

# Numerički proračun udarnog oštećenja kompozitnog panela ojačanog uzdužnicama pri malim brzinama

---

**Perica, Ivan**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:542664>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Ivan Perica

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



## DIPLOMSKI RAD

Numerički proračun udarnog oštećenja  
kompozitnog panela ojačanog  
uzdužnicama pri malim brzinama

Student: Ivan Perica

Mentor: izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević, mag. ing. aeroing.

Zagreb, 2024.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanja stečena tijekom studija i uz navedenu literaturu.*

*Zahvaljujem se mentoru izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević, mag. ing. na ukazanom povjerenju, strpljenju i dijeljenju malih tajni velikog majstora.*

*Zahvaljujem se i prijateljima i kolegama stečenim tijekom studiranja zbog kojih su se problemi lakše rješavali i zbog kojih će mi studentski dani ostati u lijepom sjećanju.*

Ivan Perica, Studeni 2024.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite



Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodostrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 1	
Ur.broj: 15 - 24 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ivan Perica** JMBAG: 0035220230  
Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza udarnog oštećenja kompozitnog panela ojačanog uzdužnicama pri malim brzinama**  
Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of low velocity impact damage in a composite stringer reinforced panel**  
Opis zadatka:

Udarna oštećenja koja su jedva vidljiva (eng. *Barely Visible Impact Damage* - BVID) predstavljaju jedan od glavnih problema pri održavanju kompozitnih konstrukcija. Takva oštećenja mogu nastati pri udarnim opterećenjima relativno malim brzinama i energijama udara, pri čemu se oštećenja javljaju u obliku matričnih pukotina i delaminacija u unutrašnjosti konstrukcije, što ih čini teškim za otkrivanje vizualnom inspekcijom. Zadatak diplomskog rada je provesti numerički proračun udarnih oštećenja pri malim brzinama na tipičnom primjeru kompozitne konstrukcije koja se koristi u zrakoplovstvu, s naglaskom na predviđanje odvajanja uzdužnice od opalte.

U diplomskom radu je potrebno:

- opisati mogućnosti modeliranja različitih načina popuštanja kompozitnih konstrukcija u programu *Abaqus*<sup>®</sup>
- izraditi CAD i numerički model kompozitnog panela ojačanog uzdužnicama
- detaljno opisati numerički model s naglaskom na odabrani način modeliranja odvajanja uzdužnice od opalte
- odabrati rubne uvjete i opterećenje koji izazivaju BVID u konstrukciji, a simulaciju provesti kao dinamičku i nelinearnu koristeći *Abaqus/Explicit*<sup>®</sup>
- provesti validaciju numeričkog modela koristeći dostupne eksperimentalne rezultate
- varirati raspored slojeva kompozitnog panela i mjesto udara s ciljem određivanja utjecaja na načine popuštanja kompozitne konstrukcije.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

26. rujna 2024.

Datum predaje rada:

28. studeni 2024.

Predviđeni datumi obrane:

5., 6. i 9.12.2024.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Juričević Lulić



# Sadržaj

	Stranica
<b>Popis slika</b>	<b>III</b>
<b>Popis tablica</b>	<b>V</b>
<b>Popis oznaka</b>	<b>VI</b>
<b>Sažetak</b>	<b>IX</b>
<b>Summary</b>	<b>X</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
1.1 Generalno o kompozitima i njihovim primjenama . . . . .	1
1.2 Vlaknima ojačani kompoziti . . . . .	3
1.3 Udarna opterećenja i popuštanje . . . . .	5
<b>2 Teorijski pregled</b>	<b>9</b>
2.1 Metoda konačnih elemenata . . . . .	9
2.2 Abaqus/Explicit . . . . .	9
2.3 Konačni elementi za modeliranje kompozitnih panela . . . . .	11
2.4 Oštećenje i popuštanje kompozita . . . . .	13
2.4.1 Općenito . . . . .	13
2.4.2 Modeli oštećenja i popuštanja u Abaqusu . . . . .	15
2.5 Modeliranje delaminacije . . . . .	20
2.5.1 Kohezivne površine . . . . .	21
2.5.2 Kohezivni elementi . . . . .	24
<b>3 Numerički model</b>	<b>25</b>
3.1 Eksperiment za validaciju modela . . . . .	25
3.1.1 Opis uzorka ispitivanja . . . . .	25
3.1.2 Ispitivanje . . . . .	25
3.2 Mjerne jedinice . . . . .	27
3.3 Modul <i>Part</i> . . . . .	27
3.4 Modul <i>Property</i> . . . . .	28
3.5 Modul <i>Assembly</i> . . . . .	31
3.6 Modul <i>Step</i> . . . . .	31
3.7 Modul <i>Interaction</i> . . . . .	32

3.8 Modul <i>Load</i> . . . . .	34
3.9 Modul <i>Mesh</i> . . . . .	34
3.10 Modul <i>Job</i> . . . . .	35
<b>4 Rezultati i validacija</b>	<b>36</b>
4.1 Udarna sila i apsorbirana energija . . . . .	36
4.1.1 Sila udara - Vrijeme . . . . .	37
4.1.2 Sila udara - Pomak . . . . .	40
4.1.3 Apsorbirana energija . . . . .	43
4.2 Delaminacija . . . . .	46
4.3 Oštećenja unutar kompozita . . . . .	47
<b>5 Variranje slojeva oplate</b>	<b>54</b>
5.1 Sprezanja u kompozitnim laminatima . . . . .	54
5.2 Laminati i rezultati . . . . .	56
5.2.1 Laminat 1 . . . . .	56
5.2.2 Laminat 2 . . . . .	59
5.2.3 Laminat 3 . . . . .	62
<b>6 Zaključak</b>	<b>65</b>

# Popis slika

1.1	Kompozitni materijali [2] . . . . .	1
1.2	Primjene kompozita . . . . .	2
1.3	Razni tipovi vlakana [7] . . . . .	3
1.4	Vrste vlakna ojačala . . . . .	4
1.5	Načini popuštanja kompozitnih konstrukcija [2] . . . . .	6
1.6	BVID CFRP materijala [1] . . . . .	7
1.7	Održavanje zrakoplova [16] . . . . .	7
2.1	Usporedba 2D i 3D elemenata [1], [18] . . . . .	12
2.2	Smjer normale 3D ljkuskastog konačnog elementa [13], [18] . . . . .	13
2.3	Dijagram ekvivalentni pomak - ekvivalentno naprezanje [18] . . . . .	18
2.4	Shematska usporedba modeliranja delaminacije kohezivnim elemen- tim i kohezivnim površinama [18] . . . . .	20
2.5	Linearni zakon naprezanje-odvajanje [18] . . . . .	21
2.6	Kohezivni element COH3D8 [18] . . . . .	24
3.1	Eksperimentalni uzorak uzdužnicom ojačanog kompozitnog panela [20]	26
3.2	Eksperimentalni postav [20] . . . . .	26
3.3	Sklop numeričkog modela . . . . .	31
3.4	Prikaz rubnih uvjeta . . . . .	34
3.5	Prikaz korištene mreže konačnih elemenata . . . . .	35
4.1	Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J . . . . .	37
4.2	Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J . . . . .	37
4.3	Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A . . . . .	38
4.4	Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J . . . . .	38
4.5	Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J . . . . .	38
4.6	Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B . . . . .	39
4.7	Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simula- ciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J . . . . .	40

4.8 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J . . . . .	40
4.9 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A . . . . .	41
4.10 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J . . . . .	41
4.11 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J . . . . .	41
4.12 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B . . . . .	42
4.13 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J . . . . .	43
4.14 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J . . . . .	43
4.15 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A . . . . .	44
4.16 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J . . . . .	44
4.17 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J . . . . .	44
4.18 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B . . . . .	45
4.19 Delaminacija za poziciju udarača A . . . . .	46
4.20 Delaminacija za poziciju udarača B . . . . .	46
 5.1 Tri karakteristična sprezanja sile i deformacija u kompozitnim laminatima [2] . . . . .	55
5.2 Usporedba kontaktne sile za laminat 1 . . . . .	56
5.3 Usporedba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 1 (desno)	57
5.4 Usporedba kontaktne sile za laminat 2 . . . . .	59
5.5 Usporedba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 2 (desno)	59
5.6 Usporedba kontaktne sile za laminat 3 . . . . .	62
5.7 Usporedba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 3 (desno)	62

# Popis tablica

3.1	Mjerne jedinice . . . . .	27
3.2	Tablica svojstava materijalnog modela pjenaste ispune [21] . . . . .	28
3.3	Tablica očvršćivanja pjenaste ispune [21] . . . . .	29
3.4	Tablica svojstava materijalnog modela CFRP [13], [20] . . . . .	30
3.5	Tablica svojstava kohezivne površine . . . . .	33
4.1	Četiri ispitna slučaja simulacije udara . . . . .	36
4.2	Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za udar na poziciji A	48
4.3	Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za udar na poziciji A	49
4.4	Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana uzdužnice za udar na poziciji A . . . . .	49
4.5	Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice uzdužnice za udar na poziciji A . . . . .	50
4.6	Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za udar na poziciji B	50
4.7	Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za udar na poziciji B	51
4.8	Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana uzdužnice za udar na poziciji B . . . . .	51
4.9	Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice uzdužnice za udar na poziciji B . . . . .	52
5.1	Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 1 . .	57
5.2	Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 1 . .	58
5.3	Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 2 . .	60
5.4	Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 2 . .	61
5.5	Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 3 . .	63
5.6	Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 3 . .	64

# Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
<b>A</b>	N/m	Matrica istezne krutosti laminata
$A_{ij}$	N/m	Element istezne matrice krutosti laminata
<b>B</b>	N	Matrica spregnute krutosti laminata
$B_{ij}$	N	Element spregnute matrice krutosti laminata
<b>C</b>	N/m, N, Nm	Globalna matrica krutosti laminata
<b>C<sub>d</sub></b>	Pa	Matrica elastičnosti oštećenog materijala
$c_d$	m/s	Brzina širenja vala
<b>D</b>	Nm	Matrica savojne krutosti laminata
$D_{ij}$	Nm	Element matrice savojne krutosti laminata
$D$	-	Pomoćna varijabla oštećenja
$d$	-	Parametar oštećenja
$d_{tf}$	-	Parametar oštećenja vlakana u vlaku
$d_{cf}$	-	Parametar oštećenja vlakana u tlaku
$d_{tm}$	-	Parametar oštećenja matrice u vlaku
$d_{cm}$	-	Parametar oštećenja matrice u tlaku
$d_s$	-	Parametar smičnog oštećenja
<b>E</b>	Pa	Youngov modul
$F_{tf}$	-	Kriterij vlačnog popuštanja vlakana
$F_{cf}$	-	Kriterij tlačnog popuštanja vlakana
$F_{tm}$	-	Kriterij vlačnog popuštanja matrice
$F_{cm}$	-	Kriterij tlačnog popuštanja matrice
<b>G</b>	Pa	Modul smicanja
$G_I$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri prvom načinu loma
$G_{Ic}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za prvi način loma
$G_{II}$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri drugom načinu loma
$G_{IIc}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za drugi način loma
$G_{III}$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma pri trećem načinu loma
$G_{IIIc}$	J/m <sup>2</sup>	Kritična vrijednost energije loma za treći način loma
$G_{LT}^H$	J/m <sup>2</sup>	Energija loma za propagaciju vlačnih oštećenja u smjeru vlakana za Hashin-ov kriterij

Oznaka	Jedinica	Opis
$G_{LC}^H$	$\text{J}/\text{m}^2$	Energija loma za propagaciju tlačnih oštećenja u smjeru vlakana za Hashin-ov kriterij
$G_{TT}^H$	$\text{J}/\text{m}^2$	Energija loma za propagaciju vlačnih oštećenja okomito na smjer vlakana za Hashin-ov kriterij
$G_{TC}^H$	$\text{J}/\text{m}^2$	Energija loma za propagaciju vlačnih oštećenja okomito na smjer vlakana za Hashin-ov kriterij
$h_i$	m	Koordinata u laminatu
<b>I</b>	N	Vektor unutarnjih sila
$K_{nn}$	Pa	Koeficijent krutosti kohezivne površine u normalnom smjeru
$K_{ss}$	Pa	Koeficijent krutosti kohezivne površine u tangencijalnom smjeru
$K_{tt}$	Pa	Koeficijent krutosti kohezivne površine u tangencijalnom smjeru
$k_h$	-	Koeficijent hidrostatske granice tečenja
$k_t$	-	Koeficijent tlačne granice tečenja
$L_c$	m	Karakteristična duljina konačnog elementa
$L_e$	m	Najmanja duljina konačnog elementa
<b>M</b>	kg	Matrica čvornih masa
<b>M<sub>d</sub></b>	-	Operator oštećenja
<b>P</b>	N	Vektor vanjskih sila
<b>Q̄</b>	Pa	Reducirana matrica elastičnosti sloja laminata transformirana u globalni koordinatni sustav laminata
<b>Q</b>	Pa	Reducirana matrica elastičnosti sloja laminata u lokalnom koordinatnom sustavu sloja
$Q_{ij}$	Pa	Element matrice elastičnosti sloja laminata
$S_L$	Pa	Longitudinalna smična čvrstoća
$S_T$	Pa	Transverzalna smična čvrstoća
$t$	s	Vrijeme
$t_n$	Pa	Čvrstoća kohezivne površine u normalnom smjeru
$t_s$	Pa	Čvrstoća kohezivne površine u tangencijalnom smjeru
$t_t$	Pa	Čvrstoća kohezivne površine u tangencijalnom smjeru
$\Delta t$	s	Vremenski inkrement
<b>u</b>	m	Vektor čvornih pomaka
<b>ú</b>	$\text{m}/\text{s}$	Vektor čvornih brzina
<b>ü</b>	$\text{m}/\text{s}^2$	Vektor čvornih ubrzanja

Oznaka	Jedinica	Opis
$X_T$	Pa	Vlačna čvrstoća u smjeru vlakana
$X_C$	Pa	Tlačna čvrstoća u smjeru vlakana
$Y_T$	Pa	Vlačna čvrstoća u okomito na vlakna
$Y_C$	Pa	Tlačna čvrstoća u okomito na vlakna
$\alpha$	-	Faktor utjecaja posmičnih naprezanja u načinu popuštanja vlačnog oštećenja vlakana
$\delta_{eq}$	m	Ekvivalentni pomak
$\varepsilon$	-	Tenzor deformacija
$\eta^{BK}$	-	BK parametar materijala
$\nu$	-	Poissonov faktor
$\hat{\sigma}$	Pa	Tenzor efektivnog naprezanja
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća

# Numerički proračun udarnog oštećenja kompozitnog panela ojačanog uzdužnicama pri malim brzinama

## Sažetak

U ovom radu provedena je numerička simulacija udarnog opterećenja pri malim brzinama na uzdužnim ojačanim kompozitnim panelima, koji su ključni dijelovi konstrukcije zrakoplova. Cilj rada bio je razumjeti mehanizme oštećenja, s naglaškom na delaminaciju uzdužnice od oplate. Dan je uvod u tematiku i prezentiran je teorijski pregled korištenih koncepata i parametara iz referentne literature koji je poslužio kao osnova za izgradnju numeričkog modela u programskom paketu *Abaqus*. Simulacija je validirana dostupnim eksperimentalnim rezultatima, uključujući fizikalne pojave udara, površine delaminacije i unutarnja oštećenja laminata. Parametri modela koji nisu bili dostupni u referentnom radu preuzeti su iz drugih izvora. Model je korišten za analizu utjecaja varijacija rasporeda slojeva laminata oplate na načine popuštanja kompozitnog panela.

Ključne riječi:

Kompoziti, Numeričke simulacije, MKE, Udarna oštećenja, BVID

# Numerical analysis of low velocity impact damage in composite stringer reinforced panel

## Abstract

This Master thesis presents a numerical simulation of impact loading at low velocities on stringer-reinforced composite panels, which are key components of aircraft structures. The aim of the study was to understand the damage mechanisms, with emphasis on the delamination of the stringer from the skin. An introduction to the topic was provided, and a theoretical review of the concepts and parameters from the reference literature, which served as the basis for building the numerical model in the *Abaqus* software package. The simulation was validated with available experimental results, including physical phenomena of the impact, delamination areas, and internal damage to the laminate. Model parameters that were not available in the reference work were taken from other sources. The model was used to analyze the impact of laminate layup variations in the skin on the failure modes of the composite panel.

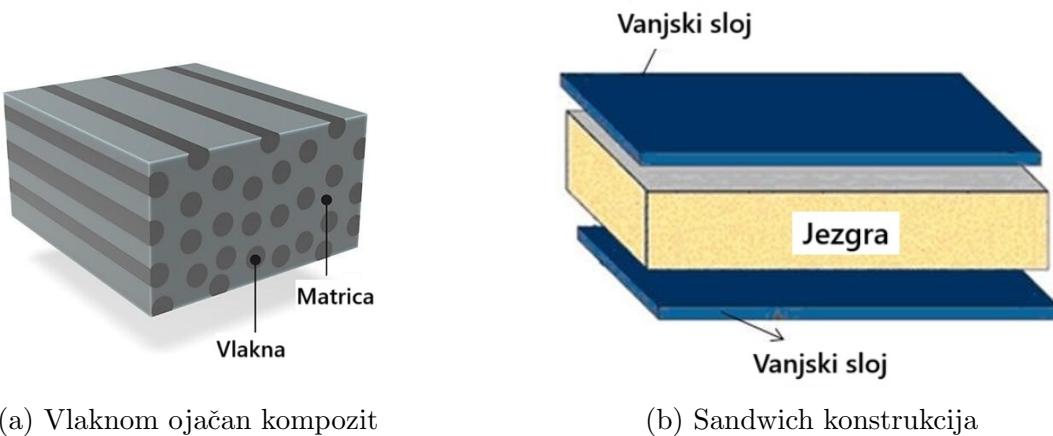
Keywords:

Composites, Numerical simulations, FEM, Impact damage, BVID

# 1. Uvod

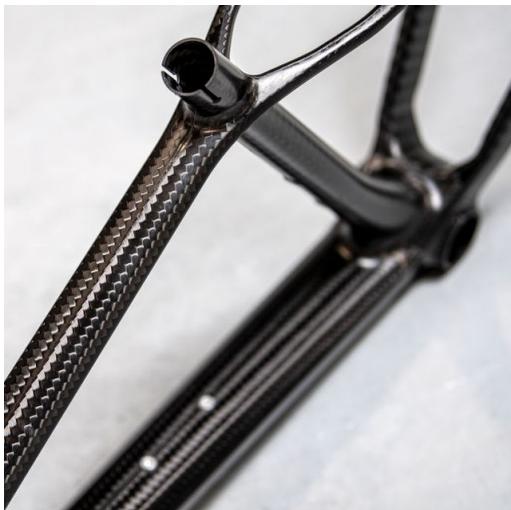
## 1.1 Generalno o kompozitima i njihovim primjenama

Kompozitni materijali su inženjerski materijali napravljeni od dva ili više sastavnih materijala sa značajno različitim fizičkim ili kemijskim svojstvima. Kada se kombiniraju, ovi materijali stvaraju kompozit sa svojstvima različitim od pojedinačnih komponenti. Sastavni dijelovi ostaju odvojeni i različiti unutar gotove konstrukcije. Najčešće vrste kompozitnih materijala uključuju vlaknima ojačane kompozite i sendvič konstrukcije. Vlaknima ojačani kompoziti su materijali sastavljeni od matrice u koju su ugrađena visoko čvrsta vlakna (Slika 1.1a). Sendvič konstrukcije se sastoje od dva tanka, čvrsta vanjska sloja (obično izrađena od metala ili kompozita) koji obuhvaćaju lagani jezgri materijal (poput pjene ili saća) (Slika 1.1b). Ova konfiguracija rezultira konstrukcijama koje imaju visoku krutost i otpornost na izvijanje uz minimalnu masu [1]. U ovome radu, riječ će biti o vlaknima ojačanim kompozitima, te će se u tome smislu nadalje na njih staviti fokus.



Slika 1.1 Kompozitni materijali [2]

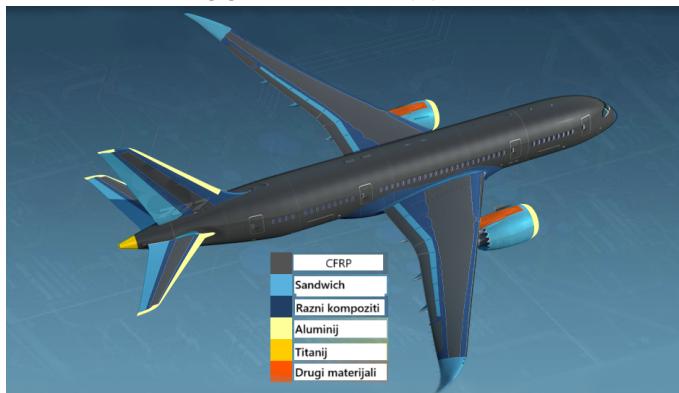
Kao takvi, kompoziti predstavljaju platformu za optimizaciju konstrukcije, kako bi se iskoristile sve njihove prednosti. Inženjeri mogu prilagoditi svojstva materijala kako bi zadovoljili specifične zahtjeve mijenjanjem vrste, broja slojeva i orientacije ojačavajućih vlakana i matrice. Ova prilagodba omogućuje stvaranje komponenti koje su lakše, jače i učinkovitije. Kompozitni materijali postali su neizostavni dio moderne industrije zbog svojih svojstava i svestranosti. Omogućuju napredak u tehnologiji i performansama koji su u nekim primjenama nedostizni tradicionalnim materijalima.



(a) Kompozitni okvir bicikla [3]



(b) Kompozitna karoserija automobila[4]



(c) Kompoziti u zrakoplovu [5]

Slika 1.2 Primjene kompozita

Danas se kompoziti široko koriste u raznim industrijama. U sportu, koriste se za izradu opreme kao što su teniski reketi, golf palice i bicikli (Slika 1.2a) zbog svojih omjera čvrstoće i mase. U automobilskoj industriji, smanjenje mase uz održavanje čvrstoće vodi do bolje učinkovitosti goriva i performansi (Slika 1.2b). U zrakoplovstvu, optimizacija može rezultirati zrakoplovima koji su lakši i učinkovitiji, s većim kapacitetima tereta i duljim doletima. U zrakoplovstvu su kompoziti od vitalne važnosti za izgradnju raznih zrakoplovnih komponenti, a jedna od najznačajnijih primjena kompozita u zrakoplovstvu je u izgradnji trupa zrakoplova (Slika 1.2c), posebice u obliku uzdužnicama ojačanih panela [6].

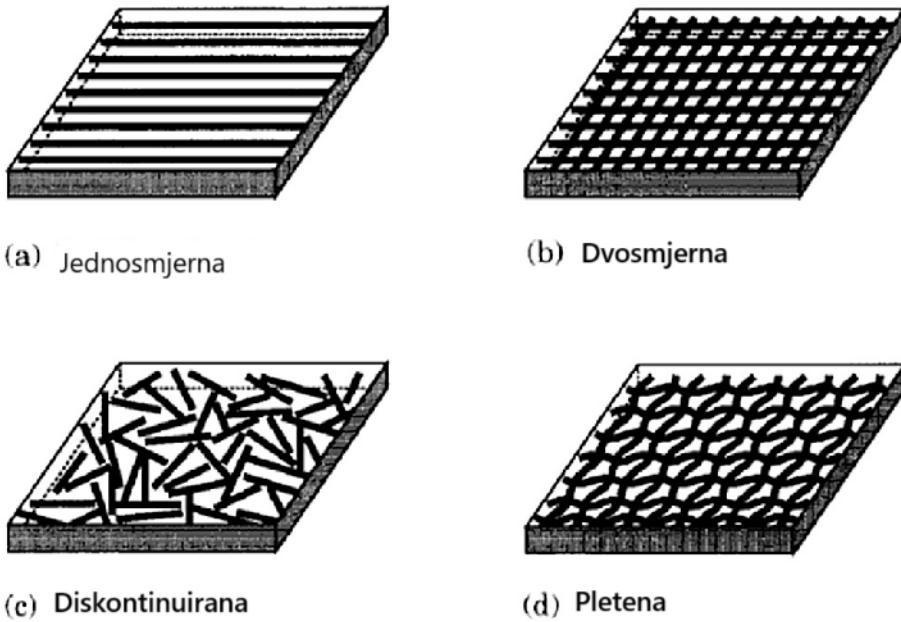
Kompoziti pružaju visoku čvrstoću dok su značajno lakši od metala, što ih čini idealnima za primjene gdje je potrebna niska masa uz visoku čvrstoću. Također su otporni na koroziju, što ih čini dobrim izborom za upotrebu u korozivnim uvjetima. Kompozite je moguće oblikovati u kompleksne oblike omogućujući inovativna konstrukcijska rješenja. Uz to, kompoziti često imaju duži vijek trajanja i zahtijevaju manje održavanja u usporedbi s metalima. Mnogi kompoziti su izvrsni toplinski i električni izolatori, što ih čini korisnima u raznim električnim i toplinskim primje-

nama.

Unatoč brojnim prednostima, kompozitni materijali imaju i nekoliko nedostataka. Njihova proizvodnja može biti skupa, što često ograničava njihovu upotrebu na primjene u skupim proizvodima. Proces izrade kompozita može biti složeniji od proizvodnje tradicionalnih materijala, što može povećati troškove i zahtjeve za specijaliziranom opremom i radnom snagom. Svojstva kompozita mogu značajno varirati ovisno o kvaliteti proizvodnog procesa i korištenim sastavnicama, što može dovesti do nekonzistentnih performansi. Konačno, oštećenja na kompozitnim materijalima mogu biti teže otkriti i popraviti u usporedbi s metalima, što može dodatno povećati troškove i složenost održavanja, i uz ovaj nedostatak je vezana tema ovog rada.

## 1.2 Vlaknima ojačani kompoziti

Vlaknima ojačani kompoziti (*eng. Fibre Reinforced Composites, FRC*) sastoje se od dva osnovna konstituenta: vlakana i matrice. Vlakna pružaju čvrstoću i kruštost kompozitu, dok matrica služi kao vezivo koje drži vlakna zajedno, prenosi opterećenja između vlakana i štiti ih od okolišnih utjecaja i oštećenja. Kombinacija ovih dvaju elemenata omogućuje stvaranje materijala odličnih mehaničkih svojstava.



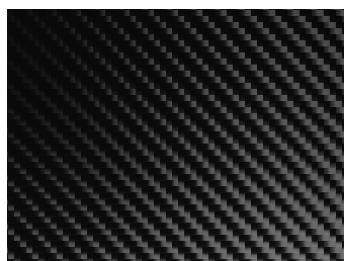
Slika 1.3 Razni tipovi vlakana [7]

Vlaknima ojačani kompoziti mogu se klasificirati na osnovu duljine vlakana koje koriste [7]. Kontinuirana vlakna, karakterizirana neprekinutim duljinama, pružaju izvanredna mehanička svojstva i često se koriste u zahtjevnijim primjenama. Diskontinuirana vlakna, s druge strane, kraće su duljine i mogu biti nasumično orijentirana ili usmjerena u određenim smjerovima unutar matrice. Ta vlakna poboljšavaju

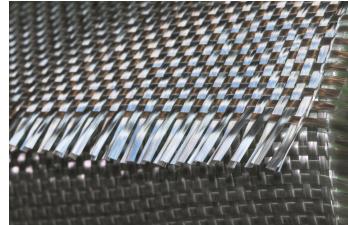
čvrstoću i otpornost na udarce, čineći ih prikladnima za primjene gdje je poboljšana apsorpcija energije bitna. Kratka vlakna, obično u rasponu od nekoliko milimetara do nekoliko centimetara duljine, raspršena su po cijeloj matrici kako bi poboljšala čvrstoću i krutost. Osim toga, vlakna mogu biti tkana u različitim uzorcima, često u obliku tkanina, od kojih svaki uzorak pokazuje različita svojstva. Različiti tipovi vlakana imaju različite prednosti i mane i odabiru se na temelju željenih mehaničkih svojstava i namjene kompozitnog materijala. Na slici 1.3 prikazani su razni tipovi vlakana.

**Ojačala:** Osim prema duljini vlakana, vlknima ojačani kompoziti mogu se klasificirati i prema materijalu vlakana koja se koriste [7]. Neke od najčešće korištenih materijala vlakana u vlknima ojačanim kompozitima su:

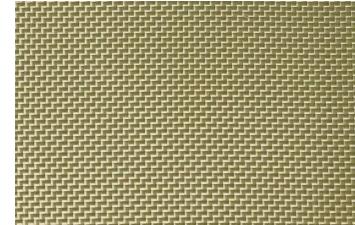
- **Ugljična vlakna** (Slika 1.4a) su izuzetno snažna i lagana vlakna koja se često koriste kao ojačanje u vlknima ojačanim kompozitima. Njihova visoka čvrstoća i krutost, uz nisku masu, čine ih idealnim za primjene gdje je važno postići izvrsne performanse uz minimalnu masu. Njihova izvrsna otpornost na koroziju i visoke temperature čini ih poželjnim materijalom u okruženjima gdje su ekstremni uvjeti rada česti.
- **Staklena vlakna** (Slika 1.4b) su ekonomična, lako dostupna i imaju visoku vlačnu čvrstoću. Staklena vlakna se često koriste u građevinskoj industriji, automobilskoj industriji i proizvodnji brodova, gdje je potrebna izdržljivost i otpornost na koroziju. Osim toga, staklena vlakna su otporna na kemikalije i električnu provodljivost, što ih čini pogodnim za različite tehničke primjene.
- **Aramidna vlakna** (Slika 1.4c) široko se koriste zbog svoje izuzetne čvrstoće i otpornosti na udarce. Ova vlakna imaju dobru vlačnu čvrstoću, ali su istovremeno fleksibilna, što ih čini idealnim za primjene gdje je potrebna izdržljivost i zaštita od udaraca. Aramidna vlakna često se koriste u vojnim i zaštitnim primjenama.



(a) Ugljična vlakna [8]



(b) Staklena vlakna [9]



(c) Aramidna vlakna [10]

Slika 1.4 Vrste vlakna ojačala

**Matrice:** Kako kombinacija matrice i vlakana određuje konačna svojstva kompozita, tako se može zaključiti da je matrica jednako bitan konstituent [11]. Matrice su drugi ključni sastojak FRC-a i klasificiraju se prema materijalu matrice:

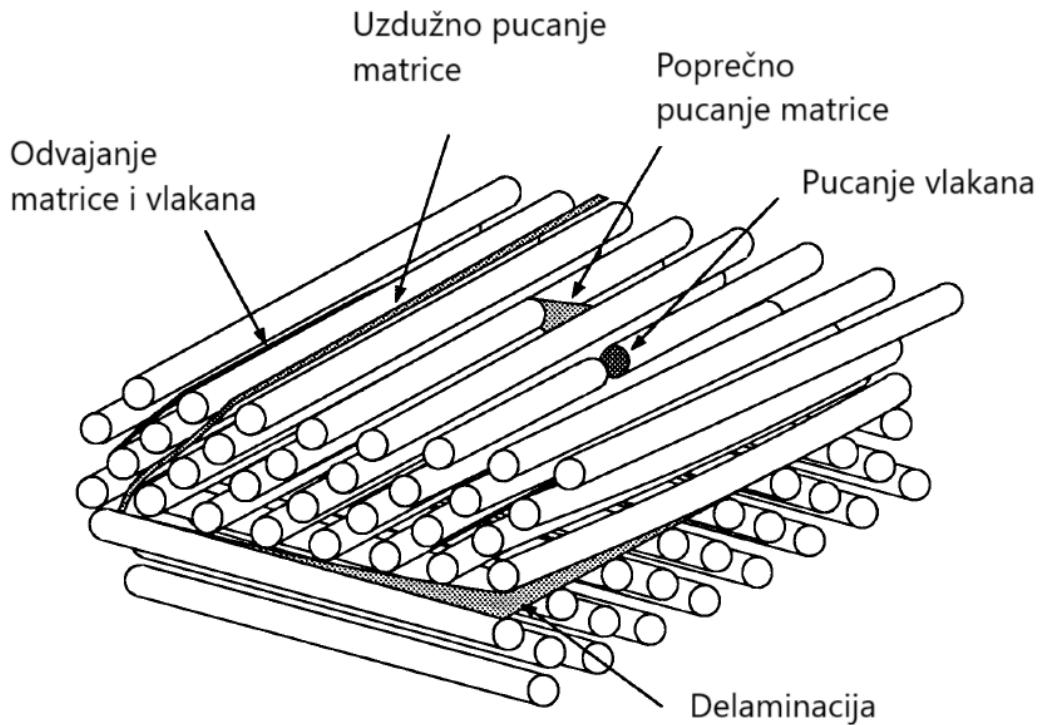
- **Polimerne matrice:** mogu biti napravljene od različitih polimera, bilo duromera, bilo plastomera. Duromeri prolaze kemijsku reakciju tijekom stvrđivanja da bi formirali umreženu strukturu, pružajući dimenzionalnu stabilnost i otpornost na visoke temperature [11]. S druge strane, plastomeri omešavaju se pri zagrijavanju i mogu se oblikovati, što omogućuje lakšu obradu i recikliranje.
- **Metalne matrice:** koriste neki metal kao matricu koja vezuje ojačala. Ovi kompoziti kombiniraju prednosti metala, kao što su visoka čvrstoća i izdržljivost, s svojstvima ojačala. Metalne matrice često se koriste u primjenama gdje su potrebne izuzetno visoke mehaničke performanse i otpornost na visoke temperature.
- **Keramičke matrice:** doprinose visoku čvrstoću i otpornost na visoke temperature keramike materijalu ojačala. Ovi kompoziti često se koriste u primjenama gdje su potrebne izuzetno visoke temperature otpornosti i otpornosti na abraziju i habanje.

### 1.3 Udarna opterećenja i popuštanje

Vlaknima ojačani kompoziti koriste se u konstrukcijama slojevite građe, te uz to su i sastavljeni od više konstituenata Zbog toga su se kompoziti pokazali osjetljivima na udarna opterećenja [12]. Osjetljivost na udarna opterećenja reflektira se na dvije razine. Na intra-laminarnoj razini, kompoziti su, kao što je već spomenuto, sastavljeni od više konstituenata, pa se oštećenja mogu pojaviti u obliku pucanja vlakana, pucanja matrice u smjeru vlakana, transverznog pucanja matrice, kao i pucanja veze matrice i vlakana [2]. Inter-laminarna razina odnosi se na višeslojne kompozitne konstrukcije u kojima može doći do delaminacije, odnosno odvajanja slojeva. Sva intra-laminarna kao i inter-laminarna oštećenja skupno se zovu načini popuštanja kompozita (*eng. Failure modes*) i oni su prikazani slikom 1.5.

Udarna opterećenja kompozita mogu se podijeliti u nekoliko kategorija ovisno brzini udarnog objekta [13]:

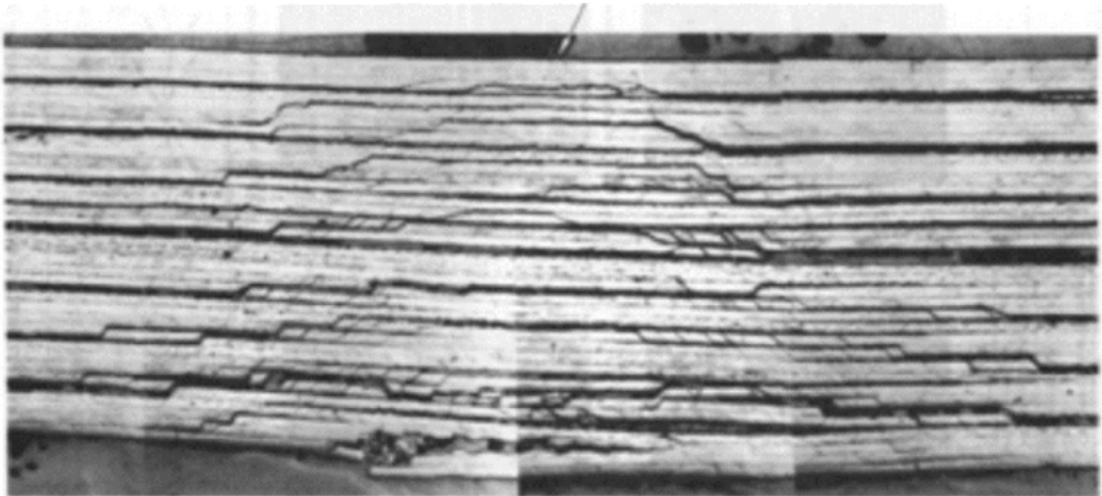
- udar pri malim brzinama – brzine manje od 10 m/s
- udar pri srednjim brzinama – brzine od 10 m/s do 50 m/s
- udar pri velikim brzinama – brzine od 50 m/s do 1000 m/s
- udar pri hiper brzinama – brzine veće od 1000 m/s.



Slika 1.5 Načini popuštanja kompozitnih konstrukcija [2]

U ovom radu proučavaju se udarna oštećenja pri malim brzinama udarnog objekta. Udarna oštećenja kod kompozita problematična su zbog teške predvidljivosti rezultirajućeg oštećenja. Kod malih brzina specifično, radi se i o manjim oštećenjima, no još jedna problematika koja se u ovom slučaju javlja je teška vidljivost tih oštećenja. Zbog višeslojne građe kompozita, oštećenja se mogu javiti između unutarnjih slojeva materijala i tada nisu vidljiva golim okom. U literaturi se ta teško vidljiva oštećenja koja su rezultat udarnog opterećenja mogu pronaći pod eng. *Barely Visible Impact Damage*, odnosno pod pojmom BVID [14, 15]. BVID se odnosi na udarna oštećenja na kompozitnim materijalima koja ne proizvode primjetne površinske defekte, poput pukotina ili udubljenja, ali još uvjek mogu utjecati na unutarnju strukturu. Slika 1.6 prikazuje primjer takvog oštećenja za CFRP (eng. *Carbon Fiber Reinforced Composite*) materijal.

Uobičajeni izvori takvih udara uključuju slučajne padove alata, manje sudare tijekom rukovanja ili održavanja (Prikazano slikom 1.7), udarce krhotina tijekom rada i čak tuču. Unutarnja oštećenja nastaju jer se energija udara apsorbira u kompozitnom materijalu, što dovodi do pucanja matrice, loma vlakana i delaminacija bez stvaranja vidljivih površinskih defekata poput pukotina ili udubljenja. Varijalnost u apsorpciji i distribuciji energije udara unutar mikrostrukture kompozita često rezultira skrivenim oštećenjima koja je teško otkriti jednostavnim vizualnim pregledom.



Slika 1.6 BVID CFRP materijala [1]

Izazvana BVID oštećenja mogu znatno smanjiti nosivost i čvrstoću kompozita, onosno mehanički integritet konstrukcije. Također, mogu stvoriti koncentracije naprezanja koje se mogu širiti pod cikličkim opterećenjima, što dovodi do dodatnih oštećenja i konačnog gubitka integriteta konstrukcije.



Slika 1.7 Održavanje zrakoplova [16]

Otkrivanje BVID oštećenja u kompozitnim konstrukcijama zahtijeva napredne metode nerazornog ispitivanja (*eng. Non-Destructive Testing, NDT*) zbog suptilne i unutarnje prirode oštećenja. Uobičajene NDT metode uključuju ultrazvučno ispitivanje [17], koje koristi visokofrekventne zvučne valove za identifikaciju unutarnjih defekata poput delaminacija i pukotina. Termografija detektira promjene u toplinskoj vodljivosti ili protoku topline, pri čemu aktivna termografija koristi infracrvene kamere za snimanje toplinskih obrazaca koji otkrivaju oštećenja. Rentgenska računalna tomografija nudi vrlo detaljne 3D slike unutarnje strukture, korisne za

otkrivanje malih defekata, iako može biti skupa. Još valja spomenuti i ispitivanje akustičnim emisijama, koje prate promjenu zvuka uslijed pojave oštećenja. Redovne i temeljite inspekcije korištenjem NDT tehnika ključne su za održavanje sigurnosti i integriteta kompozitnih konstrukcija, posebno zrakoplovstvu.

Osim nerazornih ispitivanja, numeričke metode igraju ključnu ulogu u testiranju i predviđanju pojave BVID oštećenja. Numeričke simulacije omogućavaju simuliranje složenih interakcija između kompozitnog materijala i energija udara, olakšavajući analizu i razumijevanje pojave i širenja unutarnjih defekata koji karakteriziraju BVID. Upotreborom te metode konačnih elemenata (*eng. Finite Element Method, FEM*), numeričke simulacije mogu pružiti uvid u oštećenja nastala kao posljedica udara. U ovom radu proučava se nastanak i distribucija BVID-a na konfiguraciji panela trupa zrakoplova ojačanog uzdužnicom.

## 2. Teorijski pregled

### 2.1 Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička tehnika koja se koristi za rješavanje složenih problema. Ona uključuje rastavljanje velikog, složenog sustava, čije je rješenje nepoznato, na puno manjih elemenata konačne veličine koji su tada lakši za riješiti. Ti elementi su međusobno povezani u točkama poznatim kao čvorovi, a skupno ti elemenati i čvorovi tvore mrežu koja aproksimira geometriju sustava koji se analizira. FEM se može koristiti za rješavanje problema raznih grana fizike i strojarstva, uključujući analizu čvrstoće, prijenos topoline, mehaniku fluida i elektromagnetizam.

Prvi korak u FEM-u je diskretizacija, koja uključuje podjelu kontinuma s beskonačno puno stupnjeva slobode gibanja na konačan broj elemenata s konačnim brojem stupnjeva slobode gibanja. Ovaj proces stvara manje geometrije koje se mogu lakše analizirati. Za svaki element formuliraju se jednadžbe koje opisuju njegovo ponašanje na temelju svojstava materijala i rubnih uvjeta. Te jednadžbe proizlaze iz temeljnih principa kao što su ravnoteža sila i momenata, uvjeti kompatibilnosti i konstitutivni model. Jednadžbe elemenata zatim se sastavljaju u globalni sustav jednadžbi koji aproksimira cijelu konstrukciju, uzimajući u obzir interakcije između svih elemenata i čvorova. Na kraju se globalni sustav jednadžbi rješava pomoću numeričkih metoda kako bi se dobole nepoznate veličine. Rezultati pružaju aproksimaciju ponašanja cijele konstrukcije pod zadanim uvjetima opterećenja.

U ovom radu, FEM će se koristiti za provođenje numeričkih simulacija uzdužnim ojačanim kompozitnih ploča, njihovog popuštanja i delaminacije. Kako se radi o velikim sustavima jednadžbi i numeričkim metodama, razmatrani problem zahtijeva znatne računalne resurse. U današnje vrijeme postoje razni komercijalni računalni programi koji omogućavaju analize pomoću metode konačnih elemenata, npr. MSC Nastran, Ansys, Abaqus itd. U ovom je radu za sve analize korišten komercijalni računalni program Abaqus, te će prema njegovoj dokumentaciji [18] i njenim relevantnim elementima za ovu analizu, biti dan teoretski pregled.

### 2.2 Abaqus/Explicit

U analizi konstrukcija korištenjem metode konačnih elemenata, Abaqus koristi dva znatno različita pristupa za rješavanje problema: standardna (implicitna) metoda i eksplisitna metoda [18]. Standardna ili implicitna metoda je tradicionalni pristup korišten u FEM-u. Implicitna metoda obično koristi iterativne tehnike poput

Newton-Raphsonove metode za nelinearne probleme za postizanje ravnoteže u svakom koraku. Za razliku od Standard rješavača koji rješenje nelinearnih problema pronalazi iteriranjem, a pri svakoj iteraciji se rješava velik broj linearnih jednadžbi, Explicit rješavač do rješenja dolazi bez iterativnog procesa, eksplisitno napredujući s kinematskim stanjem iz prethodnog inkrementa prema sljedećem stanju. Eksplisitna metoda koristi eksplisitnu shemu vremenske integracije. Ovaj pristup izravno rješava jednadžbe gibanja, bez potrebe za iteracijom u svakom vremenskom koraku. Eksplisitne metode su uvjetno stabilne, što znači da vremenski korak mora biti dovoljno malen da se održi stabilnost. Iako je svaki vremenski korak računalno jeftin (nema potrebe za rješavanjem sustava jednadžbi), potreba za velikim brojem malih vremenskih koraka može povećati ukupno računalno vrijeme.

Prema Abaqus-ovoj dokumentaciji [18], eksplisitna metoda izvrsno rješava probleme koji uključuju brze dinamičke događaje, složene kontaktne scenarije, modeliranje materijala s degradacijom mehaničkih svojstava i popuštanjem i visoko nelinearno ponašanje, poput udaraca, eksplozija ili drugih prolaznih fenomena. U kontekstu ovog rada, zbog analize spoja panela i uzdužnica pri udaru, sposobnost modeliranja brzog dinamičkog odziva udara i složenih mehanizama loma kompozitnih materijala pri udaru nameću Abaqus-ov eksplisitni rješavač kao pravi izbor.

Abaqus/Explicit koristi pravilo središnje diferencije za eksplisitnu integraciju jednadžbi gibanja kroz vrijeme, koristeći kinematičke uvjete u jednom inkrementu za izračunavanje kinematičkih uvjeta u sljedećem inkrementu. Na početku inkrementa, program rješava dinamičku ravnotežu:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I}, \quad (2.1)$$

gdje je  $\mathbf{M}$  matrica čvornih masa,  $\ddot{\mathbf{u}}$  vektor čvornih ubrzanja,  $\mathbf{P}$  vektor vanjskih sila, a  $\mathbf{I}$  vektor unutarnjih sila. Ubrzanja na početku trenutnog inkrementa (vrijeme  $t$ ) izračunavaju se kao:

$$\ddot{\mathbf{u}}|_{(t)} = \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{I})|_{(t)}. \quad (2.2)$$

Budući da je matrica masa uvijek dijagonalna, izračunavanje ubrzanja je trivialno; nema simultanih jednadžbi za rješavanje. Ubrzanje bilo kojeg čvora određeno je potpuno njegovom masom i neto silom koja djeluje na njega, što čvorne izračune čini vrlo efikasnima.

Ubrzanja se integriraju u vremenu koristeći pravilo središnje diferencije, koje izračunava promjenu brzine pretpostavljajući da je ubrzanje konstantno. Ova promjena brzine dodaje se brzini (vektoru čvornih brzina  $\dot{\mathbf{u}}$ ) iz sredine prethodnog inkrementa kako bi se odredile brzine u sredini trenutnog inkrementa:

$$\dot{\mathbf{u}}|_{(t+\Delta t/2)} = \dot{\mathbf{u}}|_{(t-\Delta t/2)} + \frac{\Delta t|_{(t+\Delta t)} + \Delta t|_{(t)}}{2} \ddot{\mathbf{u}}|_{(t)}. \quad (2.3)$$

Brzine se integriraju u vremenu i dodaju vektoru čvornih pomaka  $\mathbf{u}$  na početku inkrementa kako bi se odredili pomaci na kraju inkrementa:

$$\mathbf{u}|_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}|_{(t+\Delta t/2)}. \quad (2.4)$$

Iz te tri jednadžbe 2.2, 2.3, 2.4, izračunavaju se čvorni vektori ubrzanja, brzina i pomaka. Da bi metoda dala točne rezultate, vremenski inkrementi moraju biti prilično mali tako da su ubrzanja gotovo konstantna tijekom inkrementa. Budući da vremenski inkrementi moraju biti mali, analize obično zahtijevaju mnogo tisuća inkremenata. Srećom, svaki inkrement je računalno jeftin jer nema simultanih jednadžbi za rješavanje. Većina računalnog troška leži u izračunima za određivanje unutarnjih sila elemenata koji djeluju na čvorove.

Općenito nije moguće točno odrediti granicu stabilnosti vremenskog inkrementa, stoga se koriste konzervativne procjene. Granica stabilnosti ima veliki utjecaj na pouzdanost i točnost, jer ukoliko se prekorači granična vrijednost stabilnosti javljaju se numeričke nestabilnosti i nefizikalnosti rezultata. Za računalnu učinkovitost Abaqus/Explicit automatski bira vremenske inkremente koji su što bliže granici stabilnosti bez njenog prekoračenja.

Približna procjena vremenskog inkrementa  $\Delta t_{\text{stable}}$  se određuje putem omjera:

$$\Delta t_{\text{stable}} = \frac{L_e}{c_d}. \quad (2.5)$$

Iz tog izraza moguće je zaključiti kako iznos najvećeg stabilnog vremenskog koraka proporcionalno ovisi o veličini konačnih elemenata (putem karakteristične duljine konačnog elementa  $L_e$ ), a obrnuto proporcionalno o svojstvima materijala (putem brzine širenja vala kroz materijal  $c_d$ ).

Brzina širenja vala je svojstvo materijala:

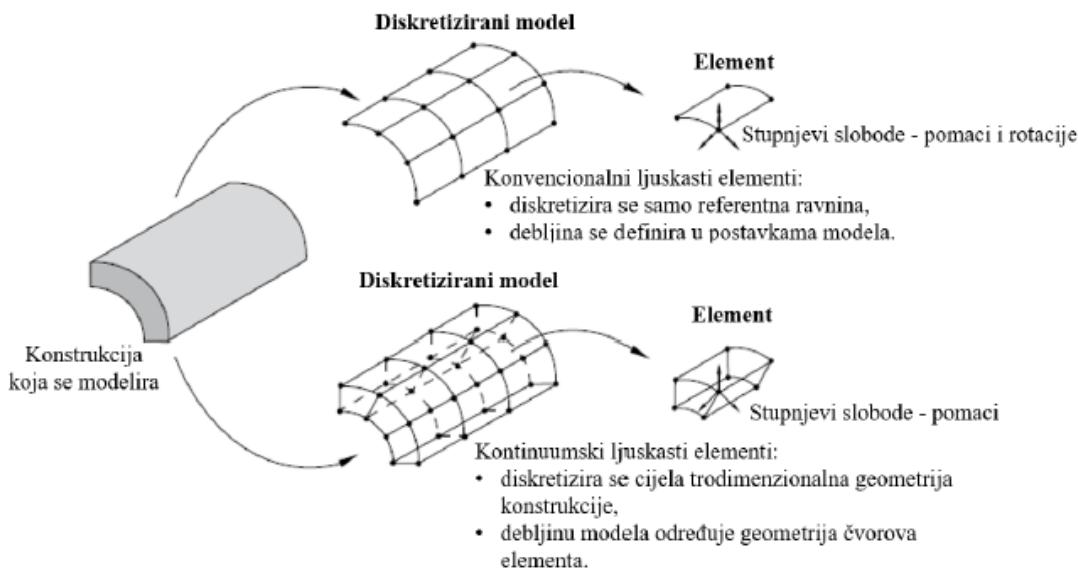
$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2.6)$$

Što je materijal krući, odnosno Young-ov modul veći, brzina vala je veća, što rezultira manjom granicom stabilnosti. Što je gustoća veća, brzina vala je manja, što rezultira većom granicom stabilnosti.

## 2.3 Konačni elementi za modeliranje kompozitnih panela

Modeliranje kompozita ojačanih vlaknima pomoću metode konačnih elemenata zahtijeva pažljiv odabir vrsta elemenata kako bi se osigurala točnost i učinkovitost simulacija. Među najčešće korištenim elementima za modeliranje FRC-a su 3D kon-

tinuumski elementi i 2D planarni ljskasti elementi (Slika 2.1). Specifičnost pri modeliranju kompozita konačnim elementima proizlazi iz činjenice da su kompoziti građeni višeslojno. Posljedično, konačnim elementima je osim redoslijeda samih slojeva potrebno zadati i raspored slojeva u kojem su definirane orijentacije pojedinih slojeva u odnosu na globalni koordinatni sustav laminata [2]. U slučaju 2D planarnih elemenata, radi se o pravilnom izboru normale, a u slučaju 3D elemenata, radi se o pravilnom izboru referentne površine elementa, te nakon toga i normale.



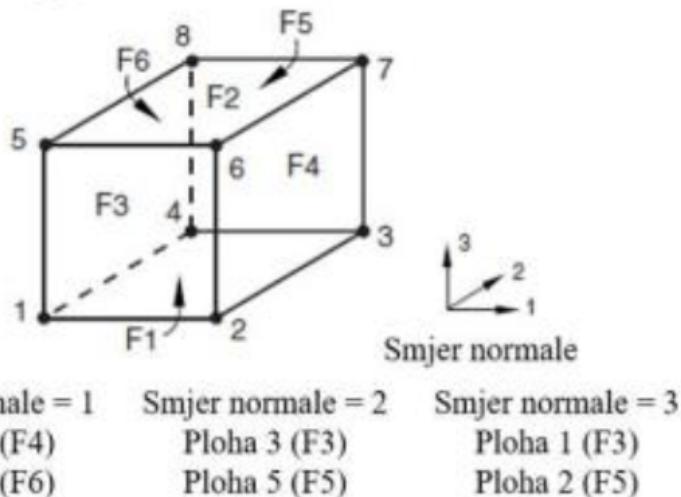
Slika 2.1 Usپoredba 2D i 3D elemenata [1], [18]

Planarni ljskasti elementi koriste teoriju ploča i ljski za modeliranje deformacija i naprezanja u tankim konstrukcijama. 2D planarni ljskasti elementi su učinkovitiji i prikladniji izbor pri jednostavnijim proračunima, zbog manje računalne složenosti u usپoredbi s 3D kontinuumskim elementima.

3D kontinuumski elementi, su posebno korisni kada je potrebno uhvatiti detaljne informacije o naprezanju i deformaciji unutar kompozitne konstrukcije. Međutim, zbog velikog broja stupnjeva slobode, njihova primjena može biti računalno intenzivna, osobito za velike konstrukcije.

Eksplicitni rješavač nema dostupne sve elemente koji se nalaze standardnom rješavaču. Od konačnih elemenata, korišteni su trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljskasti konačni elementi s reduciranim integracijom (*eng. Continuum shell finite element*) **SC8R**, što znači da imaju samo jednu točku integracije na sredini srednje plohe konačnog elementa. Iako su ovi elementi trodimenzionalni, njihova matematička formulacija više nagnje onoj za konvencionalne dvodimenzijsione ljskaste elemente. Za razliku od njih, ovi elementi imaju samo translacijske stupnjeve slobode u čvorovima, ukupno osam stupnjeva slobode. Slika 2.2 prikazuje

Ploha = F - eng. face



Slika 2.2 Smjer normale 3D ljuskastog konačnog elementa [13], [18]

SC8R element i moguće smjerove normala na plohe. Ovaj tip elemenata izrazito je pogodan za opisivanje kompozitnih konstrukcija jer može vrlo dobro opisati zakrivljene kontinuume i to bez dodatnog definiranja debljine ljsuske (automatski se definira prema geometriji modela), te je vrlo praktično jedan sloj diskretizirati s jednim ljuskastim elementom po debljini.

Nadalje, kako trodimenzionalni kontinuumski ljuskasti elementi mogu točnije opisati polja naprezanja, pomaka i deformacija, kao i odziv prilikom kontakta, budući da se u ovome radu radi o simulaciji udara, nameću se kao adekvatan izbor pri modeliranju kompleksnog fenomena kao što je udarno opterećenje. Posljedično, geometrije su u ovome modelu modelirane tim elementima.

## 2.4 Oštećenje i popuštanje kompozita

### 2.4.1 Općenito

Oštećenje i lom u kompozitim ojačanim vlaknima su složeni i teško ih je točno predvidjeti zbog heterogene prirode materijala. Mehanizmi loma u kompozitim obično se klasificiraju na međuslojne (inter-laminarne) i unutar slojne (intra-laminarne) lomove (načini oštećenja ilustrirani su u uvodnom poglavlju, slikom 1.5). Međuslojni lomovi, poznati i kao delaminacije, događaju se između slojeva kompozitnog materijala, i mogu značajno smanjiti mehanički integritet kompozita. O inter-laminarnim oštećenjima biti će riječ u sljedećem potpoglavlju, a u ovom poglavlju fokus je na modeliranje oštećenja unutar pojedinih slojeva laminata.

Intra-laminarna oštećenja odnose se na oštećenja unutar pojedinog sloja kom-

pozitnog materijala. Ova vrsta oštećenja uključuje pukotine u matrici, lom vlakana i vlakno-matrične interfazne pukotine koje se javljaju unutar sloja. Ova oštećenja mogu značajno smanjiti mehanička svojstva kompozita te predstavljaju mesta nastajanja pukotina čije daljnje širenje može dovesti do konačnog popuštanja konstrukcije. Za predviđanje popuštanja unutar sloja materijala kompozita postoji više kriterija koji su razvijeni i istraživani. Ovi kriteriji popuštanja se uvijek postavljaju za jedan sloj, te su vrijednosti naprezanja (mogu biti i vrijednosti deformacija) koje ulaze u kriterij definirane u sustavu glavnih materijalnih osi jednog sloja. Bitno je napomenuti da njihove vrijednosti nisu glavne (svojstvene) vrijednosti tenzora naprezanja, već vrijednosti naprezanja, definiranih u sustavu glavnih materijalnih osi, odnosno osi ortotropije, jednog sloja.

Danas postoji izuzetno velik broj kriterija popuštanja (nekoliko stotina). Neki su općenitiji i široko primjenjivani u inženjerskoj praksi, dok su drugi napravljeni za specifične slučajeve. Najpoznatiji i najčešće prihvaćeni kriteriji popuštanja su [19]:

- Kriterij maksimalnih naprezanja
- Kriterij maksimalnih deformacija
- Tsai-Hill kriterij
- Tsai-Wu kriterij
- Hashinov kriterij
- Puckov kriterij

Ovi se kriteriji razlikuju u svojoj primjeni: neki su isključivo prikladni za jednoosna opterećenja jer ne daju pouzdane rezultate pri višeosnim stanjima opterećenja (npr. kriterij maksimalnih naprezanja i maksimalnih deformacija), dok drugi daju pouzdanije rezultate za takve slučajeve (npr. Tsai-Hill i Tsai-Wu). Nadalje, kriteriji se razlikuju i po mogućnosti interpretacije konačnih vrijednosti dobivenih izračunom. Vrijednosti dobivene pomoću Tsai-Hill i Tsai-Wu kriterija definiraju činjenicu hoće li sloj popustiti ili ne pri određenom opterećenju, ali ne i način na koji će sloj popustiti. Hashinov i Puckov kriterij razlikuju načine popuštanja sloja i zato se smatraju pouzdanijima, no čine izračun kompleksnijim i zahtijevaju mnogo ulaznih parametara. Dakle, svaki kriterij ima određene prednosti i nedostatke, međutim, još uvijek ne postoji opći kriterij koji najbolje predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita.

Ovi kriteriji loma formulirani su određenim usporednim izrazima koji koriste neki način usporedbe stanja naprezanja unutar kompozitne konstrukcije s relevantnim veličinama dobivenim ispitivanjem testnih uzoraka materijala. Parametri čvrstoće koji se uobičajeno koriste za provjeru modela oštećenja su [19]:

- $X_t$  – vlačna čvrstoća u smjeru vlakna,
- $X_c$  – tlačna čvrstoća u smjeru vlakna,
- $Y_t$  – vlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $Y_c$  – tlačna čvrstoća u smjeru okomitom na smjer vlakna,
- $S$  – smična čvrstoća.

### 2.4.2 Modeli oštećenja i popuštanja u Abaqusu

Unutar programskog paketa Abaqus i njegovog Explicit rješavača, za modeliranje oštećenja jednosmjerno tkanih kompozita, implementiran je Hashinov model. U tome smislu u narednim retcima objašnjeni su detalji kriterija, kao i njegova implementacija.

Hashinov model oštećenja u Abaqusu mora biti korišten s elementima koji su formulirani za ravinsko stanje naprezanja, a oni uključuju: ljkaste, kontinuumske ljkaste i membranske elemente [18]. Da bi se modeliralo oštećenje ovim modelom unutar Abaqusa, potrebno je specificirati:

1. ponašanje materijala prije oštećenja
2. kriterij inicijacije inicijacije oštećenja
3. zakon propagacije oštećenja

**1. Ponašanje materijala prije oštećenja** Jednosmjerni slojevi kompozitnog materijala pokazuju elastično-krhka svojstva. Drugim riječima, oštećenje u ovim materijalima je inicirano bez značajne plastične deformacije. Posljedično, plastičnost se često zanemaruje pri modeliranju već spomenutih materijala. Stoga se specificiraju linearne elastične svojstva, odnosno ortornopna elastična svojstva, kako bi program poznavao ponašanje neoštećenog materijala.

**2. Hashinov kriterij** Prema Hashin-ovom kriteriju predviđanja popuštanja, razlikuju se četiri načina popuštanja. Ti se kriteriji mogu zapisati u obliku sljedećih jednadžbi.

Vlačno popuštanje vlakana ( $\hat{\sigma}_{11} \geq 0$ ):

$$F_{tf} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X_T} \right)^2 + \alpha \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S_L} \right)^2, \quad (2.7)$$

Tlačno popuštanje vlakana ( $\hat{\sigma}_{11} < 0$ ):

$$F_{cf} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{11}}{X_C} \right)^2, \quad (2.8)$$

Vlačno popuštanje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} \geq 0$ ):

$$F_{tm} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S_L} \right)^2, \quad (2.9)$$

Tlačno popuštanje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} < 0$ ):

$$F_{cm} = \left( \frac{\hat{\sigma}_{22}}{S_T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{Y_C}{2S_T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y_C} + \left( \frac{\hat{\tau}_{12}}{S_L} \right)^2. \quad (2.10)$$

U jednadžbama 2.7 - 2.10 se uz parametar smične čvrstoće  $S$  javljaju se dvije oznake u subskriptu,  $L$  i  $T$ , te označavaju uzdužnu i poprečnu smičnu čvrstoću, ukoliko se bitno razlikuju. Osim njih, u jednadžbi 2.7, pojavljuje se i koeficijent  $\alpha$  koji određuje utjecaj smičnog naprezanja na popuštanje vlakana. U ovome radu korišten je  $\alpha = 1$ .

$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  označava tenzor efektivnog naprezanja koji se koristi za izračunavanje kriterija popuštanja. On je definiran kao:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}_d \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.11)$$

U toj jednadžbi  $\boldsymbol{\sigma}$  predstavlja stvarno naprezanje, dok matrica  $\mathbf{M}_d$  predstavlja operator oštećenja i izgleda:

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Parametri  $d_i$  označavaju pojedine parametre oštećenja kompozita. Indeks  $f$  označava da se radi o parametru oštećenja vlakana (eng. *Fibers*). Indeks  $m$  označava da se radi o parametru oštećenja matrice (eng. *Matrix*). Indeks  $s$  označava da se radi o parametru smičnog oštećenja (eng. *Shear*). Ukoliko se tim oznakama priduže indeksi  $t$  ili  $c$ , tada oni također razlikuju vlačno i tlačno stanje naprezanja. Svi ti indeksi su izvedeni iz sljedećih izraza, ovisno o stanju opterećenja materijala:

$$d_f = \begin{cases} d_{tf} & \text{za } \hat{\sigma}_{11} \geq 0, \\ d_{cf} & \text{za } \hat{\sigma}_{11} < 0, \end{cases} \quad (2.13)$$

$$d_m = \begin{cases} d_{tm} & \text{za } \hat{\sigma}_{22} \geq 0, \\ d_{cm} & \text{za } \hat{\sigma}_{22} < 0, \end{cases} \quad (2.14)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_{tf})(1 - d_{cf})(1 - d_{tm})(1 - d_{cm}). \quad (2.15)$$

Prije oštećenja materijala, operator oštećenja  $\mathbf{M}_d$ , jednak je jediničnoj matrici,

pa stoga vrijedi jednakost  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}$ . Jednom kada se pojavi oštećenje u bilo kojem načinu, operator oštećenja postaje vrlo važan za modeliranje oštećenja, ne samo u tom, nego i u svim ostalim načinima popuštanja.

**3. Propagacija oštećenja** Jednom kada je neki kriterij inicijacije oštećenja zadovoljen, krutost materijala biva degradirana prema zakonu propagacije oštećenja određenog za taj model. U ovom odlomku objašnjeno je ponašanje i modeliranje materijala nakon pojave oštećenja.

Prije oštećenja, materijal je ortotropan i ponaša se linearno elastično. Vrijedi sljedeća veza naprezanja i deformacija:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_d \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{el}. \quad (2.16)$$

U toj jednadžbi,  $\mathbf{C}_d$  označava za oštećenu matricu elastičnosti koja je definirana kao:

$$\mathbf{C}_d = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_1 & (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{21}E_1 & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}E_2 & (1 - d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_s)GD \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Tu valja napomenuti kako je simbol  $D$  pomoćna varijabla korištena radi sažetijeg zapisu. Sadrži već spomenute parametre oštećenja, a glasi:

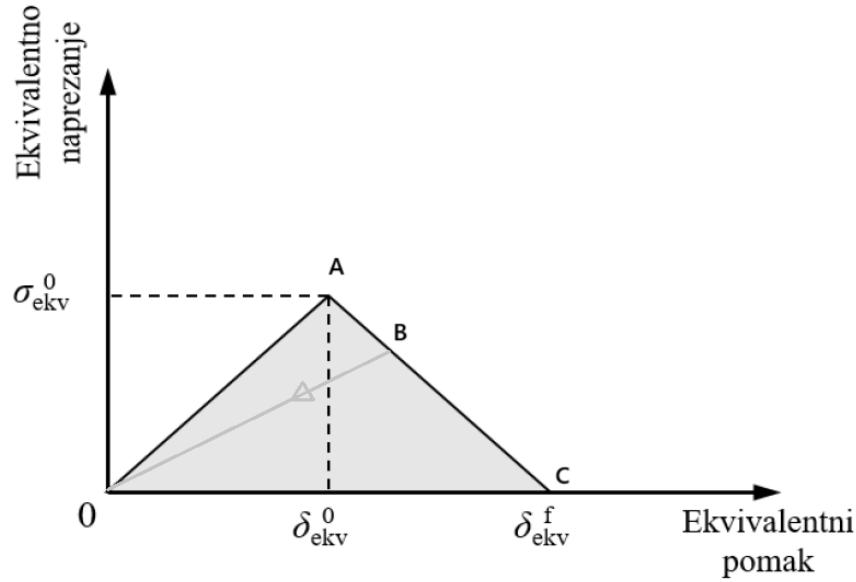
$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}\nu_{21}. \quad (2.18)$$

Parametar oštećenja mijenja se tako da se krivulja naprezanje-istezanje ponaša kao na slici 2.3. Pozitivan nagib krivulje prije oštećenja odgovara linearno-elastičnom ponašanju materijala (0 - A). Drugi dio krivulje (A - C), s negativnim nagibom, predstavlja evoluciju parametara oštećenja i degradaciju krutosti materijala. Rasterećenje iz parcijalnog oštećenja stanja materijala odvija se linearno-elastično prema ishodištu grafa. Ponovno opterećenje tako rasterećenog materijala odvija se nazad po toj istoj krivulji do daljnog oštećenja (vidi 2.3 točka B).

Nakon oštećenja materijala (tj.  $\delta_{eq} \geq \delta_{eq}^0$ ). Ponašanje prikazano slikom 2.3), parametri oštećenja evoluiraju prema jednadžbi:

$$d = \frac{\delta_{eq}^f(\delta_{eq} - \delta_{eq}^0)}{\delta_{eq}(\delta_{eq}^f - \delta_{eq}^0)}. \quad (2.19)$$

U jednadžbi 2.19,  $\delta_{eq}$  je ekvivalentni pomak materijala. Indeksirana s "0", ta označava odnosi se na ekvivalentni pomak za koji je postignut početak oštećenja, dok se ona indeksirana s "f" odnosi na pomak za koji je materijal potpuno oštećen.



Slika 2.3 Dijagram ekvivalentni pomak - ekvivalentno naprezanje [18]

Ekvivalentni pomak i ekvivalentno naprezanje za svaki od četiri načina definirani su sljedećim jednadžbama.

Vlačno opterećenje vlakana ( $\hat{\sigma}_{11} \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{ft} = L_c \sqrt{\langle \varepsilon_{11} \rangle^2 + \alpha \varepsilon_{12}^2}, \quad (2.20)$$

$$\sigma_{eq}^{ft} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle \langle \varepsilon_{11} \rangle + \alpha \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{ft} / L_c}, \quad (2.21)$$

Tlačno opterećenje vlakana ( $\hat{\sigma}_{11} < 0$ ):

$$\delta_{eq}^{fc} = L_c \langle -\varepsilon_{11} \rangle, \quad (2.22)$$

$$\sigma_{eq}^{fc} = \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle \langle -\varepsilon_{11} \rangle}{\delta_{eq}^{fc} / L_c}, \quad (2.23)$$

Vlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{mt} = L_c \sqrt{\langle \varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad (2.24)$$

$$\sigma_{eq}^{mt} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle \langle \varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mt} / L_c}, \quad (2.25)$$

Tlačno opterećenje matrice ( $\hat{\sigma}_{22} < 0$ ):

$$\delta_{eq}^{mt} = L_c \sqrt{\langle -\varepsilon_{22} \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad (2.26)$$

$$\sigma_{eq}^{mt} = \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle \langle -\varepsilon_{22} \rangle + \tau_{12}\varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mc}/L_c}. \quad (2.27)$$

U jednadžbama 2.20 - 2.27, parametar  $L_c$  označava karakterističnu duljinu konačnog elementa koji ovisi o geometriji istog, a za ljuškaste konačne elemente računa se kao kvadratni korijen površine elementa. Osim toga, pojavljuje se još jedan potencijalno nepoznat simbol, a to je  $\langle \cdot \rangle$  koji označava Macaulay-ev operator koji je definiran za  $\alpha \in \mathbb{R}$  kao  $\langle \alpha \rangle = (\alpha + |\alpha|)/2$ .

**Izlazne varijable** U Abaqusu je izlazna varijabla asocirana sa svakim kriterijem inicijacije oštećenja (vlak i tlak vlakana i vlak i tlak matrice) kako bi se znalo je li kriterij ostvaren ili ne. Vrijednost izlazne varijable 1,0 označava da je kriterij ostvaren. U ovom radu su kriteriji inicijacije oštećenja kontrolirani pomoću sljedećih izlaznih varijabli Abaqusa:

- **DMICRT**

Sve komponente kriterija popuštanja.

- **HSNFTCRT**

Maksimalan iznos vlačnog popuštanja vlakna prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize.

- **HSNFCCRT**

Maksimalan iznos tlačnog popuštanja vlakna prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize.

- **HSNMTCRT**

Maksimalan iznos vlačnog popuštanja matrice prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize.

- **HSNMCCRT**

Maksimalan iznos tlačnog popuštanja matrice prema Hashin-ovom kriteriju koji se postiže tijekom analize.

Za varijable koje označavaju je li kriterij za inicijaciju oštećenja u nekom načinu oštećenja zadovoljen ili ne, vrijednost manja od 1,0 označava da kriterij nije zadovoljen, dok vrijednost od 1,0 ili veća označava da je kriterij zadovoljen. Ako je definiran model evolucije oštećenja, maksimalna vrijednost ove varijable ne prelazi 1,0. Međutim, ako model evolucije oštećenja nije definiran, ova varijabla može imati vrijednosti veće od 1,0, što označava koliko je kriterij premašen.

Ako je definiran zakon evolucije oštećenja, onda su relevantne sljedeće Abaqusove izlazne varijable:

- **DAMAGEFT**

Vlačno oštećenje vlakana.

- **DAMAGEFC**

Tlačno oštećenje vlakana.

- **DAMAGEMT**

Vlačno oštećenje matrice.

- **DAMAGEMC**

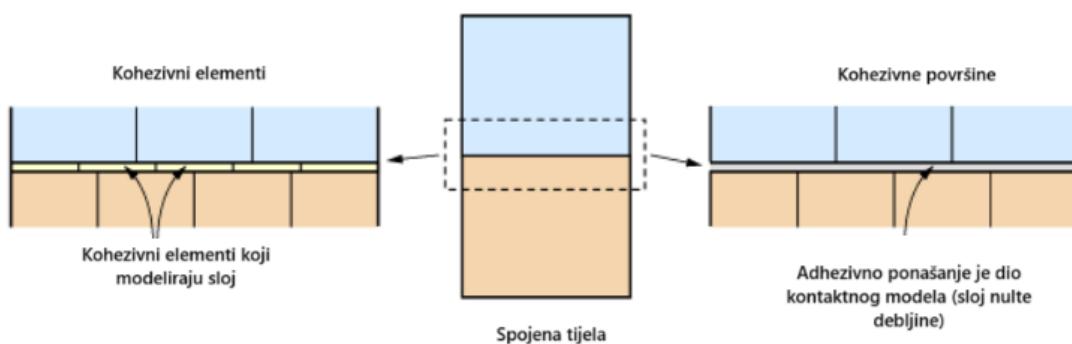
Tlačno oštećenje matrice.

- **DAMAGESHR**

Posmično oštećenje.

## 2.5 Modeliranje delaminacije

Inter-laminarno oštećenje među slojevima kompozita odnosi se na degradaciju koja se javlja između slojeva kompozitnog materijala. Ova vrsta oštećenja obično se manifestira kao delaminacija, pri čemu veza između slojeva slabih ili se odvaja zbog naprezanja ili udaraca. Značajno smanjuje mehanički integritet kompozita kompromitirajući prijenos opterećenja između slojeva, što može dovesti do smanjenja kruštosti, čvrstoće i potencijalnog katastrofalnog zakazivanja. Za modeliranje delaminacije u Abaqusu postoje dva analogna, ali razičita pristupa: modeliranje kohezivnim konačnim elementima i modeliranje interakcije površinama kohezivnog ponašanja ([18], *Cohesive elements* i *Contact cohesive behaviour*).



Slika 2.4 Shematska usporedba modeliranja delaminacije kohezivnim elementima i kohezivnim površinama [18]

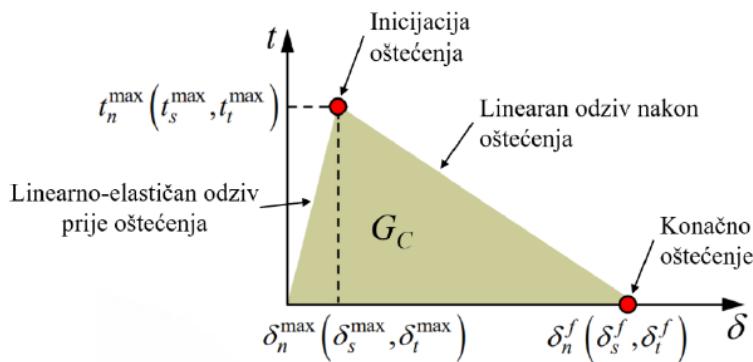
### 2.5.1 Kohezivne površine

Kohezivno ponašanje površina definira se u modulu interakcije kao svojstvo površine (nije materijalno svojstvo) na području kontakta dvaju površina putem *master-slave* formulacije, za razliku od svojstava kohezivnih elemenata, koja se definiraju kao materijalna. Zakoni i jednadžbe potrebne za definiranje mehanizma kohezivnih elemenata s konstitutivnim zakonom vlačnog naprezanja i odvajanja gotovo se podudaraju s jednadžbama i zakonima korištenim za kohezivno ponašanje površina. U oba slučaja, bilo da se dodjeljuju materijalna ili svojstva površinske interakcije, definiraju se u tri koraka (primjećuje se analogon pri modeliranju inter-laminarnih oštećenja s modeliranjem oštećenja unutar pojedinačnog sloja kompozita):

- zakon vlačnog naprezanja i odvajanja (*eng. Traction-separation law*)
- kriterij inicijacije oštećenja (*eng. Failure criteria*)
- zakon razvoja, propagacije oštećenja (*eng. Damage evolution law*).

**1. Zakon vlačnog naprezanja i odvajanja:** Dok se metoda modeliranja kohezivnim površinama temelji na zakonu vlačno naprezanje - odvajanje, konstitutivni odziv kohezivnih konačnih elemenata može biti definiran na više načina, koji koriste pretpostavke i ponašanja utemeljena za odgovarajuću primjenu. U ovome radu vrši se numerička analiza oštećenja kompozitnih konstrukcija. Stoga je prikladno koristiti konstitutivni zakon vlačnog naprezanja i odvajanja za opis područja diskretiziranog kohezivnim konačnim elementima koje modelira spoj između kompozitnih slojeva. Ostali zakoni koji postoje u Abaqusu nisu primjenjivani u ovome radu, pa neće ni biti objašnjeni, a zainteresiranog čitatelja upućuje se na literaturu [18].

U oba načina modeliranja implementirana u Abaqus-u, pretpostavlja se linearno elastično ponašanje prije inicijacije oštećenja i linearno degradiranje krutosti nakon pojave oštećenja (postoje i drugi zakoni degradacije osim linearног u Abaqus-ovoј dokumentaciji, no oni ovdje nisu korišteni). Slika 2.5 prikazuje dijagram linearnog zakona vlačnog naprezanja i odvajanja s pripadajućim oznakama i veličinama.



Slika 2.5 Linearni zakon naprezanje-odvajanje [18]

Na dijagramu 2.5 pojavljuju se veličine  $t$  i  $\delta$  – vektor vlačnog naprezanja i vektor odvajanja. Uz njih dolaze i oznake u subskriptu i superskriptu. Oznaka  $max$  govori da je to vrijednost pri kojoj dolazi do pojave oštećenja, dok oznaka  $f$  predstavlja iznose konačnog popuštanja. Subskripti odnose se na oznaku smjera:  $n$  govori da je riječ o smjeru normale, dok  $s$  i  $t$  govore da je riječ o tangencijalnim smjerovima. Veličina  $G_c$  definira kritičnu vrijednost energije loma materijala, to jest vrijednost energije potrebne za propagaciju oštećenja nakon inicijacije istog. Ovime je opisan model zakona vlačnog naprezanja i odvajanja.

**2. Inicijacija oštećenja:** Druga bitna stavka prilikom definiranja kohezivnih slojeva jest kriterij inicijacije oštećenja. Tu je potrebno odabrat formulaciju zakona koji govori o trenutku pojave oštećenja. Abaqus nudi po četiri zakona za definiranje inicijacije oštećenja, koji su jedni analogoni drugih, samo su jedni bazirani na elementima, a drugi na kontaktu.

U slučaju korištenja kohezivnih površina:

- Kriterij maksimalnih naprezanja (*Maximum stress criterion*)
- Kriterij maksimalne separacije (*Maximum separation criterion*)
- Kriterij kvadratnog naprezanja (*Quadratic stress criterion*)
- Kriterij kvadratne separacije (*Quadratic separation criterion*).

U slučaju korištenja kohezivnih elemenata:

- Kriterij maksimalnih nominalnih naprezanja (*Maximum nominal stress criterion*)
- Kriterij maksimalnih nominalnih deformacija (*Maximum nominal strain criterion*)
- Kriterij kvadratnih nominalnih naprezanja (*Quadratic nominal stress criterion*)
- Kriterij kvadratnih nominalnih deformacija (*Quadratic nominal strain criterion*).

U ovome radu primjenjen je kriterij kvadratnih naprezanja u oba slučaja, a on glasi:

$$\left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^{max}} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^{max}} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^{max}} \right\}^2 = 1. \quad (2.28)$$

**3. Propagacija oštećenja:** Posljednja stavka za definiranje kohezivnog ponašanja jest evolucija oštećenja, a ona definira način promjene svojstava materijala nakon pojave oštećenja. Prema već spomenutom, odabранo je koristiti linearanu promjenu krutosti nakon oštećenja materijala. Metoda kojom ona može biti specificirana može biti definirana putem pomaka ili putem energije. Za propagaciju oštećenja odabran je energijski način koji zahtijeva unos vrijednosti energije oštećenja koja određuje vrijednost energije potrebne za propagaciju oštećenja nakon inicijacije. Energija oštećenja je definirana kao funkcija mješovitog načina (*eng. Mixed mode behaviour*) propagacije oštećenja putem Benzeggagh-Kenane (BK) kriterija:

$$G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^{\eta} = G_{Ic} + G_{IIc} + G_{IIIc}, \quad (2.29)$$

gdje je eksponent  $\eta$  parametar materijala, a oznake I, II i III označavaju prvi, drugi i treći način loma. S te tri iznad opisane stavke potpuno je definirano kohezivno ponašanje, bilo elementima, bilo površinama. Općenito, najveća razlika u upotrebi ovih dviju metoda je u debljini modeliranog područja. U slučajevima gdje je debljina odgovarajućeg područja zanemarivo mala (dodirna područja između slojeva kompozita), prednost izbora ostvaruje modeliranje kohezivnim površinama. Ukoliko se debljina željene zone modeliranja ne može zanemariti, a povrh toga su makroskopska svojstva istog područja poznata, primjerice krutost i čvrstoća, tada je bolji izbor korištenje kohezivnih elemenata. U ovome radu korištene su kohezivne površine radi lakše integracije u geometriju modela.

**Izlazne varijable** Za prikaz rezultata numeričke simulacije korištene su sljedeće izlazne varijable:

- **CSDMG**

Skalarna varijabla ukupnog oštećenja kohezivnih površina.

- **CSQUADSCRT**

Kriterij inicijacije oštećenja preko zbroja kvadrata naprezanja za kohezivne površine

- **QUADSCRT**

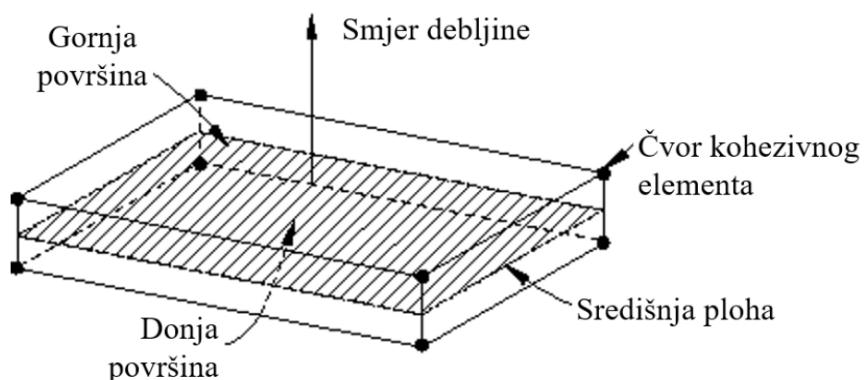
Kriterij inicijacije oštećenja preko zbroja kvadrata nominalnog naprezanja u kohezivnim elementima.

Varijable kriterija inicijacije oštećenja kreću se u rasponu od 0 do 1. Ukoliko je vrijednost jednaka 1, tada je kriterij inicijacije oštećenja zadovoljen. Varijabla CSDMG predstavlja ukupno oštećenje i bilo koja njena vrijednost različita od 0 predstavlja oštećenje kohezivne površine.

### 2.5.2 Kohezivni elementi

Kohezivni elementi koriste se za modeliranje ljepljenih površina, brtvi, te delaminacija. Konstitutivni odziv ovih elemenata ovisi o specifičnoj primjeni i temelji se na određenim pretpostavkama o stanju deformacije i naprezanja koje su prikladne za svako područje primjene. Kao što je već spomenuto, kohezivni elementi modeliraju početno opterećenje, inicijaciju oštećenja i širenje oštećenja koje dovodi do konačnog popuštanja elementa.

Kohezivni element COH3D8, koji je implementiran u Abaqus u svrhu modeliranja kohezivnog ponašanja, je trodimenzionalni konačni element koji sadrži osam čvorova. Za opisivanje geometrije elementa može poslužiti slika 2.2, gdje su sve navedene potrebne karakteristike, poput primjerice povezanosti i pozicija čvorova te smjera normale, odnosno debljine. Te karakteristike iste su kao i za trodimenzionalni heksaedarski kontinuumski ljuskasti konačni element. Ovaj tip kohezivnih elemenata koristi se iz razloga što im broj čvorova i stupnjeva slobode gibanja odgovara broju čvorova trodimenzionalnih heksaedarskih kontinuumskih ljuskastih elemenata, što osigurava dobro povezivanje istih. Za opis ponašanja kohezivnih elemenata, može ih se smatrati kao da su sastavljeni od dvije plohe odvojene debljinom kohezivne zone, te tada relativno gibanje donje i gornje plohe mjerene duž smjera debljine predstavlja otvaranje ili zatvaranje sučelja (slika 2.6).



Slika 2.6 Kohezivni element COH3D8 [18]

## 3. Numerički model

### 3.1 Eksperiment za validaciju modela

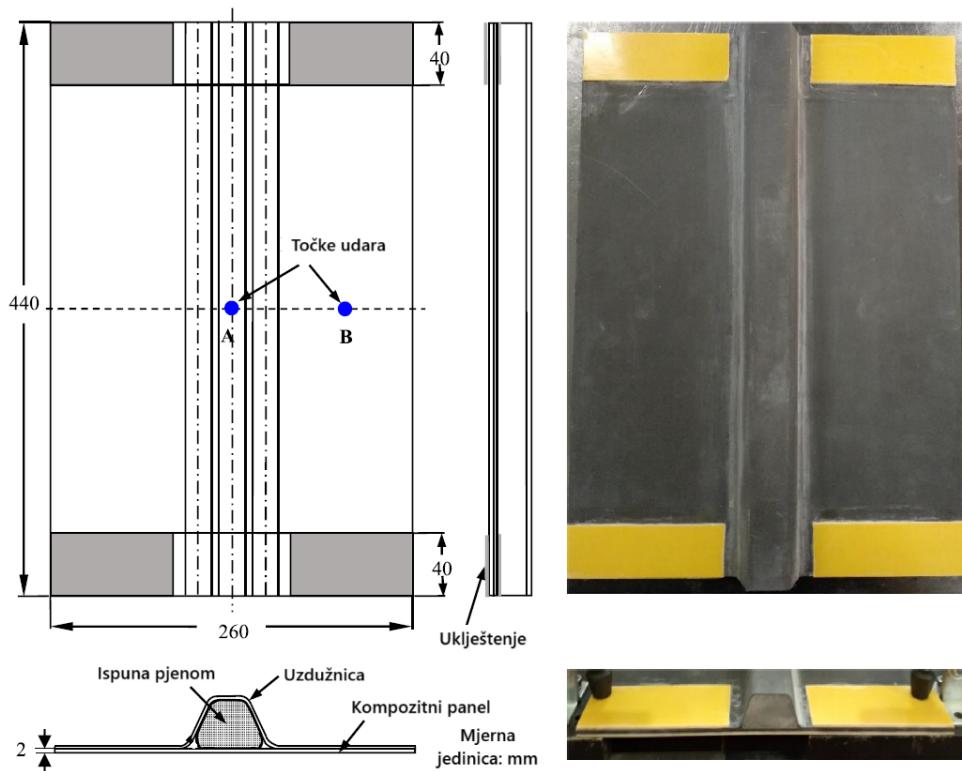
Iz dostupne literature odabran je članak [20] koji sadrži eksperimentalno i numeričko ispitivanje udarnog oštećenja uzdužnicom ojačanog kompozitnog panela pri malim brzinama. U tom su radu numerički rezultati validirani eksperimentalnim postavom, a u ovome će radu ti numerički rezultati biti iskorišteni za validaciju numeričkog modela koji će služiti za kasnije promatranje utjecaja rasporeda slojeva u kompozitu na oštećenje ovakvog tipa konstrukcije. U znanstvenom radu varirane su energije udara(20 J i 25 J), kao i mjesto udara - na mjestu uzdužnice i na mjestu bez uzdužnice. Oštećenja nakon eksperimenta mjerena su ultrazvučnim C-skenom.

#### 3.1.1 Opis uzorka ispitivanja

Uzdužnicom ojačana kompozitna ploča sastoji se od oplate i uzdužnice trapeznog profila. Unutar uzdužnice nalazi se PMI(polimetakrilimidna) pjenasta jezgra, a osim nje, nalazi se i ispuna u prostoru između pjenaste ispune, oplate i uzdužnice. Uzorak je prikazan na slici 3.1. Uzdužnica i oplata napravljene su od CFRP-a, s različitim rasporedom slojeva. U slučaju oplate, radi se o rasporedu [45/90/0/-45/0/-45/45/0]<sub>S</sub>, što je šesnaest slojeva karbonskim vlaknima ojačanog kompozita. Uzdužnica je sačinjena od istog materijala od četiri sloja u rasporedu [-45/90/45/0]. Smjer orijentacije 0° za oba sloja je u smjeru uzdužnice. Ono što je zajedničko za oba dijela jest da je debljina pojedinog sloja kompozita jednaka i iznosi 0,125 mm. Time je ukupna debljina oplate 2 mm, dok je uzdužnica debela 0,5 mm. Na krajevima uzorka nalaze se ojačanja od GFRP-a (*eng. Glass Fiber Reinforced Composite*) kako ne bi došlo do neželjenog oštećenja rubova. Gabaritne dimenzije uzorka iznose 440 mm x 260 mm.

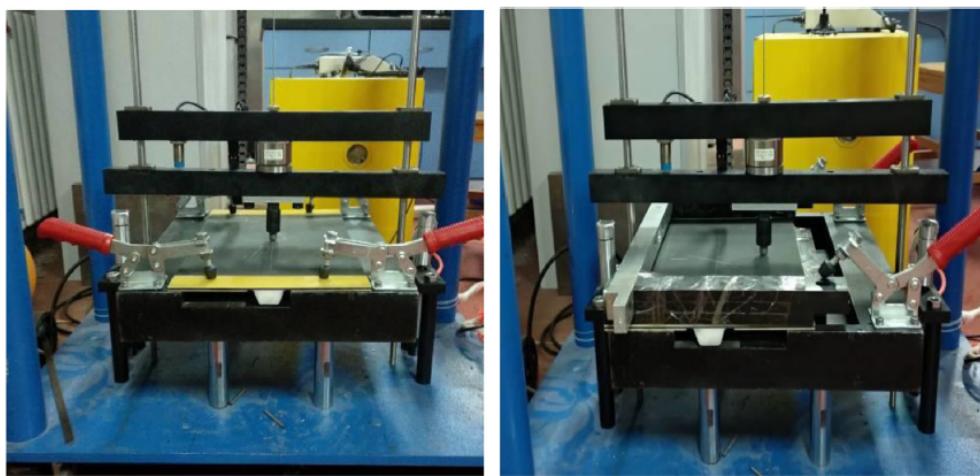
#### 3.1.2 Ispitivanje

Na slici 3.2 može se vidjeti postav za eksperimentalno ispitivanje udarnog oštećenja pri malim brzinama. Za simuliranje udara korišten je udarni čekić prema ASTM D7136 standardu. Prije ispuštanja udarača na uzorak, kutovi uzorka uklješteni su i cijeli postav je namješten da udarač padne na adekvatnu poziciju - A ili B (vidi sliku 3.1). Udarač ima masu 1,932 kg sa radijusom glave od 12,7 mm. Energetska razina udara prilagođavana je početnom visinom ispusta udarača. Udarač je vođen vertikalnom vodilicom kako bi se kut i mjesto udara kontroliralo. Vodilica je



Slika 3.1 Eksperimentalni uzorak uzdužnicom ojačanog kompozitnog panela [20]

upravljana pneumatikom, kako bi se spriječili sekundarni udari udarača u konstrukciju. Za svaku lokaciju i energetsku razinu testirane su po tri uzdužnicom ojačana kompozitna panela kako bi se kontrolirala točnost i ponovljivost eksperimentalnih rezultata.



Slika 3.2 Eksperimentalni postav [20]

U znanstvenom radu eksperiment je poduprt MKE modelom u Abaqus softwaru. Za proučavanje intra-laminarnog oštećenja, implementiran je Hashinov model oštećenja. Za razmatranje inter-laminarnog oštećenja korišteni su kohezivni konačni elementi COH3D8 nulte debljine. Kontinuumski ljuskasti elementi SC8R korišteni

su za modeliranje oplate i uzdužnice, dok su za modeliranje pjenaste ispune korišteni osam-čvorni heksaedarski linearni elementi reducirane integracije C3D8R. Zbog dinamičke prirode udarnog opterećenja, rješavač koji je odabran za ovaj problem je Abaqus/Explicit. Konstrukcija je bila uklještena sa četiri strane, a udarač je modeliran kao kruto tijelo radijusa 12,7 mm.

## 3.2 Mjerne jedinice

Kako bi se provela simulacija, potrebno je izraditi numerički model. U narednim poglavljima objašnjen je korišteni numerički model. Za izradu numeričkog modela korišten je Abaqus/CAE programski paket. Važno je napomenuti da Abaqus ne vodi računa o mernim jedinicama, te je potrebna konzistentnost pri definiranju numeričkog modela. U tom smislu, u programske paket jedinice su konvertirane i unešene prema tablici 3.1, kako bi bile međusobno kompatibilne.

Tablica 3.1: Mjerne jedinice

Fizikalna veličina	Mjerna jedinica
Duljina	mm
Sila	N
Masa	t
Vrijeme	s
Naprezanje	MPa
Energija	mJ
Gustoća	t/mm <sup>3</sup>

## 3.3 Modul *Part*

S obzirom da se ne radi o kompleksnoj geometriji, ona je napravljena pomoću Abaqus/CAE-a. Uzorak se sastoji od četiri dijela: oplate, uzdužnice, pjenaste ispune i udarača. Oplata, uzdužnica i pjenasta ispuna su *solid extrude* tip geometrije modelirane prema dimenzijama na slici 3.1. Dimenzije koje nisu dostupne aproksimirane su u proporcijama iz slike. Udarač je napravljen kao analitičko kruto tijelo jer on nije predmet razmatranja ove simulacije i nije nužno razmatrati što se s njime događa, a na ovaj način ostvaruje se ušteda računalnih resursa. Geometrija je tipa

*revolved shell* promjera 12,7 mm. U geometriji udarača je još definirana i jedna referentna točka kojoj će kasnije biti dodijeljena kruto vezana masa, budući da se analitičkom tijelu ne dodjeljuje mreža niti materijalni model.

### 3.4 Modul *Property*

Unutar modula *Property* kreiraju se materijalni modeli i dodjeljuju se geometrijskim modelima. Dodjeljivanjem materijala pojedinim partovima postavljaju se konstitutivne jednadžbe za njih.

Najprije se kreiraju materijali. Potrebno je kreirati dva materijala: CFRP kompozit, te materijal pjenaste ispune. Nakon definicije materijala, njih je potrebno i dodijeliti pojedinim dijelovima.

Definicija materijala pjenaste ispune sastoji se od tri stavke. Prvo, mora imati definirano elastično ponašanje, a konkretan tip koji je korišten je izotropno elastično ponašanje. Radi se o dinamičkoj simulaciji, pa je materijalu zadana i gustoća. Budući da je u eksperimentalnom dijelu rada [20] pokazano kako pjenasta ispuna ima veliku ulogu u apsorpciji energije udara, dodijeljena su joj i plastična svojstva. Dodijeljeno joj je *Crushable foam* ponašanje putem *Mechanical > Plasticity > Crushable foam*. Potrebno je definirati dva parametra, kao i tablično definirati zakon očvršćenja pjene. Kako model pjenaste ispune nije prezentiran u članku, odabrana su svojstva pjene u konzultacijama s mentorom, prema [21], te su oni korišteni za podešavanje modela kako bi se postiglo bolje poklapanje s eksperimentalnim rezultatima. Parametri za modeliranje materijala pjene prikazani su tablicama 3.2 i 3.3.

Tablica 3.2: Tablica svojstava materijalnog modela pjenaste ispune [21]

Mehaničko svojstvo	Oznaka	Mjerna jedinica	Vrijednost
Modul elastičnosti	$E$	MPa	7,51
Poisson-ov faktor	$\nu$	-	0
Gustoća	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	65
Koeficijent tlačne granice tečenja	$k_t$	-	1,5
Koeficijent hidrostatske granice tečenja	$k_h$	-	300

Nakon što je kreiran materijal, potrebno ga je dodijeliti geometriji pjene putem *Assign section* izbornika.

Tablica 3.3: Tablica očvršćivanja pjenaste ispune [21]

Granica tečenja [MPa]	Jedno-osna plastična deformacija [-]
0,3	0
0,4	0,12
0,7	0,55
1,5	0,73

Definicija kompozitnog materijala u ovom modelu sastoji se od četiri materijalna ponašanja. Budući da se u ovom slučaju radi o dinamičkoj analizi, potrebno je definirati gustoću (*General >Density*) koja je uzeta kao prosječna vrijednost gustoće za CFRP, odnosno  $1600 \text{ kg/m}^3$ . Materijalu se dodjeljuju i elastična svojstva putem izbornika *Mechanical >Elasticity >Elastic*, a tip definicije elastičnih svojstva je *Lamina* što definira materijal kao ortotropan u ravninskom stanju naprezanja. Elastična svojstva preuzeta su iz referentnog rada [20]. Osim ta dva osnovna svojstva, materijalu se dodjeljuje i model oštećenja putem izbornika *Mechanical >Damage for fiber-reinforced composites >Hashin damage*. Model je oisan u poglavlju 2.4.2. Parametri za model oštećenja uzeti su iz rada [20], a  $\alpha$  je odabran 1 kao što je spomenuto. Osim samog kriterija inicijacije oštećenja, potrebno je definirati i evoluciju oštećenja putem *Suboptions* podizbornika. Vrijednosti energije loma u radu nisu dane, pa su preuzete iz [13]. Korišteni parametri dani u tablici 3.4.

Nakon što je definiran CFRP materijal, potrebno ga je dodijeliti uzdužnici i oplati. To se radi putem *Composite layup* opcije. Unutar tog izbornika odabiru se orijentacije pojedinih slojeva laminata. Potrebno je definirati koordinatni sustav, kako bi referentna 0 za orijentaciju bila ispravnog postavljenia i kako bi normale ljsaka gledale u pravu stranu. Nakon rotacije, laminatu se dodjeljuju debljine slojeva kao i materijal. Na poslijetku se cijeli laminat dodjeljuje modelu.

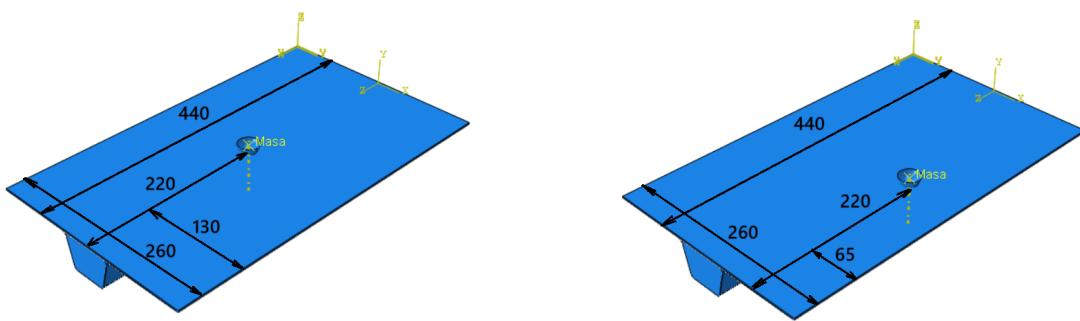
Osim definicija materijala, u ovom modulu se još dodjeljuje i masa analitičkom krutom tijelu udarača. Kao što je spomenuto u modulu *Part*, definirana je referentna točka na geometriji udarača. U ovom koraku se putem izbornika *Special >Inertia >Manager* kreira specijalno svojstvo. Unutar tog izbornika odabire se spomenuta referentna točka i dodjeljuje joj se masa. Masa udarača iznosi 1,932 kg.

Tablica 3.4: Tablica svojstava materijalnog modela CFRP [13], [20]

Mehaničko svojstvo	Oznaka	Mjerna jedinica	Vrijednost
Modul elastičnosti u smjeru vlakana	$E_1$	MPa	129 000
Modul elastičnosti okomito na smjer vlakana	$E_2$	MPa	9420
Poisson-ov faktor	$\nu_{12}$	-	0,278
Smični modul elastičnosti	$G_{12} = G_{23} = G_{31}$	MPa	4020
Gustoća	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	1600
Vlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_T$	MPa	1832
Tlačna čvrstoća u smjeru vlakana	$X_C$	MPa	1118
Vlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_T$	MPa	49,6
Tlačna čvrstoća okomito na smjer vlakana	$Y_C$	MPa	164
Smična čvrstoća	$S_T = S_L$	MPa	111
Energija loma za propagaciju vlačnih oštećenja u smjeru vlakana	$G_{LT}^H$	kJ/m <sup>2</sup>	81,5
Energija loma za propagaciju tlačnih oštećenja u smjeru vlakana	$G_{LC}^H$	kJ/m <sup>2</sup>	106,5
Energija loma za propagaciju vlačnih oštećenja okomito na smjer vlakana	$G_{TT}^H$	kJ/m <sup>2</sup>	0,27
Energija loma za propagaciju tlačnih oštećenja okomito na smjer vlakana	$G_{TC}^H$	kJ/m <sup>2</sup>	5,62

### 3.5 Modul *Assembly*

U sljedećem koraku, unutar ovog modula, pojedinačni dijelovi postavljaju se u zajednički sklop. Kreiraju se instance pojedinih dijelova i određuje im se položaj u globalnom koordinatnom sustavu. Pomoću translacija i rotacija, dijelovi su postavljeni u konačan sklop. Udarač je postavljen na 0,5 mm od same oplate. Naime, kako je energija udara u simulaciji određena početnom brzinom i masom, njegova početna pozicija je za to nebitna, ali je bitna u tom smislu da se računalni resursi, odnosno vrijeme, ne troši na računanje rezultata praznog hoda udarača. Osim energetske razine udara, varira se i položaj udarača, pa su oba slučaja sklopa prikazana slikom 3.3.



(a) Položaj udarača A [mm]

(b) Položaj udarača B [mm]

Slika 3.3 Sklop numeričkog modela

### 3.6 Modul *Step*

Koristeći ovaj modul zadaju se koraci simulacije. Osim toga tu se odabiru i tražene izlazne varijable.

Postavljen je korak udara i određeno je vrijeme trajanja simulacije od 7 ms. Prema eksperimentalnim rezultatima iz rada [20], uviđeno je da se u tom vremenu odvije cijela fizikalna pojava udara, pa je ono odabранo jer nakon toliko vremena završi sama interakcija udara. Za stabilni vremenski inkrement (vidi poglavlje 2.2) odabrana je automatska inkrementacija.

Polja izlaznih varijabli u izborniku *Field output*, potrebno je postaviti u nekoliko koraka. Sva polja varijabli tražena su u 60 jednakim razmaka vremenskih intervala. Uz varijable koje su označene automatski, odabrane su sljedeće izlazne varijable. U kategoriji *Failure/Fracture* odabrane su *CSQUADSCRT* za kriterij inicijacije oštećenja kohezivne površine, *DMICRT* (Odabirom ove opcije Abaqus zapravo izbacuje sve komponente) za kriterij inicijacije oštećenja prema Hashin-ovim komponentama i *DAMAGEFT*, *DAMAGEFC*, *DAMAGEMT*, *DAMAGEMC* za pojedine komponente oštećenja. U kategoriji *State/Field/User/Time* odabrana je varijabla

*STATUS* jer u protivnom Abaqus ne briše elemete koji se degradiraju.

Osim za cijeli model, kreirana su izlazna polja posebno za laminat oplate, kao i za laminat uzdužnice. U njima su u kategoriji *Failure/Fracture* odabранe varijable *DMICRT*, *DAMAGEFT*, *DAMAGEFC*, *DAMAGEMT*, *DAMAGEMC* koje daju isto što i daju za cijeli model, ali sada sa svaki pojedini sloj laminata.

Osim *Field output-a*, korištena je i povijest izlazne varijable, odnosno *History output*. Traže se tri povijesti izlazne varijable. Prva je automatska koja daje zapis o energijama. Druga povijest varijable traži se za *set* referentne točke udarača i traži se njen vertikalni pomak. Treća povijest varijable traži se za kontaktну površinu i to su kontaktne sile. Zapis sve tri povijesti traže se u 200 jednakim razmaknutih intervala. Povijest izlazne varijable služi za grafičiranje rezultata koji će kasnije biti uspoređivani s radom [20] kako bi se validirao numerički model u ovom radu.

### 3.7 Modul *Interaction*

Nakon modula *Step* slijedi modul *Interaction*. U njemu se definiraju međusobne interakcije dijelova sklopa. Slično kako je u *Property* modulu trebalo definirati materijale i dodijeliti ih, tako je ovdje potrebno definirati interakcije i dodijeliti ih. U ovom modulu se zapravo definiraju kohezivne površine, a budući da je naglasak ovog diplomskog rada na proučavanju delaminacija, vrlo je bitno dobro definirati ovaj korak. Tablica 3.5 prikazuje parametre kohezivnih površina u numeričkom modelu.

Kreirana su dva svojstva: tvrdi kontakt i kohezivna površina. Čvrsti kontakt sastoji se samo od kontaktnog svojstva u smjeru normale koji se nalazi pod *Mechanical >Normal behaviour* gdje je odabran čvrsti kontakt. Definiranje kohezivne površine nešto je složenije jer je potrebno definirati kompleksniji materijalni model kao što je objašnjeno u poglavljju 2.5.1. Uz *Normal behaviour*, definirano je i tangencijalno svojstvo kontakta. Ono se odabire pod izbornikom *Mechanical >Tangential behaviour*, a *Friction formulation* postavlja se na *Penalty* s koeficijentom trenja 0,3 [13]. Osim toga, potrebno je zadati i kohezivno ponašanje iz izbornika *Mechanical >Cohesive behaviour*. Odabранo je da su u kohezivnoj interakciji samo čvorovi u inicijalnom kontaktu, odnosno da se ne mogu ponovno zaličepiti međusobno jednom kada su razdvojeni. Što se tiče definicije krutosti, odabrani su raspregnuti koeficijenti krutosti (eng. *Uncoupled stiffness coefficients*). Zadnje što je potrebno definirati u ovom svojstvu interakcije je model oštećenja. Odabire se *Mechanical >Damage*. U tom svojstvu postavlja se kriterij inicijacije oštećenja gdje se odabire opcija *Quadratic traction*, te se unose čvrstoće kohezivnog sloja za tri karakteristična smjera. Osim toga, definira se i propagacija oštećenja gdje se specificiraju energije loma koje služe za definiciju zakona propagacije oštećenja.

Vrijednosti korištene za definiranje kohezivne površine nalaze se u tablici 3.5. Vrijednosti su preuzete iz [20]. Energije loma su zadržane iste, dok su koeficijenti

Tablica 3.5: Tablica svojstava kohezivne površine

Mehaničko svojstvo	Oznaka	Mjerna jedinica	Vrijednost
Koeficijent krutosti u normalnom smjeru	$K_{nn}$	MPa	200 000
Koeficijent krutosti u tangencijalnom smjeru	$K_{ss} = K_{tt}$	MPa	140 000
Čvrstoća u normalnom smjeru	$t_n$	MPa	10
Čvrstoća u tangencijalnom smjeru	$t_s = t_t$	MPa	48
Energija loma u smjeru I	$G_I^K$	N/mm	0,105
Energija loma u smjeru II i III	$G_{II}^K = G_{III}^K$	N/mm	3
BK parametar materijala	$\eta^{BK}$	-	1,4

krutosti i čvrstoće kohezivnog sloja izmijenjeni. Inicijalno su simulacije odradene sa parametrima u članku, no empirijskim putem nađeni su adekvatniji parametri za ovaj numerički model, s kojima se rezultati bolje podudaraju s referentnima. Naime, budući da ovaj model ne odgovara u potpunosti numeričkom modelu u radu zbog nedostatka podataka za reprodukciju, parametri čvrstoće uzeti su, u konzultacijama s mentorom, težeći k tome da fizikalna pojava udara odgovara radu (vidi poglavljje 4), te da se dobiju što sličnije površine delaminacije. Testiranjem koeficijenata krutosti, uviđeno je da oni nemaju značajan utjecaj na rezultate, no imaju vrlo vrlo velik utjecaj na vrijeme računanja. Razlog leži u jednadžbi 2.6, odnosno u činjenici da povećanje krutosti modela utječe na smanjenje stabilnog vremenskog inkrementa, što onda produljuje vrijeme računanja jer se vremenski interval mora podijeliti na mnogo sitnije podintervale. S tim razlogom su zbog raspoloživih računalnih resursa odabrani dani parametri.

Kada su kreirana svojstva interakcije, potrebno ih je i dodijeliti svim sudionicima interakcije. To je učinjeno putem izbornika *Create interaction >General contact (Explicit)*. Kao globalno svojstvo interakcije odabранo je tvrdo kontaktno svojstvo, a kohezivna svojstva dodijeljena su putem *Individual property assignment* opcije gdje se odabiru parovi površina u kohezivnoj interakciji (svi parovi kontaktnih površina u inicijalnom kontaktu između pjenaste ispune, oplate i uzdužnice).

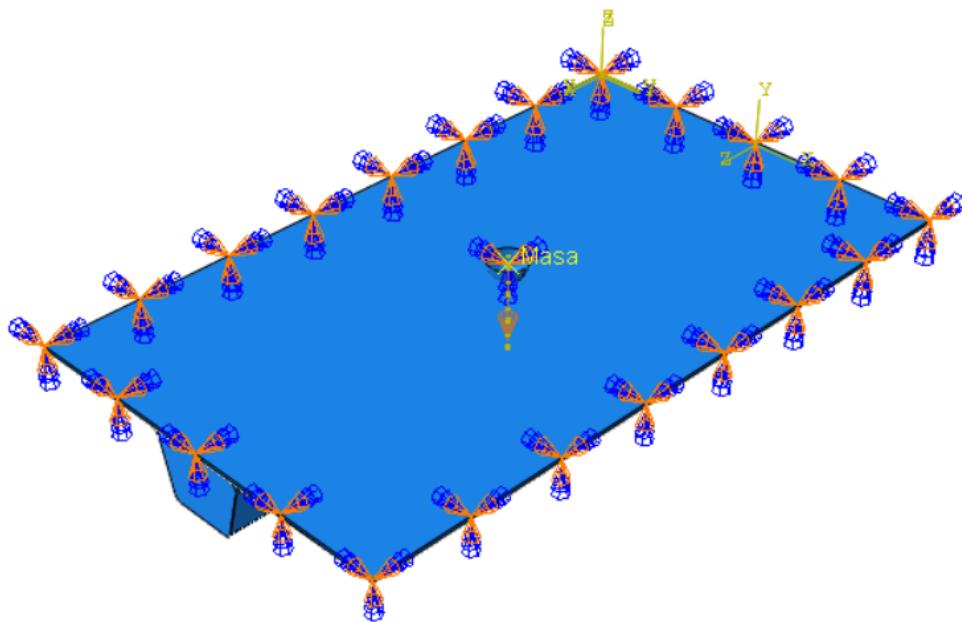
Kao i u *Property* modulu, postupak sa udaračem nešto je drugačiji nego sa ostalim dijelovima. Globalno kontaktno svojstvo dodijeljeno je analitičkoj površini postupkom objašnjениm u redovima iznad. Ono što je ostalo za napraviti je putem *Rigid body constraint-a* vezati referentnu točku u kojoj je masa definirana za analitičku površinu udarača.

### 3.8 Modul *Load*

Unutar ovog modula zadani su rubni uvjeti, kao i početna brzina udarača.

Početna brzina postavlja se putem izbornika *Predefined field*. U skočnom prozoru odabire se korak simulacije (odabran je *Initial step*) u kojem se postavlja početna brzina pomoću opcije *Mechanical > Velocity*. Pri unosu početne brzine treba obratiti pozornost na odabrani referentni koordinatni sustav, te tada i na predznak koji predstavlja smjer brzine. Početna brzina postavlja se na referentnu točku kruto vezanu za analitičku površinu udarača čime zapravo cijeli udarač ima jednaku brzinu. U slučaju simulacije s energijom udara 20 J, radi se i početnoj brzini od 4550 mm/s, dok se u slučaju energije udara od 25 J radi o 5088 mm/s.

Unutar izbornika *Boundary condition* postavljaju se rubni uvjeti modela. Rubni uvjeti za udarač postavljaju se na referentnu točku udarača i potrebno je spriječiti sve stupnjeve slobode gibanja osim vertikalne translacije. Rubni uvjeti koji reprezentiraju držanje uzorka u eksperimentu postavljeni su kao uklještenje po bridu oplate. Rubni uvjeti prikazani su na slici 3.4.



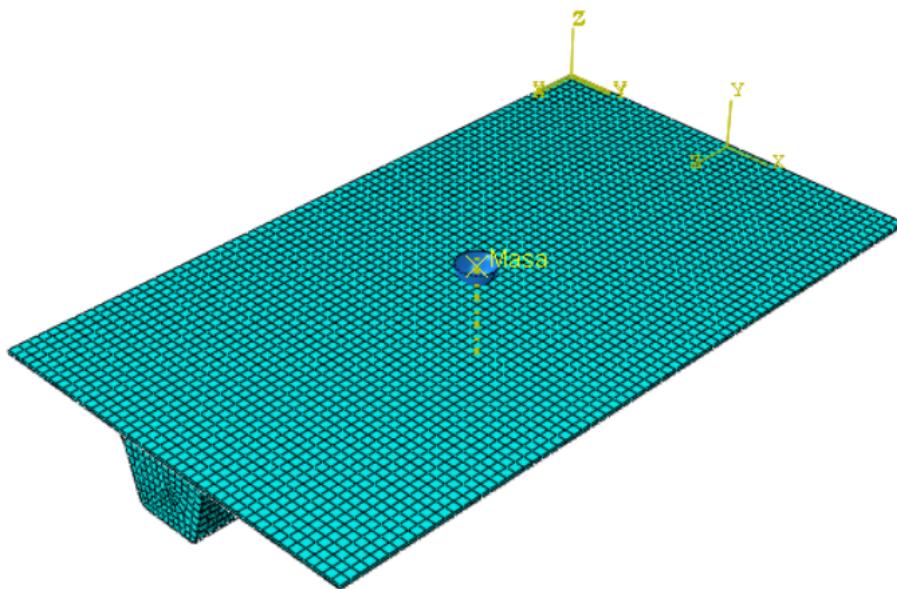
Slika 3.4 Prikaz rubnih uvjeta

### 3.9 Modul *Mesh*

Predzadnji od korištenih modula je modul *Mesh*. Unutar njega se geometriji dodjeljuje mreža konačnih elemenata čime se zapravo obavlja postupak diskretizacije kontinuuma. Svakom dijelu mreža je dodijeljena individualno.

Oplata je pravilnog oblika i diskretizirana je jednim ljuškastim elementom SC8R po debljini što je dostatno zbog načina na koji je definiran laminat. Veličina elementa

u ostale dvije dimenzije dodijeljena je putem *Seed part* izbornika i određena je 6 mm. Uzdužnica je također diskretizirana jednim ljkastim elementom SC8R po debljini i veličinom elementa 6 mm u ostale dvije dimenzije. Prilikom diskretizacije ljkastim konačnim elementima, potrebno je obratiti pozornost na smjer normale ljkastih elemenata. Smjer normale se može provjeriti putem *Tools >Query... >Mesh stack orientation*. Pjenasta ispuna diskretizirana je elementima veličine 5 mm i oni su tipa C3D8R. Udarač je analitičko kruto tijelo i njega nije potrebno diskretizirati. Ovakva mreža konačnih elemenata rezultira sa 7373 elemenata tipa SC8R i 9240 elemenata tipa C3D8R, što je ukupno 16 613 elementa i 26 369 čvorova. Mreža konačnih elemenata prikazana je slikom 3.5.



Slika 3.5 Prikaz korištene mreže konačnih elemenata

### 3.10 Modul *Job*

Zadnji modul koji se koristi je *Job* modul. U njemu se pomoću opcije *Create job* kreira zadatak za Abaqus-ov rješavač. U smislu maksimalnog iskorištenja raspoloživih računalnih resursa, uključena je paralelizacija pod izbornikom *Parallelization*. Osim toga, radi očuvanja točnosti rezultata i smanjenja numeričke greške, pod izbornikom *Precision*, odabrana je opcija *Double - analysis only* i *Full nodal output precision*. Naime, radi se o povećanju broja značajnih znamenki kod zapisa broja u računalu putem *double precision* formata zapisa broja u računalu čime se povećava točnost numeričkog postupka na uštrb memorijskom prostoru i malo računalnih resursa.

## 4. Rezultati i validacija

U ovom poglavlju prezentirani su rezultati simulacije numeričkog modela objašnjenog u poglavlju 3. Kako se radi o dvije energijske razine udara i dvije pozicije udara, to rezultira s četiri simulacije. Slučajevi su prikazani tablicom 4.1. Energijske razine su 20 J i 25 J. Pozicije udara su obje u horizontalnoj osi simetrije, jedna, pozicija A, na vertikalnoj osi simetrije iznad pjenaste ispune, a druga, pozicija B, nalazi se na pola puta između pozicije A i ruba ploče. Grafički prikaz pozicija udara može se vidjeti na slici 3.1.

Tablica 4.1: Četiri ispitna slučaja simulacije udara

Pozicija	A	A	B	B
Energija	25 J	20 J	25 J	20 J

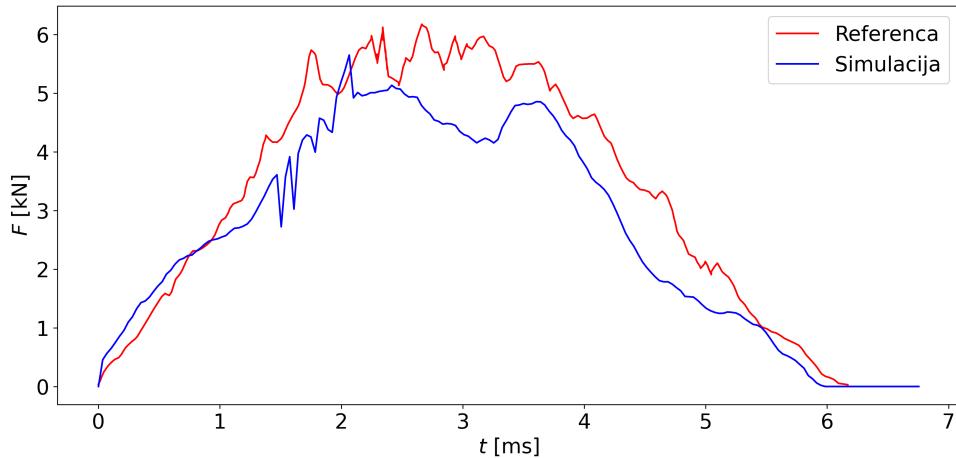
Nakon provedenih simulacija obrađeni su rezultati. Prvo su prikazani relevantni grafovi, uspoređeni s referentnima kao i sa sobom međusobno. Ti grafovi daju informaciju o točnosti reprodukcije same fizikalne pojave udara. Zatim je prikazana delaminacija opalte i uzdužnice, što je glavni predmet promatranja ovog rada. Treća stavka u rezultatima biti će intra-laminarna oštećenja kompozitnih dijelova, kao posljedica tih istih udara.

### 4.1 Udarna sila i apsorbirana energija

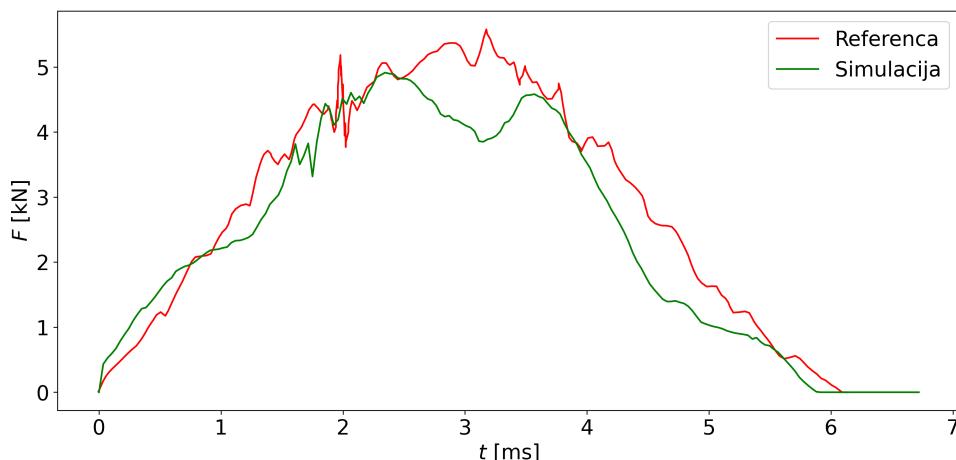
Dijagrami u ovom odlomku su grafički prikaz relevantnih varijabli traženih zapisom o povijesti varijable (*History output*). Slike dijagrama iz rada [20] digitalizirane su u set podataka u obliku *.csv* datoteke pomoću online alata *WebPlotDigitizer* [22]. Kao referenca uzeti su samo podatci numeričke simulacije. Budući da je u radu ona validirana eksperimentom, za potrebe ovog rada dovoljno je simulaciju validirati referentnom simulacijom. Podatci simulacije iz software-a Abaqus spremljeni su također u *.csv* datoteke. Programskim jezkom *Python* podatci su učitani pomoću *library-ja Pandas*, obrađeni pomoću *library-ja Numpy* te grafirani pomoću *library-ja Matplotlib*. Rezultati su prikazani dijagramima koji slijede.

### 4.1.1 Sila udara - Vrijeme

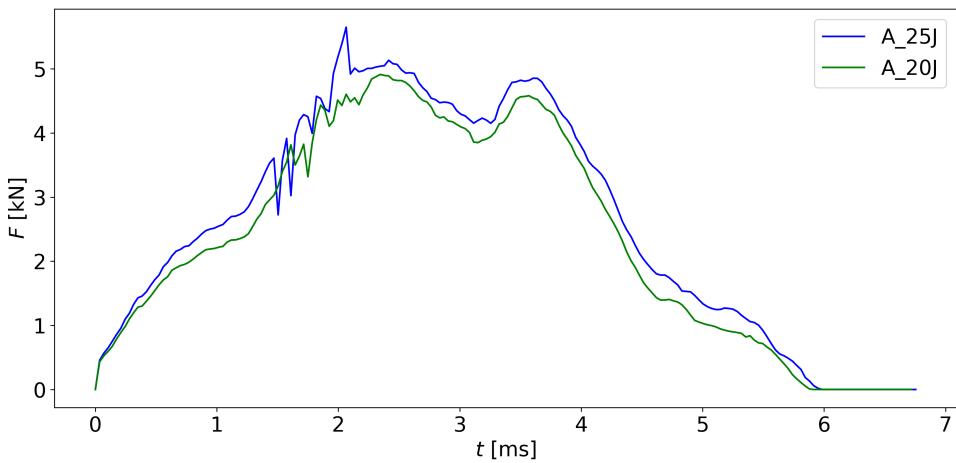
U ovom dijelu prezentirani su i komentirani rezltati *History output*-a varijable *CFTM* - *Total force due to contact pressure and frictional stress* za kontaktnu površinu u vremenu. Grafovi pokazuju kako se kontaktna sila mijenja u vremenu za referentne slučajeva iz tablice 4.1. Crvenom bojom prikazani su podatci referentne simulacije iz [20], plavom bojom prikazan je slučaj numeričke simulacije energije 25 J, dok je zelenom bojom prikazan slučaj numeričke simulacije energije 20 J. Podatci su uspoređeni s referentnima, a zatim su prikazani i uspoređeni međusobno radi uvida utjecaja povišenja energije na njihove vrijednosti. Prikazi su dani prvo za poziciju A, a zatim i za poziciju B.



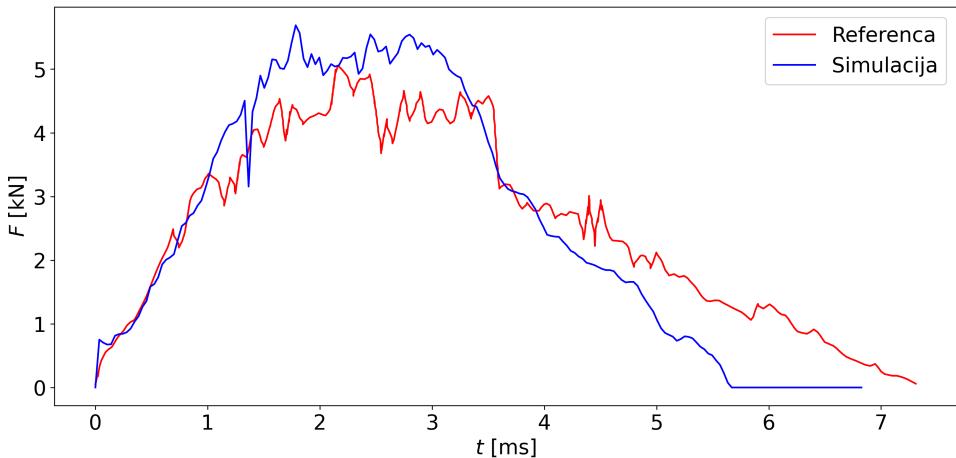
Slika 4.1 Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J



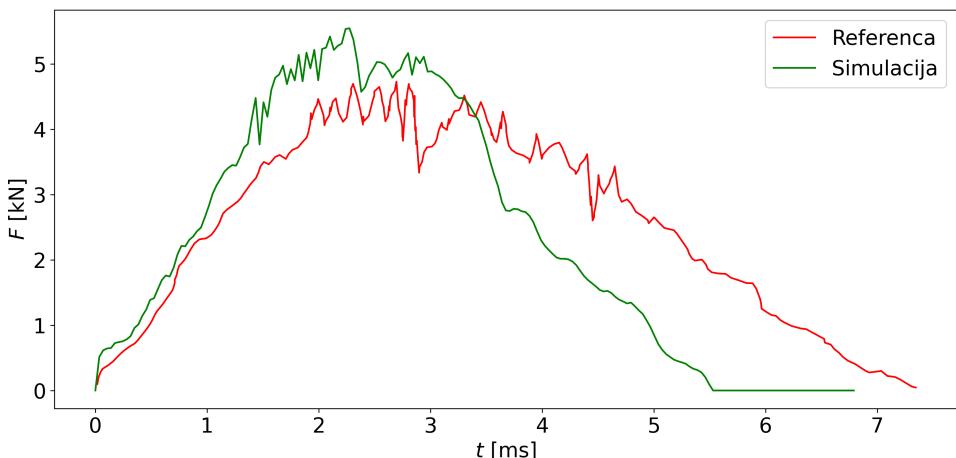
Slika 4.2 Usporedba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J



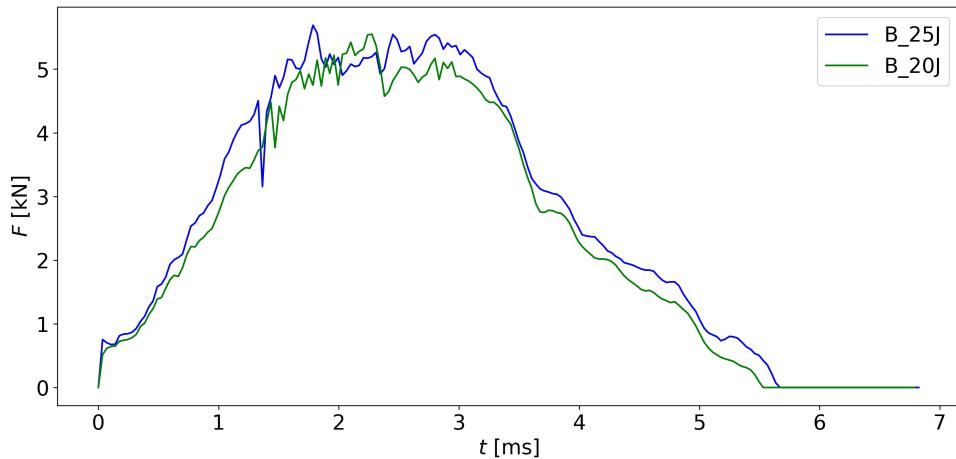
Slika 4.3 Usپoredba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A



Slika 4.4 Usپoredba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J



Slika 4.5 Usپoredba kontaktne sile u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J



Slika 4.6 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B

Na mjestu udara A za energiju 25J, krivulja simulacije poprilično se dobro poklapa sa referentnim podatcima (Slike 4.1 i 4.2). Najveća razlika nastaje početkom treće milisekunde, odnosno tijekom pojave delaminacije prije povratnog hoda udarača. Na istom mjestu za nižu energiju udara situacija je ista što govori o konzistentnosti modela. Usporedbom 20 J i 25 J na mjestu A (Slika 4.3) vidi se da krivulje kontaktne sile kvalitativno izgledaju slično uz naravno kvantitativnu razliku što je i za očekivati uz mali skok u energiji. S obzirom na isti kvalitativni oblik krivulja, može ih se svrstati u isti tip udara, odnosno udar pri malim brzinama. Ukoliko bi se one razlikovale, to bi nam ukazivalo ili na nekonzistentnosti u modelu ili na drugu kategoriju udara u kojoj bi se pojavila toliko velika oštećenja da bi se mijenjala krutost konstrukcije i davala druge karakteristike udarne sile. S obzirom da se simulacije dobro poklapaju i sa referentnim podatcima, može se zaključiti da je u ovom pogledu model validiran.

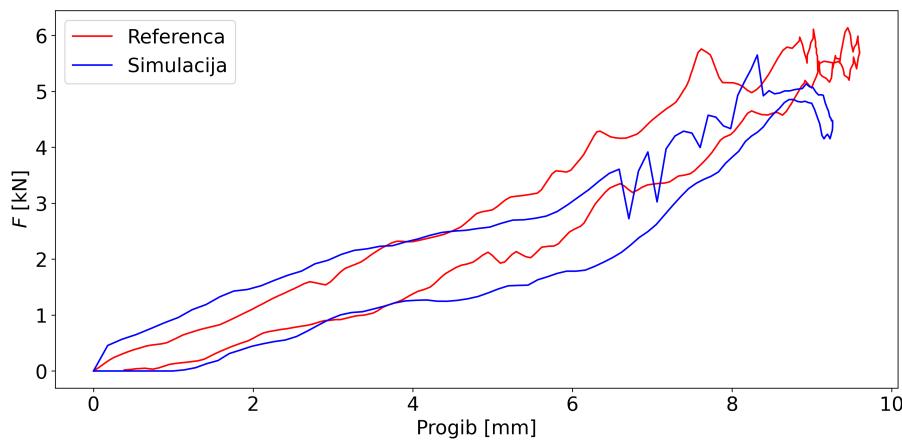
U slučaju udara u mjesto B, situacija je nešto lošija, no još uvjek se uviđa dobro poklapanje s referentnim rezultatima (Slike 4.4 i 4.5). Na slici 4.6 vidi se kvalitativno poklapanje krivulja za 20 J i 25 J. To nam ukazuje u konzistentnost modela. Kako su krivulje simulacije međusobno slične, te su i krivulje reference međusobno slične, tijekom usporedbe s referencem za obje energijske razine uočavaju se slična odstupanja. Uspoređujući cijeli udar u slučaju B sa referentnim, vidi se da u simulacijama iz ovog rada on traje nešto više od milisekunde kraće i da je intenzivniji po pitanju maksimalne sile. Na početku simulacije krivulja vrlo dobro prati referencu, što nam govori da je krutost konstrukcije odgovarajuća. Odstupanja kreću pri degradaciji krutosti, odnosno pojavici oštećenja. Oštećenja u konstrukciji pojavljuju se nešto kasnije, što rezultira rastom sile, i ona su nešto intenzivnija što se može vidjeti po bržem povratku krivulje u nulu. Unatoč tome, s obzirom na nedostatak podataka o modelu, pojava udara dobro je reproducirana.

Na poslijetku, između istih energijskih razina udara na različitim mjestima A i B vidi se da udar na poziciji A ima brži pad sile udara i ne drži dugo tu vršnu

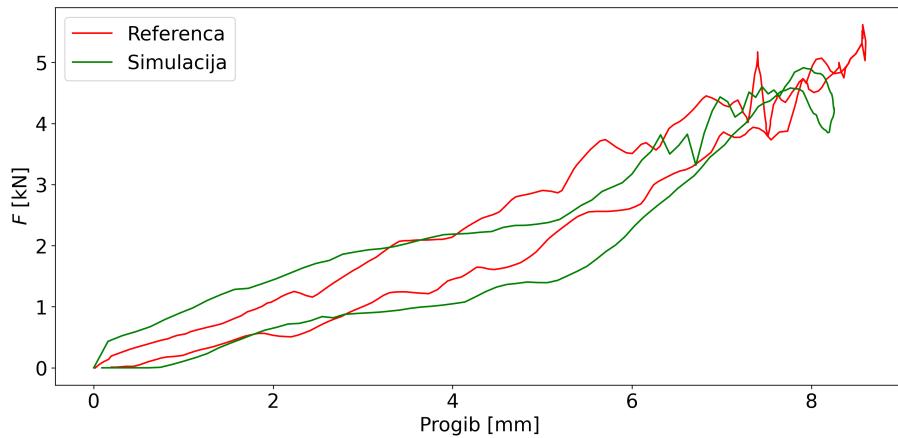
vrijednost u usporedbi s udarom na mjestu B. To potencijalno ukazuje da pjenasta ispuna na mjestu udara A igra bitnu ulogu u ublažavanju posljedica udara pri malim brzinama.

#### 4.1.2 Sila udara - Pomak

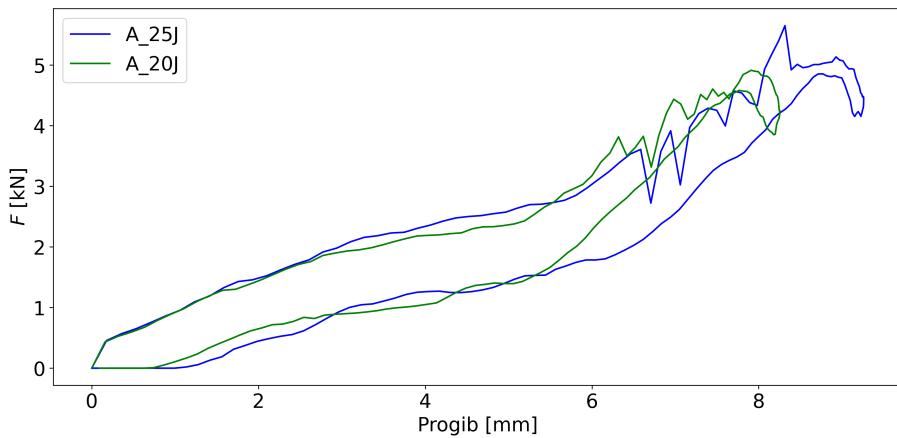
U ovom poglavlju prezentirane su vrijednost CFTM varijable opisane u prethodnom odlomku u ovisnosti o progibu konstrukcije *History output*-u varijable U2 za referentnu točku udarača. Grafovi pokazuju kako se kontaktna sila mijenja u ovisnosti o progibu konstrukcije na mjestu udara za referentne slučajeva iz tablice 4.1. Crvenom bojom prikazani su podatci referentne simulacije iz [20], plavom bojom prikazan je slučaj numeričke simulacije energije 25 J, dok je zelenom bojom prikazan slučaj numeričke simulacije energije 20 J. Podatci su uspoređeni s referentnima, a zatim su prikazani i uspoređeni međusobno radi uvida utjecaja povišenja energije na njihove vrijednosti. Prikazi su dani prvo za poziciju A, a zatim i za poziciju B.



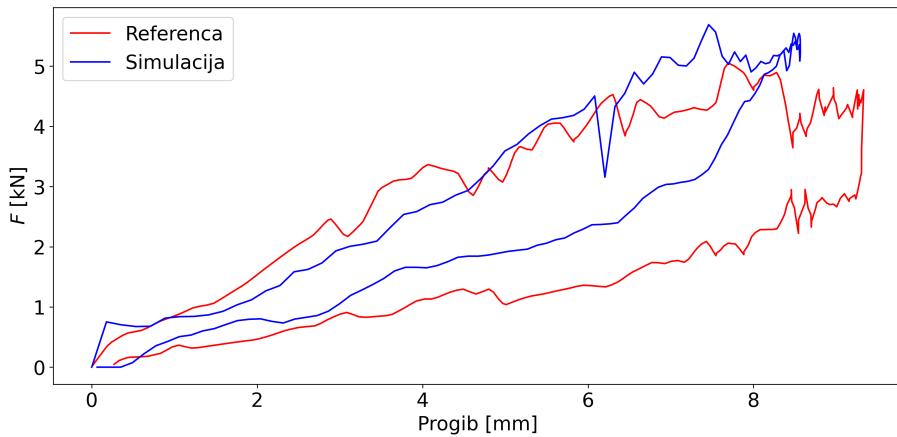
Slika 4.7 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J



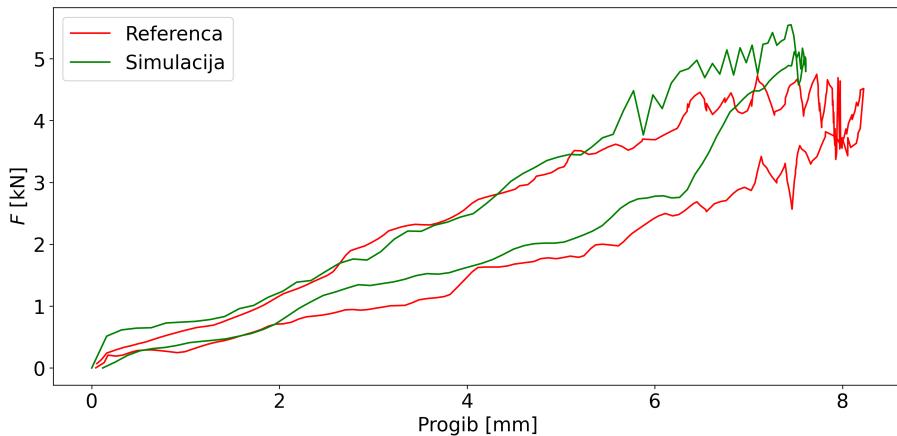
Slika 4.8 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J



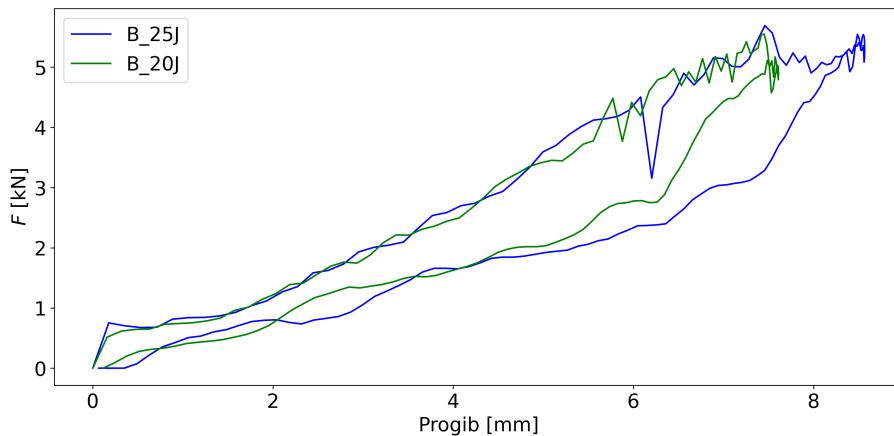
Slika 4.9 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A



Slika 4.10 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J



Slika 4.11 Usporedba kontaktne sile u ovisnosti o progibu u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J



Slika 4.12 Usپoredba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B

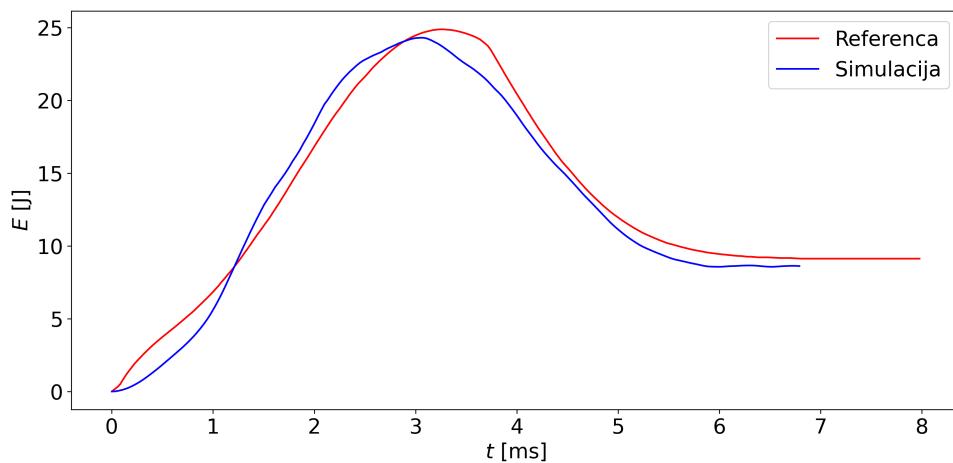
Kao i u prethodnom odlomku, poklapanje krivulja s referencem za mjesto udara A je nešto bolje nego za mjesto udara B. Za slučaj A krivulje vrlo dobro prate referentne krivulje iz čega se vidi da se krutost sustava poklapa s referencem (Slike 4.7 i 4.8). U komparativnom grafu za poziciju A (Slika 4.9) za različite energije udara ne vidi se više tolika kvalitativna sličnost kao kod sile (Slika 4.3). To je rezultat toga da, pri različitim energijama udara, udarač različito deformira konstrukciju.

Za slučaj B opet se mogu vidjeti mala odstupanja od reference (Slike 4.10 i 4.11). Na tom mjestu udara rezultati simulacija tek dobro prate referentne podatke. Negdje malo prije šestog milimetra progia u referentnom slučaju krutost konstrukcije počinje opadati ispod one u simulaciji (Slike 4.10 i 4.11). To bi moglo značiti da neke od čvrstoća korištenih za kriterije popuštanja imaju preveliku vrijednost jer se oštećenje ne pojavljuje dovoljno rano. Za razliku od slučaja za mjesto udara A u slučaju udara u mjesto B krivulje za dvije energije udara od 20 J i 25 J (Slika 4.12) pokazuju veću razinu kvalitativne sličnosti među sobom.

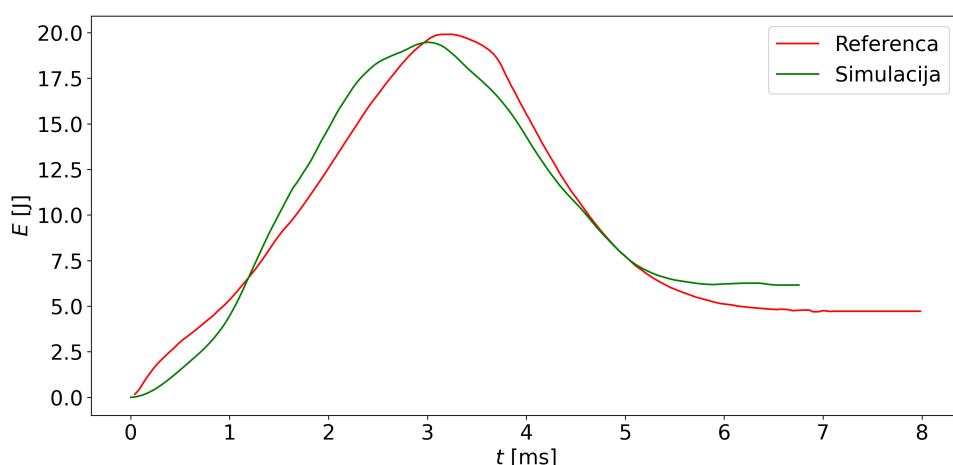
U grafu sile u ovisnosti o pomaku nagib krivulje stvarno jest trenutna krutost konstrukcije, pa se tu zornije vidi kada dolazi do oštećenja konstrukcije. S rastom oštećenja u konstrukciji, ona biva manje kruta. Osim toga, površina ispod grafa predstavlja energiju, pa je u ovom grafu površina zatvorena krivuljom zapravo energija apsorbirana od strane konstrukcije. Ipak, u ovom obliku teško je jasno vidjeti u kojem slučaju je apsorbirano koliko energije, pa će tome poslužiti prikaz rezultata iz sljedećeg odlomka.

### 4.1.3 Apsorbirana energija

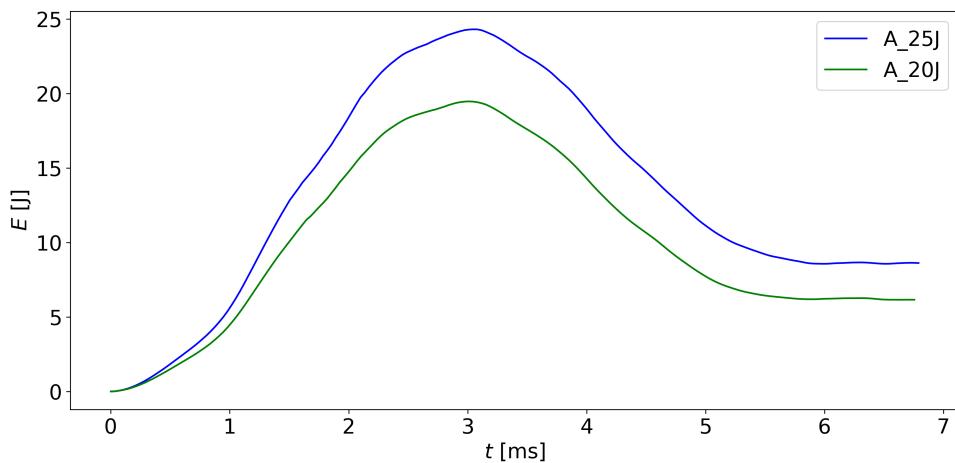
Krivulje prikazane u ovom odlomku vrijednosti su povijesti zapisa ALLIE varijable koja bilježi unutarnju energiju konstrukcije. Ona predstavlja apsorbiranu energiju unesenu od strane udarača. Grafovi pokazuju kako se apsorbirana energija konstrukcije mijenja u vremenu za referentne slučajeva iz tablice 4.1. Crvenom bojom prikazani su podatci referentne simulacije iz [20], plavom bojom prikazan je slučaj numeričke simulacije energije 25 J, dok je zelenom bojom prikazan slučaj numeričke simulacije energije 20 J. Podatci su uspoređeni s referentnima, a zatim su prikazani i uspoređeni međusobno radi uvida utjecaja povišenja energije na njihove vrijednosti. Prikazi su dani prvo za poziciju A, a zatim i za poziciju B.



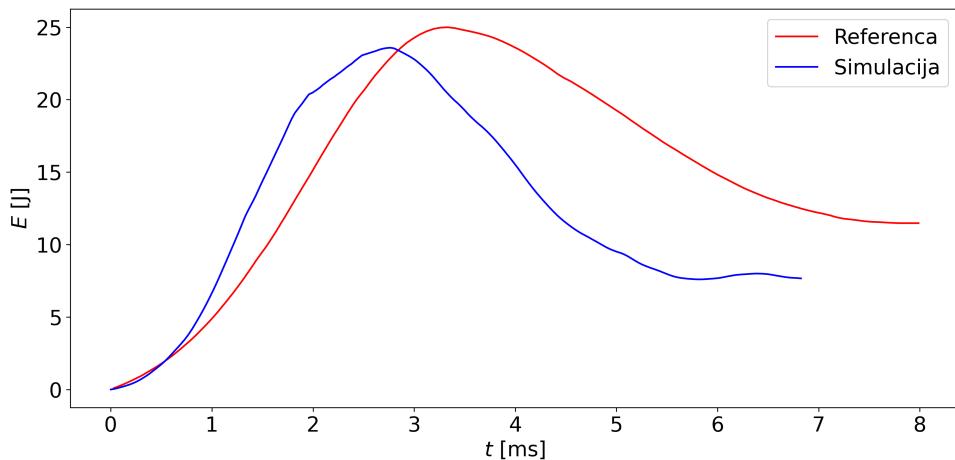
Slika 4.13 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 25 J



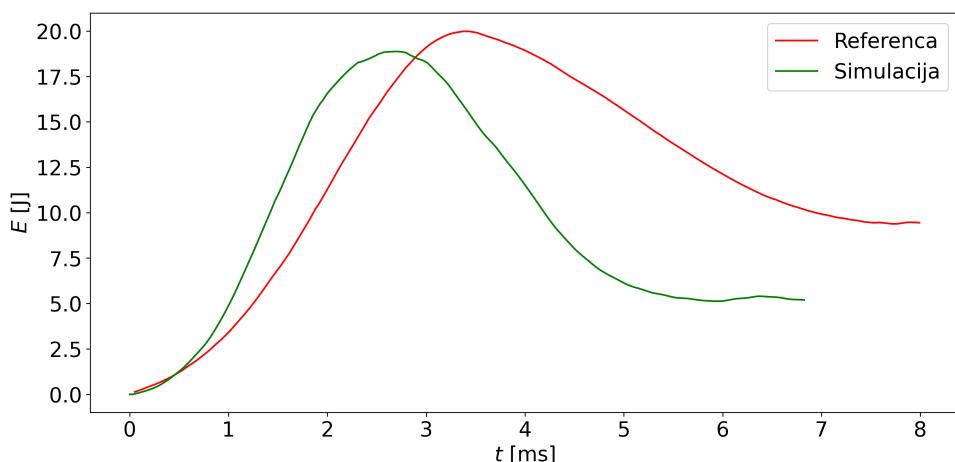
Slika 4.14 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara A i energiju udara 20 J



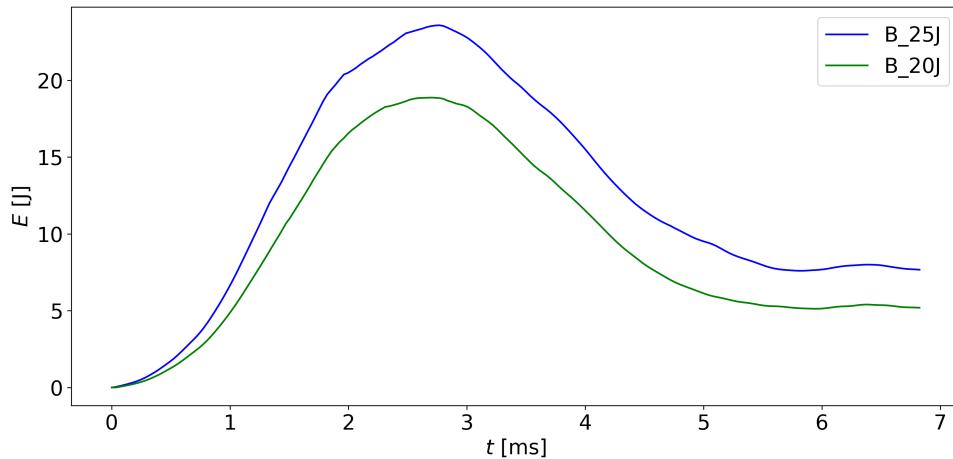
Slika 4.15 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara A



Slika 4.16 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 25 J



Slika 4.17 Usporedba apsorbirane energije u referentnoj simulaciji [20] i simulaciji u ovom radu za poziciju udara B i energiju udara 20 J



Slika 4.18 Usporedba simulacija za 20 J i 25 J za poziciju udara B

U nultom položaju udarač počinje kontakt sa konstrukcijom. Udarač unosi energiju u konstrukciju tako da se njegova kinetička energija pretvara u elastičnu potencijalnu energiju konstrukcije. Dio energije biva disipiran lomom kompozita, a dio apsorbiran vibracijama konstrukcije. Kada apsorbirana energija dostigne maksimum, to predstavlja i maksimalan progib konstrukcije, odnosno hod udarača. Od tog trenutka nadalje elastična energija pohranjena u krutost konstrukcije vraća udarač nazad. Naravno, vidi se da se dio energije na kraju ne vrati udaraču, a taj dio energije predstavlja energiju trajno apsorbiranu u konstrukciju u obliku oštećenja.

Trend s rezultatima u smislu boljeg poklapanja na položaju A i u ovom se odlomku nastavlja. U slučaju energije od 25 J krivulja se čak bolje poklapa nego za slučaj 20 J. U slučaju udara od 20 J (Slika 4.14), vraćeno je 13,840 J energije udaraču što predstavlja 30,8 % apsorbirane energije. Tu je malena razlika u usporedbi sa rezultatima [20], koji su 25,65 % apsorpcije. Za slučaj udara od 25 J (Slika 4.13), poklapanje krivulje je malo bolje. Energije je udaraču vraćeno 16,370 J što je 34,52 % apsorpcije, a to je vrlo blizu onome u radu gdje je 39,66 %. Krivulje međusobno pokazuju kvalitativne sličnosti i za poziciju A (Slika 4.15) i za poziciju B (Slika 4.18).

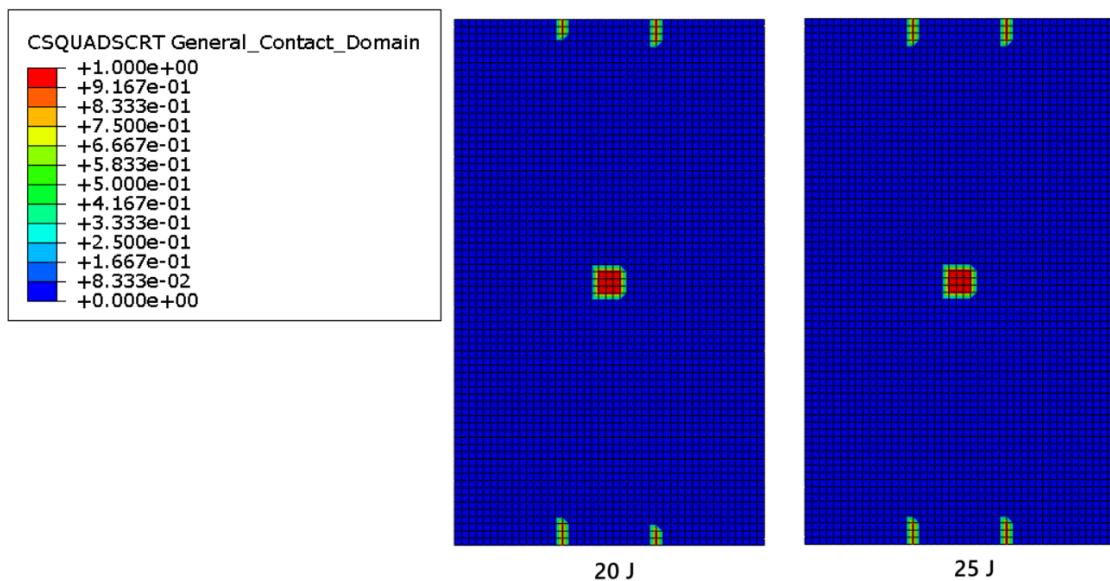
U slučaju B za udar od 20 J (Slika 4.17), vraćeno je udaraču 14,800 J energije, što znači da je u konstrukciju apsorbirano 26 % energije. Referentni podatak iz rada [20] je 48,79 %. U slučaju jačeg udara, odnosno 25 J (Slika 4.16), preostala energija udarača je 17,320 J. To predstavlja apsorpciju od 30,72 %. Prema [20] referentna apsorpcija je 49,93 %. U oba slučaja konstrukcija je vratila više energije nego u referentnim eksperimentima. To potvrđuje hipotezu iz prethodnog odlomka da je oštećenje predviđeno simulacijama u ovom radu manje nego oštećenje u referentnim simulacijama u [20].

Zanimljivo je kako je u oba slučaja bolja podudarnost s referentnim rezultatima u slučaju udara veće energije. Unatoč tome, odstupanja u drugom slučaju nisu jako velika, te se može zaključiti da numerički model korišten u ovom radu dobro

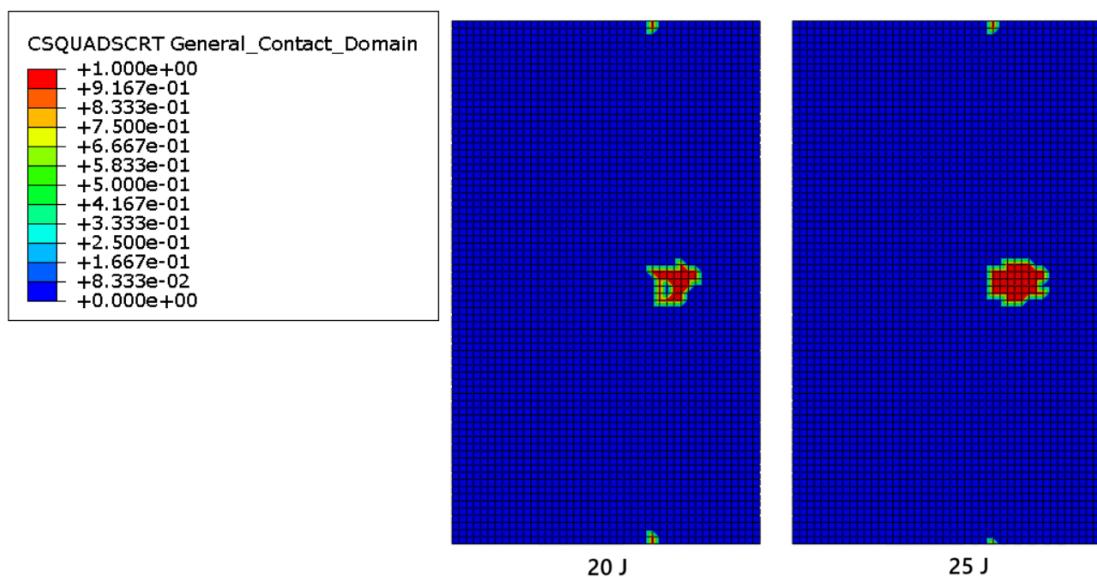
predviđa oštećenje u konstrukciji.

## 4.2 Delaminacija

Ovdje je prikazana delaminaciju, odnosno odvajanje oplate od uzdužnice. Ona je reprezentirana u obliku oštećenja kohezivne površinske interakcije među elemenima. Promatrana je *Field output* varijable CSQUADSCRT koja govori o tome je li po kvadratnom kriteriju naprezanja objašnjeno u poglavlju 2.5 i prikazanom jednadžbom 2.28, dosegnut kriterij oštećenja.



Slika 4.19 Delaminacija za poziciju udarača A



Slika 4.20 Delaminacija za poziciju udarača B

Slikom 4.19 prikazana je delaminacija za mjesto udara A za obje energetske razine udara. U centru, na mjestu udara, javlja se površina delaminacije. Površina je pravilnog oblika kvadrata, u slučaju 20 J stranice oko 18 mm, tek nešto vrlo malo veća u slučaju veće energije udara. S obzirom da razlika u apsorbiranoj energiji postoji, a da razlika u površini delaminacije nije uopće velika, naslućuje se da velik dio energije apsorbira pjenasta ispuna svojom plastičnom deformacijom. Činjenica da je na drugom mjestu udara, gdje nema pjenaste ispune, površina delaminacije veća, to ukazuje da pjenasta ispuna ima veliku ulogu u apsorpciji energije udara. Osim centralne delaminacije, vidi se još i delaminacija blizu rubova, no ta delaminacija je pre blizu rubnim uvjetima da bi bila relevantna, pa se iz nje ne može ništa zaključiti.

Slikom 4.20 prikazana je delaminacija u slučaju udara u mjesto B. Za razliku od udara u mjesto A, pri ovom udaru vidi se očigledna razlika u veličini delaminacije pri različitoj energetskoj razini udara. Za slučaj udara od 20 J, površina je manja i njene glavne osi su dimenzija 30 x 24 mm. Vidi se da je oštećenje prema sredini panela, gdje dolazi uzdužnica i pjenasta ispuna, manje. Oštećenje u slučaju udara od 25 J može se aproksimirati eliptičnim oblikom. Osi delaminacije su oko 42 x 30 mm. Oštećenje je očito veće za veću energiju. Oba oštećenja na ovom mjestu, kada se usporede s oštećenjima za udar iste energije na mjestu A, su veća. To opet ukazuje na važnost pjenaste ispune u apsorpciji energije udara i minimizacije oštećenja kompozitnog panela. Što se tiče neobične delaminacije blizu rubnih uvjeta kao u slučaju A, ona se ovdje pojavila u znatno manjoj mjeri što ukazuje na veću podatljivost konstrukcije na ovome mjestu kako posljedice udara nisu prenesene daleko od mjesta udara kao u slučaju A.

### 4.3 Oštećenja unutar kompozita

Na posljeku, promatrati će se oštećenja unutar laminata oplate i laminata uzdužnice. Hashin-ov kriterij oštećenja kompozita omogućuje razmatranje tlačnog i vlačnog loma vlakana, kao i vlačnog i tlačnog loma matrice. I za vlakna i za matricu, tlačno oštećenje je malo u usporedbi sa vlačnim. Sva ta oštećenja su rezultat disipacije kinetičke energije udarača. Varijable kojima je prikazano je li došlo do inicijacije oštećenja u rasponu od 0-100 % su:

- **HSNFCCRT** - Kriterij inicijacije tlačnog oštećenja vlakana
- **HSNFTCRT** - Kriterij inicijacije vlačnog oštećenja vlakana
- **HSNMCCRT** - Kriterij inicijacije tlačnog oštećenja matrice
- **HSNMTCRT** - Kriterij inicijacije vlačnog oštećenja matrice.

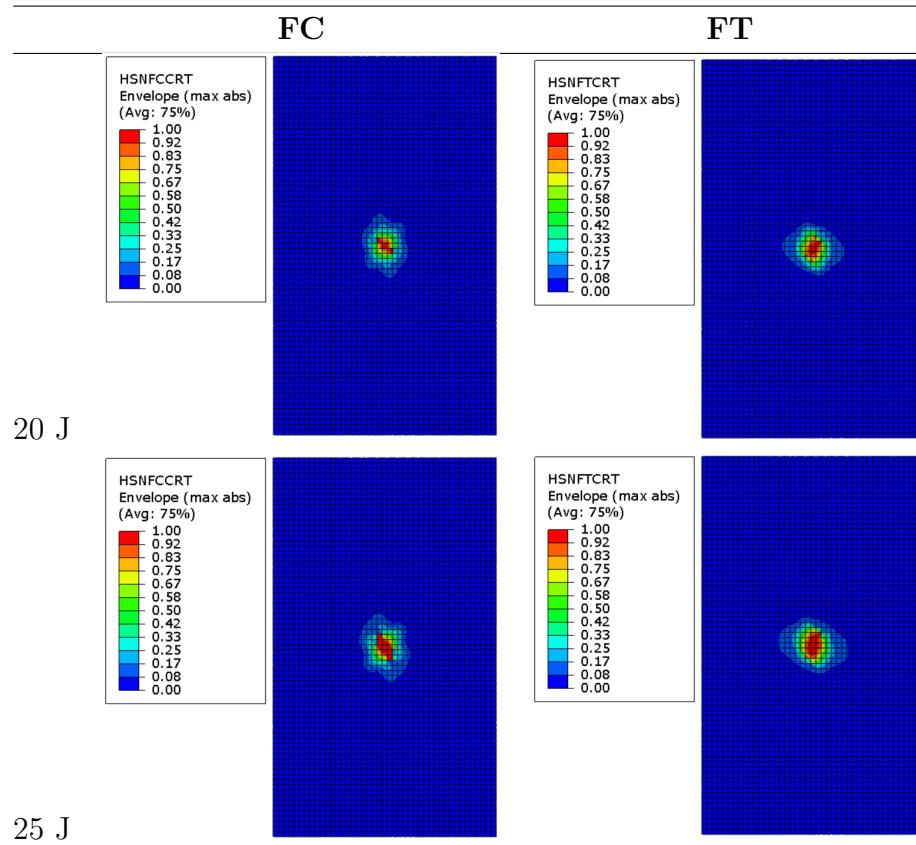
Kompozitni panel sastoji se od 16 slojeva u oplati i 4 sloja u uzdužnici. Sa svim načinima popuštanja, vrlo je zahtjevno prikazati rezultate bez šume podataka. Iz tog

razloga odabran je *Envelope* prikaz za laminate. Uz doabrani kriterij maksimalne vrijednosti, *Envelope* daje prikaz koji u svakom elementu pokazuje maksimalnu vrijednost između svih vrijednosti u slojevima laminata. Negativna strana ovog prikaza je što se gubi informacija u kojem je točno sloju dosegnut kriterij oštećenja, ali pozitivna strana je što se jasno vidi cjelokupna slika područja oštećenja kompozitnog laminata.

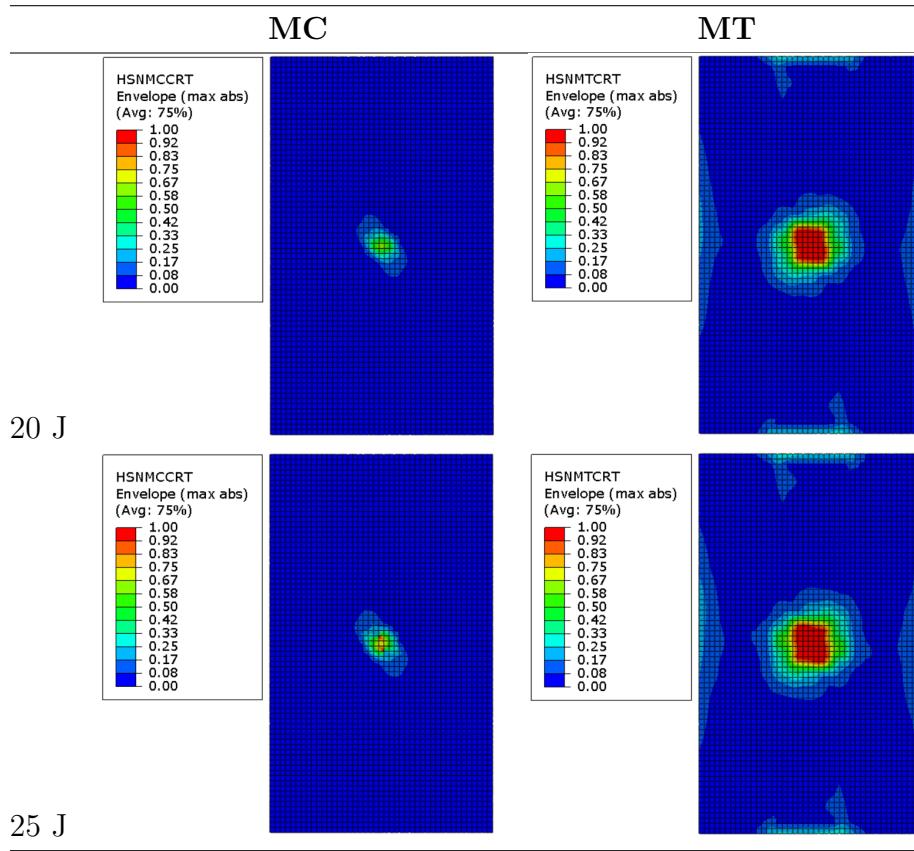
Zone oštećenja vlačnih načina popuštanja veće su od zonu oštećenja tlačnih načina popuštanja. To je tako jer udarač, pokušavajući saviti panel, po debljini, tlačno opterećuje zonu bliže njemu (gledajući od središnje ravnine), a vlačno opterećuje zonu dalje od sebe. Tako je i uočeno, pri proučavanju rezultata po slojevima laminata, da su površine oštećenja mnogo veće u slojevima koji su dalje od mesta udara. To potvrđuje činjenicu da su pri malim brzinama udara oštećenja teško vidljiva izvana, te ih je baš zato bitno razumjeti i moći predvidjeti u smislu kontrole i tolerancije oštećenja.

Oplatu je lako promatrati u 2D projekciji zbog svoje jednostavne geometrije, pa je tako i prikazana. Oštećenje na uzdužnici prikazano je izometrijom u presjeku. Tako se zorno vide oštećenja zbog njene kompleksne geometrije. Stoga je važno napomenuti da je na mjestu udara A, rezultat simetričan na polovici koja se ne vidi, dok je na mjestu udara B druga strana neoštećenja, jer udar nije na toj strani niti su njegove posljedice prenesene kroz konstrukciju.

Tablica 4.2: Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za udar na poziciji A

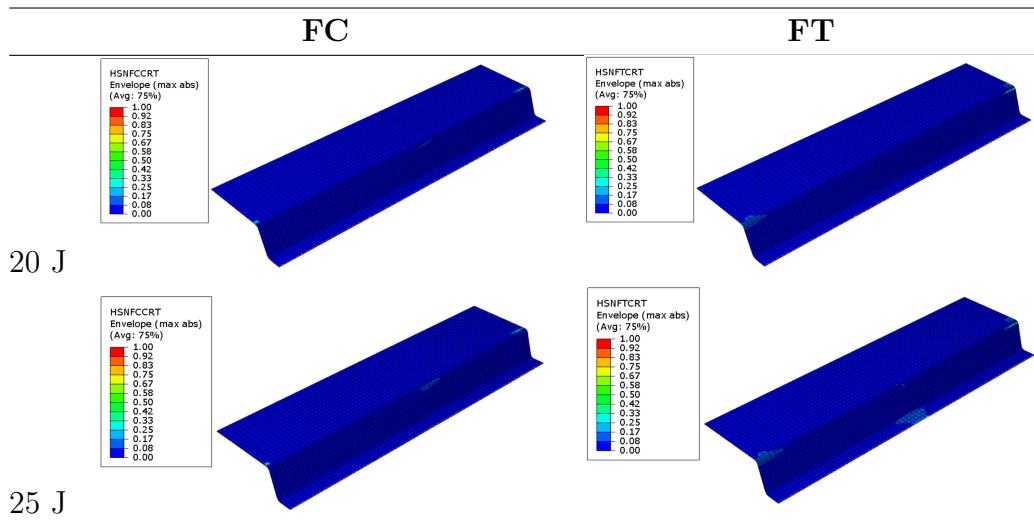


Tablica 4.3: Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za udar na poziciji A

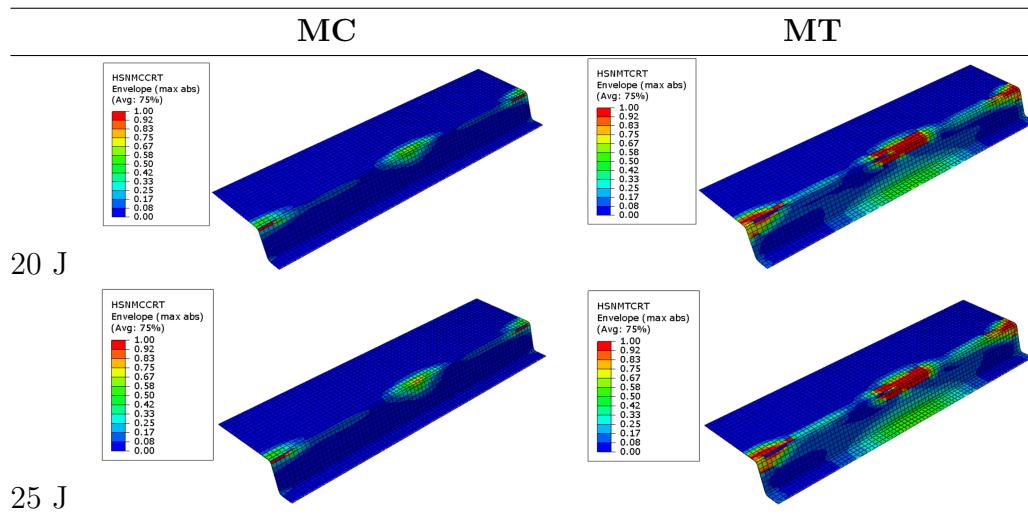


Slike u tablicama 4.2 i 4.3 prikazuju oštećenja u slojevima laminata oplate za mjesto udara A usporedno za energiju udara od 20 J i 25 J.

Tablica 4.4: Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana uzdužnice za udar na poziciji A

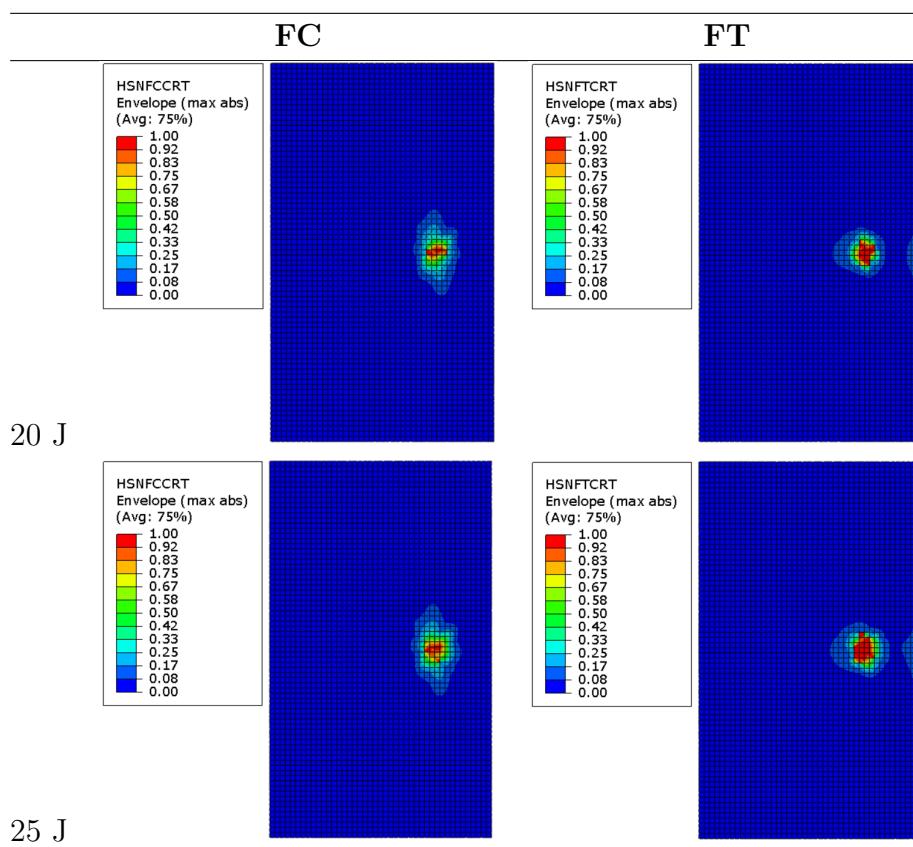


Tablica 4.5: Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice uzdužnice za udar na poziciji A

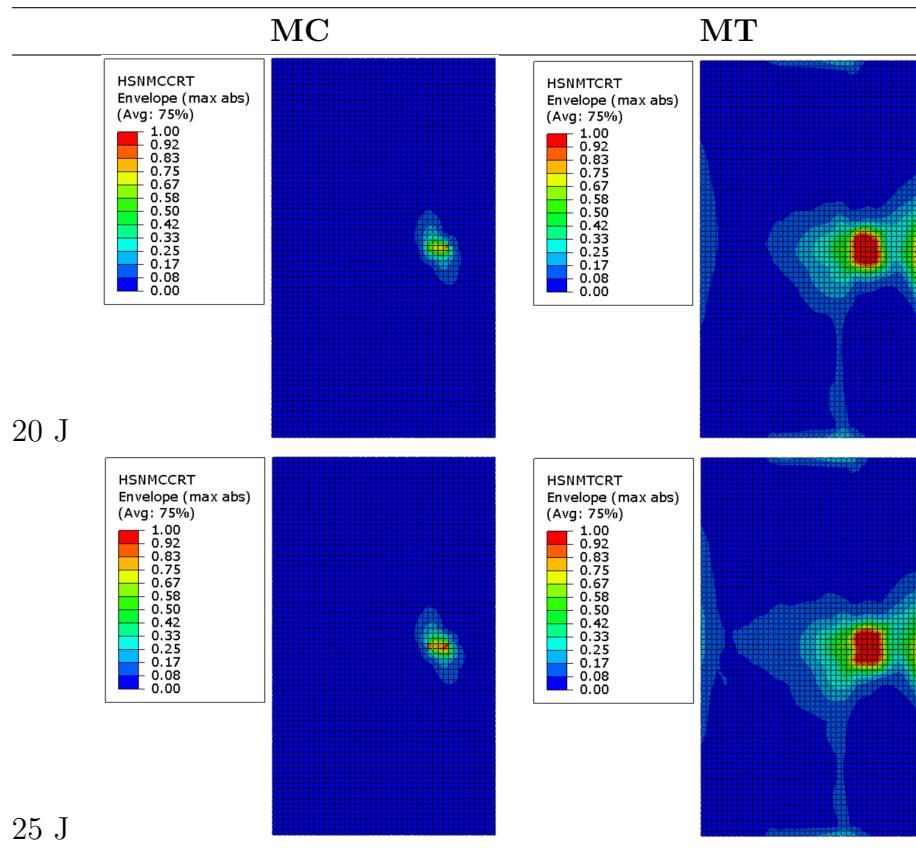


Slike u tablicama 4.4 i 4.5 prikazuju oštećenja u slojevima laminata uzdužnice za mjesto udara A usporedno za energiju udara od 20 J i 25 J.

Tablica 4.6: Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za udar na poziciji B

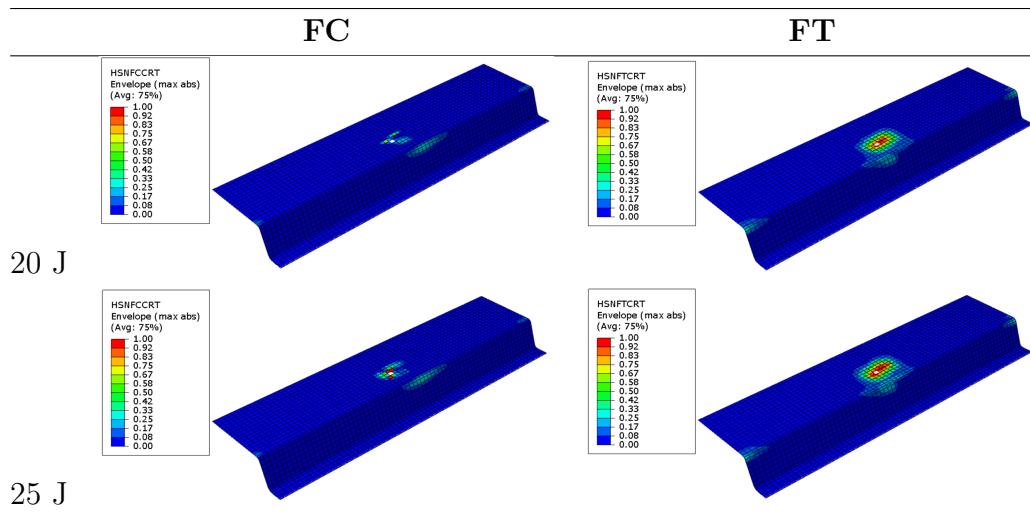


Tablica 4.7: Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za udar na poziciji B

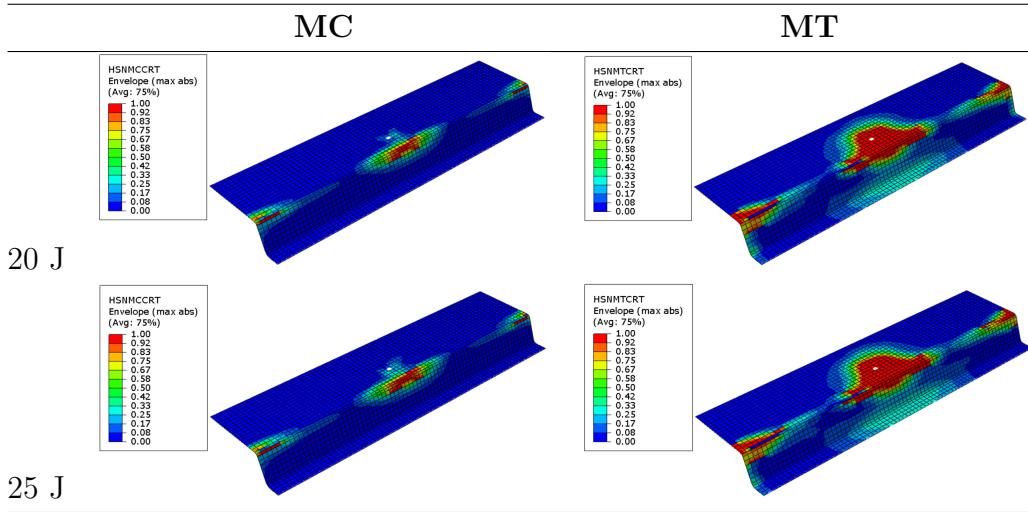


Slike u tablicama 4.6 i 4.7 prikazuju oštećenja u slojevima laminata oplate za mjesto udara B usporedno za energiju udara od 20 J i 25 J.

Tablica 4.8: Prikaz intra-laminarnih oštećenja vlastitog vlakana uzdužnice za udar na poziciji B



Tablica 4.9: Prikaz intra-laminarnih oštećenja matrice uzdužnice za udar na poziciji B



Slike u tablicama 4.8 i 4.9 prikazuju oštećenja u slojevima laminata uzdužnice za mjesto udara B usporedno za energiju udara od 20 J i 25 J.

Na temelju slika u tablicama 4.2 - 4.9 mogu se donijeti sljedeći zaključci.

Gledajući, "horizontalne" usporedbe, odnosno prema redovima u tablicama, vidi se da je svakako oštećenje u vlačnim načinima popuštanja za isti dio veće nego tlačno oštećenje. Udarom se paneli savijaju, pa po teoriji ljsusaka, bivaju tlačno opterećeni bliže udaraču u odnosu na srednju plohu, a vlačno opterećeni su slojevi koji su dalje od udarača. Strana koja trpi udar vidljiva je a dublji slojevi kompozita nisu, stoga se zaključuje da je veći dio oštećenja teže vidljiv u stvarnosti i da je kritičniji za gubitak integriteta konstrukcije.

Promatrajući sada "vertikalne" usporedbe, odnosno, ostavši unutar iste tablice uspoređujući iste načine popuštanja za isti dio pri različitim energetskim razinama udara, vidi se da je pri većoj energiji udara oštećenje veće, što je i za očekivati. To je tako u svim prezentiranim slučajevima.

Mogu se usporediti i oštećenja vlakana i matrice za isti dio i istu energiju udara. U tom slučaju vidi se da matrica trpi veće oštećenje od vlakana, što ima smisla jer jedna od njenih uloga i je zaštita vlakana koji su glavni nosivi elementi kompozita, zadržavajući time nosivost čak i oštećene konstrukcije.

To su bili zaključci koji su zajednički po svim tablicama, ali može se uočiti još nekoliko zanimljivih pojava. U tablicama 4.4 i 4.5 vidi se kako u slučaju udara na mjesto A oštećenje vlakana gotovo niti ne pojavljuje, dok oštećenje matrice postoji, ali je maleno. Tu se uočava kako pjenasta ispuna ima ulogu u apsorpciji energije udara jer u slučaju udara u poziciju B, gdje pjenasta ispuna nije direktno ispod mesta udara, oštećenje i matrice i vlakana je znatno veće, kao što se vidi na slikama u tablicama 4.8 i 4.9. U tim tablicama 4.8 i 4.9 također je moguće uočiti da je

jedan element toliko oštećen da je izbrisana, što znači da se pukotina proteže kroz sve slojeve laminata. Zadnja stvar koju valja napomenuti prikazana je u tablici 4.7 gdje se uočava kako je oko glavne zone udara prisutna još jedna zona gdje je inicirano oštećenje. Ta zona nalazi se uz rubne uvjete uklještenja ruba oplate i zbog toga ju se ne može smatrati relevantnom, pa je to potrebno zanemariti.

## 5. Variranje slojeva oplate

Uz uspostavljen zadovoljavajuć numerički model, ostaje ispitati kako variranje slojeva laminata oplate kompozitnog panela utječe na delaminaciju i popuštanje kompozitne konstrukcije. U tom smislu treba izabrati druge rasporede slojeva laminata te vidjeti kako će se konstrukcija ponašati pod udarom pri malim brzinama.

U svrhu razmatranja kritičnog, odnosno najgoreg slučaja, za variranje rasporeda i orijentacije slojeva laminata odabran je slučaj energije udara 25 J na mjestu B kao referentni slučaj za ovo poglavlje jer pokazuje najveća oštećenja. S tim postavkama udara ispitat će se još neke varijacije laminata.

Oplata se sastoji od 16 pojedinačnih slojeva laminata pa je njenih mogućih varijacija vrlo mnogo. Stoga će biti ispitani neki karakteristični laminati. Kako i zašto su odabrani ti laminati objašnjeno je u narednim potpoglavljima.

### 5.1 Sprezanja u kompozitnim laminatima

U klasičnoj teoriji kompozitnih laminata, matrica krutosti za cijeli laminat izvodi se sumacijama elemenata matrica krutosti pojedinih slojeva. Matrica krutosti cijelog laminata oblika je [19]:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

U izrazu 5.1, elementi podmatrica  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{D}$  računaju se prema formulama [19]:

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}_k} \cdot (h_k - h_{k-1}), \quad (5.2)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}_k} \cdot (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad (5.3)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \overline{\mathbf{Q}_k} \cdot (h_k^3 - h_{k-1}^3). \quad (5.4)$$

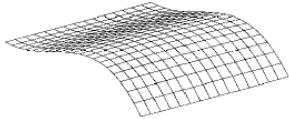
U jednadžbama 5.2, 5.3, 5.4 oznaće su sljedeće:

- $\overline{\mathbf{Q}_k}$ : transformirana reducirana matrica krutosti  $k$ -tog sloja laminata
- $h_k$ : koordinata gornje površine  $k$ -tog sloja
- $h_{k-1}$ : koordinata donje površine  $k$ -tog sloja

- $n$ : ukupan broj slojeva laminata.

Zbog svoje slojevite građe, ovisno o broju i orijentaciji slojeva, kompoziti mogu iskazivati veze sila i deformacija koje su neuobičajene za homogene izotropne materijale. Postoje tri karakteristična neuobičajena sprezanja sila i deformacija, svaki vezan za jednu od tri podmatrice krutosti. Spregovi su prikazani slikom 5.1.

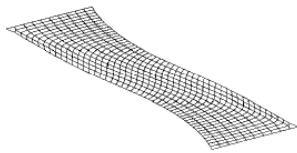
### Coupling 1: in-plane/out-of-plane



$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \varepsilon_6^0 \\ \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_6 \end{bmatrix}$$

The matrix equation shows the relationship between nodal forces ( $N$ ), nodal moments ( $M$ ), and nodal displacements/rotations ( $\varepsilon$  and  $\kappa$ ). The coupling terms  $A_{16}$ ,  $B_{16}$ , and  $D_{16}$  are highlighted with red boxes.

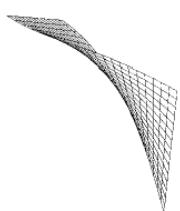
### Coupling 2: extension/shear



$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \varepsilon_6^0 \\ \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_6 \end{bmatrix}$$

The matrix equation shows the relationship between nodal forces ( $N$ ), nodal moments ( $M$ ), and nodal displacements/rotations ( $\varepsilon$  and  $\kappa$ ). The coupling terms  $A_{16}$ ,  $B_{16}$ , and  $D_{16}$  are highlighted with red boxes.

### Coupling 3: bending/torsion



$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^0 \\ \varepsilon_2^0 \\ \varepsilon_6^0 \\ \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_6 \end{bmatrix}$$

The matrix equation shows the relationship between nodal forces ( $N$ ), nodal moments ( $M$ ), and nodal displacements/rotations ( $\varepsilon$  and  $\kappa$ ). The coupling terms  $D_{16}$  and  $D_{26}$  are highlighted with red boxes.

Michaël Bruyneel, 2022-2023

Slika 5.1 Tri karakteristična sprezanja sile i deformacija u kompozitnim laminatima [2]

Referentni laminat ima sljedeći raspored slojeva: [45/90/0/ - 45/0/ - 45/45/0]<sub>s</sub> i kao takav nema spreg u podmatrici krutosti **A**, nema spreg u podmatrici krutosti **B**, te ima spreg u podmatrici krutosti **D**.

Tako će biti promatrano kako raspored laminata koji značajno mijenja matricu krutosti cijelog laminata, odnosno unosi elemente sprega karakterističnog za kompozite (ili ih uklanja u slučaju **D**), utječe na delaminaciju i popuštanje kompozitne konstrukcije. U tom smislu za varijaciju slojeva laminata odabrana su tri slučaja, a promjene u odnosu na referentni laminat označene su podebljanim tekstom:

- Unosi elemente  $A_{16}$  i  $A_{26}$ :  
[45/90/0/ - 45/0/**45**/45/0]<sub>s</sub>
- Unosi cijelu **B** podmatricu:  
[45/90/0/ - 45/0/ - 45/45/0/0/45/**90**/0/**45**/0/90/45]

- Uklanja elemente  $D_{16}$  i  $D_{26}$ :

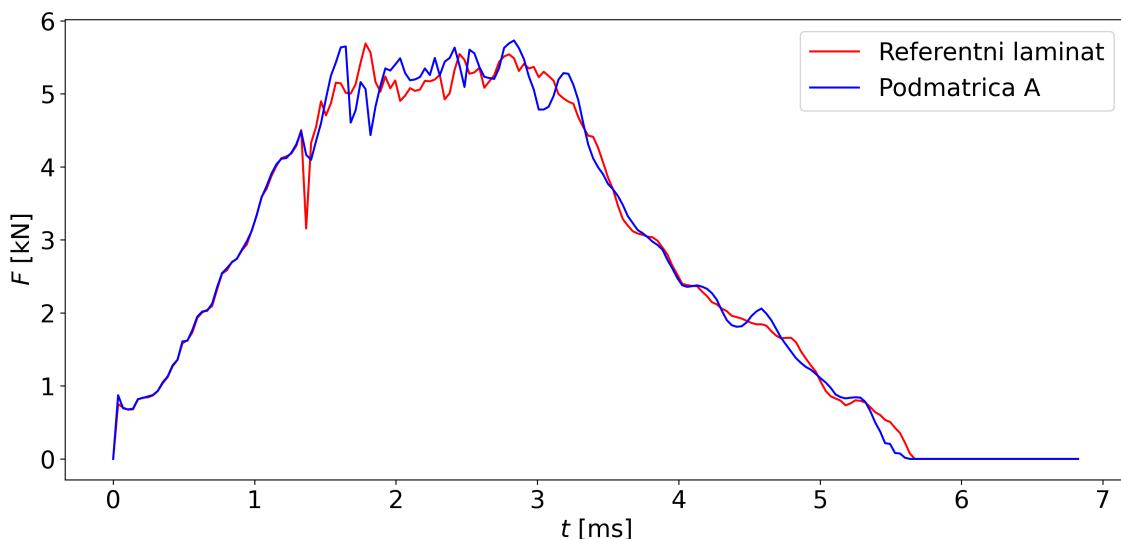
$$[-45/-90/0/45/0/45/-45/0/0/45/-45/0/-45/0/90/45]$$

## 5.2 Laminati i rezultati

S navedenim laminatima simuliran je udar energije 25 J na mjestu B. Progib i apsorbirana energija gotovo su isti kao i u referentnom slučaju, pa je prikazan sam graf kontaktne sile u vremenu. Nakon njega, uspoređena je površina delaminacije s referentnim slučajem, a na kraju je razmatrana i usporedba intra-laminarnih oštećenja između varijacije i reference. Intra-laminarna oštećenja razmatrana su samo za laminat oplate, jer promjene u slaganju laminata oplate prema rezultatima ne utječu bitno na rezultate na uzdužnici.

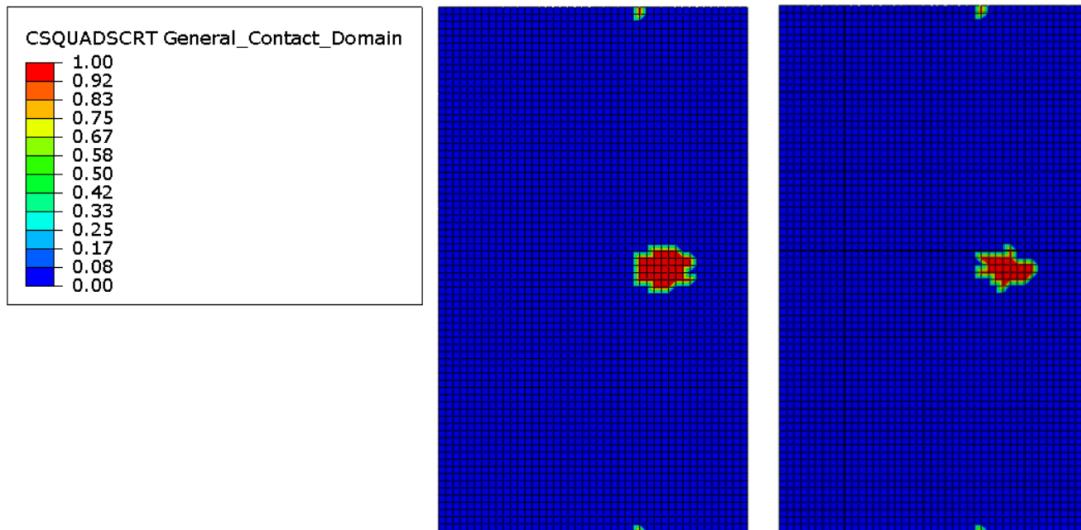
### 5.2.1 Laminat 1

Laminat 1 ima raspored slojeva  $[45/90/0/-45/0/45/45/0]_S$ . On unosi elemente  $A_{16}$  i  $A_{26}$  u matricu krutosti laminata. Naime, laminati s orientacijom  $0^\circ$  i  $90^\circ$  u svojim matricama krutosti nemaju elemente  $\bar{Q}_{16}$  i  $\bar{Q}_{26}$ , dok ih slojevi rotacije  $45^\circ$  i  $-45^\circ$  imaju, ali iste vrijednosti suprotnog predznaka. Varirajući orientaciju jednog sloja od  $45^\circ$  za predznak, spreg isčezava.



Slika 5.2 Usporedba kontaktne sile za laminat 1

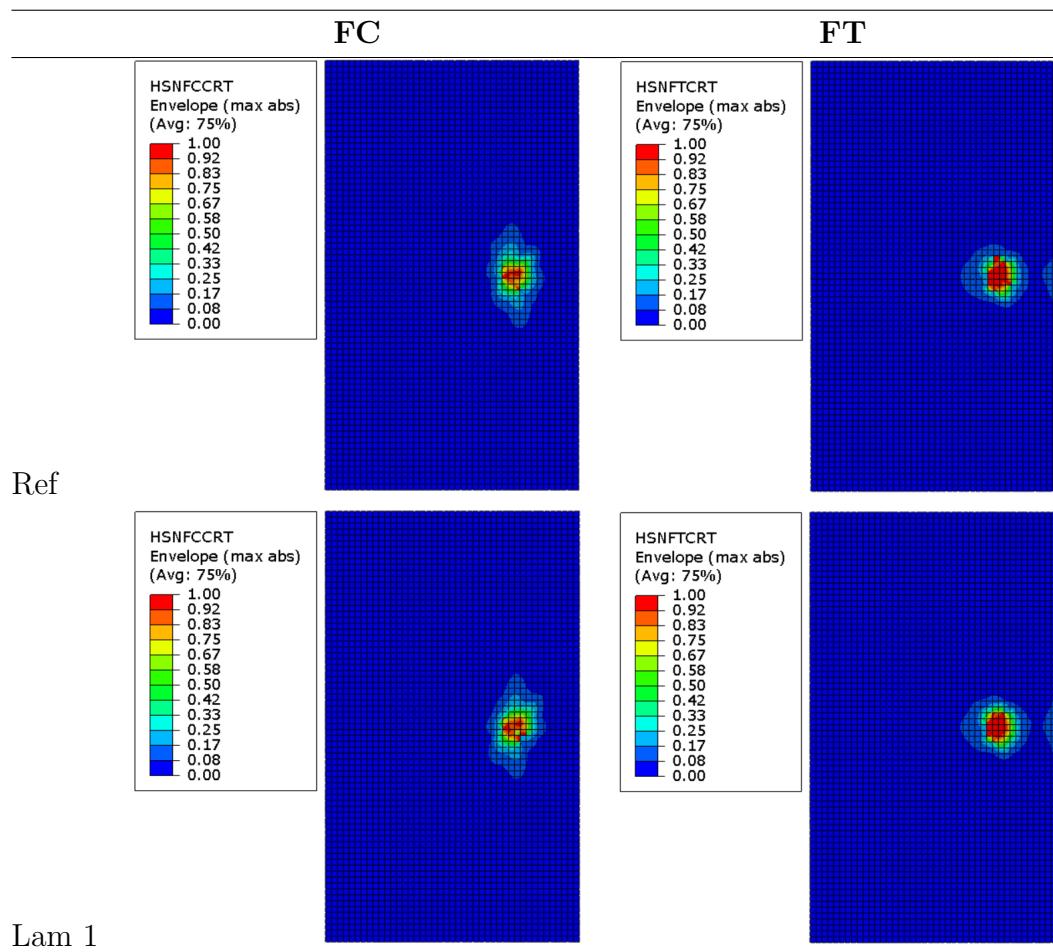
Na slici 5.2 vidi se karakteristika kontaktne sile u vremenu za laminat 1. Vidi se da se inicijalna krutost konstrukcije poklapa, te da razlika postaje vidljiva negdje oko 1,5 milisekunde kada se pojavljuje nagli propad sile. Nakon toga dostiže se otprilike jednaka vršna vrijednost no malo ranije u slučaju varijacije. Rezultat je da je pojava sprega promjenu karakteristike kontaktne sile oko vršne vrijednosti.



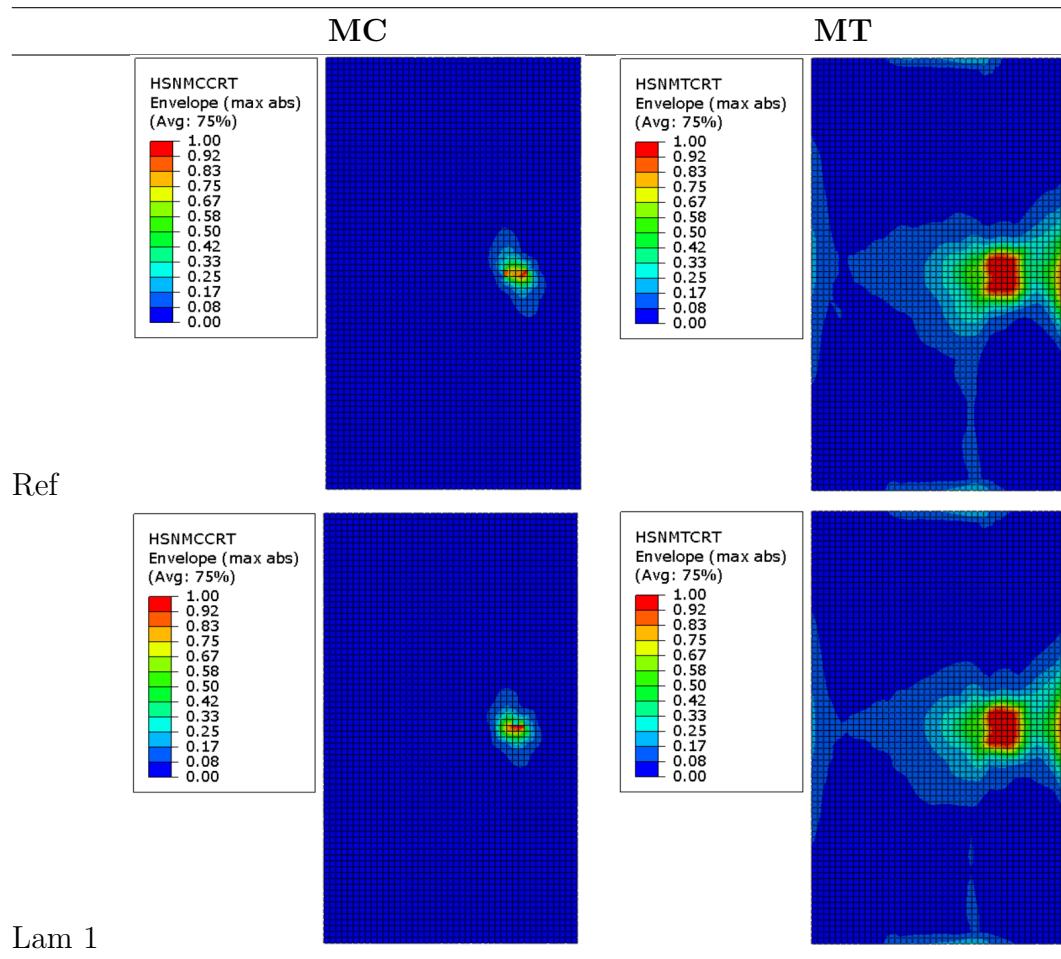
Slika 5.3 Usporedba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 1 (desno)

Na slici 5.3 vidi se razlika u oštećenju kohezivnog sloja. Površina na kojoj je inicirano oštećenje kohezivnog sloja nešto je manja od referentnog slučaja.

Tablica 5.1: Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 1



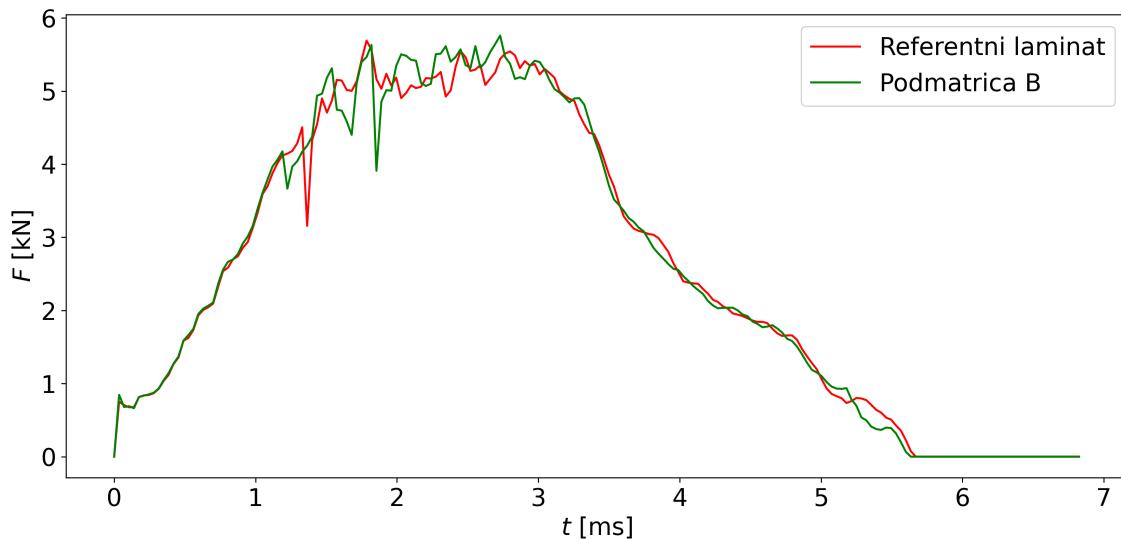
Tablica 5.2: Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 1



U tablicama 5.1 i 5.2 pri "vertikalnoj" usporedbi, vide se razlike između referentnog rasporeda slojeva laminata i varijacije. Razlike su malene, gotovo nezamjetne, ali nešto malo veća površina je u slučaju varijacije laminata. Malo veća razlika očituje se unutar pojedinih slojeva laminata. Smanjena površina delaminacije uz malo povećanje intra-laminarnih oštećenja daje za naslutiti da je pojavom elementa  $A_{16}$  i  $A_{26}$  u podmatrici  $\mathbf{A}$  došlo do preraspodjеле apsorpcije energije jer je ukupna apsorbirana energija ostala podjednaka.

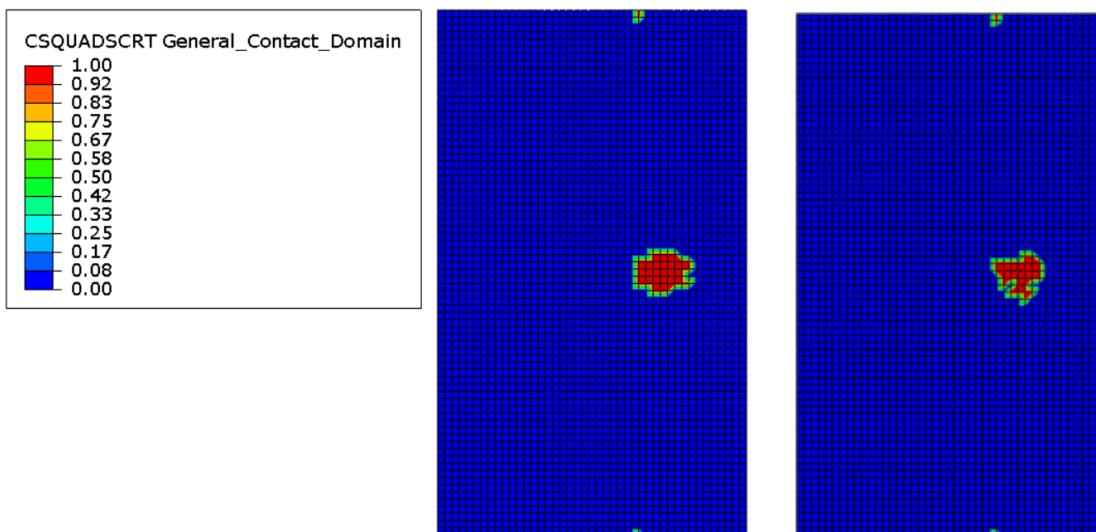
### 5.2.2 Laminat 2

Laminat 2 ima raspored slojeva [45/90/0/-45/0/-45/45/0/0/45/**90**/0/**45**/0/90/45]. On unosi podmatricu  $\mathbf{B}$  u matricu krutosti laminata. On nije više simetričan, promijenjene su mu orijentacije dvaju slojeva, pa isčežava drugi spreg.



Slika 5.4 Usporedba kontaktne sile za laminat 2

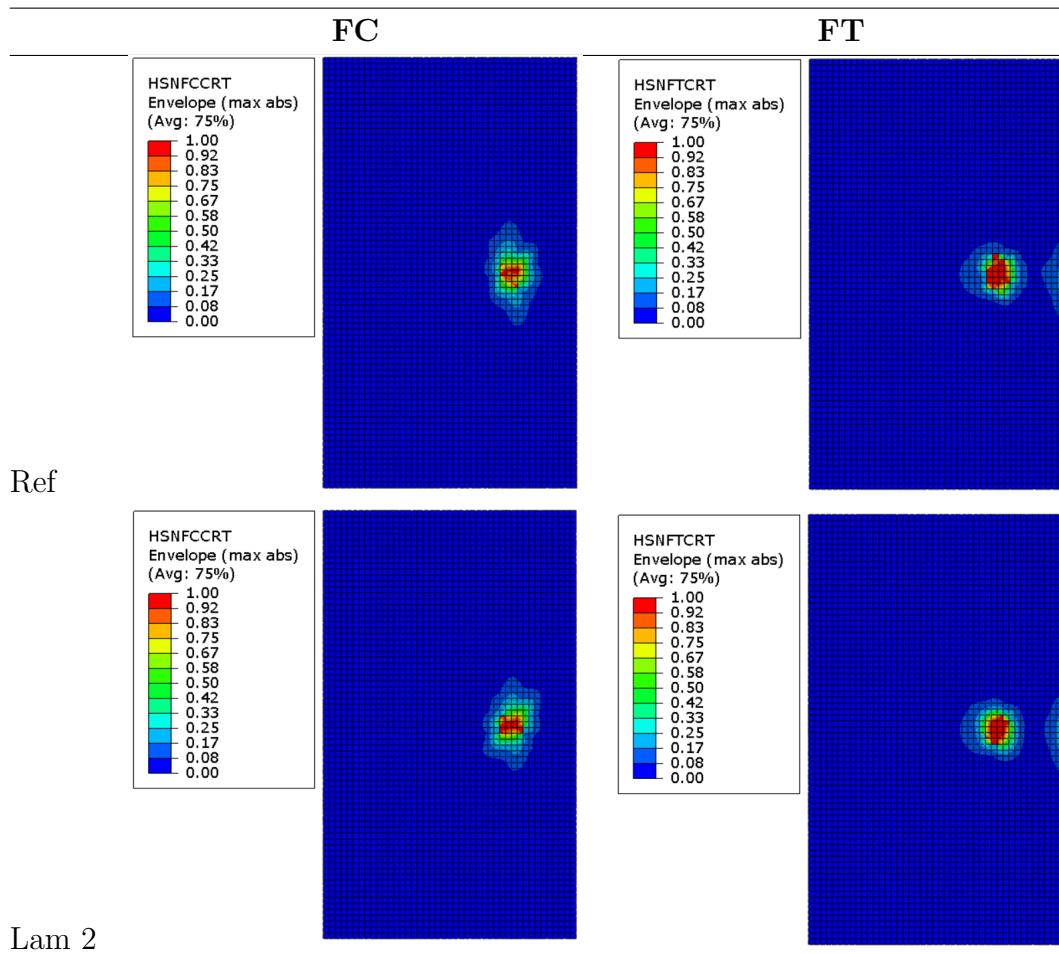
Na slici 5.4 vidi se karakteristika kontaktne sile u vremenu za laminat 2. Vidi se da se inicijalna krutost konstrukcije poklapa, no do propada sile zbog pojave oštećenja dolazi nekoliko djelića milisekunde prije i propad je manje intenzivan. Osim toga, izgleda kao da se vršna vrijednost sile postiže više puta na vrhu karakteristike. Pri rasterećenju, ponašanje je otprilike jednako.



Slika 5.5 Usporedba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 2 (desno)

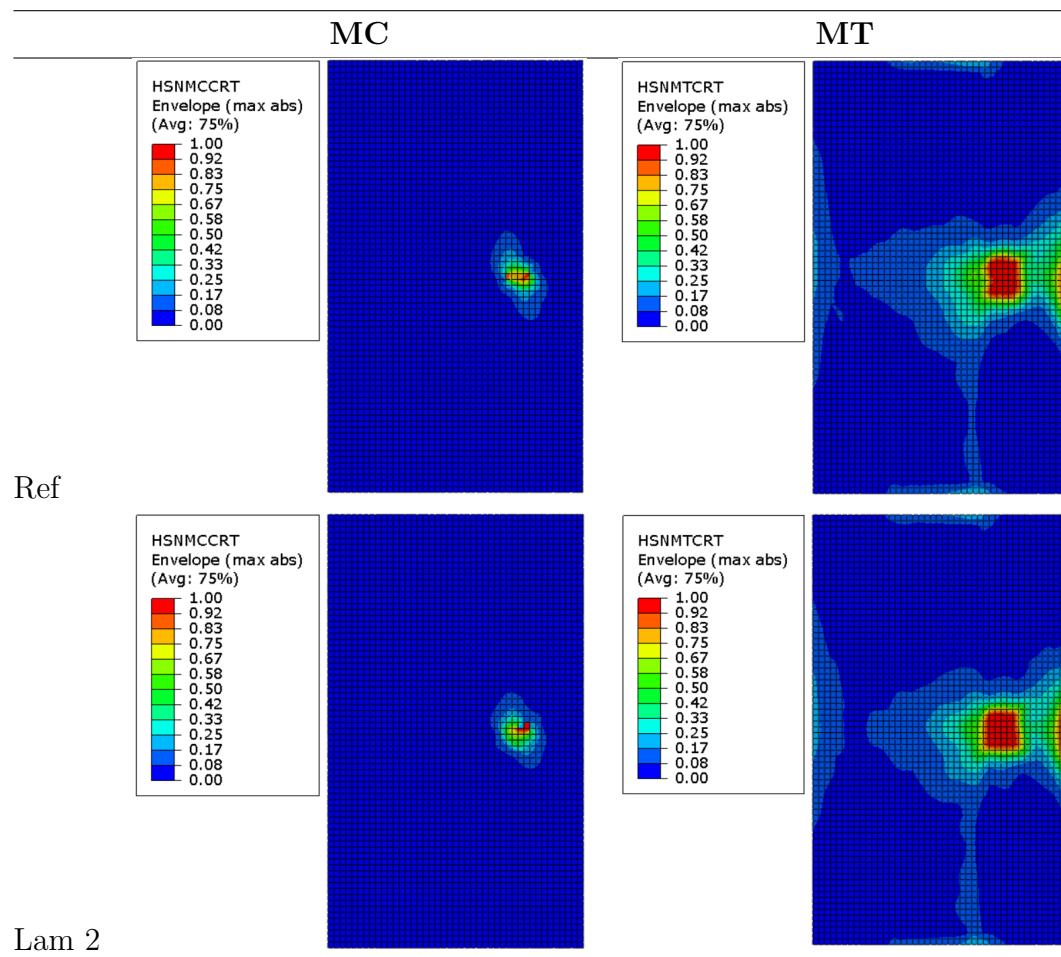
Na slici 5.5 vidi se razlika u oštećenju kohezivnog sloja. Površina na kojoj je inicirano oštećenje kohezivnog sloja nešto drugačijeg je oblika od referentnog slučaja, ali i od oblika površine delaminacije u slučaju laminationa 1. Ipak, površinom je nešto bliže referentnom slučaju nego u 1. varijaciji laminata oplate.

Tablica 5.3: Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 2



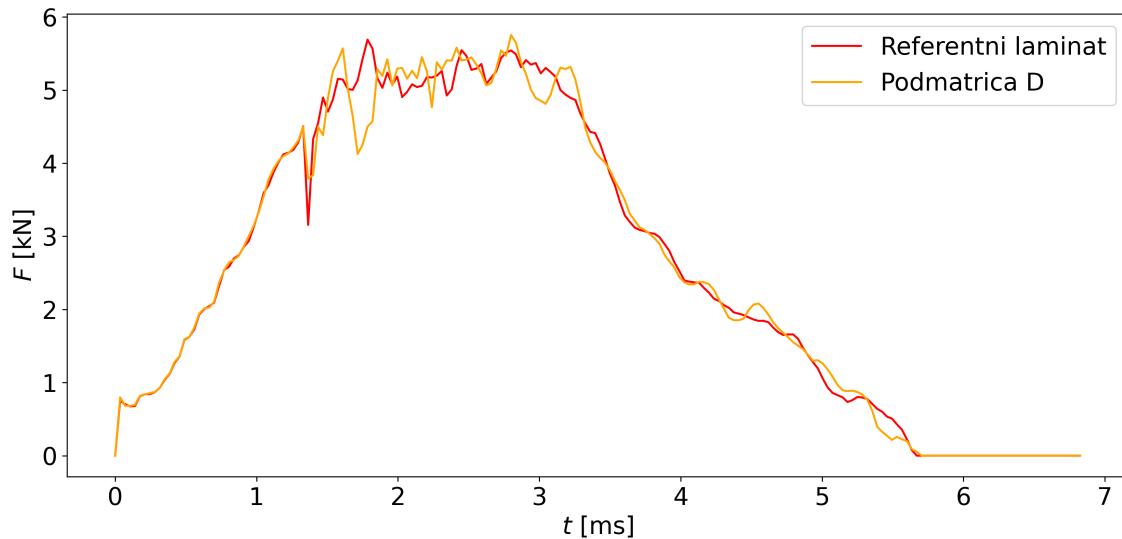
Uspoređujući slike u tablicama 5.3 i 5.4 pri po stupcima, naziru se razlike. Tlačno i vlačno oštećenje vlakana i tlačno oštećenje matrice prikazuju malene razlike. U slučaju vlačnog opterećenja matrice, vidi se malo povećanje zone gdje je oštećenje inicirano. Uz činjenicu da je apsorbirana energija ostala ista, varijacija slojeva laminata i ovdje je utjecala na preraspodjelu apsorbirane energije, ali ne i njen iznos.

Tablica 5.4: Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 2



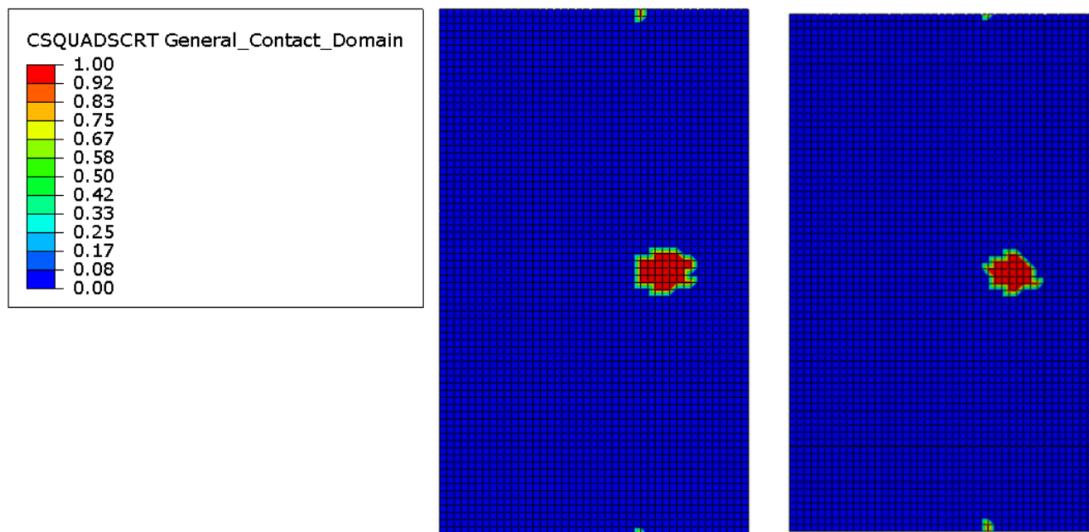
### 5.2.3 Laminat 3

Laminat 3 ima raspored slojeva  $[-45/-90/0/45/0/45/-45/0/0/45/-45/0/-45/0/90/45]$  i on zapravo predstavlja antisimetričan laminat orginalnog laminata. On za svaku orientaciju sloja na jednoj strani srednje plohe ima suprotnu rotaciju sloja laminata na drugoj strani i zato isčezava spreg zbog elemenata  $D_{16}$  i  $D_{26}$ .



Slika 5.6 Usپoredba kontaktne sile za laminat 3

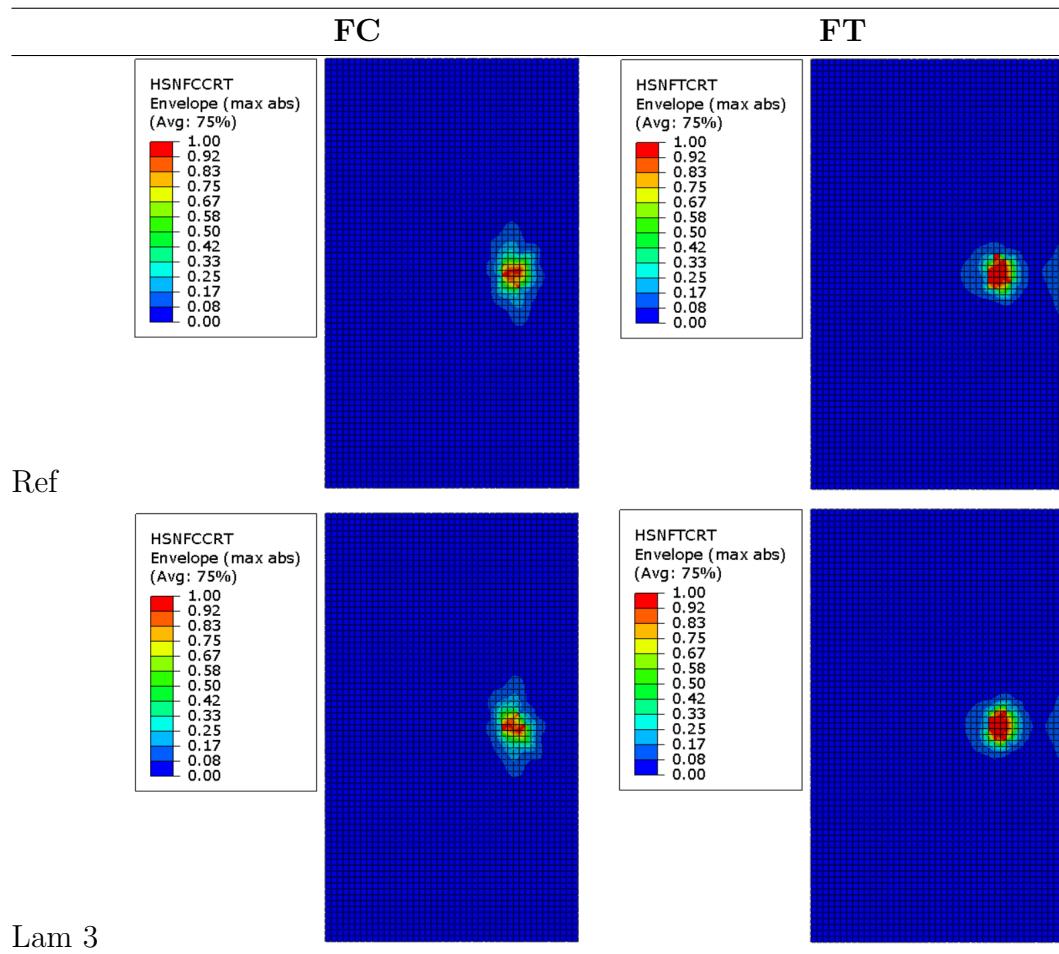
Na slici 5.6 vidi se karakteristika kontaktne sile u vremenu za laminat 3. Inicijalni rast sile odvija se podjednako, ali kontaktna sila maje propadne u slučaju varijacije. Vršna vrijednost se doseže malo prije, ali nakon toga dolazi do naglog propada kontaktne sile. Poklapanje ostalog vršnog dijela karakteristike je vrlo dobro, ali zanimljivo je uočiti da kontaktna sila kreće s padom nešto kasnije. Pri ostatku povratnog hoda udarača, sila je otprilike ista.



Slika 5.7 Usپoredba delaminacije za referentni slučaj (lijevo) i laminat 3 (desno)

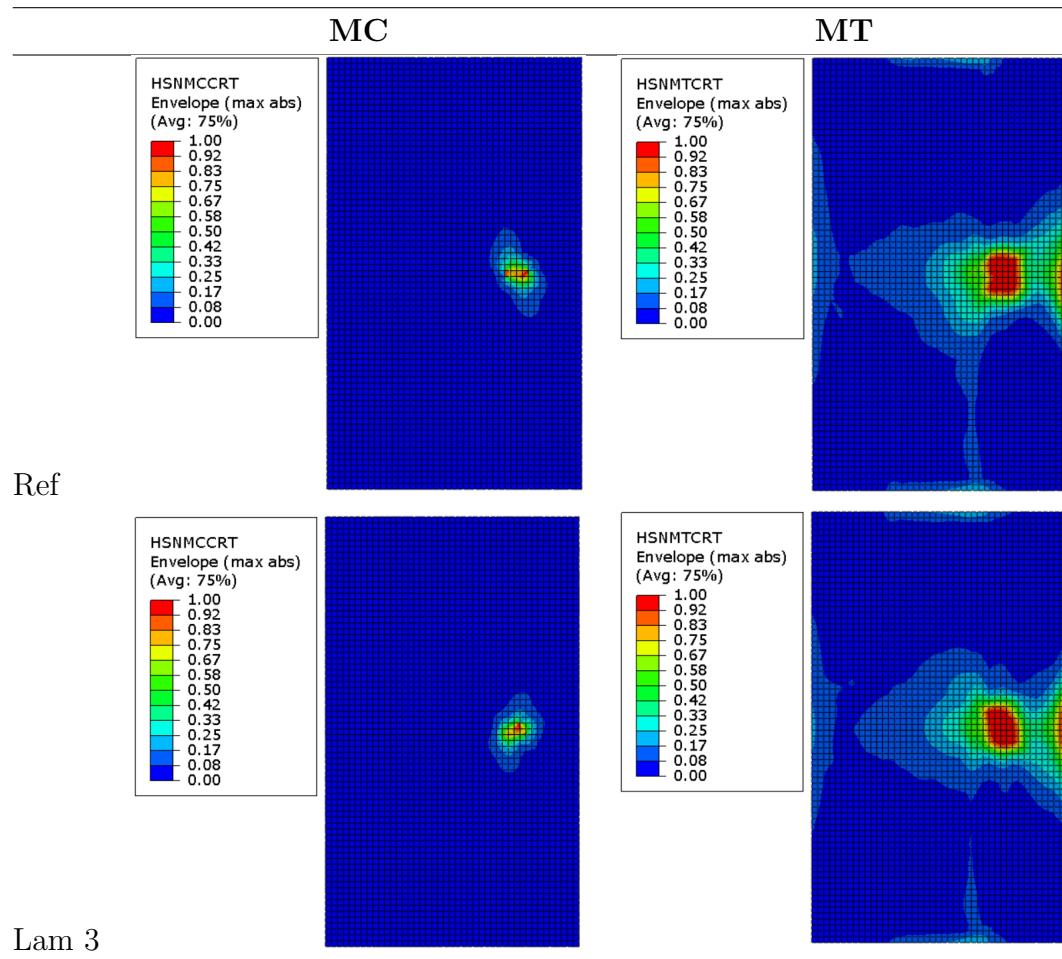
Na slici 5.7 vidi se razlika u oštećenju kohezivnog sloja. Površina na kojoj je inicirano oštećenje kohezivnog sloja nešto drugačijeg je oblika od referentnog slučaja, ali i od oblika površine delaminacije u preostala dva slučaja. Površina je bliže varijaciji laminata 1 i manja je od površine delaminacije laminata 2.

Tablica 5.5: Usporedba intra-laminarnih oštećenja vlakana oplate za laminat 3



U tablicama 5.5 i 5.6 mogu se promotriti usporedbe slika po stupcima. Površine inicijacija oštećenja za vlakna izgledaju podjednako, dok u slučaju oštećenja matrice one čak izgledaju i manje. Kako je apsorbirana energije približno jednaka, postavlja se pitanje kamo je otišla razlika energije od smanjenih površina oštećenja. Odgovor se nalazi u tome da je prikazan *Envelope* način prikaza za laminat, pa je zapravo unatoč naizgled manjoj površini oštećenja, oštećen veći broj slojeva laminata.

Tablica 5.6: Usporedba intra-laminarnih oštećenja matrice oplate za laminat 3



## 6. Zaključak

U ovom radu je provedena numerička simulacija udarnog opterećenja pri malim brzinama uzdužnicom ojačanog kompozitnog panela, validirana je dostupnim eksperimentalnim rezultatima, te je numerički model tada iskorišten za promatranje utjecaja varijacije slojeva laminata na načine popuštanja kompozitnog panela. Naglasak je bio na razmatranju delaminacije uzdužnice od oplate. Dan je teorijski pregled koncepata korištenih za numerički model, a zatim su dani i parametri iz referentnog rada koji su korišteni u istom. Parametri koji nisu bilo dostupni korišteni su u konzultacijama s mentorom iz dostupne literature. Za validaciju modela prezentirani su rezultati same fizikalne pojave udara, površina delaminacije, kao i unutarnja oštećenja laminata za kompozitne dijelove. Za varijacije slojeva laminata dana je komparativna usporedba s referentnim slučajem.

U referentnom slučaju mogu se uočiti generalni zaključci o udarima u kompozitne panele pri malim brzinama. Poklapanje na mjestu udara A bilo je malo bolje od onoga na mjestu B, ali postignuti su zadovoljavajući rezultati. Kako su na mjestu A oštećenja bila manja od mjesta B, za zaključiti je kako je pjenasta ispuna imala veliku ulogu u načinu apsorpcije energije i tako štićenja kompozitnog panela od oštećenja. Delaminacija je nastala isključivo oko mjesta udara. Kada je udar bio na mjestu B, energiju udara apsorbirala je oplata. Savijanje ploče uzrokovano udarom, napravilo je veću štetu u slojevima laminata na suprotnoj strani od kontakta udara. S porastom energije udara, raslo je i oštećenje na konstrukciji - delaminacija elemenata, kao i unutarnje oštećenje istih.

Što se tiče variranja slojeva laminata, kao referenca je uzet kritični slučaj na kojem je uočena najveća površina delaminacije, odnosno pozicija udara B i veća energija udara od 25 J. Promatrane su tri varijacije laminata, od kojih je svaka izabrana zato što uvodi ili uklanja bitne elemente u globalnoj **ABD** matrici krutosti za laminat. Generalni zaključak je da promjena slojeva laminata malo utječe na kontaktnu silu, ne utječe na ukupnu apsorbiranu energiju, ali utječe na raspodjelu apsorbirane energije između raznih mehanizama apsorpcije energije.

Iako su neki materijalni parametri uzeti iz različitih dostupnih izvora, numerički model pokazao je dobre rezultate. Unatoč tome, postoje mjesta za poboljšanje, pa ih se tu i navodi. Geometrijski, mogla bi se modelirati i ispuna između pjene i kompozitnih dijelova, jer u stvarnosti to nije prazan prostor, no pitanje je materijalnog modela i parametara. Materijalno, neki su parametri materijala kompozita, kao i svi parametri materijala pjenaste ispune, s obzirom da nisu bili dostupni u radu, uzeti iz drugih izora. U tom smislu parametri bi se mogli korigirati kako bi rezultati bili još podudarniji. Što se tiče interakcija, oplata i laminat su zalijepljeni na jedan

način, dok je pjenasta ispuna zalipljena drugim vezivnim sredstvom, koje je ovdje modelirano isto kao i veza između kompozitnih dijelova. Što se tiče mreže konačnih elemenata, njezina promjena bi isto mogla donijeti drugačije rezultate. Sva ta poboljšanja unose cijenu u obliku vremena računanja u model, tako ga "poskupljujući", a možda čak i učine problem nerješivim. U tom smislu valja odvagnuti koliko jednostavno rješenje je dovoljno dobro rješenje. Ispitivanje utjecaja varijacije slojeva kompozita na rezultate ovdje je relativno maleno, i proučavanje utjecaja varijacija na oštećenje laminata mogao bi biti još jedan rad.

Numeričke simulacije i ispitivanja kompozitnih konstrukcija složeno su područje. Ovdje su prezentirani rezultati modela modeliranog s dostupnom podatcima iz dostupne literature, koji je mogao biti rješavan maksimalno iskorištavajući dostupne računalne resurse. Zadatak je riješen i ishod je postignut: demonstrirana mogućnost primjene znanja stečenih tijekom studija na konkretnom problemu i produbljeno znanje odabrane tematike.

# Literatura

- [1] Andrea Gadžić. "Udarna oštećenja višeslojnih kompozitnih konstrukcija pri malim brzinama". Mag. rad. Zagreb, Hrvatska: Fakultet Strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2018.
- [2] Michaël Bruyneel. *Mechanics of Composites Class Materials*. Course materials. Liege, Belgium: University of Liege, 2023.
- [3] Huace Sports. *What is the Difference Between Carbon Fiber and Kevlar?* Pristupljeno: 2024-11-27. Kolovoz 2023. URL: <https://huacesports.com/blogs/what-is-the-difference-between-carbon-fiber-and-kevlar->.
- [4] Tim Suddard. *Restoring the Mangled Fiberglass Body — Restoration Impossible — Lotus Elan Project Car Part 6*. Pristupljeno: 2024-11-27. Travanj 2021. URL: <https://classicmotorsports.com/project-cars/1964-lotus-elan/restoring-mangled-body-restoration-impossible-lotu/>.
- [5] Vishal Panchmukh. *USD 896.00 Million Global Aerospace Carbon Fiber Market Growing at A CAGR of 12% From 2022 To 2028*. Pristupljeno: 2024-11-27. Siječanj 2024. URL: <https://www.linkedin.com/pulse/usd-89600-million-global-aerospace-carbon-fiber-market-panchmukh-mg4cf/>.
- [6] R. M. Jones. *Mechanics Of Composite Materials*. CRC Press, 1998.
- [7] K. K. Chawla. *Composite Materials: Science and Engineering*. Springer, 2012.
- [8] 4M Carbon Fiber. *Transforming the Carbon Fiber Landscape*. Pristupljeno: 2024-11-27. 2024. URL: <https://www.4mcarbonfiber.com/>.
- [9] iStock. *Fiberglass Fabric Composite Roll Material*. Pristupljeno: 2024-11-27. 2024. URL: <https://www.istockphoto.com/photo/fiberglass-fabric-composite-roll-material-gm1018543154-273803166>.
- [10] Aramid Cloth. *The Critical Role of Aramid Fibers in Enhancing Protective Fabric Performance*. Pristupljeno: 2024-11-27. Studeni 2024. URL: <https://www.aramidcloth.com/the-critical-role-of-aramid-fibers-in-enhancing-protective-fabric-performance/>.
- [11] P. K. Mallick. *Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing, and Design*. CRC Press, 2007.
- [12] Robert Luo, E. Green i C. Morrison. "Impact Damage Analysis of Composite Plates". *International Journal of Impact Engineering - INT J IMPACT ENG* 22 (travanj 1999.), str. 435–447. DOI: 10.1016/S0734-743X(98)00056-6.

- [13] Domagoj Grubelić. "Numerička simulacija popuštanja višeslojnih kompozitnih ploča pri tlačnom opterećenju nakon udarnog opterećenja". Mag. rad. Zagreb, Hrvatska: Fakultet Strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2022.
- [14] Fei Yu i dr. "Experimental Investigation on the Failure Behavior of Single-Stiffened Composite Panels under Compressive Load". *J. Phys.: Conf. Ser.* 2457 (2023.). DOI: 10.1088/1742-6596/2457/1/012001.
- [15] Yu Shi, Christophe Pinna i Constantinos Soutis. "4 - Low-velocity impact of composite laminates: Damage evolution". *Dynamic Deformation, Damage and Fracture in Composite Materials and Structures (Second Edition)*. Ur. Vadim Silberschmidt. Second Edition. Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering. Woodhead Publishing, 2023., str. 89–119. ISBN: 978-0-12-823979-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823979-7.00005-3>.
- [16] Techspray. *Cleaning Solutions for Flap Tracks, Slat Tracks, and Other Wing Components*. Pristupljeno: 2024-11-27. 2024. URL: <https://www.techspray.com/cleaning-solutions-for-flap-tracks-slat-tracks-and-other-wing-components>.
- [17] Theodoros Hasiotis, Efstratios Badogiannis i Nicholas Tsouvalis. "Application of Ultrasonic C-Scan Techniques for Tracing Defects in Laminated Composite Materials". *Strojniski Vestnik* 57 (ožujak 2011.), str. 192–203. DOI: 10.5545/sv-jme.2010.170.
- [18] Dassault Systèmes. *Abaqus Analysis User's Guide*. 6.14. Available at <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/>. Dassault Systèmes. 2017.
- [19] I. Smojver. *Mehanika kompozitnih materijala*. nastavni materijal. ver. 06. Zagreb: Fakultet Strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2007.
- [20] Jianchao Zou i dr. "Damage and failure analysis of composite stiffened panels under low-velocity impact and compression after impact". *Composite Structures* 262 (studen 2020.), str. 113333. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.113333.
- [21] Roman Širanović. "Analiza naprezanja motociklističke kacige pri udarnom opterećenju". Mag. rad. Zagreb, Hrvatska: Fakultet Strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2017.
- [22] WebPlotDigitizer. *WebPlotDigitizer*. Pristupljeno: 2024-11-20. 2024. URL: <https://automeris.io/>.