

# Ispitivanje utjecaja modela očvršćenja materijala na inkementalno oblikovanje lima

---

**Kuzmić, Luka**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2025**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:766802>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-15**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE  
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

# ZAVRŠNI RAD

**Luka Kuzmić**

Zagreb, 2025.

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE  
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

**ZAVRŠNI RAD**

Mentorica:

Doc. dr. sc. Lana Virag, dipl. ing.

Student:

Luka Kuzmić

Zagreb, 2025.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 25 –	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Luka Kuzmić** JMBAG: **0035237908**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Ispitivanje utjecaja modela očvršćenja materijala na inkrementalno oblikovanje lima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Influence of material hardening model on incremental sheet forming**

Opis zadatka:

Inkrementalno oblikovanje lima je proces oblikovanja tankostjenih proizvoda koji se stvaraju lokalnim istežanjem lima pomoću alata za utiskivanje, obično korištenjem CNC stroja. S obzirom na to da je osnova oblikovanja pojava plastične deformacije koja se osigurava u više koraka, potrebno je ispitati utjecaj materijalnog modela na numerički dobivenu raspodjelu naprezanja i deformacija. U tu svrhu je u radu potrebno:

1. Na geometriji tanke grede izradene od odabrane aluminijske legure modelirati proces inkrementalnog oblikovanja lima.
2. Modelirati opterećenje koje uzrokuje da u geometriji oblikovanog proizvoda postoji prijelaz s manjeg kuta na veći te s većeg na manji.
3. Za nekoliko odabranih točaka pokazati raspodjelu naprezanja i deformacija tijekom cijelog procesa oblikovanja.
4. Usporediti rezultate dobivene za izotropno i kinematičko očvršćenje materijala.
5. Komentirati dolazi li do pojave Bauschingerovog efekta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

30. 11. 2024.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Lana Virag

Datum predaje rada:

**1. rok:** 20. i 21. 2. 2025.  
**2. rok:** 10. i 11. 7. 2025.  
**3. rok:** 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane:

**1. rok:** 24. 2. – 28. 2. 2025.  
**2. rok:** 15. 7. – 18. 7. 2025.  
**3. rok:** 22. 9. – 26. 9. 2025.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

*Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Zahvaljujem se mentorici, **dr. sc. Lani Virag** na uloženom vremenu i korisnim savjetima tijekom izrade ovog rada.*

*Također se zahvaljujem kolegama koji su mi na bilo koji način pomogli tijekom studija, te obitelji i prijateljima na podršci i motivaciji tijekom studija.*

Luka Kuzmić

# SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA.....	II
POPIS TABLICA .....	IV
POPIS OZNAKA.....	V
SAŽETAK .....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
2. NUMERIČKO MODELIRANJE INKREMENTALNOG OBLIKOVANJA LIMA.....	4
2.1 Definiranje geometrije problema .....	4
2.2 Modeliranje opterećenja na gredi.....	5
2.3 Model u <i>Abaqusu</i> .....	6
2.4 Pomaci i rubni uvjeti.....	8
2.5 Odabir mreže.....	9
2.6 Analiza rješenja.....	10
3. UTJECAJ PROMJENE KUTA DEFORMACIJE NA PONAŠANJE MATERIJALA.....	19
3.1 Povećanje kuta deformiranja grede.....	19
3.2 Smanjenje kuta deformiranja grede .....	23
3.3 Usporedba rješenja.....	27
4. KINEMATIČKO OČVRŠĆENJE.....	30
4.1 Analiza modela kinematičkog očvršćenja .....	30
5. ANALIZA VEĆEG BROJA INKREMENATA .....	35
5.1 Geometrija, opterećenje i mreža greda .....	35
5.2 Analiza rješenja.....	36
6. ZAKLJUČAK.....	40
LITERATURA .....	41
PRILOZI .....	42

## POPIS SLIKA

Slika 1. Proizvod izrađen postupkom inkrementalnog oblikovanja lima .....	1
Slika 2. Prikaz Bauschingerovog efekta .....	2
Slika 3. Geometrija grede .....	4
Slika 4. Kut deformiranja grede.....	5
Slika 5. Opterećenja na gredu u prvom koraku.....	6
Slika 6. Cikličko ponašanje aluminijske legure AA5005-H34.....	6
Slika 7. Realno ponašanje materijala AA5005-H34.....	7
Slika 8. Postavke materijala u izborniku Property .....	8
Slika 9. Zadani rubni uvjeti i pomaci (opterećenje).....	9
Slika 10. Mreža konačnih elemenata .....	10
Slika 11. Vrijednost maksimalnih plastičnih deformacija kod različitog broja elemenata.....	11
Slika 12. Prikaz konture naprezanja S11 nakon prvog pomaka.....	11
Slika 13. Prikaz konture naprezanja S11 nakon prvog rasterećenja .....	12
Slika 14. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog pomaka.....	12
Slika 15. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog rasterećenja .....	12
Slika 16. Prikaz konture naprezanja S11 po poprečnom presjeku grede nakon prvog pomaka na udaljenosti prvog pomaka (0,5 mm od rubnog uvjeta).....	13
Slika 17. Prikaz konture naprezanja S11 po presjeku grede nakon drugog pomaka na udaljenosti prvog pomaka (0,5 mm od rubnog uvjeta).....	13
Slika 18. Prikaz konture naprezanja S11 po presjeku grede nakon drugog pomaka na udaljenosti drugog pomaka (1 mm od rubnog uvjeta).....	14
Slika 19. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesa .....	14
Slika 20. Odabrani čvor za analizu promjene naprezanja tijekom cijelog procesa .....	15
Slika 21. Prikaz kontura plastične deformacije PE11 nakon prvog pomaka .....	16
Slika 22. Prikaz kontura plastične deformacije nakon drugog pomaka.....	16
Slika 23. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon prvog pomaka.....	16
Slika 24. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon trećeg pomaka .....	17
Slika 25. Grafički prikaz ponašanja plastične deformacije tijekom cijelog procesa .....	17
Slika 26. Grafički prikaz ponašanja stvarne deformacije tijekom cijelog procesa .....	18
Slika 27. Pojednostavljena slika grede deformirane grede nakon prvog pomaka .....	19
Slika 28. Pojednostavljena skica grede nakon drugog pomaka kod povećanja kuta .....	20
Slika 29. Prikaz konture naprezanja S11 nakon cijelog procesa kod povećanja kuta .....	22
Slika 30. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon cijelog procesa kod povećanja kuta.....	22
Slika 31. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon drugog koraka kod povećanja kuta ..	23
Slika 32. Pojednostavljena skica deformirane grede nakon prvog pomaka.....	24
Slika 33. Pojednostavljena skica deformirane grede nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta	24
Slika 34. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta .....	26
Slika 35. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta .....	26
Slika 36. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta	27

Slika 37. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesa za povećanje kuta.....	28
Slika 38. Grafički prikaz naprezanja tijekom cijelog procesa za smanjenje kuta.....	29
Slika 39. Zadavanje materijala u izborniku Property.....	30
Slika 40. Prikaz konture naprezanja S11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja....	31
Slika 41. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja..	31
Slika 42. Prikaz konture naprezanja plastične deformacije PE11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja.....	32
Slika 43. Prikaz konture naprezanja plastične deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja.....	32
Slika 44. Prikaz konture naprezanja stvarne deformacije PE11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja.....	32
Slika 45. Prikaz konture naprezanja stvarne deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja.....	33
Slika 46. Grafički prikaz ponašanja naprezanja tijekom cijelog procesa kod kinematičkog očvršćenja .....	34
Slika 47. Mreža za 5 inkremenata opterećenja .....	35
Slika 48. Prikaz konture naprezanja S11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata .....	36
Slika 49. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata.....	36
Slika 50. Prikaz konture stvarne deformacije PE11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata.....	37
Slika 51. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu prvog pomaka.....	37
Slika 52. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu drugog pomaka.....	38
Slika 53. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu trećeg pomaka.....	38
Slika 54. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu četvrtog pomaka.....	38
Slika 55. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu petog pomaka.....	39



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Dimenzije grede .....	5
Tablica 2. Svojstva materijala.....	7
Tablica 3. Usporedba pri različitim kutevima pri kojima se greda deformira .....	28
Tablica 4. Usporedba izotropnog i kinematičkog očvršćenja.....	33

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$\sigma_T$	N/mm <sup>2</sup>	granica tečenja
$L$	mm	ukupna duljina grede
$a$	mm	širina poprečnog presjeka grede
$b$	mm	visina poprečnog presjeka grede
$x_1$	mm	udaljenost prvog opterećenja (pomaka) od rubnog uvjeta
$x_2$	mm	udaljenost drugog opterećenja (pomaka) od rubnog uvjeta
$u_1$	mm	opterećenje (pomak) na udaljenosti $x_1$
$u_2$	mm	opterećenje (pomak) na udaljenosti $x_2$
$E$	N/mm <sup>2</sup>	Youngov modul elastičnosti
$E_T$	N/mm <sup>2</sup>	tangencijalni modul
$\alpha$	rad	početni kut deformiranja grede
$\beta$	rad	povećani kut deformiranja grede
$\gamma$	rad	smanjeni kut deformiranja grede

## SAŽETAK

Inkrementalno oblikovanje lima je nova, jeftina tehnologija oblikovanja lima koja se koristi za izradu složenih trodimenzionalnih geometrija. Cilj rada je analizirati utjecaj modela očvršćenja materijala tijekom inkrementalnog oblikovanja lima, odnosno dolazi li kod ovakvog opterećenja do Bauschingerovog efekta. Proces inkrementalnog oblikovanja lima modeliran je na tankoj gredi izrađenoj od aluminijske linearno elastične - nelinearno očvršćujuće legure. Za opterećenje su, analogno postupku inkrementalnog deformiranja, zadani mali pomaci u nekoliko koraka u blizini rubnog uvjeta, čime se osigurava da će doći do plastične deformacije. Oblik deformirane geometrije ovisi o lokacijama opterećenja i iznosima pomaka. Modelirana je geometrija s konstantnim kutom te s povećanjem i smanjenjem kuta deformirane geometrije. Analizirana je raspodjela naprezanja i deformacija u određenim točkama tijekom cijelog procesa inkrementalnog oblikovanja lima. Tijekom numeričke analize korištene su dvije vrste očvršćenja, izotropno i kinematičko, te je prikazana njihova usporedba. Na kraju je objašnjeno dolazi li do Bauschingerovog efekta i koji je njegov značaj.

**Ključne riječi:** inkrementalno oblikovanje, očvršćenje materijala, Bauschingerov efekt, metoda konačnih elemenata.

## **SUMMARY**

Incremental sheet forming is a new, cost-effective sheet metal forming technology used for creating complex three-dimensional geometries. The aim of this work is to analyze the influence of material hardening models during incremental sheet forming, specifically whether the Bauschinger effect occurs under such loading conditions. The incremental sheet forming process is modeled on a thin beam made of aluminum alloy with linear elastic - nonlinear hardening properties. For loading, analogous to the incremental deformation process, small displacements are applied in several steps near the boundary condition, ensuring plastic deformation will occur. The shape of the deformed geometry depends on the loading locations and displacement magnitudes. Geometry with constant angle, as well as with increasing and decreasing angles of the deformed geometry, is modeled. The distribution of stresses and strains at specific points throughout the entire incremental sheet forming process is analyzed. During the numerical analysis, two types of hardening are used, isotropic and kinematic, and their comparison is presented. Finally, it is explained whether the Bauschinger effect occurs and what its significance is.

**Keywords:** incremental forming, material hardening, Bauschinger effect, finite element method.

## 1. UVOD

Inkrementalno oblikovanje lima je nova, moderna tehnologija oblikovanja lima koja se koristi za izradu složenih trodimenzionalnih geometrija bez klasičnih kalupa ili skupih tehnologija. Proces je izuzetno pogodan za pojedinačnu proizvodnju ili izradu u malim serijama jer smanjuje troškove i vrijeme proizvodnje. Inkrementalno oblikovanje se događa kad se materijal postepeno opterećuje u malim inkrementima pri čemu se materijal oblikuje u željeni oblik. Za dobivanje željenog oblika najčešće se koristi CNC stroj ili ponekad specijalizirani robotski sustavi. Inkrementalno oblikovanje često se koristi u automobilskoj, zrakoplovnoj i medicinskoj industriji za izradu prototipa i u svrhe istraživanja. Postoje tri vrste inkrementalnog oblikovanja lima koje se koristi s obzirom na točnost dimenzija geometrije koja se želi postići. Navedene vrste su:

- Jednostrano inkrementalno oblikovanje
- Dvostrano inkrementalno oblikovanje
- Inkrementalno oblikovanje s potporom

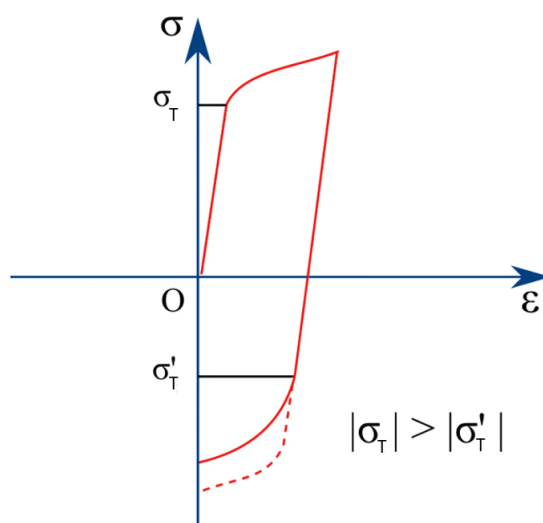
Kod jednostranog oblikovanja koristi se jedan alat bez potpore pa dolazi do malih grešaka kod geometrije, dok kod dvostranog oblikovanja i oblikovanja s potpornom imamo protokalup ili drugi alat zbog kojeg je dimenzijska točnost veća s obzirom na jednostrano oblikovanje. Na slici 1. prikazan je primjer proizvod koji je izrađen postupkom inkrementalnog oblikovanja lima.



**Slika 1. Proizvod izrađen postupkom inkrementalnog oblikovanja lima [1]**

U ovom radu na geometriji tanke grede modelirati će se dio procesa inkrementalnog oblikovanja lima. S obzirom da je cilj samo proučiti dolazi li tijekom ovog procesa do pojave Bauschingerovog procesa, problem je pojednostavljen s 2D deformiranja na 1D (odnosno umjesto ploče će se promatrati greda). Greda će se na mjestu bliskom osloncu opteretiti pomakom, kako bi se osiguralo postizanje željene plastične deformacije, kao što se to radi CNC strojem tijekom procesa inkrementalnog deformiranja lima. Zatim će se rasteretiti, što će modelirati micanje alata, te ponovno opteretiti na bliskom presjeku da bi se dobio željeni oblik, odnosno osigurao željeni kut na krajnjem proizvodu. Postupak se u stvarnosti opterećuje stotinama puta, ali za cilj rada je dovoljno nekoliko ovakvih inkremenata. Cilj je prikazati kako promjena kuta kod deformiranja djeluje na naprezanja i plastične deformacije u gredi. Zbog velikog broja inkremenata kod opterećenja grede deformacije i naprezanja se računaju preko metode konačnih elemenata i za to će biti korišten software *Abaqus*.

Bauschingerov efekt je pojava u materijalu kada nakon rasterećenja i ponovnog opterećenja u suprotnom smjeru dolazi do rasipanja energije u materijalu zbog promjena u mikrostrukтури te se granica tečenja za ponovno opterećenje mijenja u odnosu na originalno opterećenje. Pojava Bauschingerovog efekta najviše je izražena kod metala i legura. Kada se materijal nakon originalnog opterećivanja, koje je takvo da je rastezanje već u elastično-plastičnom području, optereti u suprotnom smjeru u materijalu dolazi do plastične deformacije kod iznosa koji je manji od očekivanog. Ponašanje materijala zbog Bauschingerovog efekta prikazano je na slici 2.



Slika 2. Prikaz Bauschingerovog efekta [2]

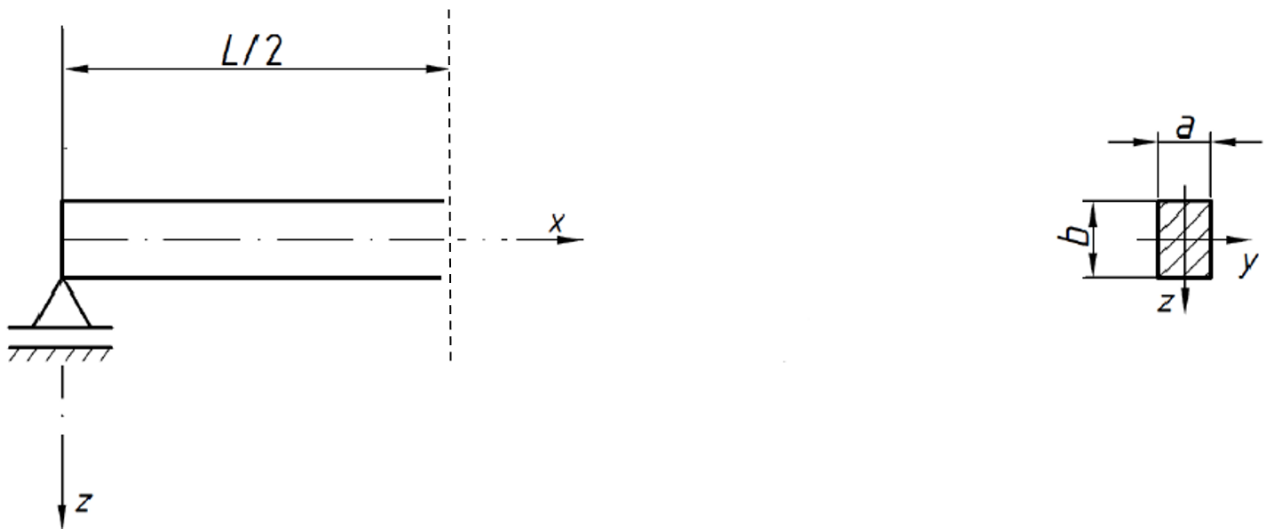
Kako je inkrementalno oblikovanje lima ciklički proces koji se sastoji od velikog broja serija opterećenja i rasterećenja u ovom radu je cilj prikazati da li se Baushingerov efekt javlja kod inkrementalnog oblikovanja i kakav je njegov utjecaj kada je opterećenje poslije rasterećenja jednako, veći ili manje od inicijalnog. U radu se koriste dva modela očvršćenja, izotropno i kinematičko. Prema [31] kod izotropnog očvršćenja materijal se jednako očvršćuje u svim smjerovima tijekom plastične deformacije. Povećanje granice tečenja materijala također je jednako u svim smjerovima što rezultira jednakim mehaničkim svojstvima bez obzira o smjeru opterećenja. Kinematičko očvršćenje materijala je model očvršćenja kod kojeg se elastično područje ne mijenja tijekom cijelog procesa deformiranja. Kod kinematičkog očvršćenja ploha tečenja se pomiče u prostoru naprezanja bez promjene oblika plohe. U stvarnosti se najčešće koristi model očvršćenja koji je kombinacija ovih dviju modela.

## 2. NUMERIČKO MODELIRANJE INKREMENTALNOG OBLIKOVANJA LIMA

Za analizu ovog problema koristi se metoda konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata je metoda rješavanja problema u kojoj se problem rješava diskretizacijom područja na manje cjeline koje nazivamo konačni elementi. U ovom radu problem će se rješavati numerički pomoću programskog paketa *Abaqus* [4]. *Abaqus* je napredni programski paket razvijen od kompanije Dassault Systems pod brendom SIMULIA. *Abaqus* se koristi metodom konačnih elemenata za diskretizaciju modela te je zbog svoje opširnosti i mogućnosti rješavanja složenih problema često korišten u raznim disciplinama inženjerstva.

### 2.1 Definiranje geometrije problema

Analiza će se u ovom radu provoditi na jednostavnom i čestom primjeru iz mehanike, a to je tanka greda pravokutnog presjeka koja će biti opterećena na savijanje i takva predstavlja postupak oblikovanja lima. U ovom radu biti će predstavljena samo jedna strana grede koja ima pomični oslonac koji dopušta pomak u  $x$  smjeru, ali i zakret što je bitno jer su naši pomaci tik uz rub grede. Greda je prikazana na slici 17. sa duljinom iznosa  $L$  i pravokutnim presjekom širine  $a$  i visine  $b$ .



Slika 3. Geometrija grede



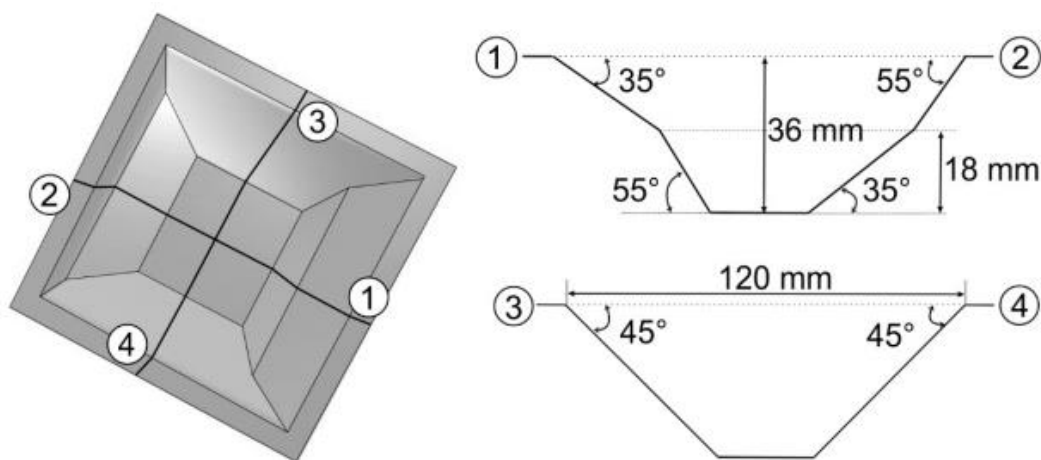
Za ovaj rad dimenzije nisu od velike važnosti pa se uzimaju proizvoljno, a su odabrane vrijednosti prikazane su u tablici 1, preuzete iz [5].

**Tablica 1. Dimenzije grede**

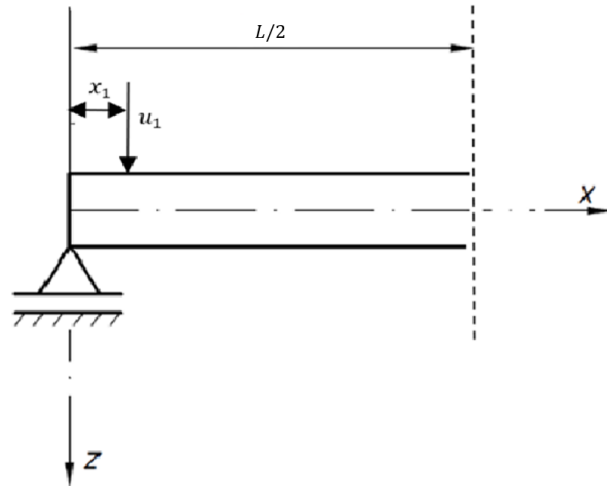
$L$	$a$	$b$
100 mm	10 mm	1 mm

## 2.2 Modeliranje opterećenja na gredi

U ovom radu kod inkrementalnog oblikovanja opterećenje grede se modelira pomoću pomaka u određenim točkama. a analizu problema za prvi korak uzima se pomak od  $u_1 = 0,25$  mm na udaljenosti od  $x_1 = 0,5$  mm od oslonaca što je prikazano na slici 3. Kod inkrementalnog oblikovanja lima cilj je oblikovati tanki lim sa malim pomacima te što više inkremenata, ali kako u ovom radu nije cilj prikazati cijeli proces inkrementalnog oblikovanja lima, nego ponašanje grede u različitim slučajevima opterećivanja grede uzima se malo veći pomak od stvarnog pomaka kojim se izrađuju proizvodi. S obzirom da je elastični povrat zanemariv, kod drugog koraka će se udaljenosti od 1 mm uzeti na već postojeći pomak od 0,25 mm iz prvog koraka pomak od 0,25 mm. S ovakvim opterećenjem će se osigurati približno konstantni kut deformirane grede kao presjek 3-4 na slici 4. preuzetoj iz [5].



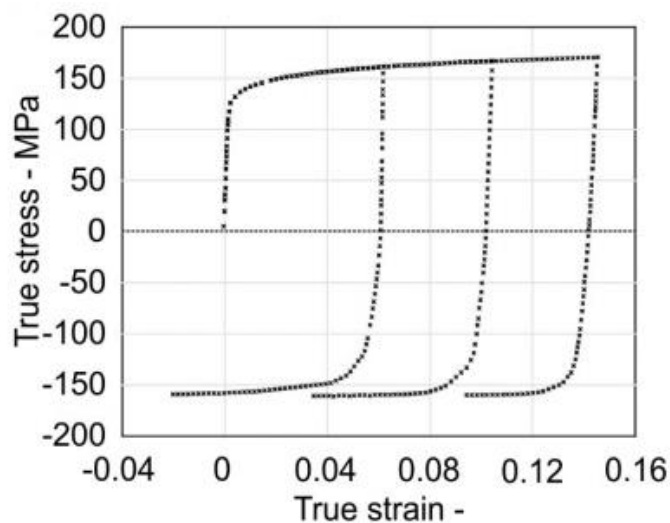
**Slika 4. Kut deformiranja grede**



Slika 5. Opterećenja na gredu u prvom koraku

### 2.3 Model u *Abaqusu*

S obzirom da je promatramo simetričnu gredu, u *Abaqusu* je modelirano samo pola grede duljine 50 mm. Materijal korišten za gredu u ovom rad je aluminijska legura AA5005-H34 te su njegova svojstva prikazana u tablici 2. Aluminijska legura AA5005-H34 ima vrlo dobru oblikovljivost te je pogodna za razne procese oblikovanja poput savijanja, dubokog vučenja i istiskivanja. Zbog svoje dobre oblikovljivosti aluminijska legura AA5005-H34 je prikladna za ovaj model. Cikličko ponašanje legure vidljivo je na slici 6. preuzetoj iz [5].

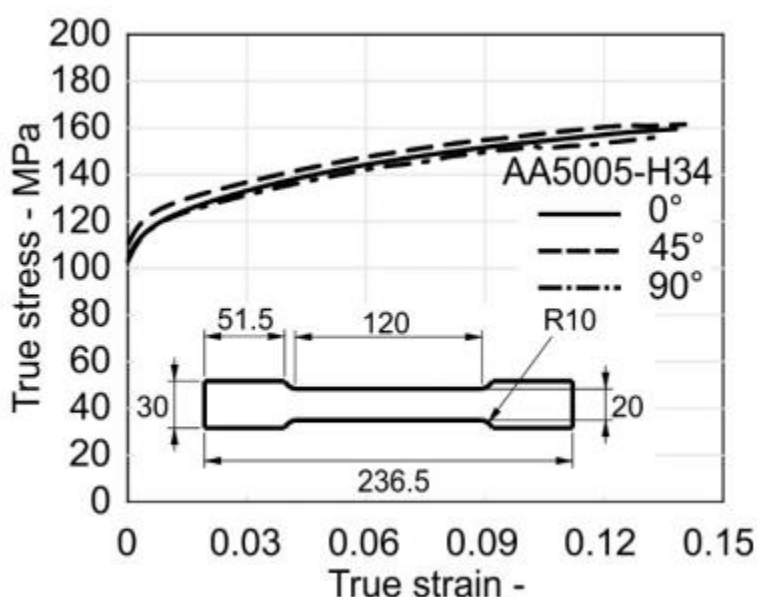


Slika 6. Cikličko ponašanje aluminijske legure AA5005-H34

Tablica 2. Svojstva materijala [6]

$\rho$	$E$	$\nu$	$\sigma_T$
2700 kg/m <sup>3</sup>	69 GPa	0,33	120 MPa

U ovom radu materijal će biti promatran kao elastično-linearno očvršćujući materijal, a to znači da i u elastičnom i plastičnom području u  $\sigma - \varepsilon$  dijagramu pravac je linearan. U stvarnosti se materijal ne ponaša tako i njegovo ponašanje je prikazano na dijagramu  $\sigma - \varepsilon$  koji se nalazi na slici 7. preuzetoj iz [5]



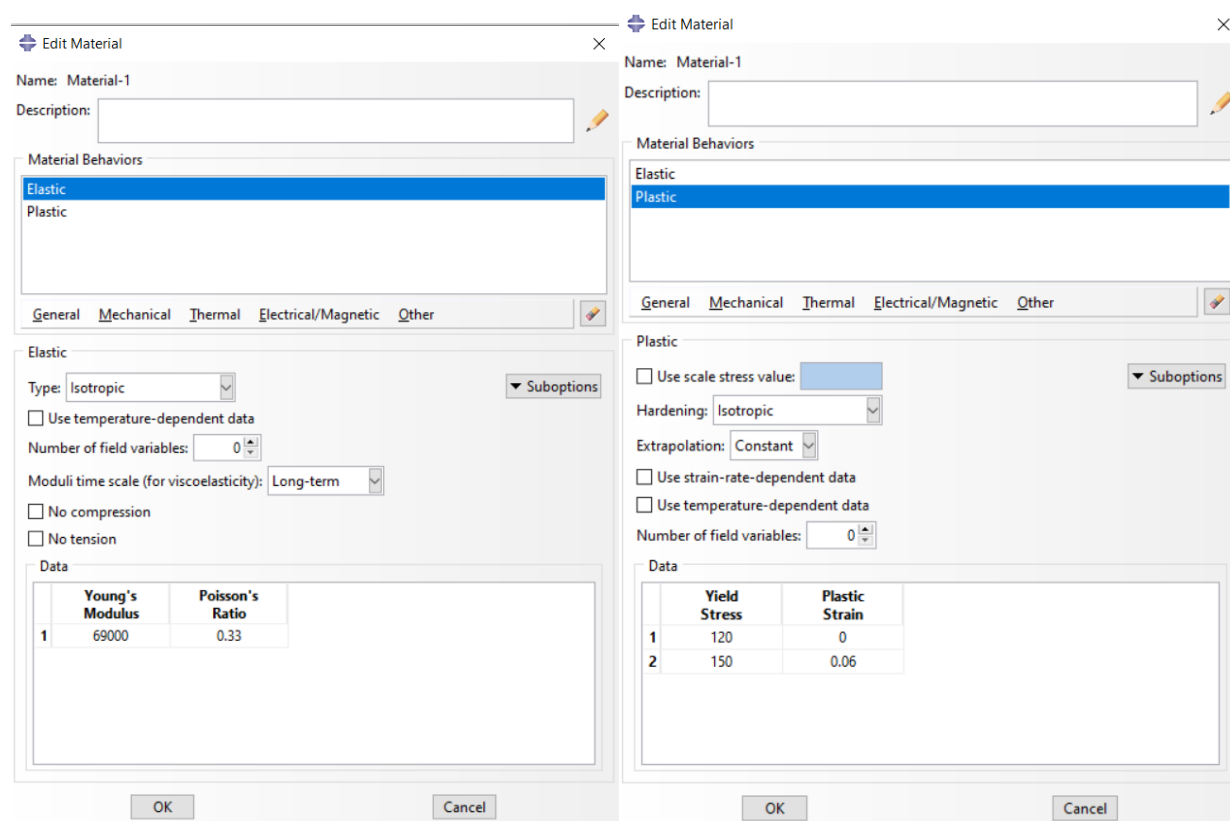
Slika 7. Realno ponašanje materijala AA5005-H34

U radu su također primijenjene dva različita modela očvršćenja, izotropno i kinematičko, te će njihova usporedba biti pokazana kasnije u radu. Svi rezultati dobiveni do usporedbe bit će napravljeni tako da je na materijalu primijenjeno izotropno očvršćenje. Za modeliranje pravca kada materijal prođe granicu tečenja i uđe u plastičnu zonu za početnu točku uzeto je naprezanje na granici tečenja i deformaciju koja iznosi 0, a krajnju točku naprezanje od 150 MPa i deformaciju od 0,06 što je prikazano na slici 5. pomoću ovih podataka računamo i modul očvršćenja materijala za kojeg prema [7] izraz glasi:

$$E_T = \frac{E \cdot (\sigma - \sigma_T)}{\varepsilon \cdot E - \sigma_T}, \quad (2.1)$$

$$E_T = 514,93 \text{ MPa.} \quad (2.2)$$

Rješavanjem je prikazano da je  $E_T$  manji od  $E$  što pokazuje da je nagib pravca u elastičnoj zoni  $\sigma - \varepsilon$  dijagrama veći od nagiba pravca  $\sigma - \varepsilon$  dijagrama u plastičnoj zoni. U programskom paketu nije potrebno računati modul očvršćenja, nego se materijal zadaje tablično, kao što je prikazano na slici 8.

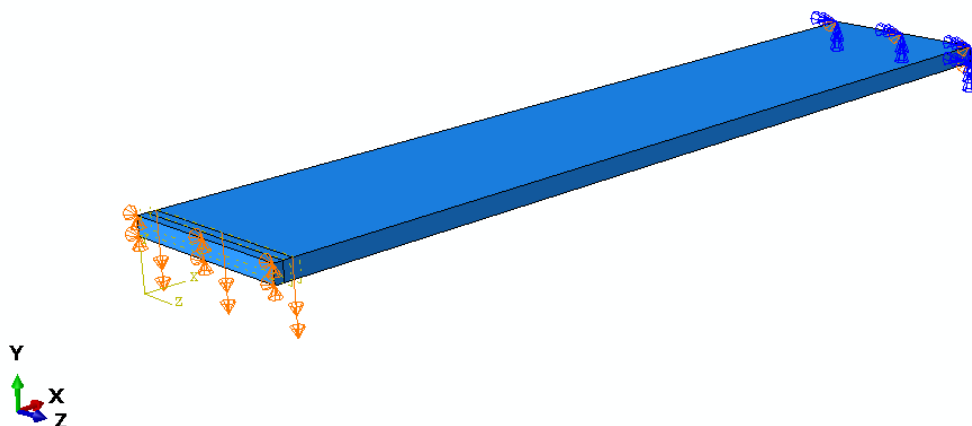


Slika 8. Postavke materijala u izborniku *Property*

## 2.4 Pomaci i rubni uvjeti

Prije pridodavanja rubnih uvjeta i pomaka u izborniku *Step* dodano je četiri koraka u kojima će u prvom i trećem biti pomaci, a u drugom i trećem nema nikakvih opterećenja ni pomaka nego je modelirano rasterećenje. U izborniku *Load* pridodaju se rubni uvjeti za pomični oslonac na jednom kraju grede te uvjeti simetrije u kojima je onemogućen pomak u smjeru  $x$  u drugom kraju. U prvom koraku dodaje se pomak vrijednosti 0,25 mm na udaljenosti od 0,5 mm od kraja gdje je nepomični

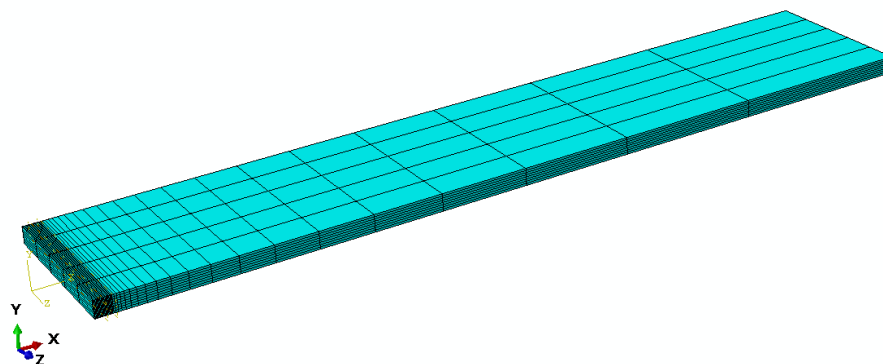
oslonac, a zatim se u trećem koraku pridodaje pomak od 0,5 mm na udaljenosti od 1 mm. Prikaz pridodanih rubnih uvjeta i pomaka nalazi se na slici 9.



**Slika 9. Zadani rubni uvjeti i pomaci (opterećenje)**

## 2.5 Odabir mreže

Prije analize rezultata potrebno je postaviti kvalitetnu mrežu na model. U izborniku *Mesh* prvo je definirana mreža konačnih elemenata grede koja je prikazana na slici 10. Mrežu je definirana tako da je gušća na mjestu gdje se nalaze pomaci (opterećenje), odnosno naprezanja i deformacije su najveće, kao i njihovi gradijenti. Također, to je područje na kojem je odziv najviše interesantan. Na većim udaljenostima od zadanih pomaka je ponašanje grede jednolično i konstantno pa je potreban manji broj konačnih elemenata. Korišten je C3D8R element koji jednostavni linearni konačni element sa 8 čvorova u svojim rubovima, te je korištena reducirana integracija.



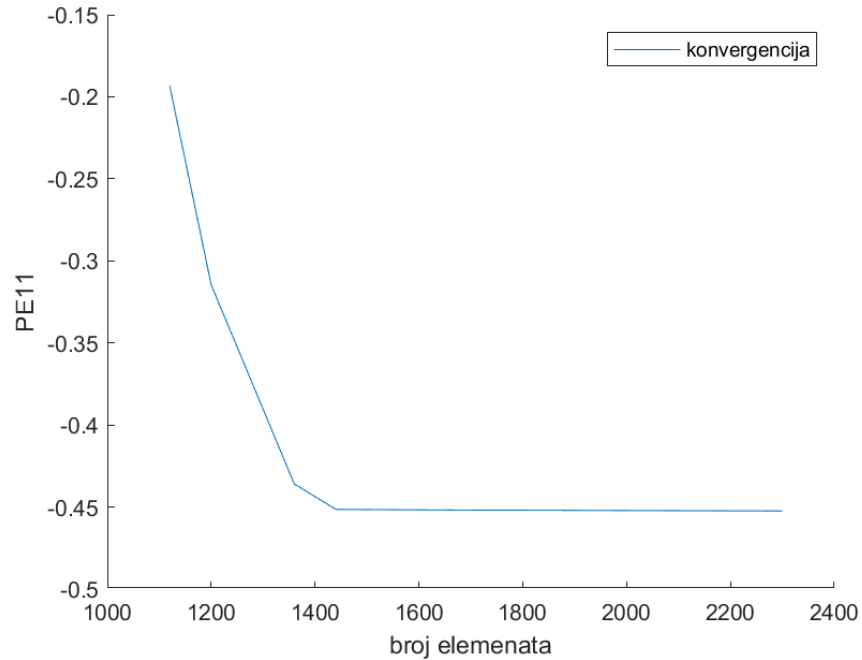
Slika 10. Mreža konačnih elemenata

## 2.6 Analiza rješenja

Za osiguranje pravilno odabrane mreže provodi se konvergenciju rješenja. Pri tome se mreža postepeno pogošćuje (posebno na kritičnim mjestima) i promatra maksimalni iznos određene varijable. Tipično se promatra naprezanje ili pomak. U ovom radu je promatrana promjena maksimalne plastične deformacije. Podaci dobiveni analizom prikazani su u tablici 3 i grafički prikazani slikom 11. Postupkom konvergencije je pokazano da mreža od 1440 konačnih elemenata daje dovoljnu točnost.

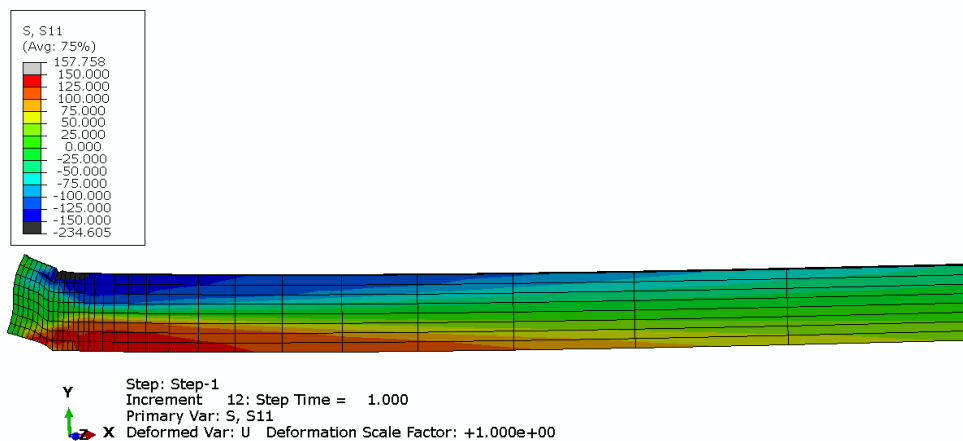
Tablica 3. Vrijednost maksimalnih plastičnih deformacija za različite mreže

Broj elemenata	Plastična deformacija PE11
1120	-0,193196
1200	-0,314625
1360	-0,435946
1440	-0,451458
1730	-0,451902
2300	-0,452385

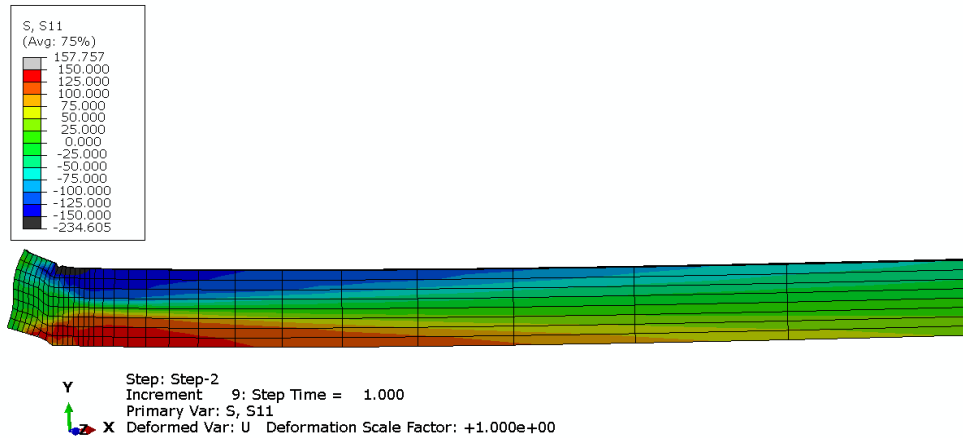


**Slika 11. Vrijednost maksimalnih plastičnih deformacija kod različitog broja elemenata**

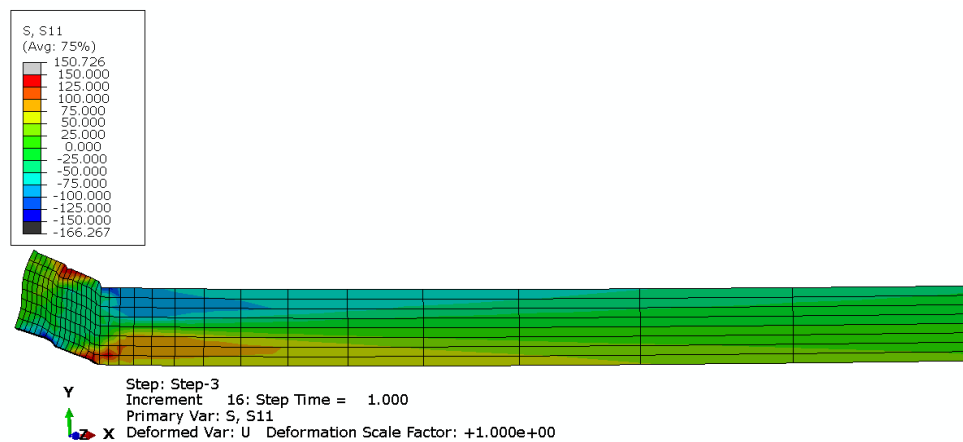
Pri prikazivanju i očitavanju rješenja potrebno je u izborniku *Job* pokrenuti analizu. Nakon toga se u izborniku *Visualization* očitavaju rješenja i radi analiza. U ovom radu za analizu ponašanja materijala nužno je analizirati plastične deformacije na mjestu gdje je zadano prvo opterećenje (pomak), pa se promatraju plastične deformacije u smjeru grede PE11 te naprezanja S11. Također će biti prikazane i logaritamske (stvarne) deformacije LE11. Deformacije i naprezanja prikazani su po inkrementima kako bi se prikazalo ponašanje materijala kroz cijeli proces. Konture naprezanja su prikazane od slike 12. do slike 15.



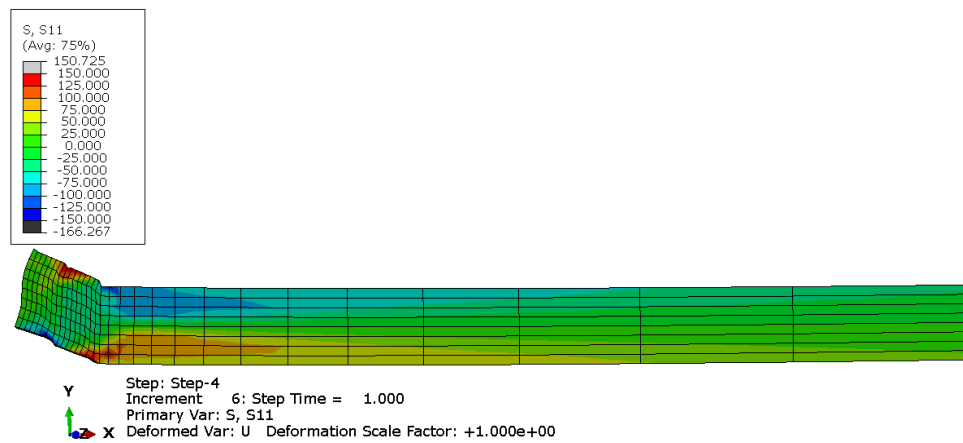
**Slika 12. Prikaz konture naprezanja S11 nakon prvog pomaka**



Slika 13. Prikaz konture napreznaja S11 nakon prvog rasterećenja



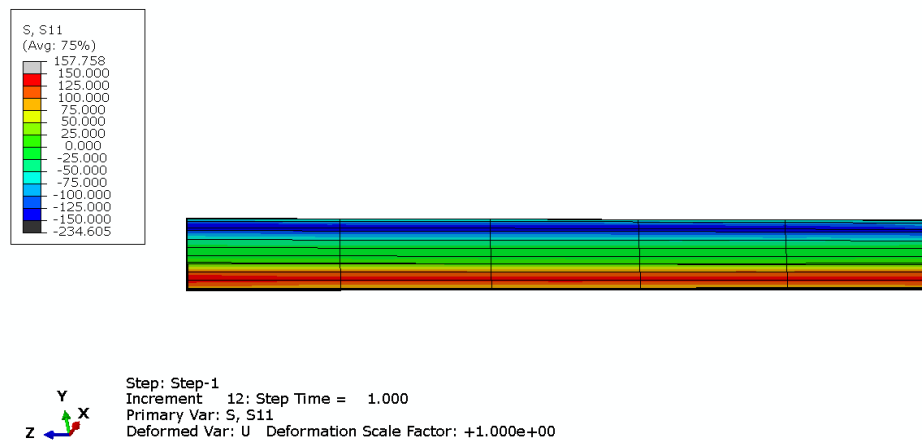
Slika 14. Prikaz konture napreznaja S11 nakon drugog pomaka



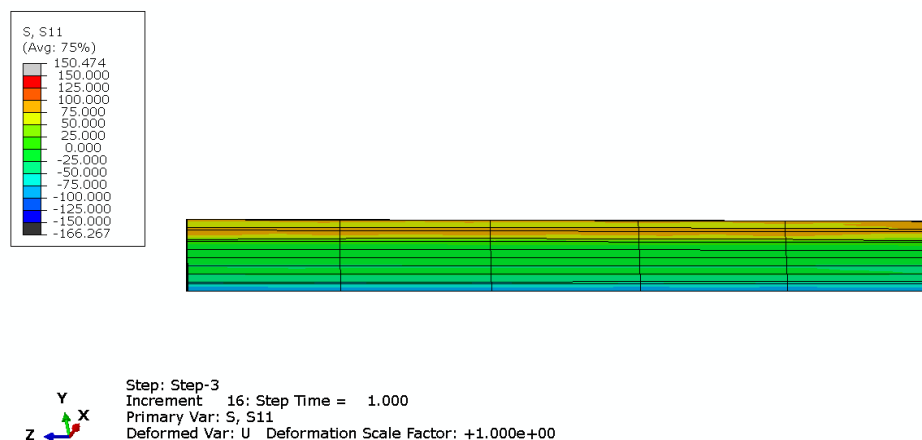
Slika 15. Prikaz konture napreznaja S11 nakon drugog rasterećenja



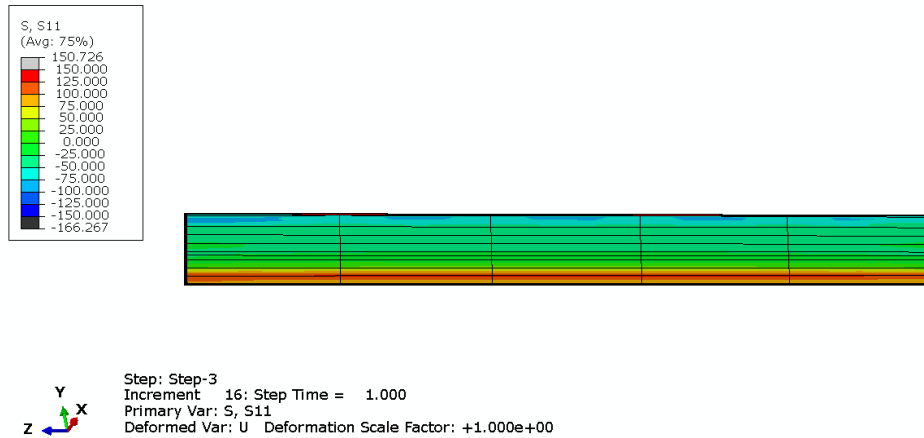
Iz slika kontura naprezanja može se vidjeti ponašanje naprezanja kroz cijeli proces. Tijekom prvog pomaka u zonama oko mjesta pomaka javljaju se maksimalna naprezanja, a prema sredini grede (odnosno desnoj strani gdje je definirana ravnina simetrije) naprezanja su znatno manja i po vrijednosti su približna nuli. Tijekom drugog pomaka kut pod kojim se greda deformira je jednak kutu od prvog pomaka i maksimalno naprezanje se ponovo nalazi u zonama oko pomaka. Tijekom rasterećenja naprezanje je konstantno, ali nakon njega se smanjuje. Zbog konstantnog naprezanja u rasterećenju neće se prikazivati rezultati tijekom procesa rasterećenja. Od slike 16. do slike 18. prikazano je naprezanje na presjeku u smjeru  $x$  osi na mjestima pomaka.



**Slika 16. Prikaz konture naprezanja S11 po poprečnom presjeku grede nakon prvog pomaka na udaljenosti prvog pomaka (0,5 mm od rubnog uvjeta)**

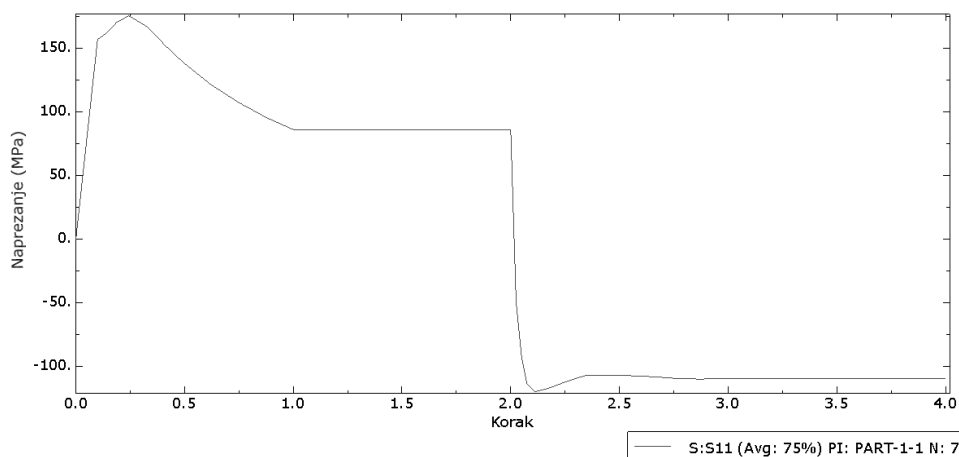


**Slika 17. Prikaz konture naprezanja S11 po presjeku grede nakon drugog pomaka na udaljenosti prvog pomaka (0,5 mm od rubnog uvjeta)**



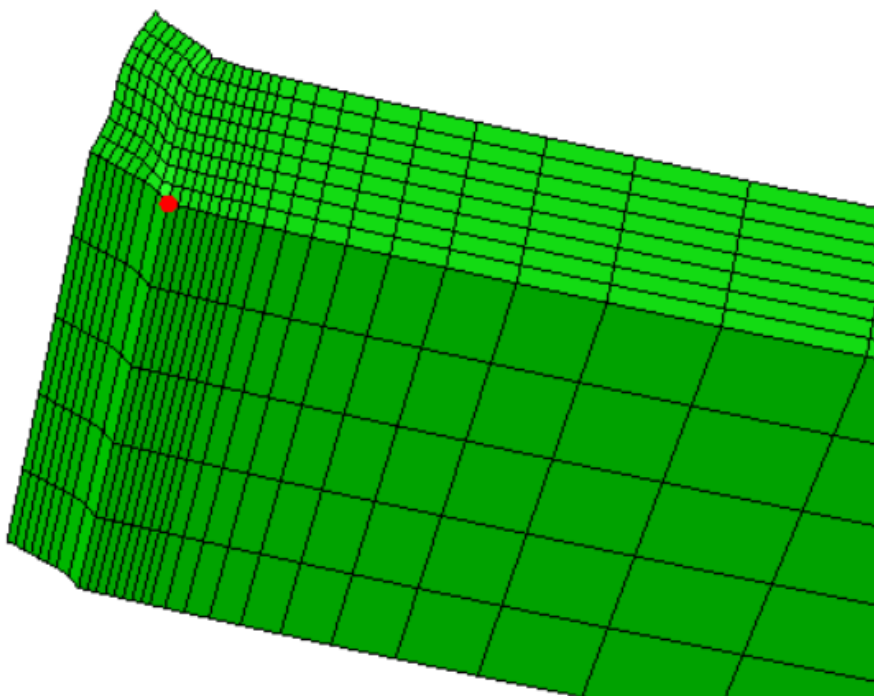
**Slika 18. Prikaz konture napreznja S11 po presjeku grede nakon drugog pomaka na udaljenosti drugog pomaka (1 mm od rubnog uvjeta)**

Kod savijanja grede napreznje se mijenja linearno po presjeku grede. Kod prvog pomaka na udaljenosti na kojoj se nalazi prvi pomak pozitivno napreznje se nalazi na donjoj plohi grede, a negativno napreznje na gornjoj plohi grede. Kada djeluje drugi pomak napreznje na udaljenosti prvog pomaka je smanjeno u odnosu na kada djeluje samo prvi pomak. Na udaljenosti drugog pomaka napreznja djeluje suprotno od napreznja na udaljenosti prvog pomaka i ta promjena napreznja iz pozitivnog napreznja u negativno je dokaz Bauschingerovog efekta. Prikaz promjene napreznja tijekom cijelog procesa nalazi se na slici 19.



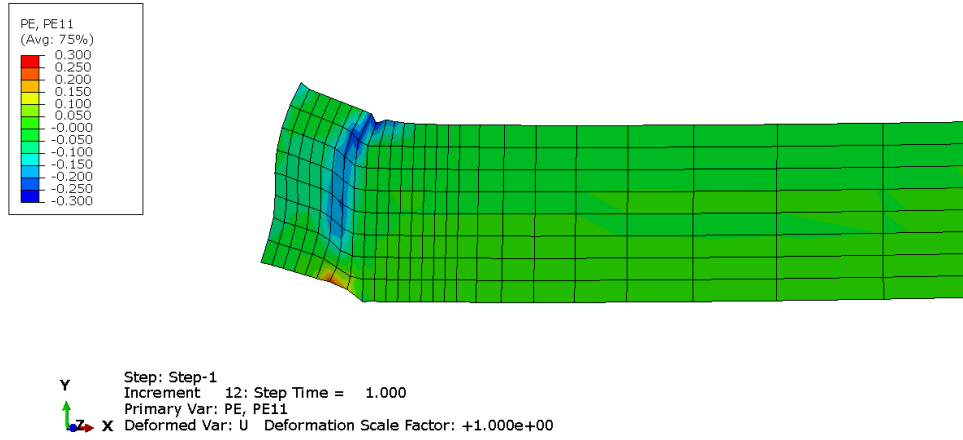
**Slika 19. Grafički prikaz promjene napreznja tijekom cijelog procesa**

Za grafički prikaz promjene naprezanje odabran je čvor koji se nalazi na mjestu prvog pomaka i na donjoj plohi grede jer će se u njemu najbolje vidjeti promjena naprezanja. Čvor se nalazi na rubu grede i prikazan je na slici 20.

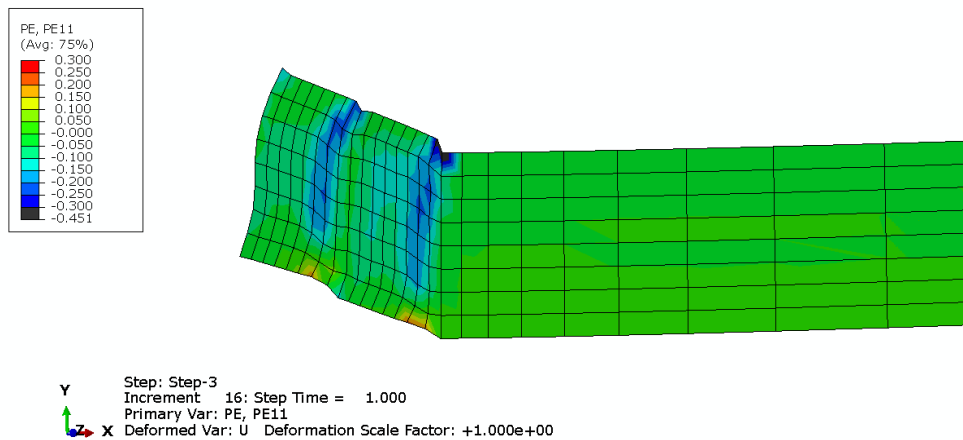


**Slika 20. Odabrani čvor za analizu promjene naprezanja tijekom cijelog procesa**

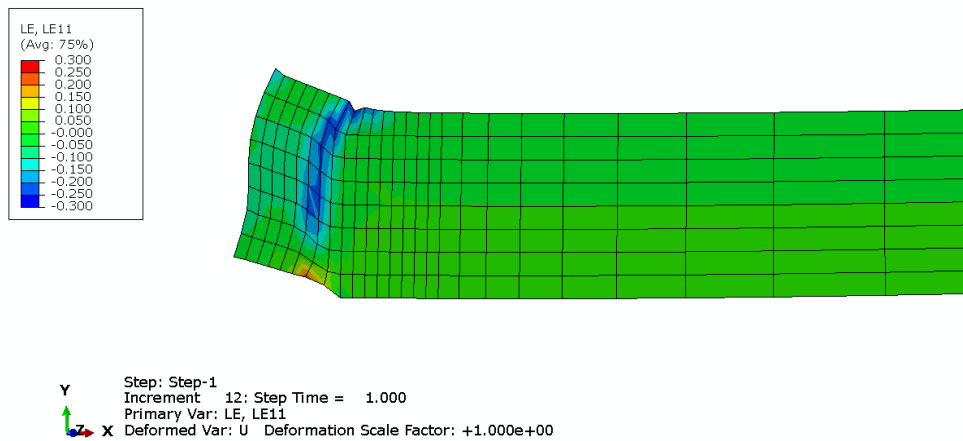
U prvom koraku naprezanje linearno raste do granice tečenja te zatim pada do neke razine u pozitivnom djelu naprezanja.. Tijekom rasterećenja dolazi do povrata koji je zanemarivo mali jer su u elastičnom području progibi uz rubne uvjete mali. Nakon pojave drugog pomaka naprezanje naglo pada u negativni dio naprezanja što je pokazatelj mogućeg Bauschingerovog efekta. Tijekom drugog rasterećenja naprezanje je također konstantno. Kako je linearno naprezanje jednako na presjeku i tijekom rasterećenja nema promjene naprezanja, plastične i stvarne deformacije će se pokazati samo za trenutke kada se događaju pomaci. Prikazi plastične i stvarne deformacije prikazi od slike 21. do slike 24.



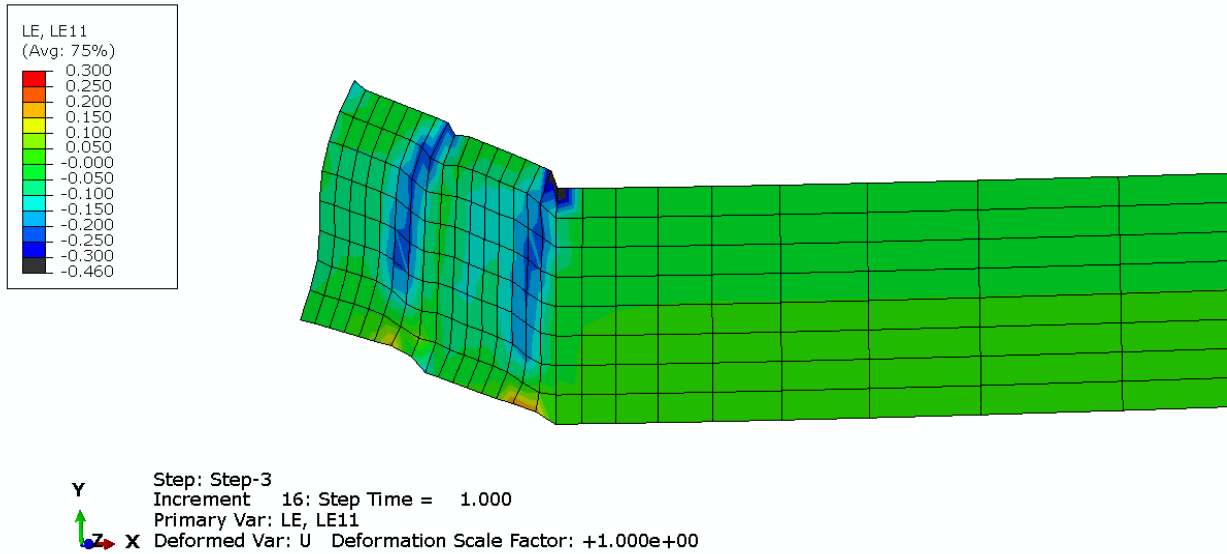
Slika 21. Prikaz kontura plastične deformacije PE11 nakon prvog pomaka



Slika 22. Prikaz kontura plastične deformacije nakon drugog pomaka

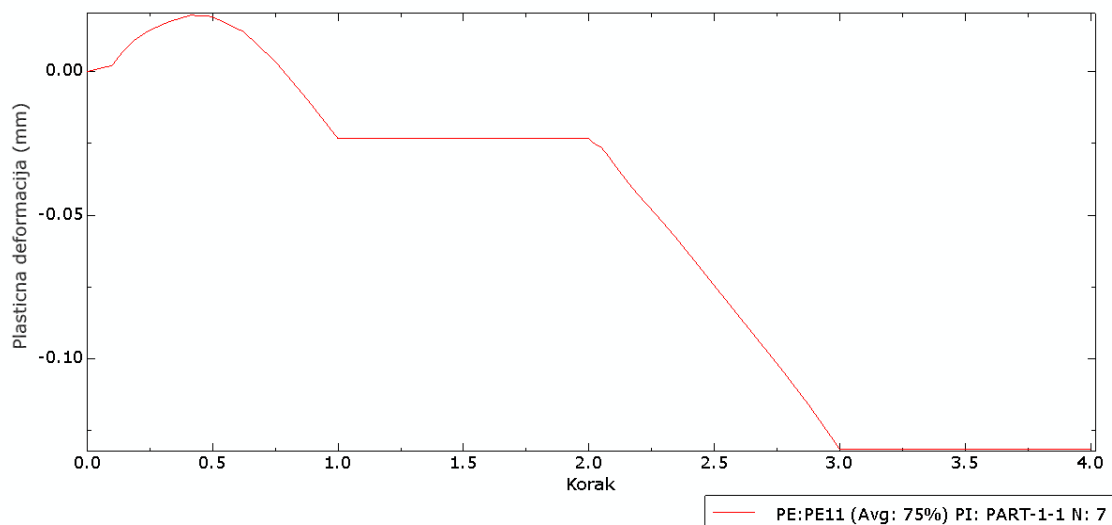


Slika 23. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon prvog pomaka

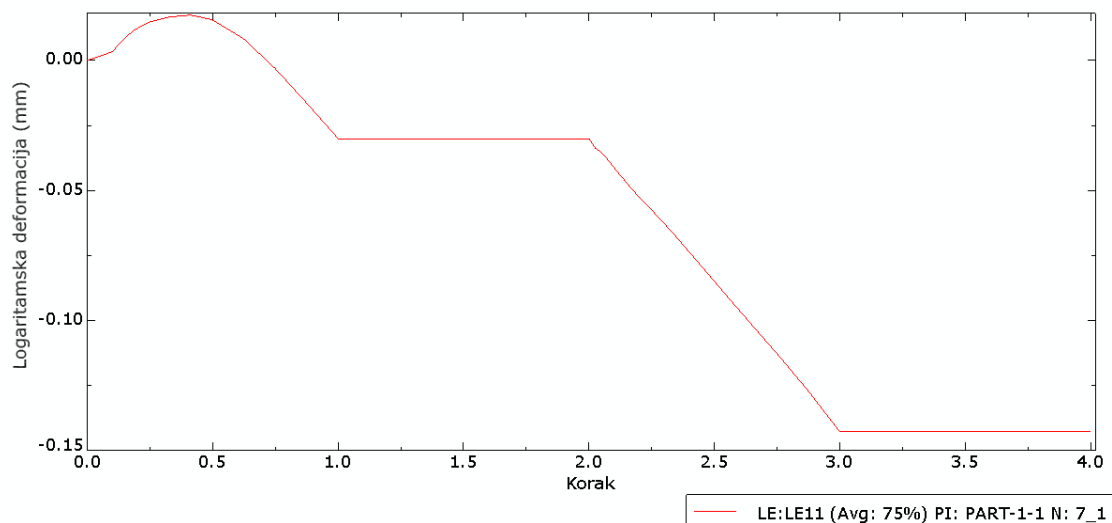


**Slika 24. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon trećeg pomaka**

Slike prikazuju kako se deformacija javlja na mjestu i kako su deformacije u negativnoj skali veće od onih na pozitivnoj. Negativne deformacije se javljaju na gornjoj plohi grede, a pozitivne na donjoj plohi grede. Iz slika se može vidjeti da su plastične deformacije i stvarne deformacije sličnog iznosa i jednakog predznaka. Za razumijevanje promjene deformacija kroz cijeli procesa bit će prikaz isti dijagram kao i za naprezanja na slici 30. i 31.



**Slika 25. Grafički prikaz ponašanja plastične deformacije tijekom cijelog procesa**



**Slika 26. Grafički prikaz ponašanja stvarne deformacije tijekom cijelog procesa**

Za analizu ponašanja deformacija izabran je isti čvor kao i za analizu ponašanja naprežanja tijekom cijelog procesa. Ponašanje plastične i stvarne deformacije je jednako i tijekom prvog koraka ono raste te zatim pada u negativni dio deformacija. Tijekom rasterećenja deformacije su konstantne što dokazuje dobro postavljena opterećenja i mrežu radi pretpostavke da ne dolazi do elastičnog povrata. Tijekom drugog pomaka deformacija raste u negativnom području do svoje maksimalne vrijednosti. iz ovih slika se također može vidjeti da dolazi do Bauschinegerovog efekta radi promjena deformacija iz pozitivne deformacije u negativnu deformaciju.

### 3. UTJECAJ PROMJENE KUTA DEFORMACIJE NA PONAŠANJE MATERIJALA

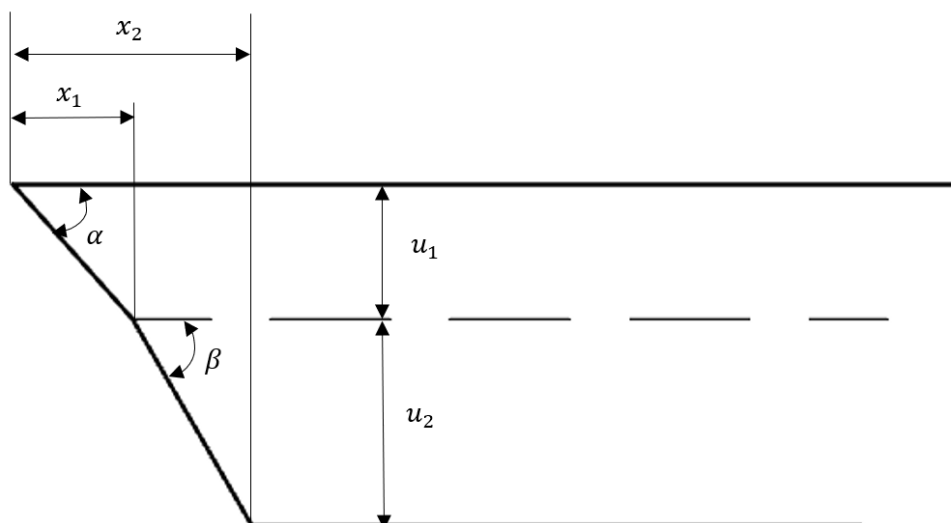
U ovom poglavlju dati je pregled kako promjena kuta deformacije između prvog i drugog koraka djeluje na ponašanje materijala. Za prikaz će se koristiti jednaka mreža konačnih elemenata kao i u prijašnjem poglavlju te će biti prikazani slučajevi smanjenja i povećanja kuta deformiranog lima. Za povećanje ili smanjenje kuta deformacije će se u trećem koraku povećati ili smanjiti pomak.

#### 3.1 Povećanje kuta deformiranja grede

U prijašnjem poglavlju je pomak u trećem koraku povećan tako da kut pod kojim se greda iz deformirala ostane približno isti kao i kut kod pomaka u prvom koraku, a sada će pomak u trećem koraku biti modeliran tako da je kut pod kojim se greda deformira veći od kuta iz prvog koraka. Za modeliranje povećanja kuta drugi pomak je povećan da bude dvostruko veći od prvog pomaka. Prikaz pojednostavljene skice deformiranja grede nakon prvog pomaka prikazan je na slici 27. i nakon drugog pomaka na slici 28.



Slika 27. Pojednostavljena slika grede deformirane grede nakon prvog pomaka



**Slika 28. Pojednostavljena skica grede nakon drugog pomaka kod povećanja kuta**

Na slikama 22. i 23. je prikaz kinematičkih relacija grede nakon deformiranja u kojima oznake prikazuju:

$u_1$ - pomak od 0,25 mm,

$x_1$ - udaljenost pomaka  $u_1$  od nepomičnog oslonaca, u ovom slučaju iznosi 0,5 mm,

$\alpha$ - kut pod kojim se greda deformira tijekom pomaka  $u_1$ ,

$u_2$ - pomak od 0,5 mm,

$x_2$ - udaljenost pomaka  $u_2$  od nepomičnog oslonca, u ovom slučaju iznosi 1 mm,

$\beta$ - kut pod kojim se greda deformira tijekom pomaka  $u_2$ .

Prema slici kut je moguće odrediti pomoću trigonometrijskih relacija i izraza za kut  $\alpha$ :

$$\tan(\alpha) = \frac{u_1}{x_1}, \quad (3.1)$$



iz čega se izražava kut  $\alpha$  kao:

$$\tan(\alpha)^{-1} = \frac{u_1}{x_1} = \frac{0,25}{0,5}, \quad (3.2)$$

$$\alpha = 26,56^\circ. \quad (3.3)$$

Kut  $\beta$  također se izražava pomoću trigonometrijskih relacija te njegov izraz glasi:

$$\tan(\beta) = \frac{u_2}{x_2 - x_1}, \quad (3.4)$$

te se dobiva vrijednost kuta  $\beta$  koja iznosi:

$$\tan(\beta)^{-1} = \frac{u_2}{x_2 - x_1} = \frac{0,5}{0,5}, \quad (3.5)$$

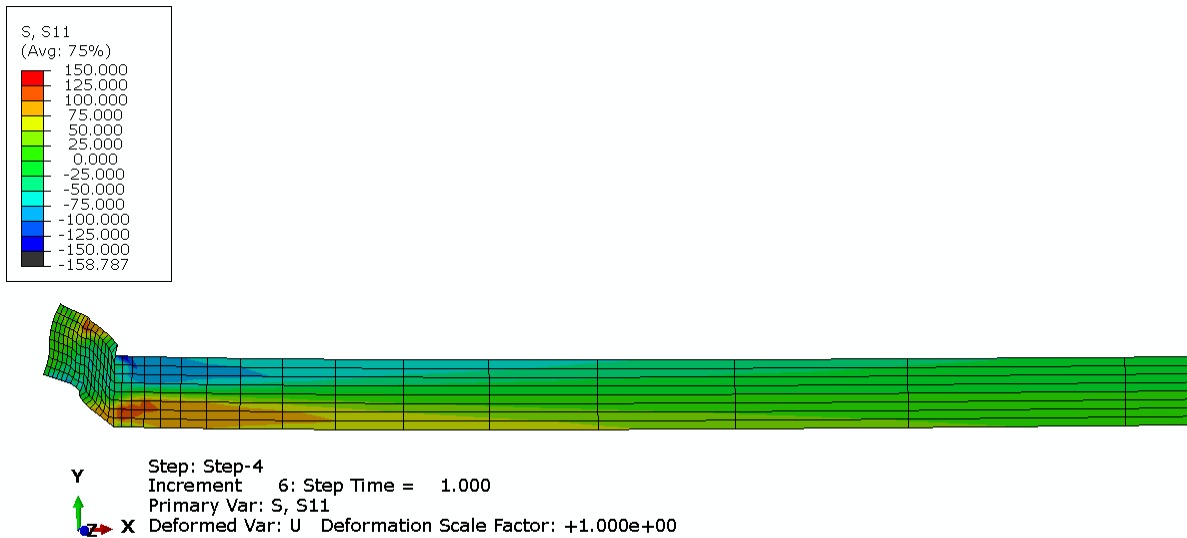
$$\beta = 45^\circ. \quad (3.6)$$

S obzirom da se greda već nakon prvog koraka deformirala u vrijednosti pomaka 0,25 mm, ukupni pomak na udaljenost  $x_2$  jednak je zbroju pomaka  $u_1$  i  $u_2$  i iznosi:

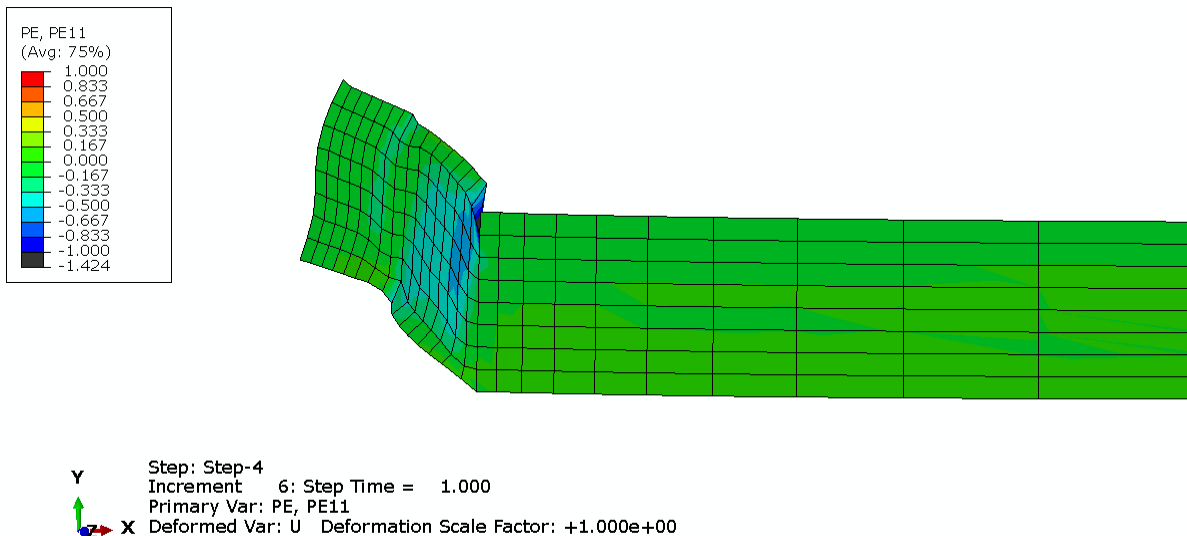
$$u_1 + u_2 = 0,25 + 0,5 = 0,75 \text{ mm}. \quad (3.7)$$

Kada je određen kut i pomaci pri kojima se kut deformiranja grede u trećem koraku povećava u odnosu na prvi korak pokrenut je *Abaqus* kako bi se numerički analiziralo što se događa s gredom kod povećanja kuta deformiranja. Za početak u izborniku *Load* u trećem koraku na udaljenosti od 1 mm je postavljeno ukupno opterećenje od 0,75 mm. Kako što je i spomenuto i prije mreža koja je korištena jednaka je onoj iz prijašnjeg poglavlja tako da se odmah u izborniku *Job* pokreće simulacija. Za prikaz i analizu podataka koristi se izbornik *Visualization*. Za analizu ponašanja grede kod povećanja kuta pod kojim se greda deformira promatrano je naprezanje S11, plastična deformacija PE11 i stvarna deformacija LE11 i prikazani su njegovi iznosi samo nakon drugog

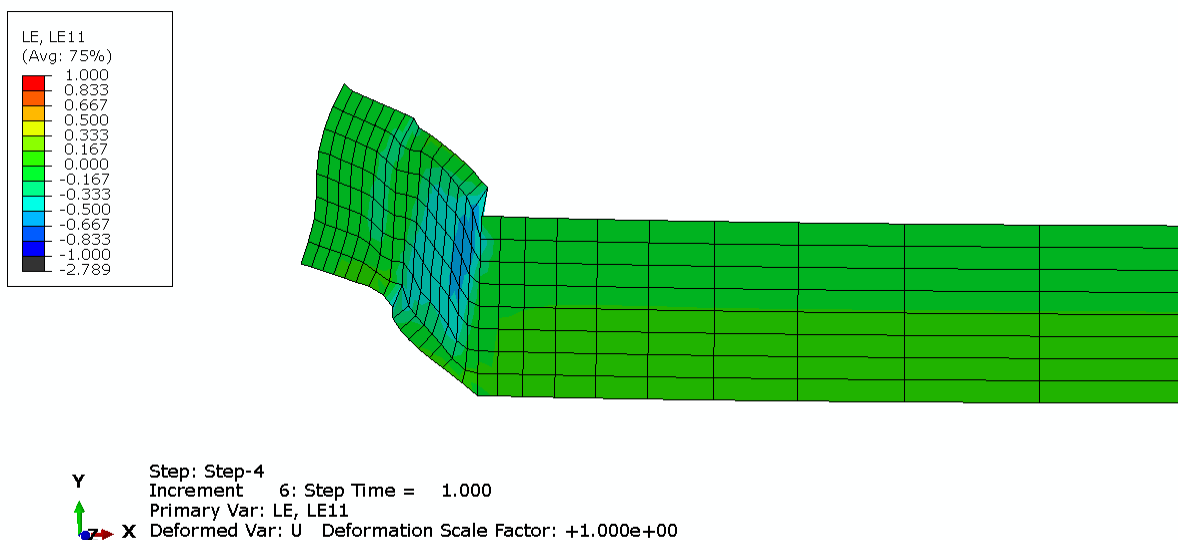
pomaka jer su veličine nakon prvog pomaka jednake onima kada nema promjene kuta. Rezultati su prikazani od slike 29. do slike 31.



**Slika 29. Prikaz konture naprežanja S11 nakon cijelog procesa kod povećanja kuta**



**Slika 30. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon cijelog procesa kod povećanja kuta**

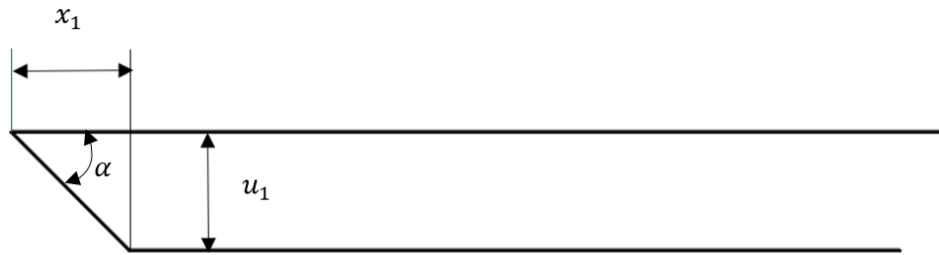


**Slika 31. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon drugog koraka kod povećanja kuta**

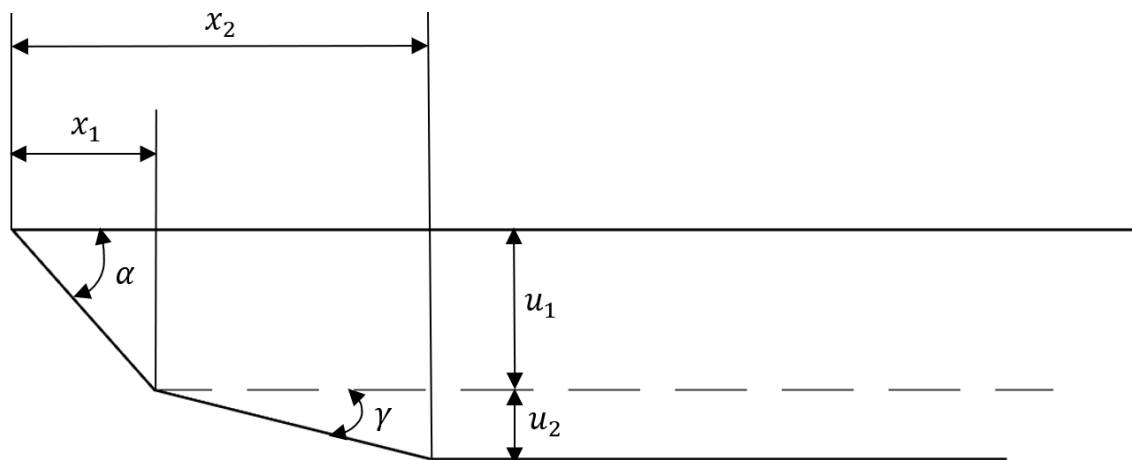
Na slikama se može vidjeti kako je ponašanje materijala slično kao i ono s jednakim kut pod kojim se gređa deformira jedino su vrijednosti naprezanja i deformacije različiti. Analizom je prikazano kako naprezanja padaju s porastom kuta, a deformacije rastu. Kritično područje nalazi se na mjestu pomaka dva gdje su plastične deformacije velikog iznosa. Plastične deformacije i stvarne deformacije koje se javljaju nakon opterećivanja su puno veće vrijednosti od onih kod jednolikog kuta deformiranja. Nakon cijelog procesa može se vidjeti da su na mjestu prvog pomaka gdje je manji kut manje plastične i stvarne deformacije od onih nastalih na mjestu drugog pomaka. Detaljna usporedba rezultata dobivenih analizom modela s jednakim kutom i povećanim kutom bit će predstavljena nakon analize modela sa smanjenim kutom.

### 3.2 Smanjenje kuta deformiranja gređe

Kao što je modelirano i analizirano povećanje kuta deformiranja gređe na jednaki će način biti analizirano ponašanje gređe kod smanjenja kuta. Kod modeliranja smanjenja kuta drugi pomak je modeliran da je dvostruko manje vrijednosti od prvog pomaka, Prikaz pojednostavljene skice deformirana gređe nakon prvog pomaka nalazi se na slici 32. i nakon drugog pomaka na slici 33.



**Slika 32. Pojednostavljena skica deformirane grede nakon prvog pomaka**



**Slika 33. Pojednostavljena skica deformirane grede nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta**

Na slikama 32. i 33. je prikaz kinematičkih relacija grede nakon deformiranja u kojima oznake prikazuju:

$u_1$  - pomak od 0,25 mm,

$x_1$  - udaljenost pomaka  $u_1$  od nepomičnog oslonaca, u ovom slučaju iznosi 0,5 mm,

$\alpha$ - kut pod kojim se greda deformira tijekom pomaka  $u_1$ ,

$u_2$ - pomak od 0,125 mm,

$x_2$ - udaljenost pomaka  $u_2$  od nepomičnog oslonca, u ovom slučaju iznosi 1 mm,

$\gamma$ - kut pod kojim se greda deformira tijekom pomaka  $u_2$ .

Kut  $\alpha$  dobiven je trigonometrijskim relacijama na isti način kao i kod povećanja kuta, te je i njegov iznos jednak i iznosi:

$$\alpha = 26,565^\circ. \quad (3.8)$$

Kut  $\gamma$  računa se trigonometrijskim relacijama i izraz za njega glasi :

$$\tan(\gamma) = \frac{u_2}{x_2 - x_1}, \quad (3.9)$$

te vrijednost kuta  $\gamma$  iznosi:

$$\tan(\gamma)^{-1} = \frac{u_2}{x_2 - x_1} = \frac{0,125}{0,5}, \quad (3.10)$$

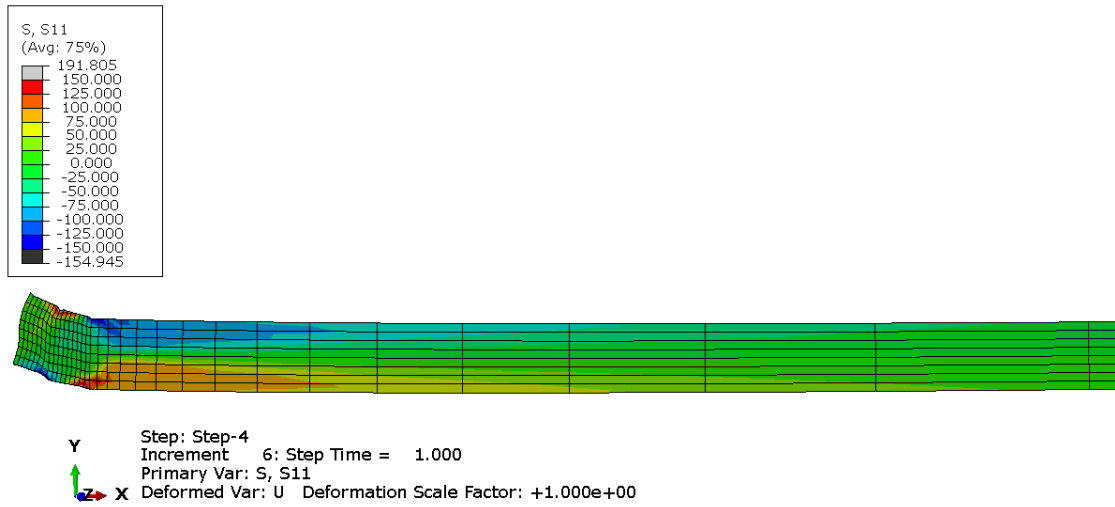
$$\gamma = 14,036^\circ. \quad (3.11)$$

S obzirom da se greda već nakon prvog koraka deformirala u vrijednosti pomaka 0,25 mm, ukupni pomak na udaljenost  $x_2$  jednak je zbroju pomaka  $u_1$  i  $u_2$  i iznosi:

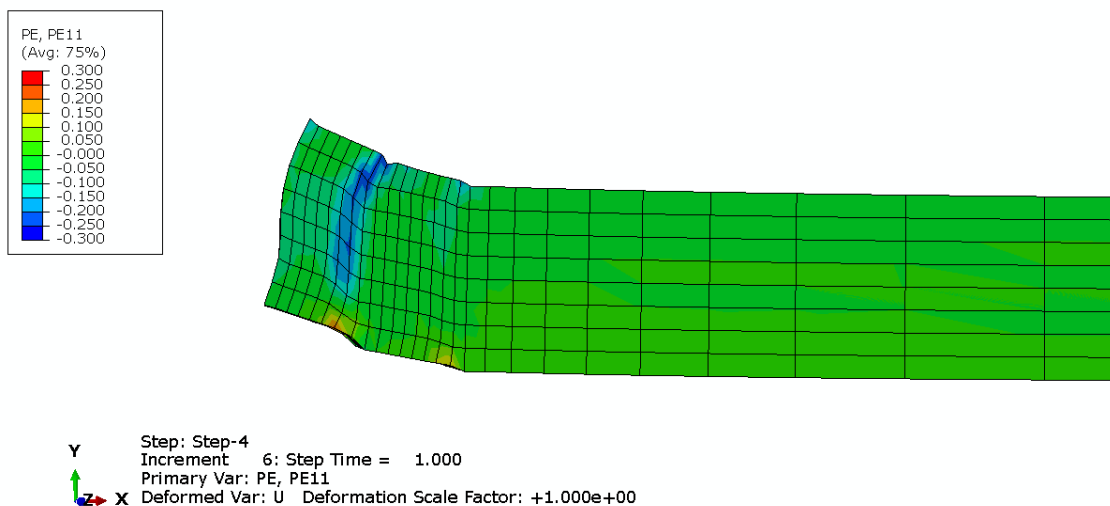
$$u_1 + u_2 = 0,25 + 0,125 = 0,375 \text{ mm}. \quad (3.12)$$

Kada je određen kut i pomaci pri kojima se kut deformiranja grede u trećem koraku smanjuje u odnosu na prvi korak kao i kod povećanja otvara se *Abaqus* kako bi se numerički analiziralo što se događa s gredom kod smanjenja kuta deformiranja. Za početak u izborniku *Load* u trećem

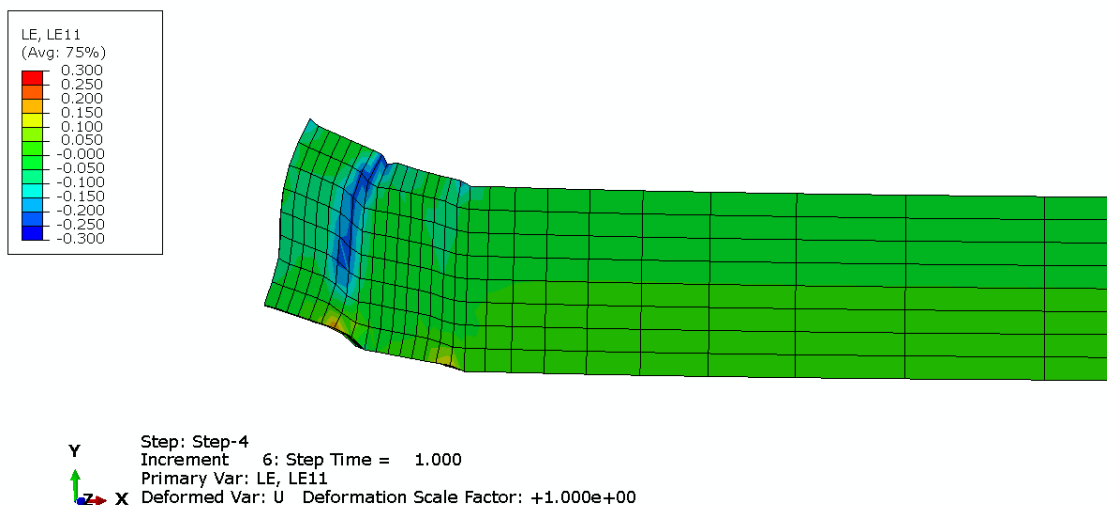
koraku na udaljenosti od 1 mm postavlja se ukupno opterećenje od 0,375 mm. Kao što je i spomenuto i prije korištena mreža jednaka je onoj iz prijašnjeg poglavlja tako da se odmah u izborniku *Job* pokreće simulacija. Za prikaz i analizu podataka se ulazi u izbornik *Visualization*. Za analizu ponašanja grede kod smanjenja kuta pod kojim se greda deformira promatrano je naprezanje S11, plastična deformacija PE11 i stvarna deformacija LE11 nakon drugog pomaka kao i kod povećanja kuta, te su rezultati prikazani od slike 34. do slike 36.



**Slika 34. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta**



**Slika 35. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta**



**Slika 36. Prikaz konture stvarne deformacije LE11 nakon drugog pomaka kod smanjenja kuta**

Na slikama se može vidjeti kako je ponašanje materijala slično kao i ono s jednakim kut pod kojim se greda deformira jedino su vrijednosti naprezanja i deformacije različiti. Analizom je prikazano kako naprezanja rastu s porastom kuta, a deformacije padaju. Detaljna usporedba rezultata dobivenih analizom modela s jednakim kutom i smanjenim kutom predstavljena je u sljedećem poglavlju.

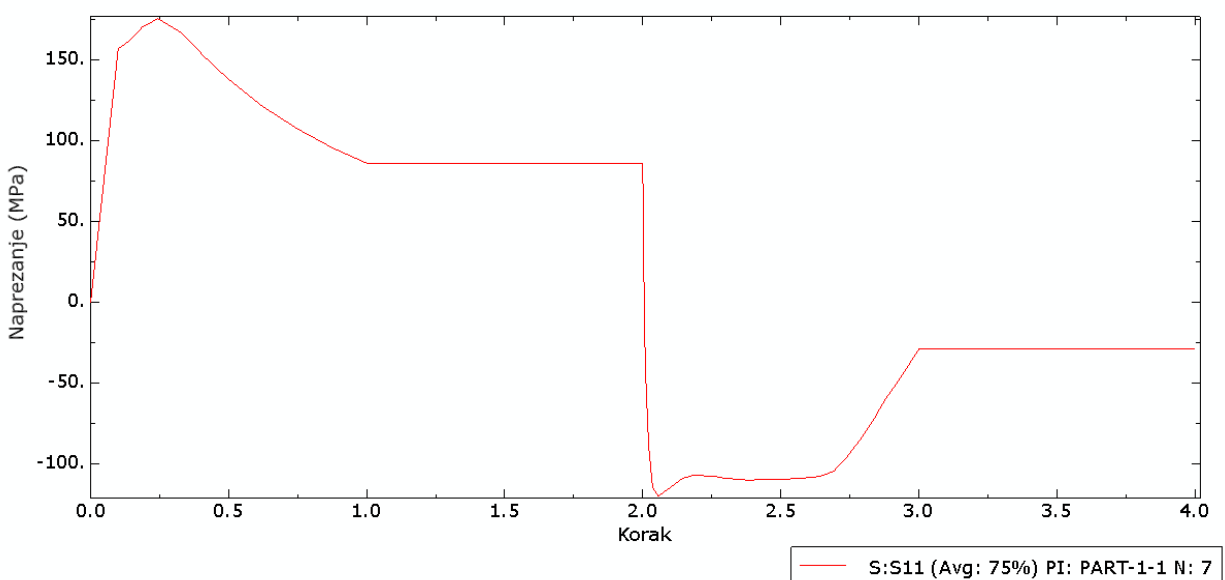
### 3.3 Usporedba rješenja.

Prema prošlim poglavljima može se vidjeti da promjena kuta tijekom deformiranja ima posljedice na ponašanje materijala, ali da u sva tri slučaja dolazi do pojave Bauschingerovog efekta. Za usporedbu rješenja između različitih kutova kod ponovnog opterećivanja u tablici 4. je prikazana usporedba maksimalne vrijednosti naprezanja, maksimalne plastične deformacije u negativnom području i maksimalne stvarne deformacije u negativnom području.

Tablica 3. Usporedba pri različitim kutovima pri kojima se gređa deformira

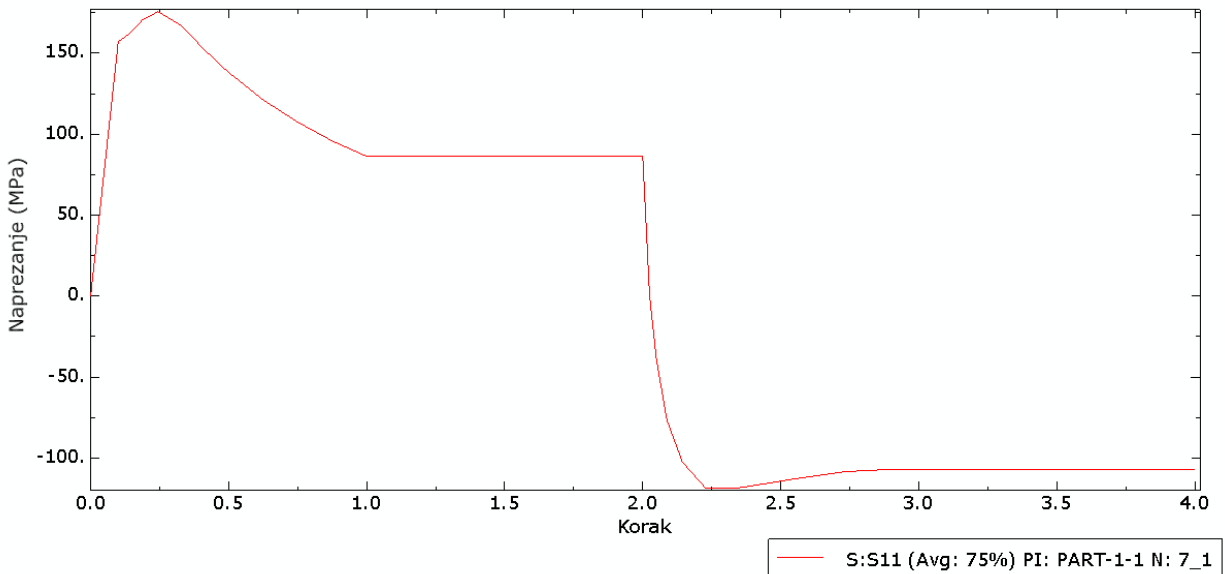
Kut tijekom ponovnog opterećenja	Maksimalno naprezanja	Maksimalna plastična deformacija u negativnom smjeru	Maksimalna stvarna deformacija u negativnom smjeru
14,036°	191,805	-0,278627	-0,277742
26,565°	150,725	-0,451458	-0,460322
45°	129,929	-1,42359	-2,78886

Iz tablice se može vidjeti kako maksimalno naprezanje raste s smanjenjem kuta, ali plastična deformacija pada. Kod povećanja kuta maksimalno naprezanje pada, ali zato deformacije znatno rastu. Kod modela s povećanim kutom također je maksimalna logaritamska derivacija znatno veća od maksimalne plastične deformacije što kod ostala dva modela nije slučaj jer su tamo maksimalna logaritamska deformacija i maksimalna plastična deformacija gotovo jednake. Kako bi se analiziralo kakvo je ponašanje materijala tijekom cijelog procesa odabrat ćemo jednaki čvor kao i kod modela bez promjene kuta, onaj koji se nalazi na mjestu prvog pomaka na donjoj plohi gređe, i prikazati promjenu naprezanja kroz cijeli proces. Grafički prikaz nalazi se na slikama 37. i 38.



Slika 37. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesa za povećanje kuta





**Slika 38. Grafički prikaz naprezanja tijekom cijelog procesa za smanjenje kuta**

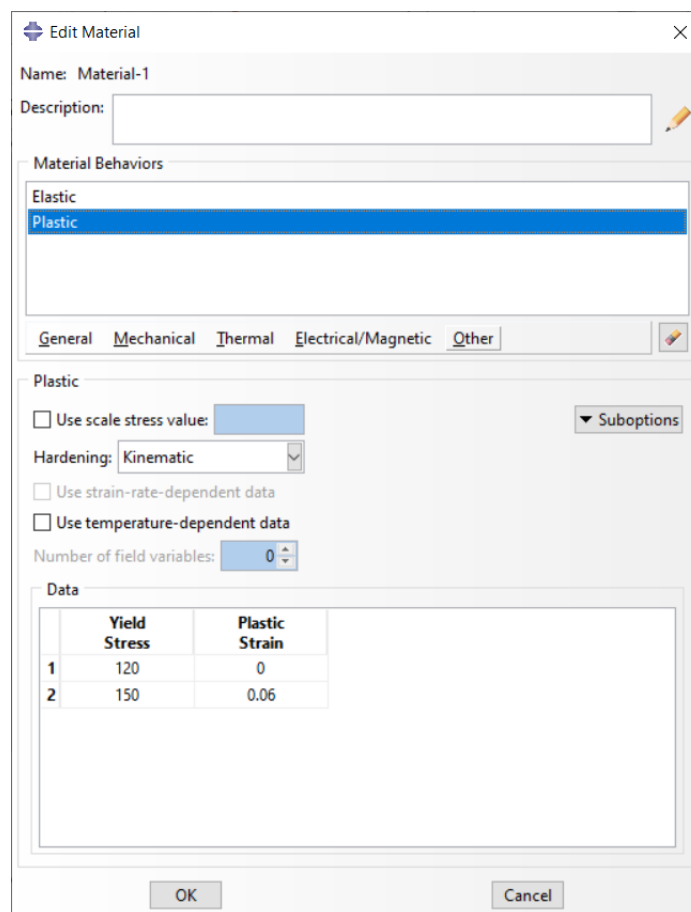
Promjena naprezanja tijekom cijelog procesa kod povećanja kuta i smanjenja kuta slična je promjeni naprezanja kod istog kuta. U svim modelima postoji linearni rast do maksimalnog naprezanja te zatim mali pad naprezanja do razine na kojoj je naprezanje konstantno kod rasterećenja. Kod drugog pomaka naprezanje naglo pada do negativnog području u kojem dolazi do maksimuma u negativnom području te pada u negativnom području do razine na kojoj je konstantno naprezanje u drugom rasterećenju. Najveća razlika između modela s povećanjem kuta i ostala dva modela je da kod drugog pomaka nakon naglog pada naprezanje se približi najbliže nuli prije nego postane konstantno. Bauschingerov efekt je također prisutan bez obzira na kut pod kojim se greda deformirana pa je prikladnije koristiti model kinematičkog očvršćenja koji će biti prikazan u sljedećem poglavlju.

## 4. KINEMATIČKO OČVRŠĆENJE

U dosadašnjim poglavljima analize su se vršile s izotropnim očvršćenjem materijala. U ovom poglavlju provesti će se analiza modela s kinematičkim očvršćenjem materijala na istom geometrijskom modelu, te će se provesti usporedba s izotropnim očvršćenjem.

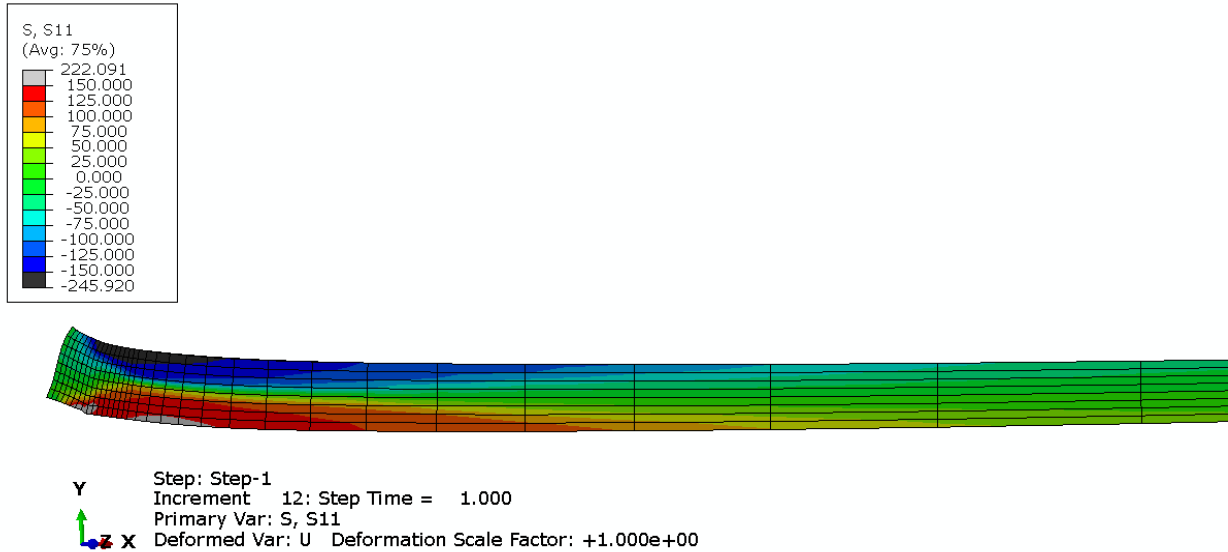
### 4.1 Analiza modela kinematičkog očvršćenja

Za analizu kod kinematičkog očvršćenja koristi se jednaki model kao i kod izotropnog. Svojstva materijala u plastičnom području prikaza su na slici 39. Mreža konačnih elementa, rubni uvjeti i pomaci također su jednaki kao i kod izotropnog očvršćenja. Analiza je provedena za slučaj kada je kut deformiranja grede nakon prvog pomaka jednak kutu deformiranja grede nakon drugog pomaka i rezultati će biti prikazani u nastavku.

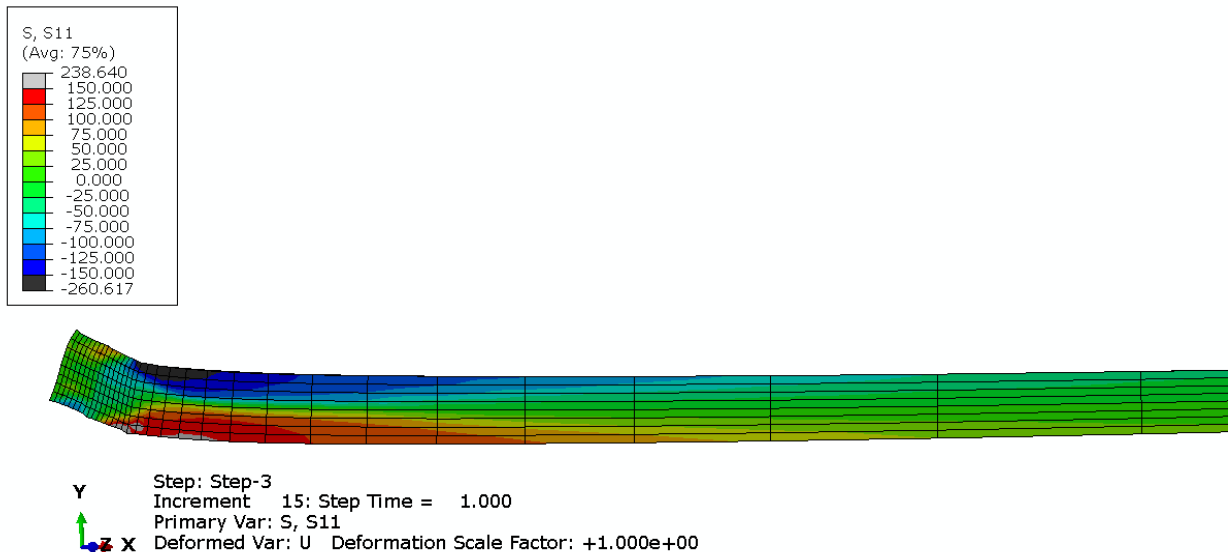


Slika 39. Zadavanje materijala u izborniku *Property*

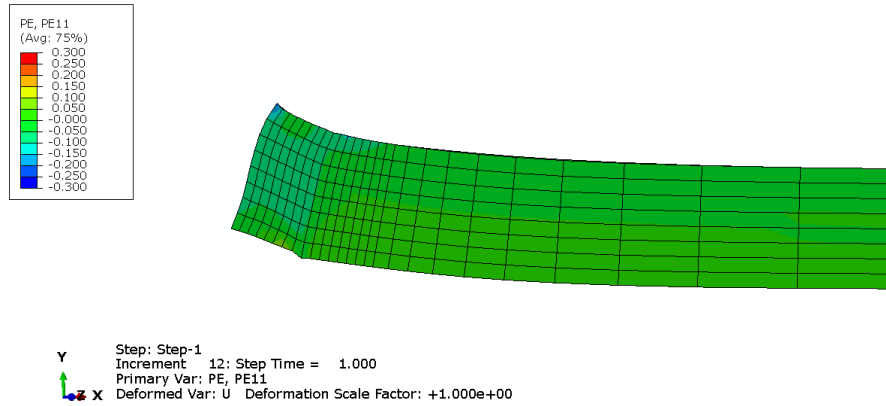
Za analizu modela kinematičkog očvršćenja prikazati će se naprezanja, plastične deformacije i stvarne deformacije nakon prvog i nakon drugog koraka. Rezultati su prikazi od slike 40. do slike 45.



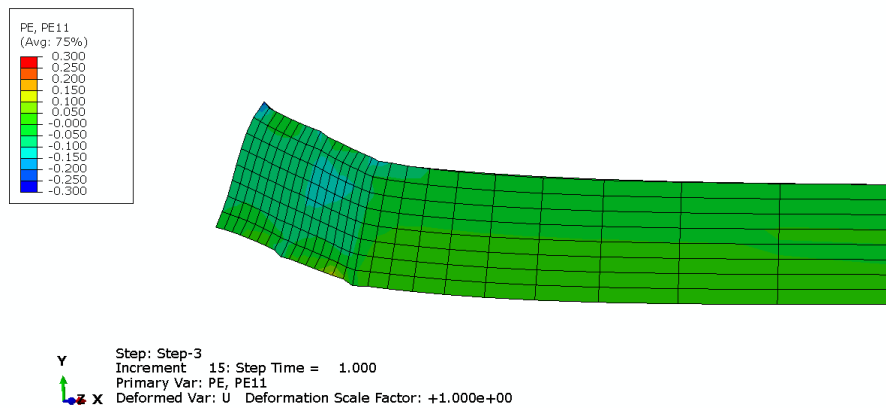
**Slika 40. Prikaz konture naprezanja S11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**



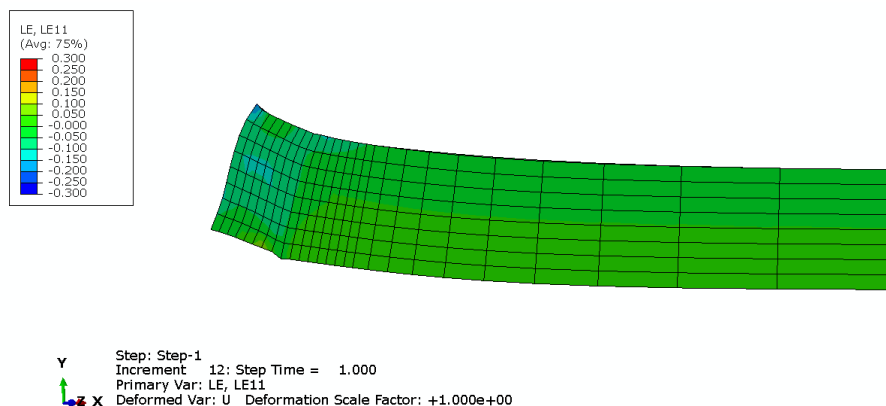
**Slika 41. Prikaz konture naprezanja S11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**



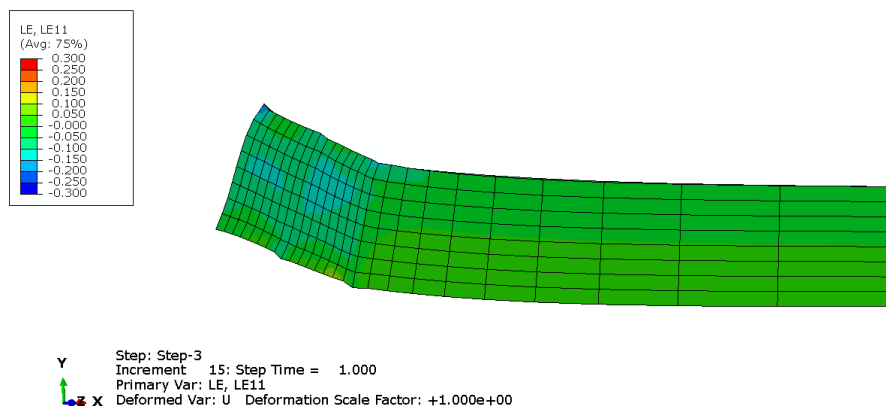
**Slika 42. Prikaz konture napreznja plastične deformacije PE11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**



**Slika 43. Prikaz konture napreznja plastične deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**



**Slika 44. Prikaz konture napreznja stvarne deformacije PE11 nakon prvog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**



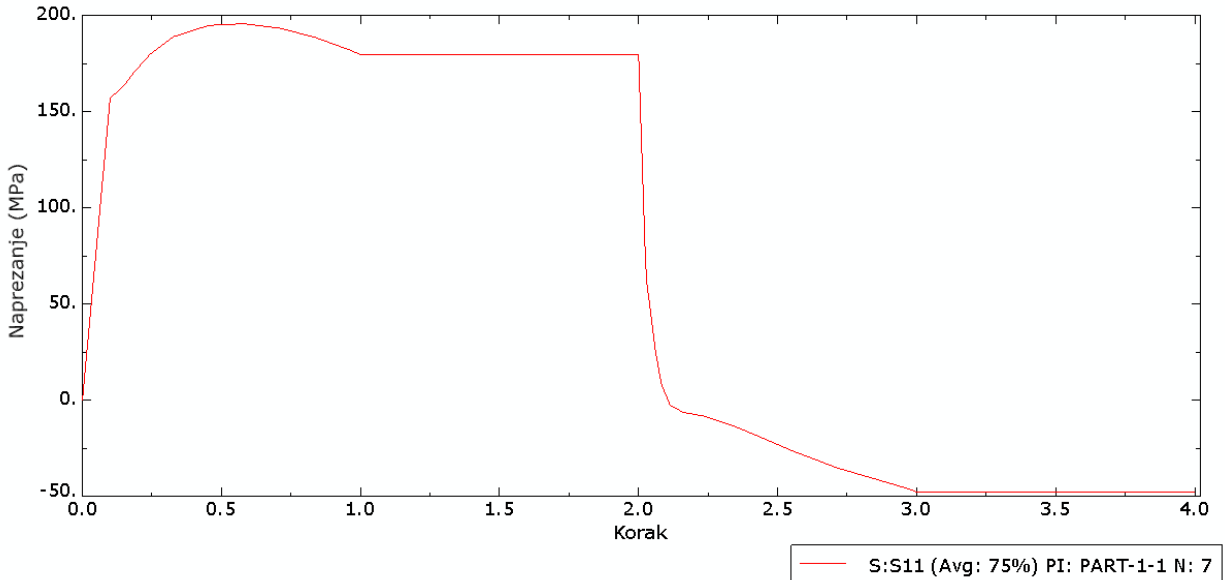
**Slika 45. Prikaz konture napreznja stvarne deformacije PE11 nakon drugog pomaka kod kinematičkog očvršćenja**

Iz gornjih slika je vidljivo da je napreznje kod kinematičkog napreznja veće u odnosu na izotropno očvršćenje te da su plastične deformacije kao i stvarne deformacije manje od onih kod izotropnog očvršćenja. Maksimalne deformacije se javljaju u sredini grede za razliku od modela izotropnog očvršćenja gdje su bile u zonama uz pomake. Promjena napreznja kroz cijeli proces jako je slična promjeni iz modela izotropnog očvršćenja. Usporedba napreznja i deformacija je prikazana u tablici 5.

**Tablica 4. Usporedba izotropnog i kinematičkog očvršćenja**

Vrsta očvršćenja	Maksimalno napreznje	Maksimalna plastična deformacija u negativnom smjeru	Maksimalna stvarna deformacija u negativnom smjeru
<b>Izotropno</b>	150,725	-0,451458	-0,460322
<b>Kinematičko</b>	238,64	-0,227676	-0,223685

Prisutnost Bauschingerovog efekta pokazat će pomoću dijagram koji pokazuje promjenu napreznja tijekom cijelog procesa u istom čvoru koji je prikazan i kod analize izotropnog očvršćenja. Promjena napreznja tijekom cijelog procesa prikazana je na slici 46.



**Slika 46. Grafički prikaz ponašanja naprezanja tijekom cijelog procesa kod kinematičkog očvršćenja**

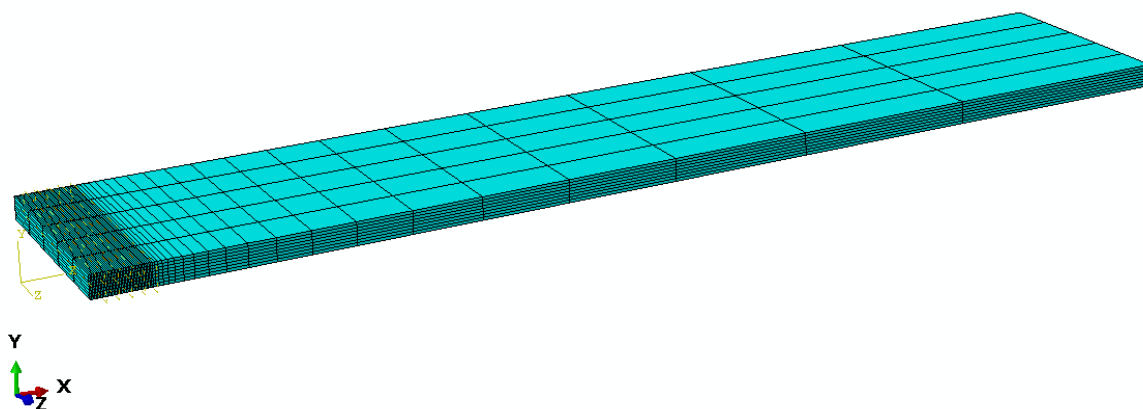
Iz grafičkog prikaza promjene naprezanja može se vidjeti kako je promjena slična onoj kod izotropnog očvršćenja. Naprezanje tijekom prvog koraka linearno raste, te zatim ima lagan pad koji je manji od pada kod izotropnog očvršćenja. Nakon konstantnog naprezanja tijekom rasterećenja naprezanje naglo pada, ali za razliku od izotropnog očvršćenja ne bilježi se povrat naprezanja nego ono nastavlja padat do neke vrijednosti kod koje je konstantno u drugom rasterećenju.

## 5. ANALIZA VEĆEG BROJA INKREMENATA

Cilj kod inkrementalnog oblikovanja lima je lim savijati u što većem broju inkremenata koji su međusobno jako blizu. U ovom radu je dosada pokazano sa samo dva inkrementa kako bi se pokazalo kakvo je ponašanje materijala kod inkrementalnog oblikovanja lima i dolazi li do pojave Bauschingerovog efekta. U ovom poglavlju biti će prikazano kakvo je ponašanje kada se inkrementalno oblikovanje odvija u 5 inkremenata.

### 5.1 Geometrija, opterećenje i mreža greda

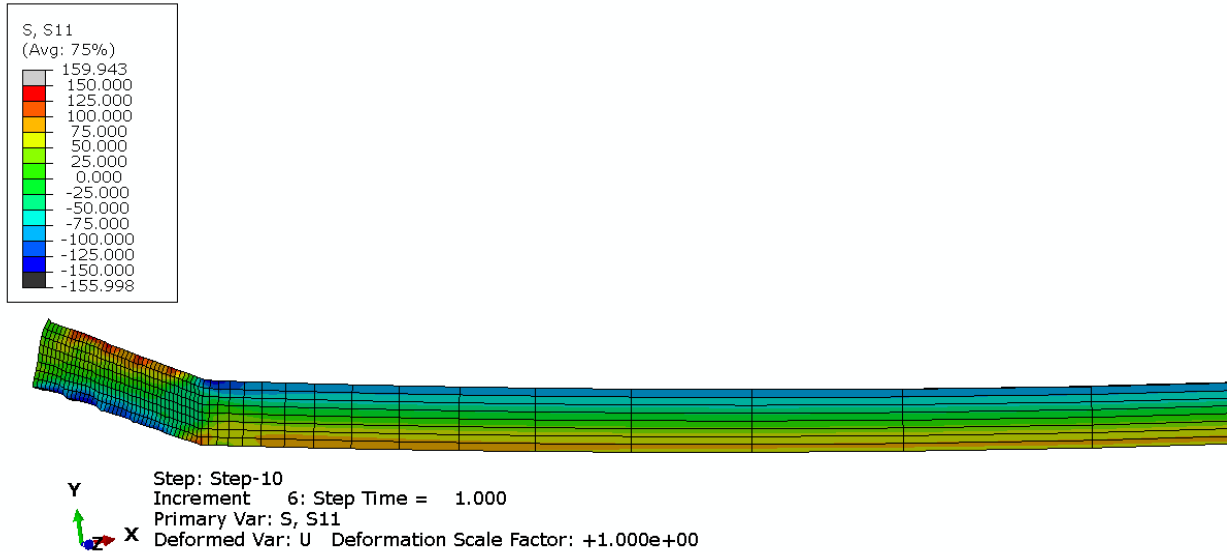
Geometrije greda je jednaka, promatrano je pola grede duljine 50mm. Na jednom kraju nalazi se pomični oslonac, a na drugo kraju uvjeti simetrije u kojima nema pomaka u  $x$ -smjeru te su to rubni uvjeti vezani za gredu. Opterećenje je promatrano kroz pomak i prvi pomak se nalazi na udaljenosti od 0,5 mm od pomičnog oslonca. U primjeru sa 5 inkremenata pomak će se ponoviti četiri puta nakon inicijalnog pomaka, svaki put na udaljenosti 0,5 mm od prošlog pomaka. Iznos inicijalnog pomaka je 0,25 mm te će svaki sljedeći pomak biti modeliran tako da kut pod kojim se greda deformira uvijek bude jednak. Mreža je napravljena gušća na mjestu gdje se nalaze pomaci, a rjeđa na mjestu gdje nema pomaka te je prikazana na slici 47.



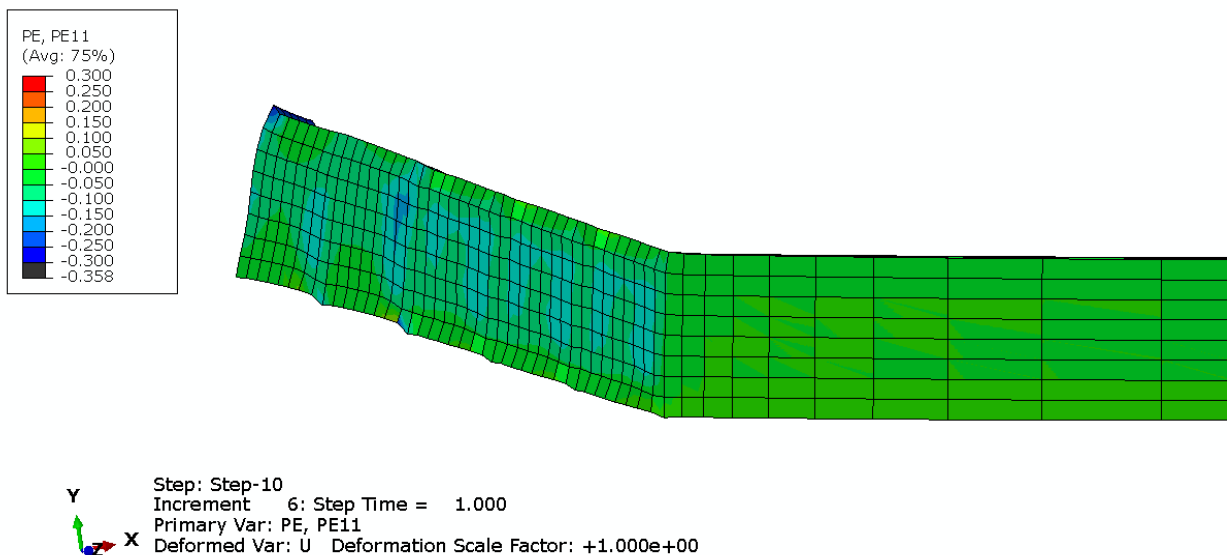
Slika 47. Mreža za 5 inkremenata opterećenja

## 5.2 Analiza rješenja

Kod analize za pet inkremenata promatrano je naprezanje, plastične deformacije i stvarne deformacije samo nakon zadnjeg pomaka. Rezultati su prikazani od slike 48. do slike 50.

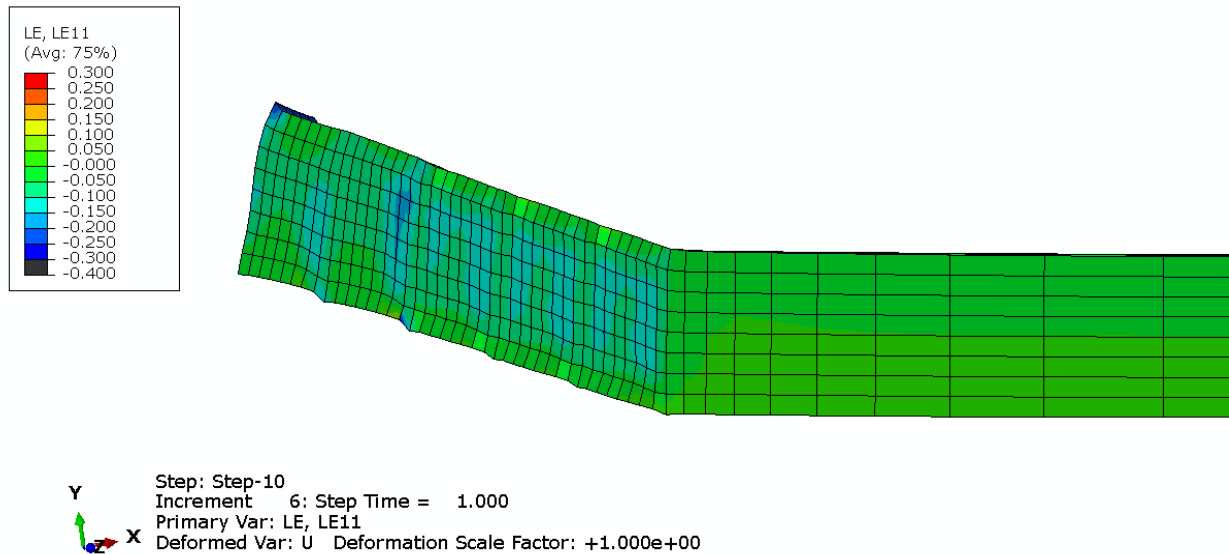


**Slika 48. Prikaz konture naprezanja S11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata**



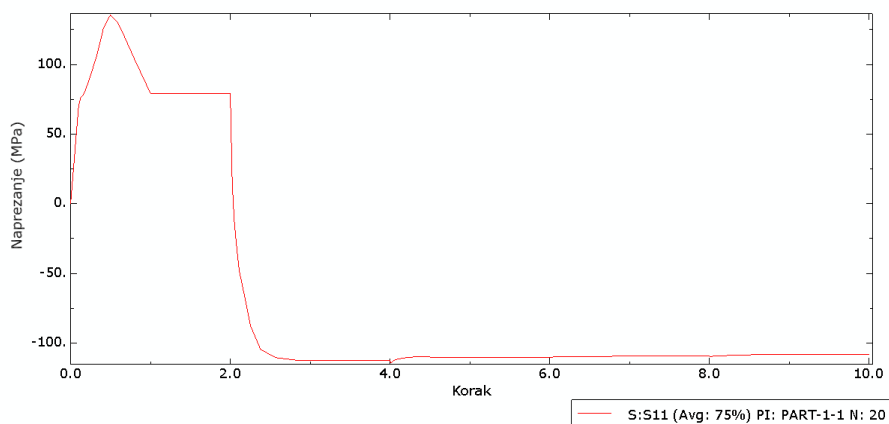
**Slika 49. Prikaz konture plastične deformacije PE11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata**



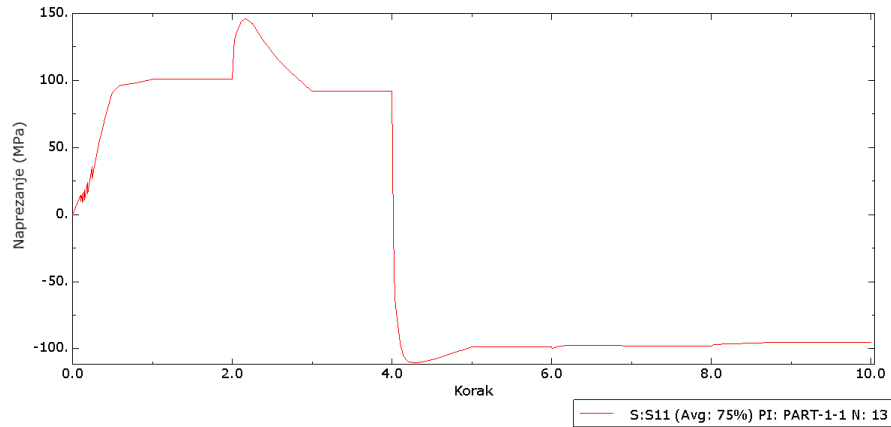


**Slika 50. Prikaz konture stvarne deformacije PE11 nakon zadnjeg pomaka kod inkrementalnog oblikovanja sa 5 inkremenata**

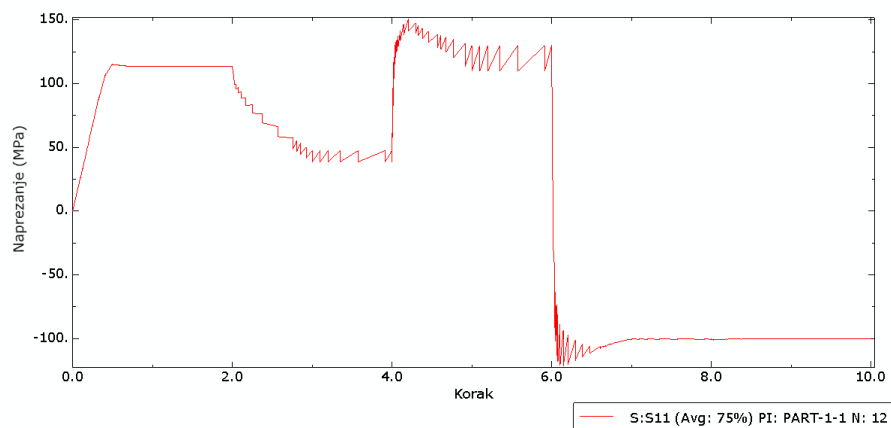
Iz gornjih slika može se vidjeti kako je ponašanje materijala kada ima više inkremenata slično kod dva inkrementa. Iz toga možemo zaključiti da će kod puno većeg broja inkrementa kao što je i zastupljeno u realnim procesima biti slično ponašanje materijala kao ponašanje materijala pokazano u ovome radu. Za daljnju analizu prikazana je promjena napreznja kroz cijeli proces. Za usporedbu promjene napreznja u cijelom procesu odabran je po jedan čvor na mjestu svakog pomaka. Svi grafički prikazi promjena napreznja u čvorovima prikazani su od slike 51. do slike 55.



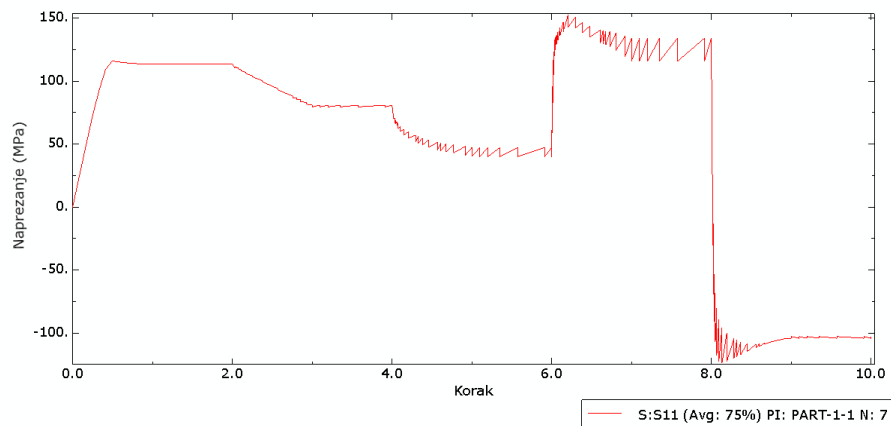
**Slika 51. Grafički prikaz promjene napreznja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu prvog pomaka**



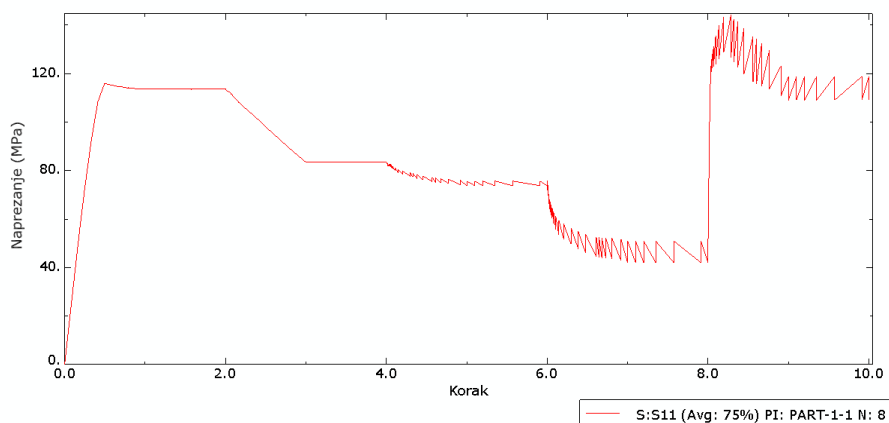
**Slika 52. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu drugog pomaka**



**Slika 53 Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu trećeg pomaka**



**Slika 54. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesu u čvoru na mjestu četvrtog pomaka**



**Slika 55. Grafički prikaz promjene naprezanja tijekom cijelog procesa u čvoru na mjestu petog pomaka**

Iz gornjih slika može se vidjeti da do mjesta pomaka naprezanja ostaju pozitivna te kada dođe do pomaka ona naglo padaju u negativnu vrijednost te su nakon toga konstantna. U ovom primjeru je dokazano da kod svakog inkrementa dolazi do pojave Bauschingerova efekta i da nije dovoljno poznavati promjene samo konačnu vrijednost naprezanja i deformacija nego i povijest naprezanja i deformacija tijekom cijelog procesa. Prema prva četiri grafička prikaza moguće je zaključiti da će i u petom nakon korak 10 naprezanje naglo pasti i nakon toga se ustabiliti na nekoj vrijednosti i ostati konstantno.

## 6. ZAKLJUČAK

U ovom rada obradio se problem Bauschingerovog efekta kod inkrementalnog oblikovanja lima, te problem utjecaja promjene kuta deformiranja grede. Problem se riješio numerički na primjeru tanke, duge grede. Rezultatima dobivenim kod grede koja i kod drugog inkrementa ima isti kut deformiranja grede pokazalo se da kod inkrementalno oblikovanja lima dolazi do pojave Bauschingerovog efekta. Kod povećanja kuta grede pomak drugog inkrementa je modeliran da bude dvostruko veći od pomaka prvog inkrementa i analizom je također pokazano da dolazi do pojave Bauschingerovog efekta. Povećanjem kuta rastu plastične i stvarne deformacije, a padaju naprezanja. Kod smanjenja grede pomak drugog inkrementa je modeliran da bude dvostruko manji od pomaka prvog inkrementa grede i rezultati su pokazali pojavu Bauschingerovog efekta i smanjenjem kuta dolazi do povećanja naprezanja i smanjenja plastične i stvarne deformacije..

Zatim se proučavala razlika između izotropnog i kinematičkog očvršćenja. Kod kinematičkog očvršćenja deformacije i naprezanja se pojavljuju u unutrašnjosti grede, dok kod izotropnog očvršćenja pojava naprezanja se događa na mjestima opterećenja (pomaka). Rezultati su pokazali da su naprezanje kod kinematičkog očvršćenja veća, a deformacije manje od naprezanja i deformacija kod izotropnog očvršćenja. Oba modela očvršćenja sadrže prednosti i nedostatke te se radi toga koristi njihova kombinacija kod realnog modeliranja.

Također je napravljena analiza grede sa 5 inkremenata kako bi se pokazalo da je ponašanje materijala kod 2 inkremenata ponovljivo i na više inkremenata. Analizom je dokazano da kod modela s 5 inkremenata promjena naprezanje u svakom inkrementu jednaka je onom iz modela sa 2 elementa, ali i da na naprezanje i deformacije inkrementa ne utječu samo naprezanje i deformacije tog inkrementa nego i cijela povijest naprezanja i deformacije grede.

## LITERATURA

- [1] <https://www.montes.it/en-us/sheet-metal-working/incremental-sheet-forming>
- [2] <https://product-development-engineers.com/2024/06/06/what-is-the-bauschinger-effect/>
- [3] <https://yasincapar.com/material-hardening-laws>
- [4] Programski paket Abaqus 6.14-5
- [5] MSc. Fawad Maqbool; Targeted generation and suppression of the deformation mechanism and residual stresses in incremental sheet forming to improve the geometric accuracy
- [6] <https://www.makeitfrom.com/material-properties/5083-H34-Aluminum>
- [7] 1. Alfirević, I., Pustaić, D., Teorija plastičnosti, Inženjerski priručnik IP1, Temelji inženjerskih znanja, Zagreb 1997.

## **PRILOZI**

I. CD-R disc