naprezanja za U uzorak, Slika 5.10.



Slika 5.10. Prikaz uzorka s U i V zarezom prema [24]

Faktor koncentracije naprezanja  $K_t$  za slučaj s U zarezom iznosi:

$$K_{tu} = C_1 + C_2 \left( \frac{2h}{D} \right) + C_3 \left( \frac{2h}{D} \right)^2 + C_4 \left( \frac{2h}{D} \right)^3. \quad (5.5.1)$$

Koeficijenti  $C_1, C_2, C_3$  i  $C_4$  za odnos  $2.0 \leq h/r \leq 50.0$  ( $h/r = 3,33$ ) iznose:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1,037 + 1,991\sqrt{h/r} + 0,002 \cdot h/r = 4,679, \\ C_2 &= -1,886 - 2,181\sqrt{h/r} - 0,048 \cdot h/r = -6,028, \\ C_3 &= 0,649 + 1,086\sqrt{h/r} + 0,142 \cdot h/r = 3,105, \\ C_4 &= 1,218 - 0,922\sqrt{h/r} - 0,086 \cdot h/r = -0,752. \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

Uvrštavanjem (5.5.2) u (5.5.1) dobivamo faktor koncentracije naprezanja U uzorka:

$$K_{tu} = 1,816. \quad (5.5.3)$$

Uz korekciju sa oznakom opterećenja ( $P = F$ ) nominalno naprezanje iznosi:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{t \cdot d} = \frac{1000}{1 \cdot 9,985} = 100,15 \text{ MPa}. \quad (5.5.4)$$

Maksimalno naprezanje U uzorka iznosi:

$$K_{tu} = \frac{\sigma_{\max,u}}{\sigma_{nom}} \rightarrow \sigma_{\max,u} = K_{tu} \cdot \sigma_{nom} = 1,816 \cdot 100,15 = 181,9 \text{ MPa}. \quad (5.5.5)$$

Faktor koncentracije naprezanja  $K_{tv}$  za zadani slučaj s V zarezom računa se prema:

$$K_{tv} = C_1 + C_2 \sqrt{K_{tu}} + C_3 K_{tu}, \quad (5.5.6)$$

gdje su  $C_1, C_2$  i  $C_3$  koeficijenti koji za  $2h/D = 0,667$ ,  $60^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ ,  $1,6 \leq K_{tu} \leq 2,8$  iznose:

$$\begin{aligned} C_1 &= -10,01 + 0,1534 \cdot \alpha - 0,000647 \cdot \alpha^2 = -2,442, \\ C_2 &= 13,60 - 0,2140 \cdot \alpha + 0,000973 \cdot \alpha^2 = 3,388, \\ C_3 &= -3,781 + 0,07873 \cdot \alpha - 0,000392 \cdot \alpha^2 = -0,191. \end{aligned} \quad (5.5.7)$$

Konačno, uvrštavanjem (5.5.7) u (5.5.6) dobivamo faktor koncentracije naprezanja za zadani problem:

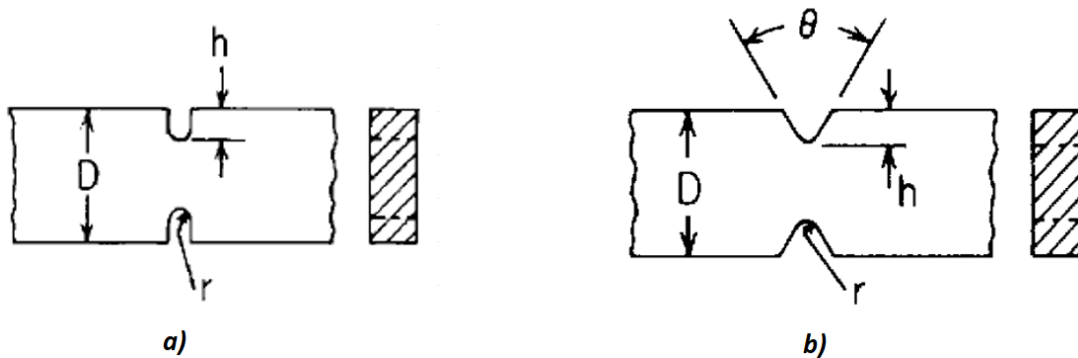
$$K_{\text{Pilkey}} = K_{tv} = C_1 + C_2 \sqrt{K_{tu}} + C_3 K_{tu} = 1,777 \quad (5.5.8)$$

Maksimalno naprezanje V uzorka:

$$K_{tv} = \frac{\sigma_{\max,v}}{\sigma_{nom}} \rightarrow \sigma_{\max,v} = K_{tv} \cdot \sigma_{nom} = \sigma_A = 1,777 \cdot 100,15 = 177,97 \text{ MPa} . \quad (5.5.9)$$

### 5.5.2. Analitičko rješenje prema Roark [26]

Različite jednačbe od Peterson-a i Pilkey-a nudi Roark [26] prilikom izračuna faktora koncentracije naprezanja V uzorka.



Slika 5.11. Prikaz uzorka s U i V-zarezom prema [26]

Također, kako bi se izračunao faktor koncentracije naprezanja V uzorka prilikom proračuna zadatkom traženih veličina, prvo je potrebno izračunati isto i za U uzorak.

Faktor koncentracije naprezanja  $K_t$  za slučaj s U zarezom iznosi:

$$K_{tu} = C_1 + C_2 \left( \frac{2h}{D} \right) + C_3 \left( \frac{2h}{D} \right)^2 + C_4 \left( \frac{2h}{D} \right)^3 . \quad (5.5.10)$$

Koeficijenti  $C_1, C_2, C_3$  i  $C_4$  za odnos  $2.0 \leq h/r \leq 50.0$  ( $h/r = 3,33$ ) iznose:

$$\begin{aligned} C_1 &= 0,833 + 2,069 \sqrt{h/r} - 0,009 \cdot h/r = 4,580, \\ C_2 &= 2,732 - 4,157 \sqrt{h/r} + 0,176 \cdot h/r = -4,271, \\ C_3 &= -8,859 + 5,327 \sqrt{h/r} - 0,320 \cdot h/r = -0,200, \\ C_4 &= 6,294 - 3,239 \sqrt{h/r} + 0,154 \cdot h/r = 0,894. \end{aligned} \quad (5.5.11)$$

Uvrštavanjem (5.5.11) u (5.5.10) dobivamo faktor koncentracije naprezanja U uzorka:

$$K_{tu} = 1,908. \quad (5.5.12)$$

Faktor koncentracije naprezanja V zarezu je veći od sljedeća 2 faktora:

$$K_{tv} = \max(K_{tu}, K_{t\theta}). \quad (5.5.13)$$

Za odnos  $2h/D = 0.667$  i  $\theta \leq 120^\circ$ ,  $K_{t\theta}$  iznosi:

$$K_{t\theta} = 1,11 \cdot K_{tu} - \left[ 0,0275 + 0,00042 \cdot \theta + 0,0075 \cdot \left( \frac{\theta}{120} \right)^8 \right] \cdot K_{tu}^2 = 1,910. \quad (5.5.14.)$$

Konačno, dobivamo faktor koncentracije naprezanja za zadani problem:

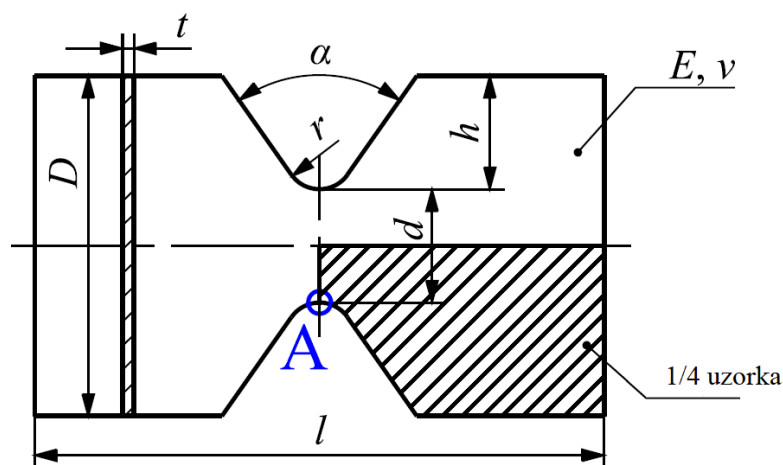
$$K_{\text{Roark}} = K_{tv} = \max(K_{tu}, K_{t\theta}) = 1,910. \quad (5.5.15.)$$

Maksimalno naprezanje V uzorka:

$$K_{tv} = \frac{\sigma_{\max,v}}{\sigma_{\text{nom}}} \rightarrow \sigma_{\max,v} = K_{tv} \cdot \sigma_{\text{nom}} = \sigma_A = 1,910 \cdot 100,15 = 191,3 \text{ MPa}. \quad (5.5.16.)$$

### 5.5.3. Numeričko rješenje

Budući da je uzorak dvostruko simetrična obzirom na opterećenja i samu geometriju dovoljno je koristiti samo jednu četvrtinu uzorka kod izrade proračunskog modela i primijeniti odgovarajuće rubne uvjete simetrije. Parametri materijala zadani su prema tablici 5.4, dok je geometrija uzorka prikazana na slici 5.12.

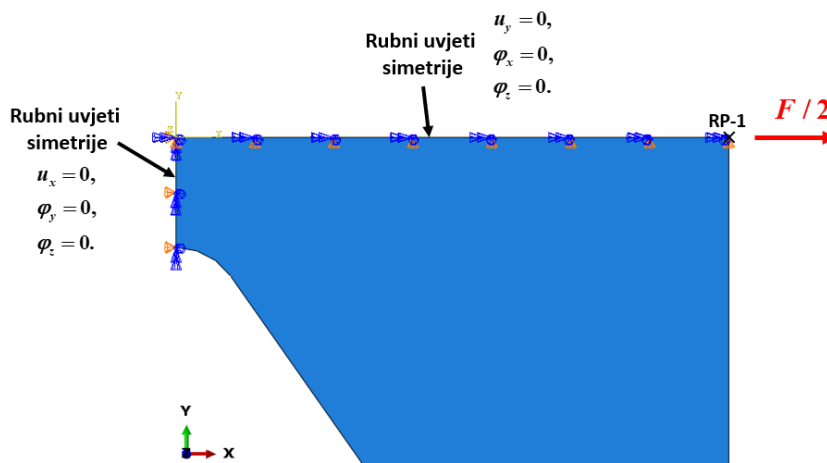


Slika 5.12. Geometrija proračunskog modela leptirastog uzorka

Zbog korištenja simetrije potrebno je zadati odgovarajuće rubne uvjete. Rubni uvjeti simetrije korišteni su na gornjem i lijevom rubu uzorka i to tako da je na lijevom rubu (1. ravnina simetrije) onemogućen pomaku u smjeru osi  $x$  te rotacije oko  $y$  i  $z$ . Gornjem rubu (2. ravnina simetrije) onemogućeni su pomaci u smjeru osi  $y$  te rotacije te rotacije oko osi  $x$  i  $z$ . U programskom paketu *Abaqus* silu nije moguće zadati po cijelom rubu pa je potrebno odabrati

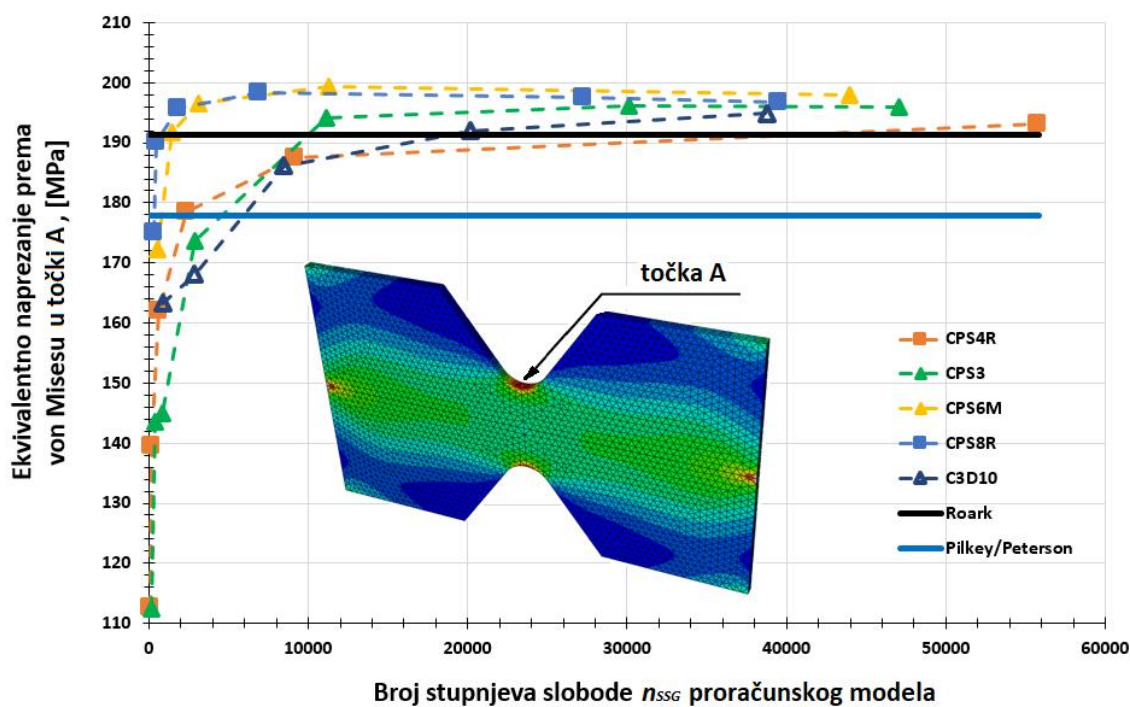
referentnu točku (RP1) u kojoj djeluje sila te tu točku povezati (pomoću naredbe *coupling*) sa stranicom na kojoj sila djeluje. Tako smo uspostavili kinematičku vezu između točke i stranice uz uvjet da su nam kutovi zakreta oko svih osi i pomaci u smjeru svih osi jednaki nuli.

Također zbog simetrije, sila opterećenja proračunskog modela je polovina ukupne sile, tj.  $F / 2$ .



Slika 5.13. Opterećenje i rubni uvjeti leptirastog uzorka

Korišteni su različiti tipovi i mreže konačnih elemenata i provedena je konvergencija maksimalnog naprezanja prema von Misesu za točku A (Slika 5.14). Korišteni su četverokutni i trokutni elementi za ravninsko stanje naprezanja, prvog i drugog reda. Također, provedena je zasebna analiza i sa 3D tetraedarskim elementima (C3D10).



Slika 5.14. Konvergencija maksimalnog naprezanja uzorka (točka A)

Zaključeno je da svi korišteni elementi daju zadovoljavajuće rezultate. Membranski elementi za ravninsko stanje naprezanja drugog reda (CPS8R i CPS6M) pokazuju točnije rezultate i pri manjem broju stupnjeva slobode što ih čini superiornijima od ostalih. Također, vidljivo je da Pilkey [24] i Peterson [25] nude dosta konzervativno rješenje u usporedbi s numeričkim rješenjem dok je kod Roark-a [26] ta razlika dosta manja, stoga smo to rješenje uzeli kao referentno analitičko rješenje.

**Tablica 5.5. Usporedba rezultata i prikaz relativne greške**

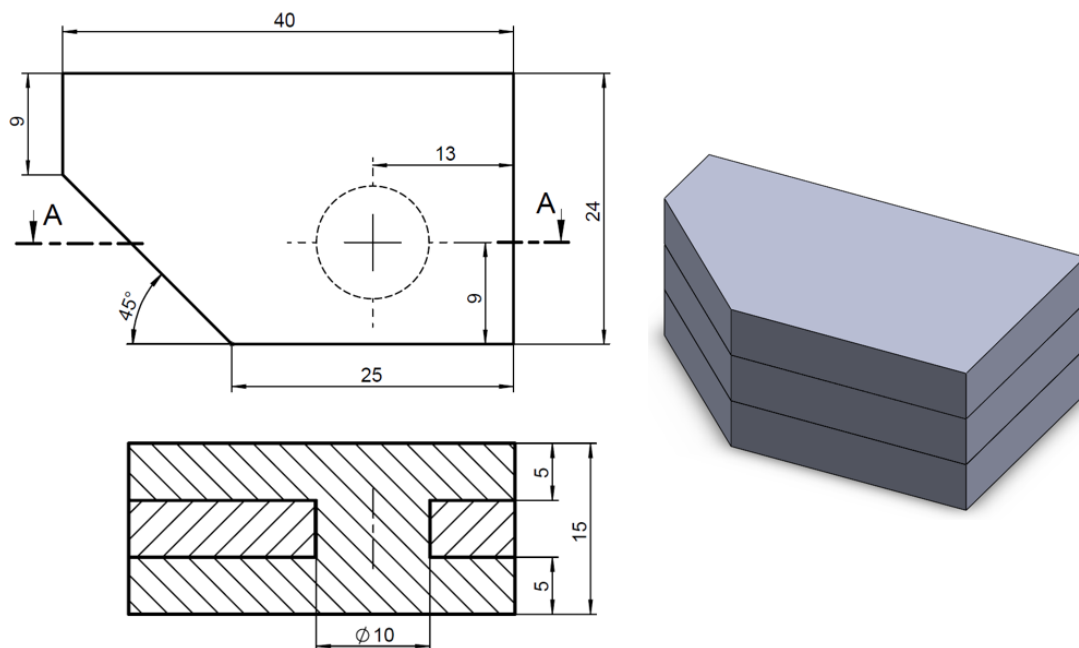
Metoda	$\sum n_{KE}$	$\sum n_{SSG}$	$\sigma_{max,A}$ , MPa	$E_{rel}$ , %
Analitičko rješenje	-	-	191,300	0
Abaqus, CPS4R	275 000	55 752	193,218	-0,99
Abaqus, CPS8R	6478	39 474	196,847	-2,81
Abaqus, CPS3	46 457	47 084	195,917	-2,36
Abaqus, CPS6M	10 847	43 992	198,053	-3,41
Abaqus, C3D10	7452	38 790	194,849	-1,82

Tablica 5.5 prikazuje vrlo dobro slaganje numeričkih proračunskih modela s analitičkim rješenjem prema Roark [26]. Maksimalna relativna greška je -3,41 % dok su sve ostale niže, što znači da su svi numerički modeli konzistentni.



## 5.6. Kontaktni problem

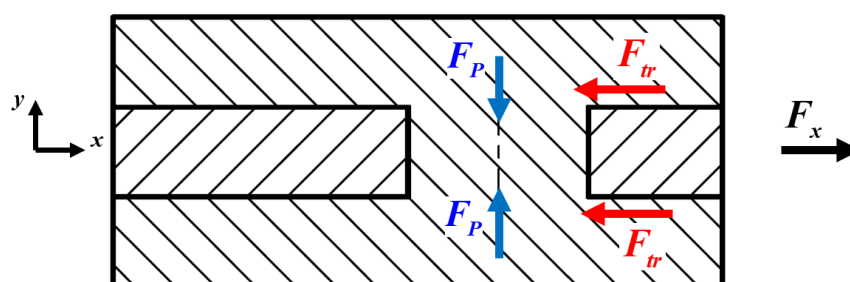
Potrebno je za idealiziranu četvrtinu epruvete, čija je geometrija prikazana na slici 5.15 (nekotirana prolazna rupa iznosi  $\varnothing 10,5$  mm). Odrediti iznos smične sile  $F_x$  pri kojoj će doći do proklizavanja „vijka“ (gdje vijak predstavlja dvije ploče spojene cilindrom), ako je poznato da je faktor trenja između ploča  $\mu_c = 0,2$  te sila pritezanja vijka  $F_p = 125\,000$  N. Karakteristike materijala iznose:  $E = 200$  GPa,  $\nu = 0,3$ .



Slika 5.15. Geometrija kontaktnog problema

### 5.6.1. Analitičko rješenje

Analitičko rješenje je vrlo trivijalno, jednostavno je izračunato iz uvjeta ravnoteže sila u smjeru osi  $x$ , tj.  $\sum F_x = 0$ .



Slika 5.16. Presjek A-A

Prema slici 5.16 vrijedi:

$$2 \cdot F_{tr} = F_x, \quad (5.6.1)$$

gdje je  $F_{tr} = \mu_{\xi} \cdot F_p$  - sila trenja ,

$F_x$  - smična sila,

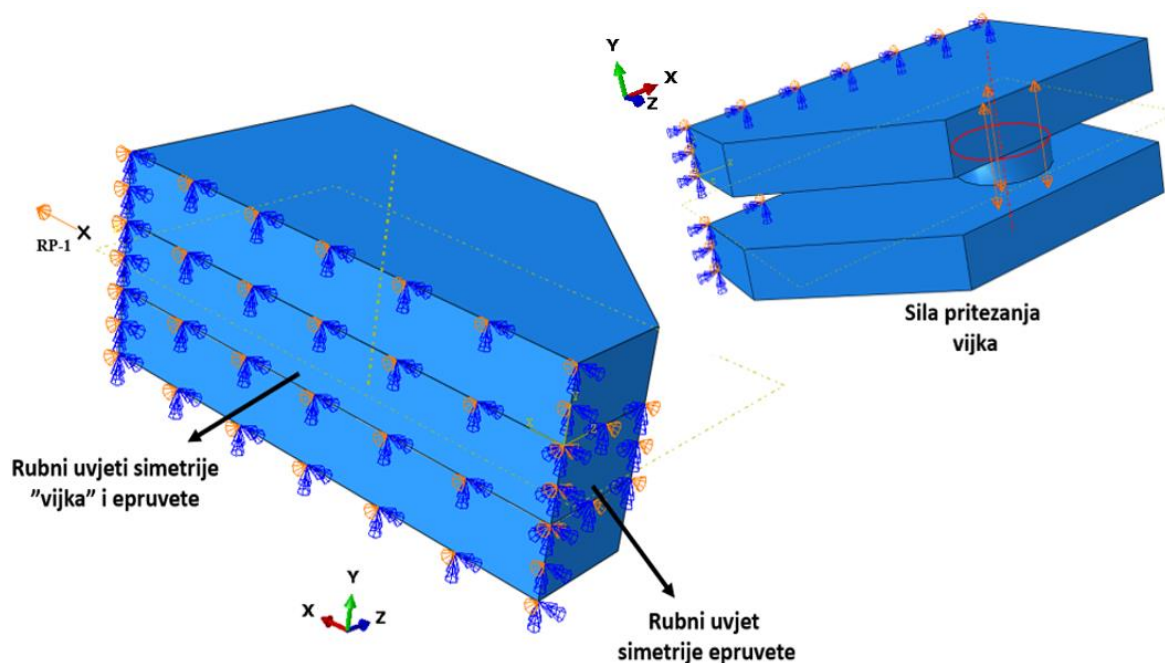
$F_p$  - sila pritezanja vijka.

Konačno, potrebna smična sila pri kojoj dolazi do proklizavanja iznosi:

$$F_x = 2 \cdot \mu_{\xi} \cdot F_p = 2 \cdot 0,2 \cdot 125\,000 = 50\,000 \text{ N} \quad (5.6.2)$$

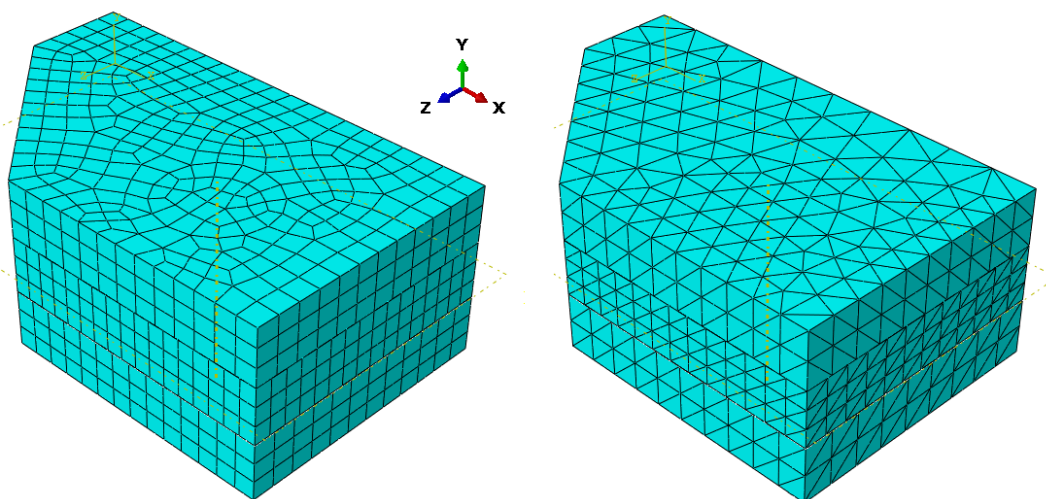
### 5.6.2. Numeričko rješenje

Uz već spomenute definicije kontaktnih parova, tj. *master/slave* relacija između ploha u dodiru, noviji mogući način definicije kontakta u *Abaqusu* je i tzv. općeniti kontakt (eng. *general contact*) koji će biti primijenjen u ovom zadatku. Prikazani kontaktni problem riješen je na način da smo „vijak“ povezali preko kinematičke veze *coupling* s RP (eng. *reference point*) te u toj točki narinuli pomak u smjeru osi *x*, kao što prikazuje Slika 5.17. Tako smo uspostavili kinematičku vezu između točke (RP) i stranica vijka uz uvjet da su nam kutovi zakreta svih osi i pomaci u smjeru svih osi jednaki nuli.



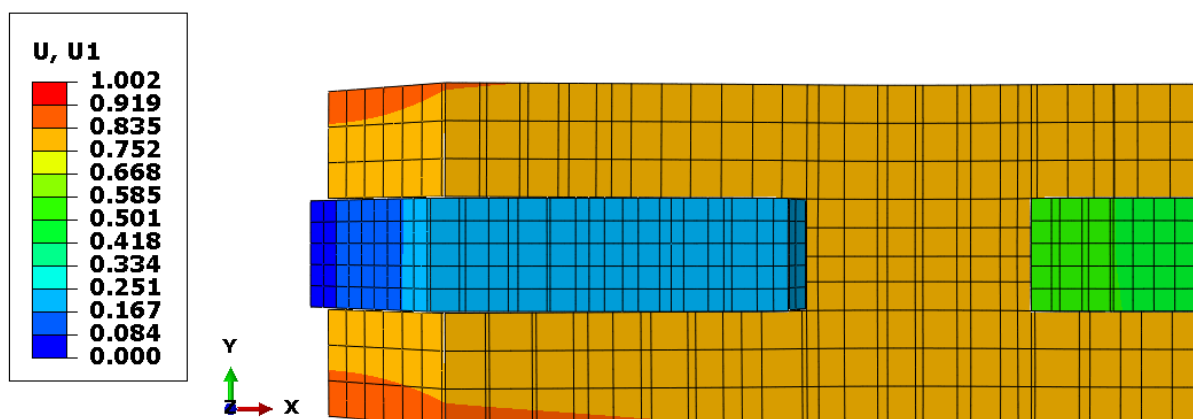
Slika 5.17. Prikaz proračunskog modela s rubnim uvjetima i opterećenjem

Kao opciju svojstva *general* kontakta zadali smo *Tangential behavior* uz prethodno objašnjenu *Penalty* formulaciju s faktorom trenja 0,2. Korišteni su 3D elementi drugog reda, tetraedarski C3D10 i heksaedarski C3D20R elementi. Mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 5.18.



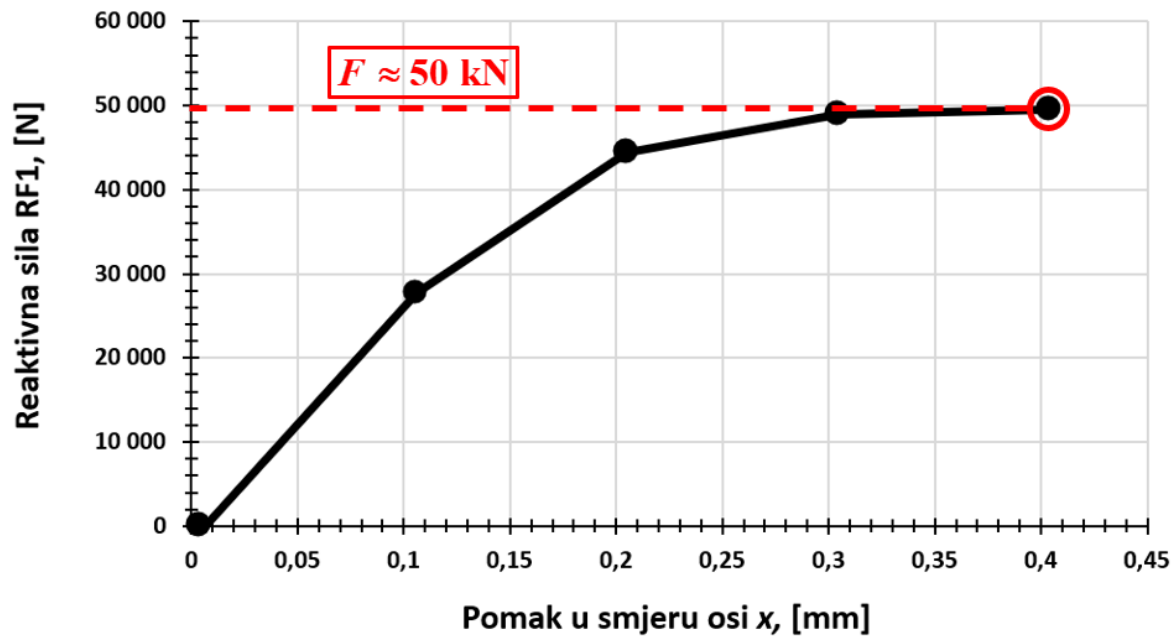
Slika 5.18. Mreža konačnih elemenata, C3D20R (lijevo) i C3D10 (desno)

Definirani problem postavili smo u dva koraka (eng. *step*). U prvom koraku zadano je pritezanje vijka spomenutom silom  $F_p$  (eng. *Bolt Load*), dok je u drugom koraku postavljen prisilni pomak u RP-u u smjeru osi  $x$  te na taj način izazivamo proklizavanje.



Slika 5.19. Raspodjela pomaka u smjeru osi  $x$  u presjeku A-A

Traženu silu odredili smo dijagramski tako da smo pratili promjenu sile u svakom inkrementu u ovisnosti o pomaku kojeg smo narinuli u RP-u. Dijagramska ovisnost je prikazana na slici 5.20.



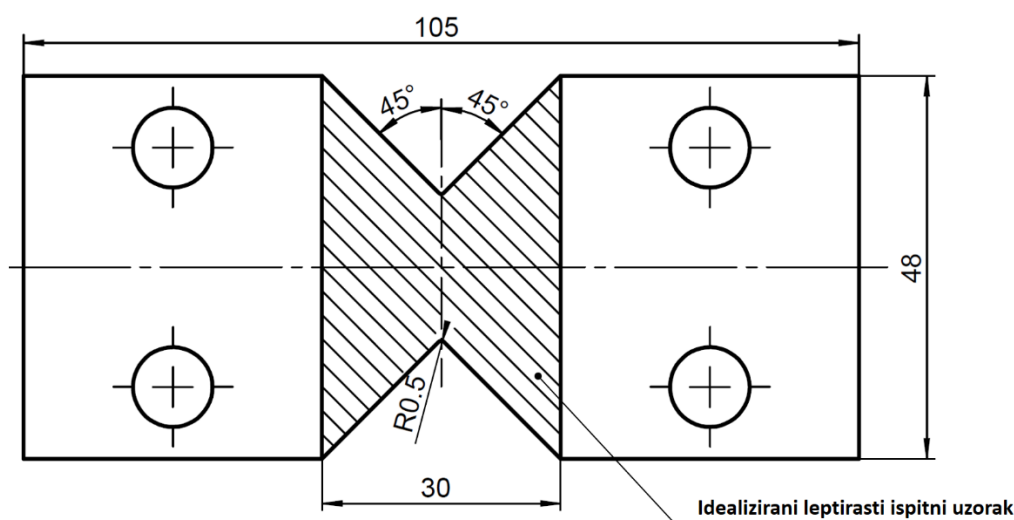
Slika 5.20. Ovisnost reaktivne sile o pomaku

Iz dijagrama je vidljivo da blagim povećanjem narinutog pomaka raste i reaktivna sila te zračnost između „vijka“ i provrta ostaje konstantna. Međutim, pri pomaku većem od 0,3 mm sila ostaje konstantna uz povećanje pomaka, odnosno dolazi do proklizavanja. Vrijednost konstantne sile je 50 kN te tu vrijednost usvajamo kao silu pri kojoj dolazi do proklizavanja što je potvrđeno i analitičkim rješenjem.

Ovim kontaktnim problemom verificirali smo *Penalty* metodu te *Bolt Load* način opterećivanja uz idealizirani vijčani problem kao i njegovu geometriju. Dovoljno gusta mreža tetraedarskih i heksaedarskih 3D elementa drugog reda pokazala je zadovoljavajuću točnost. Sa sigurnošću je potvrđeno da će ova odabrana metoda i način opterećenja dati dobre rezultate i u konačnoj analizi.

## 6. IDEALIZIRANI LEPTIRASTI ISPITNI UZORAK

Kako je već pokazano, pomoću Arcan prihvata moguće je dobiti proizvoljne kombinacije smičnog i vlačnog opterećenja. Zbog različitih mogućnosti opterećenja leptirastog ispitnog uzorka potrebno je prikazati raspodjelu naprezanja i odziv reaktivnih sila za čisto vlačno, smično te kombinaciju vlačnog i smičnog opterećenja kako bi nam to rješenje postalo referentno rješenje kojemu težimo u analizi cjelokupnog Arcan prihvata. Raspodjelu naprezanja i pomaka prikazali smo na odabranom, idealiziranom leptirastom ispitnom uzorku (Slika 6.1).



Slika 6.1. Geometrija idealiziranog ispitnog uzorka

### 6.1. Materijalni model leptirastog ispitnog uzorka

Kako bi pouzdanije prikazali ponašanje materijala leptirastog ispitnog uzorka modelirali smo plastično deformiranje predloženog materijala. Način kako opisati promjenu položaja plohe tečenja jedan je od velikih problema te su stoga razvijena razna pravila po kojima se modelira promjena položaja plohe tečenja, a ona se nazivaju očvršćenje materijala (eng. *hardening rules*) [27]. Dva najčešća materijalna modela očvršćenja su izotropno (eng. *isotropic hardening*) i kinematičko očvršćenje (eng. *kinematic hardening*). Izotropno očvršćenje predstavlja jednoliko širenje početne plohe tečenja uz nepromijenjeno središte dok se pri kinematskom očvršćenju ploha tečenja translacija kao kruto tijelo. Najčešći oblici kinematskog očvršćenja su Pragerovo očvršćenje, Zieglerovo očvršćenje, Armstrong-Frederickovo očvršćenje. U sklopu ovog rada koristi se oblik Armstrong-Frederickovog očvršćenja. Armstrong-Frederickovo očvršćenje je nelinearno kinematičko očvršćenje koje predstavlja

poopćenje Pragerovog očvršćenja kod kojeg je pretpostavlja linearnu vezu između  $\dot{\mathbf{X}}$  i  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}$ . Osnova kinematičkog očvršćenja je upravo određivanje *back stress* tenzora  $\mathbf{X}$ .

Pragerovo očvršćenje ima sljedeći oblik [27]:

$$\dot{\mathbf{X}} = C_0 \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}, \quad (6.1.1)$$

gdje je  $\mathbf{X}$  - *back stress* tenzor,

$C_0$  - konstanta materijala,

$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}$  - brzina tenzora plastične deformacije.

Za razliku od Pragerovog očvršćenja Armstrong-Frederickovom očvršćenju dodan je *dynamic recovery term* tj. dio koji se odnosi na povijest deformiranja. Armstrong-Frederickovo očvršćenje opisujemo izrazom [30, 31]:

$$\dot{\mathbf{X}} = C \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl} + \gamma_1 \mathbf{X} \dot{p}, \quad (6.1.2)$$

gdje je  $\mathbf{X}$  - *back stress* tenzor,

$C$  i  $\gamma_1$  - konstante materijala,

$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{pl}$  - brzina tenzora plastične deformacije,

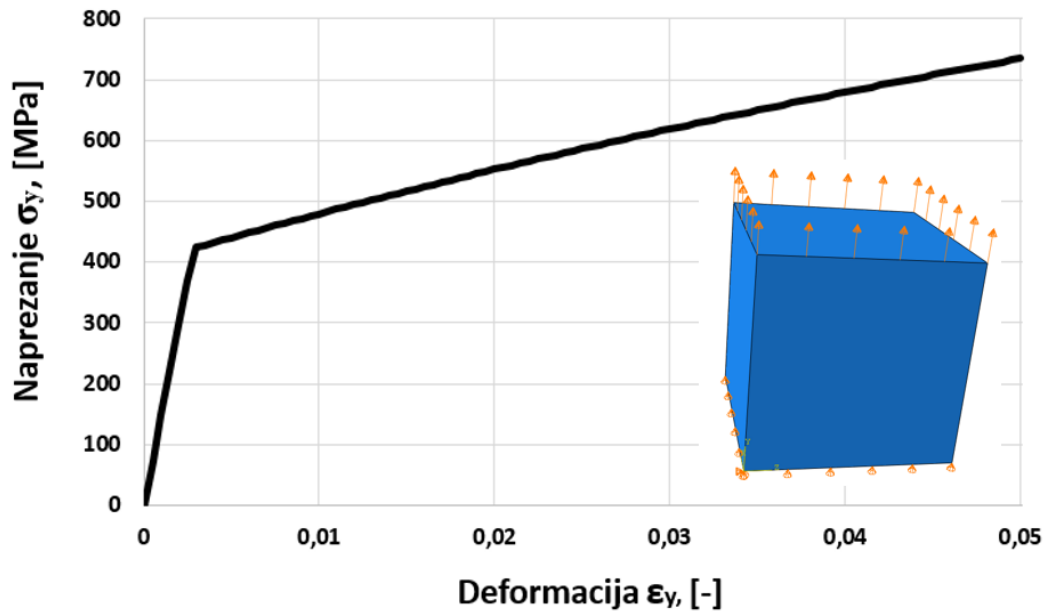
$\dot{p}$  - brzina kumulirane plastične deformacije.

Za analizu u ovom radu, izabrani su konstitutivni parametri za reprezentativni 17-7 PH (eng. *Precipitation-Hardened*) nehrđajući čelik, kojega karakteriziraju vrlo dobra zamorna svojstva. Parametri materijala zadani su prema [29] i prikazani u tablici 6.1. Odabrana svojstva materijala uzeta su za cijeli ciklus opterećenja (eng. *whole loading history*).

**Tablica 6.1. Parametri materijala leptirastog ispitnog uzorka, 17-7 PH [29]**

$E$ , MPa	$\nu$ , -	$\sigma_T$ , MPa	$C$ , MPa	$\gamma_1$ , -
148 000	0.3	423	8600	10.08

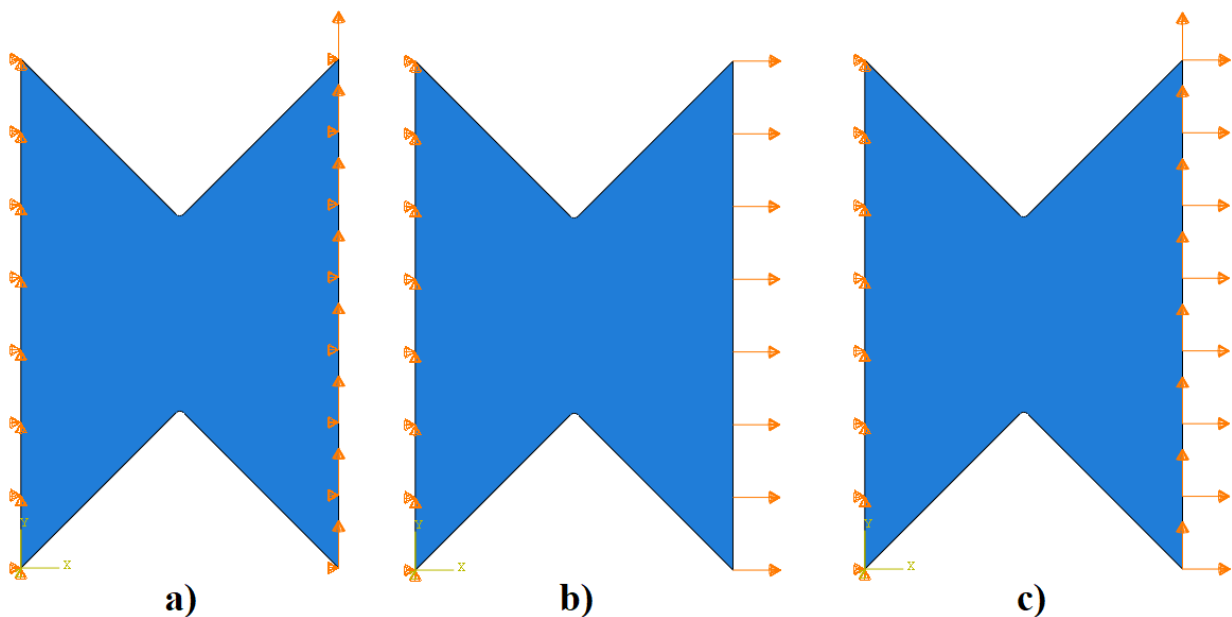
Kako bi odredili ponašanje materijala, tj. odredili ovisnost naprezanja i deformacije za predložene parametre materijala, provedena je numerička analiza na jednom reprezentativnom volumnom elementu (RVE) jediničnih dimenzija (1×1×1 mm). Jedinične dimenzije odabrane su zbog jednakosti pomaka i deformacije u analitičkom i numeričkom smislu. Zadan je pomak od 0,05 mm na gornjoj plohi dok su na suprotnoj ograničeni pomaci u istom smjeru. Dobiveni rezultati korišteni su s ciljem definiranja krivulje naprezanje-deformacija 17-7 PH materijala (Slika 6.2.).



Slika 6.2. Krivulja naprezanje-deformacija materijala 17-7 PH

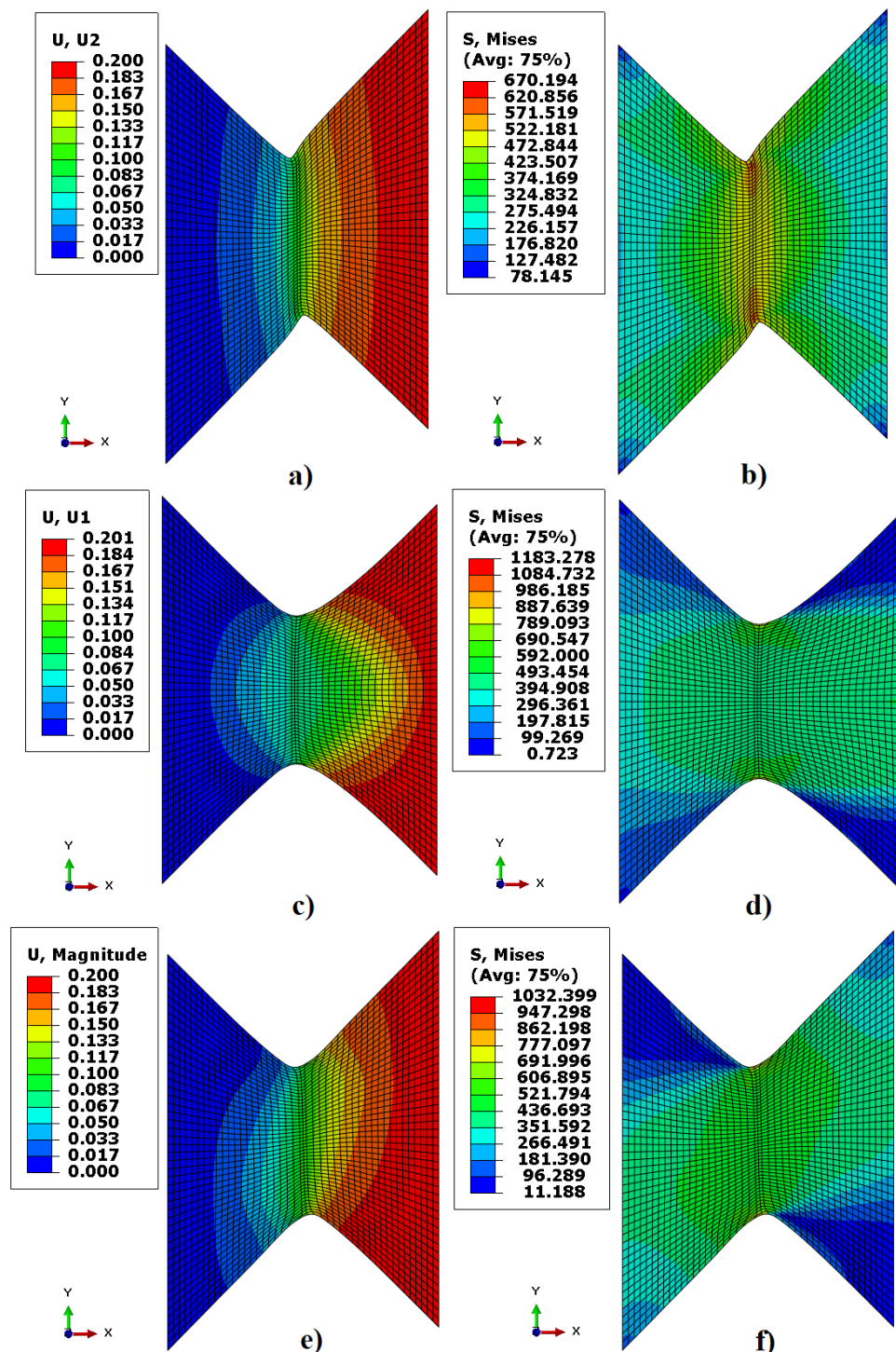
## 6.2. Numerička analiza idealiziranog ispitnog uzorka

Na idealiziranom ispitnom uzorku prikazali smo teoretsku raspodjelu naprezanja prema von Mises-ovoj teoriji i karakteristični pomak ovisno o režimu opterećenja. Rubni uvjeti i opterećenje prikazani su na slici 6.3. Svi rezultati prikazani su za ukupni pomak vrijednosti 0,2 mm. Korišteni su CPS8R konačni elementi.



Slika 6.3. Rubni uvjeti i opterećenje idealiziranog modela leptirastog uzorka za: a) smično opterećenje, b) vlačno opterećenje, c) kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja (45°)

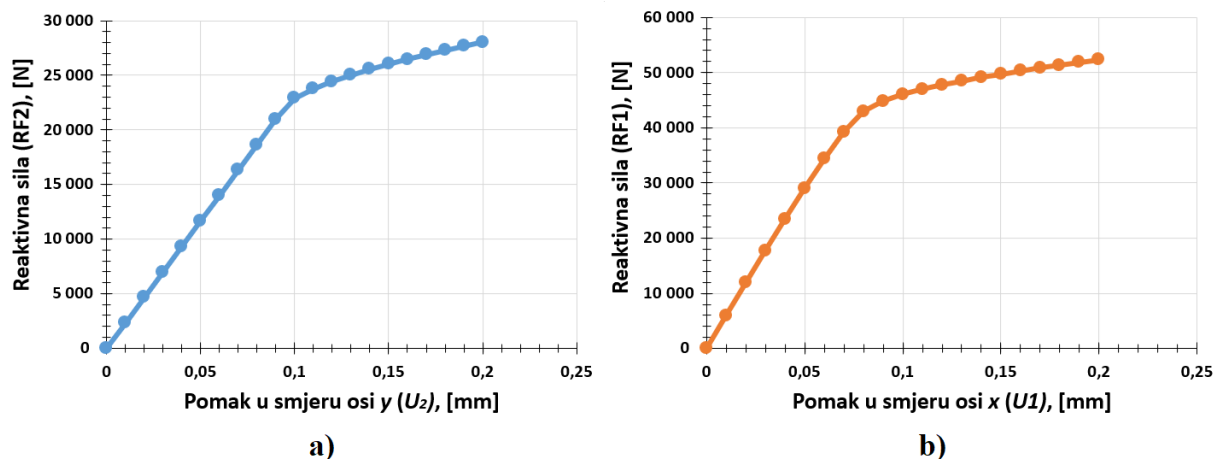
Iz raspodjele napreznja (Slika 6.4.) vidljivo je da je najveći iznos napreznja lokaliziran u području V zarezata i to za sva tri režima opterećenja. Analiza pokazuje da je za zadanu geometriju dominantno vlačno opterećenje jer rezultira najvećim napreznjem u vrhu V zarezata što je vidljivo i kod kombiniranog opterećenja ( $45^\circ$ ).



Slika 6.4. Prikaz karakterističnog pomaka i raspodjele napreznja prema von Misesu za: a), b) smično opterećenje, c), d) vlačno opterećenje, e), f) kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja ( $45^\circ$ )

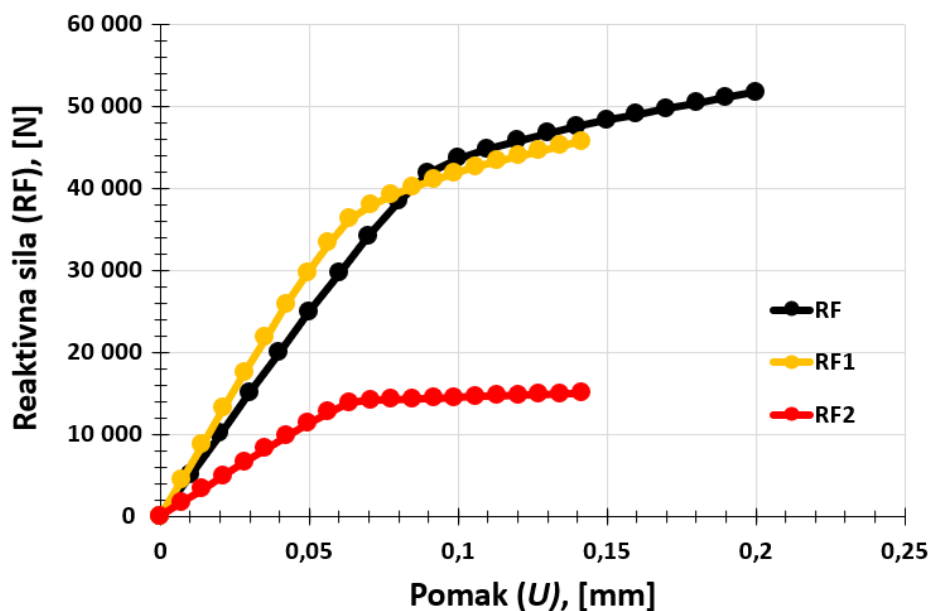


Na sljedećim slikama prikazana je dijagramska ovisnost karakterističnog pomaka o reaktivnoj sili. Najveća sila javlja se kod vlačnog opterećenja, što se dalo pretpostaviti zbog geometrije i krutosti samog uzorka. Primjerice, kod vlačnog opterećenja pomak od 0,2 mm odgovara 15,2 % deformacije uzorka dok se kod smičnog opterećenja postigne samo 3,3 %.



Slika 6.5. Dijagram sila-pomak za: a) smično opterećenje, b) vlačno opterećenje

Navedena razlika vidljiva je i na slici 6.6. koja pokazuje promjenu reaktivne sile ovisno o pomaku za kombinirani slučaj opterećenja ( $45^\circ$ ). Ako pogledamo komponente ukupne reaktivne sile vidimo da se 67,15 % dominantnija sila (RF1) javlja kod vlačnog opterećenja u usporedbi sa smičnom silom (RF2).



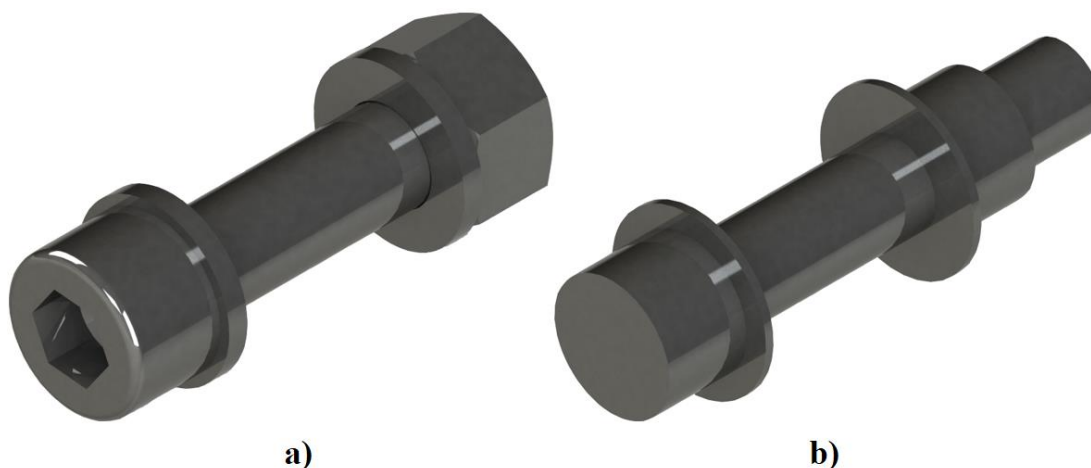
Slika 6.6. Dijagram sila-pomaka za kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ )

## 7. NUMERIČKA ANALIZA ARCAN PRIHVATA

Kako je prikazano u poglavlju 2. korišteni proračunski model ne sadrži adaptere i okvir za rotaciju prihvata jer ne utječu na ispitivanje i opterećenje leptirastog ispitnog uzorka u numeričkom smislu. Štoviše, olakšana je numerička analiza u smislu računalnih resursa i vremenskog trajanja analize.

### 7.1. Proračunski model

Kreiranje geometrije proračunskog modela unutar softverskog paketa *Abaqus* provedeno na način da se kompletna geometriju sklopa iz CAD sustava (*Solidworks*) prebacila u *Abaqus*. Takvu ležernost pruža *The Associative Interfaces (Abaqus Add-ons)* i omogućuje konstantno ažuriranje geometrije unutar za to prihvatljivijeg CAD sustava. Konstrukcijsko rješenje prihvata sadrži više vijaka tj. vijčanih sklopova (vijak, matica i podloške). Pri većem broju vijaka dolazi do većeg broja dijelova u modelu što je u numeričkom smislu nepovoljno. Upravo radi jednostavnijeg računalnog modela modelirali smo maticu, vijak i podloške kao jedan dio (eng. *part*) pri čemu smo dodatno pojednostavili heksagonalni oblik matice i udubljenje u glavi vijka modelirajući ih kao cilindrične dijelove. Tipičan primjer realnog vijka s njegovim karakterističnim dodatcima i njegovog pojednostavljenja prikazan je na slici 7.1.



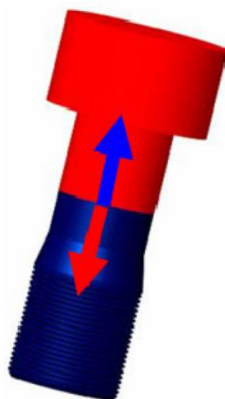
Slika 7.1. Prikaz sklopa vijka: a) realni b) pojednostavljeni

Pritezanje vijaka jedan je od osnovnih numeričkih problema s kojim se susrećemo u brojnim proračunima. Unutar *Abaqusa* postoji način opterećenja *bolt load* s kojim je moguće definirati efekt pritezanja vijaka. Analiza je provedena kroz više koraka (eng. *step*) koji su definirani i zadani prema [15]:

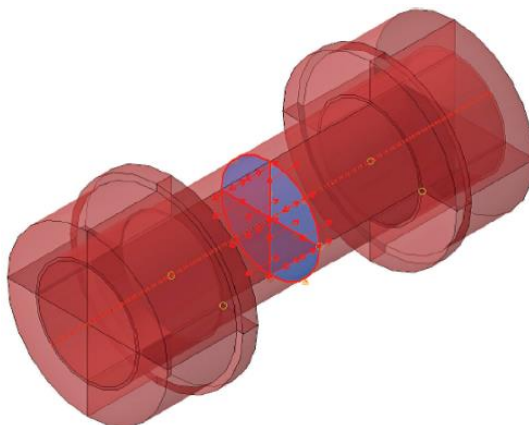
**Tablica 7.1. Tijek numeričkog zadavanja sile pritezanja vijka unutar *Abaqusa* prema [15]**

Odgovarajući korak ( <i>step</i> )	Potrebna radnja unutar <i>Abaqusa</i>
<i>Initial step</i>	rubni uvjeti modela
<i>Step 1.</i>	zadavanje pritezanja vijka / aktiviranje kontakta
<i>Step 2.</i>	fiksiranje duljine vijka
<i>Step 3.</i>	vanjsko opterećenje

Pritezanje vijka simulira se dijeljenjem tijela vijka na dva dijela i povlačenjem svakog kraja prema suprotnome (kao početni pomak) kako bi se postigla željena sila (predzatezanje).

**Slika 7.2. Prikaz podjele vijka [16]**

Nakon zadavanja iznosa pritezanja vijka te i samog efekta pritezanja dolazi do fiksiranja duljine vijka na trenutnu duljinu (*Step 2.*). Ta tehnika pomaže u izbjegavanju problema s prekomjernim izduživanjem vijaka uslijed opterećenja.

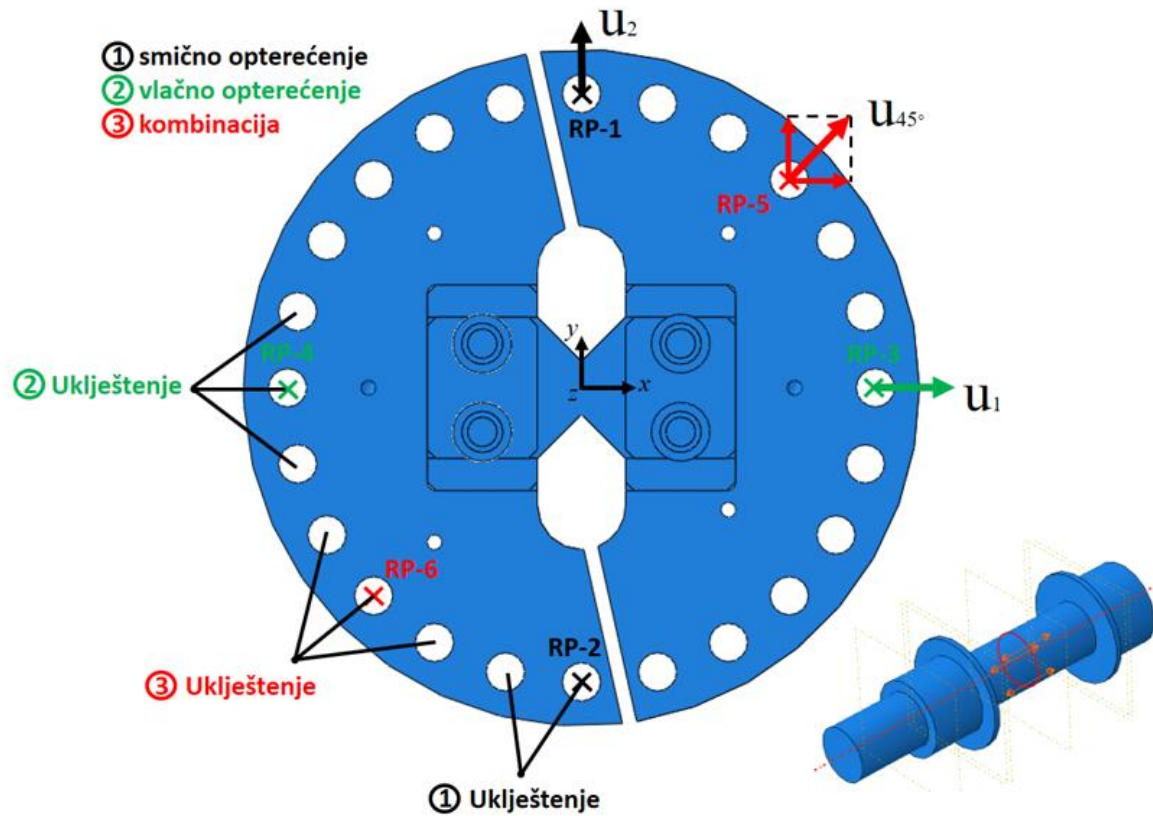
**Slika 7.3. Predzatezanje vijka s *bolt load* metodom [15]**

U literaturi [15, 16, 17] postoje još neke metode zadavanja sile predzatezanja u vijcima. Primjerice [16], prikazuje i detaljnije proračune vijčanog spoja modelirajući navoj vijka te uzimajući u obzir plohe nalijeganja između navoja i matice.

Svim komponentama sklopa, osim leptirastog uzorka, zadan je modul elastičnosti  $E = 200$  GPa i Poissonov faktor  $\nu = 0,3$  dok je za uzorak zadan nehrđajući čelik, oznake 17-7 PH i svojstava prema tablici 6.1. Također, za uzorak je korišteno već opisano Armstrong-Frederickovo očvršćenje materijala. Za analizu problema kontakta korišten je *general contact* uz *Tangential behavior* i *Penalty* formulaciju s faktorom trenja 0,2.

Budući da je hvatište sile ili pomaka u praznom prostoru potrebno je numerički definirati referentne točke (RP) te jednostavno postaviti silu ili pomak. RP, kao i u verifikacijskim problemima, povezujemo pomoću naredbe *coupling* sa karakterističnim cilindričnim plohama.

Analiza unutar *Abaqusa* provedena je formiranjem tri koraka plus početni korak (eng. *initial step*). U početnom koraku zadani su rubni uvjet uklještenja lijeve prirubnice dok je u prvome koraku zadana sila predzatezanja vijaka uz obostrano uklještenje pripadnih referentnih točaka, odnosno uklještenje obe prirubnice. Važno je napomenuti da je uklještenje desne prirubnice prisutno samo prilikom pritezanja vijaka. Drugi korak odnosi se na fiksiranje vijaka na trenutnu duljinu te dopuštanje karakterističnog pomaka ovisnog o načinu opterećenja (tj.  $u_1$  za slučaj vlačnog opterećenja,  $u_2$  za slučaj smičnog opterećenja te  $u_1$  i  $u_2$  kod kombiniranog opterećenja). U trećem koraku zadan je karakteristični pomak desne prirubnice do kojeg dolazi preko pomaka kidalice. Rubni uvjeti uklještenja i pomaci kod smicanja obuhvaćaju dva svornjaka te su referentnim točkama RP-1 i RP-2 vezane s dvije cilindrične plohe (zbog konstrukcijskih razloga, Slika 2.1) dok kod vlačnog i kombiniranog opterećenja s tri. Budući da proračunski model ne sadrži sklop adaptera imamo mogućnost zadati sve rubne uvjete i opterećenje na geometrijski identično orijentiranom modelu uz adekvatno uključivanje i isključivanje rubnih uvjeta. Prikaz geometrije i pripadnih rubnih uvjeta prikazan je na slici 7.4. U svim provedenim numeričkim simulacijama koristili smo tetraedarske elemente drugog reda C3D10. Razlog tomu je vrlo složena geometrija proračunskog modela. Važno je napomenuti da je koordinatni sustav proračunskog modela smješten točno po sredini i debljini leptirastog ispitnog uzorka. To je važno pri razumijevanju i razlikovanju prije svega pomaka koji je vezan za određenu koordinatnu os.



Slika 7.4. Prikaz runih uvjeta i opterećenja proračunskog modela

Prema [5, 22, 23] možemo izračunati iznos potrebne sile pritezanja vijaka:

$$F_p = A_j \cdot \sigma_{pr}, \quad (7.1.1)$$

gdje je  $F_p$  sila pritezanja vijka,

$A_j$  - površina poprečnog presjeka vijka,

$\sigma_{pr}$  - prednaprezanje.

Proračun vijka ovisi o sili prednaprezanja koja mora biti veća od dvije sile trenja, koje se javljaju između tri podloge, kako bi se prenosila poprečna sila, a izraz glasi:

$$2 \cdot F_p \cdot \mu_{\varepsilon} > \frac{F_{max}}{n}, \quad (7.1.2)$$

$\mu_{\varepsilon} = 0,2$  - koeficijent trenja čelik/čelik,

$F_{max} = 50$  kN - poprečna sila koja je zadana iz parametara kidalice koja se dijeli na broj vijaka u spoju,

$n$  - broj vijaka.

Potrebna sila pritezanja za dva vijka iznosi:

$$F_p > \frac{F}{2 \cdot \mu_\xi} = \frac{\frac{F_{\max}}{2}}{2 \cdot \mu_\xi} = \frac{25000}{2 \cdot 0,2} = 62\,500 \text{ N.} \quad (7.1.3)$$

Kako bih odredili maksimalnu silu pritezanja vijka uz odabranu kvalitetu vijka 12.9. potrebno je izračunati minimalni promjer vijka iz jed. (7.1.1). Kao dopušteno naprezanje vijka uzeta je granica tečenja materijala  $R_e = \sigma_{dop} = 1080 \text{ N/mm}^2$ .

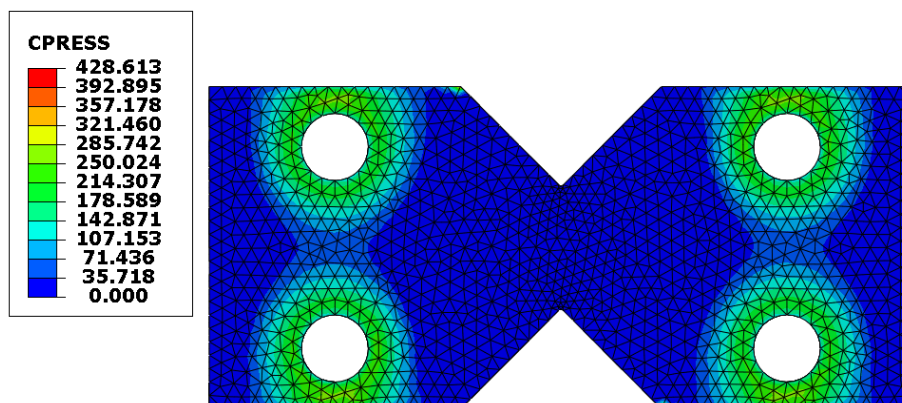
$$d_v = \sqrt{\frac{4 \cdot F_p}{\sigma_{dop} \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 62500}{1080 \cdot \pi}} = 8,58 \text{ mm.} \quad (7.1.4)$$

Odabrani promjer vijka je  $d_v = 10 \text{ mm}$ . Ako je poznat promjer vijka te njegova kvaliteta, možemo odrediti maksimalnu silu pritezanja vijka:

$$F_{p\max} = A_j \cdot \sigma_{dop} = \frac{10^2 \cdot \pi}{4} \cdot 1080 = 84\,823 \text{ N.} \quad (7.1.5)$$

## 7.2. Rekonstrukcija Arcan prihvata na temelju numeričke analize

Važno je napomenuti da kreirani proračunski model sadrži leptirasti ispitni uzorak debljine 5 mm, ako nije drugačije napomenuto. To je upravo najkonzervativniji slučaj, jer sadrži najkrući ispitni uzorak i potrebna je puno veća sila kako bi postigli određenu deformaciju uzorka. Prilikom provedbe nekoliko analiza unutar *Abaqusa* vidljivo je da su potrebne konstrukcijske promjene samog prihvata jer je došlo do negativnih efekata kao što je izvan ravninsko savijanje uzorka prilikom vlačnog ispitivanja. Osim toga, zabilježeno je preveliko klizanje između leptirastog uzorka i prihvata. Jedan od glavnih problema kod početnog modela upravo je slabo raspoređen kontaktni pritisak na uzorku. Odnosno, došlo je do slabog efekta kojemu težimo da je lijevi dio uzorka uklješten dok desni pomičemo, Slika 7.5.



Slika 7.5. Kontaktni pritisak leptirastog uzorka kod modela s 2 vijka sa svake strane (smik)

Na temelju početnih rezultata zaključak je povećati broj vijaka na 4 sa svake strane kako bismo dobili bolju raspodjelu kontaktnog pritiska i bolje držanje samog uzorka. Uz samu promjene geometrije modela dolazi i do promjene sile pritezanja vijaka. Novi proračun, za slučaj s četiri vijka isto vrijedi relacija da sila predzatezanja mora biti veća od dvije sile trenja koje se javljaju između tri podloge, kako bi se prenosila poprečna sila, a izraz glasi:

$$2 \cdot F_p \cdot \mu_{\xi} > \frac{F_{\max}}{n}, \quad (7.1.6)$$

$\mu_{\xi} = 0,2$  - koeficijent trenja čelik/čelik,

$F_{\max} = 50$  kN - poprečna sila koja je zadana iz parametara kidalice koja se dijeli na broj vijka u spoju,

$n$  – broj vijaka.

Potrebna sila pritezanja za četiri vijka iznosi:

$$F_p > \frac{F}{2 \cdot \mu_{\xi}} = \frac{\frac{F_{\max}}{4}}{2 \cdot \mu_{\xi}} = \frac{12500}{2 \cdot 0,2} = 31\,250 \text{ N}. \quad (7.1.7)$$

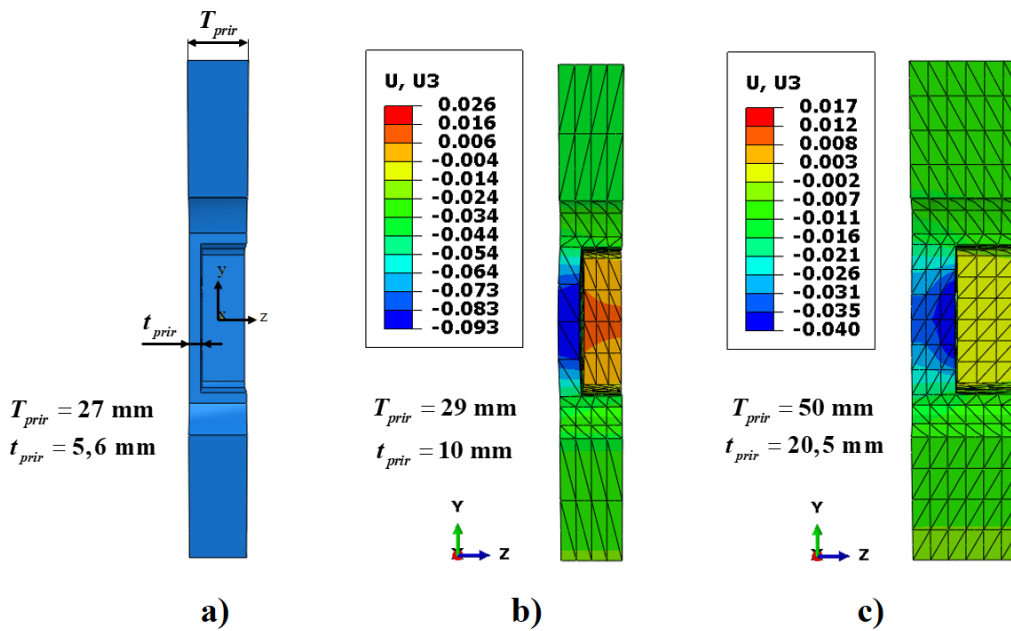
Kako bih odredili maksimalnu silu pritezanja vijka uz odabranu kvalitetu vijka 9.8. potrebno je izračunati minimalno promjer vijka iz jed. (7.1.6) Kao dopušteno naprezanje vijka uzeta je granica tečenja materijala  $R_e = \sigma_{dop} = 720 \text{ N/mm}^2$ .

$$d_v = \sqrt{\frac{4 \cdot F_p}{\sigma_{dop} \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 31250}{720 \cdot \pi}} = 7,43 \text{ mm}. \quad (7.1.8)$$

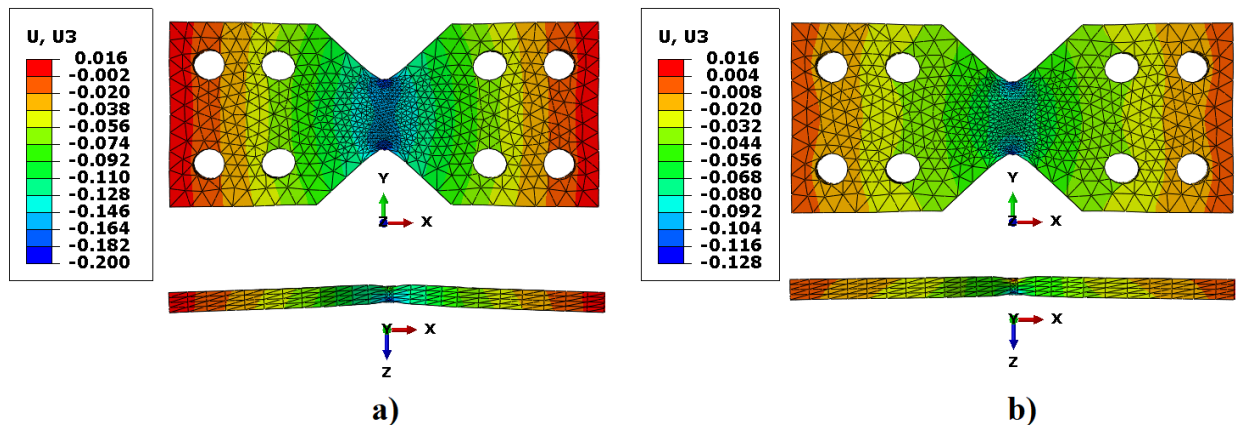
Odabrani promjer vijka je  $d_v = 8$  mm. Ako nam je poznat promjer vijka te njegova kvaliteta, možemo odrediti maksimalnu silu pritezanja vijka:

$$F_{p\max} = A_j \cdot \sigma_{dop} = \frac{8^2 \cdot \pi}{4} \cdot 720 = 36\,191 \text{ N}. \quad (7.1.9)$$

Kako je već na samom početku spomenuto jedan od osnovnih problema koji se javio kod prvotnog modela bilo je i savijanje leptirastog ispitnog uzorka uslijed vlačnog opterećenja tj. *out-off-plane* pomaci u smjeru osi  $z$  ( $U_3$ ). Detaljnije je provjereno kako pojedini parametri i samo konstrukcijsko rješenje utječe na savijanje uzorka. Na slici 7.6. i slici 7.7 vidimo da zadebljanjem debljine prirubnice ( $T_{prir}$ ) i zadebljanjem rebra prirubnice ( $t_{prir}$ ) smanjujemo pomak  $U_3$ , te samim time i savijanje uzorka. Oko 50 % manji pomak  $U_3$  na prirubnici kao i na samom uzorku zabilježen je kod dvostrukog povećanja debljine prirubnice. U nastavku rada svi rezultati su prikazivani za  $\approx 20$  % deformacije ispitnog uzorka jer bi tada došlo do loma.



Slika 7.6. Utjecaj pomaka  $U_3$  ovisno o debljini prirubnice pri deformaciji  $\approx 20\%$ :  
 a) početna geometrija, b)  $T_{prir} = 29\text{ mm}$ , c)  $T_{prir} = 50\text{ mm}$

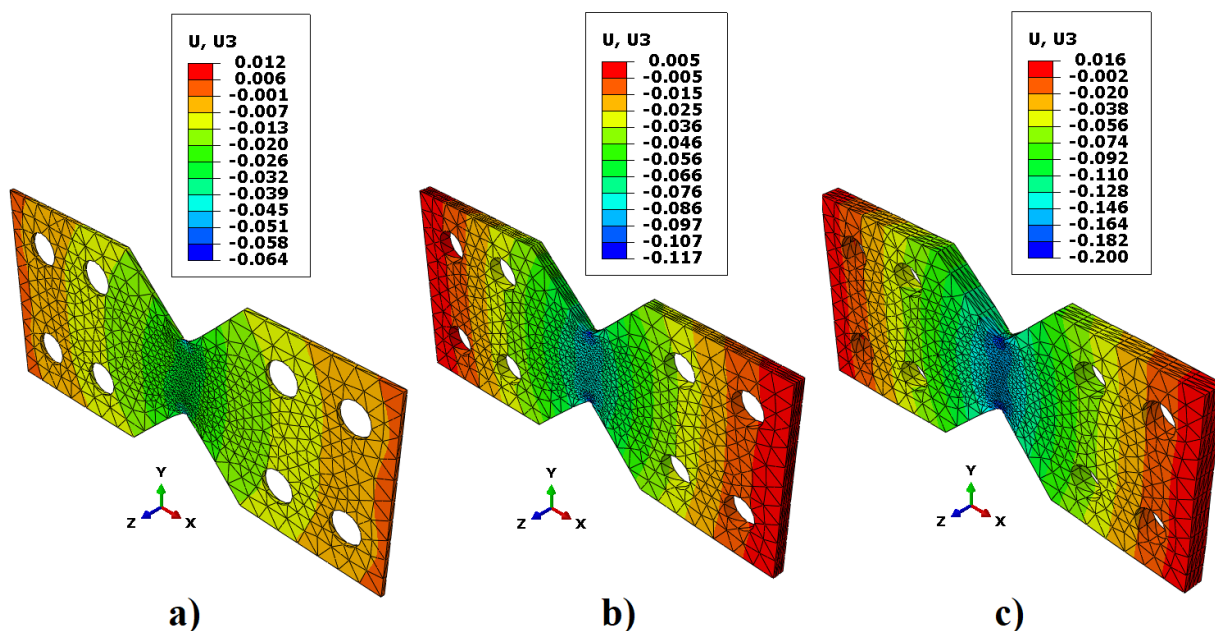


Slika 7.7. Savijanje leptirastog uzorka pri deformaciji  $\approx 20\%$  ovisno o debljini prirubnice:  
 a)  $T_{prir} = 29\text{ mm}$ , b)  $T_{prir} = 50\text{ mm}$

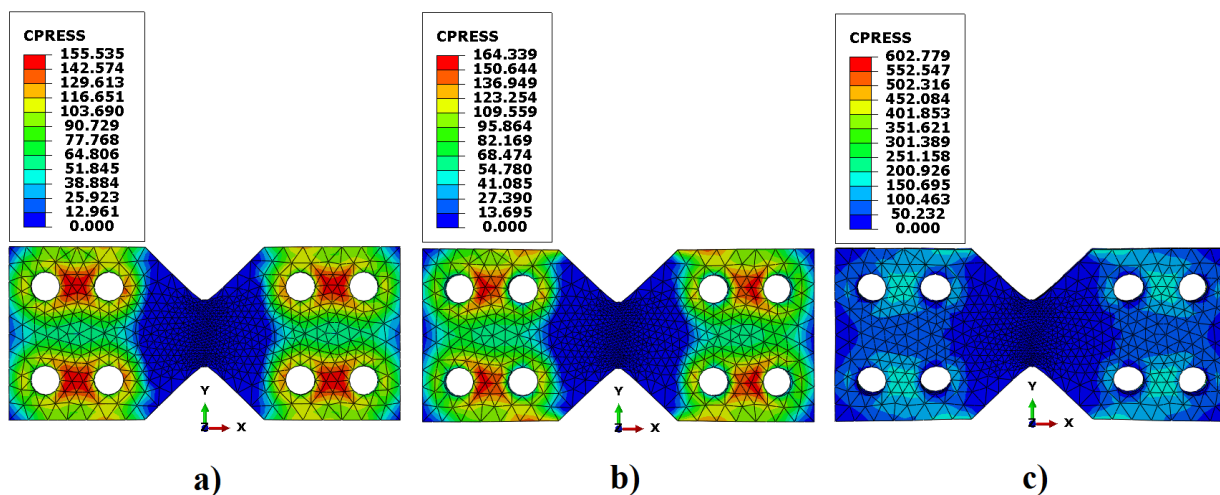
Na slici 7.8. prikazan je utjecaj debljine uzorka pri deformaciji  $\approx 20\%$  na savijanje. Naravno, deblji uzorci su dosta krući i trebaju puno veću silu kako bi došlo do istog iznosa deformacije kao i njihovog loma pa je očekivano manje savijanje kod tanjih uzoraka. Slika 7.9. pokazuje raspodjelu kontaktnog pritiska kod kojeg je postignut krući efekt vezanja ispitnog uzorka za prirubnicu. Međutim, kod uzorka debljine 5 mm dolazi do kontakta između steznih vijaka prihvata i ispitnog uzorka, tj. dolazi do proklizavanja uzorka. Za spomenuti slučaj (Slika



7.9.c)) registrirana je maksimalna koncentracija pritiska upravo na unutrašnjim, cilindričnim ploham uzorka.



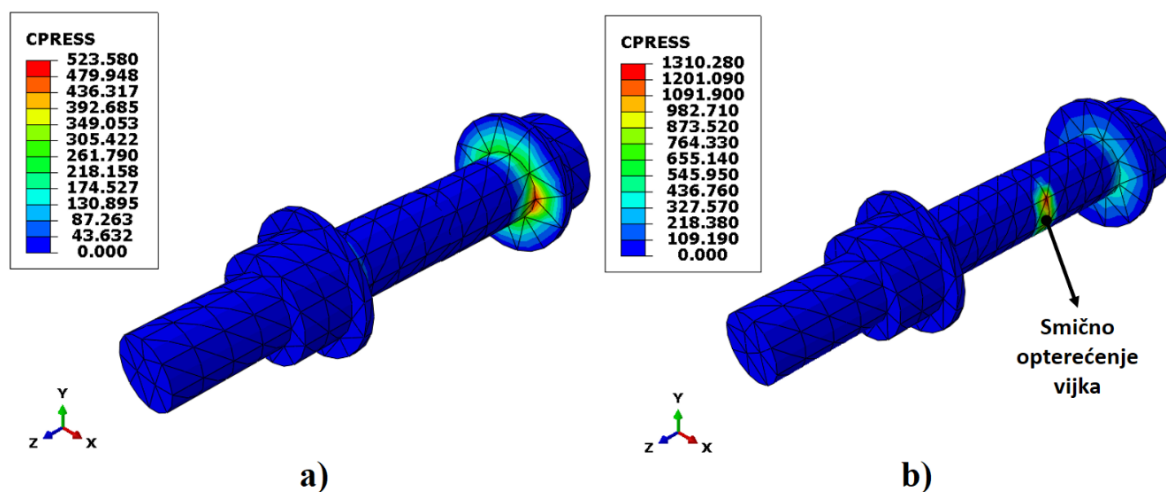
Slika 7.8. Utjecaj debljine uzorka na savijanje pri deformaciji  $\approx 20\%$ :  
a)  $T_{uzor} = 1\text{ mm}$ , b)  $T_{uzor} = 3\text{ mm}$ , c)  $T_{uzor} = 5\text{ mm}$



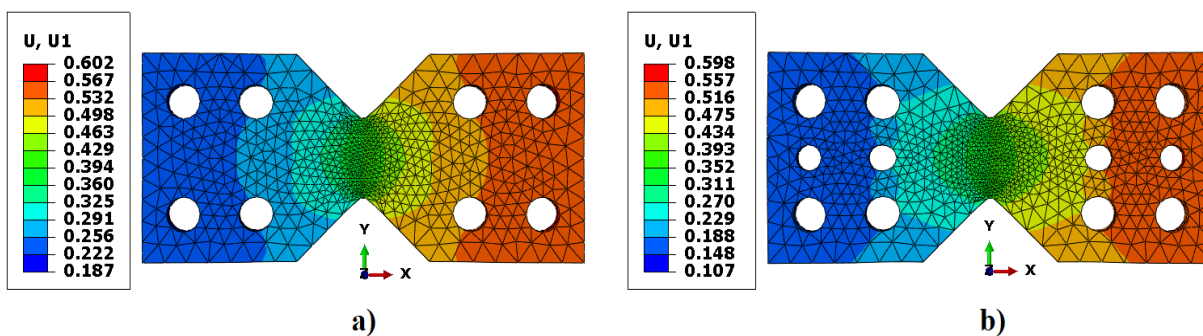
Slika 7.9. Kontaktni pritisak pri deformaciji uzorka  $\approx 20\%$ :  
a)  $T_{uzor} = 1\text{ mm}$ , b)  $T_{uzor} = 3\text{ mm}$ , c)  $T_{uzor} = 5\text{ mm}$

Kontaktni pritisak koji se javlja na vijcima kod debljine ispitnog uzorka 5 mm prikazan je na slici 7.10. Smično opterećeni vijci su ono što se želi izbjeći, pogotovo ako je poznato da je zadana maksimalna sila pritezanja spomenutih vijaka. Pojedini vijci uslijed spomenutog

problema smično su opterećeni upravo zbog spomenutog izvan ravninskog savijanja. S ciljem savladavanja izazova kontakta vijaka s ispitnim uzorkom dodana su dva zatika na svaku stranu krila leptirastog uzorka. Pretpostavka je kako će zatici preuzeti smična opterećenja koja se većinom javljaju kod čistog vlačnog ispitivanja. Na slici 7.11. prikazana je raspodjela pomaka  $U_1$  za slučaj vlačnog opterećenja.

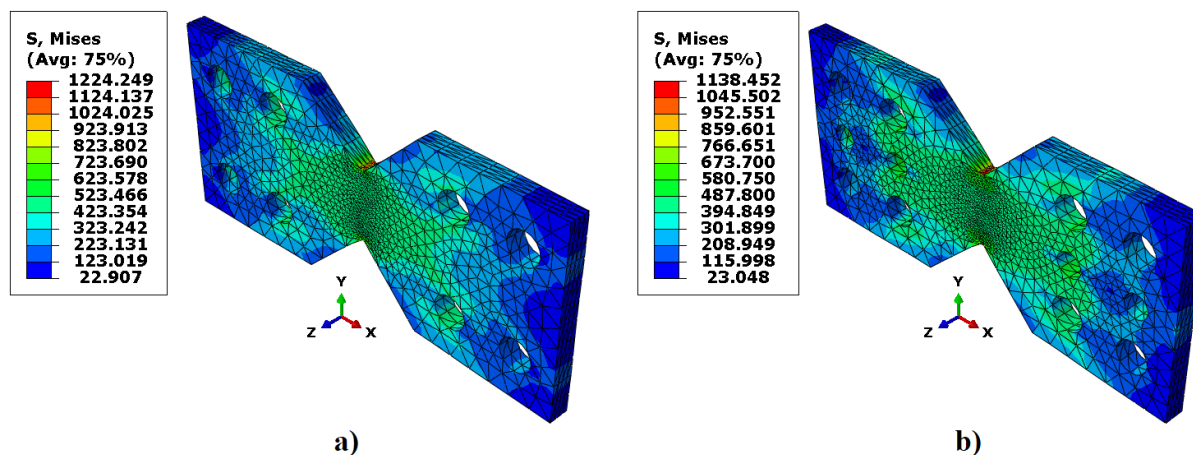


Slika 7.10. Prikaz smičnog opterećenja vijka pri deformaciji uzorka  $\approx 20\%$ :  
 a)  $T_{uzor} = 3\text{ mm}$ , b)  $T_{uzor} = 5\text{ mm}$

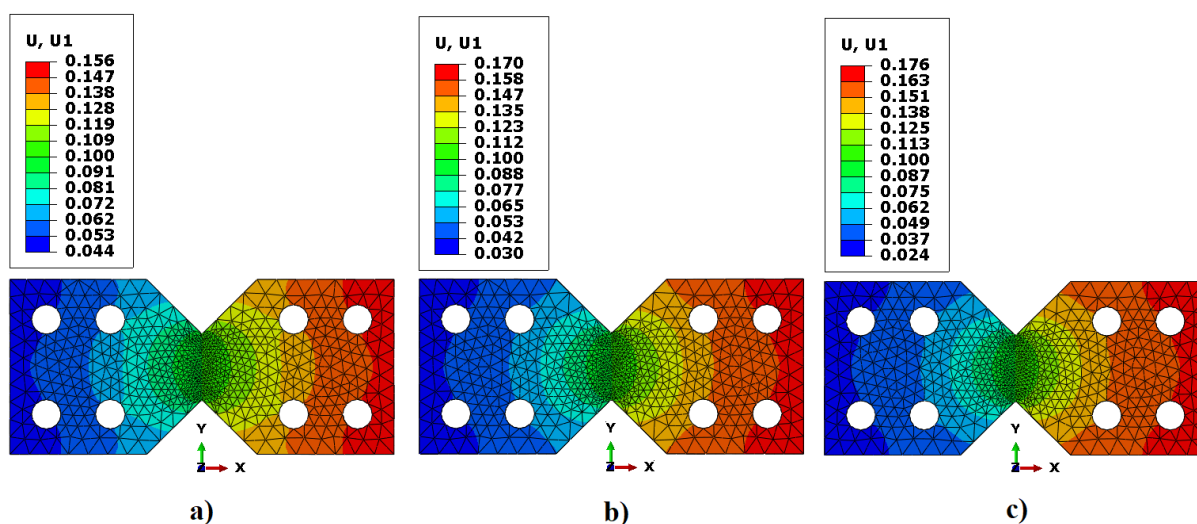


Slika 7.11. Prikaz raspodjele pomaka u smjeru djelovanja opterećenja pri deformaciji uzorka  $\approx 20\%$  i vlačnom ispitivanju: a) bez zatica, b) s zaticima

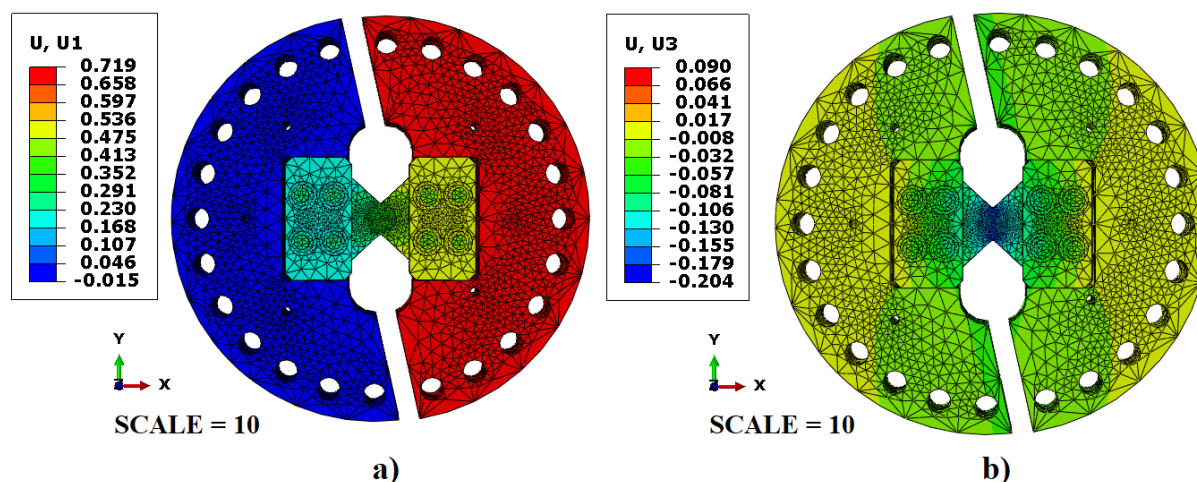
Na slici 7.12. prikazana je raspodjela naprezanja prema von Misesu te je vidljivo da je maksimalno naprezanje u samom V zarezu, što je i očekivano.



Slika 7.12. Prikaz raspodjele naprezanja prema von Mieseu pri deformaciji uzorka  $\approx 20\%$  i vlačnom ispitivanju: a) bez zaticima, b) sa zaticima



Slika 7.13. Utjecaj faktora trenja na pomak u smjeru osi  $x$  ( $U_1 = 0,2\text{ mm}$ )  
a)  $\mu = 0,2$ , b)  $\mu = 0,5$ , c)  $\mu = 1$

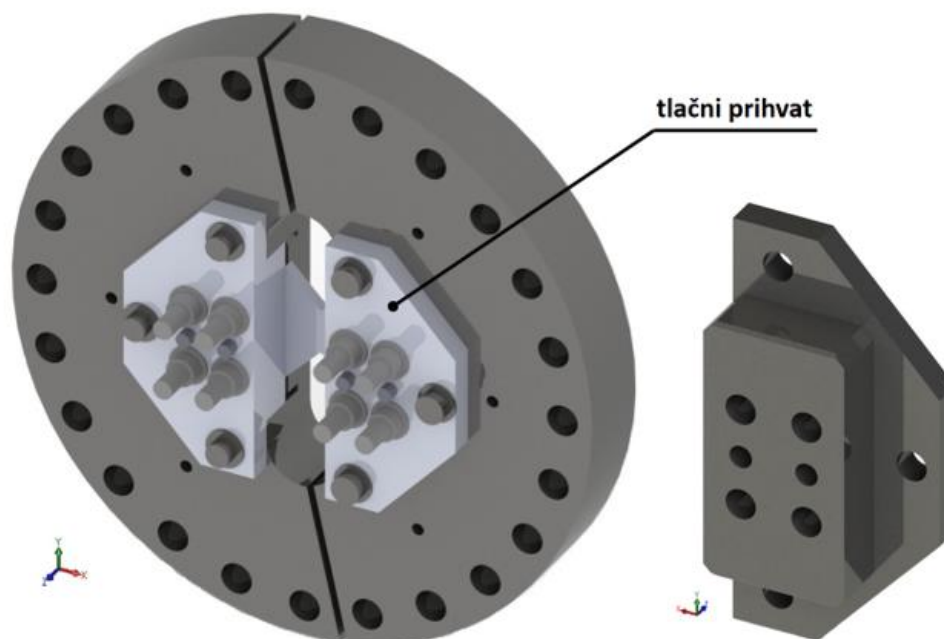


Slika 7.14. Prikaz raspodjele pomaka pri vlačnom ispitivanju sa zaticima do  $\approx 20\%$  deformacije uzorka: a) pomak u smjeru osi  $x$  ( $U_1$ ), b) pomak u smjeru osi  $z$  ( $U_3$ )

S obzirom na ugradnju zatika zabilježeno je da se za narinuti pomak od 0,719 mm na rub uzorak prenese 0,598 mm, odnosno na prihvatu se izgubi 16,8 % od narinutog pomaka. Efekt gubitka narinutog pomaka može se savladati primjenom optičkih mjernih metoda mjerenja cijelog polja pomaka/deformacija. Na slici 7.13. prikazan je utjecaj faktora trenja na spomenuti prijenos pomaka. Iz rezultata možemo zaključiti kako su preneseni pomaci na ispitni uzorak veći, ako povećamo faktorom trenja ( $\mu_c = 1$ ). U ovom radu korišten je teoretski faktor trenja ( $\mu_c = 0,2$ ), ali to će također ovisiti o načinu naknadne obrade pojedinih dijelova prihvata tijekom proizvodnje.

Razlog svih uočenih nedostataka predložene konstrukcije prihvata leži u nesimetričnosti desne prirubnice te puno manjoj krutosti njezine prednje strane. Također, prijenos pomaka tj. opterećenja prirubnice na uzorak vrši se prvenstveno preko njene stražnje strane, odnosno vijaka. Kako bi se minimiziralo izvan ravninsko savijanje, izbjeglo smično opterećenje vijaka i približili se teoretskom stanju naprezanja nužno su još neke konstrukcijske izmjene. Dodatak zatika ne utječe na savijanje uzorka, ali ako primjerice promatramo vlačni slučaj opterećenja i oba modela sa zaticima i bez, na modelu sa zaticima došlo je smičnog opterećenja vijaka kod deformacije uzorka 9,4 %, a na modelu bez zatika kod 3,6 % deformacije. Iz prezentiranih rezultata može se zaključiti kako zatici pozitivno pridonose rekonstruiranom modelu prihvata.

Prvenstveno je cilj više ukrutiti prednju stranu, naravno uz uvjet da je prihvat i dalje modularan. Predloženi izazov je savladan primjenom nove konstrukcije tlačnog prihvata i dodavanjem tri M8 vijaka koji povezuju tlačni prihvat s lijevom, odnosno desnom prirubnicom. Nedostatak modularnosti je potreba za novim (duljim) tlačnim prihvatom prilikom eksperimenta s tanjim uzorkom što će reći da je za svaki uzorak potreban odgovarajući tlačni prihvat. Međutim, kako bi se osigurao prostor za vijke, potrebno je cjelokupno povećanje promjera prirubnice i okvira za rotaciju. S ciljem dodatnog smanjenja izvan ravninskog savijanja i ukrućivanja cijelog prihvata povećana je debljina prirubnice sa 27 mm na 35 mm. Rekonstruirani konačni proračunski model prikazan je na slici 7.15.



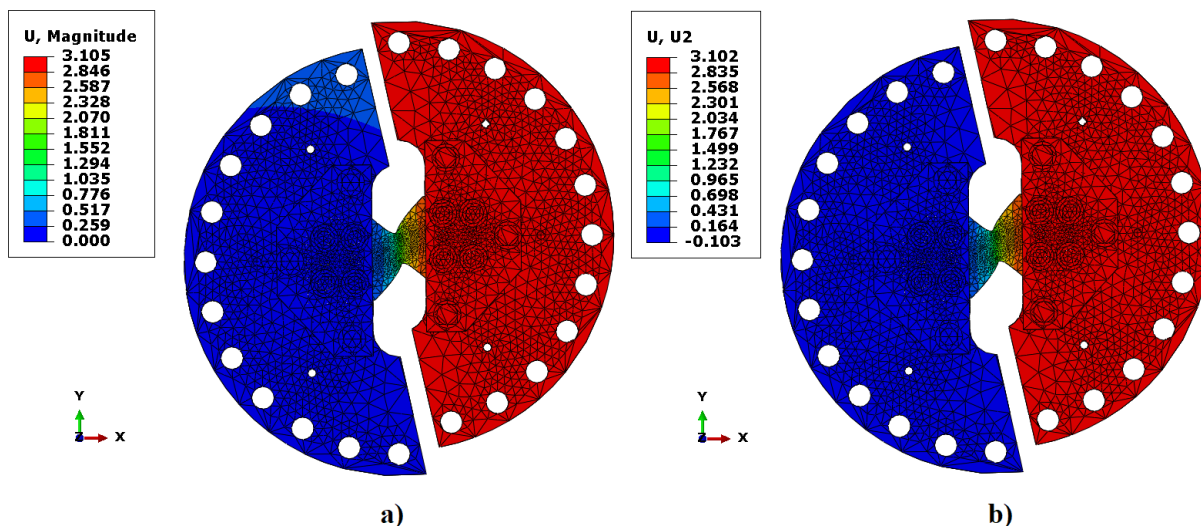
**Slika 7.15. Konačni proračunski model i prikaz tlačnog prihvata**

### **7.3. Rezultati numeričke analize**

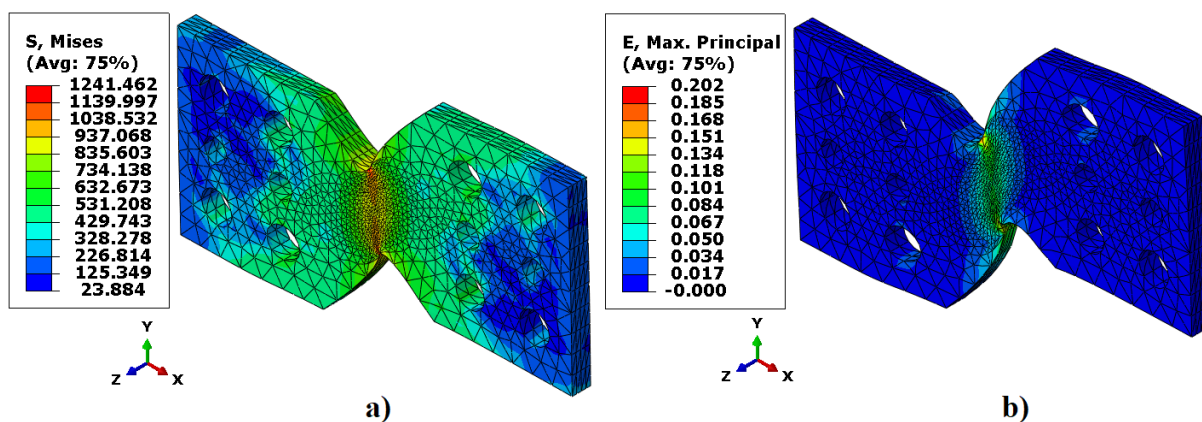
Posljednji korak je provedba numeričkih simulacija za tri slučaja opterećenja: smično, vlačno i njihovu kombinaciju, koja je izvedena s uzorkom zakrenutim za  $45^\circ$ . Prethodno prikazani proračunski model (Slika 7.15) sadrži sve identične postavke kao i početni model, jedino je potrebno zadati dodatne sile pritezanja za novih šest vijaka koji povezuju tlačni prihvat i prirubnicu. Budući da je riječ o vijcima M8 zadana je ista, maksimalna sila pritezanja za sve vijke.

### 7.3.1. Smično opterećenje

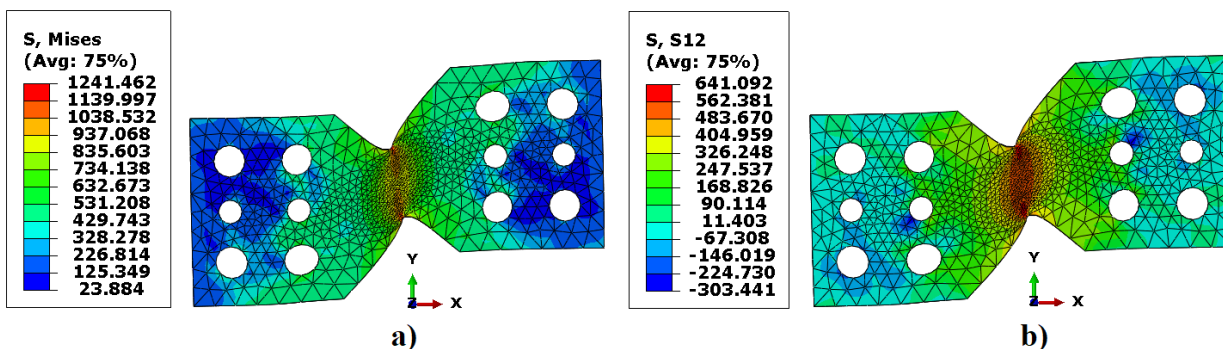
U sklopu rezultata prikazana je raspodjela pomaka i naprezanja na leptirastom ispitnom uzorku kao i raspodjela pomaka cjelokupnog proračunskog modela. Važno je još jednom napomenuti da su svi rezultati prikazani za deformaciju uzorka od  $\approx 20\%$  ( $20,2\%$  konkretno u ovom slučaju, Slika 7.17.b). Svi rezultati prikazani su za isti faktor uvećanja ( $scale = 5$ ).



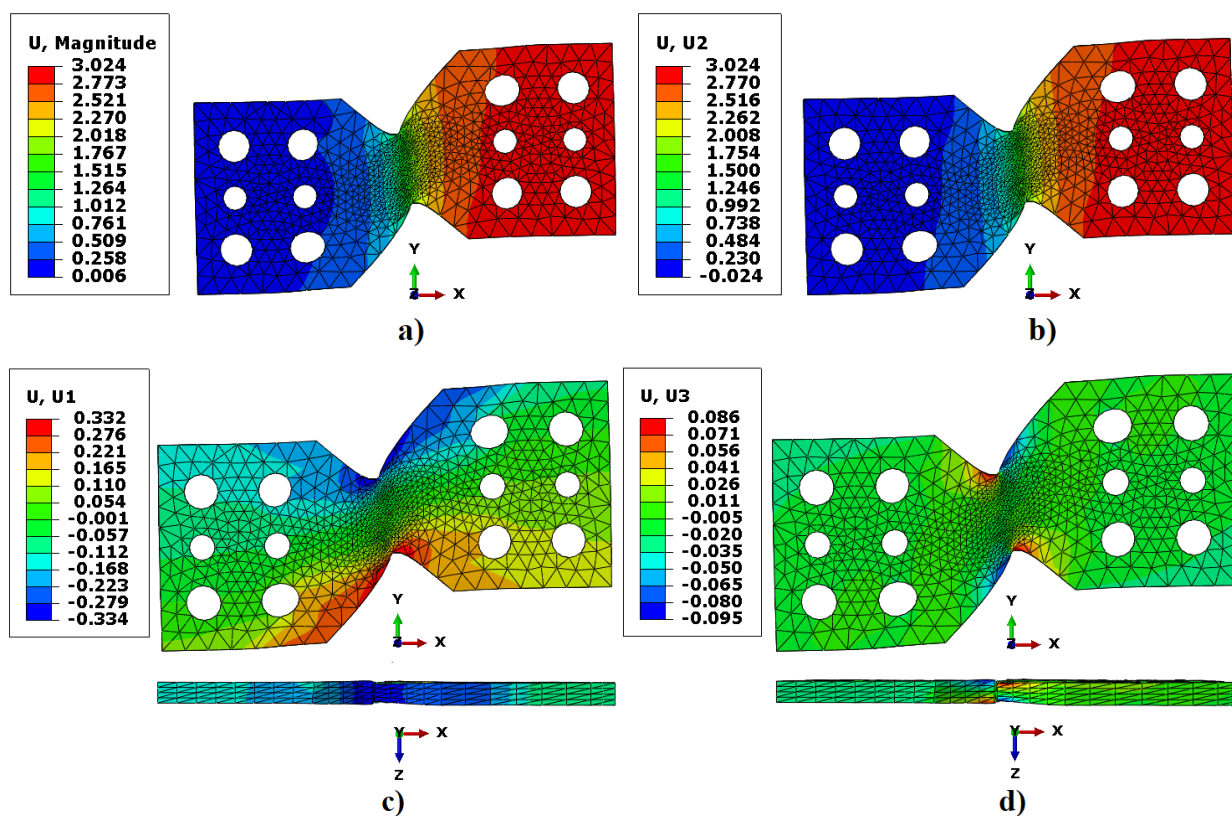
Slika 7.16. Prikaz pomaka prilikom smičnog opterećenja: a) ukupni pomak, b) pomak  $U_2$



Slika 7.17. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija

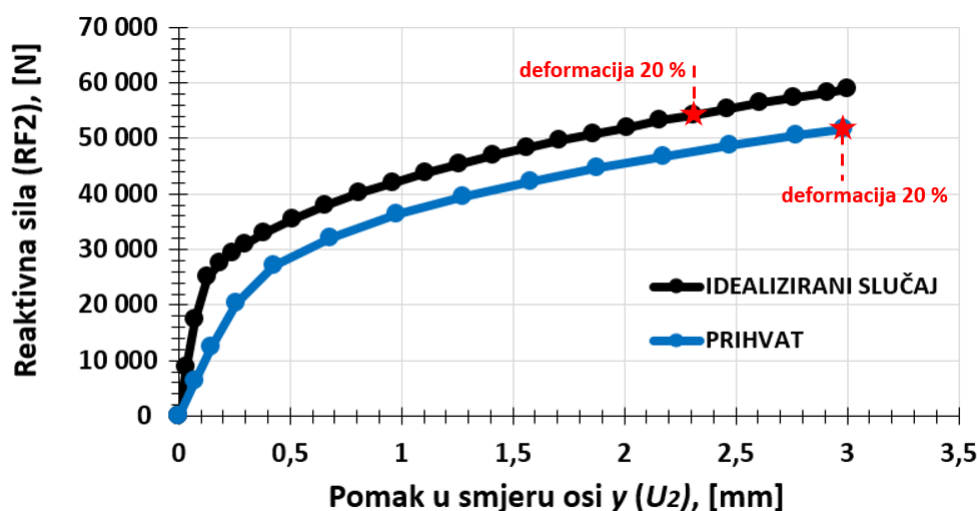


Slika 7.18. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) tangencijalna naprezanja



Slika 7.19. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi y, c) pomak u smjeru osi x, d) pomak u smjeru osi z

Iz slike 7.19.d) nije zabilježeno izvan ravninsko savijanje leptirastog ispitnog uzorka već je došlo do gužvanja materijala pri velikom smičnom opterećenju u području korijena zarez. Na slici 7.20. prikazana je ovisnost sile i pomaka za dva numerička modela. Usporedba je pokazana za cijeli sklop i leptirasti uzorak opterećen idealno uniformnim rubnim uvjetima (Slika 6.5.a)). Pomak i sila u proračunskom modelu izmjereni su u odgovarajućoj referentnoj točki. Na slici 7.20. zvjezdice crvene boje pokazuju odgovarajući pomak i silu pri kojima dolazi do 20 % deformacije što nije identično u oba slučaja.

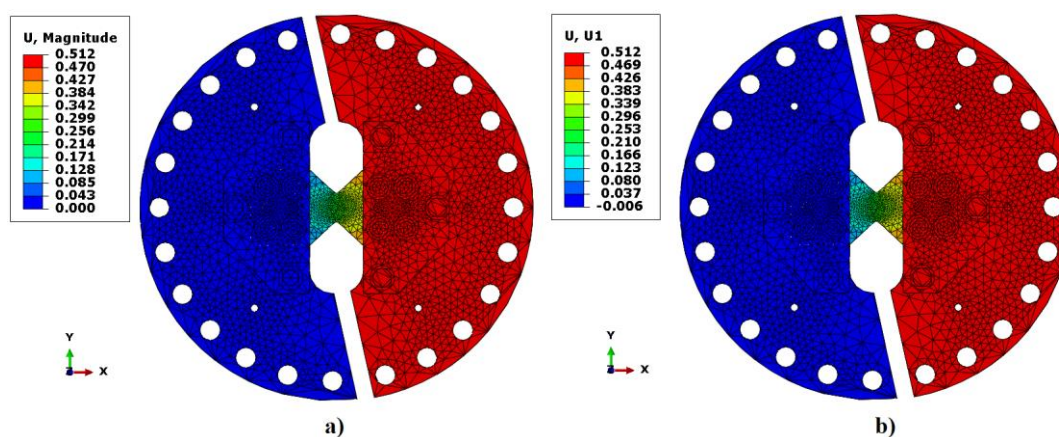


Slika 7.20. Dijagram sila-pomak za smično opterećenje

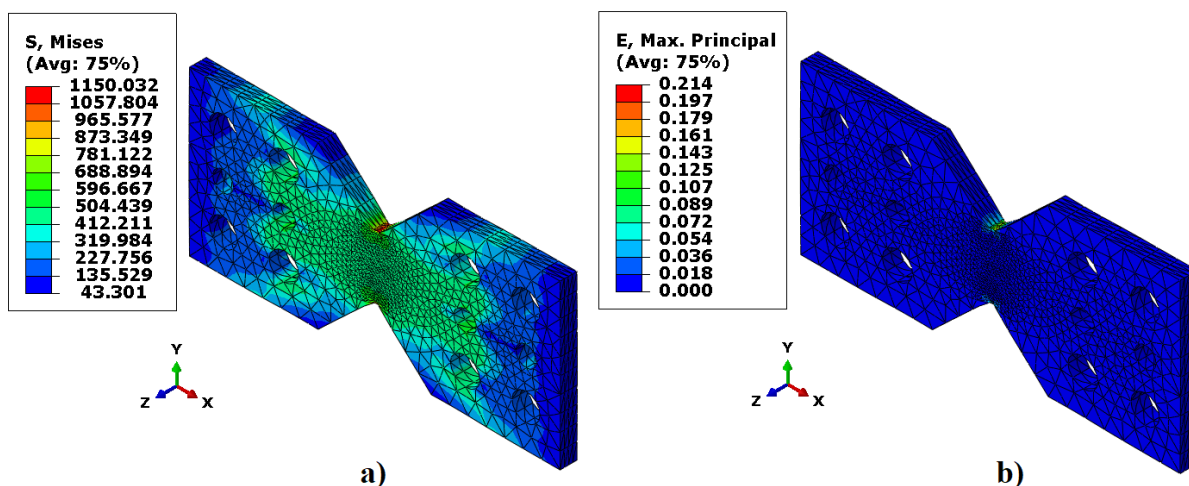
Rezultati pokazuju da bi novorazvijeni Arcan prihvat trebali za slučaj smičnog opterećenja opteretiti silom od 51,7 kN kako bi došli do 20 % deformacije na ispitnom uzorku, dok je kod idealiziranog slučaja taj iznos nešto veći (54,2 kN). Potpuno poklapanje dijagrama nije postignuto zbog proklizavanja ispitnog uzorka, jer za istu silu zabilježen je veći pomak. Osim toga, primjena većeg faktor rezultirala bi boljim poklapanjem predložene dvije krivulje. Stoga se predlaže da tlačni dijelovi prihвата budu izrađeni s većom hrapavošću (tj. potrebno je narovašiti površine tlačnog prihвата radi povećanja faktora trenja između prihвата i ispitnog uzorka).

### 7.3.2. Vlačno opterećenje

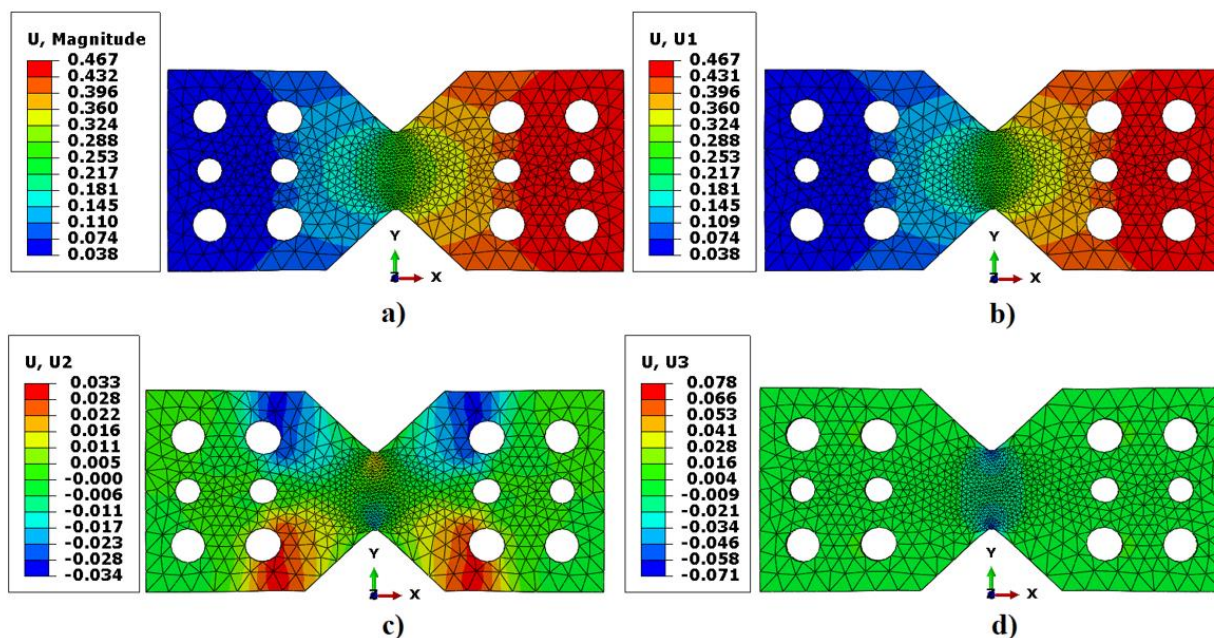
Kao i za slučaj smičnog opterećenja prikazana je raspodjela pomaka i naprezanja na leptirastom uzorku kao i raspodjela pomaka cjelokupnog proračunskog modela. Deformacija uzorka je  $\approx 20\%$  (21,4 %, Slika 7.22.b). Također, svi rezultati prikazani su za isti faktor uvećanja ( $scale = 10$ ).

Slika 7.21. Prikaz pomaka prilikom vlačnog opterećenja: a) ukupni pomak, b) pomak  $U_2$



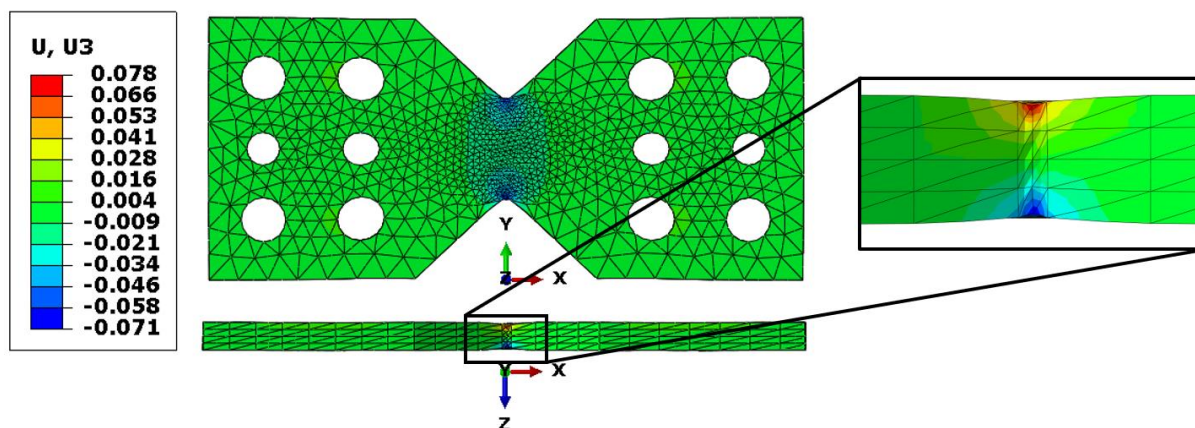


Slika 7.22. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija



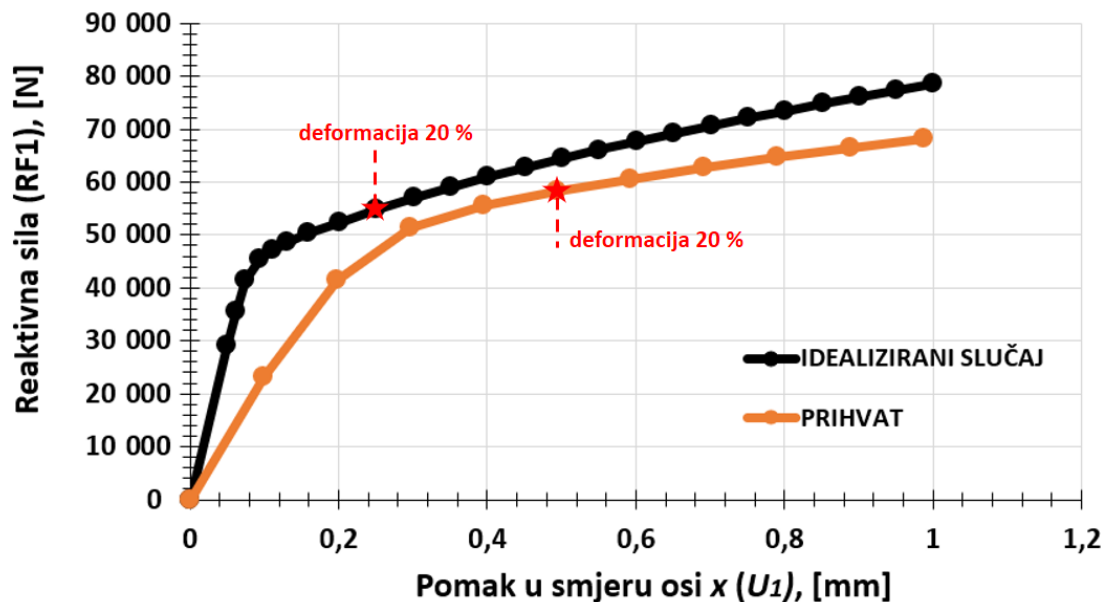
Slika 7.23. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y, d) pomak u smjeru osi z

Na slici 7.24. prikazana je detaljnija raspodjela pomaka u smjeru osi  $z$  ( $U_3$ ) te je vidljivo da je prvobitno savijanje uslijed vlačnog ispitivanja minimizirano te gotovo da se ne postoji. Dobiveni su približno simetrični iznosi pomaka na oba ruba uzorka kod samog zarezka kao posljedicu stanjenja uzorka (Poissonov efekt), što je potpuno očekivano za vlačni test.



Slika 7.24. Prikaz pomaka u smjeru osi z za vlačno opterećenje

Na slici 7.25. prikazana je ovisnost sile i pomaka za cijeli sklop uspoređena s idealiziranim dijagramom prikazanim na slici 6.5.b).

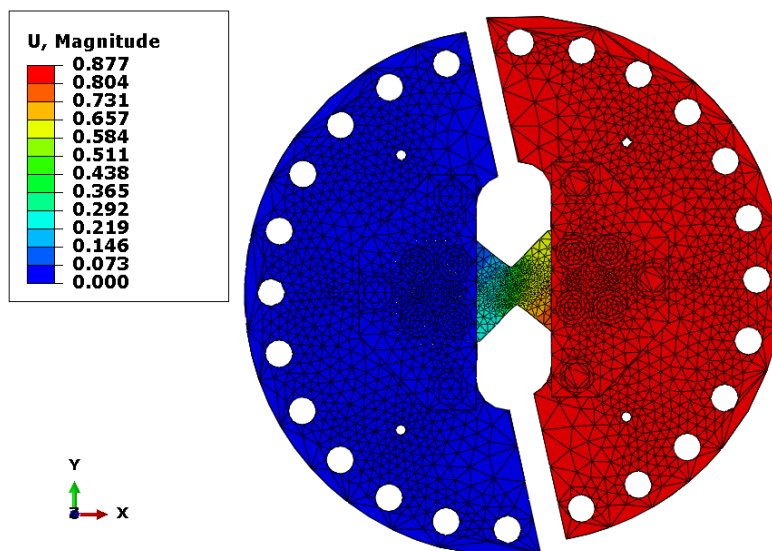


Slika 7.25. Dijagram sila-pomak za vlačno opterećenje

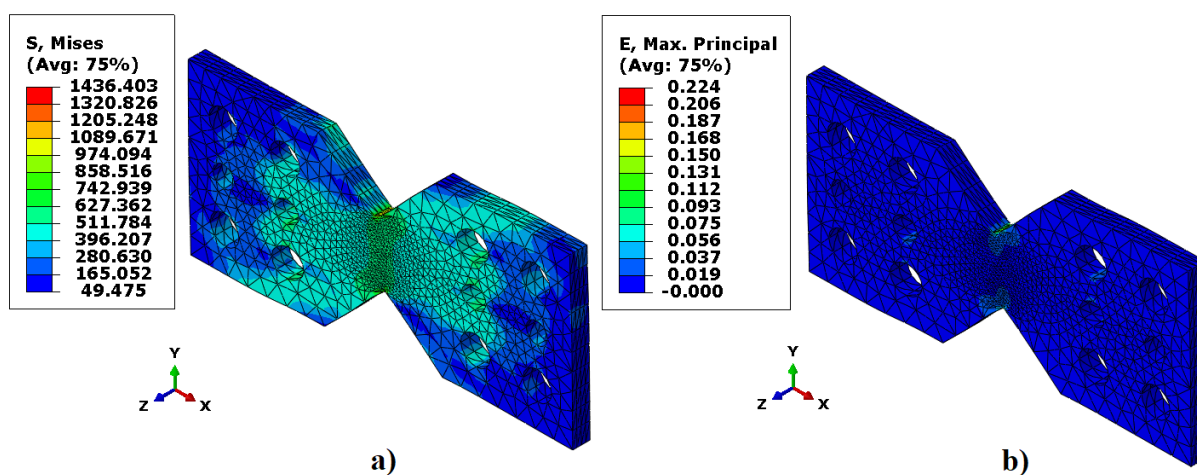
Rezultati pokazuju da bi novorazvijeni Arcan prihvat trebali za slučaj vlačnog opterećenja opteretiti silom od 58,3 kN kako bi došli do 20 % deformacije na ispitnom uzorku, dok je u idealiziranom slučaju taj iznos manji (54,8 kN). Također, kao i kod smičnog opterećenja, dolazi do proklizavanja, koje je najizraženije na samom početku opterećivanja.

### 7.3.3. Kombinacija smičnog i vlačnog opterećenja pod 45°

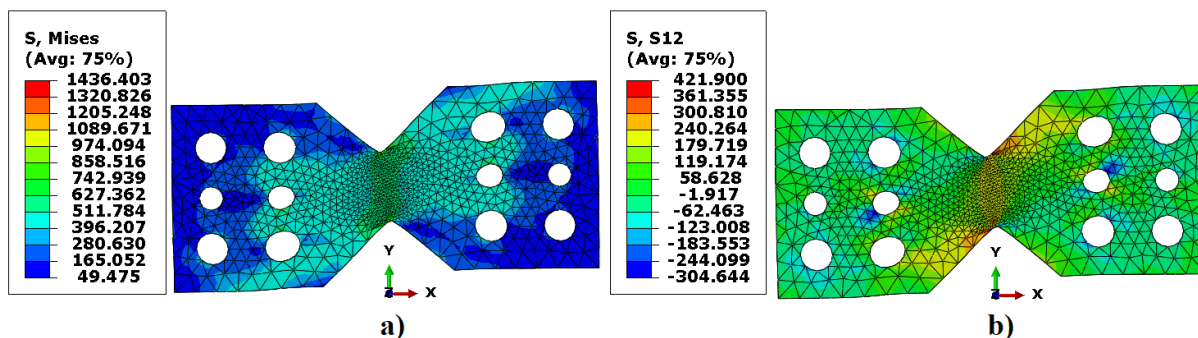
Posljednji slučaj opterećenja je kombinacija prethodna dva. Odabrana je kombinacija gdje je prihvat, odnosno ispitni uzorak zakrenut za 45° u odnosu čisto vlačno i smično opterećenje. Prikazana je raspodjela pomaka i naprezanja na leptirastom uzorku kao i raspodjelu pomaka cjelokupnog proračunskog modela. Deformacija uzorka je  $\approx 20\%$  (22,4 %, Slika 7.27.b). Svi rezultati prikazani su za isti faktor uvećanja ( $scale = 10$ ).



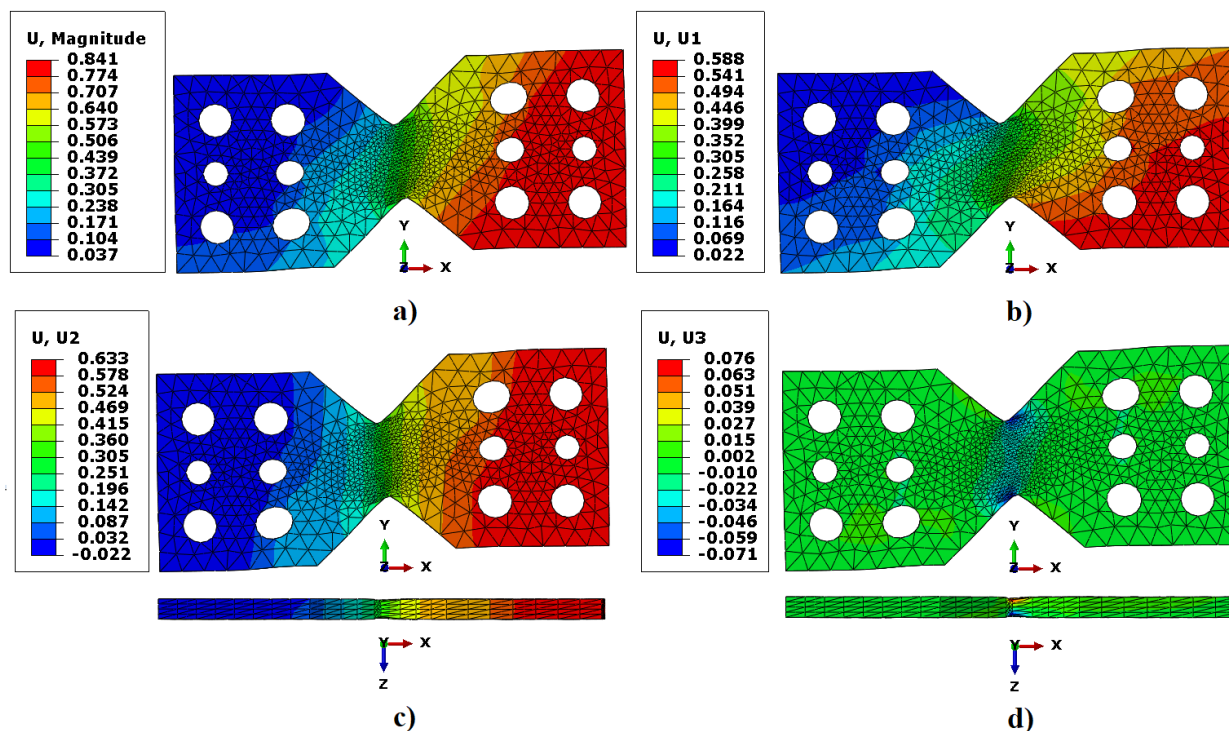
Slika 7.26. Prikaz pomaka prilikom kombiniranog opterećenja (45°)



Slika 7.27. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) deformacija

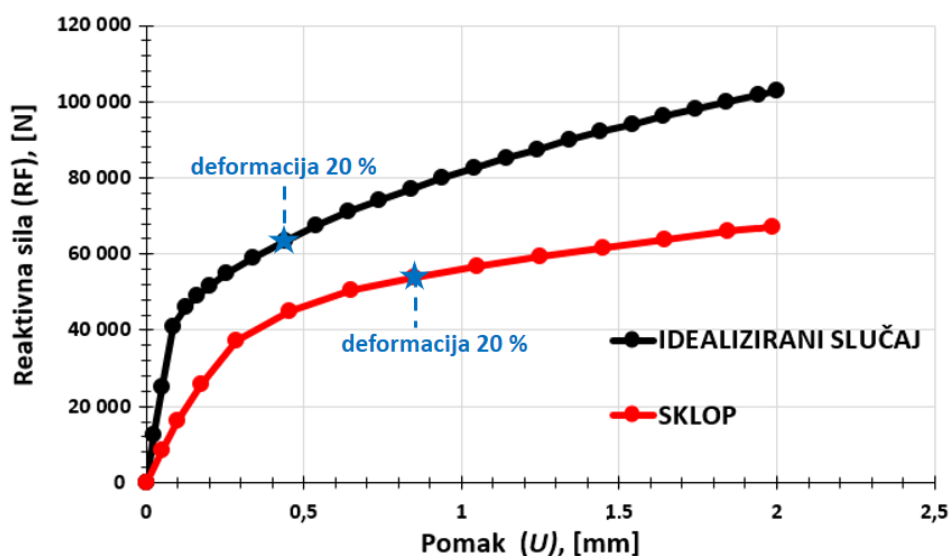


Slika 7.28. Prikaz: a) naprezanje prema von Misesu, b) tangencijalna naprezanja



Slika 7.29. Raspodjela pomaka: a) ukupni pomak, b) pomak u smjeru osi x, c) pomak u smjeru osi y, d) pomak u smjeru osi z

U nastavku je prikazan dijagram sila-pomak za kombinirani slučaj opterećenja, uz kut od 45° (Slika 7.30.). Za razliku od prethodnih dijagrama, u ovome slučaju prikazujemo maksimalnu silu (*RF-Magnitude*), koja je sastavljena od reaktivne sile u smjeru osi *x* (*RF1*) i *y* (*RF2*). Utjecaj reaktivne sile *RF3* je zanemariv u odnosu na ostale dvije jer opterećenje ne djeluje u smjeru osi *z* te je puno manjeg reda veličine od preostale dvije.



Slika 7.30. Dijagram sila-pomak za kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ )

Iz dijagrama možemo iznijeti slične zaključke kao i u prethodnim slučajevima za smično i čisto vlačno opterećenje. Dolazi do proklizavanja koje će u stvarnosti biti reducirano s većim faktorom trenja. U ovom slučaju najveća je razlika u poklapanju dijagrama, jedan od novih razloga je i utjecaj reaktivne sile u smjeru osi z (RF3) kojeg nema kod idealiziranog slučaja jer je riječ o 2D elementima za ravninsko stanje naprezanja. Do 20 % deformacije uzorka (čak značajnije više nego u prethodnim slučajevima tj. 22,4 %) dolazi pri opterećenju 53,5 kN dok nam idealizirani slučaj daje 63,6 kN.

Važno je napomenuti da kidalica za koju je konstruiran prihvat dozvoljava maksimalno opterećenje 50 kN. Također, analizirani prihvat sadrži uzorak debljine 5 mm što svakako povećava potrebnu silu da bi došli do iste deformacije uzorka. Ako uzmemo za primjer, uzorak debljine 1 mm i podvrgnemo ga smičnom opterećenju. U idealiziranom slučaju potrebna sila pri kojoj dolazi do 20 % deformacije iznosi 10,8 kN što je upravo i 5 puta manje od našeg rješenja za 5 mm debeli uzorak. Svakako, preporučeno je prilikom korištenja uzorka debljine 5 mm biti oprezan sa provođenjem eksperimenta budući da se može dostići nazivna vrijednost senzora sile. S obzirom na odabrani materijal i narinuto opterećenje potrebno je procijeniti maksimalnu silu koja se može postići na kidalici. Kako bi se osiguralo izvođenje eksperimentalnog istraživanja na novorazvijenom modularnom Arcan prihvat u radnom području jednoosnog ispitnog uređaja, predlaže se provedba numeričkog proračuna na FE modelu razvijenom u okviru ovoga rada.

## 8. OPTIMIZACIJA DIMENZIJA LEPTIRASTOG UZORKA

Većina današnji mehaničkih ispitivanja nije provedena u idealnim uvjetima te gotovo uvijek postoje manja odstupanja od pretpostavljenog režima opterećenja. Nesukladnosti između pretpostavljenog (tj. idealnog) i realnog ispitivanja ovise o ispitnom uređaju, krutosti mehaničkog prihvata i montaži uzorka. Bitno je naglasiti da mnogo čimbenika može utjecati na krajnji mjereni rezultat eksperimenta što je naročito zabilježeno kod složenijih programa opterećenja. Kako bi se što točnije odredili parametri materijala određenog konstitutivnog zakona koriste se već spomenute identifikacijske metode (Poglavlje 2). Identifikacija parametara materijala primijenjenog konstitutivnog zakona ovisi o geometriji i dimenzijama ispitnog uzorka te narinutom režimu opterećenja. Najistaknutija identifikacijska metoda je FEMU (*Finite Element Model Updating*) budući da spaja eksperimentalne rezultate i numeričke proračune.

### 8.1. FEMU metoda

FEMU je iterativna metoda koja se temelji na usporedbi eksperimentalno izmjerenih polja pomaka u odnosu s rezultatima (tj. poljima pomaka) izračunatim numeričkim simulacijama [28, 29, 30, 31, 32, 33]. FEMU omogućava proučavanje složenijih geometrija i konstitutivnih zakona te se uglavnom koristi za određivanje traženih parametara materijala. Princip se sastoji od iterativnog pronalaženja parametara pomoću simulacija konačnih elemenata (FE) koje su upravljane rubnim uvjetima pomaka dobivenih iz eksperimenata. Izmjereni pomaci pomoću metode korelacije digitalne slike (*Digital Image Correlation - DIC*), optička metoda mjerenja cijelog polja pomaka i/ili deformacija, propisuju se na rubove/plohe modela konačnih elemenata koji su opterećeni tijekom eksperimenta. Cilj je minimizirati funkciju cilja (*cost function*), tj. reziduala  $\chi$ . Minimiziranje reziduala može se provesti na numeričkim i eksperimentalno izmjerenim poljima pomaka. Takva metoda naziva se FEMU-U (*displacement method*). Osim toga isti principi i formulacije se primjenjuju pri minimiziranju funkcije između sume numerički izračunatih reaktivnih sila, na mjestima gdje su propisani rubni uvjeti pomaka, i eksperimentalno izmjerene razina opterećenja pomoću senzora sile. Predložena metoda koja analizira statičke podatke sile naziva se FEMU-F metoda (*force method*). Međusobna kombinacija spomenute dvije metode naziva se FEMU-UF (*displacement & force method*) metoda.

Kod FEMU-U metode minimiziranje reziduala postiže se smanjivanjem razlike između izmjerenog polja pomaka,  $\{\mathbf{u}_m\}$  i izračunatih polja pomaka,  $\{\mathbf{u}_c\}$ . Budući da se tijekom minimizacije funkcije cilja FEMU-UF metode u obzir uzimaju različiti podatci (reziduali pomaka i sila) uvodi se normalizacijski faktor  $1/\gamma_u^2 N_u$  za polja pomaka i  $1/\gamma_f^2 N_f$  za vektor sila. Minimiziranje je provedeno prema normi [30]:

$$\chi_u^2(\{\mathbf{p}\}) = \frac{1}{\gamma_u^2 N_u} \|\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}\|^2, \quad (8.1)$$

gdje je:  $\{\mathbf{p}\}$  – vektor traženih materijalnih parametara za odabrani konstitutivni model,

$\gamma_u^2$  – standardna rezolucija pomaka,

$N_u$  – ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode.

Riješavanje problema inverzne identifikacije [30] provodi se metodom najmanjih kvadrata:

$$\chi_u^2(\{\mathbf{p}\}) = \frac{1}{N_u} (\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\})^t [\mathbf{C}_u]^{-1} (\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}), \quad (8.2)$$

gdje je:  $\mathbf{C}_u$  – matrica kovarijanci ( $2\gamma_f^2 [\mathbf{M}]^{-1}$ ),

$[\mathbf{M}]$  – matrica globalnog DIC-a.

Nadalje, minimizacija  $\chi_u^2$  provedena je s sukcesivnom linearizacijom. Nova iteracija izračunatih polja pomaka slijedi [30]:

$$\mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i)}\}) = \mathbf{u}_c(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\}) + \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}(\mathbf{x}, t, \{\mathbf{p}^{(i-1)}\}) \partial \{\mathbf{p}\}, \quad (8.3)$$

gdje je:  $\{\mathbf{p}^{(i-1)}\}$  – vektor parametara pri iteraciji  $i-1$ ,

$\{\partial \mathbf{p}\}$  – promjena parametra materijala.

Budući da je polje pomaka ima generički nelinearno ponašanje s obzirom na konstitutivne parametre, implementirana je iterativna shema za minimizaciju  $\chi_u^2$  s obzirom na  $\{\mathbf{p}\}$  [28]:

$$\{\partial \mathbf{p}\}^{(i+1)} = \left( \left( [\mathbf{S}_U]^{(i)} \right)^t [\mathbf{C}_U]^{-1} [\mathbf{S}_U]^{(i)} \right)^{-1} [\mathbf{S}_U]^{(i)} [\mathbf{C}_U]^{-1} \{\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_c^{(i)}\}, \quad (8.4)$$

Određivanje polja osjetljivosti pomaka provedeno je isključivo numerički. Polja pomaka izračunata su za male varijacije svakog parametra koji je razmatran u identifikaciji [28, 29, 30]:

$$[\mathbf{S}_U] = \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}. \quad (8.5)$$

Za  $i$ -tu iteraciju potrebno je izračunati polja osjetljivosti pomaka i nakon sukcesivne korekcije traženih parametara. Koristeći polja osjetljivosti i matricu kovarijanci za globalni DIC uvodimo *Hessian* matricu koja glasi [28]:

$$[\mathbf{H}_U] = [\mathbf{S}_U]^t [\mathbf{C}_U]^{-1} [\mathbf{S}_U]. \quad (8.6)$$

Globalna matrica kovarijanci DIC metode s obzirom na polje pomaka, određenih konstitutivnih parametara direktno je povezana s *Hessian* matricom [28, 29, 30]:

$$[\mathbf{C}_p^U] = [\mathbf{H}_U]^{-1}. \quad (8.7)$$

Kod FEMU-F metode minimiziranje funkcije cilja postizemo smanjivanjem razlike između izmjerene sile,  $\{\mathbf{F}_m\}$  i izračunatih reaktivnih sila,  $\{\mathbf{F}_c\}$  koje se odnose na odabrani set parametara materijala [28].

$$\chi_F^2(\{\mathbf{p}\}) = \frac{1}{\gamma_F^2 N_F} \|\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}\|^2, \quad (8.8)$$

gdje je:  $\{\mathbf{p}\}$  – vektor traženih materijalnih parametara za odabrani konstitutivni model,

$\gamma_F^2$  – standardna rezolucija uslijed mjerenja opterećenja,

$N_F$  – ukupan broj kinematskih stupnjeva slobode.

Minimizacija je provedena metodom najmanjih kvadrata [28]:

$$\chi_F^2(\{\mathbf{p}\}) = \frac{1}{N_F} (\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\})^t [\mathbf{C}_F]^{-1} (\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}), \quad (8.9)$$

gdje je:  $\mathbf{C}_F$  – matrica kovarijanci mjerenih opterećenja.

Minimizacija  $\chi_F^2$  dovodi do varijacije identificiranih skupova materijalnih parametara [28]:

$$\{\partial \mathbf{p}\}^{(i+1)} = \left( ([\mathbf{S}_F]^{(i)})^t [\mathbf{S}_F]^{(i)} \right)^{-1} [\mathbf{S}_F]^{(i)} \{\mathbf{F}_m - \mathbf{F}_c^{(i)}\}, \quad (8.10)$$

gdje je:  $[\mathbf{S}_F] = \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \{\mathbf{p}\}}$  – vektor osjetljivosti reaktivnih sila.

Odgovarajuća *Hessian* matrica koja se odnosi na reaktivne sile glasi [28]:

$$[\mathbf{H}_F] = [\mathbf{S}_F]^t [\mathbf{C}_F]^{-1} [\mathbf{S}_F]. \quad (8.11)$$

Dok matrica kovarijanci identificiranih parametara s obzirom na reaktivne sile iznosi [28, 29]:

$$[\mathbf{C}_p^F] = [\mathbf{H}_F]^{-1}. \quad (8.12)$$



FEMU-UF metoda obuhvaća prethodno opisane dvije metode, FEMU-U i FEMU-F. Identifikacija je bazirana na kombinaciji pomaka i reaktivnih sila što je postignuto minimiziranjem globalnog funkcionala  $\chi_{UF}^2$  [28, 29]:

$$\chi_{UF}^2 = \frac{N_U}{N_U + N_F} \chi_U^2 + \frac{N_F}{N_U + N_F} \chi_F^2. \quad (8.13)$$

Funkcionalni pomaka i reaktivnih sila su uvedeni u jednadžbama (8.2) i (8.9). Minimizacijom dolazimo do iterativnog izračuna povećanja parametra [28]:

$$\{\partial \mathbf{p}\}^{(i+1)} = [\mathbf{H}_{UF}]^{-1} \left( \frac{1}{2\gamma_u^2} [\mathbf{S}_U] [\mathbf{M}] (\{\mathbf{u}_m\} - \{\mathbf{u}_c\}^{(i)}) + \frac{1}{\gamma_F^2} [\mathbf{S}_F] (\{\mathbf{F}_m\} - \{\mathbf{F}_c\}^{(i)}) \right), \quad (8.14)$$

gdje je:  $[\mathbf{H}_{UF}] = [\mathbf{H}_U] + [\mathbf{H}_F]$  - globalna *Hessianova* matrica, koja se sastoji od kinematskog ( $\mathbf{H}_U$ ) i statičkog ( $\mathbf{H}_F$ ) dijela.

Konačna matrica kovarijanci identificiranih parametara postaje [28, 29, 30]:

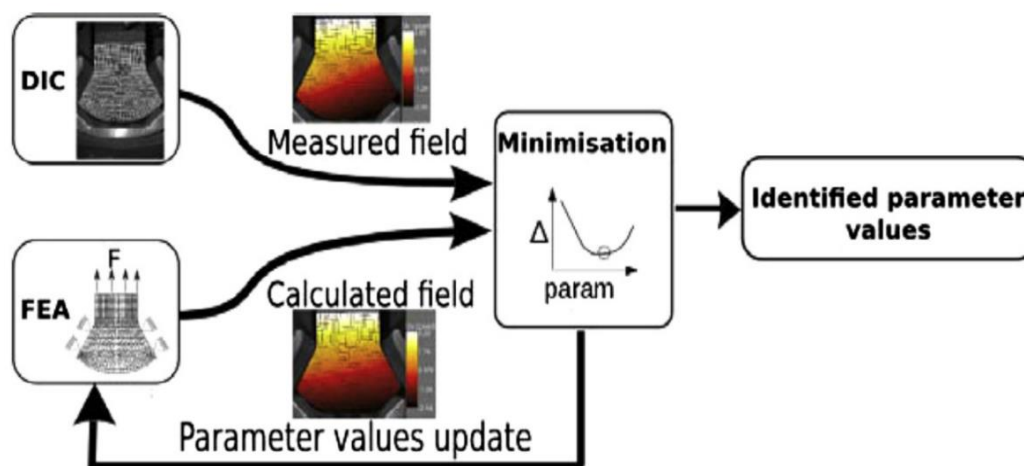
$$[\mathbf{C}_p^{UF}] = [\mathbf{H}_{UF}]^{-1}. \quad (8.15)$$

Još jedan koristan indikator prilikom identifikacije materijala je matrica korelacije [29]:

$$(Cor_p)_{ij} = \frac{(C_p)_{ij}}{\sqrt{(C_p)_{ii} (C_p)_{jj}}}. \quad (8.16)$$

Matricom korelacije (simetrična matrica) dobivamo međusobnu ovisnost između svih razmatranih parametra materijala. Dijagonalne vrijednosti matrice korelacije jednake su 1, što je trivijalno za objasniti jer je svaki parametar u odličnoj korelaciji sa samim sobom. Samim time ukoliko je vrijednost između dva pojedina parametra bliža jedinici ta dva parametra su u boljoj korelaciji, dok ako su bliže -1, onda su parametri sve više i više antikorelirani. Ukoliko su parametri materijala (dobiveni iz matrice kovarijanci) u korelaciji vlastite vrijednosti su visoke, a mi želimo upravo suprotno tj. smanjiti vlastite vrijednosti da nam parametri nisu u korelaciji kako bi povećali osjetljivost parametara na geometriju uzorka.

Korelacija digitalne slike (DIC) je bezkontaktna optička metoda koja služi za određivanje polja pomaka i deformacije te kao takva sve više primjenu nalazi u segmentu identifikacije i validacije parametara konstitutivnih zakona. Za primjenu korelacije digitalne slike potrebna je kamera (ili više njih), izvor svjetla i odgovarajući algoritam koji omogućuje korelaciju rezultirajućih digitalnih slika. Metoda uspoređuje digitalne slike ispitnog uzorka u različitim stadijima deformacije odnosno prati se promjena položaja točaka na površini ispitnog uzorka. Cilj DIC algoritma je odrediti razliku položaja mjernih točaka (elemenata ili faseta) u deformiranom i nedeformiranom stanju.



Slika 8.1. Princip FEMU metoda uz DIC i FEA [32]

Kako bi se minimiziranje jednadžbe (8.1.) provelo što pouzdanije, potrebno je da se FEMU metoda zasniva na istim principima za oba dijela metode (eksperimentalnom i numeričkom). Štoviše, poželjno je potpuno preklapanje svih mjernih točaka/čvorovima dobivenih DIC-om i FE algoritmima. Čest problem u sličnim metodama je da su numeričke i eksperimentalne metode provedene s softverima koji se ne zasnivaju na istoj formulaciji te se postavlja pitanje kako propisati rubne uvjete na modelu konačnih elemenata. Globalni DIC algoritam temelji se na FE principu korelacije digitalne slike. Primjenom FE-DIC metode moguće je primijeniti jednaku mrežu konačnih elemenata kod eksperimentalne analize i numeričkih simulacija, te propisati pomake na točno odgovarajuće rubne uvjete. Moguće je propisati rubne uvjete u iste čvorove budući da postoji mogućnost korištenja iste mreže konačnih elemenata. S time je potpuno izbjegnuta greška interpolacije koje se bi se javila prilikom propisivanja rubnih uvjeta na geometriju modela konačnih elemenata.

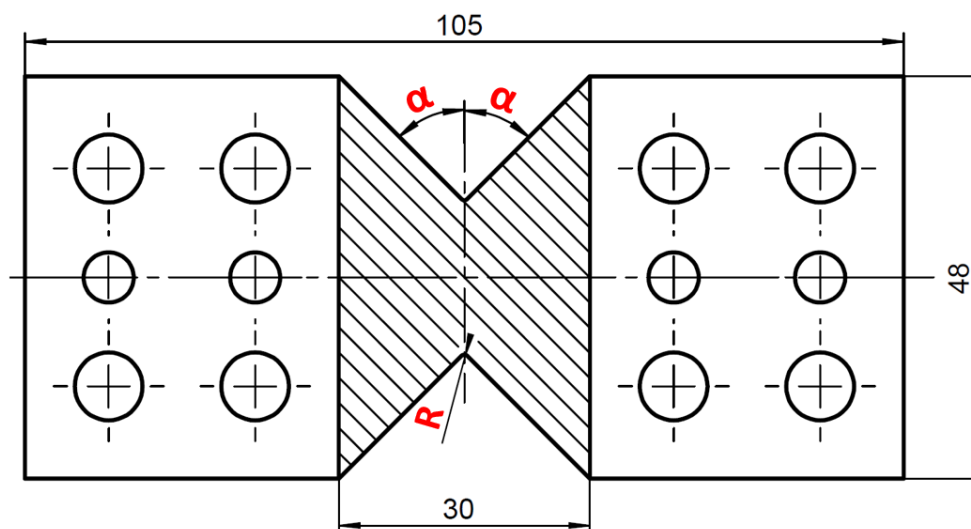
U sklopu ovoga rada nije provedena identifikacija parametara materijala već se koriste parametri materijala 17-7 PH prikazani u tablici 6.1. [29]. U provedenom istraživanju [29] identificirani su parametri materijala za elastoplastični konstitutivni zakon na ispitnom uzorku križnog oblika koji je podvrgnut ravninskom dvoosnom opterećenju.

## 8.2. Algoritam za optimizaciju dimenzija na temelju polja osjetljivosti

Optimizacija dimenzija predloženog ispitnog uzorka temelji se na povećanju osjetljivosti polja pomaka i vektora sila s ciljem pouzdanijeg određivanja parametara materijala. Kako bi proveli optimizaciju geometrije potrebno je provesti veći broj iteracija, za takve procedure poželjno je napisati odgovarajući algoritam kako bi se izbjegle složene i

mnogobrojne izmjene između svake iteracije. Algoritam za optimizaciju dimenzija leptirastog ispitnog uzorka napisan je u programskom paketu *Matlab* [34] zajedno u spregu s *Phyton* programskim jezikom koji služi za interakciju s FEM paketom *Abaqusa*.

Karakteristični parametri ispitnog uzorka, odnosno epruvete su radijus  $R$  i kut  $\alpha$ . Stoga je cilj ove optimizacije odrediti optimalne vrijednosti dimenzija kada uzmemo u obzir tri slučaja opterećenja; smično, čisto vlačno i kombinaciju smičnog i vlačnog opterećenja sa uzrokom zakrenutim za  $45^\circ$ .



Slika 8.2. Prikaz karakterističnih dimenzija uzorka za optimizaciju ( $R$  i  $\alpha$ )

Tablica 8.1. prikazuje sve vrijednosti radijusa  $R$  i kuta  $\alpha$  za koje je provedena optimizacija. Promjena radijusa  $R$  daje 40 iteracija za svaku novu veličinu radijusa dok kod kuta  $\alpha$  broj iteracija je 13. Važno je napomenuti da prilikom promjene radijusa  $R$  kut  $\alpha$  ostaje nepromijenjen ( $45^\circ$ ) i obrnuto, dok se iteracijski mijenja kut  $\alpha$ , radijus  $R$  je konstantan ( $R = 2,5$  mm).

Tablica 8.1. Prikaz svih radijusa  $R$  i kutova  $\alpha$  tijekom optimizacijskog procesa

Radijus $R$ , mm									
0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
15,5	16	16,5	17	17,5	18	18,5	19	19,5	20
Kut $\alpha$ , °									
30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
80	85	89							

Optimizacija dimenzija leptirastog ispitnog uzorka provedena je tako da za inicijalne parametre materijala (Tablica 6.1.) i odgovarajuću geometriju, koja je u svakoj iteraciji drugačija, izračuna se razlika polja pomaka i razlika reaktivnih sila s inicijalnim parametrima materijala i parametrima koji su promijenjeni za 2 %. Važno je da promjena odgovarajućeg parametra materijala bude mala i postepena kako ne bih postojao veliki odmak od početne vrijednosti i dobile se značajno drugačije vrijednosti polja osjetljivosti iz kojih se ne bi mogli donijeti egzaktni zaključci. Često se u praksi ta iterativna vrijednost promjene parametra uzima 2 % [28]. Primjerice za jednu geometriju ispitnog uzorka računaju se pomaci i reaktivne sile s inicijalnim parametrima materijala te još dodatnih pet analiza sa promijenjenim parametrima. Pet FEM analiza upravo iz razloga jer primijenjeni materijalni model ima pet parametara materijala ( $E, \nu, \sigma_T, C, \gamma_1$ ). Promjena parametara obavlja se tako da se promjeni jedan parametar, a preostala četiri imaju početnu vrijednost. Nakon svake provedene iteracije oduzimaju se vektori izračunatih pomaka i reaktivnih sila s promijenjenim vrijednostima pojedinog parametra od vektora izračunatih pomaka i reaktivnih sila s inicijalnim (početnim) vrijednostima istog parametra. Oduzimanjem dobivamo polja osjetljivosti pomaka i sila za svaki pojedini parametar, odnosno kompletno polje osjetljivosti  $\mathbf{S}_U$  i  $\mathbf{S}_F$ .

Uz jed. (8.6) i (8.11) dobivamo *Hessian* matricu ( $[\mathbf{H}_{UF}] = [\mathbf{H}_U] + [\mathbf{H}_F]$ ):

$$\begin{aligned} [\mathbf{H}_U] &= [\mathbf{S}_U]^T [\mathbf{S}_U] \\ [\mathbf{H}_F] &= [\mathbf{S}_F]^T [\mathbf{S}_F] \end{aligned} \quad (8.17)$$

Odgovarajuća *Hessian* matrica je veličine 5x5 jer kako je već spomenuto primijenjeni materijalni model ima pet parametara materijala. Iz *Hessian* matrice ili matrice kovarijanci računaju se vlastite vrijednosti (eng. *eigen value*) i vlastiti vektori (eng. *eigen vector*) iz kojih je moguće definirati dimenzije optimalne geometrije. *Hessian* matrice otkriva korelaciju parametara sa geometrijskim značajkama uzorka.

### 8.3. Rezultati optimizacije

Iterativno su provedena sva tri slučaja opterećenja te su u nastavku prikazani dijagrami vlastitih vrijednosti ovisno o kutu  $\alpha$  ili radijusu  $R$  te su određene dimenzije leptirastog ispitnog uzorka. Detaljniji opis rezultata prikazan je samo za smično opterećenje i to ovisno o promjeni radijusa  $R$ , budući da je način interpretacije rezultata identičan za sve režime opterećenja. Dijagramski rezultati za optimizaciju prilikom vlačnog i kombiniranog (45°) opterećenja prikazani su u prilogu II.

Optimizacija je provedena prema prethodnom opisanom algoritmu sa istim rubnim uvjetima kao u idealiziranom slučaju leptirastog ispitnog uzorka (Slika 6.3). U sklopu rezultata prikazujemo odgovarajuću *Hessian* matricu  $\mathbf{H}_{UF}$  kada uzmemo u obzir pomake i reaktivne sile (jednadžba 8.14). Kao primjer, prikazujemo rezultate za prvu iteraciju (1/40) radijusa  $R$  (tj.  $R = 0,5$  mm). Svi sljedeći rezultati prikazani su za prvu iteraciju. *Hessian* matrica iznosi:

$$[\mathbf{H}_{UF}] = \begin{bmatrix} 0,9833 & -0,1213 & 3,7292 & 1,1494 & -0,1974 \\ -0,1213 & 0,0172 & -0,4513 & -0,1388 & 0,0237 \\ 3,7292 & -0,4513 & 42,8126 & 15,9338 & -3,0622 \\ 1,1494 & -0,1388 & 15,9338 & 7,8360 & -1,7816 \\ -0,1974 & 0,0237 & -3,0622 & -1,7816 & 0,4456 \end{bmatrix}. \quad (8.18)$$

Odgovarajuće vlastite vrijednosti za spomenutu iteraciju iznose:

$$\log_{10}(\lambda_{UF}) = \begin{Bmatrix} -2,6675 \\ -2,0396 \\ -0,2126 \\ 0,2832 \\ 1,6951 \end{Bmatrix}. \quad (8.19)$$

Prikazane vlastite vrijednosti su početne vrijednosti na dijagramima prikazanom na slici 8.3.a). Uz izračun vlastitih vrijednosti određeni su i vlastiti vektori (eng. *eigen vector*) koji su prikazani matrično, a usmjereni su kao stupci matrice:

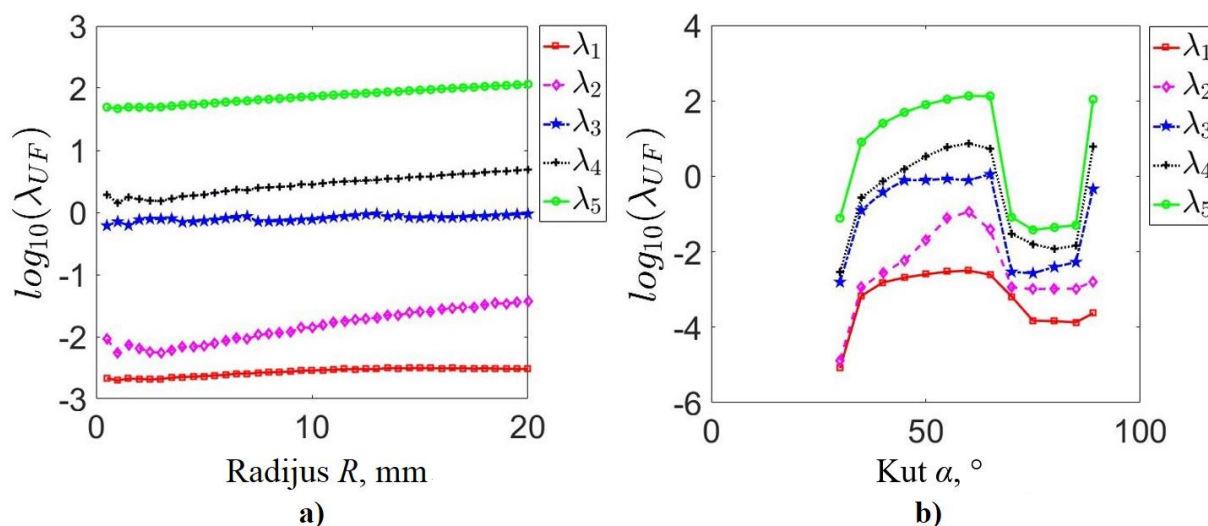
$$[\lambda_{eig}] = \begin{bmatrix} 0,1243 & 0,0157 & -0,9627 & 0,2261 & -0,0800 \\ 0,9922 & -0,0142 & 0,1205 & -0,0279 & 0,0097 \\ -0,0011 & -0,0538 & 0,1552 & 0,3372 & -0,9270 \\ 0,0042 & 0,3221 & -0,1663 & -0,8599 & -0,3594 \\ 0,0113 & 0,9449 & 0,0833 & 0,3081 & 0,0712 \end{bmatrix}. \quad (8.20)$$

Svaka vlastita vrijednost ima različiti doprinos od svakog parametra što možemo analizirati gledajući stupce matrice. Primjerice, u prvom stupcu najveći utjecaj ima Poissonov faktor  $\nu$  čime se može zaključiti da za prvu vlastitu vrijednost vrijedi  $\lambda_1 \approx \lambda_\nu$ . Ako promatramo peti stupac, zaključujemo da najveći doprinos daje granice tečenja  $\sigma_T$  uz manji doprinos konstante materijala  $C$ .

Radi postizanja cjelokupne raspodjele vlastitih vrijednosti (ovisno o radijusu  $R$ ) provedeno je 40 iteracija uz prethodno opisano promjenu parametara materijala te tako je dobiveno 40 *Hessian* matrica i 40 vektora vlastitih vrijednosti kao i 40 matrica s vlastitim vektorima. Analogno tome, u slučaju optimizacije kuta je dobiveno 13 iteracija pa je stoga riječ o 13 spomenutih matrica u tom slučaju. Prilikom analize rezultata prikazana je još i matrica korelacije prema jed. (8.16):

$$[Cor] = \begin{bmatrix} 1,0000 & -0,9341 & 0,5748 & 0,4141 & -0,2982 \\ -0,9341 & 1,0000 & -0,5267 & -0,3785 & 0,2714 \\ 0,5748 & -0,5267 & 1,0000 & 0,8699 & -0,7011 \\ 0,4141 & -0,3785 & 0,8699 & 1,0000 & -0,9534 \\ -0,2982 & 0,2714 & -0,7011 & -0,9534 & 1,0000 \end{bmatrix}. \quad (8.21)$$

Iz jed. (8.21) je vidljivo da recimo *Poissonov* faktor  $\nu$  i modul elastičnosti  $E$  su u antikorelaciji što bi mogli objasniti da porastom jednog parametra raste i drugi, ali u suprotnome smjeru. Dok primjerice, granica tečenja  $\sigma_T$  i konstanta materijala  $C$  su u vrlo dobroj korelaciji. Ako su vrijednosti u blizini nule, parametri su nezavisni (dekorelirani, odnosno nisu u korelaciji). Dijagramska promjena vlastite vrijednosti ovisno u radijusu  $R$  i kutu  $\alpha$  prikazana je na slici 8.3.

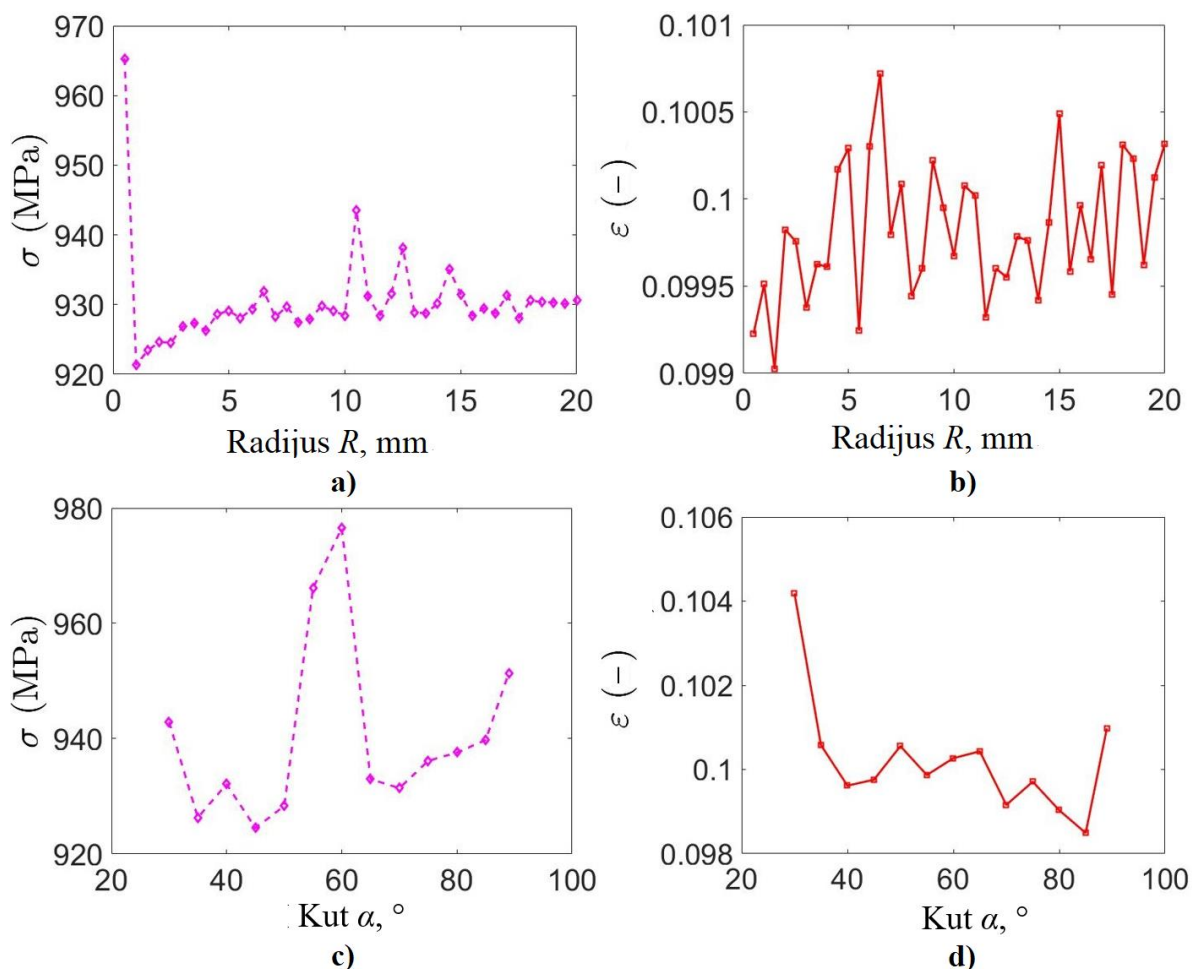


**Slika 8.3. Prikaz vlastitih vrijednosti za smično opterećenje ovisno o promjeni:**  
a) radijusa  $R$ , b) kuta  $\alpha$

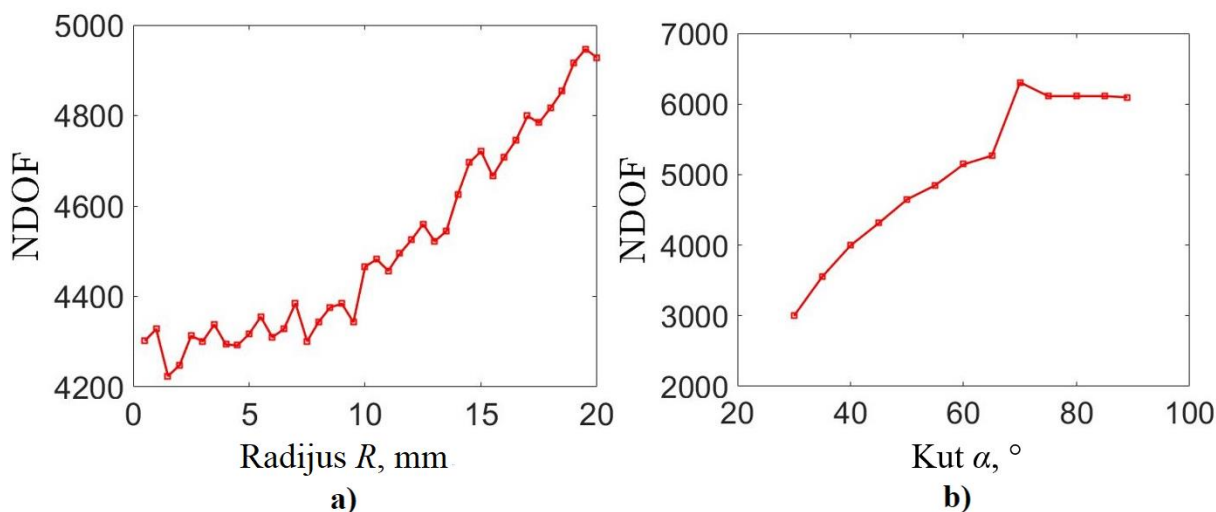
Prilikom interpretacije rezultata prethodnih dijagrama važno je napomenuti da optimalnu vrijednost parametra očitavamo za najmanju vlastitu vrijednost (u našem slučaju  $\lambda_1$ ). Cilj

optimizacije je maksimizirati minimalnu vlastitu vrijednost. Maksimalna vlastita vrijednost određuje i maksimalnu dekorelaciju parametara, tj. povećava osjetljivost polja pomaka i vektora sila na predloženi parametar konstitutivnog zakona. Optimirana dimenzija geometrije ispitnog uzorka vezana je uz maksimalnu vrijednost  $\lambda_1$ . Očitavanjem dimenzije vezane uz maksimalnu vrijednost u  $\lambda_1$  postignuta je najveća osjetljivost parametra na optimiranu geometriju.

Usljed promjene dimenzija  $R$  i  $\alpha$  ispitnog uzorka zabilježena je promjena stupnjeva slobode (Slika 8.5). U ovom radu zabilježeno je kako maksimalna deformacija koja se javlja na ispitnom uzorku može rezultirati različitim vrijednostima ovisno o propisanoj dimenziji predložene geometrije. Za optimizaciju geometrijskih značajki  $R$  i  $\alpha$  leptirastog uzorka postavljen je kriterij maksimalne deformacije od 10 % (Slika 8.4.). S ciljem postizanja jednakih maksimalnih deformacija na svakoj geometriji leptirastog uzorka provedene su preliminarne simulacije kako bi se odredio maksimalni rubni uvjet pomaka koji će biti propisan. Štoviše, kako bi se izračunao/simulirao jednaki broj polja pomaka u svim iteracijskim koracima (tj. slika kod eksperimenata) postavljen je jednak broj vremenskih inkremenata tijekom analize.



**Slika 8.4. Prikaz maksimalnog naprezanja (a, c) i deformacije (b, d) kod smičnog opterećenja prilikom optimizacije ovisno o promjeni radijusa  $R$  (a, b) ili kuta  $\alpha$  (c, d)**



**Slika 8.5. Prikaz promjene broja čvorova tijekom optimizacijskog procesa ovisno o promjeni: a) radijusa  $R$ , b) kuta  $\alpha$**

#### 8.4. Diskusija

Dimenzije ispitnog uzorka  $R$  i  $\alpha$  optimirane su s obzirom na tri različita režima opterećenja (tj. vlačnog, smičnog i kombinacije vlačnog i smičnog pod  $45^\circ$ ). Optimirane vrijednosti dimenzija za tri programa opterećenja određene su maksimiziranjem najmanje vlastite vrijednosti (Slika 8.3, Prilog II. (Slika 1.) i Prilog II. (Slika 4.)). Očitavanjem optimiranih dimenzija iz dijagrama promjene vlastitih vrijednosti ovisno o promjeni dimenzije, može se zaključiti kako su dobivene različite vrijednosti geometrijskih značajki za tri narinuta programa opterećenja (Tablica 8.2.). Kod smično opterećenog leptirastog uzorka dobiven je optimalan radijus od 13,5 mm i kut V zarezata  $60^\circ$  dok su kod vlačnog i kombiniranog opterećenja zabilježene iste vrijednosti optimiranih dimenzija. Pretpostavlja se da je razlog tome veći doprinos vlačnog opterećenja s obzirom na smično opterećenje. Slični fenomen zabilježen je kod provjere krutosti Arcan prihvatata (poglavlje 7.) kada je kod istih vrijednosti propisanih pomaka pokazano da vlačno opterećenje rezultira s većom razinom reaktivnih sila. Osim toga može se zaključiti da će kod deformacije od 10% na ispitnom uzorku smično opterećeni uzorak rezultirati manjim vrijednostima reaktivnih sila.



**Tablica 8.2. Optimirane dimenzije**

Opterećenje	Optimirana dimenzija	
	Radijus $R$ , mm	Kut $\alpha$ , °
Smično	13,5	60
Vlačno	20	65
Kombinacija (45°)	20	65

Analiziranjem rezultate dobivenih optimizacijom radijusa  $R$  kod vlačnog i kombiniranog opterećenja nije zabilježen globalni maksimum najmanje vlastite vrijednosti  $\lambda_1$  uslijed promjene optimirane dimenzije (Prilog II. (Slika 1.), Prilog II. (Slika 4.)). Povećavajući veličinu dimenzije  $R$  poveća se i najmanja vlastita vrijednost. S obzirom da su na model konačnih elemenata (korišten tijekom optimizacije) propisani idealni/uniformni rubni uvjeta pomaka iako je tijekom provjere krutosti Arcan prihvata dobiveno nejednoliko polje pomaka na granici između prihvata i leptirastog uzorka. Pretpostavlja se kako je upravo razlika između propisanih idealnih i realnih (eksperimentalno izmjerenih) rubnih uvjeta razlog što promjena najmanje vlastite vrijednosti ne rezultira globalnim maksimumom u području promjene radijusa  $R$ .

Optimizacija dimenzija leptirastog ispitnog uzorka provedena je tako da se optimirana dimenzija iterativno mijenja dok su druge konstantne i jednake inicijalnim vrijednostima. Tijekom optimizacije druge dimenzije prva dimenzija je konstantna i jednaka inicijalnoj vrijednosti iako je određena optimirana vrijednost u prethodnom koraku. Proces optimiranja ovisi o redosljednu optimiranih parametara koji su uzeti u obzir (eng. *path-dependent* proces). U budućim istraživanjima optimizacije dimenzija pomoću polja osjetljivosti predlaže se ažuriranje optimiranih dimenzija, tj. da se tijekom optimizacije druge dimenzije koristi optimirana vrijednost prve dimenzije.

## 9. ZAKLJUČAK

U radu je provedena numerička analiza novorazvijenog Arcan prihvata za mehaničko višeosno ispitivanje materijala pomoću metode konačnih elemenata. U sklopu rada razvijen je algoritam za optimizacija dimenzija ispitnog uzorka koji se temelji na FEMU metodi.

Prvi dio rada je usmjeren na numeričku analizu proračunskog modela koji daje simulaciju budućeg eksperimenta i raspodjelu pomaka na odgovarajućem leptirastom ispitnom uzorku. Naravno, rješenja dobivena pomoću MKE su približna, stoga ih uvijek treba razmatrati s dozom opreza. Kako bi numeričko rješenje bilo što sigurnije i pouzdanije provedeno je šest verifikacijskih zadataka kojima je opravdana prikladnost korištenih konačnih elemenata, nametnutih rubnih uvjeta, numeričkog problema kontakta te samog načina opterećenja. Korišteni materijalni model ispitnog uzorka (leptiraste epruvete) je 17-7 PH nehrđajući čelik koji je opisan elastoplastičnim *Armstrong-Frederick* materijalnim modelom.

Inicijalni proračunski model ukazao je na nekoliko nedostataka koji bi se mogli javiti kod budućeg eksperimenta. Glavni izazovi ovog rada u sklopu provjere krutosti Arcan prihvata bili su:

- izvan ravninsko savijanje ispitnog uzorka prilikom vlačnog ispitivanja,
- smično opterećenje vijka uslijed vlačnog opterećenja,
- veliko klizanje između ispitnog uzorka i elemenata prihvata,
- neravnomjerno raspoređen kontaktni pritisak na ispitnom uzorku, uslijed pritezanja dva M10 vijka sa svake prirubnice, s kojim je izgubljen efekt teoretskih rubnih uvjeta na uzorku.

Dakako, poznato je kako nije moguće postići teoretsko rješenje dobiveno na idealiziranom ispitnom uzorku, ali spomenuti nedostaci su suviše izraženi. Identificirane slabe strane inicijalnog proračunskog modela ne osiguravaju pouzdan prijenos željenog opterećenja na ispitni uzorak. Kako bi konstrukcijska izmjena bila zadovoljavajuća provode se brojne izmjene i simulacije te su izneseni dobiveni zaključci. Važno je napomenuti da su svi rezultati proračunati do  $\approx 20\%$  deformacije ispitnog uzorka, odnosno deformacije pri kojoj bi došlo do njezinog loma.

Jednoličniji kontaktni pritisak postignut je dodavanjem dva vijka sa svake strane ispitnog uzorka (ukupno 4 M8 vijka), što dovodi do željenih rubnih uvjeta i kvalitetnijeg prijenosa pomaka s prirubnice na ispitni uzorak.

Uzrok izvan ravninskog savijanja prilikom vlačnog ispitivanja je prije svega u nesimetričnosti prirubnice te puno manjoj krutosti njezine prednje strane (s koje se vrši izmjena ispitnih uzoraka). Tijekom prvog koraka numeričke simulacije (tj. pritezanja vijaka s rebrom prirubnice i s tlačnim prihvatom) dolazi do osnovnog kontakta koji rezultira savijanjem rebra i ispitnog uzorka. Sa stajališta eksperimenta dolazi do udaljavanja od idealnog slučaja budući da nije narinuto čisto vlačno opterećenje leptirastog uzorka. Iz tog razloga je težište ovog rada, optimirati predloženi prihvata s obzirom na vlačni test jer je on zabilježio najveće odstupanje od idealnog slučaja opterećenja. Stoga će se predloženi prihvata optimirati s obzirom na vlačno opterećenje. Ukoliko se leptirasti uzorak zadovolji s obzirom na vlačno opterećenje, i preostala dva opterećenja (smično i kombinirano) biti će pouzdano narinuti. Uslijed dvostrukog povećanja debljine prirubnice zabilježeni su 50 % manji pomaci po osi okomitoj na ravninu ispitnog uzorka te je smanjeno izvan ravninsko savijanje. Međutim, kako bi se potpuno eliminirano savijanje uzorka neophodna je dodatna ukruta cijelog sklopa. Modificiranjem tlačnog prihvata koji je s prirubnicom vezan s dodatna tri vijka potpuno je eliminiralo izvan ravninsko savijanje, tj. postignuta je vijčana veza koja je s obe strane vezana za prirubnicu što cijeli sklop čini dovoljno krutim.

Smično opterećenje vijaka reducirano je dodavanjem zatika. Pokazano je da zatici ne utječu na savijanje uzorka već preuzimaju smično opterećenje do kojeg dolazi prilikom proklizavanja uzorka. Model sa zaticima u usporedbi sa modelom bez zatika dopušta dvostruko veću deformaciju ispitnog uzorka, a da pritom ne dolazi do smičnog opterećenja vijaka.

Rezultati numeričkog proračuna rekonstruiranog Arcan prihvata pokazuju da su spomenuti problemi riješeni te su dobiveni referentni rezultati koji će se validirati primjenom stereo metode korelacije digitalne slike tijekom provedbe eksperimenta. Za sva 3 načina opterećenja (smično, vlačno i kombinirano) vidljivo je proklizavanje ispitnog uzorka što je zabilježeno u dijagramu sila – pomak usporedbom numeričkih rezultata cijelog sklopa i idealiziranog slučaja leptirastog uzorka. Idealizirani slučaj ima strogo definirane rubne uvjete što nikako nije slučaj u analizi sklopa. Također, u proračunu je korišten faktor trenja 0,2 koji je moguće tehnološkom obradom određenih dijelova i povećati budući da je utvrđeno da se povećanjem faktora trenja smanjuje proklizavanje. Važno je napomenuti da je u sklopu rada korišten najkonzervativniji slučaj te su numeričke simulacije provedene za ispitni uzorak debljine 5 mm. Budući da predloženi ispitni uzorak najkrući, potrebna je i najveća sila kako bi došli do iste deformacije ( $\approx 20\%$ ). Utvrđeno je i da su svi početni problemi u puno manjoj mjeri izraženi s tanjim ispitnim uzorcima. Deformacija  $\approx 20\%$  za uzorak debljine 5 mm postiže se pri maksimalnoj

sili od  $\approx 58$  kN što je ipak nešto veće od maksimalnog opterećenja ispitnog uređaja Messphysik BETA 50-50 (50 kN). Svakako, preporučeno je prilikom korištenja uzorka debljine 5 mm biti oprezan sa provedbom eksperimenta budući da nije moguće zadati opterećenje više od 50 kN. S obzirom na nazivno opterećenje ispitnog uređaja, a u svrhu sigurne provedbe Arcan test metode predlaže se inicijalna numerička provjera primjenom proračunskog modela razvijenom u ovom radu s obzirom na svojstva ispitnog materijala.

Optimizacija dimenzije leptirastog ispitnog uzorka provedena je na temelju razvijenog algoritma koji je baziran na poljima osjetljivosti, koja se uobičajeno primjenjuju kod FEMU identifikacijske metode. Dimenzije ispitnog uzorka  $R$  i  $\alpha$  optimirane su s obzirom na tri različita režima opterećenja (tj. vlačnog, smičnog i kombinacije vlačnog i smičnog pod kutom od  $45^\circ$ ). Kod smičnog opterećenja dobiven je optimalan radijus od 13,5 mm i kut  $V$  zareza od  $60^\circ$ . Optimirane dimenzije kod vlačnog i kombiniranog opterećenja rezultiraju sa istim vrijednostima  $R = 20$  mm i  $\alpha = 65^\circ$ . Pretpostavlja se da je kod kombiniranog slučaja opterećenja veći doprinos vlačnog u odnosu na smično, te je stoga zabilježeno poklapanje rezultata (tj. optimiranih dimenzija) s čistim vlačnim opterećenjem. Kod kombiniranog i vlačnog opterećenja nije zabilježen maksimum najmanje vlastite vrijednosti već se s povećavanjem radijusa  $R$  povećava i najmanja vlastita vrijednosti. Razlog tomu su idealni rubni uvjeti pomaka postavljeni tijekom optimizacijskog procesa iako je tijekom numeričkog proračuna dobiveno nejednoliko polje pomaka na granici prihvata i leptirastog uzorka.

Optimizacija dimenzija leptirastog uzorka provedena je tako da se optimirana dimenzija iterativno mijenja dok su druge konstantne i jednake inicijalnim vrijednostima. U budućim istraživanjima optimizacije dimenzija pomoću polja osjetljivosti predlaže se ažuriranje optimiranih dimenzija, tj. da se tijekom optimizacije druge dimenzije koristi optimirana vrijednost prve dimenzije.

## LITERATURA

- [1] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [2] Alfirević, I.: Linearna analiza konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.
- [3] Skozrit, I.: Vježbe: Analiza ploča u pravokutnim koordinatama, Zagreb, 2014.
- [4] I. Alfirević: Nauka o čvrstoći I, II. izdanje, Tehnička knjiga, Zagreb 1995.
- [5] Čurčija, F.: Konstrukcija modularnog Arcan prihvata za višeosno opterećenje, Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2017.
- [6] Magistris, F.: Wood fibre deformation i combinede shear and compression, doctoral thesis, Stockholm 2005.
- [7] Broughton, W.R., Mera, R.D.: Review of Durability Test Methods and Standards for Assessing Long Term Performance of Adhesive Joints, National Physical Lab, UK, 1997.
- [8] Olsson, R.: A survey of test methods for multiaxial and out-of-plane strength of composite laminates, Composites Science and Technology, France, 2011.
- [9] Liu J.Y., D.D. Flach, R.J. Ross and G.J. Lichtenberg: An improved shear test fixture using the Iosipescu specimen, Mechanics of Cellulosic Materials, 1999.
- [10] Conant N.R. and E.M. Odom. 1995. An improved Iosipescu shear test fixture. Journal of Composite Technology & Research.
- [11] Xavier, J., Oliveira, M., Morais, J., Pinto, T.: Measurement of the shear properties of clear wood by the Arcan test, CITAB/UTAD, Engenharias I, Vila Real, Portugal, 2009.
- [12] Arcan, M., Weissberg M.: A Uniform Pure Shear Testing Specimen for Adhesive Characterization. Proceedings of Adhesive bonded joints: testing, analysis and design conference, Baltimore, 1988.
- [13] Stenberg, N.: On the Out-of-Plane Mechanical Behaviour of Paper Materials, PhD thesis, Department of Solid Mechanics, KTH, Stockholm, Sweden, 2002.
- [14] Šimčák, F., Kalina, M., Orečny, M.: The Verification of Fixture for Shear Load with Optical Method ESPI, Faculty of Mechanical Engineering, Technical University of Košice, Košice 2013.
- [15] Krolo, P., Grandić, D., Bulić, M.: The Guidelines for Modelling the Preloading Bolts in the Structural Connection Using Finite Element Method, Sveučilište u Rijeci, 2016.
- [16] Montgomery J., Boundary Condition Influences on Shank Stress in 3D Solid Bolt Simulation, Siemens Power Generation Inc, Orlando, 2008.

- [17] Wang, C., Zhou, M., Dunn, J.: A Suite of Extensions to Abaqus/CAE for Simulating Bolted Assemblies at General Motors, General Motors BoltStudio, 2009.
- [18] Rončević, B., Analiza kontaktnog problema sa smanjenjem kontaktne površine, Doktorska disertacija, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka 2012.
- [19] Abaqus, Abaqus Documentation: Version 6.14. 2015, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE.
- [20] Laboratorij za numeričku mehaniku, Računalne vježbe iz Metode konačnih elemenata, FSB, Zagreb 2016.
- [21] Tonković, Z., Marenić, E., Numerička analiza konstrukcija, predavanja, FSB, Zagreb 2017.
- [22] Decker, K. H.: Elementi strojeva, Golden markeing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2006.
- [23] Kraut, B.: Strojarski priručnik, Tehnička knjiga Zagreb, 1982.
- [24] Pilkey, W.D., Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2005.
- [25] Pilkey, W.D., Pilkey, D.F., Peterson's Stress Concentration Factors, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2008.
- [26] Young, W.C., Budynas, R.G., Roark's Formulas for Stress and Strain, Seventh Edition, McGraw-Hill, New York 2002.
- [27] Karšaj, I.: Numeričko modeliranje procesa deformiranja uz pretpostavku velikih deformacija, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2006.
- [28] Bertin, M., Hild, F., Roux, S., Mathieu, F., Leclerc, H., Aïmediou, P., Integrated DIC applied to elastoplastic identification in a biaxial experiment, Strain Analysis, SAGE, France 2016.
- [29] Bertin, M.B.R., Hild, F., Roux, S., Optimization of a Cruciform Specimen Geometry, Strain, Wiley Publishing Ltd, Cachan, France 2016.
- [30] Tomičević, Z., Kodvanj, J., Hild, F.: Characterization of the nonlinear behaviour of nodular graphite cast iron via inverse identification-Analysis of uniaxial tests, A/Solids, 2016.
- [31] Tomičević, Z., Kodvanj, J., Hild, F.: Characterization of the nonlinear behaviour of nodular graphite cast iron via inverse identification-Analysis of biaxial tests, A/Solids, 2016.

- [32] Gras, R., Leclerc, H., Hild, F., Roux, S., Schneider J.: Identification of a set of macroscopic elastic parameters in a 3D woven composite: Uncertainty analysis and regularization, *International Journal of Solids and Structures*
- [33] Avril, S. et al.: *Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements*, Society for Experimental Mechanics, France, 2008.
- [34] Matlab-version R2013a, The MathWorks Inc., Natick, 2013.

## **PRILOZI**

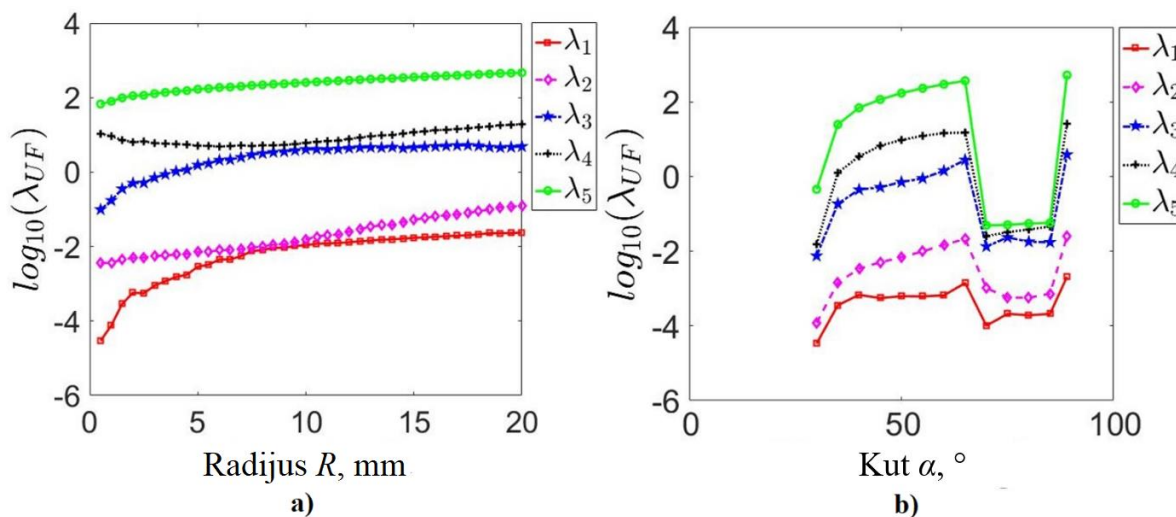
- I. CD-R disc
- II. Dijagramski rezultati optimizacije dimenzija leptirastog ispitnog uzorka za vlačno i kombinirano opterećenje (45°)



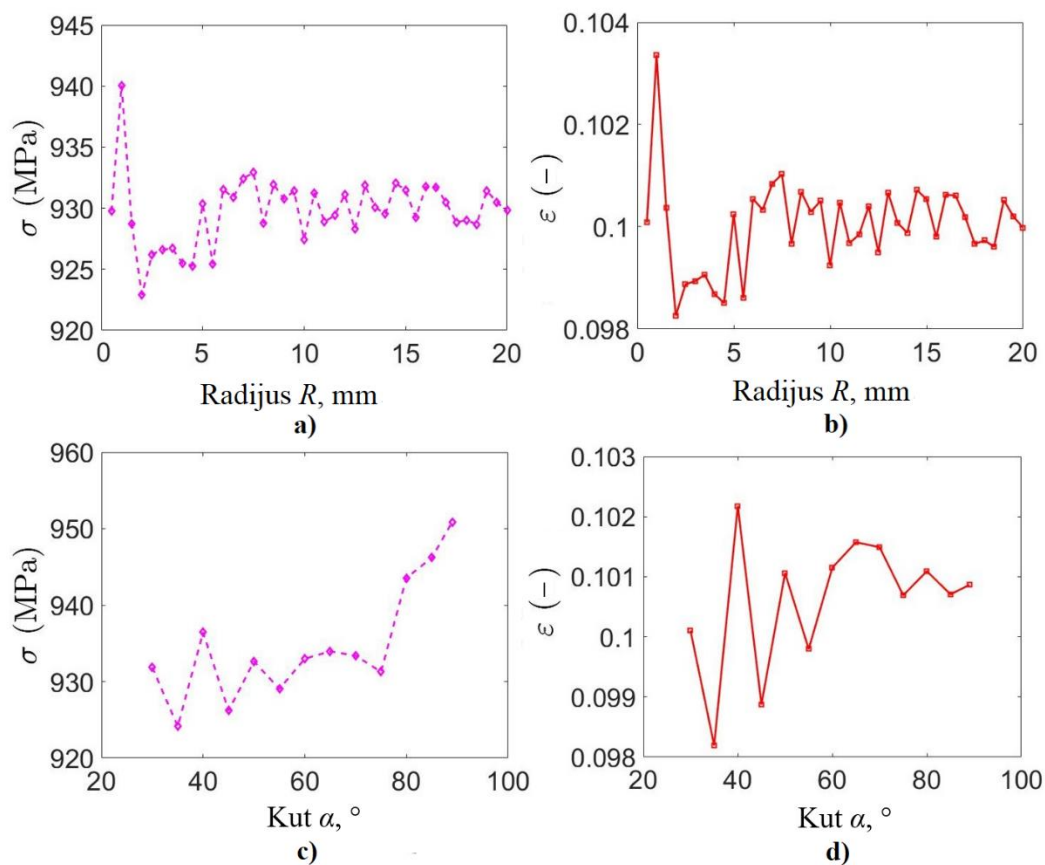
## PRILOG II.

### DIJAGRAMSKI REULTATI OPTIMIZACIJE DIMENZIJA LEPTIRASTOG ISPITNOG UZORKA ZA VLAČNO I KOMBINIRANO OPETEREĆENJE (45°)

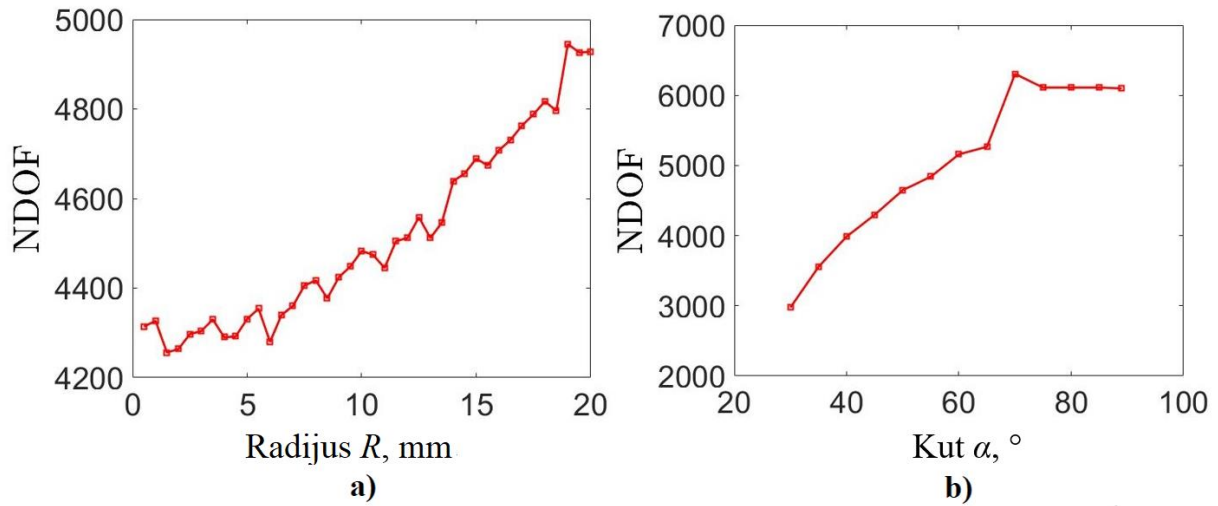
#### 1. Vlačno opterećenje



Slika 1. Prikaz vlastitih vrijednosti za vlačno opterećenje ovisno o promjeni: a) radijusa R, b) kuta  $\alpha$

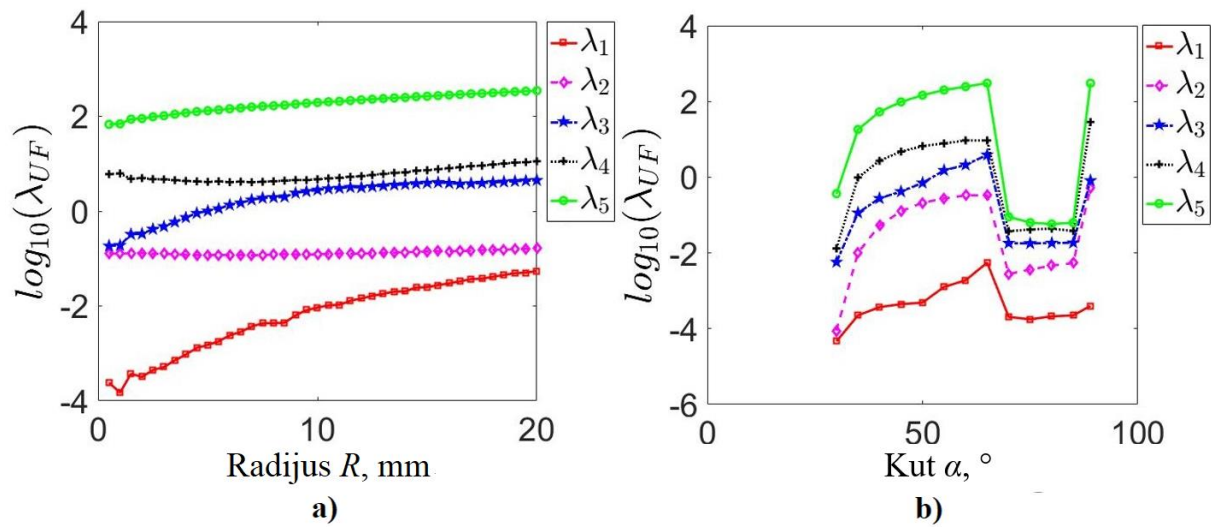


Slika 2. Prikaz maksimalnog naprezanja (a, c) i deformacije (b, d) kod vlačnog opterećenja prilikom optimizacije ovisno o promjeni: radijusa R (a, b) ili kuta  $\alpha$  (c, d)

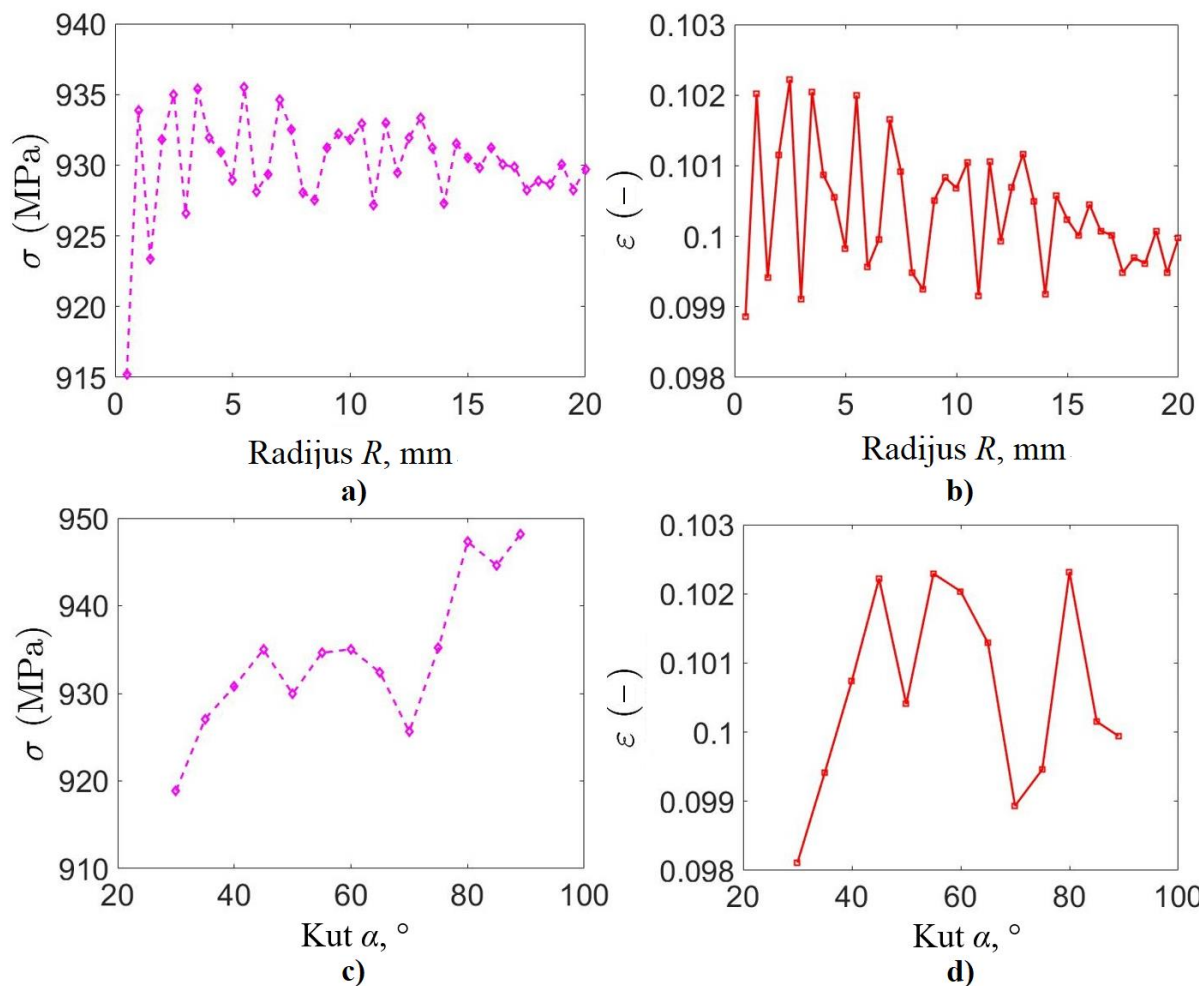


Slika 3. Prikaz promjene broja čvorova tijekom optimizacijskog procesa ovisno o promjeni: a) radijusa  $R$ , b) kuta  $\alpha$

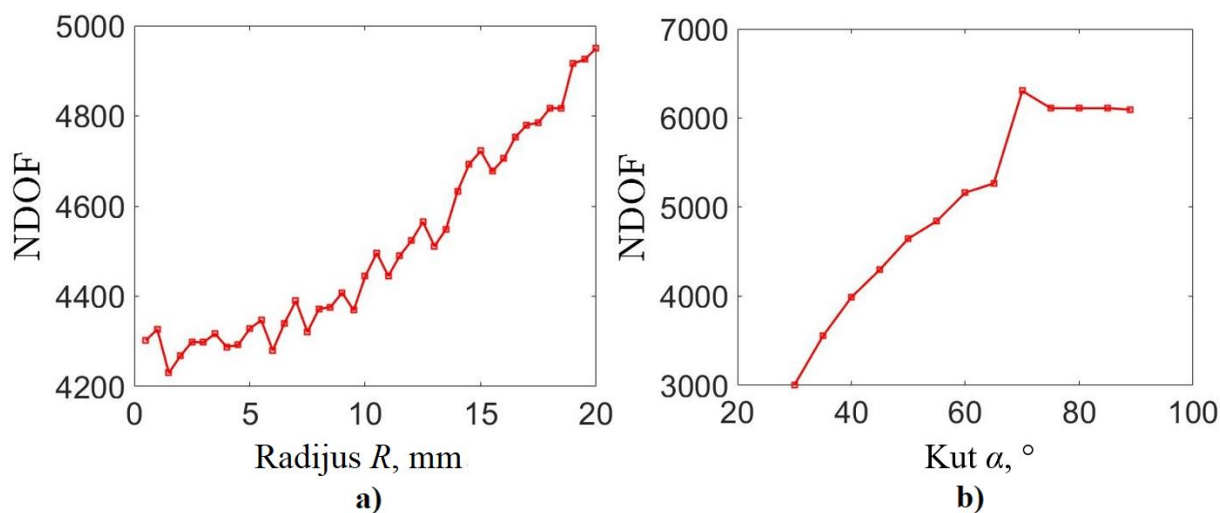
## 2. Kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ )



Slika 4. Prikaz vlastitih vrijednosti za kombinirano opterećenje ( $45^\circ$ ) ovisno o promjeni: a) radijusa  $R$ , b) kuta  $\alpha$



Slika 5. Prikaz maksimalnog naprezanja (a, c) i deformacije (b, d) kod kombiniranog opterećenja (45°) prilikom optimizacije ovisno o promjeni: radijusa  $R$  (a, b) ili kuta  $\alpha$  (c, d)



Slika 6. Prikaz promjene broja čvorova tijekom optimizacijskog proces ovisno o promjeni: a) radijusa  $R$ , b) kuta  $\alpha$