

Analiza planetarnog prijenosnika

Hadžić, Marko

Undergraduate thesis / Završni rad

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:705345>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-29**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Marko Hadžić

Zagreb, 2025. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing.

Student:

Marko Hadžić

Zagreb, 2025. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Dragan Žeželj, dipl. ing. zato što mi je preporučio literaturu i aktivno pomogao u izradi ovog rada.

Marko Hadžić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 25 – 06 / 1	
Ur.broj: 15 – 25 –	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marko Hadžić** JMBAG: **0035232553**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza planetarnog prijenosnika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Planetary gearbox analysis**

Opis zadatka:

Planetarni prijenosnici sve su češće korištena vrsta prijenosnika koja se, među ostalim, odlikuje visokim stupnjem djelovanja, relativno malim volumenom s obzirom na ostvariv prijenosni omjer i velikom gustoćom momenta torzije. S druge strane, između ostalog, zbog složenosti je cijena proizvodnje veća, održavanje složenije, a zbog manjeg volumena imaju ograničen prostor za smještaj ležajeva te mogu imati problema s hlađenjem.

U okviru rada potrebno je dati kratak pregled temeljnih svojstava planetarnih prijenosnika i karakteristične izvedbe te navesti i opisati ugradbene kriterije. Iz dostupne literature dati pregled utjecaja nepodudarnosti osi na rad prijenosnika i pregled modela sprezanja (sekvencijalno i simetrično) te njihov utjecaj. Za postojeći planetarni prijenosnik provesti analizu koja uključuje:

- ispitivanje ugradbenih kriterija
- kontrolu nosivosti ozubljenja prema ISO 6336
- kontrolu i tumačenje tolerancija mjera, oblika i položaja tijela i poklopca kućišta
- određivanje modela sprezanja

Vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz dostupnih podataka (osigurava Dok-ing d.o.o., Zagreb), postojećih rješenja sličnih sustava, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu, norme kao i možebitno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2024.

Datum predaje rada:

1. rok: 20. i 21. 2. 2025.
2. rok: 10. i 11. 7. 2025.
3. rok: 18. i 19. 9. 2025.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24. 2. – 28. 2. 2025.
2. rok: 15. 7. – 18. 7. 2025.
3. rok: 22. 9. – 26. 9. 2025.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Dragan Žeželj

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE	VI
POPIS OZNAKA	VII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY	X
1. Uvod	1
2. Karakteristične izvedbe i ugradbeni kriteriji	2
2.1. Osnove prijenosa.....	2
2.2. Označavanje planetarnih prijenosnika	2
2.3. Karakteristične izvedbe.....	3
2.4. Grananje snage kod planetarnih prijenosnika	5
2.5. Ugradbeni kriteriji.....	6
2.5.1. Kriterij koaksijalnosti.....	6
2.5.2. Kriterij susjednosti	7
2.5.3. Kriterij sprezanja (montaže).....	7
2.6. Opterećenje planetarnih prijenosnika.....	8
2.7. Konstrukcijske izvedbe za jednoliku raspodjelu opterećenja	8
2.7.1. Plivajući sunčanik	9
2.7.2. Neke druge elastične izvedbe elemenata	10
3. Utjecaj nepodudarnosti osi vratila na rad prijenosnika.....	12
3.1. Vrste nepodudarnosti osi.....	12
3.1.1. Kutne nepodudarnosti	13
3.2. Posljedice nepodudarnosti osi vratila na zahvat zupčanika	13
3.3. Utjecaj nepodudarnosti osi planeta na rad planetarnog prijenosnika.....	17
3.3.1. Utjecaj deformacije vodila na nepodudarnost osi	17
3.3.2. Utjecaj aksijalnih sila kod planeta s kosim zubima	18
3.3.3. Utjecaj nepravilnosti položaja vodila na nepodudarnost osi.....	18
3.3.4. Posljedice nepravilnosti položaja vodila na planetarne prijenosnike.....	19
4. Modeli sprezanja.....	21
4.1. Vibracije prilikom zahvata zubi prijenosnika	21
4.2. Simetrično sprezanje	22
4.3. Slijedno sprezanje	23
4.4. Posljedice sprezanja na raspodjelu sila	24
5. Analiza prijenosnika	26
5.1. O prijenosniku.....	26
5.2. Kontrola ugradbenih kriterija.....	29
5.2.1. Provjera kriterija koaksijalnosti	29
5.2.2. Provjera kriterija susjednosti.....	29

5.2.3. Provjera kriterija montaže	29
5.3. Karakteristike hidromotora	29
5.4. Kontrola zahvata sunčanik/planet	30
5.5. Kontrola zahvata planet/vijenac	33
5.6. Provjera modela sprezanja	36
5.7. Kontrola tolerancija mjera i položaja kućišta	36
5.7.1. Tolerancije mjera kućišta	36
5.7.2. Tolerancije položaja kućišta.....	38
6. ZAKLJUČAK.....	39
LITERATURA.....	40
PRILOZI.....	41

POPIS SLIKA

Slika 1. Članovi prijenosa (P – planet, R – ručica, S – sunčani zupčanici s unutarnjim i vanjskim ozubljenjem)[2].....	2
Slika 2. Dvostruki planetarni prijenosnik[4]	3
Slika 3. Kriterij koaksijalnosti za jednostruki prijenosnik[2]	6
Slika 4. Kriterij susjednosti[2]	7
Slika 5. Sile na planetarnim prijenosima[3]	8
Slika 6. Moguća rješenja elastičnošću elemenata[2].....	9
Slika 8. Kompenzacija radijalnih i kutnih pomaka kod dvostruke zupčaste spojke[5].....	10
Slika 7. Izvedba dvostruke zupčaste spojke[5]	10
Slika 9. Opužni elastični umetci[2].....	10
Slika 10. Planetni zupčanik s elastičnim vratilom[2].....	11
Slika 11. Planetni zupčanik s elastičnim ulošcima[2]	11
Slika 12. Nepodudarnosti a) radijalna, b) aksijalna, c) i d) kutne[6]	12
Slika 13. Kutevi neparalelnosti osi i ukupni pomak uslijed nepodudarnosti $fH\beta$ [7].....	13
Slika 14. Shema sustava[6]	14
Slika 15. Postojeći radijalni (na slici označeni <i>Off set</i>) i kutni pomaci (na slici <i>Angular</i>)[6].	14
Slika 16. Izmjerene vibracije u ovisnosti o opterećenju[6]	15
Slika 17. Oštećenje boka zbog vertikalnih pomaka[6].....	15
Slika 18. Oštećenje podnožnog dijela zuba gonjenog zupčanika uslijed horizontalnih pomaka[6].....	15
Slika 19. Utjecaj nepodudarnosti na raspodjelu sila u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini a) bez nepodudarnosti, b) sa nepodudarnosti u obe ravnine[8]	16
Slika 20. Utjecaj nepodudarnosti na Hertzova naprezanja[8]	16
Slika 21. Utjecaj nepodudarnosti na savijanje u korijenu[8]	16
Slika 22. Zakret planeta uslijed deformacija stijenke nosača[7]	17
Slika 23. Položaj na nosaču (φ <i>Carrier</i>)[7]	17
Slika 24. Utjecaj zakreta planeta uslijed deformacije vodila na zahvat sa sunčanikom (iscrtkano) i prstenom (ravno) u ovisnosti o položaju na nosaču[7]	17
Slika 25. Odstupanje $fH\beta$ uslijed zakreta planeta zbog aksijalnih sila kod zahvatu sa sunčanikom i prstenom ovisno o položaju[7].....	18
Slika 26. Zakret planeta uslijed aksijalnih sila[7]	18
Slika 27. $fH\beta$ uslijed zakreta planeta zbog nepravilnosti položaja vodila kod zahvata sa sunčanikom i prstenom ovisno o položaju [7].....	19
Slika 28. Zakret planeta uslijed nepravilnosti položaja vodila[7].....	19
Slika 29. Relativno oštećenje zuba: sunčanik (lijevo), prsten (desno); plavo označeno je sa nepravilnosti, a iscrtkano crveno je bez[7].....	20
Slika 30. Lokaliziranost oštećenja kod zuba [7]	20
Slika 31. Varijabilnost krutosti i njegove posljedice [9].....	21
Slika 32. Zahvati kod simetričnog sprezanja[9].....	22
Slika 33. Suma sila kod simetričnog sprezanja[9]	22
Slika 35. Suma sila kod slijednog sprezanja[9].....	23
Slika 34. Zahvati kod slijednog sprezanja[9]	23
Slika 36. Slijedno uzastopno sprezanje[10]	24
Slika 37. Slijedno neuzastopno sprezanje[10].....	24
Slika 38. Putanja sunčanika u zahvatu s 3 planeta[10]	25
Slika 39. Putanja sunčanika u zahvatu s 4 planeta[10]	25
Slika 40. Alat stroja za razminiranje	26
Slika 41. Pogon alata.....	26

Slika 42. Izvedba ozubljenja prijenosnika.....	28
Slika 43. Karakteristike hidromotora	29
Slika 44. Jednadžbe za izračun ostalih karakteristika	30
Slika 45. Geometrija para sunčanik/planet u Inventoru	30
Slika 46. Ulazni parametri para sunčanik/planet.....	31
Slika 47. Proračunski faktori i faktori sigurnosti para sunčanik/planet	32
Slika 48. Geometrija para planet/vijenac	33
Slika 49. Ulazni parametri para planet/vijenac	34
Slika 50. Proračunski faktori i faktori sigurnosti para planet/vijenac	35
Slika 51. Tolerancije pozicija vijenca i kućišta (1- kućište, 2- vijenac, 3- poklopac kućišta)	36
Slika 52. Nepodudarnost osi zbog zračnosti	37
Slika 53. Radijalni pomaci lijeve i desne strane naslona, uz pripadajući kut inklinacije δ	37
Slika 54. Tolerancije položaja naslona.....	38

POPIS TABLICA

Tablica 1. Najčešće korištene izvedbe i karakteristike[1].....	3
Tablica 2. Podatci o zupčanicima.....	27
Tablica 3. Postojeći faktori sigurnosti za par sunčanik/planet.....	33
Tablica 4. Postojeći faktori sigurnosti za par planet/vijenac.....	35

POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
i		Prijenosni omjer prijenosnika
u		Unutarnji prijenosni omjer
Z		Broj zubi zupčanika
P_1	W	Snaga na pogonskom sunčaniku
P_{odv1}	W	Snaga odvaljivanja
P_{sp1}	W	Snaga spajanja
a	mm	Osni razmak
d	mm	Diobeni promjer
d_w	mm	Kinematski promjer
N		Broj planeta
T	Nm	Moment torzije
r	mm	Radijus
F_t	N	Tangencijalna sila
N_L		Broj promjena ciklusa
LSR_i		Faktor raspodjele sile
K_Y		Faktor opterećenja u zahvatu
n	min^{-1}	Broj okretaja
V_g	cm^3	Radni volumen hidromotora
S_H		Postojeća sigurnost na Hertza
S_F		Postojeća sigurnost na savijanje u korijenu
C	mm	Ukupna zračnost
c	mm	Radijalni pomak uslijed zračnosti
b	mm	Širina ozubljenja
m	mm	Modul
L_h	h	Radni vijek trajanja u satima
K_A		Pogonski faktor
σ_{Hlim}	N/mm^2	Dozvoljeno naprezanje materijala na Hertzov pritisak
σ_{Flim}	N/mm^2	Dozvoljeno naprezanje materijala na naprezanje u korijenu
σ_{FE}	N/mm^2	Postojeće dozvoljeno naprezanje u korijenu
ω_1	rad/s	Kutna brzina pogonskog sunčanika
ω_{odv1}	rad/s	Brzina odvaljivanja
ω_{sp1}	rad/s	Brzina spajanja
η_p		Iskoristivost prijenosnika
η_z		Iskoristivost ozubljenja
ε_{odv}		Udio snage prenesen odvaljivanjem
ε_{sp}		Udio snage prenesen spajanjem
α	°	Kut profila zuba

α_{wt}	°	Kinematski kut
β	°	Kut devijacije
δ	°	Kut inklinacije
$f_{H\beta}$	μm	Ukupni pomak uslijed kutnih odstupanja
Δp_{max}	bar	Maksimalni radni tlak hidromotora

SAŽETAK

Ovaj završni rad bavi se osnovama planetarnih prijenosnika, mogućim uzrocima i utjecajem nepodudarnosti osi na rad istih. Obuhvaćene su posljedice zbog takvog nepravilnog zahvata zupčanika i neka konstrukcijska rješenja kako bi se umanjio njihov utjecaj. Također, objašnjeni su u kontekstu planetarnih prijenosa modeli sprezanja i njihov utjecaj. U sklopu rada provedena je analiza jednog prijenosnika koji se koristi u pogonu sustava za razminiranje u vojnoj industriji.

Ključne riječi: Planetarni prijenosnik, nepodudarnost osi, modeli sprezanja, razminiranje

SUMMARY

This undergraduate thesis deals with fundamentals of planetary gear systems, potential causes, and the impact of axis misalignment on their operation. It covers the consequences of such improper meshing of the gear teeth and some design solutions to mitigate their effects. Also, the mesh sequence models and their impact have been explained in the context of planetary gear transmissions. As part of the study, an analysis was conducted on a gearbox used in the drive system of a demining machine in the military industry.

Key words: planetary gear system, axis misalignment, mesh sequence model, demining

1. Uvod

Planetarni prijenosnici jedna su od najzastupljenijih vrsta prijenosnika u primjeni danas. Početak razvoja planetarnih prijenosnika veže se uz vojnu industriju kao što je i prijenosnik koji će se analizirati. Danas se često koriste kod alatnih strojeva, sustava okretanja dizalica, transportnih uređaja, vjetroagregata, robotskih sustava, automatskih mjenjača motornih vozila i u mnogim drugim primjenama. Razlog povećanog korištenja su razne prednosti u odnosu na klasične prijenosnike:

- Ostvarivost visokih prijenosnih omjera u jednom stupnju $i = 3 - 13$
- Ostvarivost različitih prijenosnih omjera kočenjem različitih članova u jednom stupnju prijenosa što ih čini pogodnima za mjenjače brzina
- Ulazno i izlazno vratilo su koaksijalni
- Snaga se pri prijenosu raspoređuje na više planeta što dozvoljava manje dimenzije zupčanika, a samim time manju masu i manju tromost
- Snaga se prenosi djelomice odvaljivanjem (zahvatom zuba), a dio spojno, odnosno putem vodila, pri čemu se sustav ponaša kao spojka te su gubitci manji, a rezultat toga je najčešće povećana iskoristivost prijenosnika ($\eta_p = 0,98 \dots 0,99$)
- Kompaktnost prijenosnika i velika prenosiva snaga po volumenu prijenosnika
- Dobra uravnoteženost sila u sustavu što rezultira smanjenim opterećenjem na vratila elemenata
- Manje su osjetljivi na udarna opterećenja

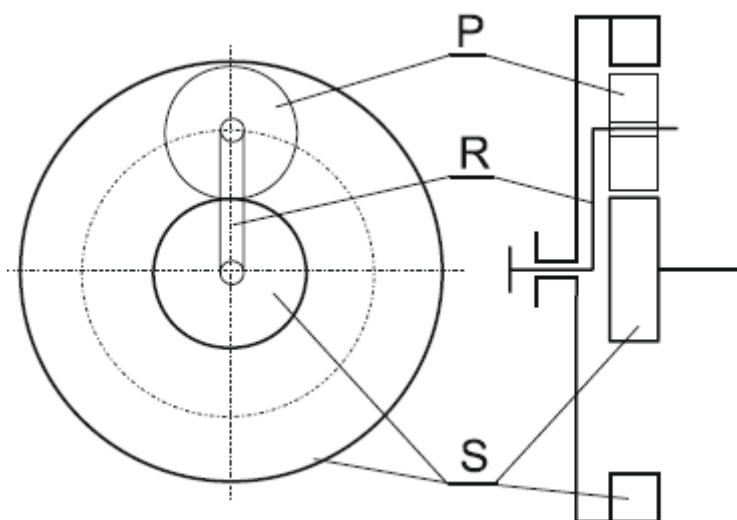
Neki nedostaci su:

- Veći broj dijelova, stoga skuplja i kompliciranija proizvodnja
- Manji volumen ulja za podmazivanje umakanjem, zahtijeva njegovu češću izmjenu
- Mogu imati problem s hlađenjem zbog smanjene površine za odvod topline
- Pojava centrifugalnih sila koje opterećuju naročito ležajeve planeta (ograničenje brzine vrtnje)
- Preciznost proizvodnje, a naročito vodilo mora biti točno izrađeno kako bi se osigurala što jednakomjerna raspodjela opterećenja na planete
- Lom jednog zuba može dovesti do havarije u čitavom prijenosniku

2. Karakteristične izvedbe i ugradbeni kriteriji

2.1. Osnove prijenosa

Tipični planetarni prijenosnik sastoji se od: sunčanog zupčanika s vanjskim ozubljenjem (sunčanik), planetarnih zupčanika (planeta) čiji je broj obično od 3 do 6 (u specijalnim izvedbama 7,8), sunčanog zupčanika s unutarnjim ozubljenjem (prsten) i ručice odnosno vodila na kojem su uležišteni planetarni zupčanci. Planeti, osim vrtnje oko vlastite osi, vrte se pomoću vodila još i oko središnje osi čime se ostvaruje tzv. epiciklično gibanje.



Slika 1. Članovi prijenosa (P – planet, R – ručica, S – sunčani zupčanci s unutarnjim i vanjskim ozubljenjem)[2]

2.2. Označavanje planetarnih prijenosnika

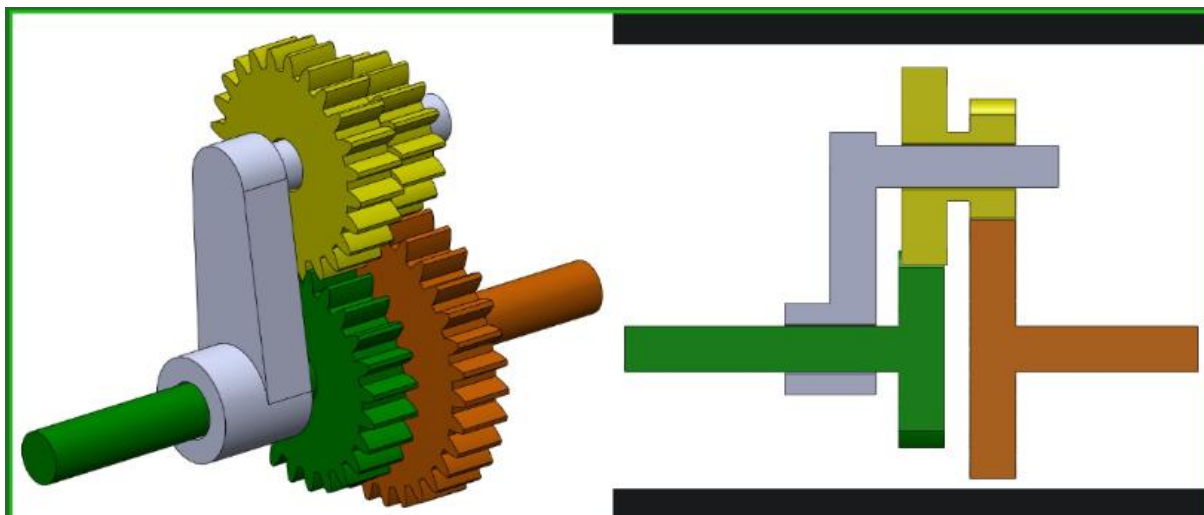
Prema toku snage, prijenosni omjer planetarnih prijenosnika dobro je opisan simbolom:

$$i_{1V}^3$$

Oznakama 1- sunčanik (s vanjskim ozubljenjem), 2- planet, 3- prsten, V- vodilo (ručica) označavaju se članovi prijenosa. Gornji indeks označava član sustava koji miruje. Prva oznaka donjeg indeksa je pogonski član, a pored je gonjeni član. Prema tome, u navedenom je primjeru pogonski član sunčanik 1, gonjeni vodilo V uz zakočen prsten (vijenac) 3.[1]

2.3. Karakteristične izvedbe

Planetarni prijenosnici mogu se izraditi u stotinama izvedbi. U upotrebi su najčešće jednostavni jednostruki i dvostruki prijenosnici. Podjela se odvija prema izgledu planetarnog kola odnosno je li ono jednostruko ili stupnjevano. Na slici 1. primjer je jednostrukog planetarnog kola, a na slici 2. je dvostruki. [2]

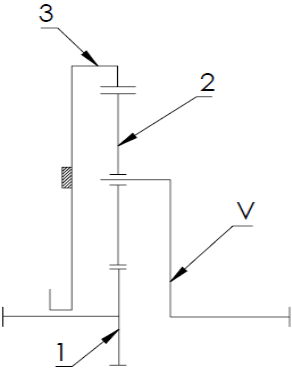
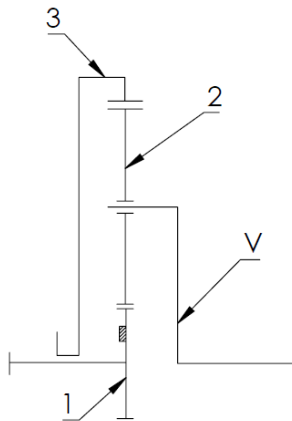
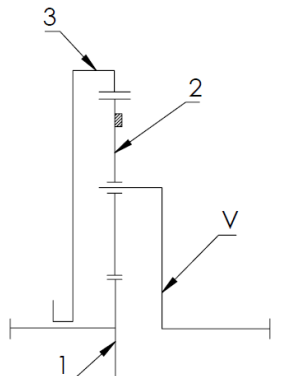
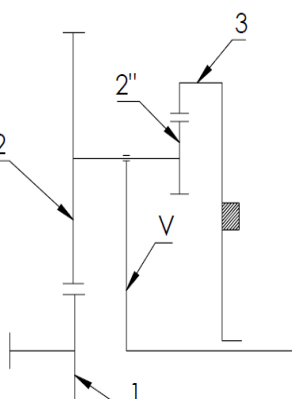


Slika 2. Dvostruki planetarni prijenosnik[4]

U poglavlju 2.2 već je predstavljeno označavanje različitih tokova snage. Razne izvedbe prijenosnika osigurati će različite ostvarive prijenosne omjere i ukupnu iskoristivost η_p (pri čemu je η_z iskoristivost ozubljenja) što je prikazano u tablici 1.

Tablica 1. Najčešće korištene izvedbe i karakteristike[1]

Varijanta	Shema prijenosa	Prijenosni omjer	Iskoristivost prijenosa
1		$i_{13}^V = u = \frac{Z_3}{Z_1} = 2 \dots 8$	$\eta_p = \eta_z$ (0,985...0,96)

2		$i_{1V}^3 = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} = 3 \dots 9$	$\eta_p = \frac{u \cdot \eta_z - 1}{u - 1}$ $(0,99 \dots 0,97)$
3		$i_{V3}^1 = \frac{u}{u - 1} = 1,13 \dots 1,5$	$\eta_p = \frac{u - 1}{u - \eta_z}$ $(0,99 \dots 0,996)$
4		$i_{1V}^2 = 1$	1
5		$i_{1V}^3 = 1 + \frac{Z_3 \cdot Z_2}{Z_1 \cdot Z_2''} = 7 \dots 16$	$(0,99 \dots 0,97)$

Varijanta 1 sustav je sličan klasičnom prijenosniku s unutarnjim ozubljenjem. Sva se snaga prenosi preko zupčaničkih parova. Zakočenim vodilom ostvaruje se osnovni ili unutrašnji prijenosni omjer koji uz pogonski zupčanik 1 i gonjeni 3 iznosi $u = \frac{Z_3}{Z_1}$. Nije pravi planetarni prijenos jer nema epicikličnog gibanja.

Varijanta 2 najčešće je korištena izvedba i ujedno korištena izvedba analiziranog prijenosnika u poglavlju 5.

Varijanta 3 izvedba je s malim prijenosnim omjerom, a samim time i visokom iskoristivošću jer se velik udio snage prenosi spojno (vodilom).

Varijanta 4 je u stvari izvedba u kojoj cijeli sustav rotira poput jedne zavarene cjeline. U ovakvom slučaju prijenosnik ima ulogu spojke jer sva se snaga prenosi vodilom.

Varijanta 5 oblik je dvostrukog prijenosnika kojim se ostvaruju veći prijenosni omjeri uz visoku iskoristivost.

2.4. Grananje snage kod planetarnih prijenosnika

Ukupna se snaga P_1 kod pogonskog sunčanika 1 dijeli na snagu odvaljivanja P_{odv1} odnosno snagu prenesenu zahvatom sunčanika 1 i planeta 2 i snagu spajanja P_{sp1} odnosno snagu prenesenu rotacijom vodila. Važno je još sukladno tome uvesti brzinu spajanja ω_{sp1} i brzinu odvaljivanja ω_{odv1} . Brzinom $\omega_{sp1} = \omega_V$ rotira vodilo i prijenosnik kao cjelina, a ostatak pogonske brzine vrtnje smatra se brzinom odvaljivanja $\omega_1 - \omega_V = \omega_{odv1}$.

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1 = T_1 \cdot \omega_V + T_1 \cdot (\omega_1 - \omega_V) = T_1 \cdot (\omega_{odv1} + \omega_{sp1}) = P_{odv1} + P_{sp1} \quad (2.1)$$

Jedino snaga odvaljivanja P_{odv1} nosi sa sobom gubitke, dok se snaga spajanja P_{sp1} prenosi bez gubitaka spojno (poput spojke). Što je veći udio snage spajanja u ukupnoj snazi, veća će biti i iskoristivost prijenosnika η_p . Udjeli snaga ε_{odv} i ε_{sp} ovisni su isključivo o prijenosnom omjeru prijenosnika i_{1V}^3 :

$$\varepsilon_{odv} = \frac{P_{odv1}}{P_1} = \frac{T_1 \cdot (\omega_1 - \omega_V)}{T_1 \cdot \omega_1} = \frac{\omega_1 - \omega_V}{\omega_1} = 1 - \frac{1}{i_{1V}^3} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{sp} = \frac{P_{sp1}}{P_1} = \frac{T_1 \cdot \omega_V}{T_1 \cdot \omega_1} = \frac{\omega_V}{\omega_1} = \frac{1}{i_{1V}^3} \quad (2.3)$$

Vidljivo je, što je prijenosni omjer veći, manji se udio snage prenosi spajanjem pa je tako i ukupna iskoristivost manja.[1]

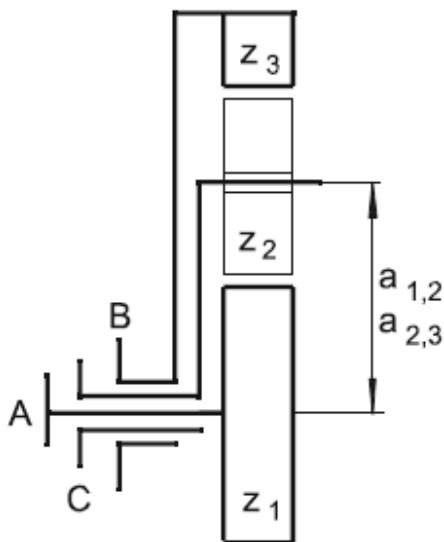
2.5. Ugradbeni kriteriji

Kako bi ugradnja članova prijenosnika bila moguća i da bi se omogućilo ispravno sprezanje pojedinih zupčanika, moraju biti zadovoljena tri kriterija:

1. Kriterij koaksijalnosti
2. Kriterij susjednosti
3. Kriterij sprezanja (montaže)

2.5.1. Kriterij koaksijalnosti

Kriterij proizlazi iz zahtjeva da ulazna i izlazna os budu u istoj ravnini.



Slika 3. Kriterij koaksijalnosti za jednostruki prijenosnik[2]

Za prijenosnike s jednostrukim kolom mora vrijediti:

$$a_{12} = a_{23} \quad (2.4)$$

Preko kinematskih promjera zupčanika izraz prelazi u :

$$\frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{d_{w3} - d_{w2}}{2} \quad (2.5)$$

S obzirom da moraju svi moduli, profili ozubnice i pogonski kutovi zahvatne crte biti jednaki iz izraza slijedi:

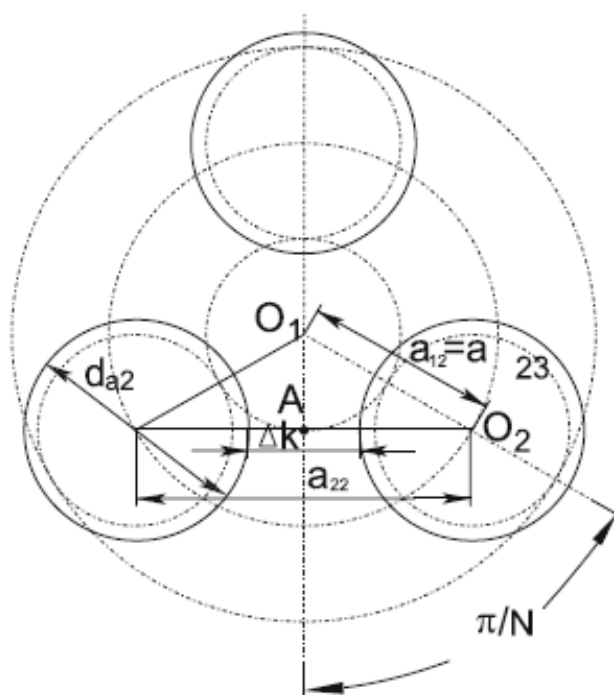
$$d_3 = d_1 + 2 \cdot d_2 \quad (2.6)$$

Kriterij koaksijalnosti ako nema pomaka profila izražen preko broja zubi glasi:

$$Z_3 = Z_1 + 2 \cdot Z_2 \quad (2.7)$$

2.5.2. Kriterij susjednosti

Kriterij se odnosi na broj planeta koji se mogu ugraditi, a da pritom bude očuvan barem minimalni zazor. Minimalni zazor Δk ne bi smio biti manji od duljine $1m$ tj. jednog modula.



Slika 4. Kriterij susjednosti[2]

Broj planeta N koji se mogu ugraditi ako nema pomaka profila slijedi iz uvjeta:

$$N \leq \frac{180}{\arcsin\left(\frac{Z_2 + 3}{Z_2 + Z_1}\right)} \quad (2.8)$$

2.5.3. Kriterij sprezanja (montaže)

Kako bi se osigurao pravilan istovremeni zahvat zuba sunčanik-planet i planet-vijenac mora biti zadovoljen kriterij sprezanja ili kriterij montaže. Za prijenosnik i_{1V}^3 kriterij sprezanja glasi:

$$k = \frac{Z_3 + Z_1}{N} \quad (2.9)$$

pri čemu k mora biti cijeli broj.[2]

2.6. Opterećenje planetarnih prijenosnika

Kao i kod svih prijenosnika vrijedi zakon očuvanja snage. Izuzimajući gubitke u sustavu vrijedi:

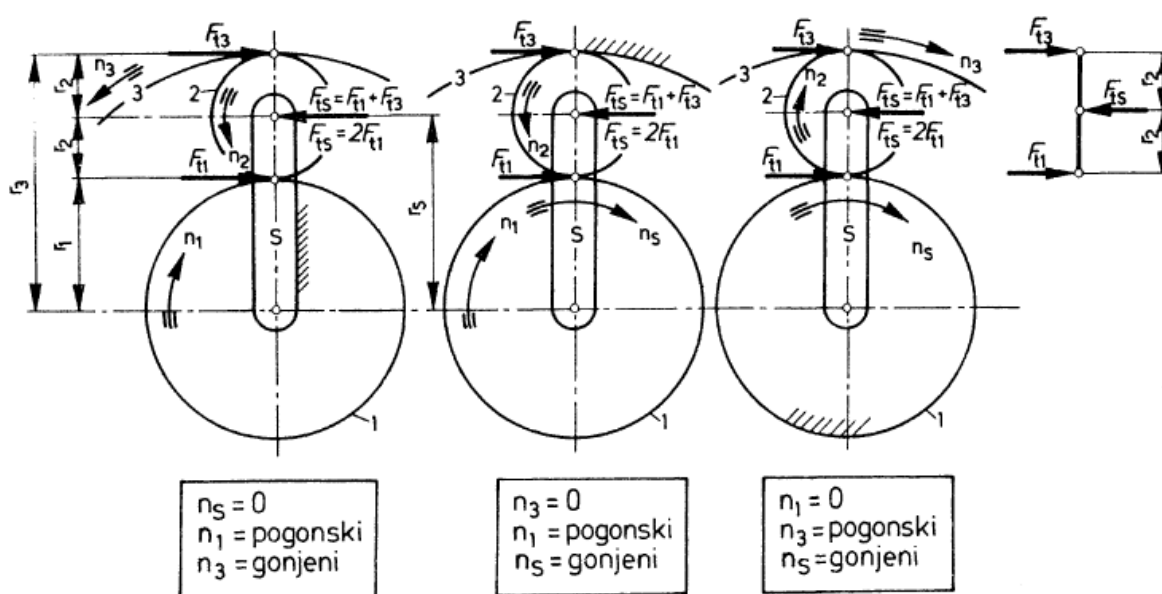
$$P_1 + P_3 + P_S = 0 \quad (2.10)$$

$$T_1 + T_3 + T_S = 0 \quad (2.11)$$

Odnosno:

$$F_{t1}r_1 + F_{t3}r_3 + F_{tS}r_S = 0 \quad (2.12)$$

Za različite izvedbe su na slici 5. prikazani smjerovi vrtnje i sile na planetarnim prijenosnicima (Napomena: slovom *S* označeno je vodilo na slici)[3]:



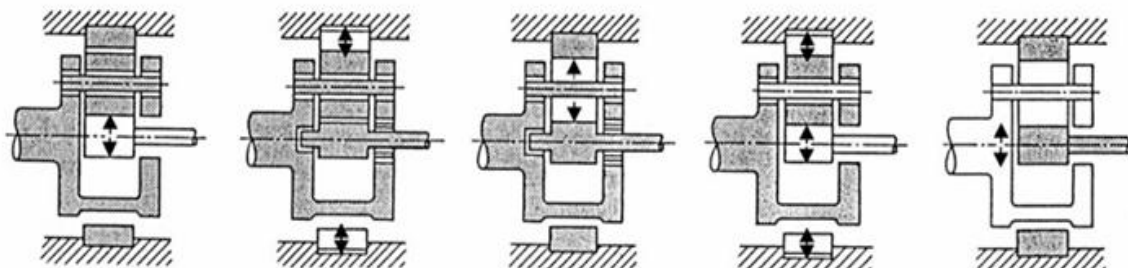
Slika 5. Sile na planetarnim prijenosima[3]

2.7. Konstrukcijske izvedbe za jednoliku raspodjelu opterećenja

Kako bi se iskoristile prednosti koje planetarni prijenosnici imaju pred ostalim vrstama prijenosa i zbog izbjegavanja neželjenih posljedica, nužno je osigurati što bolju raspodjelu opterećenja na planete. Više je načina kojima se to postiže:

- Povećanjem deformabilnosti (podatljivosti) zuba
- Povećanjem deformabilnosti čitavog elementa (zupčanika, vodila, planeta itd.)
- Ujednačenjem krutosti zahvata zubi koji sudjeluju u prijenosu opterećenja
- Upotrebom zglobnih veza (npr. zupčasta spojka)
- Visokom točnošću izrade dijelova

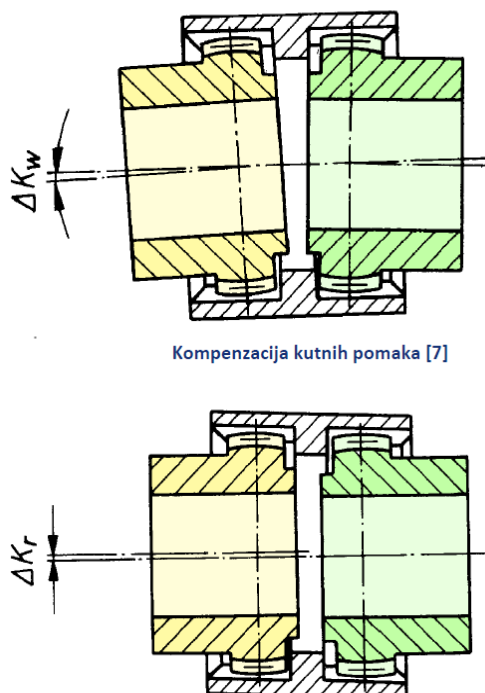
Za izjednačenje opterećenja u svim elementima koji sudjeluju u dijeljenju snage, poželjno je zbog netočnosti izrade zupčanika, vodila i kućišta, uvesti elastične tzv. „plivajuće“ članove koji nemaju krutih veza s okolnim elementima i pod opterećenjem se samonamještaju. Time se kompenziraju greške izrade i montaže.[1]



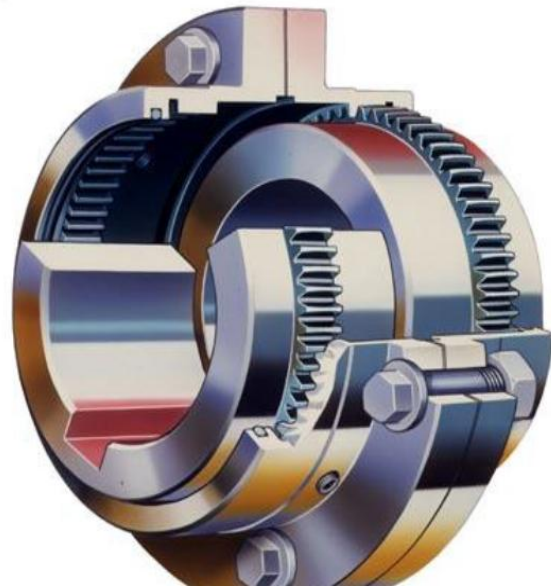
Slika 6. Moguća rješenja elastičnošću elemenata[2]

2.7.1. Plivajući sunčanik

Najčešće korištena izvedba neuležištenog sunčanog zupčanika je tzv. Stoeckicht princip. Time se sunčanom zupčaniku omogućuje prilagođavanje zahvatu s planetima. Primjenjiv je za visoke brzine vrtnje i za veći broj planeta. Sunčanik je samopodesiv izvedbom pomoću jednostruke ili dvostruke zupčaste spojke. Jednostruka zupčasta spojka ima mogućnost kompenzacije aksijalnih (do 10 mm) i kutnih pomaka (do 2°) dok dvostruka zupčasta spojka može kompenzirati uz aksijalne i kutne, i znatne radijalne pomake. Ista izvedba ostvariva je i na unutarnjem ozubljenju (vijencu) u spoju s kućištem.[1][5]



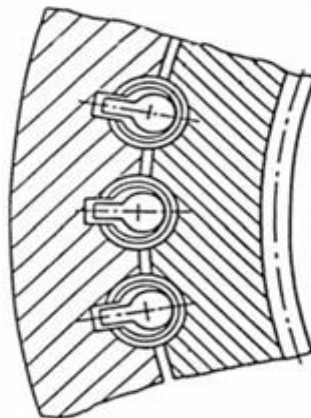
Slika 8. Kompenzacija radijalnih i kutnih pomaka kod dvostruke zupčaste spojke[5]



Slika 7. Izvedba dvostruke zupčaste spojke[5]

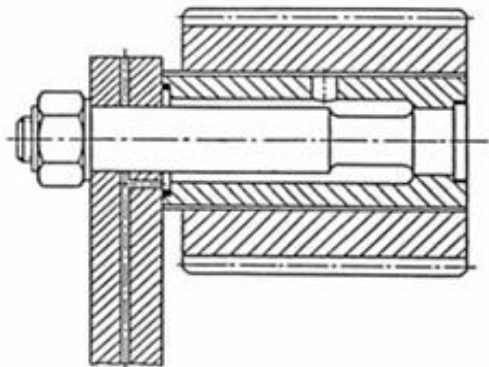
2.7.2. Neke druge elastične izvedbe elemenata

Osim sunčanika, mogu se svakako i drugi elementi izvesti elastično. Jedan od zanimljivijih izuma su elastični opružni umetci tvrtke Renk. Oni se postavljaju na mjestu između reakcijskog člana (kućišta najčešće) i vijenca (zupčanika s unutarnjim ozubljenjem).

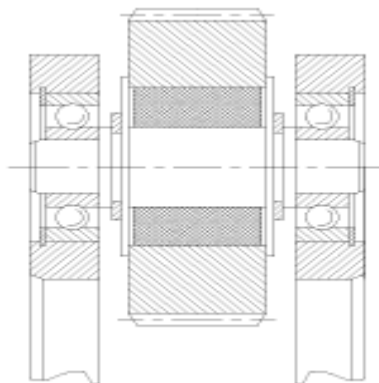


Slika 9. Opružni elastični umetci[2]

Planetni zupčanici mogu se također izvesti elastično. Kada je osim radijalne raspodjele opterećenja potrebna i aksijalna raspodjela što je slučaj kod dvostrukog planetnog kola s kosim ili strelastim zubima tada se mogu primjeniti rješenja na slikama 10. i 11.[2]



Slika 10. Planetni zupčanik s elastičnim vratilom[2]



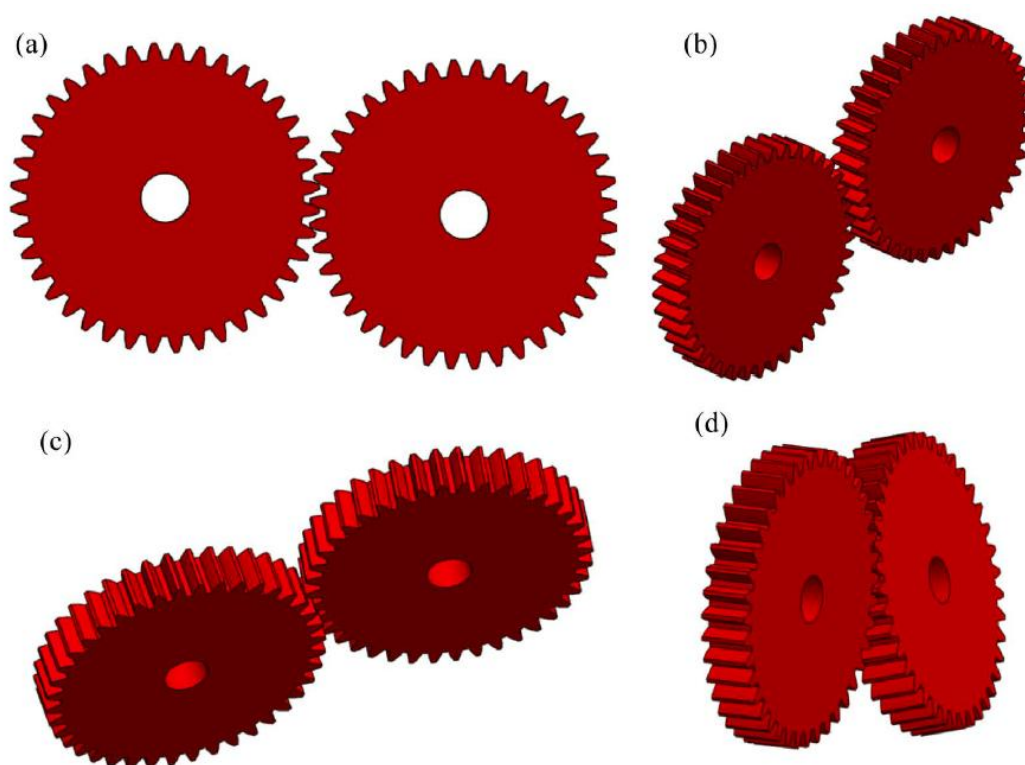
Slika 11. Planetni zupčanik s elastičnim ulošcima[2]

3. Utjecaj nepodudarnosti osi vratila na rad prijenosnika

Zupčanički prijenos jest zbog svog prijenosa snage oblikom pogodniji u odnosu na prijenosnike koji snagu prenose trenjem. To svojstvo zupčanike čini prijenosom veće iskoristivosti uz samim time manje trošenje komponenti prijenosa i uz to manje (sažetije) dimenzije komponenti prijenosa. Međutim, takav prijenos oblikom može biti osjetljiv na nepravilnosti u zahvatu. Nepravilnosti u zahvatu zupčanika mogu nastati iz mnogih razloga: nepodudarnost osi zahvaćenih zupčanika, loše podmazivanje, pogonski uvjeti (npr. temperatura), nepreciznost u izradi zuba, elastičnost zuba i drugi. Kod zupčanika, nepodudarnost osi jedan je od glavnih problema te vrste prijenosa.

3.1. Vrste nepodudarnosti osi

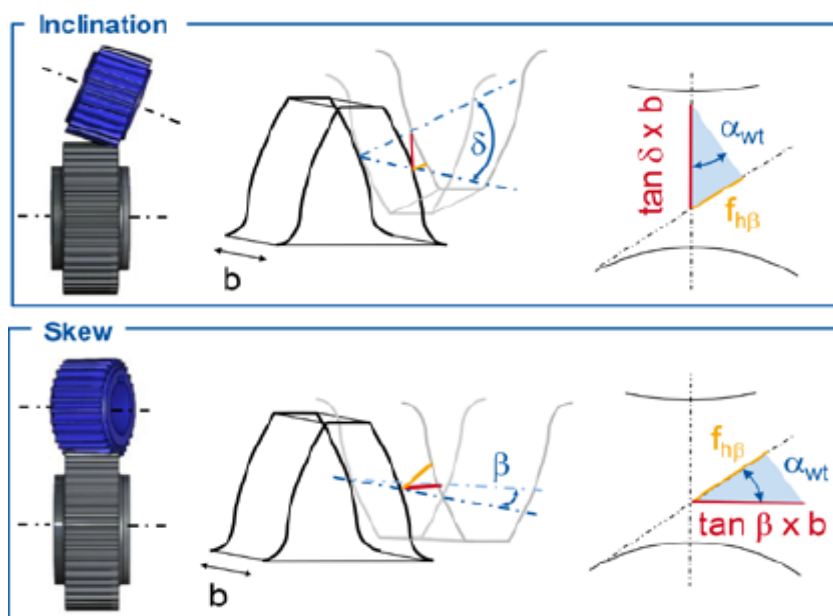
Postoje tri vrste nepodudarnosti zupčanika: aksijalna, radijalna i kutna. Kod evolventnih zupčanika kutne su nepodudarnosti najutjecajnije iako se ne smiju zanemariti radijalne nepodudarnosti koje utječu na razmak osi.



Slika 12. Nepodudarnosti a) radijalna, b) aksijalna, c) i d) kutne[6]

3.1.1. Kutne nepodudarnosti

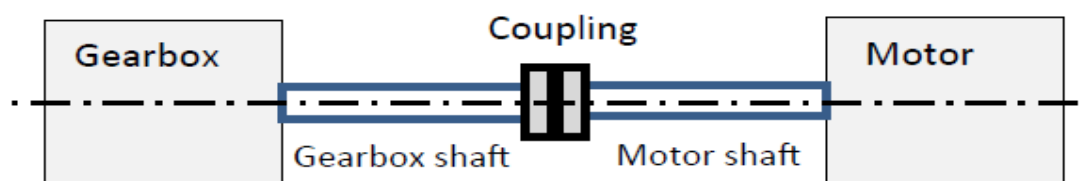
Kutne nepodudarnosti ili se još mogu nazvati neparalelnosti osi vratila zupčanika, odstupanja su uzdužne osi zupčanika, a označeni su u dvije ravnine horizontalnoj i vertikalnoj kao kut devijacije β i kut inklinacije δ . Kut devijacije β ili poznatiji eng. *skew angle* je kut odstupanja pri čemu os odstupanja ne sječe uzdužnu os drugog zupčanika, a osi se nalaze u različitim ravninama. Kut inklinacije δ ili eng. *inclination angle* je kut odstupanja pri kojem će os odstupanja sjeći os drugog zupčanika u nekoj točki i pritom se nalaze u istoj ravnini. Oba kuta β i δ mogu se sumirati u ukupno odstupanje uslijed nepodudarnosti eng. *lead angle deviation* $f_{H\beta}$. Vidljivo je na slici 13. da je pri tome utjecaj devijacije β značajniji jer je to veća kosinus komponenta kinematskog kuta α_{wt} ukupnog pomaka uslijed nepodudarnosti $f_{H\beta}$. [7] [3]



Slika 13. Kutevi neparalelnosti osi i ukupni pomak uslijed nepodudarnosti $f_{H\beta}$ [7]

3.2. Posljedice nepodudarnosti osi vratila na zahvat zupčanika

Nepodudarnost osi vratila dovodi do ubrzanog trošenja i rupičenja (eng. *pitting*) ležajeva, zupčanika i brtvi. Kod zupčanika, nepravilan zahvat zuba dovodi do povećanja opterećenja i pojave vibracija. Prema [6], provedeno je istraživanje utjecaja radijalnih i kutnih pomaka na pojavu vibracija te oštećenje komponenti prijenosa radi istih. Pomaci su narinuti na ulaznom vratilu reduktora odnosno na spoju reduktora (na slici *gearbox*) i motora gdje se snaga prenosi kandžastom spojkom (*coupling* na slici).

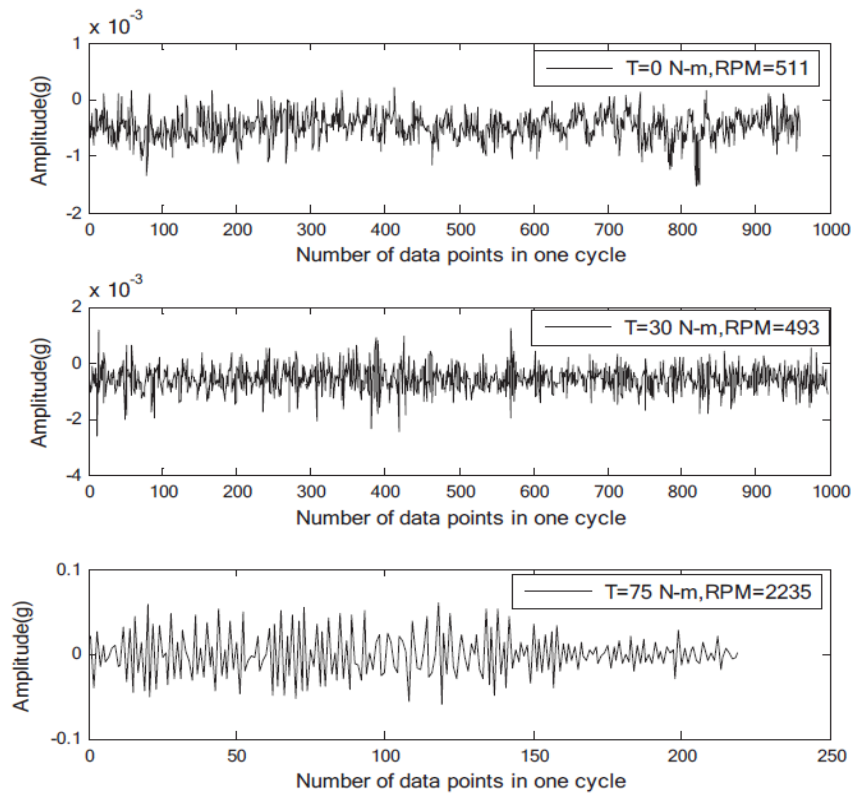


Slika 14. Shema sustava[6]

Misalignment plane	Off set (mm)	Angular (mm/mm)
	↔	↗↘
Horizontal	-0.70	0.6/100
Vertical	1.75	-0.9/100

Slika 15. Postojeći radijalni (na slici označeni *Off set*) i kutni pomaci (na slici *Angular*)[6]

Na izlaznom vratilu reduktora postavljeno je opterećenje te su mjerene vrijednosti vibracija za različite uvjete. Na slici 16. prikazane su oscilacije vibracija (na y osi u dijagramima) u ovisnosti o vremenu (x os). Unutar 6 sati rada pri različitim opterećenjima, počevši od uvjeta bez opterećenja, pa sve do maksimalnog opterećenja, utvrđeni su nagli porasti amplitudi vibracija. Zabilježena su razna oštećenja na elementima prijenosa. Kod zupčanika je prisutno pojačano trošenje bokova uz jasno naznačeno nejednoliko nošenje po duljini boka zbog prisutnosti velikih vertikalnih pomaka (slika 17.). Kao posljedica horizontalnih pomaka, uočljivo je oštećenje podnožnog dijela zuba gonjenog i tjemnog dijela pogonskog zupčanika (slika 18.). [6]



Slika 16. Izmjerene vibracije u ovisnosti o opterećenju[6]

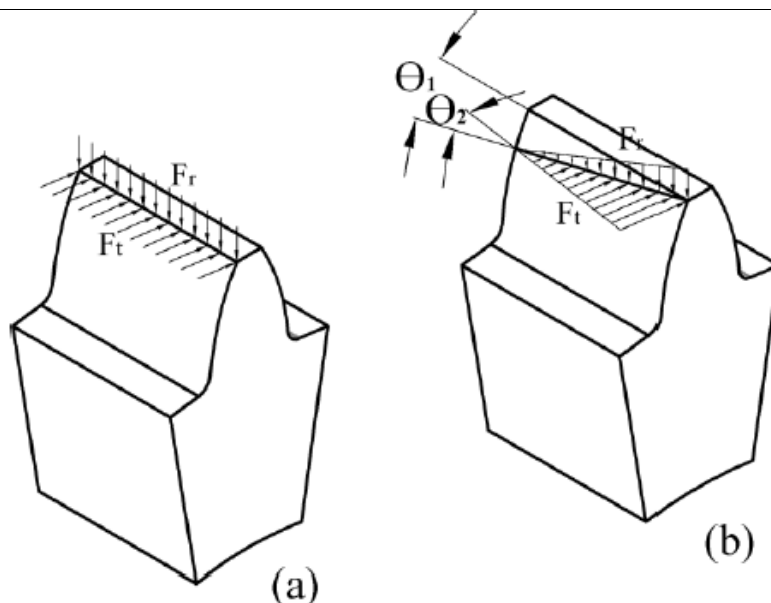


Slika 17. Oštećenje boka zbog vertikalnih pomaka[6]



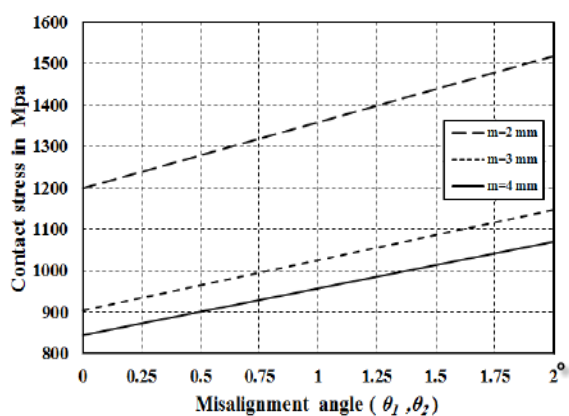
Slika 18. Oštećenje podnožnog dijela zuba gonjenog zupčanika uslijed horizontalnih pomaka[6]

U drugom radu [8], provedena je analiza kutnih nepodudarnosti osi metodom konačnih elemenata programa ANSYS . Kako se osi ne podudaraju u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini, odgovarajući model je potrebno razviti kako bi se simulirala nejednakost raspodjele opterećenja (slika 19.).

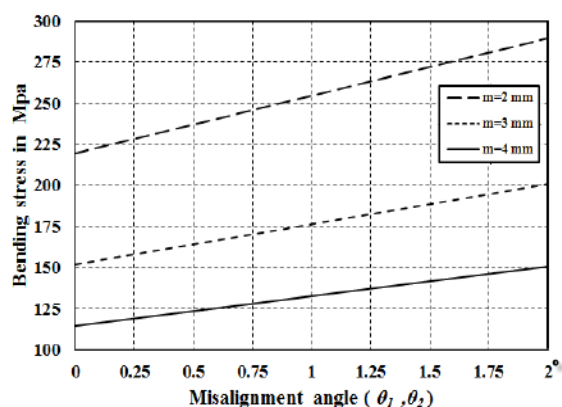


Slika 19. Utjecaj nepodudarnosti na raspodjelu sila u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini a) bez nepodudarnosti, b) sa nepodudarnosti u obe ravnine[8]

Analiza je provedena pod pretpostavkom jednake vrijednosti kuteva. Dijagramom na slici 20. prikazana je promjena Hertzovih napreznja (*contact stresses*) pod utjecajem kuteva nepodudarnosti u dvije ravnine (*misalignment angle* ϑ_1, ϑ_2). Ista stvar provedena je na slici 21. za napreznja u korijenu (*bending stresses*) zuba. Kutevi su u svakom slučaju jednoliko povećavani od 0° do 2° . Vidljivo je kako se napreznje linearno povećava, povećanjem kuteva nepodudarnosti. Također, smanjenjem modula zupčanika, uočljivo je da se povećava i nagib pravca. [8]



Slika 20. Utjecaj nepodudarnosti na Hertzova napreznja[8]

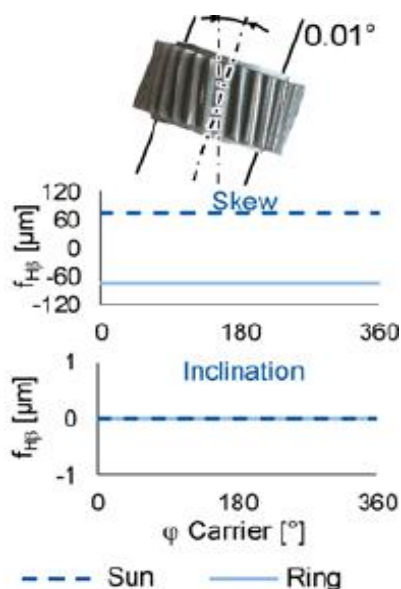


Slika 21. Utjecaj nepodudarnosti na savijanje u korijenu[8]

3.3. Utjecaj nepodudarnosti osi planeta na rad planetarnog prijenosnika

3.3.1. Utjecaj deformacije vodila na nepodudarnost osi

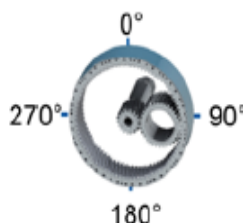
U današnje se vrijeme, sve više teži većoj gustoći snage čime unutarnja opterećenja postaju sve veća, a tanje i manje krute nosive stijenke se koriste. Kod planetarnog prijenosa, na vratilima planetnih zupčanika tj. vratilima koja su nošena na stijenka vodila (u daljnjem toku koristit će se termin *nosač*), uležišteni su planeti. Stijenke nosača preuzimaju tangencijalne sile koje opterećuju planete i koja stvara torzijski moment na nosaču. Stijenke nosača imaju manju torzijsku krutost od vratila nosača (izlazno vratilo reduktora) što uzrokuje uvijanje stijenki nosača te zbog toga dolazi do nepodudarnosti osi vratila planetnog zupčanika. Pri tome, planet se zakreće isključivo u tangencijalnom smjeru te je prisutna čista devijacija β (vidi poglavlje 3.1.1.). Na slici 24. prikazan je utjecaj zakreta planeta na zahvat sa sunčanikom (na slici *Sun*) i zahvat sa prstenom (na slici *Ring*) s obzirom na položaj na nosaču (φ *Carrier*, slika 23.), izražen u ukupnom odstupanju $f_{H\beta}/\mu\text{m}$. Na slici 22. prikazan je utjecaj sila i momenta torzije (M_t *Carrier*). [7]



Slika 24. Utjecaj zakreta planeta uslijed deformacije vodila na zahvat sa sunčanikom (iscrtkano) i prstenom (ravno) u ovisnosti o položaju na nosaču[7]



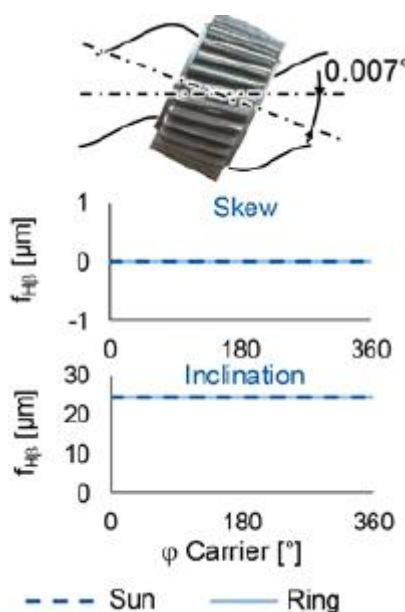
Slika 22. Zakret planeta uslijed deformacije stijenke nosača[7]



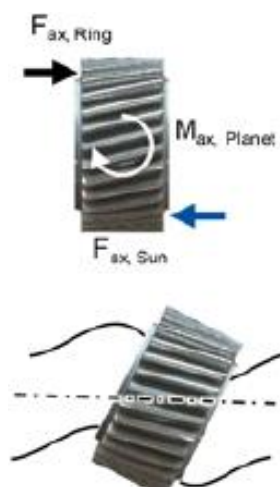
Slika 23. Položaj na nosaču (φ *Carrier*)[7]

3.3.2. Utjecaj aksijalnih sila kod planeta s kosim zubima

Kod zahvata planeta s kosim zubima sa sunčanikom i prstenom javljaju se aksijalne sile ($F_{ax,ring}$ i $F_{ax,sun}$ na slici 26.) koje su u zahvatima različitog smjera. Na taj se način one uravnotežuju, međutim induciraju moment savijanja ($M_{ax,planet}$ na slici 26.). Inducirani moment savijanja uzrokuje zakretanje planeta u radialnom smjeru pri čemu je prisutan isključivo kut inklinacije δ (slika 25.). [7]



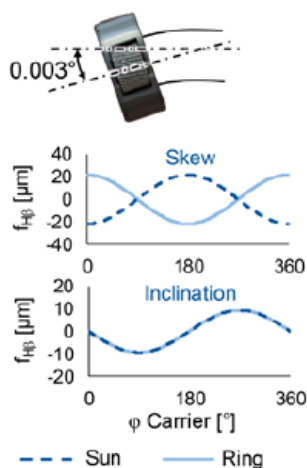
Slika 25. Odstupanje $f_{H\beta}$ uslijed zakreta planeta zbog aksijalnih sila kod zahvatu sa sunčanikom i prstenom ovisno o položaju[7]



Slika 26. Zakret planeta uslijed aksijalnih sila[7]

3.3.3. Utjecaj nepravilnosti položaja vodila na nepodudarnost osi

Osim navedenih, dodatne nepravilnosti položaja nosača uslijed sila zahvata zuba su manje vjerojatne. S druge strane, vanjske sile poput težine i sile koje djeluju na komponente koje se spajaju na izlazno vratilo nosača (ujedno i izlazno vratilo reduktora), glavni su razlog nepravilnosti. Ostali utjecaji su zračnost ležaja i tolerancije izrade. Na slici 27. prikazano je da nepravilnost položaja nosača dovodi do zakreta planeta u dvije ravnine, odnosno prisutne su inklinacija δ i devijacija β . Također, vidljiva je razlika u utjecaju dvaju komponenti na $f_{H\beta}$ i jasno je kako se $f_{H\beta}$ mijenja ovisno o promatranom položaju na nosaču. [7]



Slika 27. $f_{H\beta}$ uslijed zakreta planeta zbog nepravilnosti položaja vodila kod zahvata sa sunčanikom i prstenom ovisno o položaju [7]



Slika 28. Zakret planeta uslijed nepravilnosti položaja vodila [7]

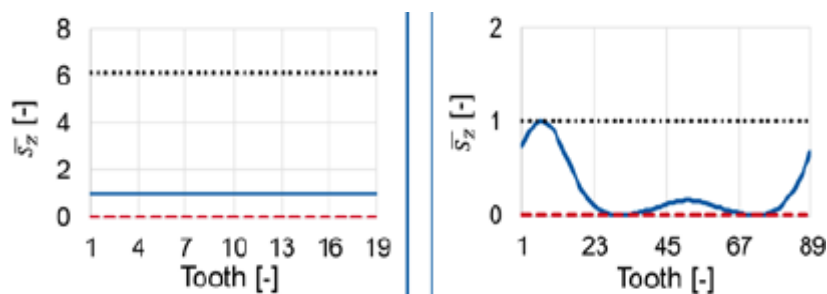
3.3.4. Posljedice nepravilnosti položaja vodila na planetarne prijenosnike

Prema [7], provedena je simulacija oštećenja zuba uslijed nepravilnosti položaja nosača. Ostali utjecaji deformacije stijenke nosača i zakreta uslijed aksijalnih sila nisu uzimani u obzir jer se njihov utjecaj može korekcijom profila smanjiti. S obzirom da narinuta opterećenja ne odgovaraju stvarnom, u uvjetima eksploatacije, apsolutna šteta ne može se odrediti. Međutim, uvedena je relativna šteta \bar{s}_z , kao omjer maksimalne štete pojedinog zuba s_z i maksimalne štete na promatranom zupčaniku $s_{max.lok.}$:

$$\bar{s}_z = \frac{s_z}{s_{max.lok.}} \quad (3.1)$$

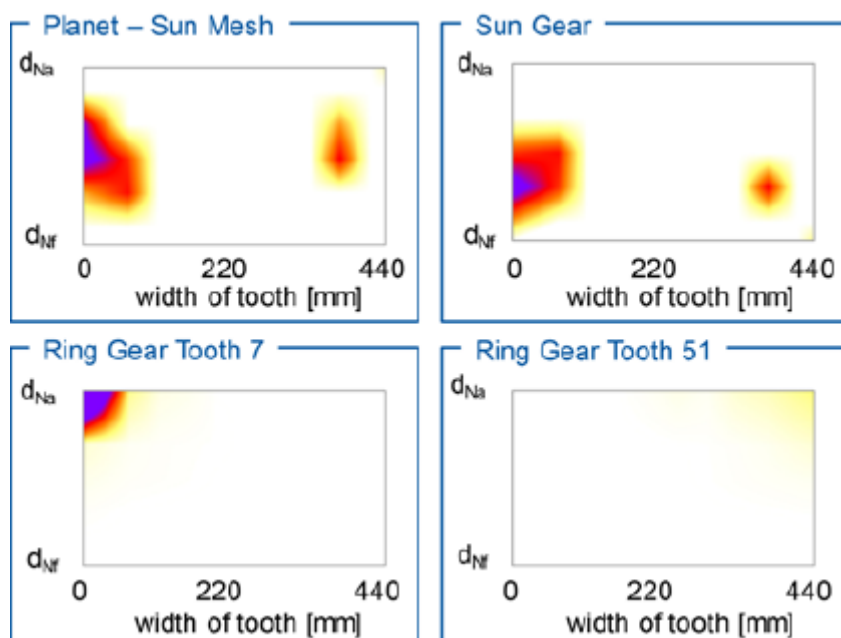
Nosač je opterećen stvarnim silama, a $f_{H\beta}$ je mjereno za postavljeno opterećenje. Za vijek trajanja od $2 \cdot 10^7$ ciklusa N_L , promatrana su relativna oštećenja \bar{s}_z na svim zubima u oba zupčanička zahvata. Na slici 29. vidljivo je da je maksimalno oštećenje prisutno na svim zubima sunčanika. Treba napomenuti da za planete vrijedi identičan slučaj kao i za sunčanik (na slici 29. lijevo), a razlog je taj što sunčanik i planet rotiraju skupa, tako da u svakom zahvatu, zub (*tooth* na slici) će proći različite uvjete zahvata ovisno o položaju na nepravilnom nosaču u svom radnom vijeku, ali će svi zubi prolaziti sve zahvate, tako da će se jednoliko oštetiti. Na prstenu, oštećenje je raznolikije, a razlog je taj što je prsten mirujući, stoga će

pojedinačni zubi u svakom zahvatu proći jednolike uvjete zahvata, a ovisno o položaju, neki povoljnije, neki nepovoljnije uvjete zahvata.[7]



Slika 29. Relativno oštećenje zuba: sunčanik (lijevo), prsten (desno); plavo označeno je sa nepravilnosti, a iscrtkano crveno je bez[7]

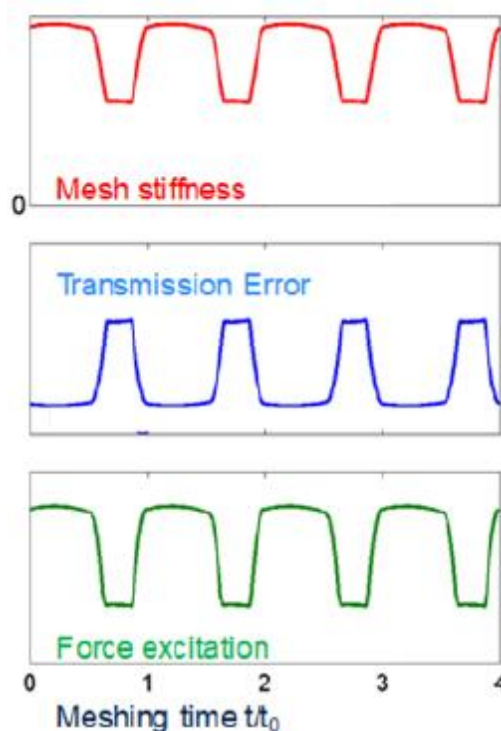
Slika 30. prikazuje raspodjelu oštećenja po širini zuba (*width of tooth*) i po njegovoj visini (os ordinata), za sve zube planeta (*Planet-Sun Mesh*) i sunčanika (*Sun Gear*), a posebno su prikazani zub broj 7 (*Ring Gear Tooth 7*) koji je najoštećeniji i zub broj 51 (*Ring Gear Tooth 51*) kod prstena. Kod zuba planeta i sunčanika prisutno je lokalizirano oštećenje primarno krajnjeg lijevog i desnog dijela sredine boka. Kod zuba broj 7 prstena, oštećen je najviše tjemeni dio krajnjeg lijevog dijela boka dok kod zuba broj 51 manja su oštećenja prisutna na krajnjem desnom dijelu boka tjemenog dijela zuba.



Slika 30. Lokaliziranost oštećenja kod zuba [7]

4. Modeli sprezanja

Varijabilna krutost zahvata zuba duž zahvatne crte dovodi do pojave oscilirajućih sila na vratilu i ležajevima. Oscilirajuće sile proizvode vibracije na kućištu koje se vani pojavljuju u obliku buke. Utjecajni faktori na krutost zahvata su progib zuba uslijed savijanja i elastičnost dodirnih površina uslijed Hertzovih napreznja. Pored toga, krutost će se mijenjati u ovisnosti o pojedinačnom ili dvostrukom dodiru zuba na zahvatnoj crti. Na slici 31. prikazana je oscilacija krutosti zuba (*Mesh stiffness*) s obzirom na period zahvata (*Meshing time*) gdje je veća vrijednost prilikom zahvata jednog, a manja prilikom zahvata dva zuba. Na istoj slici pokazane su oscilacije uzbudne sile (*Force excitation*) i pogreške u prijenosu momenta (*Transmission error*) kao posljedica varijabilne krutosti. [9]



Slika 31. Varijabilnost krutosti i njegove posljedice [9]

4.1. Vibracije prilikom zahvata zubi prijenosnika

Kod klasičnog prijenosnika s paralelnim osima, prisutne su dvije vrste vibracija: bočne vibracije kao posljedica oscilirajućih sila okomitih na os rotacije i torzijskih vibracija koje su posljedica oscilirajućeg momenta torzije na vratilu. One se u pravilu pojavljuju zajedno.

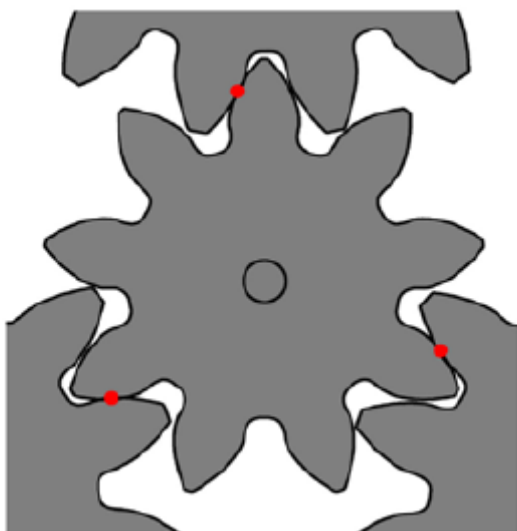
Kod planetarnih prijenosnika je drugačije: vibracije se pojavljuju odvojeno, odnosno u kontradikciji su jer je sunčanik u zahvatu sa više planeta istovremeno pa su vibracije svih zahvata superponirane na sunčaniku. Samim time, planetarni prijenosnici stvaraju manje buke od klasičnih prijenosnika.

- Bočne vibracije sunčanika ovisit će o sumi svih vektora sila u pojedinačnim zahvatima. Kako bi se spriječio njihov utjecaj, sve sile uslijed zahvata zuba moraju u svakom trenutku biti jednake.
- Torzijske vibracije sunčanika ovisit će o sumi torzijskih momenata na svakom od zahvata. Kako bi se spriječio njihov utjecaj, suma svih sila u zahvatima treba u svakom trenutku biti jednaka (konstantna).

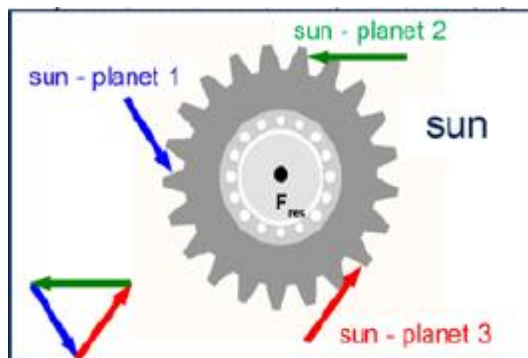
Koje vibracije se pojavljuju, ovisit će o tome radi li se u promatranom trenutku, o zahvatu jednog ili dva zuba, na pojedinačnim zahvatima sunčanika. Prema tome, razlikuju se dva modela sprezanja: simetrični i slijedni.[9]

4.2. Simetrično sprezanje

Ukoliko je broj zubi sunčanika dijeljiv s brojem planeta ($Z_1/N = \text{cijeli broj}$), pod uvjetom da je razmak između svih planeta isti, tada se radi o simetričnom sprezanju zupčanika. To znači da su svi zahvati između sunčanika i planeta u istoj točki na zahvatnoj crti u svakom trenutku. Odnosno, u istom trenutku, na svim zahvatima planeta i sunčanika, bit će ili jedan zub u zahvatu ili dva zuba. Nadovezujući se na poglavlje 4.1., to znači da su kod simetričnog sprezanja prisutne isključivo torzijske vibracije zato što je rezultanta sila zubi u zahvatu jednaka 0, ali suma svih sila, što znači da i suma svih momenata torzije nije uvijek jednaka zbog samo jednostrukog i samo dvostrukog kontakta zuba.[9]



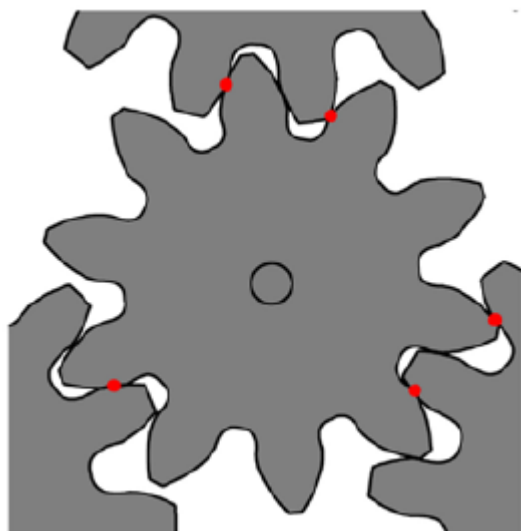
Slika 32. Zahvati kod simetričnog sprezanja[9]



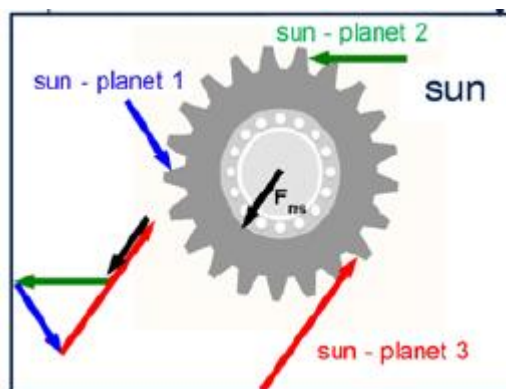
Slika 33. Suma sila kod simetričnog sprezanja[9]

4.3. Slijedno sprezanje

Ako broj zuba sunčanika nije dijeljiv brojem planeta, pod uvjetom da je razmak između svih planeta isti, riječ je o slijednom sprezanju. Pojedinačni su zahvati u svakom trenutku na različitom mjestu. U istom trenutku, neki su zubi u duplom zahvatu (manja sila), a neki u pojedinačnom zahvatu (veća sila). Takva raspodjela uvijek dovodi do neravnomjerne raspodjele sila, pri čemu su sile u nekim od zahvata (ovisno o broju planeta) uvijek veće od sila u drugim, a zbog toga će u svakom trenutku biti prisutna rezultantna sila (na slici 35. označena crno). Kod slijednog sprezanja biti dominantne bočne vibracije. Suma vektora sila u zahvatima u svakom trenutku nije ista, ali ukupna suma sila jest ista pa je moment torzije jednolik u vremenu.[9]

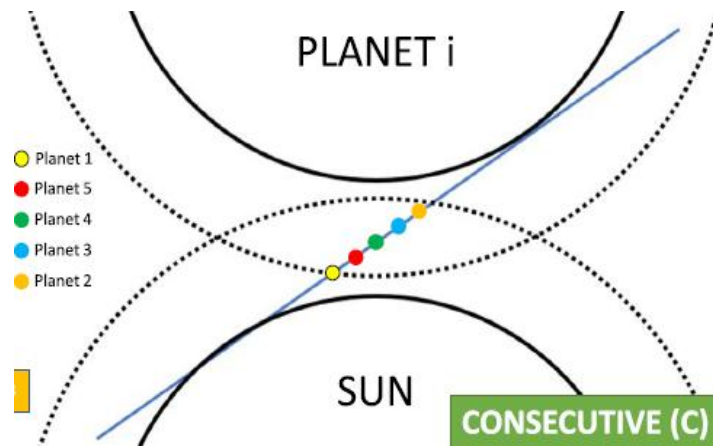


Slika 34. Zahvati kod slijednog sprezanja[9]

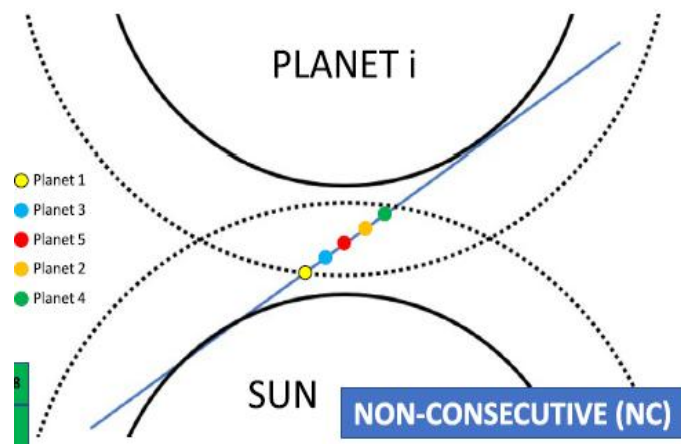


Slika 35. Suma sila kod slijednog sprezanja[9]

Ako je broj planeta N neparan broj, postoje dvije mogućnosti slijednog sprezanja: sa uzastopnim dodirom (na slici 36. *Consecutive*) i neuzastopnim dodirom (na slici 37. *Non-consecutive*). Slijedno sprezanje sa uzastopnim dodirom je kada su dodiri u zahvatu planeta raspoređeni po redu na zahvatnoj crti. Ako je dodir neuzastopan, dodiri su redom raspoređeni nasumično. Kod parnog broja planeta, što se slijednog sprezanja tiče, mogući su samo uzastopni dodiri. [9]



Slika 36. Slijedno uzastopno sprezanje[10]



Slika 37. Slijedno neuzastopno sprezanje[10]

4.4. Posljedice sprezanja na raspodjelu sila

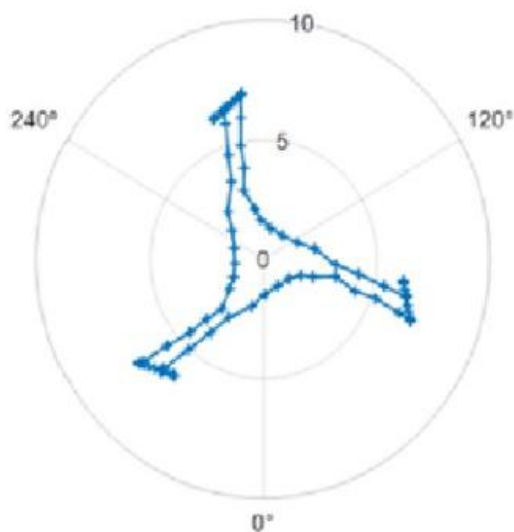
Kako bi se mogle promatrati posljedice sprezanja potrebno je uvesti faktor raspodjele sila (*Load Sharing Ratio - LSR_i*):

$$LSR_i = \frac{F_i}{F_{t1}} \quad (4.1)$$

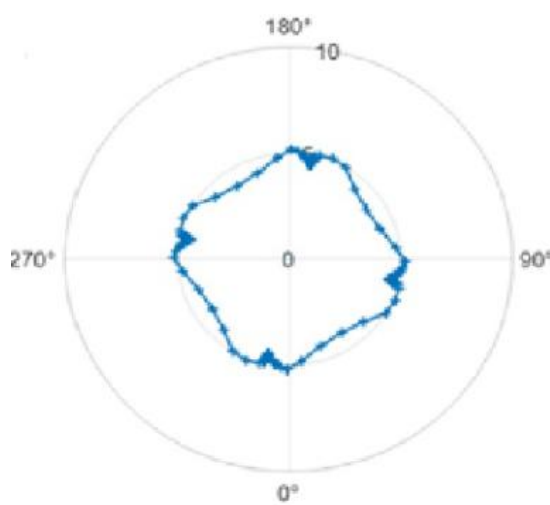
Pri tome je F_i ukupna sila u kontaktu sunčanika s planetom i , a F_{t1} ukupna tangencijalna sila na sunčaniku. U proračunu je utjecaj neravnomjerne raspodjele sila obuhvaćen faktorom K_γ koji se računa kako slijedi:

$$K_\gamma = LSR_i \cdot N \quad (4.2)$$

Faktor K_γ ovisit će o vrsti sprezanja zupčanika i mogućnosti samoprilagođavanja sunčanika u zahvatu s planetima (vidi poglavlje 2.7.1). Ako je sunčani zupčanik izveden elastično ili za pogonsko vratilo vezan zglobno, on će se pri radu pomicati u područje manje krutosti kako bi zahvat s planetima bio ravnomjerniji. Konfiguracije sa simetričnim sprezanjem imaju povoljnu raspodjelu opterećenja, stoga se sunčanik ne mora prilagođavati planetima što kod konfiguracija sa slijednim sprezanjem nije slučaj. Na slikama 38. i 39. prikazane su putanje sunčanika u odnosu na centralne osi u μm u ovisnosti o položaju na sunčanicima u stupnjevima / ° za parni i neparni broj planeta za slučaj slijednog uzastopnog sprezanja. [1][10]



Slika 38. Putanja sunčanika u zahvatu s 3 planeta[10]



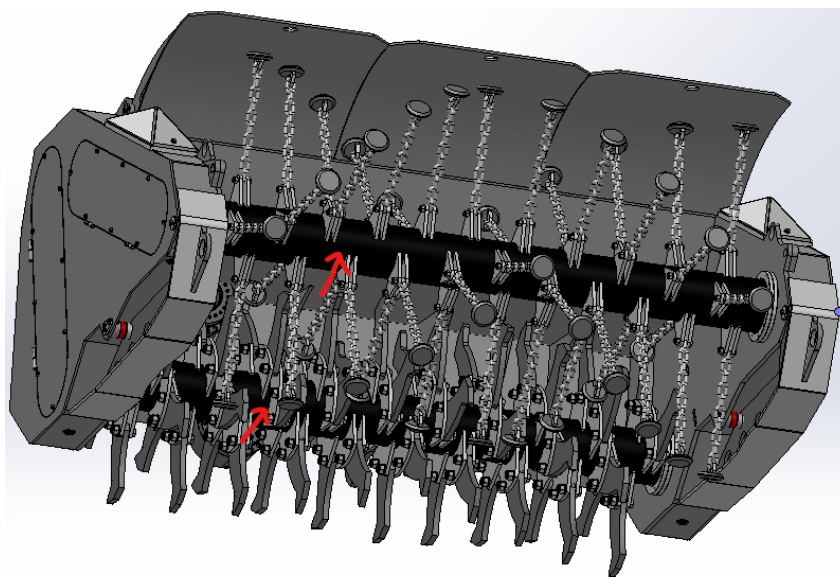
Slika 39. Putanja sunčanika u zahvatu s 4 planeta[10]

Simetrično je sprezanje najpovoljniji slučaj sprezanja pri čemu je $K_\gamma = 1$. Ako je sunčanik prilagodljiv, prema [10], vrijednosti se faktora K_γ kod slijednog uzastopnog sprezanja (slika 36.), i za parni i za neparni broj planeta kreću $K_\gamma = 1 - 1,10$. Slijedno neuzastopno sprezanje (slika 37.), koje se može pojaviti samo kod neparnog broja planeta, nepovoljniji je slučaj. Vrijednosti se te vrste sprezanja kreću $K_\gamma = 1,10 - 1,20$. U slučaju da se planeti i sunčanik kruto uležište, zahvati na bokovima postaju tvrdi i grublji i potrebno je uzeti faktor $K_\gamma = 1,30$ i više. Istina je da se nakon uhodavanja zupčanika njihov zahvat poboljša i faktor K_γ se smanji. [1][10]

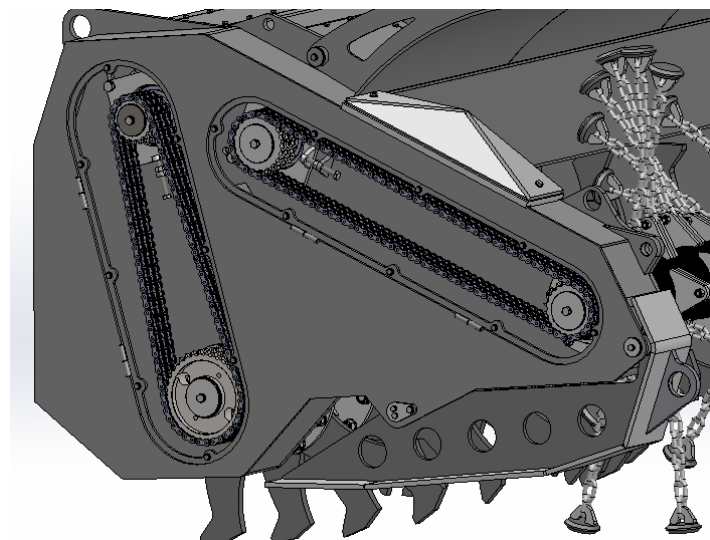
5. Analiza prijenosnika

5.1. O prijenosniku

Prijenosnik koji će se analizirati, planetarni je reduktor na alatu vozila za razminiranje koje proizvodi tvrtka DOK-ING d.o.o. Koristi se za pokretanje dvaju vrtila alata zasebno: vrtila koje na sebi ima batove na lancima (*flail*) i vrtila koje na sebi ima noževe za frezanje (*tiller*). Uslijed rotacije vrtila s pripadajućim alatima koji prodiru u zemlju, otprilike 20 mm, dolazi do kopanja zemlje i uništavanja mina. Ideja je da bat koji je na lancu vrtila alata ulazi u zemlju i uništava minu. Sustav je pogonjen hidromotorom spojenim na planetarni reduktor koji putem lanca pokreće vrtila alata.



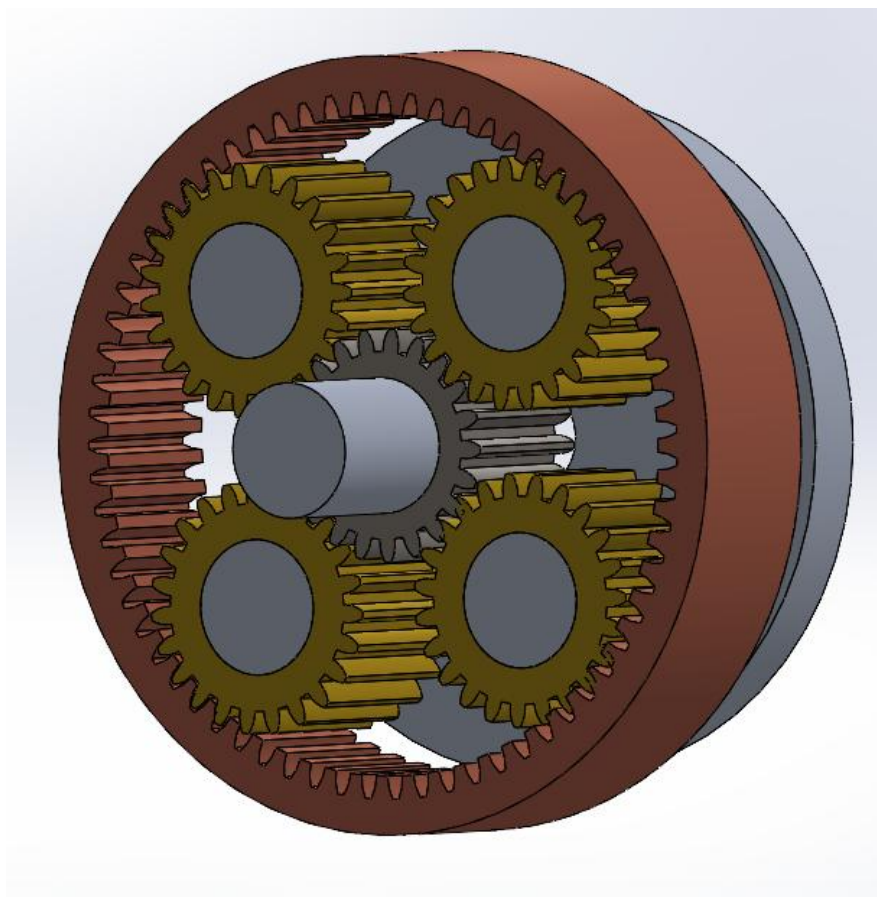
Slika 40. Alat stroja za razminiranje



Slika 41. Pogon alata

Tablica 2. Podatci o zupčanicima

		Sunčanik 1	Planet 2	Prsten 3
Ozbuljenje		Evolventno	Evolventno	Evolventno
Kut profila alata	$\alpha/^\circ$	20	20	20
Modul	m/mm	3	3	3
Broj zubi	z	21	23	67
Promjer diobnog kruga	d_b/mm	59,2	64,84	188,88
Podnožni promjer	d_f/mm	55,5	61,5	208,5
Diobeni promjer	d/mm	63	69	201
Tjemeni promjer	d_a/mm	69	75	195
Faktor pomaka profila	x	0	0	0
Kut nagiba boka	$\beta/^\circ$	0	0	0
Razmak osi	a/mm	66	66	66
Kvaliteta ozubljenja		6	6	6
Oznaka polja tolerancije		7cd25	7cd25	7cd25
Mjerni broj zubi	k	3	3	8
Mjera preko nekoliko zubi	W_k/mm	$23,023_{-0,079}^{-0,051}$	$23,107_{-0,103}^{-0,066}$	$69,238_{-0,136}^{-0,089}$
Odstupanje razmaka osi js7	A_a/mm	± 15	± 15	± 15
Bočna zračnost				
- Maksimalna	$j_{max}/\mu\text{m}$	190	190	250
- Minimalna	$j_{min}/\mu\text{m}$	110	110	140
Gornje odstupanje debljine zuba	$A_{sne}/\mu\text{m}$	-54	-70	-95
Donje odstupanje debljine zuba	$A_{sni}/\mu\text{m}$	-84	-110	-145
Materijal		18CrNi8	16MnCr5	42CrMo4
Toplinsko stanje		Cementiran/kaljen	Cementiran/kaljen	Nitiran



Slika 42. Izvedba ozubljenja prijenosnika

Za prijenosnik s kontinuiranim prijenosnim omjerom (tablica 1, varijanta 2):

$$i_{1V}^3 = 1 + \frac{Z_3}{Z_1} = 1 + \frac{67}{21} = 4,19, \quad (5.1)$$

gdje je, kako je već navedeno u poglavlju 2.2, pogonski član sunčanik 1, a gonjeni vodilo V, uz zakočeni vijenac 3. Za odgovarajuću dobavljanu snagu hidromotora bit će provedena analiza oba zupčanička zahvata sunčanik/planet i planet/vijenac na nosivost bokova zuba (Hertzova napreznja), nosivost korijena zuba i postignutu zračnost. Potrebno je također provesti provjeru ugradbenih kriterija prijenosnika i modela sprezanja kojim je obuhvaćena raspodjela opterećenja na planete u ovisnosti o konstrukcijskim rješenjima prijenosnika. Planetarni prijenosnici iziskuju i određenu preciznost izrade kućišta i vratila kako bi se osigurao što pravilniji istovremeni zahvat zupčaničkih parova.

5.2. Kontrola ugradbenih kriterija

5.2.1. Provjera kriterija koaksijalnosti

S obzirom da zupčanici nisu izvedeni s pomakom profila vrijedi izraz 2.7.:

$$21 + 2 \cdot 23 = 67, \quad (5.2)$$

čime je uvjet koaksijalnosti zadovoljen!

5.2.2. Provjera kriterija susjednosti

Za broj planeta $N = 4$ je:

$$4 \leq \frac{180}{\arcsin\left(\frac{23+3}{23+21}\right)} = 4,97, \quad (5.3)$$

uvjet susjednosti je zadovoljen!

5.2.3. Provjera kriterija montaže

$$k = \frac{67 + 21}{4} = 22 \quad (5.4)$$

Dobije se cijeli broj k čime su za odabrane brojeve zubi zadovoljeni svi ugradbeni uvjeti!

5.3. Karakteristike hidromotora

Korišteni pogon je hidromotor s aksijalnim klipovima od kompanije Rexroth Bosch Group, naziva A6VE Series 65. Ugradnja je osmišljena tako da se dio motora nalazi unutar samog reduktora odnosno integriran je u kućište reduktora. U nastavku su prikazane karakteristike i jednadžbe potrebne za izračun kod odabranog modela motora 107.

Size	NG	55	80	107	160	200	
Displacement geometric, per revolution	$V_{g \max}$ cm ³	54.8	80	107	160	200	
	$V_{g \min}$ cm ³	0	0	0	0	0	
	$V_{g x}$ cm ³	35	51	68	61	76	
Maximum rotational speed ¹⁾ (observing the maximum permissible inlet flow)	at $V_{g \max}$	n_{nom} rpm	4450	3900	3550	3100	2900
	where $V_g < V_{g x}$ (see diagram)	n_{max} rpm	7000	6150	5600	4900	4600
	where $V_{g 0}$	n_{max} rpm	8350	7350	6300	5500	5100
Inlet flow ²⁾	at n_{nom} and $V_{g \max}$	$q_{v \max}$ l/min	244	312	380	496	580
Torque ³⁾	at $V_{g \max}$ and $\Delta p = 400$ bar	T Nm	349	509	681	1019	1273
Rotary stiffness	$V_{g \max}$ to $V_g/2$	c_{min} kNm/rad	10	16	21	35	44
	$V_g/2$ to 0 (interpolated)	c_{min} kNm/rad	32	48	65	105	130
Moment of inertia for rotary group		J_{TW} kgm ²	0.0042	0.008	0.0127	0.0253	0.0353
Maximum angular acceleration		α rad/s ²	31500	24000	19000	11000	11000
Case volume		V l	0.75	1.2	1.5	2.4	3.0
Weight approx.	Port plate 1, 2, 7, and 8	m kg	28	36	46	62	78
	Port plate 6	m kg	37	45	52	70	–

Slika 43. Karakteristike hidromotora

Determining the operating characteristics		
Inlet flow	$q_v = \frac{V_g \times n}{1000 \times \eta_v}$	[l/min]
Rotational speed	$n = \frac{q_v \times 1000 \times \eta_v}{V_g}$	[rpm]
Torque	$T = \frac{V_g \times \Delta p \times \eta_{hm}}{20 \times \pi}$	[Nm]
Power	$P = \frac{2 \pi \times T \times n}{60000} = \frac{q_v \times \Delta p \times \eta_t}{600}$	[kW]

Slika 44. Jednadžbe za izračun ostalih karakteristika

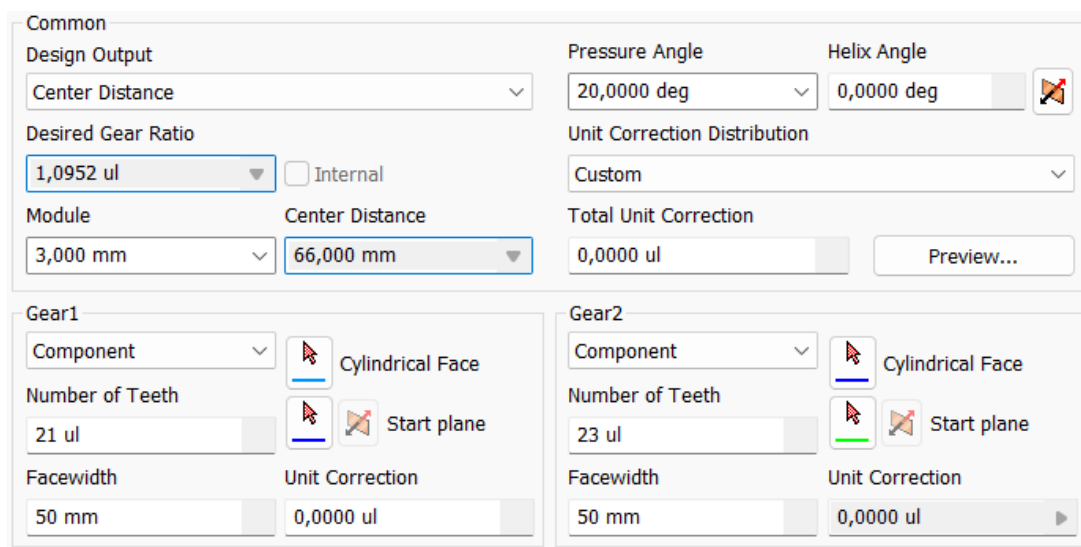
U svrhe razminiranja korišteni broj okretaja je prema podacima iz DOK-INGa:

$n = 1700 \text{ min}^{-1}$, a maksimalni tlak $\Delta p_{max} = 420 \text{ bar}$. Maksimalni moment torzije iznosi:

$$T = \frac{V_g \cdot \Delta p_{max}}{20\pi} = \frac{107 \cdot 420}{20\pi} = 715 \text{ Nm} \quad (5.5)$$

5.4. Kontrola zahvata sunčanik/planet

Proračun ozubljenja prema ISO 6336:1996 proveden je u programu Autodesk Inventor Professional 2025. Navedene vrijednosti usvojene su u nastavku proračuna kao vrijednosti na ulaznom vratilu reduktora i sunčanog zupčanika: $T = T_1 = 715 \text{ Nm}$, $n = n_1 = 1700 \text{ min}^{-1}$. Budući da Inventor nema funkciju proračunavanja planetarnog prijenosnika, zahvati zupčanika proračunati su posebno, poput zahvata zupčanika s ravnim zubima, uzimajući u obzir specifičnosti planetarnih prijenosa.



Slika 45. Geometrija para sunčanik/planet u Inventoru

Izračunom momenta na jednom zahvatu dobiva se:

$$T'_1 = \frac{K_\gamma \cdot T_1}{N} = \frac{1,3 \cdot 715}{4} = 232 \text{ Nm} \quad (5.6)$$

Za faktor K_γ odabrana je vrijednost 1,3 zbog krutog uležištenja sunčanika, potencijalno može se uzeti i veća vrijednost[1]. Na slici 46. prikazani su ulazni parametri. Prema [1] str.416., zupčanik od materijala 16MnCr5, kaljen na 60 ± 2 HRC ima dozvoljenu vrijednost Hertzovog naprezanja $\sigma_{Hlim2} = 1470 \text{ N/mm}^2$. Kaljenjem korijena, vrijednost dozvoljenog naprezanja u korijenu raste dvostruko:

$\sigma_{FE2} = 2 \cdot \sigma_{Flim2} = 2 \cdot 430 = 860 \text{ N/mm}^2$. Budući da su planeti istovremeno u zahvatu sa sunčanikom i vijencem, njihovo naprezanje u korijenu je naizmjenično, pa se to uzima u obzir na sljedeći način:

$\sigma_{FE2(p)} = 0,7 \cdot \sigma_{FE2} = 0,7 \cdot 860 = 602 \text{ N/mm}^2$. Za materijal sunčanika 18CrNi8 cementiran i kaljen, prema [11], odabrani su: $\sigma_{Hlim1} = 1500 \text{ N/mm}^2$,

$\sigma_{FE1} = 920 \text{ N/mm}^2$. Povećanjem zahtjeva toplinske obrade, pa tako i cijene, moguće je ostvariti vrijednost $\sigma_{Hlim1max} = 1650 \text{ N/mm}^2$. Pod *Heat Treatment* postavljena je vrijednost 4 za zakaljene zube sa zakaljenim korijenom. Broj radnih sati L_h jednak je garanciji na vozilima 2000 h.

Method of Strength Calculation	
ISO 6336:1996	
Loads	
	Gear 1 Gear 2
Power	P 41,31 kW 40,484 kW
Speed	n 1700 rpm 1552,17 rpm
Torque	T 232,048 N m 249,065 N m
Efficiency	η 0,980 ul
Material Values	
Gear 1	<input type="checkbox"/> User material
Gear 2	<input type="checkbox"/> User material
Bending Fatigue Limit	σ_{Flim} 920 MPa 602 MPa
Contact Fatigue Limit	σ_{Hlim} 1500 MPa 1470 MPa
Modulus of Elasticity	E 206000 MPa 206000 MPa
Poisson's Ratio	μ 0,300 ul 0,300 ul
Heat Treatment	4 ul 4 ul
Required Life	L_h 2000 hr
<input type="button" value="Factors"/> <input type="button" value="Accuracy"/>	
Results	
F_t	7366,600 N
F_r	2681,223 N
F_a	0,000 N
F_n	7839,372 N
v	5,608 mps
n_{E1}	23420,656 rpm
Gear 1	
S_H	0,782 ul
S_F	1,938 ul
S_{Hst}	1,313 ul
S_{Fst}	3,945 ul
Gear 2	
S_H	0,779 ul
S_F	1,289 ul
S_{Hst}	1,336 ul
S_{Fst}	2,621 ul

Slika 46. Ulazni parametri para sunčanik/planet

Pogonski faktor K_A , prema iskustvenim podacima iz DOK-INGa iznosi $K_A = 3$. Na slici 47. prikazani su proračunski faktori i dobivene sigurnosti uz podatke iz tablice 2. i ostale usvojene vrijednosti. U tablici 3. prikazani su postojeći faktori sigurnosti para u odnosu prema minimalnoj vrijednosti određenoj prema [1] str.334. Uspoređujući vrijednosti, prisutna je smanjena vrijednost sigurnosti na Hertzovo naprezanje na oba zupčanika. Čak i sa povećanjem zahtjeva toplinske obrade (uzimajući maksimalnu vrijednost dozvoljenog Hertzovog naprezanja), bokovi zupčanika u trenutačnim uvjetima neće zadovoljiti na pritisak. Nadalje, planet ima umanjenu vrijednost sigurnosti na savijanje u korijenu dok sunčanik zadovoljava na savijanje.

Factors of additional Load		Contact	Bending
Application Factor	K_A	3 ul	
Dynamic Factor	K_{Hv}	1,046 ul	1,046 ul
Face Load Factor	$K_{H\beta}$	1,257 ul	1,193 ul
Transverse Load Factor	$K_{H\alpha}$	1,000 ul	1,000 ul
One-time Overloading Factor	K_{AS}	1,000 ul	

Factors for Contact		Gear 1	Gear 2
Zone Factor	Z_H	2,495 ul	
Contact Ratio Factor	Z_e	0,898 ul	
Single Pair Tooth Contact Factor	Z_B	1,023 ul	1,006 ul
Life Factor	Z_N	1,000 ul	1,000 ul
Lubricant Factor	Z_L	0,967 ul	
Roughness Factor	Z_R	1,000 ul	
Velocity Factor	Z_v	0,985 ul	
Helix Angle Factor	Z_β	1,000 ul	
Size Factor	Z_x	1,000 ul	1,000 ul
Work Hardening Factor	Z_W	1,000 ul	

Factors for Bending		Gear 1	Gear 2
Form Factor	Y_{Fa}	2,782 ul	2,710 ul
Stress Correction Factor	Y_{Sa}	1,573 ul	1,590 ul
Teeth with Grinding Notches Factor	Y_{Sag}	1,000 ul	1,000 ul
Helix Angle Factor	Y_β	1,000 ul	
Contact Ratio Factor	Y_e	0,725 ul	
Alternating Load Factor	Y_A	1,000 ul	1,000 ul
Production Technology Factor	Y_T	1,000 ul	1,000 ul
Life Factor	Y_N	1,000 ul	1,000 ul
Notch Sensitivity Factor	Y_δ	1,228 ul	1,229 ul
Size Factor	Y_x	1,000 ul	1,000 ul
Tooth Root Surface Factor	Y_R	1,000 ul	

Results	
Z_E	189,812 ul
Gear 1	
S_H	0,782 ul
S_F	1,938 ul
S_{Hst}	1,313 ul
S_{Fst}	3,945 ul
Gear 2	
S_H	0,779 ul
S_F	1,289 ul
S_{Hst}	1,336 ul
S_{Fst}	2,621 ul

Slika 47. Proračunski faktori i faktori sigurnosti para sunčanik/planet

Tablica 3. Postojeći faktori sigurnosti za par sunčanik/planet

	Sunčanik	Planet	Minimalno
S_H	0,782	0,779	1-1,2
S_F	1,938	1,289	1,4-1,5

5.5. Kontrola zahvata planet/vijenac

Isti postupak provodi se za zahvat para planet/vijenac. U ovom slučaju planet je pogonski zupčanik (*Gear 1*). Na slici 49. prikazani su parametri para, pri čemu je prenesena snaga ostavljena istom kao i u prethodnom slučaju što neće bitno utjecati na ishod proračuna. Prema [11], za materijal vijenca 42CrMo5 (na slici 49. *Gear 2*), odabrano je: $\sigma_{Hlim3} = 1250 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{FE3} = 840 \text{ N/mm}^2$. U tablici 4. prikazane su dobivene sigurnosti i jasno je da su sve vrijednosti zadovoljavajuće.

Slika 48. Geometrija para planet/vijenac

Design **Calculation**

Method of Strength Calculation
ISO 6336:1996

Loads

	Gear 1	Gear 2
Power	P 41,31 kW	40,484 kW
Speed	n 1552 rpm	532,78 rpm
Torque	T 254,176 N m	725,618 N m
Efficiency	η 0,980 ul	

Material Values

Gear 1 User material ...

Gear 2 User material ...

	Gear 1	Gear 2
Bending Fatigue Limit	σ_{Flim} 602 MPa	840 MPa
Contact Fatigue Limit	σ_{Hlim} 1470 MPa	1250 MPa
Modulus of Elasticity	E 206000 MPa	206000 MPa
Poisson's Ratio	μ 0,300 ul	0,300 ul
Heat Treatment	4 ul	4 ul

Required Life L_h 2000 hr

Factors Accuracy

Results

F_t	7367,426 N
F_r	2681,524 N
F_a	0,000 N
F_n	7840,251 N
v	5,607 mps
n_{E1}	16615,769 rpm
Gear 1	
S_H	1,509 ul
S_F	1,449 ul
S_{Hst}	2,586 ul
S_{Fst}	2,945 ul
Gear 2	
S_H	1,341 ul
S_F	1,942 ul
S_{Hst}	2,586 ul
S_{Fst}	3,397 ul

Slika 49. Ulazni parametri para planet/vijenac

Factors of additional Load		Contact	Bending
Application Factor	K_A	3 ul	
Dynamic Factor	K_{Hv}	1,065 ul	1,065 ul
Face Load Factor	$K_{H\beta}$	1,247 ul	1,186 ul
Transverse Load Factor	$K_{H\alpha}$	1,001 ul	1,001 ul
One-time Overloading Factor	K_{AS}	1,000 ul	
Factors for Contact		Gear 1	Gear 2
Zone Factor	Z_H	2,495 ul	
Contact Ratio Factor	Z_E	0,829 ul	
Single Pair Tooth Contact Factor	Z_B	1,000 ul	1,000 ul
Life Factor	Z_N	1,000 ul	1,046 ul
Lubricant Factor	Z_L	0,967 ul	
Roughness Factor	Z_R	1,000 ul	
Velocity Factor	Z_v	0,985 ul	
Helix Angle Factor	Z_β	1,000 ul	
Size Factor	Z_x	1,000 ul	1,000 ul
Work Hardening Factor	Z_W	1,000 ul	
Factors for Bending			
Form Factor	Y_{Fa}	2,710 ul	2,062 ul
Stress Correction Factor	Y_{Sa}	1,590 ul	2,529 ul
Teeth with Grinding Notches Factor	Y_{Sag}	1,000 ul	1,000 ul
Helix Angle Factor	Y_β	1,000 ul	
Contact Ratio Factor	Y_ϵ	0,637 ul	
Alternating Load Factor	Y_A	1,000 ul	1,000 ul
Production Technology Factor	Y_T	1,000 ul	1,000 ul
Life Factor	Y_N	1,000 ul	1,000 ul
Notch Sensitivity Factor	Y_δ	1,229 ul	1,429 ul
Size Factor	Y_x	1,000 ul	1,000 ul
Tooth Root Surface Factor	Y_R	1,000 ul	

Results	
Z_E	189,812 ul
Gear 1	
S_H	1,509 ul
S_F	1,449 ul
S_{Hst}	2,586 ul
S_{Fst}	2,945 ul
Gear 2	
S_H	1,341 ul
S_F	1,942 ul
S_{Hst}	2,586 ul
S_{Fst}	3,397 ul

Slika 50. Proračunski faktori i faktori sigurnosti para planet/vijenac

Tablica 4. Postojeći faktori sigurnosti za par planet/vijenac

	Planet	Vijenac	Minimalno
S_H	1,509	1,341	1-1,2
S_F	1,449	1,942	1,4-1,5

5.6. Provjera modela sprezanja

Broj zubi sunčanika Z_1 je 21 , a broj planeta N je 4 , pa za prijenosnik vrijedi:

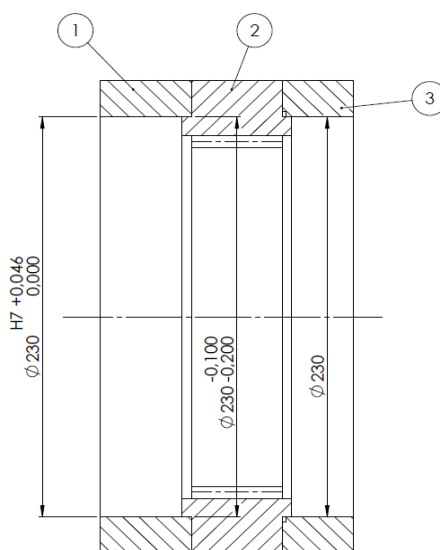
$$\frac{Z_1}{N} = \frac{21}{4} = 5,25 \quad (5.6)$$

Ne dobije se cijeli broj, stoga je jasno da se radi o slijednom sprezanju, preciznije o uzastopnom slijednom sprezanju jer je broj planeta paran. Slijedno sprezanje je lošiji slučaj sprezanja jer krutosti, pa tako i sile, nisu uravnotežene. Poželjno je kod ovakve vrste sprezanja osigurati samonamjestivost položaja sunčanika kao na slici 38., s mogućim rješenjima iz poglavlja 2.7.1. Ako je sunčanik samonamjestiv, vrijednost faktora raspodjele na planete K_V kreće se 1-1,10. Budući da sunčanik u postojećem prijenosniku nije samonamjestiv, uvjeti zahvata su nepovoljni, stoga je u proračunu 5.4 i 5.5 odabran veći faktor K_V .

5.7. Kontrola tolerancija mjera i položaja kućišta

5.7.1. Tolerancije mjera kućišta

Poznato je da će pravilni položaj vijenca uglavnom ovisiti o preciznosti izrade kućišta i spoja s kućištem. Na slici 51. prikazan je način pozicioniranja vijenca i kućišta na prijenosniku. Vijenac je s kućištem pričvršćen vijcima koji nisu prikazani. Slika prikazuje postojeće tolerancije kućišta i vijenca na mjestu dosjeda dok se poklopac vodi kao slobodna mjera. Prema [12], duljinska mjera 230 mm za finu obradu ima vrijednost tolerancije $\pm 0,2$ mm, a za srednju obradu $\pm 0,5$ mm.



Slika 51. Tolerancije pozicija vijenca i kućišta (1- kućište, 2- vijenac, 3- poklopac kućišta)

Može se utvrditi da pri određenoj kombinaciji tolerancija, dobije se najveća vrijednost kuta inklinacije δ vijenca. Ako se na kućištu obradom ostvari donja vrijednost 0, a na oba naslona vijenca donja vrijednost -0,2 i na poklopcu gornja vrijednost za srednju kvalitetu obrade (m) +0,5, onda će naslon vijenca, ako se montira u horizontalnom položaju, „potonuti“ za pola ostvarene zračnosti i njegova se uzdužna os neće podudarati sa osima kućišta i poklopcu (slika 52.). Inklinacija nastaje iz razloga što je na lijevom naslonu manja zračnost, nego na desnom pa se vijenac nakrivljuje (slika 53.). Radijalni pomak lijevog naslona računa se kao pola ukupne zračnosti na lijevom dosjedu :

$$c_1 = \frac{C_1}{2} = \frac{0 - (-0,2)}{2} = 0,1 \text{ mm} \quad (5.7)$$

Isto vrijedi i za desni:

$$c_2 = \frac{C_2}{2} = \frac{0,5 - (-0,2)}{2} = 0,35 \text{ mm} \quad (5.8)$$

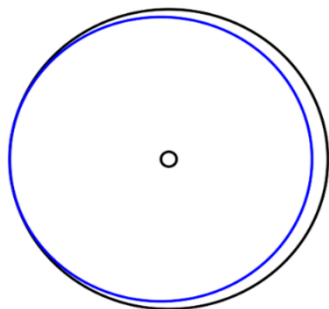
Na slici 53. vidljivo je kako se preko širine ozubljenja b i razlike pomaka može dobiti kut inklinacije:

$$\delta = \sin^{-1} \left(\frac{c_2 - c_1}{b} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{0,35 - 0,1}{50} \right) = 0,286^\circ \quad (5.9)$$

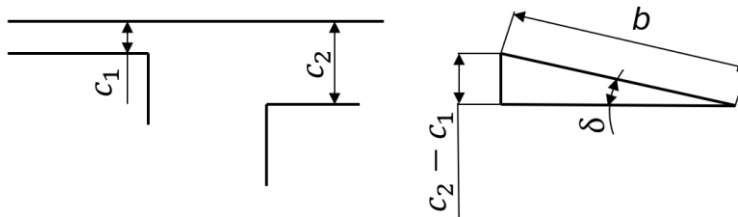
Izrazima iz poglavlja 3.1.1. može se za dobiveni kut odrediti ukupni pomak uslijed nepodudarnosti :

$$f_{H\beta} = \tan \delta \cdot b \cdot \sin \alpha = \tan 0,286^\circ \cdot 50 \cdot \sin 20^\circ = 0,085 \text{ mm} = 85 \mu\text{m} \quad (5.10)$$

Unatoč tome što je 85 μm ozbiljno smanjenje bočne zračnosti između zuba, treba uzeti u obzir da je ovo krajnji slučaj i da ležajevi kućišta i poklopcu također imaju svoje zračnosti, stoga je ta vrijednost za nešto umanjena.



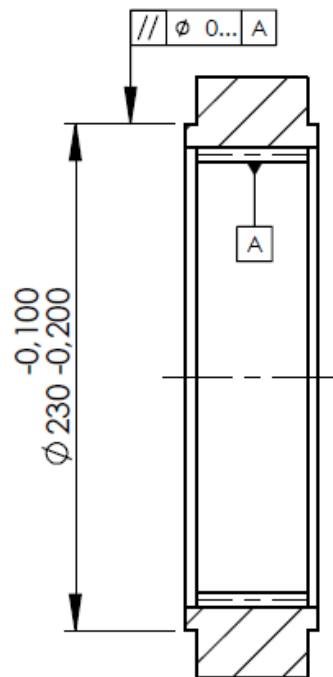
Slika 52. Nепodudarnost osi zbog zračnosti



Slika 53. Radijalni pomaci lijeve i desne strane naslona, uz pripadajući kut inklinacije δ

5.7.2. Tolerancije položaja kućišta

Pri izradi, središnja os naslona za pozicioniranje trebala bi biti koaksijalna središnjoj osi ozubljenja uz što manje odstupanje. Paralelnost središnjih osi tih segmenata propisana je primjerom na slici 54., pri čemu su moguća kutna odstupanja ozubljenja vijenca ograničena u dvije ravnine.



Slika 54. Tolerancije položaja naslona

6. ZAKLJUČAK

Provedenim istraživanjem nepodudarnosti osi vratila planetarnih prijenosnika može se utvrditi da postoji više uzroka. Kod planeta, nepodudarnosti nastaju kao posljedica djelovanja aksijalnih sila (kod kosih zuba) i zbog deformacije stijenke vodila. S druge strane, nepravilnosti položaja vodila prisutne su pod utjecajem vanjskih sila. Vijenac je fiksni dio prijenosa i njegov će položaj ovisiti isključivo o tolerancijama (preciznosti izrade) kućišta. Pregledom modela sprezanja utvrđeno je zašto je kod sunčanika baš poželjno da ima mogućnost odstupanja od središnje osi tj. da bude elastično izveden.

Kod analize prijenosnika, proračunima zahvata, pokazalo se da kod zahvata sunčanik/planet bokovi oba zupčanika ne zadovoljavaju minimalni faktor sigurnosti na Hertzovo naprezanje dok planet u zahvatu ne zadovoljava ni na savijanje u korijenu. Na prijenosniku su zasigurno, između ostalog, još prisutne nepodudarnosti uslijed deformacija stijenki vodila (poglavlje 3.3.1) i nepodudarnosti uslijed nepravilnosti položaja vodila (poglavlje 3.3.3). Prijenosnik ima nepovoljniji slijedni model sprezanja. Odabirom broja zubi sunčanika koji je dijeljiv s 4, utjecalo bi se ponajviše na proračunski faktor K_γ i ostvarili bi se povoljniji uvjeti sprezanja sunčanik/planet te smanjilo opterećenje para. Sunčanik je uležišten kruto, stoga je utjecaj modela sprezanja, kao i ostalih mogućih kutnih odstupanja na opterećenje, značajniji. Važno je da tolerancije pozicijskih segmenata kućišta budu finije kao i tolerancije položaja.

LITERATURA

- [1] Orlić Ž., Orlić G.: Planetni prijenosi, Rijeka 2006.
- [2] Opalić M.: Prijenosnici snage i gibanja, HDESK Zagreb, 1998. 224
- [3] Oberšmit E.: Ozubljenja i zupčanici, SNL Zagreb, 1982.
- [4] http://benchtophybrid.com/PG_Types.html
- [5] Vučković K.: Podloge s predavanja iz kolegija elementi konstrukcija 2 „Spojke“ , Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu, 2022.
- [6] Kumar, P., & Hirani, H. (2021). Misalignment effect on gearbox failure: An experimental study. *Measurement*, 169, 108492. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108492>
- [7] Brecher, C., Löpenhaus, C., & Theling, J. (2020). Influence of planet carrier misalignments on the operational behavior of planetary gearboxes. *Gear Technology*. <https://www.geartechnology.com/ext/resources/issues/0720x/planetary.pdf?1633054947?1633054947>
- [8] Kandil, A., Abdel-Gwad, E., & M, Y. (2014). Effects of Shaft Misalignment on the Stresses Distribution on teeth of Spur Gears. *Port-Said Engineering Research Journal*, 18(1), 90–98. <https://doi.org/10.21608/pserj.2014.46802>
- [9] Pinnekamp, B., Heider, M., & Beinstingel, A. (2020). Dynamic behavior of planetary gears. *Power Transmission Engineering*. <https://www.powertransmission.com/ext/resources/issues/0620/planetary-gears.pdf?1646352175>
- [10] J.Sanchez-Espiga, M.Fuerst, A.Fernandez-del-Rincon, M.Otto, F. Viadero, & K.Stahl. (2024). On the behaviour of n-planets planetary gear sets influenced by geometrical design factors. *Mechanism and Machine Theory*, 205, 105860–105860. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105860>
- [11] ISO 6336-5-2016 (2016.)
- [12] ISO 2768 (1973.), Tolerancije slobodnih mjera

PRILOZI

- I. CD-R disc
- II. Tehnička dokumentacija