

# Analiza naprežanja i deformacija u toplinski opterećenoj štapnoj konstrukciji

---

**Arland, Josip**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:263690>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-21**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Josip Arland**

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ZAVRŠNI RAD**  
**ANALIZA NAPREZANJA I DEFORMACIJA U**  
**TOPLINSKI OPTEREĆENOJ ŠTAPNOJ**  
**KONSTRUKCIJI**

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Student:

Josip Arland

Zagreb, 2016.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tokom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu za svu pruženu pomoć i savjete tokom izrade ovog rada.

Josip Arland



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Josip Arland** Mat. br.: 0035190174

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza naprezanja i deformacija u toplinski opterećenoj štapnoj konstrukciji**  
Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of Stresses and Strains in Rod Structure Subjected to Thermal Load**  
Opis zadatka:

Konstrukcija sastavljena od tri štapa koji su na jednom kraju ukliješteni, a na drugom međusobno povezani idealno krutom pločom, opterećena je dovođenjem topline na srednji štap. Potrebno je odrediti raspodjelu temperatura, naprezanja, deformacija i pomaka u svim štapovima konstrukcije, a proračun provesti numerički primjenom programskog paketa Abaqus koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Prilikom numeričke analize potrebno je istražiti i varirati dostupne opcije korištenog programskog paketa za toplinsku te mehaničku analizu konstrukcije, kao što su tip i broj čvorova konačnog elementa za toplinsku analizu, način dovođenja topline, tip toplinske analize, prijenos temperaturnog polja itd. Potrebni podaci i literatura mogu se dobiti od mentora.

Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima. Rezultate tih analiza potrebno je usporediti s pripadnim analitičkim.

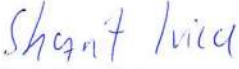
Zadatak rada je zadan u okviru projekta pod nazivom *Gas Turbine Exhaust System Enhanced Design* koji se provodi u suradnji Fakulteta i tvrtke Alstom iz Karlovca.

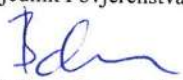
U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
25. studenog 2015.

Rok predaje rada:  
**1. rok:** 25. veljače 2016.  
**2. rok (izvanredni):** 20. lipnja 2016.  
**3. rok:** 17. rujna 2016.

Predvideni datumi obrane:  
**1. rok:** 29.2., 02. i 03.03. 2016.  
**2. rok (izvanredni):** 30. 06. 2016.  
**3. rok:** 19., 20. i 21. 09. 2016.

Zadatak zadao:  
  
Doc. dr. sc. Ibrica Skozrit

Predsjednik Povjerenstva:  
  
Prof. dr. sc. Igor Balen

**SADRŽAJ**

<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>III</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>V</b>
<b>POPIS OZNAKA.....</b>	<b>VI</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>VIII</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>IX</b>
<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1. Opis zadatka .....	1
1.2. Opis korištenih elemenata .....	2
1.2.1. Korišteni konačni elementi u mehaničkoj analizi.....	2
1.2.2. Korišteni elementi u toplinskoj analizi .....	3
<b>2. VERIFIKACIJA.....</b>	<b>4</b>
2.1. Promjena temperaturnog polja.....	4
2.1.1. Analitičko rješenje uslijed promjene temperaturnog polja.....	4
2.1.2. Analiza u Abaqusu uslijed promjene temperaturnog polja .....	5
2.2. Raspodjela temperature u elementu uslijed konvekcije.....	6
2.2.1. Analitičko rješenje raspodjele temperature .....	7
2.2.2. Analiza raspodjele temperature uslijed konvekcije u Abaqusu.....	9
2.3. Temperaturna raspodjela u elementu uslijed provođenja topline .....	11
2.3.1. Analitičko rješenje uslijed provođenja topline .....	11
2.3.2. Analiza raspodjele temperature usred provođenja topline u Abaqusu.....	12
<b>3. ANALIZA KONSTRUKCIJE .....</b>	<b>14</b>
3.1 Analiza konstrukcije usred promjene temperaturnog polja.....	15
3.1.1. Analitički računanje naprezanja konstrukcije usred promjene temperaturnog polja.....	15

---

3.1.2. <i>Analiza konstrukcije u Abaqusu uslijed promjene temperaturnog polja</i> .....	17
3.2. Analiza konstrukcije uslijed provođenja topline.....	20
3.3. Analiza konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije.....	27
<b>ZAKLJUČAK</b> .....	<b>34</b>
<b>LITERATURA</b> .....	<b>35</b>
<b>PRILOZI</b> .....	<b>36</b>

**POPIS SLIKA**

Slika 1. model kojim se opisuje ponašanje zavora .....	2
Slika 2. prikaz zavora [3].....	2
Slika 3. Lijevo: T2D2 element, desno: T2D3 element [4] .....	3
Slika 4. Lijevo: integracijska točka T2D2 elementa, desno: integracijske točke T2D3 elementa [4] .....	3
Slika 5. Model štapa uslijed promjene temperaturnog polja .....	5
Slika 6. Diskretizirani model uslijed promjene temperaturnog polja.....	5
Slika 7. Pomaci duž štapa uslijed promjene temperaturnog polja.....	6
Slika 8. Dijagram pomaka uslijed promjene temperaturnog polja.....	6
Slika 9. Obujam elementa [5].....	7
Slika 10. Analitički izračunata raspodjela temperature rebra .....	9
Slika 11. Rubni uvjeti štapa uslijed konvekcije .....	9
Slika 12. Diskretizirani model uslijed konvekcije .....	10
Slika 13. Raspodjela temperature po štapu uslijed konvekcije .....	10
Slika 14. Dijagramski prikaz raspodjele temperature duž štapa uslijed konvekcije .....	11
Slika 15. Analitički izračunata temperaturna raspodjela uslijed provođenja topline.....	12
Slika 16. Rubni uvjeti štapa uslijed provođenja topline.....	12
Slika 17. Diskretizirani model uslijed provođenja topline.....	13
Slika 18. Prikaz raspodjele temperature po štapu uslijed provođenja topline.....	13
Slika 19. Dijagramski prikaz raspodjele temperature duž štapa uslijed provođenja topline....	13
Slika 20. Rubni uvjeti konstrukcije .....	14
Slika 21. Analitičko određivanje naprezanja konstrukcije.....	15
Slika 22. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja topline.....	17
Slika 23. Naprezanja u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja .....	18



Slika 24. Deformacije u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja .....	18
Slika 25. Pomaci u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja .....	19
Slika 26. Raspodjela pomaka duž štapa uslijed promjene temperaturnog polja .....	19
Slika 27. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja topline .....	20
Slika 28. Konvergencija pomaka .....	22
Slika 29. Konvergencija deformacija .....	22
Slika 30. Deformacije u konstrukciji uslijed provođenja topline .....	23
Slika 31. Raspodjela deformacija duž štapa 2 uslijed provođenja topline .....	23
Slika 32. Raspodjela deformacija duž štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline .....	24
Slika 33. Raspodjela pomaka u konstrukciji uslijed provođenja topline .....	24
Slika 34. Promjena pomaka štapa 2 uslijed provođenja topline .....	25
Slika 35. Promjena pomaka štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline .....	25
Slika 36. Naprezanja u konstrukciji uslijed provođenja topline .....	26
Slika 37. Raspodjela naprezanja štapa 2 uslijed provođenja topline .....	26
Slika 38. Raspodjela naprezanja štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline .....	27
Slika 39. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije .....	27
Slika 40. Prikaz pomaka u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije .....	29
Slika 41. Promjena pomaka štapa 2 uslijed provođenja i konvekcije .....	29
Slika 42. Promjena pomaka štapova 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije .....	30
Slika 43. Raspodjela deformacija u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije .....	30
Slika 44. Promjena deformacije štapa 2 uslijed provođenja i konvekcije .....	31
Slika 45. Promjena deformacije štapova 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije .....	31
Slika 46. Naprezanja u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije .....	32
Slika 47. Promjena naprezanja u štapu 2 uslijed provođenja i konvekcije .....	32
Slika 48. Promjena naprezanja u štapovima 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije .....	33

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Prikaz konvergencije rješenja s korištenim T2D2 elementima.....	21
Tablica 2. Prikaz konvergencija rješenja s korištenim T2D3 elementima.....	21
Tablica 3. prikaz konvergencije rješenja s korištenim T2D2 elementima .....	28
Tablica 4. prikaz konvergencija rješenja s korištenim T2D3 elementima .....	28

**POPIS OZNAKA**

<b>Jedinica</b>	<b>Oznaka</b>	<b>Opis</b>
$A, A_c$	$m^2$	Poprečni presjek
$A_s$	$m^2$	Oplošje
$c$	$\frac{J}{kg \cdot K}$	Specifični toplinski kapacitet
$E$	$\frac{N}{m^2}$	Youngov modul elastičnosti
$F_1, F_2, F_3$	N	Sila na kraju štapa
$h$	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$	Koeficijent konvektivnog prijelaza topline
$k$	$\frac{W}{m \cdot K}$	Koeficijent provođenja topline
$l$	m	Duljina štapa
$\Delta l_t$	m	Produljenje štapa
$p$	m	Opseg
$q$	$\frac{W}{m^2}$	Gustoća toplinskog toka
$\dot{Q}_{cond,x}$	W	Toplinski tok provođenja u $x$
$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x}$	W	Toplinski tok provođenja u $x + \Delta x$
$\dot{Q}_{conv}$	W	Toplinski tok konvekcije
$\Delta T$	K	Promjena temperature
$T$	K	Temperatura
$T_\infty$	K	Temperatura okoline
$u$	m	Pomak
$\alpha$	$\frac{1}{K}$	Koeficijent toplinskog rastezanja

---

$\alpha_{konv}$	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$	Koeficijent konvektivnog prijelaza topline
$\varepsilon_{11}$	-	Deformacija u uzdužnom smjeru štapa
$\vartheta$	°C	Temperatura
$\vartheta_{s1}, \vartheta_{s2}$	°C	Temperature krajeva štapova
$\lambda$	$\frac{W}{m \cdot K}$	Koeficijent provođenja topline
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\rho$	$\frac{kg}{m^3}$	Gustoća
$\sigma_x, \sigma_{11}$	$\frac{N}{m^2}$	Naprezanje štapa
$\Phi$	W	Toplinski tok

## SAŽETAK

U ovom radu analizirana je toplinski opterećena konstrukcija. Uslijed toplinskog opterećenja javljaju se deformacije, naprezanja te pomaci promatrane konstrukcije. Varijacijom vrste opterećenja konstrukcije mijenjaju se raspodjele temperatura, deformacija, naprezanja te pomaka. Provedene toplinske analize verificirane su analitičkim putem te uspoređene s rezultatima dobivenima pomoću programskog paketa Abaqus. Provedene verifikacije su sljedeće: promjena temperaturnog polja, raspodjela temperature uslijed prijenosa topline konvekcijom te temperaturna raspodjela u elementu uslijed konduktivnog provođenja topline. U promjeni temperaturnog polja promatra se utjecaj jednolike promjene temperature cijelog štapa. U raspodjeli temperature uslijed konvekcije uz određene rubne uvjete posebno je dodana konvekcija po čvorovima štapa. Stoga se uz provođenje topline također javljaju i gubici konvektivnog prijelaza topline. U temperaturnoj raspodjeli u elementu uslijed provođenja topline kroz krutinu tj. kondukciji promatra se pad temperature. U konačnici, nakon verifikacije provedena je mehanička analiza konstrukcije sa spomenutim verificiranim toplinskim opterećenjima.

Ključne riječi: temperatura, naprezanje, deformacije, pomaci, provođenje, konvekcija, metoda konačnih elemenata, štapni konačni elementi

## **SUMMARY**

In this paper, analysis of a thermal loaded construction is carried out. Due to thermal load, many effects occur in the construction, such as deformation, stress and displacement. By varying the type of load, layout of the temperatures, deformations, stresses and displacements are also changing. Carried out analyses are verified analytically and compared with results obtained through simulation program Abaqus. The analyses are as follows: change in a temperature field, temperature distribution due to heat exchange by convection and temperature distribution in an element itself due to conductive heat exchange. During the change of a temperature field, the effect of the truss uniform temperature change is observed. In a distribution of the temperature due to convection with certain boundary conditions, convection is also additionally added per each truss node. Therefore, in addition to conductive heat exchange, there are also convective heat exchange losses along the length of the truss. In a distribution of the temperature during conduction, temperature drop is observed. Finally, after verification, mechanical analysis of the construction is carried out with above mentioned verified thermal loads.

Key words: temperature, stress, strain, displacement, conduction, convection, finite element method, truss elements

## 1. UVOD

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja približno računa stanja napreznja, deformacija, pomaka, tokove fluida, temperatura u promatranom elementu ili konstrukciji. Primjenjuje se u slučajevima kada konstrukcija ima složenu geometriju, kada je složeno opterećenje te nije moguće naći rješenje u analitičkom obliku. Rješavanje analitički podrazumijeva rješavanje diferencijalnih ili parcijalnih diferencijalnih jednažbi. Nekad je to vrlo složen i težak proces, čak i nemoguć, stoga se traže približna rješenja primjenom metode konačnih elemenata.

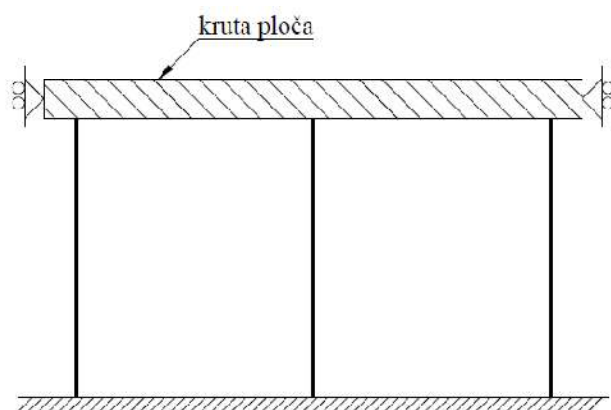
Metodom konačnih elemenata diskretiziramo konstrukciju konačnim elementima koje možemo opisati. Za svaki pojedini element postavljaju se jednažbe svojstvene tom elementu te se kombinacijom tih elemenata može opisati željena konstrukcija. Konačni elementi imaju ograničen broj stupnjeva slobode gibanja koja se mogu opisati jednažbama. Elementi su povezi čvorovima, a stanja elemenata se opisuju interpolacijskim funkcijama. Zadovoljavanjem određenih uvjeta funkcije mogu dovoljno točno opisati sustav te tako se približiti stvarnom ponašanju sustava. Povezivanjem jednažbi elemenata sustava određenim postupkom u cjelinu dobivaju se globalne jednažbe za diskretizirani sustav. Veći sustavi zahtijevaju više elemenata te rješavanje više jednažbi sa više nepoznanica što zahtijeva upotrebu računala.

U radu prilikom analize zadanog problema koristilo se programskim paketom Abaqus [1]. Abaqus je program u kojem je moguće simulirati i računati ponašanje modela metodom konačnih elemenata [2]. Nakon analize je moguće očitavanje rezultata provedene analize.

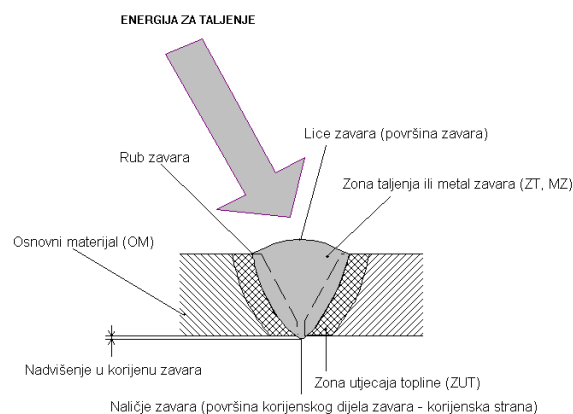
### 1.1. Opis zadatka

Konstrukcija koja se analizira u ovom završnom radu je prikazana na slici 1. Slika 1. predstavlja konstrukciju kojom se opisuje ponašanje materijala oko zavora. Štapovi su paralelni s jedne strane ukliješteni a sa druge strane povezani krutom pločom kojoj je omogućeno gibanje u aksijalnom smjeru štapova. Konstrukcija je opterećena dovođenjem topline na štap u sredini koji će se uslijed promjene temperature širiti te uzrokovati deformacije, napreznja i pomake konstrukcije. Zavarivanje je proces spajanja dvaju ili više materijala sa ili bez dodavanja dodatnog materijala. Dodani materijal prikazan na slici 2 se unosi u rastaljenom stanju pri povišenoj temperaturi na spoj dvaju materijala te svojim skrućivanjem spaja materijale u cjelinu.

Zavarivanje je jedna od najzastupljenijih i najprimjenjivanijih tehnika spajanja metalnih dijelova i konstrukcija. Tijekom procesa zavarivanja zona spoja je dovedena u tekuće stanje. Unosom topline u materijal javljaju se deformacije, pomaci i naprezanja materijala koji se spaja. Pojava zaostalih naprezanja i deformacija je nepoželjna na takvim mjestima. U ovom radu će se baviti problematikom utjecaja promjene temperature zavara na konstrukciju. Također isključivo će se ostati u elastičnom području zbog jednostavnosti analize. Variranjem načina unosa topline i rubnih uvjeta dobivat će se različita rješenja koja će se prikazivati odgovarajućim dijagramima. Cilj je istražiti moguće analize, raspodjelu temperatura, deformacija, naprezanja i pomaka u analizama te tako stvoriti temelj za daljnje proučavanje zavara u neelastičnom području.



Slika 1. model kojim se opisuje ponašanje zavara



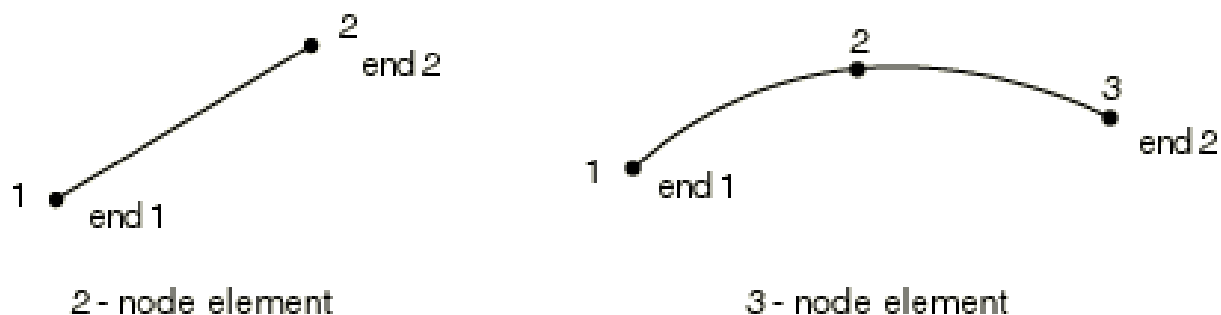
Slika 2. prikaz zavara [3]

## 1.2. Opis korištenih elemenata

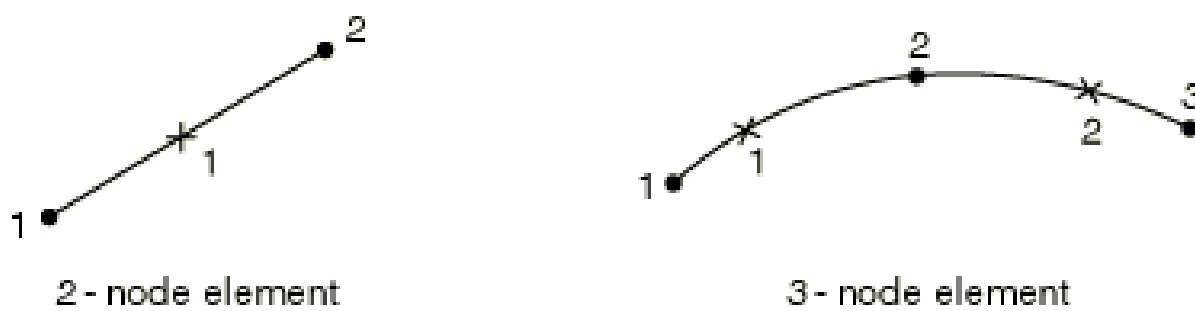
### 1.2.1. Korišteni konačni elementi u mehaničkoj analizi

Elementi korišteni u analizama su štapni elementi. Štapni elementi mogu prenositi samo aksijalne sile, ne prenose momente. Koriste se za opisivanje štapova u jednodimenzijском, dvodimenzijском ili trodimenzijском prostoru. T2D2 [1] štapni elementi su elementi koji imaju 2 čvora te koriste linearnu interpolaciju za određivanje pomaka. Imaju konstantna naprezanja. T2D3 [1] štapni elementi imaju 3 čvora, koriste kvadratnu interpolaciju za određivanje pomaka, stoga su deformacije linearnog karaktera. Na slici 3. su prikazi korištenih konačnih elemenata. T2D2 štapni elementi imaju 1 točku integracije, dok T2D3 imaju 2 točke integracije. Točke integracija elemenata prikazane su na slici 4.





Slika 3. Lijevo: T2D2 element, desno: T2D3 element [4]



Slika 4. Lijevo: integracijska točka T2D2 elementa, desno: integracijske točke T2D3 elementa [4]

### 1.2.2. Korišteni elementi u toplinskoj analizi

U toplinskoj analizi korišteni su DC1D2 [1] i DC1D3 [1] elementi. To su elementi koji imaju toplinski kapacitet i koeficijent provođenja topline po elementu. DC1D2 ima 2 čvora sa po 1 temperaturnim stupnjem slobode. DC1D3 ima 3 čvora sa po 1 temperaturnim stupnjem slobode. DC1D2 koristi linearnu interpolaciju, dok DC1D3 koristi kvadratnu interpolaciju temperatura po čvorovima. DC1D2 i DC1D3 elementi imaju raspored čvorova i točaka integracije jednak kao kod T2D2 i T2D3 elemenata prikazanih slikama 3 i 4.

## 2. VERIFIKACIJA

Verifikacija elementa se vrši usporedbom rezultata dobivenih analizom u programskom paketu Abaqus sa analitički riješenim problemima. Verifikacijom se potvrđuje točnost analiza i korištenih procedura na jednostavnijim modelima. Materijal koji se koristi tijekom analiza je S235JR. To je nelegirani konstrukcijski čelik pogodan za zavarivanje. Svojstva S235JR korištena za analize su:

$\nu = 0,28$  – Poissonov faktor,

$E = 200$  GPa - Youngov modul elastičnosti,

$\lambda = 43 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$  - Koeficijent provođenja topline,

$c = 477 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$  - Specifični toplinski kapacitet,

$\rho = 8000$  kg/m<sup>3</sup> - Gustoća,

$\alpha = 16 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$  - Koeficijent toplinskog rastezanja.

### 2.1. Promjena temperaturnog polja

Prilikom promjene temperature štapa, štap se rasteže. Promatrani štap ima stupnjeve slobode samo u aksijalnom smjeru štapa, to jest jednodimenzijski je problem. Deformacija koja se javlja kao posljedica promjene temperature štapa pojaviti će samo u aksijalnom smjeru, uzdužnom smjeru osi štapa.

#### 2.1.1. Analitičko rješenje uslijed promjene temperaturnog polja

Ugrije li se štap na temperaturu  $T + \Delta T$ , produljit će se za iznos

$$\Delta l_t = \alpha l \Delta T, \quad (2.1)$$

gdje je  $\alpha$  koeficijent toplinskog rastezanja,  $\Delta T$  promjena temperature, duljina štapa je  $l$ .

Zadano je:

$$l = 1 \text{ m},$$

$$\alpha = 16 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \text{ - smatra se da je koeficijent konstantan,}$$

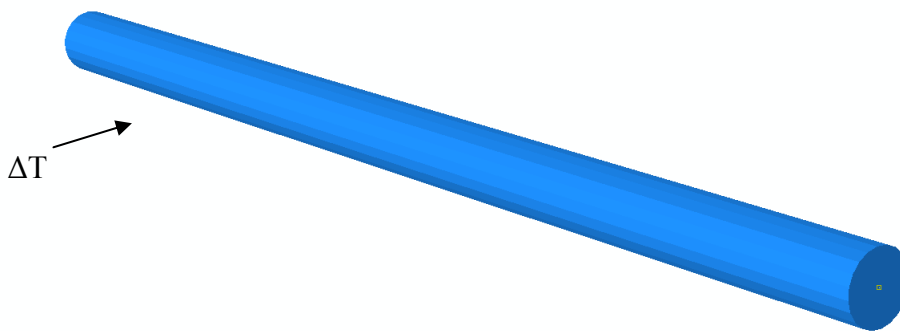
$$\Delta T = 200 \text{ K}.$$

Nakon uvrštavanja zadanih brojeva u jed. (2.1) dobije se

$$\Delta l_t = 16 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 200 = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m.} \quad (2.2)$$

### 2.1.2. Analiza u Abaqusu uslijed promjene temperaturnog polja

Analiza je provedena u Static, General stepu sa predefiniranim temperaturnim poljima. U initial stepu je definirano temperaturno polje gradijenta 20. U Static, General stepu je predefinirano temperaturno polje gradijenta 220. Opterećenje je prikazano na slici 5.

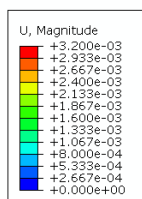


Slika 5. Model štapa uslijed promjene temperaturnog polja

Štap je diskretiziran sa 1 T2D2 elementom, što je prikazano na slici 6.

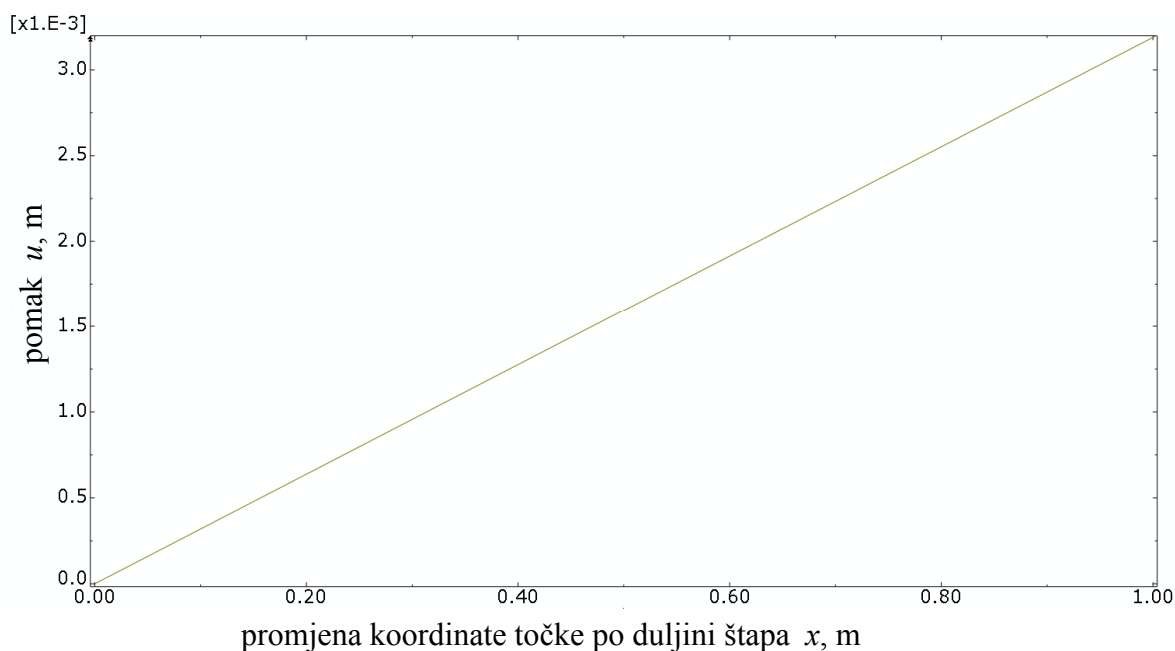
Slika 6. Diskretizirani model uslijed promjene temperaturnog polja

Na slici 7 prikazani su rezultati dobiveni primjenom p.p. Abaqus. Analizom štapa dobiju se rezultati jednaki analitičkom rješenju. Nema potrebe za povećavanjem broja čvorova niti konvergencije rješenja jer štapni element opisuje konstantne deformacije koje se i javljaju u samom elementu. Naprezanja nema jer je štap slobodan na svom jednom kraju, stoga ga ništa ne sprječava da se produlji u željenom smjeru. Deformirani oblik štapa prikazan je na slici 7.



Slika 7. Pomaci duž štapa uslijed promjene temperaturnog polja

Funkcija pomaka je linearna. Vidljivo je iz jed. (2.1), također je prikazano na slici 8 koja opisuje raspodjelu pomaka po duljini štapa.



Slika 8. Dijagram pomaka uslijed promjene temperaturnog polja

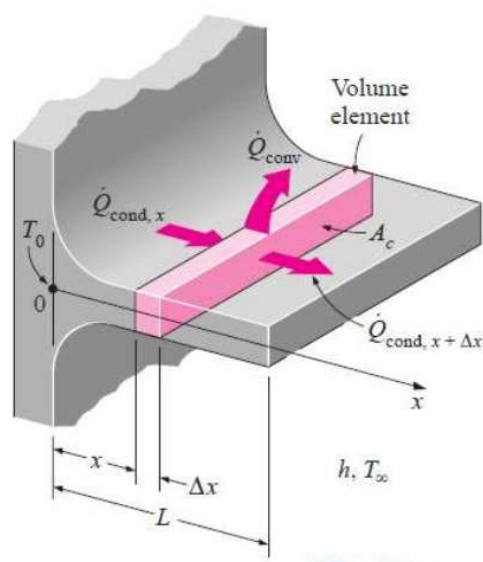
## 2.2. Raspodjela temperature u elementu uslijed konvekcije

Element je opterećen tako što je na jednom kraju štapa konstantna temperatura  $T = 200$  K, dok su u svim čvorovima definirane točke konvekcije. Analiza se vrši u stacionarnom, ravnotežnom stanju.

Konvekcija elementa je zadana po čvorovima jer programski paket Abaqus nije dopustio rađanje površine po duljini štapa. Javio se problem u smislu da DC1D2 elementi ne mogu služiti kao osnova rađanju površine. Kada bi se moglo tada bi se konvekcija definirala po površini tijela što bi bolje opisivalo stvarno stanje i ne bi bilo potrebe za povećanjem čvorova radi konvergencije rješenja.

### 2.2.1. Analitičko rješenje raspodjele temperature

Analitičko rješenje se dobiva analizom prijenosa topline kod orebrenih površina prikazanom na slici 9. prema [5].



Slika 9. Obujam elementa [5]

Energetska bilanca rebra

$$\left( \begin{array}{c} \text{toplinski tok provođenja} \\ \text{na mjestu } x \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{toplinski tok provođenja} \\ \text{na mjestu } x + \Delta x \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{toplinski tok konvekcije} \\ \text{iz elementa} \end{array} \right) ,$$

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+\Delta x} + \dot{Q}_{conv} . \quad (2.3)$$

Toplinski tok uslijed konvekcije se računa prema

$$\dot{Q}_{conv} = h(p\Delta x)(T - T_{\infty}) . \quad (2.4)$$

Uvrštavanje jed. (2.4) u jed. (2.3) te dijeljenjem sa  $\Delta x$ , dobije se

$$\frac{\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} - \dot{Q}_{cond,x}}{\Delta x} + hp(T - T_\infty) = 0. \quad (2.5)$$

Kako  $\Delta x \rightarrow 0$  jed. (2.5) prelazi u

$$\frac{d\dot{Q}_{cond}}{dx} + hp(T - T_\infty) = 0. \quad (2.6)$$

Prema Fourierovom zakonu toplinskog toka jednadžba za širenje topline kroz element je

$$\dot{Q}_{cond} = -kA_c \frac{dT}{dx}, \quad (2.7)$$

gdje je  $A_c$  poprečni presjek. Uvrštavanjem jed. (2.7) u jed. (2.6) dobije se

$$\frac{d}{dx} \left( -kA_c \frac{dT}{dx} \right) - hp(T - T_\infty) = 0. \quad (2.8)$$

Pretpostavljajući konstantan poprečni presjek  $A_c$  i konstantan koeficijent provođenja topline  $k$ , jed. (2.8) prelazi u oblik

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - a^2\theta = 0, \quad (2.9)$$

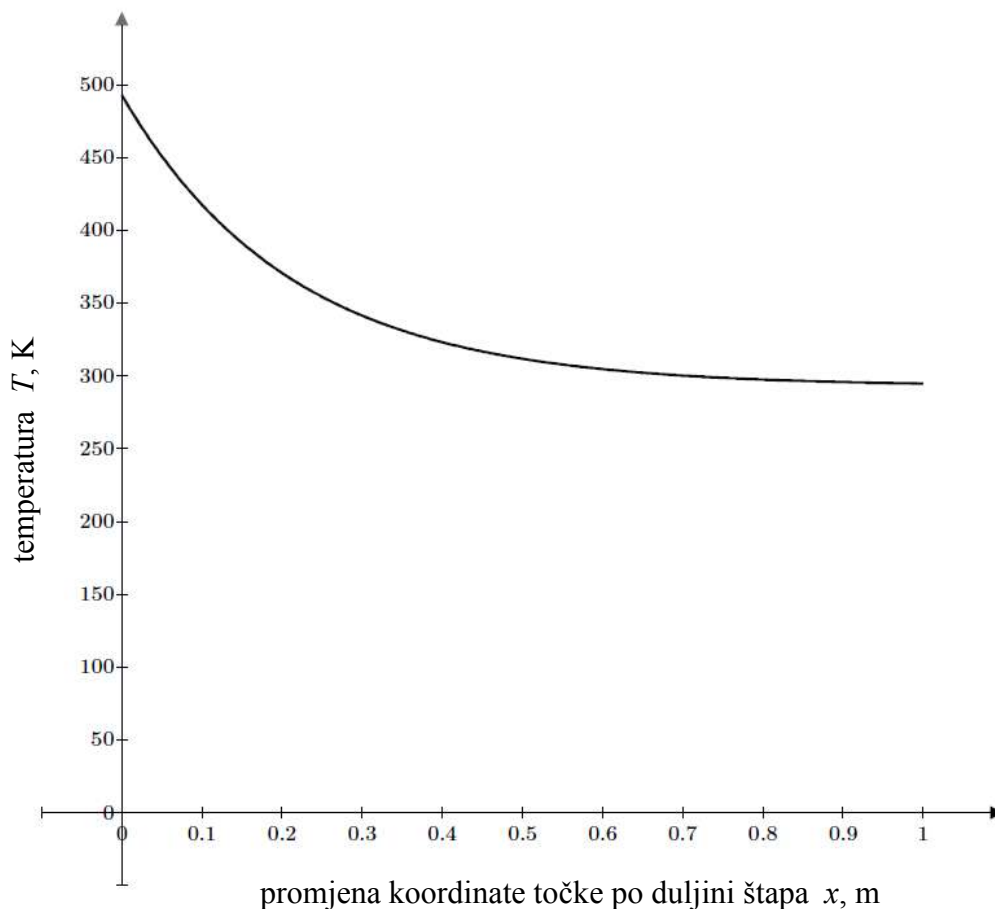
gdje je

$$a^2 = \frac{hp}{kA_c}. \quad (2.10)$$

Daljnijim postavljanjem rubnih uvjeta temperatura u vrhovima štapa za duga rebra može se dobiti raspodjela temperatura po duljini rebra. Uvjet dugih rebara je da temperatura toplinski neopterećenog kraja teži temperaturi okoline.

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-ax} = e^{-x\sqrt{\frac{hp}{kA_c}}}. \quad (2.11)$$

Uvrštavanjem zadanih parametara dobije se raspodjela temperature po elementu što je prikazano na slici 10.



Slika 10. Analitički izračunata raspodjela temperature rebra

### 2.2.2. Analiza raspodjele temperature uslijed konvekcije u Abaqusu

Analiza je izvršena u Heat transfer stepu, steady state. Štapni element je raspodijeljen u 50 jednakih dijelova da bi konvekcija u čvorovima mogla opisati stvarnu konvekciju po površini koja se događa. Rubni uvjet je postavljen na lijevi kraj štapa tako što mu je postavljena  $T = 493$  K, pritom označavajući zagrijanost čvora u kelvinima (K). Rubni uvjet je prikazan na slici 11.



Slika 11. Rubni uvjeti štapa uslijed konvekcije

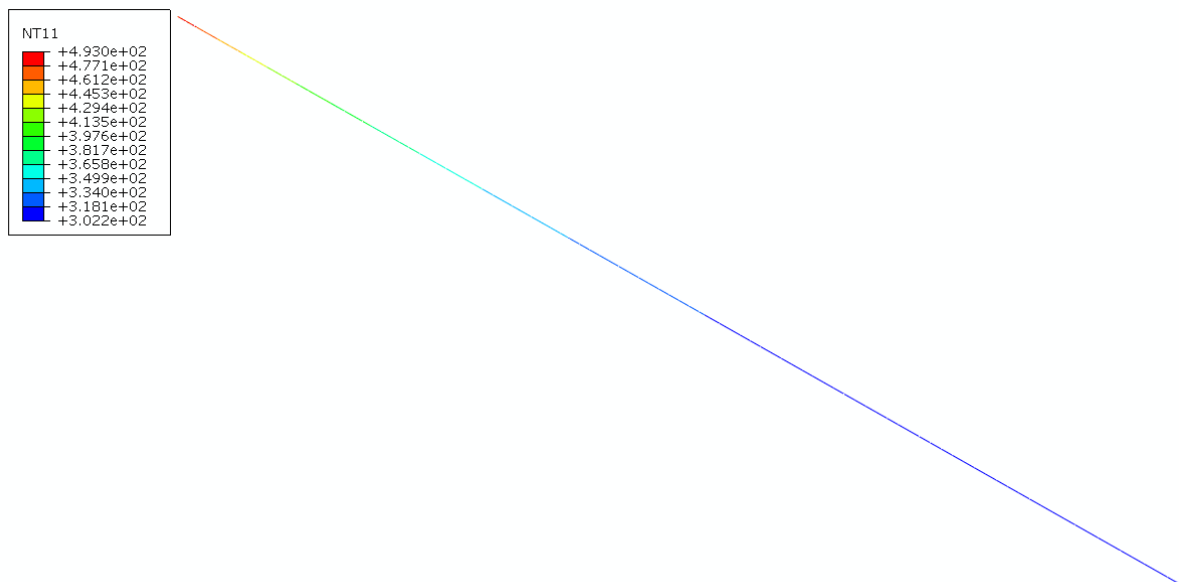
Štap je diskretiziran sa 50 DC1D2 elemenata, diskretizacija je prikazana na slici 12.

Slika 12. Diskretizirani model uslijed konvekcije

Dodatno se definiraju svojstva materijala:

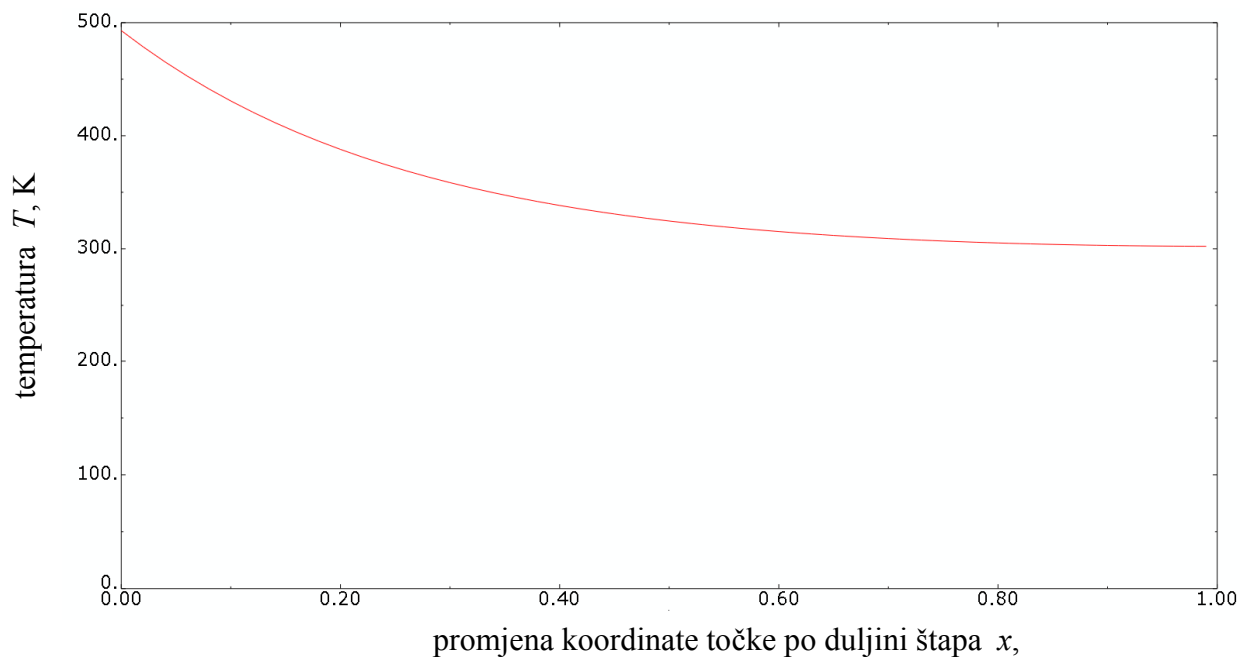
$$\alpha_{konv} = 12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} - \text{konvekcija u \u0107vorovima \u0161tapa.}$$

Temperatura pada po duljini \u0161tapa uslijed konvekcije \u0161tapa prema okolini i provo\u0111enja topline du\u017e \u0161tapa, raspodjela temperatura mo\u017ee se vidjeti na slici 13., te dijagramski prikaz raspodjele temperature du\u017e elementa u ovisnosti o  $x$  na slici 14.



Slika 13. Raspodjela temperature po \u0161tapa uslijed konvekcije





Slika 14. Dijagramski prikaz raspodjele temperature duž štapa uslijed konvekcije

### 2.3. Temperaturna raspodjela u elementu uslijed provođenja topline

Pri stacionarnom provođenju topline temperaturno polje u štapa ostaje vremenski nepromjenljivo, pa je temperatura funkcija samo prostornih koordinata točaka promatranog štapa.

#### 2.3.1. Analitičko rješenje uslijed provođenja topline

Temperaturno provođenje u samo jednom smjeru,  $x$  smjeru prema [3] glasi

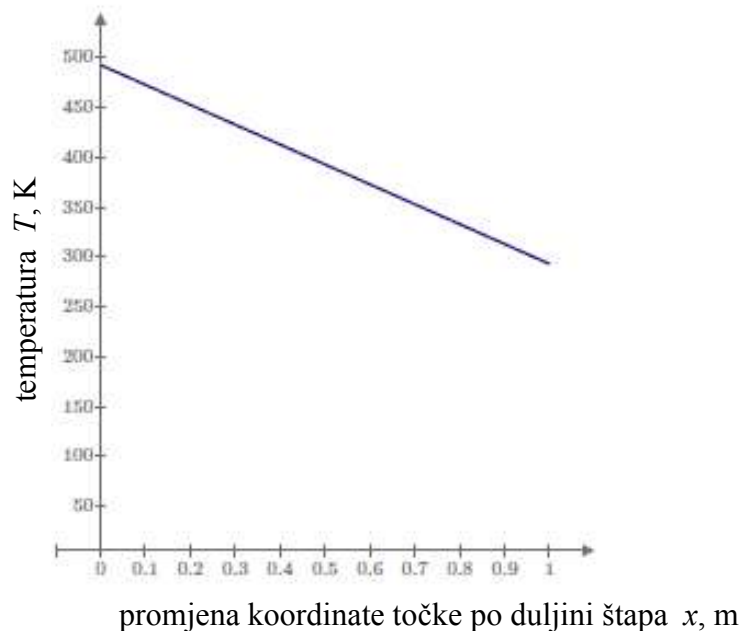
$$\vartheta(x) = \vartheta_{s1} - \frac{\vartheta_{s1} - \vartheta_{s2}}{\delta} x, \quad (2.12)$$

gdje je  $\vartheta_{s1}$  temperatura jednog kraja štapa, a  $\vartheta_{s2}$  temperatura drugog kraja štapa.  $\vartheta_{s1} > \vartheta_{s2}$ .

Daljnjim ubacivanjem Fourierovog zakona za gustoću toplinskog toka i sređivanjem dobiva se temperaturna raspodjela u obliku

$$\vartheta(x) = \vartheta_{s1} - \frac{q}{\lambda} x, \quad (2.13)$$

gdje je  $q$  gustoća toplinskog toka, a  $\lambda$  koeficijent provođenja kroz krutinu. Iz jednadžbi se vidi da je raspodjela temperatura po duljini štapa linearna, što i pokazuje slika 11.



Slika 15. Analitički izračunata temperaturna raspodjela uslijed provođenja topline

### 2.3.2. Analiza raspodjele temperature usred provođenja topline u Abaqusu

Analiza je izvršena u Heat transfer, steady state stepu. Rubni uvjet jednog kraja štapa je  $T = 293$  K, dok je drugi kraj štapa opterećen toplinskim tokom  $\Phi = 21,5$  W. Rubni uvjeti prikazani su na slici 16.

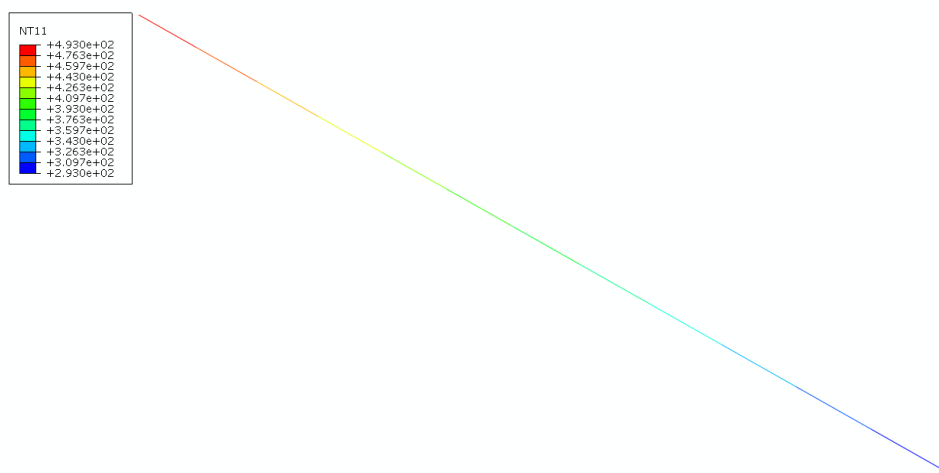


Slika 16. Rubni uvjeti štapa uslijed provođenja topline

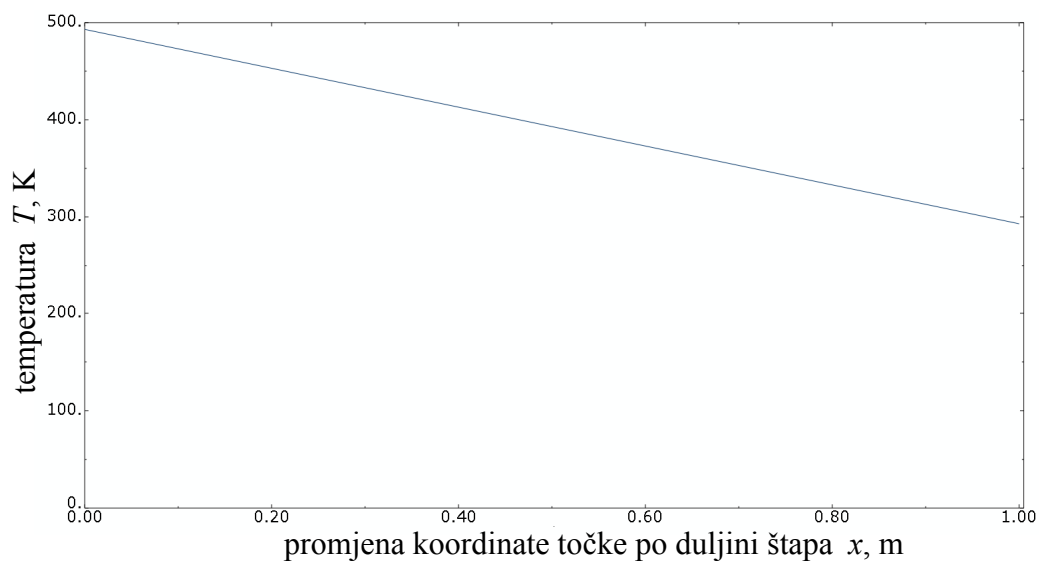
Štap je diskretiziran jednim DC1D2 elementom. Točan rezultat se dobije već sa 1 elementom, jer program koristi linearnu interpolaciju između čvorova. Diskretizacija je prikazana na slici 17.

Slika 17. Diskretizirani model uslijed provođenja topline

Slika 18. prikazuje raspodjelu temperature po štapu. Vidljivo je iz slike 19. da je temperaturna raspodjela u štapu linearna i da ovisi samo o koordinatama štapa što je jednako analitičkom rješenju. Slijedi da model u Abaqusu opisuje točno raspodjelu temperature prilikom provođenja kroz štap.



Slika 18. Prikaz raspodjele temperature po štapu uslijed provođenja topline

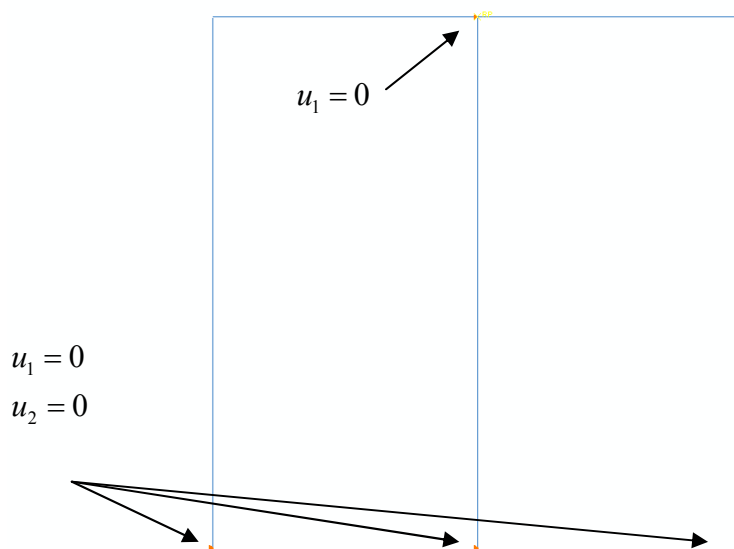


Slika 19. Dijagramski prikaz raspodjele temperature duž štapa uslijed provođenja topline

### 3. ANALIZA KONSTRUKCIJE

U poglavlju verifikacija opisane su analize pomoću kojih se određuje temperaturna raspodjela u štapu uslijed različitih opterećenja. Te temperaturne raspodjele će biti ubačene u model konstrukcije. Srednji štap će biti opterećen promjenom temperature prikazanih analiza u poglavlju 2. Ubacivanjem .odb datoteke u predefinjirana polja srednjeg štapa moći će se odrediti napreznja, deformacije i pomake u konstrukciji uslijed toplinskih opterećenja. U tako provedenim analizama deformacije i napreznje neće utjecati na promjeni temperature konstrukcije.

Model napravljen u programskom paketu Abaqus sastoji se od 3 štapa paralelno postavljenih, ukliještenih na svojem donjem kraju, te povezani sa štapom horizontalno postavljenim koji se ponaša kao kruto tijelo. Horizontalno postavljeni štap napravljen je kao discrete rigid body. Diskretiziran je sa Discrete rigid elementom, tipom Rigid link (R2D2 [1]). Rigid link je element koji ima 2 čvora i 2-D mogućnost gibanja. Gibanja krutog štapa su definirana postavljanjem referentne točke na sredinu štapa i postavljanjem rubnih uvjeta na točku. Model konstrukcije korištenog pri analizi prikazan je na slici 20.

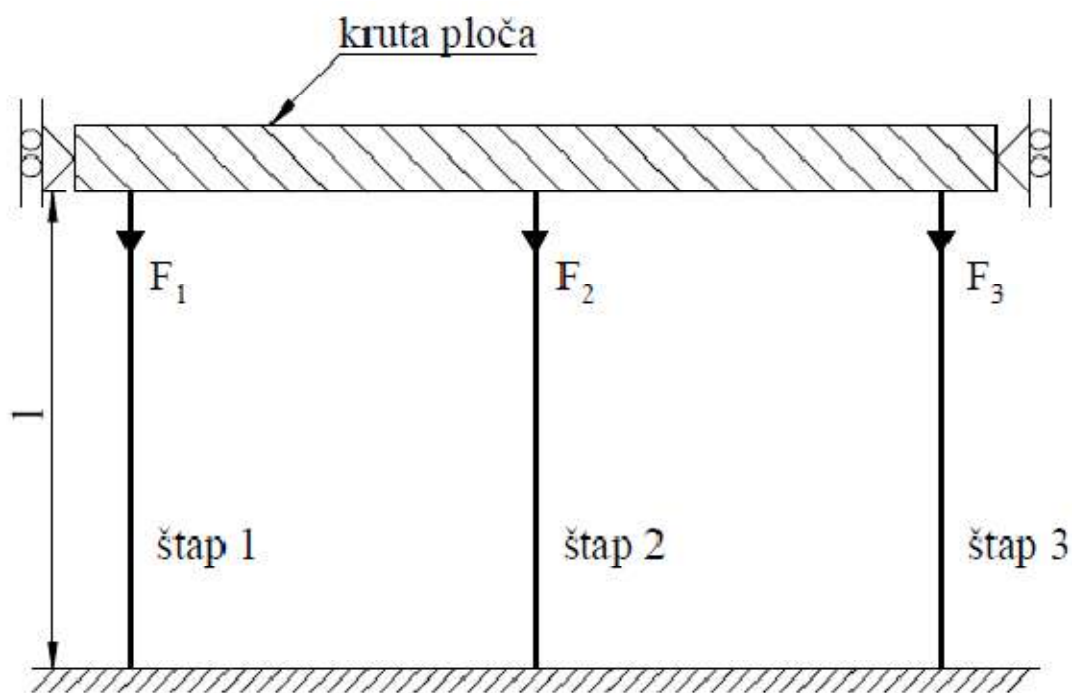


Slika 20. Rubni uvjeti konstrukcije

### 3.1 Analiza konstrukcije usred promjene temperaturnog polja

#### 3.1.1. Analitički računanje naprezanja konstrukcije usred promjene temperaturnog polja

Na slici 21. su prikazani pretpostavljeni smjerovi djelovanja sila, koji će se dalje koristiti u analitičkom proračunu.



Slika 21. Analitičko određivanje naprezanja konstrukcije

Uvjet ravnoteže je da je suma sila u vertikalnom smjeru jednaka 0:

$$\sum F_x = 0, \quad (3.1)$$

$$-F_1 - F_2 - F_3 = 0. \quad (3.2)$$

Iz slike 21. se vidi da je konstrukcija simetrična, te da će biti

$$F_1 = F_3, \quad (3.3)$$

dalje slijedi

$$2F_1 + F_2 = 0, \quad (3.4)$$

$$F_1 = A\sigma_1, F_2 = A\sigma_2, \quad (3.5)$$

$$2\sigma_1 + \sigma_2 = 0. \quad (3.6)$$

Pomaci štapova će biti jednaki jer su na jednoj strani vezani za horizontalnu podlogu, a na drugoj strani vezani za ravnu krutu ploču. Iz toga slijedi

$$\Delta l_1 = \Delta l_2. \quad (3.7)$$

Pomak toplinski neopterećenih štapova jednak je

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 l}{E}. \quad (3.8)$$

Pomak toplinski opterećenog štapa jednak je

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 l}{E} + \alpha \Delta T l. \quad (3.9)$$

Uvrstivši jed. (3.8) i jed. (3.9) u jed. (3.7) dobije se

$$\frac{\sigma_1 l}{E} = \frac{\sigma_2 l}{E} + \alpha \Delta T l. \quad (3.10)$$

Uvrštavanjem jed. (3.6) u jed. (3.10) dobije se

$$\frac{\sigma_1 l}{E} = -\frac{2\sigma_1 l}{E} + \alpha \Delta T l. \quad (3.11)$$

Sređivanjem jed. (3.11) dobije se izraz za naprezanje u el.1 i el.3

$$\sigma_1 = \frac{\alpha \Delta T E}{3}. \quad (3.12)$$

Uvrštavanjem jed. (3.12) u jed. (3.11) dobije se izraz za naprezanje u el.2

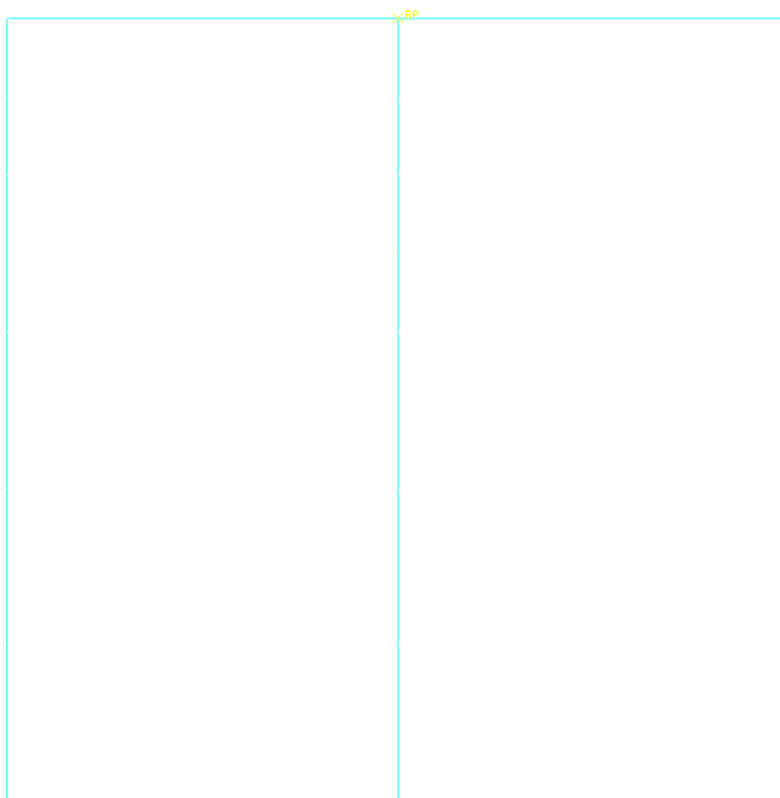
$$\sigma_2 = -\frac{2}{3} \alpha \Delta T E. \quad (3.13)$$

Iz jed. (3.13) i jed. (3.12) se vidi da je naprezanje u štapu 2 tlačno, a u štapovima 1 i 3 vlačno. Srednji štap svojim izduživanjem uzrokuje vlačna naprezanja bočnih štapova. Bočni štapovi

svojom tendencijom da se vrate na početno stanje će tlačiti srednji štap te uzrokovati tlačna naprezanja u srednjem štapu.

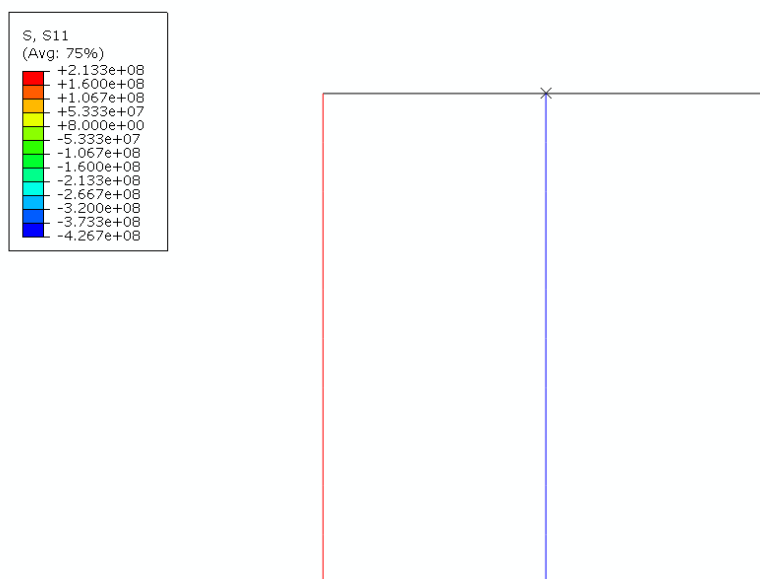
### **3.1.2. Analiza konstrukcije u Abaqusu uslijed promjene temperaturnog polja**

Štapovi 1, 2 i 3 diskretizirani su T2D2 [5] elementima, 1 elementom po štapu. Diskretiziranje sa samo jednim elementom po štapu dobiju se jednaki rezultati dobiveni analitičkim putem. Vidljivo je iz jed. (3.12) i jed. (3.13) da je naprezanje u štapu 2 dvostruko veće i negativnog predznaka što će i analiza u p.p. Abaqus-u potvrditi. Diskretizacija je prikazana na slici 22.



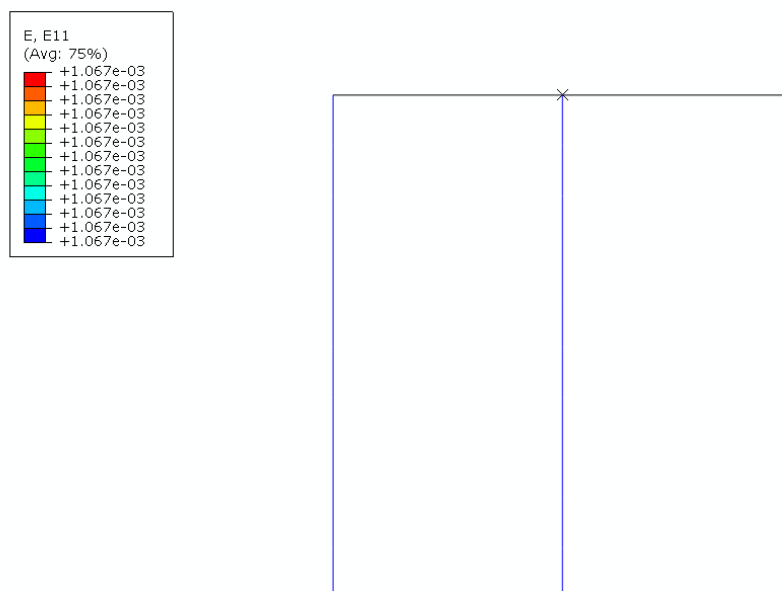
Slika 22. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja topline

Naprezanja u štapovima opisuju stanje naprezanja dobiveno analitičkim putem, prikazano je na slici 23. Štap 2 je tlačno opterećen, dok su štapovi 1 i 3 vlačno opterećeni uslijed promjene temperature štapa 2.



Slika 23. Naprezanja u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja

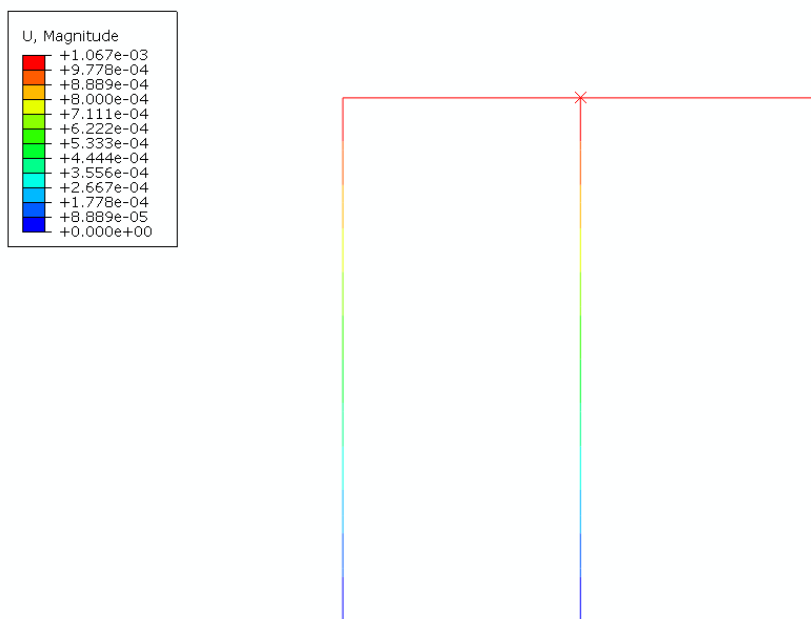
Deformacije koje se javljaju u štapovima su konstantne i jednake za sve štapove. Raspodjela deformaciju u konstrukciji prikazana je na slici 24.



Slika 24. Deformacije u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja

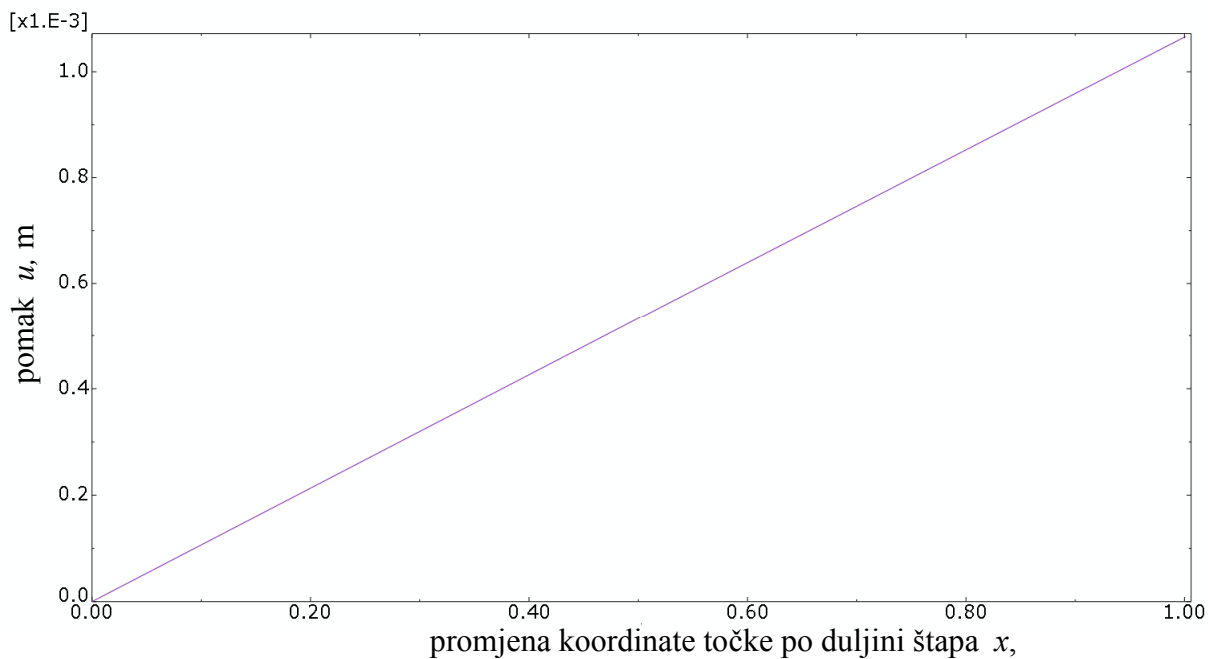
Pomaci i deformacije štapova su jednaki jer su spojeni na krutu ploču i uklješteni na svom drugom kraju. Raspodjela pomaka po konstrukciji vidi se na slici 25.





Slika 25. Pomaci u konstrukciji uslijed promjene temperaturnog polja

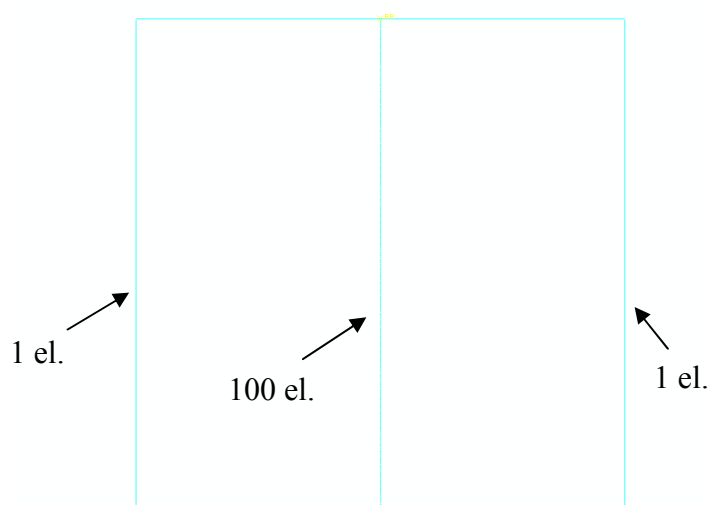
Raspodjela pomaka po elementu prikazana je na slici 26 . Vidi se da je raspodjela pomaka linearna zbog konstantnih deformacija.



Slika 26. Raspodjela pomaka duž štapa uslijed promjene temperaturnog polja

### 3.2. Analiza konstrukcije uslijed provođenja topline

Opterećenje na konstrukciju zadano je različitim temperaturama pojedinih čvorova štapa 2. Inicijalno je temperatura magnitude 293, te u Static, General stepu se ubacuju temperature čvorova iz poglavlja 2.3.2. Provođenjem topline kroz krutinu kao što je pokazano u poglavlju 2.3.2 uzrokuje linearan pad temperature, što će uzrokovati linearnu promjenu deformacija duž štapa. Takvo toplinsko opterećenje i raspodjela temperatura zahtijeva pažljivo diskretiziranje srednjeg štapa. Diskretizacija konstrukcije prikazana je na slici 27.



Slika 27. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja topline

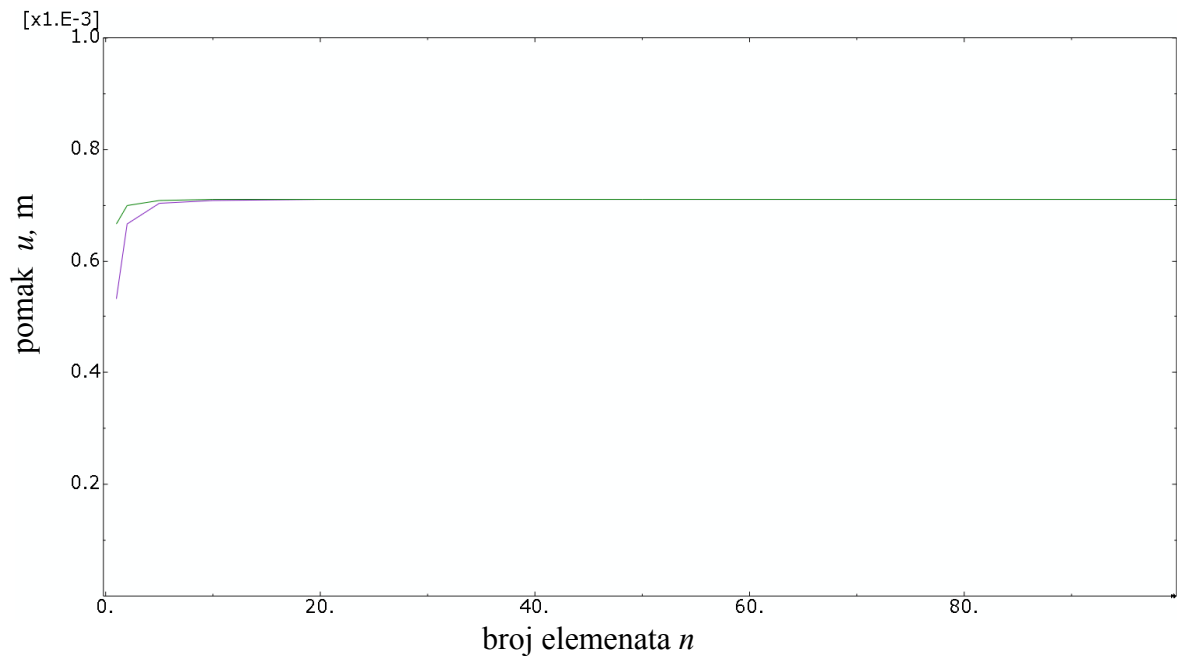
Konvergencija k točnom rješenju će biti brža ukoliko se koriste T2D3 elementi sa 3 čvora. Korištenjem T2D2 elemenata naprezanje će konvergirati odmah. Deformacije će konvergirati nešto sporije jer T2D2 elementi opisuju samo konstantno polje deformacija, a u štapu se javlja linearna promjena deformacija. Pomaci će također konvergirati sporije jer elementi opisuju samo linearne pomake, a pomaci u srednjem štapu se mijenjaju po krivulji višeg reda. Korištenjem T2D3 elemenata naprezanje i deformacije će konvergirati odmah jer elementi mogu opisati konstantna naprezanja i linearnu promjenu deformacija. Pomaci će konvergirati brže nego korištenjem T2D2 elemenata zbog toga što funkcija koja opisuje pomake u T2D3 elementima je višeg reda, parabola. Povećanjem broja elemenata se postižu točniji rezultati što prikazuju tablica 1 i tablica 2, te slika 28 i slika 29.

Tablica 1. Prikaz konvergencije rješenja s korištenim T2D2 [5] elementima

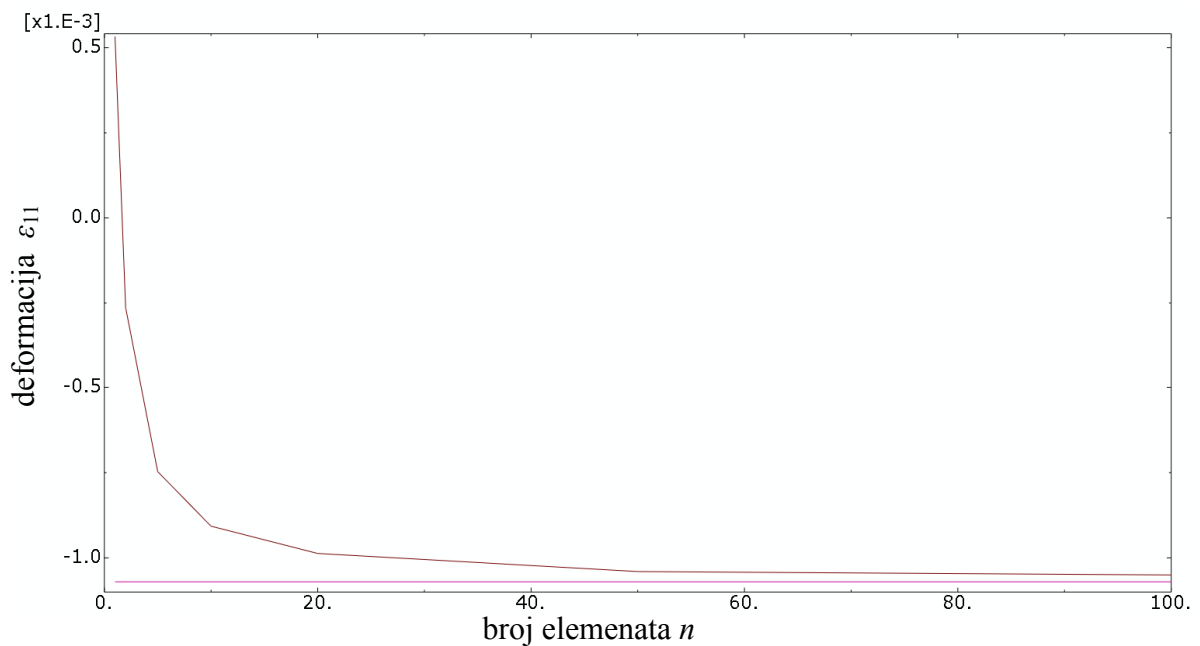
Broj elemenata	Naprezanje, $\sigma_{11} / \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Deformacija elementa u točki spoja srednjeg štapa i krute ploče, $\varepsilon_{11}$	Maksimalni pomak elementa štapa, $u / \text{m}$
1	$-2,13 \cdot 10^8$	$5,33 \cdot 10^{-4}$	$5,33 \cdot 10^{-4}$
2	$-2,13 \cdot 10^8$	$-2,67 \cdot 10^{-4}$	$6,67 \cdot 10^{-4}$
5	$-2,13 \cdot 10^8$	$-7,47 \cdot 10^{-4}$	$7,04 \cdot 10^{-4}$
10	$-2,13 \cdot 10^8$	$-9,07 \cdot 10^{-4}$	$7,09 \cdot 10^{-4}$
20	$-2,13 \cdot 10^8$	$-9,87 \cdot 10^{-4}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$
50	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,04 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$
100	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,05 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$

Tablica 2. Prikaz konvergencija rješenja s korištenim T2D3 [5] elementima

Broj elemenata	Naprezanje, $\sigma_{11} / \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Deformacija elementa u točki spoja srednjeg štapa i krute ploče, $\varepsilon_{11}$	Maksimalni pomak elementa štapa, $u / \text{m}$
1	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$6,67 \cdot 10^{-4}$
2	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,00 \cdot 10^{-4}$
5	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,09 \cdot 10^{-4}$
10	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$
20	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$
50	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$
100	$-2,13 \cdot 10^8$	$-1,07 \cdot 10^{-3}$	$7,11 \cdot 10^{-4}$

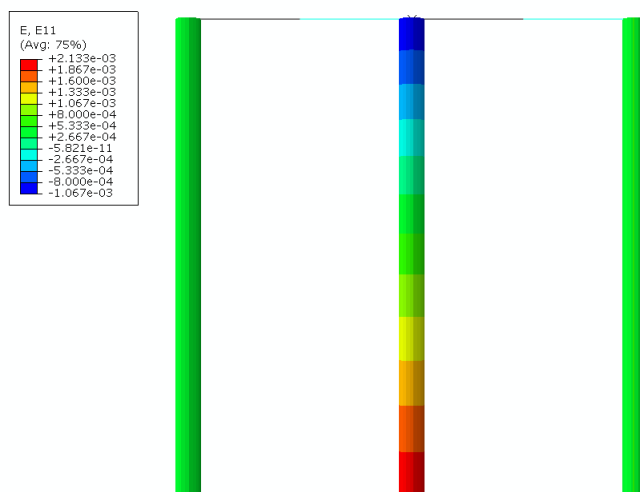


Slika 28. Konvergencija pomaka



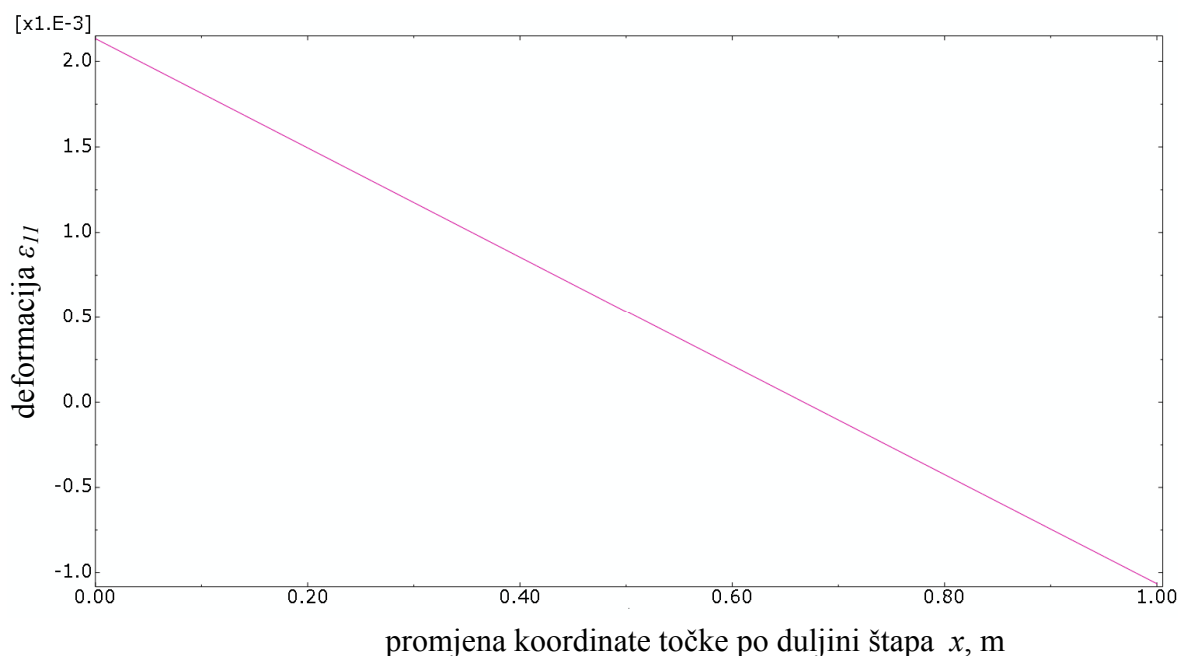
Slika 29. Konvergencija deformacija

Slika 30. prikazuje deformacije u konstrukciji uslijed provođenja topline. Vidljivo je da su deformacije bočnih štapova konstantne dok je deformacija srednjeg štapa funkcija položaja promatrane točke na štapu.



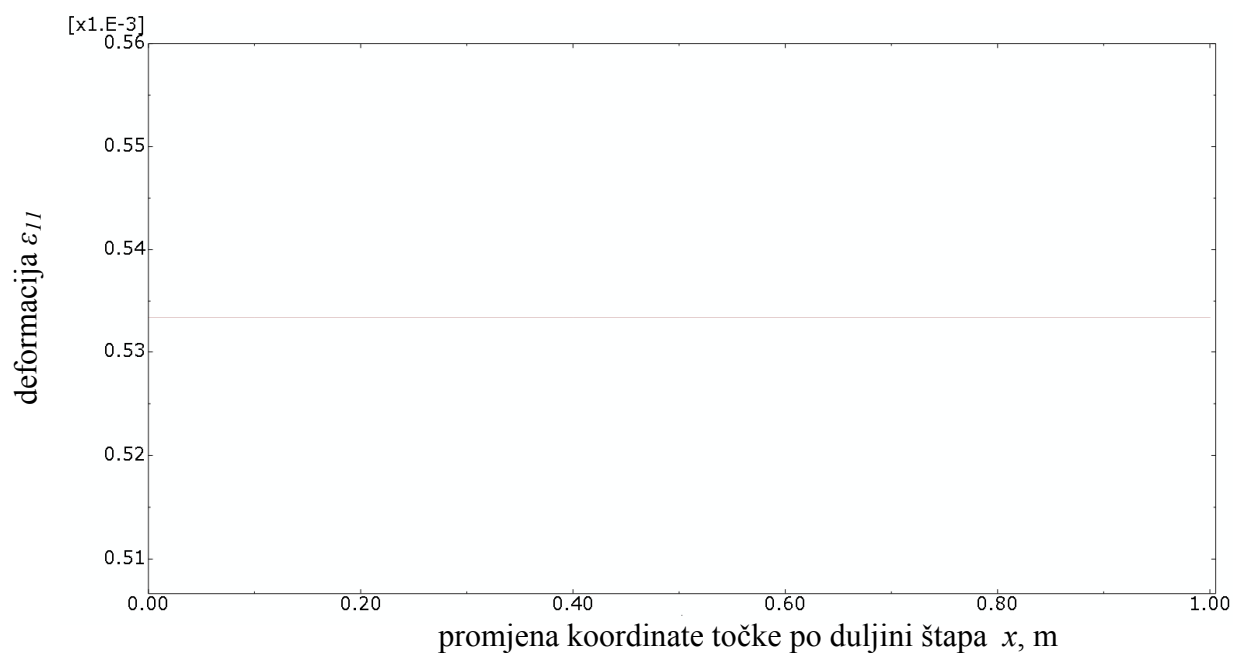
Slika 30. Deformacije u konstrukciji uslijed provođenja topline

Slika 31. prikazuje raspodjelu deformacija duž štapa 2. Raspodjela deformacija je linearna zbog linearne promjene temperature po duljini štapa. Negativni predznak deformacije se javlja zbog tlačnog napreznja koje djeluje na štapa 2. Deformacije uslijed promjene temperature će se smanjivati, dok je deformacija uslijed konstantnog napreznja konstantna. To će uzrokovati pojavu negativnih deformacija u dijagramu prikazanom na slici 31.



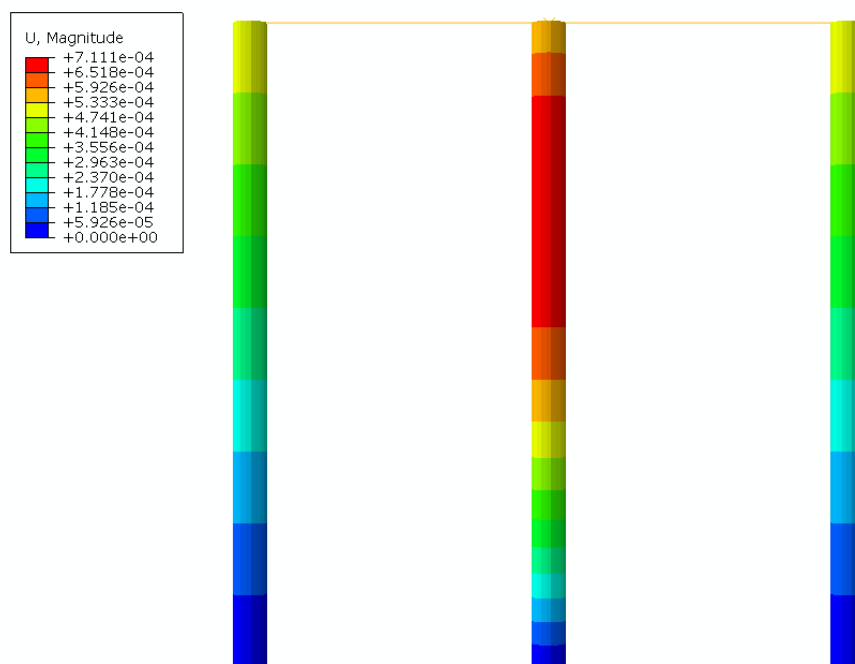
Slika 31. Raspodjela deformacija duž štapa 2 uslijed provođenja topline

Na slici 32 se vidi deformacija štapova 1 i 3. Obzirom na simetričnost deformacije, pomaci i napreznja štapova 1 i 3 bit će jednaka. Iz slike 32. se vidi da su deformacije štapova konstantne.

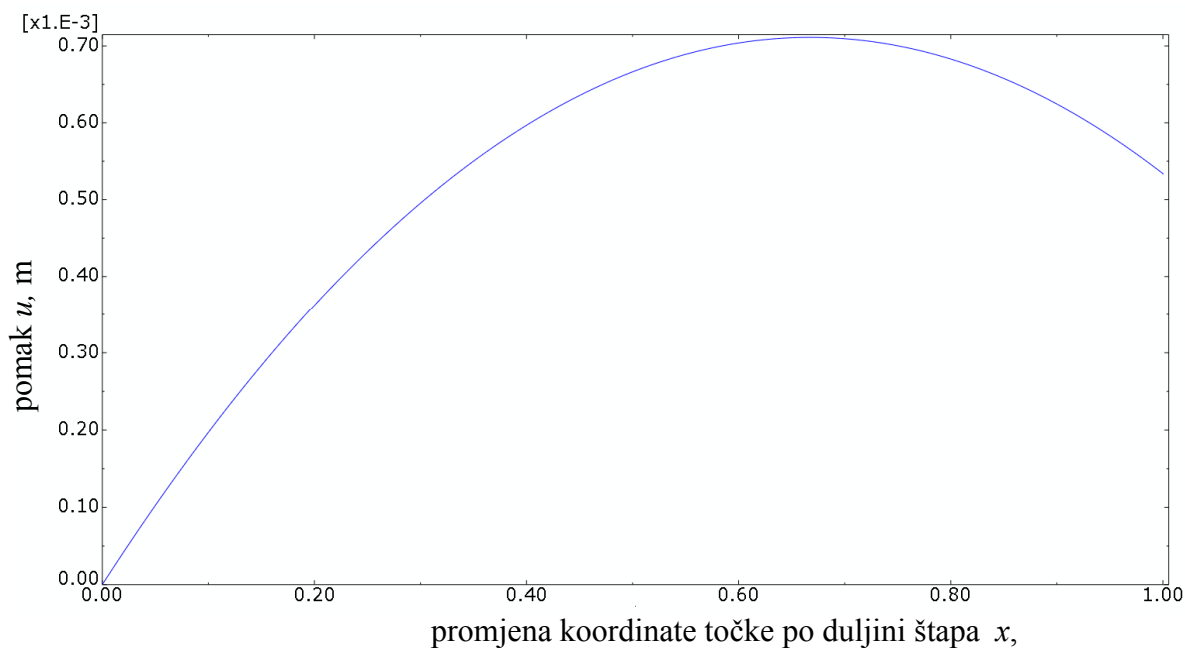


Slika 32. Raspodjela deformacija duž štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline

Na slici 33. je prikazana raspodjela pomaka u konstrukciji uslijed provođenja topline. Pomak u štapu 2 je opisan krivuljom višeg reda. Deformacije su linearnog karaktera, a pomak ovisi o deformacijama i položaju točke na štapu, iz toga proizlazi da je pomak krivulja višeg reda. Raspodjela pomaka duž štapa 2 je prikazana na slici 34. T2D2 elementi opisuju linearne pomake u elementu. Za točnije opisivanje funkcije pomaka duž elementa potrebno je više elemenata.

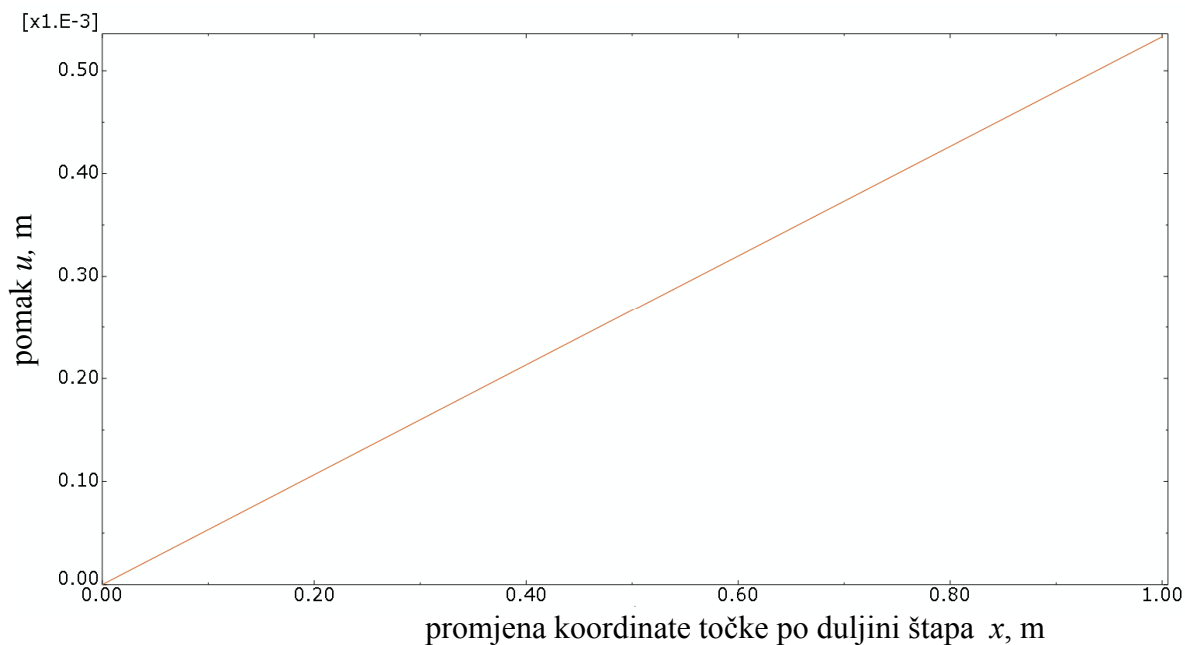


Slika 33. Raspodjela pomaka u konstrukciji uslijed provođenja topline



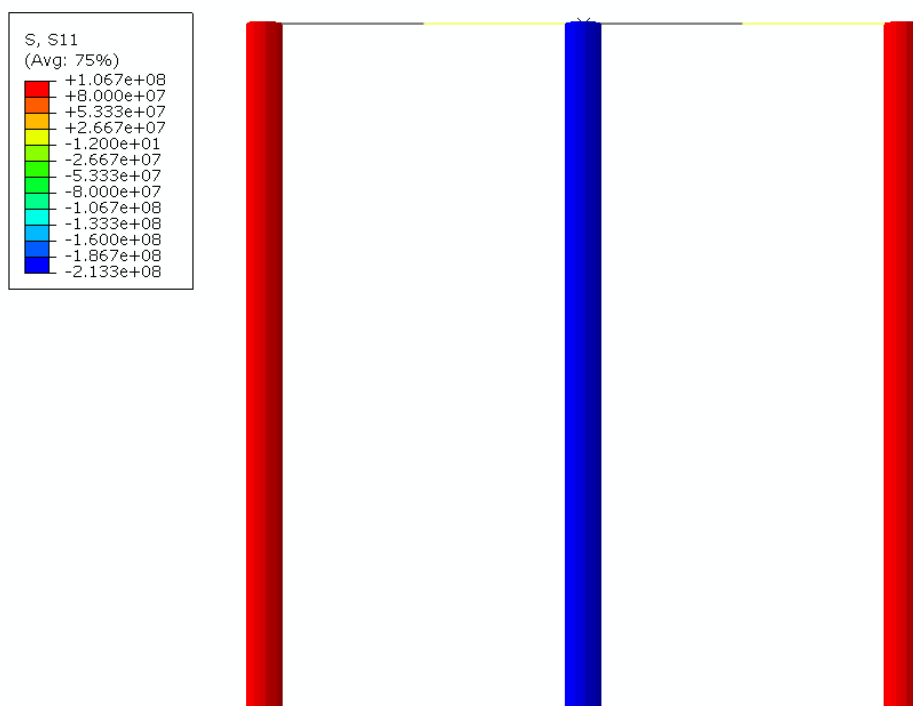
Slika 34. Promjena pomaka štapa 2 uslijed provođenja topline

Pomaci štapova 1 i 3 su linearni, povećavaju se s promjenom duljine promatranog štapa. Pomaci štapova 1 i 3 su prikazani na slici 35.



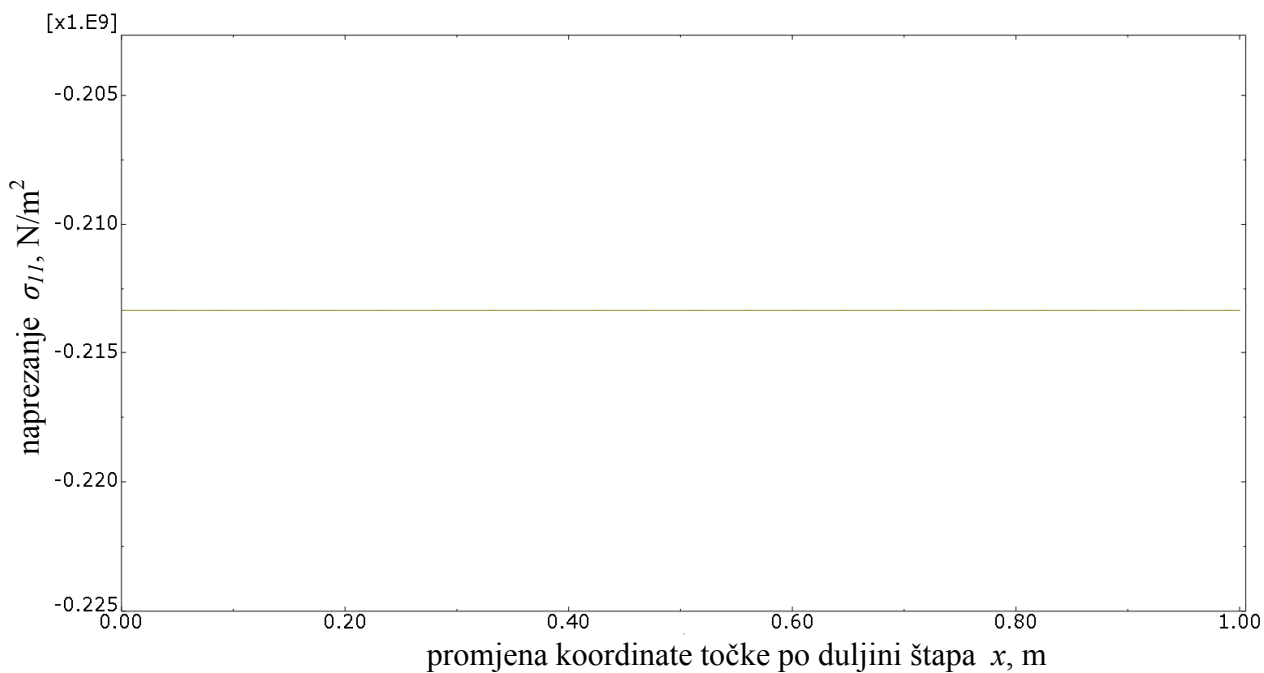
Slika 35. Promjena pomaka štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline

Naprezanje u štapovima je konstantno. U štapa 2 se javlja tlačno naprezanje, dok se u štapovima 1 i 3 javljaju vlačna naprezanja. Stanje naprezanja je prikazano na slici 36.



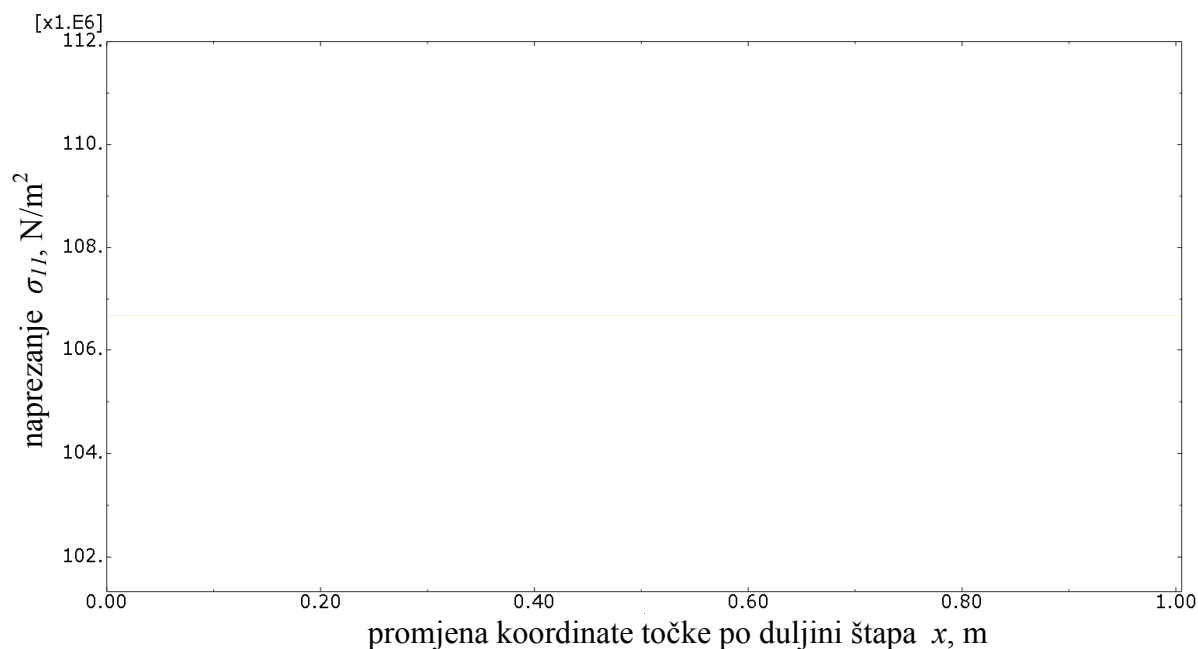
Slika 36. Naprezanja u konstrukciji uslijed provođenja topline

Na slikama 37. i 38. prikazana je raspodjela naprezanja duž štapova. Kao što je rečeno već, naprezanja su konstantna u svim štapovima konstrukcije.



Slika 37. Raspodjela naprezanja štapa 2 uslijed provođenja topline

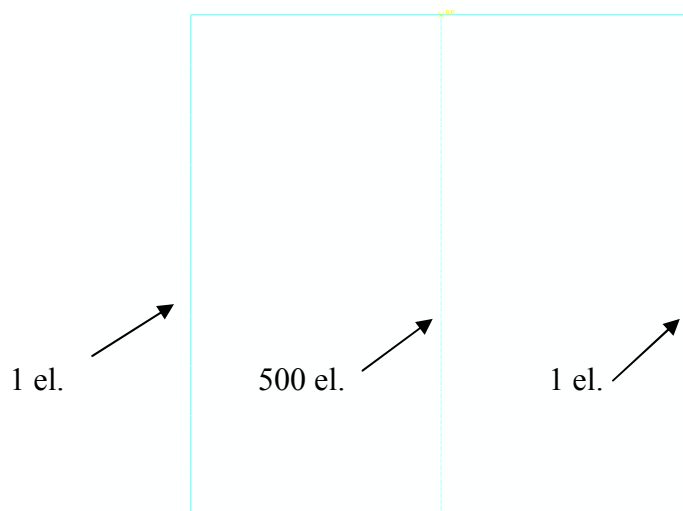




Slika 38. Raspodjela naprezanja štapova 1 i 3 uslijed provođenja topline

### 3.3. Analiza konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije

Konstrukcija je toplinski opterećena prema uzoru na poglavlje 2.2. Opterećenje je zadano promjenom temperature po čvorovima elemenata štapa 2. Štap će se uslijed promjene temperature u čvorovima izdužiti te će se i štapovi 1 i 3 izdužiti. Diskretizirani prikaz konstrukcije dan je na slici 39.



Slika 39. Diskretizacija konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije

Temperatura se mijenja eksponencijalno prema jed. (2.11), iz čega slijedi da će se i deformacije eksponencijalno mijenjati. Kao što je navedeno u poglavlju 2.2. minimalan broj elemenata potreban za opisivanje raspodjele temperature u elementu je 50. Tablica 3. i tablica 4. prikazuju promjenu rezultata u ovisnosti o povećanju broja elemenata i vrsti konačnih elemenata. Iz tablice 3. se vidi da je potrebno povećanje broja elemenata da bi se dobila točna maksimalna deformacija, koja se javlja u spoju štapa i podloge. Korištenjem T2D3 [5] elemenata maksimalna deformacija će brže konvergirati k točnom rješenju jer element bolje opisuje polje deformacija, što je vidljivo iz tablice 4.

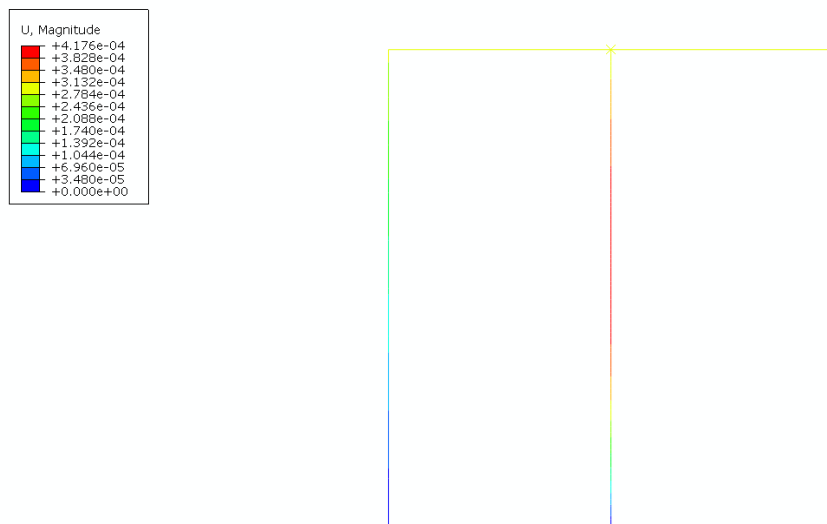
Tablica 3. Prikaz konvergencije rješenja s korištenim T2D2 elementima

Broj elemenata $n$	Naprezanje srednjeg štapa, $\sigma_{11} / \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Deformacija elementa u točki spoja srednjeg štapa i krute ploče, $\varepsilon_{11}$	Maksimalni pomak elementa štapa, $u / \text{m}$	Maksimalna deformacija srednjeg štapa $\varepsilon_{11,\text{max}}$
50	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,22 \cdot 10^{-3}$
100	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,26 \cdot 10^{-3}$
200	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,28 \cdot 10^{-3}$
500	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,30 \cdot 10^{-3}$

Tablica 4. Prikaz konvergencija rješenja s korištenim T2D3 elementima

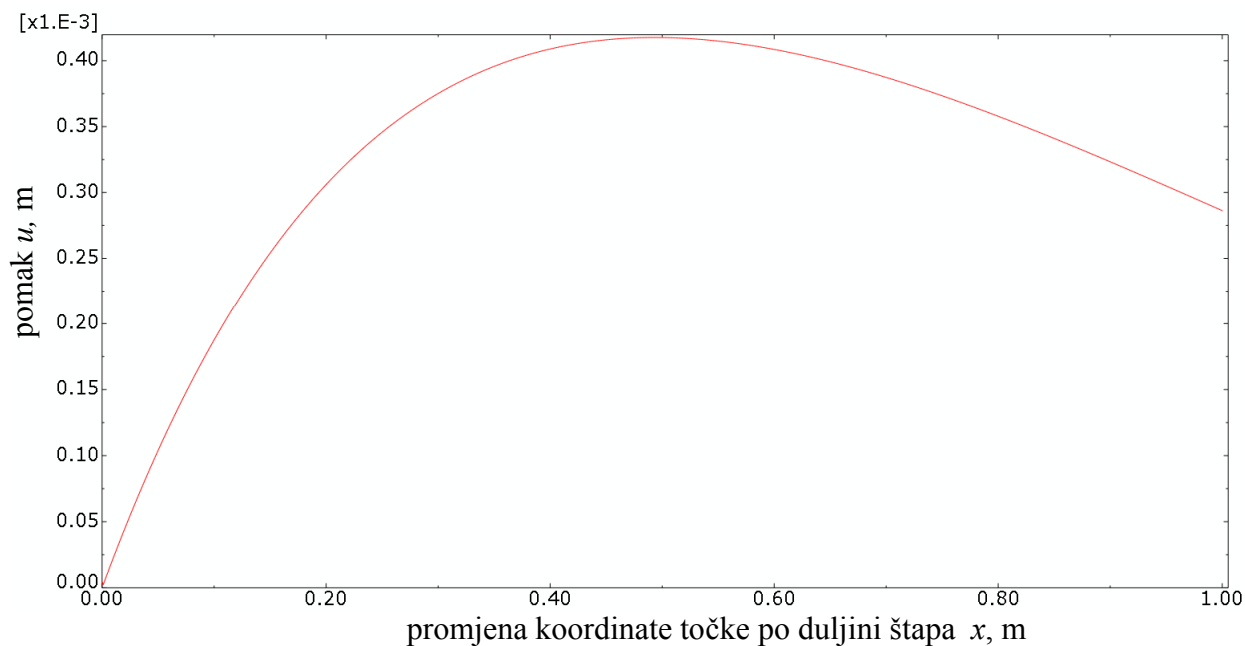
Broj elemenata $n$	Naprezanje srednjeg štapa, $\sigma_{11} / \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Deformacija elementa u točki spoja srednjeg štapa i krute ploče, $\varepsilon_{11}$	Maksimalni pomak elementa štapa, $u / \text{m}$	Maksimalna deformacija srednjeg štapa $\varepsilon_{11,\text{max}}$
50	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,31 \cdot 10^{-3}$
100	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,31 \cdot 10^{-3}$
200	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,31 \cdot 10^{-3}$
500	$-1,15 \cdot 10^8$	$-3,75 \cdot 10^{-4}$	$4,18 \cdot 10^{-4}$	$-2,31 \cdot 10^{-3}$

Slika 39. prikazuje raspodjelu pomaka u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije. Bočni štapovi imaju jednaku, linearnu raspodjelu pomaka, dok u srednjem štapu pomaci su opisani funkcijom višeg reda.



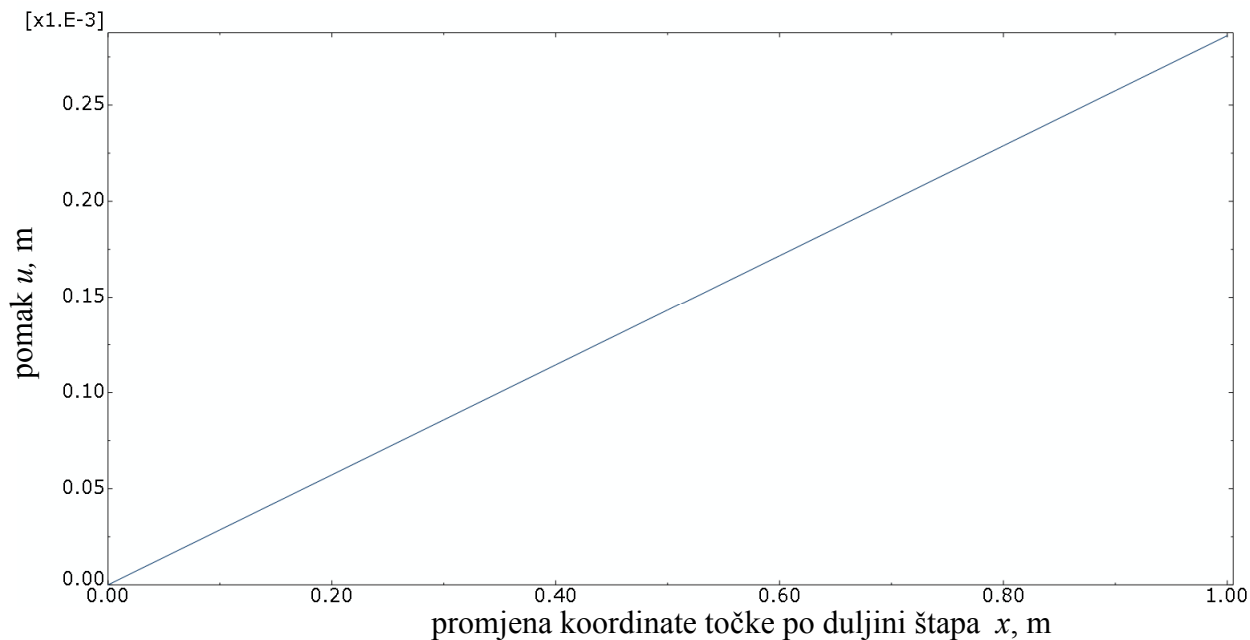
Slika 40. Prikaz pomaka u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije

Pomak kao funkcija deformacije i položaja točke na štapu će imati oblik krivulje prikazan na slici 41.



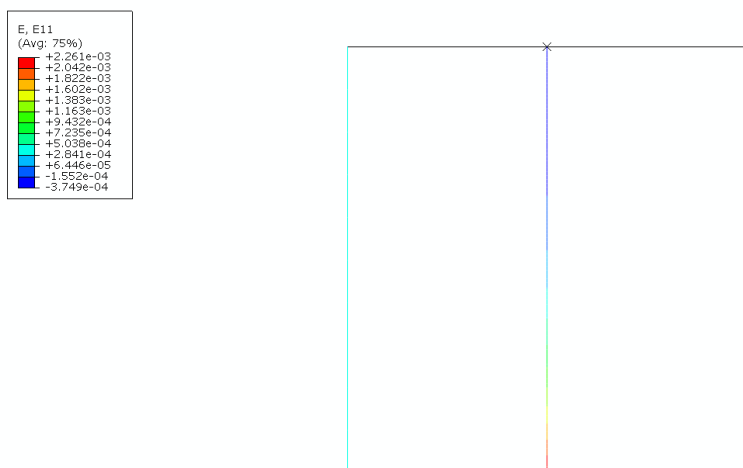
Slika 41. Promjena pomaka štapa 2 uslijed provođenja i konvekcije

Pomaci štapova 1 i 3 će biti jednaki i linearni uslijed konstantne deformacije koja se javlja u štapovima. Raspodjela pomaka duž štapa prikazana je na slici 42.



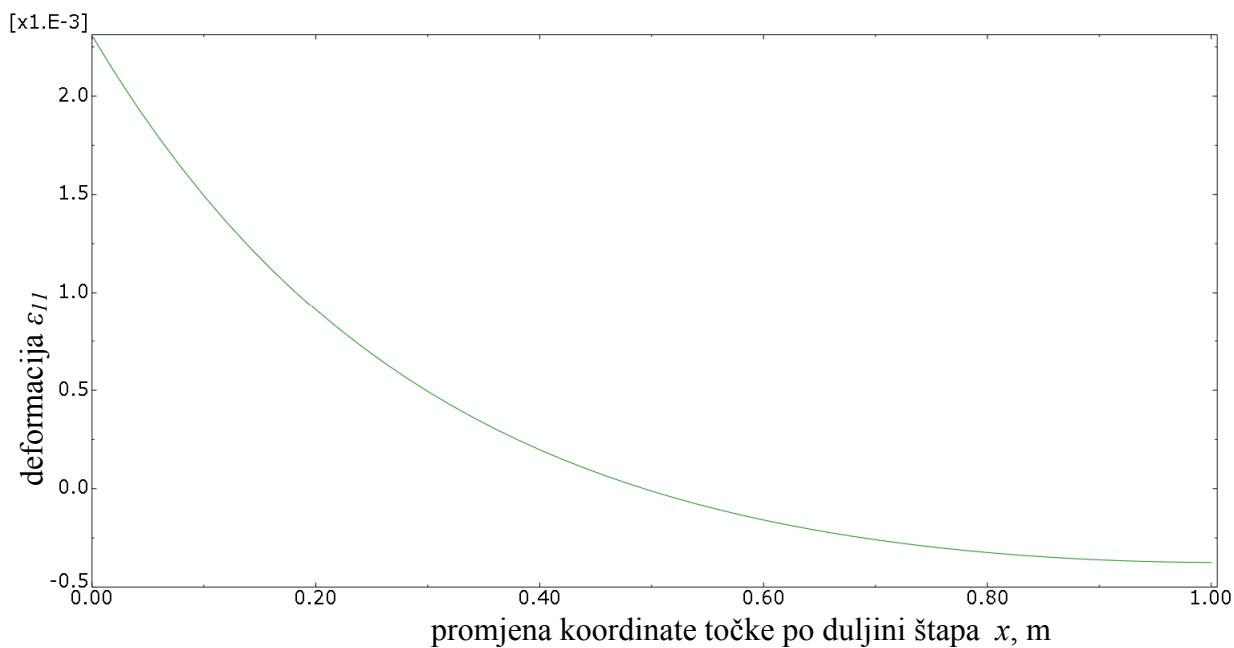
Slika 42. Promjena pomaka štapova 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije

Deformacije u konstrukciju su prikazane na slici 43. Deformacija srednjeg štapa ovisi o raspodjeli temperature u štapa, koja je eksponencijalna. Slijedi da će i raspodjela deformacija imati sličan oblik krivulje. Deformacije štapova 1 i 3 bit će konstantne jer djeluje samo opterećenje nastalo produljivanjem štapa 2.



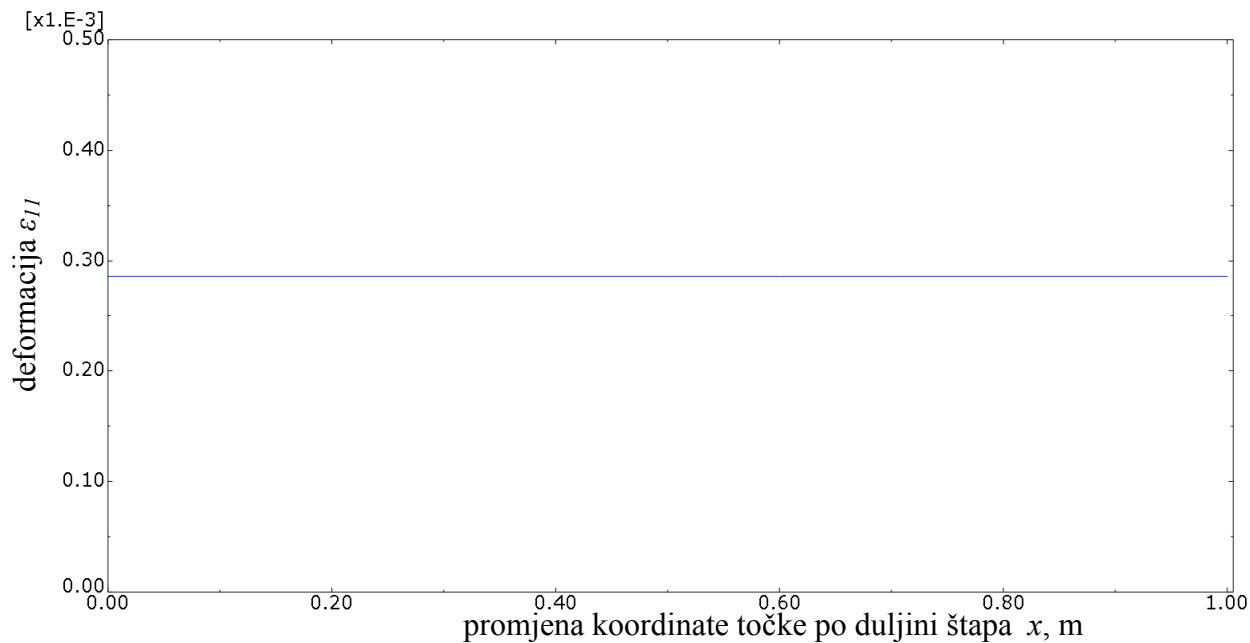
Slika 43. Raspodjela deformacija u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije

Na slici 44. je prikazana raspodjela deformacija duž štapa 2.



Slika 44. Promjena deformacije štapa 2 uslijed provođenja i konvekcije

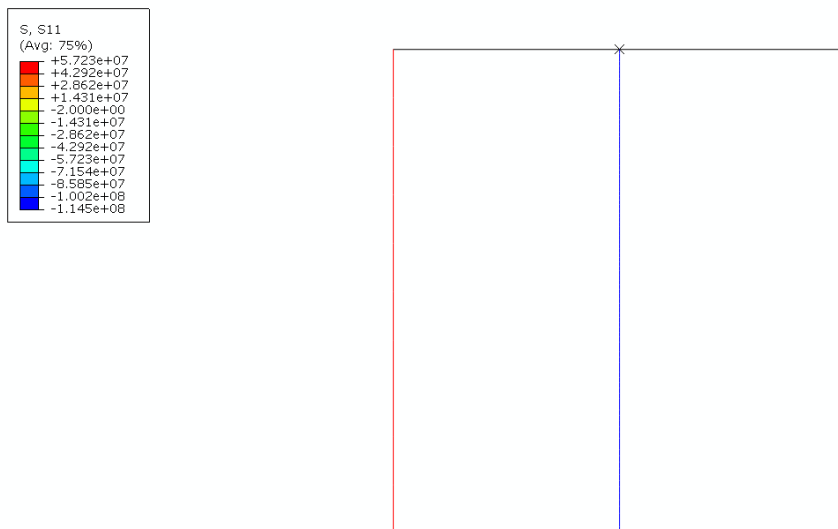
Na slici 45. je prikazana raspodjela deformacija duž štapova 1 i 3.



Slika 45. Promjena deformacije štapova 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije

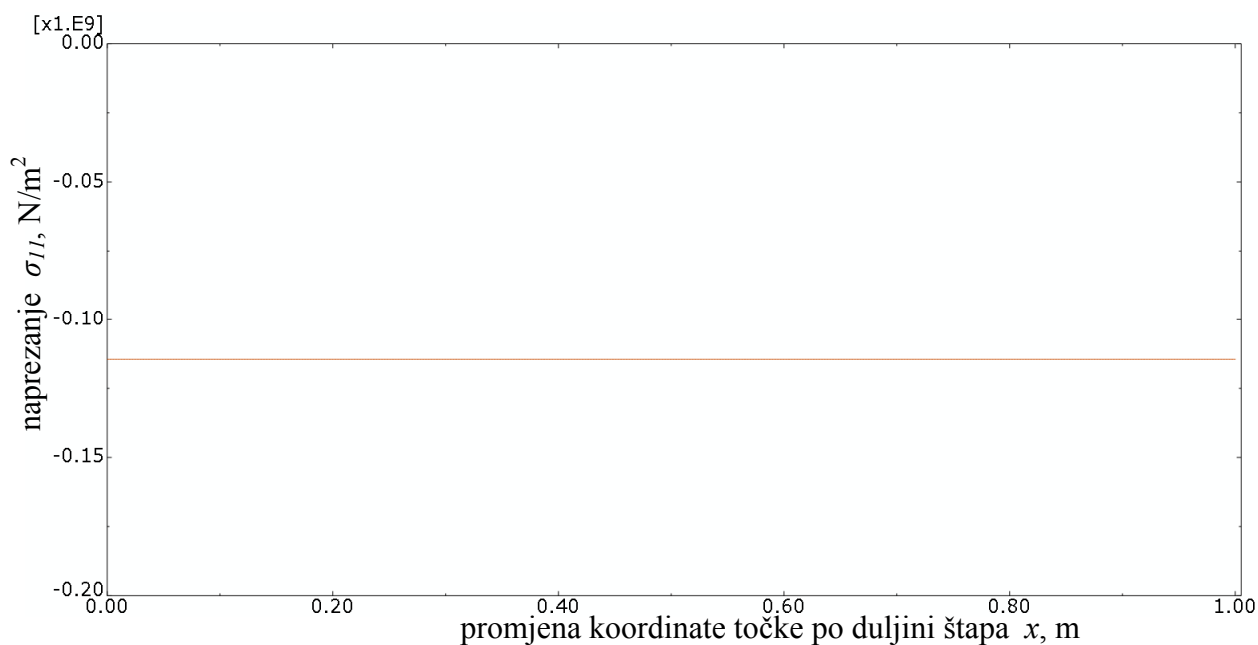
U štapovima 1 i 3 će se javiti vlačna naprezanja zbog toga što ih štap 2 svojim izduživanjem gura. U štapu 2. će se javiti tlačna naprezanja zbog toga što se štapovi 1 i 3 nastoje vratiti u svoj

početni položaj te će tlačiti štap 2. Stanje napreznja konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije je prikazano na slici 46.



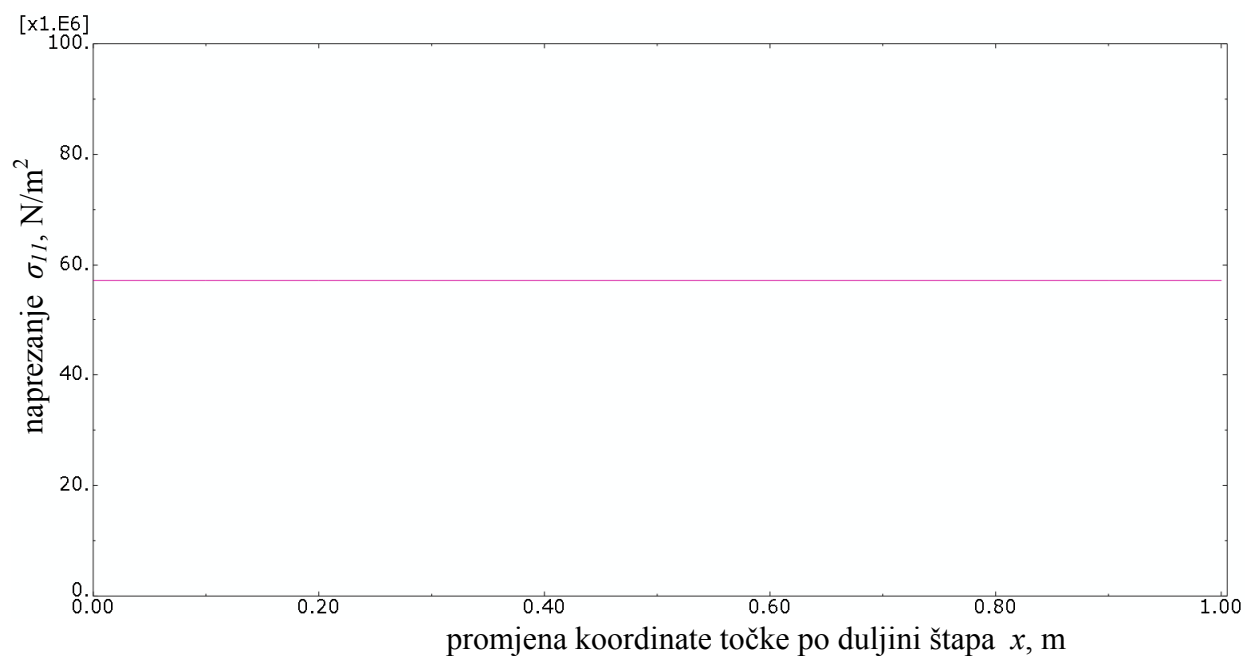
Slika 46. Napreznja u konstrukciji uslijed provođenja i konvekcije

Na slici 47. je prikazana raspodjela napreznja duž štapa 2. Već je i rečeno prije, napreznje je konstantno.



Slika 47. Promjena napreznja u štapu 2 uslijed provođenja i konvekcije

Na slici 48. je prikazana raspodjela napreznja duž štapova 1 i 3. Napreznje će biti konstantno.



Slika 48. Promjena napreznja u štapovima 1 i 3 uslijed provođenja i konvekcije

## ZAKLJUČAK

U provedenim analizama je prikazano da različitim načinima opterećenja i različitim rubnim uvjetima temperaturna raspodjela uvelike utječe na raspodjelu deformacija i pomaka u konstrukciji. Prilikom provođenja topline temperaturni pad je opisan Fourierovim zakonom, te ovisi isključivo o koordinati točke duž štapa. Temperatura linearno pada sa kraja štapa veće temperature na kraj štapa niže temperature. Ubacivanjem dodatno konvekcije po čvorovima štapa temperaturna raspodjela eksponencijalno pada zbog provođenja topline kroz krutinu i gubitaka zbog konvektivnog prijelaza topline. Analiza konstrukcije uslijed promjene temperaturnog polja je pokazala da prilikom promjene temperature cijelog štapa naprezanja i deformacije su konstantni, dok je pomak linearan. Naprezanja su konstantna kod svake analize. Analiza konstrukcije uslijed provođenja topline je pokazala da s linearnom temperaturnom raspodjelom deformacije ovisi i linearno o koordinati točke duž štapa. S obzirom da pomaci ovisi i o deformaciji koja se javlja uslijed naprezanja i o deformaciji uslijed promjene temperature tijela njihova raspodjela je opisana krivuljom višeg reda. Analiza konstrukcije uslijed provođenja i konvekcije je pokazala da dodavanjem konvekcije deformacija srednjeg štapa ima eksponencijalni pad kao i temperatura, a pomaci su opisani krivuljom višeg reda.



**LITERATURA**

- [1]: ABAQUS, Abaqus Software: Version 6.13. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE.
- [2]: Jurica Sorić: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing, 2004.
- [3]: <https://www.sfsb.hr/kth/zavar/> (Ivan Samardžić, Štefanija Klarić, Biljana Despotović, Anto Kožul, Vedran Topić: Analiza tehnološkičnosti zavarenih konstrukcija, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu
- [4]: ABAQUS, Abaqus Documentation: Version 6.13. 2014, Dassault Systemes: 3DS Paris Campus, 10 rue Marcel Dassault, 78140 Vélizy-Villacoublay, FRANCE.
- [5]: Cengel Y.A.: Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer: 2nd edition, The McGraw–Hill Companies, 2008
- [6]: Antun Galović: Termodinamika 2: 4. izdanje, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2007

## **PRILOZI**

CD-R disc