

# Numerička analiza zamora u korijenu zuba cilindričnog zupčanika

---

Čular, Ivan

Master's thesis / Diplomski rad

2017

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:167942>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Ivan Čular**

Zagreb, 2017. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**NUMERIČKA ANALIZA  
ZAMORA U KORIJENU ZUBA  
CILINDRIČNOG ZUPČANIKA**

Mentor:

Doc. dr. sc. Krešimir Vučković, dipl. ing.

Student:

Ivan Čular

Zagreb, 2017. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se ponajprije mentoru Doc.dr.sc-u Krešimiru Vučkoviću na neizmjernej pomoći, strpljenu i svim pruženim savjetima tokom izrade ovog rada te studiranja, kao i na prilici sudjelovanja u istraživanju vrlo zanimljivog područja strojarstva.

Također se zahvaljujem prijateljima Josipu Arlandu, Robertu Mašoviću i Tomislavu Breškom na svim savjetima i dobronamjernim opaskama koje su pridonijele uspješnom studiranju te izradi ovog rada.

U konačnici, najveću zahvalu posvećujem mojoj obitelji na pruženoj pomoći te savjetima tokom svih ovih godina kao i mojoj djevojci Ivani na strpljenju prilikom izrade ovog rada. Bez njih sve ovo ne bi bilo moguće stoga im se od srca najiskrenije zahvaljujem.

Ivan Čular



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ivan Čular** Mat. br.: 0035191561

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza zamora u korijenu zuba cilindričnog zupčanika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Fatigue Analysis of a Spur Gear Tooth Root**

Opis zadatka:

Zamor materijala uslijed cikličkog opterećenja jedan je od glavnih uzroka loma zuba zupčanika. Na mjestima povišene koncentracije naprezanja, kao što je područje korijena zuba zupčanika, mogu nastati pukotine, a njihovim daljnjim širenjem može doći i do konačnog loma zuba što može imati katastrofalne posljedice. Kako su zupčanici strojni dijelovi koji rade u području visokocikličkog zamora, u kojem na period nastanka pukotine otpada veći dio radnog vijeka, proizlazi da se posebna pozornost mora posvetiti pouzdanijem izračunavanju broja ciklusa do nastanka pukotine.

U radu je potrebno primjenom metode konačnih elemenata (MKE) prvo provesti analizu ciklusa naprezanja prilikom prolaska zuba kroz zahvat, a zatim, primjenom principa lokalne deformacije, odrediti i broj ciklusa do nastanka zamorne pukotine u korijenu zuba cilindričnog zupčanika pomoću programskog paketa FE-Safe. Dobivene numeričke vrijednosti potrebno je usporediti s eksperimentalnima iz dostupnih literaturnih izvora iz kojih je potrebno preuzeti podatke o geometriji, materijalu te opterećenju zupčanika.

Pri analizi ciklusa naprezanja uzeti u obzir utjecaj trenja, a pri numeričkom modeliranju nastanka zamorne pukotine pretpostaviti da pukotina nastaje na slobodnoj površini.

Ostale vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz postojećih rješenja sličnih uređaja, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
11. svibnja 2017.

Rok predaje rada:  
13. srpnja 2017.

Predviđeni datum obrane:  
19., 20. i 21. srpnja 2017.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Kresimir Vučković

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD.....	1
2. NUMERIČKA ANALIZA CIKLUSA NAPREZANJA U KORIJENU ZUBA ZUPČANIKA .....	13
2.1. Parametri ispitivanih zupčanika .....	13
2.1.1. Korigiranje osnovnog profila ozubljenja ispitivanih zupčanika .....	15
2.2. Numeričko modeliranje.....	16
2.3. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba punog zupčanika bez zareza (slučaj 1)....	19
2.3.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza.....	19
2.3.2. Ciklus naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza .....	21
2.3.3. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika bez zareza.	23
2.4. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom (slučaj 2)...	24
2.4.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom.....	25
2.4.2. Ciklus naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom.....	26
2.4.3. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom .....	28
2.5. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom (slučaj 3).....	28
2.5.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom .....	30
2.5.2. Ciklus naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom.....	32
2.5.3. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom.....	33
3. NUMERIČKA ANALIZA BROJA CIKLUSA DO NASTANKA PUKOTINE U KORIJENU ZUBA ZUPČANIKA.....	34
3.1. Nastanak pukotine.....	35

---

3.2.	Princip lokalne deformacije .....	36
3.3.	Cikličko očvršćivanje i omekšavanje materijala.....	37
3.3.1.	Palmgren-Minerovo pravilo.....	39
3.3.2.	Rainflow metoda .....	40
3.4.	Ovisnost deformacije o vremenu do nastanka pukotine .....	41
3.5.	Utjecaj srednjeg naprezanja na otpornost materijala prema zamoru .....	42
3.6.	Elastoplastična korekcija.....	44
3.7.	Dodatni faktori utjecaja na vrijeme do nastanka pukotine.....	45
3.7.1.	Utjecaj hrapavosti površine na vrijeme do nastanka pukotine.....	45
3.7.2.	Utjecaj zaostalih naprezanja na vrijeme do nastanka pukotine.....	45
3.8.	Modeliranje analize ciklusa do nastanka pukotine .....	46
3.8.1.	Definiranje svojstva materijala zupčanika .....	46
3.8.2.	Zaostala naprezanja.....	49
3.8.3.	Hrapavost površine .....	51
3.8.4.	Rezultati analize broja ciklusa do nastanka pukotine .....	51
4.	USPOREDBA I ANALIZA REZULTATA.....	54
4.1.	Utjecaj zarezova u korijenu zuba zupčanika na iznos maksimalnog nominalnog naprezanja .....	54
4.2.	Utjecaj trenja na ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika.....	54
4.2.1.	Puni zupčanik bez zarezova .....	54
4.2.2.	Puni zupčanik sa zarezom.....	56
4.2.3.	Zupčanik s tankim vijencem i zarezom.....	56
4.3.	Usporedba broja ciklusa do nastanka pukotine numeričke i eksperimentalne analize .....	57
5.	ZAKLJUČAK.....	62
	LITERATURA.....	64
	PRILOZI.....	67

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Naprezanje u korijenu zuba zupčanika.....	1
Slika 2.	Shematski prikaz promjene naprezanja u korijenu zuba zupčanika.....	2
Slika 3.	Niskociklički i visokociklički zamor.....	3
Slika 4.	Podjela zamora materijala .....	3
Slika 5.	Wöhlerova krivulja dinamičke izdržljivosti materijala .....	4
Slika 6.	Elastična, plastična i ukupna komponenta deformacije prema Basquin-Manson-Coffin-ovoj relaciji .....	5
Slika 7.	Princip sličnosti .....	6
Slika 8.	Lom zuba zupčanika s kosim zubima uslijed zamora materijala .....	7
Slika 9.	Lom zuba cilindričnog zupčanika s tankim vijencem uslijed zamora materijala....	7
Slika 10.	Vrsta ispitivanih zupčanika: a) puni zupčanik, b) zupčanik s tankim vijencem .....	8
Slika 11.	Način simulacije prolaska zuba kroz zahvat: a) pomoću sile na bok zuba, b) kontakt između dva zupčanika .....	9
Slika 12.	Zarez u korijenu ispitivanog zuba zupčanika .....	10
Slika 13.	Porast električnog otpora pri pucanju niti tenzometarske trake .....	11
Slika 14.	Pozicioniranje tenzometarske trake u područje korijena zuba odnosno zareza ....	11
Slika 15.	Korigiranje osnovnog profila ozubljenja zupčanika .....	15
Slika 16.	Omjer debljine vijenca i visine zuba zupčanika.....	16
Slika 17.	Mreža konačnih elemenata punog ispitivanog zupčanika sa zarezom .....	17
Slika 18.	Rubni uvjeti zupčanog para .....	18
Slika 19.	Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 1 .....	20
Slika 20.	Struktura mreže: a) pristrani rezultati, b) nepristrani rezultati .....	20
Slika 21.	Konvergencija maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza.....	21
Slika 22.	Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa za slučaj 1 .....	22
Slika 23.	Pozicija čvora i kritičan presjek u korijenu zuba zupčanika .....	22
Slika 24.	Ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika bez zareza.....	23
Slika 25.	Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika bez zareza i sa trenjem.....	24
Slika 26.	Dimenzije i pozicija zareza na punom zupčaniku .....	25
Slika 27.	Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 2.....	25
Slika 28.	Konvergencija maksimalnog naprezanja u korijenu zuba za slučaj 2.....	26
Slika 29.	Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa za slučaj 2 .....	26
Slika 30.	Ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom .....	27



Slika 31.	Ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom i trenjem .....	28
Slika 32.	Geometrijske karakteristike zupčanika s tankim vijencem .....	29
Slika 33.	Dimenzije i pozicija zareza na zupčaniku s tankim vijencem.....	30
Slika 34.	Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 3 .....	31
Slika 35.	Konvergencija maksimalnog naprezanja u korijenu zuba za slučaj 3.....	31
Slika 36.	Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa .....	32
Slika 37.	Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom .....	32
Slika 38.	Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem, zarezom i trenjem .....	33
Slika 39.	Komponente tenzora naprezanja i deformacija u korijenu zuba zupčanika .....	35
Slika 40.	Nastanak udubljenja i ispućenja uslijed gibanja kliznih ravnina .....	36
Slika 41.	Princip sličnosti glatkog laboratorijskog uzorka i vlakna materijala na kritičnoj lokaciji.....	37
Slika 42.	Cikličko očvršćivanje materijala .....	38
Slika 43.	Cikličko omekšavanje materijala .....	38
Slika 44.	Palmgren-Minerovo pravilo .....	39
Slika 45.	<i>Rainflow counting</i> metoda: a) spektar naprezanja/deformacije, b) podjela spektra na jednostavne cikluse.....	41
Slika 46.	Ovisnost deformacije o broju ciklusa do nastanka pukotine.....	42
Slika 47.	Utjecaj srednjeg naprezanja prema Morrowu .....	43
Slika 48.	Grafički prikaz inkrementalnog Neuberovog pravila.....	44
Slika 49.	Dijagram ovisnosti faktora hrapavosti površine o vlačnoj čvrstoći materijala $R_m$ te visini neravnina $R_a$ .....	45
Slika 50.	Tvrdoća materijala ovisna o poziciji ispod površine zuba .....	47
Slika 51.	Prosječna vrijednost zaostalih naprezanja za cementirane i hladno očvrstute zupčanike.....	50
Slika 52.	Kritično područje nastanka pukotine kod punog zupčanika .....	52
Slika 53.	Kritično područje nastanka pukotine kod zupčanika s tankim vijencem .....	52
Slika 54.	Utjecaj trenja na ciklus naprezanja punog zupčanika bez zareza.....	55
Slika 55.	Promjena smjera djelovanja sile trenja koja djeluje na gonjenom zupčaniku.....	55
Slika 56.	Utjecaj trenja na ciklus naprezanja punog zupčanika sa zarezom.....	56
Slika 57.	Utjecaj trenja na ciklus naprezanja zupčanika s tankim vijencem i zarezom .....	56
Slika 58.	Prikaz deformacije tankog vijenca s uvećanim faktorom deformacije u <i>Abaqusu</i> 60	
Slika 59.	Pozicija pukotine kod zupčanika s tankim vijencem i zarezom.....	60
Slika 60.	Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem, zarezom, pukotinom i trenjem .....	61

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Parametri osnovnog profila ozubljenja ispitivanih zupčanika prema [9].....	14
Tablica 2. Svojstva čelika 14NiCrMo13-4 (AISI 9310) .....	47
Tablica 3. Zaostalo naprezanja u vrhu zareza ovisno o tipu zupčanika .....	51
Tablica 4. Hrapavost površine ispitnih zupčanika prema [16].....	51
Tablica 5. Usporedba rezultata naprezanja za puni zupčanik sa i bez zareza .....	54
Tablica 6. Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih predviđanja broja ciklusa do nastanka pukotine za puni zupčanik sa zarezom .....	57
Tablica 7. Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih predviđanja broja ciklusa do nastanka pukotine za zupčanik s tankim vijencem i zarezom .....	58

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a$	mm	Oсни razmak između zupčanog para
$\alpha$	°	Kut nagiba osnovnog profila ozubljenja
$b$	mm	Širina zupčanika
$b_i$	-	Eksponent dinamičke (zamorne) čvrstoće
$C_a$	mm	Iznos skraćivanja tjemena zuba ( <i>Kisssoft</i> )
$c_i$	-	Eksponent cikličkih deformacija
$d$	mm	Diobeni promjer zupčanika
$d_a$	mm	Tjemeni promjer zupčanika
$d_{Ca}$	mm	Promjer linearne modifikacije profila ( <i>Kisssoft</i> )
$d_{gU}$	mm	Unutarnji promjer glavine zupčanika s tankim vijencem
$d_{gV}$	mm	Vanjski promjer glavine zupčanika s tankim vijencem
$d_z$	mm	Promjer na kojem je izrađen zarez u korijenu zuba zupčanika
$E$	N/mm <sup>2</sup>	Modul elastičnosti
$\varepsilon$	mm/mm	Ukupna deformacija
$\varepsilon_a$	mm/mm	Amplituda ukupne deformacije
$\varepsilon^e$	mm/mm	Elastična komponenta deformacije
$\varepsilon_f'$	mm/mm	Koeficijent cikličkih deformacija
$\varepsilon^p$	mm/mm	Plastična komponenta deformacije
$F_b$	N	Normalna sila na bok zuba zupčanika
$F_{tr}$	N	Sila trenja uslijed normalne sile na bok zuba zupčanika
$\varphi$	°	Kut tangente na prijelaznu krivulju korijena zuba zupčanika
$\sigma$	N/mm <sup>2</sup>	Naprezanje
$\sigma_a$	N/mm <sup>2</sup>	Amplituda stvarnog naprezanja
$\sigma_r$	N/mm <sup>2</sup>	Zaostalo naprezanje u području korijena zuba
$\sigma_\varphi$	N/mm <sup>2</sup>	Naprezanje u smjeru tangente na prijelaznu krivulju/plohu korijena zuba zupčanika u promatranom čvoru
$\sigma_t$	N/mm <sup>2</sup>	Naprezanje u smjeru okomice na prijelaznu krivulju/plohu korijena zupčanika u promatranom čvoru
$\sigma_z$	N/mm <sup>2</sup>	Naprezanje u smjeru normale na bočnu stranicu zupčanika u promatranom čvoru
$\sigma_{\varphi Max}$	N/mm <sup>2</sup>	Maksimalni iznos naprezanja u smjeru tangente na prijelaznu krivulju
$\sigma_{\varphi Min}$	N/mm <sup>2</sup>	Minimalno naprezanje u smjeru tangente na prijelaznu krivulju
$\sigma_f'$	N/mm <sup>2</sup>	Koeficijent zamorne čvrstoće
$\sigma_m$	N/mm <sup>2</sup>	Srednje naprezanje u ciklusu

$\sigma_{\max}$	$\text{N/mm}^2$	Maksimalno naprezanje u ciklusu
$\sigma_{\min}$	$\text{N/mm}^2$	Minimalno naprezanje u ciklusu
$h$	mm	Visina zuba zupčanika
$h_{aP}$	mm	Tjemena visina zuba zupčanika
$h_{fP}$	mm	Podnožna visina zuba zupčanika
$i$	-	Prijenosni omjer zupčanog para
$K_I$	-	Faktor intezivnosti naprezanja za slučaj I
$K'$	$\text{N/mm}^2$	Koeficijent cikličkog očvršćivanja
$K_{\text{sur}}$	-	Faktor hrapavosti površine
$K_t$	-	Faktor hrapavosti površine u <i>FE-Safe</i> -u
$M$	Nm	Moment na pogonskom zupčanicu
$m$	mm	Modul
$m_B$	-	Omjer debljine vijenca i visine zuba
$n$	$\text{min}^{-1}$	Brzina rotacije zupčanika
$n'$	-	EkspONENT cikličkog očvršćivanja
$N$		Broj ciklusa
$N_f$		Broj ciklusa do loma
$2N_f$		Broj promjena smjera opterećenja do loma
$N_i$		Broj ciklusa do nastanka pukotine
$2N_i$		Broj promjena smjera opterećenja do nastanka pukotine
$r$	-	Značajka ciklusa
$R_a$	$\mu\text{m}$	Površinska hrapavost
$R_m$	$\text{N/mm}^2$	Vlačna čvrstoća
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	Gustoća
$\rho_{fP}$	mm	Polumjer zaobljenja podnožja osnovnog profila ozubljenja
$\rho_s$	mm	Polumjer zaobljenja stranica sektorskog otvora
$S_a$	$\text{N/mm}^2$	Amplituda naprezanja kod <i>S-N</i> metode
$S_f$	$\text{N/mm}^2$	Koeficijent zamorne čvrstoće kod <i>S-N</i> metode
$S_{-1}^{\text{FL}}$	$\text{N/mm}^2$	Trajna dinamička čvrstoća ili dinamička izdržljivost
$s_f$	mm	Debljina vijenca zupčanika s tankim vijencem
$\Delta S$	$\text{N/mm}^2$	Raspon pojedinačnog ciklusa naprezanja
$t$	s	Vrijeme
$\vartheta$	°	Kut zakreta gonjenog zupčanika
$\nu$	-	Poissonov koeficijent
$x$	-	Faktor pomaka profila
$z$		Broj zubi zupčanika
$\mu$	-	Faktor trenja

## SAŽETAK

U ovom radu korištenjem metode konačnih elemenata i principa lokalne deformacije ( $\epsilon$ - $N$  metoda) te programskih paketa *Abaqus* i *FE-Safe* izvršena je simulacija nastanka pukotine u korijenu zuba cilindričnih čeličnih zupčanika s ravnim zubima. Budući da je potrebno sa što većom točnošću aproksimirati stvarne uvjete eksperimenta, faktori kao što su centrifugalna sila, trenje, hrapavost površine i zaostala naprezanja uslijed obrade površine su također uzeti u obzir. Kako bi se ubrzao proces loma zuba zupčanika a samim time i vrijeme do nastanka pukotine, u korijenu zuba napravljen je zarez EDM (*Electrical Discharge Machining*) postupkom. Dobiveni rezultati, odnosno broj ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima iz kojih su preuzeti podaci o zupčanicima, kao i s drugim numeričkim analizama iz dostupne literature.

Ključne riječi: zupčanik, niskociklički zamor materijala, ciklus naprezanja, tanki vijenac, metoda konačnih elemenata, MKE, princip lokalne deformacije

## SUMMARY

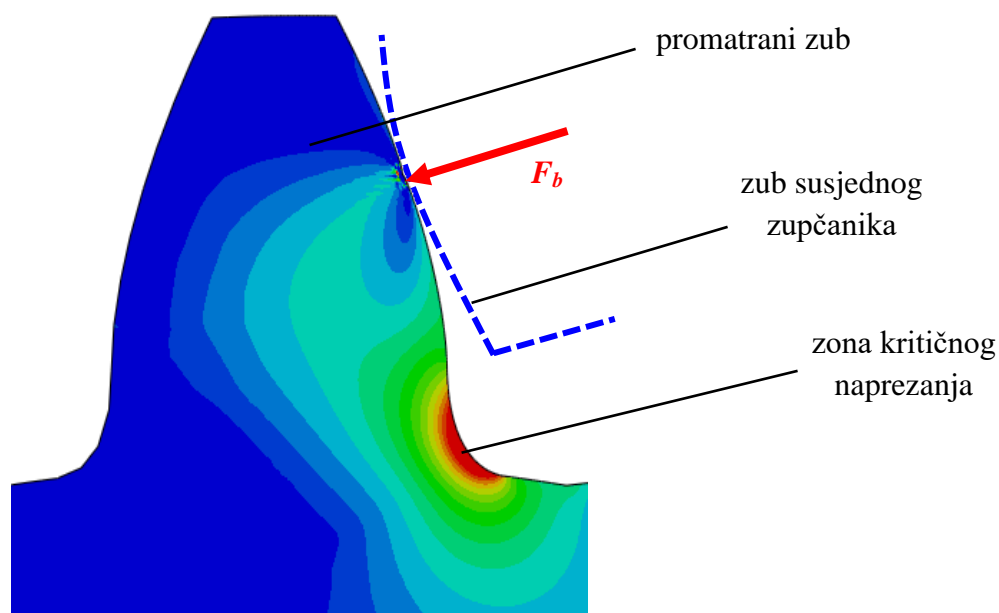
In this thesis, finite element method and local stress-strain fatigue method ( $\epsilon$ - $N$ ) are used in combination with software programs *Abaqus* and *FE-Safe* to carry out a crack initiation simulation in the area of cylindrical spur gear tooth root. In order to increase the accuracy of the simulation, real life conditions have to be taken into account such as centrifugal force, friction, material surface finish and residual stress as a result of heat treatment processes. In the interest of saving time, a small notch was created in the tooth root via EDM method, resulting in a significant decrease in gear work life, subsequently reducing the time needed for the crack initiation. Results obtained by numerical analyses, i.e. number of cycles needed for crack initiation are then compared to the experimental and numerical results provided in the available literature from where geometrical and material parameters of the gear pair were obtained.

Key words: gear, low-cycle fatigue, stress cycle, thin rim, finite element method, FEM, stress-strain method

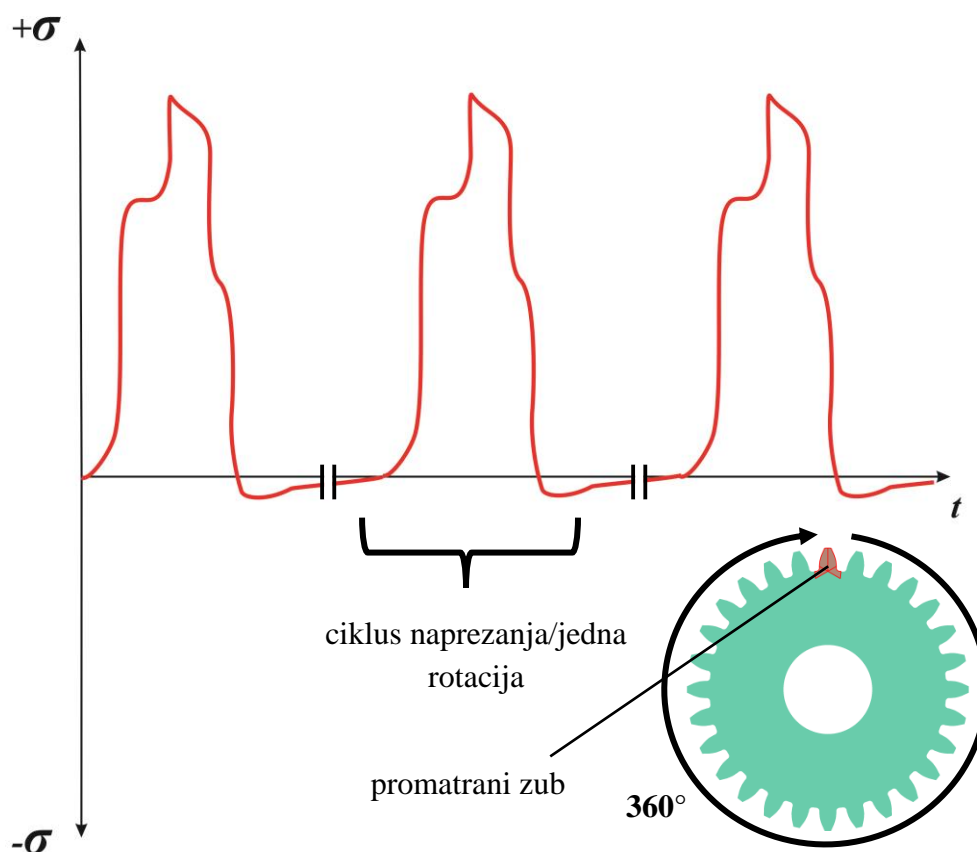
## 1. UVOD

Zupčanici su jedni od glavnih i najčešće korištenih strojnih elemenata za prijenos snage odnosno gibanja. U praksi postoje razne izvedbe, kao što su zupčanici s ravnim (cilindrični zupčanici), kosim ili streličastim zubima, stožnici, pužna kola i sl. Oni se također mogu podijeliti prema materijalu od kojega su izrađeni: polimerni, čelični i drugi.

Dva zupčanika tvore zupčani par. Tijekom prijenosa snage odnosno momenta sa jednog zupčanika na drugi dolazi do naprezanja u korijenu zuba zupčanika uslijed normalne (kontaktne) sile  $F_b$  koja djeluje na bok zuba. Budući da se zupčanici rotiraju mijenja se i pozicija kontaktne sile na bok zuba kao i njen krak do korijena zuba. Dolazi do promjene u iznosu glavnog naprezanja u smjeru tangente na prijelaznu krivulju korijena zuba  $\sigma_\varphi$  u promatranom čvoru (u daljnjem tekstu: glavno naprezanje) uslijed savojnog momenta sile  $F_b$  u podnožju zuba zupčanika. Drugim riječima, naprezanje u korijenu zuba zupčanika nije konstantno već se mijenja kako zub zupčanika prolazi kroz zahvat sa zubom susjednog zupčanika. Ono je također cikličke naravi budući da se opisano naprezanje ponavlja jednom po rotaciji promatranog zupčanika.



Slika 1. Naprezanje u korijenu zuba zupčanika



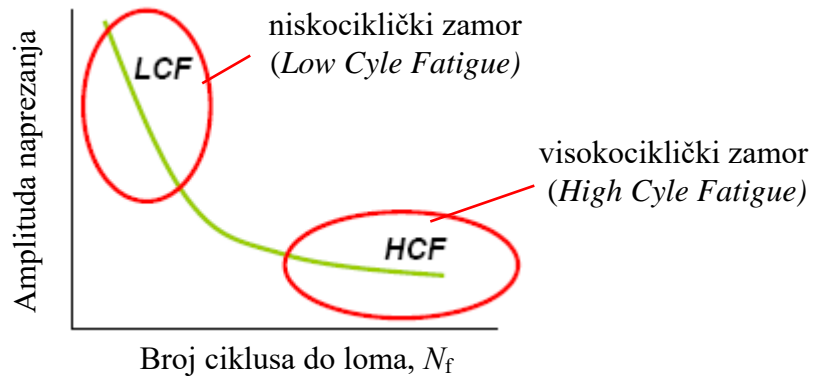
**Slika 2. Shematski prikaz promjene naprezanja u korijenu zuba zupčanika**

Na slici 2 prikazan je opći oblik ciklusa naprezanja korijena zuba zupčanika kroz koji on prolazi prilikom jedne rotacije zupčanika oko svoje osi. Ovdje je prikazan samo generalni oblik ciklusa naprezanja. Ovisno o geometrijskim karakteristikama pogonskog i gonjenog zupčanika, materijalu, opterećenju kao i drugim varijablama mijenja se i sam izgled ciklusa, kao što je prikazano u poglavlju 2.

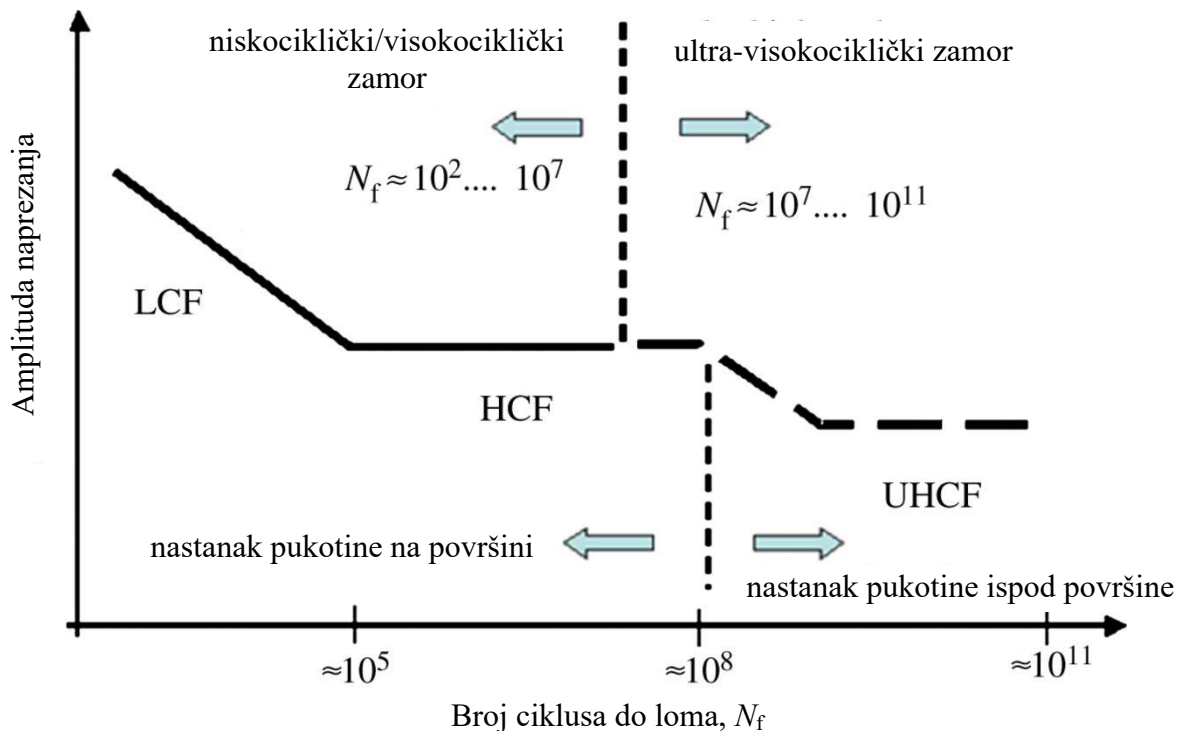
Cikličko opterećenje materijala glavni je razlog nastanka zamora materijala. Uslijed varijacije u opterećenju nastaje promjenjivo naprezanje u materijalu. Kada se ono ciklički ponavlja, dolazi do pojave lokalnih plastičnih deformacija na mjestima povećane koncentracije naprezanja u materijalu te stvaranja mikropukotina. S nastavkom opterećenja veličina mikropukotina se postepeno povećava te s vremenom rezultira nastankom pukotine (u praksi se smatra da je pukotina nastala kada je njena veličina minimalno 1 mm [1], odnosno kada je vidljiva ljudskom oku), propagacijom pukotine te konačnim lomom zuba.



Zamor materijala se u suštini dijeli na visokociklički zamor i niskociklički zamor [2]. Postoji još i podjela na ultra-visokociklički zamor ili tzv. *giga-cycle fatigue* odnosno *ultra-high cycle fatigue* (UHCF, slika 4) kojeg karakterizira vrlo visok broj ciklusa do loma materijala (preko  $\approx 10^7$  ciklusa).



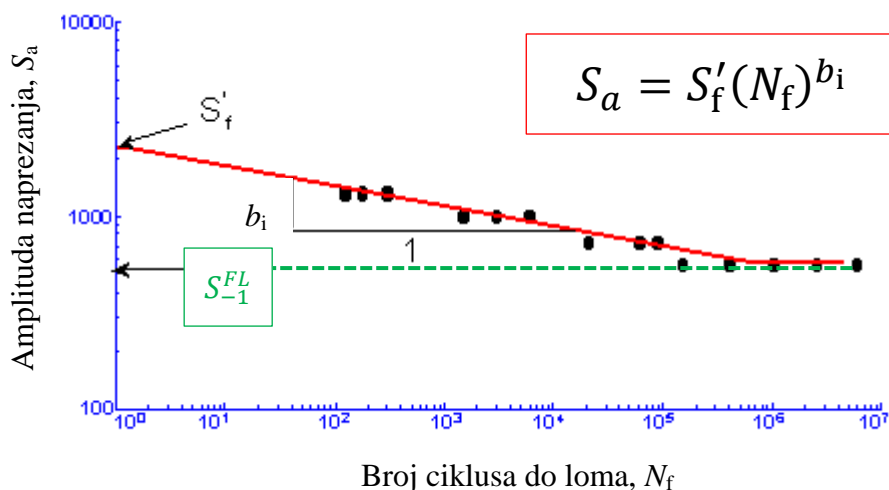
Slika 3. Niskociklički i visokociklički zamor [2]



Slika 4. Podjela zamora materijala [3]

- Visokociklički zamor [2]

Visokociklički zamor karakterizira veliki broj ciklusa do loma materijala (preko  $10^5$  ciklusa). Naprezanja i deformacija materijala nalaze se u elastičnom području te se uglavnom koristi  $S-N$  metoda u analizi zamora.



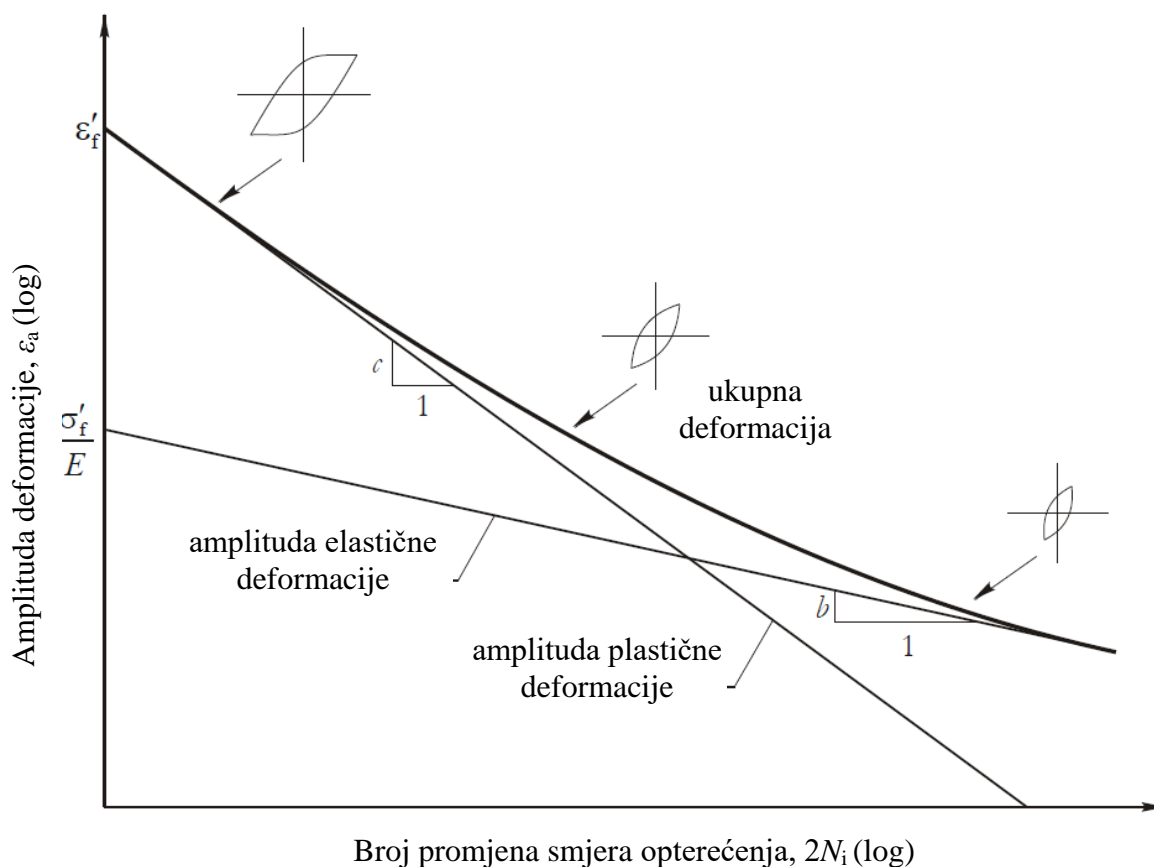
Slika 5. Wöhlerova krivulja dinamičke izdržljivosti materijala [2]

Trajna dinamička čvrstoća  $S_{-1}^{FL}$  ili dinamička izdržljivost je po apsolutnoj vrijednosti najveće naprezanje koje materijal izdrži pri neograničenom broju ciklusa za dani omjer naprezanja i vrstu opterećenja epruvete.

- Niskociklički zamor [2]

Niskociklički zamor karakterizira relativno mali broj ciklusa do loma materijala ( $10^2$  -  $10^5$  ciklusa). Naprezanja i deformacije materijala nalaze se u elastoplastičnom području te se uglavnom koristi princip lokalne deformacije za izračun broja ciklusa do nastanka pukotine. Kod principa lokalne deformacije elastične i plastične deformacije na lokaliziranim mjestima kao što je korijen zuba analiziraju se odvojeno te se zatim zbrajaju. Za računanje broja ciklusa do nastanka pukotine  $N_i$  u ovisnosti o amplitudi deformacija u niskocikličkom zamoru primjenjuje se Basquinov i Manson-Coffinov zakon te njihov međusoban zbroj [4].

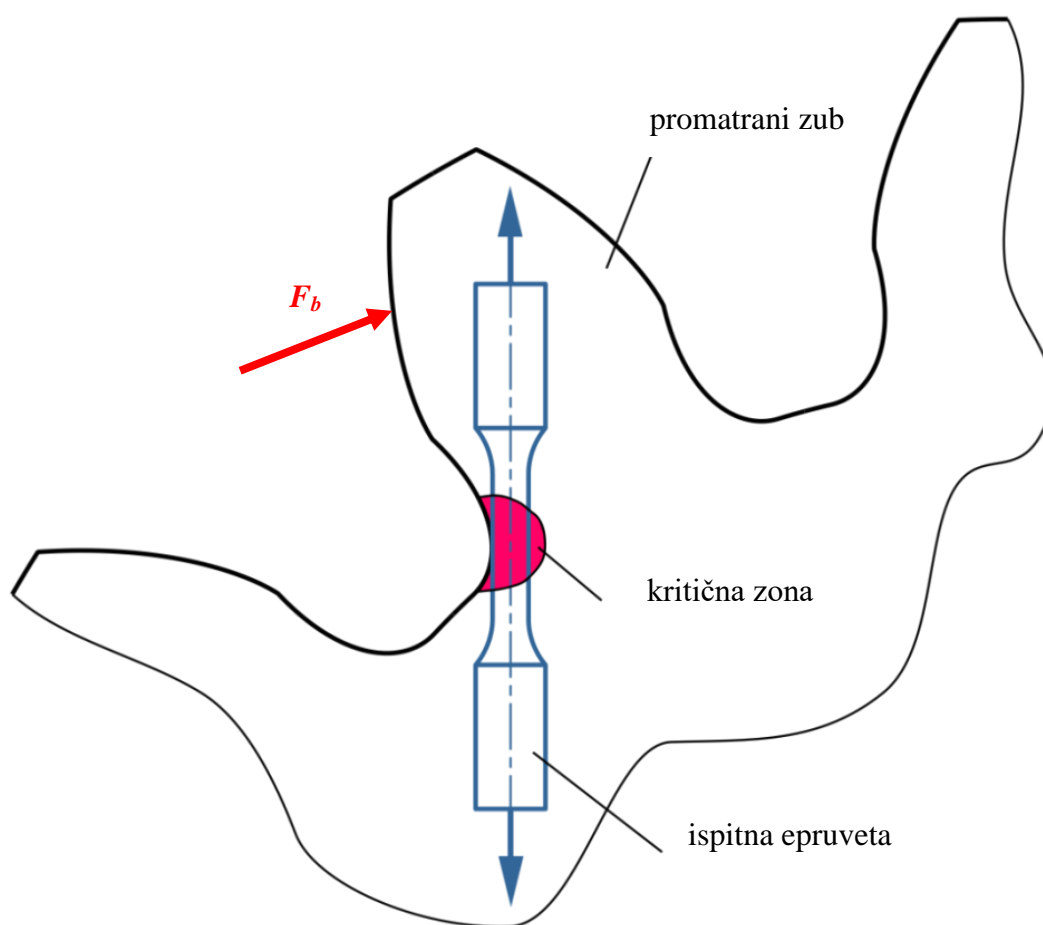
Opći izgled dijagrama u logaritamskom mjerilu Basquinove i Manson-Coffinove jednačbe zajedno sa pripadajućim petljama histereze prikazan je na slici 6.



**Slika 6. Elastična, plastična i ukupna komponenta deformacije prema Basquin-Manson-Coffin-ovoj relaciji [5]**

Detalji niskocikličkog zamora kao i pripadajuće jednadžbe te korekcije opisane su u poglavlju 3.

Obje vrste zamora, visokociklički i niskociklički, se zasnivaju na principu sličnosti. Princip sličnosti je u suštini metoda kojom se određuje broj ciklusa do nastanka pukotine u materijalu na bazi činjenice da je broj ciklusa do loma ispitne epruvete jednak broju ciklusa konstrukcijske komponente ukoliko u ispitnoj epruveti i strojnoj komponenti vlada isto nominalno naprezanje. Princip sličnosti primijenjen na nastanak pukotine u korijenu zuba zupčanika prikazan je na slici 7.



Slika 7. Princip sličnosti [6]

Zamor materijala izuzetno je opasna pojava koja može rezultirati lomom konstrukcijskog dijela na kojem je nastao, oštećenjem drugih strojnih dijelova ili pak ljudskom ozljedom. Posebice je opasna pojava zbog toga što je nastanak pukotine teško uočiv. Problemu dodaje činjenica da se kod krhkih materijala u slučaju nepravilnosti pri izradi može dogoditi nastanak pukotine, preskok faze propagacije pukotine te nagli lom strojnog dijela s mogućim katastrofalnim posljedicama.



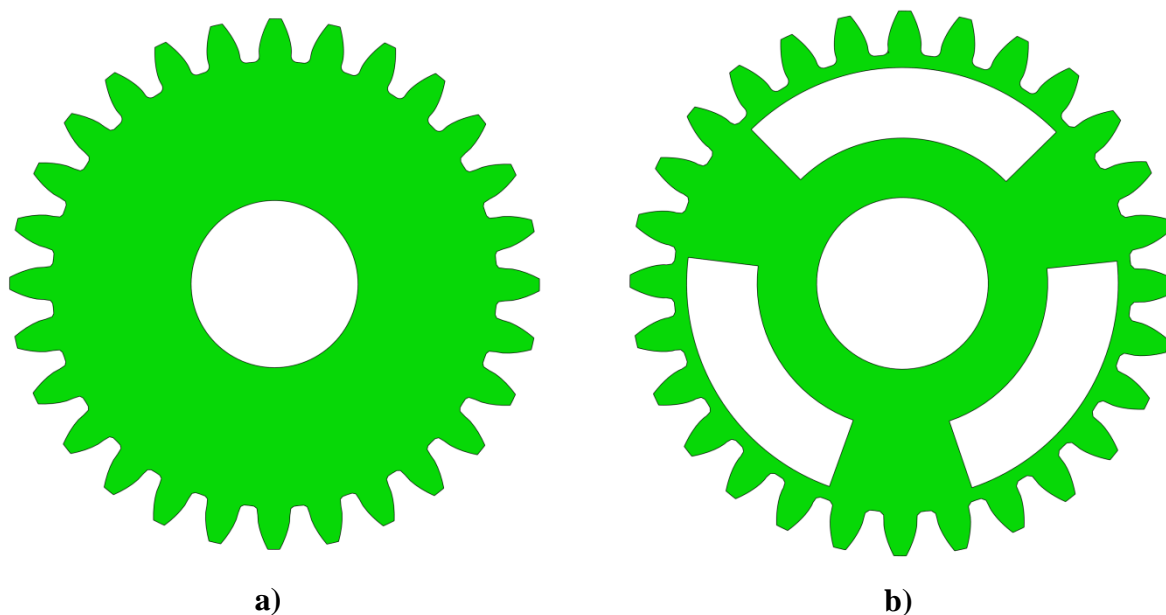
Slika 8. Lom zuba zupčanika s kosim zubima uslijed zamora materijala [7]



Slika 9. Lom zuba cilindričnog zupčanika s tankim vijencem uslijed zamora materijala [8]

Kako bi se što više smanjili rizici od loma kao posljedice zamora materijala potrebno je sa što većom točnošću odrediti broj ciklusa naprezanja strojnog dijela do nastanka pukotine. U današnje vrijeme s eksponencijalnim razvojem računalnih i simulacijskih tehnologija moguće je primijeniti određene metode i računalne programe kako bi se omogućila, ukoliko je to moguće, adekvatna procjena radnog vijeka strojnog dijela.

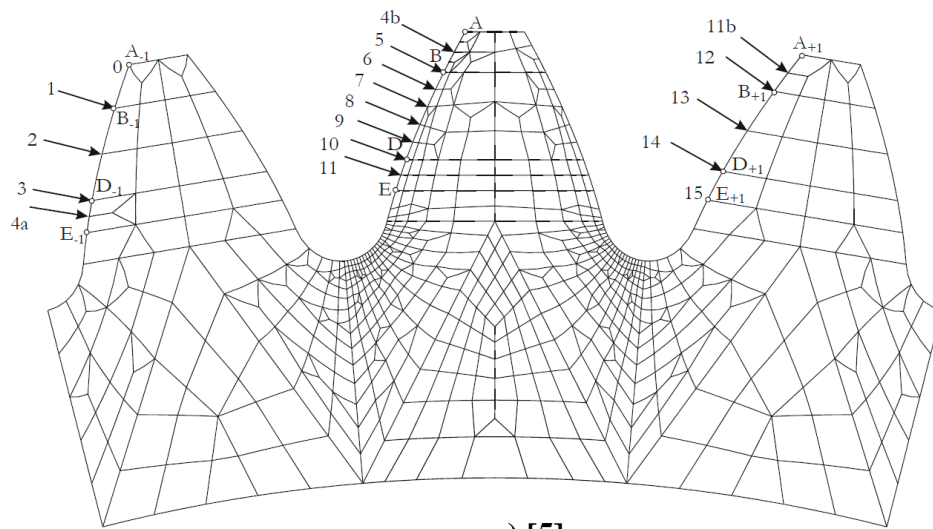
U ovom radu će se primjenom metode konačnih elemenata i principa lokalne deformacije pokušati odrediti broj ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba cilindričnog zupčanika (punog zupčanika i zupčanika s tankim vijencem).



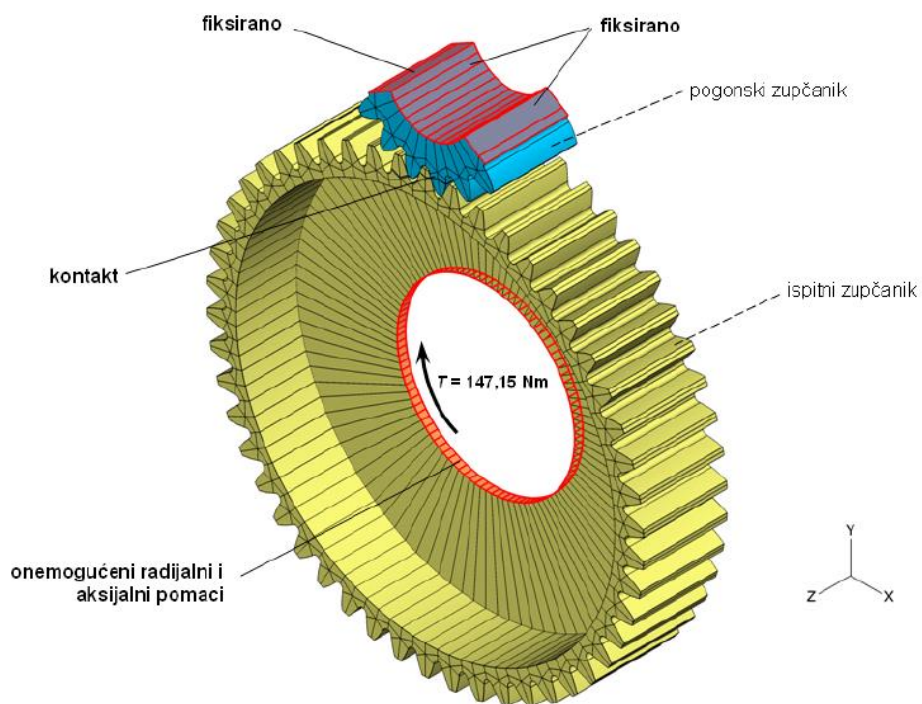
**Slika 10. Vrsta ispitivanih zupčanika: a) puni zupčanik, b) zupčanik s tankim vijencem**

Simulacija ciklusa naprezanja u korijenu zuba zupčanika uslijed kontakta zupčanog para prvi je korak u numeričkoj analizi procjene radnog vijeka zupčanika. Ciklus promjene glavnog naprezanja prolaska promatranog zuba kroz zahvat može se simulirati pomoću koncentrirane sile koja djeluje na bok zuba promatranog zupčanika u različitim točkama ovisno o poziciji zuba u zahvatu (slika 11.a) [5], [9]. Također je moguće modelirati zupčani par ili njihove dijelove te ostvariti kontakt primjenom određenih opcija unutar računalnog programa (slika 11.b) [6]. U ovom radu nije korištena niti jedna od spomenutih metoda, već je provedena kompletna simulacija prolaska zuba kroz zahvat, ostvarujući kontakt između modela zupčanika njihovim međusobnim zakretanjem. Detalji simulacije opisani su u poglavlju 2.

Svaka od tih metoda ima svoje prednosti i nedostatke, kao i drugačije rezultate u pogledu ciklusa do nastanka pukotine, odnosno radnog vijeka zupčanika.



a) [5]

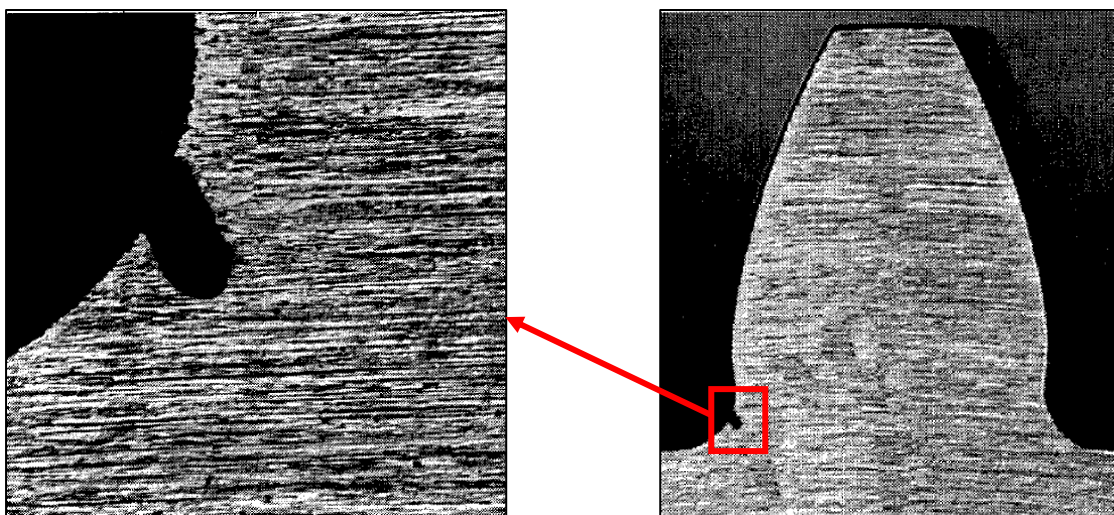


b) [6]

**Slika 11. Način simulacije prolaska zuba kroz zahvat: a) pomoću sile na bok zuba, b) kontakt između dva zupčanika**



Kako bi se dobiveni rezultati numeričke simulacije mogli usporediti s literaturom [5] i [9], karakteristike zupčanika i opterećenja modelirani su prema spomenutoj literaturi. U ispitivanjima provedenima prema [5] i [9] u samom korijenu zuba promatranih zupčanika (punog i tankog vijenca) EDM postupkom napravljen je zarez kako bi se smanjio potrební broj ciklusa do loma zuba a samim time i do nastanka pukotine (slika 12).

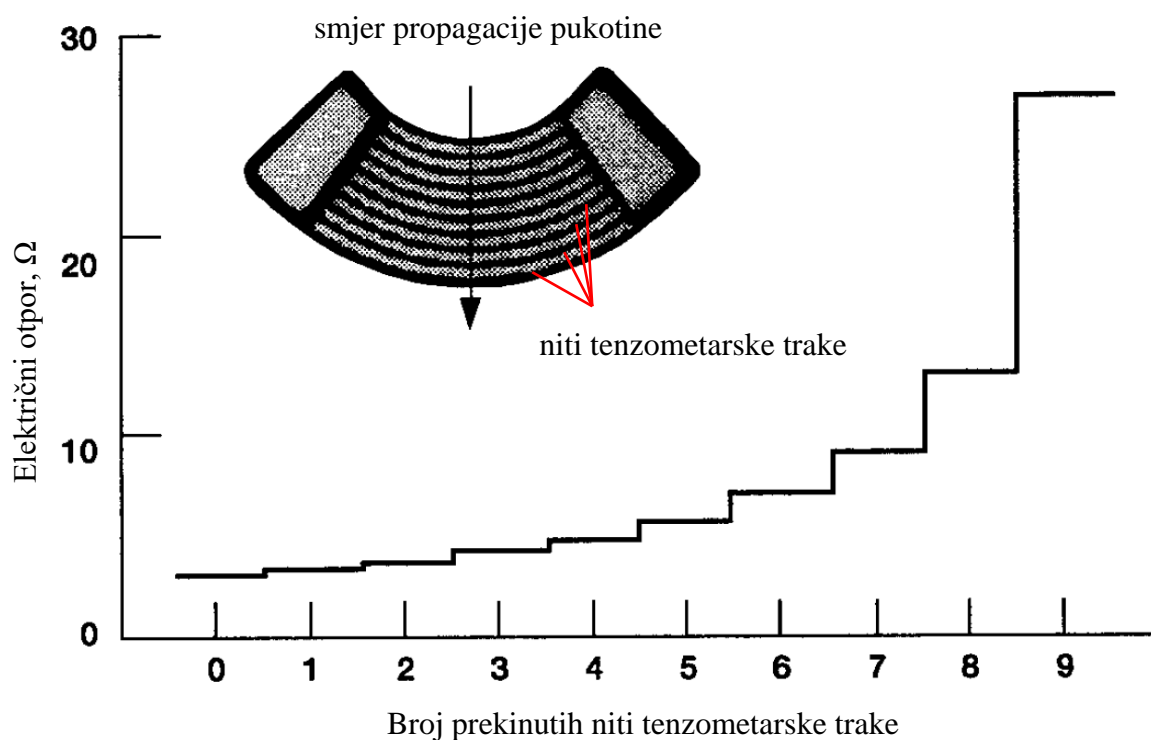


Slika 12. Zarez u korijenu ispitivanog zuba zupčanika [9]

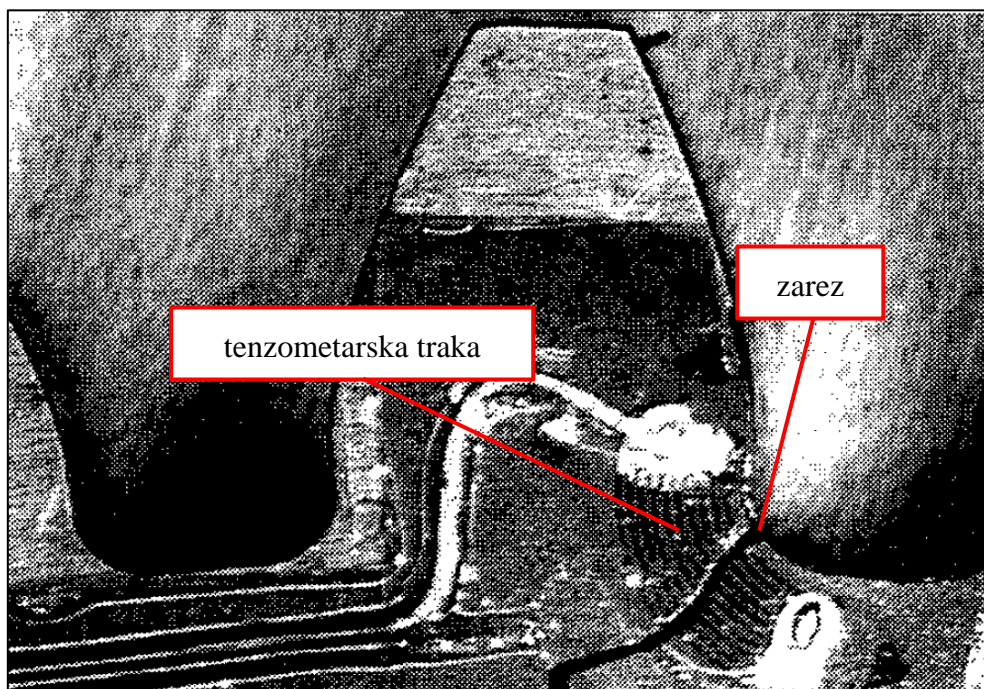
Dimenzije zareza kao i njegova pozicija prikazani su u poglavlju 2. Stvaranjem zareza u kritičnom području dodatno se oslabljuje zub zupčanika te pri cikličkom opterećenju dolazi do lokalnih plastičnih deformacija i nastanka pukotine već pri niskom opterećenju. Takva pojava je osobito značajna kod zupčanika s tankim vijencem zbog dodatnih deformacija uslijed savijanja vijenca. Upravo iz tih razloga će u simulaciji radnog vijeka zupčanika biti korišten princip lokalne deformacije.

U radu [9] korištene su tenzometarske trake koje su nalijepljene u neposrednoj blizini zareza, kao što je prikazano na slici 13. Tenzometarska traka sastoji se od određenog broja niti čijim pucanjem uslijed deformacija dolazi do porasta napona te se na taj način prati nastanak odnosno propagacija pukotine. U trenutku pucanja prve niti tenzometarske trake, odnosno one niti najbliže zarezu u korijenu zuba, smatra se da je došlo do nastanka pukotine [9]. Međutim, kao što će to biti spomenuto u poglavlju 4, postoje slučajevi ispitivanja prema [9] gdje se tek nakon pucanja nekoliko niti registrira signal koji predstavlja nastanak pukotine u području korijena zuba zupčanika.





Slika 13. Porast električnog otpora pri pucanju niti tenzometarske trake [9]



Slika 14. Pozicioniranje tenzometarske trake u područje korijena zuba odnosno zareza [9]

Korištenjem programskog paketa *Abaqus* [10] modelirani su zupčani parovi te je provedena analiza ciklusa napreznja korijena zuba zupčanika u području zareza. Pukotina može nastati u području vlačnog ili tlačnog napreznja. Međutim, propagira u području maksimalne

koncentracije vlačnog naprezanja što objašnjava poziciju zarez a prema [9]. Iako se u ovom radu promatra samo broj ciklusa do nastanka pukotine, zarez je pozicioniran na istom mjestu kao i u literaturi odnosno na poziciji aktivnog boka zuba kako bi se rezultati mogli međusobno usporediti.

Modeliran je i analiziran jedan zupčani par bez zarez a u korijenu zuba u svrhu usporedbe ciklusa naprezanja sa zarezanim zupčanikom te dva zupčana para sa zarezom. Budući da je potrebno što realnije simulirati stvarne uvjete kako bi se simulacije sa što većom točnošću mogle usporediti sa stvarnim rezultatima ispitivanja, pojave kao što su centrifugalna sila i trenje su također uzete u obzir. Važno je napomenuti kako provedene analize u programskom paketu *Abaqus* nisu dinamičke već kvazistatičke prirode, gdje je opterećenje promatranog zuba zupčanika razlomljeno na više slučajeva odnosno inkremenata (točka 2.2) koji se zasebno razmatraju [6].

Nakon provedenih analiza ciklusa naprezanja metodom principa lokalne deformacije te pomoću programskog paketa *FE-Safe* [11] provedena je analiza broja ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba zupčanika sa zarezom.

U konačnici, provedena je usporedba rezultata i to:

- utjecaj zarez a na ciklus naprezanja u korijenu zuba promatranog zupčanika
- utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba promatranog zupčanika
- usporedba rezultata simulacije broja ciklusa do nastanka pukotine i eksperimentalne metode prema literaturi za zupčanike sa zarezom u korijenu zuba

## 2. NUMERIČKA ANALIZA CIKLUSA NAPREZANJA U KORIJENU ZUBA ZUPČANIKA

Numerička analiza ciklusa naprezanja u korijenu zuba provedena je pomoću metode konačnih elemenata u programskom paketu *Abaqus* te se sastoji od tri slučaja:

1. Analiza ciklusa naprezanja punog zupčanika bez zareza u korijenu zuba
2. Analiza ciklusa naprezanja punog zupčanika sa zarezom u korijenu zuba
3. Analiza ciklusa naprezanja zupčanika s tankim vijencem i zarezom u korijenu zuba

U svakom slučaju u obzir je uzet utjecaj trenja i njegov efekt na ciklus naprezanja, rezultirajući ukupno sa šest analiza. Ispitivani zupčanik je uvijek gonjeni, dok pogonski zupčanik ostaje nepromijenjen u svim analizama (zupčanik bez zareza u korijenu zuba).

### 2.1. Parametri ispitivanih zupčanika

Profil ozubljenja pogonskog i gonjenog zupčanika je identičan te je generiran pomoću računalnog programa *Kisssoft* [12]. Ispitni zupčanici izrađeni su postupkom vakumskog elektrodnog taljenja [9] te su dodatno obrađeni postupkom cementiranja. Zubi su zatim dodatno očvršnuti do tvrdoće u iznosu od  $\approx 61$  HRC. Zbog naknadnih toplinskih obrada koje rezultiraju promjenom geometrije zupčanika, korijen i bok zuba zupčanika dodatno je pobrušen kako bi se postigla željena geometrija profila ozubljenja [9].

Dimenzije i karakteristike osnovnog profila pogonskog (1) i gonjenog (2) tj. ispitivanog zupčanika prikazane su u tablici 1.

**Tablica 1. Parametri osnovnog profila ozubljenja ispitivanih zupčanika prema [9]**

Parametar, simbol	Pogonski zupčanik (1)	Gonjeni zupčanik (2)
Profil ozubljenja, -	Vanjsko evolventno s ravnim zubima	
Kut nagiba boka osnovnog profila ozubljenja, $\alpha$	20°	
Modul, $m$	3,175 mm	
Faktor pomaka profila, $x$	0	
Tjemena visina osnovnog profila ozubljenja, $h_{aP}$	1,05· $m$ = 3,334 mm	
Podnožna visina osnovnog profila ozubljenja, $h_{fP}$	1,35· $m$ = 4,286 mm	
Polumjer zaobljenja podnožja osnovnog profila ozubljenja, $\rho_{fP}$	0 mm	
Promjer tjemene kružnice, $d_a$	95,25 mm	
Broj zubi zupčanika, $z$	28	
Širina zubi zupčanika, $b$	6,35 mm	
Omjer debljine vijenca i visine zuba zupčanika, $m_B$ (slika 13)	3,3*	3,3* (slučaj 1 i 2) 0,3* (slučaj 3)
Unutarnji/vanjski promjer glavine zupčanika s tankim vijencem, $d_{gU}/d_{gV}$	30 mm / 50,8 mm	
Osni razmak, $a$	88,9 mm	
Brzina vrtnje zupčanika, $n$	10 000 min <sup>-1</sup>	
Okretni moment na pogonskom zupčaniku, $M$	135,66 Nm (slučaj 1 i 2) 88,81 Nm (slučaj 3)	
Materijal	14NiCrMo 13-4 (AISI 9310)	
Modul elastičnosti, $E$	207 000 MPa	
Poissonov koeficijent, $\nu$	0,3	
Gustoća, $\rho$	7700 kg/m <sup>3</sup>	

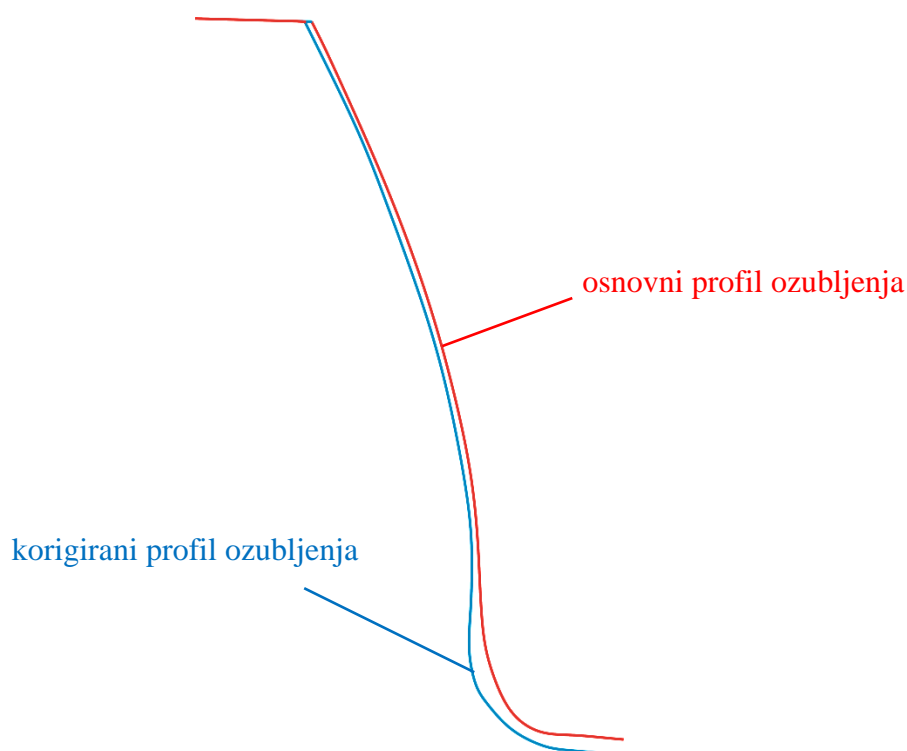
\* U ovom radu za zupčanik s omjerom debljine vijenca i visine zuba u iznosu od 3,3 koristi se naziv puni zupčanik, dok se za zupčanik omjera debljine vijenca i visine zuba u iznosu od 0,3 koristi naziv zupčanik s tankim vijencem (slika 10 i 16).

### 2.1.1. Korigiranje osnovnog profila ozubljenja ispitivanih zupčanika

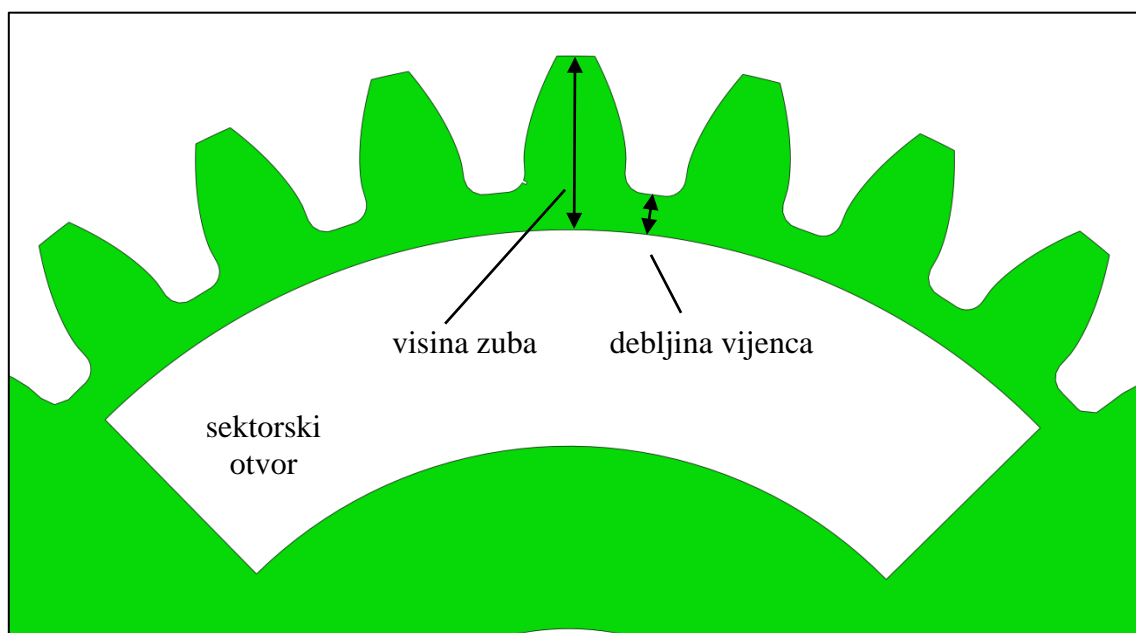
U svrhu prilagodbe geometrije analiziranih zupčanika onima iz literature [9], zbog spomenute dodatne obrade brušenja, osnovni profil ozubljenja prikazan u tablici 1 korigiran je pomoću programskog paketa *Kisssoft* dodavanjem parametara oblika zuba (*Tooth form*) te koristeći dvije opcije:

1. *Theoretical involute/from grinding* i
2. *Linear profile modification* koji započinje na promjeru od  $d_{Ca} = 90,1169$  mm te skraćuje tjemen zuba u iznosu od  $C_a = 0,0127$  mm

Iz istog razloga dodan je faktor pomaka profila u iznosu od  $x = -0,05$ .



Slika 15. Korigiranje osnovnog profila ozubljenja zupčanika [12]



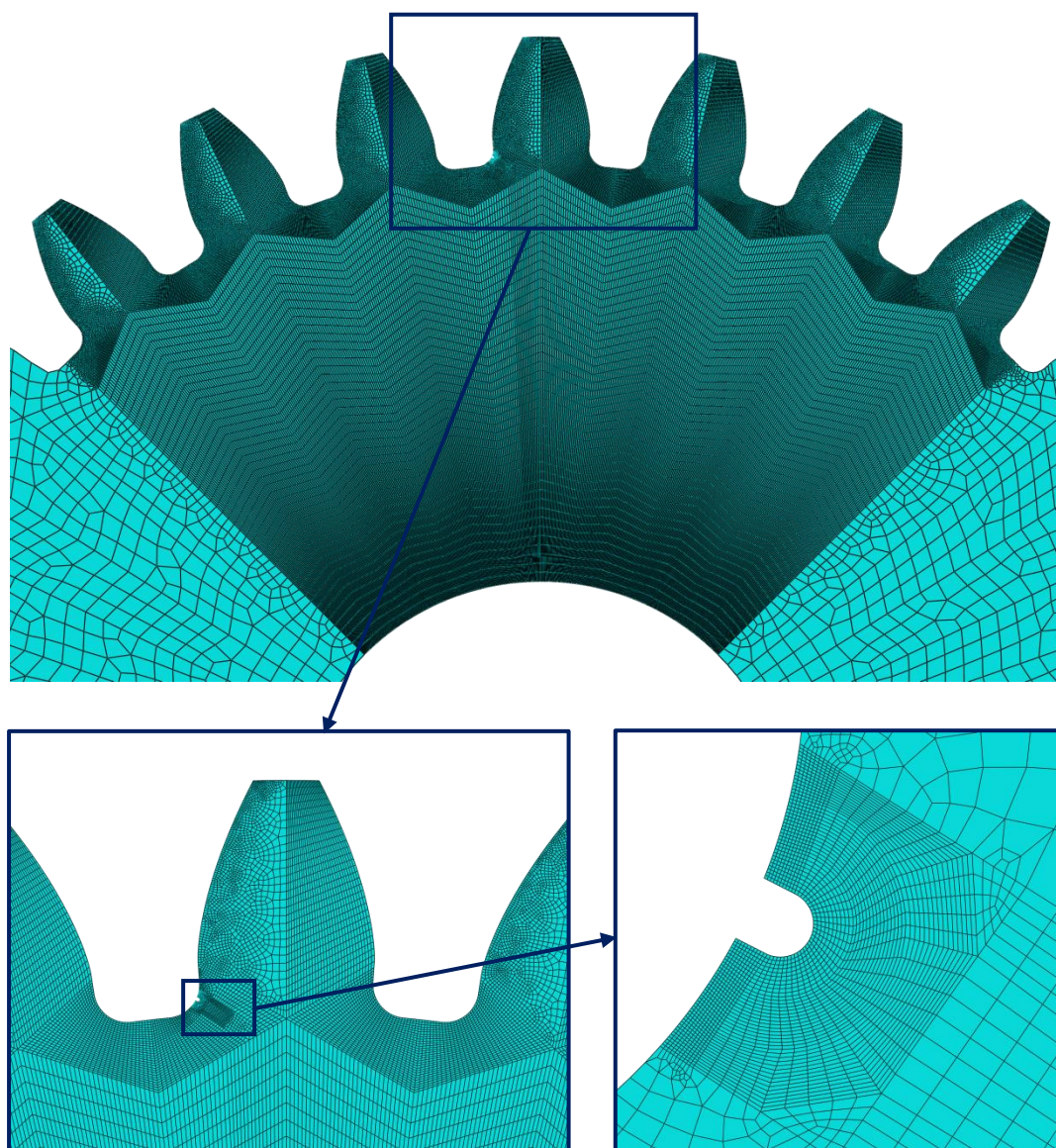
**Slika 16. Omjer debljine vijenca i visine zuba zupčanika**

Detaljan opis geometrijskih karakteristika zupčanika s tankim vijencem prikazan je u poglavlju 2.5.

## 2.2. Numeričko modeliranje

Numeričko modeliranje simulacije provedeno je pomoću računalnog programa *Abaqus* koristeći metodu konačnih elemenata (MKE). Modeli zupčanika generirani su pomoću podataka iz tablice 1 i dodatnim korigiranjem prema točki 2.1.1 te diskretizirani s četverokutnim konačnim elementima prvog reda za ravninsko stanje naprezanja (*CPS4*). Kod analize ciklusa naprezanja zupčanika s tankim vijencem korišteni su nekompatibilni četverokutni konačni elementi prvog reda (*CPS4I*) zbog povećanog efekta savijanja [13] odnosno deformacije vijenca. Područje u korijenu zuba gonjenog zupčanika diskretizirano je pravilno oblikovanim (strukturiranim) te većim brojem konačnih elemenata, a njihov približan broj određen je ispitivanjem konvergencije rezultata za svaki pojedini slučaj.

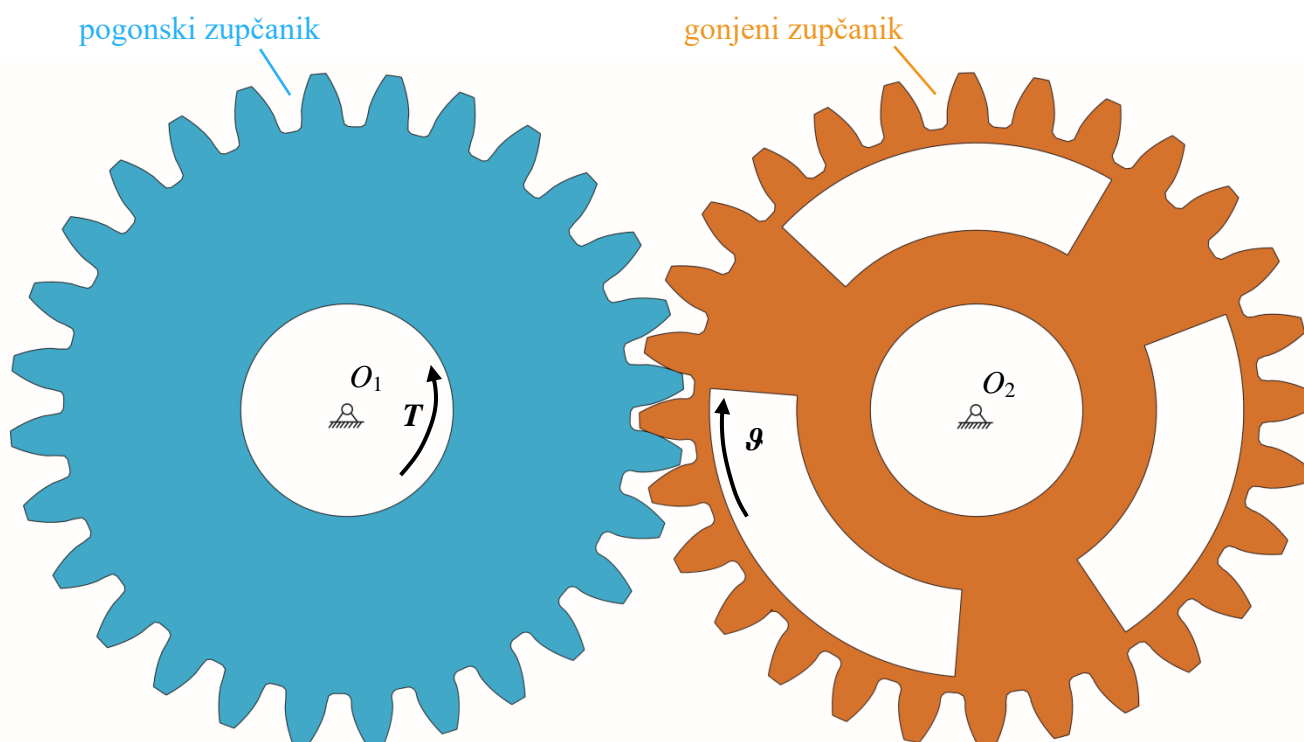




**Slika 17. Mreža konačnih elemenata punog ispitivanog zupčanika sa zarezom**

Analognim postupkom generirana je mreža konačnih elemenata za puni zupčanik bez zarezom kao i za zupčanik s tankim vijencem i zarezom. Pogonski zupčanik opterećen je momentom  $T$  koji se prenosi na ispitivani (gonjeni) zupčanik (slika 18). Simulacija kontakta ostvarena je opcijom *normal behaviour*  $\rightarrow$  *hard contact* te *tangential behaviour*  $\rightarrow$  *penalty* u slučajevima kada je i trenje uzeto u obzir. Zakret gonjenog zupčanika simuliran je od početnih  $\vartheta = 0^\circ$  do krajnjih  $\vartheta = 77^\circ$  (1,35 radijana) kako bi se obuhvatio raspon od 7 zubi, od kojih je srednji promatrani (slika 16 i 17). U prva dva slučaja (puni zupčanik sa i bez zarezom) koristio se fiksni broj inkremenata pojedinačnog vremenskog iznosa od 0,02 u periodu od 10 sekundi, generirajući ukupno 500 inkremenata. Za slučaj 3, to jest kod zupčanika s tankim vijencem i

zarezom korištena je početna vrijednost inkrementa vremenskog iznosa od 0,05 također u periodu od 10 sekundi (ukupno 200 inkremenata). Međutim, zbog velikih deformacija i efekta savijanja vijenca te problematičnog područja izlaska zuba iz zahvata dopušteno je sniženje inkrementa do vremenskog iznosa od 0,001, rezultirajući s blago većim ukupnim brojem inkremenata po analizi. Promatrani korijen zuba u svim analizama je srednji od sedam zubi iznad sektorskog otvora (zupčanik s tankim vijencem, slika 16) tj. u području gušće mreže konačnih elemenata (puni zupčanik, slika 17) te se pretpostavlja da su oba zupčanika homogena, izotropna i linearno elastična.



**Slika 18. Rubni uvjeti zupčanog para**

Pogonski zupčanik opterećen je momentom posredno preko referentne točke  $O_1$  dok je kut zakreta gonjenog zupčanika  $\vartheta$  zadan preko referentne točke  $O_2$ . Referentne točke  $O_1$  i  $O_2$  povezane su kinematskom vezom s čvorovima na unutarnjim promjerima glavine zupčanika gonjenog odnosno pogonskog zupčanika te su im onemogućeni translacijski pomaci. Utjecaj centrifugalne sile također je uzet u obzir te je ona dodana obama zupčanicima u svim analizama.

Sama simulacija rotacije podijeljena je u dva koraka (*step-a*). U prvom koraku uspostavlja se kontakt između pogonskog i gonjenog zupčanika. Gonjenom zupčaniku onemogućeni su svi



pomaci dok je pogonskom zupčaniku omogućena rotacija u smjeru djelovanja momenta  $T$ . U drugom koraku gonjenom zupčaniku omogućena je rotacija i to za kut od  $77^\circ$  (1,35 radijana).

### **2.3. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba punog zupčanika bez zarez (slučaj 1)**

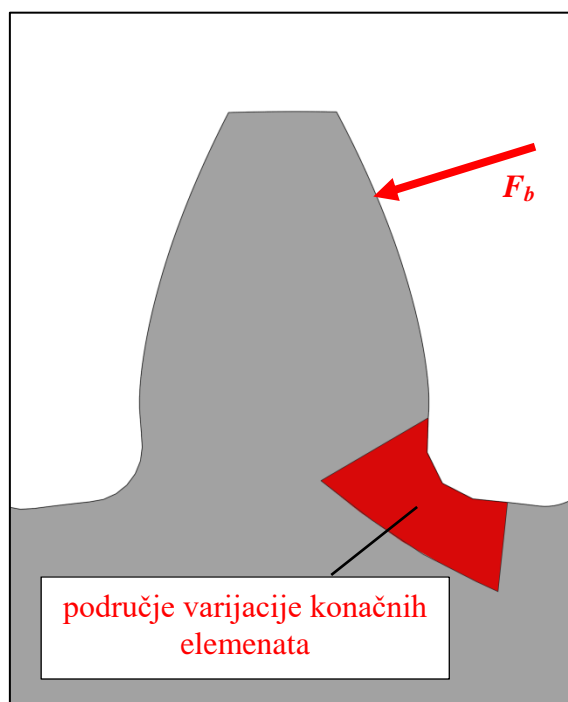
U eksperimentalnim rezultatima iz literature [5] i [9] ne postoji zupčanik bez zarez u korijenu zuba. Međutim, zanimljivo je provesti simulaciju njegovog ciklusa glavnog naprezanja kako bi se mogao usporediti utjecaj zarez na maksimalni iznos naprezanja u korijenu zuba.

#### **2.3.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zarez**

Računalni program *Abaqus* aproksimira rezultate pomoću interpolacijskih polinoma. Veći broj točaka kroz koje je moguće provući interpolacijsku krivulju, tj. veći broj elemenata ujedno znači i veću točnost rezultata. Zbog toga je potrebno odrediti broj konačnih elemenata pri kojima rezultat konvergira prema jednoj konačnoj vrijednosti.

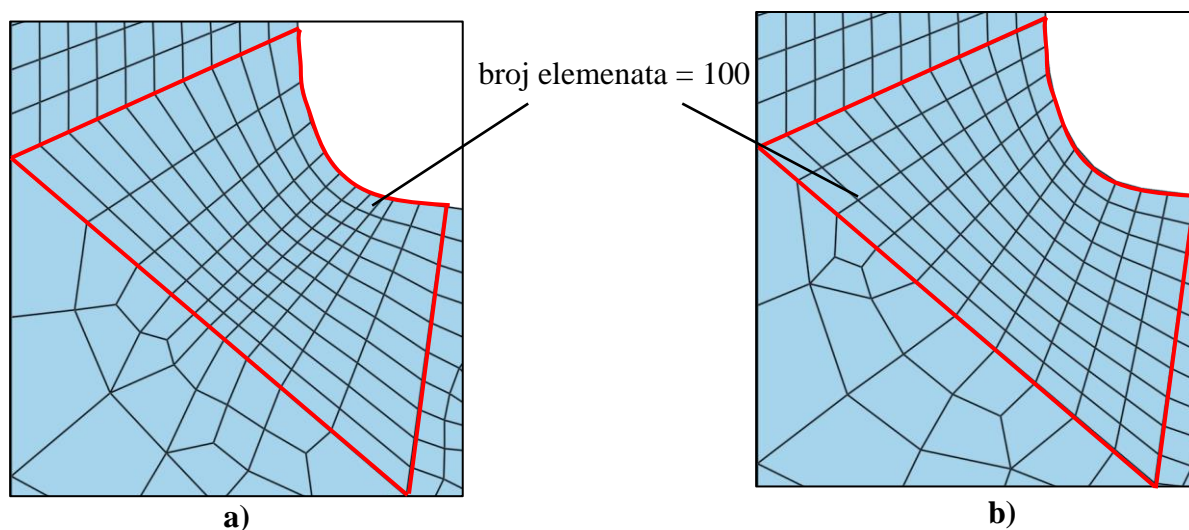
Za ispitivanje konvergencije nije potrebno provesti analizu cijelog ciklusa rotacije zupčanika, već samo simulirati naprezanja u korijenu zuba zupčanika uslijed kontakta između dva zuba zupčanog para u jednoj proizvoljnoj točki. Budući da se maksimalno naprezanje u korijenu zuba zupčanika javlja tijekom jednostrukog zahvata [14], odabire se upravo ta pozicija zuba za ispitivanje konvergencije rezultata glavnog naprezanja.

Simulacija se vrši metodom pozicioniranja koncentrirane sile na bok zuba zupčanika gdje se kontakt između dva zuba zupčanog para simulira pomoću ispitivanog zuba i sile  $F_b$  koja predstavlja kontakt sa susjednim zupčanikom. Pozicija sile i kut djelovanja za određenu geometriju zuba računaju se prema ISO 6336 [15]. Iznos sile  $F_b$  dobije se preko pogonskog momenta zupčanika. Važno je napomenuti da norma ISO 6336 nije primjenjiva za geometriju zupčanika analiziranu u ovom radu, stoga je moguće da se rezultati maksimalnog naprezanja konvergencije i ciklusa neće podudarati, što za ispitivanje konvergencije elemenata nije od važnosti. Također, utjecaj centrifugalne sile i trenja nije uzet u obzir kod ispitivanja konvergencije. Budući da je promatrano područje korijen zuba zupčanika, potrebno je samo u tom području (lokalno) mijenjati broj konačnih elemenata kako bi se postigla konvergencija rezultata naprezanja.



**Slika 19. Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 1**

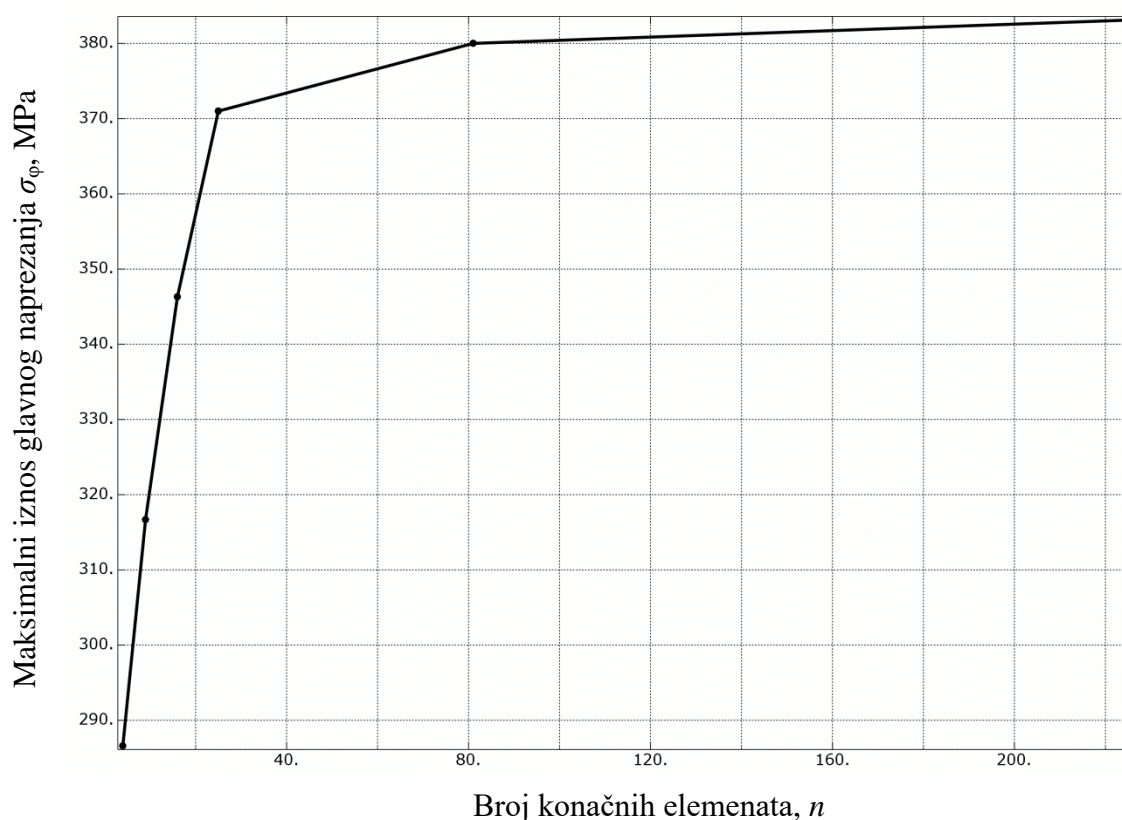
Kako bi se izbjegli pristrani rezultati konvergencije, potrebno je generirati mrežu konačnih elemenata približno jednake veličine. Stoga se odabire strukturirano generiranje mreže konačnih elemenata sa ravnomjerno raspoređenim čvorovima duž stranice promatranog područja.



**Slika 20. Struktura mreže: a) pristrani rezultati, b) nepristrani rezultati**

Elementi sa slike 20.a) generirati će točnije rezultate na mjestima gdje su gušće raspoređeni od elemenata na slici 20.b) iako je generiran isti broj konačnih elemenata. Stoga se može reći

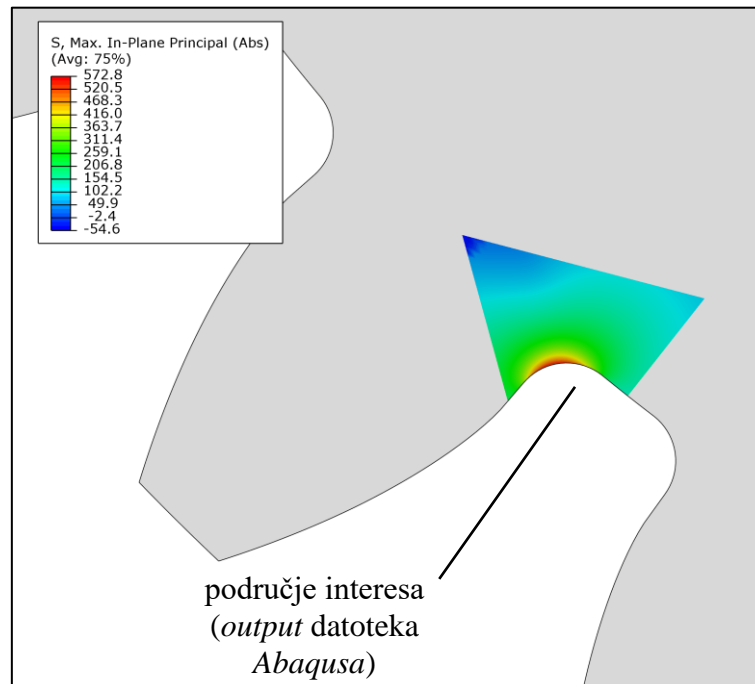
da su rezultati mreže na slici 20.a) pristrani. Konvergencija rezultata maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza prikazana je na slici 21.



Slika 21. Konvergencija maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza

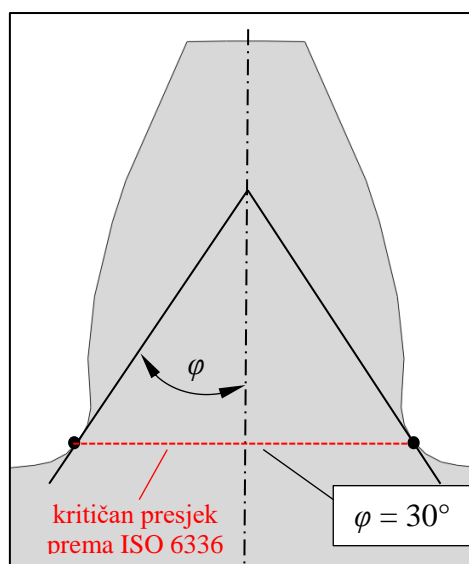
### 2.3.2. Ciklus naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika bez zareza

Nakon što je utvrđen okvirni broj elemenata pri kojem rezultat konvergira prema nekoj konačnoj vrijednosti, može se provesti analiza ciklusa naprezanja u korijenu zuba zupčanika. Budući da se analiza sastoji od 500 inkremenata kroz period od 10 sekundi, a u svakom inkrementu program računa desetke tisuća jednadžbi (ovisno o broju konačnih elemenata i stupnjevima slobode pojedinog elementa), nije potrebno generirati izlaznu datoteku *Abaqus*-a za sve elemente zupčanika, već samo za područje korijena zuba zupčanika (u daljnjem radu: područje interesa). Veličina izlazne datoteke *Abaqusa* (.odb datoteka) tada se može smanjiti sa nekoliko gigabajta na svega par stotina megabajta. Iako veličina izlazne datoteke *Abaqus*-a ne predstavlja značajan problem pri samoj analizi ciklusa naprezanja, prilikom analize broja ciklusa do nastanka pukotine (poglavlje 3) u programskom paketu *FE-Safe* od velike je važnosti veličina uvezene datoteke (.odb), budući da datoteka koja zauzima veliku količinu memorije znatno usporava proces uvoza a samim time i ukupno vrijeme analize.



**Slika 22. Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa za slučaj 1**

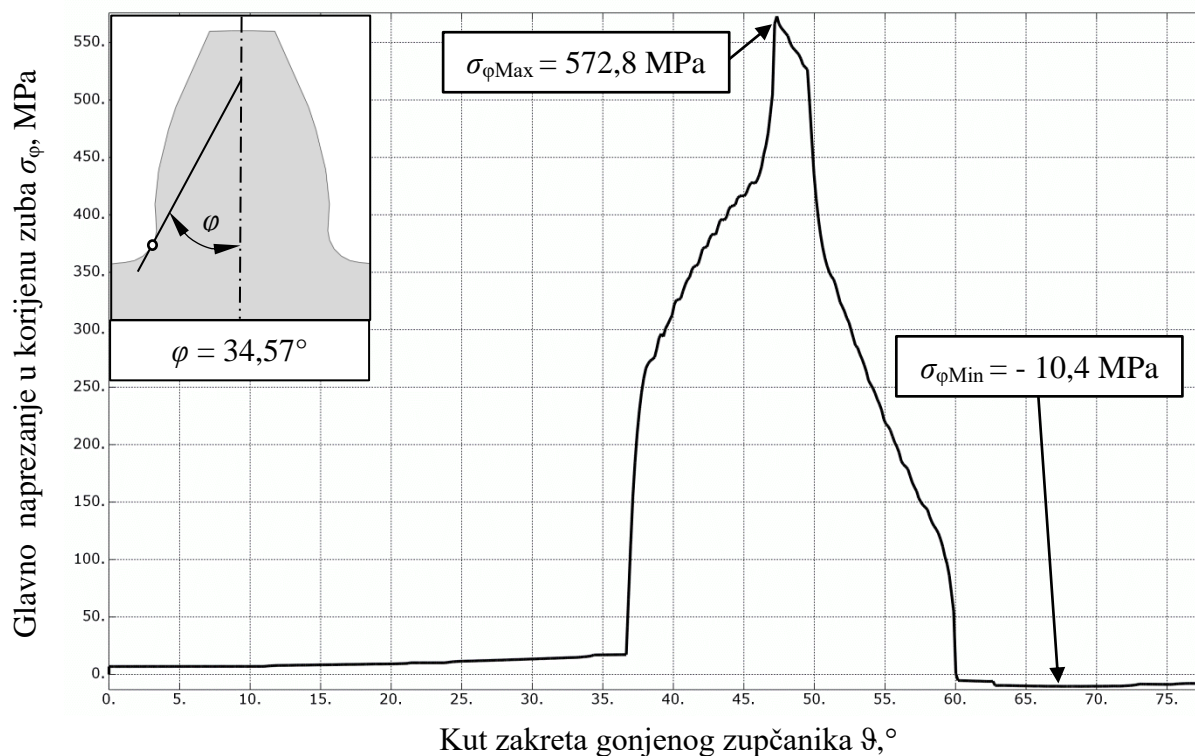
Kao što je već spomenuto, kritično područje nalazi se u korijenu zuba zupčanika (mjesto gdje je najveće vlačno naprezanje uslijed savojnog momenta sile  $F_b$ , odnosno pozicija aktivnog boka zuba), potrebno je odrediti ciklus naprezanja upravo na tom mjestu, tj. u određenom čvoru konačnog elementa. Prema ISO 6336 normi pozicija čvora na prijelaznoj krivulji korijena zuba određuje se pomoću kuta  $\varphi$ , koji predstavlja kut između tangente na prijelaznu krivulju korijena zuba i simetrale zuba.



**Slika 23. Pozicija čvora i kritičan presjek u korijenu zuba zupčanika**

Za promatrani slučaj pozicija čvora s maksimalnim iznosom glavnog napreznja definirana je sa kutom  $\varphi = 34,57^\circ$ . Prema [15] kritičan presjek zuba definiran je nalazi se na  $\varphi = 30^\circ$  (slika 23). Međutim, budući da profil ozubljenja u području korijena zuba nije striktna trohoida već je dodatnom obradom prerađen odnosno zaobljen [9], tako je i pozicija maksimalnog napreznja blago pomaknuta.

Ciklus napreznja za puni zupčanik bez zarezova u korijenu zuba prikazan je na slici 24.



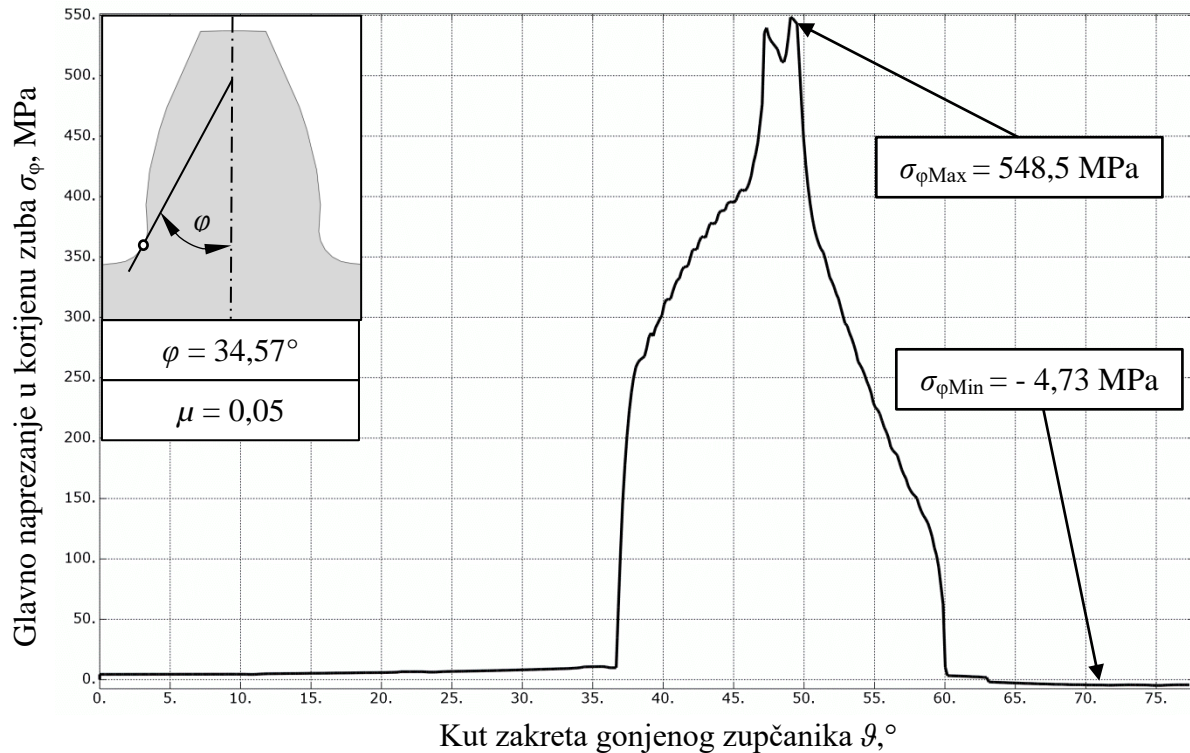
**Slika 24. Ciklus napreznja korijena zuba punog zupčanika bez zarezova**

Maksimalno napreznje u korijenu zuba zupčanika nastaje upravo u području jednostrukog zahvata zuba, odnosno kada je samo jedan par zubi zupčanog para u kontaktu.

### 2.3.3. Utjecaj trenja na ciklus napreznja korijena zuba punog zupčanika bez zarezova

Kako bi se sa što većom točnošću simulirani radni uvjeti ispitnih zupčanika, osim centrifugalne sile potrebno je uvesti i dodatne parametre kao što je trenje. U ovoj analizi kao i u svim ostalima za čelični par zupčanika korišten je faktor trenja  $\mu = 0,05$  [16] te je pretpostavljeno da je on konstantan tijekom prolaska zuba kroz zahvat.

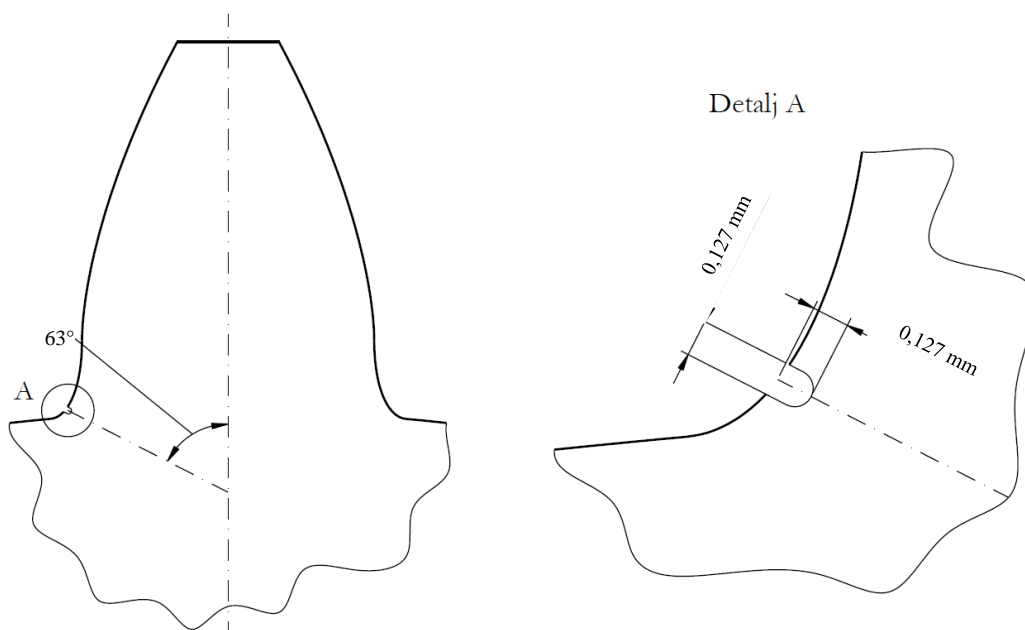
Čvor sa maksimalnim iznosom napreznja nalazi se na istoj poziciji kao i čvor kod ciklusa bez dodanog trenja, tj. kut  $\varphi = 34,57^\circ$ .



Slika 25. Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika bez zarezom i sa trenjem

#### 2.4. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom (slučaj 2)

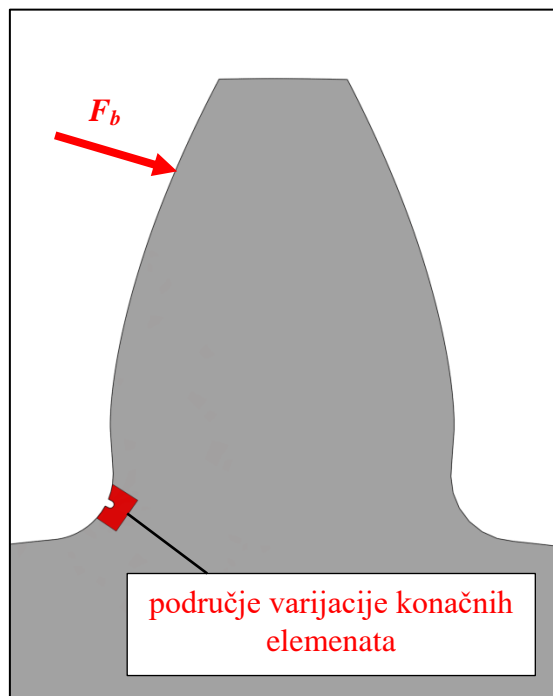
Analogno slučaju 1 provedena je numerička simulacija ciklusa naprezanja korijena zuba zupčanika sa zarezom. Pozicija zarezom nalazi se na promjeru  $d_z = 80,97 \text{ mm}$  [9], što predstavlja mjesto maksimalnog iznosa glavnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika. Dimenzije zarezom kao i njegova pozicija generirani na numeričkom modelu prikazani su na slici 26.



Slika 26. Dimenzije i pozicija zareza na punom zupčaniku [5]

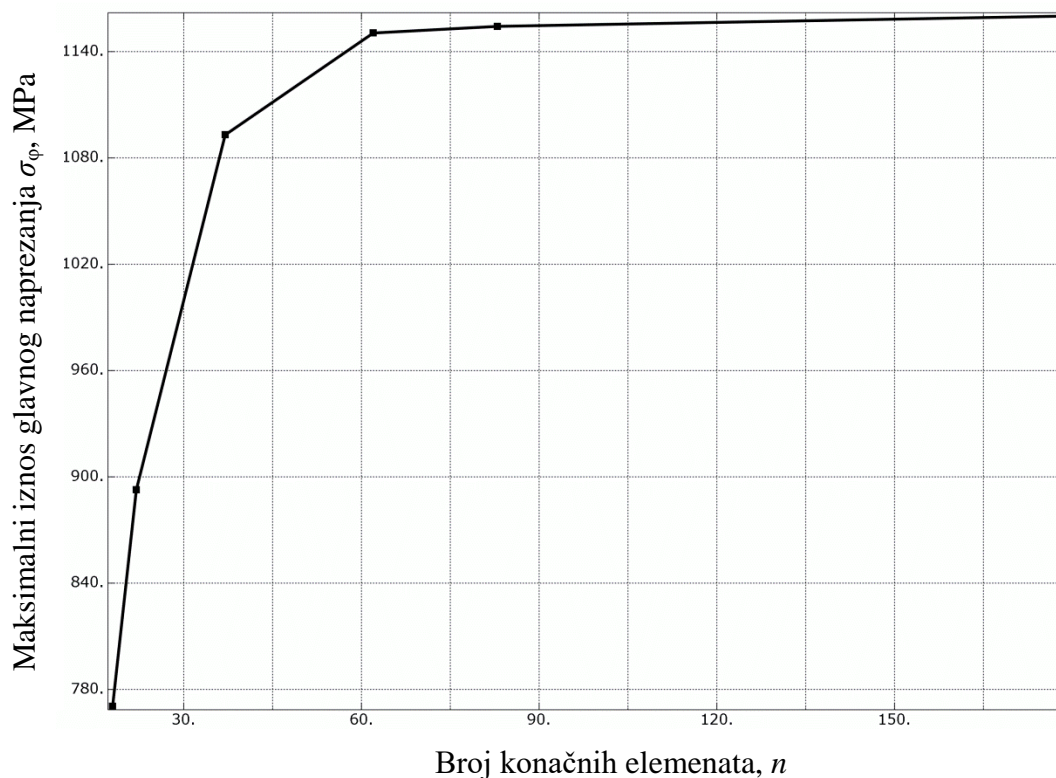
#### 2.4.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom

Ispitivanje konvergencije vrši se analogno točki 2.3.1.



Slika 27. Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 2

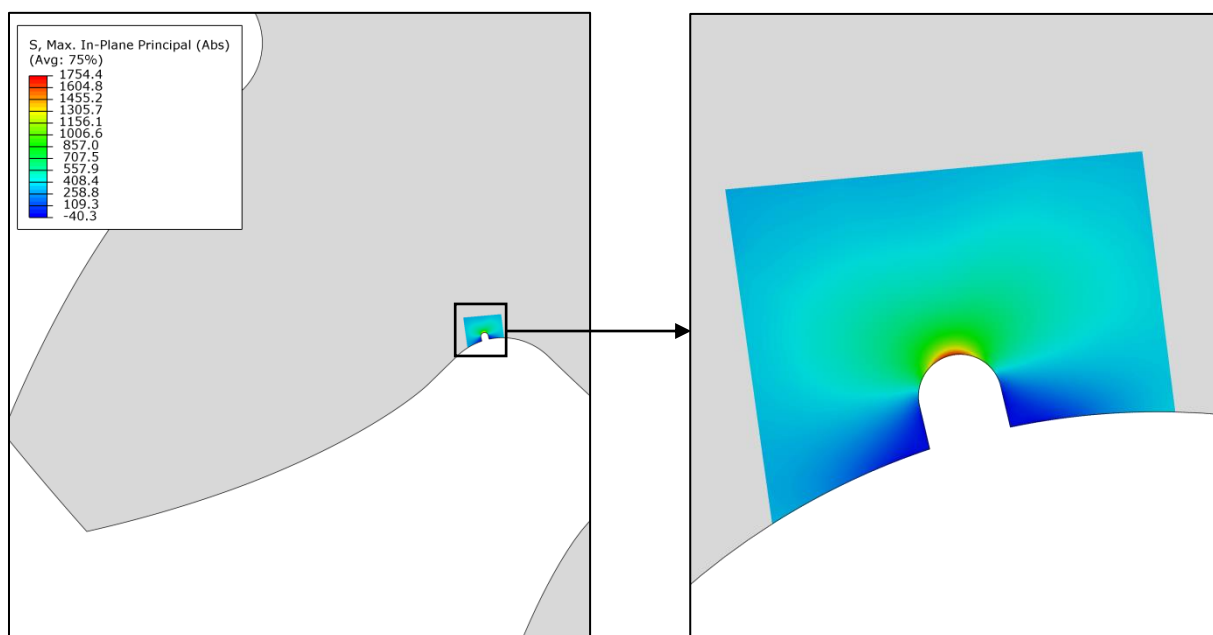




Slika 28. Konvergencija maksimalnog napreznja u korijenu zuba za slučaj 2

#### 2.4.2. Ciklus napreznja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom

Kao i kod punog zupčanika bez zarez, veličina izlazne datoteke numeričke simulacije može se smanjiti definiranjem područja interesa. U ovom slučaju to je upravo područje u neposrednoj blizini zarez.

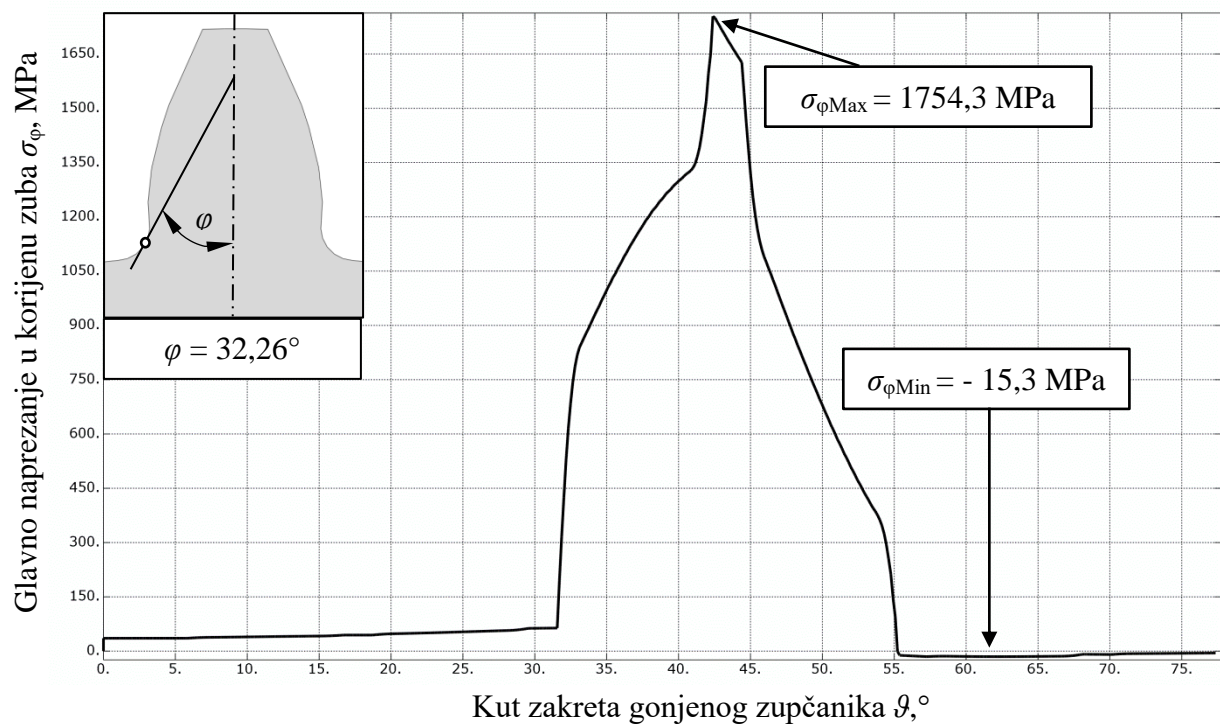


Slika 29. Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa za slučaj 2



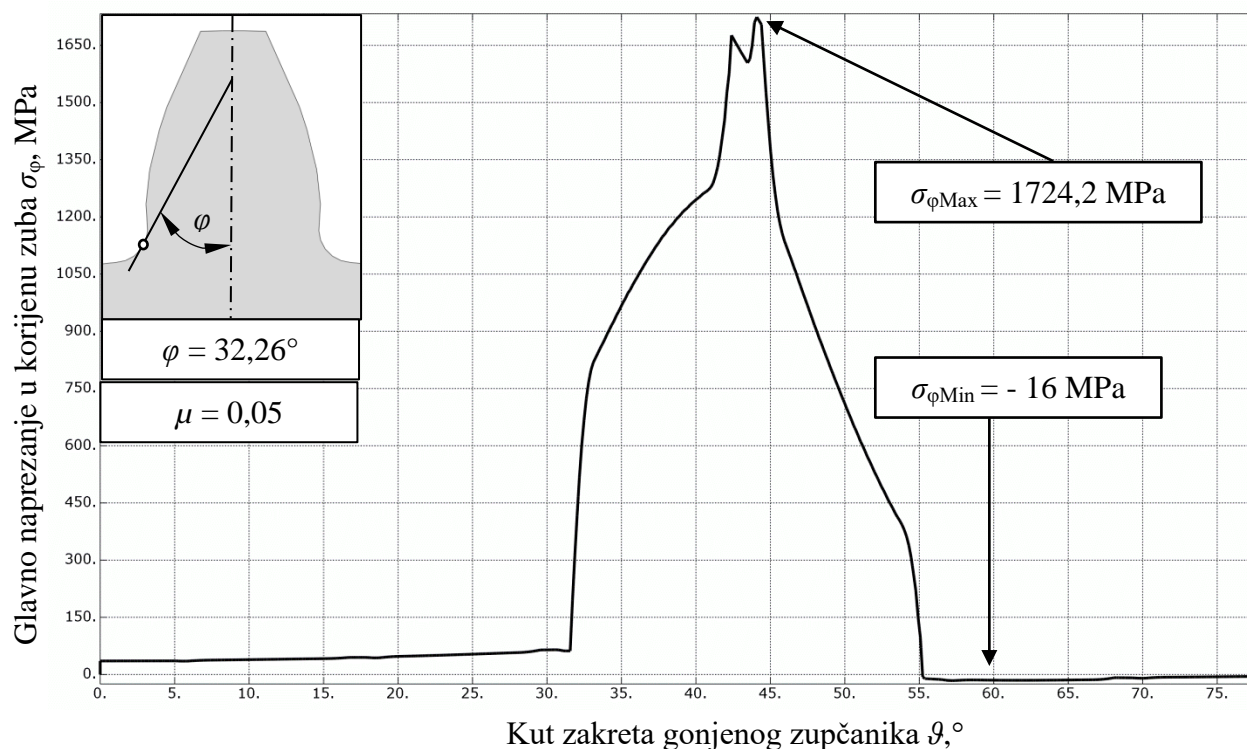
Očito je da će zbog zarez u korijenu zuba maksimalno naprezanja biti upravo u tom području, točnije u samom vrhu zarez (slika 29) što odgovara poziciji definiranoj sa kutom  $\varphi = 32,26^\circ$  prema ISO 6336 normi (u slučaju sa zarezom se promatra tangenta na krivulju zarez u pogledu definiranja pozicije čvora).

Ciklus naprezanja u korijenu zuba punog gonjenog zupčanika sa zarezom prikazan je na slici 30.



Slika 30. Ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom

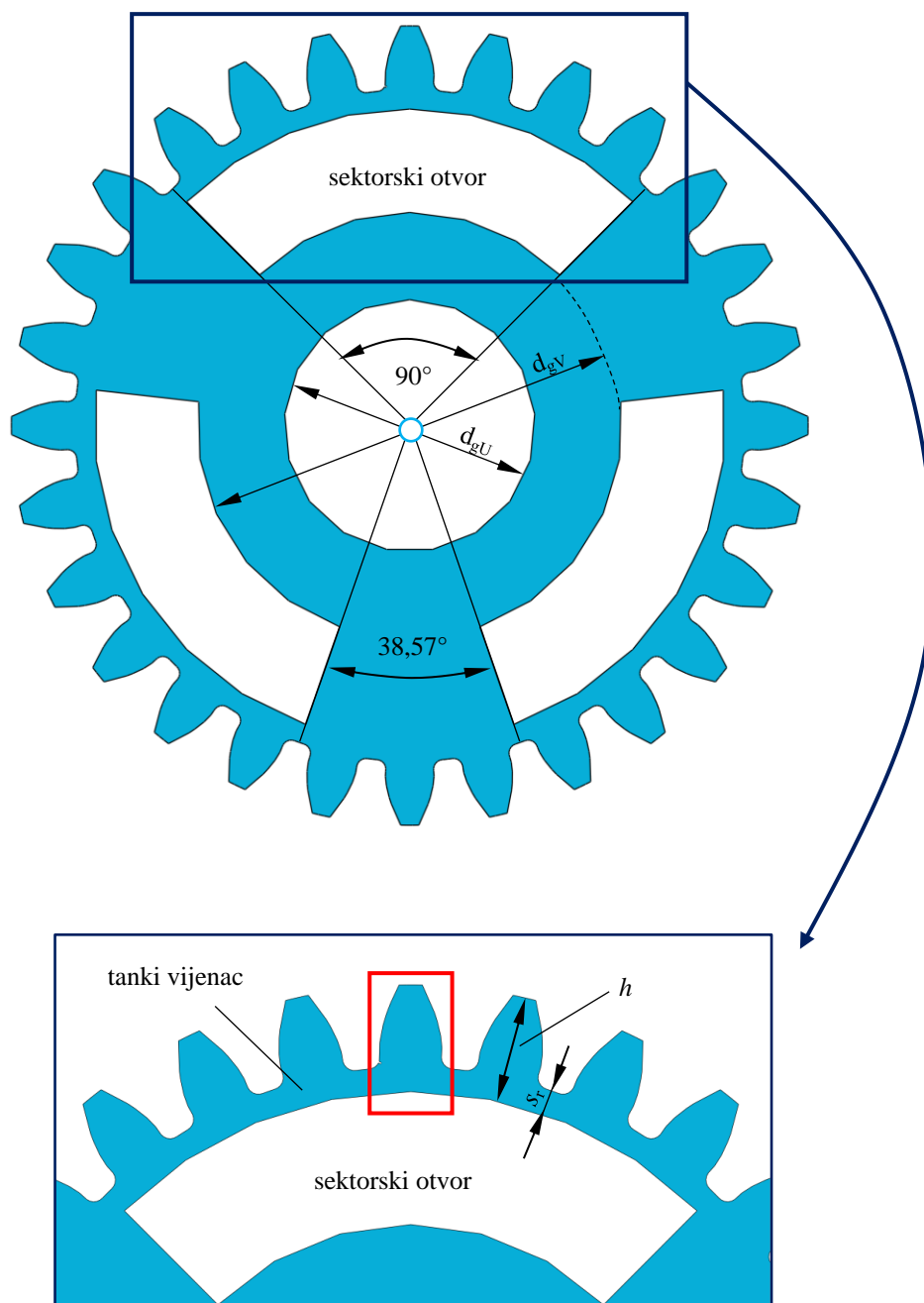
### 2.4.3. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom



Slika 31. Ciklus naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa zarezom i trenjem

### 2.5. Analiza ciklusa naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom (slučaj 3)

Kod čeličnih zupčanika jedan od bitnih faktora je njihova masa. Kad god i gdje je to moguće poželjno je smanjiti ukupnu masu zupčanika kako bi se smanjili njegovi zagoni momenti te sile uslijed kontakta s drugim strojnim dijelovima, te kako bi smanjila ukupna masa prijenosnika. Jedan od načina smanjivanja mase zupčanika je upravo tzv. tanki vijenac koji je analiziran u ovom radu. Geometrijske karakteristike tankog vijenca i sektorskog otvora analiziranog zupčanika prikazane su na slici 32.



**Slika 32. Geometrijske karakteristike zupčanika s tankim vijencem**

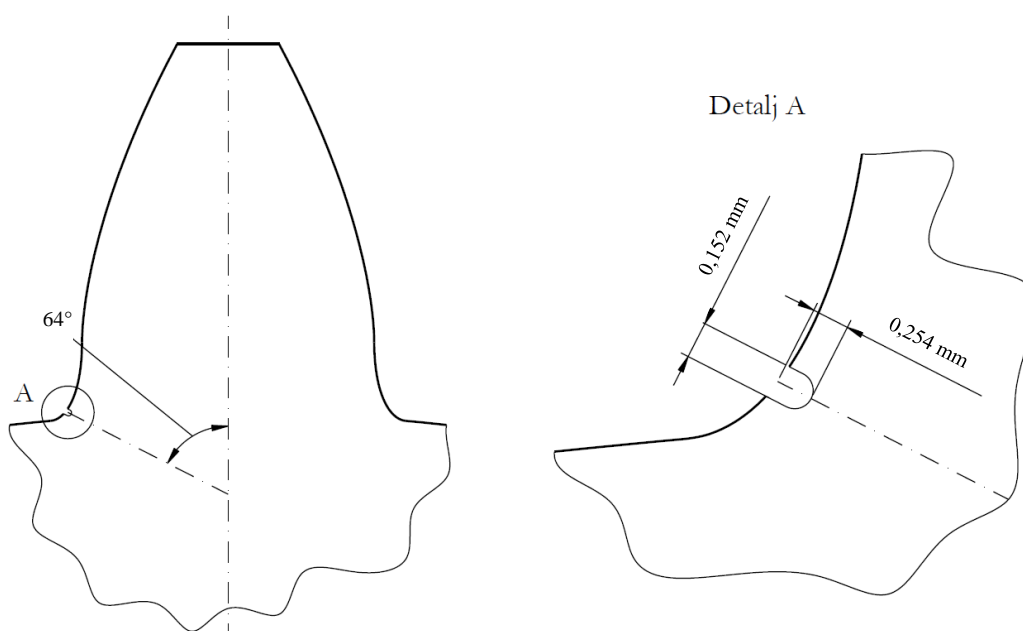
Zupčanik s tankim vijencem sastoji se od tri sektorska otvora. Svaki sektorski otvor obuhvaća raspon od sedam zubi ( $90^\circ$ ) te počinje u području korijena zuba točno između simetrala dvaju susjednih zuba. Polumjer zaobljenja stranica sektorskog otvora iznosi  $\rho_s = 0$ , odnosno postoji oštar prijelaz. Korijen zuba na kojemu su provedena eksperimentalna istraživanja [9] i numeričke analize u ovom radu nalazi se točno na sredini sektorskog otvora (crveni pravokutnik na slici 32). Dijelovi zupčanika neposredno pored sektorskog otvora obuhvaćaju tri zuba, također s početkom i završetkom točno između simetrala dvaju susjednih zubi

(38,57°). Debljina tankog vijenca se prema literaturi [9] označava kao  $s_r$  te je dana u obliku omjera debljine vijenca i visine zuba:

$$m_B = \frac{s_r}{h} \quad (1)$$

U promatranom slučaju omjer debljine vijenca i visine zuba iznosi 0,3. Najmanja vrijednost omjera  $m_B$  određena je normom [15] te iznosi  $m_B = 0,5$ . Međutim, u ispitivanju provedenom prema [9] s kojom se uspoređuje numerička analiza korišten je omjer 0,3 stoga će se koristiti takav zupčanik i u ovom radu.

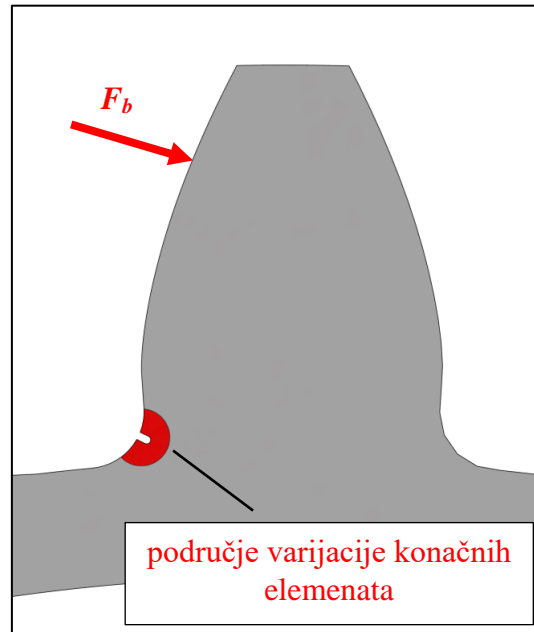
Kao i u prethodnom slučaju pozicija zarezala nalazi se na promjeru  $d_z = 80,97$  mm odnosno na mjestu maksimalnog iznosa glavnog naprezanja punog zupčanika [9].



Slika 33. Dimenzije i pozicija zarezala na zupčaniku s tankim vijencem [5]

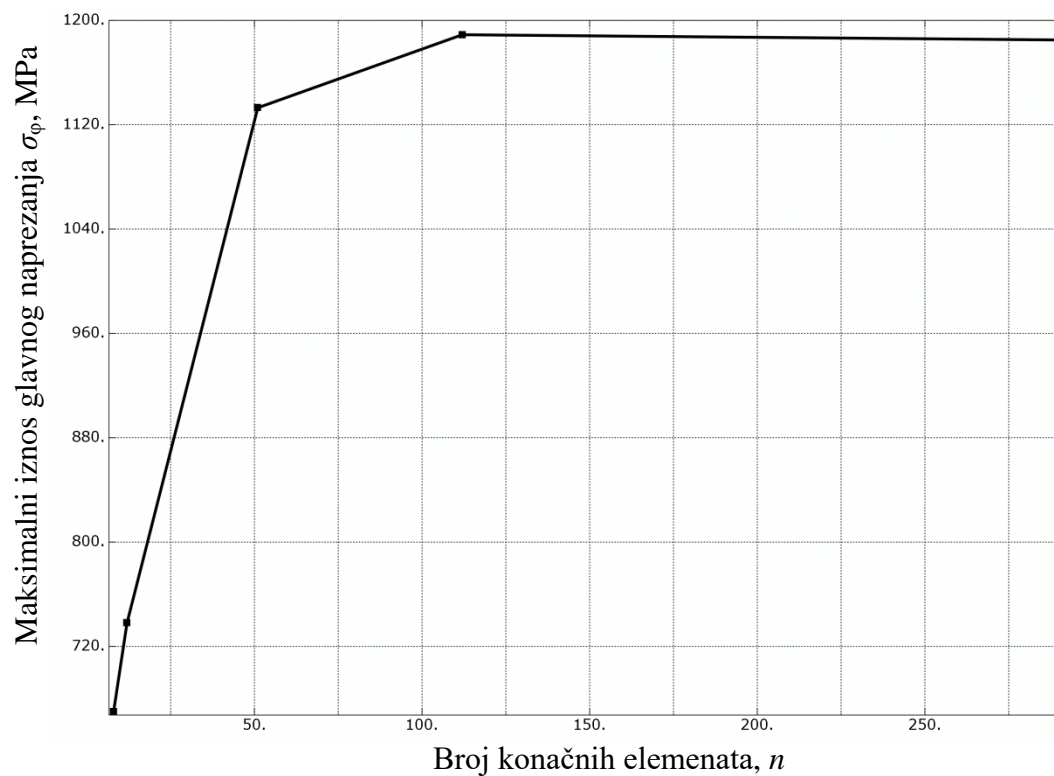
### 2.5.1. Ispitivanje konvergencije maksimalnog naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom

Analogno točkama 2.3.1 i 2.4.1 vrši se ispitivanje konvergencije u korijenu zuba. Na slici 34 prikazan je način ispitivanja konvergencije rezultata kao i područje varijacije konačnih elemenata.



Slika 34. Ispitivanje konvergencije rezultata za slučaj 3

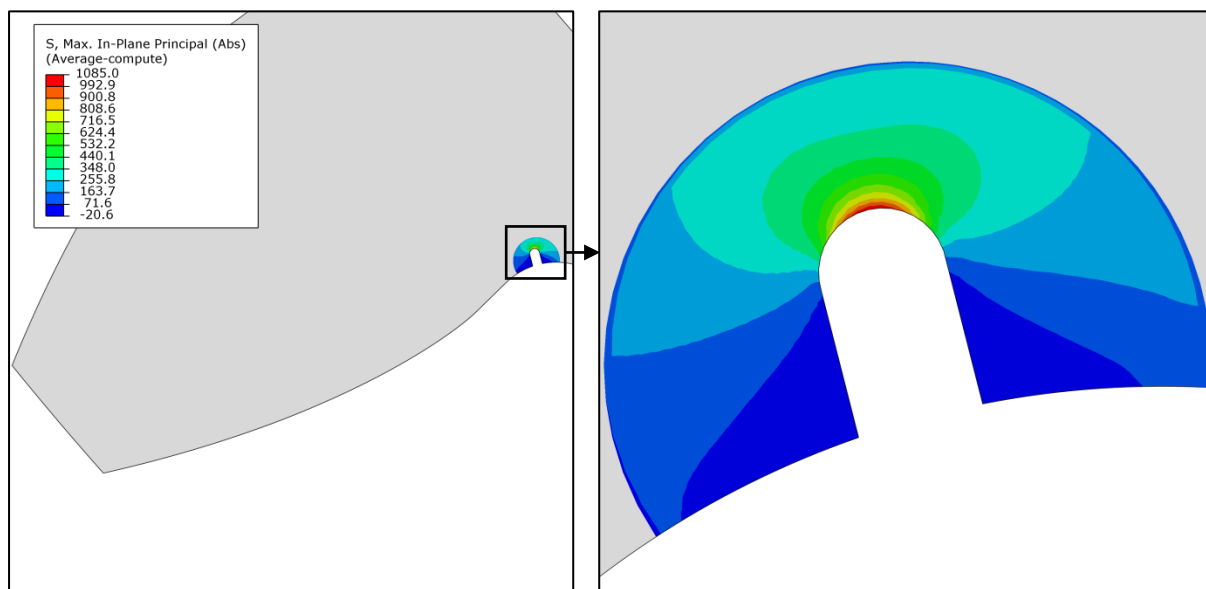
Proračun pozicije i kuta sile  $F_b$  za zupčanik s tankim vijencem ne može se dobiti preko norme ISO 6336 budući da ona ne vrijedi za omjer debljine vijenca i visine zuba iznosa 0,3. Unatoč tome, korištena je ista pozicija i kut sile kao i kod punog zupčanika zbog toga što navedeno nije od važnosti za provjeru konvergencije rezultata konačnih elemenata.



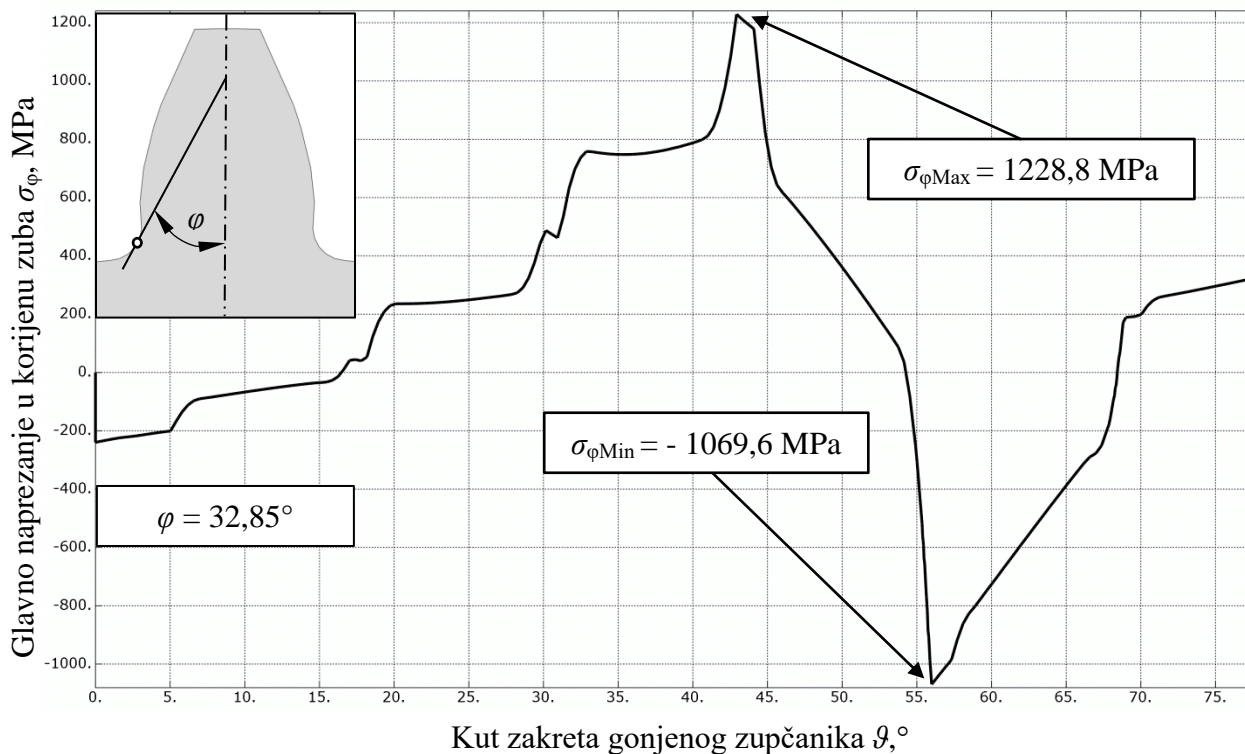
Slika 35. Konvergencija maksimalnog naprezanja u korijenu zuba za slučaj 3

### 2.5.2. Ciklus naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom

Analogno točkama 2.3.2 i 2.4.2 veličina izlazne datoteke računalnog programa *Abaqus* smanjuje se na područje interesa. Pozicija čvora s maksimalnim naprežanjem iznosi  $\varphi = 32,85^\circ$



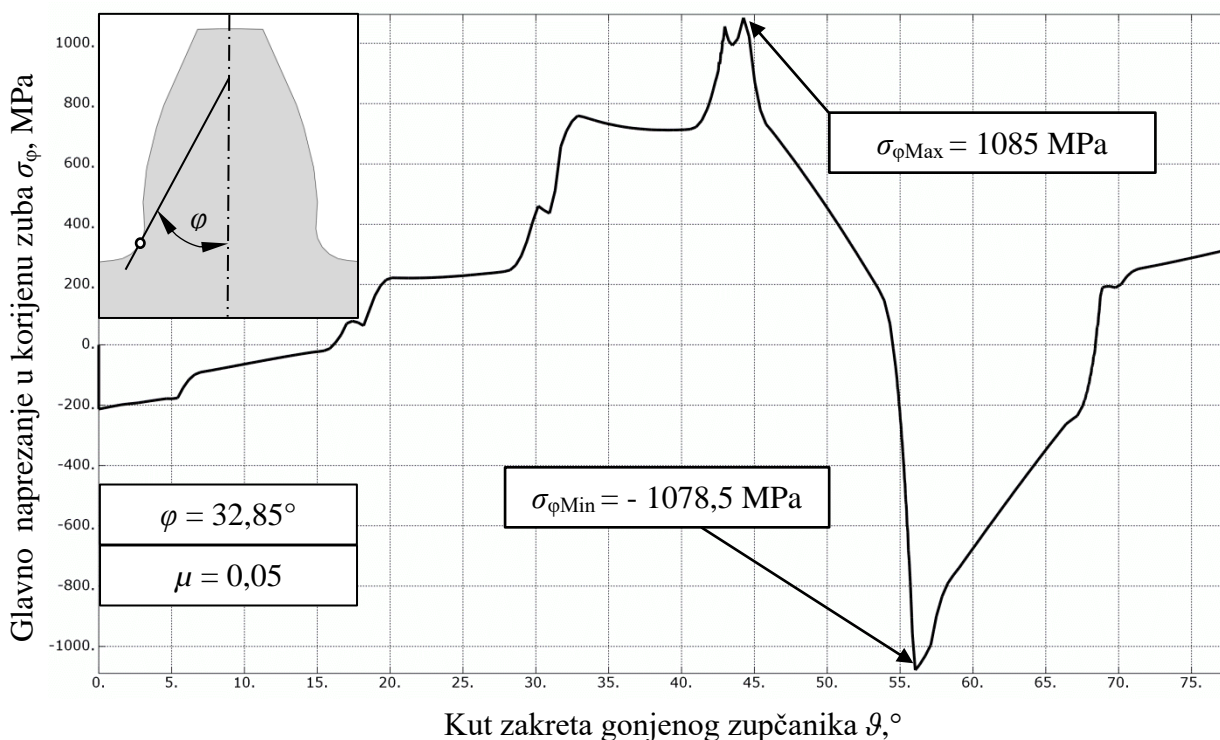
Slika 36. Smanjenje rezultata numeričke analize na područje interesa



Slika 37. Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom



### 2.5.3. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i zarezom



Slika 38. Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem, zarezom i trenjem

U ovom poglavlju simulirano je ukupno šest ciklusa naprezanja u korijenu zuba kako bi se razmotrili utjecaji raznih geometrijskih i fizičkih parametara na same cikluse. Budući da je cilj ovog rada sa što većom točnošću procijeniti broj ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba zupčanika koristeći što realnije parametre te dobivene rezultate usporediti sa već postojećim eksperimentalnim rezultatima, u daljnjim analizama koristeći princip lokalne deformacije i programski paket *FE-Safe* koristiti će se dvije od provedenih šest analiza:

- Analiza naprezanja u korijenu zuba punog zupčanika sa zarezom i utjecajem trenja uzetim u obzir (točka 2.4.3)
- Analiza naprezanja u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem i utjecajem trenja uzetim u obzir (točka 2.5.3)

### 3. NUMERIČKA ANALIZA BROJA CIKLUSA DO NASTANKA PUKOTINE U KORIJENU ZUBA ZUPČANIKA

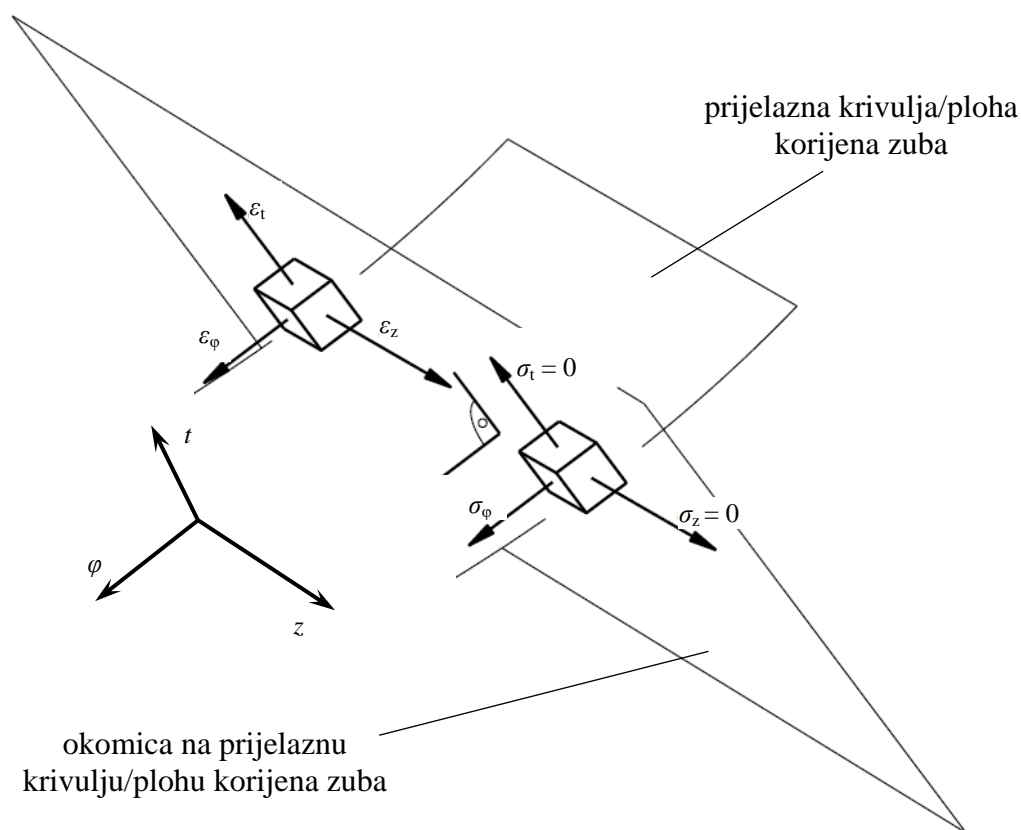
Kao što je već spomenuto u uvodu, zamor materijala se može podijeliti u tri kategorije: niskociklički, visokociklički i ultra-visokociklički zamor. Kod cilindričnih čeličnih zupčanika s ravnim zubima koji su pravilno dimenzionirani prema radnim uvjetima te su homogeni, izotropni i linearno elastični, tipičan broj ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba prelazi  $10^6$ .

Prema [5] i [9] te izračunu trajne dinamičke čvrstoće za zupčane parove analizirane u ovom radu (slučaj 2 i 3 sa utjecajem trenja uzetim u obzir), došlo se do zaključka da će teško doći do nastanka pukotine u korijenu zuba zupčanika. Kako bi se smanjio broj ciklusa do nastanka pukotine u području korijena zuba gonjenog zupčanika, u oba slučaja EDM postupkom napravljen je zarez pozicije i dimenzija prikazanih na slikama 26 i 33.

Zbog utjecaja zarez koncentracija naprezanja u korijenu zuba zupčanika raste te se povećavaju deformacije rezultirajući zamornim nastankom pukotine u niskocikličkom području. Kao što će biti prikazano u poglavlju 4, broj ciklusa do nastanka pukotine u eksperimentalnim rezultatima kod zupčanika s tankim vijencem i zarezom broji se u milijunima, odnosno ulazi se u područje visokocikličkog zamora. Međutim, u tom slučaju pojavljuje se dodatni problem broja pucanja niti tenzometarske trake koji će također biti objašnjen u istom poglavlju. Broj ciklusa do nastanka pukotine u materijalu u ovom radu računa se pomoću principa lokalne deformacije koji je najpovoljniji za primjenu u slučajevima geometrijskog diskontinuiteta kao što je zarez u korijenu zuba.

U ovom radu se pretpostavlja da pukotina nastaje na slobodnoj površini. Budući da nema opterećenja u smjeru normale na bočnu stranicu zupčanika, tj. u smjeru osi  $z$  (slika 39) te se presjek zupčanika ne mijenja po širini, troosno stanje naprezanja prelazi u dvoosno ( $\sigma_z = 0$ ). Iako je strogo gledajući stanje naprezanja u području korijena zuba dvoosno, kada se uzme u obzir činjenica da se promatra čvor na slobodnoj površini materijala, dvoosno stanje naprezanja prelazi u jednoosno ( $\sigma_t = 0$ ). Drugim riječima, jedino naprezanje u promatranim čvorovima korijena zuba je upravo naprezanje u smjeru tangente na prijelaznu krivulju  $\sigma_\phi$ , odnosno plohu ako se tenzor promatra trodimenzionalno. U ovom radu, kao što je to već prije spomenuto, to naprezanje zove se i glavno naprezanje. Na slici 39 prikazane su komponente tenzora naprezanja i deformacija na površini korijena zuba zupčanika.





**Slika 39. Komponente tenzora naprezanja i deformacija u korijenu zuba zupčanika [5]**

Prema slici 39 jasno je kako na površini korijena zuba vlada jednoosno stanje naprezanja budući da je jedino naprezanje različito od nule upravo glavno naprezanje  $\sigma_\varphi$ . Deformacije postoje u sva tri smjera.

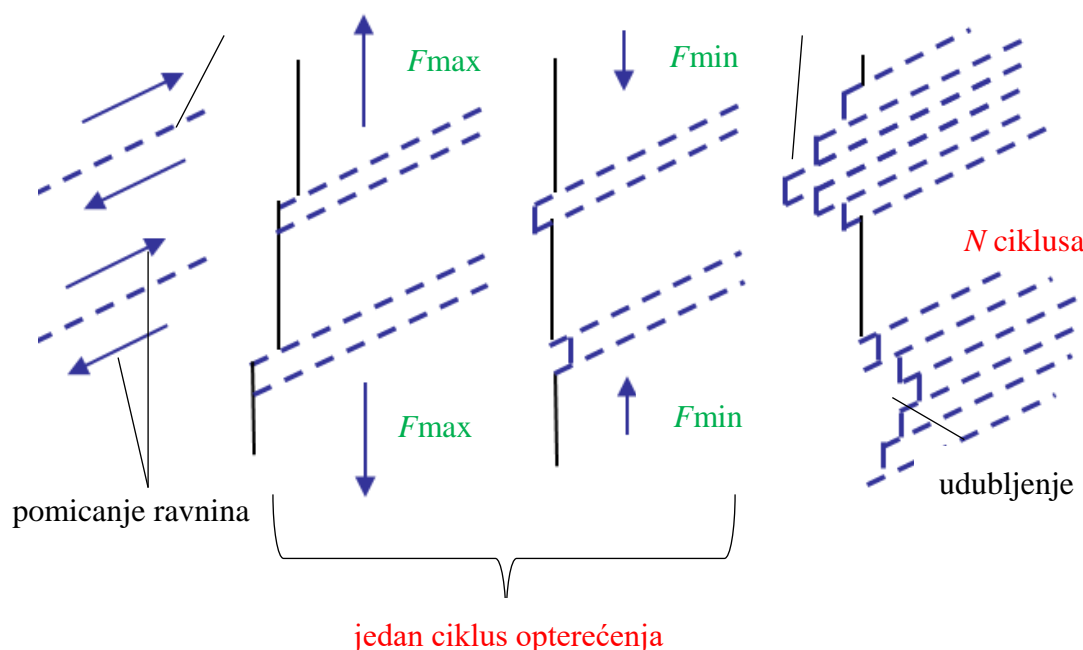
### 3.1. Nastanak pukotine

U općem slučaju za pukotinu se smatra da je nastala kada je vidljiva ljudskom oku [6]. Prema normi ASTM E606 [17] pukotina nastaje onda kada se javi pad vlačnog naprezanja u odnosu na maksimalno u iznosu od 50%, dok postoje još konzervativniji kriteriji [18] gdje se nastankom pukotine smatra pad u iznosu od 10% maksimalnog vlačnog naprezanja.

U trenutku nastanka pukotine te njenog neposrednog širenja dolazi do većeg pada maksimalnih naprezanja u vlačnom području nego u tlačnom. Objašnjenje proizlazi iz činjenice da dolazi do kontakta nasuprotnih površina pukotine te se u laboratorijskom uzorku očitava praktički ista deformacija kao i da je pukotina nepostojeća [5].

Raspored atoma metala formiran je u strukturu koja se naziva kristalna rešetka. Unutar tih rešetki moguća je pojava pravocrtnih grešaka odnosno nesavršenosti, koje se općenito

definiraju kao dislokacije. Više kristalnih rešetki tvori zrna materijala. Unutar samog zrna materijala postoje paralelne ravnine (pojasevi) koje se nalaze u ravnini najvećeg posmičnog naprezanja. Uslijed pomicanja ravnina zbog posmičnog cikličnog opterećenja nastaju mjesta ispupčenja ili udubljenja u materijalu. Mjesta udubljenja zapravo su mjesta s povećanom koncentracijom naprezanja te većom količinom klizanja tj. većom mogućnošću nukleacije pukotine (najranija faza u procesu zamora materijala).



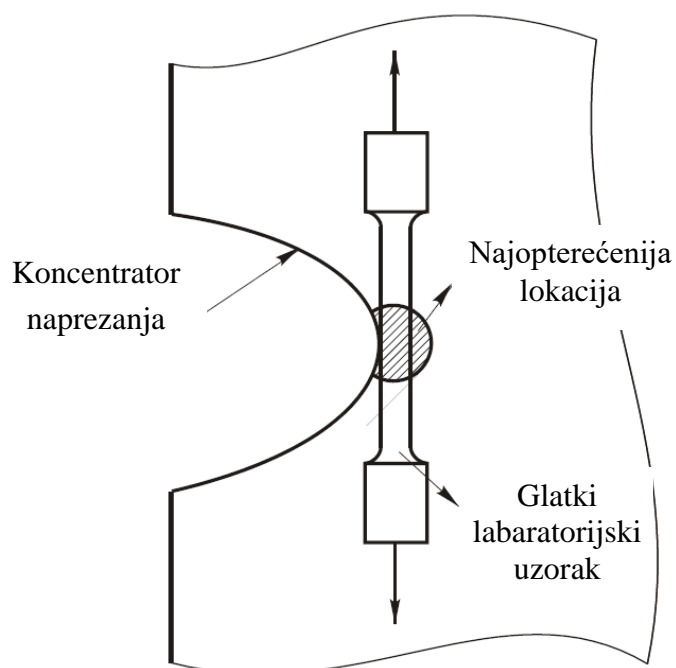
**Slika 40. Nastanak udubljenja i ispupčenja uslijed gibanja kliznih ravnina [19]**

Kombinacijom udubljenja i grešaka unutar samog materijala (uključine, granice zrna, mikropore i sl.) te djelovanjem opterećenja dolazi do nukleacije pukotine. Daljnjim cikličkim opterećenjem na mjestu nukleacije pukotine dolazi do njenog širenja te faze nastanka pukotine [6].

### 3.2. Princip lokalne deformacije

Metoda  $\varepsilon$ - $N$  naziva se još i princip lokalne deformacije [20] upravo zbog toga što se ponašanje materijala uslijed cikličkog opterećenja na mjestima geometrijskog diskontinuiteta, kao što je zarez u korijenu zuba zupčanika, najbolje opisuje pomoću deformacija. Iako se može koristiti za procjenu broja ciklusa do nastanka pukotine visokocikličkog zamora, metoda se pokazala

osobito pogodnom za korištenje pri niskocikličkim zamorom [6]. Princip lokalne deformacije zasniva se na principu sličnosti u uvjetima niskocikličkog zamora.

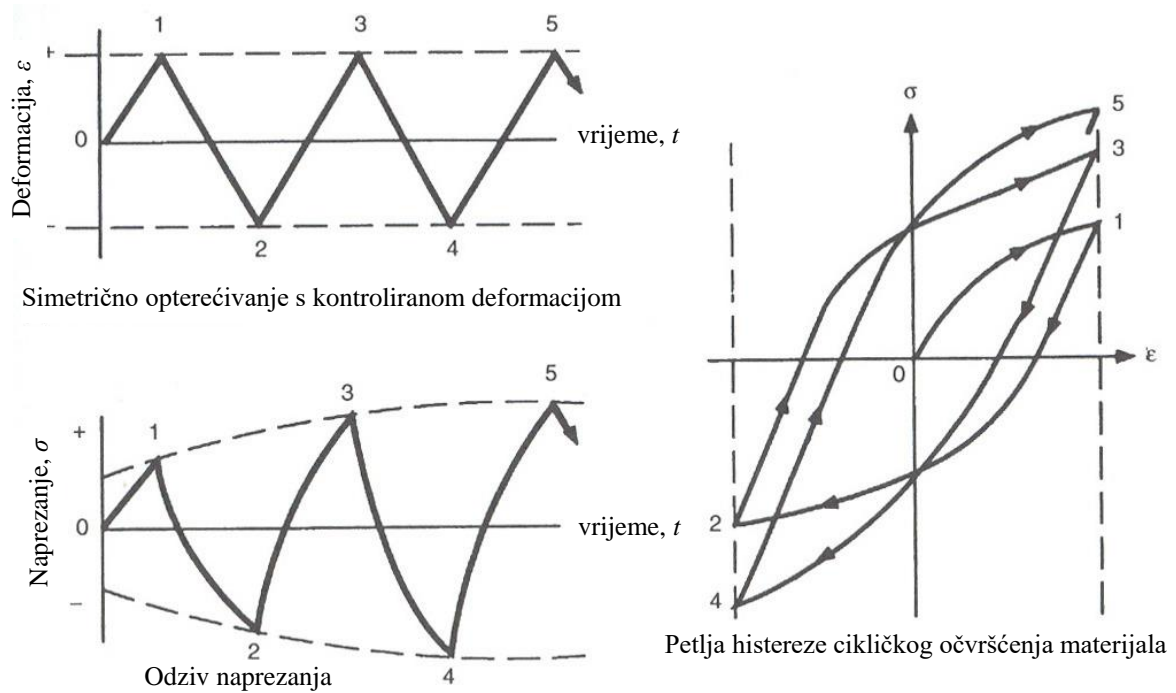


Slika 41. Princip sličnosti glatkog laboratorijskog uzorka i vlakna materijala na kritičnoj lokaciji [5]

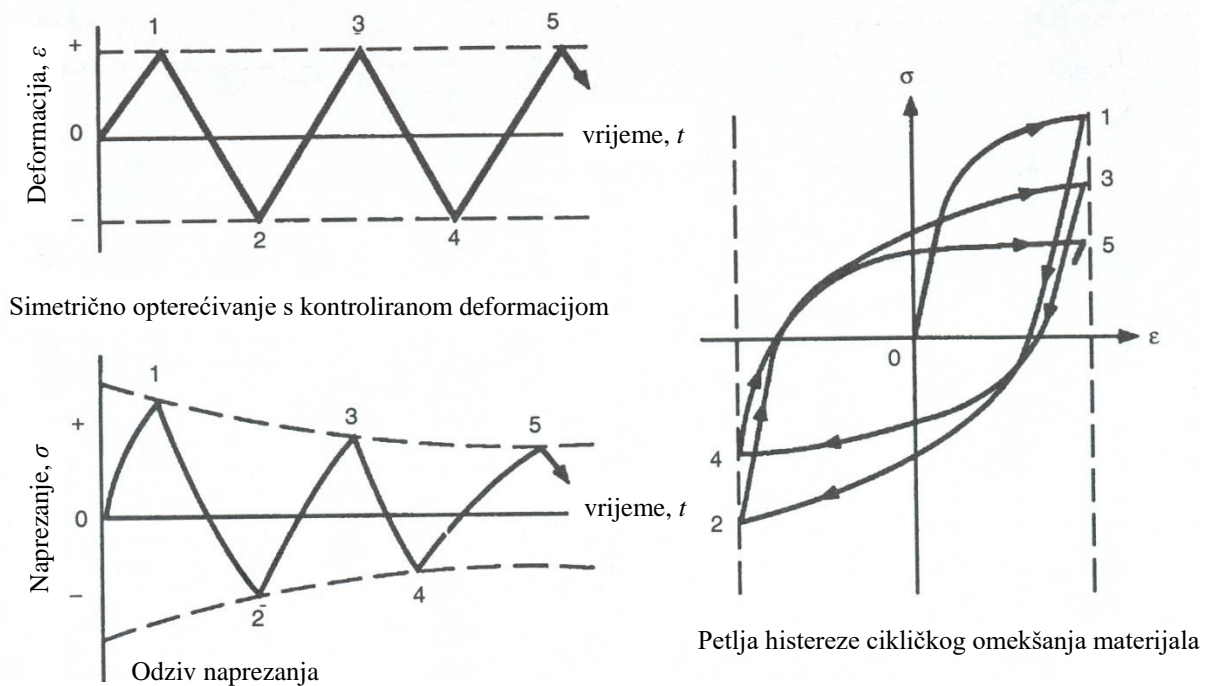
### 3.3. Cikličko očvršćivanje i omekšavanje materijala

Cikličko očvršćivanje i omekšavanje materijala temelji se na poznatom efektu koji je Bauschinger primjetio tijekom svojih istraživanja krajem 19. stoljeća te je po njemu nazvan Bauschingerovim efektom [6]. Riječ je o činjenici da se materijalu za vrijeme plastičnog deformiranja uslijed promjene predznaka opterećenja (vlak-tlak) smanjuje granica tečenja  $R_e$ .

Ukoliko je materijal opterećen čistim naizmjeničnim ciklusom ( $r = -1$ ), odnosno maksimalni iznos naprezanja (vlak) jednak je minimalnom iznosu (tlak), tada materijal očvršćuje, omekšava ili postaje ciklički stabilan.



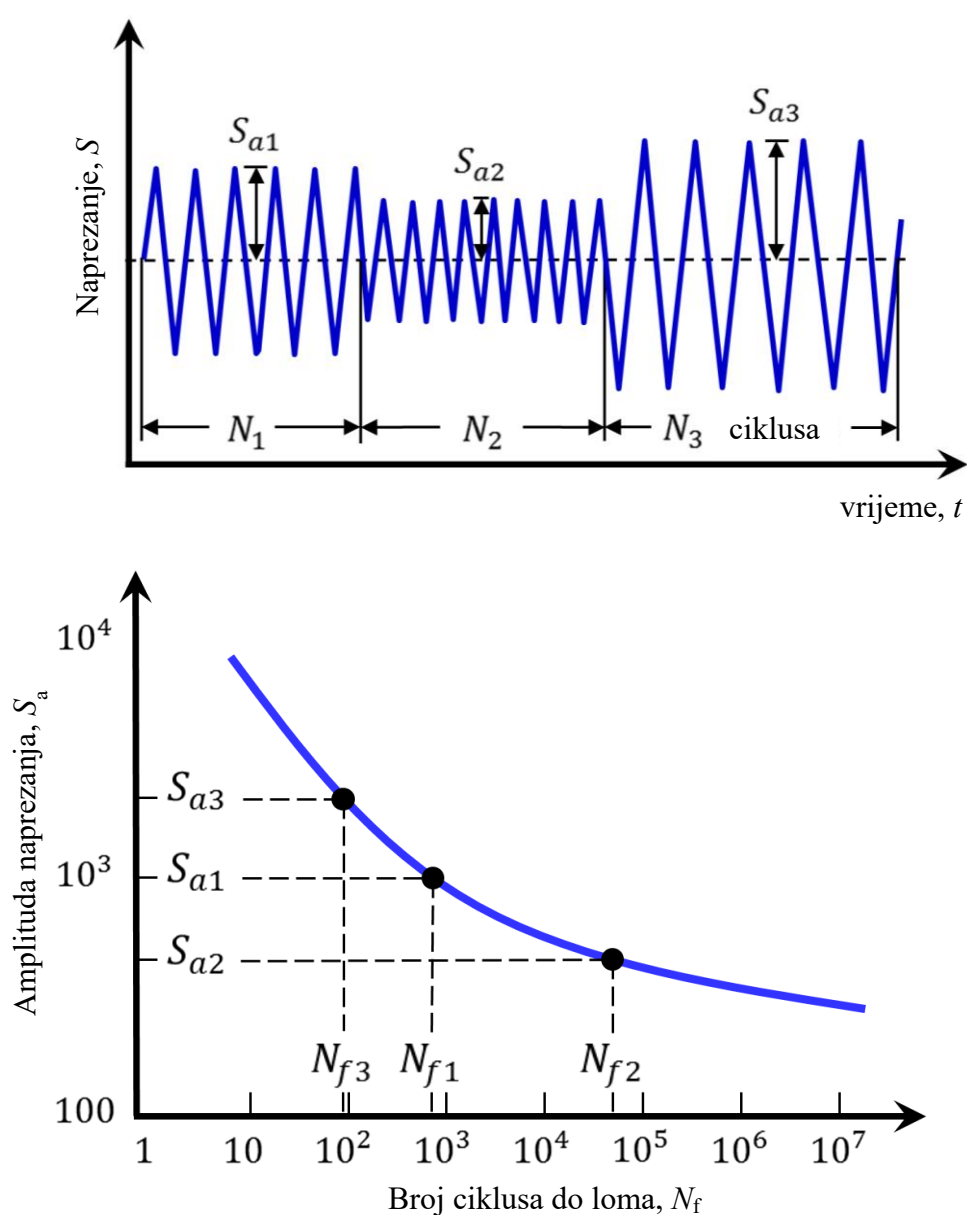
Slika 42. Cikličko očvršćivanje materijala [2]



Slika 43. Cikličko omekšavanje materijala [2]

### 3.3.1. Palmgren-Minerovo pravilo

Petlje histereze pri cikličkom očvršćivanju i omekšavanju dobivene su simetričnim cikličkim opterećenjem. Međutim, u većini realnih slučajeva amplituda cikličkog opterećenja nije konstantna, već se mijenja s vremenom. Drugim riječima, opterećenje i rasterećenje materijala se ne odvija s konstantnim amplitudama, tj. jednakim naprezanjima različitog predznaka. U takvim slučajevima dolazi do gomilanja oštećenja što može rezultirati sa gubitkom cjelovitosti uslijed zamora [6]. Jedna od najpoznatijih metoda određivanja oštećenja u materijalu pri varijabilnim amplitudama je Palmgren-Minerovo pravilo [21], [22].



Slika 44. Palmgren-Minerovo pravilo [2]

Ako oštećenje uslijed jednog ciklusa napreznja raspona  $\Delta S_i$  iznosi  $1/N_{fi}$ , gdje je  $N_{fi}$  zamorni vijek materijala uslijed raspona pojedinačnog ciklusa napreznja  $\Delta S_i$ , tada se ukupno oštećenje materijala uzrokovano svim rasponima napreznja  $\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_n$  preoblikovano u broj ciklusa  $n_1, n_2, \dots, n_n$  određuje superpozicijom, tj. jednadžbom [2]:

$$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \dots + \frac{n_n}{N_{fn}} = 1 \quad (2)$$

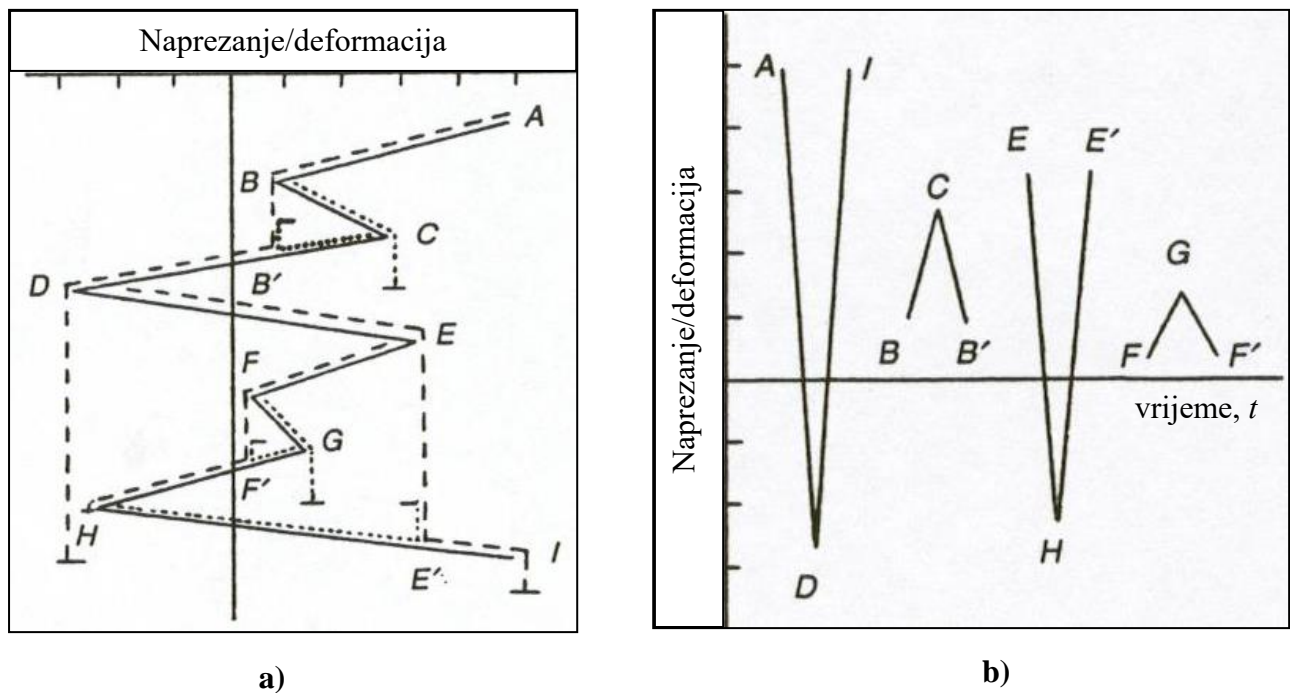
Pretpostavka Palmgren-Minerovog pravila je nezavisnost zamornog vijeka o redosljedu opterećivanja strojnog dijela [2]. Proračunski rezultati pravila se vrlo dobro poklapaju s eksperimentalnim vrijednostima te se stoga Palmgren-Minerovo pravilo vrlo često koristi [6]. U ovom radu nije potrebno primjenjivati Palmgren-Minerovo pravilo budući su varijacije u amplitudama napreznja zanemarive. Međutim, nije naodmet ga spomenuti.

### 3.3.2. *Rainflow metoda*

Kako bi se omogućila primjena Palmgren-Minerovog pravila koristi se tzv. *Rainflow-counting* metoda razvijena od strane T. Endo-a i M. Matsuishi-a u 1968. godini [23]. Metoda se primjenjuje kod varijabilnih amplituda analize zamora te se zasniva na istim principima kao i kada je riječ o konstantnim amplitudama. Poanta metode je u pronalasku sličnih ciklusa odnosno spektara napreznja prema trima kriterijima [2]:

1. razlika napreznja spektra
2. veličina srednjeg napreznja spektra
3. poznavanje broja ciklusa

Ako se kod pronalaska ciklusa broji samo razlika u vršnim napreznjima tada se za metodu kaže da je jednoparametarska [2]. Ukoliko se ciklusi svrstavaju i po srednjem napreznja, metoda je dvoparametarska. Uvjet korištenja *Rainflow* metode je obavezno uzimanje utjecaja srednjeg napreznja u obzir (točka 3.5).



Slika 45. *Rainflow counting* metoda: a) spektar naprezanja/deformacije, b) podjela spektra na jednostavne cikluse [2]

### 3.4. Ovisnost deformacije o vremenu do nastanka pukotine

Basquinov zakon definira vezu između amplitude naprezanja  $\Delta\sigma/2$  i broja promjena smjera opterećenja do nastanka pukotine  $2N_i$  prema izrazu [6]

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_i)^{b_i} \quad (3)$$

gdje je:

$\sigma'_f$  - koeficijent dinamičke čvrstoće

$b_i$  - eksponent dinamičke čvrstoće

Primjenom Hookeova zakona iz izraza 3 može se dobiti izraz za amplitudu elastične deformacije

$$\frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^{b_i} \quad (4)$$

Amplituda plastične deformacije računa se prema Coffin-Mansonovoj relaciji [24, 25]

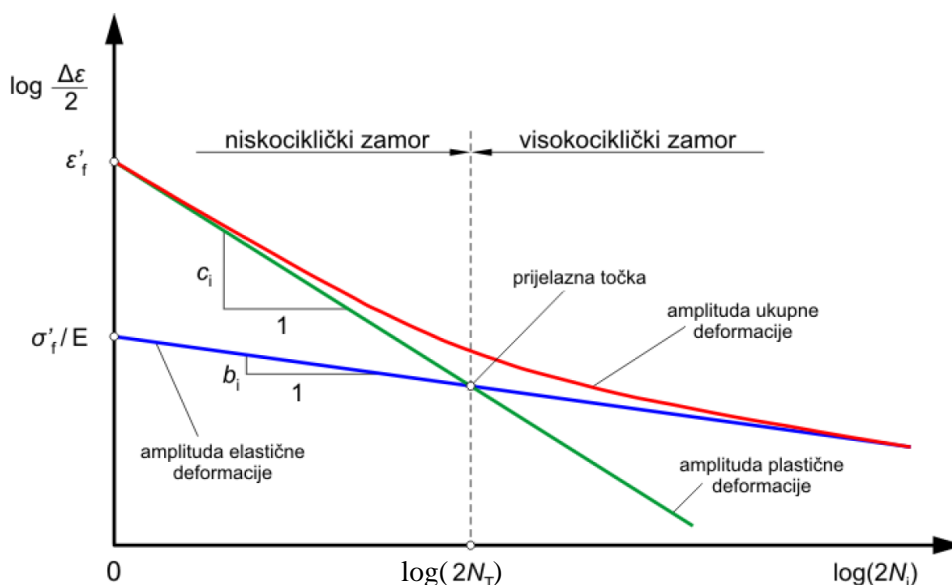
$$\frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \varepsilon'_f (2N_i)^{c_i} \quad (5)$$

gdje je:

$\varepsilon'_f$  - koeficijent cikličkih deformacija

$c_i$  - eksponent cikličkih deformacija

Jednadžbe 4 i 5 tj. elastična i plastična komponenta deformacije mogu se prikazati dijagramom u logaritamskom mjerilu.



**Slika 46. Ovisnost deformacije o broju ciklusa do nastanka pukotine [6]**

Amplitude elastične i plastične deformacije moguće je zbrojiti prema Morrowu [26] te se dobije izraz

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_i)^{b_i} + \varepsilon'_f (2N_i)^{c_i} \quad (6)$$

Jednadžba 6 se u literaturi često naziva Basquin-Manson-Coffinova jednadžba te predstavlja temelj principa lokalne deformacije [6] (krivulja označena crvenom bojom na slici 46). Točka  $2N_T$  na slici 46 predstavlja granični broj ciklusa između niskocikličkog i visokocikličkog zamora.

### 3.5. Utjecaj srednjeg naprezanja na otpornost materijala prema zamoru

Srednje naprezanje općenito se definira prema izrazu

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (7)$$



gdje je:

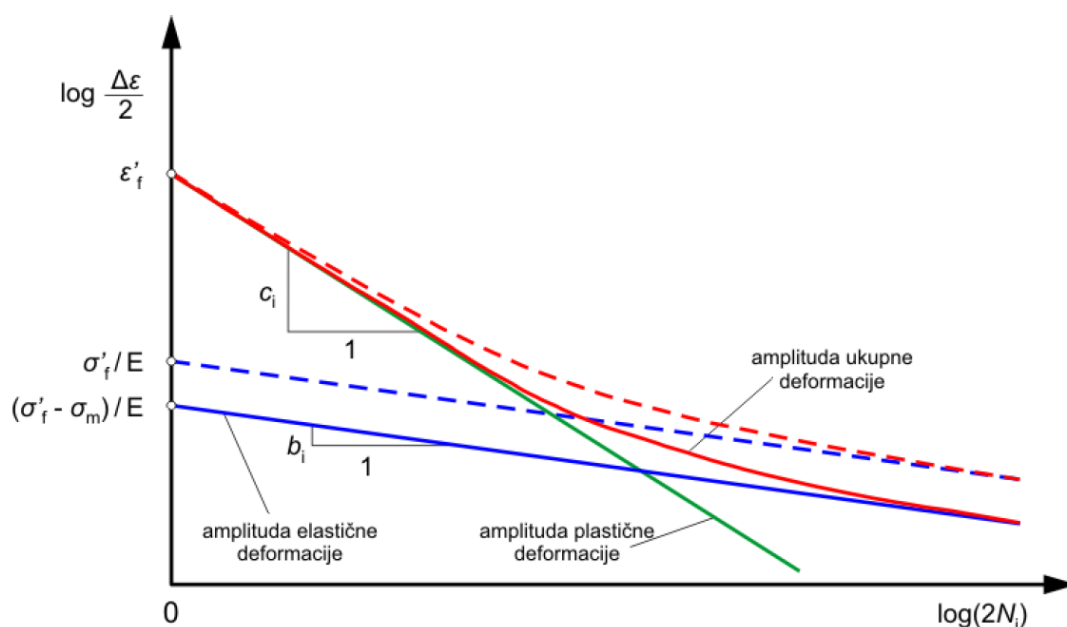
$\sigma_{\max}$  - najveće nominalno naprezanje uslijed cikličkog opterećenja

$\sigma_{\min}$  - najmanje nominalno naprezanje uslijed cikličkog opterećenja

Ispitivanjem je pokazano [27] da pozitivno srednje naprezanje pri visokocikličkom zamoru te kada je odnos srednjeg naprezanja i granice tečenja relativno malen zapravo pospješuje ubrzanje i širenje pukotine dok negativno naprezanje ima suprotan efekt. Iako je utjecaj srednjeg naprezanja veći kod visokocikličkog zamora naspram niskocikličnom, Morrow [28] predlaže sljedeći izraz za korekciju amplitude deformacije:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f - \sigma_m)}{E} \cdot (2N_i)^{b_i} + \varepsilon'_f (2N_i)^{c_i} \quad (8)$$

Dijagram sa slike 46 prelazi u dijagram na slici 47.



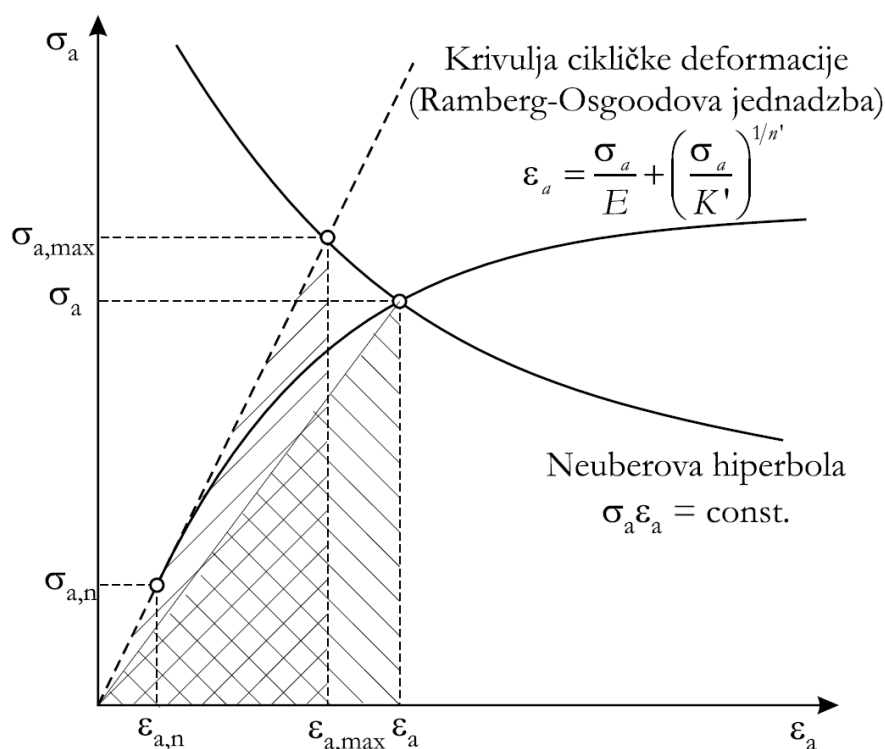
**Slika 47. Utjecaj srednjeg naprezanja prema Morrowu [6]**

Teorijski problem Morrowe korekcije je taj što se modificira samo elastični dio Basquin-Manson-Cofinove jednadžbe dok eksperimentalna istraživanja ukazuju da oblik petlje histereze koja proizlazi iz elastoplastičnih deformacija ovisi samo o rasponu deformacije [6]. S druge strane, Smith, Watson i Topper u radu [29] predlažu da na vrijeme do nastanka pukotine utječe i najveće naprezanje u ciklus ( $\sigma_{\max}$ ). Iako je ispitivanjem utvrđeno da SWT (Smith-Watson-Topper) metoda daje dobre rezultate kada je riječ o aluminijskim legurama,

po pitanju čelika, kao što je slučaj u ovom radu, preporuča se Morrow metoda tj. korekcija amplitude deformacija pomoću utjecaja srednjeg napreznja [6].

### 3.6. Elastoplastična korekcija

Temeljni uvjet predviđanja broja ciklusa do nastanka pukotine u materijalu na komponentama sa geometrijskim diskontinuitetom primjenom principa lokalne deformacije je poznavanje povijesti napreznja i deformacija na promatranom dijelu komponente. Neke od opcija su eksperimentalna utvrđivanja (npr. primjena tenzometarskih traka) ili numerička analiza pomoću metode konačnih elemenata (MKE) i programskih paketa (*Abaqus*, *Catia* i sl.). Vrlo često su eksperimentalne metode skupe a numeričke analize komplicirane, te se stoga prelazi na druge aproksimativne metode kao što je elastoplastična korekcija primjenom Neuberovog pravila [6].



**Slika 48. Grafički prikaz inkrementalnog Neuberovog pravila [5]**

Budući da je omogućen pristup MKE programima kao što je *Abaqus*, može se dobiti vrlo precizna aproksimacija povijesti napreznja i deformacija kao što je to već pokazano u poglavlju 2. Međutim, dobivena povijest napreznja nije stvarna povijest koja se može dobiti eksperimentalnim metodama, već predstavlja napreznja u elastičnom području materijala. U

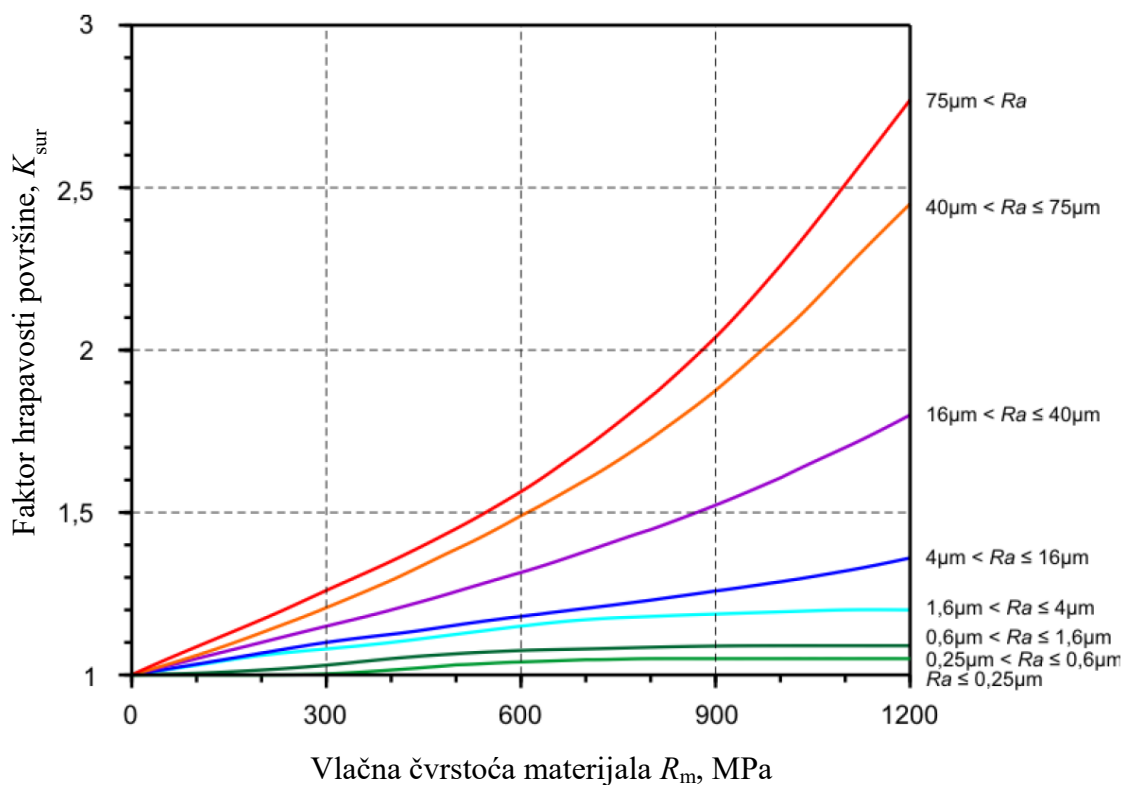
ovom slučaju, stvarna naprezanja nalaze se u elastoplastičnom području te se upravo zbog toga koristi elastoplastična korekcija putem programskog paketa *FE-Safe*.

### 3.7. Dodatni faktori utjecaja na vrijeme do nastanka pukotine

Postoje mnogi drugi faktori koji utječu na vrijeme nastanka pukotine u materijalu uslijed zamora kao što su geometrijski diskontinuiteti (zarez u korijenu zuba), hrapavost površine ili zaostala naprezanja.

#### 3.7.1. Utjecaj hrapavosti površine na vrijeme do nastanka pukotine

Hrapavost površine ima veći utjecaj na vrijeme nastanka pukotine kod visokocikličkog zamora nego kod niskocikličkog [6]. Prema [18] određuje se faktor hrapavosti površine  $K_{sur}$  koji se množi s naprezanjima izračunatima za idealno elastičan materijal.



Slika 49. Dijagram ovisnosti faktora hrapavosti površine o vlačnoj čvrstoći materijala  $R_m$  te visini neravnina  $Ra$  [6]

#### 3.7.2. Utjecaj zaostalih naprezanja na vrijeme do nastanka pukotine

Zaostala naprezanja javljaju se u materijalu kao posljedica raznih toplinskih i toplinsko-kemijskih postupaka, obrada odvajanjem čestica ili uslijed nanošenja raznih metalnih

prevlaka kao što je postupak cementiranja [6]. Iako je utjecaj zaostalih napreznja značajniji kod visokocikličkog zamora, nerijetko čini razliku i pri analizi niskocikličkog zamora.

Zaostala napreznja mogu biti vlačna ili tlačna. Budući da pukotina propagira na mjestu najvećeg nominalnog vlačnog napreznja, jasno je kako vlačna zaostala napreznja skraćuju dok tlačna produljuju vrijeme propagacije pukotine a samim time i vrijeme nastanka pukotine u materijalu [6].

Izraz (8) predstavlja amplitudu ukupne deformacije niskocikličkog zamora sa utjecajem srednjeg napreznja uzetim u obzir. Na vrijednosti napreznja u izrazu (8) primijenjena je elastoplastična korekcija. Međutim, izrazu se dodaje utjecaj zaostalih napreznja  $\sigma_r$  prema [30] na koji nije primijenjena elastoplastična korekcija. Izraz (8) tada prelazi u izraz

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma'_f - \sigma_m - \sigma_r)}{E} \cdot (2N_i)^{b_i} + \varepsilon'_f (2N_i)^{c_i} \quad (9)$$

Utjecaj zaostalih napreznja moguće je uzeti u obzir unutar programskog paketa *FE-Safe* te ga jasno pozicijski i količinski definirati kao što je to objašnjeno u točki 3.8.

### 3.8. Modeliranje analize ciklusa do nastanka pukotine

Kao što je već spomenuto, analiza broja ciklusa do nastanka pukotine provedena je u programskom paketu *FE-Safe*. Analiza se sastoji od sljedećih koraka:

1. Definiranje svojstva materijala zupčanika
2. Uvoženje (*Import*) .odb datoteke povijesti napreznja i deformacija područja interesa dobivenog pomoću *Abaqusa* (poglavlje 2) te pridodavanje vrijednosti napreznja za svaki inkrement rotacije zupčanika
3. Definiranje zaostalog napreznja uslijed cementiranja zupčanika
4. Definiranje površinske hrapavosti materijala
5. Provođenje analize

#### 3.8.1. Definiranje svojstva materijala zupčanika

Materijal od kojega su izrađeni ispitni zupčanci te s kojim su provedene simulacije u *Abaqusu* i *FE-Safe-u* je 14NiCrMo 13-4 (AISI 9310). Kao što je već spomenuto zupčanci su izrađeni vakumskim taljenjem pomoću elektrode te im je površina dodatno cementirana i

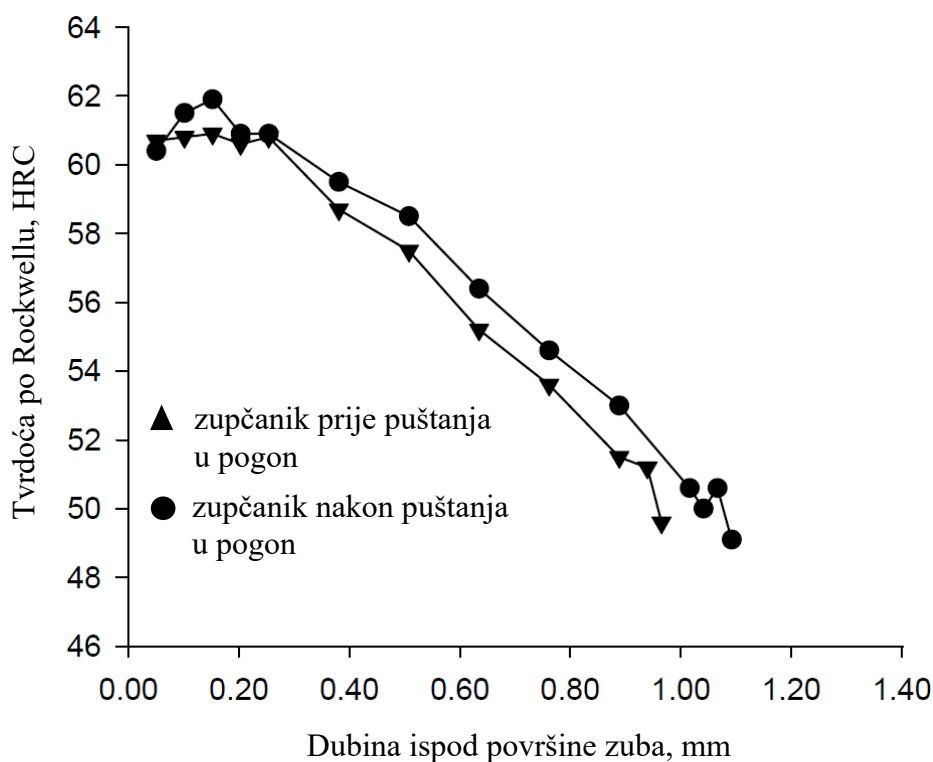
pobrušena, ostvarujući u procesu tvrdoću površine u iznosu od 61 HRC te tvrdoću jezgre u iznosu od 38 HRC [9]. Efektivna dubina cementiranja, odnosno dubina na kojoj tvrdoća iznosi 50 HRC-a iznosi  $\approx 800 \mu\text{m}$  [9]. Osnovne karakteristike materijala prikazane su u tablici 2.

**Tablica 2. Svojstva čelika 14NiCrMo13-4 (AISI 9310)**

Čelik 14NiCrMo13-4	
Modul elastičnosti $E$ , MPa	207000
Poissonov faktor $\nu$	0,3
Gustoća $\rho$ , $\text{kg/m}^3$	7700
Tvrdoća površine	61 - 62 HRC

Područje nastanka pukotine nalazi se unutar zarez u korijenu zuba zupčanika, to jest u njegovom samom vrhu. U poglavlju 3 opisane su metode procjene broja ciklusa do nastanka pukotine pomoću kojih *FE-Safe* vrši proračun. Konkretno u ovom slučaju korišten je princip lokalne deformacije s utjecajem srednjeg naprezanja po Morrowu (točka 3.4 i 3.5). Kako bi se navedena metoda mogla koristiti potrebno je izračunati vrijednosti u jednadžbi 9.

Prvi korak je određivanje tvrdoće materijala u području vrha zarez prema [16].



**Slika 50. Tvrdoća materijala ovisna o poziciji ispod površine zuba [16]**

Za slučaj punog zupčanika (zarez dubine 127  $\mu\text{m}$ ) očitava se vrijednost od HRC = 62 dok se za zupčanik s tankim vijencem (zarez dubine 254  $\mu\text{m}$ ) očitava vrijednost u iznosu od HRC = 61. Parametri zamora materijala za princip lokalne deformacije određuju se prema metodi tvrdoće [31].

### 3.8.1.1. Parametri zamora punog zupčanika

Prvo je potrebno izvršiti pretvorbu tvrdoće materijala po Rockwellu (HRC) u tvrdoću po Brinellu (HB/HBW) prema [32]. Vrijednost tvrdoće površine za puni zupčanik prema dijagramu na slici 50 iznosi 62 HRC-a. Pretvorbom prema [32] tvrdoća iznosi 688 HBW. Vlačna čvrstoća tada iznosi

$$R_m = 3,6 \cdot \text{HBW} = 3,6 \cdot 688 = 2476,8 \text{ MPa} \quad (10)$$

Prema metodi tvrdoće koeficijent dinamičke čvrstoće  $\sigma'_f$  računa se prema izrazu

$$\sigma'_f = 4,25 \cdot \text{HBW} + 225 \quad (11)$$

te iznosi

$$\sigma'_f = 4,25 \cdot 688 + 225 = 3149 \text{ MPa} \quad (12)$$

Eksponent dinamičke čvrstoće za materijal 14NiCrMo 13-4 iznosi  $b_i = -0,09$  [5].

Koeficijent cikličkih deformacija  $\varepsilon'_f$  računa se prema izrazu

$$\varepsilon'_f = \frac{1}{E} (0,32 \cdot \text{HBW}^2 - 487 \cdot \text{HBW} + 191000) \quad (13)$$

te iznosi

$$\varepsilon'_f = \frac{1}{207000} (0,32 \cdot 688^2 - 487 \cdot 688 + 191000) = 0,036 \quad (14)$$

Eksponent cikličkih deformacija za materijal 14NiCrMo 13-4 iznosi  $c_i = -0,56$  [5]

Eksponent cikličkog očvršćivanja  $n'$  iznosi [5]

$$n' = \frac{b_i}{c_i} = \frac{-0,09}{-0,56} = 0,161 \quad (15)$$

Koeficijent cikličkog očvršćivanja  $K'$  iznosi [5]

$$K' = \frac{\sigma'_f}{\varepsilon_f^{n'}} = \frac{3149}{0,036^{0,161}} = 5377 \text{ MPa} \quad (16)$$

### 3.8.1.2. Parametri zamora zupčanika s tankim vijencem

Vrijednost tvrdoće površine za zupčanik s tankim vijencem prema dijagramu na slici 50 iznosi 61 HRC-a. Pretvorbom prema [32] tvrdoća iznosi 670 HBW-a. Vlačna čvrstoća tada iznosi

$$R_m = 3,6 \cdot \text{HBW} = 3,6 \cdot 670 = 2412 \text{ MPa} \quad (17)$$

Prema metodi tvrdoće koeficijent dinamičke čvrstoće  $\sigma'_f$  računa se prema izrazu

$$\sigma'_f = 4,25 \cdot \text{HBW} + 225 \quad (18)$$

te iznosi

$$\sigma'_f = 4,25 \cdot 670 + 225 = 3072,5 \text{ MPa} \quad (19)$$

Eksponent dinamičke čvrstoće za materijal 14NiCrMo 13-4 iznosi  $b_i = -0,09$ .

Koeficijent cikličkih deformacija  $\varepsilon'_f$  računa se prema izrazu

$$\varepsilon'_f = \frac{1}{E} (0,32 \cdot \text{HBW}^2 - 487 \cdot \text{HBW} + 191000) \quad (20)$$

te iznosi

$$\varepsilon'_f = \frac{1}{207000} (0,32 \cdot 670^2 - 487 \cdot 670 + 191000) = 0,04 \quad (21)$$

Eksponent cikličkih deformacija za materijal 14NiCrMo 13-4 iznosi  $c_i = -0,56$ .

Eksponent cikličkog očvršćivanja  $n'$  iznosi [5]

$$n' = \frac{b_i}{c_i} = \frac{-0,09}{-0,56} = 0,161 \quad (22)$$

Koeficijent cikličkog očvršćivanja  $K'$  iznosi [5]

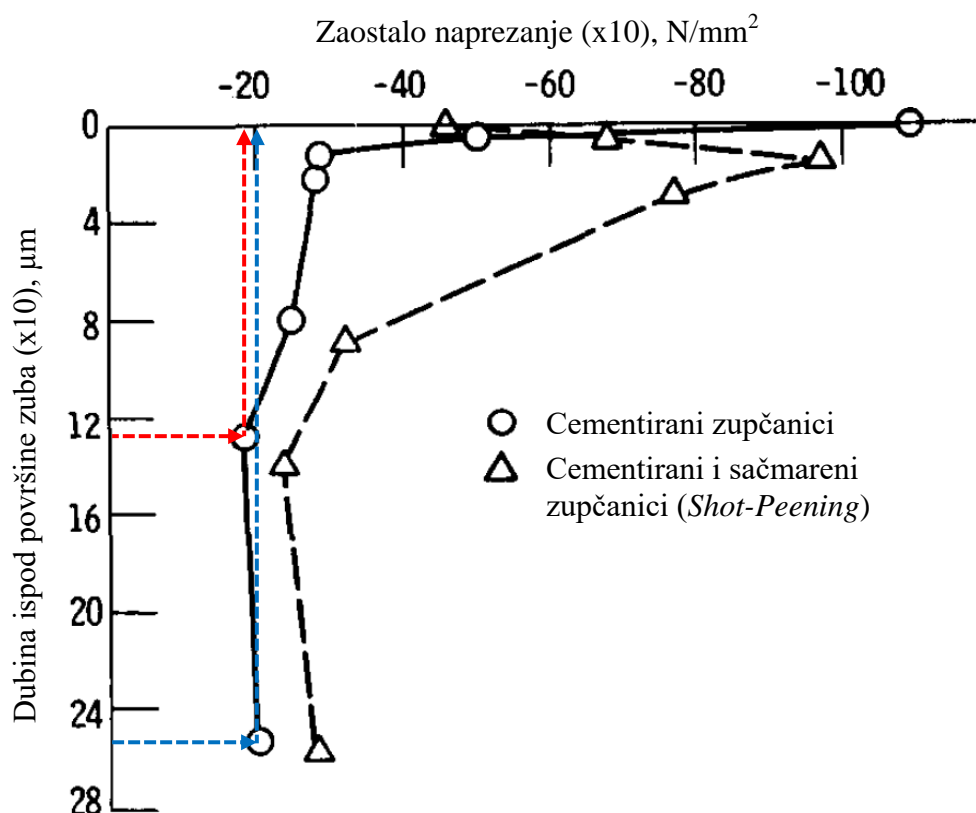
$$K' = \frac{\sigma'_f}{\varepsilon_f^{n'}} = \frac{3072,5}{0,04^{0,161}} = 5146 \text{ MPa} \quad (23)$$

### 3.8.2. Zaostala naprezanja

Usljed postupaka cementiranja javljaju se zaostala tlačna naprezanja na površini zuba zupčanika u području cementiranog sloja. Kao što je već spomenuto u točki 3.7.2 zaostala naprezanja mogu imati znatan utjecaj u pogledu zamora na vrijeme do loma zuba, a samim time i na vrijeme do nastanka pukotine. Tlačna zaostala naprezanja produljuju vrijeme do nastanka pukotine dok ih vlačna skraćuju.

U programskom paketu *FE-Safe* moguće je unesti vrijednosti zaostalih naprezanja u točno određenim područjima definiranim kao setovima predefiniranim u programu *Abaqus*. Budući da su se rezultati naprezanja i deformacija smanjili na područje interesa te je poznato da će pukotina nastati u samom vrhu zarez, potrebno je odrediti zaostala naprezanja uslijed cementiranja u vrhu zarez, te u svrhu jednostavnosti, pridijeliti iste vrijednosti zaostalog naprezanja za cijelo područje korijena zuba. Dakako, točnije bi bilo definirati setove elemenata ovisno o njihovoj dubini ispod površine zuba zupčanika te svakom setu pridijeliti odgovarajuće zaostalo naprezanja prema [33]. Međutim, sam postupak je podosta kompliciraniji te neće znatno utjecati na rezultate broja ciklusa to nastanka pukotine.

Zaostala naprezanja uslijed cementiranja mogu se očitati iz dijagrama na slici 51 prema [33].



**Slika 51. Prosječna vrijednost zaostalih naprezanja za cementirane i hladno očvrstute zupčanike [33]**

Iz dijagrama na slici 51 očitavaju se dvije vrijednosti i to za puni zupčanik sa zarezom (dubina zarez iznosi 0.127 mm ili 127 µm) te za zupčanik s tankim vijencem (dubina zarez iznosi 0.254 mm ili 254 µm). Obe vrijednosti očitane su za cementirane zupčanike označene kružićem na slici 51 zbog usporedbe s eksperimentalnim rezultatima [5], [9] gdje nije prisutna dodatna obrada sačmarenjem (*Shot-Peening*) postupkom.



**Tablica 3. Zaostalo naprezanja u vrhu zareza ovisno o tipu zupčanika**

Vrsta zupčanika	Dubina zareza, mm	Zaostalo naprezanje, MPa
Puni zupčanik	0,127	-190
Zupčanik s tankim vijencem	0,254	-200

### 3.8.3. Hrapavost površine

Prema [16] i tablici 4 očitava se prosječna  $R_a$  vrijednost hrapavosti površine materijala za zupčanike na kojima je provedeno ispitivanje u literaturi.

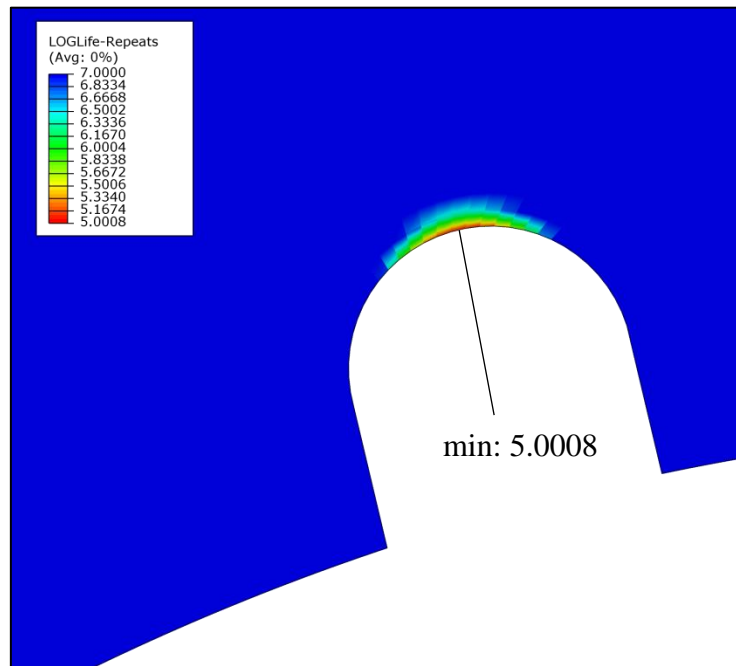
**Tablica 4. Hrapavost površine ispitnih zupčanika prema [16]**

Parametar	Stanje površine	Srednja vrijednost, $\mu\text{m}$	Standardno odstupanje, $\mu\text{m}$
$R_a$	Pobrušeno	0,380	0,068
$R_z$	Pobrušeno	3,506	0,610

Nakon obrade prosječna  $R_a$  vrijednosti iznosi 0,380  $\mu\text{m}$ . Važno je napomenuti kako se prikazane vrijednosti odnose na korijen zuba a ne na sam vrh zareza, budući da je on dobiven EDM postupkom te su njegove vrijednosti hrapavosti površine drukčije od vrijednosti dobivenih na površini samog korijena zuba zupčanika. Vrijednosti površinske hrapavosti u samom vrhu zareza variraju prema [34] te se ne može sa sigurnošću odabrati njen iznos. U programskom paketu *FE-Safe* odabire se već zadana opcija hrapavosti površine u iznosu od  $K_t = 1$ . Navedena vrijednost vrijedi za puni zupčanik te za zupčanik s tankim vijencem.

### 3.8.4. Rezultati analize broja ciklusa do nastanka pukotine

#### 3.8.4.1. Puni zupčanik

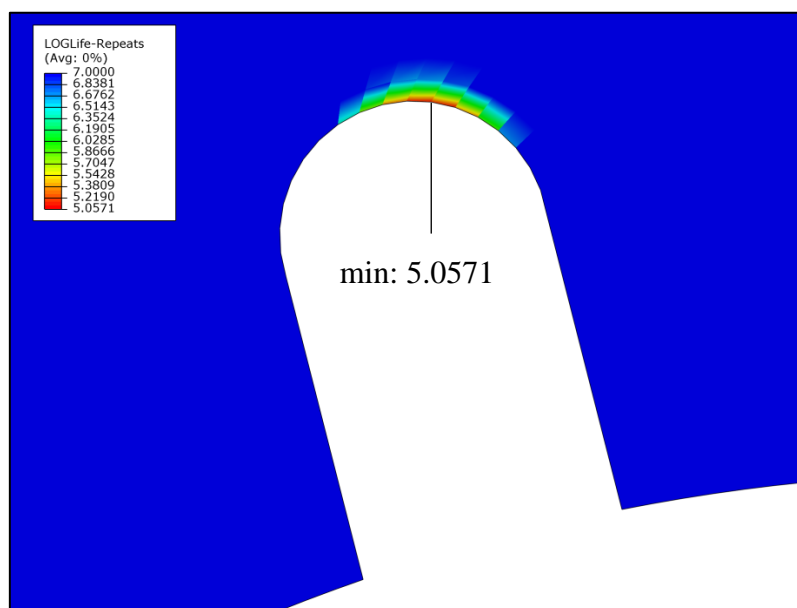


**Slika 52. Kritično područje nastanka pukotine kod punog zupčanika**

Na slici 52 prikazano je kritično područje unutar zarez kod punog zupčanika u pogledu broja ciklusa do nastanka pukotine. Sam broj ciklusa prikazan je na legendi u logaritamskom mjerilu. Nastanak pukotine se procjenjuje na

$$N_i = 10^{5,0008} = 100\,184 \text{ ciklusa} \quad (24)$$

#### 3.8.4.2. Zupčanik s tankim vijencem



**Slika 53. Kritično područje nastanka pukotine kod zupčanika s tankim vijencem**

Na slici 53 prikazano je kritično područje unutar zarezna kod zupčanika s tankim vijencem u pogledu broja ciklusa do nastanka pukotine. Sam broj ciklusa prikazan je na legendi u logaritamskom mjerilu. Nastanak pukotine se procjenjuje na

$$N_i = 10^{5,0571} = 114\,051 \text{ ciklusa} \quad (25)$$

## 4. USPOREDBA I ANALIZA REZULTATA

### 4.1. Utjecaj zarez a u korijenu zuba zupčanika na iznos maksimalnog nominalnog naprezanja

U tablici 5 prikazana je usporedba maksimalnog nominalnog naprezanja za slučaj 1 i 2, tj. za slučaj punog zupčanika sa i bez zarez a.

**Tablica 5. Usporedba rezultata naprezanja za puni zupčanik sa i bez zarez a**

Vrsta zupčanika	Maksimalno nominalno naprezanje $\sigma_{\phi_{\max}}$ , MPa	Minimalno nominalno naprezanje $\sigma_{\phi_{\min}}$ , MPa
Puni zupčanik bez zarez a	572,8	-10,4
Puni zupčanik sa zarezom	1754,3	-15,3

Faktor intezivnosti naprezanja uslijed zarez a u korijenu zuba zupčanika iznosi

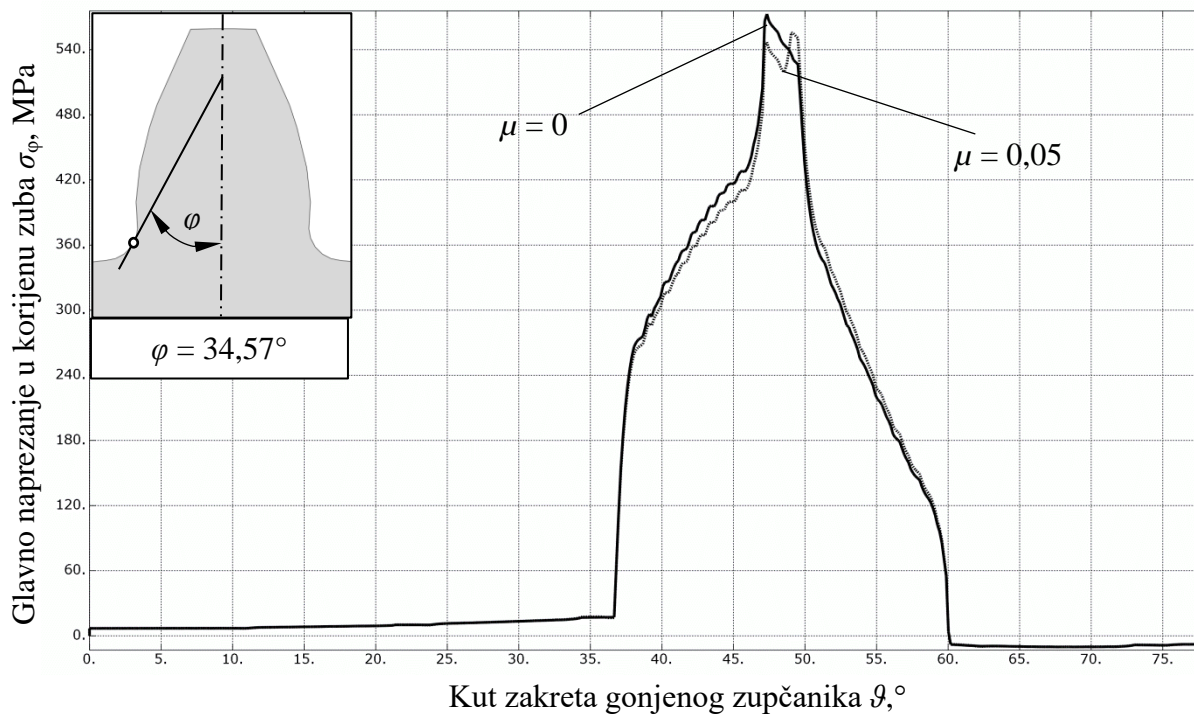
$$K_I = \frac{1754,3}{572,8} = 3,06 \quad (26)$$

što se podudara sa rezultatima prema [9]. Može se primijetiti kako zarez (pukotina) ima daleko veći utjecaj na maksimalno vlačno naprezanje nego na maksimalno tlačno (po apsolutnoj vrijednosti).

### 4.2. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika

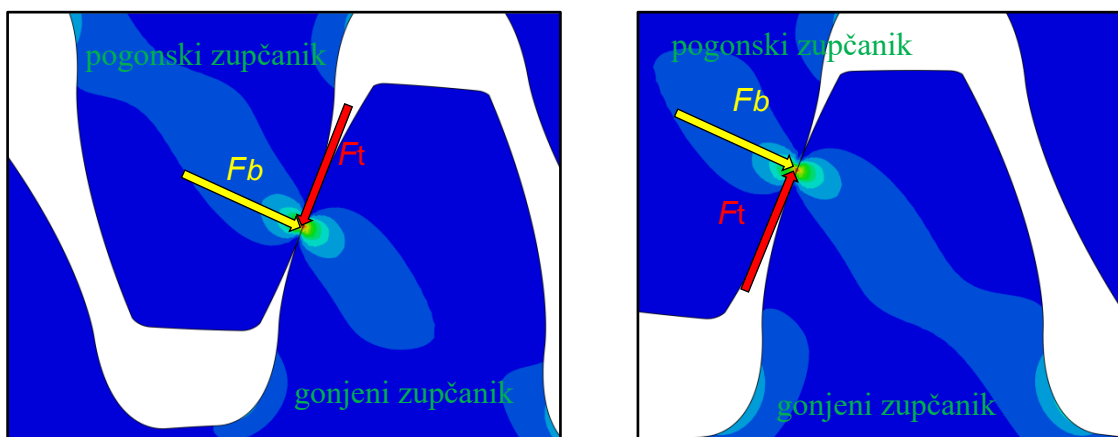
#### 4.2.1. Puni zupčanik bez zarez a

Na slici 54 prikazana je usporedba ciklusa naprezanja korijena zuba punog zupčanika sa utjecajem trenja i bez. Za sva tri slučaja ciklusi naprezanja su na mjestima maksimalnog iznosa naprezanja, tj. na istim pozicijama kao i u poglavlju 2.



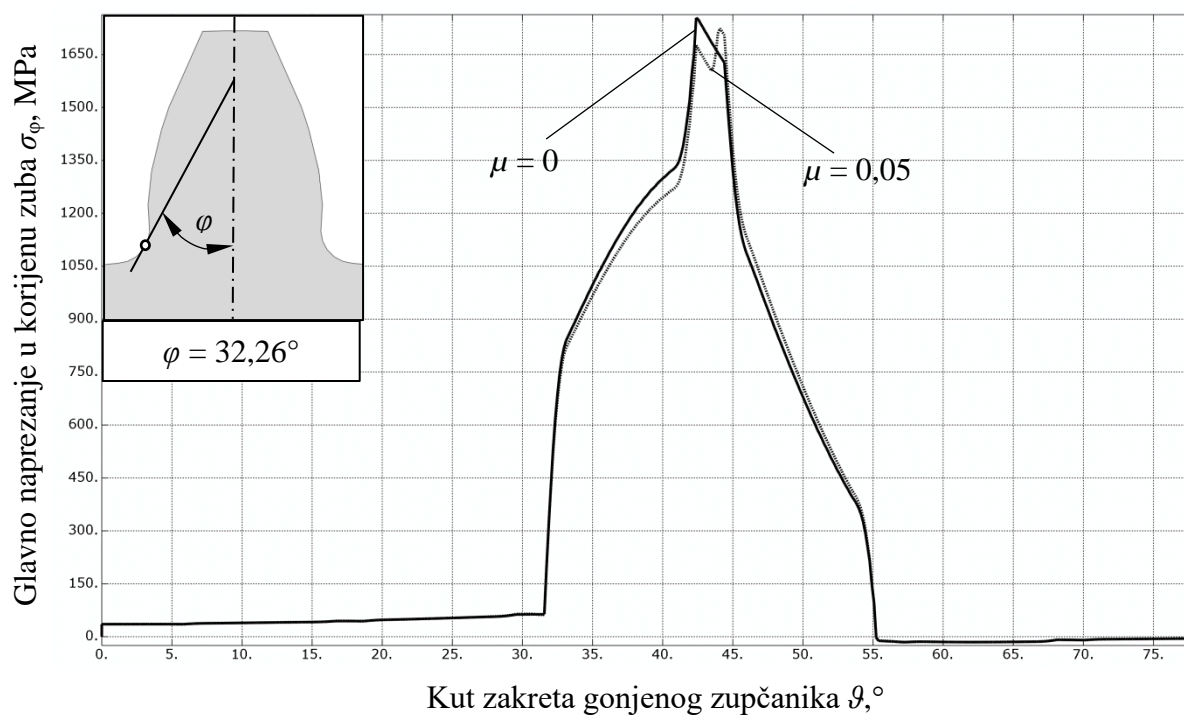
**Slika 54. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja punog zupčanika bez zarez**

Prema slici 54 jasno se vidi kako je ciklus naprezanja gotovo identičan sa i bez utjecaja trenja. Međutim, postoji jasna razlika u području jednostrukog zahvata zuba (samo jedan par zubi zupčanog para je u dodiru). Naime, uslijed promjene smjera djelovanja sile trenja, moment koji ona stvara oko promatrane točke korijena zuba zupčanika također mijenja smjer te smanjuje odnosno povećava glavno naprezanje u korijenu zuba [35].



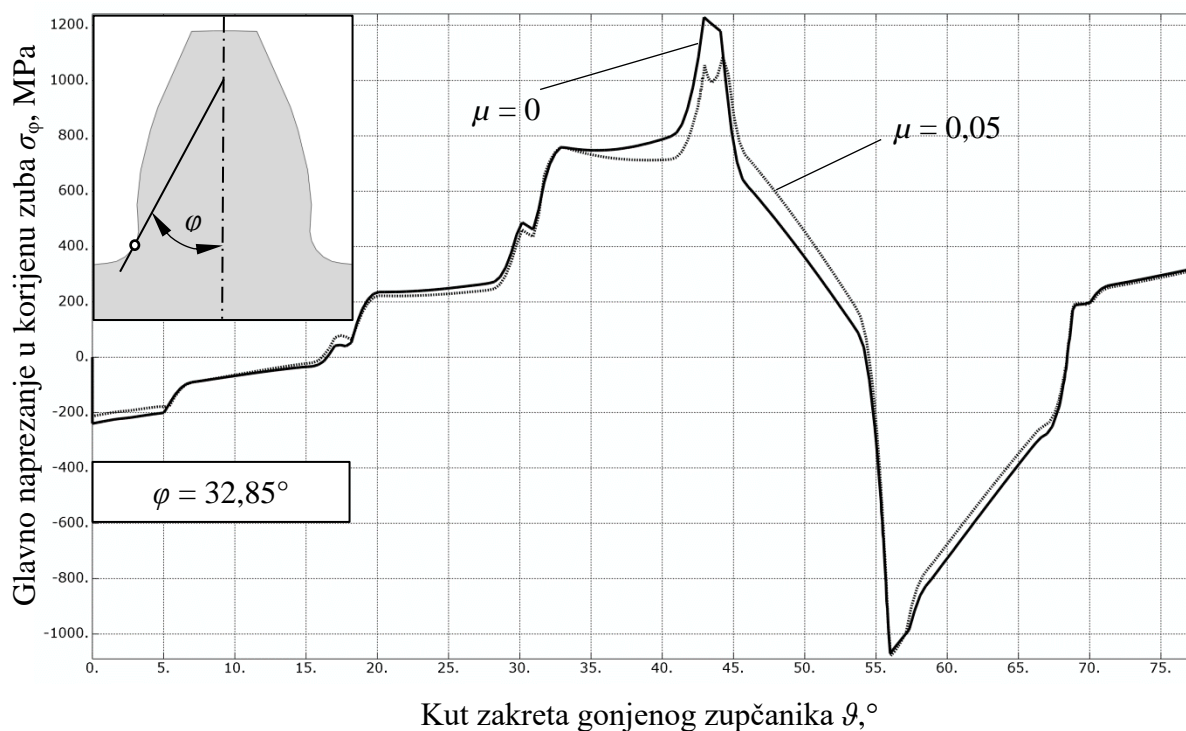
**Slika 55. Promjena smjera djelovanja sile trenja koja djeluje na gonjenom zupčaniku [35]**

#### 4.2.2. Puni zupčanik sa zarezom



Slika 56. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja punog zupčanika sa zarezom

#### 4.2.3. Zupčanik s tankim vijencem i zarezom



Slika 57. Utjecaj trenja na ciklus naprezanja zupčanika s tankim vijencem i zarezom

Kod zupčanika s tankim vijencem većinski dio ciklusa sa i bez utjecajem trenja se poklapa. Međutim, u području jednostrukog zahvata zubi zupčanika, ciklus naprezanja s utjecajem trenja blago "kasni" za ciklusom bez trenja. Razlog tome je činjenica da zbog sile trenja te utjecaja deformacije vijenca zubi zupčanog para ostaju relativno duže u dvostrukom zahvatu što rezultira manjim vremenom provedenim u jednostrukom zahvatu.

Kao i kod punog zupčanika dolazi do promjene smjera djelovanja sile trenja no ta pojava ne uzrokuje porast naprezanja veći od maksimalnog glavnog naprezanja bez trenja, već je maksimalno naprezanje sa trenjem manje za otprilike 15-20% od maksimalnog glavnog naprezanja bez trenja.

#### 4.3. Usporedba broja ciklusa do nastanka pukotine numeričke i eksperimentalne analize

U tablicama 6 i 7 prikazani su rezultati broja ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba zupčanika za puni zupčanik odnosno za zupčanik s tankim vijencem.

**Tablica 6. Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih predviđanja broja ciklusa do nastanka pukotine za puni zupčanik sa zarezom**

Puni zupčanik sa zarezom		Broj ciklusa do nastanka pukotine $N_i$
Eksperimentalni rezultati prema [9]	Prednja strana	100 300
	Stražnja strana	78 300
Numerička predviđanja prema [9]		340 000
Numerička predviđanja prema [5]		19 600
Numerička predviđanja prema ovom radu		100 184

Faktor greške između numeričkih i eksperimentalnih rezultata mjerenih s prednje strane zupčanika za puni zupčanik sa zarezom iznosi

$$\frac{100\,300}{100\,184} = 1,001 \quad (27)$$

Faktor greške između numeričkih i eksperimentalnih rezultata mjerenih sa stražnje strane zupčanika za puni zupčanik sa zarezom iznosi

$$\frac{100\,184}{78\,300} = 1,28 \quad (28)$$

Zanimljivo je primjetiti kako se eksperimentalni rezultati prema [9] prikazani u tablici 6 razlikuju s obzirom na poziciju tenzometarske trake (prednja ili stražnja strana po širini zupčanika). Moguće je da su razlike povezane sa samim načinom ispitivanja zupčanika kao i materijalom koji vjerojatno nije idealno homogen i izotropan kao što je slučaj u numeričkim simulacijama. Raste tzv. faktor trodimenzionalnosti gdje materijal više nije u idealnom slučaju ravninskog stanja naprezanja, a koji je posebice izražen u slučaju zupčanika s tankim vijencem kao što je to prikazano u tablici 7.

**Tablica 7. Usporedba eksperimentalnih rezultata i numeričkih predviđanja broja ciklusa do nastanka pukotine za zupčanik s tankim vijencem i zarezom**

Zupčanik s tankim vijencem i zarezom		Broj ciklusa do nastanka pukotine $N_i$
Eksperimentalni rezultati prema [9]	Prednja strana	2 910 000
	Stražnja strana	1 060 000
Numerička predviđanja prema [9]		1 530 000
Numerička predviđanja prema [5]		7 000
Numerička predviđanja prema ovom radu		114 051

Faktor greške između numeričkih i eksperimentalnih rezultata mjerenih s prednje strane zupčanika za zupčanik s tankim vijencem i zarezom iznosi

$$\frac{2\,910\,000}{114\,051} = 25,52 \quad (29)$$

Faktor greške između numeričkih i eksperimentalnih rezultata mjerenih sa stražnje strane zupčanika za zupčanik s tankim vijencem i zarezom iznosi

$$\frac{1\,060\,000}{114\,051} = 9,3 \quad (30)$$

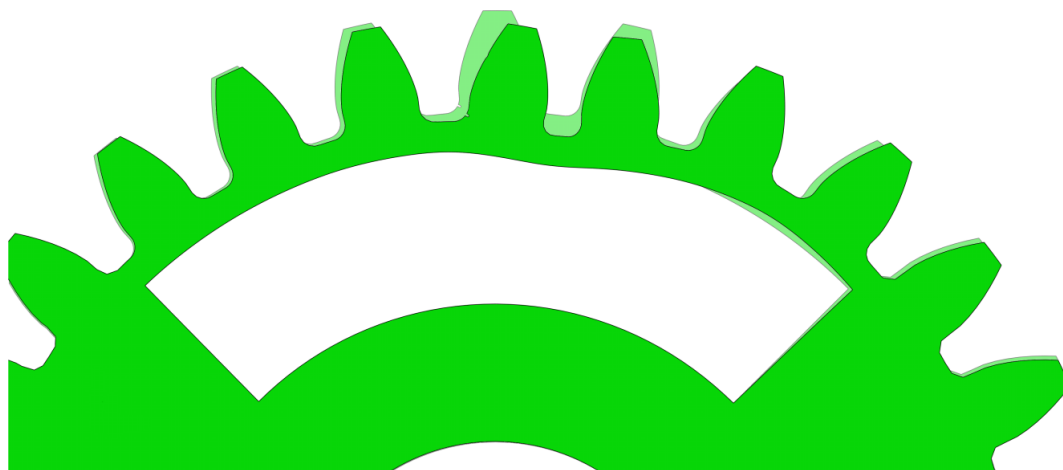
Jasno je kako rezultati dobiveni za zupčanik s tankim vijencem više odstupaju od eksperimentalnih rezultata, dok se za rezultate punog zupčanika može zaključiti da adekvatno



predviđaju stvarni broj ciklusa do nastanka pukotine, budući da faktor greške u zamoru materijala može ići do 3. Također, dobivena numerička predviđanja u ovom radu su daleko bolja od rezultata dobivenih numeričkim predviđanjem prema [5] za puni zupčanik i za zupčanik s tankim vijencem. Numerička predviđanja prema [9] u slučaju zupčanika s tankim vijencem znatno su bolja od svih ostalih spomenutih u ovom radu primarno zbog činjenice da su se tijekom numeričke simulacije koristili rezultati iz [36] gdje se ne uzima u obzir tlačni dio ciklusa glavnog naprezanja, a koji je vrlo dominantan u ciklusu (slika 38).

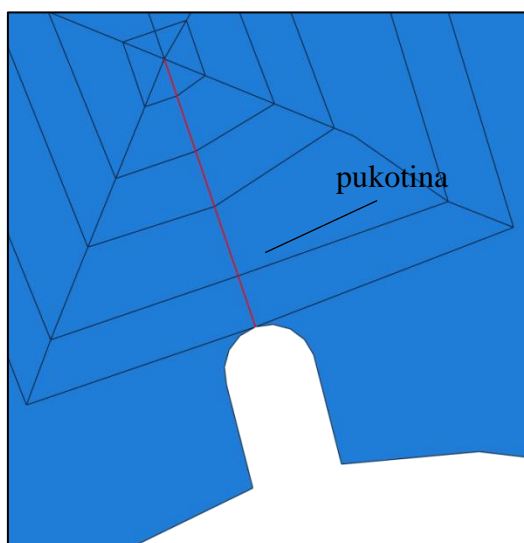
U uvodnom poglavlju prikazan je način mjerenja nastanka i propagacije pukotine u eksperimentalnim istraživanjima literature. U prvom slučaju, tj. slučaju punog zupčanika sa zarezom nastanak pukotine s prednje strane zupčanika je primijećen pucanjem prvi niti tenzometarske trake, odnosno niti najbližoj vrhu zareza [9]. Broj ciklusa do pucanja te niti prikazan je u tablici 6 te on iznosi  $N_i = 100\ 300$ , a približna veličina pukotine u tom trenutku je iznosila  $220\ \mu\text{m}$ . Nastanak pukotine sa stražnje strane zupčanika ( $N_i = 78\ 300$ ) također se očitovao pucanjem prve niti tenzometarske trake te je veličina pukotine u tom trenutku iznosila približno  $180\ \mu\text{m}$ . U slučaju 2, odnosno kod zupčanika s tankim vijencem, nastanak pukotine s prednje strane zupčanika zabilježen je tek s pucanjem treće niti tenzometarske trake ( $N_i = 2\ 910\ 000$ ) [9]. U tom trenutku približna veličina pukotine iznosila je  $635\ \mu\text{m}$ . Nastanak pukotine sa stražnje strane zupčanika očitovao se pucanjem druge niti tenzometarske trake te je u tom trenutku veličina pukotine iznosila približno  $457\ \mu\text{m}$  ( $N_i = 1\ 060\ 000$ ).

Iz navedenoga je moguće pretpostaviti sljedeće. Postoji mogućnost da je u slučaju zupčanika s tankim vijencem pukotina tokom svog rasta do konačne veličine pri kojoj se detektirao nastanak ( $635\ \mu\text{m}$  i  $457\ \mu\text{m}$ ) oslabila promatrani korijen zuba te povećala njegove deformacije uslijed opterećenja. Kada se navedenome doda i činjenica da su deformacije tankog vijenca veće od deformacija punog zupčanika zbog same geometrije zupčanika, moguće je da je promatrani zub prešao iz jednostrukog/dvostrukog zahvata u dvostruki/trostruki zahvat, što bi rezultiralo smanjenjem glavnog naprezanja te većim brojem ciklusa do detektiranja nastanka prema [9].

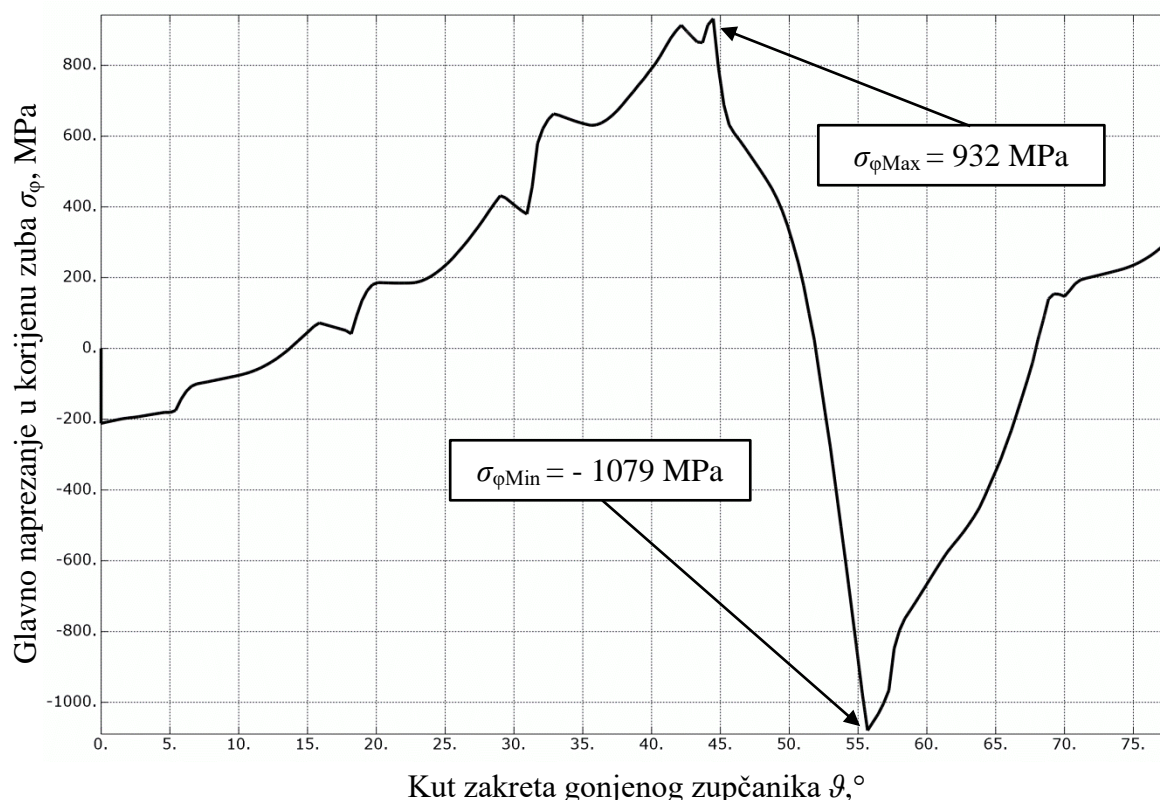


**Slika 58.** Prikaz deformacije tankog vijenca s uvećanim faktorom deformacije u *Abaqusu*

Postavlja se vrlo zanimljivo pitanje. Ako je pri pucanju treće niti tenzometarske trake zabilježen broj ciklusa od skoro 3 milijuna, a pri pucanju druge niti približno 1 milijun, da li je moguće da je prvi pucanju prve niti trake s prednje ili stražnje strane zupčanika broj ciklusa svega par stotina tisuća? Ukoliko je navedeno istina, tada bi numerička predviđanja prema ovom radu ušla u područje faktora greške koji u zamoru ide i do 3. Iako se bez provedenih dodatnih simulacija i eksperimenata ne može sa sigurnošću reći da li je navedeno istina, može se pomoću numeričke simulacije u programu *Abaqus* modelirati pukotina približne veličine iste kao i kod pucanja druge odnosno treće niti tenzometarske trake kod zupčanika s tankim vijencem. Zatim se izvrši simulacija zakreta analogna opisanoj metodi u poglavlju 2. Pozicija pukotine i ciklus glavnog naprežanja korijena zupčanika s tankim vijencem, zarezom, pukotinom i trenjem prikazani su na slikama 59 i 60.



**Slika 59.** Pozicija pukotine kod zupčanika s tankim vijencem i zarezom



**Slika 60. Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem, zarezom, pukotinom i trenjem**

Na dijagramu na slici 60 može se primijetiti kako se gubi karakteristični vrh maksimalnog naprezanja koji predstavlja područje jednostrukog zahvata kao što je to slučaj u poglavlju 2 (slika 38). Maksimalni iznos glavnog naprezanja pada za 15-20% te se povećava broj ciklusa do nastanka pukotine. Također se može primijetiti kako tlačna zona glavnog naprezanja ostaje gotovo nepromijenjena što je u skladu s činjenicom da se pukotina u tom području zatvara te naprezanja ostaju gotovo ista, za razliku od vlačne zone gdje se povećavaju deformacije uslijed otvaranja pukotine, a samim time i pripadajuća naprezanja.

Kao i u prethodnim slučajevima izlazna datoteka se ograničila na područje interesa, te koristeći program *FE-Safe* sa istim podacima o materijalu kao i za slučaj zupčanika s tankim vijencem, provela se analiza broja ciklusa do nastanka pukotine.

Broj ciklusa do nastanka pukotine u području vrha zareza korijena zuba zupčanika sada iznosi približno 400 000 ciklusa, što je unutar faktora greške ako se gleda stražnja strana ispitivanog zupčanika prema [9] ( $N_i = 1\ 060\ 000$  ciklusa).

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je numeričkom analizom generiran broj ciklusa do nastanka pukotine u korijenu zuba cilindričnog zupčanika sa zarezom. Rezultati numeričke analize uspoređeni su sa eksperimentalnim rezultatima te su doneseni određeni zaključci.

Ponajprije, može se primijetiti kako zarez u korijenu zuba zupčanika povećava maksimalne iznose vlačnih naprezanja (faktor intezivnosti naprezanja u iznosu od  $K_1 = 3$ ) te smanjuje ukupni radni vijek zupčanika, a samim time i vrijeme potrebno za nastanak pukotine u korijenu zuba. Tlačna naprezanja ostaju gotovo nepromijenjena.

Budući da je kod računalne simulacije potrebno uzeti u obzir što više faktora kako bi se što realnije mogla simulirati stvarna situacija (faktori kao što su trenje, centrifugalna sila, hrapavost površine), zanimljivo je promotriti njihov utjecaj na sami ciklus naprezanja u korijenu zuba zupčanika. Tako je u poglavlju 4 prikazan utjecaj trenja na sam ciklus te je primijećeno da kod punih zupčanika u području jednostrukog zahvata smjer djelovanja sile trenja  $F_t$  promjeni smjer što rezultira s povećanjem glavnog naprezanja. Kod zupčanika s tankim vijencem, gdje je relativno veća deformacija, može se zaključiti da je utjecaj trenja čak pozitivna stvar, budući da u globalu smanjuje iznose maksimalnih naprezanja. Također, primjećuje se da uslijed deformacije vijenca i trenja, promatrani zub zupčanika s tankim vijencem kasnije ulazi i izlazi u područje jednostrukog zahvata naspram zuba zupčanika s tankim vijencem i bez trenja.

Glavni cilj ovoga rada bilo je provođenje numeričke simulacije putem programskih paketa *Abaqus* i *FE-Safe* kako bi se sa što većom točnošću dobio broj okretaja zupčanika do nastanka pukotine. Kao što je prikazano u točki 4.3, rezultati procjene ciklusa do nastanka pukotine za puni zupčanik sa zarezom se vrlo dobro podudaraju s eksperimentalnim rezultatima iz literature. Kada se uzme u obzir činjenica da simulacije zamora nerijetko odstupaju od stvarnih rezultata za 50% i više, dolazi se do zaključka kako se rezultati provedene simulacije vrlo dobro poklapaju s rezultatima eksperimenta. Naravno, postoji niz raznih faktora koje je trebalo s dovoljnom točnošću opisati kako simulacija urodila plodom, počevši od numeričke simulacije metodom konačnih elemenata (*Abaqus*), preko utjecaja centrifugalne sile, trenja i hrapavosti površine, pa sve do zaostalih naprezanja uslijed postupaka toplinske obrade (konkretno u ovom slučaju cementiranja).

S druge strane, procjena broja ciklusa do nastanka pukotine za zupčanik s tankim vijencem uvelike odstupa od eksperimentalnih rezultata. Moguće objašnjenje je upravo ono iz prethodnog poglavlja. Ciklus naprezanja korijena zuba zupčanika s tankim vijencem sastoji se od dvije faze i to jednostrukog te dvostrukog zahvata. Jasno je vidljivo kako je područje jednostrukog zahvata vrlo suženo. Drugim riječima, par zubi zupčanog para relativno je kratko u zahvatu (svega  $3^\circ$  rotacije gonjenog zupčanika), što znači da je zupčani par vrlo blizu područja dvostrukog i trostrukog zahvata umjesto jednostrukog i dvostrukog. Realne uvjete, kao što su homogenost i izotropnost materijala te opterećenje zupčanika nikada nije moguće simulirati sa stopostotnom točnošću. Vrlo je moguće kako je, uslijed velikih deformacija vijenca, tijekom ispitivanja zupčanik s tankim vijencem ušao u područje dvostrukog i trostrukog zahvata, što znači da sada više parova zubi dijeli opterećenje te se glavno naprezanje u korijenu zuba smanjuje rezultirajući poprilično većim brojem ciklusa do nastanka pukotine. Navedenom pridodaje činjenica da je u eksperimentalnim rezultatima nastanak pukotine zabilježena tek sa puknućem treće niti tenzometarske trake, što znači kako je moguće da je pukotina u teoriji nastala prije, te svojom pojavom uzrokovala veće deformacije promatranog zuba, a samim time i povećala šanse ulaska zupčanika u trostruki zahvat. Povećanim deformiranjem promatranog zuba susjedni zubi gonjenog zupčanika prije ulaze odnosno kasnije izlaze iz zahvata sa zubima pogonskog zupčanika, te je moguće ostvarenje trostrukog u području inače dvostrukog zahvata, odnosno dvostrukog u području inače jednostrukog zahvata.

Također je važno naglasiti kako je u ovom radu provedena kvazistatička analiza. Drugim riječima, dinamika nije uzeta u obzir. Moguće je da razni dinamički faktori kao što su vibracije i ubrzanja pojedinih dijelova komponente imaju znatan utjecaj u pogledu rezultata ciklusa naprezanja, kao i broja ciklusa do nastanka pukotine. Nije naodmet razmotriti činjenicu da i sam eksperiment može imati svoje nedostatke, kao i uspješno preslikavanje svih njegovih parametara tijekom računalne simulacije.

U konačnici, područje računalnih simulacija je rastuće te je njihova primjena sve češća, obilnija i zahtjevnija. Uglavnom je jednostavnije i jeftinije provesti simulaciju naspram skupog te vrlo često kompliciranog eksperimenta. Naravno, za upuštanje u simulacije potrebno je posjedovati adekvatno i što detaljnije znanje o području provedbe, parametrima eksperimenta, te svim faktorima koji mogu imati utjecaj na rezultate same simulacije, kao i imati na umu da uvijek postoji početna greška provedbe simulacija koju valja uzeti u obzir.

## LITERATURA

- [1] Anand, L., Parks, D.M., Defect Free Fatigue - Supplementary notes, Massachusetts Institute Of Technology, Cambridge, 2004.
- [2] Tonković, Z., Zamor Konstrukcije, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Strojарstva i Brodogradnje
- [3] <https://royalsociety.org/journals/publishing-activities/>
- [4] Stephens, R.I., Fatemi, A., Stephens, R.R., Fuchs, H.O., Metal Fatigue in Engineering, Toronto 2001.
- [5] Podrug, S., Prilog problematici integriteta zupčanika s obzirom na čvrstoću korijena zuba, Doktorska disertacija, Sveučilište u Splitu, Split, 2004.
- [6] Vučković, K., Nastanak zamorne pukotine u korijenu zuba zupčanika s tankim vijencem, Doktorski rad, Zagreb, 2009.
- [7] [www.mechmol.com](http://www.mechmol.com)
- [8] Vučković, K., Galić, I., Čular, I., *A Numerical Model for Estimation of Spur Gear Tooth Bending Fatigue Life*, 16<sup>th</sup> International Conference on New Trends in Fatigue and Fracture, Dubrovnik, 24-27.05, 2016
- [9] Lewicki, D.G., Crack Propagation Studies to Determine Benign or Catastrophic Failure Modes for Aerospace Thin-Rim Gears, PhD dissertation, Case Western Reserve University, 1995.
- [10] ABAQUS 6.13, Dassault Systems, Simulia, 2012
- [11] FE-Safe 6.4, Dassault Systems, Simulia 2013
- [12] Kisssoft 03/2015, Gleason Corporation
- [13] <http://www2.mae.ufl.edu/haftka/finite-element/presentations/6.5-8.pdf>
- [14] Čular, I., Ciklus naprezanja u korijenu zuba cilindričnog zupčanika s tankim vijencem, Završni rad, Zagreb, 2016.
- [15] ISO 6336, "Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears", ISO, 2006
- [16] Krantz, T.L., *The Influence of Roughness on Gear Surface Fatigue*, Cleveland, Ohio, 2005.

- [17] ASTM Standard E606-92, *Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing*, poglavlje u knjizi: *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM, vol. 03.01, West Conshohocken, 523-537, 1997
- [18] FE-Safe, *Fatigue Theory Reference Manual*, Safe technologies limited, Sheffield, 2002
- [19] [http://www.ltas-cm3.ulg.ac.be/FractureMechanics/print.php?p=overview\\_P5](http://www.ltas-cm3.ulg.ac.be/FractureMechanics/print.php?p=overview_P5)
- [20] Stephens, R.I., Fuchs, H.O., Fatemi, A., *Metal Fatigue in Engineering*, John Wiley and Sons Inc., New York, 2001
- [21] Palmgren, A., *Die Lebensdauer von Kugellagern*, VDI-Z 58, 339-341, 1924.
- [22] Miner, M.A., *Cumulative damage in fatigue*, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 12, 159-164, 1945.
- [23] Matsuishi, M. & Endo, T. (1968) *Fatigue of metals subjected to varying stress*, *Japan Soc. Mech. Engineering*.
- [24] Manson, S.S., *Behaviour of Materials under Conditions of Thermal Stress*, *Heat Transfer Symp.*, University of Michigan Engineering Research Institute, 9-75, 1953.
- [25] Coffin, L.F., *A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal*, *Trans. Am. Soc. for Test. and Mat.*, vol.76, 931-950, 1954.
- [26] Morrow, J.D., *Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals*. In *International Friction, Damping, and Cyclic Plasticity*, ASTM, 45-86, 1965.
- [27] Lee, Y.L., Pan, J., Hathaway, R., Barkey, M., *Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice*, Elsevier – Butterworth Heinemann, Oxford, 2005.
- [28] Morrow, J.D., *Fatigue Properties of Metals*, *Fatigue Design Handbook*, SAE, Warrendale, section 3.2, 1968.
- [29] Smith, K.N., Watson, P., Topper, T.H., *A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals*, *Journal of Materials*, JMLSA, 5(4), pp. 767-778, 1970.
- [30] Opalić, M., Vučković, K., Žeželj, D., *Bending fatigue crack initiation life prediction in spur gear tooth root*, 2<sup>nd</sup> *International Conference of Engineering Against Fracture (ICEAF II)*, 2011, Mykonos, Grčka
- [31] Roessle, M.L., Fatemi, A., *Strain-Controlled Fatigue Properties of Steels and Some Simple Approximations*, *International Journal of Fatigue*, 22 (2000), 495-511, 2000.
- [32] E 140 – 02, *Standard Hardness Conversion Tables for Metals Relationship Among Brinell Hardness, Vickers Hardness, Rockwell Hardness, Superficial Hardness, Knoop Hardness, and Scleroscope Hardness*, 2002.

- 
- [33] Townsend, D.P., Zaretsky, E.V., Effect of Shot Peening on Surface Fatigue Life of Carburized and Hardened AISI 9310 Spur Gears, Cleveland, Ohio, 1982.
- [34] Miko, B., Dregelyi-Kiss, A., Poor, A., Study on Surface Quality and Electrode Wear in EDM Technology, chapter 1.14 in *Development in Machining Technology*, 2014.
- [35] Vučković, K., Risović, S., Čular, I., Effects of Finite Element Type, Mesh Size and Friction on Spur Gear Nominal Tooth Root Stress Results, 3<sup>rd</sup> International Scientific Conference, Jahorina, Republic of Srpska, B&H, 7.-9.12., 2016.
- [36] Heath, G.F., Bossler, R.B., Advanced Rotorcraft Transmission (ART) Program – Final Report, NASA CR-191057, Army Research Laboratory ARL-CR-14, 1981.



## **PRILOZI**

I. CD-R disc