

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Voditeljica rada :

Dr. sc. Tanja Jurčević Lulić , dipl. ing.

Nikola Pocrnić

Zagreb, 2014.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

ZAVRŠNI RAD

Nikola Pocrnić

Zagreb, 2014.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **NIKOLA POCRNIĆ**

Mat. br.: 0035179313

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Procjena mišićne sile**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Estimation of the muscle force**

Opis zadatka:

Mišići su aktivni motorni elementi potpornog i lokomotornog sustava organizma. Mišići imaju sposobnost kontrakcije uz potrošnju i pretvorbu kemijske energije u mehaničku i toplinsku energiju.

U radu je potrebno:

- objasniti građu i funkciju skeletnih mišića kao organa,
- objasniti izotoničku i izometričku kontrakciju mišića,
- prikazati Hillov funkcionalni model mišića te objasniti Hillovu jednadžbu,
- postaviti izraze za određivanje energije deformiranja te izraze za procjenu mišićne sile (za model skeletnog mišića).


Potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
11. studenog 2013.


Rok predaje rada:
1. rok: 21. veljače 2014.
2. rok: 12. rujna 2014.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 3., 4. i 5. ožujka 2014.
2. rok: 22., 23. i 24. rujna 2014.

Zadatak zdao:


Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Igor Balen

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, služeći se znanjem stečenim tijekom studiranja na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu i navedenom literaturom.

Ovom prilikom se također želim zahvaliti svojoj voditeljici rada, prof.dr.sc. Tanji Jurčević-Lulić, na stručnoj pomoći koju mi je pružila tijekom pisanja ovog rada. Također se zahvaljujem svim svojim kolegama i prijateljima koji su mi pomogli tijekom ovih godina studiranja, a ponajviše svojoj obitelji na njihovoj bezuvjetnoj potpori.

SAŽETAK

U ljudskom tijelu nalazi se preko 700 mišića koji zajedno s kostima pokreću ljudsko tijelo. Postoje tri vrste mišića, a to su poprečno prugasti, glatki i srčani. Poprečno prugasti mišići se još nazivaju i skeletni mišići, na kojima se ovaj rad i temelji. U radu je objašnjena građa mišića, biomehanika mišića odnosno kontrakcije mišića te su prezentirane jednadžbe za računanje sile u mišića i određivanje njihove energije. Znanstvenik s kojim je započelo istraživanje mišićne sile zvao se Archibald Vivian Hill. Istraživanjem na žabljim mišićima došao je do empirijskih jednadžbi za procjenu mišićne sile, koje se uz određene preinake i dan danas koriste. Koristeći Hillovu jednadžbu možemo doći do izraza kojima izračunavamo energiju deformiranja te procjenjujemo silu koju mišić generira.

Ključne riječi: mišić, kontrakcija, Hillov model, Hillova jednadžba

Sadržaj :

1. UVOD	1
2. GRAĐA I FUNKCIJA SKELETNIH MIŠIĆA KAO ORGANA	3
2.1. Mišićna vlakna.....	4
2.2. Biomehanika mišića	6
2.3. Podražljivost mišića.....	10
2.4. Pomoćni organi mišića	10
3. IZOTONIČKA I IZOMETRIČKA KONTRAKCIJA	12
3.1. Izotonička kontrakcija mišića	12
3.2. Izometrička kontrakcija	13
4. HILLOVA JEDNADŽBA	14
4.1. Bezdimenzijski oblik Hillove jednadžbe	16
4.2. Konstante a, b, F_0 , v_0 i c u Hillovoj jednadžbi.....	17
4.3. Hillov funkcionalni model.....	18
4.3.1. <i>Hillov trokomponentni model i osnovne jednadžbe modela</i>	19
4.3.2. <i>Eksperiment brzog opuštanja mišića</i>	22
4.3.3. <i>Metoda prijelaza s izotoničke na izometričku kontrakciju</i>	24
4.3.4. <i>Brzina kontrakcije</i>	25
5. IZRAZI ZA ODREĐIVANJE ENERGIJE DEFORMIRANJA I PROCJENU MIŠIĆNE SILE	26
6. ZAKLJUČAK	30
7. LITERATURA	32

Popis slika :

Slika 2.1. Skeletni mišić i njegovi dijelovi	4
Slika 2.2. Poprečno prugasto mišićno vlakno	5
Slika 2.3. Usporedba normalnog i atrofiranog mišića	10
Slika 3.1. Izotonička kontrakcija mišića	12
Slika 3.2. Koncentrična i ekscentrična kontrakcija	13
Slika 4.1. Hillov dijagram odnosa sile F i brzine v	14
Slika 4.2. Graf ovisnosti naprezanja i duljine sarkomere	18
Slika 4.3. Hillov model	19
Slika 4.4. Geometrijska nomenklatura raznih elemenata mišićne sarkomere	20

Popis oznaka:

A	aktivacijska toplinska energija	[J]
a	konstanta	-
A_f	fiziološki presjek mišića	[mm ²]
A_l	površina presjeka mišića	[m ²]
b	konstanta	-
C	duljina aktinske niti	[μm]
c	konstanta	-
C_1	fizička konstanta	$\left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$
C_2	modul snage	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$
dV	elementarni volumen	[m ³]
E	Youngov modul elastičnosti	[Pa]
E	oslobodena energija pri kontrakciji mišića	[J]
E_i	odgovarajuća elastična konstanta	[Nm ²]
\mathbf{F}	vektor vanjskih sila	[N]
F_0	konstanta	-
H	H propusnost	-
H	toplina oslobodena pri kontrakciji mišića	[J]
I	I propusnost	-
I_i	odgovarajući moment inercije poprečnog presjeka	[m ⁴]
l	prvobitna duljina mišića	[m]
l_0	početna duljina mišića	[m]
l_s	ukupna duljina sarkomere	[μm]
l_{s_0}	duljina sarkomere dok nema naprezanja	[μm]
M	duljina miozinske niti	[μm]
m	masa	[kg]
M_i	projekcija vektora momenata u lokalne osi	[Nm]

P	snaga	[W]
S	sila u mišiću	[N]
s	put hvatišta sila	[m]
S_i	projekcije vektora sile na lokalne osi	[N]
t	vrijeme	[s]
U	dio kemijske energije	[J]
U_c	kemijska energija	[J]
U_e	energija deformiranja	[J]
V	volumen mišića	[m ³]
v	brzina kontrakcije	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
v_0	maksimalna brzina kontrakcije	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
W	rad koji obavlja mišić	[J]
Δ	umetak aktinske niti	[μm]
Δ_{aft}	duljina umetka aktinske niti nakon opterećenja	[μm]
ε	tenzor deformacije	-
η	koeficijent korisnog djelovanja	-
η	produljenje serijskog elastičnog elementa u sarkomeri	[μm]
σ	naprezanje	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
σ_{aft}	postopterećenje	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
$\sigma^{(p)}$	vlačno naprezanje u paralelnom elementu	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
$\sigma^{(s)}$	vlačno naprezanje u serijskom elementu	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$

1. UVOD

U tijelu postoje tri različite vrste mišića i to su poprečno prugasti, glatki i srčani. Mišići koji sudjeluju pri pokretanju tijela odnosno pri tvorbi skeleta su poprečno prugasti ili skeletni mišići. Na skeletnim mišićima se i zasniva ovaj završni rad. Glatki mišići uglavnom izgrađuju organe. Glatki mišići se u jednom organu često razlikuju od onih u drugim organima, i to prema : veličini, formiranju mišićnih snopova, načinu podražaja i ulozi. Srčani je mišić posebna vrsta prugastog mišića koji izgrađuje srce.

Skeletni mišići pokreću kosti u zglobovima i aktivni su dio lokomotornog sustava, a kosti i zglobovi su njegov pasivni dio. Skeletne mišiće oblikuju manje ili veće skupine poprečno-prugastih mišićnih vlakana koja imaju istovrsno zajedničko djelovanje. Pojedina mišićna vlakna omata rahlo vezivo, te ih unutar snopića povezuje opna zvana endomizij, a svežnjiće i snopove mišićnih vlakana povezuje i oblaže tanka vezivna opna zvana perimizij. Cijeli mišić izvana omata vanjska mišićna ovojnica epimizij. Skeletni mišići se krajevima vežu za kosti i ako je mišić velik, ta su mjesta kosti hrapava ili izvučena u tzv. koštanu prugu, greben ili kvrgu. Mišić se veže tako da vezivne ovojnice mišićnih vlakana prelaze u čvrsto vezivo koje se veže u pokosnicu i utka se u kost. Te vezivne ovojnice mogu se i prije nego se spoje s pokosnicom skupiti u čvrsti snop usporednih vezivnih vlakana koja tvore tetivu. Skeletni mišić i njegovi dijelovi prikazani su na slici 2.1.

Prema načinu kretnji, skeletne mišiće dijelimo u šest skupina. Mišići pregibači ili *fleksori* prelaze preko unutrašnje strane zgloba i pregibaju zglob. Mišići ispružajući ili *ekstenzori* prelaze preko vanjske strane zgloba i djeluju u suprotnome smjeru. Mišići primicavači ili *aduktori* primiču ud k tijelu dok odmicivači ili *abduktori* odmiču ud od tijela. Mišići obrtači ili *rotatori* obavljaju obrtanje oko uzdužne osi. Kružni mišići zatvarači ili *sfinakteri* uopće nemaju tetive i njihova vlakna oblikuju obruč oko nekog tjelesnog otvora. Svi mišići koji na zglob djeluju tako da u njemu obavljaju istu kretnju nazvani su suradni mišići ili *sinergisti*, a mišići sa suprotnim djelovanjem protivni mišići odnosno *antagonisti*.

Dvije osnovne vrste mišićne kontrakcije su izometrička i izotonička. Pri izometričkoj kontrakciji mišić se ne skraćuje, ali mu se povećava napetost, dok se pri izotoničkoj kontrakciji mišić skraćuje, ali mu napetost ostaje nepromijenjena. Primjer izometrične kontrakcije je napinjanje bedrenog četveroglavog mišića (kvadricepsa) pri stajanju, kada taj mišić učvršćuje koljeno i ukrućuje nogu. Primjer izotoničke kontrakcije jest kontrakcija dvoglavog mišića nadlaktice pri pokušaju da podignemo neki teret rukom. Mišići se razlikuju i prema brzini kontrakcije. Svojstvo

je nekih mišića da mogu kontrahirati vrlo brzo. Obratno, mišići koji sporo kontrahiraju mogu dobro poslužiti za dugotrajne aktivnosti kao što je odupiranje sili teže [1].

Archibald Vivian Hill bio je engleski fiziolog i dobitnik Nobelove nagrade za fiziologiju ili medicinu na temelju rada kojim je objasnio proizvodnju topline i mehaničkog rada u mišićima. Također je i jedan od osnivača biofizike. Njegov rad na funkciji mišića, osobito na promatranju i mjerenju temperaturnih promjena povezanih s funkcijom mišića, kasnije je proširen na slične studije o mehanizmu prolaza živčanih impulsa. Vrlo precizne i osjetljive tehnike su se morale razviti kako bi naposljetku mogao izmjeriti temperaturne promjene veličine $0,003\text{ }^{\circ}\text{C}$ u razdoblju od stotinki sekunde. On je otkrio fenomen da toplina nastaje kao rezultat prolaza živčanih impulsa. Njegova istraživanja iznjedrila su mnoga entuzijastična istraživanja u području biofizike [2].

Godine 1938., na temelju pokusa, razradio je empirijsku jednadžbu odnosa između brzine kontrakcije mišića i sile koja se pri tomu razvija u tetaniziranom mišiću. Mišić je tetaniziran kada je u potpunosti kontrahiran. Tu jednadžbu postavio je zahvaljujući razrađenoj metodi mjerenja oslobođene topline pri kontrakciji. Hill prikazuje funkcionalni model mišića tako da vezuje u seriji kontraktilni element koji je slobodno istezljiv i elastičan element. Taj model funkcionira samo uz određene uvjete: u stanju mirovanja kontraktilni element je bez naprezanja, točno se može opisati Hillovom jednadžbom kad je mišić aktiviran, serijski i paralelni elementi su samo elastični i sve sarkomere među sobom jednake. Sarkomere su dio miofibrila ili cijelog mišićnog vlakna i tvore osnovni mehanizam potreban za mišićnu kontrakciju. Prema Fungu, ništa od toga nije točno. Tako je predloženo da oba elementa, i serijski i paralelni, umjesto elastičnih budu viskoelastični. U svim novopredloženim modelima potrebno je modificirati Hillovu jednadžbu za kontraktilni element ako mišić nije tetaniziran [3].

2. GRADA I FUNKCIJA SKELETNIH MIŠIĆA KAO ORGANA

Skeletni mišići su vrsta poprečno-prugastih mišićnih tkiva i spadaju u skupinu voljno pokretanih mišića, odnosno kontrolira ih somatski živčani sustav. Kao što i njihovo ime sugerira, većina skeletnih mišića povezana je s kostima snopovima kolagenskih vlakana poznatijih kao tetive. Sastoji se od elastičnih i kontraktilnih elemenata. Po obliku mišića i odnosu vlakana prema tetivi razlikuju se slijedeći mišići: jednostruko perasti, dvostruko perasti, dvoglavi, dvotrbušasti, vretenasti, pločasti i mišić usporednih vlakana.

Svaki mišić ima svoje polazište i hvatište. Polazišta i hvatišta u pravilu imaju tetivu, a mišić se može protezati preko jednog ili više zglobova i time barem djelomično biti uključen u složene kretnje. Tako razlikujemo jednozglobne, dvozglobne i višezglobne mišiće. U mišić na jednom ili više mjesta ulaze i iz njega izlaze krvne žile i živci. Tako nastaje mišićni hilus. Mišićni hilus je otvor na mišiću kroz koji ulaze arterije s pratećim venama i živcima [4]. Ulazni i izlazni hilus nalazi se, s obzirom na kretnje, na relativno mirnim mjestima. Time se sprječava savijanje krvnih žila i živaca tijekom kontrakcije ili kretnji susjednih zglobova, koje bi moglo ugroziti krvnu ili živčanu opskrbu mišića.

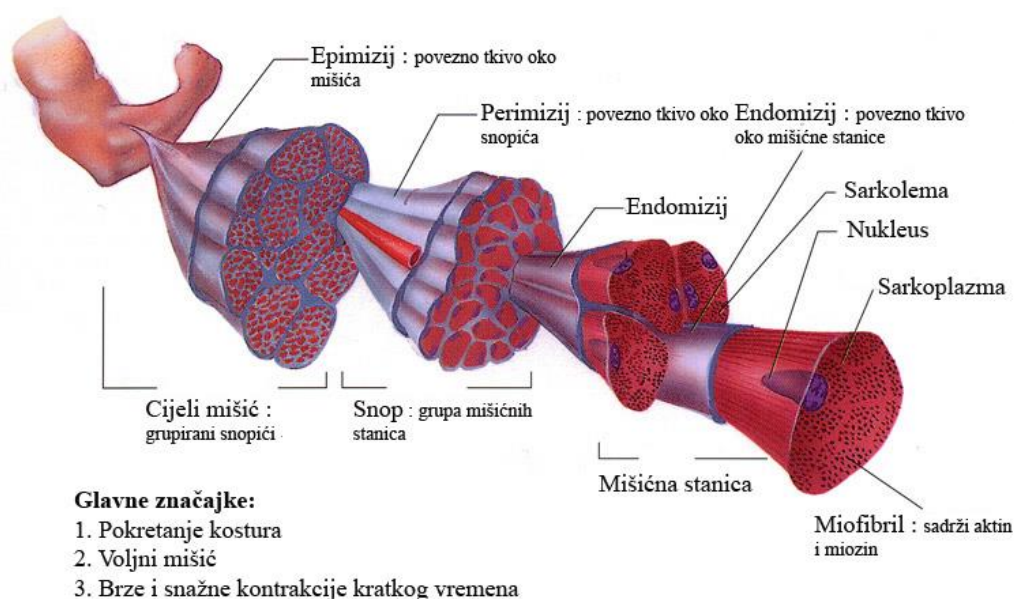
Osnovna napetost mišića naziva se tonus. Održava se refleksno pomoću motoneuronskog sustava. Motoneuronski sustav je dio središnjeg živčanog sustava zaslužan za kontrolu nad mišićima[4]. Tonus mišića je individualan i on određuje držanje čovjeka. Snagu koju pojedini mišić može ostvariti ovisi o fiziološkom poprečnom presjeku mišića odnosno zbroju svih poprečnih presjeka mišićnih vlakana. Najveća težina (masa) koju mišić još može podići odgovara apsolutnoj mišićnoj snazi. Ona po poprečnom presjeku iznosi 10 kg/cm^2 [5]. Snaga ovisi i o kutu pod kojim se pojedina mišićna vlakna spajaju na tetive. Taj kut se zove kut zrakastog širenja. Potpuno skraćenje mišićnih vlakana može uslijediti samo nakon potpunog izduženja.

Svaki mišić je i osjetilni organ u službi dubokog osjeta ili propriorepcije. Propiorepcija je osjećaj orijentacije gdje se koji ud nalazi u prostoru. Ovaj osjet dolazi direktno iz živčanog sustava i bez njega bismo konstantno morali gledati u pod dok hodamo kako bismo znali gdje nam je noga i gdje je treba smjestiti za idući korak.

Skeletni mišići su građeni od miocita koji se češće nazivaju mišićna vlakna (Slika 2.1). Miociti su dugačke cjevčaste stanice koje nastaju iz mioblasta kako bi stvorile mišićno tkivo u procesu zvanom miogeneza. Dužina im je od 1 mm pa sve do 20 cm, a promjer im je 10-100 μm . Miociti

su sastavljeni od miofibrila. U miofibrilima se nalaze aktinske i miozinske niti koje čine sarkomeru, osnovnu funkcijsku jedinicu mišićnog vlakna koja je i razlog zašto su skeletni mišići poprečno prugastog izgleda. Sarkomere također tvore osnovni mehanizam potreban za mišićnu kontrakciju [1]. Sarkomere su ustvari dio miofibrila ili cijelog mišićnog vlakna koji se nalazi između dviju Z-ploča dok je Z-ploča naziv za mjesto gdje su pričvršćeni krajevi aktinskih niti [4].

Skeletni mišić



Slika 2.1. Skeletni mišić i njegovi dijelovi [6]

Osnovna strukturna jedinica mišića je mišićno vlakno. Mišićno vlakno ili miofibril sastoji se od organiziranih niti aktina i miozina koje se skraćuju prilikom kontrakcije. Više mišićnih vlakana se udružuje u mišićni snopić obavijen endomizijem. Snopići se temeljem funkcije udružuju u snopove. Snopovi dijele krvne žile i živce. Više mišićnih snopova daje pojedine dijelove mišića.

2.1. Mišićna vlakna

S obzirom na sposobnost mišićne kontrakcije, postoje dvije vrste mišićnih vlakana koje čine oko 600 mišića ljudskog tijela: tonička (Tip I) i fazična (Tip II).

Tonička mišićna vlakna

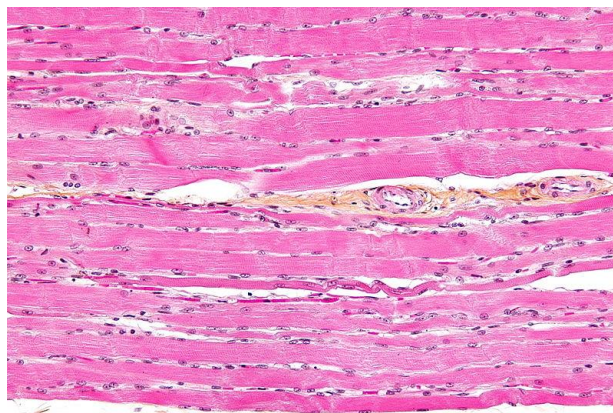
Tonička vlakna sporije kontrahiraju, ali dugotrajno, jer sporo troše energiju. Toničkim opterećenjima izloženi su primjerice plivači. Tako trenirana tonička mišićna vlakna prilagođena su za polagana i dugotrajna oslobodjenja snage. Autohtoni leđni mišići imaju uglavnom tonička vlakna. Tonička vlakna su crvena zbog prisutnosti kisika koji se veže na protein mioglobina te su izdržljiva i sporo se umaraju.

Fazična mišićna vlakna

Fazična mišićna vlakna odgovorna su za povećanje mišića nakon treninga snage; npr. podizanje utega; i kratkotrajno mogu osloboditi veliku snagu. Mogu vrlo brzo i snažno kontrahirati, ali kratko, jer brzo troše energiju. Dije se na brza oksidativno-glikolitička i brza glikolitička vlakna. Glikolitička vlakna zadužena su za intenzivne anaerobne kretnje, npr. podizanje utega. Trajno opterećenje, kao npr. trčanje maratona, ne dovodi do zamjetne mišićne hipertrofije. Hipertrofija je rast mišića, odnosno mišićne mase. Mišići građeni od fazičnih vlakana su blijedo crvene boje, a fazična vlakna se zovu i bijela vlakna. Ova vlakna koriste anaerobni način razgradnje glukoze (bez kisika) i vrlo brzo se troše.

U čovjeku su mišići najčešće mješovitog tipa. Ovisno o načinu života i genskim osnovama postoje znatne varijacije njihova međusobna udjela.

Individualna mišićna vlakna se formiraju iz fuzije nekoliko nerazvijenih mioblasta u dugačke cilindrične stanice. Vlakno je potpuno razvijeno prije rođenja, ali stanice nastavljaju rasti tijekom života. Kako poprečno prugasto mišićno vlakno izgleda ispod mikroskopa prikazano je na slici 2.2.



Slika 2.2. Poprečno prugasto mišićno vlakno [7]

Broj vlakana, njihova distribucija i udio pojedinog tipa vlakna razlikuje se od osobe do osobe. Osobe koje se ne bave tjelesnom aktivnošću i više provode vrijeme sjedeći i ne kretajući se imaju oko 45% fazičnih vlakana i 55% toničkih vlakana. Ista stvar je kod mlade djece. Kod profesionalnih sportaša udio pojedinog tipa ovisi o sportu kojim se osoba bavi. Ako je to trkač na 100 metara, fazična vlakna mogu dostizati do čak 85% udjela.

Obje vrste vlakana se razlikuju po količini sadržaja mioglobina, bjelančevini koja služi unutarstaničnoj zalihi kisika tijekom trajanja slabije prokrvljenosti mišića zbog kontrakcije. U toničkim vlaknima ga ima više jer je takvim vlaknima, zbog dugotrajnih kontrakcija, smanjena cirkulacija te time i dovod kisika. Ta se vlakna mogu prepoznati po izrazito crvenoj boji.

2.2. Biomehanika mišića

Mišiće dijelimo prema zajedničkom djelovanju u funkcijske skupine. Mišići istovrsnog djelovanja nazivaju se sinergistima, a suprotnodjelujući antagonistima. Tek zajedničkim djelovanjem obiju skupina mišića dolazi do skladnog pokreta.

Sile u mišićima su isključivo vlačne. Zbog toga uzduž svakoga pojedinog mišića uzdužna vlačna sila mora biti konstantna. Savijanje i pregibanje mišića uzrokuje poprečno djelovanje na sklop kosti i ostalih mišića. Izravno postavljanje ovisnosti intenziteta sile i skraćivanja mišića nije moguće obaviti tako kao što se to radi za elemente inženjerskih struktura. Neki pokret može se uz određene uvjete ostvariti s neznatnim silama u muskulaturi, dok će se pri pojavi većeg otpora isti pokret ostvariti samo uz znatno veće sile u mišićima [3]. Razlikujemo tri faze djelovanja lokomotornog sustava :

- uravnoteženje vanjskih i unutarnjih sila
- održavanje pokreta
- održavanje statičke ravnoteže

I.faza – uravnoteženje vanjskih i unutarnjih sila. Pri pojavi ili promjeni sila koje nastaju zbog promjene položaja tijela, dolazi do deformiranja koštanog dijela sklopa (skraćivanje i savijanje) te do primarne elastične deformacije mišića :

$$U_e = \int \frac{\sigma^2}{2E} dV, \quad (1)$$

gdje je U_e – energija deformiranja, σ – naprezanje i E - Youngov modul elastičnosti.

Kemijska energija koju troši mišić pretvara se u mehanički rad, tj. energiju deformiranja.

II.faza – održavanje pokreta. Hvatišta vanjskih sila se pomiču kod radnji kao što su dizanje, koračanje, skakanje. Za to pomicanje potrebno je skraćenje mišića koji se nalazi u stanju napetosti. Kemijska energija troši se u mišićima na održavanje intenziteta sile, dok se jedan dio pretvara u mehanički rad tj. u potencijalnu energiju deformiranja te kinetičku energiju.

$$U = \sum \mathbf{F}\mathbf{s} + \sum \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

gdje je U dio kemijske energije, \mathbf{F} vektor vanjskih sila, \mathbf{s} put hvatišta sila.

Energija koju troše mišići da bi se ostvario ovaj mehanički rad može se izraziti slično kao i energija deformiranja:

$$U = \sum \frac{S^2 l}{C_1 A_1}, \quad (3)$$

gdje su :

S – sila u mišiću [N]

l – prvobitna dužina mišića [m]

A_1 – površina presjeka mišića [m²]

U – dio kemijske energije potrebne da se ostvari mehanički rad [J]

C_1 – fizička konstanta [J/m³ ili Ws/m³]

III.faza – održavanje statičke ravnoteže. Kad je elastična deformacija završena, daljnje održavanje ravnoteže pomoću vanjskih sila moguće je jedino uz održavanje potrebnih intenziteta sila u muskulaturi. Na to održavanje troši se kemijska energija koja se najvećim dijelom pretvara u toplinu. Ako bi se energija izjednačila samo s mehaničkim radom, to ne bi imalo nikakvog smisla jer je mehanički rad sile bez pokreta jednak je nuli, a kemijska energija se istovremeno troši na održavanje ravnoteže.

Uvodi se modul snage, C_2 , tj. snaga P izražena u vatima [W] svedena na jedinicu volumena mišića V [m³]

$$C_2 = \frac{P}{V}. \quad (4)$$

Koeficijent korisnog djelovanja η sveden na jedinicu dužine mišića iznosi u jedinici vremena

$$\eta = \frac{S}{C_2 A_f t}, \quad (5)$$

gdje je A_f fiziološki presjek mišića, a t je vrijeme kontrakcije mišića.

Do formule (5) se dođe tako što znamo da je

$$\eta = \frac{W}{P \cdot t}, \quad (6)$$

Gdje je W rad koji obavlja mišić.

Za W znamo da glasi

$$W = S \cdot l. \quad (7)$$

Volumen mišića računa se preko formule

$$V = A_f \cdot l. \quad (8)$$

Ako P izrazimo preko (4), W preko (7), a V preko (8) dobivamo

$$\eta = \frac{S \cdot l}{C_2 \cdot A_f \cdot l \cdot t}. \quad (9)$$

Skraćivanjem dobivamo izraz (5).

Utrošak energije u mišićima biti će

$$U_c = S \cdot \eta \cdot l \cdot t, \quad (10)$$

gdje je l dužina mišića, a t vrijeme kontrakcije.

Odnosno, za sve mišiće

$$U_c = \frac{\sum S^2 l}{CA}, \quad (11)$$

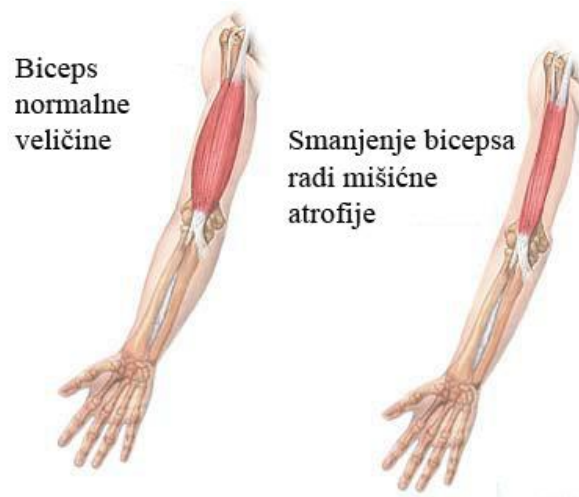
gdje je U_c = kemijska energija koja se pretvara u toplinu ili mehanički oblik energije. U izrazu (11) sila mišića S (unutarnja mehanička sila) pojavljuje s drugom potencijom, što je analogno izrazu za energiju deformiranja.

Prosječno trajanje jednog trzaja je 0,08 sekundi, a 40-50% energije dobivene iz ATP-a pretvara se u mišićni rad i mehaničku energiju. Tako je stupanj iskoristivosti (rad/kemijska energija) 23-30% , a toplinski gubici iznose 50-60% [5].

Fizikalno je za mehaniku mišića važna poluga, tj. udaljenost hvatišta mišića od središta rotacije zgloba. Kod kratke poluge dovoljno je malo skraćanje mišića da bi se proizvela kretnja, ali tada je potrebna veća sila. Pojedini mišići najčešće imaju jedno glavno gibanje i jedno ili više pomoćnih gibanja. Takva djelovanja određuje se prema njegovu položaju prema osima pokreta. Tako je na primjer, biceps ponajprije pregibač u laktu, a istodobno sudjeluje u kretanjama u ramenom zglobu [5].

Skeletni mišić može pod funkcionalnim opterećenjima hipertrofirati. Hipertrofija je povećanje mišića odnosno mišićne mase. Hipertrofirati će u skladu s općim zakonom da se potporni i motorički sustav promjenom anatomske strukture, kako makroskopske tako i mikroskopske i molekularne, prilagođava mehaničkom opterećenju. Promjena anatomske strukture dovodi i do promjene u rasporedu naprezanja. Treniranjem se bitno umnožavaju mitohondriji, mijenja se metabolizam i razvijaju se automatizmi koji će omogućiti da se sa što manjim utroškom energije postiže najbolji učinak. Tvari koje djeluju anabolički uzrokuju hipertrofiju. Neaktivnost mišićnih stanica dovodi do mišićne atrofije, a imobilizacija zglobova dovodi čak i do atrofije tetiva i sveza. Atrofija je suprotna pojava od hipertrofije odnosno, atrofija je smanjenje mišića i mišićne mase. Atrofiju uzrokuje već spomenuta neaktivnost, sjedeći način života, a drugi razlog može biti neurogenska atrofija odnosno bolest ili ozljeda živca koji je povezan s mišićem [3][5].

Na slici 2.3 prikazan je normalni i atrofirani mišić.



Slika 2.3. Usporedba normalnog i atrofiranog mišića [5]

2.3. Podražljivost mišića

Svaki mišić je podražen (inerviran) jednim ili s više mješovitih živaca koji sadržavaju motorička i osjetna vlakna. Inervaciju skeletnih mišića opisuje se kao „voljnu“ iako veliki dio refleksnih radnji nije pod kontrolom volje.

Mišić je podražen pomoću dvije vrste neurona. Vlakna jednog neurona opskrbljuju uvijek više mišićnih stanica pa se govori o motornoj jedinici. Motorna (neuromuskularna) jedinica sastoji se od somatskih motoneurona, aksona. Mišići za fine pokrete imaju malene motorne jedinice. Vanjski očni mišići imaju 1740 motornih jedinica s prosječno 13 mišićnih vlakana po aksonu. Što je manja motorna jedinica, to se nježnije može upravljati kontrakcijom i tako imamo finu i preciznu motoriku. Mišići s velikim oslobodjenjem snage imaju velike motorne jedinice, a primjer toga je biceps koji ima 774 motornih jedinica s prosječno 750 mišićnih vlakana po aksonu [5].

2.4. Pomoćni organi mišića

Pomoćni organi mišića su tetive, međutetive, sluzne (sinovijalne) ovojnice tetiva, sinovijalne vreće, mišićno vezivo-fascija, sezamske kosti i vezivni prsteni.

Tetiva ne započinje na završetku mišića već se kontinuirano nastavlja na vezivno tkivo koje omata svaku mišićnu stanicu. Na kosti se nastavlja u periost te Sharpeyevim nitima u kolagen

kosti. Sharpeyve niti su vezivno tkivo u obliku finih niti koje povezuje periost i kost [4]. Takvo usidrenje je po pravilu toliko čvrsto da pri preopterećenju najčešće ne puca tetiva već se tetiva otrgne s povezanim dijelom kosti. Kolagenska vlakna tetive mikroskopski su jasno valovita. Valovi se početkom napinjanja mišića ne izglađuju u trzajima, već postupno i poštedno.

Međutetiva može označavati promjenu smjera vlačne sile pojedinog mišića ili filogenetske ostatke nastanka novih mišića iz različitih mišićnih osnova.

Sluzne tetivne ovojnice su kanali vodilice za tetive koje je tijekom kretnji potrebno zadržati uz kost ili voditi oko kosti. Imaju jednaku građu stijenke kao i zglobne ovojnice i sluzne vreće. Krvne žile i živci na tetivu dolaze putem ovojnice.

Sluzna vreća je prostor ovijen sinovijalnom tekućinom koji štiti kost ili drugo tkivo koje ne može izbjeći mehanički pritisak tetive. Nalazi se na mjestima povećanog djelovanja pritiska te djelovanjem poput vodenog balona raspoređuje tu silu. Osim toga, može služiti poboljšanju pomičnosti tkiva koje se u velikoj mjeri miče.

Mišićno vezivo ili fascija se sastoji od kolagenskog vezivnog tkiva koje omata pojedine mišićne stanice ili mišićne skupine. Fascije su različito rastezljive i mogu služiti kao polazišne ili hvatišne ploče mišića.

Sezamske kosti pomažu u raspodjeli sile svojim položajem u tetivama (uporišta). Sezamske kosti koštane su ili hrskavične građe. Po svom smještaju vrlo su varijabilne (na šakama i stopalima u većem broju). U rijetkim slučajevima mogu se stvoriti zglobovi prema susjednim kostima ili sezamske kosti mogu ležati unutar mišića. Osim sezamskih kostiju, i neke druge kosti, tetive i sveze mogu poslužiti kao uporišta [5].

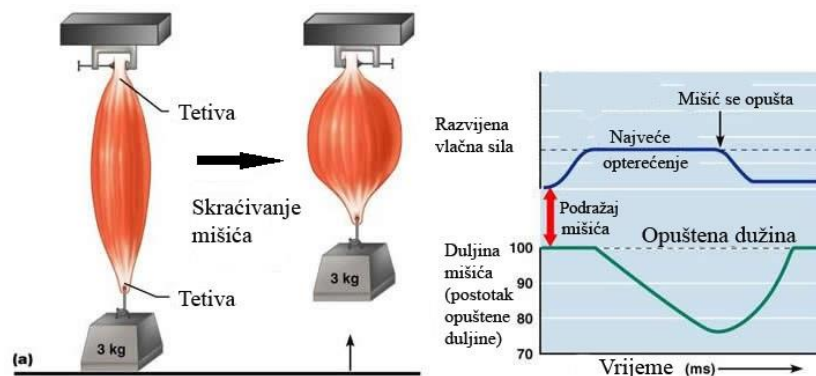
3. IZOTONIČKA I IZOMETRIČKA KONTRAKCIJA

Mišićna vlakna mogu se tijekom kontrakcije skratiti najviše 50% svoje početne duljine, a skraćenje ovisi o opterećenju. S porastom mase mišića smanjuje se skraćenje i rad. Istezanjem mišića prije najvećeg opterećenja, postiže se veća mogućnost njegovog maksimalnog skraćnja jer se povisuje temperatura tijela, mijenja se viskoznost krvi i krv brže cirkulira. Promjena viskoznosti u tkivima olakšava kontrakciju mišića, povećava elastičnost tkiva i ligamenata te to dovodi do zaštite lokomotornog sustava od mogućih ozljeda. Kontraktilna sposobnost smanjuje se s godinama. Ansved i Larsson (1989.) [12] analizirali su na velikom broju štakora mehanizme smanjenja kontraktilnosti mišića u odnosu na starost životinja. Životinje koje su se koristile za istraživanje imale su između 2 do 25 mjeseci. Mjerile su se maksimalne sile i brzine kontrakcije. Otkrili su da je starenjem došlo do smanjenja sile pri tetanusu zbog kvantitativnoga smanjenja kontraktilne tvari, a smanjenje brzine kontrakcije nastaje zbog kvalitativnih promjena u mehaničkim svojstvima preostalog kontraktilnog supstrata.

3.1. Izotonička kontrakcija mišića

Kod izotoničke kontrakcije mišića vlačna sila u mišiću ostaje ista (održava se isti tonus mišića) dok se duljina mišića mijenja (Slika 3.1.). Primjer takve kontrakcije je podizanje utega konstantnom brzinom. Dvije podvrste izotoničke kontrakcije su koncentrična i ekscentrična kontrakcija.

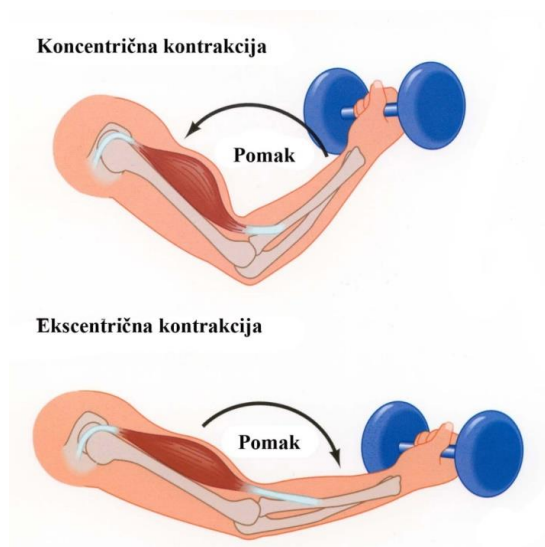
Kod koncentrične kontrakcije sila u mišiću raste sve dok se ne izjednači s otporom kojem je mišić izložen. Pri ekscentričnoj kontrakciji, mišić se produljuje jer je opterećenje na njega veće od sile koju mišić stvara.



Slika 3.1. Izotonička kontrakcija mišića [8]

Koncentrična izotonička kontrakcija je najčešća kod vježbanja, ali i kod svakodnevnog gibanja. Vanjsko opterećenje kojemu je mišić izložen manje je od sile koju mišić generira te radi toga dolazi do skraćivanja mišića. Mišić se skraćuje da bi se kost mogla pomaknuti.

Ekscentrična izotonička kontrakcija je izduživanje mišića koji se odvija kontrolirano pod utjecajem samog mišića, a nastaje kada je vanjska sila koja djeluje na mišić veća od mišićne sile (Slika 3.2.). Kod ove kontrakcije u mišiću se javlja naprezanje dok se on produljuje kako bi se prebrodilo otpor. Ova kretnja je obrnuta od koncentrične kontrakcije. Ekscentrična kontrakcija nam ustvari glumi „zaustavnu“ ili „kočnu“ silu koja sprječava nastanak ozljeda kod zglobova i mišića. Radi ove kontrakcije imamo lagan i gladak povratak ruke i mišića u prirodni položaj nakon spuštanja tereta.



Slika 3.2. Koncentrična i ekscentrična kontrakcija [9]

3.2. Izometrička kontrakcija

Izometrička kontrakcija je kontrakcija mišića kod koje se ostvaruje povećanje napetosti (vlačno opterećenje) u mišiću, ali se duljina mišićnih vlakana ne mijenja. Također se ne mijenja niti kut pod kojim se nalazi zglob. Najbolji primjeri kako se ova kontrakcija postiže su upiranje rukama u zid i nošenje neke kutije na rukama ispred sebe. Težina kutije bi nam vukla ruke dolje, a ruke reagiraju istom silom u suprotnom smjeru kako nam kutija ne bi ispala. Pošto se kutija tako niti ne spušta niti diže, biceps se nalazi u izometričkoj kontrakciji. Izometričko vježbanje je odlično kod rehabilitacija jer dolazi do ojačavanja mišića, ali nema naprezanja na zglobove pošto se oni ne pomiču.

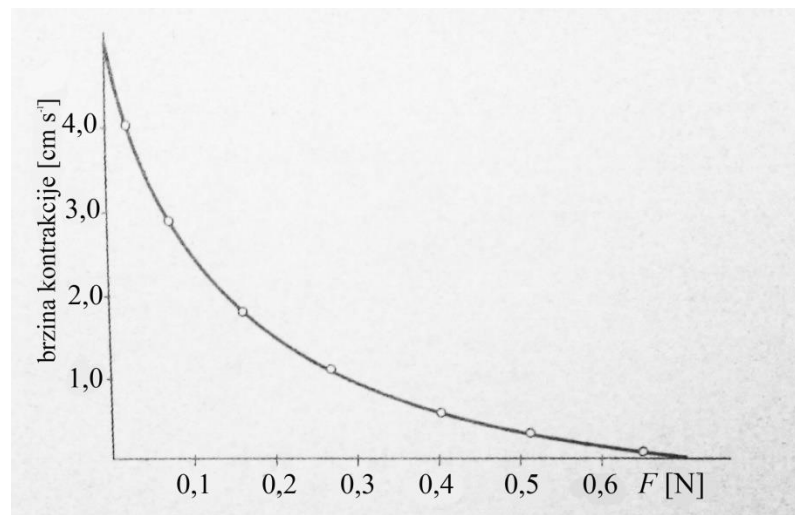
4. HILLOVA JEDNADŽBA

Hillova jednadžba je najpoznatija jednadžba u mehanici mišića. Do nje je došao Archibald Vivian Hill 1938. godine i ona glasi [10]:

$$(v + b)(F + a) = b(F_0 + a) \quad (12)$$

Oznaka F nam prikazuje silu kontrakcije u mišiću, v je brzina kontrakcije dok su a , b i F_0 konstante. Kada bismo ignorirali konstante a i b na lijevoj strani jednadžbe, dobili bismo jednadžbu koja govori kako nam je brzina obavljenog rada, odnosno brzina pretvorbe energije iz kemijske reakcije, konstantna. Pošto je ova jednadžba izvedena iz tetaniziranih uvjeta (kontinuirana kontrakcija mišića) takav zaključak se čini realnim.

Hillova jednadžba se odnosi na mogućnost tetaniziranog skeletnog mišića da kontrahira. To je empirijska jednadžba koja se temelji na eksperimentalnim podacima dobivenih ispitivanjem na žabljem mišiću. Mišićni snop je fiksiran na udaljenosti l_0 tako da su mu krajevi pričvršćeni hvataljkama. Nakon toga se pušta struja dovoljno visokog napona i frekvencije tako da se u mišiću postigne maksimalna vlačna sila F_0 (izometrička kontrakcija). U takvom tetaniziranom stanju, hvataljka koja pridržava jedan kraj mišića naglo se otvara. Nakon otpuštanja hvataljke, mišić kontrahira do duljine l određenom brzinom v , a pri tome se razvija vlačna sila F koja je manja od F_0 . Dijagram ovisnosti sile F i brzine v prikazan je na slici 4.1. Empirijska jednadžba je izvedena tako da odgovora podacima iz tog dijagrama.



Slika 4.1. Hillov dijagram odnosa sile F i brzine v [10]

Kao što se vidi na slici 4.1., Hillova jednačba pokazuje da je veza između sile F i brzine kontrakcije v hiperbolična. Što je opterećenje veće, to je brzina kontrakcije manja i obrnuto. Takva veza je u potpunoj suprotnosti s viskoelastičnim ponašanjem pasivnog materijala kod kojeg su velike brzine deformiranja uzrokovane velikim silama deformiranja. Stoga, aktivna kontrakcija mišića nema nikakve sličnosti s viskoelastičnosti nekog pasivnog materijala.

Originalni izvod jednačbe je nastao tako da je Hill krenuo od jednačbe ravnoteže energije koja je glasila:

$$E = A + H + W \quad (13)$$

gdje: E predstavlja količinu oslobođene energije pri kontrakciji mišića u jedinici vremena, A je aktivacijska toplinska energija oslobođena u jedinici vremena, W je obavljeni rad u jedinici vremena i H je količina topline oslobođene pri kontrakciji mišića. Ako se mišić ne smije skratiti, odnosno nalazi se u izometričkom stanju, tada je

$$E = A, \quad (14)$$

što nam ukazuje na to da je oslobođena energija jednaka aktivacijskoj energiji. Kada se mišić skraćuje (kontrahira), dolazi do dodatne kemijske reakcije koja oslobađa „dodatnu“ energiju koja je jednaka zbroju energije oslobođene pri skraćivanju mišića i obavljenog rada; $H + W$. Izračunajući iznos oslobođene energije E , koja je također jednaka A , Hill je otkrio tu „dodatnu“ energiju „ $H + W$ “ i pokazao da se ona može prikazati pomoću empirijske jednačbe:

$$H + W = b(F_0 - F). \quad (15)$$

F_0 nam ovdje predstavlja (maksimalnu) izometričku silu. Nadalje, tvrdio je da je empirijski

$$H = av, \quad (16)$$

a

$$W = F \cdot v, \quad (17)$$

što kombiniranjem s prethodnim jednačbama (14), (15), (16) i (17) dovodi do:

$$H + W = b(F_0 - F) = av + Fv. \quad (18)$$

Preraspodjelom dobivamo:

$$(a + F)v = b(F_0 - F) = b(-F - a) + bF_0 + ab$$

odnosno imamo

$$(a + F)(v + b) = b(F_0 + a),$$

što nije ništa drugo nego jednažba (12).

1970. godine, Hill je priznao da je njegovu jednažbu najbolje gledati kao vezu između vlačne sile i brzine kontrakcije, a ne kao termomehantički izraz. Razlog tomu je to što poboljšani načini izračunavanja nisu uvijek podupirali izraze (15), (16) niti (17). To je također i jedan od razloga zašto je Hill 1966. godine promijenio konstantu a iz originalne jednažbe u α . Radi toga, u biomehantičkom pogledu, Hillovu jednažbu ćemo gledati kao empirijsku formulu koja opisuje vezu sile i brzine tetaniziranog skeletnog mišića nakon neposrednog puštanja iz izometričkog stanja [10].

4.1. Bezdimenzijski oblik Hillove jednažbe

Kao što smo već pokazali, Hillova jednažba se odnosi na svojstvo skeletnog mišića u tetaniziranom stanju. Mišićni snop se učvrsti na određenu duljinu l_0 i nakon toga se električno stimulira do maksimalne napetosti koju mišić može podnijeti, F_0 . Mišić tada puštamo iz fiksiranog stanja i on poprima novu dužinu l koja je manja od l_0 te napetost F koja je također manja od one početne. Odmah nakon otpuštanja, brzina kontrakcije v je

$$v = -\frac{dl}{dt},$$

i tada mjerimo vlačnu silu F . Empirijska povezanost između F i v je Hillova jednažba :

$$(F + a)(v + b) = b(F_0 + a) \quad (19)$$

To se može napisati i kao :

$$v = b \cdot \frac{F_0 - F}{F + a}, \quad (20)$$

Kada je $F = 0$, brzina v dostiže maksimum :

$$v_0 = \frac{b \cdot F_0}{a} \quad (21)$$

pa se Hillova jednađba može napisati kao:

$$F = a \cdot \frac{v_0 - v}{v + b}. \quad (22)$$

Dva bezdimenzijska oblika jednađbi (20) i (22) glase:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1 - \left(\frac{F}{F_0}\right)}{1 + c \left(\frac{F}{F_0}\right)} \quad (23)$$

i

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)}{1 + c \left(\frac{v}{v_0}\right)}, \quad (24)$$

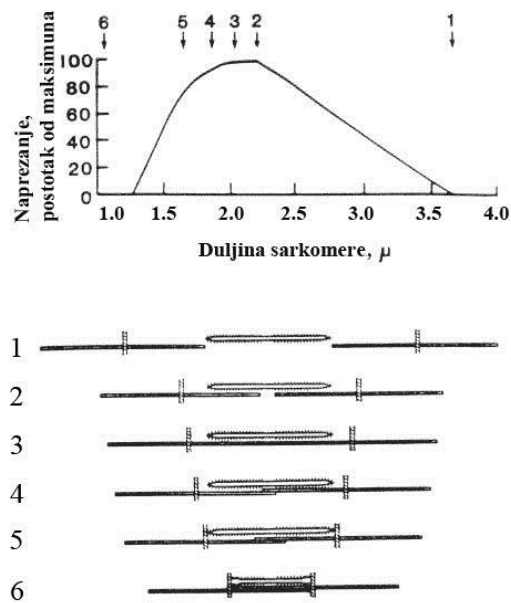
a c je :

$$c = \frac{F_0}{a} \quad (25)$$

4.2. Konstante a , b , F_0 , v_0 i c u Hillovoj jednađbi

Hillova jednađba (12) sastoji se od tri nezavisne konstante. Prema toj jednađbi, te konstate su: a, b i F_0 . U jednađbama (23) i (24) konstante su: F_0, v_0 i c .

Maksimalna izometrička sila F_0 ovisi ponajviše o početnoj duljini mišića l_0 . Ako je l_0 prevelik ili premalen, F_0 će pasti na nulu. Postoji optimalna duljina l_0 pri kojem je iznos F_0 maksimalan. Slika 4.2. prikazuje odnos između F_0 i l_0 izražen preko duljine sarkomere. Ispitivanje je vršeno na jednom vlaknu žabljeg mišića. Ovo testiranje je proveo Gordon 1966. godine [10].



Slika 4.2. Dijagram ovisnosti naprezanja i duljine sarkomere [11]

Duljina sarkomere kada je neopterećena iznosi $2,1 \mu\text{m}$. To je također i duljina koju sarkomera ima nakon rasterećenja. Na dijagramu vidimo da kada je duljina sarkomere između 2 i $2,2 \mu\text{m}$, maksimalno razvijeno vlačno naprezanje ne ovisi o duljini mišića. Kada se mišićno vlakno rastegne izvan ovog područja, maksimalno razvijeno naprezanje je manje. Ovaj pojava se najčešće interpretira kao promjena broja poprečnih mostića između aktina i miozina. Ako je duljina mišića prevelika, aktinske i miozinske niti su previše udaljene, broj poprečnih mostića je manji, te je stoga i vlačna sila manja. Ako je pak mišić prekratak, aktinske niti se međusobno ometaju, preklapaju se i sprječavaju nastajanje poprečnih mostića.

Maksimalna brzina v_0 ne ovisi pretjerano o duljini mišića l_0 . U prošlosti, znanstvenici nisu bili sigurni ovisi li v_0 o l_0 tako da se ova konstanta koristila za računanje „kontraktilnosti“ koje ponajviše ovisi o zdravlju mišića i koje pokazuje kako se ono mijenja primjenom nekih lijekova. Danas se većinom svi slažu da v_0 ovisi o l_0 , ali u jako maloj mjeri.

Konstanta c gotovo uopće ne ovisi o l_0 . To također znači da je konstanta a skoro pa potpuno proporcionalna F_0 . Konstanta b jednaka je omjeru konstante v_0 i konstante c [11].

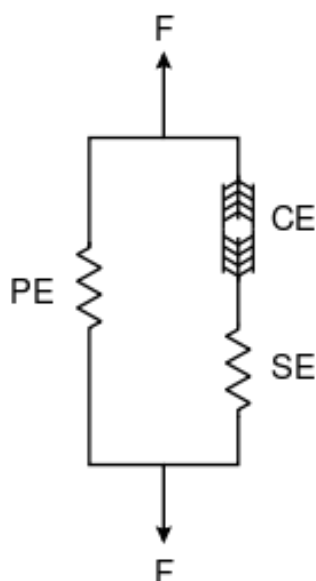
4.3. Hillov funkcionalni model

Hillova jednadžba je izvedena iz eksperimenata sa žabljim mišićem u tetaniziranom stanju. To nam je pokazivalo samo jedan aspekt ponašanja mišića. Tim pokusom nismo mogli opisati na

primjer trzaj mišića. Pokus također ne može prikazati odnos sile i brzine pri sporom otpuštanju iz fiksiranog položaja niti ovisnost deformacije o vremenu. Kako bi se ovi nedostaci uklonili, bila je potrebna puno opširnija metoda. Puno metoda je bilo predloženo, a najpoznatija od tih je Hillov model s tri elementa [10].

4.3.1. Hillov trokomponentni model i osnovne jednačbe modela

Hillov model nam prikazuje aktivni mišić koji je sastavljen od tri elementa. Model je sastavljen tako da su dva elementa u seriji i jedan element s njima u paraleli. Dva elementa koja su u seriji su kontraktilni (CE) i elastični (SE) element. U početnom stanju, kontraktilni element je potpuno istegnut te naprezanje u kontraktilnom elementu ne postoji, ali kad se element aktivira ima mogućnost skraćivanja. Paralelni elastični element (PE) se nalazi u modelu kako bi predstavljao elastičnost mišića u mirovanju (kada nije aktiviran). Ovaj element zapravo obuhvaća elastičnost vezivnog tkiva i staničnih membrana.



Slika 4.3. Hillov model [12]

Na slici 4.3. prikazan je Hillov model gdje PE predstavlja paralelni elastični element, CE kontraktilni element i SE serijski elastični element. Aktivna sila kontraktilnog elementa prikazuje silu koju generiraju aktin i miozini na nivou sarkomere. Paralelni element predstavlja pasivne sile ovih vezivnih tkiva. On je također odgovoran za pasivno ponašanje mišića kada ga

se razvlači, čak i kada kontraktilni element nije aktiviran. Serijski element nam predstavlja tetivu i njenu prirodenu elastičnost. Također nam pruža mogućnost „skladištenja“ energije.

Uz pretpostavku da kontraktilni element ne pridonosi vlačnom naprezanju u stanju mirovanja, veza između naprezanja i deformacije mišića u mirovanju određuje konstitutivnu jednadžbu paralelnog elementa. Razlike između mehaničkih svojstava cijelog mišića i onih paralelnog elementa karakteriziraju kontraktilni i serijski elastični element zajedno. Nažalost, kako su ti elementi serijski povezani, dijeljenje ukupnog naprezanja između ta dva elementa nije jedinstveno ukoliko se ne postave još neke dodatne pretpostavke.

Uobičajena pretpostavka je da u kontraktilnom elementu nema naprezanja u stanju mirovanja i da je serijski elastični element potpuno elastičan, a ne viskoelastičan. Geometrijske promjene sarkomere mišića prikazane su na slici 4.4. gdje je

M = duljina miozinske niti

C = duljina aktinske niti

Δ = umetak aktinske niti, npr. preklapanje aktina i miozina

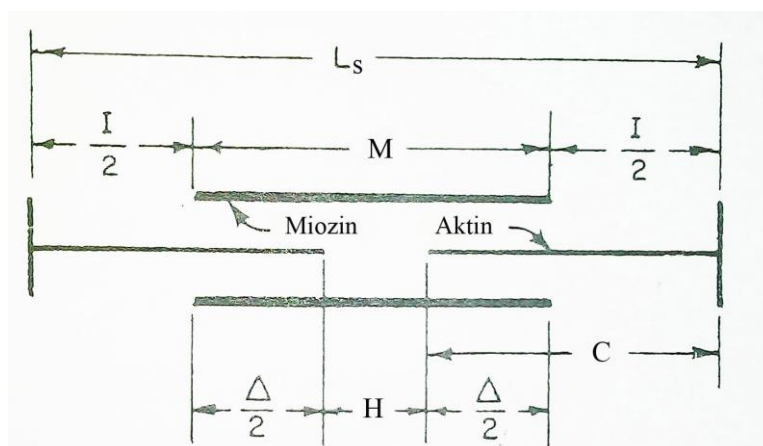
$H = H$ propusnost

$I = I$ propusnost

l_s = ukupna duljina sarkomere

l_{s_0} = duljina sarkomere dok nema naprezanja

η = produljenje serijskog elastičnog elementa u sarkomeri.



Slika 4.4. Geometrijska nomenklatura raznih elemenata mišićne sarkomere [10]

Umetnutu aktinsku nit Δ definiramo pomoću jednadžbe

$$\Delta = M - H = 2C - I \quad , \quad (26)$$

a ukupnu duljinu sarkomere l_s preko

$$l_s = M + I = M + 2C - \Delta \quad (\text{bez elastičnog produljenja}) \quad (27)$$

i

$$l_s = M + I + \eta = M + 2C - \Delta + \eta \quad (\text{sa elastičnim produljenjem}). \quad (28)$$

Kada diferenciramo jednadžbu (28) ovisno o vremenu, dobivamo osnovni kinematički odnos,

$$\frac{dl_s}{dt} = -\frac{d\Delta}{dt} + \frac{d\eta}{dt} \quad (29)$$

Deformaciju u paralelnom elastičnom elementu se može definirati kao

$$\frac{l_s - l_{s0}}{l_{s0}} \quad , \quad (30)$$

ali kako je l_{s0} konstantno, jednostavno može napisati

$$\sigma^{(p)} = P(l_s) \quad (31)$$

za vlačno naprezanje kojem pridonosi paralelni elastični element. Slično pišemo i jednadžbu za naprezanje kojem pridonose aktivirane aktinsko-miozinske niti :

$$\sigma^{(s)} = S(\eta, \Delta) \quad (32)$$

$S(\eta, \Delta)$ je jednak nuli kada je mišić u mirovanju, tako da imamo da je $S(\eta, \Delta) > 0$ kada je $\eta > 0$ i $S(\eta, \Delta) < 0$ kada je $\eta < 0$. Također vrijedi da je $S(\eta, \Delta) = 0$ kada je $\eta = 0$.

Ukupno vlačno naprezanje je zbroj doprinosa serijskih i paralelnih elemenata :

$$\sigma = \sigma^{(p)} + \sigma^{(s)} = P(l_s) + S(\eta, \Delta). \quad (33)$$

Ako naprezanje ovisi o vremenu, tada imamo

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{dP}{dl_s} \frac{dl_s}{dt} + \frac{\partial S}{\partial \eta} \bigg|_{\Delta} \frac{d\eta}{dt} + \frac{\partial S}{\partial \Delta} \bigg|_{\eta} \frac{d\Delta}{dt} \quad (34)$$

Ako stavimo jedn. (29) u jedn. (34) dobivamo osnovnu dinamičku jednadžbu :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{dP}{dl_s} \frac{dl_s}{dt} + \left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \left(\frac{dl_s}{dt} + \frac{d\Delta}{dt} \right) + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \frac{d\Delta}{dt} = \left(\frac{dP}{dl_s} + \left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \right) \frac{dl_s}{dt} + \left(\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right) \frac{d\Delta}{dt} \quad (35)$$

Dva posebna slučaja koja nas posebno interesiraju su jednadžbe koje nam trebaju kod Hillovog modela za izometričku i izotoničku kontrakciju. One glase:

- Izometrička kontrakcija : $l_s = \text{konst.}$ i $\frac{dl_s}{dt} = 0$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right) \frac{d\Delta}{dt} \quad (36)$$

- Izotonička kontrakcija : $\sigma = \text{konst.}$ i $\frac{d\sigma}{dt} = 0$

$$\left(\frac{dP}{dl_s} + \left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \right) \frac{dl_s}{dt} + \left(\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right) \frac{d\Delta}{dt} = 0. \quad (37)$$

4.3.2. Eksperiment brzog opuštanja mišića

Eksperiment [10] se sastoji od 3 koraka :

1. korak: predopterećenje mišića u nestimuliranom stanju do duljine l_{s_1}
2. korak: izometrička stimulacija dok se vlačno naprezanje ne razvije do određene vrijednosti σ_1
3. korak: nagla promjena vlačnog napreznja od σ_1 do σ_2

Označimo duljinu koja odgovara σ_2 sa l_{s_2} , preklapajući umetak aktinsko-miozinske niti pri σ_1 sa Δ_1 , i elastično produljenje serijskog elementa pri σ_1 i σ_2 korespondira sa η_1 i η_2 . Za treći korak vrijedi pretpostavka da se odvija toliko brzo da se Δ ne mijenja kada naprezanje opada sa σ_1 na σ_2 . Stoga nam vrijedi:

$$\Delta_1 = \Delta_2 \quad (38a)$$

$$\sigma_1 = P(l_{s_1}) + S(\eta_1, \Delta_1) \quad (38b)$$

$$\sigma_2 = P(l_{s_2}) + S(\eta_2, \Delta_1) \quad (38c)$$

Oduzimanjem (38b) i (38c) dobivamo

$$\sigma_1 - \sigma_2 = P(l_{s_1}) - P(l_{s_2}) + S(\eta_1, \Delta_1) - S(\eta_2, \Delta_1) \quad (38d)$$

Uvrštavanjem jedn. (28) i (38a) te uz opažanje da su M , C i Δ nepromjenjivi, dobivamo

$$l_{s_1} - l_{s_2} = \eta_1 - \eta_2 \quad . \quad (38e)$$

Jednadžbe (38d) i (38e) daju nam izraz „ $S(\eta_1, \Delta_1) - S(\eta_2, \Delta_1)$ “ kao funkciju $\eta_1 - \eta_2$ kada su σ_1 , σ_2 , l_{s_1} , l_{s_2} , $P(l_{s_1})$ i $P(l_{s_2})$ izmjereni. Da bi odredili $S(\eta_1, \Delta_1)$ kao funkciju od η_1 , trebamo pronaći određenu mišićnu duljinu l_{s_2} gdje su η_2 i $S(\eta_2, \Delta_1)$ jednaki nuli. To se može dobiti metodom pokušaja i pogrešaka. Ako na primjer, pronađemo vrijednost $\sigma_2 = \sigma_2^*$ koja korespondira sa duljinom $l_{s_2} = l_{s_2}^*$, gdje je također

$$\sigma_2^* = P(l_{s_2}^*), \quad (38f)$$

tada prema jednadžbi (33) moramo imati

$$S(\eta_2^*, \Delta_2) = 0, \quad (38g)$$

a radi uvjeta da je $S(\eta, \Delta) = 0$ kada je $\eta = 0$

$$\eta_2^* = 0 \quad (38h)$$

Kombinirajući ove izraze s jednadžbama (38d) i (38e) imamo

$$\eta_1 = l_{s_1} - l_{s_2}^* \quad (38i)$$

$$S(\eta_1, \Delta_1) = \sigma_1 - P(l_{s_1}) \quad (38j)$$

Radi toga, vlačno naprezanje serijskog elementa može se izraziti kao funkcija produljenja η_1 [11].

4.3.3. Metoda prijelaza s izotoničke na izometričku kontrakciju

Ova metoda se također sastoji od tri koraka :

1. korak: predopterećenje na naprezanju σ_p koje uzrokuje duljinu l_{sp}
2. korak: izometrička stimulacija na duljini l_{sp} dok se ne postigne neko unaprijed određeno naprezanje σ_{aft}
3. korak: slijedi izotonička kontrakcija, vlačno naprezanje ostaje σ_{aft}

Prema jednadžbi (36) i očiglednim zapisima, na kraju koraka 2 dobivamo

$$\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{izometrički, \sigma_{aft}} = \left[\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} (\eta_{aft}, \Delta_{aft}) + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} (\eta_{aft}, \Delta_{aft}) \right] \times \left. \frac{d\Delta}{dt} \right|_{izometrički}, \quad (39a)$$

a za početak koraka 3 prema jednadžbi (37) imamo:

$$\left. \frac{d\Delta}{dt} \right|_{izotoničko} = - \left[\left. \frac{dP}{dl_s} + \left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \right] \left[\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right]^{-1} \cdot \left. \frac{dl_s}{dt} \right|_{izotoničko}. \quad (39b)$$

Pod osnovnom pretpostavkom da je za aktivirani mišić brzina $\frac{d\Delta}{dt}$ funkcija naprezanja S , umetka Δ , duljine L i vremenskog intervala nakon stimulacije t , brzina $\frac{d\Delta}{dt}$ u jednadžbama (39a) i (39b) se može izjednačiti i tako dobivamo slijedeće izraze:

$$\left. \frac{d\Delta}{dt} \right|_{izotoničko} = \frac{\left(\left. \frac{d\sigma}{dt} \right|_{izometrički, \sigma_{aft}} \right)}{\left(\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \right) + \left(\left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right)} = \left. \frac{d\Delta}{dt} \right|_{izotoničko} \quad (39c)$$

$$= - \left[\left. \frac{dP}{dl_s} + \left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} \right] \left[\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{\partial S}{\partial \Delta} \right|_{\eta} \right]^{-1} \cdot \left. \frac{dl_s}{dt} \right|_{izotoničko}. \quad (39d)$$

Iz srednjeg člana između znaka jednakosti između izraza (39c) i (39d) dobivamo

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|_{\Delta} + \left. \frac{dP}{dl_s} \right|_{\sigma_{aft}} = - \frac{\left(\frac{d\sigma}{dt} \right) \Big|_{\text{izometrički}, \tau_{aft}}}{\left(\frac{dl_s}{dt} \right) \Big|_{\text{izotonički}, \tau_{aft}}}. \quad (39e)$$

Kako je $\frac{dP}{dl_s}$ poznat, izraz $\frac{\partial S}{\partial \eta}$ se može izračunati i biti prikazan kao funkcija σ_{aft} . Inercijska sila je zanemariva u gornjim izrazima, dok se u pravim eksperimentima mora uzeti u obzir [11].

4.3.4. Brzina kontrakcije

Čim se duljina mišića razdijeli na dvije komponente u seriji, imamo tri brzine. To su brzina promjene mišićne duljine, kontraktilnog elementa i serijskog elementa. Sve zajedno ih povezuje izraz (29). U Hillovu modelu s tri elementa imamo dvije sile, F i S , i tri brzine. U eksperimentu koji je Hill osobno izvodio, početna duljina mišića je bila toliko mala da je sila u paralelnom elementu F bila zanemariva. Ako je F konačan broj, očekuje se da nije povezan s brzinom kao što je slučaj u Hillovoj jednadžbi. Stoga je logično zaključiti da Hillova jednadžba opisuje S , silu u kontraktilnom elementu. Za brzinu moramo uzeti u obzir preraspodjelu sile nakon promjene u duljini. Ako je S povezan sa $\frac{dl_s}{dt}$ i pošto je taj izraz jednak nuli nakon promjene duljine, ne može doći do promjene u S i radi toga se ne može raditi s ovom pojavom preraspodjele napreznja. To nam ukazuje na to da S mora biti povezan s $\frac{d\Delta}{dt}$ ili sa $\frac{d\eta}{dt}$, koji su u ovom slučaju jednakog iznosa ali suprotnih predznaka. Uzimajući ovo u obzir, Hillovu jednadžbu (12) možemo pisati ovako

$$\frac{1}{v_0} \frac{d\Delta}{dt} = \frac{1 - \left(\frac{S}{S_0} \right)}{1 + c \left(\frac{S}{S_0} \right)}, \quad (40)$$

gdje nam je c konstanta, S_0 sila u serijskom elementu u tetaniziranoj izometričkoj kontrakciji, a v_0 brzina od $\frac{d\Delta}{dt}$ kad je $S = 0$. Ova jednadžba vrijedi samo za tetanizirani mišić [10].

5. IZRAZI ZA ODREĐIVANJE ENERGIJE DEFORMIRANJA I PROCJENU MIŠIĆNE SILE

Zahvaljujući Hillu i njegovoj jednadžbi možemo izračunati ukupnu količinu energije E pri kontrakciji mišića (13). Pri izometričkoj kontrakciji ukupna količina oslobođene energije U odgovara aktivacijskoj toplini oslobođenoj u jedinici vremena A (14). Kada mišić kontrahira, dolazi do oslobođenja dodatne energije koja odgovara zbroju količina topline oslobođene pri skraćanju mišića H i učinjenog rada W .

Radovi Gordona (1966) i Funga (1970,1981) revidiraju Hillovu jednadžbu u smislu molekularnih zbivanja pri mišićnoj kontrakciji. Spomenute konstante a , b i F_0 funkcija su početne duljine mišića l_0 , temperature i sastava kupke, ionske koncentracije kalcija itd. Maksimalna sila pri izometričkoj koncentraciji F_0 ovisi o početnoj duljini l_0 ; ako je ta duljina odviše velika ili mala, F_0 će teži prema nuli (slika 4.2). Pri određenoj duljini, F_0 će imati maksimalne vrijednosti, pa tu duljinu l_0 možemo smatrati optimalnom. To je duljina, prema Gordonu (1966), koju će imati sarkomera ako je mišićno vlakno neopterećeno i iznosi $2.1 \mu\text{m}$. U rasponu duljine sarkomere između 2.0 i $2.2 \mu\text{m}$ vlačna sila kontrakcije ostaje maksimalna i ne ovisi o početnoj duljini. Ako je l_0 odabrana tako da je sarkomera kraća ili dulja od optimalne granice, vlačna sila će ovisiti o početnoj duljini l_0 i bit će manja od maksimalne, padajući prema 0 da bi dosegla vrijednost 0 pri duljinama sarkomeri između 1.2 i $1.3 \mu\text{m}$, te $3.8 \mu\text{m}$, pri čemu je omjer istežanja u prvom slučaju 0.6 , a u drugom 1.8 . To svojstvo ovisi o broju poprečnih mostića između vlakanaca aktina i miozina.

Sile koje proizvode mišići lokomotornog sustava mogu uzrokovati razne pokrete bez otpora, ali isto tako održavati statičku ravnotežu u određenom položaju, a i dinamičku ravnotežu pri pokretu tijela ili omogućavati podizanje i prijenos nekog vanjskog tereta.

Vrste kontrakcija opisane su u trećem poglavlju. U oba slučaja izvor energije je kemijska energija koju troše mišići i pretvaraju je u mehaničku energiju (elastičnu, potencijalnu ili kinetičku), odnosno toplinsku energiju. Očito da i ovdje, kao i svugdje u prirodi, jedan oblik energije prelazi u drugi, a da pri tome ukupna energija ostaje konstantna. To znači da vrijedi zakon očuvanja energije.

Klasični oblici mehaničke energije jesu energija položaja (potencijalna energija) i energija gibanja (kinetička energija). Potencijalna energija jednaka je mehaničkom radu potrebnom da se tijelo dovede u određeni položaj.

U prostoru bez otpora taj oblik energije može se povratiti u oblik mehaničkog rada ako se tijelo vrati u prvobitni položaj. Drugi je oblik kinetička energija.

Naravno da je iznos energije jednak mehaničkom radu koji je utrošen u svladavanje inercije i postizanje brzine. I ovaj je oblik energije reverzibilan, što znači da se kinetička energija može povratiti u potencijalni oblik (primjer tako nečega je obično njihalo).

Elastična energija jednaka je dijelu mehaničkog rada koji se troši na elastično deformiranje tijela. Prema teoriji elastičnosti, ta energija jednaka je

$$U_e = \int \sigma \varepsilon dV \text{ [J] ,} \quad (41)$$

gdje su U_e = energija deformiranja, elastična energija akumulirana u deformiranom tijelu (npr. energija u nategnutoj opruzi, σ - tenzor naprežanja, ε – tenzor deformacije, dV – elementarni volumen.

Hookeov zakon daje vezu između naprežanja i deformacije

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} , \quad (42)$$

gdje je E = modul elastičnosti.

Slijedi:

$$U_e = \frac{1}{2} \int \frac{\sigma^2}{E} dV \quad (43)$$

U tom izrazu pojavljuje se faktor **0.5** zbog toga što se pretpostavlja da naprežanje potpuno raste od 0 do konačne vrijednosti σ .

Opći oblik integrala može se pojednostaviti za neke karakteristične oblike strukture. Duge kosti, slično kao stupovi i grede u inženjerskim strukturama, mogu se smatrati tzv. linearnim strukturama (štapovima) s karakterističnim presjecima i momentima inercije. Istodobno se rezultanta svih naprežanja u bilo kojem presjeku okomitom na os štapa može prikazati pomoću komponenata unutarnjeg resultantnog vektora, sile i vektora momenta. Usvajajući oznake uobičajene u strukturnoj analizi, može se energija izraziti u obliku:

$$U_e = \int \frac{S_i^2 ds}{E_i A} + \int \frac{M_i^2 ds}{2E_i J_i}, i = 1, 2, 3 \quad (44)$$

gdje su:

S_i , $i = 1, 2, 3$ projekcije vektora sile na lokalne osi 1, 2, 3 vezane uz presjek, uzdužna sila i dvije komponente transverzalne sile

E_i , $i = 1, 2, 3$ odgovarajuća elastična konstanta

A_l = površina poprečnog presjeka

M_i , $i = 1, 2, 3$ projekcije vektora momenta na lokalne osi (momenti torzije i momenti savijanja)

I_i = odgovarajući momenti inercije poprečnog presjeka

Ukupna elastična energija = energija elastične deformacije jednaka je utrošenom mehaničkom radu:

$$U_e = \int \mathbf{F} ds = \int F \cdot ds \cdot \cos \alpha \quad (45)$$

gdje su \mathbf{F} = vektor vanjskih sila, a $d\mathbf{s}$ = put hvatišta sila.

U slučaju postupnog prirasta vanjske sile dobiva se :

$$U_e = \frac{1}{2} F \cdot s \quad (46)$$

Ovdje su F i s konačne vrijednosti. [3]

Poznati su Castiglianov i Maxwellov princip minimuma elastične energije. Deformacije i naprezanje u nekom elastičnom tijelu uvijek su takva da je ukupna elastična energija minimalno moguća. Taj se princip primjenjuje u rješavanju statički neodređenih struktura. Elastična energija ima mogućnost da se ponovno vrati u potencijalnu ili kinetičku energiju. Trajne deformacije tijela, koje mogu biti plastične ili viskozne, ostvaruju se uz razvijanje topline. Toplina koja se pri tome razvija ne može se vratiti u mehanički oblik energije. To znači da je ta deformacija ireverzibilan proces. Statičko i dinamičko uravnoteženje sila težine i inercije moguće je jedino uz

sudjelovanje svih elemenata lokomotornog sustava, tj. mišića, skeleta, tetiva, ligamenata te uz savršenu živčanu regulaciju.

Sile težine i sile inercije cijelog tijela ili iste te sile samo nekih dijelova tijela mogu se gledati kao vanjsko opterećenje lokomotornog sustava. Ravnoteža za svaki dio ostvaruje se djelovanjem sila u odgovarajućim dijelovima skeleta i sustavu mišića, tetiva i ligamenata. Pojedini elementi pri tome imaju preciziranu funkciju.

Elementi skeleta, osobito duge kosti, primarno preuzimaju tlačnu uzdužnu silu, ali u određenoj mjeri mogu preuzeti i poprečne sile i momente savijanja. Usvajajući princip funkcionalne prilagodbe za presjek kosti, može se, kao što je to već pokazano, prihvatiti i postavka da uzdužne tlačne sile u kosti djeluju redovito, centrično ili vrlo malo izvan težišta presjeka. Uzduž osi kosti, sve komponente unutarnjih sila mogu se mijenjati zbog djelovanja sila u pojedinim mišićima i promjene relativnog položaja mišića u odnosu na kosti u uzastopnim poprečnim presjecima ili unutar presjeka pri različitim stupnjevima kontrakcije [3].

6. ZAKLJUČAK

Skeletni mišići su vrsta poprečno-prugastih mišićnih tkiva i njih možemo pokretati vlastitom voljom. Temeljna napetost mišića naziva se tonus i održava se refleksno. Svaki mišić je i osjetilni organ u službi dubokog osjeta ili propiorecepcije. Skeletni mišići su građeni od miofibrila koji se češće nazivaju mišićna vlakna. Dvije vrste mišićnih vlakana u ljudskom tijelu su fazična i tonička mišićna vlakna. Mišiće dijelimo prema zajedničkom djelovanju u funkcijske skupine, sinergiste i antagoniste. Sile u mišićima su isključivo vlačne. Tri faze djelovanja lokomotornog sustava su uravnoteženje vanjskih i unutarnjih sila, održavanje pokreta i održavanje statičke ravnoteže.

U radu su obrađene izotonička i izometrička kontrakcija. Mišićna vlakna mogu se tijekom kontrakcije skratiti do najviše 50% svoje početne duljine. Izotonička kontrakcija je kontrakcija gdje naprezanje u mišiću ostaje isto dok se duljina mišića mijenja. Dijeli se na koncentričnu, ekscentričnu i auksotoničku kontrakciju. Izometrička kontrakcija je kontrakcija mišića kod koje se ostvaruje povećanje napetosti u mišiću, ali se duljina mišićnih vlakana ne mijenja.

Treća točka koja se obrađuje u završnom radu je Hillova jednadžba. To je najpoznatija jednadžba u mehanici mišića i do nje je došao Archibald V. Hill. Jednadžba se odnosi na mogućnost tetaniziranog skeletnog mišića da se kontrahira. Veza između sile P i brzine kontrakcije v je parabolna. Što je opterećenje veće, to je brzina kontrakcije manja i obrnuto. Kasnijih godina, neka istraživanja, koja su bila preciznija i točnija od onih starijih, nisu podupirala neke Hillove tvrdnje, pa je i sam Hill izjavio da se njegovu jednadžbu gleda kao empirijsku formulu koja opisuje vezu sile i brzine tetaniziranog skeletnog mišića nakon neposrednog puštanja iz izometričkog stanja, a ne kao termomehanički izraz. Hillov model nam prikazuje aktivni mišić i model je sastavljen tako da su dva elementa povezana u seriji, elastični i kontraktilni elementi, i jedan elastičan element s njima u paraleli. Najpoznatija modifikacija Hillovog modela je ona od Funga gdje se elastični elementi zamjenjuju viskoelastičnima.

Osnovna poteškoća kod Hillovog modela je podjela sile između paralelnog i kontraktilnog elementa i to što je podjela produljenja između serijskog i kontraktilnog elementa proizvoljna. Ova produljenja ne mogu postojati bez uvođenja pomoćnih hipoteza. Radi toga, eksperimentalna procjena svojstava svih elemenata ovisi o tim pomoćnim hipotezama.

Primjer toga je Hillova pretpostavka da je kontraktilni element u potpunosti bez naprezanja i slobodno rastezljiv u stanju mirovanja, da su serijski i paralelni elementi elastični te da su sve sarkomere jednake. Nažalost, ništa od navedenog nije istina.

Upravo radi toga, predlagane su razne modifikacije. Primjeri modifikacija su modeli gdje su elastični elementi zamijenjeni viskoelastičnima, zatim promjena rasporeda elemenata gdje bi jedan element bio paralelno postavljen sa kontraktilnim, a oni u seriji s drugim elementom itd. Zajednička stvar je to što se u svim tim preinakama treba modificirati Hillova jednadžba za kontraktilni element ako mišić nije tetaniziran. Za daljnji razvoj mora se utvrditi je li kontraktilni element rastezljiv i u potpunosti bez naprezanja u stanju mirovanja te se moraju pronaći metode predviđanja vrijednosti konstanti kako u Hillovoj tako i u konstitutivnoj jednadžbi paralelnih i serijskih elemenata [10].

Zahvaljujući Hillu i njegovoj jednadžbi, možemo izračunati ukupnu količinu energije U pri kontrakciji mišića. Pri izometričkoj kontrakciji ukupna količina oslobođene energije U odgovara aktivacijskoj toplini oslobođenoj u jedinici vremena A . Maksimalna sila pri izometričkoj koncentraciji F_0 ovisi o početnoj duljini l_0 ; ako je ta duljina odviše velika ili mala, F_0 će težiti prema nuli. Pri nekoj duljini, F_0 će imati maksimalne vrijednosti, pa tu duljinu l_0 možemo smatrati optimalnom. U oba slučaja kontrakcije, izvor energije je kemijska energija koju troše mišići i pretvaraju je u mehaničku i toplinsku energiju. Naprezanje i deformacije u elastičnom tijelu uvijek su takve da je ukupna elastična energija minimalno moguća. Trajne deformacije tijela, bilo plastične bilo viskozne, ostvaruju se uz razvijanje topline, a ta toplina se ne može vratiti u mehanički oblik energije, pa je takva deformacija ireverzibilan proces. Kao vanjsko opterećenje lokomotornog sustava uzimaju se sile težine i sile inercije cijelog tijela ili samo dijelova tijela. Elementi skeleta, pogotovo duge kosti, preuzimaju u prvom redu tlačnu uzdužnu silu, ali u manjoj mjeri mogu preuzeti i poprečne sile i momente savijanja.

7. LITERATURA

- [1] Keros, Andreis, Gamulin, *Anatomija i fiziologija, udžbenik za učenike srednjih medicinskih škola*, Školska knjiga, Zagreb, 2003.
- [2] Archibald V. Hill – *Biographical*, <http://goo.gl/yfuaG1>, 02.05.2014.
- [3] Vasilije Nikolić, Mladen Hudec i suradnici, *Principi biomehanike*, Naklada Ljevak, Zagreb, 2011.
- [4] Guyton i Hall, *Medicinska fiziologija – udžbenik*, Medicinska naklada, Zagreb 2012
- [5] Ivan Vinter, *Waldeyerova anatomija čovjeka*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2009.
- [6] *Wade Yoder's Health & Fitness Articles*, <http://goo.gl/fiQYvD>, 18.12.2013.
- [7] *Striated Muscle Tissue*, <http://goo.gl/gfBxS8>, 18.12.2013.
- [8] *Muscle And Muscle Tissue*, <http://goo.gl/LGnDdx>, 17.12.2013.
- [9] *Fitness Guru: Article #465.Eccentric VS. Concentric*, <http://goo.gl/ezehyo>, 15.12.2013.
- [10] Y.C. Fung, *Biomechanics*, Springer, 2004.
- [11] *Mechanism of Skeletal Muscle Contraction*, <http://goo.gl/VKF5oN>, 20.12.2014.
- [12] *Hill's muscle model*, http://en.wikipedia.org/wiki/Hill's_muscle_model, 19.12.2013.