

# Proračun čvrstoće i krutosti podvozja Formule Student

---

**Marinčić, Boško**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:678865>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Boško Marinčić**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing.

Student:

Boško Marinčić

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se izv. prof. dr. sc. Igoru Karšaju na pruženoj pomoći, korisnim savjetima te danim uputama prilikom izrade rada.

Boško Marinčić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 5 -02- 2016	Prilog
Klasa: 602-04/16-613	
Ur.broj: 15-1703-16-89	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Boško Marinčić Mat. br.: 0035177938

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće i krutosti podvozja Formule Student**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength and stiffness analysis of Formula "Student" chassis**

Opis zadatka:

U okviru završnog rada potrebno je napraviti proračun čvrstoće i krutosti podvozja Formule Student. Za poznatu geometriju potrebno je upotrebom metode konačnih elemenata napraviti analizu naprezanja i deformacija. Rezultate je potrebno provjeriti analitičkim metodama. Poželjno je napraviti usporedbu rezultata za krutost s modelima podvozja iz prethodnih modela Formule Student. Prilikom proračuna pretpostaviti kritične slučajeve opterećenja te za svaki od njih napraviti proračun.

Dodatne informacije dostupne su prema potrebi.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
25. studenoga 2015.

Rok predaje rada:  
1. rok: 25. veljače 2016  
2. rok (izvanredni): 20. lipnja 2016.  
3. rok: 17. rujna 2016.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 29.2., 02. i 03.03. 2016.  
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2016.  
3. rok: 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Igor Karšaj

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE .....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY .....	X
1. UVOD.....	1
1.1. Podvozje.....	1
2. Opis konstrukcije .....	2
3. KONAČNI ELEMENT .....	6
3.1. Prostorni gredni konačni element .....	6
3.2. Odabir i pregled grednog elementa .....	7
3.2.1. Pregled prostornih grednih elemenata.....	7
3.2.2. Dogovor oko imenovanja grednih elemenata .....	7
3.2.3. Euler-Bernullijeve (tanke) grede.....	8
3.2.4. Timoshenkove (posmično fleksibilne) grede.....	8
3.3. Orijentacija poprečnog presjeka grede.....	9
3.3.1. Koordinatni sustav poprečnog presjeka grede .....	9
4. TESTIRANJE KONAČNOG ELEMENTA.....	10
4.1. Primjer testiranja grednog konačnog elementa .....	10
5. VRSTE OPTEREĆENJA NA PODVOZJE .....	14
5.1. Opterećenja pri kočenju 1,7g .....	15
5.2. Opterećenja pri skretanju 1,5g .....	17
6. PRORAČUNSKI MODEL.....	20
6.1. Torzijski opterećeno podvoje.....	21
6.2. Simulacija u uvjetima asimetričnog opterećenja .....	24
6.3. Simulacija u uvjetima kočenja .....	30
6.4. Simulacija u uvjetima skretanja .....	36
6.5. Interpretacija dobivenih rezultata.....	42
7. ANALIZA STABILNOSTI KONSTRUKCIJE PODVOZJA .....	43
7.1. Općenito o problemu vlastitih vrijednosti.....	43
7.2. Odabir metode za rješavanja problema vlastitih vrijednosti pri analizi stabilnosti ...	44
7.3. Validacijski primjeri .....	44
7.4. Analiza stabilnosti podvozja bolida formule student.....	46
7.4.1. Asimetrično opterećenje .....	46
7.4.2. Kočenje .....	47
7.4.3. Skretanje .....	48

---

8. USPOREDBA REZULTATA ČVRSTOĆE I KRUTOSTI SA PODVOZJEM BOLIDA FSB-RT 04.....	50
9. ZAKLJUČAK.....	54
LITERATURA.....	56
PRILOZI.....	57

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Podvozje .....	2
Slika 2.	Stupnjevi slobode prostornog grednog elementa [2].....	6
Slika 3.	Imenovanje grednih elemenata u Abaqusu [3].....	7
Slika 4.	Orijentacija poprečnog presjeka [3] .....	9
Slika 5.	Prostorni nosač [4].....	10
Slika 6.	Konvergenција pomaka prostornog nosača.....	13
Slika 7.	Opterećenja pri kočenju.....	15
Slika 8.	Opterećenja pri skretanju.....	17
Slika 9.	Proračunski model .....	20
Slika 10.	Mjesta prihvata krila i ovješениh masa .....	21
Slika 11.	Rubni uvjeti u slučaju torzijskog opterećenja .....	22
Slika 12.	Određivanje torzijske krutosti podvozja [5].....	22
Slika 13.	Raspodjela pomaka u smjeru vertikalne osi .....	23
Slika 14.	Raspodjela ekvivalentnih naprežanja prema HMM teoriji .....	23
Slika 15.	Rubni uvjeti u asimetričnom slučaju opterećenja.....	24
Slika 16.	Raspodjela pomaka u smjeru vertikalne osi .....	25
Slika 17.	Raspodjela posmičnih deformacija .....	25
Slika 18.	Raspodjela deformacija u smjer uzdužne osi u lokalnom koordinatnom sustavu. 26	26
Slika 19.	Raspodjela ekvivalentnih naprežanja prema HMM teoriji .....	26
Slika 20.	Raspodjela normalnih naprežanja u smjeru lokalne aksijalne osi .....	27
Slika 21.	Raspodjela posmičnih naprežanja .....	27
Slika 22.	Raspodjela uzdužnih sila u smjeru lokalnih koordinatnih osi .....	28
Slika 23.	Raspodjela momenta uvijanja .....	30
Slika 24.	Rubni uvjeti u modelu kočenja.....	31
Slika 25.	Rezultantni pomak.....	31
Slika 26.	Raspodjela posmičnih deformacija .....	32
Slika 27.	Raspodjela deformacija u smjeru uzdužne osi .....	32
Slika 28.	Raspodjela ekvivalentnih naprežanja prema HMM teoriji .....	33
Slika 29.	Raspodjela normalnih naprežanja u smjeru lokalne aksijalne osi .....	33
Slika 30.	Raspodjela uzdužnih sila u smjeru lokalne koordinatne osi.....	34
Slika 31.	Raspodjela momenata uvijanja.....	36
Slika 32.	Rubni uvjeti u modelu opterećenja pri skretanju.....	37
Slika 33.	Raspodjela rezultantnog pomaka.....	37
Slika 34.	Posmične deformacija .....	38
Slika 35.	Duljinske deformacije .....	38
Slika 36.	Raspodjela ekvivalentnog naprežanja prema HMM teoriji .....	39
Slika 37.	Raspodjela normalnih naprežanja u smjeru lokalne aksijalne osi .....	39
Slika 38.	Raspodjela uzdužnih sila u lokalnom koordinatnom sustavu .....	40
Slika 39.	Raspodjela momenata uvijanja.....	42
Slika 40.	Prikaz rezultata izvijanja za prvi primjer .....	45
Slika 41.	Prikaz rezultata izvijanja za drugi primjer.....	46
Slika 42.	Gubitak stabilnosti kod asimetričnog opterećenja (prva vlastita vrijednost) .....	47
Slika 43.	Gubitak stabilnosti pri kočenju (prva vlastita vrijednost) .....	47
Slika 44.	Gubitak stabilnosti pri kočenju (druga vlastita vrijednost) .....	48
Slika 45.	Gubitak stabilnosti pri skretanju (prva vlastita vrijednost) .....	48
Slika 46.	Gubitak stabilnosti pri skretanju (druga vlastita vrijednost) .....	49



---

Slika 47.	Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji na prethodnom podvozju pri asimetričnom opterećenju .....	50
Slika 48.	Raspodjela rezultantnog pomaka na prethodnom podvozju pri asimetričnom opterećenju .....	51
Slika 49.	Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji na prethodnom podvozju pri opterećenju u uvjetima skretanja.....	51
Slika 50.	Raspodjela rezultantnog pomaka na prethodnom podvozju pri opterećenju u uvjetima skretanja.....	52
Slika 51.	Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji na prethodnom podvozju pri kočenju .....	52
Slika 52.	Raspodjela rezultantnog pomaka na prethodnom podvozju pri kočenju .....	53

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Pravilnikom predviđene cijevi minimalnih dimenzija .....	3
Tablica 2. Odabrane cijevi.....	5
Tablica 3. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B31 .....	11
Tablica 4. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata PIPE 31 .....	12
Tablica 5. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B32 .....	12
Tablica 6. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B33 .....	13
Tablica 7. Usporedba rezultata ekvivalentnog naprezanja i pomaka novog i prethodnog podvozja .....	53

---

**POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE**

BROJ CRTEŽA      Naziv iz sastavnice

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$\text{mm}^2$	površina poprečnog presjeka
$a$	$\text{m/s}^2$	akceleracija
$b$	-	konstanta
$B$	-	oznaka grednog elementa u programskom paketu Abaqus
$D$	mm	vanjski promjer
$d$	mm	unutarnji promjer
$E$	MPa	modul elastičnosti
$E11$	mm	duljinska deformacija u programskom paketu Abaqus
$E12$	-	posmična deformacija u programskom paketu Abaqus
$F$	N	sila
$F_{D(k)}$	N	lateralna sila na desnim kotačima pri skretanju
$F_k$	N	kritična sila izvijanja
$F_{L(k)}$	N	lateralna sila na lijevim kotačima pri skretanju
$F_{N_1}$	N	normalna sila
$F_{N_2}$	N	normalna sila
$F_{pr}$	N	uzdužna sila na prednjim kotačima pri kočenju
$F_{str}$	N	uzdužna sila na stražnjim kotačima pri kočenju
$h$	mm	visina težišta vozila
$K$	$\frac{\text{Nm}}{\circ}$	torzijska krutost
$I$	$\text{mm}^4$	moment inercije
$i_{\min}$	mm	minimalni polumjer inercije
$l$	mm	duljina
$l_0$	mm	duljina izvijanja
$l_1$	mm	razmak između prednje osovine i težišta vozila
$l_2$	mm	razmak između stražnje osovine i težišta vozila
$m$	kg	masa
$R_{p,0.2}$	MPa	granica tečenja materijala
$R_m$	MPa	vlačna čvrstoća

---

$S$	MPa	ekvivalentno naprezanje po Mises-u u programskom paketu Abaqus
$S_{I1}$	MPa	normalno naprezanje u programskom paketu Abaqus
$S_{I2}$	MPa	posmično naprezanje u programskom paketu Abaqus
$S_{F1}$	N	uzdužna sila
$SM3$	Nm	moment uvijanja
$S_k$	-	faktor sigurnosti kod izvijanja
$T$	Nm	torzijski moment
$t$	mm	širina između kotača
$U_2$	mm	pomak u smjeru osi y
$U$	mm	rezultantni pomak
$\sigma_{ekv}$	MPa	ekvivalentno naprezanje
$\sigma_k$	MPa	kritično naprezanje koje se ne smije pojaviti u konstrukciji
$\sigma_{kr}$	MPa	kritično naprezanje kod izvijanja
$\sigma_{zavara}$	MPa	dopušteno naprezanje zavara
$\sigma_x$	MPa	normalno naprezanje
$\tau_{xy}$	MPa	posmično naprezanje
$\delta_A$	mm	pomak točke A u smjeru osi x
$\lambda$	-	vitkost štapa
$\lambda_D$	-	granična vitkost
$\mu$	-	faktor trenja
$\nu$	-	Poissonov koeficijent

**SAŽETAK**

U ovom radu je predstavljena analiza naprezanja i deformacija na podvozju bolida Formule student. Konstrukcija podvozja se sastoji od cijevi različitih dimenzija poprečnog presjeka. Glavna uloga podvozja je preuzimanje svih vanjskih i unutarnjih opterećenja, omogućavanje prihvata svih komponenti vozila te zaštita vozača od okoline.

Analiza je provedena u programskom paketu Abaqus korištenjem metode konačnih elemenata. Kao prvo je opisana geometrija podvozja i materijal. Prije samog analiziranja konstrukcije provedena je analiza na jednostavnijem primjeru konstrukcije za koju postoji analitičko rješenje kako bi se utvrdilo koliko pouzdane rezultate možemo očekivati od programskog paketa Abaqus. Pretpostavljeni su kritični slučajevi opterećenja podvozja te su izračunati ulazni podaci za samu simulaciju. Kod analiziranja naprezanja i deformacija korišten je prostorni gredni konačni element. Analiza je provedena na četiri jednaka modela s različitim opterećenjima i različitim rubnim uvjetima karakterističnim za kritične slučajeve opterećenja. Osim analiziranja naprezanja i deformacija dodatno su još analizirane unutarnje uzdužne sile i momenti uvijanja, napravljeni su proračuni izvijanja najkritičnije opterećenih cijevi te analize stabilnosti za kritične slučajeve opterećenja. Na samom kraju su uspoređeni rezultati naprezanja i pomaka trenutnog podvozja i podvozja bolida Formule student korištenog za natjecanje u 2014. godini.

Ključne riječi: deformacije, greda, gredni elementi, izvijanje, metoda konačnih elemenata, naprezanje, pomak, podvozje, stabilnost

---

**SUMMARY**

In this thesis analysis of stress and strain on formula student car chassis is presented. Chassis construction is made of tubes with different cross section dimension. The main role of chassis is to carry all the external and internal loads, to consolidate all of the chassis components and in the end to protect the driver from the environment.

The analysis is conducted with Abaqus software using finite element method. Firstly, geometry of chassis and materials is described. Also, before analysis of this particular chassis construction was conducted, analysis of simpler construction example for which analytical solutions already existed was done in order to determine reliability of solutions provided by Abaqus software. Critical cases of chassis load were determined, and input data for simulation were calculated. In stress and strain analysis beam element was used. The analysis was conducted on four equal models with different loads and different boundary conditions for chassis load critical cases. In addition, besides stress and strain analysis, internal axial forces and torques were analyzed and beam deflection calculation of the most critical loaded beam for critical cases of load were made. In the end, comparison of stress and shift results between current and 2014 formula student car chassis is given.

Key words: beam, beam elements, buckling, chassis, displacement, finite element method, stability, stress, strain

## 1. UVOD

Cilj ovog završnog zadatka bio je analiza konstrukcije podvozja bolida Formule student FSB-RT05 namijenjenog za natjecanje 2016. godine. Samo natjecanje Formule student je natjecanje u konstrukciji i izradi bolida koje vodi Institucija inženjera strojarstva (IMechE) u suradnji sa Udruženjem automobilskih inženjera (SAE). Natjecanje zahtjeva od tima studenata da u potpunosti naprave trkaći jednosjed. Natjecanje se održava na godišnjoj razini, sastoji se od različitih disciplina koje se dijele na statičke (prezentacija, izvještaj o troškovima i izvještaj o konstrukciji) i dinamičke (test ubrzanja, test osmice na kojem se provjeravaju dinamička svojstva ovjesa, test, test ekonomičnosti i test izdržljivosti). Svaka disciplina donosi različit broj bodova koje dodjeljuju suci, pretežito iskusni inženjeri, a pobjednički tim je tim s najviše osvojenih bodova.

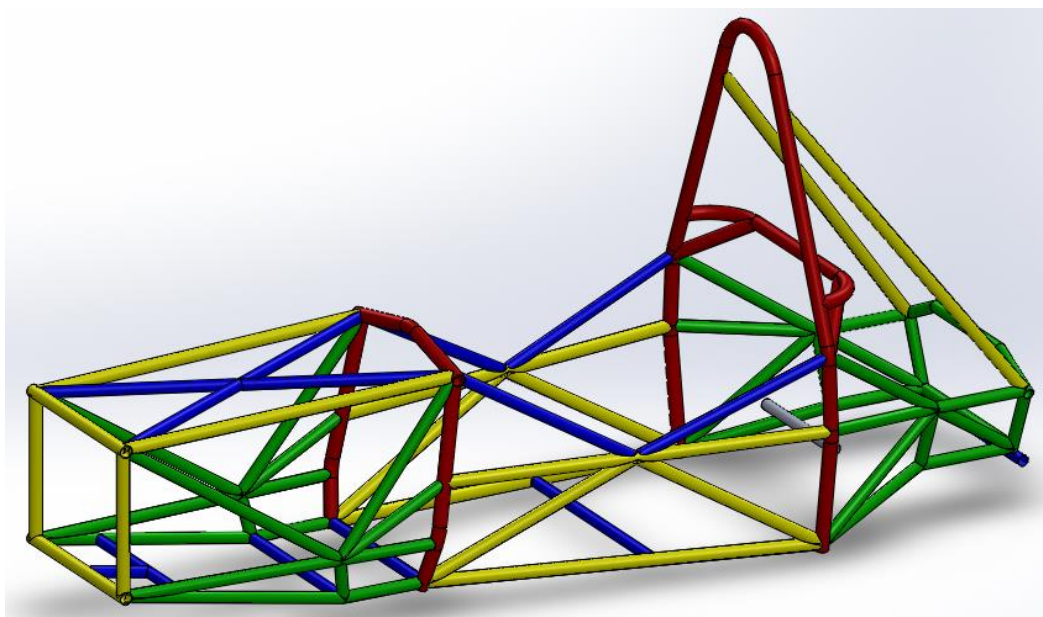
### 1.1. Podvozje

Podvozje je jedno od najvažnijih dijelova automobila. Njegova glavna uloga je osigurati vozilo s glavnom strukturom na koju sve druge komponente mogu biti spojene. Podvozje je opterećeno vanjskim i unutarnjim opterećenjima. Vanjska opterećenja dolaze od mjesta kontakta kotača i podloge, prenose se kroz ovjes i njegove elastične elemente te od aerodinamičkih opterećenja. Unutarnja opterećenja uzrokuje masa tereta ( u našem slučaju npr. masa vozača ), sama masa vozila te unutarnja opterećenja koja su rezultat reakcijskih sila pogona i ovjesa. Podvozje mora biti kruto u odnosu na uvijanje, a također i u odnosu na savijanje, mora moći prihvatiti i podržati sve komponente vozila, upiti sva opterećenja, a da pri tome ne dođe do izraženih deformacija. Također, poželjno je da je sama masa što manja kako bi se snaga motora iskoristila što bolje, ali također mora i dalje biti dovoljno kruto da bi držanje vozila bilo dovoljno dobro.



## 2. Opis konstrukcije

Na slici je prikazana konstrukcija podvozja u izometriji. Konstrukcija se sastoji od cijevi ovisno o konstrukcijskoj potrebi različitih duljina i različitih dimenzija poprečnog presjeka. Pravilnikom Udruženja automobilskih inženjera (FSAE) je točno određeno koji dio podvozja mora biti izveden od cijevi određenih dimenzija poprečnog presjeka. Na slici 1. su različitim bojama označene cijevi različitih debljina stjenke.



Slika 1. Podvozje

Osnovna struktura se sastoji od sljedećih komponenti podvozja:

- Glavni obruč
- Prednji obruč
- Ukrute i oslonci glavnog i prednjeg obruča
- Bočne udarne strukture (zone)
- Prednje pregrade
- Sustav oslanjanja prednje pregrade

Crvene cijevi predstavljaju glavni obruč i prednji obruč. Glavni obruč mora biti smješten pored ili iza torza vozača, mora biti izrađen od jedne cijevi, a oblik je dobiven savijanjem. Bilo koji dio glavnog obruča iznad glavne strukture vozila mora biti ukrućen. Prednji obruč se nalazi iznad vozačevih nogu, u blizini upravljača te mora ići od najniže cijevi u konstrukciji s jedne

strane prema gore, pa nazad do najniže cijevi u konstrukciji s druge strane. Također dopušten je zakret prednjeg obruča od maksimalno 20 stupnjeva u odnosu na vertikalnu os, dok glavni obruč mora biti paralelan sa vertikalnom osi.

Žute cijevi predstavljaju prednju pregradu, vezu prednje pregrade sa prednjim obručem, bočnu udarnu zonu te ukrute glavnog obruča. Prednja pregrada mora biti izrađena od zatvorene sekcije cijevi, a njena glavna uloga je osiguravanje zaštite za vozačeva stopala. Ukrute glavnog obruča moraju biti izvedene od ravne cijevi.

Zelene cijevi predstavljaju strukturu ukruta i veza između prednje pregrade i prednjeg obruča i dio iza glavnog obruča na kojem dolaze prihvatiti za motor, ovjes i ostale dijelove. Ove cijevi ujedno čine i glavnu strukturu podvozja.

Plave cijevi se su dimenzija 25 mm x 1 mm korištene su za ukrućivanje prednjeg gornjeg dijela podvozja, za vezu između prednjeg i glavnog obruča te su korištene kao poprečne ukrute donjeg dijela podvozja. Dimenzije ovih cijevi nisu propisane pravilnikom te spadaju u grupu cijevi za specifičnu primjenu.

**Tablica 1. Pravilnikom predviđene cijevi minimalnih dimenzija**

DIO STRUKTURE	PROFIL CIJEVI
Prednji glavni obruč te cijev na koju se vežu pojasevi	Kružni presjek 1,0 inč (25,4 mm) x 0,095 inča (2,4 mm) kružni presjek 25,0 mm x 2,5 mm metrička
Bočna udarna struktura Ukrute roll hoop-a	Kružni presjek 1,0 inč (25,4 mm) x 0.065 inča (1,65 mm) Kružni presjek 25,0 mm x 1,75 mm metrička Kružni presjek 25,4 mm x 1,65 mm metrička Kvadratni presjek 25,4 mm (1 inč) x 25,4 mm (1 inč) x 1,2 mm (0,047 inča)
Ukrute između prednje pregrade i prednjeg obruča Konstrukcija iza glavnog obruča	Kružni presjek 25,4 mm (1 inč) x 25,4 mm (1 inč) x 1,2 mm (0,047 inča)

U tablici 1. su navedene dimenzije poprečnog presjeka cijevi pojedinih dijelova strukture koje su propisane pravilnikom i čije dimenzije ne smiju biti manje od navedenih.

Osim ograničenja propisanih pravilnikom u vezi geometrije također su propisana ograničenja vezana uz materijal.

U slučaju korištenja čeličnih cijevi osnovna konstrukcija automobila mora biti konstruirana od legiranih ili nelegiranih čeličnih cijevi s minimalnim udjelom ugljika od 0.1% i minimalnih dimenzija danih prema sljedećoj tablici

Također treba voditi računa o sljedećim napomenama:

1. U slučaju korištenja legiranih čeličnih cijevi debljina stjenke cijevi ne smije biti manja od debljine stjenke u slučaju kad bi koristili nelegirane čelične cijevi odnosno ne smije biti manja od debljine cijevi propisanih u gore navedenoj tablici.
  
2. Za specifičnu primjenu
  - Koristiti cijevi određenog vanjskog promjera ali s većom debljinom stjenke
  - ili koristiti cijev propisane debljine stjenke i većeg vanjskog promjera
  - ili zamijeniti cijev kružnog poprečnog presjeka kvadratnom istih ili većih dimenzija od gore navedenih
  
3. Osnovni parametri čelika i zavara koji se koriste ne smiju biti manja od sljedeće navedenih:

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$R_{p,0.2} = 305 \text{ MPa}$$

$$R_m = 365 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zavara} = 180 \text{ MPa}$$

Navedene napomene su dozvoljena odstupanja od pravilnika koja ne zahtijevaju odobrenje.

Međutim pravilnik dopušta korištenje cijevi od aluminijskih legura, titanovih legura te od legiranih čelika. Konkretno na ovom podvozju su korištene cijevi od legiranog čelika 25CrMo4 čije su dimenzije poprečnog presjeka tj. dimenzije vanjskog promjera i debljine stjenke veće od minimalnih dopuštenih navedenih u tablici.

Svojstva legiranog čelika 25CrMo4:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$R_{p,0.2} = 600 \text{ MPa}$$

$$R_m = 1000 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zavara} = 300 \text{ MPa} - \text{odabrano s faktorom sigurnosti } S=2 \text{ u odnosu na } R_{p,0.2}$$

**Tablica 2. Odabrane cijevi**

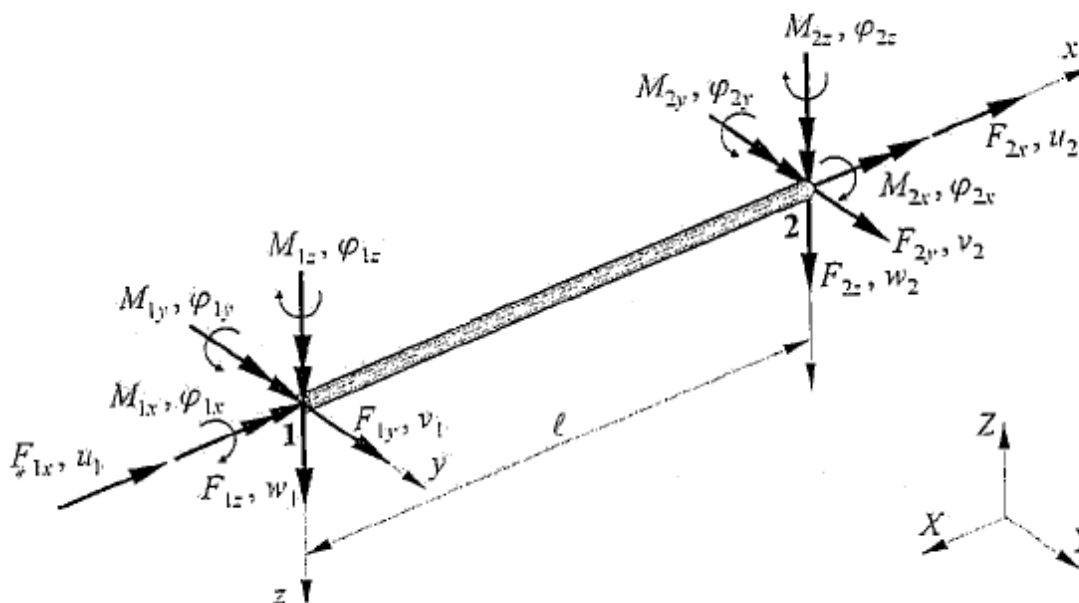
DIO STRUKTURE	PROFIL CIJEVI
Prednji glavni obruč te cijev na koju se vežu pojasevi	Kružni presjek 30 mm x 2 mm
Bočna udarna struktura Ukrute roll hoop-a	Kružni presjek 28 mm x 1,5 mm
Ukrute između prednje pregrade i prednjeg obruča Konstrukcija iza glavnog obruča	Kružni presjek 25,4 mm x 1,25 mm

U samom opisu konstrukcije su navedeni samo opći zahtjevi za konstrukciju podvozja. Osim tih općih zahtjeva postoji još niz dodatnih zahtjeva npr. koliko glava vozača mora biti udaljena od vrha obruča, kolika mora biti minimalna širina srednjeg dijela podvozja u kojem se nalazi vozač, koliko stopala vozača moraju biti minimalno udaljena od prednje pregrade itd., na koje se obratila pažnja prilikom razrade konstrukcije podvozja. Sve o općim i dodatnim zahtjevima se može naći u [1].

### 3. KONAČNI ELEMENT

#### 3.1. Prostorni gredni konačni element

Prostorni gredni elementi potrebni su za analizu okvirnih i rešetkastih konstrukcija. Prostorni gredni element je jednodimenzijski gredni element proizvoljno orijentiran u trodimenzijском Kartezijevom koordinatnom sustavu. Za element je obično vezan lokalni koordinatni sustav pri čemu se jedna os poklapa s osi konačnog elementa duž konačnog elementa, a druge dvije osi su u ravnini poprečnog presjeka. Stupnjevi slobode su tri komponente pomaka i tri komponente kutova zakreta u lokalnom koordinatnom sustavu kojima su pridružene sile i momenti prema slici 2.



Slika 2. Stupnjevi slobode prostornog grednog elementa [2]

Matricu krutosti moguće je izvesti superpozicijom matrica krutosti za različito opterećene jednodimenzijske elemente. Pri tome se pretpostavlja da su osi  $y$  i  $z$  osi lokalnog koordinatnog sustava koje leže u ravnini presjeka ujedno i glavne osi inercije, a težište poprečnog presjeka se poklapa s centrom smicanja. Na taj način poprečne sile mogu izazvati samo savijanje tj. radi njihova djelovanja ne može doći do uvijanja grednog elementa. [2]

## 3.2. Odabir i pregled grednog elementa

### 3.2.1. Pregled prostornih grednih elemenata

Abaqus nudi izbor različitih grednih elemenata. Nudi Euler-Bernoullijeve i Timoshenkove tipove greda sa punim, tankostjenim zatvorenim te tankostjenim otvorenim presjecima

Baza podataka grednih elemenata u Abaqus/Standardu uključuje:

- Timoshenkove posmično deformabilne prostorne gredne elemente ( B31) koje treba koristiti u bilo kojoj simulaciji koja uključuje kontakt;
- Ako je poprečna posmična deformacija bitna, koristiti Timoshenkove prostorne elemente drugog reda (B32)
- Ako je struktura ili vrlo kruta ili vrlo fleksibilna treba koristit prostorne gredne elemente hibridne formulacije (B31H, B32H itd.)
- Euler-Bernoullijevi (kubični) prostorni gredni elementi (B33), daju jako precizne rezultate za simulacije kod kojih je raspodijeljeno opterećenje kao i za dinamičku vibracijsku analizu ;
- Cijevni elementi;
- Prostorne strukture s otvorenim tankostjenim presjecima treba modelirati elementima koji koriste teorija savijanja otvorenih presjeka (B31OS i B32OS)

### 3.2.2. Dogovor oko imenovanja grednih elemenata

U Abaqus-u se gredni elementi imenuju na sljedeći način:



Slika 3. Imenovanje grednih elemenata u Abaqusu [3]

Na primjer, B31H je prostorni gredni element koji koristi linearnu i hibridnu formulaciju.

### 3.2.3. *Euler-Bernullijeve (tanke) grede*

Euler-Bernullijeve grede (B23, B23H, B33 i B33H) su elementi koji ne opisuju poprečne posmične deformacije, tj. poprečni presjeci, ovih elemenata ostaju okomiti na uzdužnu os grede. Stoga se mogu koristiti za modeliranje struktura sa relativno vitkim gredama. Kako kubični elementi koriste kubnu interpolacijsku funkciju, u slučaju statičke analize strukturni član često se može modelirati samo jednim elementom, a u slučaju dinamičke analize strukturni član se može modelirati malim brojem elemenata. Ovi elementi pretpostavljaju da su poprečne posmične deformacije zanemarive.

### 3.2.4. *Timoshenkove (posmično fleksibilne) grede*

Timoshenkove grede (B21, B22, B31, B31OS, B32, B32OS, PIPE21, PIPE22, PIPE31, PIPE32, i njihovi hibridni ekvivalenti) opisuju posmične poprečne deformacije. Pogodne su za modeliranje i debelih kod kojih je posmična deformacija bitna i za modeliranje tankih greda kod kojih smična deformacija poprečnog presjeka nije bitna. Također pružaju korisne rezultate sve dok je dimenzija poprečnog presjeka manja od 1/10 aksijalne duljine strukture. Za manje omjere aproksimacije koje omogućavaju da se svojstva članova opišu isključivo kao funkcije uzdužnih položaja ne pružaju zadovoljavajuće rezultate.

Abaqus pretpostavlja da je poprečno posmično ponašanje Timoshenkove grede linearno elastično s konstantnim modulima.

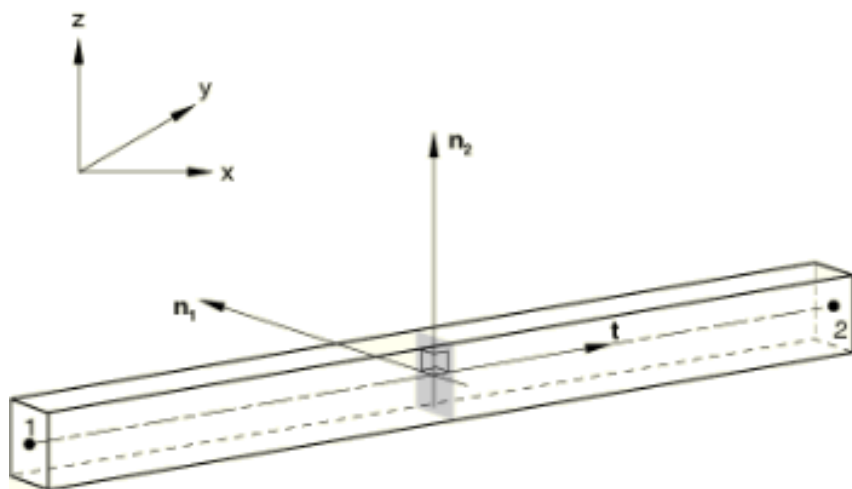
Mogu biti opterećene velikim uzdužnim opterećenjima. Uzdužna opterećenja uslijed uvijanja su pretpostavljeno mala. U kombinaciji uzdužnog i torzijskog opterećenja, točne rezultate torzijskih posmičnih naprezanja moguće je dobiti jedino ako aksijalna naprezanja nisu prevelika.

### 3.3. Orijentacija poprečnog presjeka grede

Orijentacija presjeka grede definirana je u obliku lokalnog, desnokretnog koordinatnog sustava i može biti definirana od strane korisnika ili izračunata u Abaqusu.

#### 3.3.1. Koordinatni sustav poprečnog presjeka grede

Orijentacija poprečnog presjeka se mora definirati u globalnom Kartezijevom sustavu, gdje  $t$  predstavlja tangentu duž elementa, pozitivnu u smjeru od prvog do drugog čvora elementa a poprečni presjek grede je okomit na tu lokalnu tangentu. Vektori  $n_1$  i  $n_2$  definiraju lokalne smjerove poprečnog presjeka (1 i 2). Tri gore navedena vektora formiraju lokalni desnokretni koordinatni sustav koji je prikazan na slici.



Slika 4. Orijentacija poprečnog presjeka [3]

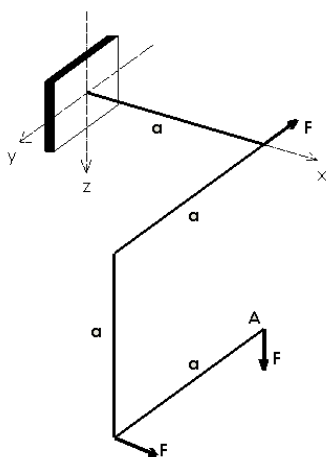


## 4. TESTIRANJE KONAČNOG ELEMENTA

Korak koji je potrebno napraviti prije analiziranja bilo kakve konstrukcije metodom konačnih elemenata pa tako i podvozja je testiranje odgovarajućih konačnih elemenata iz razloga da se dobije informacija o tome koliko pouzdane rezultate daje programski paket. Testiranje se stoga obavlja na jednostavnim primjerima za koje mogu izračunati analitička rješenja ili za koje su analitička rješenja već poznata. Poznata analitička rješenja se uspoređuju sa rješenjima dobivenim metodom konačnih elemenata pomoću programskog paketa Abaqus koji nudi određene tipove elemenata. U okviru testiranja potrebno je prikazati i konvergenciju rješenja dobivenih metodom konačnih elemenata prema analitičkom rješenju.

### 4.1. Primjer testiranja grednog konačnog elementa

Na slici je prikazan prostorni nosač čije dimenzije poprečnog presjeka iznose  $\varnothing 25,4 \times 2$  mm



Slika 5. Prostorni nosač [4]

$F = 100$  N,  $a = 300$  mm,  $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$ ,  $D = 25,4$  mm,  $d = 21,4$  mm

Analitičko rješenje pomaka u točki A u smjeru osi x dobiveno pomoću izraza Mohrovog integrala iznosi [5]:

$$\delta_A = 1,976 \cdot \frac{Fa^3}{EI} = 2,5063 \text{ mm} \quad (1)$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = 10136,75 \text{ mm}^4 \quad (2)$$

## Element B31

U tablici 11 su prikazani iznosi pomaka u točki A pod djelovanjem sila  $F$  dobiveni diskretizacijom prostornog nosača elementom B31 za različit broj konačnih elemenata. Iz rezultata je vidljivo da povećanjem broja konačnih elemenata iznos pomaka konvergira prema analitičkom rješenju, ali nakon određenog broja elemenata iznos pomaka dosegne određenu vrijednost koja odstupa od analitičkog iznosa te nakon koje više nije moguće daljnje približavanje analitičkom rješenju.

**Tablica 3. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B31**

Broj konačnih elemenata	Broj čvorova	Analitičko rješenje	Cijevni poprečni presjek Pomak	Odstupanje od analitičkog rješenja
4	5	2,5063	2,5714	2,53 %
8	9	2,5063	2,5352	1,14 %
20	21	2,5063	2,5251	0,74 %
40	41	2,5063	2,5236	0,68 %
80	81	2,5063	2,5233	0,67 %

## Element PIPE 31

U tablici 12 su prikazani iznosi pomaka u točki A pod djelovanjem sila  $F$  dobiveni diskretizacijom prostornog nosača elementom PIPE 31 za različit broj konačnih elemenata. Iz rezultata je vidljivo da povećanjem broja konačnih elemenata iznos pomaka konvergira identično kao i za element B31 i odstupanje od analitičkog rješenja je identično kao i za element B31.

**Tablica 4. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata PIPE 31**

Broj konačnih elemenata	Broj čvorova	Analitičko rješenje	Cijevni poprečni presjek Pomak	Odstupanje od analitičkog rješenja
4	5	2,5063	2,5714	2,53 %
8	9	2,5063	2,5352	1,14 %
20	21	2,5063	2,5251	0,74 %
40	41	2,5063	2,5236	0,68 %
80	81	2,5063	2,5233	0,67 %

## Element B32

U tablici 13 su prikazani iznosi pomaka u točki A pod djelovanjem sila  $F$  dobiveni diskretizacijom prostornog nosača elementom B32 za različit broj konačnih elemenata. Iz rezultata je vidljivo da bez obzira na povećanje broja konačnih elemenata iznos pomaka konvergira trenutno prema analitičkom rješenju također uz određeno odstupanje od analitičkog rješenja te daljnjim povećanjem broja elemenata nije moguće postići točniji rezultat.

**Tablica 5. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B32**

Broj konačnih elemenata	Broj čvorova	Analitičko rješenje	Cijevni poprečni presjek Pomak	Odstupanje od analitičkog rješenja
4	9	2,5063	2,5232	0,67 %
8	17	2,5063	2,5232	0,67 %
20	41	2,5063	2,5232	0,67 %
40	81	2,5063	2,5232	0,67 %
80	161	2,5063	2,5232	0,67 %

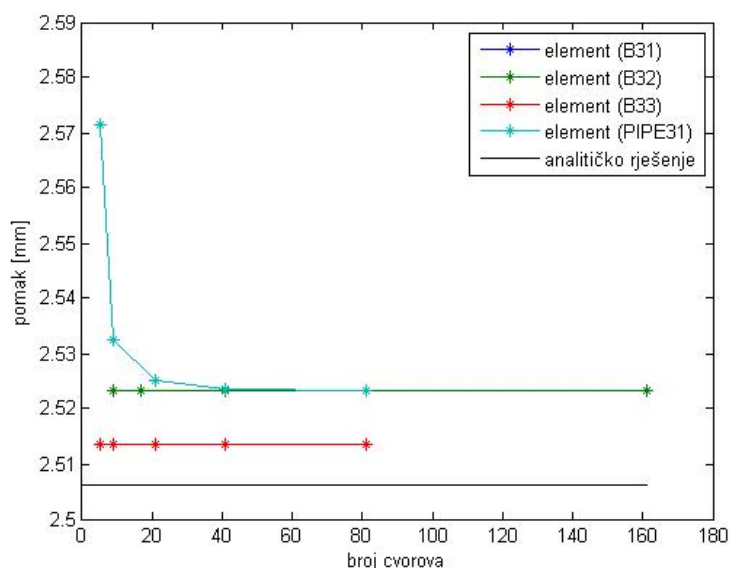
## Element B33

U tablici 14 su prikazani iznosi pomaka u točki A pod djelovanjem sila  $F$  dobiveni diskretizacijom prostornog nosača elementom B33 za različit broj konačnih elemenata. Iz rezultata je vidljivo da bez obzira na povećanje broja konačnih elemenata iznos pomaka konvergira trenutno prema analitičkom rješenju također uz određeno odstupanje od analitičkog

rješenja te daljnjim povećanjem broja elemenata nije moguće postići točniji rezultat međutim vrijednost odstupanja je niža od vrijednosti dobivenih za elemente B31 i B32

**Tablica 6. Usporedba pomaka s različitim brojem elemenata B33**

Broj konačnih elemenata	Broj čvorova	Analitičko rješenje	Cijevni poprečni presjek Pomak	Odstupanje od analitičkog rješenja
4	9	2,5063	2,5136	0,29 %
8	17	2,5063	2,5136	0,29 %
20	41	2,5063	2,5136	0,29 %
40	81	2,5063	2,5136	0,29 %
80	161	2,5063	2,5136	0,29 %



**Slika 6. Konvergencija pomaka prostornog nosača**

Na slici 6 su prikazane konvergencije rješenja elemenata B31, B32, B33 i PIPE 31 na osnovu rezultata dobivenih metodom konačnih elemenata koji su prikazani u tablicama 3, 4, 5, 6. Kako je za ovaj primjer analitičko rješenje dobiveno pomoću Mohrova integrala moguće je promatrati pomak točaka u kojima ne djeluju vanjske sile te pomak u proizvoljnom pravcu za razliku od npr. primjera riješenih pomoću drugog Castiglianova teorema pomoću kojeg je moguće jedino odrediti pomak točke u kojoj djeluje sila u smjeru djelovanja te sile. Iz validacijskog primjera je vidljivo da element B33 daje iznos pomaka koji minimalno odstupa od analitičkog.

## 5. VRSTE OPTEREĆENJA NA PODVOZJE

Za samo ispitivanje analize čvrstoće i krutosti razmatrat ćemo sljedeće kritične slučajeve opterećenja:

1. Opterećenje podvozja na torziju vrši na načina da se prednji dio podvozja optereti spregom sila tako što na mjestima prihvata prednjeg ovjesa postavimo silu u vertikalnom smjeru, a zadnji kraj bolida ukliještimo. Cilj je izračunavanje torzijske krutosti. Potrebno je da torzijska krutost bude u intervalu od 1200 do 2200  $\frac{\text{Nm}}{\circ}$  radi što bolje iskoristivosti ovjesa tj. što boljih voznih osobina vozila.
2. Pri kočenju dolazi do longitudinalnog prijenosa ovješene mase, tj. u trenutku kočenja sve ovješene mase imaju tendenciju da se po inerciji nastave gibati pravocrtno. Zbog toga se javlja longitudinalna komponenta opterećenja na podvozju. Ta longitudinalna komponenta i težina ovješene mase čine opterećenja koja se javljaju na podvozju u uvjetima kočenja.
3. Pri skretanju radi promjene smjera gibanja vozila dolazi do lateralnog prijenosa ovješene mase zbog čega se javlja lateralna komponenta opterećenja na podvozju. Ta lateralna komponenta ovješene mase i sama težina ovješene mase čine glavna opterećenja na podvozju u uvjetima skretanja.
4. Asimetrična opterećenja; javljaju se u slučaju kad bolid jednim kotačem naiđe na ispučenje ili udubljenje na cesti. Uzrokuju uvijanje šasije

Bitno je napomenuti da u trenutku izrade završnog rada svi modeli automobila nisu gotovi tako da se točan raspored mase i točna masa vozila što će nam biti bitno za određivanje opterećenja na podvozju, nisu mogla odrediti. Stoga je pretpostavljeno da će masa bolida s vozačem biti 300 kg (po nekim realnim pretpostavkama i predviđanjima masa bolida s vozačem trebala bi biti manja od 300kg ) te je pretpostavljen raspored mase 40% naprijed i 60% iza.

Iz razloga što u trenutku izrade ovog završnog rada model cijelog bolida formule student nije završen ne može se odrediti točna masa bolida, raspored mase sprijeda i straga, visina težišta vozila, stoga su na osnovu poznatih podataka pretpostavljeni sljedeći podatci:

Masa vozila s vozačem:  $m = 300 \text{ kg}$

Raspored mase sprijeda i straga: 40 : 60

Visina težišta vozila:  $h = 350 \text{ mm}$

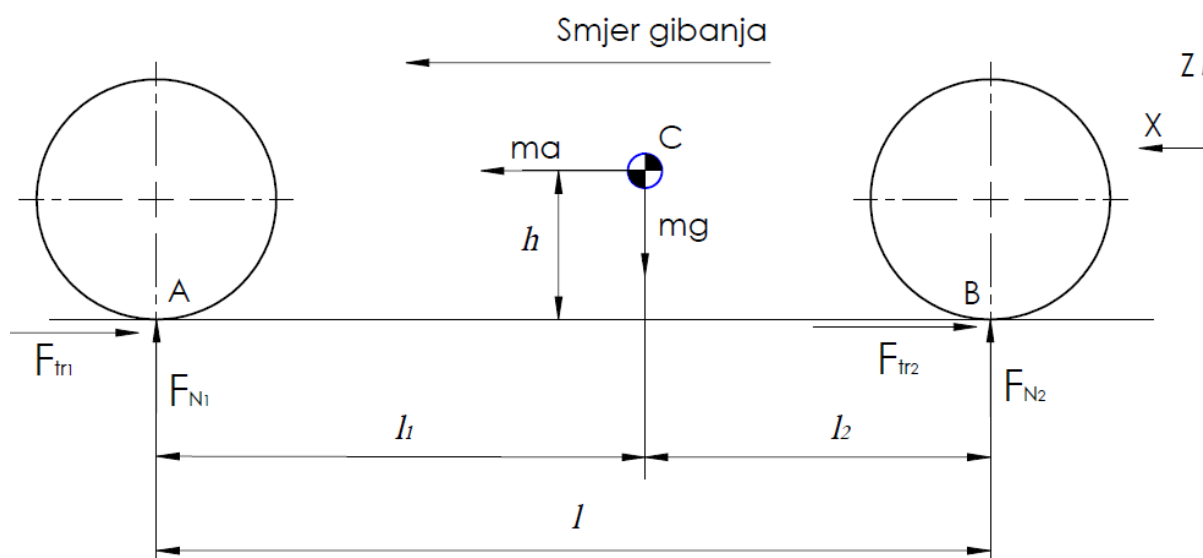
Međuosovinski razmak:  $l = 1525 \text{ mm}$

Razmak između prednje osovine i težišta vozila:  $l_1 = 915 \text{ mm}$

Razmak između stražnje osovine i težišta vozila:  $l_2 = 610 \text{ mm}$

Širina između kotača:  $t = 1300 \text{ mm}$

### 5.1. Opterećenja pri kočenju 1,7g



Slika 7. Opterećenja pri kočenju

Suma sila po x osi:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (3)$$

$$-\mu \cdot F_{N_1} - \mu \cdot F_{N_2} + ma = 0 \quad (4)$$

Suma sila po z osi:

$$\Sigma F_z = 0 \quad (5)$$

$$F_{N_1} + F_{N_2} - m \cdot g = 0 \quad (6)$$

Suma momenata oko točke B:

$$\Sigma M_B = 0 \quad (7)$$

$$F_{N_1} \cdot L + m \cdot a \cdot h - m \cdot g \cdot l_1 = 0 \quad (8)$$

Pri kočenju dolazi do uzdužnog prijenosa mase pri čemu dolazi do povećanja sile na prednjem paru kotača. Ubrzanje pri kočenju iznosi:

$$a = \mu \cdot g \quad (9)$$

Ako pretpostavimo da vozilo može razviti ubrzanje pri kočenju u iznosu od 1,7 g, slijedi:

$$\mu = \frac{a}{g} = 1,7 \quad (10)$$

Iz jednadžbi slijede izrazi za  $F_{N_1}$  i  $F_{N_2}$  koji su jednaki:

$$F_{N_1} = m \cdot g \cdot \frac{l + \mu \cdot h - l_1}{l} \quad (11)$$

$$F_{N_2} = m \cdot g \cdot \frac{l_1 - \mu \cdot h}{l} \quad (12)$$

Ako u prethodne dvije jednadžbe uvrstimo zadane vrijednosti slijedi:

$$F_{N_1} = m \cdot g \cdot \frac{l + \mu \cdot h - l_1}{l} = 300 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,525 + 1,7 \cdot 0,35 - 0,915}{1,525} \quad (13)$$

$$F_{N_1} = 2325,5 \text{ N} \quad (14)$$

$$F_{N_2} = m \cdot g \cdot \frac{l_1 - \mu \cdot h}{l} = 300 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,915 - 1,7 \cdot 0,35}{1,525} = 617,5 \text{ N} \quad (15)$$

Nakon što je izračunata normalna sila na prednjem i stražnjem paru kotača, moguće je izračunati uzdužne sile odnosno sile trenja koje se javljaju na mjestu kontakta kotača i podloge:

$$F_{\text{pr}} = \mu \cdot F_{N_1} = 1,7 \cdot 2325,5 = 3954 \text{ N} = F_{\text{tr1}} \quad (16)$$

$$F_{\text{str}} = \mu \cdot F_{N_2} = 1,7 \cdot 617,5 = 1050 \text{ N} = F_{\text{tr2}} \quad (17)$$

Iz dobivenih rezultata slijedi da ukupna vertikalna sila na kotačima iznosi 2943 N i a ukupna longitudinalna sila iznosi 5003 N

Ako ukupnu vertikalnu silu na prednjim kotačima podijelimo sa ukupnom vertikalnom silom i ako ukupnu vertikalnu silu na stražnjim kotačima podijelimo sa ukupnom vertikalnom silom slijedi:

$$\frac{2325,5}{2943} = 0,7901 = 79 \% \quad (18)$$

$$\frac{617,5}{2943} = 0,21 = 21 \% \quad (19)$$

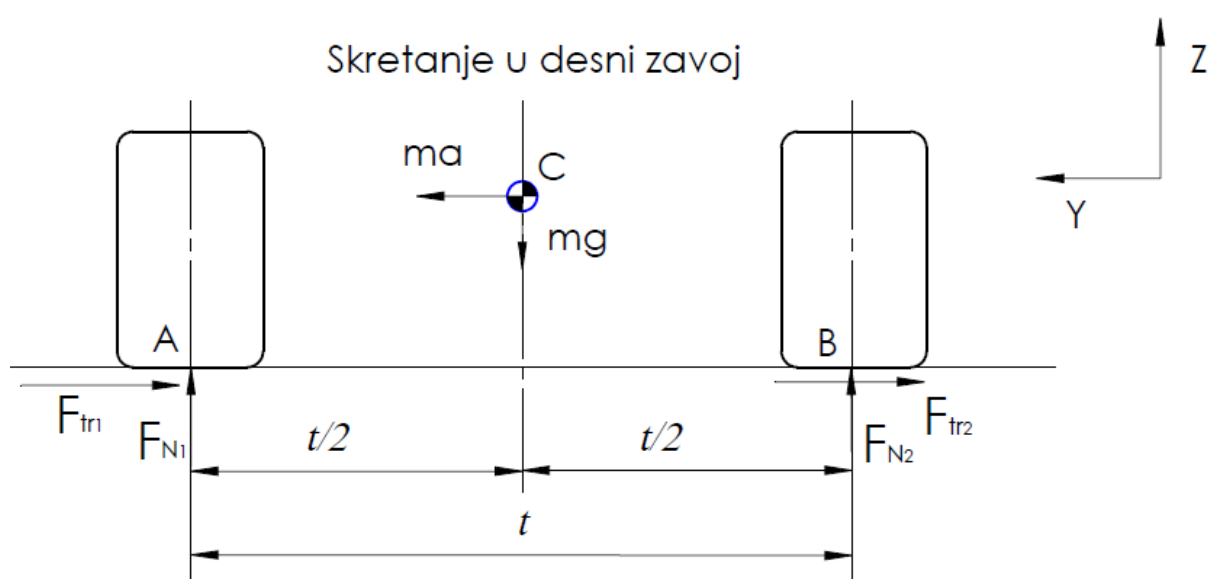
Izrazi pokazuju da je kod kočenja raspored mase 79 % naprijed i 21 % straga iz čega možemo odrediti novu poziciju točke težišta gdje je:

$$l_1 = l \cdot 0.79 = 1525 \cdot 0.79 = 1205 \text{ mm} \quad (20)$$

$$l_2 = l \cdot 0.21 = 1525 \cdot 0.21 = 320 \text{ mm} \quad (21)$$

Ovaj proračun je potreban iz razloga da odredimo novu poziciju težišta vozila u koju ćemo u sljedećim simulacijskim modelima dodati masu vozača, masu motora i hladnjaka koji čine tzv. ovješenu masu koja će se po konstrukciji podvozja raspodijeliti na odgovarajuće točke prihvatanja tih masa.

## 5.2. Opterećenja pri skretanju 1,5g



Slika 8. Opterećenja pri skretanju



Suma sila po y osi:

$$\Sigma F_y = 0 \quad (22)$$

$$-\mu \cdot F_{N_1} - \mu \cdot F_{N_2} + ma = 0 \quad (23)$$

Suma sila po z osi:

$$\Sigma F_z = 0 \quad (24)$$

$$F_{N_1} + F_{N_2} - m \cdot g = 0 \quad (25)$$

Suma momenata oko točke B:

$$m \cdot g \cdot \frac{t}{2} + m \cdot a \cdot h - F_{N_1} \cdot t = 0 \quad (26)$$

Pri skretanju dolazi do lateralnog transfera mase pri čemu dolazi do povećanja sile na vanjskom paru kotača odnosno paru kotača koji je udaljeniji od središta zavoja. Ubrzanje pri skretanju iznosi:

$$a = \mu \cdot g \quad (27)$$

Ako pretpostavimo da vozili može razviti lateralno odnosno bočno ubrzanje u iznosu od 1.5 g, slijedi:

$$\mu = \frac{a}{g} = 1,5 \quad (28)$$

Iz jednadžbi slijede izrazi za  $F_{N_1}$  i  $F_{N_2}$  koji su jednaki:

$$F_{N_1} = m \cdot g \cdot \frac{\frac{t}{2} + \mu \cdot h}{t} \quad (29)$$

$$F_{N_2} = m \cdot g \cdot \frac{\frac{t}{2} - \mu \cdot h}{t} \quad (30)$$

Ako u prethodne dvije jednadžbe uvrstimo zadane vrijednosti slijedi:

$$F_{N_1} = m \cdot g \cdot \frac{\frac{t}{2} + \mu \cdot h}{t} = 300 \cdot 9,81 \cdot \frac{\frac{1,3}{2} + 1,5 \cdot 0,35}{1,3} = 2660 \text{ N} \quad (31)$$

$$F_{N_2} = m \cdot g \cdot \frac{\frac{t}{2} - \mu \cdot h}{t} = 300 \cdot 9,81 \cdot \frac{\frac{1,3}{2} - 1,5 \cdot 0,35}{1,3} = 283 \text{ N} \quad (32)$$

Nakon što je izračunata normalna sila na lijevom i desnom paru kotača, moguće je izračunati lateralne sile odnosno sile trenja koje se javljaju na mjestu kontakta kotača i podloge:

$$F_{L(k)} = \mu \cdot F_{N_1} = 1,5 \cdot 2660 = 3990 \text{ N} = F_{tr1} \quad (33)$$

$$F_{D(k)} = \mu \cdot F_{N_2} = 1,5 \cdot 283 = 425 \text{ N} = F_{tr2} \quad (34)$$

Iz dobivenih rezultata slijedi da ukupna vertikalna sila na kotačima iznosi 2943 N, a ukupna lateralna sila iznosi 4415 N

Ako ukupnu vertikalnu silu na vanjskim i unutarnjim kotačima podijelimo sa ukupnom vertikalnom silom slijedi:

$$\frac{2660}{2943} = 0,903 = 90,3 \% \quad (35)$$

$$\frac{283}{2943} = 0,097 = 9,7 \% \quad (36)$$

Izrazi nam pokazuju da je kod skretanja raspored mase 90 % na vanjskom rubu bolida, a 10 % na unutarnjem rubu bolida iz čega možemo odrediti novu poziciju točke težišta gdje je:

$$t_1 = t \cdot 0,903 = 1300 \cdot 0,903 = 1175 \text{ mm} \quad (37)$$

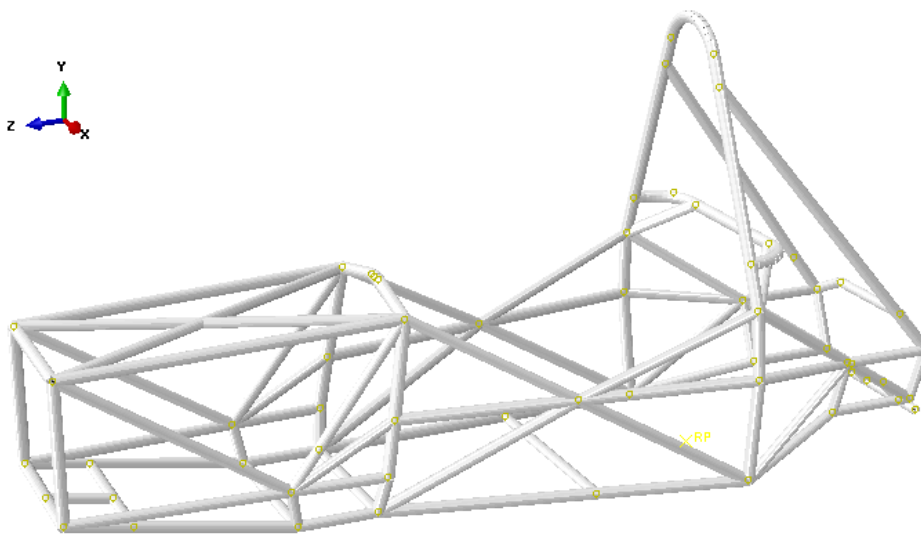
$$t_2 = t \cdot 0,097 = 1300 \cdot 0,097 = 125 \text{ mm} \quad (38)$$

Također kao i kod prethodnog slučaja opterećenja ovaj proračun koristi za određivanje nove pozicije težišta vozila u uvjetima skretanja, u koju ćemo dodati ovještene mase ( masu vozača, masu motora ) te pripadajuće lateralne komponente kojim će se zadati da se raspodjeljuju na odgovarajuće točke prihvata na podvozju.

## 6. PRORAČUNSKI MODEL

Prvi korak koji je potrebno napraviti prije same analize konstrukcije je modeliranje konstrukcije. Pošto se konstrukcija sastoji od cijevi koje su međusobno spojene zavarima, cijela konstrukcija je u Abaqusu izmodelirana kao ožičenje te su odgovarajućim žicama u modelu dodani odgovarajući profili odgovarajućih dimenzija poprečnih presjeka.

Valja napomenuti da Abaqus od korisnika ne traži da naznači mjernu jedinicu tražene veličine tj. upisuju se samo skalarne vrijednosti veličine, stoga je bitno voditi računa o mjernim jedinicama pri unosu skalarnih vrijednosti.



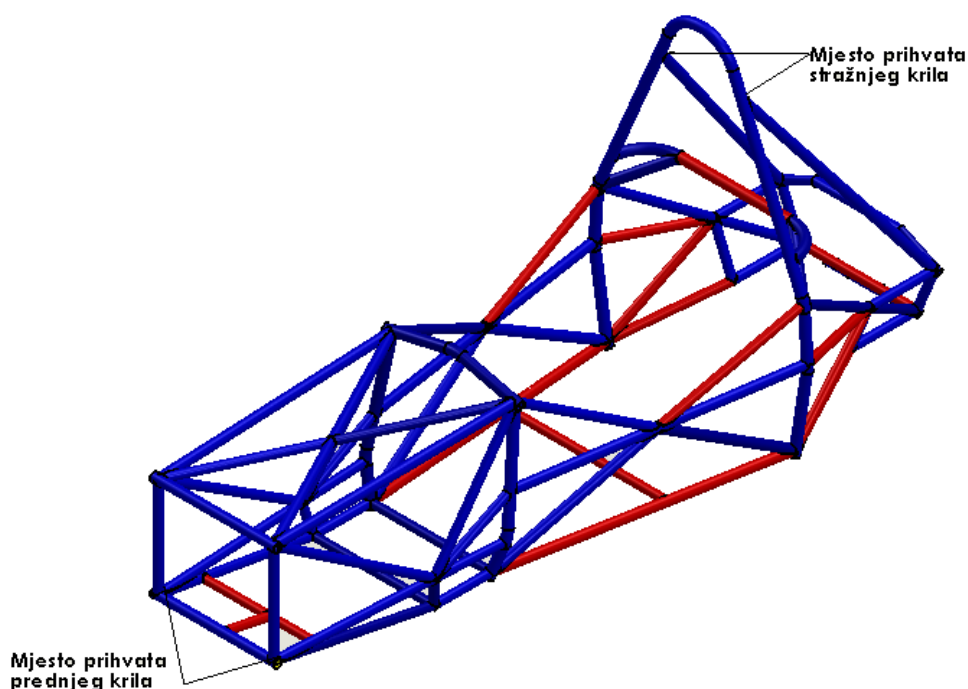
Slika 9. Proračunski model

Nakon definiranja geometrije modela potrebno je definirati svojstva materijala cijevi. U ovom slučaju to su Youngov modul koji iznosi 200 000 MPa i Poissonov faktor za koji je uzeta vrijednost 0,3

Nakon toga slijedi definiranje opterećenja i definiranje rubnih uvjeta, a potom definiranje mreže i odabir konačnog element. Pri analizi konstrukcije koristit ćemo Timoshenkov element B 32. Pošto će se analizirati četiri slučaja opterećenja ( torzijsko, asimetrično, opterećenje kod skretanja te opterećenje kod kočenja ), kod tri posljednja navedena promatrat će se utjecaj mase vozača, mase motora i ostalih dijelova na podvozje bolida. Da bi se što preciznije odredila naprezanja na podvozju potrebno je raspodijeliti utjecaj navedenih mase na dijelove podvozja koji su predviđeni za prihvaćanje tih masa. Zbog toga će se pri postavljanju simulacije koristiti funkcija "coupling" kojom će se navedene mase iz iste referentne točke tj. težišta vozila povezati sa cijevima ili točkama na podvozju na koje se prenose.

Također će se kod asimetričnog opterećenja, opterećenja kod kočenja i opterećenja kod skretanja promatrati i utjecaj aerodinamičkih sila odnosno sila potiska i sila otpora prednjeg i stražnjeg krila.

Na slici 10, prikazana su mjesta predviđena za prihvat prednjeg i stražnjeg krila. Cijevi obojane crvenom bojom prikazuju mjesta prihvata ovješene masa. Crvene cijevi na srednjem djelu konstrukcije predstavljaju dijelove konstrukcije na koja će se prihvatiti sjedalo, vatrozid, te na koje će utjecati masa vozača. Crvene cijevi na stražnjem djelu podvozja predstavljaju dijelove konstrukcije na koje će se prihvatiti motor i hladnjak.

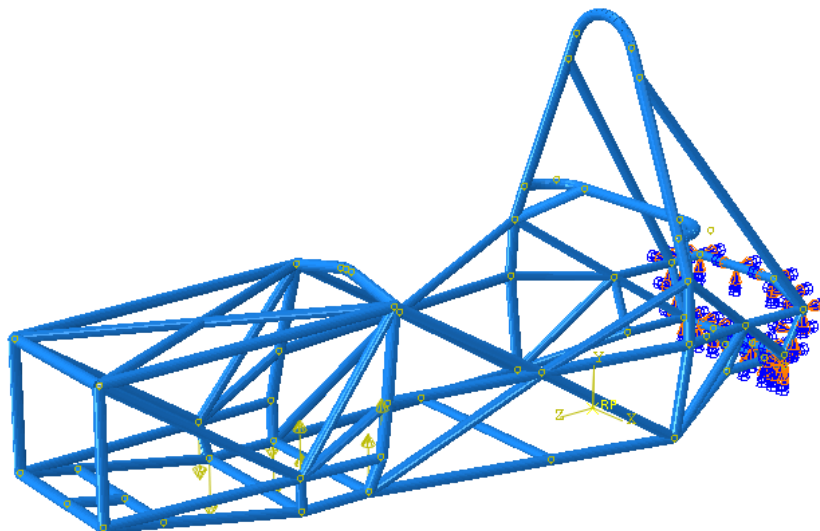


Slika 10. Mjesta prihvata krila i ovješene masa

### 6.1. Torzijski opterećeno podvoje

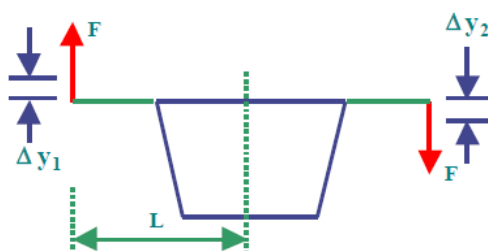
Na slici 11 su prikazani rubni uvjeti prvog proračunskog modela. Model torzijski opterećenog podvozja je ispitni slučaj opterećenja koji nam služi da bismo odredili torzijsku krutost podvozja, odnosno otpornost podvozja prema uvijanju. Iz proračuna ovjesa se izračunava vrijednost krutosti podvozja potrebna za dobro preuzimanje sila koje se javljaju na kontaktu kotača i podloge te nakon toga se nastoji postići približna vrijednost zahtijevane torzijske krutosti. Također literatura preporuča da ona iznosi od 1200 do 2200  $\frac{\text{Nm}}{\circ}$  [5].

Kao što je pokazano na slici u točkama prihvata prednjeg ovjesa zadana je sila od 375 N po točki. Na lijevoj strani podvozja zadana je sila u pozitivnom smjeru y-osi, a na desnoj strani zadana sila je u negativnom smjeru y-osi, odnosno prednji dio podvozja je preko točaka prihvata ovjesa opterećen spregom sila dok je zadnji kraj podvozja ukliješten.



**Slika 11. Rubni uvjeti u slučaju torzijskog opterećenja**

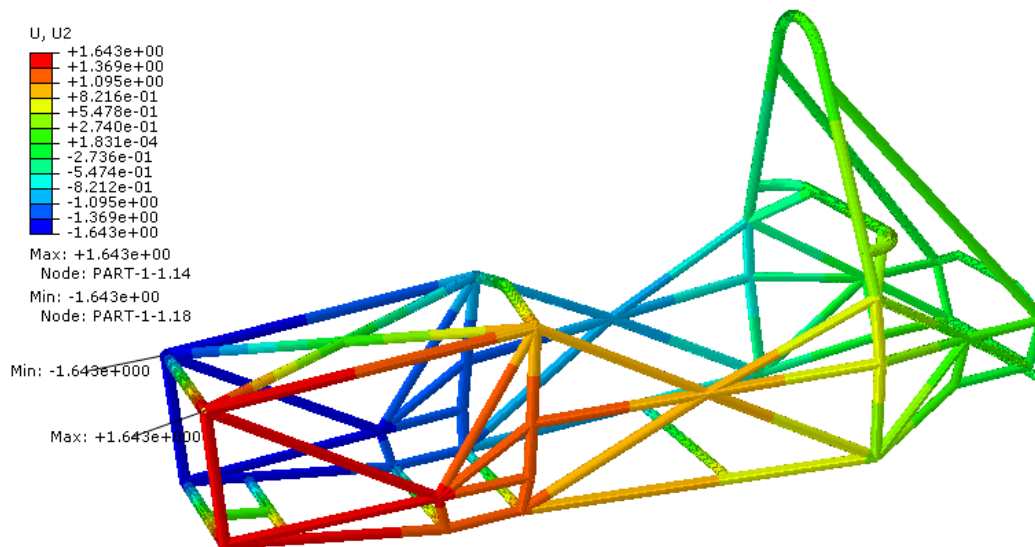
Na slici 12 je prikazan iznos pomaka u smjeru y-osi dobiven korištenjem elementa B32. Da bismo odredili torzijsku krutost potrebno je očitati iznos pomaka u točki prihvata ovjesa. Odabrana točka iz koje je očitani iznos pomaka je gornja lijeva točka prihvata ovjesa u kojoj je ujedno i najveći iznos pomaka. Traženi pomak iznosi 1,396 mm, te prema sljedećem izrazu možemo odrediti torzijsku krutost podvozja.



**Slika 12. Određivanje torzijske krutosti podvozja [5]**

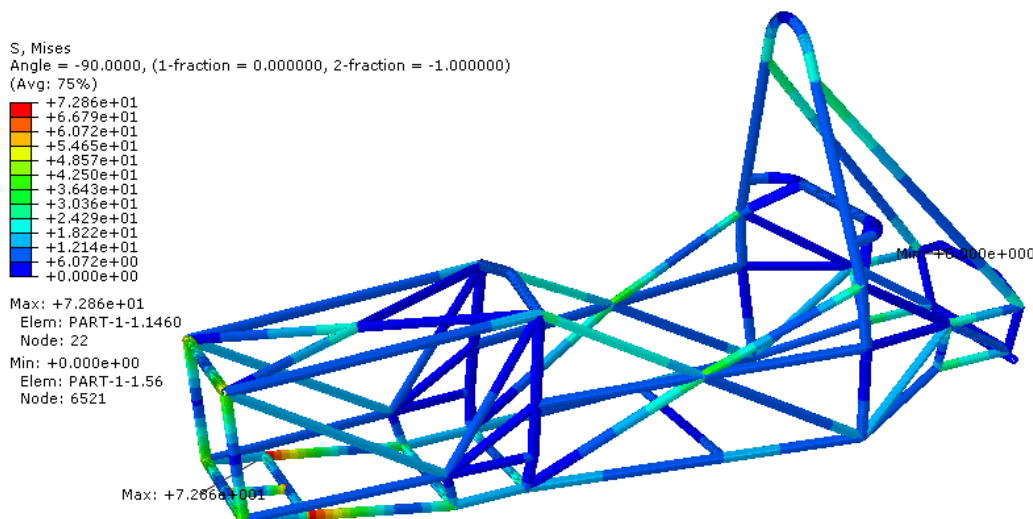
$$K = \frac{T}{\Theta} = \frac{F \cdot 2L}{\arctan\left(\frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2 \cdot L}\right)} = 1781 \frac{\text{Nm}}{\text{°}} \quad (39)$$

gdje je:  $F$  – sila kojom opterećujemo podvozje,  $L$  je krak na kojem sila djeluje, a  $\Delta y_1$  i  $\Delta y_2$  su traženi pomaci u točkama prihvata ovjesa. Krak je izmjeren u Abaqusu i iznosi 436 mm, a sila kojom opterećujemo podvozje iznosi ukupno 1500 N na lijevim i 1500 N na desnim točkama prihvata prednjeg ovjesa.



Slika 13. Raspodjela pomaka u smjeru vertikalne osi

Na slici 14 je prikazano Von Mises-ovo naprezanje u slučaju kad konstrukciju opteretimo torzijski. Maksimalno ekvivalentno naprezanje iznosi 72,86 MPa i javlja se na spoju tj. u zavaru te je znatno manje od dopuštenog naprezanja koje iznosi 300 MPa te daje faktor sigurnosti u iznosu od  $S = 4,1$ .



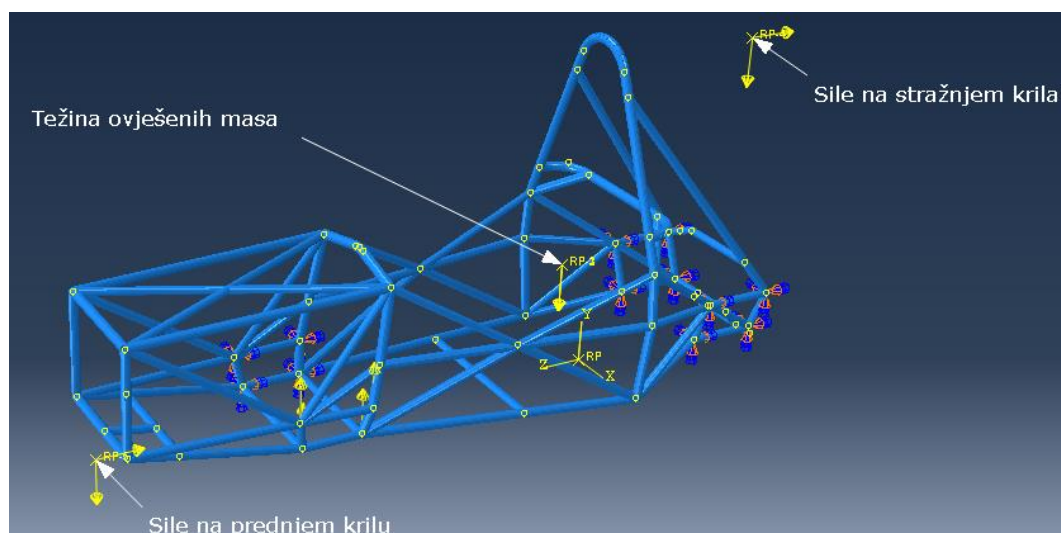
Slika 14. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema HMM teoriji

Kao što je već spomenuto ovaj slučaj opterećenja je ispitni slučaj koji služi samo za određivanje približne vrijednosti torzijske krutosti te iz toga razloga se u nastavku neće razmatrati raspodjela sila, momenata i deformacija, koje će biti razmatrane u idućim slučajevima opterećenja.

## 6.2. Simulacija u uvjetima asimetričnog opterećenja

Kod slučaja asimetričnog opterećenja se simulira nailazak bolida jednim kotačem na izbočinu ili udubljenje na stazi. Na lijevoj strani podvozja u točkama prihvata prednjeg ovjesa postavljena je vertikalna sila jednakog iznosa kao i u prethodnom proračunskom modelu tj. 375N po točki prihvata ovjesa odnosno 1500 N ukupno dok su u točke prihvata prednjeg desnog ovjesa te stražnjeg ovjesa postavljeni rubni uvjeti uklještenja. Sila od 1500 N je dobivena na način da je pri nailasku kotača na izbočinu pretpostavljeno vertikalno ubrzanje u iznosu od 10g prema [8]. Pošto masa sklopa kotača iznosi približno 15 kg slijedi da sila koja se javlja pri prelasku kotača preko izbočine iznosi 1500 N.

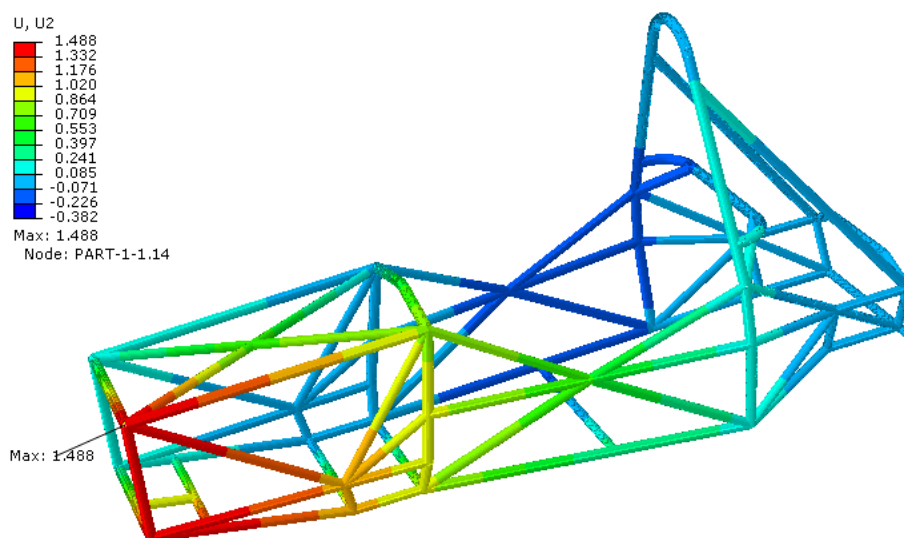
Kako slika 15 pokazuje također je u obzir uzet i utjecaj ovješene masa i utjecaj aerodinamičkih sila prednjeg i stražnjeg krila te se pretpostavlja da se vozilo giba konstantnom brzinom po pravcu, stoga se u ovom slučaju opterećenja ne javlja utjecaj lateralnih i longitudinalnih sila. Težina ovješene masa je podijeljena na težinu vozača i vatrozida koja iznosi ukupno 1000 N, te na težinu motora, hladnjaka i dijelova vezanih za njih kao što su ispuh, usis te iznosi ukupno 800 N.



Slika 15. Rubni uvjeti u asimetričnom slučaju opterećenja

Na slici 16 je prikazan maksimalni iznos pomaka u smjeru djelovanja sile  $F$ . U točkama prihvata lijevog prednjeg ovjesa zadana je sila ukupnog iznosa od 1500 N.

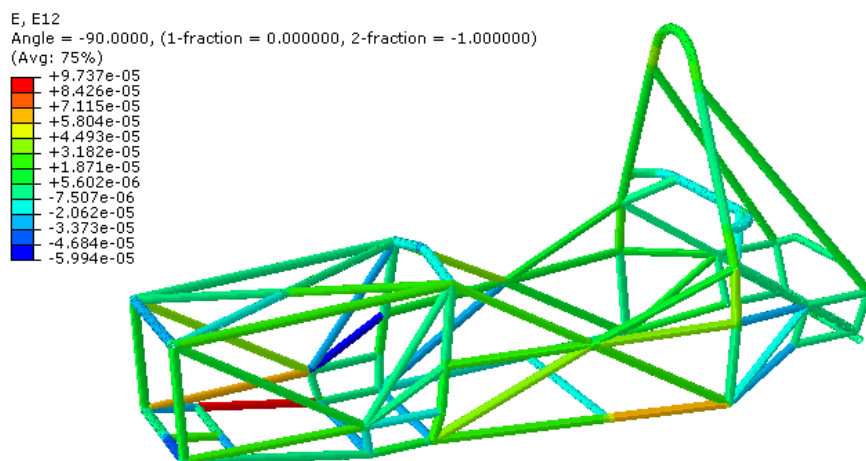
Maksimalni pomak u smjeru djelovanja sile iznosi 1,488 mm, a pošto je manji od maksimalnog pomaka iz prethodnog modela prema kojem smo izračunali torzijsku krutost može se zaključiti da je podvozje zadovoljavajuće krutosti.



**Slika 16. Raspodjela pomaka u smjeru vertikalne osi**

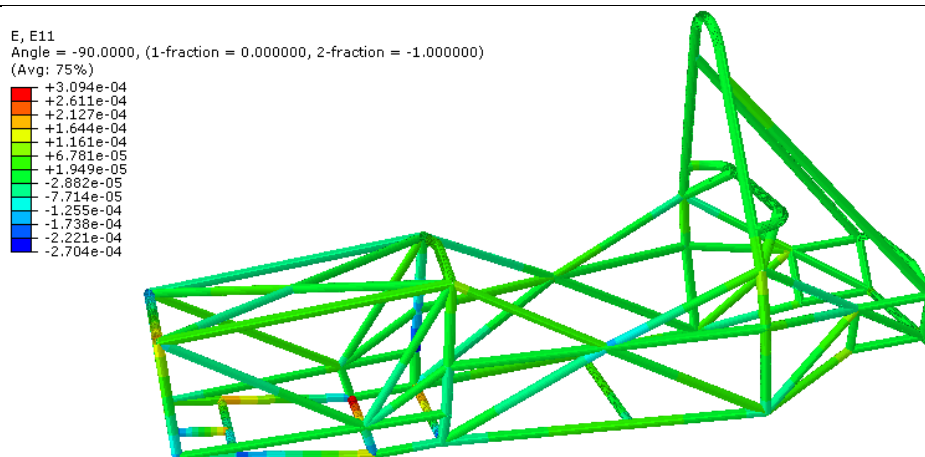
Na slici 17 je prikazana raspodjela posmičnih deformacija, te se može primijetiti da maksimalna deformacija iznosi svega  $9,737 \cdot 10^{-5}$ .

Na slici 18 je prikazana raspodjela duljinske deformacije čija maksimalna vrijednost iznosi  $3,904 \cdot 10^{-4}$  mm/mm te se usporedbom rješenja sa slika 17 i 18 može zaključiti da je duljinska deformacija dominantna u odnosu na posmičnu tj. posmične deformacije su mnogo manje od duljinskih deformacija.



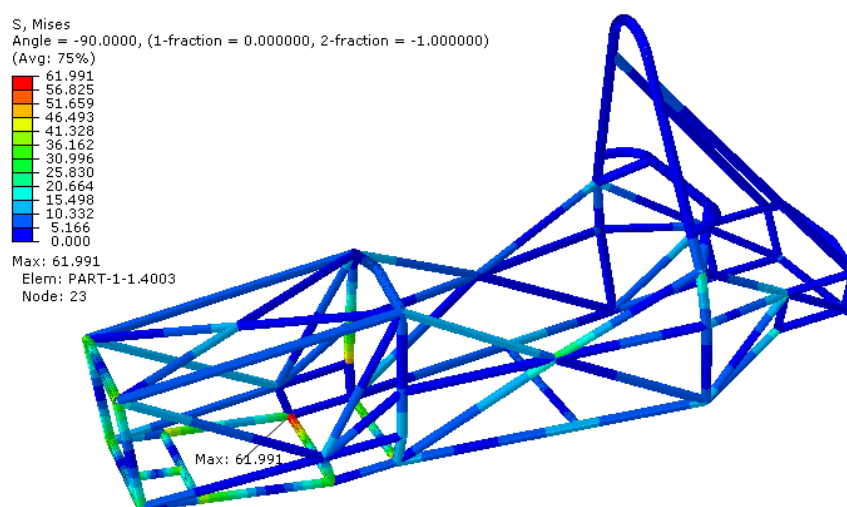
**Slika 17. Raspodjela posmičnih deformacija**





Slika 18. Raspodjela deformacija u smjer uzdužne osi u lokalnom koordinatnom sustavu

Na slici 19 je prikazano Von Mises-ovo ekvivalentno naprezanje pod uvjetima asimetričnog opterećenja. Može se vidjeti da maksimalno rezultantno naprezanje po Mises-ovoj teoriji iznosi približno 62 MPa, a javlja se u točki spoja tj. u zavaru u donjoj lijevoj točki prihvata prednjeg ovjesa što je bilo za očekivati jer je tu postavljen rubni uvjet uklještenja. Naprezanje od 62 MPa je znatno manje od dopuštenog naprezanja koje iznosi 300 MPa te nam osigurava faktor sigurnosti  $S$  u iznosu od 4,83.

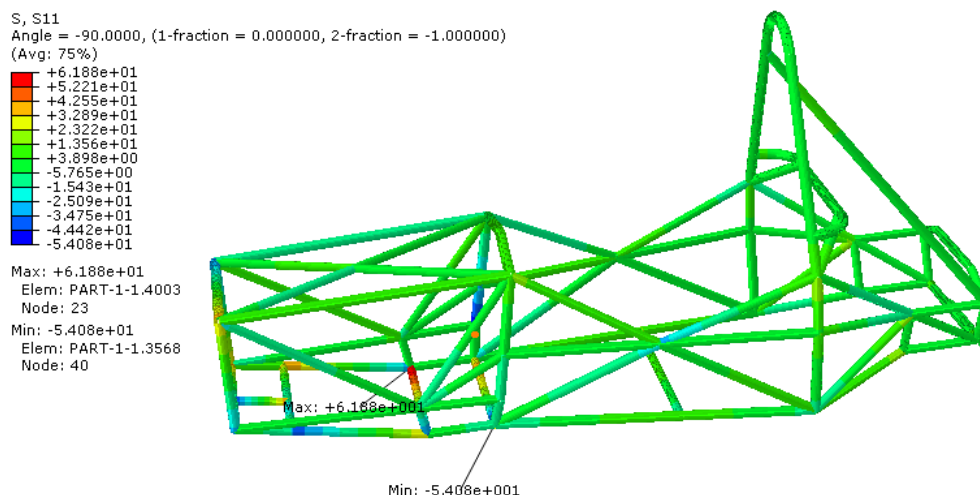


Slika 19. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema HMH teoriji

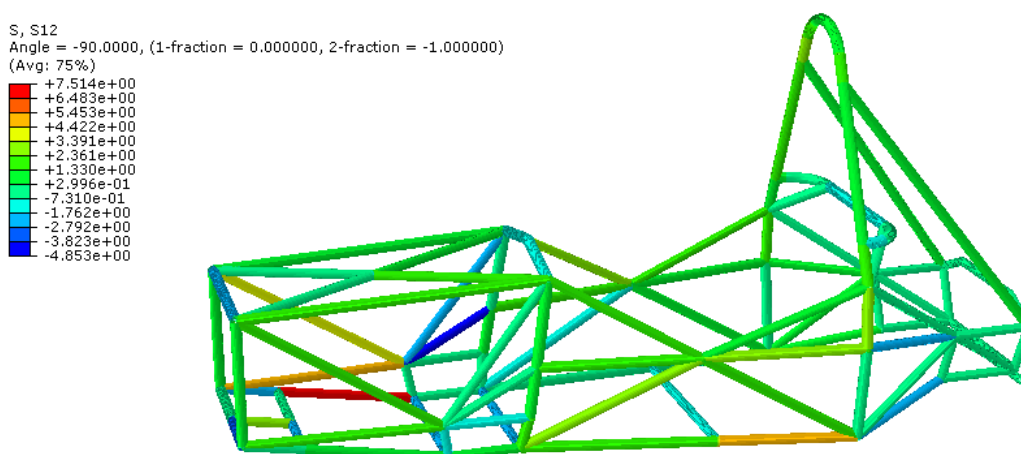
Na slici 20 je prikazana raspodjela normalnog naprezanja za asimetrični slučaj opterećenja. Iz dobivenih iznosa vidimo da je iznos maksimalne vrijednosti normalnog naprezanja približno jednak iznosu maksimalnog ekvivalentnog naprezanja. Kako Abaqus ekvivalentno naprezanje računa prema Mises-ovoj teoriji koje je opisano sljedećom jednačbom

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_x + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

možemo zaključiti da je posmično naprezanje puno manje od glavnog. To nam dokazuje i slika 21 koja pokazuje da je posmično naprezanje za red veličine manje od normalnog naprezanja.



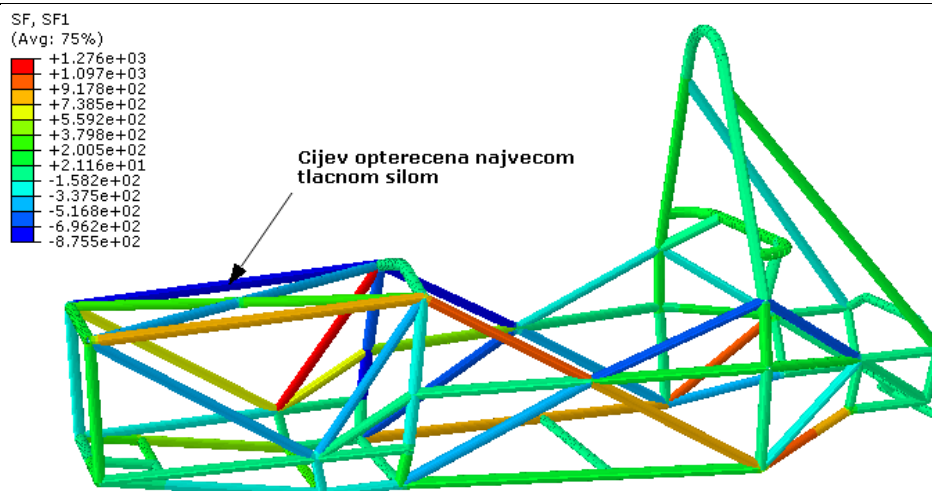
Slika 20. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru lokalne aksijalne osi



Slika 21. Raspodjela posmičnih naprezanja

Usporedbom rezultata dobivenih na slici 18 i slici 20 može se vidjeti da je raspodjela duljinske deformacije jednaka raspodjeli normalne komponente naprezanja što je i logično iz razloga što su deformacije i naprezanja povezani samo matricom elastičnosti koja je konstantna te će stoga funkcija raspodjele deformacija biti jednaka funkciji raspodjele naprezanja.

Na slici 22 je prikazana raspodjela uzdužnih sila u smjeru lokalnog koordinatnog sustava. Iz prikazanog rezultata može se vidjeti da je cijev koja povezuje glavni obroč i prednju pregradu opterećena maksimalnom tlačnom silom iznosa 877,46 N što je čini tlačno najopterećenijom cijevi te će se stoga napraviti proračun izvijanja.



Slika 22. Raspodjela uzdužnih sila u smjeru lokalnih koordinatnih osi

Prvi korak pri proračunu izvijanja je određivanje hoće li se vitkost cijevi računati po Eulerovoj hiperboli u slučaju ako se izvijanje javlja u elastičnom području ili po Johnsonovoj paraboli u slučaju ako se izvijanje javlja u plastičnom području. Prvi korak je određivanje vitkosti cijevi prema [6]:

$$\lambda = \frac{l_o}{l_{\min}} \quad (40)$$

Da bismo mogli odrediti vitkost cijevi potrebno je odrediti duljinu izvijanja. Pošto niti jedan od idealiziranih primjera u potpunosti ne odgovara zadanim rubnim uvjetima forma izvijanja se može aproksimirati idealiziranim primjerom forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = 0,5 \cdot l$ , a potom i po idealiziranom primjeru forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = l$ . Po prvoj aproksimaciji se pretpostavlja da su oba kraja cijevi uklještena, a po drugoj da su oba kraja oslonjena. Stoga duljine izvijanja iznose:

$$l_o = 0,5 \cdot l = 0,5 \cdot 785 = 392,5 \text{ mm} \quad (41)$$

$$l_o = l = 785 \text{ mm} \quad (42)$$

Minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \quad (43)$$

Pošto je profil cijevi dimenzija  $\emptyset 28 \times 1,5$  slijedi da minimalni polumjer inercije iznosi:

$$I_{\min} = I_x = I_y = \pi \cdot \frac{(D^4 - d^4)}{64} = \pi \cdot \frac{(28^4 - 25^4)}{64} = 10997,1 \text{ mm}^4 \quad (44)$$

A površina poprečnog presjeka cijevi iznosi:

$$A = \frac{(D^2 - d^2)}{4} \cdot \pi = \frac{(28^2 - 25^2)}{4} \cdot \pi = 124,87 \text{ mm}^2 \quad (45)$$

Stoga minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{10997,1}{124,87}} = 9,38 \text{ mm} \quad (46)$$

Sada se može izračunati vitkost cijevi koja iznosi:

$$\lambda = \frac{392,5}{9,38} = 41,84 \quad (47)$$

$$\lambda_D = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 10^9}{1000 \cdot 10^6}} = 62,83 \quad (48)$$

Pošto je  $\lambda < \lambda_D$  prema [6] kritično naprezanje se računa prema Johnsonovoj paraboli gdje je:

$$\sigma_{kr} = \sigma_k - b \cdot \lambda^2 = 1000 - 0,126 \cdot 41,84^2 = 779,42 \text{ MPa} \quad (49)$$

$$b = \frac{\sigma_k^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = \frac{1000^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 200000} = 0,126 \quad (50)$$

Slijedi da je kritična sila jednaka:

$$F_k = \sigma_k \cdot A = 779,42 \cdot 124,87 = 97327 \text{ N} \quad (51)$$

Sada možemo izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{97327}{877,5} = 110,91 > S_{\min} = 3 \dots 8$$

Ako pretpostavimo da se u konstrukciji podvozja javlja forma izvijanja u kojoj su oba kraja cijevi oslonjena slijedi da vitkost cijevi iznosi:

$$\lambda = \frac{785}{9,38} = 83,68 \quad (52)$$

Pošto je  $\lambda > \lambda_D$  prema [6] slijedi da se naprezanje izračunava prema jednadžbi Eulerove hiperbole koja prema [6] iznosi:

$$\sigma_k = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \cdot \frac{200 \cdot 10^9}{83,68^2} = 281,83 \text{ MPa} \quad (53)$$

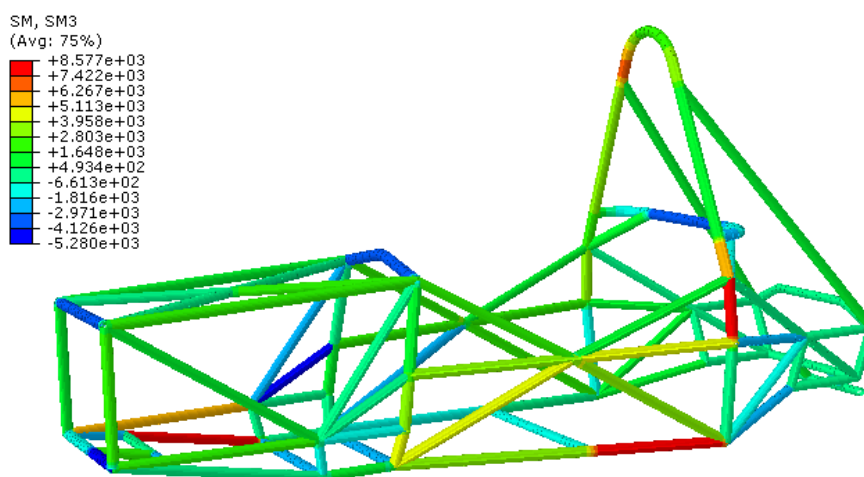
Pa slijedi da je kritična sila jednaka:

$$F_k = \sigma_k \cdot A = 281,83 \cdot 124,87 = 35200 \text{ N} \quad (54)$$

Prema tome sada se može izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{35200}{877,5} = 40,11 > S_{\min} = 5 \dots 10 \quad (55)$$

Slika 23 pokazuje raspodjelu momenata uvijanja oko lokalne osi z. Iz nje se može vidjeti da je maksimalna vrijednost momenta uvijanja 8577 Nmm, odnosno 8,57 Nm, što je iznos koji se može zanemariti.



Slika 23. Raspodjela momenta uvijanja

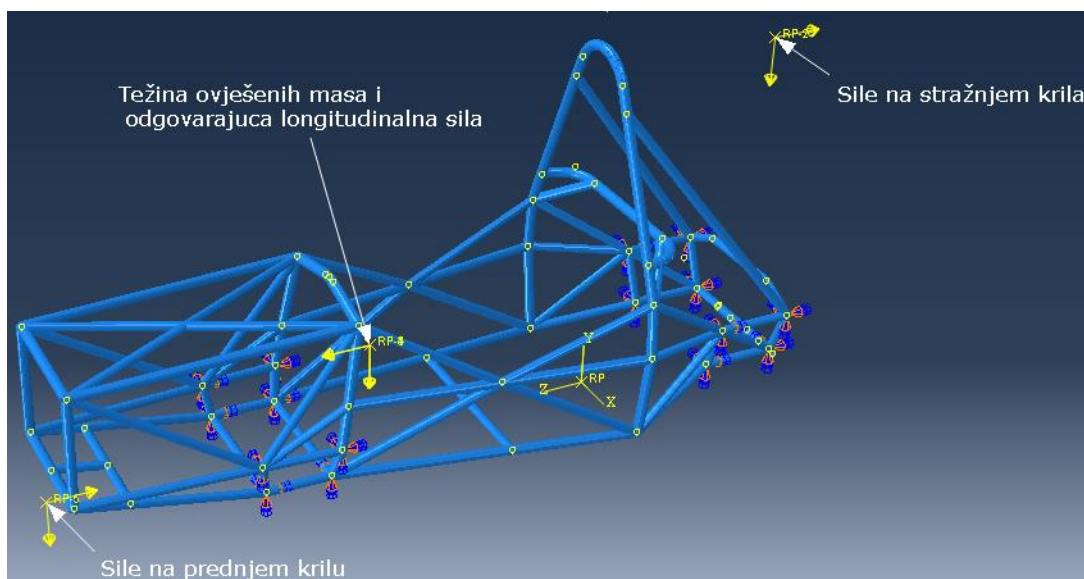
### 6.3. Simulacija u uvjetima kočenja

Pri analiziranju čvrstoće podvozja jedan od kritičnih slučajeva opterećenja je i kočenje, pri kojem dolazi do longitudinalnog transfera mase te promjene pozicije težišta vozila.

Težina ovješene mase i longitudinalne sile postaviti će se u referentnu točku koja predstavlja pomaknuto težište vozila pri uvjetima kočenja. Težina ovješene mase je podijeljena na težinu vozača i vatrozida koja iznosi ukupno 1000 N te na težinu motora hladnjaka i dijelova vezanih za njih kao što su ispuh usis te iznosi ukupno 800 N. Uz svaku od ovih težina idu i odgovarajuće longitudinalne sile iznosa 1700 N i 1360 N a rubni uvjeti pomaka postavljeni su u točkama prihvata ovjesa te su onemogućeni zakreti oko te pomaci u smjeru x, y i z-osi kao što je prikazano na slici 24.

Također u obzir će se uzeti i aerodinamičke sile nastale strujanjem zraka oko stražnjeg krila, gdje sila potiska koja djeluje u pravcu vertikalne osi iznosi 600N i sila otpora koja djeluje u

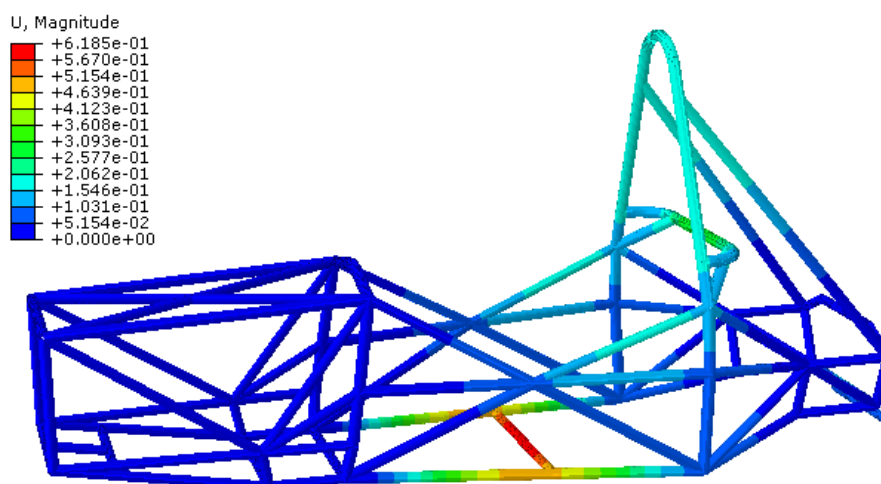
pravcu longitudinalne osi iznosi 200 N, te aerodinamičke sile nastale strujanjem zraka oko prednjeg krila gdje sila potiska iznosi 600 N, a sila otpora 100 N. Ove sile se postavljaju u referentne točke koje označavaju poziciju stražnjeg i prednjeg krila (slika 24).



**Slika 24. Rubni uvjeti u modelu kočenja**

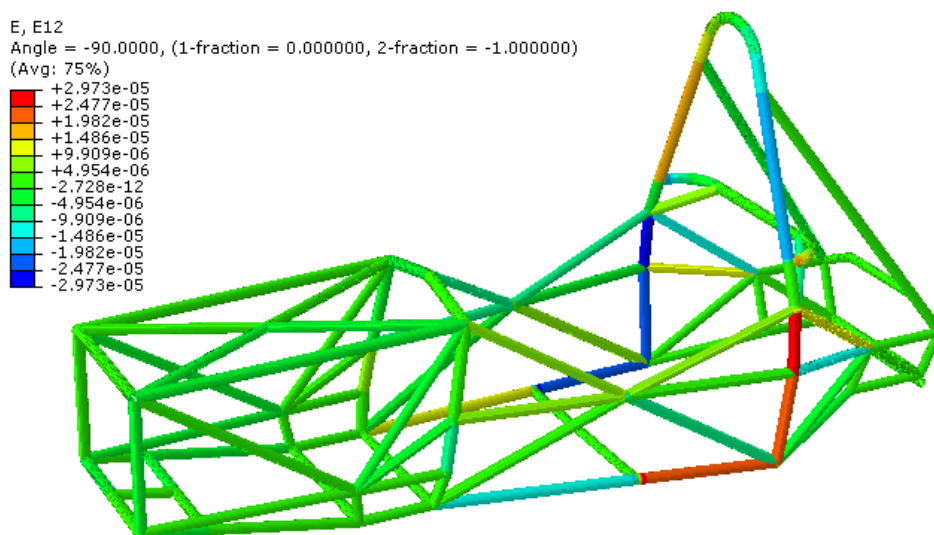
Nakon provedene simulacije dobiveni su sljedeći rezultati:

Na slici 25 prikazan je rezultantni pomak iznosa 0,619 mm. Može se vidjeti da se maksimalni iznos rezultantnog pomaka javlja na poprečnoj cijevi na srednjem djelu podvozja. Na prvu može djelovati nelogično mjesto na kojem se javlja najveći iznos rezultantnog pomaka, međutim rezultat ima smisla iz razloga što konstrukcija na tom dijelu ima najmanje poprečnih ukruta te joj je i krutost na tom mjestu najmanja.

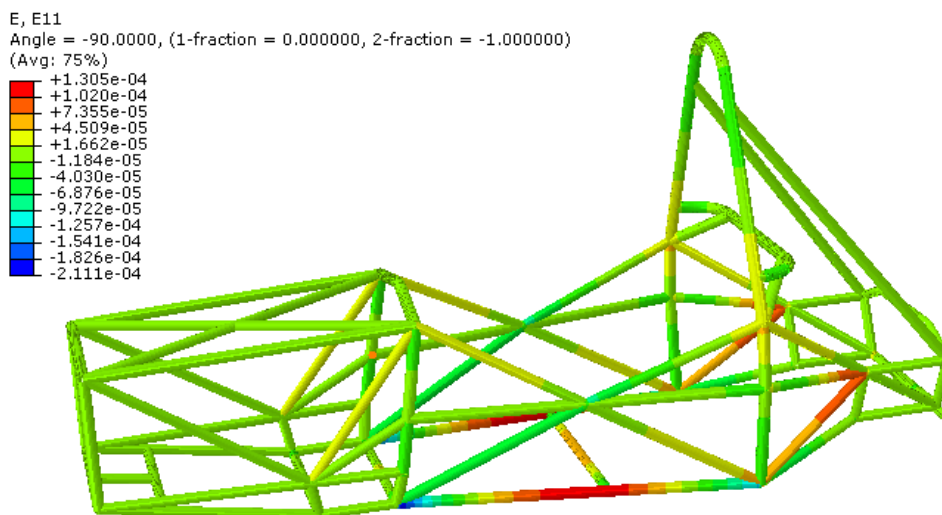


**Slika 25. Rezultantni pomak**

Na slici 27 je prikazana deformacija u smjeru uzdužne osi te je vidljivo da se najveća deformacija po apsolutnom iznosu javlja kod prednje desne točke ovjesa gdje je postavljen rubni uvjet uklještenja. Iznos joj je svega  $2,111 \cdot 10^{-4}$  mm/mm te je ujedno uzdužna deformacije i dominantna komponenta deformacija, jer ako usporedimo sliku 27 sa slikom 26 na kojoj su prikazane posmične deformacije čije je maksimalni iznos  $2,973 \cdot 10^{-5}$  možemo zaključiti da su posmične deformacije zanemarive u odnosu na uzdužne.



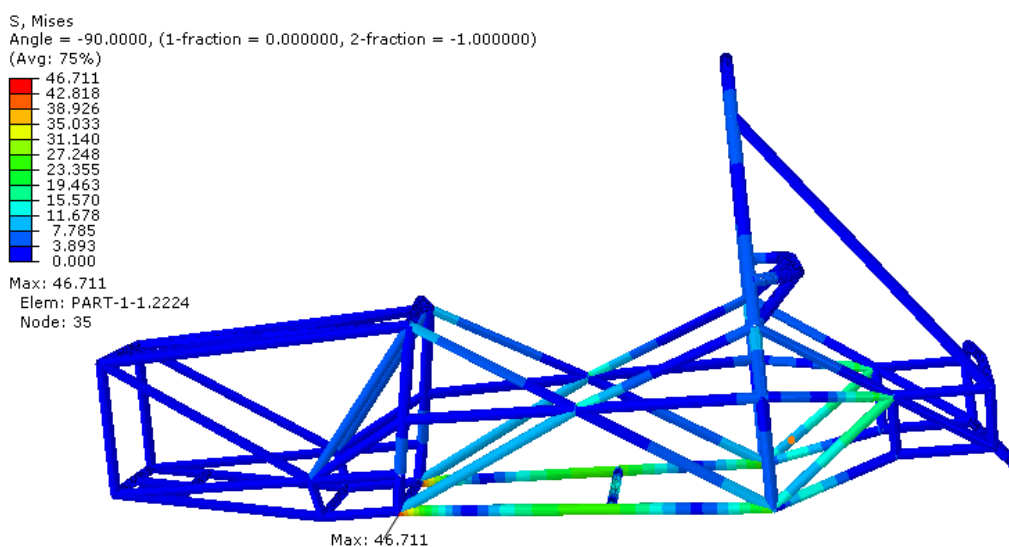
Slika 26. Raspodjela posmičnih deformacija



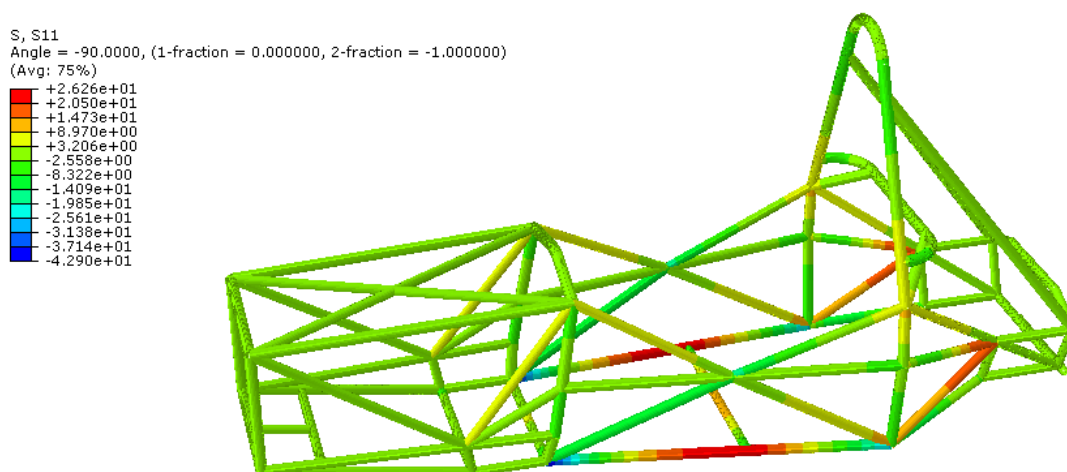
Slika 27. Raspodjela deformacija u smjeru uzdužne osi

Na slici 28 prikazano je resultantno naprezanje prema Mises-u koje iznosi 46,711 MPa. Kao što se sa slike može vidjeti najveće naprezanje se javlja u donjoj desnoj točki prihvata prednjeg ovjesa i sa lijeve i sa desne strane, što je logično jer ćemo za simetričnu konstrukciju sa simetričnim rubnim uvjetima i simetričnim opterećenjem imati simetričnu raspodjelu

naprezanja. Ako uzmemo u obzir da dopušteno naprezanje iznosi 300 MPa jasno je da je ekvivalentno naprezanje znatno manje od dopuštenog te nam daje faktor sigurnost od  $S=6,52$ . Na slici 29 je prikazana normalna komponenta naprezanja. Uspoređivanjem iznosa i mjesta na kojima se nalaze maksimalno ekvivalentno naprezanje i po apsolutnom iznosu maksimalno normalno naprezanje, možemo zaključiti da je komponenta normalnog naprezanja dominantna u odnosu na komponentu posmičnog naprezanja. Također usporedbom slika 27 i 29 vidljivo je da je raspodjela normalne komponente deformacija jednaka raspodjeli normalne komponente naprezanja. Analogno će vrijediti za posmične deformacije i posmična naprezanja.



Slika 28. Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema HMH teoriji

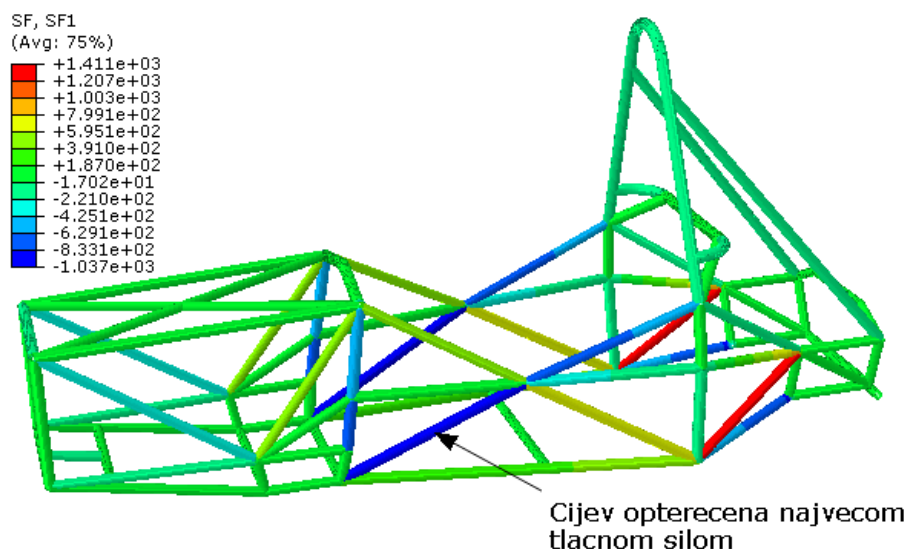


Slika 29. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru lokalne aksijalne osi

Na slici 30 je prikazan iznos uzdužnih sila u uvjetima kočenja u lokalnom koordinatno sustavu svake cijevi. Iz dobivenih se rezultata vidi da se na cijevi označenoj na slici 30 javlja uzdužna



tlačna sila od 1037 N te je to ujedno i cijev opterećena najvećom tlačnom silom. Stoga će se napraviti proračun izvijanja.



**Slika 30.** Raspodjela uzdužnih sila u smjeru lokalne koordinatne osi

Prvi korak pri proračunu izvijanja je određivanje hoće li se vitkost cijevi računati po Eulerovoj hiperboli u slučaju ako se izvijanje javlja u elastičnom području ili po Johnsonovoj paraboli u slučaju ako se izvijanje javlja u plastičnom području. Prvi korak je određivanje vitkosti cijevi prema [6]:

$$\lambda = \frac{l_o}{l_{\min}} \quad (56)$$

Da bismo mogli odrediti vitkost cijevi potrebno je odrediti duljinu izvijanja. Pošto niti jedan od idealiziranih primjera u potpunosti ne odgovara zadanim rubnim uvjetima forma izvijanja se može aproksimirati idealiziranim primjerom forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = 0,5 \cdot l$ , a potom i po idealiziranom primjeru forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = l$ . Po prvju aproksimaciji se pretpostavlja da su oba kraja cijevi ukliještene, a po drugoj da su oba kraja oslonjena. Stoga duljine izvijanja iznose:

$$l_o = 0,5 \cdot l = 0,5 \cdot 520 = 260 \text{ mm} \quad (57)$$

$$l_o = l = 520 \text{ mm} \quad (58)$$

Minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \quad (59)$$

Pošto je profil cijevi dimenzija  $\emptyset 28 \times 1,5$  slijedi da minimalni polumjer inercije iznosi:

$$I_{\min} = I_x = I_y = \pi \cdot \frac{(D^4 - d^4)}{64} = \pi \cdot \frac{(28^4 - 25^4)}{64} = 10997,1 \text{ mm}^4 \quad (60)$$

A površina poprečnog presjeka cijevi iznosi:

$$A = \frac{(D^2 - d^2)}{4} \cdot \pi = \frac{(28^2 - 25^2)}{4} \cdot \pi = 124,87 \text{ mm}^2 \quad (61)$$

Stoga minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{10997,1}{124,87}} = 9,38 \text{ mm} \quad (62)$$

Sada se može izračunati vitkost cijevi koja iznosi:

$$\lambda = \frac{260}{9,38} = 27,71 \quad (63)$$

$$\lambda_D = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 10^9}{1000 \cdot 10^6}} = 62,83 \quad (64)$$

Pošto je  $\lambda < \lambda_D$  prema [6] kritično naprezanje se računa prema Johnsonovoj paraboli gdje je:

$$\sigma_{kr} = \sigma_k - b \cdot \lambda^2 = 1000 - 0,126 \cdot 27,71^2 = 903,3 \text{ MPa} \quad (65)$$

$$b = \frac{\sigma_k^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = \frac{1000^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 200000} = 0,126 \quad (66)$$

Slijedi da je kritična sila jednaka:

$$F_k = \sigma_k \cdot A = 903,3 \cdot 124,87 = 112789 \text{ N} \quad (67)$$

Sada možemo izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{112789}{1037} = 108,76 > S_{\min} = 3 \dots 8 \quad (68)$$

Ako pretpostavimo da se u konstrukciji podvozja javlja forma izvijanja u kojoj su oba kraja cijevi oslonjena slijedi da vitkost cijevi iznosi:

$$\lambda = \frac{520}{9,38} = 55,44 \quad (69)$$

Pošto je  $\lambda < \lambda_D$  prema [6] kritično naprezanje se računa prema Johnsonovoj paraboli gdje je:

$$\sigma_{kr} = \sigma_k - b \cdot \lambda^2 = 1000 - 0,126 \cdot 55,44^2 = 612,7 \text{ MPa} \quad (70)$$

$$b = \frac{\sigma_k^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = \frac{1000^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 200000} = 0,126 \quad (71)$$

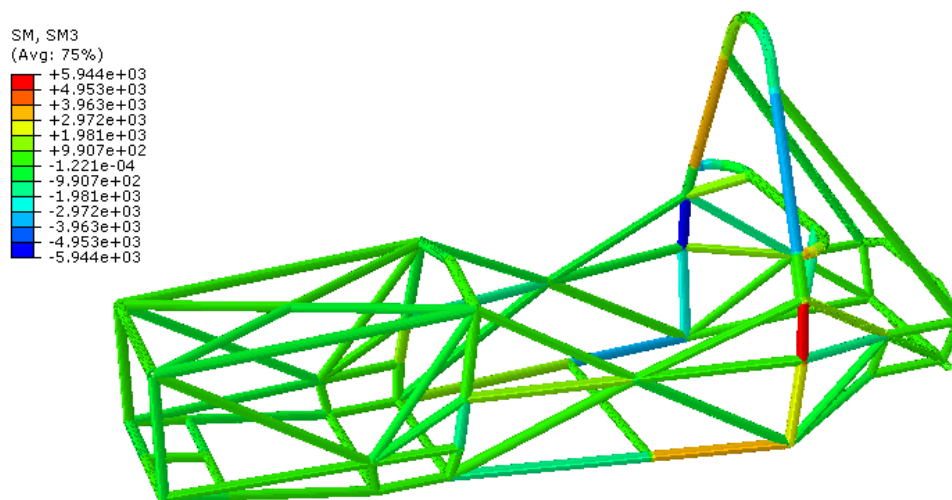
Slijedi da je kritična sila jednaka:

$$F_k = \sigma_k \cdot A = 612,7 \cdot 124,87 = 76508 \text{ N} \quad (72)$$

Prema tome možemo sada izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{76508}{1037} = 73,7 > S_{\min} = 3 \dots 8 \quad (73)$$

Slika 31 prikazuje raspodjelu momenata uvijanja u lokalnom koordinatnom sustavu, iz koje se vidi da je maksimalni iznos momenta uvijanja svega 5944 Nmm odnosno 5,944 Nm što možemo zanemariti pa samim time možemo zanemariti i torzijska naprezanja.



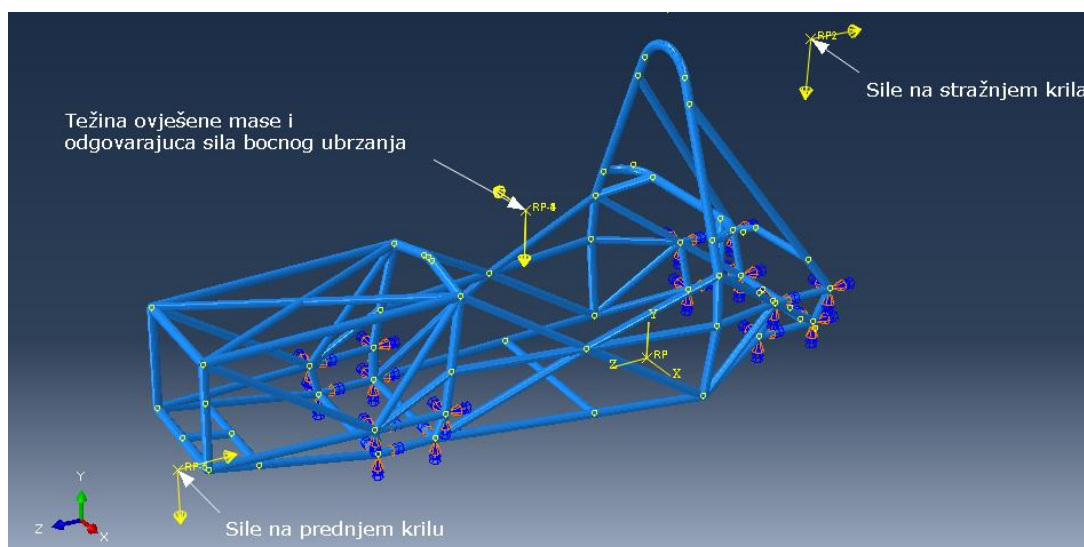
Slika 31. Raspodjela momenata uvijanja

#### 6.4. Simulacija u uvjetima skretanja

Kako je već prije spomenuto u uvjetima skretanja dolazi do lateralnog transfera mase, što uzrokuje vertikalna i lateralna opterećenja na samom podvozju. Da bismo u proračunskom modelu postavili odgovarajuća opterećenja i rubne uvijete, potrebno je razmotriti što se događa sa podvozjem u uvjetima skretanja. Kod skretanja u zavoj uslijed transfera mase podvozje se zakreće te zajedno sa podvozjem opterećenja preuzimaju opruge. Nakon što opruge dosegnu kritično sabijanje odnosno produljenje, opterećenje se u potpunosti prenosi na podvozje. Zbog toga će se na proračunskom modelu opterećenja koja se sastoje od težine ovješanih masa i odgovarajućih lateralnih sila postaviti u težištu vozila koje će bit zamaknuto u lateralnom smjeru, a rubni uvjeti pomaka su postavljeni u točkama prihvata ovjesa, te su onemogućeni zakreti i pomaci po x, y i z koordinatama. Težina ovješanih masa je podijeljena na težinu vozača i vatrozida koja iznosi ukupno 1000 N, te na težinu motora hladnjaka i dijelova vezanih za njih

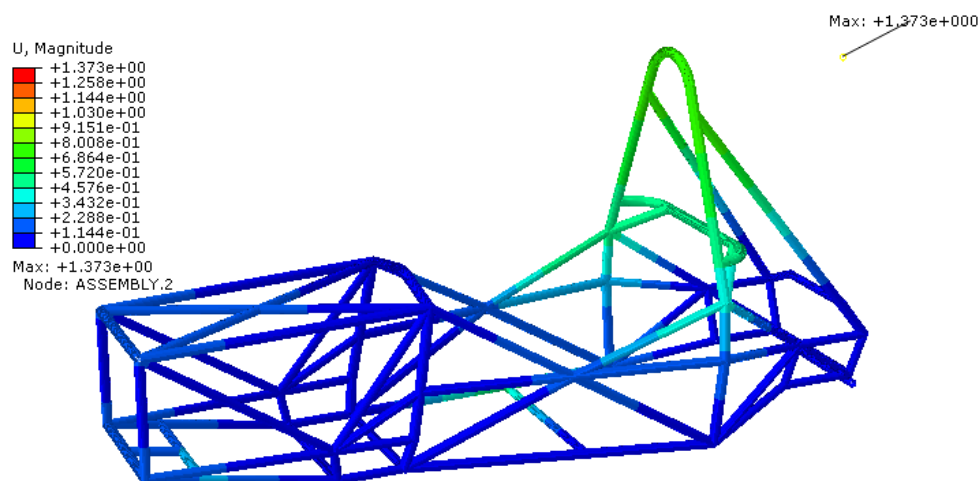
kao što su ispuh, usis te iznosi ukupno 800 N. Uz svaku od ovih težina idu i odgovarajuća lateralna opterećenja iznosa 1500 N i 1200 N, što je prikazano na slici 32.

Također u obzir će se uzeti i aerodinamičke sile nastale strujanjem zraka oko stražnjeg krila, gdje sila potiska koja djeluje u pravcu vertikalne osi iznosi 600N i sila otpora koja djeluje u pravcu lateralne osi iznosi 200 N, te aerodinamičke sile nastale strujanjem zraka oko prednjeg krila gdje sila potiska iznosi 600 N, a sila otpora 100 N. Ove sile se postavljaju u referentne točke koje označavaju poziciju stražnjeg i prednjeg krila.



**Slika 32. Rubni uvjeti u modelu opterećenja pri skretanju**

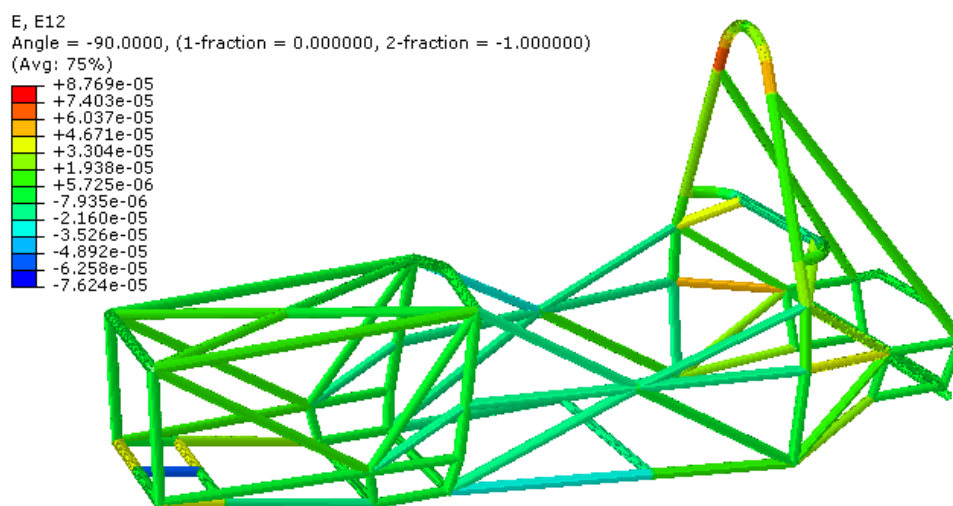
Na slici 33 je prikazan rezultatni pomak gdje se vidi da je maksimalni iznos rezultatnog pomak 1,373 mm, te da se javlja u točki u kojoj su zadana opterećenja stražnjeg krila. Ako promatramo samo podvozje vidljivo je da je rezultatni pomak još niži te da se kreće približno oko 1 mm.



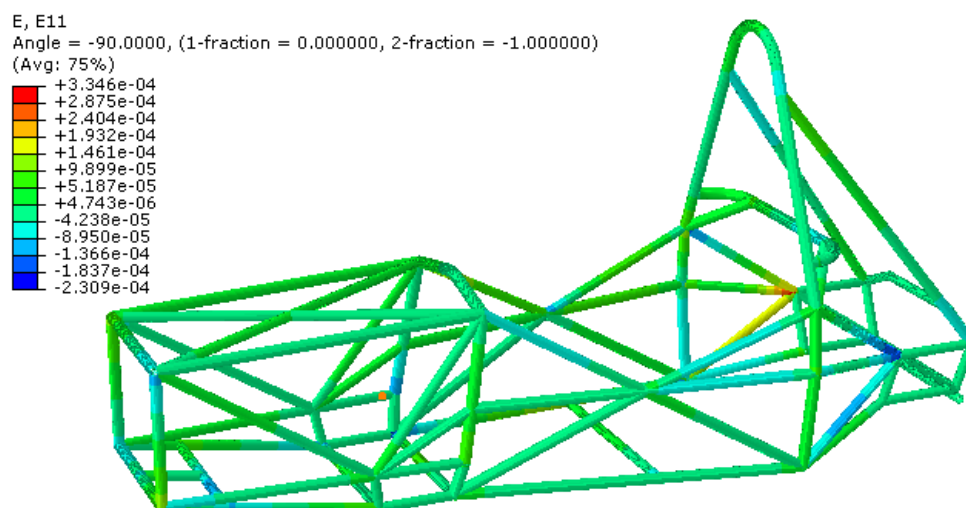
**Slika 33. Raspodjela rezultatnog pomaka**

Slika 34 prikazuje raspodjelu posmičnih deformacija te je vidljivo da je maksimalni iznos posmičnih deformacija  $8,769 \cdot 10^{-5}$ .

Slika 35. prikazuje raspodjelu duljinskih deformacija te se može primijetiti da se maksimalna uzdužna deformacija javlja na mjestu gdje je postavljen rubni uvjet uklještenja te iznosi  $3,346 \cdot 10^{-4}$  mm/mm. Usporedbom rezultata na slikama 34 i 35 vidi se da su duljinske deformacije već od posmičnih te da su i jedne i druge relativno zanemarivih iznosa.

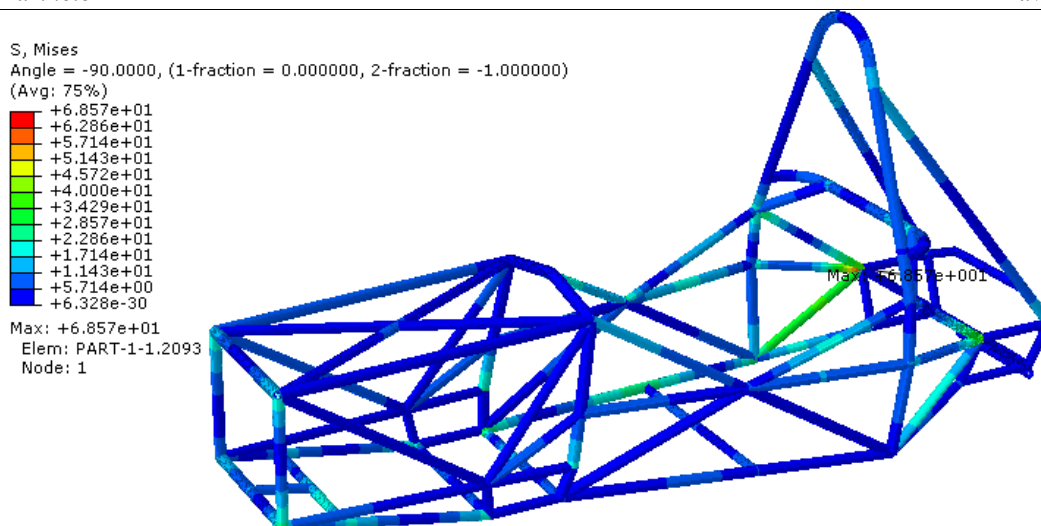


Slika 34. Posmične deformacija



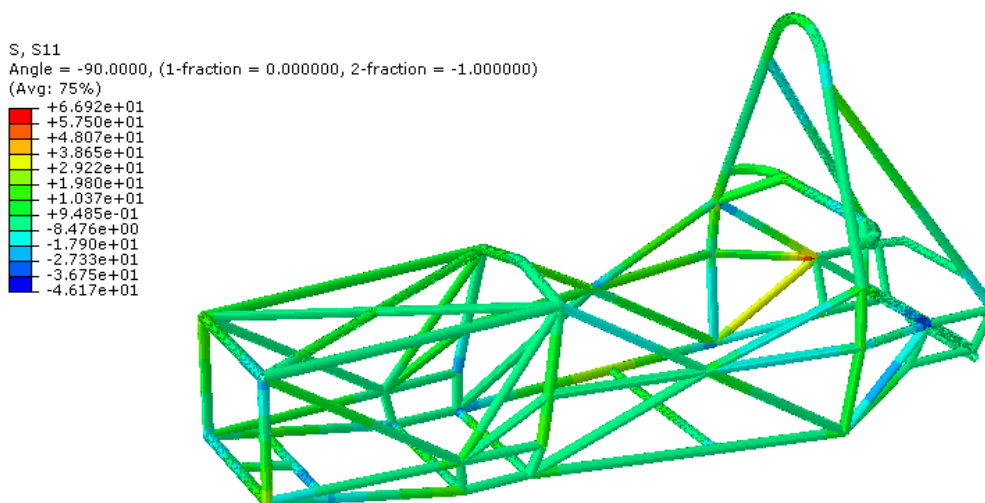
Slika 35. Duljinske deformacije

Slika 36 prikazuje raspodjelu ekvivalentnog naprezanja prema Mises-u koje iznosi 68,57 MPa. Maksimalno naprezanje se javlja u rubnom uvjetu uklještenja te je i dalje znatno niže od dopuštenog naprezanja koje iznosi 300 MPa. Faktor sigurnosti  $S$  iznosi 4,37



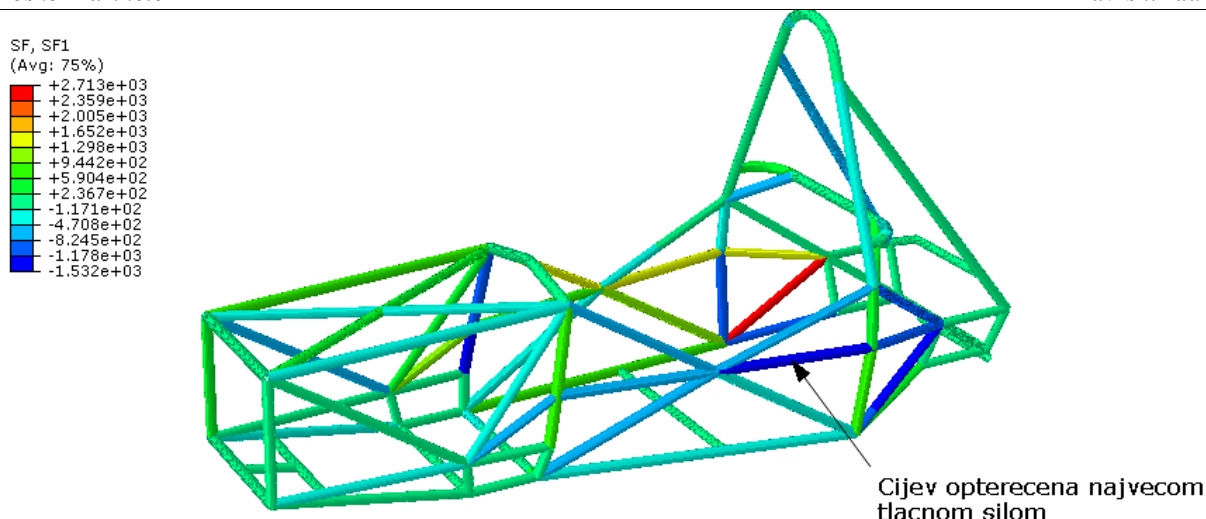
**Slika 36. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji**

Na slici 37 je prikazana normalna komponenta naprezanja čiji je maksimalni iznos 66,92 MPa. Usporedbom rezultata da se primijeti da je iznos normalnog naprezanja neznatno manji od iznosa ekvivalentnog naprezanja. To nas navodi na zaključak da je i u ovom slučaju opterećenja posmično naprezanje mnogo manje normalnog, međutim ipak je izračunato rezultanto naprezanje po Mises-ovoj teoriji i u odnosu na njega je izračunat faktor sigurnosti.



**Slika 37. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru lokalne aksijalne osi**

Na slici 38 je prikazan raspored uzdužnih sila po cijevima u lokalnom koordinatnom sustavu, gdje se vidi da maksimalna uzdužna sila iznosi 2713 N, a najveća tlačna uzdužna sila iznosi 1530 N. Također je označena cijev koja je opterećena najvećom tlačnom silom, te je s toga potrebno napraviti proračuna izvijanja.



**Slika 38. Raspodjela uzdužnih sila u lokalnom koordinatnom sustavu**

Kao i u prethodnom proračunskom modelu prvo je potrebno odrediti hoće li se vitkost štapa računati po Eulerovoj hiperboli ili Johnsonovoj paraboli.

Prvi korak je određivanje vitkosti prema [6]:

$$\lambda = \frac{l_o}{l_{\min}} \quad (74)$$

Da bismo mogli odrediti vitkost cijevi potrebno je odrediti duljinu izvijanja. Pošto niti jedan od idealiziranih primjera u potpunosti ne odgovara zadanim rubnim uvjetima forma izvijanja se može aproksimirati idealiziranim primjerom forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = 0,5 \cdot l$ , a potom i po idealiziranom primjeru forme izvijanja prema [6] čija je duljina izvijanja  $l_o = l$ . Po prvoj aproksimaciji se pretpostavlja da su oba kraja cijevi uklještena, a po drugoj da su oba kraja oslonjena. Stoga duljine izvijanja iznose:

$$l_o = 0,5 \cdot l = 0,5 \cdot 440 = 220 \text{ mm} \quad (75)$$

$$l_o = l = 440 \text{ mm} \quad (76)$$

Minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \quad (77)$$

Pošto je profil cijevi dimenzija  $\emptyset 28 \times 1,5$  slijedi da minimalni polumjer inercije iznosi:

$$I_{\min} = I_x = I_y = \pi \cdot \frac{(D^4 - d^4)}{64} = \pi \cdot \frac{(28^4 - 25^4)}{64} = 10997,1 \text{ mm}^4 \quad (78)$$

A površina poprečnog presjeka cijevi iznosi:

$$A = \frac{(D^2 - d^2)}{4} \cdot \pi = \frac{(28^2 - 25^2)}{4} \cdot \pi = 124,87 \text{ mm}^2 \quad (79)$$

Stoga minimalni polumjer inercije iznosi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{10997,1}{124,87}} = 9,38 \text{ mm} \quad (80)$$

Sada se može izračunati vitkost cijevi koja iznosi:

$$\lambda = \frac{220}{9,38} = 25,91 \quad (81)$$

$$\lambda_D = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 10^9}{1000 \cdot 10^6}} = 62,83 \quad (82)$$

Pošto je  $\lambda < \lambda_D$  prema [6] kritično naprezanje se računa prema Johnsonovoj paraboli gdje je:

$$\sigma_{kr} = \sigma_k - b \cdot \lambda^2 = 1000 - 0,126 \cdot 25,91^2 = 915,41 \text{ MPa} \quad (83)$$

$$b = \frac{\sigma_k^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = \frac{1000^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 200000} = 0,126 \quad (84)$$

Slijedi da je kritična sila jednaka:

$$F_k = \sigma_k \cdot A = 915,41 \cdot 124,87 = 114308 \text{ N} \quad (85)$$

Sada možemo izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{114308}{1532} = 74,61 > S_{\min} = 3 \dots 8 \quad (86)$$

Ako pretpostavimo da se u konstrukciji podvozja javlja forma izvijanja u kojoj su oba kraja cijevi oslonjena slijedi da vitkost cijevi iznosi:

$$\lambda = \frac{440}{9,38} = 46,9 \quad (87)$$

Pošto je  $\lambda < \lambda_D$  prema [6] kritično naprezanje se računa prema Johnsonovoj paraboli gdje je:

$$\sigma_{kr} = \sigma_k - b \cdot \lambda^2 = 1000 - 0,126 \cdot 46,9^2 = 723 \text{ MPa} \quad (88)$$

$$b = \frac{\sigma_k^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = \frac{1000^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 200000} = 0,126 \quad (89)$$

Slijedi da je kritična sila jednaka:

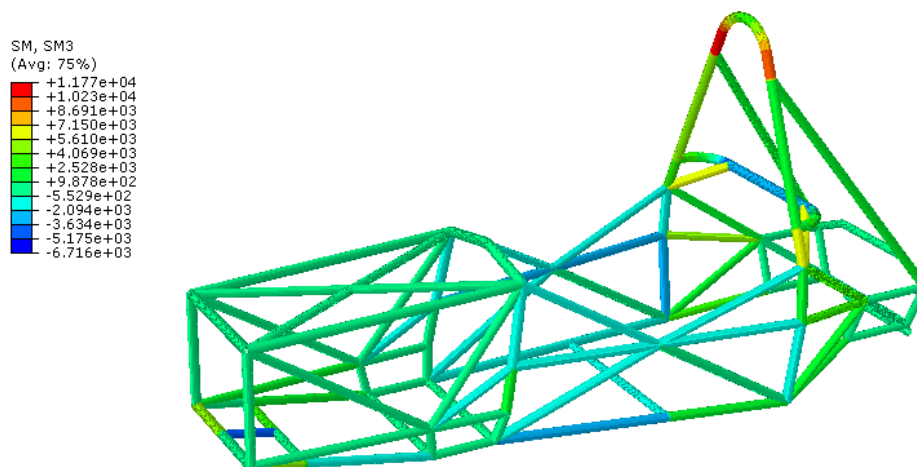
$$F_k = \sigma_k \cdot A = 723 \cdot 124,87 = 90262 \text{ N} \quad (90)$$

Prema tome možemo sada izračunati faktor sigurnosti kod izvijanja koji je jednak:

$$S_k = \frac{F_k}{F} = \frac{90262}{1532} = 58,91 > S_{\min} = 3 \dots 8 \quad (91)$$



Na slici 39 prikazana je raspodjela momenata uvijanja. Prema dobivenim rezultatima može se vidjeti da maksimalna vrijednost momenta iznosi približno 12000 Nmm odnosno 12 Nm što je jako mala vrijednost iz koje možemo zaključiti da su i torzijska naprezanja jako mala.



Slika 39. Raspodjela momenata uvijanja

## 6.5. Interpretacija dobivenih rezultata

Na osnovu dobivenih rezultata može se zaključiti da je za podvozje najnepovoljniji slučaj asimetričnog opterećenja u kojem se javlja maksimalno naprezanje od 62 MPa, što je i dalje znatno manje od dopuštenog naprezanje koje iznosi 300 MPa što daje faktor sigurnosti od 4,83. Pomaci su izrazito mali što nam govori da je konstrukcija dovoljno kruta. Također valja napomenuti da je za analiziranje ovakve konstrukcije bilo moguće i korištenje elementa B33 koji ima Eulerovu formulaciju. Razlog tomu je što su duljinske deformacije i posmične deformacije izrazito male pa je bila moguća primjena i ovog elementa iako on po samoj formulaciji ne opsuje torziju.

Također maksimalni iznosi uzdužnih tlačnih sila koje se javljaju u cijevima u uvjetima asimetričnog opterećenje, opterećenja pri skretanju i opterećenja pri kočenju su zahtijevali proračun izvijanja koji je pokazao da je konstrukcija poprilično otporna na izvijanje jer faktori sigurnosti u odnosu na izvijanje izrazito veliki.

## 7. ANALIZA STABILNOSTI KONSTRUKCIJE PODVOZJA

Analizom izvijanja promatramo stabilnost konstrukcije. Samu analizu stabilnosti provest ćemo u programskom paketu Abaqus. Da bismo ustanovili koliko točne rezultate dobivamo iz programskog paketa Abaqus jednako kao i za prethodne analize čvrstoće i krutosti prvo ćemo analizu izvijanja provesti na jednostavnijem validacijskim primjerima, a nakon toga na proračunskom modelu.

Za analiza stabilnosti konstrukcije Abaqus koristi metodu vlastitih vrijednosti koja:

- se općenito koristi za procjenu kritičnog opterećenja krutih konstrukcija
- je procedura linearne perturbacije
- može biti prvi korak pri analizi neopterećene konstrukcije ili se može izvoditi nakon što je konstrukcija preopterećena, u slučaju ako je konstrukcija predopterećena kritična opterećenje izvijanja izračunato je iz predopterećenog stanja
- može se koristiti pri istrazi osjetljivosti nesavršenstva konstrukcije
- radi samo sa simetričnim matricama
- ne može se koristiti u modelima koji sadrže podstrukture odnosno podmodele

### 7.1. Općenito o problemu vlastitih vrijednosti

Kod izvijanja pomoću vlastitih vrijednosti se traži opterećenja za koje matrica krutosti modela postaje singularna, te su stoga rješenja problema netrivialan. Opterećenje može biti zadano kao tlak, koncentrirana sila, toplinsko opterećenje ili pomak različit od nule. Općenito se problem vlastitih vrijednosti koristi za procjenu kritičnog opterećenja kod kojeg dolazi do izvijanja kod krutih konstrukcija. Jednostavni primjer krute konstrukcije je Eulerov štap koji je vrlo krut u odnosu na tlačnu silu tj., pomaci su vrlo mali sve dok se ne dostigne kritična sila izvijanja, nakon čega se štap iznenada izvija. Također čak i ako dolazi do nelinearne deformacije strukture prije kolapsa analiza izvijanja vlastitim vrijednostima osigurava korisne procjene gubitka stabilnosti konstrukcije. Potrebno je još napomenuti da u formama izvijanja nije prikazan stvarni iznos deformacije, tj. forme izvijanja su normalizirani vektori što znači da je maksimalni iznos komponente pomaka jednak jedan. U slučaju kad su sve komponente pomaka jednake 0, komponenta zakreta sa najvećim iznosom je normalizirana do iznosa jednakog jedinici.

Ako je pri analizi dobiven negativan iznos vlastite vrijednosti u većini slučajeva ona ukazuje na to da će do izvijanja doći u slučaju kad bi opterećenje bilo postavljeno u suprotnom smjeru što fizikalno nema smisla.

## 7.2. Odabir metode za rješavanja problema vlastitih vrijednosti pri analizi stabilnosti

Abaqus nudi dvije metode za rješavanje problema vlastitih vrijednosti. To su Lanczos i Subspace iteracijska metoda. Općenito Lanczos metoda je brža kada je potreban velik broj formi izvijanja za sustav sa velikim brojem stupnjeva slobode dok Subspace iteracijska metoda može biti brža kad je potreban mali broj formi izvijanja. Subspace iteracijska metoda se koristi prema unaprijed određenim postavkama, a dok za Lanczos metodu valja napomenuti da se ne može koristiti za analizu izvijanja u slučaju kad je matrica krutosti beskonačan odnosno kada model sadrži hibridne elemente, kada model sadrži "distributing coupling constraints" koji može biti definiran izravno ili korištenjem "distributing coupling" elemenata, kad model sadrži kontaktne parove ili kontaktne elemente, kada je model predopterećen preko opterećenja izvijanja te kada se model ponaša kao kruto tijelo.

## 7.3. Validacijski primjeri

Validacija će se provesti na primjerima za koje je jednostavno izračunati analitička rješenja.

Prvi primjer je štap za koji su zadani slijedeći podatci:

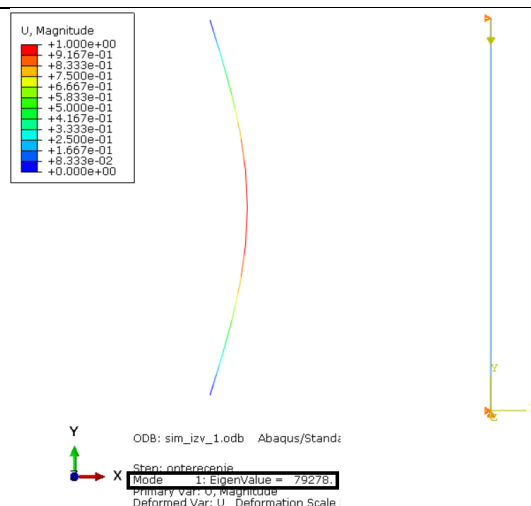
$$F = 1 \text{ N}; \quad l = 520 \text{ mm}; \quad D = 28 \text{ mm}; \quad d = 25 \text{ mm}; \quad E = 200 \text{ GPa}; \quad \nu = 0,3.$$

Kao što se može vidjeti iz zadanih podataka to je štap koji je opterećen najvećom tlačnom silom u uvjetima kočenja te ja za njega u odjeljku 6.3. pri provjeri izvijanja analitički izračunato kritično opterećenje koje iznosi 76508 N.

Na slici 40., su prikazani rubni uvjeti pomaka i opterećenja. Vidljivo je da je za donji kraj štapa vezan nepomični oslonac, a za gornji kraj štapa je vezan pomični oslonac te je štap opterećen jediničnom silom. Nakon provedene analize izvijanja dobivena je vlastita vrijednost iznosa  $\lambda = 79278$ .

$$1 - \frac{76508}{79278} = 0,034 = 3,4 \% \quad (92)$$

Iz jednadžbe (92) je vidljivo da je odstupanje rješenja dobivenog u Abaqusu od rješenja dobivenog analitički svega 3,4 %.



**Slika 40. Prikaz rezultata izvijanja za prvi primjer**

Drugi primjer je štap za koji su zadani slijedeći podatci:

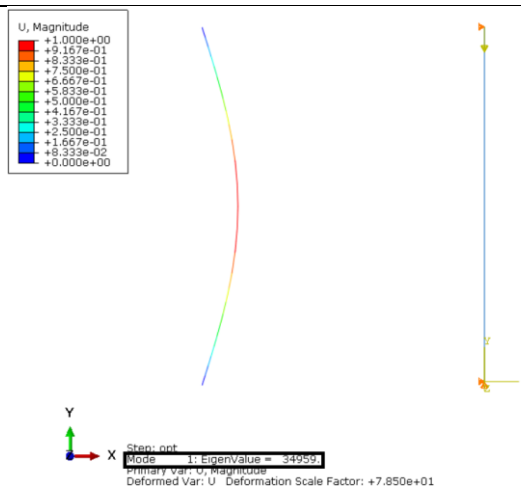
$$F = 1 \text{ N}; \quad l=785 \text{ mm}; \quad D = 28 \text{ mm}; \quad d = 25 \text{ mm}; \quad E = 210 \text{ GPa}; \quad \nu = 0,3.$$

Kao i u prethodnom validacijskom primjeru što se može vidjeti iz zadanih podataka to je štap koji je opterećen najvećom tlačnom silom u uvjetima asimetričnog opterećenja gdje ja za njega u odjeljku 6.4. pri provjeri izvijanja analitički izračunato kritično opterećenje koje iznosi 35200 N.

Na slici 41 su prikazani rubni uvjeti pomaka i opterećenja. Vidljivo je da je za donji kraj štapa vezan nepomični oslonac, a za gornji kraj štapa je vezan pomični oslonac te je štap opterećen jediničnom silom. Nakon provedene analize izvijanja dobivena je vlastita vrijednost iznosa  $\lambda=34959$ .

$$1 - \frac{34959}{35200} = 6.8 \cdot 10^{-3} = 0,68 \% \quad (93)$$

Iz jednadžbe (93) je vidljivo da je odstupanje rješenja dobivenog u Abaqusu od rješenja dobivenog analitički svega 0,68 %.



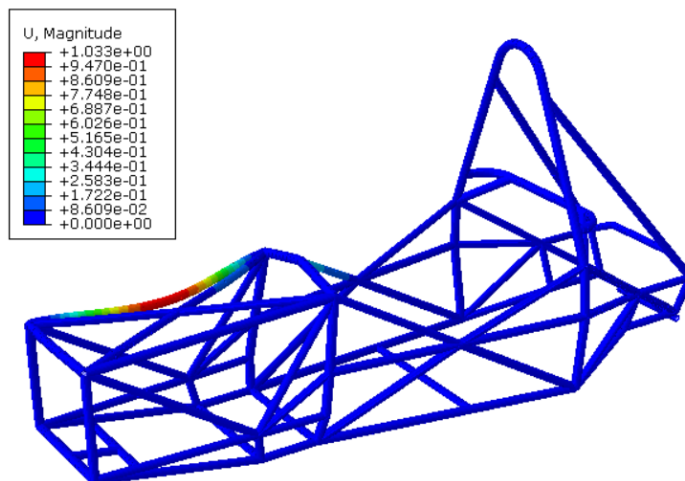
Slika 41. Prikaz rezultata izvijana za drugi primjer

#### 7.4. Analiza stabilnosti podvozja bolida formule student

Provedeno je ukupno tri analize stabilnosti podvozja bolida formule student. Kao i u analizama čvrstoće i krutosti podvozja, analiza stabilnosti je provedena na tri karakteristična slučaja opterećenja koja se javljaju na podvozju bolida. Analiza stabilnosti je provedena na način da je konstrukcija podvozja opterećena silama koje su korištene u prethodnim simulacijskim modelima čvrstoće i krutosti te su dobiveni iznosi vlastitih vrijednosti za svaki karakteristični slučaj opterećenja. Ta vlastita vrijednost nam ustvari predstavlja faktor sigurnosti s obzirom na gubitak stabilnosti konstrukcije.

##### 7.4.1. Asimetrično opterećenje

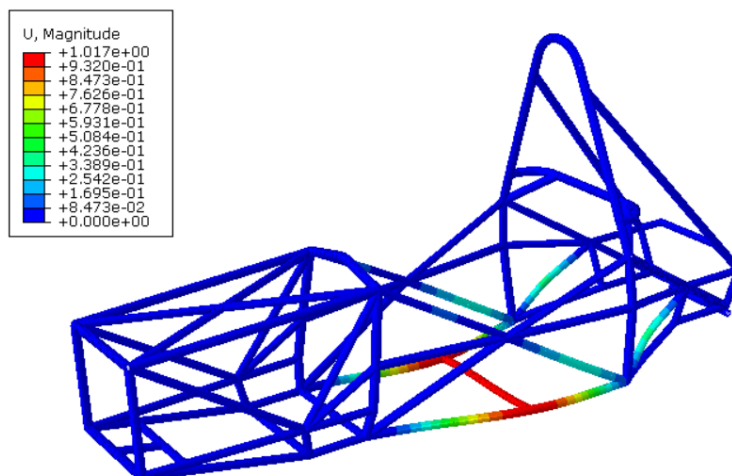
Na slici 42 prikazan je oblik gubitka stabilnosti s prvom vlastitom vrijednosti. Kao što je ranije navedeno iznos vlastite vrijednosti nam govori za koliko je kritično opterećenje konstrukcije veće od narinutoga. Vlastita vrijednost u ovom slučaju opterećenja iznosi  $\lambda=131,48$ . Radi složenosti samog opterećenja tj., na različitim mjestima djeluju sile različitih iznosa, ne može se reći koliki je iznos kritičnog opterećenja te nam stoga iznos prve vlastite vrijednosti govori da nam faktor sigurnosti obzirom na gubitak stabilnosti iznosi 131,48.



Slika 42. Gubitak stabilnosti kod asimetričnog opterećenja (prva vlastita vrijednost)

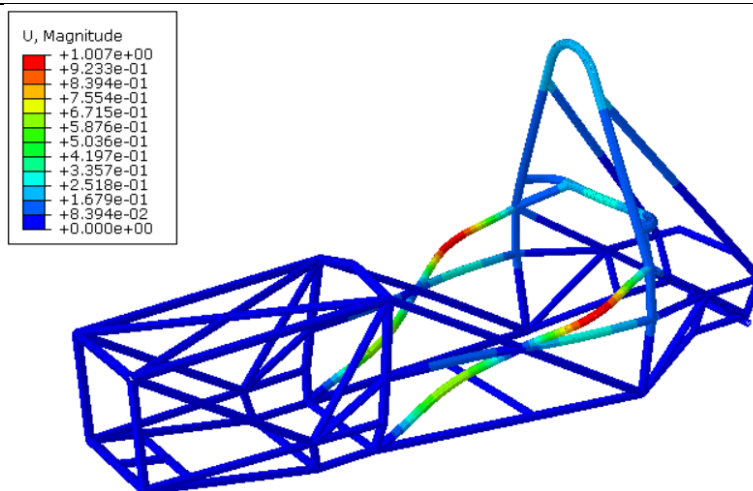
#### 7.4.2. Kočenje

Na slikama 43 i 44 su prikazani gubitci stabilnosti sa prvom i drugom vlastitom vrijednosti. Prva vlastita vrijednost u slučaju opterećenja koja se javljaju pri kočenju iznosi  $\lambda = -196,053$  što nam govori da faktor sigurnosti obzirom na gubitak stabilnosti konstrukcije podvozja iznosi 196,053. Predznak minus koji se javlja ispred iznosa prve vlastite vrijednosti kao što je već ranije navedeno ukazuje na to na bi se forma gubitka stabilnosti prema prvoj vlastitoj vrijednosti javila u slučaju kada bi opterećenje na podvozje djelovalo u suprotnom smjeru.



Slika 43. Gubitak stabilnosti pri kočenju (prva vlastita vrijednost)

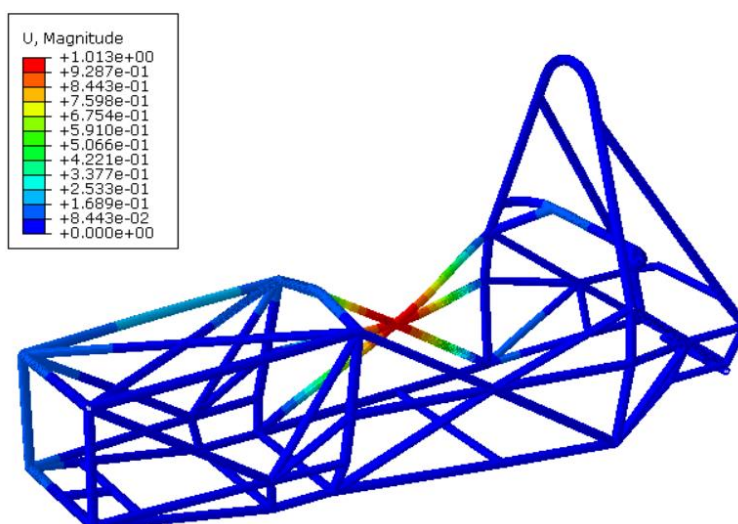
Na slici 44 je prikazana druga forma gubitka stabilnosti odnosno druga vlastita vrijednost u uvjetima kočenja koja iznosi  $\lambda=200,16$



Slika 44. Gubitak stabilnosti pri kočenju (druga vlastita vrijednost)

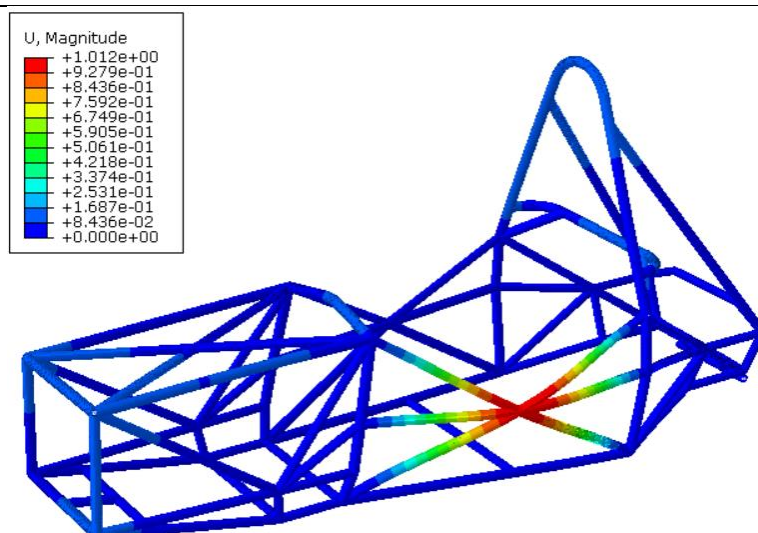
### 7.4.3. Skretanje

Na slikama 45 i 46 su prikazane forme gubitka stabilnosti u uvjetima skretanja za prvu i drugu vlastitu vrijednosti. Prava vlastita vrijednost koja se javlja u uvjetima skretanja iznosi  $\lambda = -96,076$  što nam govori da faktor sigurnosti obzirom na gubitak stabilnosti konstrukcije podvozja u uvjetima skretanja iznosi 96,076. Kao i u prethodnom slučaju opterećenja podvozja odnosno u uvjetima opterećenja podvozja pri kočenju prva vlastita vrijednost ima negativnu vrijednost što ukazuje na to da bi se prva forma gubitka stabilnosti javila u slučaju kad bi opterećenje djelovalo u suprotnom smjeru.



Slika 45. Gubitak stabilnosti pri skretanju (prva vlastita vrijednost)

Na slici 46 je prikazana druga forma gubitka stabilnosti odnosno druga vlastita vrijednost u uvjetima skretanja koja iznosi  $\lambda = 103,03$



Slika 46. Gubitak stabilnosti pri skretanju (druga vlastita vrijednost)

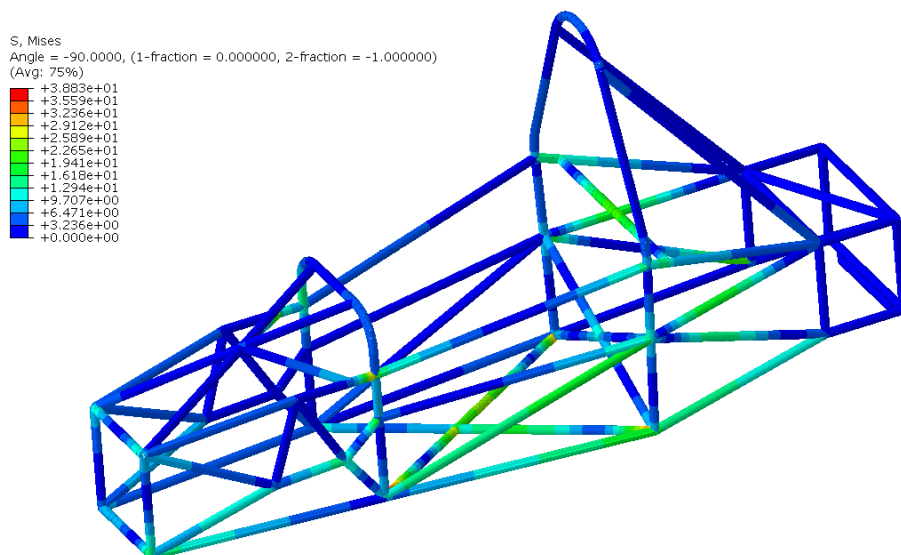


## 8. USPOREDBA REZULTATA ČVRSTOĆE I KRUTOSTI SA PODVOZJEM BOLIDA FSB-RT 04

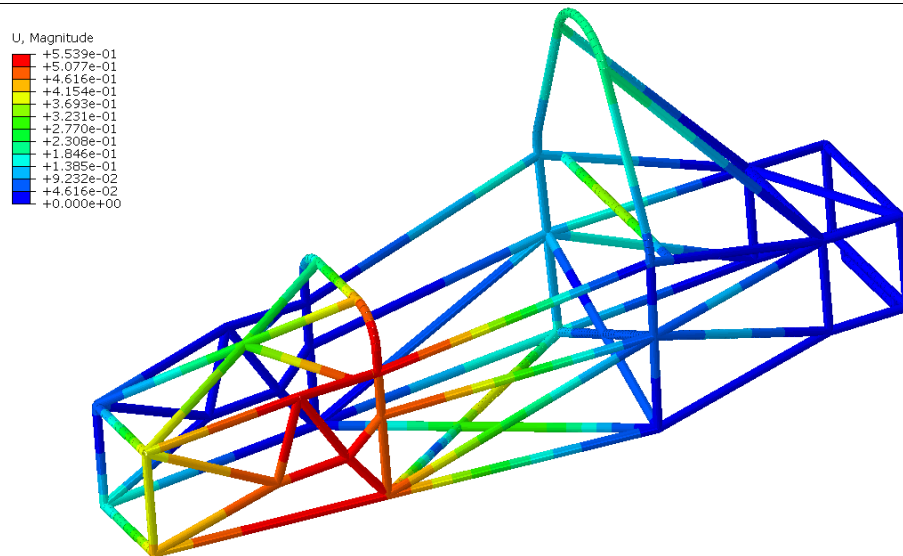
U ovom poglavlju bit će prikazani rezultati podvozja prethodnog bolida FSB-RT 04 s kojim je tim formule student Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu zabilježio ukupno 10. mjesto na međunarodnom natjecanju u Silverstonu 2014. godine.

Fem analiza je rađena za identične slučajevne opterećenja te je iznosi ekvivalentnog naprezanja i rezultatnog pomaka prikazan na slikama 47 – 52.

### a) Asimetrično opterećenje

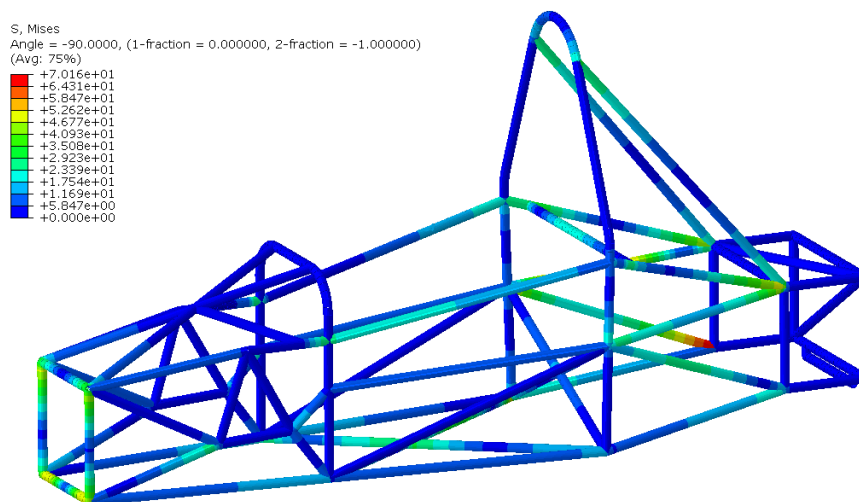


**Slika 47. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMM teoriji na prethodnom podvozju pri asimetričnom opterećenju**

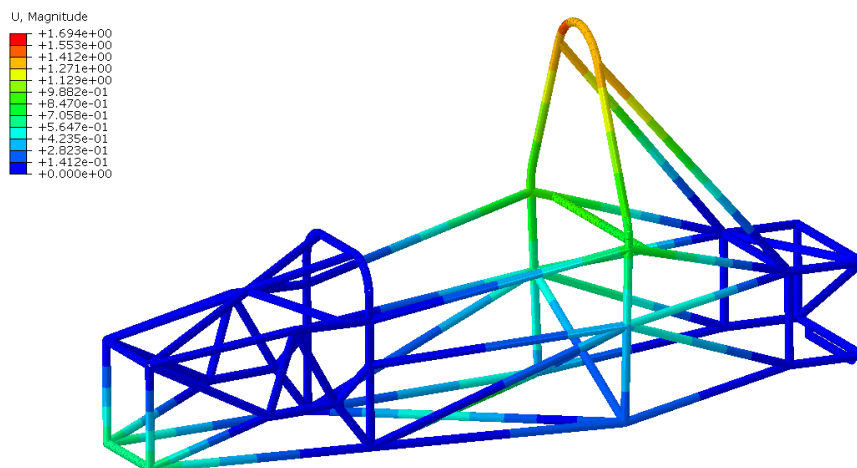


**Slika 48.** Raspodjela rezultantnog pomaka na prethodnom podvozju pri asimetričnom opterećenju

b) Opterećenje pri skretanju

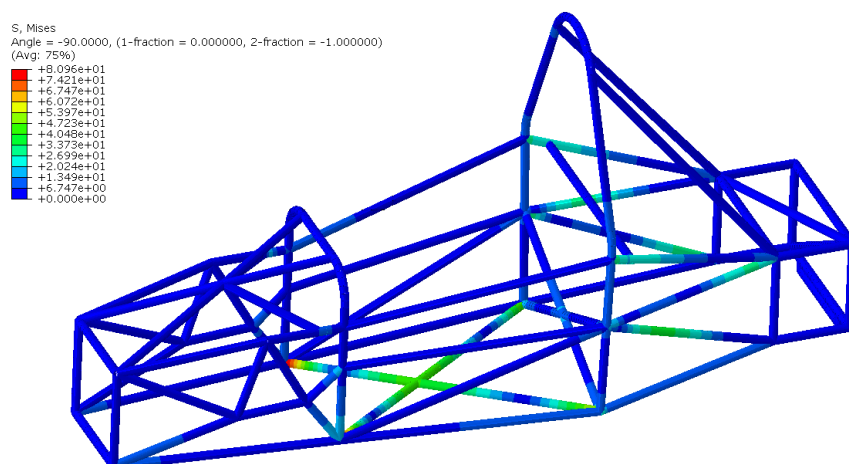


**Slika 49.** Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMM teoriji na prethodnom podvozju pri opterećenju u uvjetima skretanja

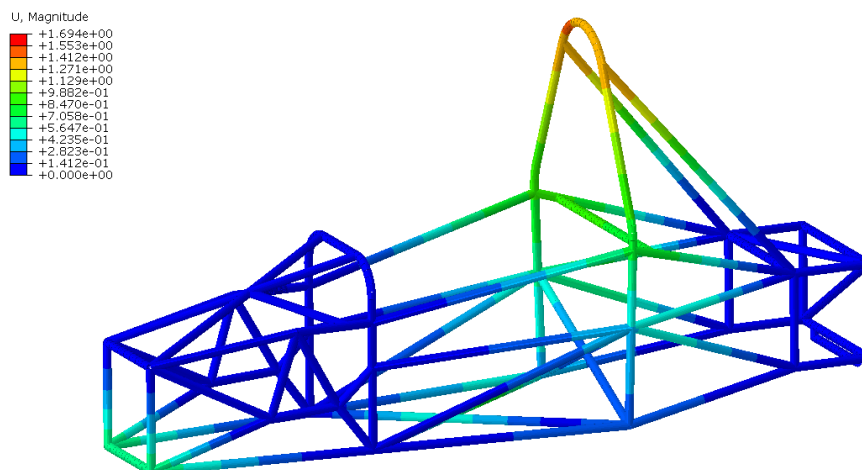


Slika 50. Raspodjela rezultantnog pomaka na prethodnom podvozju pri opterećenju u uvjetima skretanja

c) Opterećenje pri kočenju



Slika 51. Raspodjela ekvivalentnog naprezanja prema HMH teoriji na prethodnom podvozju pri kočenju



Slika 52. Raspodjela rezultatnog pomaka na prethodnom podvozju pri kočenju

Tablica 7. Usporedba rezultata ekvivalentnog naprezanja i pomaka novog i prethodnog podvozja

		Novo podvozje	Staro podvozje
Asimetrično opterećenje	S, Mises [MPa]	61,991	38,83
	U, [mm]	1,488	5,539
Opterećenje pri skretanju	S, Mises [MPa]	68,57	70,16
	U, [mm]	1	1,694
Opterećenje pri kočenju	S, Mises [MPa]	46,711	80,96
	U, [mm]	0,6185	1,694

Usporedbom rezultata prikazanih na slikama 47 – 52 te u tablici 7 vidljivo je da nova konstrukcija podvozja u određenim uvjetima opterećenja daje bolje, a u određenim lošije rezultate. Važno je napomenuti da je kod nove konstrukcije korišten legirani čelik 25CrMo4 čija su svojstva puno bolja od svojstava čelika koji se koristio na prethodnoj konstrukciji podvozja. Također razlike u rezultatima nisu neočekivane iz razloga što je za novi bolid formule student konstruirano potpuno novo podvozje tj. nije rađena preinaka postojećeg.

## 9. ZAKLJUČAK

U radu je provedena numerička analiza čvrstoće, krutosti i stabilnosti podvozja bolida namijenjenog za natjecanje Formula student s kojim studenti Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu planiraju otići na natjecanje 2016. godine.

Analiza konstrukcije podvozja provedena je metodom konačnih elemenata pomoću programskog paketa Abaqus. Konačni elementi su prvo testirani na jednostavnijem primjeru za koji je poznato analitičko rješenje te su rješenja dobivena metodom konačnih elemenata uspoređena s analitičkim rješenjem iz kojeg se može vidjeti da su odstupanja relativno mala, što navodi na zaključak da metoda daje jako dobre rezultate.

Pretpostavljeni su kritični slučajevi opterećenja koja se mogu javiti na podvozju, izračunati su ulazni podaci za odgovarajuće slučajeve opterećenja ta je za svaki slučaj provedena analiza čvrstoće, krutosti i stabilnosti konstrukcije podvozja.

Sa strane krutosti može se reći da podvozje zadovoljava tj. da je dovoljno kruto iz razloga što su pomaci u svim kritičnim slučajevima opterećenja relativno malih iznosa.

Također i u pogledu čvrstoće možemo reći da konstrukcija u potpunosti zadovoljava iz razloga što su ekvivalentna naprezanja dobivena metodom konačnih elemenata po Von Mises-ovoj teorije za kritične slučajeve opterećenja znatno niža od dopuštenog naprezanja.

Obzirom da su se na određenim dijelovima konstrukcije pri zadanim uvjetima opterećenja javile relativno velike tlačne uzdužne sile, za svaki tip kritičnog opterećenja napravljena je i provjera stabilnosti konstrukcije podvozja odnosno ispitano je da li postoji mogućnost pojave izvijanja u dijelovima konstrukcije sa najvećim tlačnim uzdužnim opterećenjem. Nakon provjere stabilnosti utvrđeno je da konstrukcija i u pogledu stabilnosti zadovoljava.

Također je provedena analiza stabilnosti podvozja vlastitim vrijednostima za sva četiri karakteristična slučaja opterećenja. Analiza stabilnosti vlastitim vrijednostima je provedena iz razloga što osim uzdužnih tlačnih sila postoje i poprečne sile u smjeru ostalih dviju osi koje mogu izazvati gubitak stabilnosti. Nakon provedene analize iz dobivenih iznosa faktora sigurnosti odnosno iznosa vlastitih vrijednosti može se zaključiti da konstrukcija zadovoljava i u pogledu stabilnosti.

Na samom kraju je napravljena usporedba rezultata čvrstoće i krutosti podvozja s podvozjem bolida FSB RT-04 te se nakon provedene analize konstrukcije podvozja metodom konačnih elemenata može se zaključiti da konstrukcija zadovoljava po pitanju krutosti, čvrstoće i stabilnosti, ali treba i dalje imati na umu da je metoda konačnih elemenata metoda kojom se dobivaju približno točni rezultati tj. da kod svakog dobivenog rezultata postoji određeno

odstupanje od točnog rješenja odnosno greška. Osim toga jako bitno je još napomenuti da pri analizi konstrukcije podvozja u obzir nisu uzete eventualne nesavršenosti u strukturi elemenata konstrukcije odnosno cijevi kao ni kvaliteta zavara koji su također bitni faktori koji utječu na maksimalno dopušteno naprezanje koje se smije javiti u konstrukciji podvozja te bilo kakve nesavršenosti ili loša izvedba zavara bi u najgorem slučaju mogli izazvati kolaps ili oštećenje konstrukcije podvozja.

---

**LITERATURA**

- [1] [http://www.fsaeonline.com/content/2016\\_FSAE\\_Rules.pdf](http://www.fsaeonline.com/content/2016_FSAE_Rules.pdf)
- [2] Sorić J., Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [3] Abaqus Analysis User's Manual
- [4] Pustaić D., Tonković Z., Wolf H., Mehanika deformabilnih tijela, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014
- [5] Design analysis and testing of Formula SAE car chassis, Riley W.B., George A.R., 2002
- [6] Alfirević I., Nauka o čvrstoći I, ITP Tehnička knjiga d.d., Zagreb 1995
- [7] Decker, K.H., Elementi strojeva treće izmjenjeno i dopunjeno izdanje, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2006
- [8] Structural performance analysis of formula sae car, Singh, R.P., Chitkara Institute of Engineering and Technology, Rajpura, Patiala, Punjab, India.
- [9] Jecić S., Mehanika II kinematika i dinamika, Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.

---

**PRILOZI**

I. CD-R disc