Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja pri zavarivanju

Franin, Bruno

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:722613

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-23**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Bruno Franin

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor: Student:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit Bruno Franin

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na uloženom trudu, savjetima i pomoći prilikom izrade ovog rada.

Na kraju, zahvaljujem se svojim roditeljima na potpori i razumijevanju.

Bruno Franin

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Bruno Franin** Mat. br.: 0035177004

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja pri zavarivanju**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Modelling of Welding Residual Stresses**

Opis zadatka:

Zaostala naprezanja uslijed zavarivanja imaju vrlo važan utjecaj na cjelovitost komponente i procjenu radnog vijeka zavarenih konstrukcija. Procjena zaostalih naprezanja i deformacija numeričkim modeliranjem procesa zavarivanja je računalno vrlo skup postupak. Iz tog razloga u numerički model uvode se odgovarajuća pojednostavljenja, kao što su npr. reducirano opisivanje temperaturne ovisnosti materijala te reduciranje trodimenzijskog problema na dvodimenzijski. Međutim, takva pojednostavljenja mogu dovesti do pogrešnih rezultata.

U radu je potrebno provesti numeričku simulaciju procesa zavarivanja dviju sučeono spojenih čeličnih ploča. Za rješavanje problema prijenosa topline spregnutog s nelinearnom mehaničkom analizom primijeniti sekvencijalno spregnutu metodu. U programskom paketu Abaqus koristiti dostupne metode za modeliranje unosa topline, tj. klasičnu metodu i metodu rađanja elemenata. Potrebno je ispitati utjecaj primjene reduciranog opisivanja temperaturne ovisnosti parametara materijala potrebnih za numeričku simulaciju zavarivanja na zaostala naprezanja, pomake te deformacije ploča. Analizirati dva numerička modela u kojima su ploče diskretizirane trodimenzijskim i ljuskastim konačnim elementima. Dobiveni optimalni model opisivanja parametara materijala primijeniti za simulaciju procesa zavarivanja poklopca rebra linera pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom. Potrebni podaci i literatura mogu se dobiti od mentora.

Zadatak rada je zadan u okviru projekta pod nazivom Gas Turbine Exhaust System Enhanced Design koji se provodi u suradnji Fakulteta i tvrtke Alstom iz Karlovca.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
10. ožujka 2016.	12. svibnja 2016.	18., 19. i 20. svibnja 2016.

Zadatak zadao:
Skozrit Ivica
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Predsjednica Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA IV
POPIS TABLICA VIII
POPIS OZNAKA IX
SAŽETAK XIV
SUMMARY XV
1. UVOD 1
2. NAPREZANJA I DEFORMACIJE KAO POSLJEDNICA PROCESA ZAVARIVANJA 2
2.1. Zaostala naprezanja 3
2.1.1. Longitudinalna zaostala naprezanja 4
2.1.2. Transverzalna zaostala naprezanja 5
2.2. Deformacije u zavarenoj konstrukciji 5
3. OSNOVNI ANALITIČKI IZRAZI ZA MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA.. 7
3.1. Termodinamika zavarivanja 7
3.1.1. Osnovne jednadžbe 8
3.1.2. Uvjeti jednoznačnosti rješenja provođenja topline 10
3.1.3. Toplinski tok 11
3.2. Osnovni izrazi teorije plastičnosti 12
3.2.1. Dijagram deformiranja 12
3.2.2. Deformacija 13
3.2.2.1. Elastična deformacija 14
3.2.2.2. Plastična deformacija 14
3.2.2.3. Toplinska deformacija 21
4. NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA 22
4.1. Toplinsko – mehaničke numeričke analize 22
4.2. Toplinska analiza 23
4.3. Mehanička analiza 25
4.4. Korišteni konačni elementi 30
4.4.1. Četverokutni ljuskasti element 30
4.4.2. Osnovni prizmatični element 32
5. VERIFIKACIJA NUMERIČKOG MODELA 34
5.1. Parametri zavarivanja 35

5.2. Svojstva materijala ... 35
5.3. Pregled numeričkih modela ... 37
5.4. Klasična metoda ... 38
5.4.1. Toplinska analiza ... 39
5.4.1.1. Ljuskasti model ... 39
5.4.1.2. 3D model ... 40
5.4.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model ... 41
5.4.1.4. Usporedba rezultata toplinske analize ... 43
5.4.2. Mehanička analiza ... 43
5.4.2.1. Ljuskasti model ... 44
5.4.2.2. 3D model ... 45
5.4.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model ... 47
5.4.3. Usporedba klasične metode ... 48
5.5. Metoda rađanja elemenata ... 52
5.5.1. Toplinska analiza ... 52
5.5.1.1. 3D model ... 52
5.5.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model ... 54
5.5.1.3. Usporedba toplinske analize metodom rađanja elemenata ... 54
5.5.2. Mehanička analiza ... 55
5.5.2.1. 3D model ... 55
5.5.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model ... 56
5.6. Usporedba klasične metode i metode rađanja ... 57
5.7. Zaključak petog poglavlja ... 61
6. POJEDNOSTAVLJENI MATERIJALNI MODEL DVIJU SUČEONO ZAVARENIH PLOČA ... 63
6.1. Utjecaj pojednostavljenja svojstva materijala na toplinsku analizu ... 64
6.2. Utjecaj pojednostavljenja materijala na mehaničku analizu ... 65
6.2.1. Utjecaj pojednostavljenja na polje naprezanja ... 66
6.2.2. Utjecaj pojednostavljenja materijala na polje pomaka ... 68
6.2.3. Utjecaj pojednostavljenja na vrijeme računanja ... 68
6.3. Zaključak šestog poglavlja ... 69
7. POJEDNOSTAVLJENI NUMERIČKI MODEL ... 71
7.1. Utjecaj numeričkog pojednostavljenja na polje naprezanja ... 71
7.2. Utjecaj numeričkog pojednostavljenja na vrijeme računanja ... 74

7.3. Zaključak sedmog poglavlja 74
8. NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA POKLOPCA REBRA *LINERA* 75
8.1. Numerički model 75
8.2. Parametri zavarivanja rebra *linera* i svojstva materijala 77
8.3. Toplinska analiza 78
8.4. Mehanička analiza 79
9. ZAKLJUČAK 81
LITERATURA 83
PRILOZI 84

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Pojednostavljeni model prikaza nastajanja zaostalih naprezanja sa tri toplinski opterećena štapa i čeono zavarene ploče modelirane sustavom s tri štapa [1] 2

Slika 2.2. 3D raspodjela longitudinalnih zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča dobivenih ljuskastim modelom 4

Slika 2.3. 3D raspodjela transverzalnih zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča dobivenih ljuskastim modelom 5

Slika 2.4. Vrste deformacija tijekom i nakon zavarivanja [1] 6

Slika 3.1. Bilanca energije elementarne tvari za prijenos topline u smjeru *x* osi [5] 9

Slika 3.2. Rubne površine čvrstog tijela [3] 11

Slika 3.3. Goldakov model toplinskog toka [2] 12

Slika 3.4. Dijagram ovisnosti stvarnog naprezanja i deformacije [1] 13

Slika 3.5. Elastično – idealnoplastičan materijalni model [7] 16

Slika 3.6. Plohe tečenja po Von Misessu (cilindar) i Treschi (pravilna šesterostrana prizma) 18

Slika 3.7. Shematski prikaz izotropnog očvršćenja (lijevo) i kinematskog očvršćenja (desno) 18

Slika 3.8. Linearno očvršćenje [8] 19

Slika 3.9. Dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformaciji za elastično – linearno očvršćujući materijal [9] 20

Slika 4.1. Nelinearna veza između opterećenja i pomaka [11] 26

Slika 4.2. Shema sekvencijalnog modela, tok iterativnog postupka, i prikaz postupka provođenja nelinearne numeričke analize 29

Slika 4.3. Razlika između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata [11] 30

Slika 4.4. DS4 četverokutni ljuskasti element prvog reda za toplinsku analizu [11] 31

Slika 4.5. S4R četverokutni ljuskasti element prvog reda za analizu čvrstoće [11] 31

Slika 4.6. Osnovni prizmatični konačni element s 8 čvorova i 24 stupnja slobode [4] 33

Slika 5.1. Prikaz geometrije dviju sučeono zavarenih ploča 34

Slika 5.2. Modelirana V priprema zavara 35

Slika 5.3. Toplinska svojstva materijala 36

Slika 5.4. Mehanička svojstva materijala 36

Slika 5.5. Dijagram toka numeričkih modela u radu 37

Slika 5.6. Mreža konačnih elemenata 3D modela i dodijeljeni setovi opterećenja za prvi i drugi prolaz 38

Slika 5.7. Ljuskasti numerički model 39

Slika 5.8. Mreža konačnih elemenata ljuskastog modela i dodijeljeni setovi opterećenja za prvi i drugi prolaz 39

Slika 5.9. Raspodjela temperature na ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (T, °C) 40

Slika 5.10. 3D numerički model 40

Slika 5.11. Temperaturno polje na 3D modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (T, °C) 41

Slika 5.12. Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model 42

Slika 5.13. Raspodjela temperature na kombiniranom 3D/ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (T, °C) 42

Slika 5.14. Usporedba rezultata klasične metode za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode 43

Slika 5.15. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u ljuskastom modelu (σ_x, N/m^2) 44

Slika 5.16. Raspodjela transverzalnog naprezanja u ljuskastom modelu (σ_y, N/m^2) 45

Slika 5.17. Deformirani i nedefomirani oblik ljuskastog modela (faktor uvećanja 10) 45

Slika 5.18. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u 3D modelu (σ_x, N/m^2) 46

Slika 5.19. Raspodjela transverzalnog naprezanja u 3D modelu (σ_y, N/m^2) 46

Slika 5.20. Deformirani i nedeformirani oblik 3D modela (faktor uvećanja 10) 47

Slika 5.21. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u kombiniranom modelu (σ_x, N/m^2) 47

Slika 5.22. Raspodjela transverzalnog naprezanja u kombiniranom modelu (σ_y, N/m^2) 48

Slika 5.23. Deformirani i nedeformirani oblik kombiniranog modela (faktor uvećanja 10) ... 48

Slika 5.24. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji y 49

Slika 5.25. Raspodjela longitudinalnog naprezanja σ_x po liniji x 49

Slika 5.26. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji y 50

Slika 5.27. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji x 50

Slika 5.28. Raspodjela pomaka u smjeru osi y po liniji y 51

Slika 5.29. Raspodjela pomaka u smjeru osi z po liniji y 51

Slika 5.30. Početno stanje i prikaz deaktiviranih elemenata u prvom koraku 3D analize 53

Slika 5.31. Raspodjela temperature na 3D modelu metodom rađanja početkom 11. sekunde drugog prolaza (T, °C) 53

Slika 5.32. Raspodjela temperature na kombiniranom modelu metodom rađanja početkom 11. sekunde drugog prolaza (T, °C) 54

Slika 5.33. Usporedba rezultata klasične metode i metode rađanja za 3D model početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode 54

Slika 5.34. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u 3D modelu metodom rađanja (σ_x, N/m^2) 55

Slika 5.35. Raspodjela transverzalnog naprezanja u 3D modelu metodom rađanja (σ_y, N/m^2) 56

Slika 5.36. Deformirani i nedeformirani oblik 3D modela metodom rađanja (faktor uvećanja 10)..... 56

Slika 5.37. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u kombiniranom 3D/ljuskastog modelu metodom rađanja (σ_x, N/m^2)..... 57

Slika 5.38. Raspodjela transverzalnog naprezanja u kombiniranom 3D/ljuskastog modelu metodom rađanja (σ_y, N/m^2)..... 57

Slika 5.39. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* za različite metode..... 58

Slika 5.40. Raspodjela longitudinalnog naprezanja σ_x po liniji *x* za različite metode..... 58

Slika 5.41. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y* za različite metode..... 59

Slika 5.42. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *x* za različite metode..... 59

Slika 5.43. Raspodjela pomaka u smjeru osi *y* po liniji *y* za različite metode..... 60

Slika 5.44. Raspodjela pomaka u smjeru osi *z* po liniji *y* za različite metode..... 60

Slika 6.1. Pojednostavljena materijalna toplinska svojstva..... 63

Slika 6.2. Pojednostavljenja materijalna mehanička svojstva 64

Slika 6.3. Usporedba vremenske promjene temperature u čvoru koordinata (0,1, 0, 0,004) 64

Slika 6.4. Raspodjela temperatura za potpuni i pojednostavljeni materijalni model u 11. sekundi drugog prolaska elektrode..... 65

Slika 6.5. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* za različite slučajeve..... 66

Slika 6.6. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *x* za različite slučajeve..... 66

Slika 6.7. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y* za različite slučajeve..... 67

Slika 6.8. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *x* za različite slučajeve..... 67

Slika 6.9. Raspodjela pomaka u smjeru osi *z* po liniji *y* za različite metode..... 68

Slika 7.1. Prikaz setova elemenata na kojima je dodijeljeno opterećenje 71

Slika 7.2. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* sa jednim i dva prolaza elektrode 72

Slika 7.3. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *x* sa jednim i dva prolaza elektrode 72

Slika 7.4. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y* sa jednim i dva prolaza elektrode 73

Slika 7.5. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y sa jednim i dva prolaza elektrode..... 73

Slika 8.1. CAD model cijelog *linera* 75

Slika 8.2. Konstrukcijski dijelovi 1/10 *linera*..... 76

Slika 8.3. Numerički model 1/10 *linera* 76

Slika 8.4. Mreža konačnih elemenata 1/10 *linera* 77

Slika 8.5. Raspodjela temperatura na rebru *linera* u 406. sekundi zavarivanja (T, °C) 78
Slika 8.6. Raspodjela temperatura na rebru *linera* nakon procesa hlađenja 78
Slika 8.7. Rubni uvjeti mehaničke simulacije 1/10 *linera* 79
Slika 8.8. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu (σ_{ekv}, N/m^2) 80

POPIS TABLICA

Tablica 1. Broj stupnjeva slobode i CPU vrijeme pojedinih modela 61

Tablica 2. Analizirani slučajevi pojednostavljenih i potpunih toplinskih i mehaničkih modela 65

Tablica 3. Prikaz vremena računanja za analizirane slučajeve 69

Tablica 4. Prikaz vremena računanja za model s jednim i dva prolaza elektrode..... 74

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	m^2	površina poprečnog presjeka
a	m^2/s	toplinska difuznost
a_i	-	koeficijenti u interpolacijskim polinomima
$\mathbf{B}_L$	-	linearna matrica ovisnosti deformacije u elementu i pomacima u čvorovima
$\mathbf{B}_N$	-	nelinearna matrica ovisnosti deformacije u elementu i pomacima u čvorovima
$\mathbf{C}$	-	matrica toplinskog kapaciteta
c	$\mathrm{J/kgK}$	specifični toplinski kapacitet
$\mathbf{D}$, D_{ijkl}	-	tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}^{ep}$, D^{ep}_{ijkl}	-	elastoplastični tenzor krutosti
$\mathbf{D}_{kL}$	-	linearni kinematički diferencijalni operator
$\mathbf{D}_{kN}$	-	nelinearni kinematički diferencijalni operator
E	$\mathrm{N/m}^2$	modul elastičnosti
E_t	$\mathrm{N/m}^2$	tangentni modul elastičnosti
$\mathbf{F}_e$	-	vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{F}_i$	-	vektor unutarnjih čvornih sila
f	-	funkcija tečenja
G	$\mathrm{N/m}^2$	modul smičnosti
g	-	plastični potencijal
I	A	jakost električne struje
I_1, I_2, I_3	-	invarijante tenzora naprezanja
J_1, J_2, J_3	-	invarijante tenzora devijatora naprezanja
$\mathbf{K}$	-	globalna matrica krutosti

$\mathbf{K}_T$	-	globalna matrica provođenja, globalna tangencijalna matrica krutosti
$\mathbf{k}_e$	-	linearna elastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{ep}$	-	elastoplastična matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_T$	-	tangencijalna matrica krutosti konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uL}$	-	linearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{uN}$	-	nelinearna matrica početnih pomaka konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma L}$	-	linearna matrica početnih naprezanja konačnog elementa
$\mathbf{k}_{\sigma N}$	-	nelinearna matrica početnih naprezanja konačnog elementa
K	$\mathrm{N/m^2}$	modul plastičnosti
L	m	duljina ploče
l	m	duljina
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$\mathbf{N}_i$	-	matrica funkcija oblika za *i* – ti čvor
$\mathbf{N}_S$	-	matrica rubnih funkcija oblika
$\mathbf{n}$	-	vektor normale
n	m	lokalna koordinata u pravcu normale
Q	J	toplina
q_s	$\mathrm{J/m^2}$	površinska gustoća toplinskog toka
q_v	$\mathrm{J/m^3}$	volumenska gustoća toplinskog toka
$\bar{\mathbf{q}}$	-	vektor volumenskih sila osnovnog stanja

$\Delta\mathbf{q}$	-	vektor volumenskih sila osnovnog stanja
$\bar{\mathbf{q}}_b$	-	vektor površinskih opterećenja osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{q}_b$	-	vektor površinskog opterećenja bliskog stanja
$\mathbf{R}$	-	globalni vektor čvornih sila
$\mathbf{R}_e$	-	globalni vektor čvornih sila poradi vanjskog opterećenja
$\mathbf{R}_i$	-	globalni vektor unutarnjih čvornih sila
R	-	rezidual
S	-	granična ploha tijela
S_T	-	granična ploha tijela sa zadanom temperaturom
S_q	-	granična ploha tijela sa zadanom gustoćom toplinskog toka
s_{ij}	-	tenzor devijatora naprzanja
$\mathbf{T}$	K	vektor čvornih temperatura
T_i^e	K	temperatura u čvoru
T_p	K	početna temperatura
T_S	K	temperatura granične plohe
T_∞	K	temperatura fluida podalje od granične plohe tijela
T	K	temperatura
ΔT	K	promjena temperature
t	s	vrijeme
Δt	s	vremenski interval
U	V	električni napon
U1, U2, U3	m	pomaci u programskom paketu *Abaqus*

UR1, UR2, UR3	rad	kutovi zakreta u programskom paketu *Abaqus*
$\mathbf{u}, u_i$	m	vektor pomaka
u, v, w	m	komponente pomaka u Kartezijevom koordinatnom sustavu
$\mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode
$\bar{\mathbf{V}}$	-	vektor globalnih stupnjeva osnovnog stanja
$\Delta\mathbf{V}$	-	vektor globalnih stupnjeva slobode bliskog stanja
V	m^2	volumen
$\mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa
$\bar{\mathbf{v}}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u osnovnom stanju
$\mathbf{v}_i$	-	vektor stupnjeva slobode *i* – tog čvora elementa
$\Delta\mathbf{v}$	-	vektor stupnjeva slobode konačnog elementa u bliskom stanju
v	m/s	brzina gibanja elektrode
W	m	širina ploče
w_i	-	težinske funkcije
X, Y, Z, x, y, z	-	kartezijeve koordinate
α	W/m^2K	koeficijent prijelaza topline
α_T	1/K	koeficijent toplinskog rastezanja
δ_{ij}	-	Kroneckerov delta
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	-	tenzor deformacije
$\bar{\varepsilon}$	-	tenzor deformacije osnovnog stanja
ε_{ij}^e	-	tenzor elastične deformacije

ε_{ij}^{p}	-	tenzor plastične deformacije
ε_{ekv}^{p}	-	ekvivalentna plastična deformacija
$\varepsilon_{ij}^{\Delta V}$	-	tenzor volumenske deformacije uslijed fazne promjene
ε_{ij}^{trp}	-	tenzor plastične deformacije uslijed fazne promjene
η	-	koeficijent učinkovitosti električnog luka
κ	-	parametar očvršćenja
λ, μ	-	Lameove elastične konstante
$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$	$\mathrm{W/mK}$	koeficijenti toplinske vodljivosti
$d\lambda$	-	plastični multiplikator, skalarni faktor proporcionalnosti
ν	-	Poissonov faktor
ξ, η, ζ	-	bezdimenzijske prirode koordinate
ξ_i, η_i, ζ_i	-	prirodne koordinate *i* – tog čvora konačnog elementa
ρ	$\mathrm{kg/m^3}$	gustoća
$\boldsymbol{\sigma}, \sigma_{ij}$	$\mathrm{N/m^2}$	tenzor naprezanja
$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$	$\mathrm{N/m^2}$	vektor naprezanja osnovnog stanja
σ	$\mathrm{N/m^2}$	normalno naprezanje
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	$\mathrm{N/m^2}$	normalne komponente naprezanja u Kartezijevom koordinantom sustavu
σ_Y	$\mathrm{N/m^2}$	granica tečenja
σ_{Y0}	$\mathrm{N/m^2}$	početna granica tečenja
η	-	faktor učinkovitosti električnog luka

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu razmatra se problem numeričkog određivanja zaostalih naprezanja i deformacija pri procesu zavarivanja. Numeričke analize rađene su metodom konačnih elemenata sekvencijalno spregnutom toplinsko – mehaničkom analizom. Navedeni postupak je računalno vrlo skup, stoga se provodi uz odgovarajuća pojednostavljenja u svrhu reduciranja korisničkog vremena za pripremu modela i vremena računanja, uz zahtijevanu točnost rezultata simulacije.

Radi lakšeg razumijevanja, nastajanje zaostalih naprezanja i deformacija objašnjeno je na pojednostavljenom modelu s tri štapa. Teorijska osnovna izmjene topline i elastoplastičnog ponašanja materijala nužna je za razumijevanje numeričkog modeliranja procesa zavarivanja, stoga su uz numeričke izraze navedeni i analitički. Numeričko modeliranje opisano je izrazima za nelinearnu toplinsku i mehaničku analizu, a također su prikazane osnove rješavanja nelinearnih problema inkrementalno – iterativnom metodom te korišteni konačni elementi.

Modeliranje procesa zavarivanja verificirano je na procesu zavarivanja dviju sučeono zavarenih ploča. Za korištenu klasičnu metodu i metodu rađanja elemenata analizirani su ljuskasti modeli, potpuni 3D model i kombinirani 3D/ljuskasti model, te je dana usporedba dviju metoda. Pojednostavljenje modela odnosi se na reducirano opisan toplinski tok, reduciranje trodimenzijskog problema na dvodimenzijski, reducirano opisivanje temperaturne ovisnosti materijala, i pojednostavljenje u vidu prolaza elektrode. Primjenom navedenih pojednostavljenja nastojalo se doći do optimalnog numeričkog modela u slučaju modeliranja navedenim metodama.

Analiziranjem rezultata i danim zaključcima pri analizi dviju sučeono zavarenih ploča pristupilo se modeliranju procesa zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom.

Ključne riječi: metoda konačnih elemenata, zaostala naprezanja, klasična metoda, metoda rađanja

SUMMARY

This master thesis considers the problem of numerical determination of residual stresses and strains during the welding process. Numerical simulations were conducted using finite element method with sequentially coupled thermal - stress analysis. This procedure is computationally very expensive, therefore we are using appropriate simplifications in order to reduce user time to prepare model and computation time, with the required accuracy of the simulation results.

For ease of understanding, the formation of residual stresses and strains is explained on simplified model with three roods. Theoretical basic of heat transfer and elastic plastic material behavior is necessary for the understanding of numerical modeling of welding processes, so the are numerical and analytical terms also specified in this thesis. Numerical modeling in terms of a nonlinear thermal and stress analysis solving with incremental – iterative method, and types of used finite elements are also described.

Process for numerical modeling of welding is verified on two butt – welded plates, and it was modelled using standard method and element birth and death method. Models are discretized with shell elements, 3D elements, and combined 3D/shell elements using shell to solid coupling method. Simplification of the model refers to the reduced heat flux, reduced temperature dependence of material, and simplification with just one pass through the weld. Applying the above simplifications, we attempted to find the optimal numerical model.

By the results and conclusions in the analysis of two butt – welded plates, we apply the optimal process for modelling welding of cover rib on liner during assembly of the gas turbine exhaust housing from the company Alstom.

Key words: finite element method, residual stresses, conventional method, element birth and death method

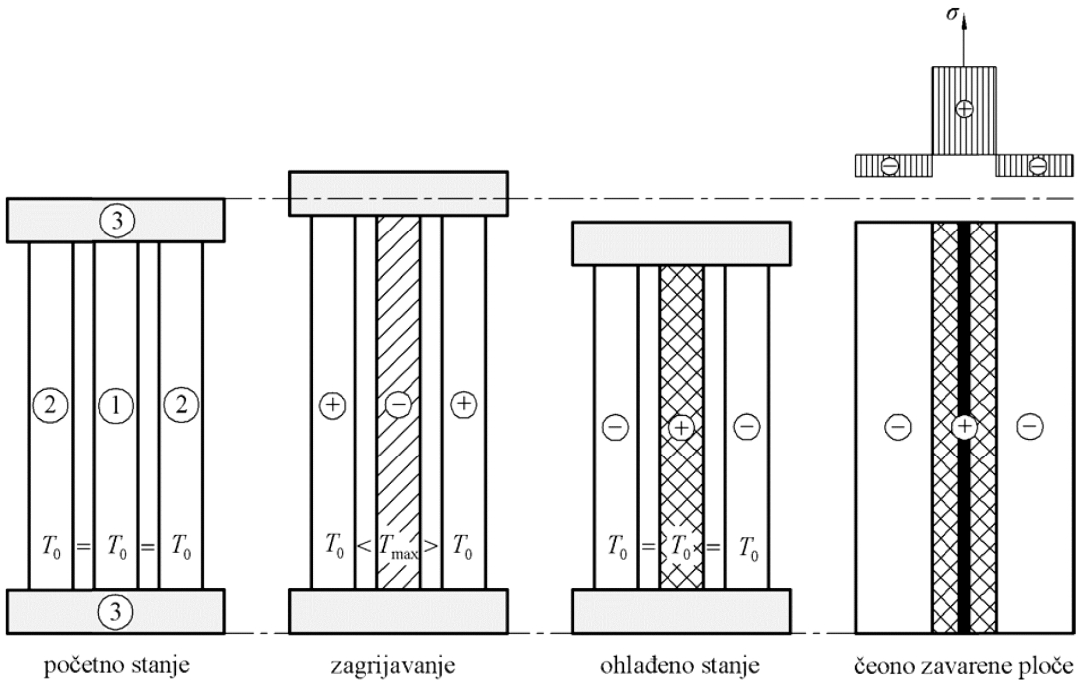
1. UVOD

Zavarivanje je postupak spajanja materijala koji je zbog svoje jednostavnosti, pouzdanosti i isplativosti široko primjenjiv u općem strojarstvu i brodogradnji. Tijekom postupka zavarivanja u osnovni materijal na mjestu spoja unosi se značajan dio topline, što dovodi do pojave plastičnih deformacija u materijalu, a kao posljedica javljaju se zaostala naprezanja čiji je iznos u većini slučajeva približno jednak iznosu granice tečenja materijala. Takva zaostala naprezanja imaju utjecaj na radni vijek i procjenu cjelovitosti same konstrukcije, a deformacije koje nastaju nakon zavarivanja uzrokuju geometrijska odstupanja koja stvaraju probleme pri samoj montaži. Određivanje zaostalih naprezanja eksperimentalno je vrlo skup postupak, a analitički previše složen, stoga se razvojem računalnih tehnologija krenulo u numeričko modeliranje procesa zavarivanja koje uz odgovarajuća pojednostavljenja.

Pojednostavljenja kao što su reducirano opisivanje temperaturne ovisnosti materijala te reduciranje trodimenzijskog problema na dvodimenzijski mogu značajno uštediti računalne resurse i samo vrijeme računanja i pritom ostvariti određene uštede prilikom numeričkog modeliranja procesa, međutim takva pojednostavljenja mogu dovesti do određene greške u rezultatu. Cilj rada je usporediti numeričke metode procesa zavarivanja, klasičnu metodu i metodu rađanja elemenata (*eng. element birth method*), te verificirati metodu uz odgovarajuća materijalna i numerička pojednostavljenja. Dobiveni optimalni model potrebno je primijeniti za simulaciju procesa zavarivanja poklopca rebra linera pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom u sklopu projekta *Gas Turbine Exhaust System Enhanched Design* koji se provodi u suradnji fakulteta i tvrtke Alstom iz Karlovca.

2. NAPREZANJA I DEFORMACIJE KAO POSLJEDNICA PROCESA ZAVARIVANJA

Zavarivanje uzrokuje nejednoliku raspodjelu temperature, a materijal u zoni zavara zagrijava se na nekoliko tisuća stupnjeva te naglo hladi. Lokalno zagrijavanje i hlađenje uzrokuju volumenske promjene te nastaju naprezanja i deformacije. Navedena nejednolika toplinska raspodjela u općem slučaju uzrokuje složeno troosno stanje naprezanja, međutim u većini slučajeva dovoljno je razmatrati dvoosno ili čak jednoosno stanje naprezanja. Pojavu zaostalih naprezanja (slika 2.1.) pojednostavljeno (jednoosno stanje naprezanja) je moguće objasniti modelom sa tri štapa jednake duljine (središnjim – 1, i dva granična – 2), koji su međusobno spojeni krutim pločama 3. Gornja kruta ploča može se pomicati u osnom smjeru štapova. Središnji štap – 1 predstavlja područje zavara i u taj štap se unosi toplina, dok su granični štapovi – 2 na konstantnoj temperaturi te predstavljaju ostatak zavarene konstrukcije koji nije dio zone utjecaja topline. Početno stanje karakterizira ista temperatura svih štapova iznosa T_0.



Slika 2.1. Pojednostavljeni model prikaza nastajanja zaostalih naprezanja sa tri toplinski opterećena štapa i čeono zavarene ploče modelirane sustavom s tri štapa [1]

Zagrijavanjem središnjeg štapa na temperaturu T_{max}, on teži produljenju, te će doći do produljenja i graničnih štapova koji će tada biti opterećeni na vlak, dok središnji štap postaje tlačno opterećen. Ako je temperatura T_{max} dovoljno visoka da su nastala tlačna naprezanja veća od granice tečenja, nakon hlađenja ostaju trajne plastične deformacije. Ukoliko je

temperatura T_{max} dovoljno niska da naprezanja u srednjem štapu ostanu ispod granice tečenja materijala, nakon hlađenja na početnu temperaturu T_0, naprezanja u svim štapovima biti će jednaka nuli. Prilikom hlađenja srednji štap se sabija, granični štapovi se opiru, te u srednjem štapu nastaje vlačno naprezanje dok se u graničnim štapovima javlja tlačno naprezanje.

Analogija štapnog modela vidljiva je i na sučeono zavarenim pločama pri čemu je zavar srednji štap, za zona podalje od zavara analogna je graničnim štapovima navedenog modela. Međutim, stvarno stanje zaostalih naprezanja znatno je složenije i ovisi o faktorima kao što su toplinski i mehanički rubni uvjeti, svojstva osnovnog i dodatnog materijala, redoslijed i broj prolaza zavarivanja, dimenzije i oblik konstrukcije i sl. [1],[2].

2.1. Zaostala naprezanja

Naprezanja nastala prilikom procesa zavarivanja smatramo unutarnjim naprezanjima (*eng. internal stresses*), nastala bez djelovanja vanjskih sila, te ih možemo podijeliti prema vijeku trajanja, smjeru i podrijetlu. Prema vijeku trajanja naprezanja nastala zavarivanjem dijele se na privremena i zaostala. Privremena naprezanja postoje samo u određenom trenutku nestacionarnog postupka zagrijavanja i hlađenja zavarene konstrukcije, dok zaostala naprezanja smatramo trajnima jer su prisutna i nakon postupka zagrijavanja i hlađenja na okolišnu temperaturu.

Prema smjeru djelovanja razlikujemo:

- longitudinalna (naprezanja paralelna sa smjerom zavara),
- transverzalna (naprezanja okomita na zavar).

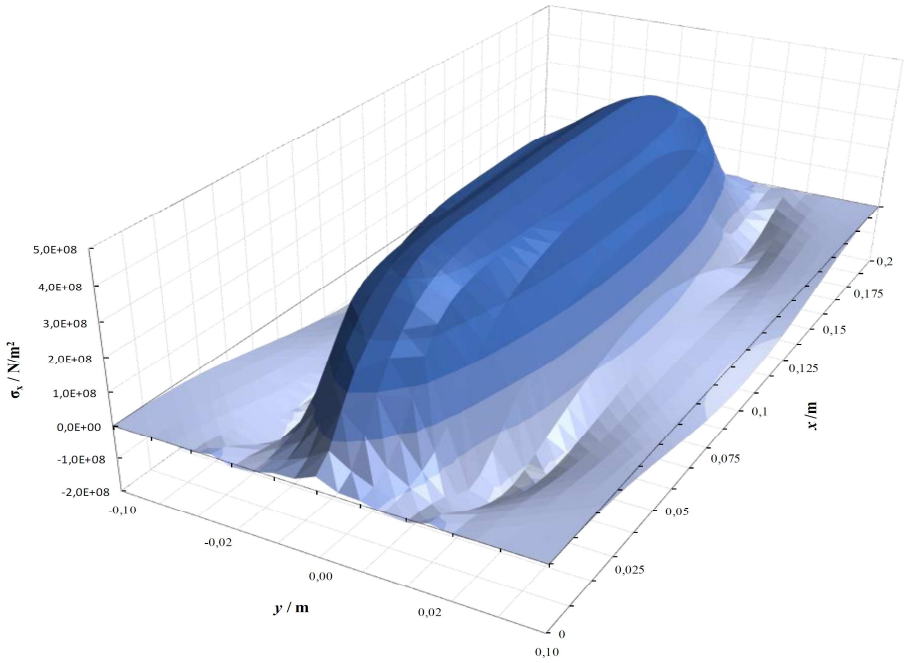
Prema podrijetlu, naprezanja nastala kao posljedica postupka zavarivanja, mogu se podijeliti na:

- toplinska naprezanja nastala nejednolikom toplinskom raspodjelom,
- naprezanja uzrokovana plastičnom deformacijom materijala,
- naprezanja uzrokovana faznom promjenom materijala.

Naprezanja uzrokovana plastičnom deformacijom gotovo uvijek postoje u zavaru i oko njega, a naprezanja uslijed fazne transformacije puno su manja te se u ovom radu neće razmatrati. [1], [2]

2.1.1. Longitudinalna zaostala naprezanja

Maksimalna longitudinalna zaostala naprezanja σ_x (*eng. longitudinal residual stresses*) prilikom zavarivanja približno su jednaka granici tečenja (*eng. yield stress*) σ_Y. Na slici 2.2. prikazana je 3D raspodjela zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča iz koje je vidljivo da su u zoni plastičnog deformiranja (zona zavara) naprezanja vlačna, a udaljavanjem od zone naprezanja u smjeru okomitom na zavar, naprezanja postaju tlačna. Ovakvo stanje naprezanja prikazano na slici 2.2. karakteristično je isključivo za meke čelike (čelici s malim udjelom ugljika).

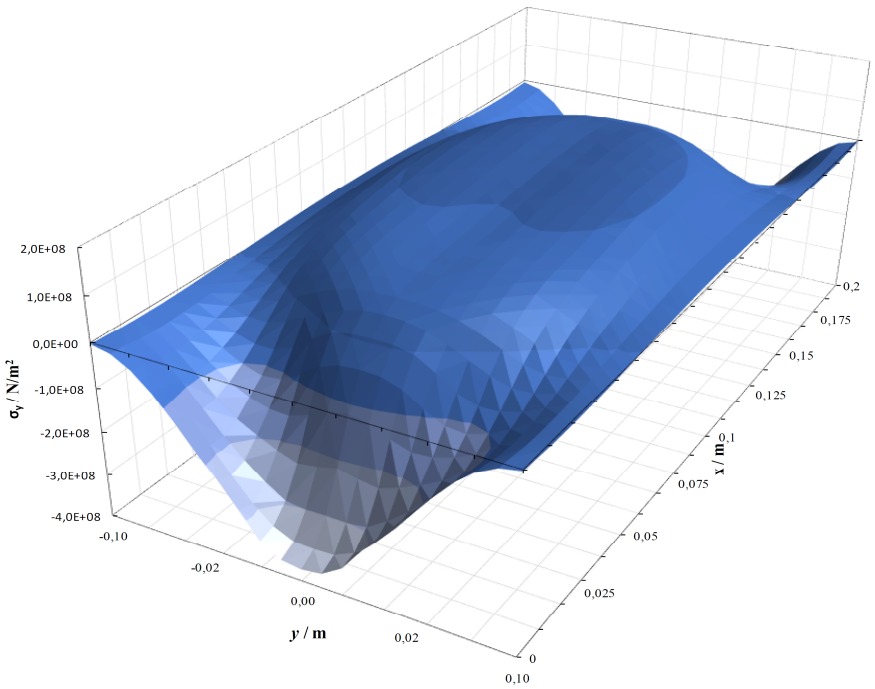


Slika 2.2. 3D raspodjela longitudinalnih zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča dobivenih ljuskastim modelom

Širina plastično deformirane zone ovisi o parametrima zavarivanja, svojstvima materijala i krutosti promatrane konstrukcije. Svojstva materijala koja utječu na navedenu širinu su granica tečenja σ_Y, modul elastičnosti E (*eng. elastic modul*) i koeficijent toplinske rastezljivosti α (*eng. thermal expansion coefficient*). Što je granica tečenja materijala veća, to će zona plastične deformacije biti uža, a porastom vrijednosti modula elastičnosti i koeficijenta toplinske rastezljivosti rasti će i širina plastično deformirane zone. Glavni parametri zavarivanja su gustoća toplinskog toka q i brzina zavarivanja v. Veća vrijednost gustoće toplinskog toka utječe na povećanje zone plastične deformacije, dok se smanjenjem brzine zavarivanja smanjuje i širina plastično deformirane zone.

2.1.2. Transverzalna zaostala naprezanja

Iznos transverzalnih zaostalih naprezanja bit će manji ukoliko se ploče zavaruju slobodno u prostoru bez dodatnih ukrućenja i oslonaca. Najveći iznos transverzalnih zaostalih naprezanja je u zoni prije završetka samog zavara. Slika 2.3 prikazuje raspodjelu transverzalnih zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča. Jasno je vidljivo da su na krajevima zavara naprezanja tlačna, dok pri sredini ona poprimaju pozitivan predznak. Uzrok nastanka tlačnih naprezanja je longitudinalno sabijanje zone plastične deformacije i savijanje ploča. Raspodjela naprezanja na dvije sučeono zavarene ploče prikazana na slikama 2.2. i 2.3. dobivena je numeričkim modelom koji je diskretiziran ljuskastim elementima.



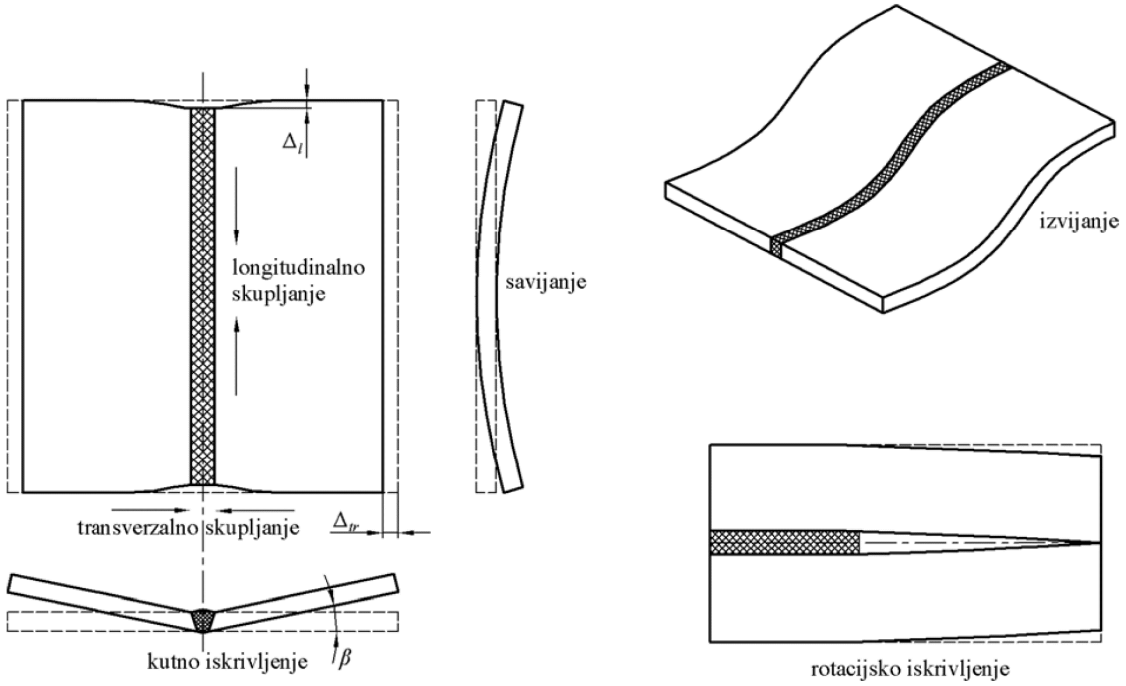
Slika 2.3. 3D raspodjela transverzalnih zaostalih naprezanja dviju sučeono zavarenih ploča dobivenih ljuskastim modelom

2.2. Deformacije u zavarenoj konstrukciji

Deformacije u zavarenoj konstrukciji mogu se podijeliti na:

- longitudinalno skupljanje (skupljanje u smjeru linije zavara),
- transverzalno skupljanje (skupljanje u smjeru okomito na središnju liniju zavara),
- kutno iskrivljenje (iskrivljenje uzrokovano neujednačenom raspodjelom temperature po debljini zavara), tj. rotacija oko linije zavara,

- rotacijsko iskrivljenje (kutno iskrivljenje u ravnini ploča koje nastaje zbog toplinskog stezanja ili širenja,
- savijanje (iskrivljenje u ravnini koja prolazi kroz liniju zavara i okomita je na ploče),
- izvijanje (iskrivljenje uzrokovano longitudinalnim tlačnim naprezanjima, posebno kod tankih ploča).



Slika 2.4. Vrste deformacija tijekom i nakon zavarivanja [1]

3. OSNOVNI ANALITIČKI IZRAZI ZA MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA

Zavarivanje je nestacionaran i nelinearan proces, prilikom kojeg se u dijelove konstrukcije koji se spajaju lokalno unosi toplina, nakon čega slijedi hlađenje samih elemenata konstrukcije. Unutar samog procesa, prostorna i vremenska raspodjela temperature je nejednolika, što uzrokuje deformacije. Visoka temperatura u zavaru i zoni utjecaja topline uzrokuju promjene u mikrostrukturi materijala i dovodi do pojave plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja [1],[2].

3.1. Termodinamika zavarivanja

Tri osnovna načina izmjene topline su:

- provođenje ili kondukcija (*eng. conduction*) – točke promatranog tijela su na različitim temperaturama, toplina prelazi iz područja više u područje niže temperature,
- konvekcija (*eng. convection*) – predaja topline od stjenke čvrstog tijela na fluid (ili obrnuto),
- zračenje ili radijacija (*eng. radiation*) – zračenje u obliku elektromagnetskih valova.

Izmjena topline u postupku zavarivanja u ovom radu opisuje se provođenjem, koje može biti stacionarno i nestacionarno. Osnovno svojstvo stacionarnog provođenja topline je da se temperature u temperaturnom polju vremenski ne mijenjaju tj. rubni uvjeti i/ili fizikalna svojstva materijala su konstantni. Temperatura je funkcija samo prostornih koordinata i opisana je izrazom:

$$T = T(x, y, z); \ \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \tag{3.1}$$

gdje je T [K] temperatura, a x, y i z su prostorne koordinate, a t [s] predstavlja vrijeme.

Ako se temperature u temperaturnom polju vremenski mijenjaju, tj. rubni uvjeti i/ili fizikalna svojstva materijala su funkcije ovisne o vremenu, govorimo o nestacionarnom provođenju topline. Temperatura je funkcija i prostornih koordinata i vremena, a opisana je izrazom:

$$T = T(x, y, z, t). \tag{3.2}$$

Stacionarno i nestacionarno provođenje topline može se razmatrati kao linearni i nelinearni problem. Linearno provođenje topline podrazumijeva da fizikalna svojstva materijala, toplinski tokovi, toplinski izvori (ponori) i koeficijenti prijelaza topline konvekcijom ne ovise

o temperaturi. Također, nema rubnih uvjeta koji sadrže prijenos topline zračenjem i nema faznih promjena. Ukoliko nije zadovoljen barem jedan od navedenih uvjeta linearnog problema, radi se o nelinearnom stacionarnom, odnosno nestacionarnom provođenju topline [3].

3.1.1. Osnovne jednadžbe

Osnovni izraz u analizi prijenosa topline je Fourierov zakon toplinske kondukcije koji pokazuje kako je gustoća toplinskog toga direktno proporcionalna temperaturnom gradijentu. Fourierov zakon opisan je izrazom:

$$q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}, \tag{3.3}$$

gdje je q_s [W/m^2] gustoća toplinskog toka (*eng. heat flux density*), $\partial T / \partial n$ [K/m] predstavlja temperaturni gradijent, a λ [W/mK] je koeficijent toplinske vodljivosti (*eng. thermal conductivity*) koje ovisi o mikrostrukturi materijala i temperaturi. Negativan predznak na desnoj strani jednadžbe je zbog toga što je smjer vektora gustoće toplinskog toka suprotan gradijentu temperature tj. provođenje topline usmjereno je s područja veće prema području manje temperature. U općem slučaju trodimenzijskog temperaturnog polja $T = T\ (x,y,z)$ u pravokutnom koordinatnom sustavu, vektor gustoće toplinskog toka može se razložiti na komponente u smjeru koordinata x, y, z:

$$q = q_x + q_y + q_z = -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} - \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}\ . \tag{3.4}$$

Navedeno je da ukoliko se temperaturno polje mijenja s vremenom, govorimo o nestacionarnom temperaturnom polju. Zbog promjena temperature diferencijalne mase krute tvari dm = dV = dxdydz, doći će do promjene njene unutarnje energije koja je dana izrazom:

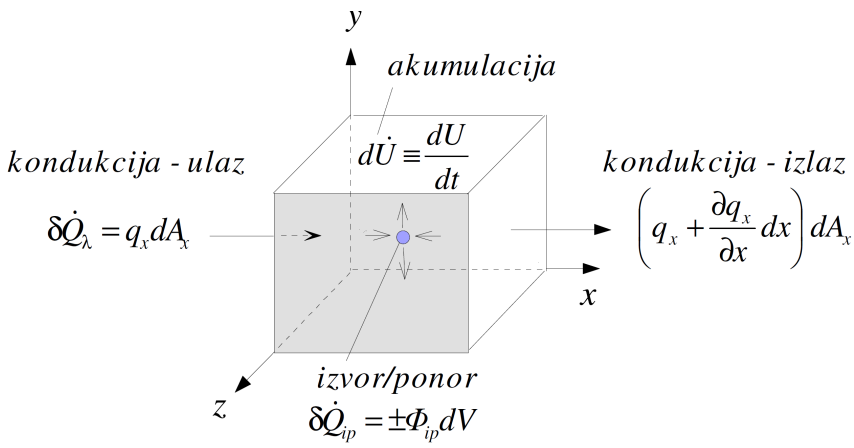
$$\mathrm{d}U = \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \mathrm{d}V. \tag{3.5}$$

Uzrok promjene je razlika toplinskog toka koja se provođenjem dovodi i odvodi susjednim elementima dan je izrazom:

$$\begin{aligned} \delta Q_x &= q_x \mathrm{d}A_x, \\ \delta Q_y &= q_y \mathrm{d}A_y, \\ \delta Q_z &= q_z \mathrm{d}A_z. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Na slici 3.1. je prikazan jedan smjer prijenosa topline koji se odvija kroz granične plohe elementa u smjeru x osi. U općem slučaju unutar diferencijalnog volumena $\mathrm{d}V = \mathrm{d}A_x\mathrm{d}x = \mathrm{d}A_y\mathrm{d}y = \mathrm{d}A_z\mathrm{d}z$, može postojati izvor ili ponor topline koji rezultira toplinskim tokom:

$$\delta Q_{ip} = \pm\Phi_{ip}\mathrm{d}V. \tag{3.7}$$



Slika 3.1. Bilanca energije elementarne tvari za prijenos topline u smjeru *x* osi [5]

Primjenom I. zakona termodinamike (zakon o održanju energije) dobivamo jednadžbu:

$$\delta Q_x + \delta Q_y + \delta Q_z + \delta Q_{ip} = \mathrm{d}U + \delta Q_{x+dx} + \delta Q_{y+dy} + \delta Q_{z+dz}. \tag{3.8}$$

Uvrštavanjem izraza (3.5), (3.6), (3.7) u izraz (3.8) dobivamo se jednadžba održanja energije za nestacionarno trodimenzijsko temperaturno polje s izvorom/ponorom u krutom tijelu:

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \pm\Phi_{ip}. \tag{3.9}$$

Nakon uvrštavanja izraza gustoće toplinskog toka za sva tri smjera (3.4) u jednadžbu (3.9) slijedi:

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y\frac{\partial T}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \pm\Phi_{ip}. \tag{3.10}$$

Jednadžbu (3.10) (diferencijalna jednadžba prijenosa topline) možemo zapisati i u obliku:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)\right] \pm \frac{\Phi_{ip}}{\rho c}, \tag{3.11}$$

pri čemu je c [J/kgK] specifični toplinski kapacitet (*eng. specific heat capacity*), ρ [kg/m^3] gustoća materijala (*eng. density*) a Φ_{ip} [W/m^3] izvor, odnosno ponor topline. Kako u općem slučaju c, ρ, λ_x, λ_y i λ_z ovise o temperaturi jednadžba je nelinearna. Ako pretpostavimo da koeficijenti toplinske vodljivosti ne ovise o temperaturi, i jednaki su u svim smjerovima (izotropan materijal) tada dobivamo linearizirani oblik jednadžbe (3.11) koji glasi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \pm \frac{\Phi_{ip}}{\rho c} = a\nabla^2 T \pm \frac{\Phi_{ip}}{\rho c}, \tag{3.12}$$

gdje je a [m^{2}s^{-1}] toplinska difuzivnost (*eng. diffusion coefficient*). Linearizacija jednadžbe pogodnija je za nalaženje analitičkog rješenja, a razlika u točnosti rješenja je zanemariva.

3.1.2. Uvjeti jednoznačnosti rješenja provođenja topline

Da bi se ispravno opisao problem provođenja topline u čvrstom tijelu, općoj diferencijalnoj jednadžbi provođenja topline potrebno je pridružiti uvjete jednoznačnosti, koji se svode na:

- geometrijske uvjete – karakteriziraju oblik i veličinu krutog tijela koje se razmatra pri provođenju topline,
- fizikalna svojstva krutine,
- početne (inicijalne) uvjete – opisuju temperaturnu raspodjelu u čvrstom tijelu u početnom trenutku (t = 0 s), koji moraju biti zadani pri promatranju nestacionarnih slučajeva provođenja topline, a u općem slučaju zapisuje se kao funkcija prostornih koordinata:

$$T_p = T_p(x, y, z, t = 0), \tag{3.13}$$

- rubne (granične) uvjete koji opisuju toplinsku interakciju između rubnih površina čvrstog tijela S i okoliša.

Rubni (granični) uvjeti dijele se općenito u tri vrste:

a) Rubni uvjeti 1. vrste ili Dirichletov rubni uvjet – na rubnim S_T promatrane krutine propisana je temperatura u svakom trenutku, što se može zapisati kao:

$$T_S = T_S(x, y, z, t) \text{ na } S_T\ , \tag{3.14}$$

b) Rubni uvjeti 2. vrste ili Neumannov (Cauchyjev) rubni uvjet – na graničnoj plohi S_q u svakom trenutku je zadana gustoća toplinskog toka, što se može zapisati kao:

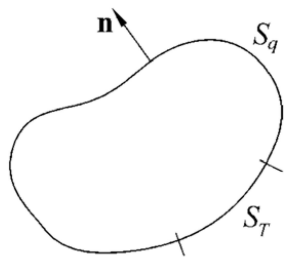
$$q_S = q_S(x, y, z, t) \text{ na } S_q, \tag{3.15}$$

c) Rubni uvjeti 3. vrste ili Newtonov mješoviti rubni uvjet – čvrsto tijelo izmjenjuje toplinu s okolišnim fluidom,a definiran je Newtonovim iskustvenim stavkom koji glasi:

$$q_S = \alpha(T_s - T_\infty) \ , \tag{3.16}$$

gdje je α [W/m^{2}K] ukupni koeficijent prijelaza topline (*eng. heat transfer coefficient*) koji obuhvaća konvektivni dio i udio od zračenja, T_S [K] je temperatura fluida koja odgovara temperaturi granične plohe, a T_∞ [K] temperatura fluida podalje od granične plohe.

Na nekoj točki ruba $S = S_T \cup S_q$ može se dodijeliti samo jedan tip rubnog uvjeta.

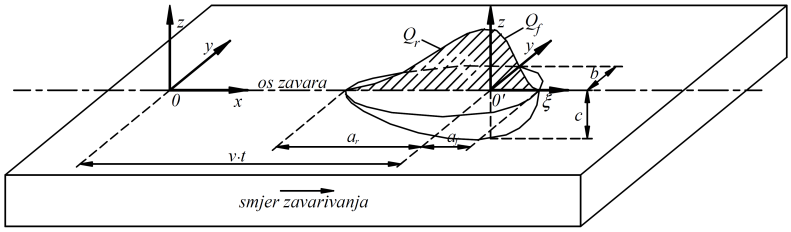


Slika 3.2. Rubne površine čvrstog tijela [3]

3.1.3. Toplinski tok

Postoji više načina modeliranja pomičnog toplinskog toka a najzastupljenije formulacije u istraživanjima su Goldakova i Gaussova formulacija. Goldakov model u obliku dvostrukog elipsoida raspodijeljen po volumenu zavara, a osnovna karakteristika modela je veliki gradijent temperature ispred centra izvora topline, dok je iza centra izvora taj gradijent manje zbog konvektivnog prijenosa topline u zavaru. Svaki elipsoid definiran je sa četiri parametra, koji fizikalno opisuju dimenzije zone taljenja, a određuju se eksperimentalno jer su vezani uz karakteristike električnog luka. Koordinanti sustav (ξ, *y*, *z*) vezan je za izvor topline i pomiče se zajedno s njim, stoga se model u svakom trenutku sastoji od prednjeg ($\xi > 0$) i zadnjeg ($\xi < 0$) poluelipsoida gledano u smjeru zavarivanja. Goldakov model prikazan je na slici 3.3. U programskom paketu Abaqus [15] Goldakovu formulaciju nije moguće odabrati već je potrebno samostalno, u jednom od programskih paketa za programiranje, napisati potrebni programski kod i jednadžbe koje opisuju navedeni toplinski tok (*engl. dflux subroutine)* stoga

je u proračunu korišten pojednostavljeni toplinski tok koji se dodjeljuje određenim setovima elemenata te nije vezan za koordinatni sustav kao u prethodno navedenom slučaju.



Slika 3.3. Goldakov model toplinskog toka [2]

Kod zavarivanja električna se energija pretvara u toplinsku, međutim sva toplinska energija se ne koristi za zagrijavanje elektrode i dodatne tvari, već postoje određeni gubitci nastali zbog disipacije topline pa se efektivna energija električnog luka opisuje izrazom:

$$Q = \eta UI, \tag{3.17}$$

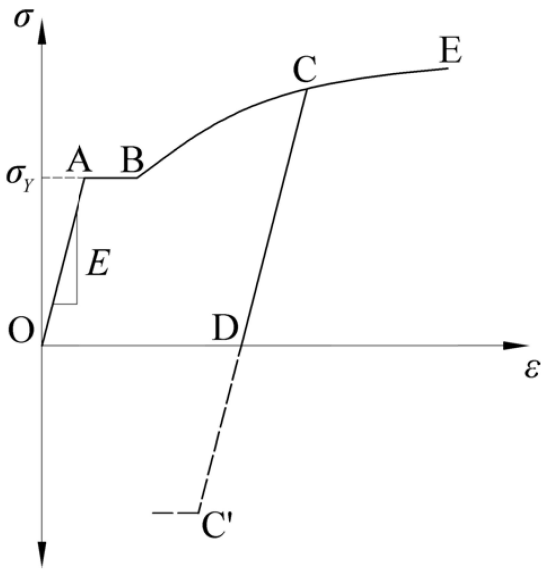
gdje je Q [W] ulazna energija (u gornjim jednadžbama izvor ili ponor topline), η faktor učinkovitosti električnog luka koji ovisi o tehnologiji zavarivanja, U [V] napon (*eng. voltage*), a I [A] jakost struje. U ovom radu, zbog pojednostavljena koristi se model toplinskog toka s jednoliko raspoređenom toplinom po volumenu zavara.

3.2. Osnovni izrazi teorije plastičnosti

3.2.1. Dijagram deformiranja

Vlačnim ili tlačnim eksperimentom dobiva se krivulja ovisnosti stvarnog naprezanja o deformaciji (*eng. true stress-strain*). Ako se sila F podjeli s početnom površinom poprečnog presjeka epruvete A_0, dobit će se tehničko ili inženjersko naprezanje σ_0. Stvarno naprezanje σ dobije se dijeljenjem sile F sa trenutnom površinom poprečnog presjeka epruvete A. Zbog Poissonove kontrakcije A je uvijek manji od A_0, stoga je stvarno naprezanje uvijek veće od inženjerskog. Dijagram ovisnosti stvarnog naprezanja o deformaciji prikazan je na slici 3.4. Dijagram započinje linearno – elastičnim dijelom u kojem su naprezanja i deformacije linearno ovisni preko Youngovog modula elastičnosti E. Veći modul elastičnosti u dijagramu bit će prikazan strmijim nagibom, što znači da će za isto istezanje biti potrebno veće naprezanje. Nakon razvlačenja epruvete iza točke A koja predstavlja granicu proporcionalnosti (u ovom slučaju granicu elastičnosti i granicu tečenja), počinje plastično tečenje materijala. Granicu tečenja σ_Y karakteriziraju dvije vrijednosti, gornja i donja granica

tečenja (dužina AB), a predstavlja stanje metala kada se dislokacije počinju slobodno gibati sve dok ne dostignu granice zrna, što je karakteristično za duktilne materijale. U tom području rastu deformacije bez porasta naprezanja. Nakon granice tečenja dolazi do kontinuiranog povećanja naprezanja zbog očvršćenja materijala plastičnim deformiranjem.



Slika 3.4. Dijagram ovisnosti stvarnog naprezanja i deformacije [1]

Ukoliko se epruveta rastereti u točki C dolazi do elastičnog povrata CD s nagibom gotovo jednakim modulu elastičnosti *E*, a epruveta zadržava plastičnu deformaciju OD. Ako se epruveta opterećuje nakon točke D, deformacija približno prati krivulju DCE. Iz toga je vidljivo da u ovom slučaju materijal ima prošireno područje elastične deformacije tj. vrijedi $\sigma_Y^C > \sigma_Y^A$. Ako se iz točke D epruveta tlačno optereti duž puta DC', nova granica tečenja C' odgovara deformaciji koja je bitno manja od one u točki C i vrijedi $\sigma_Y^C > \sigma_Y^{C'}$. Ova pojava naziva se Bauschingerov efekt i dolazi do izražaja kod cikličkih opterećenja.

3.2.2. Deformacija

Tenzor ukupnog prirasta deformacije tijekom zavarivanja iznosi:

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij} = \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{e} + \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p} + \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{0} + \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\Delta V} + \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\Delta Trp}, \tag{3.18}$$

u kojem indeks *e* označava elastičnu deformaciju, *p* plastičnu deformaciju, *0* početnu toplinsku deformaciju, ΔV volumensku deformaciju uslijed fazne promjene, i ΔTrp označava plastičnu deformaciju uslijed fazne promjene materijala. Deformacije uslijed faznih promjena neće se razmatrati.

3.2.2.1. Elastična deformacija

Formulacija koja opisuje elastično deformiranje glasi da za svaku točku deformiranog tijela, komponente elastičnog tenzora deformacije ε_{ij}^{e} linearno ovise o komponentama tenzora naprezanja σ_{ij} [1]. Navedeni odnos prikazuje se relacijom:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}^{e}, \tag{3.19}$$

pri čemu je D_{ijkl} matrica elastičnosti opisana tenzorom četvrtog reda, dok su naprezanje i deformacija tenzori drugog reda. U općem slučaju matrica elastičnosti sastoji se od 36 koeficijenata, a 21. je različit od nule i svaki je definiran nezavisnom konstantom materijala. Takav materijal nazivamo anizotropnim. Većinu tehničkih materijala smatramo izotropnima, a broj koeficijenata različitih od nule reduciramo na dva, modul elastičnosti E i modul smicanja G koji su međusobno povezani Poissonovim faktorom ν, relacijom:

$$\frac{E}{G} = 2\left(1+\nu\right). \tag{3.20}$$

Tenzor elastičnosti za linearni izotropni materijal jednak je:

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right), \tag{3.21}$$

δ_{ij} je Kroneckerov simbol za koji vrijedi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}, \tag{3.22}$$

uz Lameove konstante:

$$\lambda = \frac{\nu E}{\left(1+\nu\right)\left(1-2\nu\right)},\ \mu = G = \frac{E}{2\left(1+\nu\right)}. \tag{3.23}$$

3.2.2.2. Plastična deformacija

Za slučaj bez početne toplinske deformacije, ukupna deformacija može se rastaviti na povrativu elastičnu deformaciju i trajnu, nepovrativu plastičnu deformaciju. Za troosno stanje naprezanja prirast ukupne deformacije iznosi:

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij} = \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{e} + \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p}, \tag{3.24}$$

a relacija (3.19) se može zapisati u obliku:

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{p}), \tag{3.25}$$

a u gornjem izrazu σ_{ij} predstavlja Cauchyev tenzor naprezanja, a ε_{kl} Green-Lagrangeov tenzor deformacije koji je jednak:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}\left(u_{k,l} + u_{l,\mathrm{k}} + u_{m,k}u_{m,l}\right). \tag{3.26}$$

Elastično deformiranje utječe na promjenu volumena deformiranog tijela, te u izrazu tenzora naprezanja (3.27) sferni dio je taj koji opisuje promjenu volumena, dok devijatorski dio u izrazu tenzora naprezanja utječe samo na promjenu oblika tijela i relevantan je za opisivanje plastične deformacije:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{sf} + \sigma_{dev} = \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} + s_{ij} \ . \tag{3.27}$$

Pri jednoosnom stanju naprezanja, kad naprezanje dosegne granicu tečenja, počinje plastično deformiranje tijela. Dakle, uvjet tečenja (*eng. yield condition*) pri jednoosnom stanju naprezanja ima oblik:

$$\sigma = \sigma_Y, \tag{3.28}$$

a pri troosnom stanju naprezanja uvjet tečenja opisan je skalarnom funkcijom tečenja (*eng. yield function*):

$$f = f\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, \kappa\right). \tag{3.29}$$

Funkcija tečenja ovisi o naprezanju σ_{ij}, o plastičnoj deformaciji ε_{ij}^{p}, i o povijesti plastične deformacije (ili promjene plastične deformacije) koja se izražava parametrom κ koji se naziva parametrom očvršćenja (*eng. strain hardening parametar*). U šestodimenzijskom prostoru u kojem su koordinatne osi šest komponenata naprezanja, jednadžba:

$$f\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, \kappa\right) = 0, \tag{3.30}$$

a predstavlja implicitnu jednadžbu zatvorene hiperplohe koja se naziva ploha tečenja (*eng. yield surface*). Svako stanje naprezanja u nekoj čestici tijela određeno je jednom točkom u prostoru naprezanja. Ako se ta točka nalazi unutar plohe tečenja, tj. ako je $f < 0$, materijal se

nalazi u elastičnom stanju i nema povećanja plastične deformacije. Plastična deformacija može nastati samo ako je $f = 0$, a stanje $f > 0$ nema značenja i u stvarnosti se ne može dogoditi [6].

Funkcija tečenja izvodi se preko invarijanti tenzora naprezanja (*eng. stress invariants*). Tri glavne invarijante tenzora naprezanja jednake su:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{kk}, \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}), \\ I_3 &= \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} + \frac{1}{6}\sigma_{ii}\sigma_{jj}\sigma_{kk} - \frac{1}{2}\sigma_{kk}\sigma_{ij}\sigma_{ij}. \end{aligned} \tag{3.31}$$

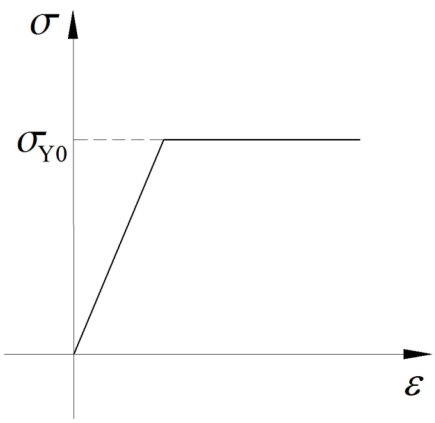
Navedeno je da devijatorski dio tenzora naprezanja opisuje plastično tečenje, a njegove invarijante dane su izrazima:

$$\begin{aligned} J_1 &= s_{kk}, \\ J_2 &= \frac{1}{2}\left(s_{ij}s_{ij} - s_{ii}s_{jj}\right), \\ J_3 &= \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki} + \frac{1}{6}s_{ii}s_{jj}s_{kk} - \frac{1}{2}s_{kk}s_{ij}s_{ij}. \end{aligned} \tag{3.32}$$

Za izotropno elastično – idealnoplastične materijale kod kojih u tijeku plastičnog deformiranja ne nastaje očvršćenje, funkcija tečenja ovisi samo o naprezanju:

$$f\left(\sigma_{ij}\right) = 0. \tag{3.33}$$

Dijagram naprezanje – istezanje za elastično – idealnoplastični materijal prikazan je na slici 3.5.



Slika 3.5. Elastično – idealnoplastičan materijalni model [7]

U izotropnim materijalima svi su smjerovi jednako vrijedni, tj. funkcija tečenja ne ovisi o pravcima glavnih naprezanja, nego samo o glavnim naprezanjima:

$$f\left(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\right) = 0, \tag{3.34}$$

odnosno:

$$f\left(I_1, I_2, I_3\right) = 0, \tag{3.35}$$

Eksperimentalno je dokazano da tečenje metala ne ovisi srednjem normalnom naprezanju σ_{ii}, pa se prva invarijanta naprezanja gubi. Prethodno je navedeno da devijatorski dio opisuje plastično tečenje, stoga funkcija tečenja ovisi samo o drugoj i trećoj invarijanti devijatora naprezanja:

$$f\left(J_2, J_3\right) = 0. \tag{3.36}$$

Funkcija tečenja prikazuje se u trodimenzijskom prostoru naprezanja kojem su koordinatne osi glavna naprezanja. Pravac kojem su kutovi sa sve tri koordinatne osi $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jednaki naziva se hidrostatički pravac – u točkama tog pravca sva tri glavna naprezanja su jednaka:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3. \tag{3.37}$$

Ravnina koja je okomita na taj pravac i koja prolazi kroz ishodište ima jednadžbu:

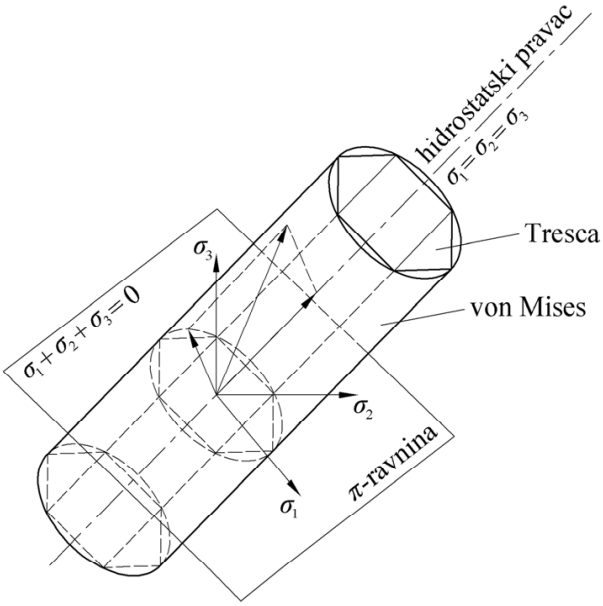
$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0, \tag{3.38}$$

i naziva se π ravnina. Ravnine parelelne π ravnini, i π ravnina su devijatorske ravnine. Ploha tečenja siječe π ravninu u krivulji koju nazivamo krivulja tečenja (*eng. yield locus*). Srednje normalno naprezanje u bilo kojoj točki π ravnine jednako je nuli (σ_{kk} = 0). Iz svake točke krivulje možemo povući pravac paralelan sa hidostratičkim, te dobivamo cilindričnu plohu tj. plohu tečenja po kojoj se mijenja srednje normalno naprezanje – za koje je navedeno da ne utječe na pojavu tečenja materijala. Vektor stanja naprezanja koji polazi iz ishodišta moguće je rastaviti na sferni (komponenta vektora paralelna s hidrostatskim pravcem) i devijatorski (komponenta vektora okomita na hidrostatski pravac) dio prema (3.27) kao što je prikazano na slici 3.6.

Na slici 3.6. prikazane su i Misesova i Trescina ploha tečenja. Treschina ploha tečenja je pravilna šesterostrana prizma, dok Von Misesovoj plohi odgovara valjak. Za neočvršćujući materijal krivulja tečenja ostaje konstantna tijekom deformiranja, dok za očvršćujući materijal

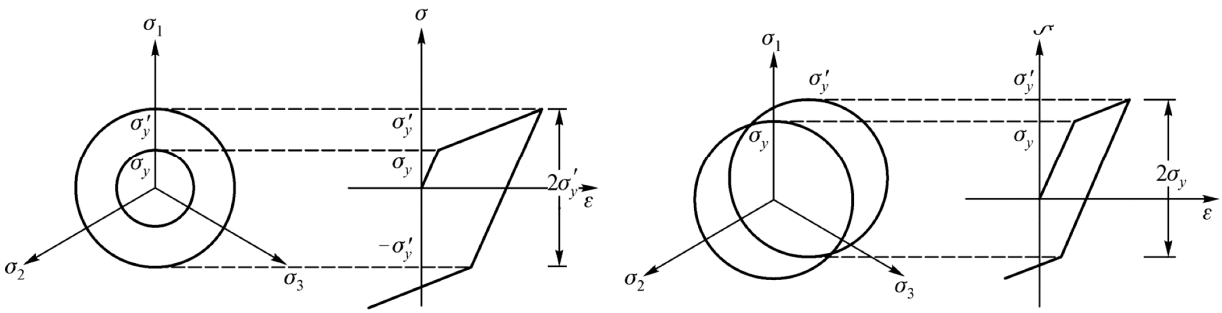
veličina i oblik krivulje tečenja ovise o ukupnoj povijesti deformiranja. Razlikujemo dva tipa očvršćenja materijala:

- izotropno očvršćenje (*eng. isotropic hardening*),
- kinematsko (anizotropno) očvršćenje (*eng. kinematic hardening*).



Slika 3.6. Plohe tečenja po Von Misessu (cilindar) i Treschi (pravilna šesterostrana prizma)

Izotropno očvršćenje temelji se na pretpostavkama da su svojstva materijala ista u svim smjerovima (izotropan materijal) i da se Bauschingerov efekt može zanemariti, što dovodi do širenja krivulje tečenja u jednakom iznosu u svim smjerovima, tj. granica tečenja se povećava s pojavom plastične deformacije. U slučajevima kada su opterećenja ciklička u obzir se uzima kinematsko očvršćenje jer se Bauschigerov efekt ne zanemaruje, a materijal se razmatra kao neizotropni kontinuum. Ploha tečenja se tada translatira u prostoru naprezanja. Stvarni proces očvršćenja sastoji se od kombinacije obe teorije. Pojednostavljeni grafički prikaz prikazan je na slici 3.7.



Slika 3.7. Shematski prikaz izotropnog očvršćenja (lijevo) i kinematskog očvršćenja (desno)

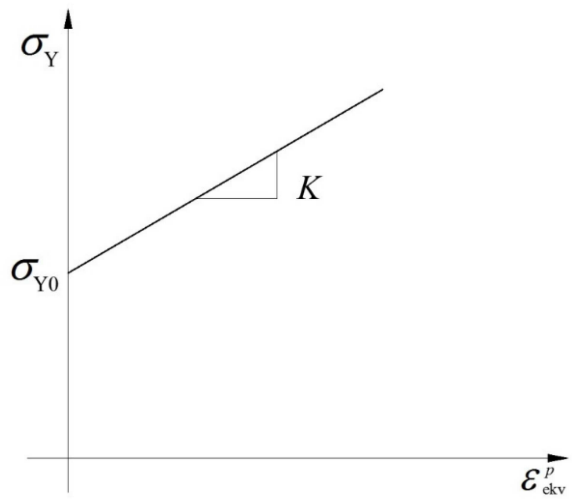
Uzimajući u obzir izotropno očvršćenje, Von Misesov kriteriji tečenja može se zapisati u ovisnosti o drugoj invarijatni devijatora tenzora naprezanja J_2:

$$f\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}\right) = J_2 - \frac{1}{3}\sigma_Y^2 = 0. \tag{3.39}$$

U izrazu (3.39) σ_Y predstavlja jednoosno naprezanje tečenja za linearno očvršćujući materijal, i vrijedi:

$$\sigma_Y = \sigma_{Y0} + K\varepsilon_{ekv}^{p}, \tag{3.40}$$

a navedena relacija opisuje izotropno linearno očvršćenje s parametrom K. σ_{Y0} je početna granica tečenja, a parametar K naziva se plastični modul i opisuje nagib krivulje u dijagramu $\sigma_Y - \varepsilon_{ekv}^{p}$ prikazanom na slici 3.7.



Slika 3.8. Linearno očvršćenje [8]

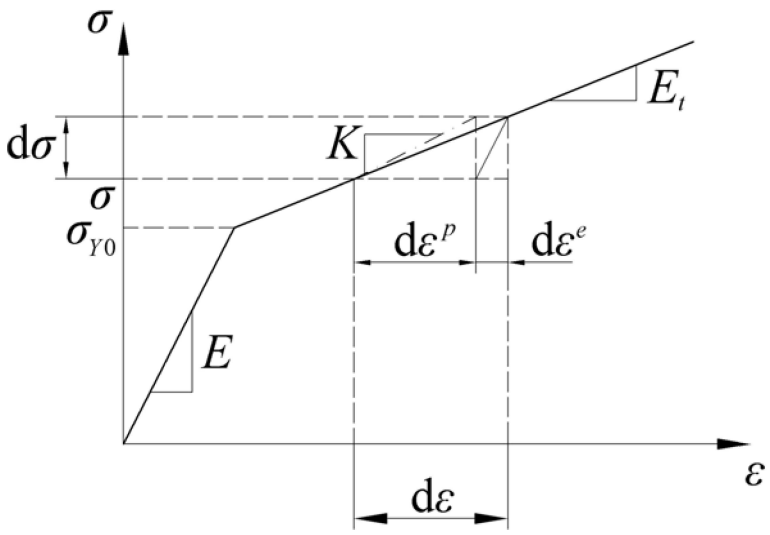
Naprezanje tečenja za nelinearno izotropno očvršćujući materijal dan je izrazom:

$$\sigma_Y = \sigma_{Y0} + K\left(\varepsilon_{ekv}^{p}\right)^{1/m}, \tag{3.41}$$

i u nastavku ovog rada neće se razmatrati.

Dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformaciji prikazan je na slici 3.9. Veza između modula elastičnosti E, tangentnog modula E_t, te modula plastičnosti K dana je izrazom:

$$K = \frac{E_t E}{E - E_t}. \tag{3.42}$$



Slika 3.9. Dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformaciji za elastično – linearno očvršćujući materijal [9]

Inkrement plastične deformacije prikazan na slici 3.9. u općem slučaju može se prikazati pomoću neasociranog zakona tečenja:

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p} = \mathrm{d}\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \tag{3.43}$$

gdje je g plastični potencijal i ovisi o:

$$g = g\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, \kappa\right), \tag{3.44}$$

a λ je skalarni faktor proporcionalnosti. Ako je plastični potencijal jednak funkciji tečenja dobiva se asocirani zakon tečenja koji glasi:

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p} = \mathrm{d}\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \tag{3.45}$$

Naprezanje se može izraziti preko ukupne deformacije, a u tom slučaju potrebno je definirati elastoplastični tenzor krutosti koji za slučaj Von Misesovog kriterija tečenja glasi:

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl} - \frac{3G^2}{J_2(K+G)} s_{ij} s_{kl}. \tag{3.46}$$

Veza između inkrementa naprezanja i inkrementa ukupne deformacije jednaka je:

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \cdot \mathrm{d}\varepsilon_{kl} \tag{3.47}$$

3.2.2.3. Toplinska deformacija

U slučaju promjene temperature dolazi do toplinske deformacije ε_{ij}^{0}. U slučaju linearne termoelastičnosti toplinska deformacija povezana je linearno s promjenom temperature preko koeficijenta toplinskog rastezanja α_T (*eng. thermal expansion*):

$$\varepsilon_{ij}^{0} = \alpha_T \Delta T. \tag{3.48}$$

Uzimajući u obzir i toplinske deformacije, relaciju (3.25) možemo zapisati:

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{p} - \varepsilon_{kl}^{0}), \tag{3.49}$$

a elastoplastični tenzor krutosti jednak je izrazu (3.46), a relacija (3.47) sada je jednaka:

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} \cdot (\mathrm{d}\varepsilon_{kl} - \mathrm{d}\varepsilon_{kl}^{0}) \tag{3.50}$$

4. NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA

Za numeričko rješavanje problema zaostalih naprezanja pri zavarivanju u ovom radu koristi se metoda konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata (MKE) je numerička metoda koja se temelji na diskretizaciji kontinuuma, koji u općem slučaju ima beskonačno mnogo stupnjeva slobode gibanja, na konačan broj međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Kontinuum se dakle dijeli na konačan broj područja koji se nazivaju konačni elementi, a konačni elementi međusobno su povezani točkama tj. čvorovima koji se nalaze na konturi svakog elementa. Ponašanje kontinuuma opisuje se diferencijalnim jednadžbama koje nakon diskretizacije prelaze u algebarske, i to je razlog zbog čega su rješenja metodom konačnih elemenata približna. Kontinuum diskretiziran s više konačnih elemenata pokazivat će točnije rješenje u smislu polja pomaka, deformacija, naprezanja i sl. Numerički modeli u ovom radu rađeni su u programskom paketu *Abaqus* 6.13 [15]. [4],[6]

4.1. Toplinsko – mehaničke numeričke analize

Rješavanje toplinsko – mehaničkih problema u metodi konačnih elemenata moguće je izvesti na dva načina:

- sekvencijalno spregnutom toplinsko – mehaničkom analizom,
- potpuno spregnutom toplinsko – mehaničkom analizom.

Sekvencijalno spregnuta toplinsko – mehanička analiza koristi se kad raspodjela deformacija i naprezanja nema značajan utjecaj na temperaturno polje. Prethodno izračunato toplinsko polje u zasebnoj toplinskoj analizi naknadno se ubacuje u mehanički model, u kojem se računa raspodjela deformacija i naprezanja. Dakle, u tom slučaju toplinska analiza nije spregnuta s mehaničkom, a mehanička analiza spregnuta je s toplinskom. Potpuno spregnuta toplinsko – mehanička analiza računalo je zahtjevnija jer u svakom koraku temperaturno polje utječe na raspodjelu naprezanja i deformacija, i obrnuto. Ovakav tip analize je nelinearan i dovodi nesimetirčnih matrica čije je rješavanje mnogo zahtjevnije nego kod slučaja simetričnih matrica. Također, razvijeni su i posebni konačni elementi koji istovremeno za stupnjeve slobode imaju i temperaturu i pomake. Koristi se u rješavanju problema kod kojih postoji ovisnost toplinskih i mehaničkih rješenja poput procesa oblikovanja deformiranjem, prilikom kojeg kod plastičnih deformacija dolazi do oslobađanja topline [1],[2].

4.2. Toplinska analiza

Klasični varijacijski principi ne mogu se primijeniti za rješavanje problema nestacionarnog provođenja topline, već se primjenjuje Galerkinova metoda težinskog reziduuma. Osnova ideja metode je da reziduum tj. ostatak nestane u čvornoj točci mreže što se postiže na način da se integral umnoška reziduuma R i težinske funkcije w izjednači s nulom:

$$\int_V R(x)w(x)\mathrm{d}V = 0. \tag{4.1}$$

U Galerkinovoj metodi konačnih elemenata se kao težinska funkcija $w_i\ (x)$ koristi funkcija oblika $N_i\ (x)$:

$$\int_V R(x)N_i(x)\mathrm{d}V = 0. \tag{4.2}$$

U općem slučaju za nestacionarno provođenje topline, temperatura je funkcija prostornih koordinata i vremena (3.2), a nestacionarno provođenje topline opisano je diferencijalnom jednadžbom (3.10). Početni rubni uvjeti (poznata raspodjela temperature preko cijele domene u trenutku t = 0) i rubni uvjeti u funkciji vremena moraju biti poznati (poglavlje 3.1.2). Uvrštavanjem izraza temperaturne raspodjele po konačnom elementu:

$$T \approx T^e = \sum_{i=1}^{N_{čvorova}} N_i T_i^e, \tag{4.3}$$

u kojoj $N_{čvorova}$ predstavlja broj čvorova konačnog elementa, N_i predstavlja interpolacijske funkcije elementa (funkcije oblika), a T_i^e temperaturu u čvoru, u izraz (3.10), ostat će rezidual tj. ostatak koji nije jednak nuli:

$$R(x) = -\rho c\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) \pm \Phi_{ip}. \tag{4.4}$$

Uvrštavanjem izraza (4.3) u (4.4) dobivamo rezidualne jednadžbe koje se matrično zapisuju:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}}(t) + \mathbf{K}_T\mathbf{T}(t) = \mathbf{F}_q(t) + \mathbf{F}_g(t)\ , \tag{4.5}$$

a izraz predstavlja globalnu nestacionarnu jednadžbu provođenja topline, gdje je **C** matrica toplinskog kapaciteta, **T** matrica temperaturnog polja, $\mathbf{K}_T$ matrica provođenja, $\mathbf{F}_q$ vektor toplinskih opterećenja, a $\mathbf{F}_g$ vektor Neumanovih rubnih uvjeta. Za rješavanje navedenog problema primjenjuju se inkrementalno – iterativne metode (npr. Newton – Rapshsonova

metoda) gdje se matrica toplinskog kapaciteta i matrica provođenja računaju u svakoj iteracij, ili kod modificiranih metoda samo na početku inkrementa. Vremenska derivacija temperature aproksimira se primjenom neke od metoda konačnih razlika, a razlikujemo tri osnovne metode vremenske integracije:

- eksplicitna metoda vremenske integracije u kojoj se za aproksimaciju vremenske derivacije koristi razlika unaprijed (*eng. forward difference*):

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t) \approx \frac{T(t+\Delta t)-T(t)}{\Delta t}, \tag{4.6}$$

- implicitna metoda vremenske integracije u kojoj se za aproksimaciju vremenske derivacije koristi razlika unazad (*eng. backward difference*):

$$\frac{\partial T}{\partial t}(t+\Delta t) \approx \frac{T(t+\Delta t)-T(t)}{\Delta t}, \tag{4.7}$$

- implicitna Crank – Nicolsonova metoda vremenske integracije u kojoj se za aproksimaciju vremenske derivacije koristi središnja razlika (*eng. central difference*):

$$\frac{\partial T}{\partial t}\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) \approx \frac{T(t+\Delta t)-T(t)}{\Delta t}. \tag{4.8}$$

Aproksimacija derivacijom razlikom unaprijed i razlikom unazad uključuje grešku 1. reda (greška se smanjuje s 1. potencijom vremenskog inkrementa) koja je uključena u implicitni odnosno eksplicitni integracijski postupak. Za nestacionarne probleme s nelinearnim svojstvima materijala i rubnih uvjeta potrebno je proračunavati matrice za svaku iteraciju unutar svakog vremenskog inkrementa. Aproksimacija derivacijom središnjom razlikom uključuje grešku 2. reda (greška se smanjuje s 2. potencijom vremenskog inkrementa) koja je uključena u integracijski postupak. Ove implicitne metode su bezuvjetno stabilne s obzirom na izbor veličine vremenskog inkrementa (povećavanjem vremenskog koraka ubrzava se proračun, ali smanjuje točnost), za razliku od eksplicitne metode koja je stabilna za vremenske inkremente manje od kritičnih [3]. Programski paket *Abaqus* [15] za nestacionarnu toplinsku analizu koristi implicitnu metodu vremenske integracije unazad.

4.3. Mehanička analiza

Linearna analiza čvrstoće provodi se uz sljedeće pretpostavke:

- mali pomaci, ravnoteža se razmatra na nedeformiranom obliku, a opterećenje ne mijenja smjer,
- ponašanje materijala je linearno elastično,
- eventualne nehomogenosti i anizotropija u materijalu nisu funkcija opterećenja,
- linearna veza između deformacije i pomaka.

Ako jedan od navedenih uvjeta nije zadovoljen radi se o nelinearnom ponašaju, a razlikujemo

- geometrijsku nelinearnost – veliki pomaci, velike deformacije, gubitak stabilnosti,
- materijalna nelinearnost (plastičnost, puzanje, visokoelastičnost, visokoplastičnost),
- nelinearni rubni uvjeti – kontakti.

Za linearnu analizu jednadžba konačnih elemenata je:

$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}, \tag{4.9}$$

gdje je **K** linearna matrica krutosti, **V** vektor čvornih stupnjeva slobode, a **R** vektor čvornih sila. Kod nelinearnog ponašanja pomaci nisu direktno proporcionalni opterećenju, i jednadžba konačnih elemenata za nelinearnu analizu glasi:

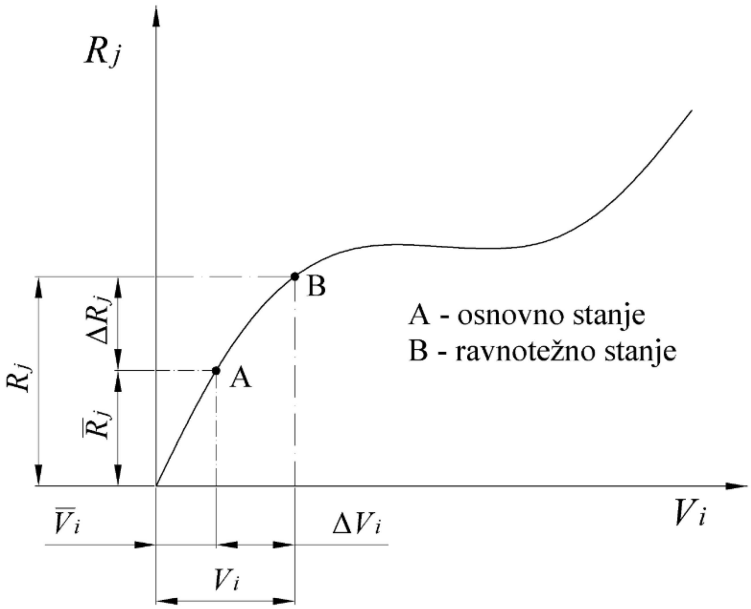
$$\mathbf{K}(\mathbf{V},\mathbf{R})\mathbf{V} = \mathbf{R}, \tag{4.10}$$

iz koje je vidljivo da krutost ovisi o trenutnom stanju pomaka i opterećenja. Proces rješavanja temelji se na inkrementalno – iterativnim metodama koje su moguće uz linearizaciju jednadžbe (4.10). Pritom se iz osnovnog ravnotežnog stanja traži ravnoteža bliskog stanja koje je definirano prirastom opterećenja ili pomaka. Linearizacijom jednadžbe (4.10) dobiva se jednadžba krutosti:

$$\mathbf{K}_T\left(\bar{\mathbf{V}}\right)\Delta\mathbf{V} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i\left(\bar{\mathbf{V}}\right), \tag{4.11}$$

gdje je $\mathbf{K}_T$ tangencijalna matrica krutosti, $\bar{\mathbf{V}}$ osnovno poznato ravnotežno stanje, $\Delta\mathbf{V}$ vektor inkrementalnih pomaka, $\mathbf{R}_e$ vektor vanjskog opterećenja i $\mathbf{R}_i$ vektor unutarnjih sila. Ravnoteža je postignuta kad je desna strana jednadžbe (4.11) jednaka nuli, tj. kad su unutarnje

sile jednake vanjskom opterećenju ili kada je vektor inkrementalnih pomaka $\Delta\mathbf{V}$ jednak nuli. Slika 4.1. prikazuje nelinearnu vezu između opterećenja i pomaka.



Slika 4.1. Nelinearna veza između opterećenja i pomaka [11]

Nelinearna analiza započinje rješavanjem jednadžbe krutosti proračunskog modela (4.11) iz koje je moguće dobiti inkremente globalnih pomaka $\Delta\mathbf{V}$. Globalne pomake matricom transformacije transformiramo u lokalne stupnjeve slobode i dobivamo lokalne pomake $\Delta\mathbf{v}$ pomoću kojih određujemo inkrement deformacije $\Delta\varepsilon$. Na točkama integracije svakog elementa provodi se integriranje jednadžbe (3.47) i vrijedi:

$$\Delta\sigma = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon+d\varepsilon} \mathbf{D}^{ep} \mathrm{d}\varepsilon \,. \tag{4.12}$$

Integriranje se najčešće provodi Eulerovom unatražnom metodom koja se temelji na algoritmu povratnog projiciranja. Algoritam se sastoji od elastičnog prediktora i plastičnog korektora. Elastični prediktor predstavlja pokusno naprezanje te se ispituje da li se u odgovarajućoj točki integracije model nalazi u elastičnom ili plastičnom području tj. provodi se kontrola uvjeta tečenja. Plastični korektor potreban je uz uvjet da je uvjet tečenja veći od nule, a sastoji se od iterativnog postupka kojim se provodi povrat pokusnog naprezanja na plohu tečenja. Nakon izračunatog inkrementa naprezanja moguće je odrediti ukupno naprezanje σ preko kojeg se izračunava elastoplastični tenzor krutosti te se jednadžbu (4.12)

ažurira. Time je završena jedna iteracija proračuna [8]. Za slučaj materijalne nelinearnosti, a geometrijske linearnosti tangencijalna matrica krutosti koja se naziva i elastoplastična matrica krutosti jednaka je:

$$\mathbf{k}_{ep} = \int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}^{ep} \mathbf{B}_L \mathrm{d}V. \tag{4.13}$$

Matrica $\mathbf{B}_L$ predstavlja linearnu matricu ovisnosti deformacije u elementu o pomacima u čvorovima a definirana je:

$$\mathbf{B}_L = \mathbf{D}_{kL} \mathbf{N}\ , \tag{4.14}$$

gdje je $\mathbf{D}_{kL}$ linearni kinematički diferencijalni operator, a $\mathbf{N}$ matrica funkcija oblika konačnog elementa.

Za slučaj geometrijske nelinearne elastične analize tangencijalna matrica krutosti zapisuje se:

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{uL} + \mathbf{k}_{uN} + \mathbf{k}_{\sigma L} + \mathbf{k}_{\sigma N}\ , \tag{4.15}$$

gdje je:

$$\mathbf{k}_e = \int_V \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L \mathrm{d}V \quad \text{elastična matrica krutosti,} \tag{4.16}$$

$$\mathbf{k}_{uL} = \int_V (\mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\overline{\mathrm{v}}) + \mathbf{B}_N^T(\overline{\mathrm{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L) \mathrm{d}V \quad \text{linearna matrica početnih pomaka,} \tag{4.17}$$

$$\mathbf{k}_{uN} = \int_V \mathbf{B}_N^T(\overline{\mathrm{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\overline{\mathrm{v}}) \mathrm{d}V \quad \text{nelinearna matrica početnih pomaka,} \tag{4.18}$$

$$\mathbf{k}_{\sigma L} \quad \text{linearna matrica početnih naprezanja,} \tag{4.19}$$

$$\mathbf{k}_{\sigma N} \quad \text{nelinearna matrica početnih naprezanja.} \tag{4.20}$$

Prve tri matrice zajedno čine elastičnu matricu krutosti, a linearna i nelinearna matrica početnih pomaka čine matricu početnih pomaka. Linearna i nelinearna matrica početnih naprezanja zajedno čine matricu početnih naprezanja, a ne mogu se izraziti eksplicitno u općem obliku već se dobivaju na način:

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta\mathbf{v})\bar{\boldsymbol{\sigma}}dV = \int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta\mathbf{v})\mathbf{D}\left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\right)\mathrm{d}V\,\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_\sigma\Delta\mathbf{v}, \tag{4.21}$$

$$\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta\mathbf{v})\mathbf{D}\mathbf{B}_L\mathrm{d}V\,\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma L}\Delta\mathbf{v}, \tag{4.22}$$

$$\frac{1}{2}\int_V \mathbf{B}_N^T(\Delta\mathbf{v})\mathbf{D}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\mathrm{d}V\,\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{\sigma N}\Delta\mathbf{v}. \tag{4.23}$$

U gornjim izrazima **D** je matrica elastičnosti a matrica $\mathbf{B}_N$ predstavlja nelinearnu matricu ovisnosti o deformaciji u elementu o pomacima u čvorovima i glasi:

$$\mathbf{B}_N = \mathbf{D}_{kN}\mathbf{N}\ , \tag{4.24}$$

gdje je $\mathbf{D}_{kN}$ nelinearni kinematički diferencijalni operator, a **N** matrica funkcija oblika konačnog elementa. U slučaju geometrijski nelinearne elastoplastične analize tangencijalna matrica krutosti je još kompliciranija i u ovom radu neće se razmatrati.

U koraku kad se na razini konačnog elementa računa tangencijalna matrica krutosti, određuje se i razlika vanjskih i unutarnjih sila, koje su za geometrijski nelinearnu elastičnu analizu dane izrazima:

$$\mathbf{F}_e = \int_V \mathbf{N}^T(\bar{\mathbf{q}} + \Delta\mathbf{q})\mathrm{d}V + \int_{S_q} \mathbf{N}_s^T(\bar{\mathbf{q}}_b + \Delta\mathbf{q}_b)\mathrm{d}S, \tag{4.25}$$

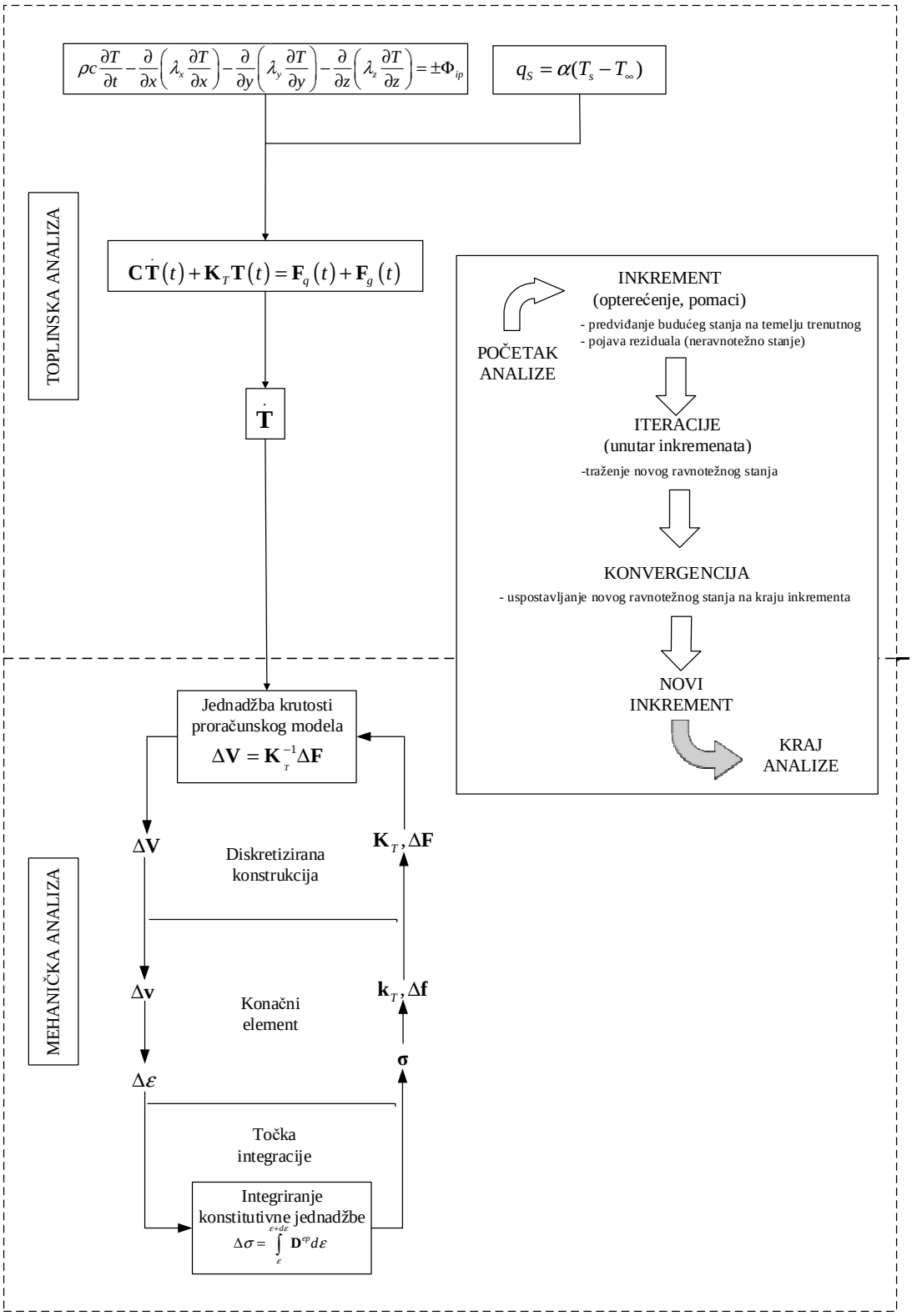
$$\mathbf{F}_i = \int_V (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T\bar{\boldsymbol{\sigma}}\mathrm{d}V = \int_V (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T\mathbf{D}\left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\right)\mathrm{d}V\,\bar{\mathbf{v}}. \tag{4.26}$$

U izrazu (4.25) **q** i $\mathbf{q}_s$ su volumno i površinsko opterećenje, a $\mathbf{N}_s$ je matrica rubnih funkcija oblika. U slučaju postojanja početnih deformacija ukupna deformacija osnovnog stanja ε više ne označava samo elastičnu deformaciju budući da je u ukupnu deformaciju uključena i početna deformacija. Za slučaj toplinskih deformacija konstitutivna jednadžba jednaka je:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\left(\bar{\varepsilon} - \varepsilon^0\right) = \mathbf{D}\left(\bar{\varepsilon} - \alpha_T\Delta T\right) = \mathbf{D}\bar{\varepsilon} - \boldsymbol{\sigma}^0 = \mathbf{D}\left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\right)\bar{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\sigma}^0. \tag{4.27}$$

Kad bi se razmatralo plastično ponašanje materijala, matricu elastičnosti **D** u gornjem izrazu zamijenio bi elastoplastični tenzor krutosti $\mathbf{D}^{ep}$. Prelaskom iz lokalnog u globalni sustav konačnih elemenata izvodi se na posljetku nova jednadžba krutosti konačnih elemenata te

cijeli postupak ulazi u sljedeću iteraciju. Tijek postupka sekvencijalno spregnute mehaničke analize prikaza je na slici 4.2.



Slika 4.2. Shema sekvencijalnog modela, tok iterativnog postupka, i prikaz postupka provođenja nelinearne numeričke analize

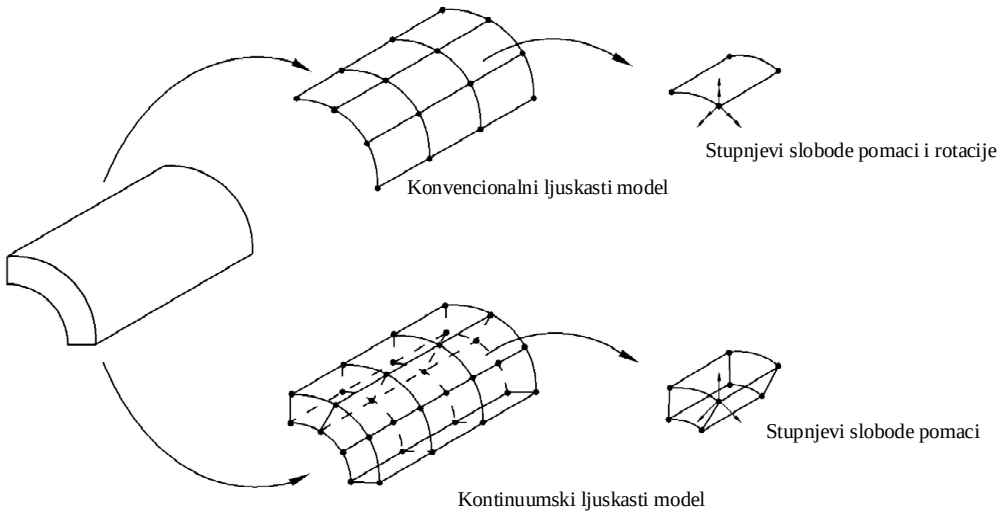
4.4. Korišteni konačni elementi

U numeričkim analizama korišteni su elementi ponuđeni u bazi programskog paketa *Abaqus* [], a korišteni su ljuskasti i prizmatični elementi prvog reda.

4.4.1. Četverokutni ljuskasti element

Za modeliranje čvrstog kontinuuma kojemu je debljina značajno manja od ostalih dimenzija, kontinuum se diskretizira s ljuskastim (*eng. shell*) elementima. U programskom paketu *Abaqus* postoje konvencionalni i kontinuumski ljuskasti elementi. Konvencionalnim elementima modelira se samo referentna ravnina, debljina se zadaje naknadno, a za stupnjeve slobode imaju pomake i rotacije. Raspodjela po debljini računa se po slojevima integracijskih točaka.

Kontinuumski ljuskasti elementi diskretiziraju cijelo trodimenzionalno tijelo i sa stajališta geometrije izgledaju poput trodimenzionalnih konačnih elemenata, ali relacije s kojima su opisani sličniji su konvencionalnim ljuskastim elementima. Stupnjevi slobode su samo pomaci. Usporedba konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata prikazana je na slici 4.3. U radu su korišteni konvencionalni ljuskasti konačni elementi.

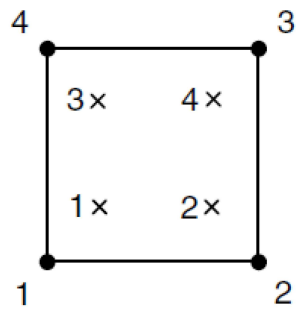


Slika 4.3. Razlika između konvencionalnih i kontinuumskih ljuskastih elemenata [11]

Gornja površina (SPOS) konvencionalnih ljuskastih elemenata definirana je pozitivnom smjerom normale, a donja (SNEG) u negativnom smjeru. Pozitivan smjer normale definiran je pravilom desne ruke tj. praćenjem notacije čvorova elementa, kao što je prikazano na slici 4.4.

Ljuskasti elementi korišteni u toplinskoj analizi za stupnjeve slobode imaju temperature, a korišten je element naziva DS4, element prvog reda s četiri čvora, a u svakom čvoru po jedan stupanj slobode – temperatura. Vektor stupnjeva slobode za taj element jednak je:

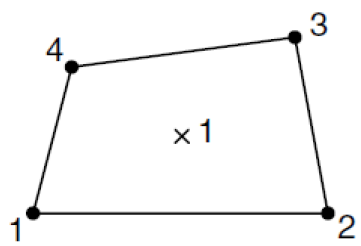
$$\mathbf{T}^T = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \end{bmatrix} . \tag{4.28}$$



Slika 4.4. DS4 četverokutni ljuskasti element prvog reda za toplinsku analizu [11]

U mehaničkoj analizi korišten je ljuskasti element prvog reda s reduciranom integracijom S4R. Element pripada skupini dvostruko zakrivljenih elemenata opće namjene, što znači da se može koristiti za analizu tankostjenih i debelostjenih ljusaka. U slučaju debelostjene ljuske koristi se Reissner – Mindlinova formulacija koja opisuje pojavu posmičnih deformacija, dok Kirchoff – Loveova formulacija zanemaruje utjecaj posmičnih deformacija te je relevantna za tankostjene ljuskaste modele. Reducirana integracija smanjuje vrijeme računanja, te obično daje točnije rezultate međutim ukoliko se zamjeti *hourglassing* efekt potrebno je napraviti finiju mrežu i raspodijeliti koncentrirano opterećenje. Ljuskasti element S4R prikazan na slici 4.5. ima četiri čvora s po šest stupnjeva slobode, tri komponente pomaka i tri komponente rotacija. Vektor stupnjeva slobode jednak je:

$$\begin{aligned} &\mathbf{v}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 & \mathbf{v}_4 \end{bmatrix}, \\ &\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} u_i & v_i & w_i & \varphi_{ix} & \varphi_{iy} & \varphi_{iz} \end{bmatrix}, \; i = 1...4. \end{aligned} \tag{4.29}$$



Slika 4.5. S4R četverokutni ljuskasti element prvog reda za analizu čvrstoće [11]

U analizi čvrstoće broj integracijskih točaka po debljini ljuske je pet, međutim u toplinskoj analizi zbog zadanog toplinskog toka po jedinici volumena (*engl. body heat flux*) nije moguće dobiti raspodjelu temperature po debljini ljuske. Raspodjela temperature po debljini ljuske moguće je uz zadavanje toplinskog toka po jedinici površine (*eng. surface heat flux*).

4.4.2. Osnovni prizmatični element

Za trodimenzijsku analizu, uz tetraedarske konačne elemente, najčešće se primjenjuju prizmatični konačni elementi u obliku paralelopipeda s osam čvorova. U slučaju toplinske analize koristi se DC3D8 konačni element, koji u svakom čvoru ima po jedan stupanj slobode, temperaturu, a vektor stupnjeva slobode gibanja jednak je:

$$\mathbf{T}^T = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 & T_7 & T_8 \end{bmatrix}. \tag{4.30}$$

Raspodjela temperature opisana je nepotpunim polinomom trećeg stupnja:

$$T = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z + a_5 xy + a_6 yz + a_7 xz + a_8 xyz\ . \tag{4.31}$$

Funkcije oblika izvedene su u prirodnim koordinatama ξ, ζ i η s ishodištem u težištu elementa jednake su:

$$N_i = \frac{1}{8}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)\ , \text{ za } i = 1\ldots8, \tag{4.32}$$

gdje su ξ_i, ζ_i i η_i koordinate čvorova.

Raspodjela temperature zapisana je preko funkcija oblika i čvornih temperatura i jednaka je:

$$T = \mathbf{NT}\ , \tag{4.33}$$

gdje je **N** matrica funkcija oblika:

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 & N_7 & N_8 \end{bmatrix}. \tag{4.34}$$

U mehaničkoj analizi korišten je C3D8R, element prvog reda s 8 čvorova s po 3 stupnja slobode po čvoru, tri translacije. Element je odabran kako bi se izbjegli efekti navedeni u nastavku. Raspodjela pomaka opisana je nepotpunim polinomom trećeg stupnja:

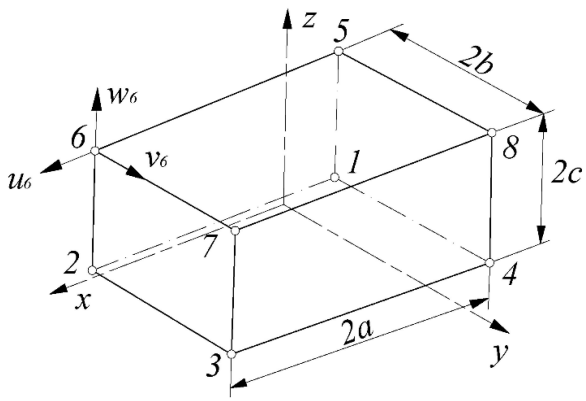
$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z + a_5 xy + a_6 yz + a_7 xz + a_8 xyz, \\ v &= a_9 + a_{10} x + a_{11} y + a_{12} z + a_{13} xy + a_{14} yz + a_{15} xz + a_{16} xyz, \\ w &= a_{17} + a_{18} x + a_{19} y + a_{20} z + a_{21} xy + a_{22} yz + a_{23} xz + a_{24} xyz. \end{aligned} \tag{4.35}$$

Raspodjela pomaka (4.35) zadovoljava kriterije za monotonu konvergenciju rješenja a to su:

- interpolacijske funkcije mogu opisati pomake krutog tijela,
- interpolacijskim funkcijama može se opisati polje konstantnih deformacija,
- zadovoljeni su uvjeti kompatibilnosti duž ploha duž susjednih elemenata. [4]

Raspodjela deformacija ovog elementa je linearna. Raspodjela naprezanja istog je reda kao i raspodjela deformacija. Osnovni prizmatični element u programskom paketu *Abaqus*, C3D8 ima 2x2 integracijske točke te je zbog svoje formulacije podložan *shear lockingu* i *volume lockingu*. *Shear locking* efekt javlja se kod elemenata prvog reda s potpunom integracijom a zbog numeričke formulacije udio energije posmične deformacije postaje precijenjen u ukupnoj energiji deformiranja uslijed čega konačni elementi postaju sve više kruti i slabo opisuju stvarno ponašanje konstrukcije.

Volume locking pojavljuje se kod elemenata sa potpunom integracijom kad se diskretizira materijal koji je gotovo nestlačiv. U integracijskim točkama elementa stvaraju se prividni tlakovi koji uzrokuju kruto ponašanje elementa. Konačni elementi prvog reda koriste selektivnu integraciju sa kojom se izbjegava ovaj efekt, na način da se elementi matrice krutosti koji uzrokuju ovaj efekt računaju reduciranom integracijom. Na slici 4.6. prikazan je osnovni prizmatični konačni element s 8 čvorova i 24 stupnja slobode gibanja.

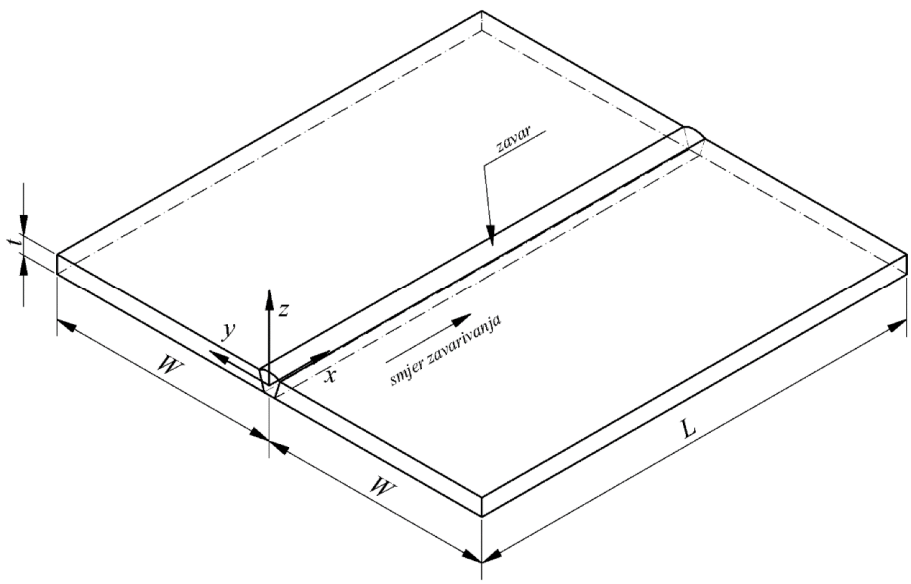


Slika 4.6. Osnovni prizmatični konačni element s 8 čvorova i 24 stupnja slobode [4]

5. VERIFIKACIJA NUMERIČKOG MODELA

Verifikacija numeričkog modela te usporedba metoda i pojednostavljenje modela za odabir optimalnog, rađena je na primjeru dviju sučeono zavarenih ploča. Simulacije su rađene na ljuskastom modelu, potpunom 3D modelu, i kombiniranom modelu sastavljenom od 3D i ljuskastih elemenata. Proces je modeliran klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata (*eng. element birth and death technique*). Proces zavarivanja proveden je s dva prolaza elektrode tako da svaki prolaz obuhvati jedan sloj konačnih elemenata, dok je u stvarnosti broj prolaza četiri. Također, radi numeričkog pojednostavljenja, prikazan je i numerički model s jednim prolazom, dakle svi setovi elemenata obuhvaćeni su u istom prolazu.

Prikazani su slučajevi sa stvarnim materijalnim modelom, u kojem toplinska i mehanička svojstva materijala ovise o temperaturi, te pojednostavljeni materijalni model u kojem su navedena svojstva konstantna pri sobnoj temperaturi. Na slici 5.1. prikazana je geometrija dviju sučeono zavarenih ploča korištenih u numeričkim modelima u nastavku.



Slika 5.1. Prikaz geometrije dviju sučeono zavarenih ploča

Dimenzije ploča su:

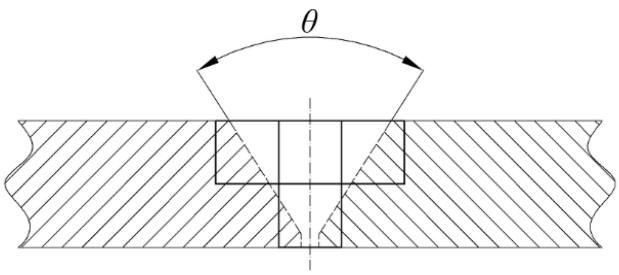
$$\begin{aligned} &\text{duljina ploče } L = 0{,}2\,\text{m}, \\ &\text{širina ploče } W = 0{,}1\,\text{m}, \\ &\text{debljina ploče } t = 0{,}008\,\text{m}. \end{aligned} \tag{5.1}$$

5.1. Parametri zavarivanja

Sučeono zavarivanje dviju ploča provodi se TIG postupkom sa parametrima:

- koeficijent učinkovitosti električnog luka η = 81,7 %,
- struja zavarivanja I = 200 A,
- napon zavarivanja U = 20 V,
- brzina zavarivanja v = 10 mm/s.

V priprema zavara modelirana je pojednostavljeno zbog korištenja dva sloja konačnih elemenata po debljini ploče. U poprečnom presjeku prikazanom na slici 5.2. vidljivo je da je u korijenu zavara smješten jedan element, a u proširenom djelu vidimo tri konačna elementa.



Slika 5.2. Modelirana V priprema zavara

Toplinski tok definiran je po jedinici volumena [W/m^3] (*eng. body heat flux*), a zbog uvjeta simetrije na volumen seta elemenata unosi se polovica topline, i iznosi:

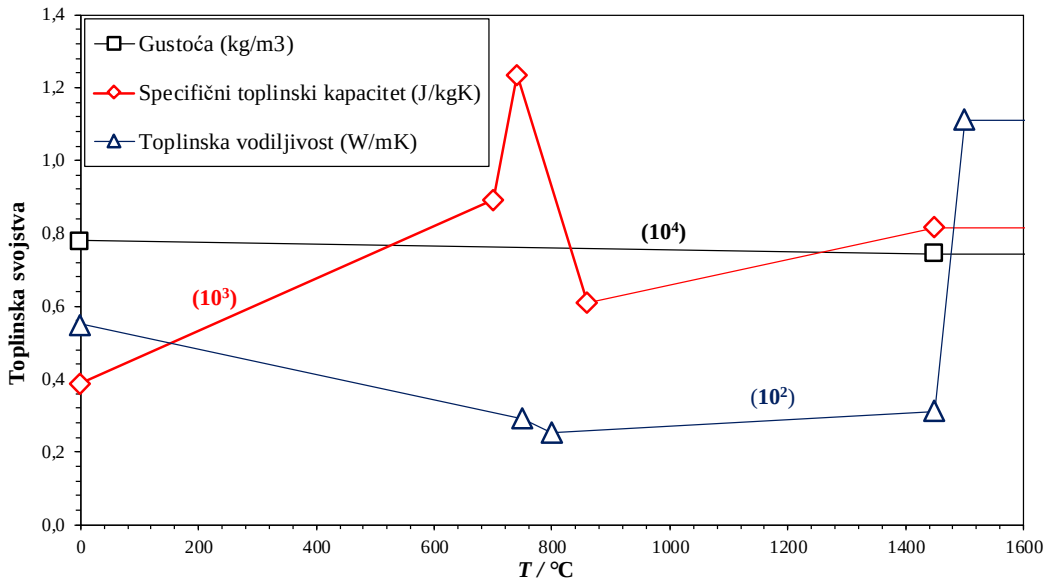
$$q = \frac{\frac{Q}{2}}{V_{seta}} = \frac{\frac{\eta UI}{2}}{V_{seta}} = \frac{\frac{0,81 \cdot 20 \cdot 200}{2}}{0,005 \cdot 0,0022 \cdot 0,004 \cdot 2} = 1,84 \cdot 10^{10} \text{ W/m}^3. \tag{5.2}$$

Simulacija se radi s dva prolaza dok je u stvarnosti četiri prolaza. Gustoća toplinskog toka koja se unosi u *Abaqus* jednaka je izrazu (5.2). Svaki od dva prolaza elektrode traje 20 s. Nakon prvog prolaza ploče se hlade 980 s, a nakon drugog 1980 s. Time je simulirano hlađenje velikih konstrukcija, tako da nakon prvog prolaza konstrukcija bude ohlađena na sobnu temperaturu.

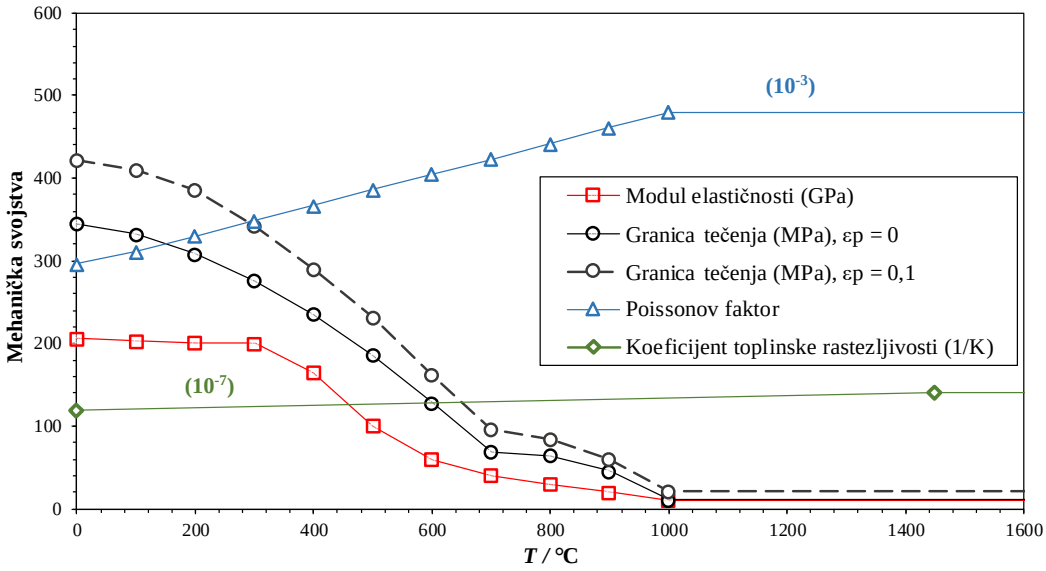
5.2. Svojstva materijala

Materijal se do postizanja plastične deformacije ponaša linearno – očvršćujuće, a nakon postizanja plastične deformacije materijal se ponaša idealno – plastično, stoga koristimo dvije granice tečenja, početnu kad materijal ulazi u plastično područje, te maksimalna granica

tečenja, nakon koje je materijal idealno – plastičan, bez očvršćenja. Toplinska i mehanička svojstva ovisna su o temperaturi. Pretpostavljeno je da osnovni materijal, i materijal popune zavara imaju ista toplinska i mehanička svojstva. Fazne promjene u materijalu koje nastaju pri zavarivanju nisu uzete u obzir. Pregled toplinskih i mehaničkih svojstava prikazan je na slikama 5.3. i 5.4.



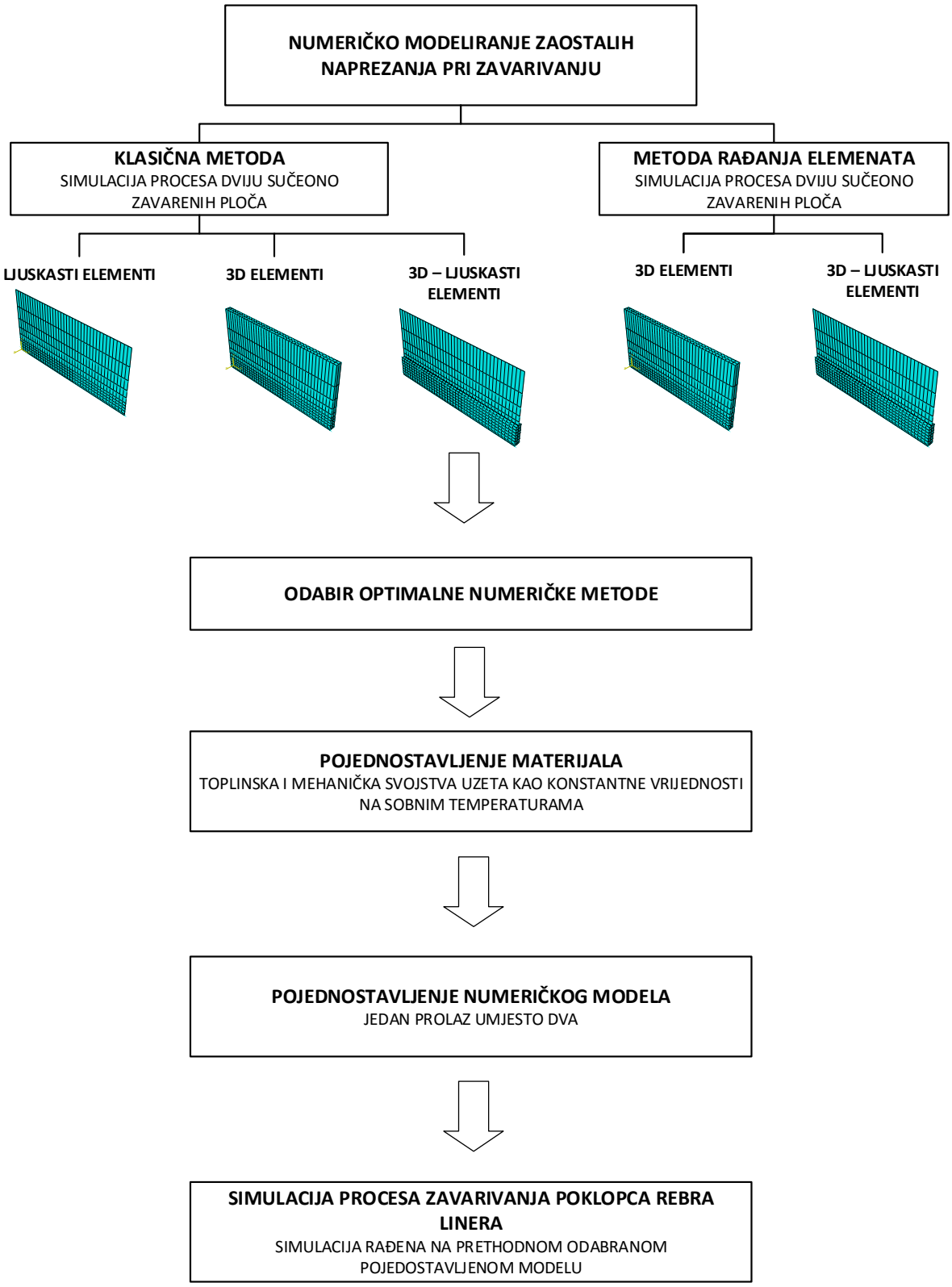
Slika 5.3. Toplinska svojstva materijala



Slika 5.4. Mehanička svojstva materijala

5.3. Pregled numeričkih modela

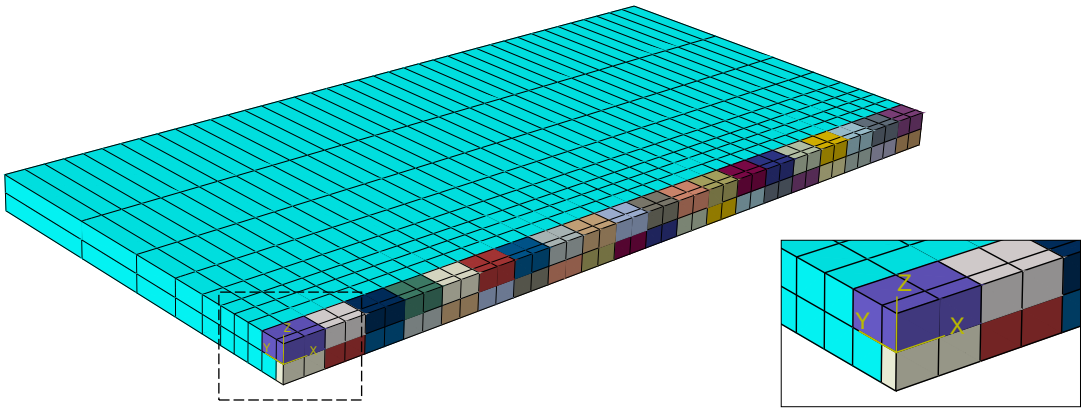
Na slici 5.5. prikazan je dijagram toka numeričkih simulacija u ovom radu.



Slika 5.5. Dijagram toka numeričkih modela u radu

5.4. Klasična metoda

U klasičnoj numeričkoj metodi konačni elementi u području zavara prisutni su u svakom trenutku simulacije, što nije realno, no ipak numerički dovoljno točno. Razmatrani problem dviju sučeono zavarenih ploča je simetričan, stoga se za numerički model uzima samo jedna ploča (u ovom slučaju lijeva). Analize su provedene u dva koraka (*eng. stepa*) a svaki korak vezan je za jedan prolaz elektrode i pripadajuće hlađenje. Prvi prolaz i hlađenje (*step 1.*) traje 1000 s, a drugi prolaz i hlađenje traje ukupno još 2000 s. Proces inkrementiranja vršen je automatski od strane programskog paketa *Abaqus* [15]. Minimalni inkrement postavljen je na 10^{-5}, a maksimalni koji se postiže prilikom hlađenja postavljen je na 100. Točke A, B_1 i B_2 prikazane na slici 5.7, 5.10, i 5.12, u mehaničkoj analizi korištene su za definiciju rubnih uvjeta kako bi se spriječili pomaci krutog tijela, a rubni uvjeti korišteni u toplinskoj analizi objašnjeni su u nastavku. Maksimalna dozvoljena promjena temperature u pojedinom inkrementu podešena je na 20 °C. Uz duljinu konačnih elemenata a = 5 mm (u smjeru x osi) i brzinu gibanja elektrode v = 10 mm/s, opterećenje tj. zadana gustoća toplinskog toka po volumenu, obuhvaća dva konačna elementa po sekundi u prvom prolazu, a u drugom prolazu opterećenje je dodjeljivano na set od četiri elemenata po sekundi. Opterećenje na dodijeljenim setovima elemenata djeluje u točno određenom vremenskom trenutku upotrebom amplituda. Unos topline u tom slučaju traje 20 sekundi, dakle svakom od dvadeset setova opterećenja dodijeljena je amplituda u trajanju od jedne sekunde. Setovi elemenata na kojima je dodijeljena gustoća toplinskog toka (5.2) za prvi i drugi prolaz prikazani su na slici 5.6.

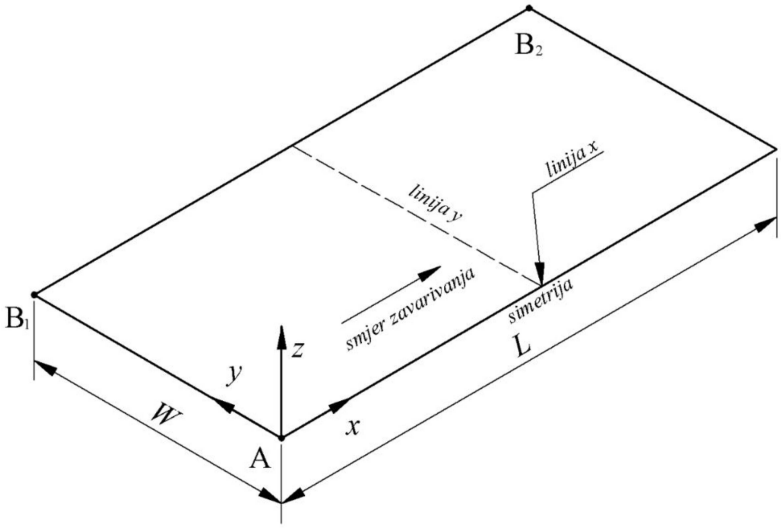


Slika 5.6. Mreža konačnih elemenata 3D modela i dodijeljeni setovi opterećenja za prvi i drugi prolaz

5.4.1. Toplinska analiza

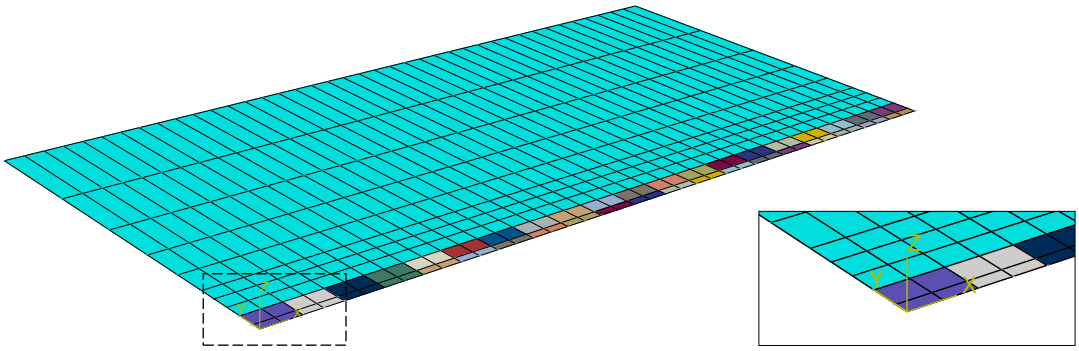
5.4.1.1. Ljuskasti model

Numerički model za diskretizaciju ljuskastim elementima prikazan je na slici 5.7. Na obje strane ploče dodijeljen je Newtonov mješoviti rubni uvjet uz koeficijent prijelaza topline α = 30 [W/m^{2}K] i temperaturu okoliša T_∞ = 0 °C čime je simulirano hlađenje okolnim zrakom. Model je diskretiziran s 400 konačnih elemenata DS4. Ljuskasti model fizički nema dimenziju debljine, te u ovom slučaju ne može opisati raspodjelu temperature po debljini.



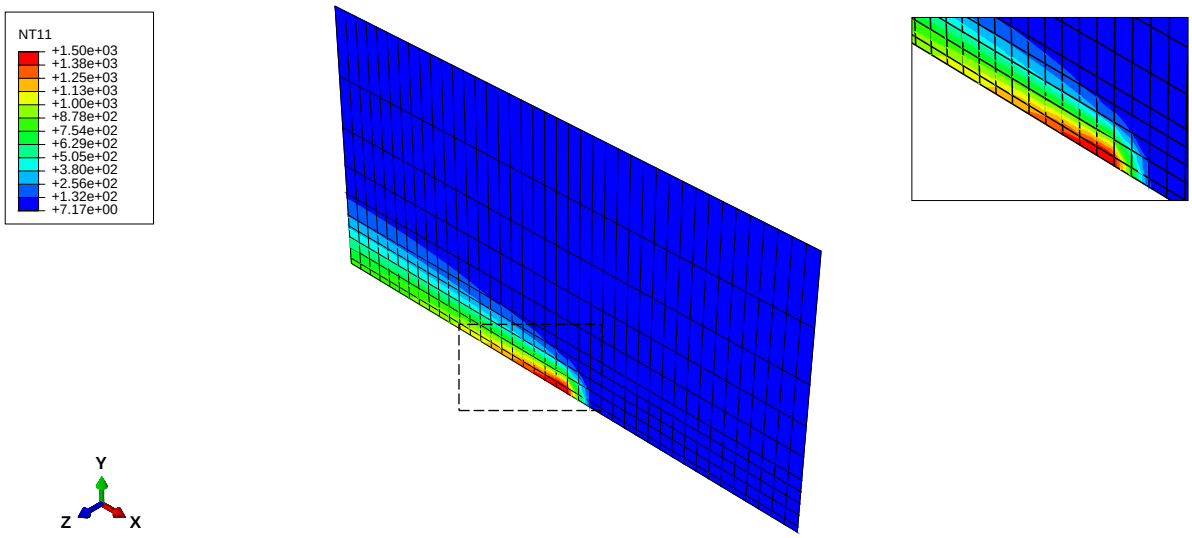
Slika 5.7. Ljuskasti numerički model

Rezultati toplinske i mehaničke analize očitani su s *x* i *y* linija, čije su koordinate definirane u lokalnom koordinatnom sustavu. Linija *x* predstavlja os simetrije, a linija *y* je linija okomita na zavar na polovici linije simetrije. Kako se na taj način unos topline vrši po cijeloj debljini ploče, toplinski tok preplovljen je na pola. Mreža i setovi prikazani su na slici 5.8.



Slika 5.8. Mreža konačnih elemenata ljuskastog modela i dodijeljeni setovi opterećenja za prvi i drugi prolaz

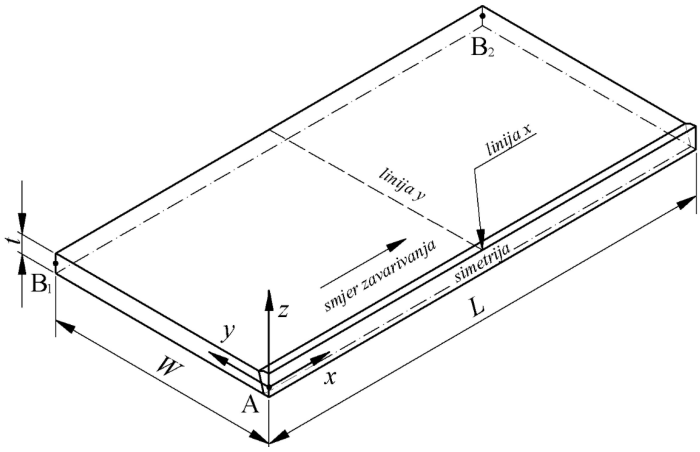
Na slici 5.9. prikazana je temperatura u početku 11. sekunde drugog prolaza elektrode. Najveći gradijenti temperature su u području zavara, a temperatura je jasno najveća na dijelu kojem se dodjeljuje toplinski tok, dok se preostala zona zavara polagano hladi. Moguće je uočiti i konduktivni prijelaz topline s područja više u područje niže temperature, odnosno od područja zavara prema rubovima modela.



Slika 5.9. Raspodjela temperature na ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (*T*, °C)

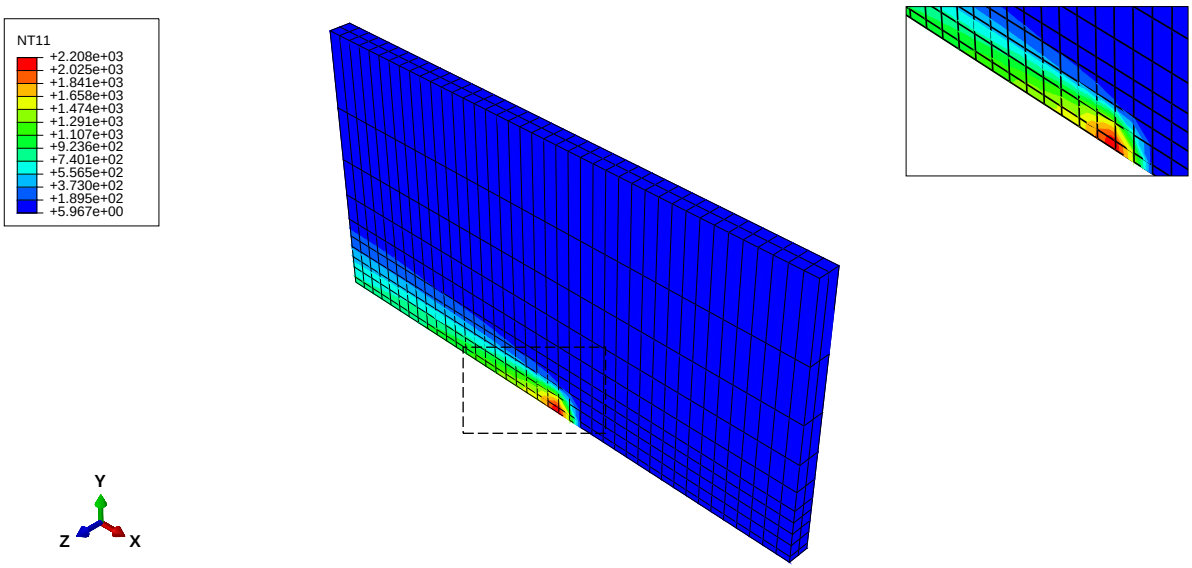
5.4.1.2. 3D model

Numerički model koji se dikretizira 3D elementima prikazan je na slici 5.9. Rezultati prikazani u radu očitani su sa linija *x* i *y*, čije koordinate u lokalnom koordinatnom sustavu za liniju *x* iznose (*x*, *y*, *z*) = (*x*, 0, 0,004), a linija *y* definirana je (*x*, *y*, *z*) = (0,1 , 0, 0,004).



Slika 5.10. 3D numerički model

Svim površinama osim linije simetrije dodijeljen je Newtonov mješoviti rubni uvjet naveden u ljuskastom modelu. Površina simetrije obuhvaćena je Neumannovim rubnim uvjetom na način da je proglašena adijabatskom površinom tj. kroz nju nema izmjene topline. Mreža konačnih elemenata i setovi opterećenja prikazani su na slici 5.6. Elementi na ravnini simetrije duplo su manji od reda elemenata iza njih, kako bi se sačuvao jednak broj i količina konačnih elemenata kojima je modelirana V priprema zavara. Model je diskretiziran s 800 konačnih elemenata DC3D8. Razlika između ljuskastog modela i 3D modela je ta što 3D model opisuje raspodjelu temperature po debljini, a na modelu su uočljive identične promjene opisane u ljuskastom modelu, kao što je vidljivo na slici 5.11.

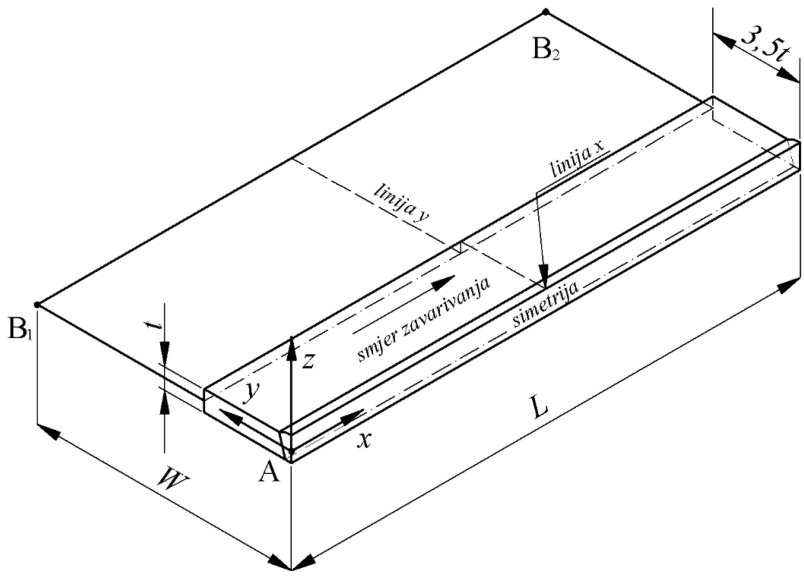


Slika 5.11. Temperaturno polje na 3D modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (*T*, °C)

5.4.1.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model

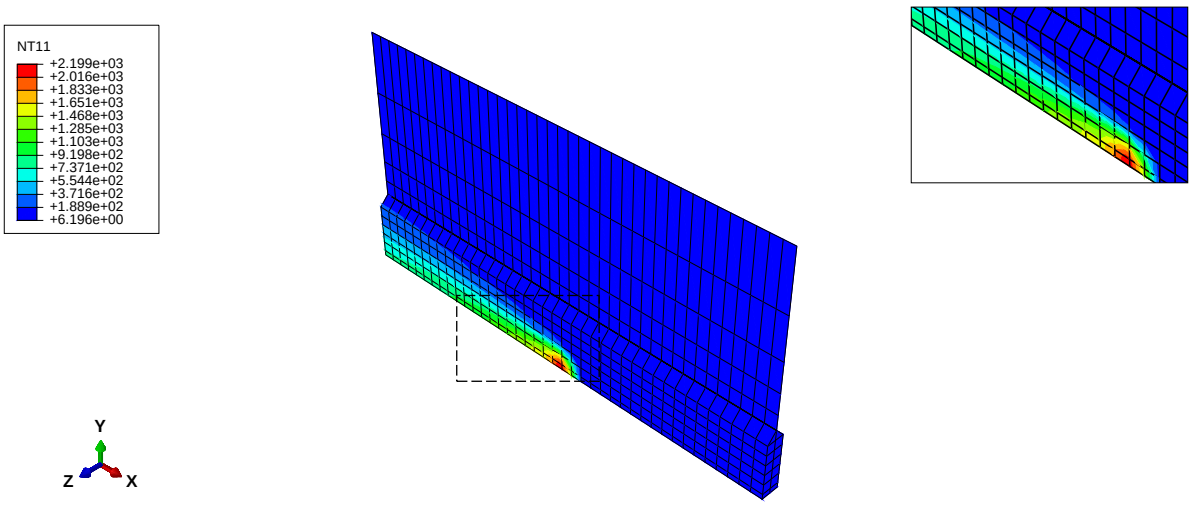
Kombinirani 3D/ljuskasti model sastoji se od 3D zone širine 3,5*t*, a ostatak ploče modeliran je ljuskastim elementima. Korištenjem kombiniranog model moguće je uštediti vrijeme računanja uz grešku koja je zanemariva iz razloga što se opterećenje još uvijek dodjeljuje 3D zoni. Na temelju prethodnih istraživanja odabrana je optimalna širina 3D zone. Numerički model namijenjen diskretizaciji 3D i ljuskastim elementima prikazan je na slici 5.12. Rubni uvjeti kao i vrsta konačnih elemenata dodijeljeni na kombiniranom modelu odgovaraju rubnim uvjetima i elementima prethodno opisanih modela. 3D zona dobiva rubne uvjete 3D modela, a ljuskasti dio ploče dobiva uvjete ljuskastog modela. U toplinskoj analizi povezivanje dviju zona izvršeno je opcijom *tie*. U ovom slučaju odabir *slave* i *master* zone nije važan jer obje zone imaju jednaku gustoću mreže konačnih elemenata. Set čvorova (*eng.*

node region) linije ljuske uzet je kao *master*, dok je površina 3D zone u dodiru s ljuskom uzeta kao *slave surface*.



Slika 5.12. Kombinirani 3D/ljuskasti numerički model

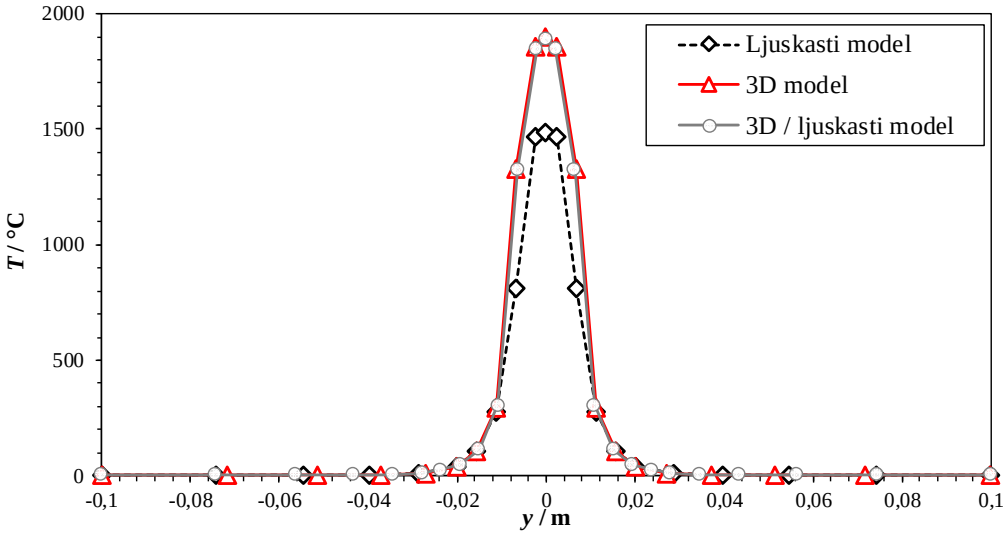
Opcija *tie* omogućava samo jedan sloj integracijskih točaka po debljini ljuske, što u ovom slučaju odgovara jer je odabrana gustoća toplinskog toka po jedinici volumena. Raspodjela temperature na kombiniranom 3D/ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode prikazana je na slici 5.13., na kojoj također uočavamo promjene navedene u analizi s ljuskastim elementima.



Slika 5.13. Raspodjela temperature na kombiniranom 3D/ljuskastom modelu početkom 11. sekunde drugog prolaza (*T*, °C)

5.4.1.4. Usporedba rezultata toplinske analize

Raspodjele temperature dobivene klasičnom metodom po liniji *y* prikazane su na slici 5.12. Iako je zbog simetrije rađena samo jedna ploča, rezultati u nastavku prikazani su za dvije ploče.



Slika 5.14. Usporedba rezultata klasične metode za različite numeričke modele početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode

Iz slike 5.14. vidljivo je poklapanje 3D modela i kombiniranog 3D/ljuskastog modela, dok ljuskasti model odstupa. Prijelaz kombiniranog modela s 3D elementa na ljusku je bez diskontinuiteta na liniji dodira različitih tipova elemenata. Razlika u temperaturi između ljuskastog modela u odnosu na potpuni i kombinirani model može se objasniti time da je gustoća toplinskog toka u ljuskastom modelu upola manja, iz već navedenog razloga nemogućnosti opisivanja temperature po debljini ljuske.

5.4.2. Mehanička analiza

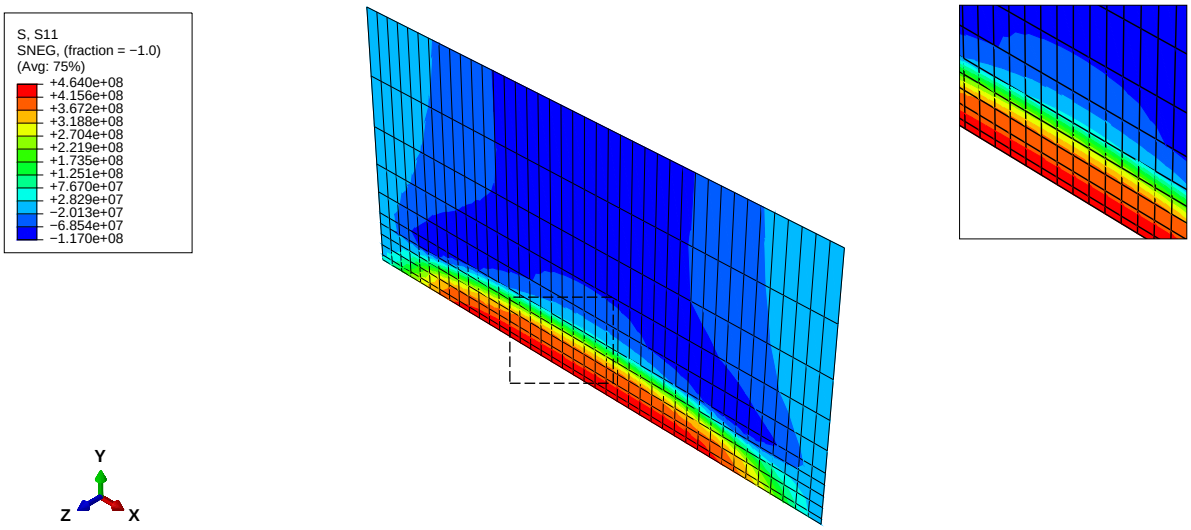
Kao što je prethodno navedeno, sve analize u ovom radu rađene su sekvencijalno spregnutom metodom. Iz slike 4.2. vidljivo je da raspodjela temperatura iz prethodnih toplinskih analiza uvrštena u mehaničke analize. U programskom paketu *Abaqus* to je ostvarivo opcijom *predefined field*, na način da se izlazna .odb datoteka toplinske analize uvede u mehaničku, te se na temelju toplinskih deformacija računaju elastične i plastične deformacije. Svi rezultati mehaničke analize prikazani su na kraju drugog koraka (*eng. stepa*) tj. nakon hlađenja drugog prolaza elektrode.

5.4.2.1. Ljuskasti model

Mreža konačnih elemenata i kompletan ljuskasti model korišten u mehaničkoj analizi jednak je modelu korištenom u toplinskoj analizi, osim što je u mehaničkoj analizi korišten element S4R. Rubni uvjeti ljuskastog mehaničkog modela su:

$$\begin{aligned} &\text{točka A} - U_1 = UR_2 = 0, \\ &\text{točke } B_1 \text{ i } B_2 - U_3 = 0, \\ &\text{simetrija} - U_2 = UR_1 = UR_3 = 0. \end{aligned} \tag{5.3}$$

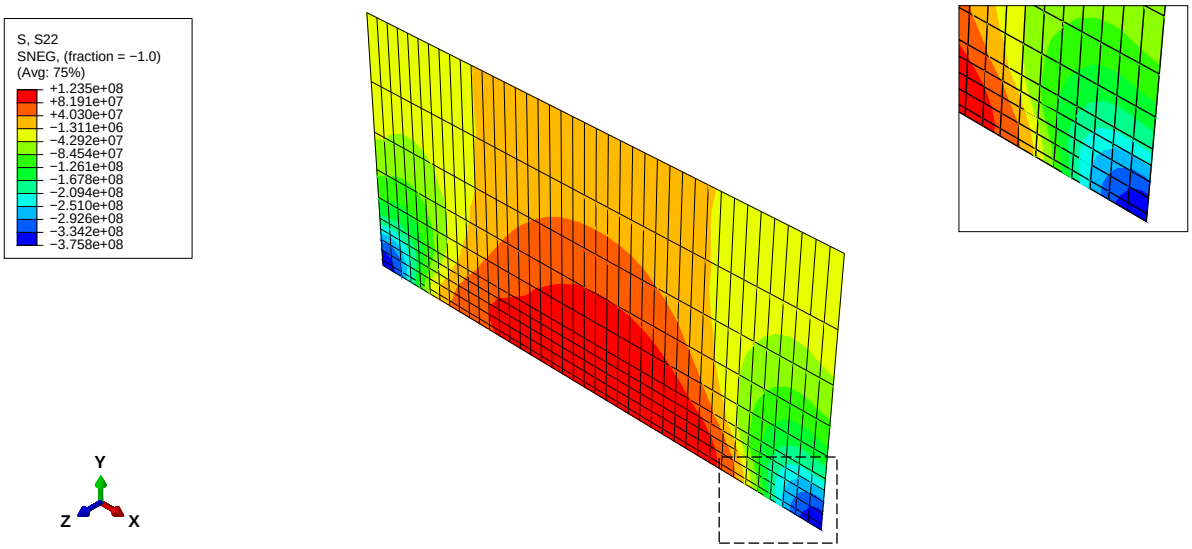
Budući da element S4R ima šest stupnjeva slobode, u točki A pomaci u smjeru osi *x*, i kut zakreta oko osi *y* jednaki su nuli. U točkama B_1 i B_2 spriječeni su pomaci u smjeru osi *z*, a na liniji simetrije vladaju uvjeti simetrije koji u ovom slučaju sprečavaju pomak u smjeru osi *y*, te kutove zakreta oko osi *x* i *z*. Raspodjela longitudinalnih i transverzalnih naprezanja prikazane su na slici 5.15. i 5.16. Maksimalno vlačno longitudinalno naprezanje je u zoni zavara gdje su prisutne najveće plastične deformacije i iznosi 464 N/mm^2, što je oko granice tečenja, dok na rubovima ploče naprezanje prelazi u tlačno, što potpuno odgovara teorijskoj osnovi prikazanoj u ranijim poglavljima.



Slika 5.15. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u ljuskastom modelu (σ_x, N/m^2)

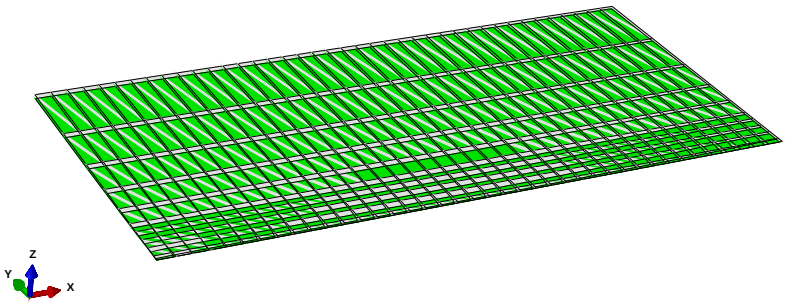
Maksimalno tlačno transverzalno naprezanje nalazi se na samom početku i na kraju zavara i iznosi 375 N/mm^2, dok maksimalno vlačno naprezanje 123 N/mm^2 i prisutno je u sredini zavarene zone.

Raspodjela transverzalnog naprezanja također odgovara teorijskim i eksperimentalno dobivenim rezultatima različitih istraživanja.



Slika 5.16. Raspodjela transverzalnog naprezanja u ljuskastom modelu (σ_y, N/m^2)

Zbog nepostojanja toplinskih gradijenata po debljini ljuske, prisutan je izostanak kutnog iskrivljenja što je vidljiv na slici 5.17.



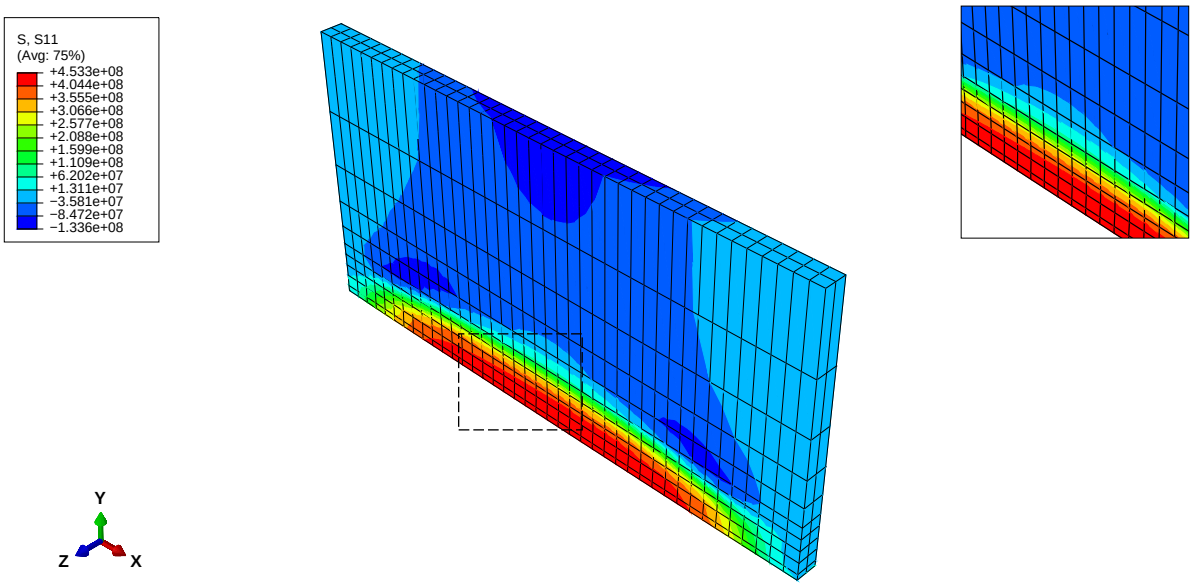
Slika 5.17. Deformirani i nedefomirani oblik ljuskastog modela (faktor uvećanja 10)

5.4.2.2. 3D model

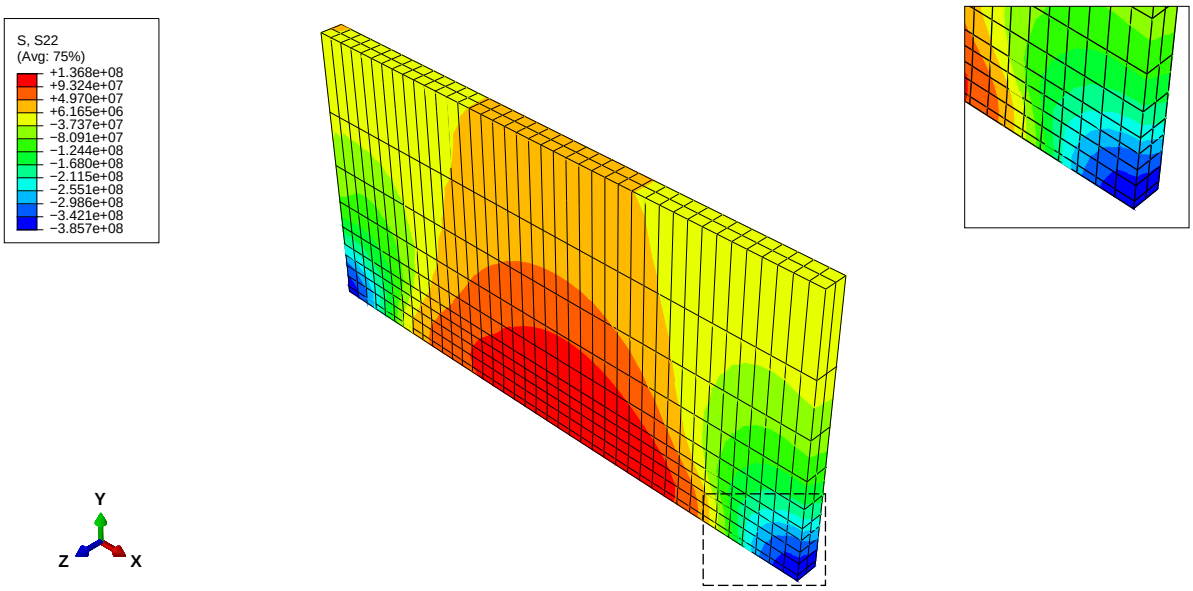
Mreža konačnih elemenata i model korišten u mehaničkoj jednak je modelu za toplinsku analizu, osim što su u mehaničkoj analizi korišteni C3D8R elementi. Rubni uvjeti mehaničkoj 3D modela su:

$$\begin{aligned} &\text{točka A} - U_1 = 0, \\ &\text{točke } B_1 \text{ i } B_2 - U_3 = 0, \\ &\text{simetrija} - U_2 = 0. \end{aligned} \tag{5.4}$$

C3D8R ima tri stupnja slobode gibanja, i sve tri su translacije, stoga ograničenja u pogledu kutova zakreta nije moguće definirati. Raspodjela longitudinalnog i transverzalnog naprezanja za 3D model prikazana je na slikama 5.18. i 5.19. Maksimalno vlačno longitudinalno naprezanje iznosi 453 N/mm^2, a udaljavanjem od zone zavara ono prelazi u tlačno. Maksimalno tlačno transverzalno naprezanje iznosi 365 N/mm^2, a vlačno 136 N/mm^2.

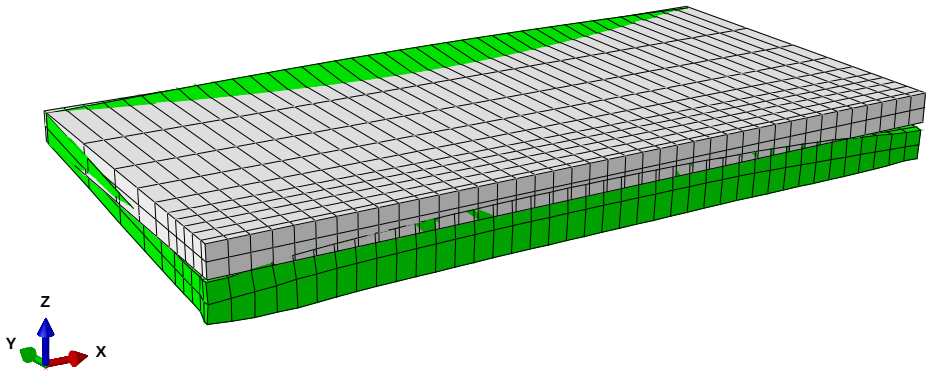


Slika 5.18. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u 3D modelu (σ_x, N/m^2)



Slika 5.19. Raspodjela transverzalnog naprezanja u 3D modelu (σ_y, N/m^2)

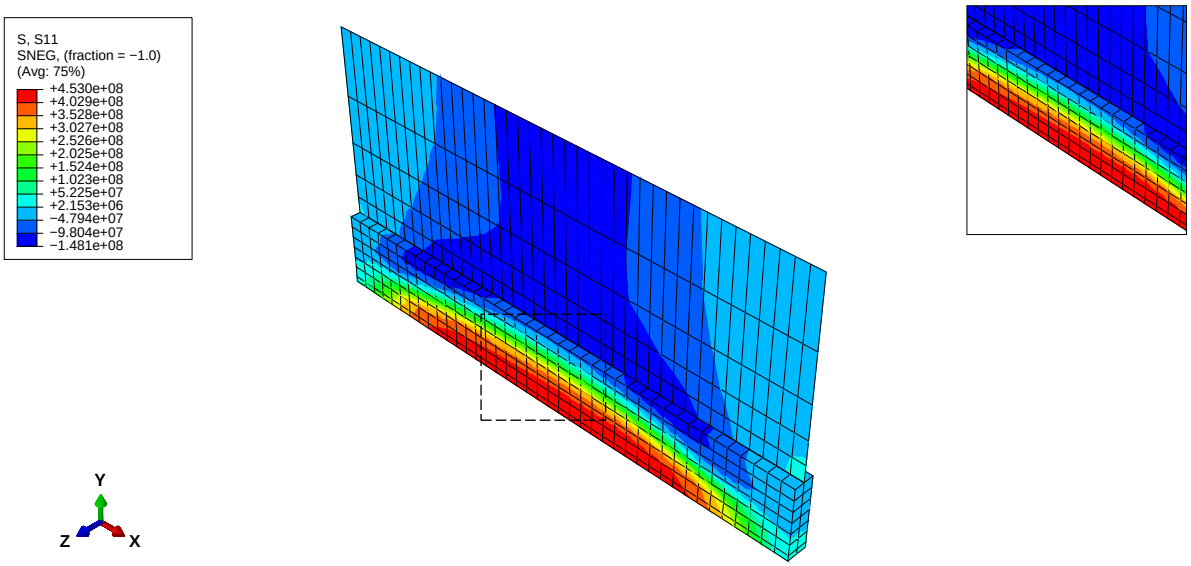
Na slici 5.20. prikazano je deformirani i nedeformirano stanje 3D modela, iz kojeg je jasno vidljivo savijanje i kutno iskrivljenje ploče. Spljošteni konačni elementi na ravnini simetrije posljedica su plastične tlačne deformacije prilikom unosa topline. Zbog rubnih uvjeta širenje materijala gotovo u cijelosti je moguće samo u smjeru osi *z*, a na rubovima ploče se mogu širiti i u smjeru osi *x*.



Slika 5.20. Deformirani i nedeformirani oblik 3D modela (faktor uvećanja 10)

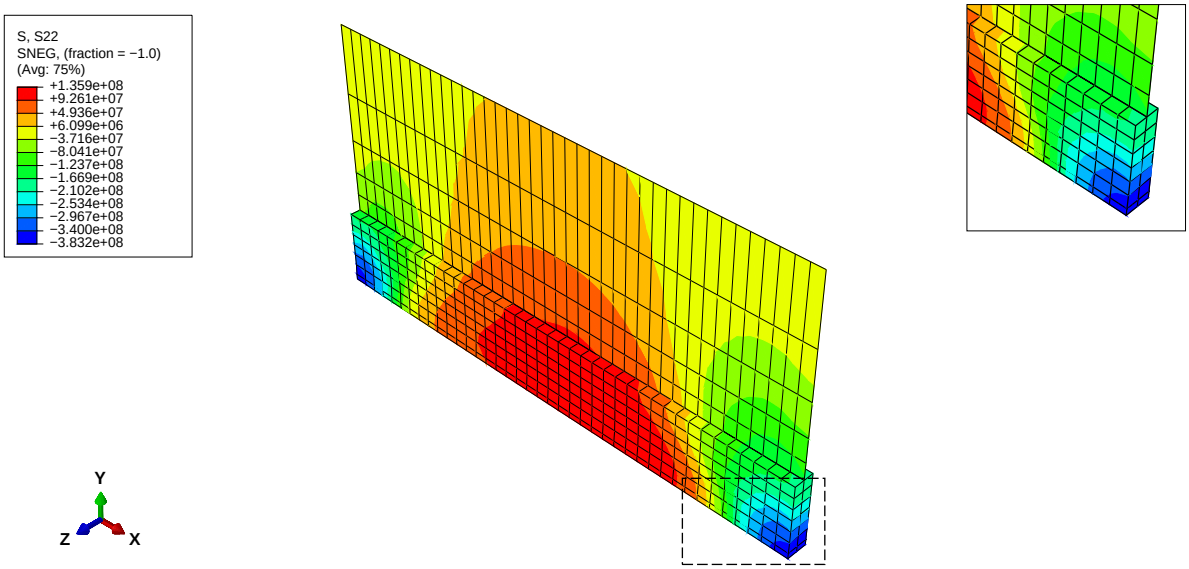
5.4.2.3. Kombinirani 3D/ljuskasti model

Mreža konačnih elemenata i numerički model u mehaničkoj analizi identičan je modelu korištenom u toplinskoj analizi, osim što su u mehaničkoj analizi korišteni elementi C3D8R za 3D zonu, i S4R elementi za ljuskasti dio modela. Povezivanje 3D zone i ljuskastog dijela izvršeno je opcijom *shell – to – solid coupling*. Slika 5.21 i 5.22. prikazuju raspodjelu longitudinalnih i transverzalnih naprezanja kombiniranog modela, po završetku hlađenja.



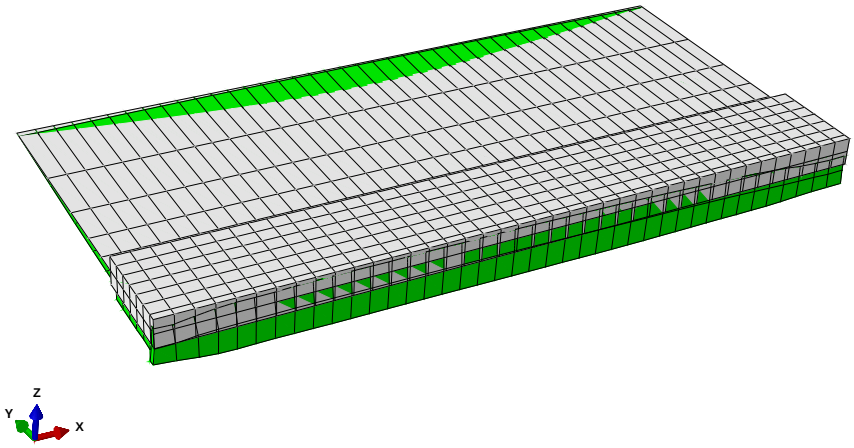
Slika 5.21. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u kombiniranom modelu (σ_x, N/m^2)

Maksimalna longitudinalna vlačna naprezanja identična su kao u 3D modelu, dok maksimalna tlačna transverzalna naprezanja iznose 383 N/mm^2, a vlačna 135 N/mm^2.



Slika 5.22. Raspodjela transverzalnog naprezanja u kombiniranom modelu (σ_y, N/m^2)

Usporedba deformiranog i nedeformiranog oblika kombiniranog 3D/ljuskastog modela prikazana je na slici 5.23.

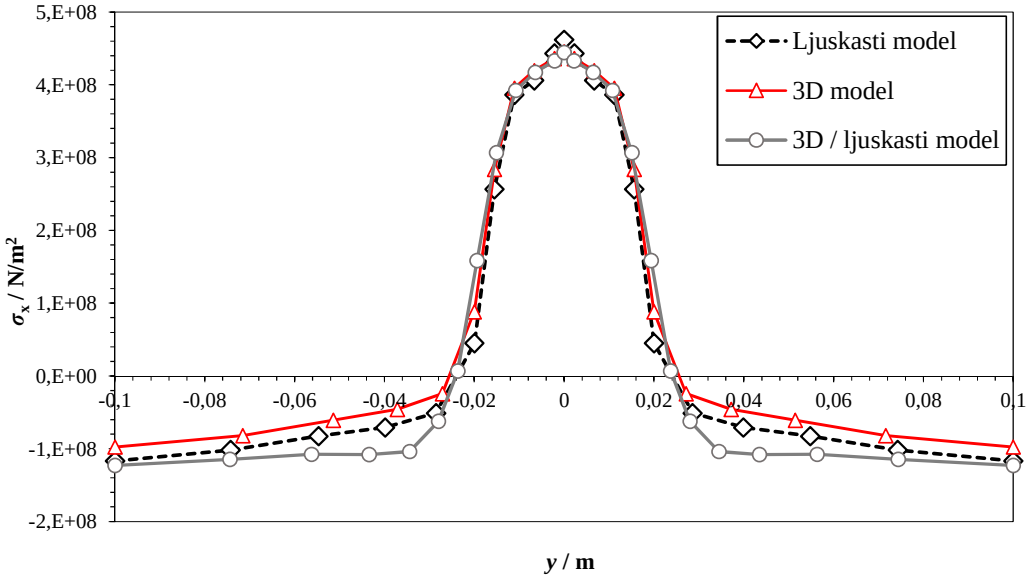


Slika 5.23. Deformirani i nedeformirani oblik kombiniranog modela (faktor uvećanja 10)

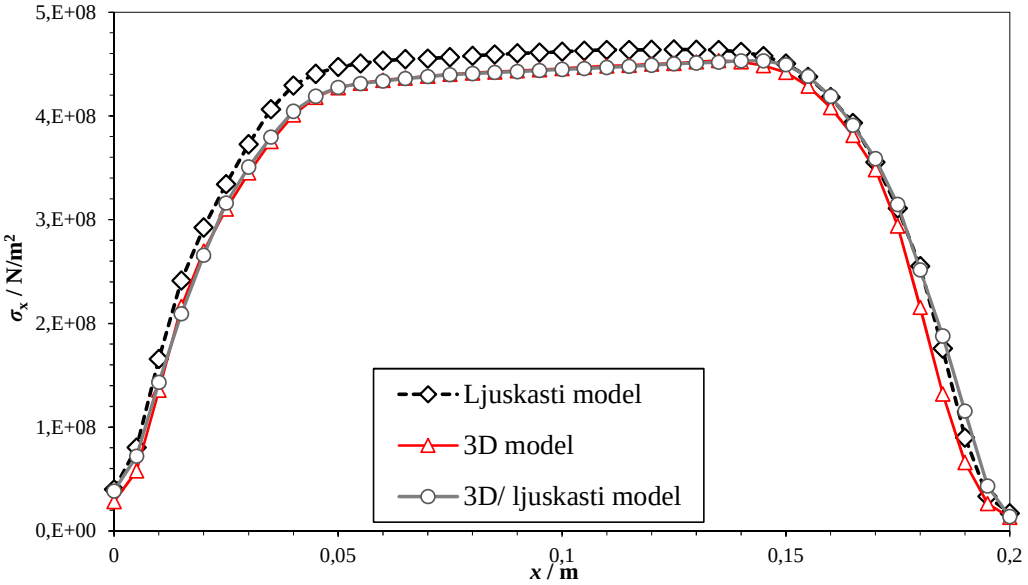
5.4.3. Usporedba klasične metode

Za prethodno proračunate modele s linija *x* i *y* očitana je raspodjela za longitudinalno naprezanje, transverzalno naprezanje te pomaci u smjeru *y* i *z* osi. Slike 5.24. i 5.25. prikazuju raspodjelu longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *x* i *y* za sva tri numerička modela. Vidljivo je da se raspodjela 3D i kombiniranog 3D/ ljuskastog modela gotovo potpuno poklapa, a s obzirom na to da ljuskasti model ne opisuje raspodjelu temperature po debljini, razlika

ljuskastog modela u odnosu na ostala dva modela je zanemariva. Širina plastične zone identična je u sva tri slučaja, a jedina značajnija razlika je u maksimalnom tlačnom naprezanju na rubovima ploča.



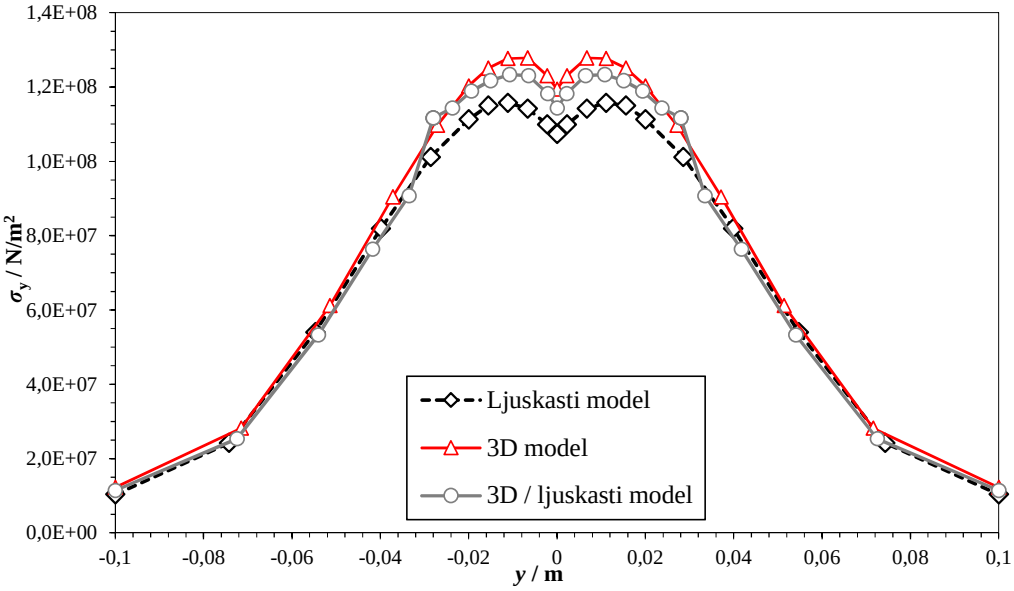
Slika 5.24. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y*



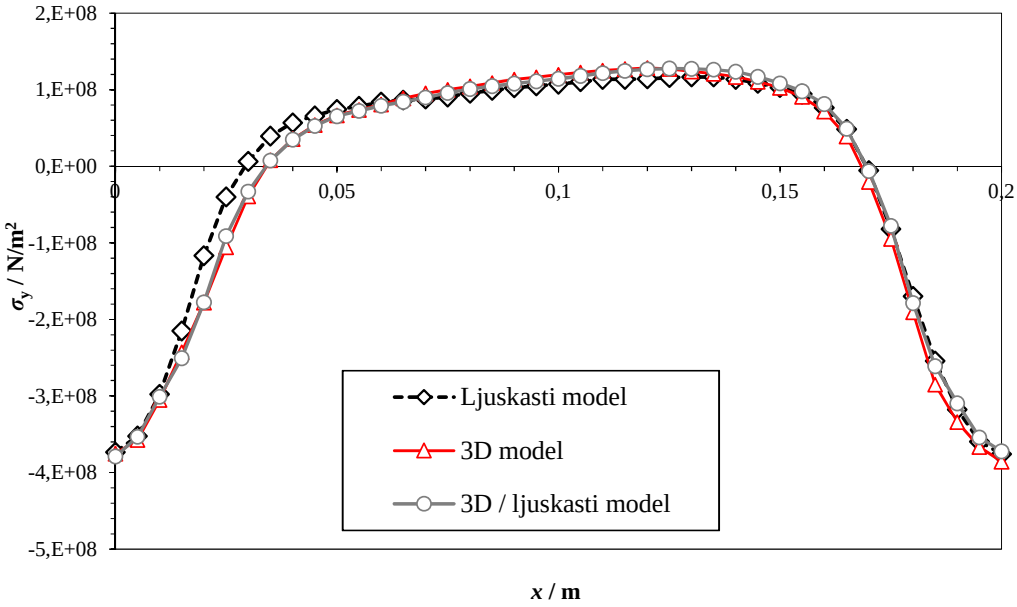
Slika 5.25. Raspodjela longitudinalnog naprezanja σ_x po liniji *x*

Na slici 5.26. i 5.27. prikazana je raspodjela transverzalnih naprezanja σ_y po *x* i *y* liniji za sva tri numerička modela. Najveća razlika je vidljiva u zoni zavara po liniji okomitoj na zavar *y*, i u ovom slučaju ljuskasti model se ne poklapa s ostala dva numerička modela, a udaljavanjem

od zone zavara svi numerički modeli se potpuno poklapaju. U pogledu raspodjela transverzalnog naprezanja po uzdužnoj osi zavara *x* nema većih odstupanja između modela.



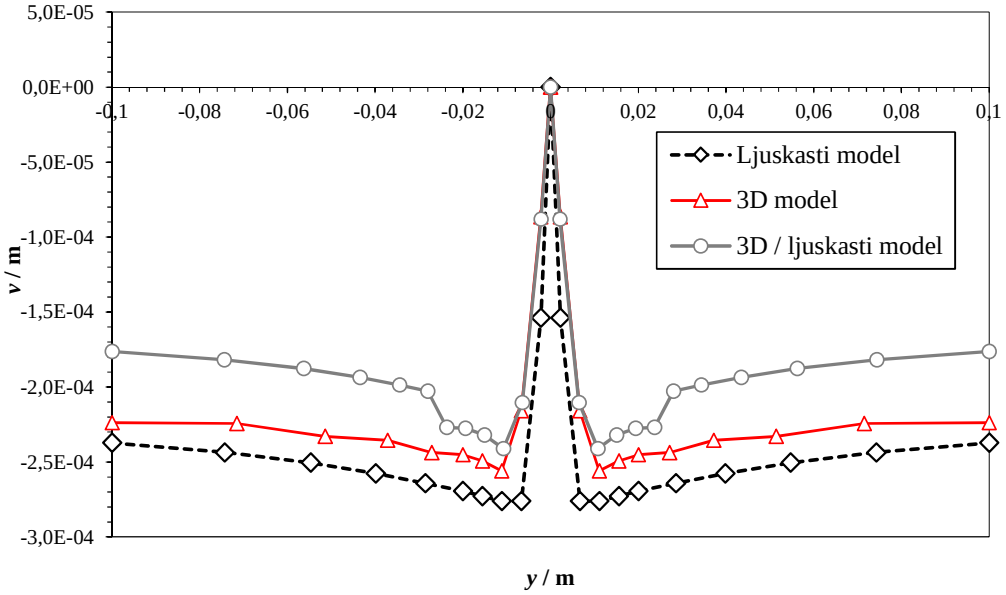
Slika 5.26. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y*



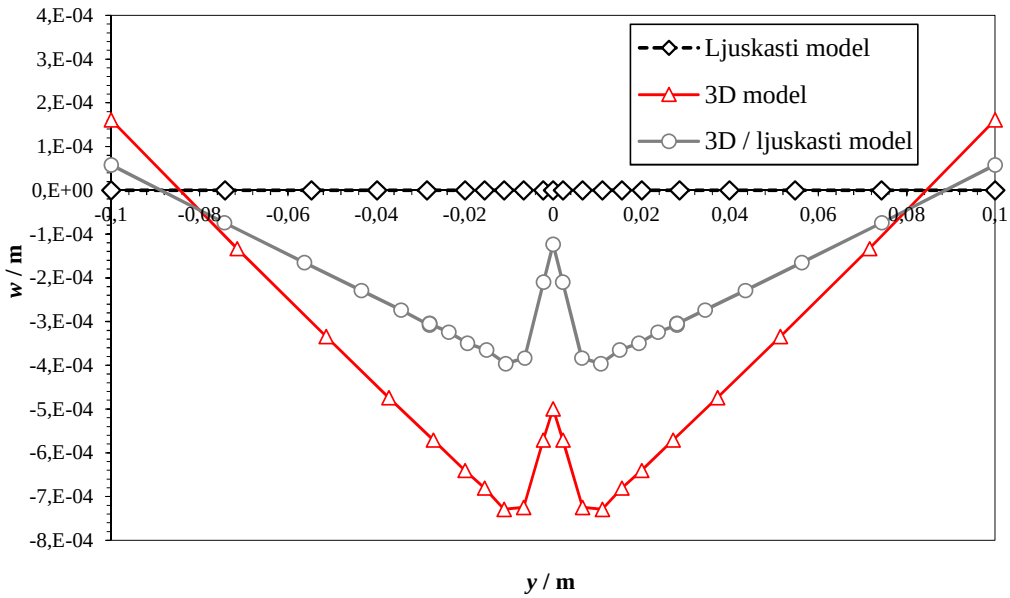
Slika 5.27. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *x*

Raspodjela pomaka u smjeru *y* osi po liniji *y* prikazana je na slici 5.28. a raspodjela pomaka u smjeru *z* osi po liniji *y* prikazana je na slici 5.29. Iz dijagrama 5.28. vidljivo je kako je transverzalno skupljanje najveće kod ljuskastog modela. Kombinirani 3D/ljuskasti model u zoni prijelaza različitih vrsta konačnih elemenata pokazuje nagli skok transverzalnog pomaka

u odnosu na ostala dva modela. Ljuskasti model ne može opisati kutno iskrivljenje, stoga je progib u tom slučaju nula, dok je kombinirani model vidno krući u odnosu na čisti 3D model. Usporedba vremena računanja za pojedine numeričke modele navedena je u tablici 1.



Slika 5.28. Raspodjela pomaka u smjeru osi *y* po liniji *y*



Slika 5.29. Raspodjela pomaka u smjeru osi *z* po liniji *y*

5.5. Metoda rađanja elemenata

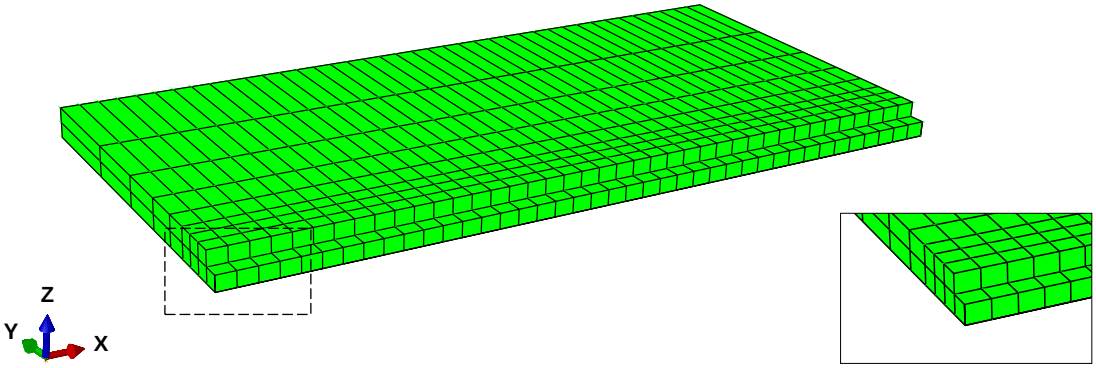
Metodom rađanja elemenata realnije simulira proces zavarivanja, jer se tijekom ove simulacije prilikom prolaska elektrode tj. unosa topline, prethodno deaktivirani elementi stvaraju tj. aktiviraju. Metoda rađanja korisnički je znatno zahtjevnija od klasične metode, jer za razliku od klasične u kojoj je broj koraka tj. *stepova* definiran brojem prolaza elektrode, ovdje se svaku sekundu prolaska elektrode definira pojedini *step*. Deaktiviranje i ponovo aktiviranje elemenata u točno određenom koraku ostvaruje se opcijom *model change*. Analiza je podijeljena u 42 koraka. Četrdeset *stepova* po trajanju od jedne sekunde služe za deaktivaciju/aktivaciju elemenata. U prvom koraku elementi koji predstavljaju "V" pripremu zavara se deaktiviraju, te se u svakom sljedećem koraku aktiviraju određeni setovi elemenata u kojih se unosi definirana gustoća toplinskog toka. Nakon prvog i drugog prolaza ostavljen je korak hlađenja u trajanju 1000s i 2000s.

Odabranom deaktivacijom elementima se u toplinskoj analizi matrice toplinskog kapaciteta i provođenja postave na nulu, dok je u mehaničkoj analizi to matrica krutosti. U mehaničkoj analizi moguće je reaktivirati element sa ili bez deformacije (*eng. with strain and strain free*). Aktivacijom bez deformacije elementi se reaktiviraju bez deformacije i naprezanja. U ovom radu korištena je reaktivacija sa deformacijom gdje se elementima dodjeljuje akumulirana deformacija do stanja prije njihove aktivacije. Rubni uvjeti dodijeljeni pojedinim konačnim elementima stupaju na snagu prilikom aktivacije elementa kojem je uvjet dodijeljen. Iz tog razloga u rezultatima na samom početku mehaničke analize vidljivi su pomaci krutog tijela koji nakon vrlo kratkog vremena iščezavaju. U toplinskim analizama kroz svih četrdeset dva koraka vrijede isti Newtonovi i Nummanovi rubni uvjeti. Ljuskasti model u ovom slučaju nije razmatran iz prethodno navedenih razloga

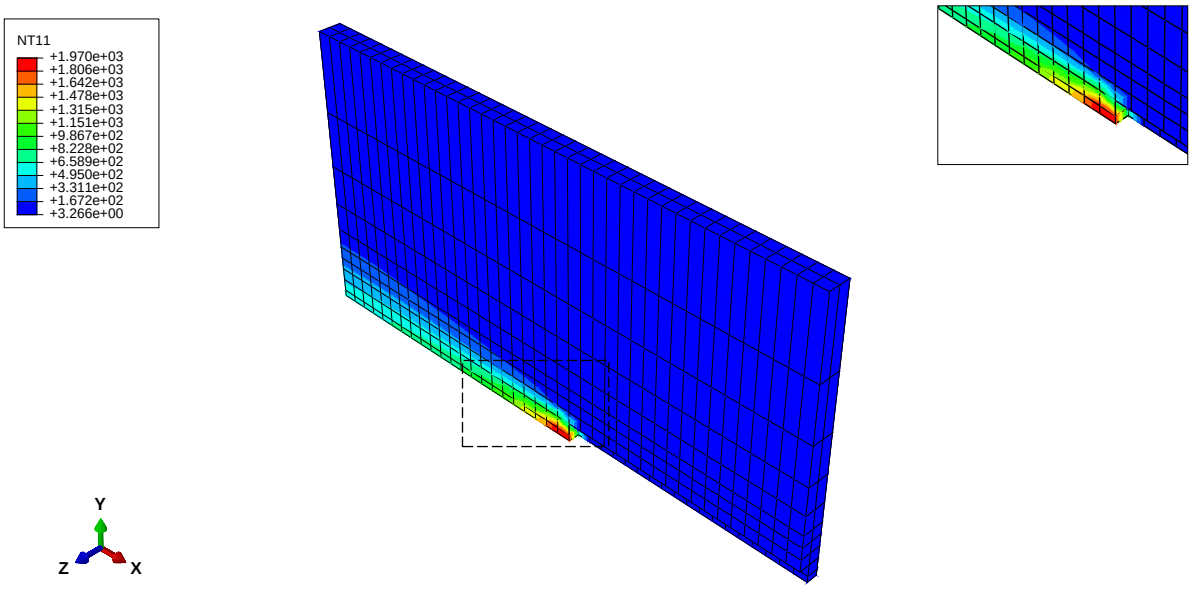
5.5.1. Toplinska analiza

5.5.1.1. 3D model

Kao što je i prethodno navedeno analiza započinje deaktivacijom setova elemenata koji čine V pripremu zavara što je prikazano na slici 5.30, dok je na slici 5.31. vidljivo temperaturno polje u 11. sekundi drugog prolaza elektrode iz kojeg se vidi da metoda rađanja elemenata u usporedbi s klasičnom metodom daje nižu maksimalnu temperaturu. Model i mreža konačnih elemenata ista je kao u klasičnoj toplinskoj 3D analizi.



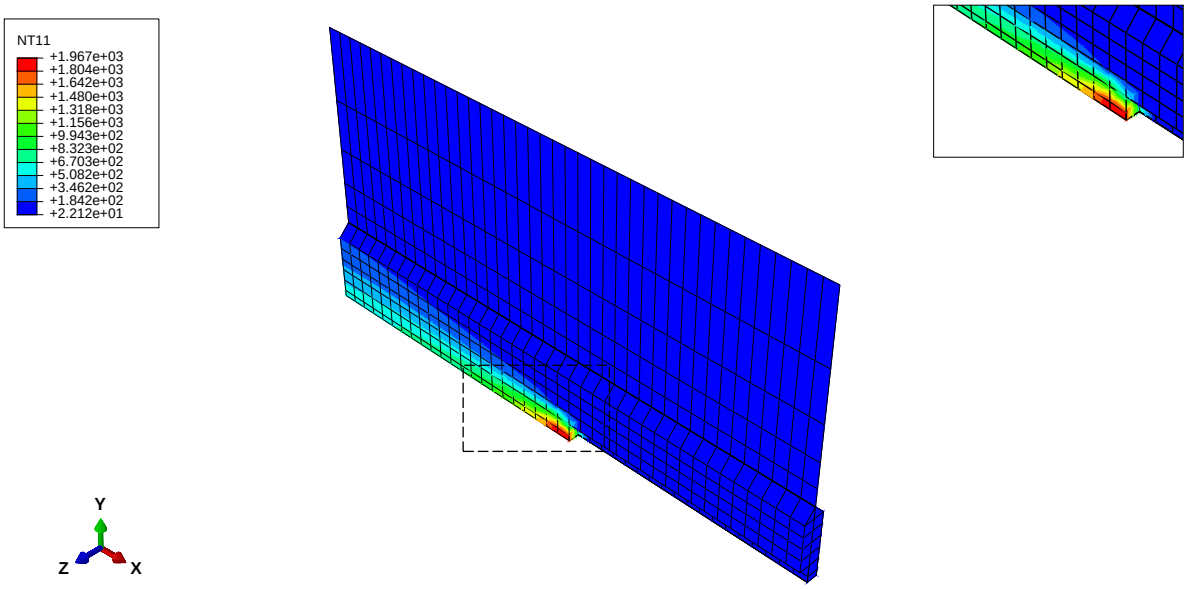
Slika 5.30. Početno stanje i prikaz deaktiviranih elemenata u prvom koraku 3D analize



Slika 5.31. Raspodjela temperature na 3D modelu metodom rađanja početkom 11. sekunde drugog prolaza (*T*, °C)

5.5.1.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model

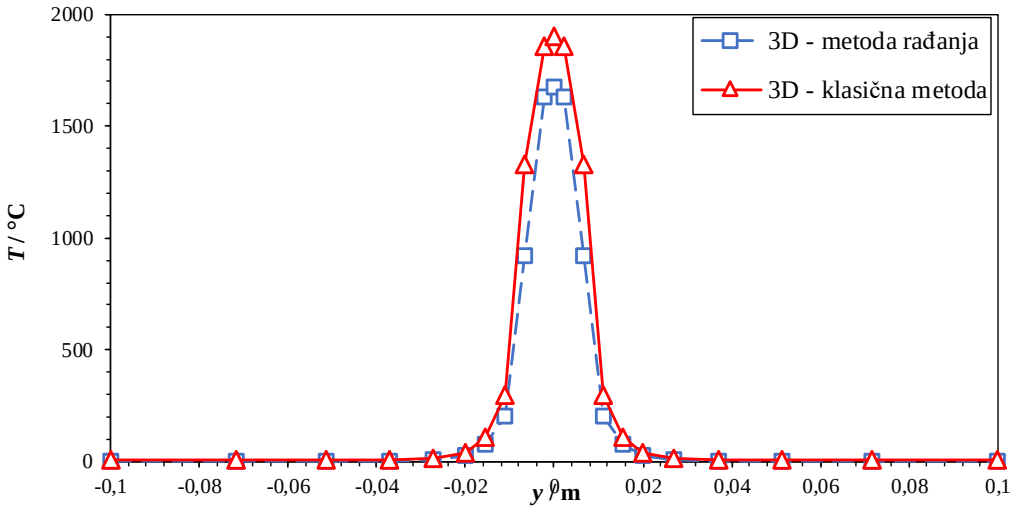
U metodi rađanja elemenata proračunski model identičan je modelu klasične metode. Raspodjela temperature u početku 11. sekunde drugog prolaza elektrode prikaza je na slici 5.32.



Slika 5.32. Raspodjela temperature na kombiniranom modelu metodom rađanja početkom 11. sekunde drugog prolaza (*T*, °C)

5.5.1.3. Usporedba toplinske analize metodom rađanja elemenata

Raspodjela temperature u 11. sekundi drugog prolaza dobivena metodom rađanja i klasičnom metodom prikazana je na slici 5.33.



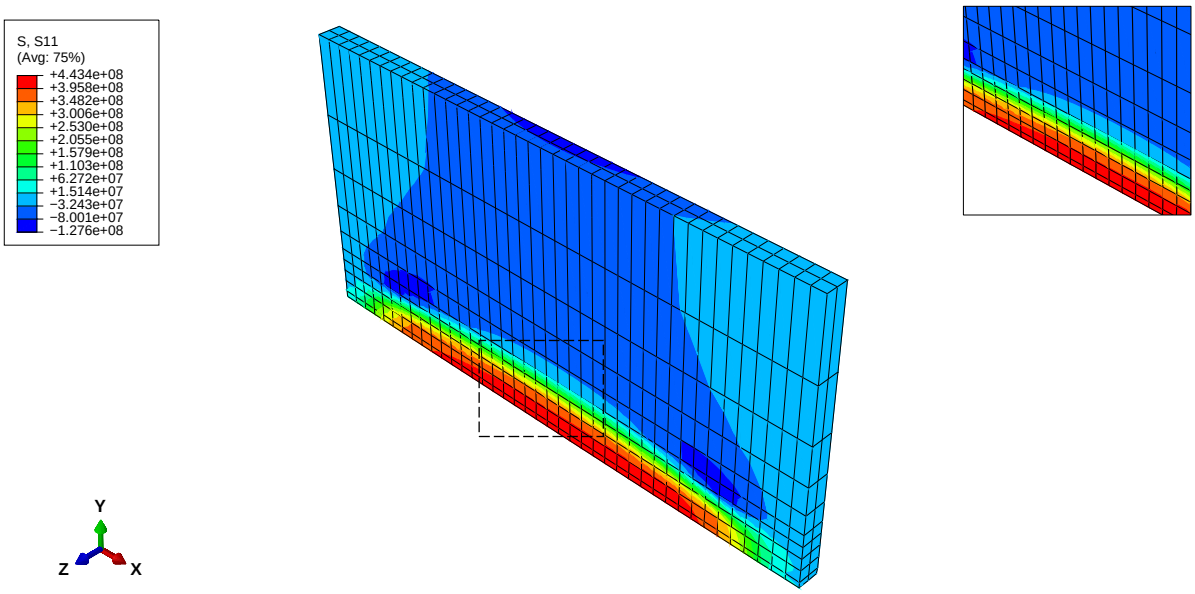
Slika 5.33. Usporedba rezultata klasične metode i metode rađanja za 3D model početkom 11. sekunde drugog prolaza elektrode

Iz slike 5.33. jasno je vidljivo da su u zoni zavara temperature dobivene metodom rađanja nešto niže od temperatura dobivenih klasičnom metodom, stoga se očekuju i niže vrijednosti zaostalih naprezanja. Raspodjela temperatura na kombiniranom modelu metodom rađanja potpuno je identična 3D modelu stoga je u dijagramu nije navedena.

5.5.2. Mehanička analiza

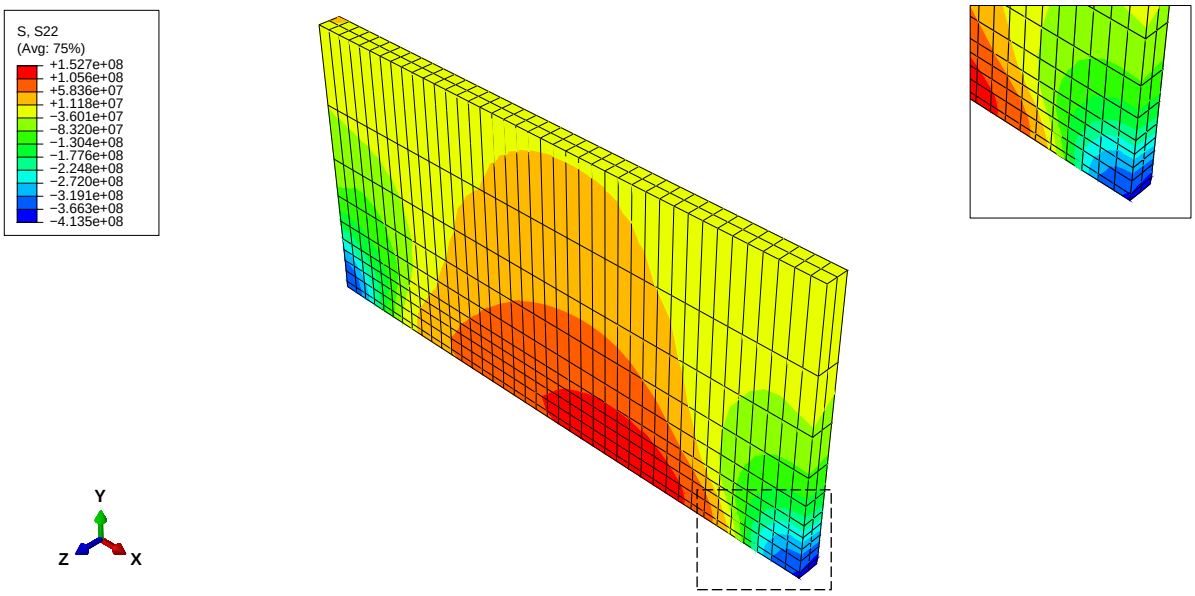
5.5.2.1. 3D model

Model i mreža konačnih elemenata, identični su onima iz 3D modela kod primjene klasične metode, a temperaturno polje dodjeljuje se također reaktivacijom setova, kao i u toplinskoj analizi. Raspodjela longitudinalnog naprezanja nakon završetka procesa prikazana je na slici 5.34. Maksimalno vlačno longitudinalno naprezanja dobiveno metodom rađanja elemenata iznosi 443 N/mm^2, a maksimalno tlačno na rubovima ploča iznosi 127 N/mm^2.

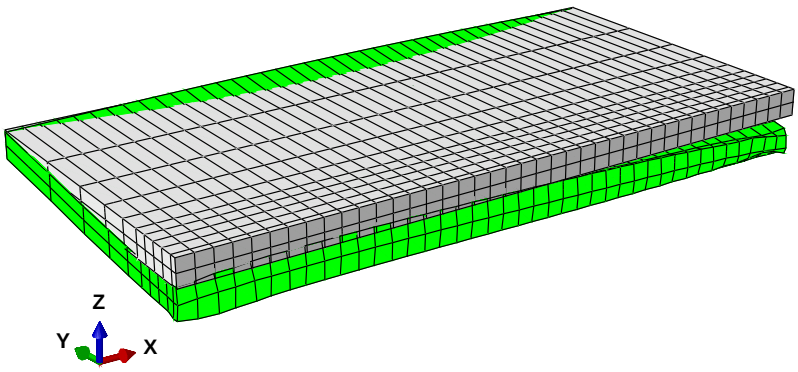


Slika 5.34. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u 3D modelu metodom rađanja (σ_x, N/m^2)

Raspodjela transverzalnog naprezanja metodom rađanja za 3D model prikazana je na slici 5.35. Maksimalno tlačno transverzalno naprezanje metodom rađanja iznosi 413 N/mm^2, a maksimalno tlačno pri sredini ploče iznos 162 N/mm^2. Rezultati se naravno u potpunosti ne poklapaju sa rezultatima dobivenima klasičnom metodom, a detaljnija usporedba bit će prikazana u nastavku. Na slici 5.36. prikazana je usporedba deformiranog i nedeformiranog oblika s faktorom uvećanja 10.



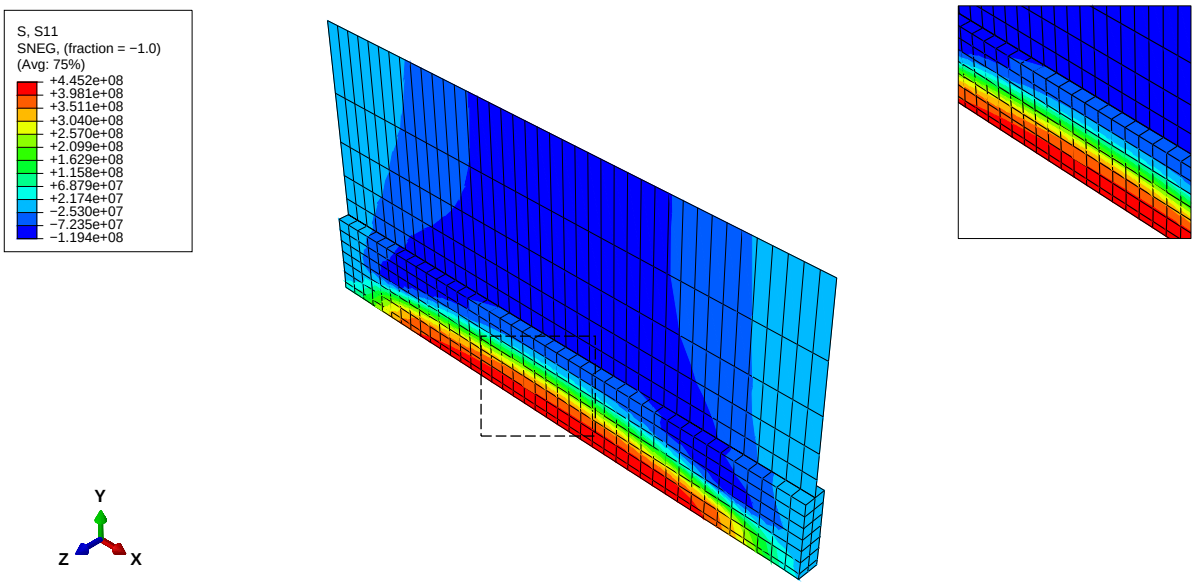
Slika 5.35. Raspodjela transverzalnog naprezanja u 3D modelu metodom rađanja (σ_y, N/m^2)



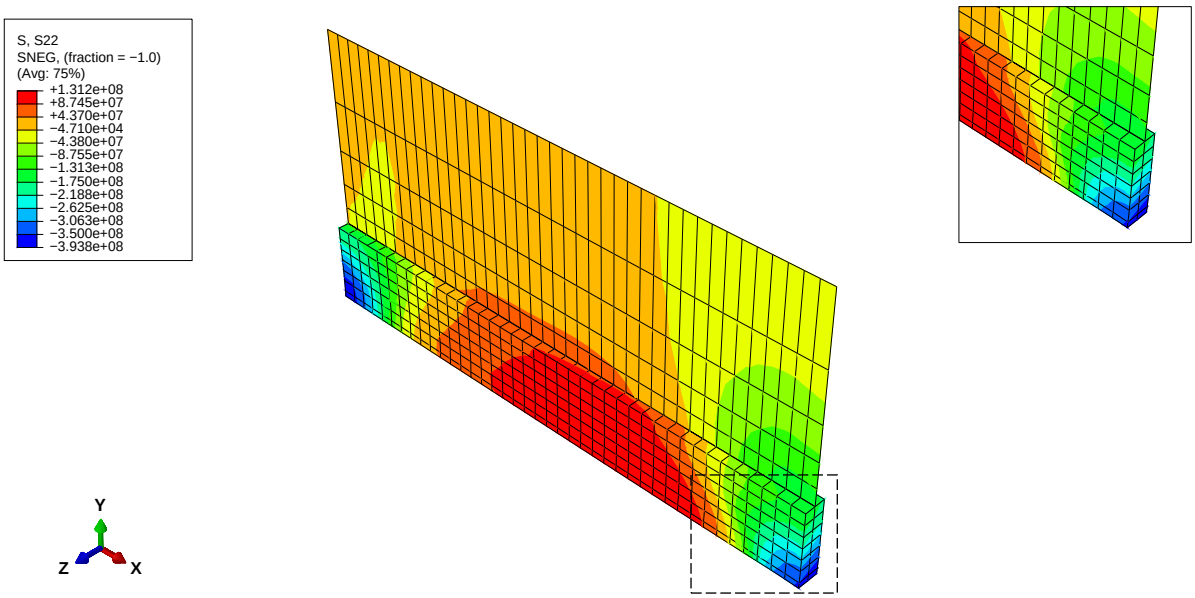
Slika 5.36. Deformirani i nedeformirani oblik 3D modela metodom rađanja (faktor uvećanja 10)

5.5.2.2. Kombinirani 3D/ljuskasti model

Model i mreža konačnih elemenata odgovaraju onoj iz kombiniranog modela analiziranog klasičnom metodom. Na slici 5.37. prikazana je raspodjela longitudinalnog naprezanja, a raspodjela transverzalnog prikazana je na slici 5.38. Maksimalno vlačno longitudinalno naprezanja dobiveno metodom rađanja elemenata na kombiniranom 3D/ljuskastom modelu iznosi 445 N/mm^2, a maksimalno tlačno na rubovima ploča iznosi 119 N/mm^2.



Slika 5.37. Raspodjela longitudinalnih naprezanja u kombiniranom 3D/ljuskastog modelu metodom rađanja (σ_x, N/m^2)

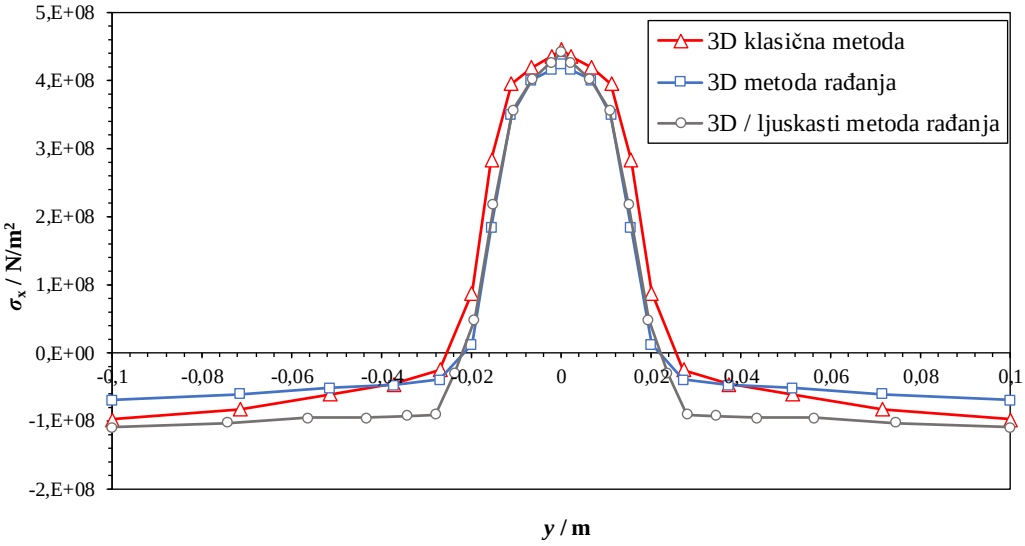


Slika 5.38. Raspodjela transverzalnog naprezanja u kombiniranom 3D/ljuskastog modelu metodom rađanja (σ_y, N/m^2)

5.6. Usporedba klasične metode i metode rađanja

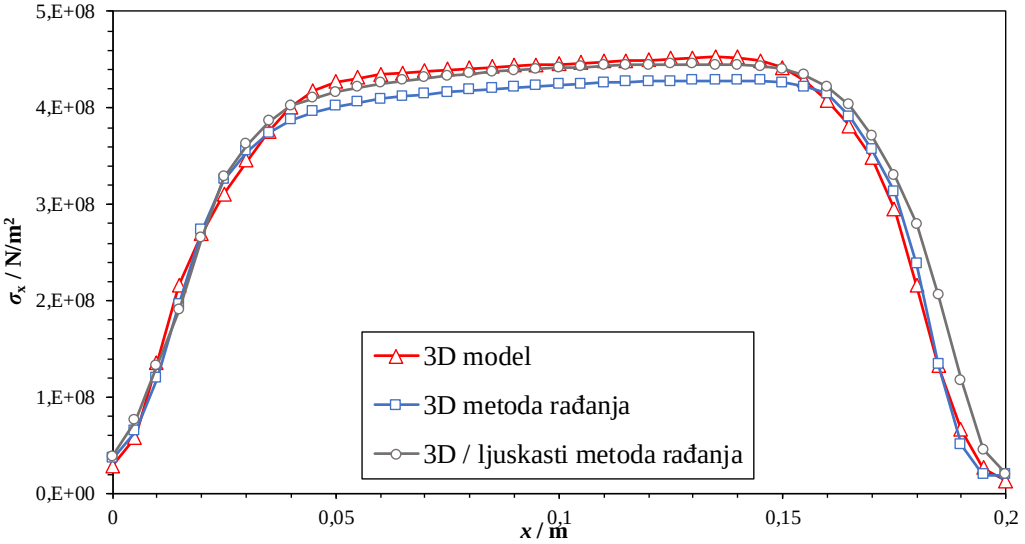
Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji y i x za 3D model dobiven klasičnom metodom i metodom rađanja, te za kombinirani 3D/ljuskasti model prikazana je na slikama 5.39. i 5.40. Raspodjela longitudinalnog naprezanja dobivenih metodom rađanja blago odstupa od raspodjele dobivene klasičnom metodom. Na slici 5.39. vidljive su nešto niže vršne vrijednosti tlačnog i vlačnog longitudinalnog naprezanja dobivenim metodom rađanja, i

šira zona vlačnog naprezanja dobivenih klasičnom metodom. Usporedbom kombiniranog 3D/ljuskastog i 3D modela dobivenog metodom rađanja može se zaključiti da kombinirani 3D/ljuskasti model u pogledu tlačnih longitudinalnih naprezanja značajno odstupa od 3D modela.



Slika 5.39. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* za različite metode

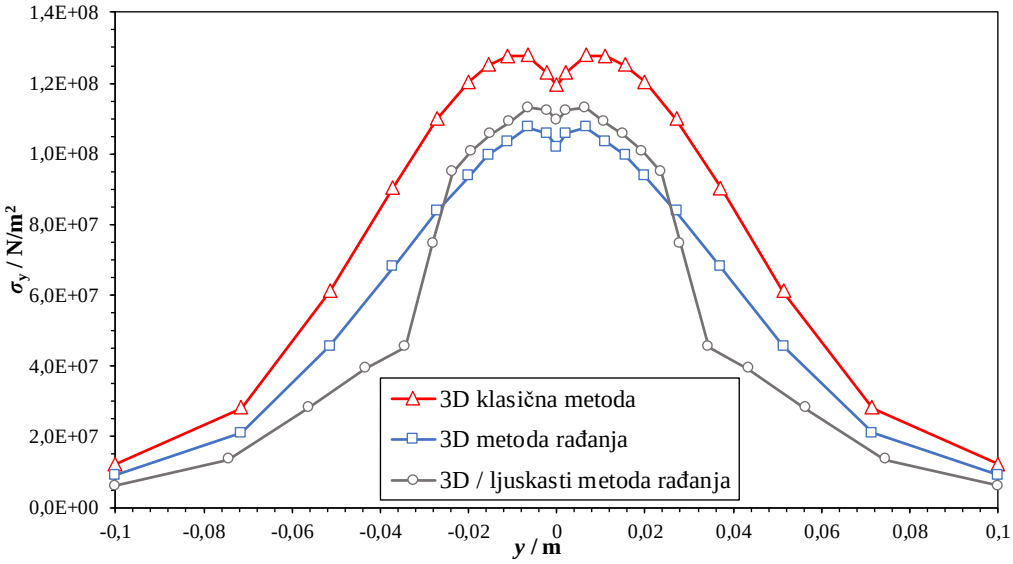
Longitudinalna naprezanja po osi *x* prikazana su na slici 5.40. U slučaju klasične metode također pokazuju veće maksimalne vrijednosti, međutim značajnija odstupanja nisu uočljiva.



Slika 5.40. Raspodjela longitudinalnog naprezanja σ_x po liniji *x* za različite metode

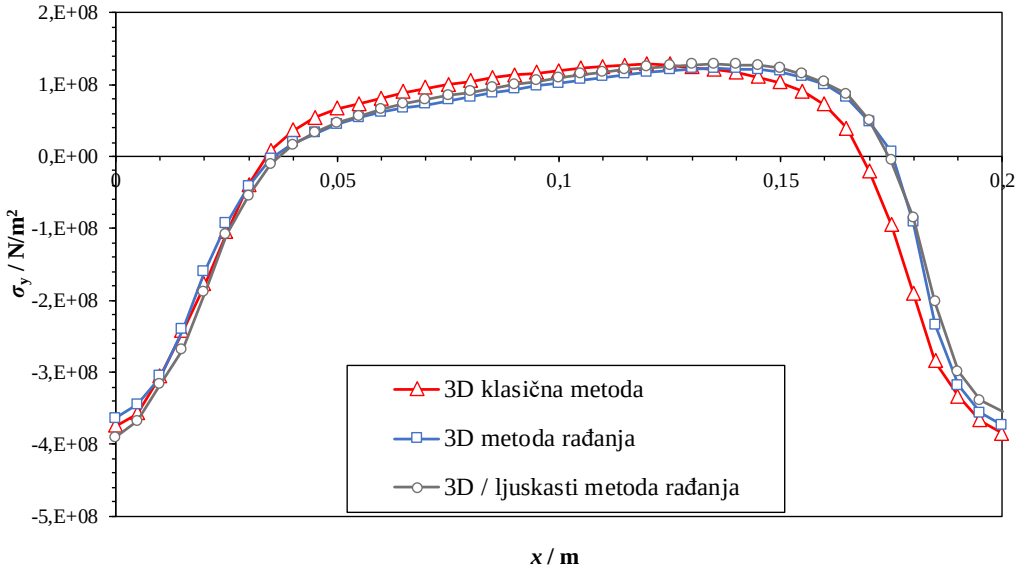
Slika 5.41. prikazuje raspodjelu transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y*, a uočljive su zamjetno veće vrijednosti transverzalnog naprezanja dobivenog klasičnom metodom u odnosu na metodu rađanja, posebice u zoni zavara, dok je prema rubovima ta razlika vrlo mala.

Kombinirani 3D/ljuskasti model vrlo dobro prati potpuni 3D model osim u zoni prelaska 3D elemenata u ljuskasti element gdje se može uočiti nagli skok vrijednosti naprezanja.



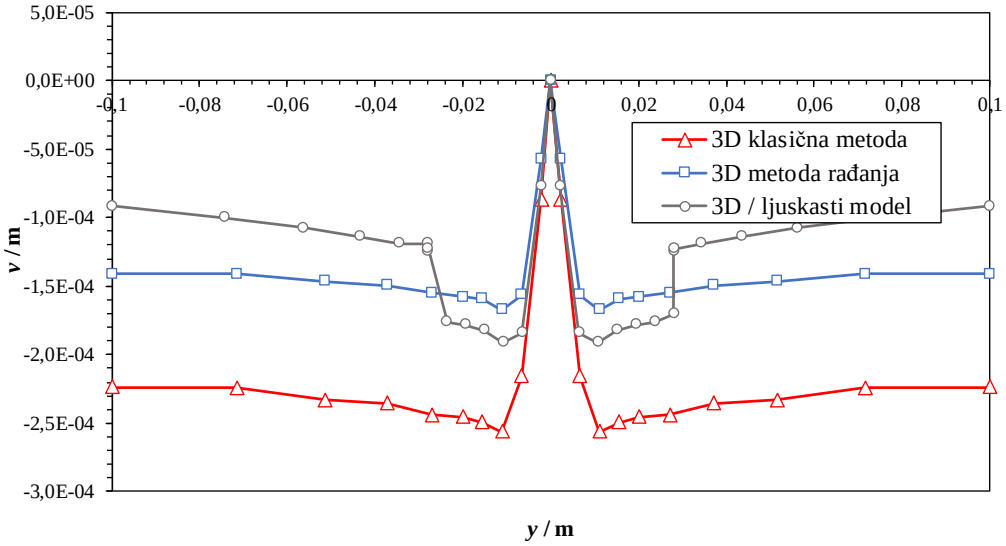
Slika 5.41. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y* za različite metode

Raspodjela transverzalnog naprezanja po uzdužnoj osi zavara prikazana je na slici 5.42., a može se zaključiti kako tlačna naprezanja koja su dominantna na početku i na kraju zavara u metodi rađanja imaju manje vršne vrijednosti, dok je vrijednost vlačnog transverzalnog naprezanja zanemarivo veća u području prije kraja zavara.



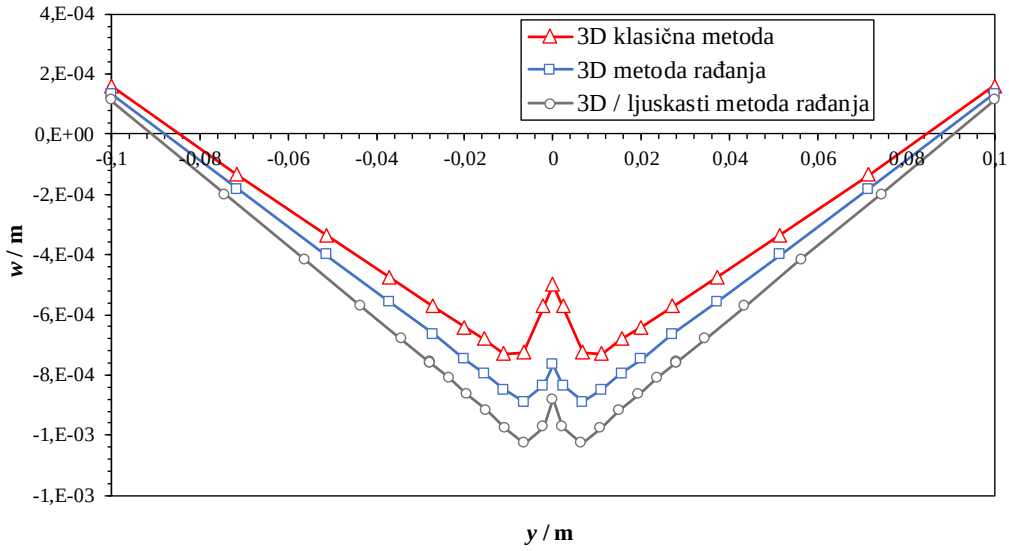
Slika 5.42. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *x* za različite metode

Na slikama 5.43. i 5.44. prikazana je usporedba raspodjela pomaka u smjeru osi *y* i osi *z* po *y* liniji. Na slici 5.43. može se uočiti značajna razlika između pojedinih metoda u opisivanju pomaka u smjeru *y* osi. Razlika između kombiniranog 3D/ljuskastog modela je zanemariva.



Slika 5.43. Raspodjela pomaka u smjeru osi *y* po liniji *y* za različite metode

Maksimalni progib prikazan na slici 5.44. u slučaju klasične metode je 0,007 m, a u slučaju metode rađanja 0,008 m. Općenito, analiza klasičnom metodom daje veće vrijednosti naprezanja i pomaka, što je na strani sigurnosti. Progib je u ovom slučaju veći u slučaju metode rađanja. Uzimajući u obzir korisničko vrijeme i vrijeme računanja samog modela, za većinu analiza pogodnija je i jednostavnija klasična metoda.



Slika 5.44. Raspodjela pomaka u smjeru osi *z* po liniji *y* za različite metode

U tablici 1. prikazano je vrijeme analize za sve numeričke modele i metode, te analize iz ovog rada. Iz tablice 1. vidljivo je da analiza klasičnom metodom i do 45% kraća od analize metodom rađanja. Može se zaključiti kako je kombinirani 3D/ljuskasti model analiziran klasičnom metodom optimalan. Za lakšu usporedbu, uz kombinirani model analizirat će se i 3D model.

Tablica 1. Broj stupnjeva slobode i CPU vrijeme pojedinih modela

Model	Broj elemenata	Broj stupnjeva slobode u toplinskoj analizi	Broj stupnjeva slobode u mehaničkoj analizi	Toplinska analiza CPU/s	Mehanička analiza CPU/s	Ukupno CPU/s
Ljuskasti model (klasična metoda)	400	451	2706	523	96	619
3D model (klasična metoda)	800	1353	8118	1102	62	1164
3D/ljuskasti model (klasična metoda)	760	1230	7380	982	79	1061
3D model (metoda rađanja)	800	1353	8118	1301	638	1939
3D/ljuskasti model (metoda rađanja)	760	1230	7380	1345	588	1933

5.7. Zaključak petog poglavlja

Nakon provedenih numeričkih analiza na dvije sučeono zavarene ploče može se zaključiti sljedeće:

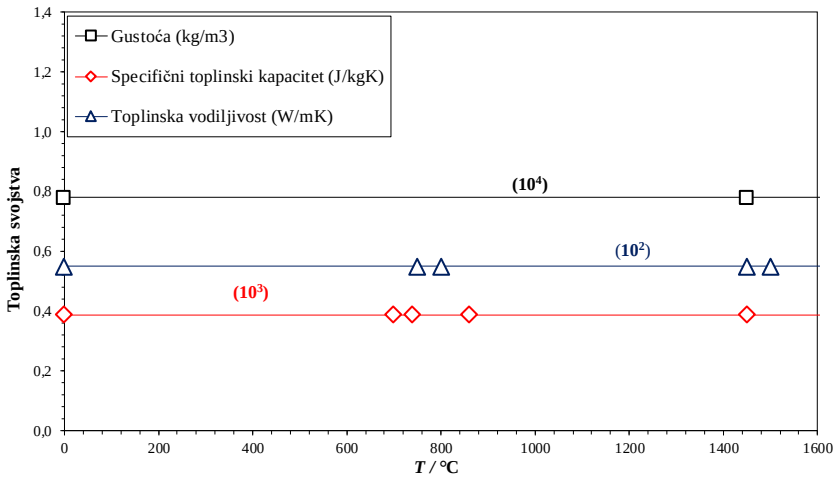
- Klasičnom numeričkom metoda određivanja zaostalih naprezanja i deformacija dobivaju se veće vrijednosti temperatura, a time i zaostalih naprezanja i savijanja u odnosu na metodu rađanja elemenata, što je na strani sigurnosti.
- Metoda rađanja elemenata vremenski je računalno i korisnički zahtjevnija od klasične metode.
- Modeli diskretizirani sa ljuskastim konačnim elementima u slučaju dodavanja toplinskog toka po jedinici volumena ne mogu opisati temperaturu po debljini ploče,

stoga ne mogu realno prikazati deformacije, dok u pogledu određivanja zaostalih naprezanja pokazuju vrlo dobro poklapanje sa 3D i kombiniranim modelima. Uzimajući u obzir da je diskretizacija ljuskastim elementima računalno najmanje zahtjevna metoda, ukoliko je potrebna brza analiza određivanja zaostalih naprezanja, savjetuje se diskretizacija ljuskastim elementima.

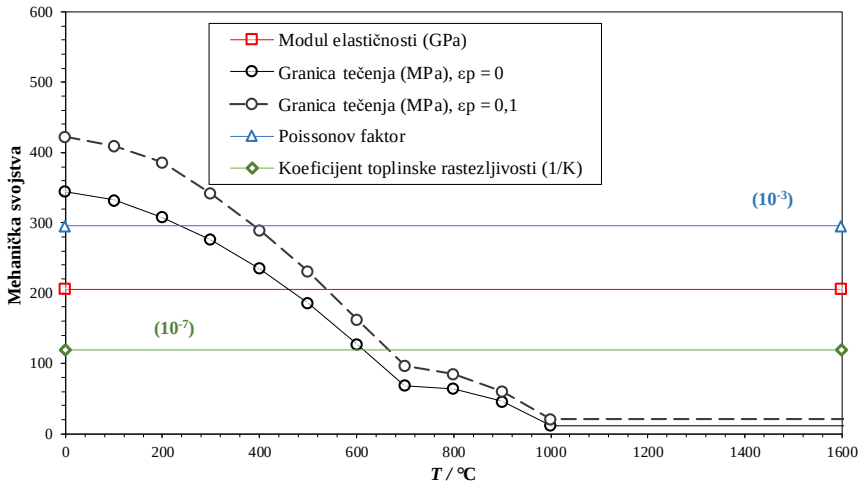
- Modeli diskretizirani s 3D i 3D/ljuskastim elementima pokazuju odlično poklapanje rezultata za sve metode, a odstupanje pojedinih metoda razlikuje se zbog drugačijeg modeliranog unosa topline. U prijelazima sa 3D na ljuskaste elemente nije zamijećen veliki diskontinuitet u naprezanjima.
- Utjecaj veličine 3D zone na raspodjelu naprezanja u kombiniranom 3D/ljuskastom modelu je značajan i mora se izvesti na dovoljnoj udaljenosti od zavara jer se u protivnom javlja veliki diskontinuitet na liniji dodira 3D i ljuskastih elemenata. Za sučeono zavarene ploče dovoljna širina 3D zone je 3,5 debljine ploče [12].
- Veličina zone 3D elemenata nema znatnijeg utjecaja na raspodjelu temperatura kombiniranog 3D/ljuskastog modela [2].
- Korištenje *Shell – to – solid* kombiniranih modela dovodi do značajne uštede u vremenu trajanja simulacije.
- Optimalan numerički model je kombinirani 3D/ljuskasti model analiziran klasičnom metodom.

6. POJEDNOSTAVLJENI MATERIJALNI MODEL DVIJU SUČEONO ZAVARENIH PLOČA

Za što realnije rezultate toplinskih i mehaničkih numeričkih analiza nužno je poznavanje toplinskih i mehaničkih svojstva materijala u ovisnosti o temperaturi, od sobne temperature do temperature taljenja. Podaci o temperaturno ovisnim svojstvima materijala često nisu dostupni, stoga je bilo potrebno naći odgovarajući model u slučaju temperaturno neovisnih karakteristika materijala. Na primjeru dviju sučeono zavarenih ploča Heinze [13] je zaključio da deformacije ploča uvelike ovise o toplinskoj vodljivosti, modelu toplinskog toka i obliku zavara. Zhu i Chao [14], na primjeru sučeono zavarenih ploča također su zaključili kako se sa svim toplinskim i mehaničkim svojstvima materijala na sobnoj temperaturi, izuzev granice tečenja materijala koja se mora uzeti temperaturno ovisnom, mogu dobiti odgovarajući rezultati [2]. Međutim, u praksi se pokazalo da je pojednostavljenje moguće samo za određivanje polja naprezanja, dok je za proračun kutnih deformacija potrebno poznavanje ovisnosti toplinskog kapaciteta i koeficijenta toplinske rastezljivosti o temperaturi. U praksi postoje definirani aproksimacijski polinomi za toplinska i mehanička svojstva ugljičnih čelika koji se u ovom radu neće razmatrati. Analizirani su pojednostavljeni toplinski i mehanički modeli zasebno, te u kombinaciji sa potpunim mehaničkim materijalnim modelima za dvije sučeone zavarene ploče na 3D i kombiniranom 3D/ljuskastom modelu klasičnom metodom. U zaključku petog poglavlja navedeno je odlično poklapanje rezultata modela diskretiziranih 3D elementima i kombinirano 3D/ljuskastim elementima, stoga zbog jasnijeg prikaza neće se navoditi rezultati dobiveni 3D/ljuskastim elementima. Na slikama 6.1. i 6.2. prikazana su pojednostavljena materijalna svojstva.



Slika 6.1. Pojednostavljena materijalna toplinska svojstva



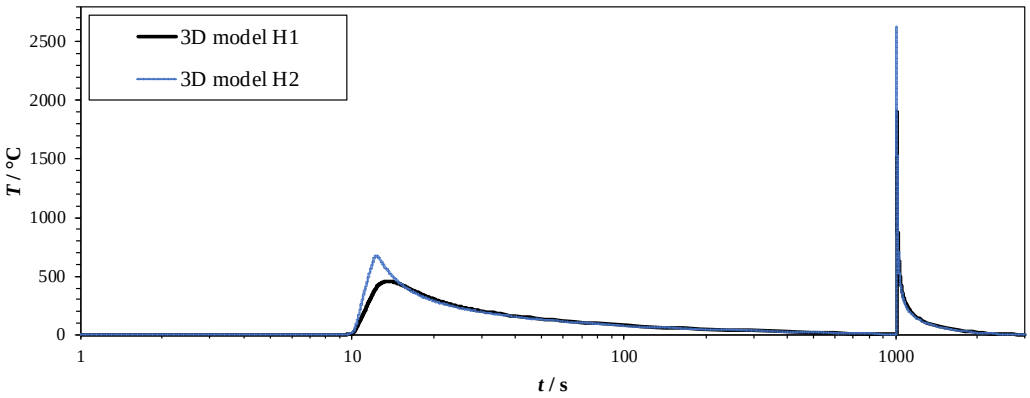
Slika 6.2. Pojednostavljenja materijalna mehanička svojstva

6.1. Utjecaj pojednostavljenja svojstva materijala na toplinsku analizu

Pod toplinskim svojstvima materijala u ovom slučaju smatraju se specifični toplinski kapacitet, gustoću materijala, te koeficijent toplinske vodljivosti. Uspoređeni su sljedeći modeli:

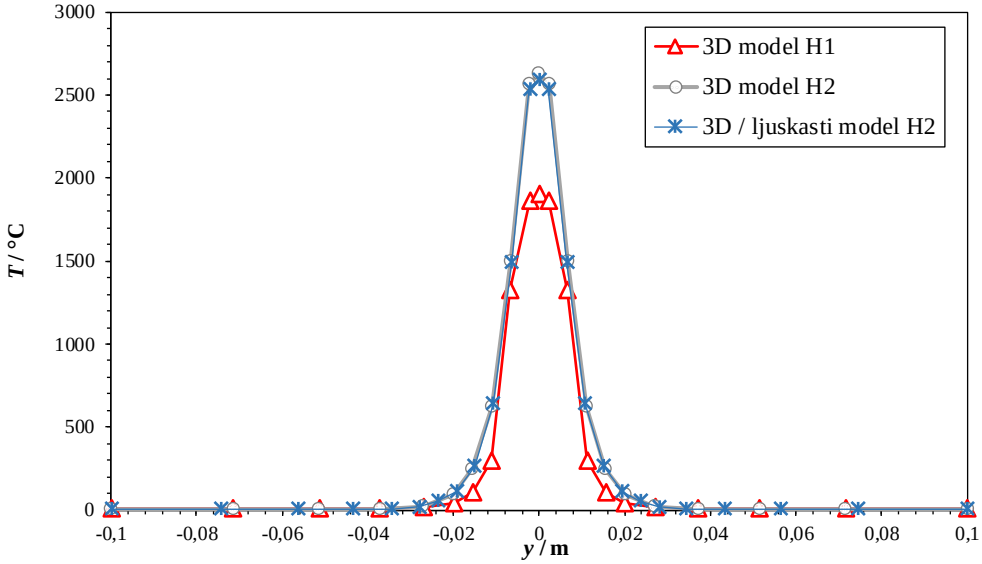
- *Model H1* – sa stvarnim toplinskim svojstvima ovisnim o temperaturi,
- *Model H2* – sa konstantnim toplinskim svojstvima pri sobnoj temperaturi.

Slika 6.3. prikazuje vremensku promjenu temperature u čvoru koji se nalazi u zoni prolaza elektrode. Iz slike je vidljivo da model H2 ima znatno veću temperaturu u trenutku prolaska elektrode od modela H1, a to je zato što ima znatno manji specifični toplinski kapacitet u odnosu na H1 model. Manji specifični toplinski kapacitet znači da je manje energije potrebno da se tijelo zagrije za jednu jedinicu temperature, stoga je skok temperature u ovom slučaju opravdan.



Slika 6.3. Usporedba vremenske promjene temperature u čvoru koordinata (0,1, 0, 0,004)

Na slici 6.4. prikazana je raspodjela temperatura u 11. sekundi drugog prolaza elektrode, za potpuni i pojednostavljeni model. Zbog većeg koeficijenta toplinske vodljivosti vidljivo je da je prijelaz sa elemenata na element brži u slučaju pojednostavljene analize.



Slika 6.4. Raspodjela temperatura za potpuni i pojednostavljeni materijalni model u 11. sekundi drugog prolaska elektrode

6.2. Utjecaj pojednostavljenja materijala na mehaničku analizu

Pod mehaničkim svojstvima materijala u ovom slučaju smatraju se modul elastičnosti, koeficijent toplinske rastezljivosti, granica tečenja materijala i Poissonov faktor. Uspoređeni su sljedeći modeli:

- *Model M1* – sa stvarnim mehaničkim svojstvima ovisnim o temperaturi,
- *Model M2* – sa konstantnim mehaničkim svojstvima na sobnoj temperaturi, izuzev granice tečenja koja je uzeta kao temperaturno ovisna.

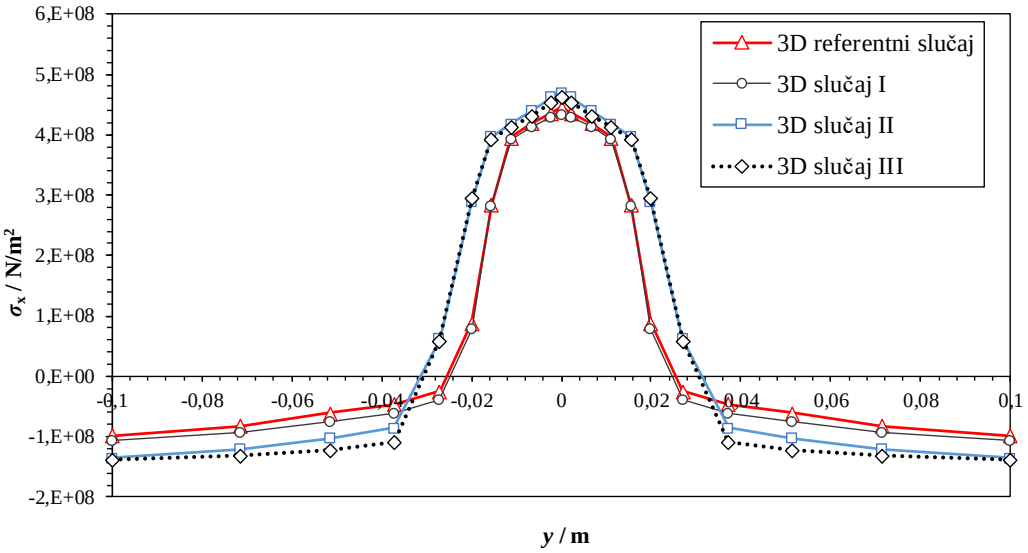
Analizirani su slučajevi prikazani u tablici 2.

Tablica 2. Analizirani slučajevi pojednostavljenih i potpunih toplinskih i mehaničkih modela

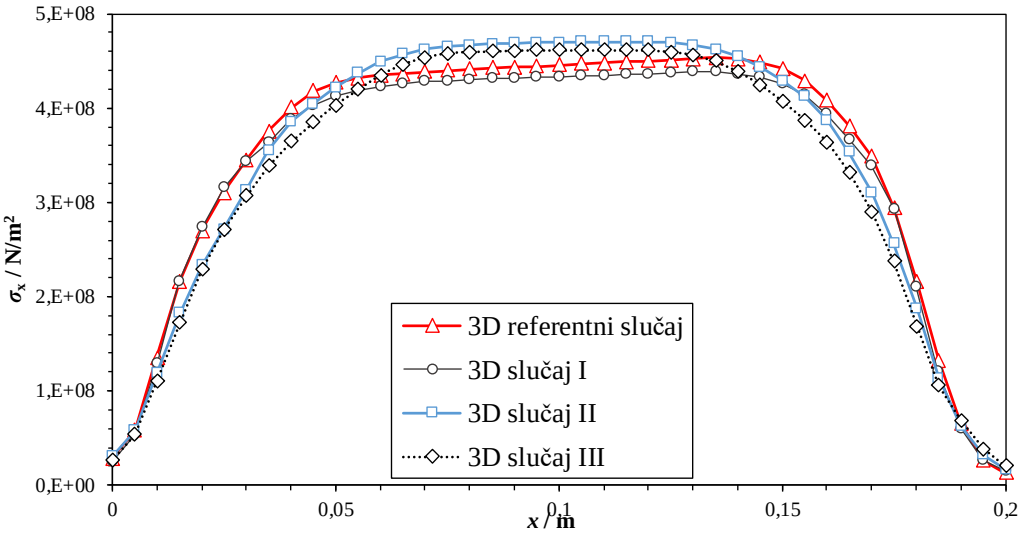
Analizirani slučajevi	Toplinski model	Mehanički model
Referentni slučaj	*H1*	*M1*
Slučaj I	*H1*	*M2*
Slučaj II	*H2*	*M1*
Slučaj III	*H2*	*M2*

6.2.1. Utjecaj pojednostavljenja na polje naprezanja

Maksimalne tlačna i vlačna longitudinalna naprezanja za sve analizirane slučajeve gotovo su identična, no pojednostavljenje materijala značajno utječu na raspodjelu longitudinalnih naprezanja. Iz slike 6.5 i 6.7. slučaj I (*H1M2*) u potpunosti odgovara referentnom slučaju. Porastom modula elastičnosti i koeficijenta toplinske rastezljivosti raste i širina plastične zone što je jasno prikazano na slici 6.5.

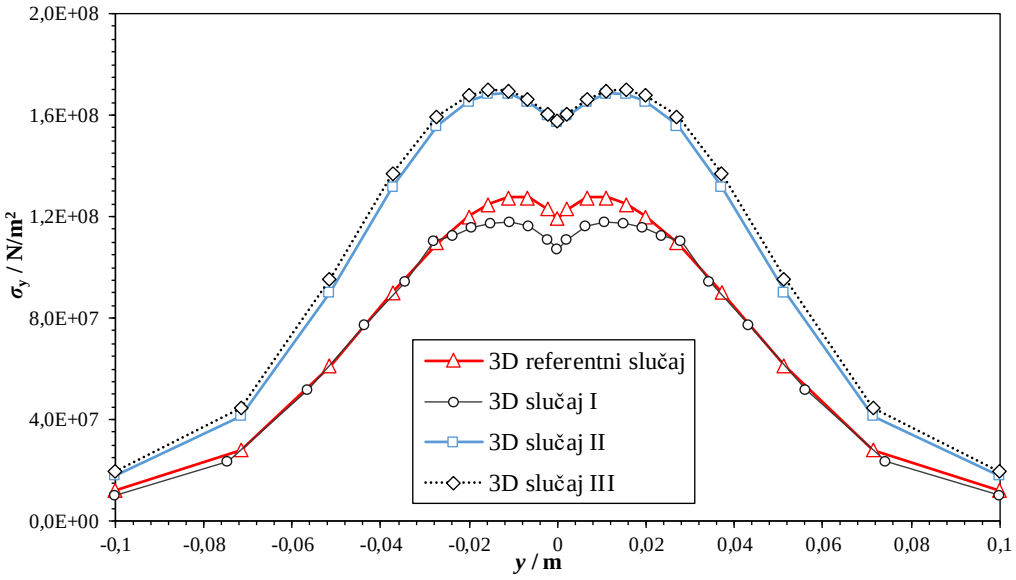


Slika 6.5. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* za različite slučajeve

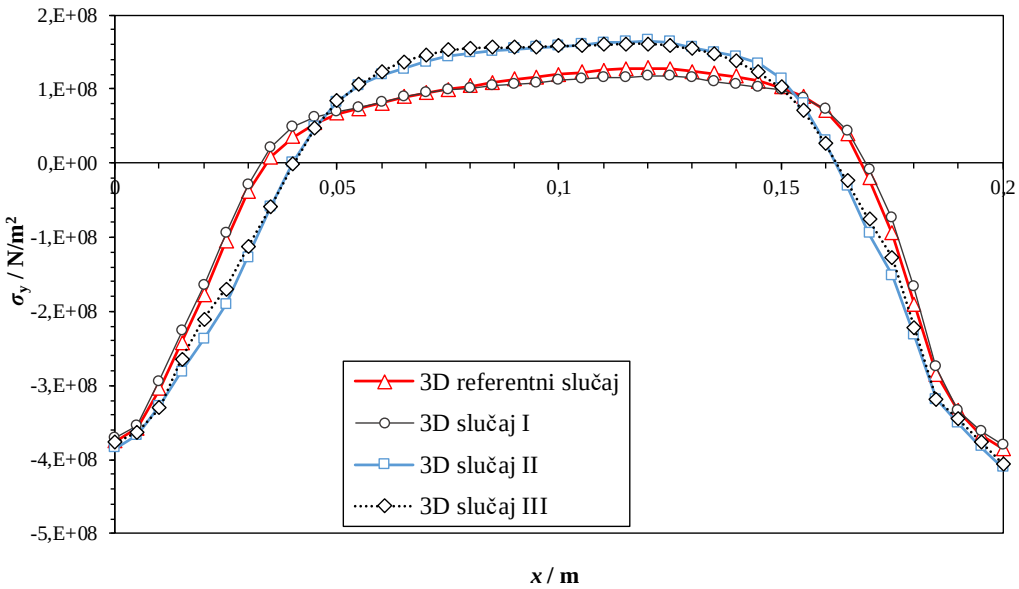


Slika 6.6. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *x* za različite slučajeve

Na slikama 6.7. i 6.8. jasno je definiran skok u vlačnom transverzalnom opterećenju i to slučajeve kada su ulazni toplinski parametri pojednostavljeni. To možemo objasniti većim iznosima temperatura u čvorovima. Slučaj I sa pojednostavljenim mehaničkim svojstvima i ovdje odgovarajuće prati referentni slučaj. Općenito možemo primijetiti da u slučaju pojednostavljenja materijala dobivamo veće vršne vrijednosti naprezanja i širu plastičnu zonu.



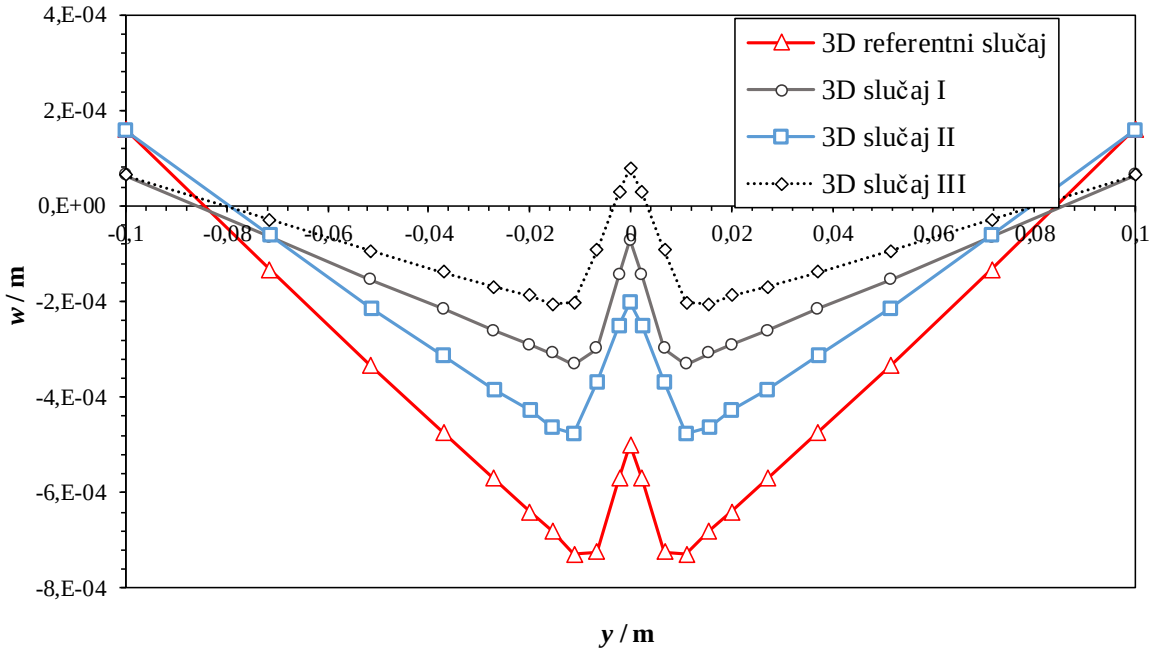
Slika 6.7. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji y za različite slučajeve



Slika 6.8. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji x za različite slučajeve

6.2.2. Utjecaj pojednostavljenja materijala na polje pomaka

Na slici 6.9. prikazan je pomak u smjeru osi *z* za sve analizirane slučajeve. Iz slike je vidljivo da se u slučaju potpuno pojednostavljenog modela (H2M2) ploče ponašaju vrlo kruto, zbog velikog modula elastičnosti i malog koeficijenta toplinske rastezljivosti, stoga pojednostavljenja materijala u pogledu deformacija nisu preporučljiva.



Slika 6.9. Raspodjela pomaka u smjeru osi *z* po liniji *y* za različite metode

6.2.3. Utjecaj pojednostavljenja na vrijeme računanja

U tablici 3. analizirana su vremena računanja 3D i kombinirane 3D/ljuskaste modele za slučaje prikazane u tablici 2. Iako je za pretpostaviti da je optimalan vremenski model potpuno pojednostavljen materijalni model *H2M2* analiziran u slučaju III, to ipak nije slučaj. Iz tablice 3. da se zaključiti kako su optimalni numerički modeli u slučaju kada koristimo konstantna toplinska svojstva pri sobnoj temperaturi, a temperaturno ovisna mehanička svojstva (slučaj II *H2M1*). Da se zaključiti da programski paket *Abaqus* u slučaju potpunog pojednostavljenja sam interpolira temperaturne ovisnosti parametara za što koristi više računalnih resursa.

Tablica 3. Prikaz vremena računanja za analizirane slučajeve

Model	Toplinska analiza CPU/s	Mehanička analiza CPU/s	Ukupno CPU/s
3D model (referentni slučaj)	1102	62	1164
3D / ljuskasti model (referentni slučaj)	982	79	1061
3D model (slučaj I)	1102	166	1268
3D / ljuskasti model (slučaj I)	982	190	1172
3D model (slučaj II)	921	70	991
3D / ljuskasti model (slučaj II)	882	93	975
3D model (slučaj III)	921	192	1113
3D / ljuskasti model (slučaj III)	882	211	1093

6.3. Zaključak šestog poglavlja

Nakon provedenih analiza s toplinskim i mehaničkim svojstvima materijala konstantnim na sobnoj temperaturi može se zaključiti sljedeće:

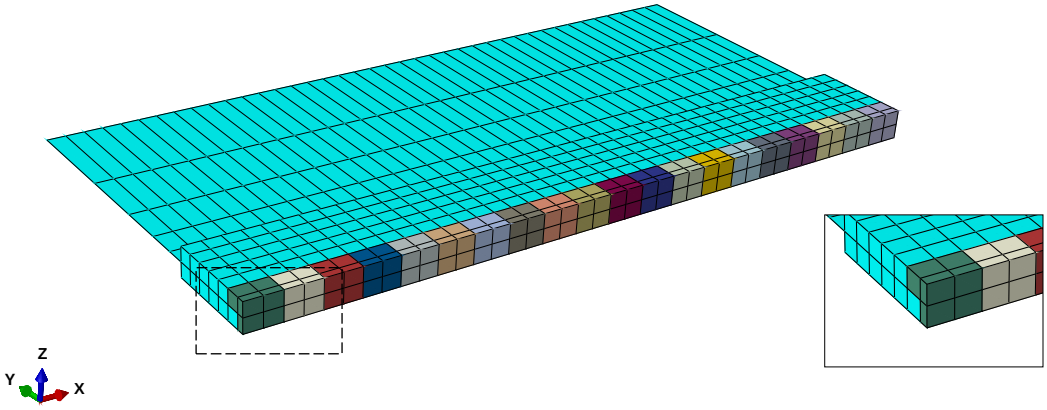
- Model *H2* koji koristi pojednostavljena toplinska svojstva konstantna na sobnoj temperaturi daje veće temperature i lošiju raspodjelu temperature u odnosu na model *H1*.
- Model sa pojednostavljenim mehaničkim svojstvima *M2* u slučaju kad ulazno opterećenje tj. temperaturna analiza nije pojednostavljena *H1*, daje gotovo identičnu raspodjelu naprezanja, dok u slučaju potpunog pojednostavljenja *H2M2* modeli daju nešto veća naprezanja u zoni zavara te širu plastičnu zonu. Za izračun polja zaostalih naprezanja, pojednostavljene materijalne modele (izuzev granice tečenja koja mora biti temperaturno ovisna) možemo smatrati relevantnima.

- Za opisivanje progiba nužno je poznavati temperaturnu ovisnost toplinskih i mehaničkih svojstava.
- Računalno najmanje zahtjevan model je u slučaju diskretiziranja kombiniranim 3D/ljuskastim elementima, s pojednostavljenim konstantnim toplinskim svojstvima, a temperaturno ovisnim mehaničkim svojstvima.
- Ukoliko imamo poznata sva toplinska i mehanička svojstva materijala ovisna o temperaturi, preporučljivo je koristiti ih.

7. POJEDNOSTAVLJENI NUMERIČKI MODEL

U ovom poglavlju analizirana su zaostala naprezanja pojednostavljenog modela s jednim prolazom elektrode klasičnom metodom, te je dana usporedba s kombiniranim 3D/ljuskastim modelom korištenim u poglavlju 5.4.1.3. Numerički model i mreža konačnih elemenata identična je kao u prethodno spomenutom korištenom modelu. Kod modela sa jednim prolazom elektrode nije izraženo savijanje ploča, pa se progib neće uspoređivati.

Setovima elemenata prikazanima na slici 7.1. dodijeljeno je opterećenje (7.1.), te je simulacija odrađena u samo jednom koraku (*eng. stepu*) u trajanju od 1000 s. Prvih 20 s setovima se dodjeljuje opterećenje, a ostalih 980s ostavljeno je za hlađenje. Korištena toplinska i mehanička svojstva ovisna su o temperaturi.



Slika 7.1. Prikaz setova elemenata na kojima je dodijeljeno opterećenje

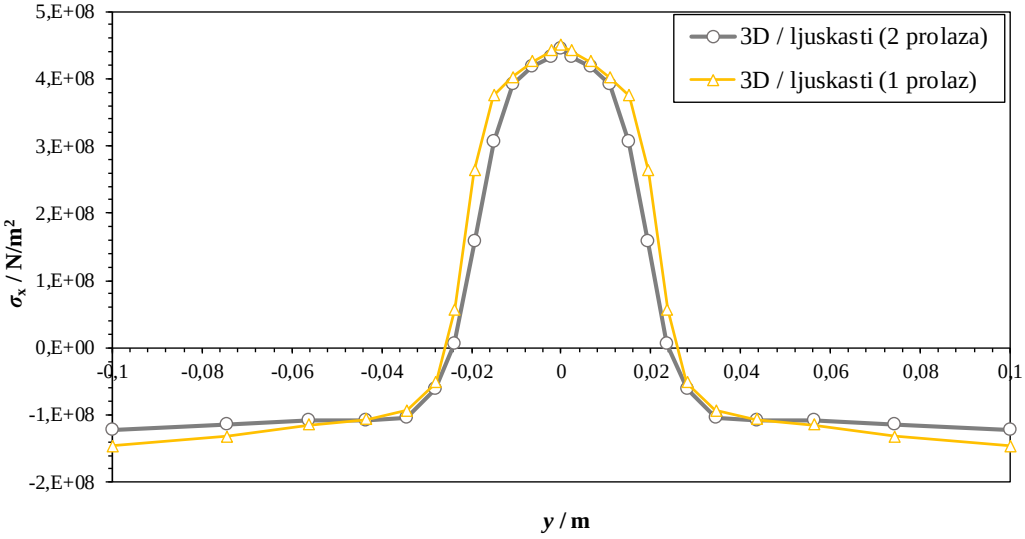
Gustoća toplinskog toka u slučaju jednog prolaza glasi:

$$q = \frac{\frac{Q}{2}}{V_{seta}} = \frac{\frac{\eta UI}{2} \cdot P}{V_{seta}} = \frac{\frac{0,81 \cdot 20 \cdot 200}{2} \cdot 4}{4 \cdot (0,005 \cdot 0,0022 \cdot 0,004 \cdot 2)} = 1,84 \cdot 10^{10}\ \mathrm{W/m^3}, \tag{7.1}$$

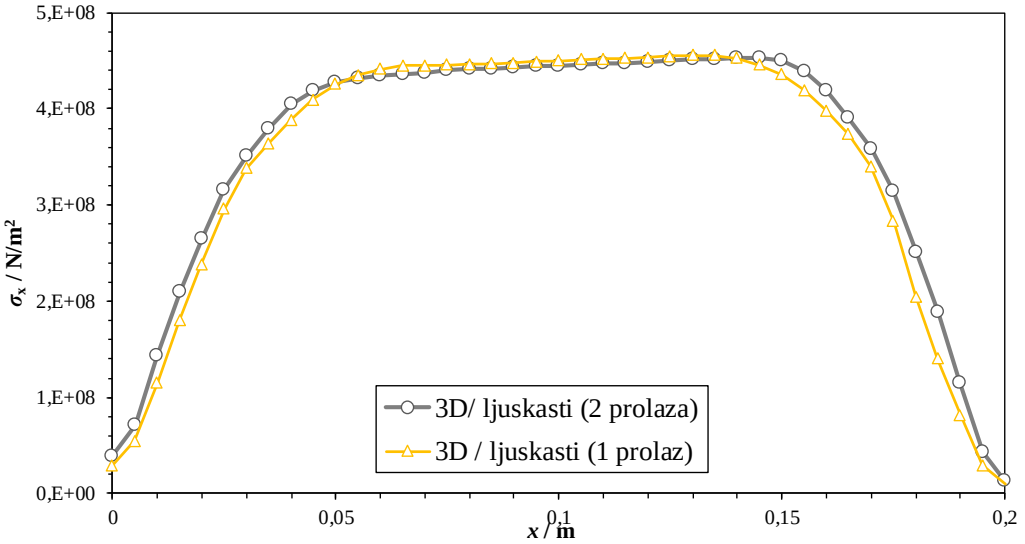
gdje je P stvarni broj prolaza.

7.1. Utjecaj numeričkog pojednostavljenja na polje naprezanja

Na slikama 7.2. i 7.3. prikazana je raspodjela longitudinalnih naprezanja sa dva prolaza elektrode i s jednim prolazom elektrode. Raspodjela po y i x liniji sa jednim prolazom elektrode u potpunosti odgovara modelu s dva prolaza elektrode. Širina plastične zone te maksimalni iznosi longitudinalnih naprezanja identični su za oba slučaja.



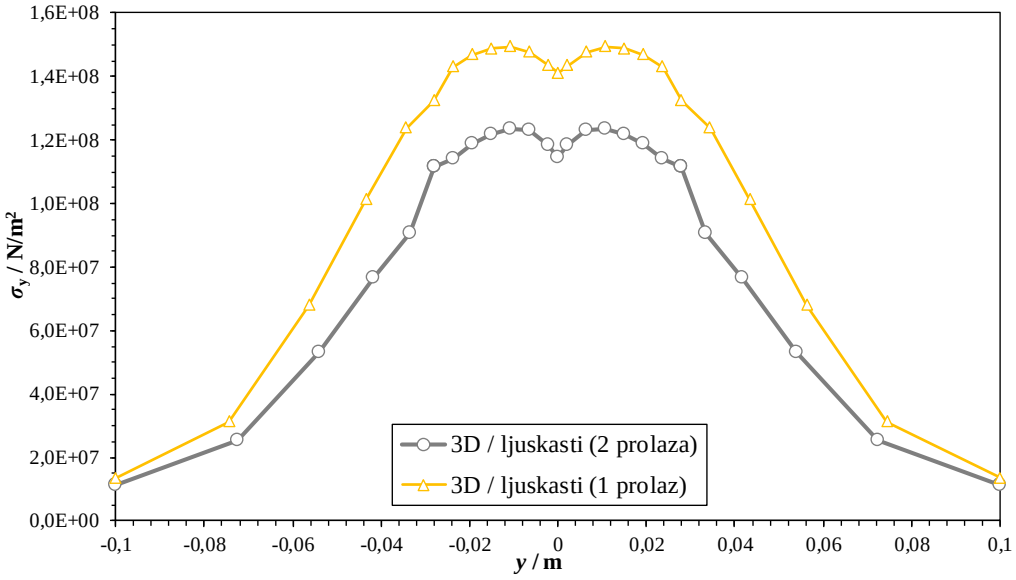
Slika 7.2. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *y* sa jednim i dva prolaza elektrode



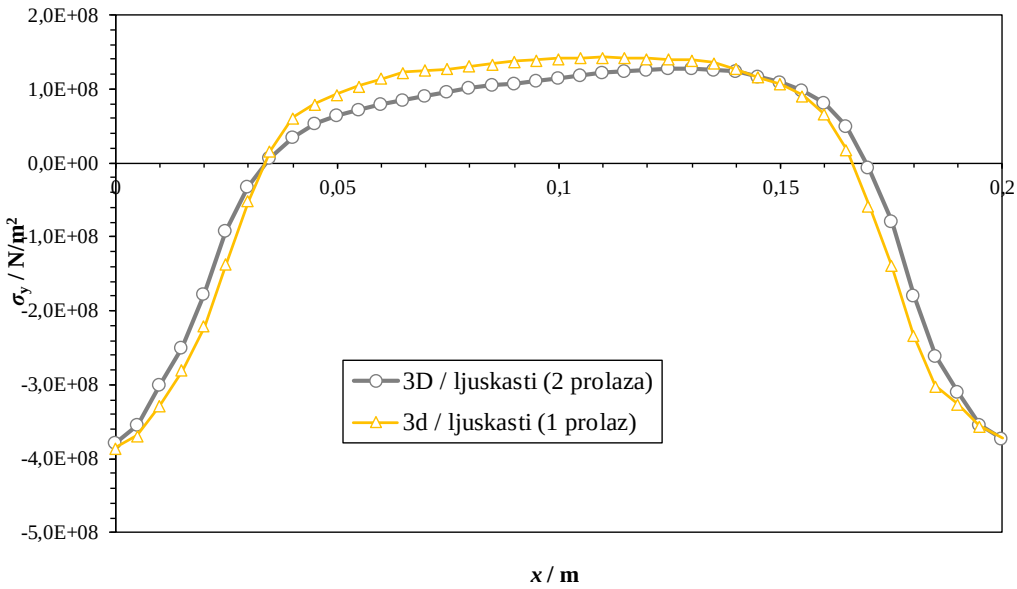
Slika 7.3. Raspodjela longitudinalnih naprezanja σ_x po liniji *x* sa jednim i dva prolaza elektrode

Na slikama 7.4. i 7.5. prikazana je raspodjela transverzalnog naprezanja sa jednim i dva prolaza elektrode. Vidljivo je da su u zoni zavara prisutna određena odstupanja i da je naprezanje s jednim prolazom pokazuje nešto veće iznose transverzalnog naprezanja po *y* liniji. Odstupanja raspodjele transverzalnog naprezanja po liniji *x* zanemariva su.

.



Slika 7.4. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y po liniji *y* sa jednim i dva prolaza elektrode



Slika 7.5. Raspodjela transverzalnog naprezanja σ_y sa jednim i dva prolaza elektrode

7.2. Utjecaj numeričkog pojednostavljenja na vrijeme računanja

U tablici 4. prikazana je usporedba vremena računanja sa jednim i dva prolaza elektrode. Može se zaključiti kako je model s jednim prolazom značajno brži nego model s dva prolaza.

Tablica 4. Prikaz vremena računanja za model s jednim i dva prolaza elektrode

Model	Toplinska analiza CPU/s	Mehanička analiza CPU/s	Ukupno CPU/s
3D / ljuskasti model (2 prolaza)	982	79	1061
3D / ljuskasti model (1 prolaz)	607	61	668

7.3. Zaključak sedmog poglavlja

Nakon pojednostavljenog numeričkog modela s jednim prolazom elektrode može se zaključiti sljedeće:

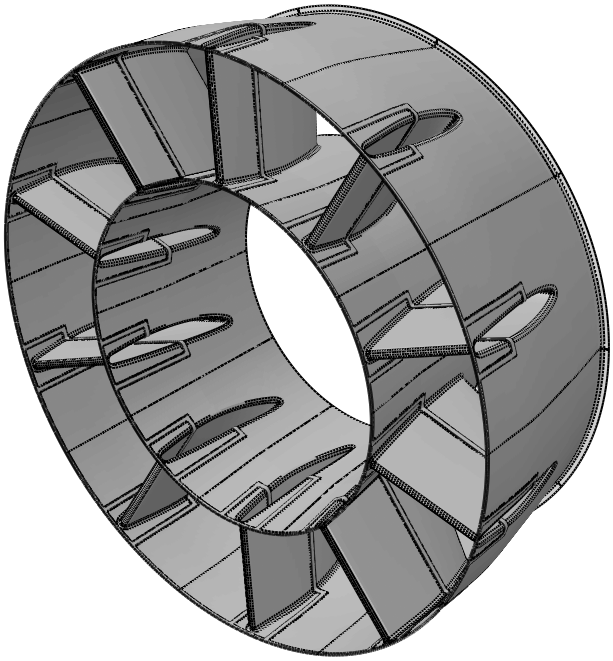
- Metoda sa jednim prolazom jednako dobro opisuje raspodjelu zaostalih naprezanja.
- Vlačno transverzalno naprezanja po liniji okomitoj na zavar veće je maksimalne vrijednosti, što je na strani sigurnosti.
- Model s jednim prolazom elektrode značajno je brži u pogledu vremena računanja od metode sa dva prolaza.
- Model sa jednim prolazom elektrode ne može opisati savijanje i kutno iskrivljenje.

8. NUMERIČKO MODELIRANJE PROCESA ZAVARIVANJA POKLOPCA REBRA *LINERA*

U prethodnim poglavljima prikazani su različiti pristupi numeričkog modeliranja procesa zavarivanja na primjer dvije sučeono zavarene ploče. U ovisnosti o traženoj točnosti same analize, korisničkom vremenu i vremenu računanja, na temelju zaključaka navedenih u prethodnim poglavljima moguće je odabrati optimalan numerički model koji se može primijeniti na složenim stvarnim konstrukcijama. Jasno je da će zbog značajno većeg broja stupnjeva slobode u numeričkim modelima gdje se simulira ponašanje stvarne konstrukcije, biti potrebno značajno više računalnih resursa i korisničkog vremena za pripremu samog modela. Reduciranje brojeva stupnjeva slobode, kako je prikazano u prošlim poglavljima, moguće je kombiniranim 3D/ljuskastim modelom, uz gotovo istu točnost numeričkih rješenja. Stoga će se upravo to pojednostavljenje smatrati kao najbitnijim u procesu modeliranja zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom.

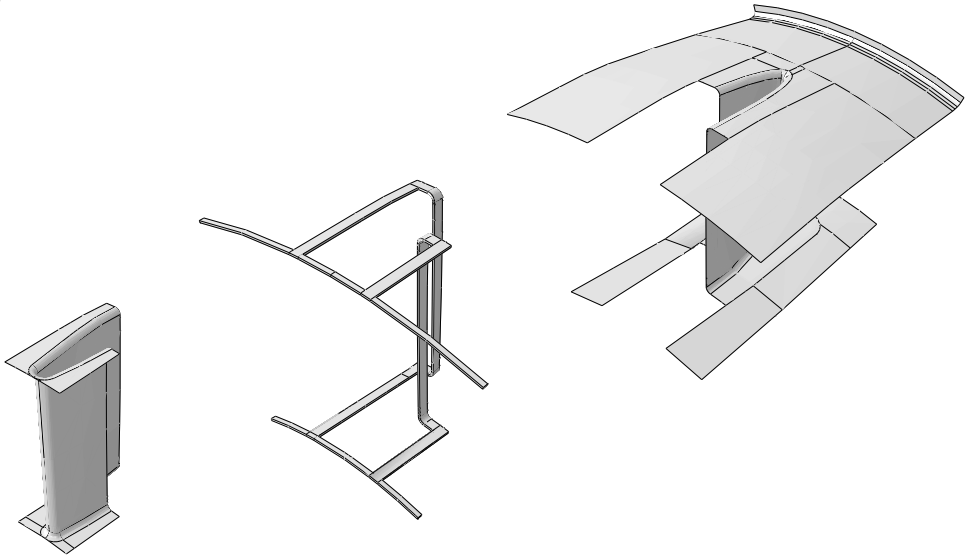
8.1. Numerički model

Geometrija cijelog *linera* prikazana je na slici 8.1.



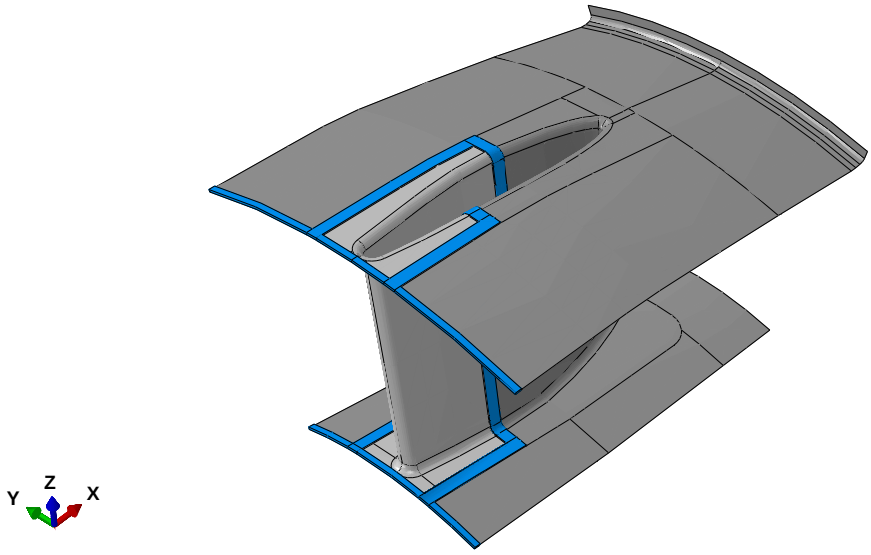
Slika 8.1. CAD model cijelog *linera*

Liner prikazan na slici 8.1. sastoji se od deset jednakih rebara s vanjskim i unutarnjim trupom. Konstrukciju možemo smatrati deseterostruko simetričnom. Za numerički proračun uzima se jedno rebro s dijelom vanjskog i dijelom unutarnjeg trupa za koji se zavaruje, i prikazano je na slici 8.2. Numerički model linera sastavljen je tri dijela (slika 8.2.). Zona zavara modelirana je 3D elementima, a širina je 2,5*t* dok su ostala dva dijela modelirana ljuskastim elementima.



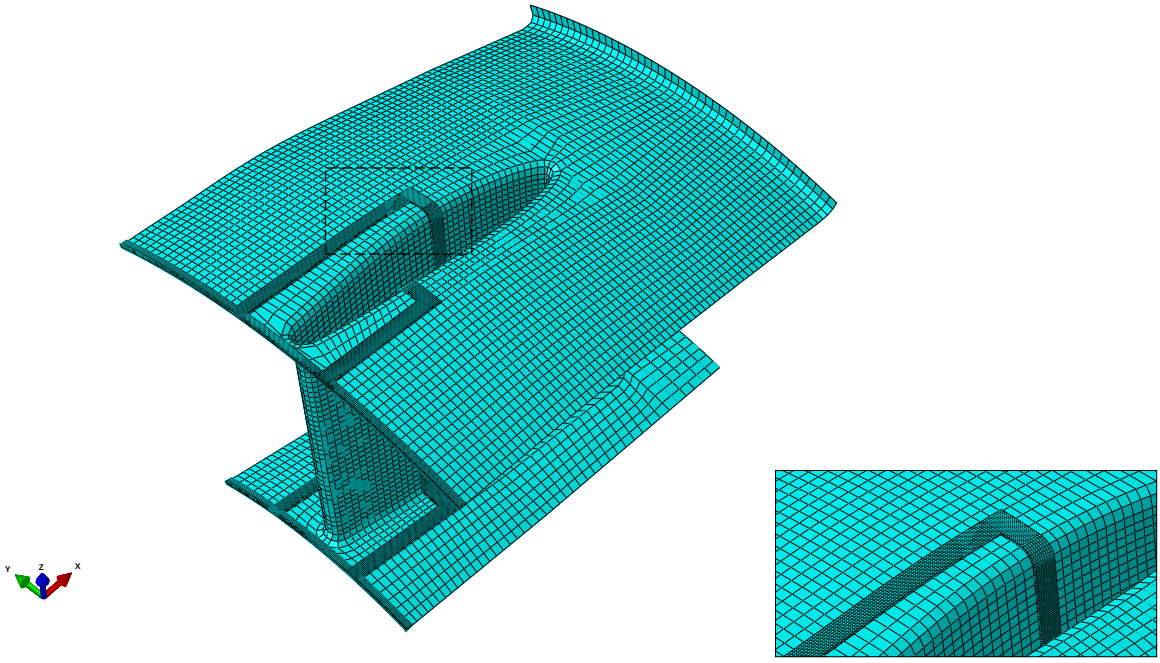
Slika 8.2. Konstrukcijski dijelovi 1/10 *linera*

Prikaz analiziranog sklopa prikazan je na slici 8.3.



Slika 8.3. Numerički model 1/10 *linera*

Mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 8.4, a sastoji se od 8245 ljuskastih DS4/S4R elemenata, i 19788 trodimenzijskih elemenata DC3D8/C3D8R.



Slika 8.4. Mreža konačnih elemenata 1/10 *linera*

8.2. Parametri zavarivanja rebra *linera* i svojstva materijala

Sučeono zavarivanje rebra *linera* provodi se TIG postupkom sa parametrima:

- koeficijent učinkovitosti električnog luka η = 81,7 %,
- struja zavarivanja I = 200 A,
- napon zavarivanja U = 20 V,
- brzina zavarivanja v = 10 mm/s.

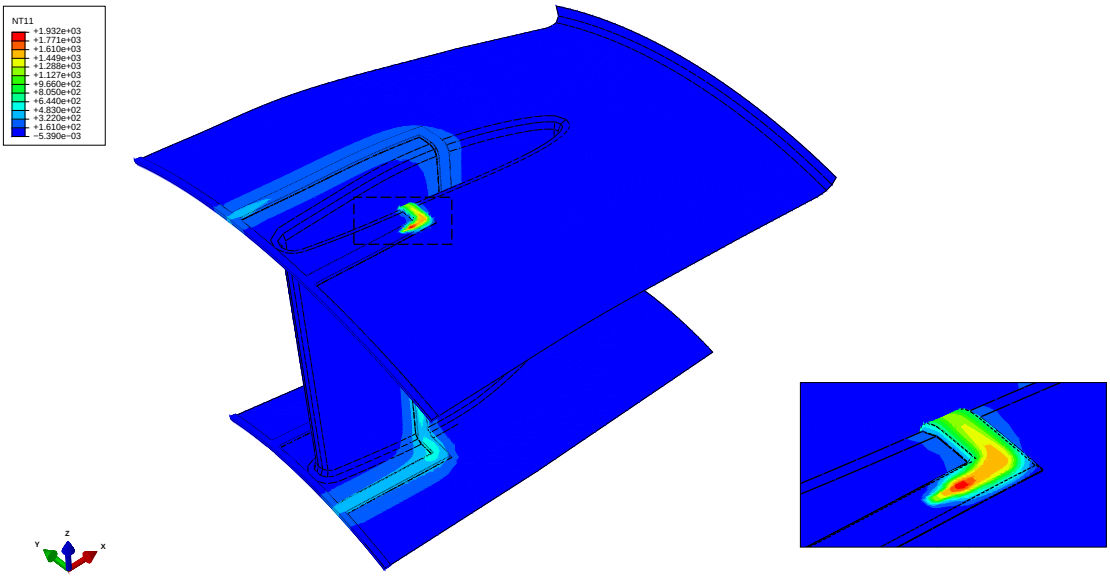
V priprema zavara modelirana je pojednostavljeno zbog korištenja dva sloja konačnih elemenata po debljini ploče. Zbog složenog modela simuliran će biti samo jedan prolaz, od ukupno četiri, dakle jedan prolaz obuhvatit će volumen seta koji se u stvarnosti provodi sa četiri prolaza. Volumenu seta dodijeljena je gustoća toplinskog toka po jedinici volumena, a iznosi:

$$q = \frac{Q}{V_{seta}} = \frac{\eta UI \cdot P}{V_{seta}} = \frac{0,81 \cdot 20 \cdot 200 \cdot 4}{4 \cdot (0,00396 \cdot 0,0044 \cdot 0,004)} = 1,29 \cdot 10^{10} \text{ W/m}^3, \qquad (9.1)$$

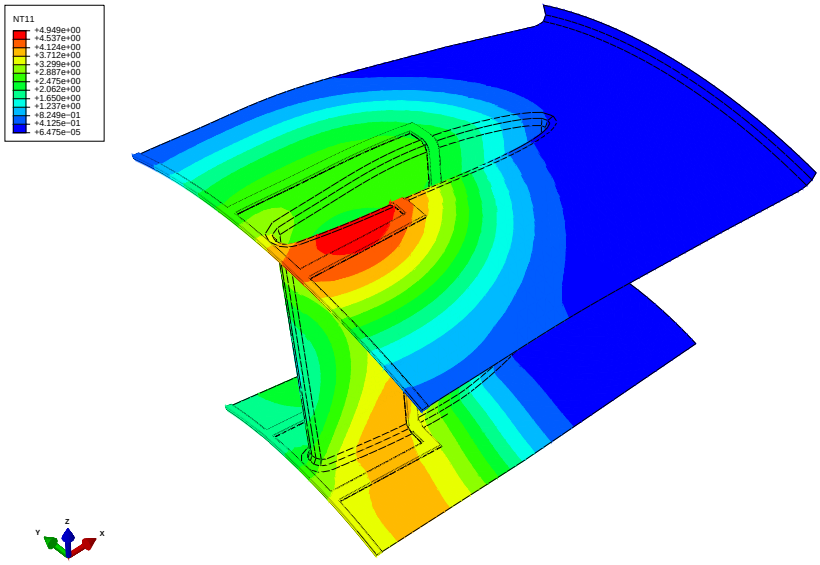
Svojstva materijala prikazana su u poglavlju 5.2.

8.3. Toplinska analiza

Rubni uvjeti korišteni u toplinskoj analizi rebra linera jednaki su rubnim uvjetima korištenim u kombiniranom 3D/ljuskastom modelu u poglavlju 5.4.1.3. Korak (*eng. step*) traje 2000 s, a svakom od 219 opterećenja koji su dodani setovima, zadana je amplituda u trajanju od dvije sekunde iz čega slijedi da je brzina zavarivanja v = 10 mm/s. Na slici 8.5. prikazana je raspodjela temperatura na početku 406 sekunde, te možemo uočiti temperature približnih vrijednosti kao u poglavlju 5.4.1.3. Najveća temperatura je u korijenu zavara, te se toplina širi prema rubovima, dok je područje podalje od zavara na sobnoj temperaturi.



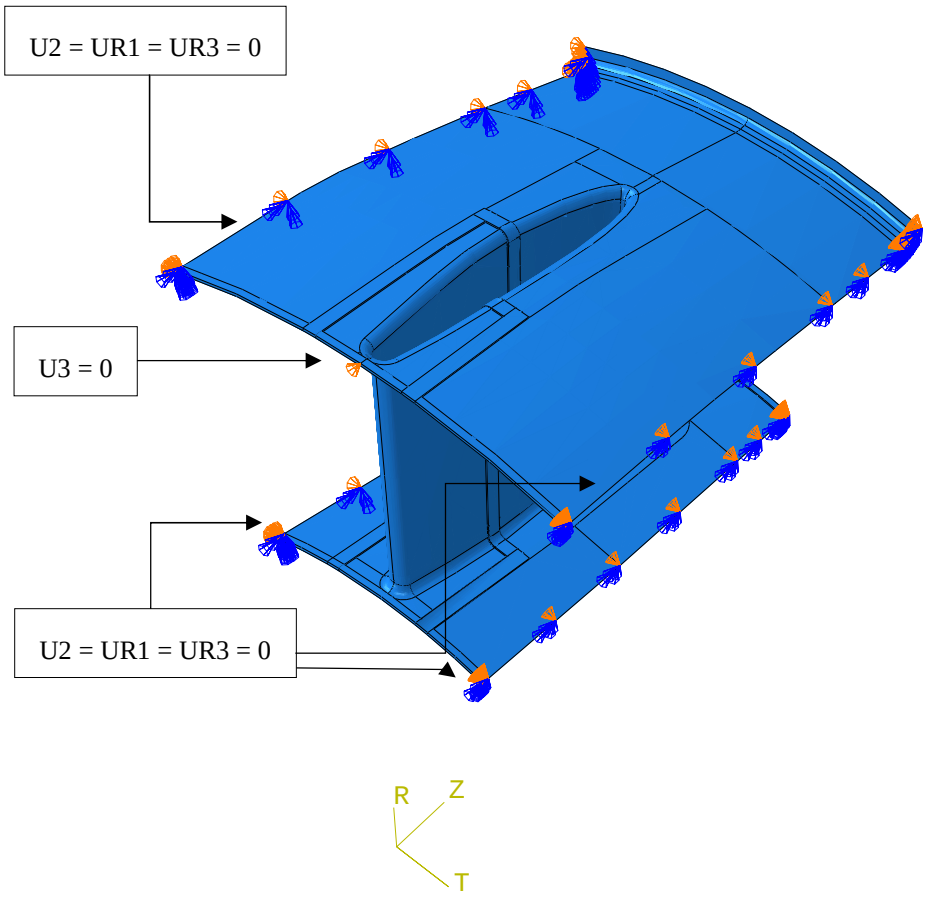
Slika 8.5. Raspodjela temperatura na rebru *linera* u 406. sekundi zavarivanja (*T*, °C)



Slika 8.6. Raspodjela temperatura na rebru *linera* nakon procesa hlađenja

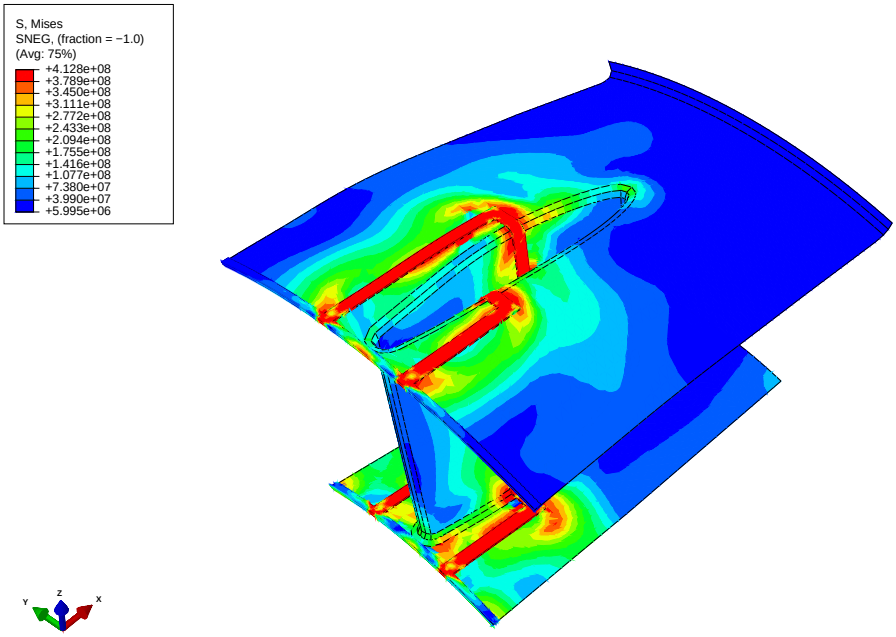
8.4. Mehanička analiza

Rubni uvjeti pomaka dodijeljeni na numerički model odnose se na cilindrični koordinatni sustav. Rubni uvjeti po rubovima modela opisuju simetriju, a da bi se spriječio eventualni pomak krutog tijela u točki na sredini modela spriječen je pomak u smjeru aksijalne osi. Rubni uvjeti prikazani su na slici 8.7.



Slika 8.7. Rubni uvjeti mehaničke simulacije 1/10 *linera*

Mehanička analiza rađena je također u jednom *stepu* u trajanju 2000 s. Slika 8.8. prikazuje raspodjelu ekvivalentnih prema Von Misesu na 1/10 *linera* na kojoj se može uočiti veliki diskontinuitet naprezanja na prijelazu s 3D na ljuskasti dio. Uzrok tome je premala širina 3D zone. Maksimalni iznosi naprezanja su očekivano oko granice tečenja, a maksimalna vlačna naprezanja su u zoni zavara. Deformirani oblik zbog pojednostavljenja numeričkog modela nije relevantan, stoga ga nije potrebno prikazivati.



Slika 8.8. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu (σ_{ekv}, N/m^2)

9. ZAKLJUČAK

Analitičke teorijske osnove, nužne za razumijevanje numeričkog dijela topline i čvrstoće, navedene su ukratko na samom početku rada uz opisan proces nastajanja zaostalih naprezanja i deformacija. Razmatrani problem je nestacionaran i nelinearan, jer se tijekom unosa topline u procesu zavarivanja temperaturno polje vremenski mijenja, a fizikalna svojstva materijala ovise o temperaturi. Korišten je izotropan bilinearan materijalni model kojem su toplinska i mehanička svojstva temperaturno ovisna.

Verifikacija numeričkog modela te odabir optimalne metode provedena je na primjeru dvije sučeono zavarene ploče sekvencijalno spregnutom toplinsko – mehaničkom analizom. Proces se modelirao klasičnom metodom i metodom rađanja elemenata, a kao opterećenje u toplinskoj analizi korišten je pojednostavljeni model unosa toplinskog toka tj. gustoće toplinskog toka po jedinici volumena, koji se u određenom vremenskom trenutku dodjeljivao određenim setovima elemenata. Modeli su diskretizirani ljuskastim elementima, 3D elementima, i kombinacijom 3D/ljuskastih modela gdje širina 3D zone iznosi 3,5*t*. Korištena 3D mreža s dva konačna elementa po debljini predstavlja vrlo grubu diskretizaciju. S obzirom da ljuskasti model ne može opisati raspodjelu temperature po debljini ploče, analogno ne može opisati ni polje deformacija (kutno iskrivljenje, savijanje), a temperature dobivene takvim modelom znatno su manje nego kod potpunog 3D modela i kombiniranog 3D/ ljuskastog modela, međutim u pogledu zaostalih naprezanja ljuskasti model pokazuje vrlo dobro poklapanje u odnosu na ostala dva modela, uz znatno manje vrijeme računanja simulacije. Raspodjela temperatura, zaostalih naprezanja i deformacija dobiveni kombiniranim 3D/ljuskastim modelom identični su rezultatima modelom koji je potpuno diskretiziran 3D elementima, uz uštedu u računalnom vremenu. Metoda rađanja pokazala za se kao korisnički i računalno znatno zahtjevnija metoda, koja pokazuje nešto niže vrijednosti maksimalnih naprezanja i deformacija, stoga je klasična metoda u ovom slučaju odabrana kao optimalna.

Nakon provedene verifikacije, te usporedbe i odabira optimalne metode, analizirani su slučajevi pojednostavljenih toplinskih i mehaničkih materijalnih svojstava klasičnom metodom na potpunom 3D i kombiniranom 3D/ljuskastom modelu. Toplinska i mehanička svojstva uzeta su pri sobnim temperaturama, izuzev granice tečenja koja mora biti temperaturno ovisna. Pregledom rezultata simulacija pojednostavljenih materijalnih modela

može se zaključiti da je za opisivanje progiba nužno poznavanje temperaturno ovisnih toplinskih i mehaničkih svojstava, dok za izračun polja naprezanja pojednostavljene materijale modele možemo smatrati relevantnima. Vrijeme računanja nije značajno smanjeno, čak je i u nekim slučajevima na pojednostavljenim materijalnim modelima ono i veće od potpunog materijalnog modela, stoga ukoliko imamo poznata sva toplinska i mehanička svojstva ovisna o temperaturi, preporučljivo je koristiti ih.

Klasičnom metodom ispitao se i pojednostavljeni numerički model u kojem je simuliran samo jedan prolaz elektrode na kombiniranom 3D/ljuskastom modelu. Takav model ne može opisati polje deformacija, međutim potpuno je relevantan za izračun polja naprezanja gdje se uz 40% uštede vremena računanja dobiva gotovo identična raspodjela naprezanja.

Optimalan numerički model s jednim prolazom elektrode dobiven klasičnom metodom, te sa temperaturno ovisnim toplinskim i mehaničkim svojstvima materijala, primijenjen je na simulaciji zavarivanja poklopca rebra *linera* pri montaži na konstrukciju ispušnog kućišta plinske turbine tvrtke Alstom. Dobiveno temperaturno polje kao i raspodjela naprezanja odgovara prethodno verificiranim modelima.

LITERATURA

[1] Pilipenko, A., Computer simulation of residual stress and distortion of thick plates in multi-electrode submerged arc welding. Their mitigation techniques, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2001.

[2] Perić, M., Numerical modeling of residual stresses and cracks in welded structures, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, Zagreb, 2015, PhD.

[3] Tonković, Z., Numerička analiza konstrukcija, Toplinska analiza - predavanja

[4] Sorić, J., Metoda konačnih elemenata, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.

[5] Tadić, M., Termodinamika 2, interna skripta, FSB

[6] Alfirević, I., Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Golden markenting, Zagreb, 2003.

[7] Tonković, Z., Pogonska čvrstoća – materijali s predavanja

[8] Sorić, J., Nelinearna numerička analiza konstrukcija, predavanja

[9] Putar, F., Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2014

[10] Romao, E.,C., De Campos, M., Martis, J., De Moura, L.,F.,M., Application of Galerkin finite element method in the solution of 3D diffusion in solids, Thermal Engineering, 2009.

[11] ABAQUS, Abaqus Documentation: Version 6.13. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, France.

[12] Debelec, A., Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2015

[13] Heinze, C., Schwenk, C., Retheimer, M., Effect of heat source configuration on the result quality of numerical calculation of welding – indcued distortion, Simul Model Pract Theory 2012;20(1):112 – 23

[14] Zhu, Xk., Chao, Yj., Effects of temperature – dependent material propreties on welding simulation, Computer Struct 2002;80:967-76

[15] ABAQUS, Abaqus Software: Version 6.13. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE

[16] Galović, A., Termodinamika 2, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2015

[17] Deng D., FEM prediction of welding residual stress and distortion in carbon steel considering phase transformation effects, Material and Design 30 (2009) 359-366

PRILOZI

I. CD-R disc