

# Numerička analiza Stockbridgeovog prigušivača

---

Zeba, Josip

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:821343>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Josip Zeba**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada:

doc. dr. sc. Marko Jokić

Josip Zeba

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru, doc. dr. sc. Marku Jokiću.

Također se zahvaljujem i tvrtki Dalekovod d.d. za stavljanje na raspolaganje sve potrebne podatke i fotografije vezane za razmatrani prigušivač vibracija.

Josip Zeba



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Zeba Josip**

Mat. br.: 0035190912

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza Stockbridgeovog prigušivača**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of Stockbridge damper**

Opis zadatka:

Stockbridgeov prigušivač je pasivni dinamički prigušivač, često korišten za smanjenje vibracija uzrokovanih vjetrom kod laganih konstrukcija, poput vodiča dalekovoda i rešetkastih konstrukcija.

U završnom radu je potrebno:

1. korištenjem odgovarajućeg softvera, izraditi trodimenzionalni model Stockbridgeovog prigušivača,
2. na temelju tako izrađenog modela, provesti numeričku analizu dinamičkog odziva prigušivača,
3. dobivene rezultate usporediti s dostupnim rezultatima mjerenja odziva Stockbridgeovog prigušivača.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

25. studenog 2015.

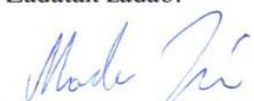
Rok predaje rada:

1. rok: 25. veljače 2016
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.
3. rok: 17. rujna 2016.

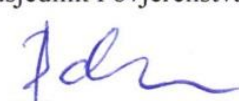
Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:

  
Doc. dr. sc. Marko Jokić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

# SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. Uvod .....	1
2. Vibracije užadi dalekovoda.....	2
2.1. Galopiranje.....	2
2.2. Eolske vibracije .....	2
2.2.1. Von Karmanovi vrtlozi.....	3
2.2.2. Mehanizmi nastanka eolskih vibracija .....	6
3. Numeričko modeliranje.....	8
3.1. Osnovni vibracijski sustav .....	8
3.2. Opis i izvedba Stockbridge prigušivača .....	10
3.2.1. Simetrični i asimetrični Stockbridge prigušivač .....	12
3.2.2. Mehanička impedancija i fazni kut .....	13
3.2.3. Disipirana snaga prigušivača.....	13
3.3. Model prigušivača .....	14
3.3.1. Karakteristike prijenosnog užeta .....	14
3.3.2. Karakteristike utega.....	18
3.3.3. Karakteristike hvataljke.....	20
3.3.4. Postavljanje modela prigušivača .....	21
3.4. Rezultati analize .....	24
3.4.1. Frekvencijska analiza .....	24
3.4.2. Dinamička analiza .....	26
4. Eksperimentalno ispitivanje .....	29
4.1. Postav i oprema za ispitivanje .....	29
4.2. Rezultati eksperimentalnog ispitivanja .....	31
5. Usporedba numeričkih i eksperimentalnih rezultata .....	34
5.1. Usporedba vlastitih frekvencija.....	34
5.2. Usporedba disipirane snage, impedancije i faznog kuta .....	34
6. Zaključak.....	37
LITERATURA.....	38

## POPIS SLIKA

Slika 1. Oštećenje žica užeta vodiča .....	3
Slika 2. Otkidanje Karmanovih vrtloga ( $Re = 100$ ) .....	5
Slika 3. Ovisnost koeficijenta uzgona o Reynoldsovom broju .....	7
Slika 4. Sustav s jednim stupnjem slobode gibanja .....	8
Slika 5. Stockbridge prigušivač vibracija.....	11
Slika 6. Asimetrični Stockbridge prigušivač.....	12
Slika 7. Prijenosno uže sa 19 žica .....	15
Slika 8. Model prijenosnog užeta u programskom paketu Abaqus.....	16
Slika 9. Model desnog utega u programskom paketu Abaqus .....	18
Slika 10. Model lijevog utega u programskom paketu Abaqus .....	19
Slika 11. Model hvataljke u programskom paketu Abaqus.....	20
Slika 12. Sklop prigušivača sa kontaktnim površinama.....	21
Slika 13. Tetraedarski element 2. reda sa 10 čvorova .....	22
Slika 14. Mreža konačnih elemenata.....	23
Slika 15. Forme vibriranja.....	25
Slika 16. Disipirana snaga dobivena numeričkom analizom .....	27
Slika 17. Fazni kut dobiven numeričkom analizom.....	27
Slika 18. Mehanička impedancija dobivena numeričkom analizom.....	28
Slika 19. Shema kontrole vibratora i mjerenja .....	30
Slika 20. Eksperimentalni postav .....	31
Slika 21. Eksperimentalno snimljene krivulje disipirane snage ispitnih prigušivača .....	32
Slika 22. Eksperimentalno snimljene krivulje faznog kuta ispitnih prigušivača .....	32
Slika 23. Eksperimentalno snimljene krivulje mehaničke impedancije ispitnih prigušivača ..	33
Slika 24. Usporedba disipirane snage.....	35
Slika 25. Usporedba faznog kuta.....	35
Slika 26. Usporedba mehaničke impedancije.....	36

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Ovisnost oblika von Karmanovih vrtloga o Reynoldsovom broju.....	4
Tablica 2. Karakteristike prijenosnog užeta .....	16
Tablica 3. Karakteristike utega.....	19
Tablica 4. Karakteristike hvataljke.....	20
Tablica 5. Pregled gustoće mreža različitih dijelova.....	23
Tablica 6. Vlastite frekvencija.....	24
Tablica 7. Usporedba vlastitih frekvencija.....	34



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis	Mjerna jedinica
$a$	bezdimenzijska amplituda vibracija	
$A_s$	površina poprečnog presjeka	$m^2$
$c$	konstanta viskoznog prigušenja	Ns/m
$c_L$	koeficijent uzgona	
$d, D$	promjer užeta	m
$E$	Youngov modul elastičnosti	N/mm <sup>2</sup>
$f$	frekvencija vibracija	Hz
$f_s$	frekvencija otkidanja vrtloga	Hz
$F$	sila	N
$F_0$	amplituda sile	N
$I_y$	moment inercije užeta	$m^4$
$J_x, J_y, J_z$	dinamički moment tromosti	kgm <sup>2</sup>
$k$	krutost konzole	N/m
$l$	duljina užeta prigušivača	m
$m$	masa tijela	kg
$P$	disipirana snaga prigušivača	W
$r, r_s$	polumjer užeta	m
$Re$	Reynoldsov broj	
$St$	Strohaulov broj	
$t$	vrijeme	s
$T$	period vibracija	s
$Tu$	udio turbulencije	
$v$	brzina nastrojavanja fluida	m/s

---

$v_0$	amplituda brzine hvataljke	m/s
$v'$	srednja brzina vjetra	m/s
$x, y, z$	koordinate težišta	m
$\dot{x}$	brzina	m/s
$\ddot{x}$	ubrzanje	m/s <sup>2</sup>
$x_0$	amplituda pomaka hvataljke	m
$Z$	mehanička impedancija	Ns/m
$\alpha, \beta$	Rayleighovi koeficijenti	
$\varphi$	fazni kut	rad
$\nu$	kinematička viskoznost fluida	m <sup>2</sup> /s
$\rho$	gustoća	kg/m <sup>3</sup>
$\omega$	kružna frekvencija	rad/s
$\xi$	bezdimenzijski koeficijent vibracija	

## **SAŽETAK**

U ovom radu opisane su eolske vibracije vodiča dalekovoda, uzrok njihove pojave i posljedice koje imaju na uža. Ukratko je opisan osnovni vibracijski sustav te su prikazane osnovne jednadžbe. Detaljno je opisana konstrukcija Stockbridge prigušivača vibracija te su definirani pojmovi snage koju prigušivač disipira, mehaničke impedancije i faznog kuta između sile i brzine. Napravljen je numerički model (metoda konačnih elemenata) takvog prigušivača korištenjem programskog paketa Abaqus te su provedene frekvencijska i dinamička analiza prigušivača. Također je prikazano eksperimentalno ispitivanje istog prigušivača koje je provedeno u tvrtki Dalekovod d.d. Na kraju je prikazana usporedba jednog i drugog ispitivanja u odgovarajućim dijagramskim prikazima kako bi se verificirala točnost numeričkog modela prigušivača vibracija.

## **SUMMARY**

This thesis describes aeolian vibrations of transmission line conductors, the cause of their occurrence and effects which they have on a rope. Shortly it describes basic vibration system and presents basic equations. Design of Stockbridge vibration damper is described in details and terms of power dissipated by the damper, mechanical impedance, as well as the phase angle between the force and the speed. Furthermore, numerical model (finite elements method) of mentioned damper is designed by using a software package Abaqus and frequency and dynamic analysis of damper are conducted. Also, experimental testing of the damper, conducted in the Dalekovod d.d. company, is presented in this thesis. In the end, thesis represents the comparison of the two tests in appropriate diagrams to verify the accuracy of the numerical model of vibration dampers.

# 1. Uvod

Vjetrom uzrokovane vibracije nadzemnih vodiča električne energije na dalekovodnim stupovima uobičajene su u svijetu i mogu uzrokovati oštećenje vodiča što rezultira smanjenim životnim vijekom. Svojim strujanjem oko vodiča, vjetar uzrokuje eolske vibracije koje se danas najčešće smanjuju upotrebom Stockbridge prigušivača vibracija. U ovome radu će se numerički analizirati takvi prigušivači.

U drugom poglavlju opisana su dva sustava vjetrom uzrokovanih vibracija užadi dalekovoda. Detaljno je razmotreno nastanak eolskih vibracija i opisane su vrste uzbudnih mehanizama za nastanak takvog tipa vibracija.

U trećem poglavlju prvo je opisan osnovni vibracijski sustav radi boljeg razumijevanja problematike koja se analizira. Detaljno je opisan Stockbridge prigušivač vibracija, njegove karakteristike kao što su snaga koju disipira i mehanička impedancija. Zatim je izrađen model takvog prigušivača i provedena numerička analiza primjenom programskog paketa Abaqus. Na kraju su prikazani dijagramski prikazi dobivenih rezultata frekvencijske i dinamičke analize.

Eksperimentalno ispitivanje, tj. postav i oprema koja je korištena za ispitivanje prigušivača u Dalekovod-Laboratoriju opisano je u četvrtom poglavlju. Također, prikazani su dijagrami rezultata dobivenih eksperimentalnim ispitivanjem.

U predzadnjem, petom poglavlju uspoređena su ova dva načina analize Stockbridge prigušivača vibracija te je tako provjerena točnost numeričkog modela koji je razvijen u ovome radu.

Zaključak je dan kao šesto poglavlje i u njemu su predloženi zaključci koji su izvedeni iz analize provedene u radu te je dan osvrt na cjelokupan rad. Cilj ovog rada je postizanje što veće točnosti numeričkog modela prigušivača tipa Stockbridge uz pretpostavke koje su uvedene kako bi se što jednostavnije i lakše došlo do rezultata koji mogu poslužiti kao okvirne vrijednosti.

## 2. Vibracije užadi dalekovoda

Opisivanje vibracija užadi za prijenos električne energije na dalekovodima veoma je problematično i kompleksno. Dva glavna režima vibriranja užadi vodiča su:

- galopiranje,
- eolske vibracije.

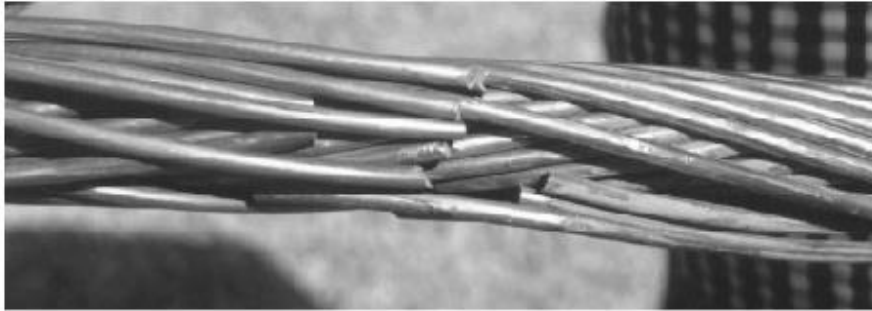
### 2.1. Galopiranje

Galopiranje je pojava visokoamplitudnih vibracija užeta (najčešće u hladnim predjelima). Primjena Stockbridge prigušivača za otklanjanje i smanjenje utjecaja galopirajućih vibracija ne bi bila učinkovita jer bi zahtijevala jako velike mase zbog jako malih frekvencija vibracija, stoga se ovakva pojava može riješiti povećanjem struje u vodiču, ako je došlo do stvaranja leda na užadi ili isključivanjem vodiča iz upotrebe dok ne dođe do nestanka pojave galopiranja.

### 2.2. Eolske vibracije

Eolske vibracije su dobro poznati fenomen koji se može pojaviti na gotovo bilo kojim naponskim mrežama u bilo kojem trenutku te su takve vibracije uglavnom izazvane slabim i umjerenim vjetrovima. Promatranjem utjecaja vjetra na napeto uže stari Grci su uočili vibracije malih amplituda te su stoga takve vibracije dobile ime prema grčkom bogu vjetra Aeolusu. Analiza eolskih vibracija je veoma problematična zbog stohastične prirode vjetra, te je onda jedino moguće pristupiti analizi sa približno srednjim vrijednostima i uz brojna pojednostavljenja. Problemi eolskih vibracija se uglavnom rješavaju kombinacijom razmatranja analitičkih parametara takvih sustava i eksperimentalnih ispitivanja te se nakon provedenih analiza uvode korekcije u svrhu smanjenja pogreške. Najveći problemi uslijed eolske vibracije javljaju se u predjelima koji su izloženi stalnim vjetrovima.

Eolske vibracije uzrokuju dinamička naprezanja vodiča uslijed savijanja koja dovode do postupnog oštećenja i loma samog vodiča, tj. pojedinih žica užeta vodiča na mjestima spoja hvataljke užeta i dalekovoda kada se pređe dinamička izdržljivost materijala. Kao što se vidi na slici 1, žice u vanjskom sloju vodiča su prve oštećene jer su one podvrgnute najvećem svojom naprezanju.



**Slika 1. Oštećenje žica užeta vodiča**

Uzrok eolskih vibracija je nasmujavanje slabog vjetrova brzinom od 1 do 7 m/s gdje su frekvencije takvih vibracija u rasponu od 3 do 100 Hz (frekvencije uglavnom ovise o brzini vjetrova, promjeru vodiča te rasponu dalekovoda), a vrijednosti amplituda takvih vibracija dosežu iznos promjera samog vodiča. Smujavanje takvog slabog vjetrova promatramo kao stacionarno laminarno smujavanje fluida, okomito na uzdužnu os užeta. Takvo nasmujavanje fluida na cilindrično tijelo (u ovom slučaju uže vodiča na dalekovodu), ima za posljedicu stvaranje zračnih vrtloga, tzv. von Karmanovih vrtloga. Oblik vrtloga ovisi o brzini nasmujavanja, tj. Reynoldsovom broju.

### **2.2.1. Von Karmanovi vrtlozi**

Kako je već spomenuto, prilikom stacionarnog laminarnog smujavanja zraka dolazi do stvaranja von Karmanovih vrtloga te oblik vrtloga ovisi o brzini nasmujavanja, tj. o Reynoldsovom broju. Reynoldsov broj je definiran izrazom

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}, \quad (2.1)$$

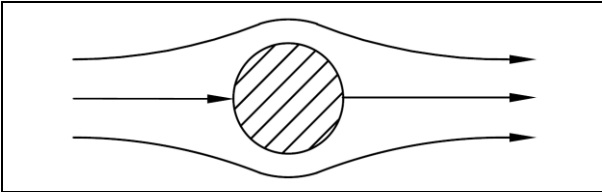
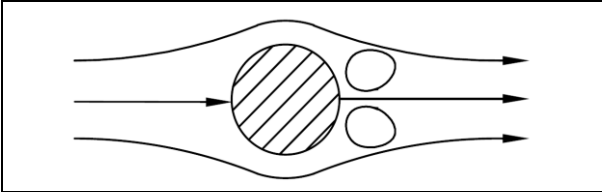
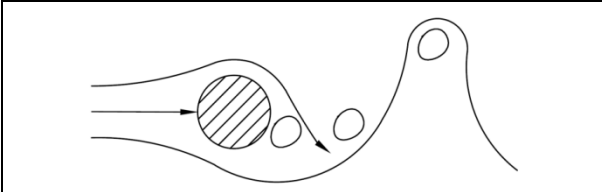
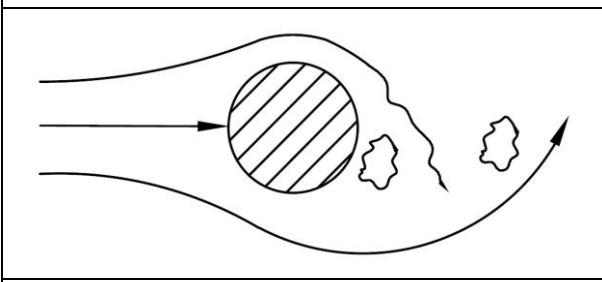
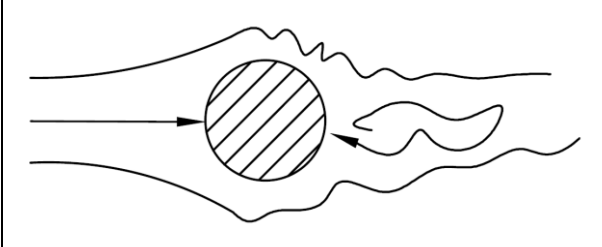
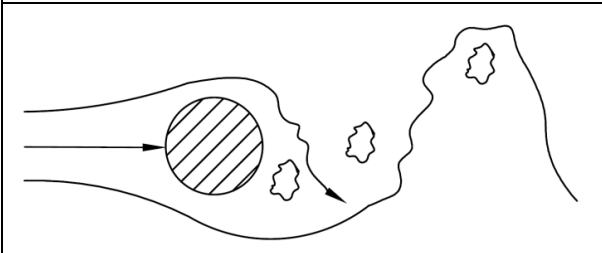
gdje je  $v$  brzina nasmujavanja fluida,  $D$  promjer vodiča, a  $\nu$  kinematička viskoznost fluida.

U tablici 1. prikazan je oblik vrtložnog traga von Karmanovih vrtloga u ovisnosti o Reynoldsovom broju. Pri niskim Reynoldsovim brojevima ( $Re < 5$ ) strujnice koje opisuju tok fluida oko tijela ostat će nerazdvojene. Kad između tijela i fluida ne bi bilo trenja (idealni fluid), smujavanje bi bilo laminarno i pri vrlo visokim Reynoldsovim brojevima.

Povećanjem Reynoldsovog broja do vrijednosti  $5 < Re < 40$  na strani tijela suprotnoj od strane izložene strujanju (strana na kojoj fluid napušta tijelo) se počinju formirati dva vrtloga suprotne rotacije, ali se i dalje drže za tijelo.

Periodičko otkidanje von Karmanovih vrtloga se pojavljuje između vrijednosti Reynoldsovog broja  $40 < Re < 300000$ , a vrijednosti u tom rasponu odgovaraju vrijednostima za umjerene brzine strujanja vjetra. Do vrijednosti  $Re = 300$  trag je prepoznatljiv, a pri većim iznosima Reynoldsovog broja nastaje turbulentno strujanje i nije moguće raspoznati trag.

Tablica 1. Ovisnost oblika von Karmanovih vrtloga o Reynoldsovom broju

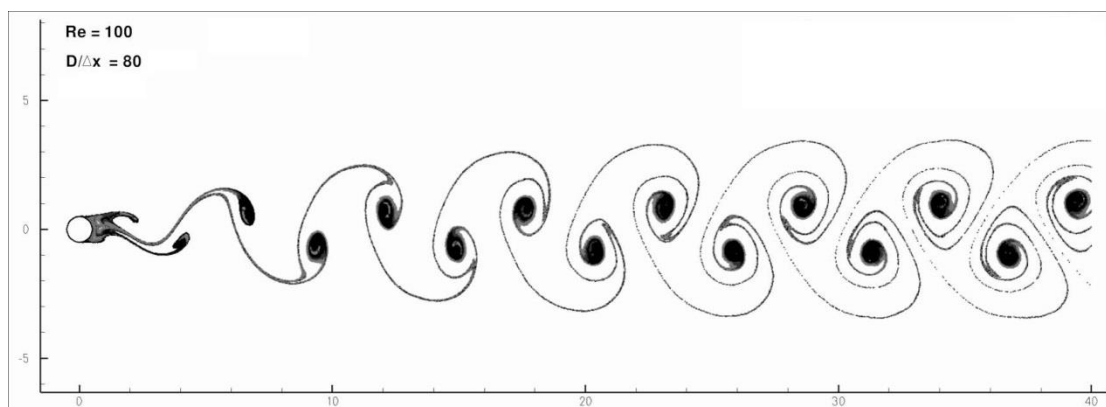
	$Re < 5$ , strujanje bez otkidanja von Karmanovih vrtloga
	$5 \leq Re < 40$ , pojava prvih vrtloga bez periodičkog otkidanja
	$40 \leq Re < 150$ , otkidanje Karmanovih vrtloga, laminarno strujanje
	$150 \leq Re < 300$ , prijelaz iz laminarnog u turbulentno strujanje
	$300 \leq Re < 3 \cdot 10^5$ , trag Karmanovih vrtloga je potpuno turbulentan
	$3 \cdot 10^5 \leq Re < 3,5 \cdot 10^6$ , prestaje otkidanje Karmanovih vrtloga, a u tragu Karmanovih vrtloga nema pravilnog uzorka
	$Re \geq 3,5 \cdot 10^5$ , pojava traga Karmanovih vrtloga, turbulentno strujanje



Odvajanje ili otkidanje zračnih vrtloga javlja se kod realnih fluida kao posljedica trenja (viskoznosti fluida). Nastrujavanjem zraka zbog razlike u tlakovima ispred i neposredno iza nastrujavanog cilindričnog užeta dolazi do gibanja čestica iza tijela u suprotnom smjeru kao posljedica visokih vanjskih tlakova te tako nastaju vrtlozi koji se otkidaju od graničnog sloja oko tijela i gibaju se zajedno sa strujom fluida stvarajući vrtložni trag. Bezdimenzijska veličina koja opisuje ovu vrstu strujanja, tj. otkidanje graničnog sloja od tupoš tijela naziva se Strouhalov broj. Strohaulov broj predstavlja bezdimenzijsku frekvenciju, a definiran je izrazom

$$St = \frac{f_s \cdot D}{v}, \quad (2.2)$$

gdje je  $v$  brzina strujanja fluida okomito na uzdužnu os vodiča,  $D$  promjer vodiča i  $f_s$  frekvencija otkidanja vrtloga. Strouhalov broj je pri višim vrijednostima Reynoldsovog broja konstantan, a za okvirnu vrijednost uzima se  $St = 0,19 \sim 0,22$ .



Slika 2. Otkidanje Karmanovih vrtloga ( $Re = 100$ )

Zbog razlike tlakova na suprotnim stranama tijela, nastaje resultantna sila gotovo okomita na smjer strujanja fluida te su stoga najveće amplitude vibracija okomite na smjer strujanja fluida. U jednom ciklusu odvoji se po jedan vrtlog sa svake strane pa se frekvencija uzbude sile poklapa sa frekvencijom okidanja vrloga s tijela. Strujanjem fluida okomito na os cilindra javlja se i horizontalna komponenta uzbudne sile. Karmanovi se vrtlozi u ravnini paralelnoj na os cilindra otkidaju iza cilindra, te se otkidanjem svakog vrtloga javlja horizontalna sila.

Sile u pravcu strujanja mijenjaju se frekvencijom dvostrukom od one odvajanja vrloga s tijela. To je posljedica što se vrtlozi okidaju samo sa stražnje strane (u približno vertikalnom smjeru). Stoga horizontalna uzbudna sila dva puta promijeni smjer, te je to razlog zašto je frekvencija horizontalne uzbudne sile dvostruko veća od frekvencije vertikalne uzbudne sile.

Procjene amplituda vibracija u smjeru strujanja iznose oko  $0,2 D$  do  $0,5 D$ , gdje je  $D$  promjer cilindričnog tijela, dok se kod vibracija poprečnih na smjer strujanja, amplitude mogu kretati u iznosima i do  $1,5 D$ . Periodična sila koja djeluje na cilindar iznosi

$$F(t) = \frac{1}{2} \rho D l v^2 c_L \sin(2\pi f_s t), \quad (2.3)$$

gdje je  $\rho$  gustoću fluida,  $D$  promjer cilindričnog tijela,  $l$  dužinu cilindra,  $v$  brzinu fluida okomito na os cilindričnog tijela,  $c_L$  koeficijent uzgona i  $f_s$  frekvencija otkidanja Karmanovih vrtloga. Izraz (2.3) vrijedi isključivo za mirujuće cilindrično tijelo ili ono koji vibrira s veoma malim amplitudama. Za cilindar koji vibrira harmonijski s frekvencijom  $f$  i amplitudom  $A$  poprečno na smjer strujanja fluida periodična sila kojom fluid djeluje na cilindar definirana je:

$$F(t) = \frac{1}{2} \rho D l v^2 c_L(a, r) \sin(2\pi f_s t + \varphi(a, r)), \quad (2.4)$$

U jednadžbi (2.4) koeficijent uzgona,  $c_L(a, r)$  i fazni kut  $\varphi(a, r)$  između sile i pomaka cilindra su funkcije omjera  $a = A/D$  i  $r = f/f_s$ . Omjer  $a$  naziva se bezdimenzijska ili relativna amplituda vibracija. Snaga koju aerodinamične sile unose u sustav pozitivna je za vrijednosti omjera  $0,9 < r < 1,3$  i  $0 < a < 1$ , dok je za ostale vrijednosti ta snaga negativna.

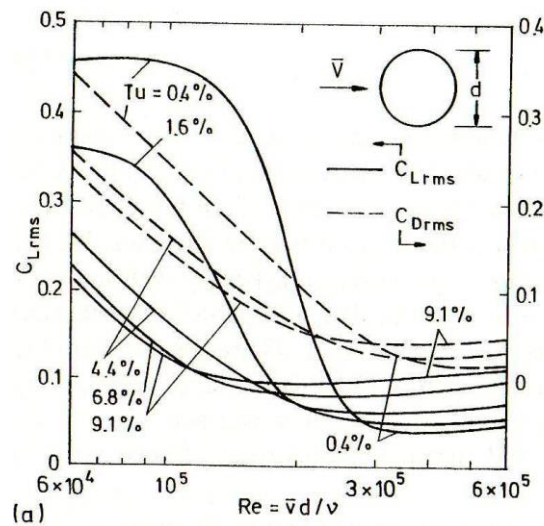
### 2.2.2. Mehanizmi nastanka eolskih vibracija

Kod eolskih vibracija vodiča dalekovoda su prisutna sva tri mehanizma nastanka uzbude vjetrom uzrokovanih vibracija. Prva je uzbuda uslijed vanjskih utjecaja. Takva uzbuda nastaje jer u vjetru postoji udio turbulencija te nasmrujavanjem takve struje zraka na vodič nastaju različite sile na užu. Turbulencije prisutna u struji zraka utječe na koeficijent uzgona koji djeluje na vodiče dalekovoda. Postotak turbulencija definira se izrazom:

$$Tu = \frac{v'}{\bar{v}}, \quad (2.5)$$

gdje je  $\bar{v}$  standardna devijacija brzine vjetra u smjeru okomitom na uzdužnu os vodiča, a  $v'$  srednje vrijednosti brzine vjetra u smjeru iste osi. Na slici 3 je prikazana ovisnost koeficijenata uzgona  $c_L$  i otpora za tijelo kružnog poprečnog presjeka u ovisnosti o Reynoldsovom broju za različite razine turbulencije u struji fluida. Može se zaključiti da sa

većim udjelom turbulencije opada koeficijent uzgona, što na kraju rezultira manjom silom uzbude.



Slika 3. Ovisnost koeficijenta uzgona o Reynoldsovom broju

Uzbuda izazvana gibanjem je posljedica promjenjivih sila koje nastaju uslijed gibanja konstrukcije kroz fluid. Radi se o tzv. samoinduciranim vibracijama jer prestankom gibanja konstrukcije nestaje i djelovanje uzbude u sustavu. Gibanje tijela u fluidu uzrokuje nestabilno strujanje fluida oko tijela koje inducira promjenjive uzbudne sile. Kod eolskih vibracija amplitude pomaka vodiča su male pa utjecaj gibanja na uzbudu nema velikog utjecaja te se može zanemariti i tako lakše opisati eolske vibracije.

Karakteristika eolskih vibracija je da osnovni mehanizam nastanka uzbude potječe od odvajanja von Karmanovih vrtloga pri umjerenim brzinama vjetra i laminarnom nastrujavanju fluida na vodič.

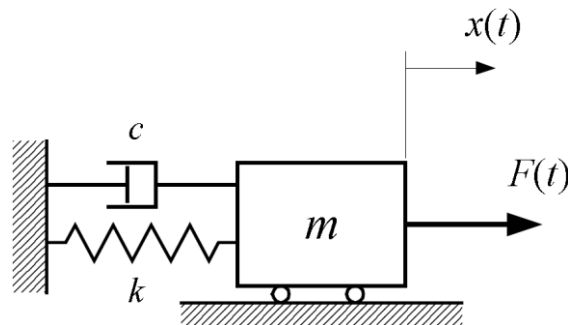
Karakteristična pojava za eolske vibracije je pojava sinkronizacije. Ona se manifestira na taj način da se frekvencija eolskih vibracija vodiča ne mijenja ako se tijekom već pobuđenih rezonantnih vibracija brzina vjetra promijeni unutar granica koje iznose  $0,9v - 1,3v$ . Područje brzina  $0,9v - 1,3v$  naziva se područjem sinkronizacije.

### 3. Numeričko modeliranje

Prigušivač tipa Stockbridge izumio je 1920. godine George H. Stockbridge, prema kojemu je i prigušivač dobio ime. U svome patentu *US 1675391 A* opisuje sredstva i načine linijskog prigušenja vibracija. Tako jedan od načina navodi pomoću kratkog užeta sa koncentriranim masama fiksiranim na svakome kraju užeta. Upravo je razvio taj način prigušenja u danas široko korišteni Stockbridge prigušivač. Radi boljeg razumijevanja problema i jednostavnijeg opisa modela u nastavku će biti opisan osnovni vibracijski sustav s jednim stupnjem slobode gibanja.

#### 3.1. Osnovni vibracijski sustav

Sustavi s jednim stupnjem slobode gibanja vrlo su pogodni da se na jednostavan način prikažu i opišu vibracije uslijed najjednostavnijeg do najsluženijeg oblika opterećenja. Takav sustav shematski je prikazan na slici 4.



Slika 4. Sustav s jednim stupnjem slobode gibanja

Njegove osnovne sastavnice su masa  $m$ , elastični element krutosti  $k$  i viskozno prigušni element s prigušenjem  $c$ . Masa je opterećena vremenski promjenjivom uzbudnom silom  $F(t)$ . Jednadžba gibanja sustava prema slici 4 glasi:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t), \quad (3.1)$$

gdje je  $m\ddot{x}$  inercijska sila,  $c\dot{x}$  sila prigušenja i  $kx$  povratna (elastična) sila. Osnovni način opisa harmonijskog gibanja u vremenskom području glasi:

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.2)$$

U izrazu (3.2)  $x_0$  predstavlja amplitudu pomaka,  $\varphi$  nulti fazni kut ( $t = 0$ ) i  $\omega$  kružnu frekvenciju. Gibanje se ponavlja nakon isteka svakog vremena  $T$ , a vrijeme  $T$  naziva se period harmonijskog gibanja i ono je povezano s frekvencijom  $\omega$  na način:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3.3)$$

Recipročna vrijednost perioda  $T$  naziva se frekvencija  $f$  harmonijskog gibanja,

$$f = \frac{1}{T}. \quad (3.4)$$

Osim u obliku izraza (3.2) opis harmonijskog gibanja u vremenskom području može se zapisati kao:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t), \quad (3.5)$$

Između parametara u izrazima (3.2) i (3.5) postoji sljedeća veza, tj. amplituda pomaka i fazni kut mogu se zapisati kao:

$$x_0 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad (3.6)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1}{A_2}. \quad (3.7)$$

Harmonijsko gibanje se može, osim u realnom obliku kako je prikazano jednadžbama (3.2) i (3.5), prikazati i u kompleksnom obliku. Pritom je funkcija  $x(t)$  imaginarni dio fazora  $\bar{z}(t)$  koji rotira brzinom  $\omega$  u kompleksnoj ravnini,

$$\bar{z}(t) = x_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = x_0 [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)] = \bar{x}_0 \cdot e^{j\omega t}, \quad (3.8)$$

gdje se veličina  $\bar{x}_0 = x_0 \cdot e^{j\varphi}$  naziva kompleksnom amplitudom. Ovisno o iznosu sile  $F(t)$  postoji više vrsta vibracija. U slučaju kada je u jednadžbi (3.1) sila  $F(t) = 0$  govorimo o slobodnim vibracijama. U slučaju koji će ovdje biti razmatran sila nije jednaka nuli već postoji uzbudna sila vjetra koja izaziva vibracije. Ovisno o bezdimenzijskom koeficijentu prigušenja  $\xi$  koji predstavlja omjer stvarnog i kritičnog prigušenja,

$$\xi = \frac{c}{c_{kr}}, \quad (3.9)$$

razlikuju se tri slučaja:

- vibracije s podkritičnim prigušenjem  $\xi < 1$ ,
- vibracije s nadkritičnim prigušenjem  $\xi > 1$  i
- vibracije s kritičnim prigušenjem  $\xi = 1$ .

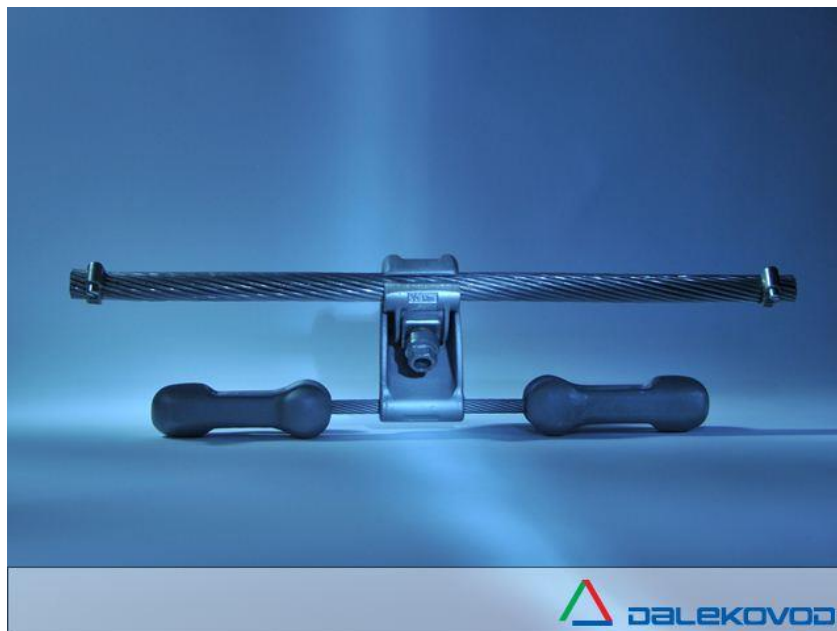
Gibanje sustava koji će biti razmatran u ovome radu može se opisati s dvije nezavisne koordinate odnosno četiri ukoliko se promatra cijeli Stockbridge prigušivač. Svakom utegu osim vertikalnog pomaka  $x$ , omogućen je i kutni zakret  $\varphi$  pa je stoga potrebno promatrati sustav s dva stupnja slobode gibanja. Kod takvog sustava iz uvjeta dinamičke ravnoteže sila i momenta zakreta proizlaze dvije diferencijalne jednačbe koje se mogu zapisati u matričnom obliku:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}, \quad (3.10)$$

gdje su  $\mathbf{M}$  matrica masa,  $\mathbf{C}$  matrica prigušenja,  $\mathbf{K}$  matrica krutosti,  $\ddot{\mathbf{x}}$  vektor ubrzanja,  $\dot{\mathbf{x}}$  vektor brzine i  $\mathbf{x}$  vektor pomaka.  $\mathbf{F}$  je kinematička matrica uzbude koja nastaje pomakom elastičnog i prigušnog elementa jer se vibracije sa užeta dalekovoda prenose putem hvataljke i užeta koje sadrži elastična i prigušna svojstva do utega prigušivača.

### 3.2. Opis i izvedba Stockbridge prigušivača

Vibracije u glavnom užetu se prenose preko hvataljke, koja je čvrsto spojena za to uže, do manjeg užeta koji služi kao prigušivač. U stranoj literaturi to uže se još naziva „prijenosno“ uže (eng. „messenger“ cable), zbog toga jer ono prenosi uzbudu (vibracije) do inercijskih elemenata. Pod utjecajem vibracija to uže se savija i uzrokuje oscilacije betonskih elemenata na njegovim krajevima. Pažljivim izborom mase blokova, tj. utega te krutosti i duljine prijenosnog užeta uvelike će dovesti do ublažavanja oscilacija glavnog užeta vodiča. Kako su Stockbridge prigušivači ekonomični, učinkoviti i jednostavni za upotrebu, tj. instalaciju, koriste se gotovo na svim nadzemnim vodičima. Na slici 5 prikazan je tipični Stockbridge prigušivač vibracija kakav se danas proizvodi u tvrtki Dalekovod d.d.



Slika 5. Stockbridge prigušivač vibracija

Izvedba Stockbridge prigušivača vibracija usavršena je u odnosu na osnovnu izvedbu, no nije bilo nikakvih suštinskih promjena. Najveća promjena u odnosu na izvornu izvedbu je oblik utega koji se nalaze na kraju užeta. U originalnoj izvedbi je Stockbridge, koji je promatrao utjecaj ovješnih masa na vibracije užeta dalekovoda, za utege koristio betonske blokove, dok se danas koriste lijevani utezi u obliku zvona u raznim metalnim legurama otpornim na atmosferske utjecaje. Utezi su uklješteni na uže tako što se odmah lijevaju u sklopu s užetom na njegov kraj. Time je omogućeno relativno gibanje inercijskih masa u odnosu na uže. Kako bi se omogućila veća mogućnost gibanja, utezi mogu imati djelomičan prorez u vertikalnoj ravnini, čime je omogućeno gibanje užeta izvan granica utega. Postoje različite izvedbe Stockbridge prigušivača pa tako razlikujemo simetrične i asimetrične prigušivače. Asimetrični prigušivači imaju nejednako raspoređene inercijske mase čime je omogućeno prigušenje u većem rasponu frekvencija.

Utezi na krajevima prijenosnog užeta nose inercijska svojstva prigušivača. Parametri koji utječu na inercijsko djelovanje su masa utega i moment tromosti oko referentne osi. Moment tromosti ovisi o geometriji tijela, pa se različitim konstrukcijskim izvedbama utega mogu dobiti utezi različitih svojstava, a time se onda utječe na ukupnu karakteristiku prigušivača. Uže koje povezuje utege sa stezaljkom određuje elastična i prigušna svojstva prigušivača. Osim što želi vratiti prigušivač u početno stanje, tj. ravnotežu, zbog sila koje se javljaju tijekom vibracija, uže je ujedno i disipator energije. Kako je uže pleteno od manjih žica, tijekom savijanja užeta javlja se trenje između pojedinih žica što je u ovom slučaju povoljno

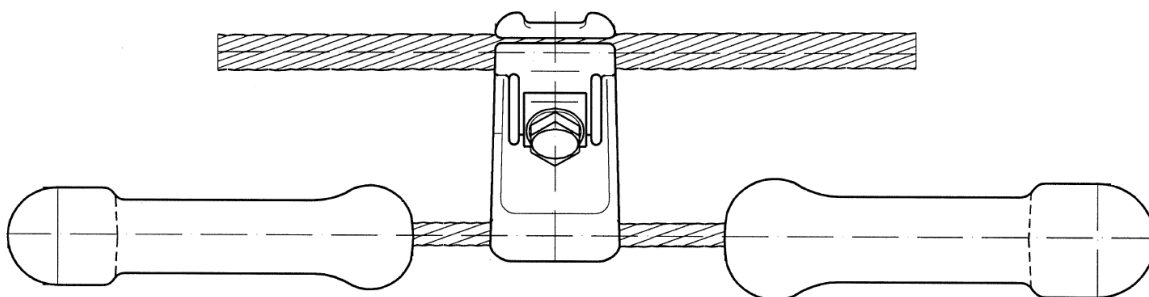
jer doprinosi boljim prigušnim svojstvima samog prigušivača. Tako se npr. na krutost užeta može utjecati promjenom duljine samog užeta.

Može se zaključiti da je osnovna zadaća Stockbridge prigušivača da smanjuje amplitudu vibracija užeta dalekovoda odnosno da disipira energiju vibracija. Prigušivač se postavlja na uže vodiča pri stezaljkama, gdje su dinamička savijanja i naprezanja superponirana na statičke napetosti i naprezanja. Uporaba pravilno dizajniranog prigušivača ključna je za zaštitu vodova i spojeva. Stockbridge prigušivači se isključivo koriste u području eolskih vibracija dok izvan toga područja postaju neefikasni.

### 3.2.1. Simetrični i asimetrični Stockbridge prigušivač

Postoje dva tipa Stockbridge prigušivača s obzirom na geometriju prigušivača, tj. izvedbu. Simetrični Stockbridge prigušivači, kao što samo ime govori, simetrični su s obzirom na hvataljku. Lijeva i desna strana potpuno su jednake. Duljina prijenosnog užeta te dimenzije inercijskih utega su iste. Kod simetričnog prigušivača se dinamički momenti lijeve i desne strane prigušivača međusobno poništavaju zbog simetrije. Zbog toga u konačnoj karakteristici javljaju se samo dvije rezonancije što dovodi do manje ukupne disipirane snage prigušivača. Upravo radi toga u praksi se više koriste asimetrični prigušivači koji će biti opisani u nastavku.

Kod asimetričnog prigušivača, dimenzije utega te duljina prijenosnog užeta na lijevoj i desnoj strani su različite, što rezultira sa četiri rezonancije u konačnoj karakteristici. Kako se najviše snage disipira u području rezonancije, a nesimetrični prigušivač ih ima četiri za razliku od simetričnog sa dvije rezonancije, prednost asimetričnog prigušivača je da se može koristiti u širem frekvencijskom području.



Slika 6. Asimetrični Stockbridge prigušivač



Na slici 6 prikazan je nesimetrični Stockbridge prigušivač. Može se vidjeti da je desna strana prigušivača veća u smislu da je duljina užeta dulja te je uteg većih dimenzija.

### 3.2.2. Mehanička impedancija i fazni kut

Mehanička impedancija  $Z$  za harmonijske vibracijske sustave omjer je kompleksne amplitude sile  $F_0$  koja djeluje na sustav i kompleksne amplitude brzine  $v_0$  sustava. Mehanička impedancija može se definirati kao mjera otpora kojom se tijelo odupire gibanju kada se na nju djeluje silom. Sila  $F$  može se zapisati pomoću izraza:

$$F(t) = F_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad (3.11)$$

gdje je  $F_0$  amplituda sile, a  $\varphi$  fazni kut između sile i brzine. Kod sustava gdje djeluje takva sila javlja se brzina  $v$  koja se stoga može zapisati preko izraza:

$$v(t) = v_0 \cdot e^{j\omega t}, \quad (3.12)$$

Iz toga slijedi da je mehanička impedancija jednaka:

$$Z = \frac{F}{v} = Z_0 e^{j\varphi}. \quad (3.13)$$

Pomoću izraza (3.13), nakon što se odredi amplituda sile na hvataljci, bit će određena i mehanička impedancija prigušivača. Mehanička se impedancija u karakteristici prigušivača može prikazati apsolutnom vrijednošću i faznim kutom impedancije. Stoga slijedi da je fazni kut jednak:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\text{Im } Z}{\text{Re } Z}\right) - \frac{\pi}{2}. \quad (3.14)$$

### 3.2.3. Disipirana snaga prigušivača

Jedna od najvažnijih karakteristika prigušivača je i snaga koju disipira prigušivač. Ta snaga je definirana kao umnožak sile na hvataljci i brzine hvataljke. Kako bi mogli dijagramski prikazati disipiranu snagu u ovisnosti o frekvenciji potrebno je izvesti izraz za disipiranu snagu

u jednom periodu vibriranja. Snaga koju disipira prigušivač i koja se prikazuje u dijagramima, računa se prema izrazu:

$$P = \int_0^T F(t) \cdot v(t) dt. \quad (3.15)$$

Zapisivanje izraza (3.15) kao periodičke funkcije i uz trigonometrijske transformacije izraza, jednadžba (3.15) može se zapisati kao:

$$P = \frac{1}{2} \cdot F_0 \cdot v_0 \cdot \cos \varphi. \quad (3.16)$$

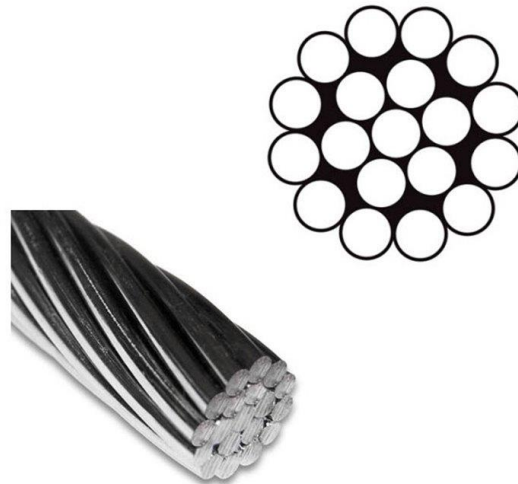
Vrijednost disipirane snage je negativna što je u skladu s fizikalnošću procesa jer se energija u sustavu gubi zbog prigušenja. Kako sama riječ govori da je snaga disipirana, negativni predznak disipirane snage bit će zanemaren.

### 3.3. Model prigušivača

Numerička analiza Stockbridge prigušivača bit će provedena u cijelosti korištenjem programskog paketa Abaqus. Prema dobivenoj dokumentaciji prigušivača iz tvrtke Dalekovod d.d., izrađen je model koji se sastoji od četiri dijela: prijenosnog užeta, dva utega različitih dimenzija (lijevi i desni), te tijela prigušivača odnosno hvataljke. Na istom ovom modelu provedeno je i eksperimentalno ispitivanje kako bi se kasnije mogla provjeriti točnost numeričkog modela. Kako bi se olakšala analiza, pojedini dijelovi kao što su tijelo prigušivača, izrađeni su u jednom dijelu i promatrani kao kruto tijelo.

#### 3.3.1. Karakteristike prijenosnog užeta

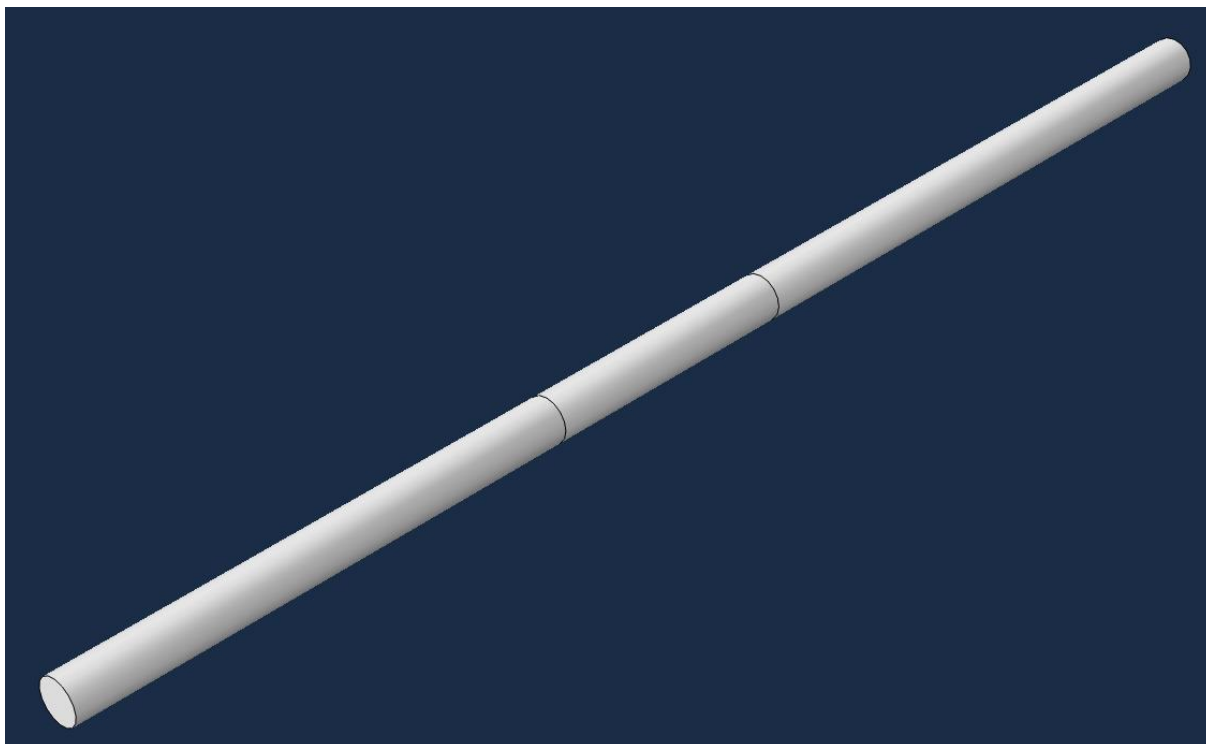
Uže koje tvrtka Dalekovod d.d. koristi za ovaj tip prigušivača je uže sastavljeno od više žica spiralno pleteno dimenzije promjera 11 mm. Konstrukcija užeta je  $1 + 6 + 12 = 19$  žica, gdje svaki broj određuje broj žica u pojedinom sloju. Na slici 7 vidljivo je da se uže sastoji od središnje žice i dva sloja po 6 i 12 žica gdje je promjer svake žice jednak 2,2 mm.



**Slika 7. Prijenosno uže sa 19 žica**

Prilikom vibracija dolazi do deformiranja užeta. Svaka se žica deformira na drugačiji način, a to rezultira klizanjem jedne žice po drugoj te se javlja trenja među žicama. Disipacija energije javlja se uslijed trenja u samom materijalu užeta te trenju između pojedinih žica. Radi se o histereznom prigušenju koje ima dominantan utjecaj na prigušenje dok trenje među žicama u uvodi nelinearnost i općenito ga je teško odrediti te će stoga biti zanemareno. Histereznog prigušenje je rezultat pojave da se prilikom opterećenja i rasterećenja konstrukcije, u dijagramu sila - pomak ne putuje po istoj krivulji, već se formira petlja histereze gdje je površina omeđena dvjema krivuljama jednaka disipiranoj energiji u jednom periodu vibracija.

Prijenosno uže u programskom paketu Abaqus bit će modelirano kao greda kružnog poprečnog presjeka dimenzije promjera 11mm i duljine 334,5 mm kako bi se pojednostavio sam izračun. Originalno uže je dimenzije 400 mm, no kako se tehnologija izrade sastoji od lijevanja utega na krajeve užeta, dio koji se nalazi unutar utega nije modeliran. Na slici 8 prikazan je model užeta. Uže je podijeljeno na 3 dijela gdje je središnji dio dimenzije 64 mm čvrsto spojen s hvataljkom dok su lijevi i desni dio nesimetrični odnosno duljina lijevog dijela iznosi 125,5 mm, a desnog 145 mm.



Slika 8. Model prijenosnog užeta u programskom paketu Abaqus

Materijal prijenosnog užeta je nehrđajući čelik, vlačne čvrstoće  $\sigma_M = 1570 \text{ N/mm}^2$ . U tablici 2 prikazane su karakteristike prijenosnog užeta.

Tablica 2. Karakteristike prijenosnog užeta

Gustoća [kg/m <sup>3</sup> ]	Modul elastičnosti [N/mm <sup>2</sup> ]	Poissonov koeficijent	Masa [kg]
7860	18500	0,3	0,23

Kako bi se odredio u tablici 2 navedeni modul elastičnosti potrebno je poznavati krutost užeta, a već je ranije spomenuta nelinearnost koja se javlja kod krutosti spiralno pletenog užeta. Stoga radi što manje greške u analizi bit će korišten eksperimentalno određena krutost užeta iz koje će biti izračunat modul elastičnosti užeta.

Eksperimentalna su istraživanja pokazala [4] kako se iznos krutosti čeličnog užeta može vrlo dobro odrediti izračunavanjem krutosti homogene grede. Krutost grede  $k$  ovisi o duljini grede, poprečnom presjeku i materijalu same grede. Izračunavanjem utjecajnih koeficijenata dobiva se jednadžba krutosti grede koja glasi:

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I_y}{l^3}, \quad (3.17)$$

gdje je  $E$  modul elastičnosti,  $I_y$  moment inercije grede i  $l$  duljina grede.

Iz jednadžbe (3.17) slijedi da je modul elastičnosti jednak:

$$E = \frac{k \cdot l^3}{3 \cdot I_y}. \quad (3.18)$$

U [5] eksperimentalno je određena krutost čeličnog užeta duljine 400 mm i promjera 11 mm. Pokazalo se da krutost varira između 8935 N/m i 14650 N/m te je uzeta srednja vrijednost krutosti užeta koja iznosi 11659 N/m.

Potrebno je još odrediti moment inercije užeta. Za kružni poprečni presjek, površina i moment inercije računaju se prema izrazima:

$$A_s = \pi \cdot r_s^2, \quad (3.19)$$

$$I_s = \frac{\pi \cdot r_s^4}{4}, \quad (3.20)$$

gdje je  $r_s$  polumjer pojedine žice u užetu. Kako je uže sastavljeno od 19 žica sa praznim prostorom između njih, moment inercije užeta bit će manji nego moment inercije punog kružnog presjeka istog promjera. Moment inercije kompozitnog tijela računa se prema izrazu:

$$I = \sum_j (I_j + A_j \cdot d_j^2), \quad (3.21)$$

gdje je  $d$  udaljenost središta pojedine žice u užetu do središta užeta. Uvrštavanjem izraza (3.19) i (3.20) u jednadžbu (3.21) dobiva se izraz za moment inercije užeta sa 19 spiralno pletenih žica:

$$I_y = 16 \cdot I_s + 16 \cdot A_s \cdot r_s^2 + 2 \cdot A_s \cdot (r - r_s)^2 + 4 \cdot A_s \cdot \frac{r_s^2}{\operatorname{tg}(15^\circ)^2}, \quad (3.22)$$

gdje je  $r$  polumjer užeta.

Primjenom trigonometrije iz poprečnog presjeka užeta prikazanog na slici 6 može se odrediti da je polumjer žice približno jednak:

$$r_s \approx 0,2 \cdot r, \quad (3.23)$$

Uvrštavanjem vrijednosti za  $r = 5,5$  mm koliko iznosi polumjer užeta dobiva se da je moment inercije užeta sastavljenog od 19 žica jednak:

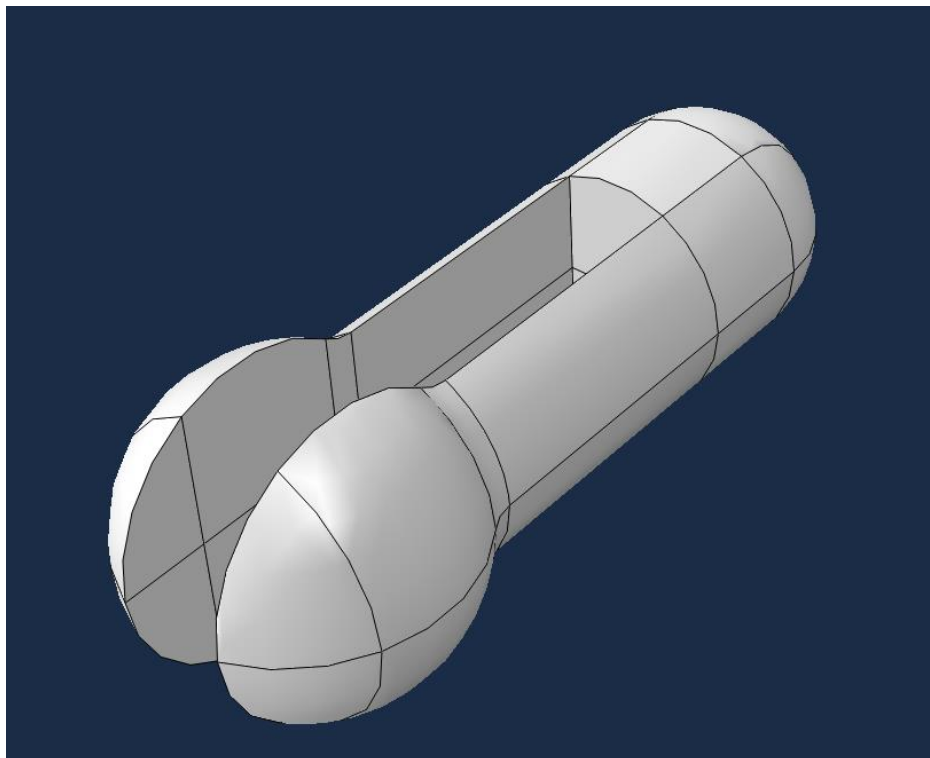
$$I_y = 538,32 \text{ mm}^4.$$

Iz tako izračunatog momenta inercije sada je moguće odrediti modul elastičnosti užeta gdje se kao duljina užeta uzima srednja vrijednost dva nesimetrična kraka užeta, tj. 135 mm, a onda modul elastičnosti iznosi:

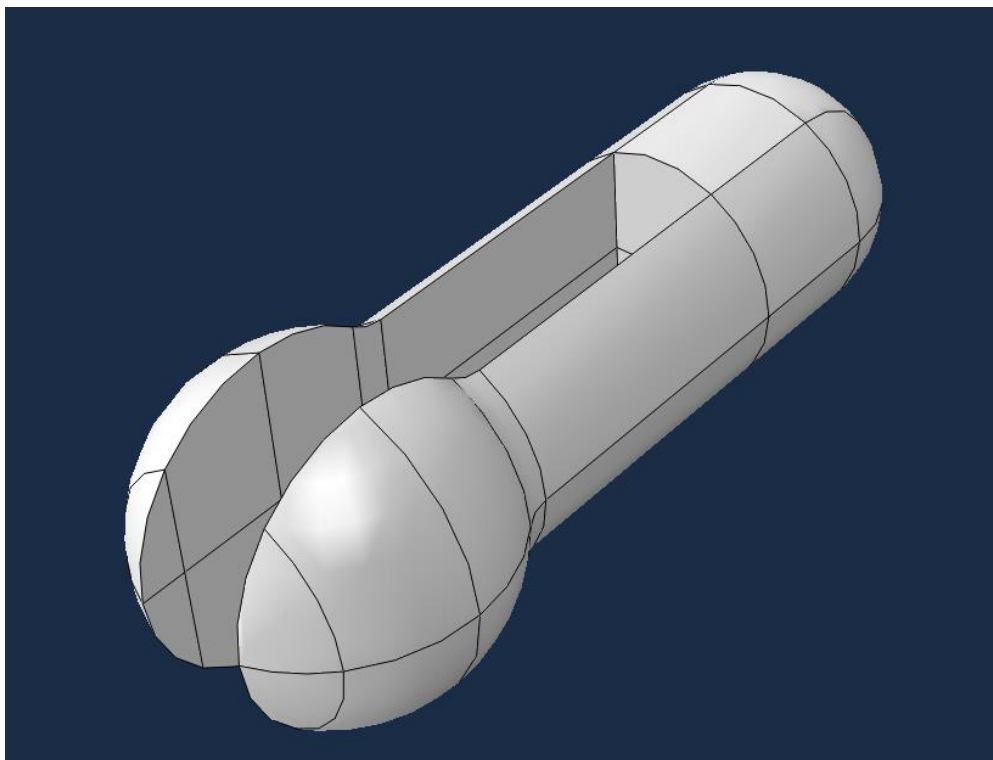
$$E \approx 18500 \text{ N/mm}^2.$$

### 3.3.2. Karakteristike utega

Na slikama 9 i 10 prikazani su modeli utega koji se nalaze na krajevima užeta te su na njih spojeni tehnologijom lijevanja.



Slika 9. Model desnog utega u programskom paketu Abaqus



Slika 10. Model lijevog utega u programskom paketu Abaqus

Materijal utega je aluminijska legura ZnAl4. Karakteristike utega prikazane su u tablici 3.

Tablica 3. Karakteristike utega

Uteg	Gustoća [kg/m <sup>3</sup> ]	Modul elastičnosti [N/mm <sup>2</sup> ]	Poissonov koeficijent	Masa [kg]
Desni	6700	85500	0,27	0,8
Lijevi	6700	85500	0,27	0,63

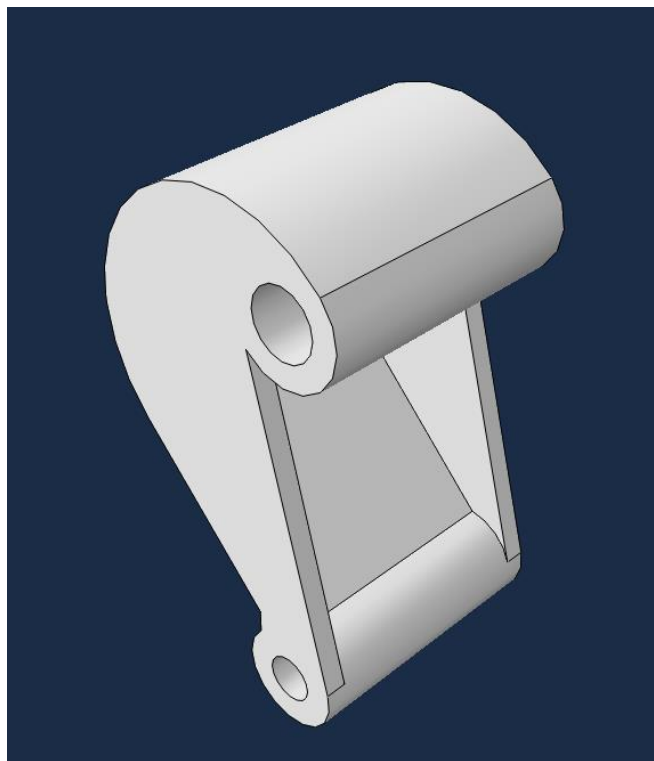
Utezi služe kao inercijske mase koje prigušuju vibracije. Parametri koji na to utječu su momenti tromosti oko referentnih osi te su stoga upotrebom alata u programskom paketu Abaqus izračunati iznosi dinamičkih momenata tromosti s obzirom na lokalni koordinatni sustav smješten u težištu pojedinog utega. Koordinate težišta prikazane su u odnosu na globalni koordinatni sustav cijelog prigušivača.

Desni uteg:  $J_x = 0,00164 \text{ kgm}^2$ ,  $J_y = 0,00172 \text{ kgm}^2$ ,  $J_z = 0,000265 \text{ kgm}^2$   
 $x = 0 \text{ mm}$ ,  $y = 0 \text{ mm}$ ,  $z = -147,2 \text{ mm}$

Lijevi uteg:  $J_x = 0,00118 \text{ kgm}^2$ ,  $J_y = 0,00123 \text{ kgm}^2$ ,  $J_z = 0,000177 \text{ kgm}^2$   
 $x = 0 \text{ mm}$ ,  $y = 0 \text{ mm}$ ,  $z = -131,13 \text{ mm}$

### 3.3.3. Karakteristike hvataljke

Na realnom primjerku hvataljka se sastoji od 2 dijela povezanih i stegnutih vijkom. Ovdje je radi pojednostavljenja napravljen jednodijelni model. Na slici 11 prikazan je model tijela prigušivača odnosno hvataljke.



Slika 11. Model hvataljke u programskom paketu Abaqus

Materijal hvataljke je K.AISI12. U tablici 4 dane su karakteristike hvataljke.

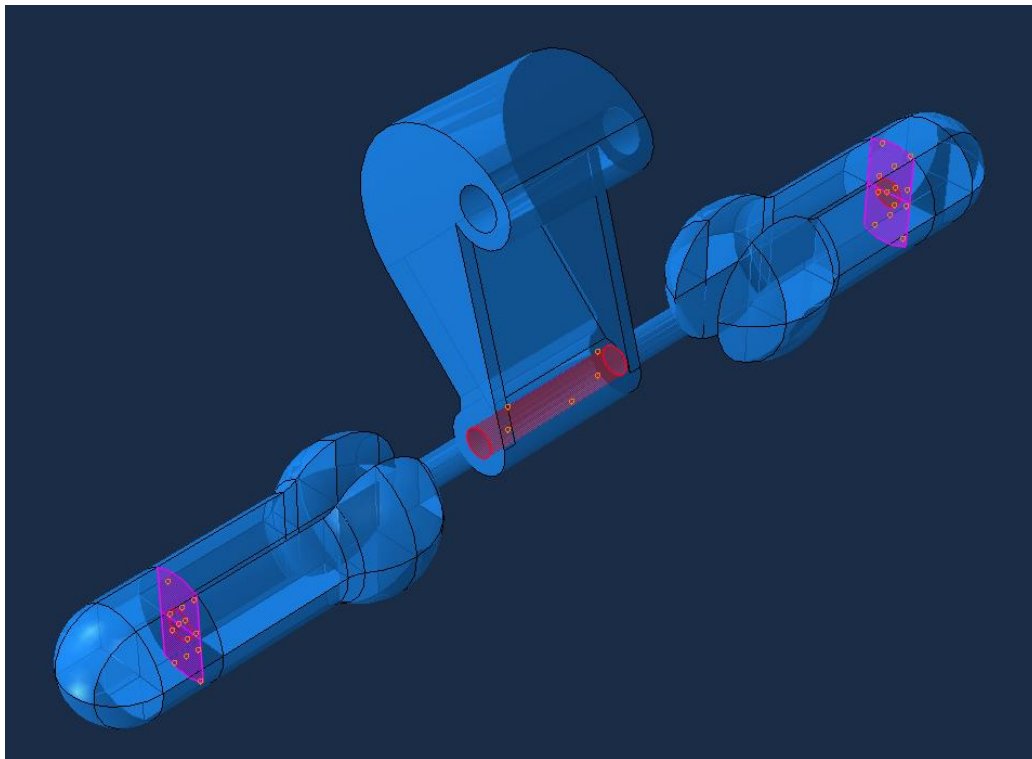
Tablica 4. Karakteristike hvataljke

Gustoća [kg/m <sup>3</sup> ]	Modul elastičnosti [N/mm <sup>2</sup> ]	Poissonov koeficijent	Masa [kg]
2700	71000	0,33	0,53



### 3.3.4. Postavljanje modela prigušivača

Nakon što su napravljeni modeli potrebno je postaviti dijelove (parts) u međusobni odnos, tj. sklop (assembly). Prvo je bilo potrebno dovesti u odnos prijenosno uže i utega. Kako je već ranije spomenuto utezi se tehnologijom lijevanja spajaju s prijenosnim užetom stoga je korišten „Tie Constraint“ kako bi se postigao čvrsti spoj. Kao „master surface“ korištena je krajnja površina užeta okomita na aksialnu os užeta, dok je „slave surface“ površina utega okomita na krakove utega. Isto to potrebno je učiniti na drugom kraju s drugim utegom. Treća veza koja je potrebna je spoj hvataljke i prijenosnog užeta. Hvataljka i uže su također spojeni tehnologijom lijevanja tako da se hvataljka odlije na prijenosno uže. Zbog toga je i tu korišten „Tie Constraint“. Kao „master surface“ je postavljena cilindrična površina hvataljke, a kao „slave surface“ cilindrična središnja površina na užetu koja je prethodno pokazana na slici 8. Na slici 12. prikazan je poluproziran model sa označenim površinama u kontaktu. Crvenom bojom su označene „master surfaces“, a ljubičastom „slave surfaces“.



Slika 12. Sklop prigušivača sa kontaktnim površinama

Sljedeći korak bio je definiranje i zadavanje rubnih uvjeta. Kako je određeno prema normi IEC 61897, amplituda brzine hvataljke mora biti konstantna i iznositi 0,1 m/s. Kako u Abaqusu nije moguće zadati konstantnu amplitudu brzine već samo pomak, potrebno je izračunati pomak korištenjem izraza harmonijskog gibanja:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t), \quad (3.24)$$

Deriviranjem izraza (3.24) dobivamo izraz za brzinu:

$$\dot{x}(t) = v(t) = -x_0 \omega \sin(\omega t), \quad (3.25)$$

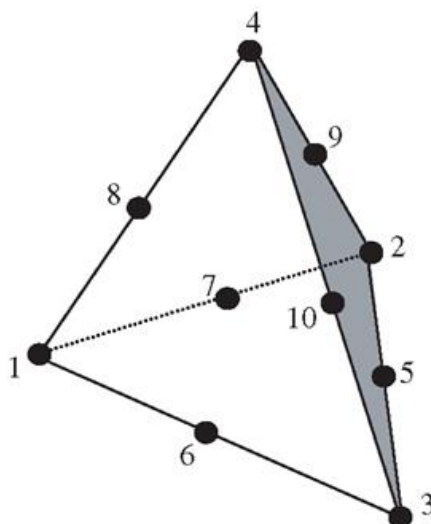
gdje je  $x_0 \omega$  amplituda brzine i iznosi 0,1 m/s.

Amplitudu pomak moguće je zatim izračunati prema izrazu:

$$x_0 = \frac{0,1}{2 \cdot \pi \cdot f}, \quad (3.26)$$

gdje je kružna brzina jednaka  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ . Može se zaključiti kako će se amplituda pomaka mijenjati s frekvencijom, tj. što je frekvencija veća pomaci će biti sve manji. Nakon što su izračunate vrijednosti amplitude, korištenjem opcije „Amplitude“ tipa „tabular“ unesene su te iste vrijednosti, a kao pomak postavljen je jedinični pomak koji će biti pomnožen s odgovarajućom vrijednosti za pojedinu frekvenciju. Svi ostali pomaci i kutovi zakreta su onemogućeni.

Zadnji korak pri kreiranju modela prigušivača je stvaranje mreže konačnih elemenata. Konačni element korišten za analizu je C3D10M. To je tetraedarski element 2. reda sa 10 čvorova i modificiranom formulacijom. Ovaj element osim što sadrži čvorove na vrhovima također ima i čvorove po stranicama. Na slici 13. prikazan je tetraedarski element 2. reda.



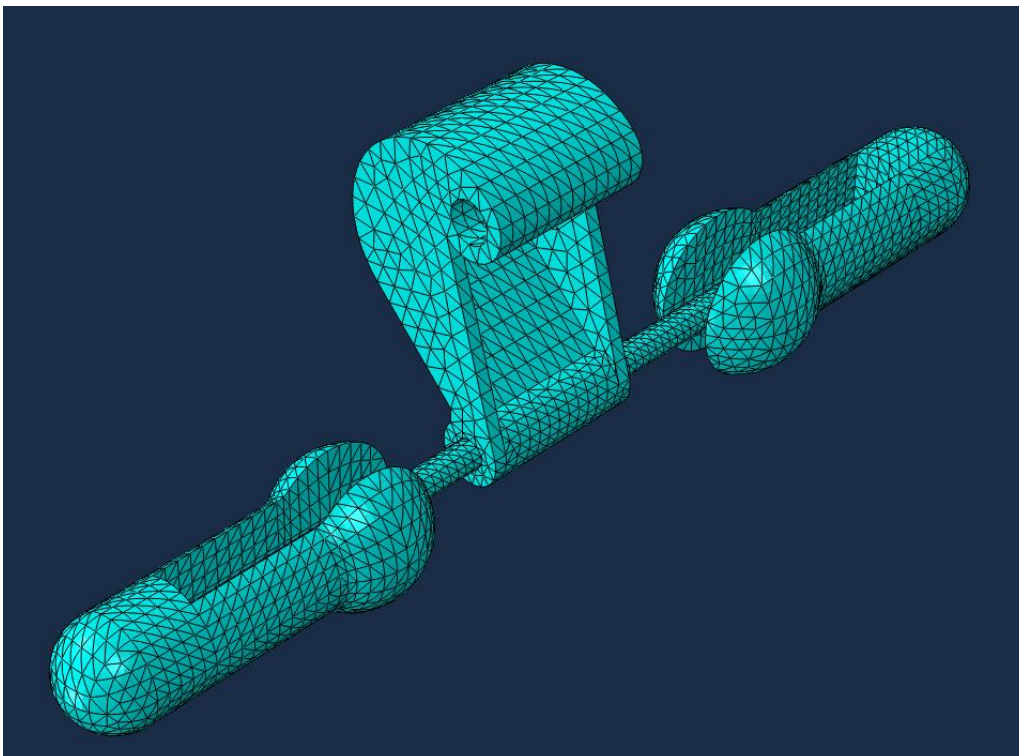
Slika 13. Tetraedarski element 2. reda sa 10 čvorova

Prijenosno uže sastavljeno je od nešto gušće mreže u odnosu na ostale dijelove koji se u pravilu ponašaju kao kruta tijela kako bi se što bolje opisalo dinamičko ponašanje užeta. Pregled gustoće mreža različitih dijelova prikazan je u tablici 5.

**Tablica 5. Pregled gustoće mreža različitih dijelova**

Dio	Približna veličina elementa [mm]	Broj elementa
Uže	3,3	5308
Desni uteg	8	7356
Lijevi uteg	8	7014
Hvataljka	10	6174

Ukupan broj konačnih elemenata iznosi 25852. Povećanjem broja konačnih elemenata rezultati analize ostaju isti tako da je ovo zadovoljavajući broj elemenata. Na slici 14 prikazana je mreža konačnih elemenata na modelu prigušivača vibracija.



**Slika 14. Mreža konačnih elemenata**

### 3.4. Rezultati analize

U programskom paketu Abaqus provest će se dvije analize. Prvo će biti provedena frekvencijska analiza kako bi odredili vlastite frekvencije, a zatim dinamička analiza u kojoj će se promatrati sila koja se javlja na hvataljci i ubrzanje hvataljke te će iz tih rezultata biti određena snaga koju prigušivač disipira, mehanička impedancija i fazni kut.

#### 3.4.1. Frekvencijska analiza

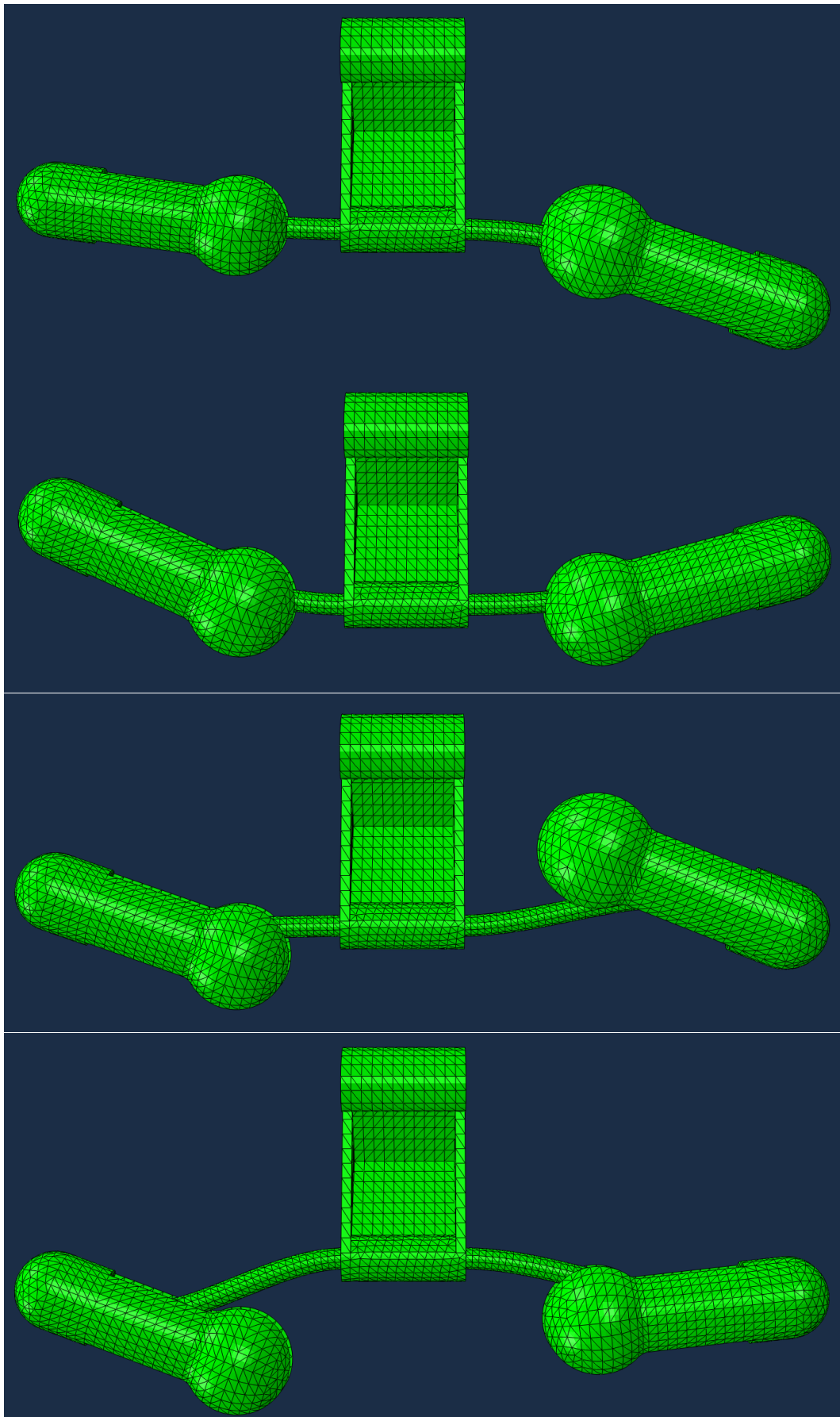
Prvo pod modulom „step“ odnosno tip analize odabiremo frekvencijsku analizu „Frequency“ koja će nam dati vlastite frekvencije i glavne oblike tj. forme vibriranja. Kao metodu proračuna odabrana je Lanczos metoda. Broj traženih oblika vibriranja su prve 4 forme pošto je već u poglavlju 3.2.1. pokazano da asimetrični prigušivač ima 4 forme vibriranja. Kako se ne bi javljale forme vibriranja uslijed uvijanja i savijanja oko ostalih osi, postavljeni su „displacement constraints“ na utege i hvataljku te onemogućeni pomaci u smjeru osi  $x$  te zakreti oko osi  $y$  i  $z$ .

Nakon provedene analize dobivamo iznose frekvencija prvih četiri glavnih formi vibriranja odnosno vlastite frekvencije. U tablici 6 prikazani su rezultati analize.

Tablica 6. Vlastite frekvencija

Forma vibriranja	Frekvencija [Hz]
1	25,5
2	37,6
3	64,7
4	98,34

Prva i druga forma vibriranja Stockbridge prigušivača vibracija odgovaraju velikim pomacima manjeg i većeg utega uslijed savijanja prijenosnog užeta. S druge strane, treća i četvrta forma vibriranja odgovaraju velikim zakretima manjeg i većeg utega oko spoja s užetom s manjim pomacima prijenosnog užeta uslijed savijanja. Na slici 15 prikazane su izračunate forme vibriranja.



Slika 15. Forme vibriranja

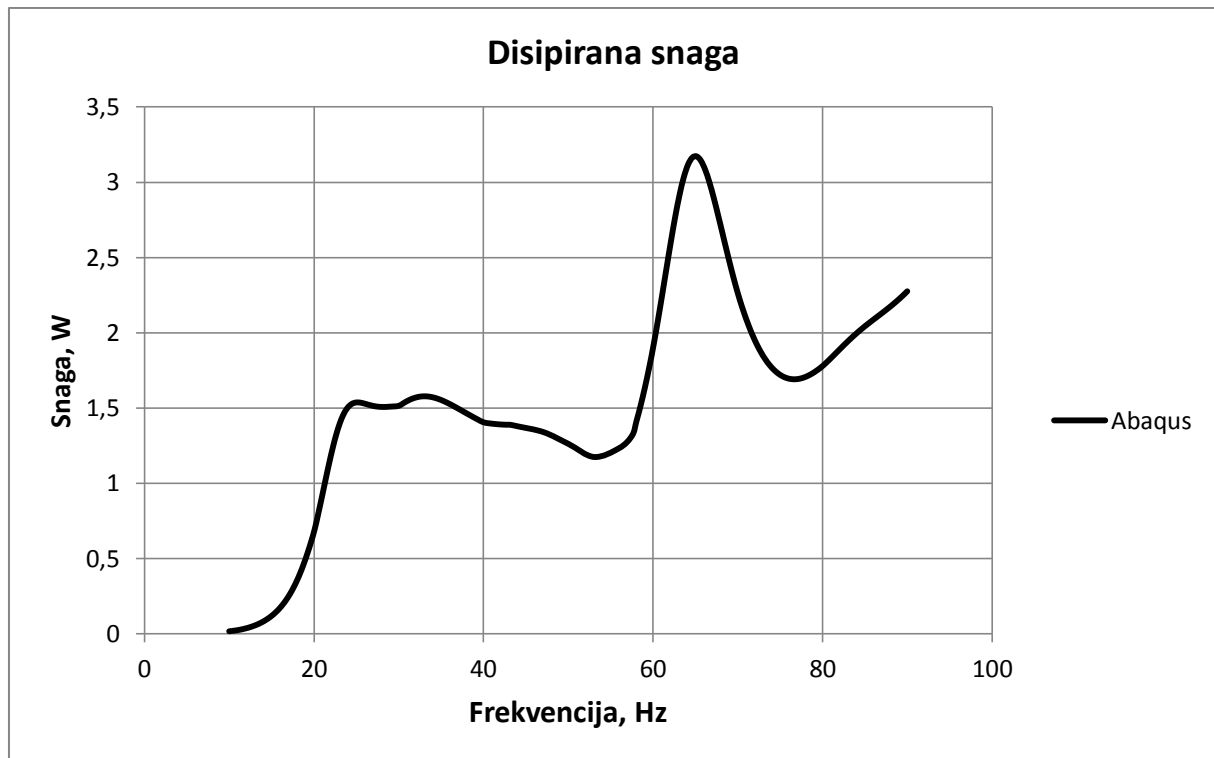
### 3.4.2. Dinamička analiza

Za dinamičku analizu koristit ćemo tip analize „Steady-state dynamics, Direct“. Kako bi izračunali kompleksan odziv, odabiremo opciju „Comput complex response“ te označujemo opciju „Include friction-induced damping effects“. Zatim je potrebno postaviti donju i gornju granicu frekvencije te brzinu promjene frekvencije. Prema normi IEC 61897, raspon frekvencija koji mora biti pokriven je od  $0,18/d$  do  $1,4/d$  gdje je  $d$  promjer vodiča izražen u metrima. U ovom slučaju promjer vodiča iznosi 16 mm što znači da donja granica frekvencije iznosi 11,25 Hz, a gornja granica 87,5 Hz. Brzina promjene frekvencije mora iznositi 0,5 Hz/s jer se radi o linearnom ispitivanju.

U svrhu dobivanja željenih rezultata, odnosno iznosa sile i akceleracije na hvataljci u ovisnosti o frekvenciji potrebno je u izborniku „History Output Request“ odabrati „RT, Reaction forces“ i „AT, Translational accelerations“ za skup čvorova u gornjem dijelu hvataljke koji se spaja s vodičem. Kako bismo dobili ukupni iznos sile i akceleracije, a ne iznose za svaki čvor posebno, uveden je „Equation constraint“ koji omogućuje i izračunava ukupni iznos sile i akceleracije na jednom čvoru uzimajući u obzir cijeli skup čvorova.

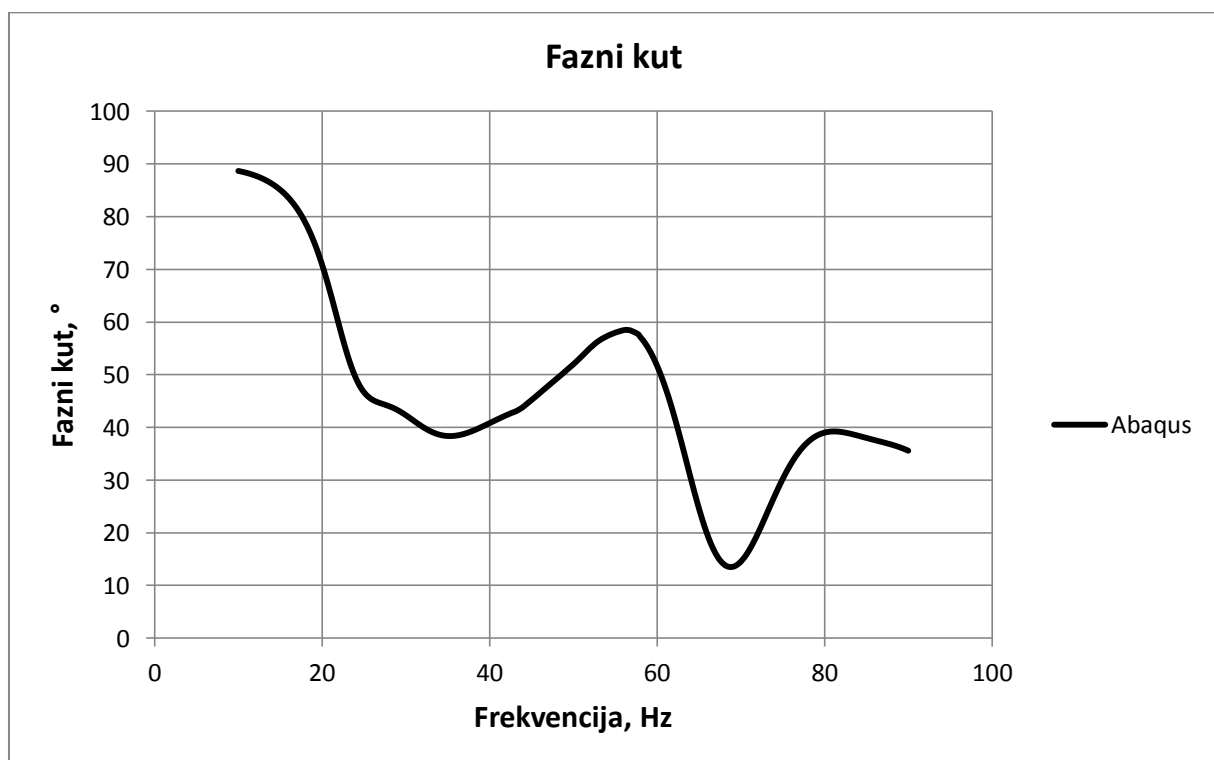
Nakon provedene analize rezultate možemo prikazati grafički u ovisnosti o frekvenciji. Kako je već ranije spomenuto promatramo mehaničku impedanciju, disipiranu snagu prigušivača i fazni kut između sile i brzine.

Korištenjem izraza (3.16) moguće je odrediti disipiranu snagu prigušivača ovisno o frekvenciji. Na slici 16 prikazan je ovisnost disipirane snage o frekvenciji.



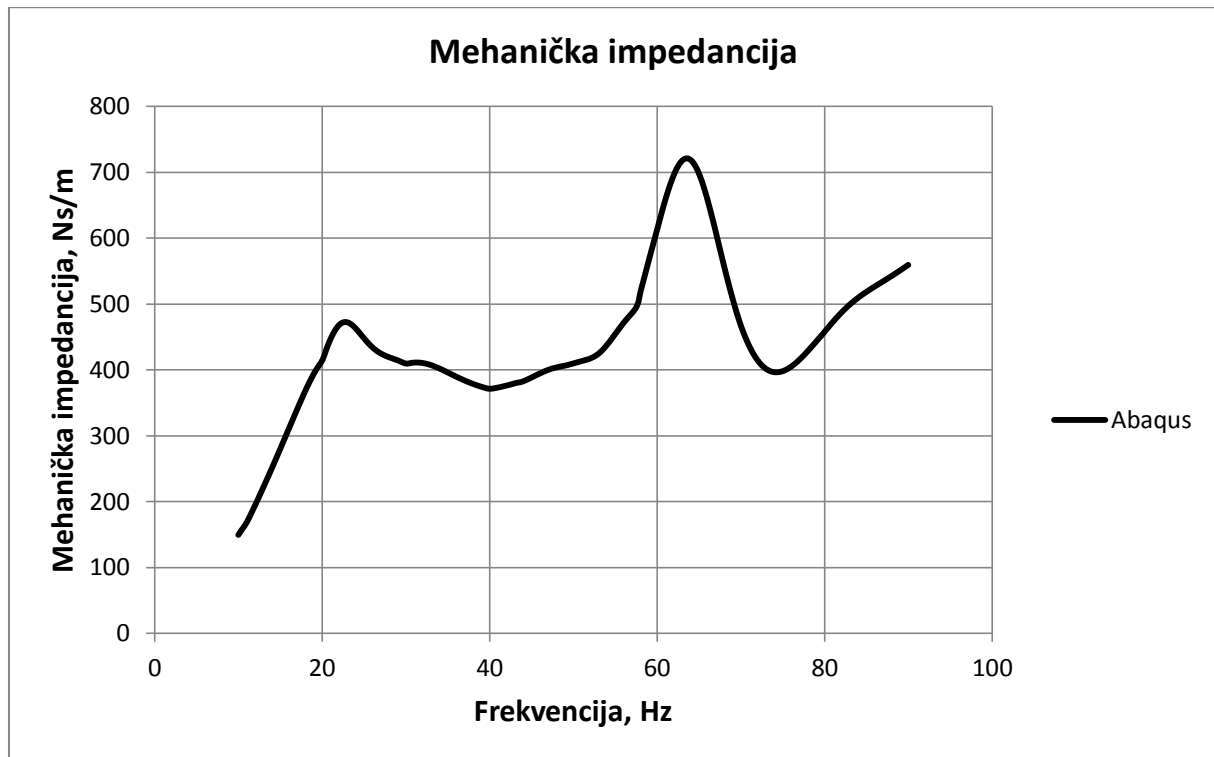
Slika 16. Disipirana snaga dobivena numeričkom analizom

Fazni kut u programu Abaqus moguće je odrediti tako što se pod opcijom zapisa kompleksnog oblika odabere „Phase angle“. Slika 17 prikazuje ovisnost faznog kuta između sile na hvataljci i brzine.



Slika 17. Fazni kut dobiven numeričkom analizom

Na slici 18 prikazana je mehanička impedancija prigušivača vibracija u ovisnosti o frekvenciji. Vrijednosti mehaničke impedancije dobiveni su korištenjem jednadžbe (3.13) gdje je amplituda brzine  $v_0$  konstantna i iznosi 0,1 m/s.



Slika 18. Mehanička impedancija dobivena numeričkom analizom



## 4. Eksperimentalno ispitivanje

Eksperimentalno ispitivanje je obavljeno u tvrtki Dalekovod d.d. Eksperimentalni uzorak na kojem je vršeno ispitivanje jednak je u smislu dimenzija numeričkom modelu koji je prethodno analiziran u programskom paketu Abaqus kako bi se kasnije mogli usporediti rezultati oba ispitivanja.

### 4.1. Postav i oprema za ispitivanje

Prilikom eksperimentalnog ispitivanja korištena je raspoloživa oprema Dalekovod-Laboratorija potrebna za ispitivanje dinamičkih karakteristika prigušivača. Korištena je sljedeća oprema:

- elektrodinamički vibrator LDS, tip V555,
- pojačalo LDS PA 1000L – CE i napajanje LDS FPS 10L – CE,
- kontroler vibratora Dactron SpectraBook Controller,
- akcelerometar PCB Piezotronics., model 333B35,
- senzor sile Burster Gernsbach Präzisionsmesstechnik, tip 8531,
- elektronički mjerni sustav HBM Spider 8 i
- programski paketi Dactron Shaker Control i HBM Catman.

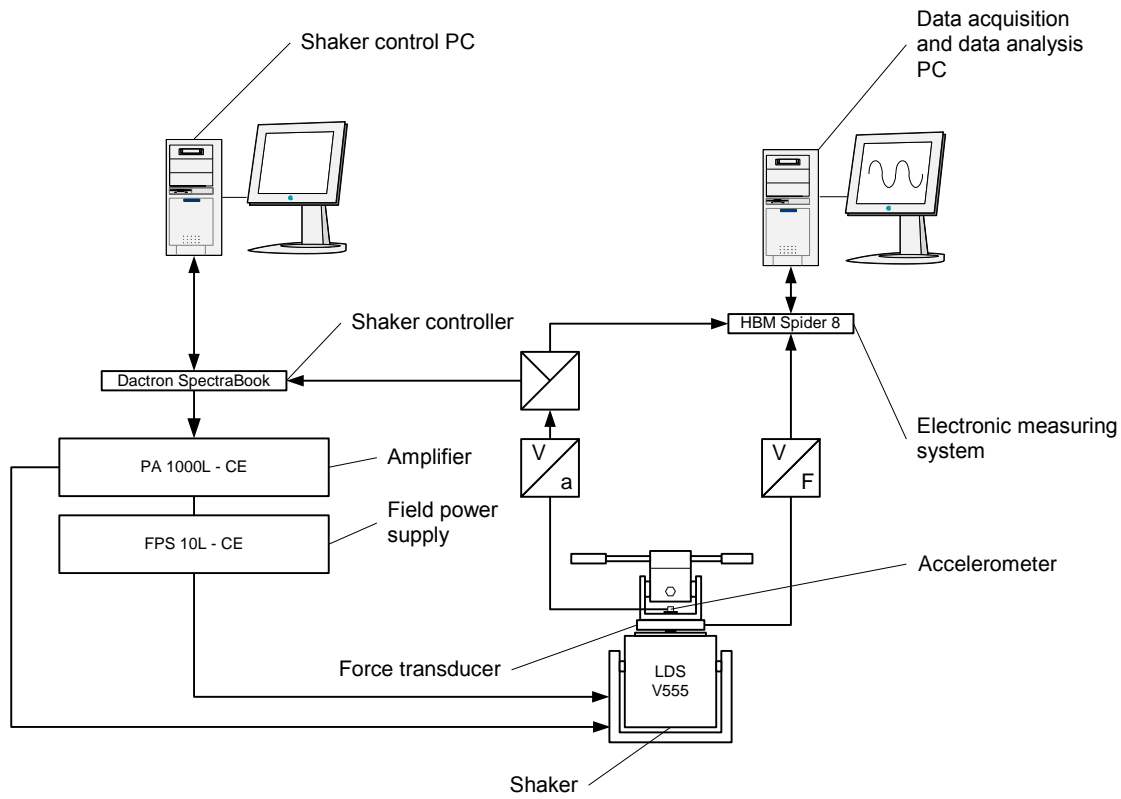
Prilikom ispitivanja dinamičkih karakteristika prigušivača snimljene su sljedeće karakteristike:

- snaga koju prigušivač disipira,
- fazni kut između brzine i sile kojom prigušivač djeluje na vodič te
- mehanička impedancije prigušivača

u ovisnosti o frekvenciji.

Ispitni uzorak je učvršćen na senzor sile tako što je povezan sa krutim okruglim cilindrom (koji predstavlja uže vodiča) čiji je promjer u rasponu hvataljke prigušivača. Odgovarajućim vijcima povezani su učvršćenje, senzor sile koji mjeri silu reakcije na hvataljci i prigušivač. Piezoelektrični akcelerometar sa ugrađenom elektronikom i malom masom je kruto spojen na

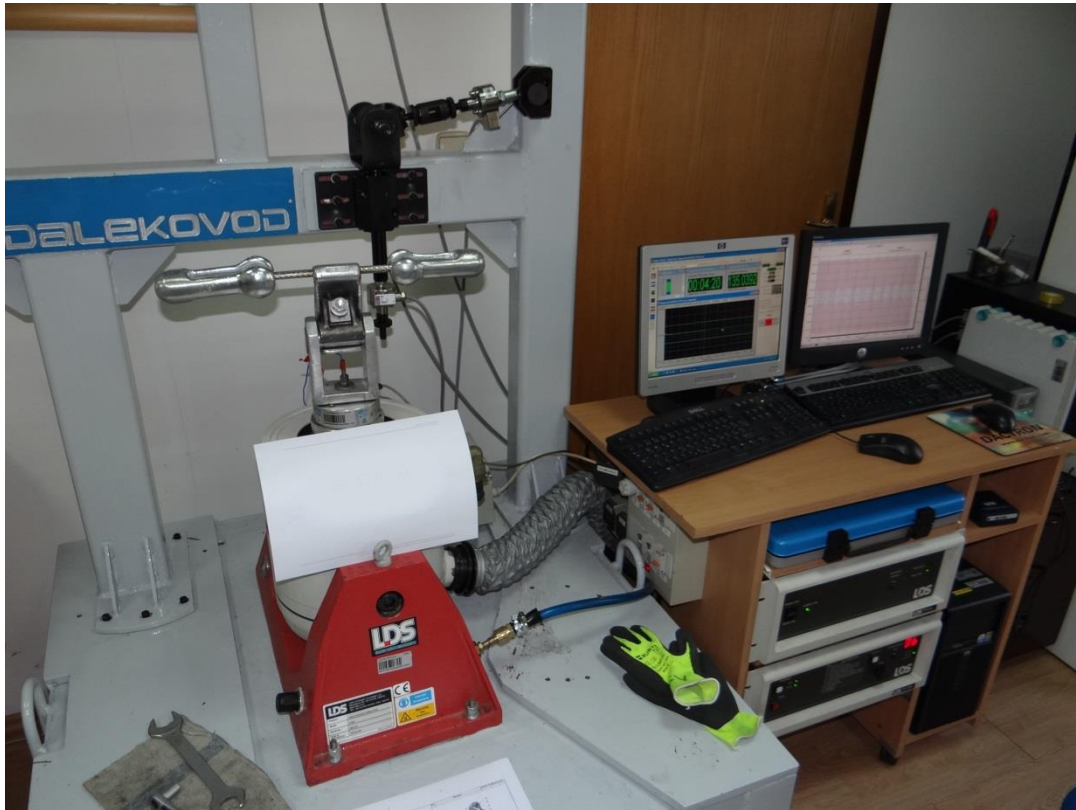
učvršćenje te mjeri akceleraciju hvataljke. Na slici 19 prikazana je shema rada uređaja za upravljanje, kontrolu vibratora te nadzor i prikupljanje podataka ispitivanja.



Slika 19. Shema kontrole vibratora i mjerenja

Dinamičke karakteristike prigušivača ispituju se prema normi IEC 61897. Zadani parametri su sljedeći: brzina hvataljke mora biti konstantna i iznosi 0,1 m/s (visina jednog vrha funkcije brzine), raspon frekvencija koji mora biti pokriven prema toj normi je  $0,18/d$  do  $1,4/d$  gdje je  $d$  promjer vodiča izražen u metrima. Brzina promjene frekvencije je 0,2 dekade/min ili 0,5 Hz/s, ovisno je li riječ o logaritamskom ili linearnom ispitivanju.

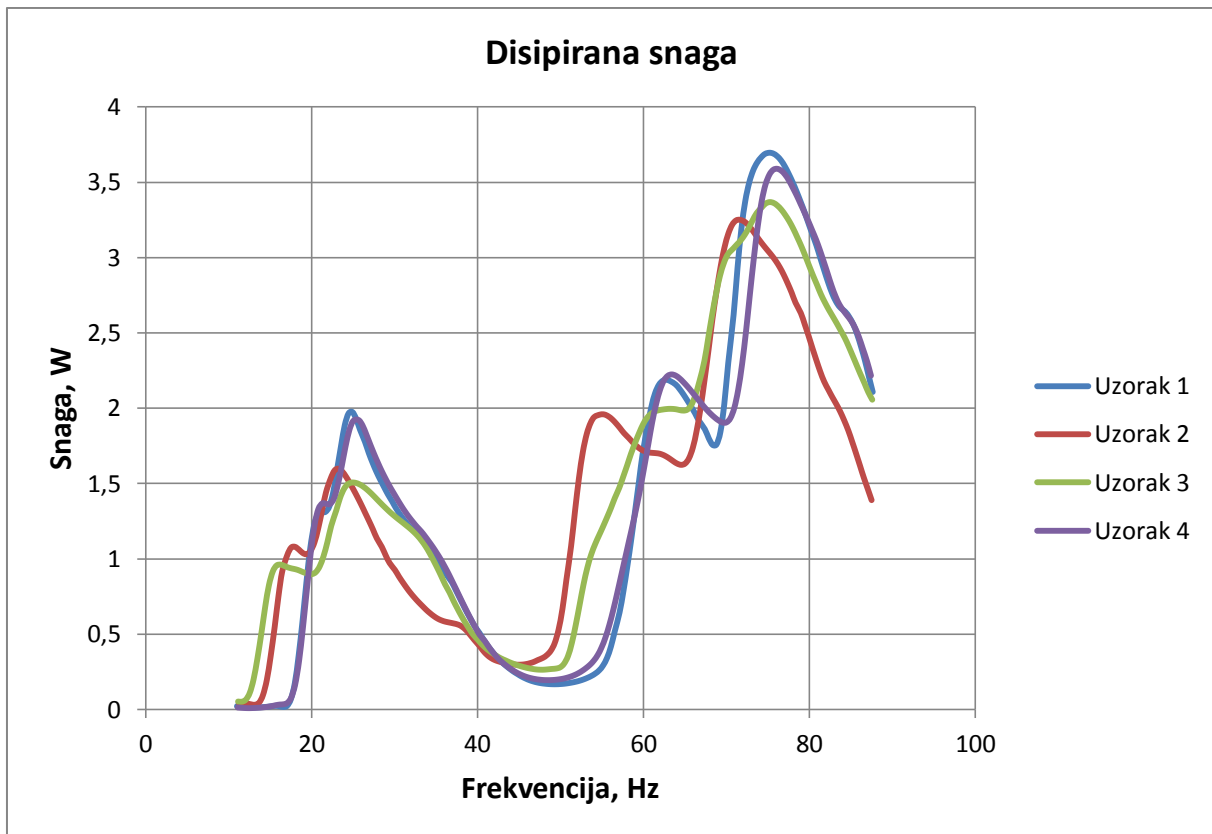
Snimanje vrijednosti akceleracije i sile na hvataljci prigušivača vrši se pomoću odgovarajućeg programskog paketa (software-a) te se nakon toga prema jednadžbama (3.13), (3.14) i (3.16) izračunavaju fazni kut, disipirana snaga i mehanička impedancija prigušivača. Slika 20 prikazuje postavljeni prigušivač vibracija na vibrator koji je spojen s računalima na kojima se obrađuju podaci.



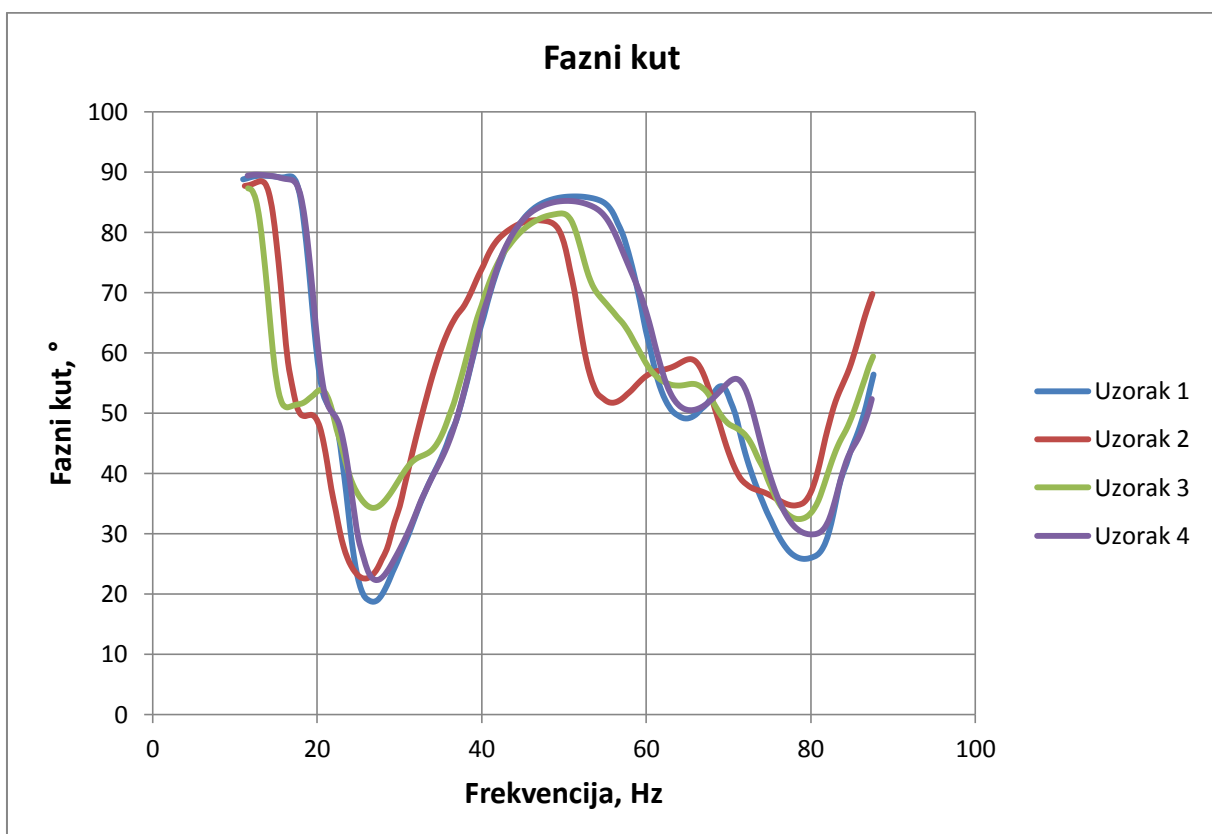
Slika 20. Eksperimentalni postav

## 4.2. Rezultati eksperimentalnog ispitivanja

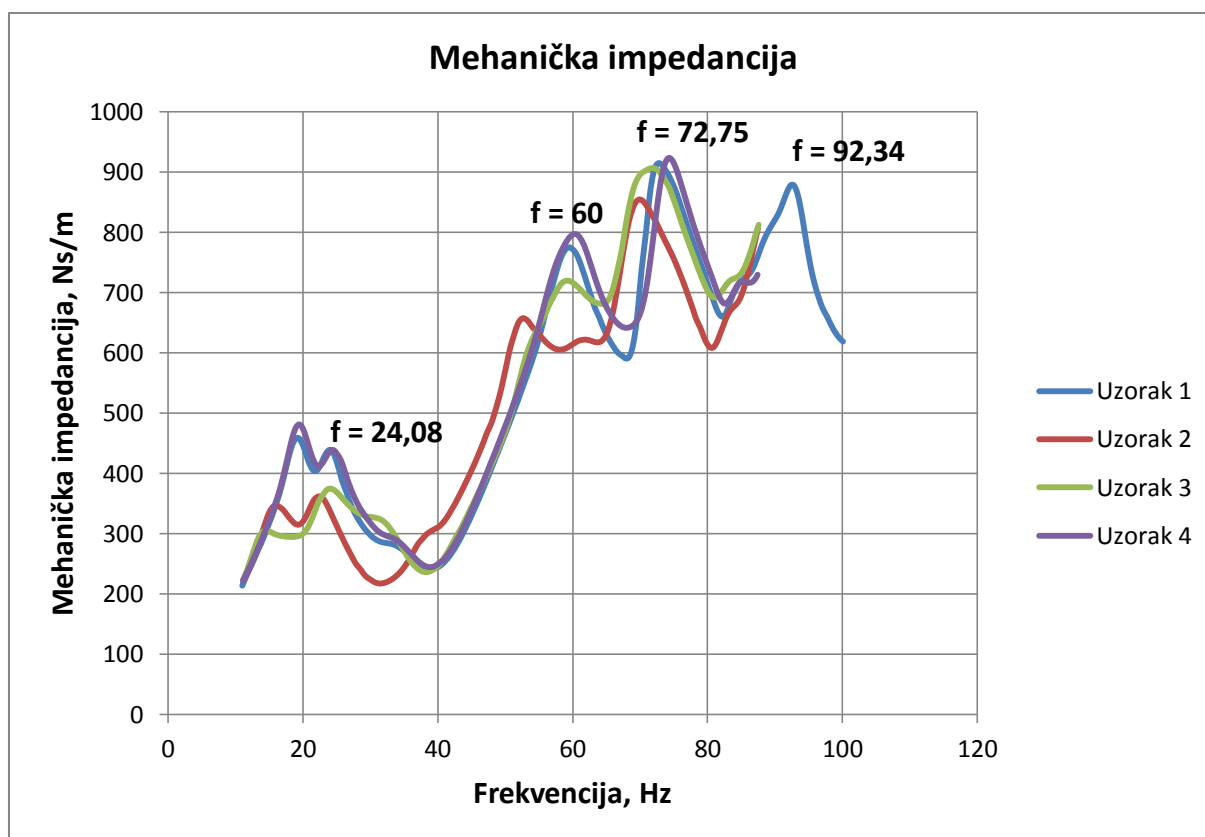
Obavljena su ispitivanja na 4 različita uzorka te je za svaki od njih prikazan graf za pojedinu karakteristiku. Grafovi mehaničke impedancije  $Z$ , faznog kuta  $\varphi$  između signala sile i brzine te snaga  $P$  koji prigušivač disipira prikazani su na slikama 21, 22 i 23. Dijagrami karakteristika prikazani su u rasponu frekvencija od 10 do 90 Hz kako je propisano normom za promjer vodiča 16 mm.



Slika 21. Eksperimentalno snimljene krivulje disipirane snage ispitnih prigušivača



Slika 22. Eksperimentalno snimljene krivulje faznog kuta ispitnih prigušivača



Slika 23. Eksperimentalno snimljene krivulje mehaničke impedancije ispitnih prigušivača

Iz eksperimentalno snimljenih krivulja mehaničke impedancije moguće je očitati vlastite frekvencije ispitnog prigušivača. Na dijagramu na slici 23 su označene frekvencije vrhova krivulje te su određene vlastite frekvencije ispitnog prigušivača pri čemu se prva rezonantna frekvencija kreće u rasponu od 18 Hz do 32 Hz, a druga se rezonantna frekvencija kreće u rasponu frekvencija od 58,8 Hz do 94,4 Hz.

## 5. Usporedba numeričkih i eksperimentalnih rezultata

Kako bismo provjerali točnost numeričkog modela Stockbridge prigušivača vibracija, dobiveni rezultati bit će uspoređeni s rezultatima eksperimentalnog uzorka koji je testiran u Dalekovod-Laboratoriju.

### 5.1. Usporedba vlastitih frekvencija

U tablici 7 prikazana je usporedba dobivenih vlastitih frekvencija primjenom programskog paketa Abaqus i eksperimentalno dobivenih vrijednosti.

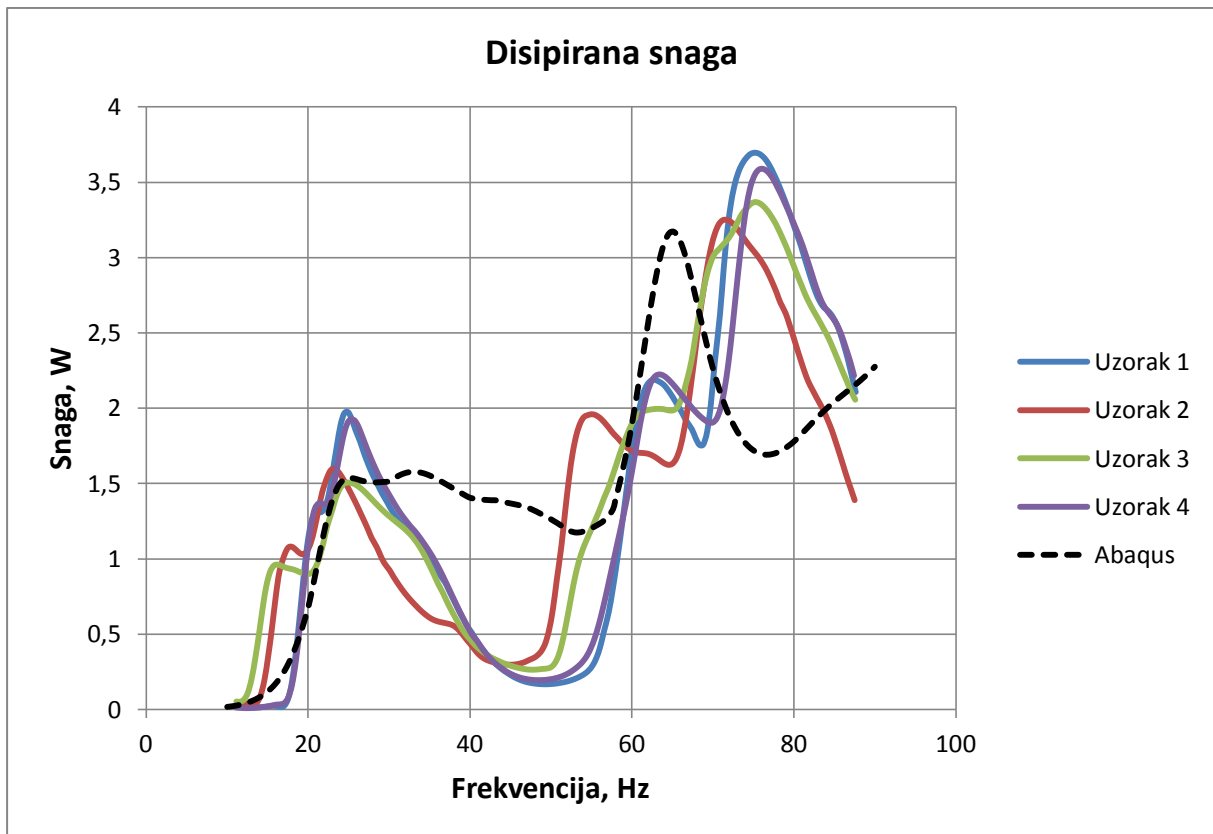
Tablica 7. Usporedba vlastitih frekvencija

Forma vibriranja	Numerička analiza [Hz]	Eksperimentalna analiza [Hz]
1	25,5	24,08
2	37,6	60
3	64,7	72,75
4	98,34	92,34

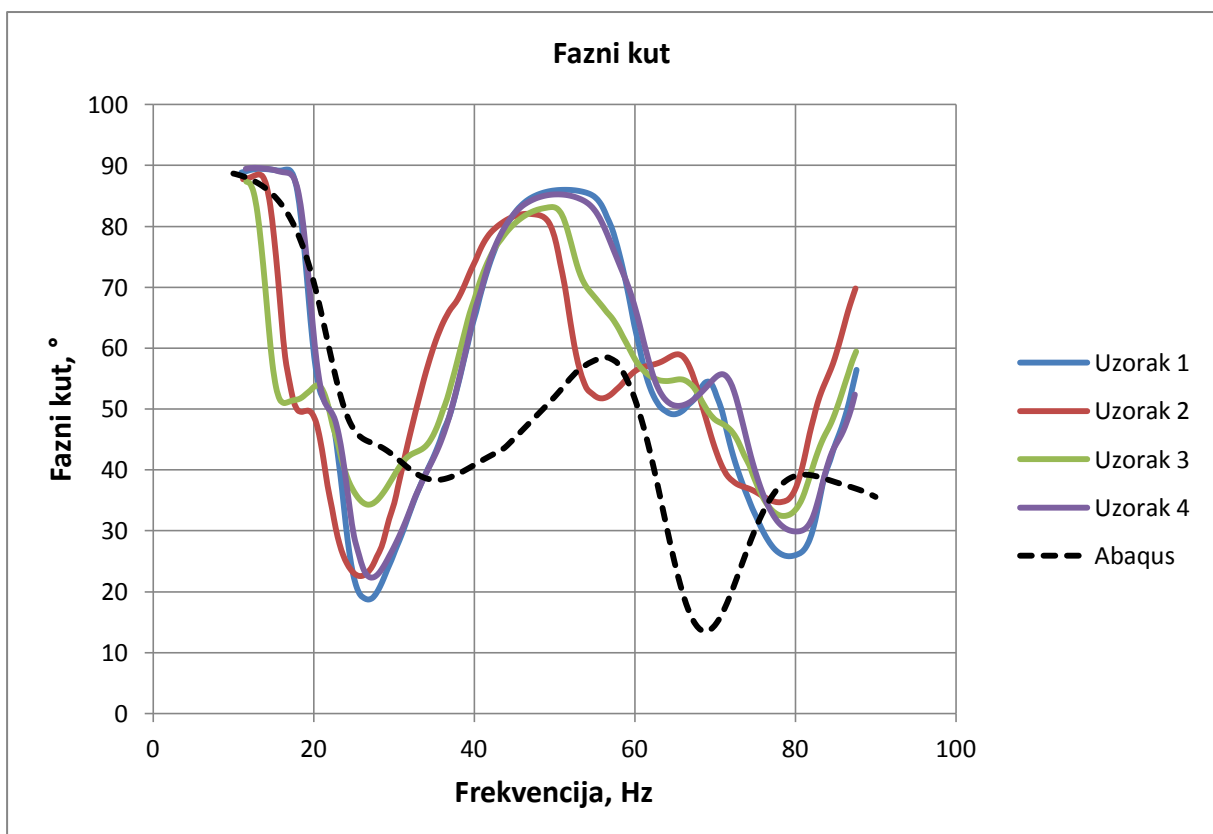
Iz tablice je vidljivo kako je poklapanje zadovoljavajuće. Jedini problem je kod druge forme vibriranja što je prisutno dosta veliko odstupanje. Može se doći do zaključka da je ova metoda relativno dobra za procjenu vlastitih frekvencija.

### 5.2. Usporedba disipirane snage, impedancije i faznog kuta

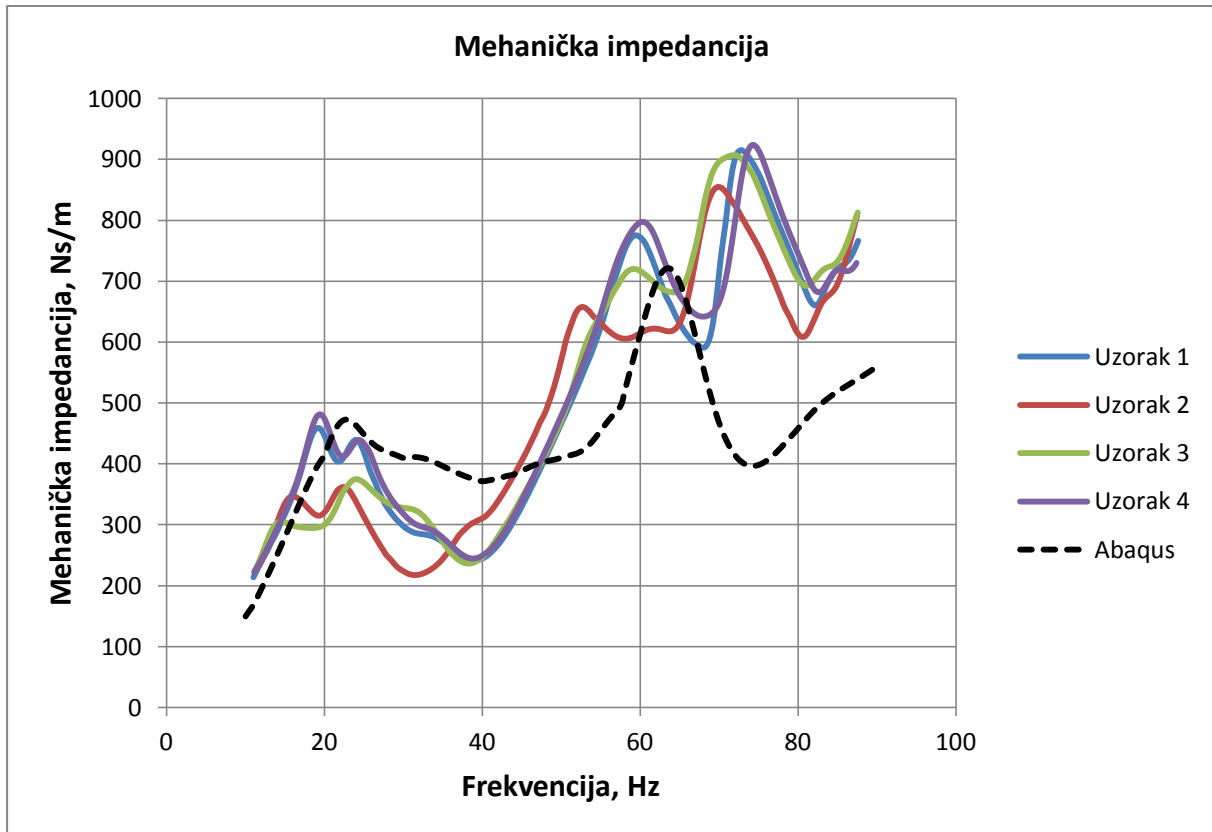
Na slici 24, 25 i 26 dani su dijagramski prikazi, tj. usporedba mehaničke impedancije, faznog kuta i disipirane snage prigušivača dobiveni primjenom programskog paketa Abaqus i eksperimentalnog ispitivanja.



Slika 24. Usporedba disipirane snage



Slika 25. Usporedba faznog kuta



Slika 26. Usporedba mehaničke impedancije

Iz dijagramskih prikaza može se zaključiti kako se do frekvencije 20 Hz, tj. pri relativno niskim frekvencijama sve tri ispitivane karakteristike podudaraju. Povećanjem frekvencije dolazi do sve veće pogreške, ali i dalje karakteristike relativno prate stvarne vrijednosti tih karakteristika. Razlog tome nalazi se sigurno u brojnim pojednostavljenjima koja su uvedena radi lakšeg i jednostavnijeg provođenja numeričke analize. Još jedan od utjecaja na ovakvo ponašanje karakteristika pri višim frekvencijama je histerezo prigušenje materijala užeta. U provedenoj analizi korišteni su Rayleighovi koeficijenti prigušenja za izračunavanje matrice prigušenja.

$$\mathbf{C} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K}, \quad (5.1)$$

gdje su  $\alpha$  i  $\beta$  koeficijenti koji množe matricu masa  $\mathbf{M}$  odnosno matricu krutosti  $\mathbf{K}$ . Jednadžbom (5.1) matrica prigušenja  $\mathbf{C}$  se prikazuje kao linearna kombinacija matrice masa  $\mathbf{M}$  i matrice krutosti  $\mathbf{K}$ .

Daljnijim razmatranjem može se ustanoviti kako utjecaj na ovakvo ponašanje karakteristika ima i nelinearna karakteristika krutosti prijenosnog užeta koja je u analizi držana konstantnom.



## 6. Zaključak

Korištenjem dobivene dokumentacije Stockbridge prigušivača vibracija u tvrtki Dalekovod d.d. izrađen je numerički model primjenom metode konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus. Prigušivač je modeliran tako da je prijenosno uže promatrano kao greda gdje su karakteristike krutosti i prigušenja uzeti iz navedene literature u kojoj su već ranije određene te vrijednosti. Na tako definiranom modelu provedena je frekvencijska i dinamička analiza. Na temelju rezultata sile na hvataljci i faznog kuta dobivenih u analizi izračunate su vrijednosti disipirane snage, mehaničke impedancije te su izrađeni dijagramski prikazani tih karakteristika Stockbridge prigušivača vibracija koji su kasnije uspoređeni s eksperimentalno dobivenim rezultatima ispitivanja koja su provedena u tvrtki Dalekovod d.d. Iz tih prikazanih dijagrama može se zaključiti da je ponašanje svih karakteristika dobivenih numeričkom metodom jako dobro do relativno niskih frekvencija. Sa porastom frekvencija javlja se sve veća pogreška iako karakteristike i dalje relativno prate stvarne vrijednosti. Razlog tomu su brojna pojednostavljenja uvedena u ovaj numerički model kao i izrazita nelinearnost ovog sustava. Može se zaključiti da ova metoda može poslužiti kao brza procjena ponašanja karakteristika ovakvog tipa prigušivača, ali se rezultati moraju interpretirati s oprezom.

## LITERATURA

- [1] Naudascher, E.; Rockwell, D.: *Flow-induced vibrations: an engineering guide*, Dover Publications, Mineola, 2005.
- [2] Harris, C. M.; Piersol, A. G.: *Harris' shock and vibration handbook*, McGraw-Hill Professional, 2001.
- [3] Stockbridge, G. H.: *Vibration damper*, U. S. Patent 1,675,391, 1928.
- [4] Wagner, H.; Ramamurti, V.; Sastry, R. V. R.; Hartmann, K.: *Dynamics of Stockbridge Dampers*, Journal of Sound and Vibration, 30., 1973.
- [5] Zenzerović, I.: *Završni rad - Određivanje mehaničke impedancije prigušivača vibracija tipa Stockbridge*, Zagreb, 2010.
- [6] Barry, O. R.: *Vibration Modeling and Analysis of a Single Conductor With Stockbridge Dampers*, University of Toronto, 2014.
- [7] SIMULIA, *Getting Started with Abaqus: Interactive Edition*: <http://129.97.46.200:2080/v6.13/books/gsa/default.htm>
- [8] IEC 61897:1998, Overhead lines, *Requirements and tests for Stockbridge type aeolian vibration dampers*, 1999.