

# Upravljačka kompenzacija zračnosti prigonskog sklopa električnog vozila s ciljem smanjenja vibracija i trzaja pogona

---

Ruškan, Ivan

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:605821>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-09**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Ivan Ružkan

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Joško Deur

Student:

Ivan Ružkan

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prof. dr. sc. Jošku Deuru na prihvaćanju mentorstva, nesebičnom odvajanju vremena, prenesenom znanju i mnogim sugestijama tijekom izrade ovog rada koje su znatno pridonijeli njegovoj kvaliteti.

Zahvaljujem se dr. sc. Ivanu Cvoku i mag. ing. mech. Mislavu Hihliku iz tvrtke Rimac Technology, d.o.o. na korisnim sugestijama i pomoći oko izrade ovog rada. Također, zahvaljujem se tvrtki Rimac Technology, d.o.o. na odobrenju višemjesečnog studijskog boravka u okviru kojeg je dijelom nastao ovaj rad te na stavljanju na raspolaganje programskih alata koji su doprinijeli kvaliteti rada.

Zahvaljujem se svim prijateljima na vrlo bitnoj podršci tijekom studija, ali i cijelog života.

Zahvaljujem se roditeljima, majci Katarini i pokojnom ocu Ivici te ostaloj rodbini na podršci tijekom studija, ali i cijelog života.



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: <b>602 - 04 / 24 - 06 / 1</b>	
Ur.broj: <b>15 - 24 -</b>	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ivan Ruškan** JMBAG: 0035220914

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Upravljačka kompenzacija zračnosti prigonskog sklopa električnog vozila s ciljem smanjenja vibracija i trzaja pogona**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Control compensation of electric vehicle drivetrain backlash aimed at reduction of powertrain vibrations and jerk**

Opis zadatka:

Zračnost u prigonskim elementima električnog vozila uzrokuje snažne dinamičke udare izlaznog okretnog momenta (trzaje) pri prijelazu iz regenerativnog kočenja u izražene pozitivne akceleracije vozila i obratno. U sprezi s elastičnošću poluvratila, udari okretnog momenta izazivaju izražene torzijske vibracije pogona, koje se negativno odražavaju na udobnost vožnje i trajnost komponenti pogona. Cilj primjene upravljačkog algoritma za kompenzaciju zračnosti je smanjiti trzaje i prigušiti torzijske vibracije pogona, a da se pritom osjetnije ne utječe na vrijeme odziva izlaznog momenta tj. akceleracije vozila. U radu je potrebno:

- prikazati detaljne i upravljanju namijenjene modele pogona električnog vozila s uključenom zračnošću prigonskog sklopa
- dati pregled postojećih algoritama kompenzacije zračnosti kod električnih vozila te zahtjeve koji se na njih postavljaju
- provesti sintezu sustava prigušenja torzijskih vibracija pogona, temeljnog na mjerenju brzine vrtnje motora i estimaciji ostalih neophodnih varijabli stanja
- provesti sintezu sustava kompenzacije zračnosti zasnovanog na prekapčanju između dva načina rada, ovisno o tome jesu li zupčanici u području zračnosti ili u kontaktu
- ilustrirati učinkovitost sveukupnog sustava kompenzacije zračnosti putem računalnih simulacija.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
18. siječnja 2024.	21. ožujka 2024.	25. – 29. ožujka 2024.
Zadatak zadao:		Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Joško Deur		Prof. dr. sc. Ivica Garašić

**Sadržaj**

POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD .....	1
2. PREGLED POSTOJEĆIH METODA KOMPENZACIJE ZRAČNOSTI KOD ELEKTRIČNIH VOZILA.....	2
3. MODELIRANJE POGONA ELEKTRIČNOG VOZILA .....	6
3.1. Detaljni model pogona električnog vozila .....	6
3.2. Pojednostavljeni model pogona električnog vozila.....	12
3.3. Rezultati simulacije modela pogona električnog vozila.....	14
4. SUSTAV PRIGUŠENJA TORZIJSKIH VIBRACIJA.....	17
4.1. Sinteza sustava prigušenja torzijskih vibracija.....	17
4.2. Simulacijska analiza sustava prigušenja na pojednostavljenom modelu .....	19
4.3. Estimacija brzine kotača.....	22
4.4. Simulacijska analiza sustava prigušenja torzijskih vibracija sa estimatorom brzine kotača.....	26
4.5. Simulacijska analiza sustava prigušenja torzijskih vibracija s estimaotorm brzine kotača na detaljnom modelu .....	30
5. SUSTAV KOMPENZACIJE ZRAČNOSTI ZASNOVAN NA PREKAPČANJU PRIGUŠNOG POJAČANJA.....	36
5.1. Sinteza sustava kompenzacije zasnovanog na prekapčanju prigušnog pojačanja.....	37
5.2. Estimacija momenta tereta motora .....	43
5.3. Određivanje prigušnog pojačanja na temelju funkcijske ovisnosti o momentu tereta .	48
5.4. Realni Kalmanov filter .....	50
5.5. Adaptivni Kalmanov filter .....	53
6. ZAKLJUČAK .....	57
LITERATURA.....	59

## POPIS SLIKA

Slika 1. Skica zračnosti unutar zupčastog para .....	2
Slika 2. Željeni profil akceleracije prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje i obratno. [1] .....	3
Slika 3. Koncept tipičnog sustava kompenzacije zračnosti. [4] .....	3
Slika 4. Shema unaprijedne petlje kompenzacijskog sustava. [9].....	4
Slika 5. Shema upravljačkog sustava kompenzacije (a) i shema regulacijske petlje (b). [11]... 5	5
Slika 6. Shema upravljačkog sustava prema [13] (a), profil momenta s držanjem (b). [13].....	5
Slika 7. Shema pogona električnog vozila. ....	6
Slika 8. Detaljni model u Simulinku. ....	7
Slika 9. Model električnog motora u Simulinku .....	8
Slika 10. Model poluvratila u Simulinku .....	9
Slika 11. Model kotača u Simulinku. ....	10
Slika 12. Pačejkin model gume [14]. ....	10
Slika 13. Model sila otpora u Simulinku.....	11
Slika 14. Model longitudinalne dinamike vozila u Simulinku.....	12
Slika 15. Pojednostavljeni model pogona električnog vozila u Simulinku.....	13
Slika 16. Položaj polova prijenosne funkcije pojednostavljenog modela.....	13
Slika 17. Odziv momenta poluvratila prilikom. ....	14
Slika 18. Odziv brzine motora (a) i kotača (b) prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje i obratno.....	15
Slika 19. Odzivi momenta poluvratila (a), torzijskog kuta (b) te brzina motora (c) i kotača (d) prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje.....	16
Slika 20. Shema sustava kompenzacije vibracija temeljen na razlici brzina motora i kotača. 17	17
Slika 21. Shema sustava prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem. ....	18
Slika 22. Simulink shema sustava prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem na pojednostavljenom modelu.....	18
Slika 23. Moment poluvratila kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem. ....	20
Slika 24. Momenta motora (a) i korekcijski moment (b) kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem.....	20
Slika 25. Brzina motora (a) i kotača (b) kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem.. ....	21
Slika 26. Detalj prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem. ..	22
Slika 27. Struktura Luenbergerovog estimatora stanja. [18].....	24
Slika 28. Polovi procesa i estimatora. ....	25
Slika 29. Usporedba estimiranog i stvarnog torzijskog kuta (a) te pogreška estimacije (b). ...	26
Slika 30. Usporedba odziva stvarne i estimirane brzine motora (a) te pogreška estimacije (b). ....	26
Slika 31. Usporedba odziva stvarne i estimirane brzine kotača (a) i pogreška estimacije (b). 27	27
Slika 32. Moment poluvratila kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača. ....	27
Slika 33. Moment motora (a) i korekcijski momenta (b) kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača.....	28
Slika 34. Brzina motora (a) i kotača (b) kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača. ....	28

Slika 35. Usporedni odzivi pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja ( $K_P=50$ ) sa i bez estimatora. ....	29
Slika 36. Usporedni odzivi pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja ( $K_P=30$ ) sa i bez estimatora. ....	30
Slika 37. Moment poluvratila detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja. ....	31
Slika 38. Moment motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja. ....	31
Slika 39. Brzina motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja. ....	31
Slika 40. Odziv brzine kotača detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja. ....	32
Slika 41. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje. ....	32
Slika 42. Moment poluvratila detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom. ....	33
Slika 43. Moment motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom. ....	33
Slika 44. Brzina motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom. ....	34
Slika 45. Brzina kotača detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom. ....	34
Slika 46. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje. ....	35
Slika 47. Dijagram toka logike prekapčanja. ....	37
Slika 48. Odziv pojednostavljenog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzine kotača za $K_{PI}=50$ . ....	39
Slika 49. Odziv pojednostavljenog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzine kotača za $K_{PI}=30$ . ....	40
Slika 50. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja s estimatorom brzine kotača za $K_{PI}=50$ . ....	41
Slika 51. Odziv detaljnog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzine kotača za $K_{PI}=30$ . ....	42
Slika 52. Estimirani moment tereta Kalmanovim filtrom. ....	46
Slika 53. Pojačanja Kalmanovog filtra. ....	46
Slika 54. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorima brzine kotača i momenta tereta. ....	47
Slika 55. Usporedba odziva estimiranog momenta tereta za različite reference. ....	48
Slika 56. Odzivi detaljnog modela kada se koristi prekapčanje prigušnog pojačanja te kada se ono određuje funkcijskom ovisnošću. ....	49
Slika 57. Odzivi estimiranog momenta tereta realnog i idealnog KF. ....	50
Slika 58. Odzivi detaljnog modela kada se koristi realni i idealni Kalmanov filter za prekapčanje prigušnog pojačanja. ....	51
Slika 59. Odzivi detaljnog modela kada se koristi realni i idealni Kalmanov filter za funkcijsko određivanje prigušnog pojačanja. ....	52
Slika 60. Usporedba estimiranog momenta tereta stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra. ....	53
Slika 61. Pojačanja adaptivnog i stacionarnog Kalmanovog filtra. ....	54
Slika 62. Odzivi detaljnog modela kada se koristi adaptivni i stacionarni Kalmanov filter za funkcijsko određivanje prigušnog pojačanja. ....	55
Slika 63. Odziv detaljnog modela kada se koristi stacionarni i adaptivni Kalmanov filter za prekapčanje prigušnog pojačanja. ....	56



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Vrijednosti pojačanja sustava kompenzacije u odnosu na stupanj prigušenja ..... 19

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
<b>A</b>	-	matrica koeficijenta sustava u diskretnoj domeni
<b>A<sub>c</sub></b>	-	matrica koeficijenta sustava u kontinuiranoj domeni
<b>a<sub>v</sub></b>	m/s <sup>2</sup>	akceleracija vozila
<b>B</b>	-	matrica ulaza sustava u diskretnoj domeni
<b>B<sub>g</sub></b>	-	faktor opterećenja gume Pačejkine magične formule
<b>B<sub>c</sub></b>	-	matrica ulaza sustava u kontinuiranoj domeni
<b>C</b>	-	matrica izlaza sustava u diskretnoj domeni
<b>C<sub>g</sub></b>	-	faktor kuta klizanja gume Pačejkine magične formule
<b>C<sub>c</sub></b>	-	matrica izlaza sustava u kontinuiranoj domeni
<b>C<sub>aero</sub></b>	-	koeficijent aerodinamičkog otpora
<b>C<sub>hs</sub></b>	Nms/rad	koeficijent prigušenja poluvratila
<b>D</b>	-	matrica direktne veze ulaza i izlaza u diskretnoj domeni
<b>D<sub>i</sub> , i=1,2,3...</b>	-	koeficijenti karakterističnog polinom prema optimumu dvostrukog odnosa
<b>D<sub>g</sub></b>	-	faktor klizanja Pačejkine magične formule
<b>D<sub>c</sub></b>	-	matrica direktne veze ulaza i izlaza u kontinuiranoj domeni
<b>E<sub>g</sub></b>	-	faktor nagiba (engl. camber) kotača Pačejkine magične formule
<b>e</b>	-	vektor šuma mjerenja
<b>F</b>	-	matrica sustava modela rotacijske dinamike motora
<b>F<sub>slope</sub></b>	N	sila otpora uslijed nagiba ceste
<b>F<sub>aero</sub></b>	N	sila aerodinamičkog otpora
<b>F<sub>rr</sub></b>	N	sila otpora kotrljanja kotača
<b>F<sub>x</sub></b>	N	longitudinalna sila kotača
<b>G</b>	-	ulzna matrica sustava modela rotacijske dinamike vozila
<b>g</b>	m/s <sup>2</sup>	gravitacijsko ubrzanje
<b>H</b>	-	izlazna matrica sustava modela rotacijske dinamike motora
<b>h</b>	-	prijenosni omjer reduktora električnog vozila
<b>h</b>	-	vektor pojačanja Luenbergerovog estimatora
<b>J<sub>EM</sub></b>	kgm <sup>2</sup>	moment inercije električnog motora
<b>J<sub>v</sub></b>	kgm <sup>2</sup>	ekvivalentni moment inercije vozila s kotačima
<b>J<sub>w</sub></b>	kgm <sup>2</sup>	moment inercije kotača
<b>K<sub>P</sub></b>	-	pojačanje sustava prigušenja torzijskih vibracija
<b>K<sub>hs</sub></b>	Nm/rad	koeficijent krutosti poluvratila
<b>M<sub>brake</sub></b>	Nm	moment kočenja kočnicama
<b>M<sub>EM</sub></b>	Nm	moment električnog motora
<b>M<sub>hs</sub></b>	Nm	moment poluvratila

$M_{kor}$	Nm	korekcijski moment sustava prigušenja torzijskih vibracija
$M_{ref}$	Nm	referentni moment, moment koji traži vozač
$M_t$	Nm	moment tereta električnog motora
$m$	kg	masa vozila
$\mathbf{P}$	-	matrica kovarijanci pogreški estimacije stanja
$\mathbf{R}$	-	matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija šuma mjerenja
$r_w$	m	polumjer kotača
$S_v$	m <sup>2</sup>	frontalna površina vozila
$\mathbf{Q}$	-	matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja
$T_e$	s	ekvivalentna vremenska konstanta karakterističnog polinom
$T_s$	s	vrijeme uzorkovanja
$T_{EM}$	s	vremenska konstanta
$v_v$	m/s	brzina vozila
$\mathbf{x}_1$	-	vektor varijabli stanja modela pogona električnog vozila
$\mathbf{x}_2$	-	vektor varijabli stanja modela rotacijske dinamike vozila
$\hat{\mathbf{x}}_1$	-	vektor estimiranih varijabli stanja pogona električnog vozila
$\hat{\mathbf{x}}_2$	-	vektor estimiranih varijabli stanja procesa rotacijske dinamike motora
$\mathbf{y}_1$	-	vektor izlaznih varijabli modela pogona električnog vozila
$\mathbf{y}_2$	-	vektor izlaznih varijabli modela rotacijske dinamike vozila
$\alpha$	rad	polovica kuta zračnosti
$\beta$	%	nagib ceste
$\hat{\varepsilon}$	-	predikcija pogreška Kalmanovog filtera
$\zeta$	-	stupanj prigušenja sustava
$\theta_1$	rad	kut zakreta ulaznog dijela poluvratila
$\theta_2$	rad	kut zakreta izlaznog dijela poluvratila
$\theta_{EM}$	rad	kut zakreta električnog motora
$\theta_w$	rad	kut zakreta kotača
$\kappa$	-	omjer klizanja kotača u odnosu na podlogu
$\rho_{air}$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća zraka
$\mathbf{\Omega}$	-	matrica perturbacija stanja
$\Delta\omega$	rad/s	razlika brzina ulaznog i izlaznog dijela vratila
$\omega_1$	rad/s	kutna brzina ulaznog dijela poluvratila
$\omega_2$	rad/s	kutna brzina izlaznog dijela poluvratila
$\omega_{EM}$	rad/s	kutna brzina električnog motora
$\omega_{EM,red}$	rad/s	kutna brzina električnog motora reducirana prijenosnim omjerom
$\omega_n$	rad/s	kutna frekvencija sustava
$\omega_w$	rad/s	kutna brzina kotača

## SAŽETAK

Zadnjih godina električna vozila postaju sve zastupljenija. Karakterizira ih učinkovit i tih rad, smanjena potrošnja energije i nulte emisije stakleničkih plinova, kao i visoke vozne performanse koje donose i potrebu za razvojem novih tehnologija i rješenja. Jedna od takvih potreba je ona vezana uz kompenzaciju utjecaja zračnosti prigonskog sklopa. Zračnost se javlja unutar zupčanika te u sprezi s elastičnošću poluvratila izaziva jake udare te torzijske vibracije pogona pri promjeni smjera okretnog momenta, koji narušavaju udobnost vožnje. Jedan od načina rješavanja ovog problema je korištenje upravljačkih algoritama za kompenzaciju utjecaja zračnosti. U ovom radu dan je prvo pregled postojećih postupaka kompenzacije zračnosti. Zatim su postavljeni detaljni i upravljanju orijentirani modeli pogona električnog vozila. Na temelju pojednostavljenog modela pogona provedena je sinteza sustava za prigušenje torzijskih vibracija pogona. Kako bi se potrebna mjerenja ograničila na lokalno dostupnu i preciznu informaciju o brzini pogonskog motora, razvijen je estimator brzine kotača. Konačno, razvijen je sustav adaptacije prigušnog pojačanja vezano uz detekciju zone zračnosti. Za potrebe detekcije zone zračnosti razvijen je estimator momenta tereta motora koji je implementiran kao adaptivni Kalmanov filtar. Projektirani sustav kompenzacije zračnosti ispitan sistematskim simulacijskim testovima.

Ključne riječi: električno vozilo, kompenzacija zračnosti, prigušenje torzijskih vibracija, regulacija, estimacija.

## **SUMMARY**

In recent years, electric vehicles have become increasingly prevalent. They are characterized by efficient and quiet operation, reduced energy consumption and zero greenhouse gas emissions, as well as high driving performance that brings about the need for the development of new technologies and solutions. One such need is related to compensating for drivetrain backlash effects. Backlash occurs within the gears, and when coupled with the half-shaft compliance, it causes strong impacts and torsional vibrations in the powertrain when there is a change in the direction of torque, thereby compromising driving comfort. One way to address this issue is by using control algorithms for backlash compensation. This thesis first provides an overview of existing methods for backlash compensation. Then, detailed and control-oriented models of electric vehicle powertrains are established. Based on the simplified powertrain model, a powertrain torsional vibrations damping system is designed. To limit the required measurements to locally available and precise information about the driving motor speed, a wheel speed estimator is developed. Finally, a damping gain adaptive mechanism related to backlash detection is designed. For the purpose of backlash zone detection, a motor load torque estimator is developed and implemented as an adaptive Kalman filter. The designed backlash compensation system is systematically verified through simulation tests.

**Keywords:** electric vehicle, backlash compensation, drivetrain vibration damping, control, estimation.

## 1. UVOD

Zadnjih godina, globalna automobilska industrija prolazi kroz značajnu transformaciju, potaknuta borbom protiv klimatskih promjena i smanjenjem ovisnosti o fosilnim gorivima. U fokusu ove transformacije su baterijska električna vozila, koja se smatraju ključnim rješenjem u prijelazu prema održivoj mobilnosti. Korištenjem električne energije kao izvora energije, električna vozila imaju čišći i tiši rad te veću učinkovitost pogona u odnosu na konvencionalna vozila pogonjena motorom s unutarnjim izgaranjem. Uz to pružaju i bolje dinamičke performanse te olakšavaju implementaciju tehnologija upravljanja dinamikom vozila kao što su usmjeravanje momenta (engl. torque vectoring), TCS i ABS. Također, pogonski sklop električnog vozila je lakši, jednostavniji i sa manje dijelova nego kod konvencionalnog vozila što rezultira lakšim i jednostavnijim održavanjem. Nedostatci električnih vozila su visoka tržišna cijena, ograničeni domet i dugo vrijeme punjenja baterije, značajna masa baterija te ograničena infrastruktura punjenja. Brzim razvojem tehnologija električnih vozila infrastrukture punjenja navedeni nedostaci se postupno potiskuju.

Zbog visokih dinamičkih performansi električnih vozila (u smislu brzog razvoja okretnog momenta motora) dolazi do izražaja utjecaj zračnosti u prigonskom sklopu električnog vozila. Zračnost prigonskog sklopa odnosi se na efektivni razmak između zubi više zupčanika sadržanih u sklopovima reduktora i diferencijala. Zračnost uzrokuje nagle dinamičke udare okretnog momenta pri prijelazu iz regenerativnog kočenja u naglo ubrzanje i obratno. U sprezi s elastičnošću poluvratila, ovi udari izazivaju izražene torzijske vibracije pogona i trzaje, koji se negativno odražavaju na udobnost vožnje. Također, zračnost može uzrokovati buku, smanjuje trajnost komponenata te usporava vrijeme odziva izlaznog okretnog momenta poluvratila. Minimizacija utjecaja zračnosti je ključna za postizanje veće udobnosti vožnje te poboljšanje dinamičkog odziva pogona vozila.

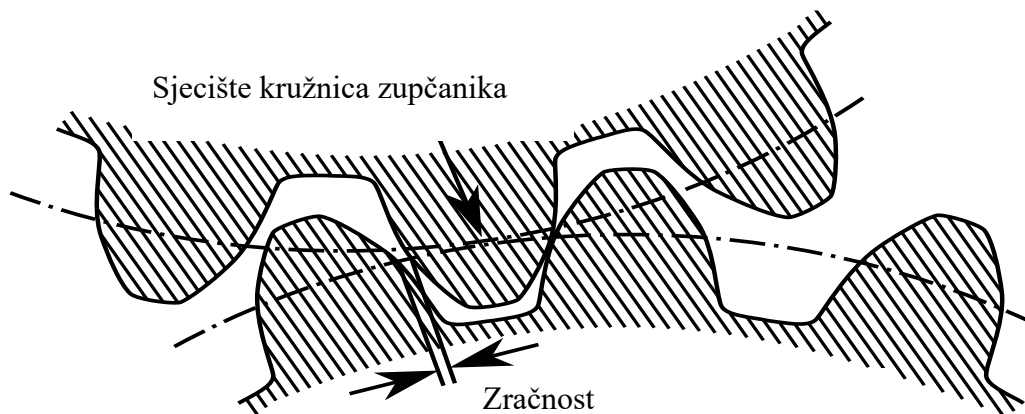
Utjecaj zračnosti može se smanjiti vrlo preciznom izradom zupčanika kako bi se fizički otklonila zračnost u prigonskom sklopu, no ovaj postupak povezan je s povećanjem cijene i limitiran je u realizaciji i primjeni. Oprečno rješenje je razvoj upravljačkih algoritama za kompenzaciju utjecaja zračnosti u kombinaciji s algoritmima prigušenja torzijskih vibracija. Ovakav pristup ne povećava cijenu vozila (osim kroz fazu razvoja), jer se odnosi na programskih rješenja (softvera). Cilj upravljačkog algoritma za kompenzaciju zračnosti jest smanjiti trzaje i torzijske vibracije, a da se pritom bitno ne utječe na vrijeme odziva izlaznog momenta tj. akceleracije vozila. Cilj ovog rada je dati pregled postojećih upravljačkih algoritama za kompenzaciju zračnosti te posebice provesti sintezu i provjeru jednog takvog sustava.

Rad je organiziran kako slijedi. U drugom poglavlju dan je pregled postojećih sustava kompenzacije utjecaja zračnosti kod električnih vozila, uključujući zahtjeve koji se na takve sustave postavljaju. U trećem poglavlju prikazani su simulacijski modeli pogona električnog vozila, koji predstavljaju osnovu za razvoj i ispitivanje sustava kompenzacije zračnosti i elastičnosti prigonskog sklopa. Pritom su dani pojednostavljeni model koji je namijenjen razvoju sustava kompenzacije i detaljni model koji je namijenjen ispitivanju sustava. Modeli su dani u simulacijskom softveru MATLAB-Simulink. U četvrtom poglavlju provedena je sinteza i simulacijska provjera sustava za prigušenje torzijskih vibracija pogona električnog vozila. Kako bi se omogućilo korištenje samo lako dostupnog (lokalnog) mjerenja brzine vrtnje pogonskog motora, projektiran je i estimator brzine kotača. U petom poglavlju proširuje se i

simulacijski ispituje sustav aktivnog prigušenja vibracija tako da se prigušno pojačanje napravi adaptivno, ovisno o tome je li prigon u ili van područja zračnosti. Posebna pažnja posvećena je detekciji zone zračnosti, algoritmu prekapčanja prigušnog pojačanja i estimatoru momenta tereta motora koji se koristi u detekciji zračnosti. U šestom poglavlju dana su zaključne napomene te smjernice za mogući daljnji rad.

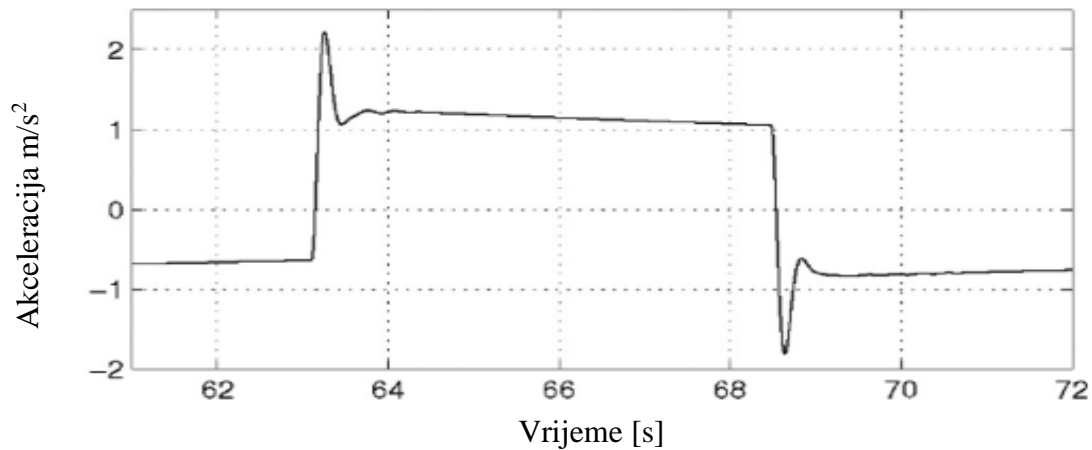
## 2. PREGLED POSTOJEĆIH METODA KOMPENZACIJE ZRAČNOSTI KOD ELEKTRIČNIH VOZILA

Cilj algoritma kompenzacije utjecaja zračnosti je prigušiti udare i oscilacije izlaznog momenta poluvratila tj. akceleracije vozila kako bi se poboljšala udobnost vožnje. Tijekom vožnje utjecaj zračnosti najizraženiji je prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u naglo ubrzanje i obratno (engl. tip-in i tip-out). U tim uvjetima, zupčanici ulaze iz stanja kontakta u stanje zračnosti (v. sliku 1), u kojem se okretni moment ne prenosi, tj. motor je rasterećen i kratkotrajno snažno akcelerira. Uslijed toga, kada se kontakt na suprotnom bridu zračnosti uspostavi, dolazi do naglog skoka izlaznog okretnog momenta te pobude snažnih torzijskih vibracija uslijed elastičnosti poluvratila. Matematički gledano, zračnost je izražena nelinearnost zbog koje je otežano upravljanje sustavima koji je sadrže. Vozač utjecaj zračnosti doživljava kao neugodne trzaje i vibracije vozila, koje narušavaju kvalitetu vožnje koja je inače na visokoj razini kod električnog vozila. Učinci zračnosti izraženiji su kod električnih u odnosu na konvencionalna vozila, upravo zbog visoke dinamike razvoja momenta električnog motora u odnosu na motor s unutarnjim izgaranjem.



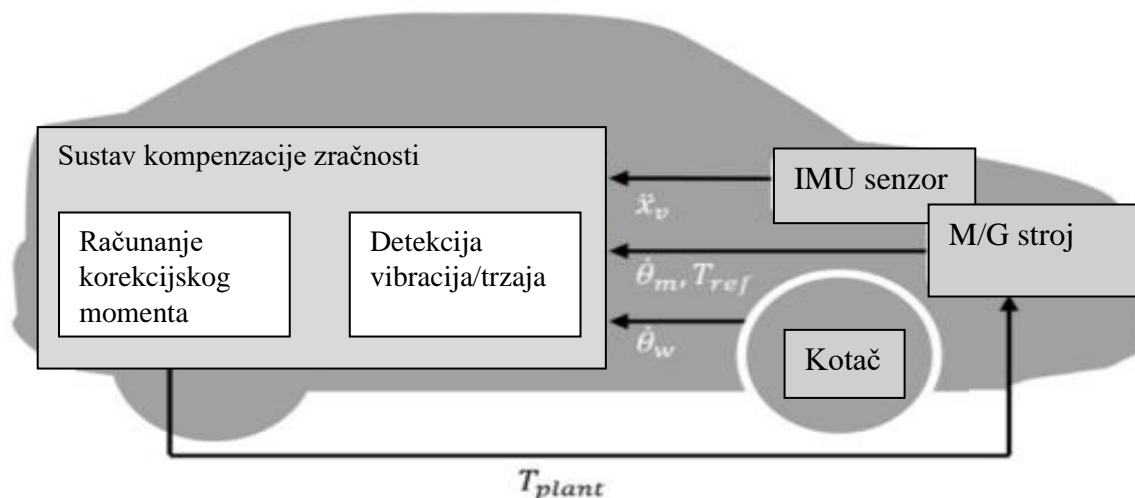
Slika 1. Skica zračnosti unutar zupčastog para

Poželjan odziv izlaznog momenta poluvratila, prema literaturi [1],[2],[3], je dobro prigušeni odziv momenta nakon prolaska kroz zračnost, koji pogodno može uključiti određeno nadvišenje radi zadržavanja sportsko orijentiranog ponašanja vozila (slika 2). Nadvišenje, odnosno inicijalno neprigušeni skok se ne povezuje s neugodnom vožnjom već sa vozačevom percepcijom performanse vozila, te se njegovo smanjenje/glađenje preporuča samo ako je zahtijevana izrazita udobnost vožnje.



Slika 2. Željeni profil akceleracije prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje i obratno. [1]

Glavni cilj sustava za kompenzaciju zračnosti je pružiti udobnu vožnju. Uz to, također je potrebno da što manje utječe na prosječnu uzdužnu (longitudinalnu) akceleraciju vozila, odnosno sustavu treba biti omogućena korekcija izlaznog okretnog momenta uz zadržavanje njihove srednje (efektivne) vrijednosti. Drugim riječima, sustav kompenzacije zračnosti treba zadržati brzi odziv vozila na vozačevu naglu pobudu tj. sustav ne smije unositi kašnjenje niti utjecati na vrijeme porasta odziva longitudinalne akceleracije vozila. Ovaj uvjet je posebno bitan u sportsko orijentiranim vozilima. Zatim, sustav mora uzeti u obzir ograničenja pogona, kao što su maksimalni i minimalni moment koji motor može isporučiti. Isto tako, sustav kompenzacije ne smije utjecati na ostale upravljačke sustave pogona vozila kao što su ABS, TCS i sustav usmjeravanja momenta te mora biti robusan s obzirom na postupnu promjenu parametara kao što je kut zračnosti koji može varirati (u pravilu rasti) tijekom životnog vijeka vozila. Konačno, kompenzacija ne smije uvoditi značajnije oscilacije ili šum u referentni signal momenta motora. Neki od ovih uvjeta su suprotstavljeni, npr. brzina odziva te udobnost vožnje, te je ključni aspekt razvoja ovakvih sustava kompromis između suprotstavljenih uvjeta. Koncept tipičnog sustava za kompenzaciju zračnosti je dan na slici 3.

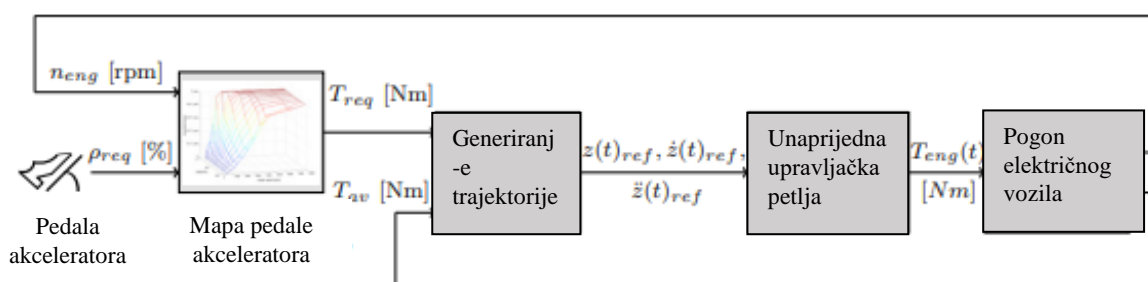


Slika 3. Koncept tipičnog sustava kompenzacije zračnosti. [4]



Upravljačke sustave za kompenzaciju zračnosti možemo podijeliti na linearne, pasivne i aktivne nelinearne [5], [6]. Najjednostavnija i najčešće korištena metoda je pogon električnog vozila smatrati linearnim sustavom te implementirati linearni upravljački sustav za kompenzaciju zračnosti. U ovom pristupu upravljački sustav 'ne zna' za nelinearnost u vidu zračnosti. Utjecaj zračnosti se gleda kao momentni poremećaj koji djeluje na sustav. Najčešće korišteni sustavi su oni s PID regulatorom ili regulatorom stanja. Ideja je da se sinteza linearnih upravljačkih sustava provede dovoljno robusno da se ne pobude oscilacije. Međutim, robusno dizajniran upravljački sustav usporit će odziv momenta poluvratila, odnosno akceleracije vozila. U radu [7] zračnost se smatra poremećajem momenta koji se estimira estimatorom momenta koji se, zatim kompenzira unutar PID regulacijske petlje. Nelinearni pasivni sustavi su najčešće implementirani na način da dolazi do prekapčanja između dva načina rada te je provedena sinteza zasebno za svaki sustav odnosno način. Prvi način djeluje kada je ostvaren kontakt u zupčanicima, dok drugi djeluje u području zračnosti. U radu [8] predloženo je prekapčanje između dva regulatora stanja. Nelinearni aktivni kompenzatori predstavljaju najnaprednije sustave koji u pravilu daju najbolje rezultate. Ideja je da kada zupčanici uđu u područje zračnosti kompenzacijski sustav ih dovede najbrže moguće u ponovni kontakt, ali na način da ne izazove torzijske vibracije. Ponovno je ideja da se prekapča između dva kompenzacijska sustava. Razlika između aktivnih i pasivnih kompenzatora je da aktivni dovedu zupčanike u područje kontakta, a pasivni samo postane 'oprezan' kada se očekuje zračnost. Sustavi kompenzacije mogu se i podijeliti na unaprijedne (engl. feedforward), i regulacijske (engl. feedback) te na sustave koji sadrže oba djelovanja.

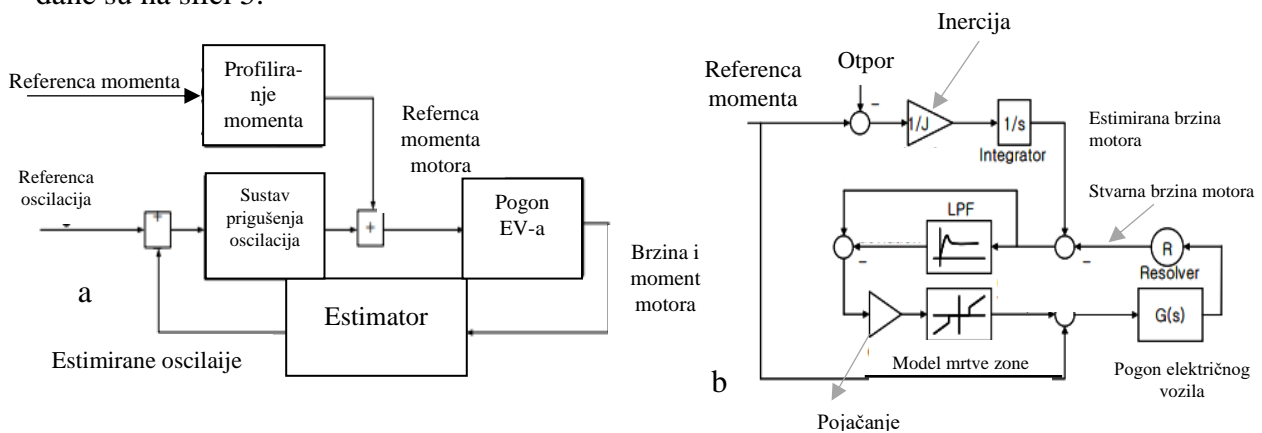
U idućem dijelu ovog poglavlja konceptualno su predstavljeni neki od postojećih sustava kompenzacije zračnosti u pogonima vozila. U radu [9] i [10] autori predlažu nelinearnu unaprijednu petlju za kompenzaciju zračnosti. Takav sustav računa referentnu trajektoriju torzijskog kuta vratila iz referentnog momenta isporučenog u prethodnom vremenskom koraku te momenta kojeg vozač traži. Zatim, na temelju referentne trajektorije generira upravljački zakon temeljen na modelu sustava uzimajući u obzir aproksimaciju zračnosti s funkcijom tangens hiperbolni. Predloženo je da ovakav unaprijedni kompenzacijski sustav radi zajedno s regulacijskim kompenzacijskim sustavom. Na slici 4 je prikazana unaprijedna upravljačka petlja.



Slika 4. Shema unaprijedne petlje kompenzacijskog sustava. [9]

U radu [11] predloženo je da unaprijedna petlja profilira referentni moment motora te na taj način ne dopusti nagle promjene momenta, što rezultira smanjenjem negativnog utjecaja zračnosti, ali s druge strane i sporijim odzivom sustava. Profiliranje referentnog momenta je izvedeno tako da derivacija referentnog momenta bude limitirana prema paraboličnom modelu

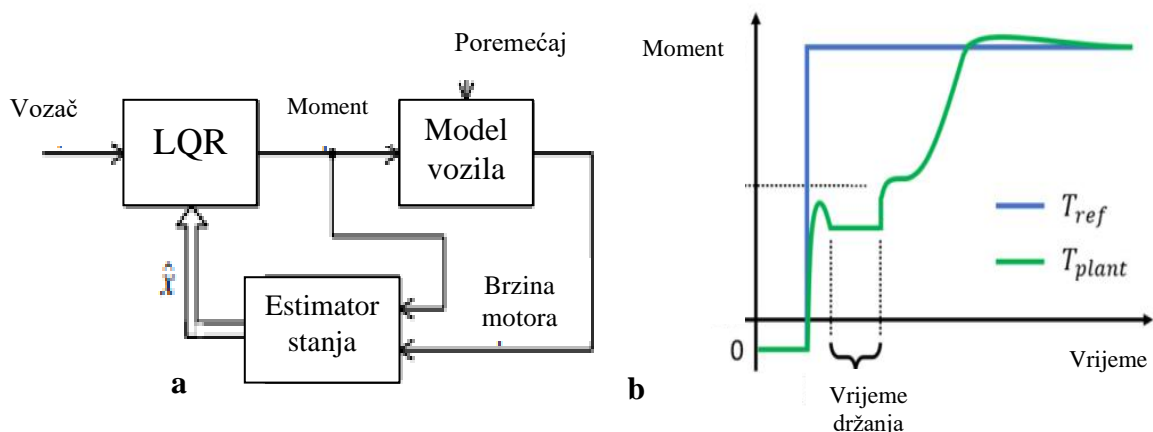
mrtve zone. Nadalje, dodana je i regulacijska petlja koja prigušuje oscilacije u sustavu. Regulacijska petlja generira reverzni moment koji je suprotan fazi vibracija te se zbraja s referentnim momentom. Upravljačka shema sveukupnog sustava te shema regulacijske petlje dane su na slici 5.



Slika 5. Shema upravljačkog sustava kompenzacije (a) i shema regulacijske petlje (b). [11]

U radu [12] autori pretvaraju vozačev zahtjev u željenu longitudinalnu akceleraciju vozila i predlažu logiku prekapčanja za smanjenje utjecaja zračnosti. Kada su zupčanici u kontaktu, linearni kvadratni regulator (LQR) djeluje kao regulator akceleracije podešen da ukloni oscilacije sustava. U području zračnosti implementiran je modelsko prediktivni regulator (MPC), koji drži brzinu promjene torzijskog kuta vratila i moment motora blizu nule. Neposredno prije kontakta drugi MPC algoritam regulira akceleraciju vozila na referentnu postavljenu od strane vozača.

U radu [13] predložena je struktura LQR-a koji djeluje kada postoji kontakt između zupčanika te otklanja oscilacije u sustavu. Uz LQR implementira se i estimator stanja sustava. Shema je upravljačkog sustava dana je na slici 7a. Sustav se proširuje dodatnim djelovanjem u području zračnosti, koje radi na način da u području zračnosti drži moment motora na nekoj vrijednosti manjoj od tražene kako se ne bi izazvao udar prilikom ponovno uspostavljenog kontakta. Profil momenta koji uključuje držanje na nižim vrijednostima je prikazan na slici 7b.

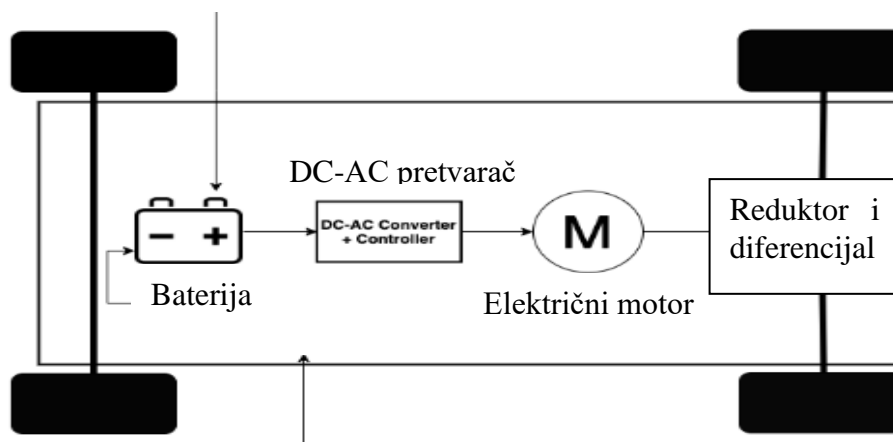


Slika 6. Shema upravljačkog sustava prema [13] (a), profil momenta s držanjem (b). [13]

### 3. MODELIRANJE POGONA ELEKTRIČNOG VOZILA

Modeliranje i simulacije provode se pomoću programskog paketa Matlab-Simulink. Simulink omogućava da se modeli slažu grafički odnosno dodavanjem blokova iz biblioteke te njihovim povezivanjem. Matlab i Simulink se često koriste u inženjerskoj praksi, a posebno prilikom sinteze i analize mehatroničkih sustava, jer ovi softverski programi omogućuju jednostavno i učinkovito stvaranje modela dinamičkih sustava te implementaciju upravljačkih algoritama.

Kako je već rečeno u uvodu, jedna od prednosti električnog vozila u odnosu na konvencionalna vozila jest jednostavniji i lakši pogonski sklop. Pogon električnog vozila sastoji se od baterije, električnog motora, transmisije, diferencijala, poluvratila te kotača. Baterija služi za pohranjivanje električne energije potrebne za pogon vozila. Najvažniji parametar baterije je njen kapacitet koji definira domet električnog vozila. Poželjan je što veći kapacitet uz što manju masu te cijenu proizvodnje. Trenutno postojeće baterije na tržištu imaju kapacitet od 15 kWh do 200 kWh što vozilima daje domet od 100 km do 500 km. No, kako je već spomenuto stalnim razvojem baterijskih tehnologija domet se povećava. Najčešće korištene baterije su litij-ionske te uz njih litij-polimerne, olovne i dr. Baterija ima značajnu masu u odnosu na ostale komponente te se smješta u podnicu auta kako bi se ostvarilo što niže težište te s tim povezane vozne karakteristike. Baterija neće biti uključena u daljnje modele jer u ovom radu nije predviđena energetska analiza vozila. Na slici 7. prikazana je shema pogona električnog vozila s pojedinim komponentama.

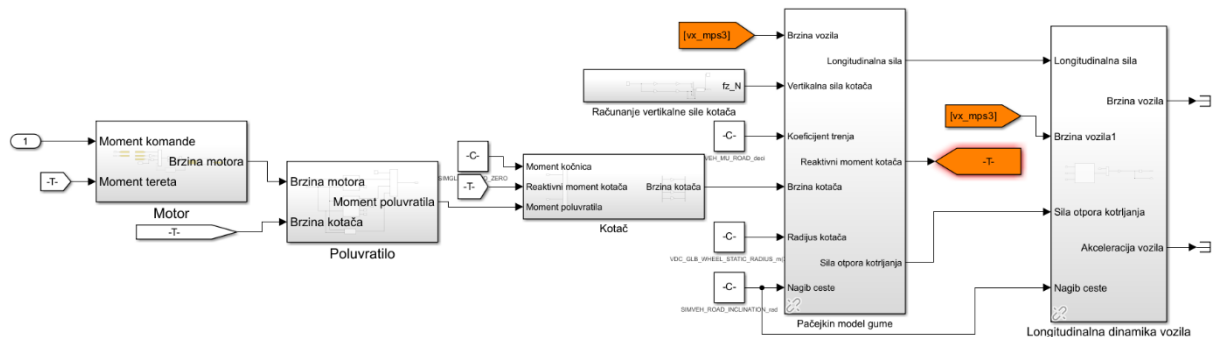


Slika 7. Shema pogona električnog vozila.

#### 3.1. Detaljni model pogona električnog vozila

[15] Detaljni model pogona električnog vozila sadrži model električnog motora, model prigonskog sklopa s uključenom zračnošću, model kotača, Pačejkin model gume i model longitudinalne dinamike vozila. Model ima dobru razinu vjernosti, ali opisuje sustav visokog reda koji sadrži nelinearnosti, te bi zbog toga operacije poput traženja prijenosne funkcije za

potrebe sinteze sustava upravljanja bilo teško ili čak nemoguće provesti. Zbog toga ovaj model služi samo za ispitivanje sustava kompenzacije zračnosti dok se za sintezu sustava kompenzacije koristi pojednostavljeni model. Detaljni model modeliran u Simulinku prikazan je na slici 8.



Slika 8. Detaljni model u Simulinku.

Električni motor odnosno M/G stroj može raditi u motorskom i generatorskom režimu rada. Ovisno o tome ubrzava li ili usporava vozilo izabire se način rada M/G stroja. Kada M/G stroj radi u motorskom režimu rada, on proizvodi potreban moment za ubrzanje i/ili svladavanje sila otpora vozila, a kada radi u generatorskom režimu rada M/G stroj pretvara kinetičku energiju vozila u električnu energiju i pohranjuje je u bateriju. Korištenje regenerativnog kočenja je poželjno jer se time pohranjuje energija koja bi inače bila disipirana na kočnicama te se kočnice manje troše. Najčešće korišteni električni motori su sinkroni motori s permanentnim magnetima, a kako on kao i drugi koji se često koriste vozilima koriste izmjeničnu struju za pogon, a u bateriju se može pohraniti samo istosmjerna potreban je pretvarač istosmjerne u izmjeničnu struju (izmjenjivač). Njegova dinamika je spregnuta s dinamikom električnog motora. Dinamika razvoja momenta električnog motora zajedno s dinamikom izmjenjivača pojednostavljeno se opisuje P1 članom s vremenskom konstantom  $T_{EM}$ . Jednadžba razvoja momenta električnog motora dana je izrazom (1). Uz to dana je i rotacijska dinamika električnog motora koja je opisana jednadžbom (2), a koja kao ulaz ima razvijeni moment električnog motora, a kao izlaz brzinu električnog motora.

$$M_{EM}(s) = \frac{1}{T_{EM}s + 1} M_{ref}(s), \quad (1)$$

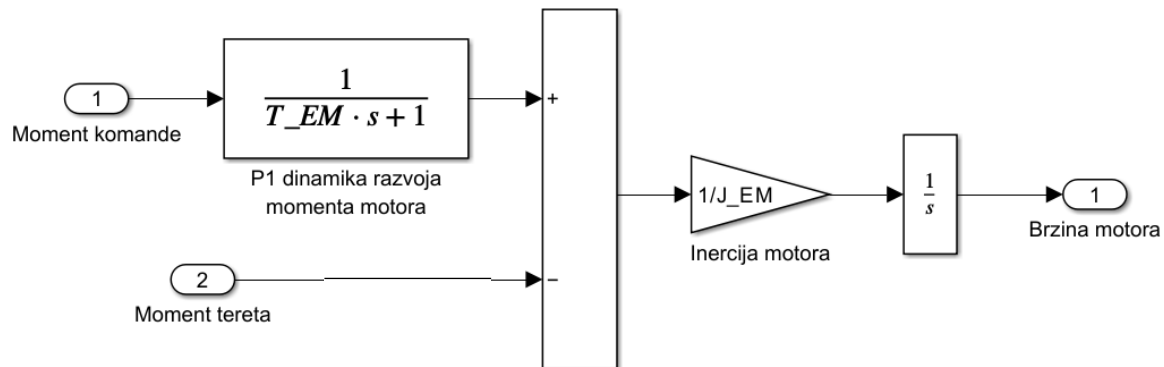
$$J_{EM}\dot{\omega}_{EM} = M_{EM} - M_t \quad (2)$$

gdje je  $M_{EM}$  moment kojeg motor razvija,  $M_{ref}$  je referentni moment,  $T_{EM}$  vremenska konstanta P1 člana,  $M_t$  je moment tereta motora (opisan jednadžbom (3)),  $J_{EM}$  je inercija električnog motora s izlaznim vratilom i zupčanikom i  $\omega_{EM}$  je brzina električnog motora.

$$M_t = 2hM_{hs} \quad (3)$$

gdje je  $M_{hs}$  moment koje poluvratilo prenosi i  $h$  prijenosni omjer reduktora i diferencijala.

Dinamika električnog motora modelirana je unutar Simulinka kako je prikazano na slici 9. Vidimo da dinamički model ima dva ulaza, referentni moment i moment tereta te jedan izlaz, brzina električnog motora.



Slika 9. Model električnog motora u Simulinku

Transmisija služi kako bi se reducirala brzina električnog motora, a povećao njegov moment koji se prenosi do kotača. U ovom radu pretpostavlja se da električno vozilo ima jedno stupanjsku transmisiju odnosno jedan par zupčanika s konstantnim prijenosnim omjerom. Gubici zupčastog para su zanemareni. Prijenosni omjer diferencijala je uključen u  $h$ , a zračnost koja se u njemu javlja je koncentrirana sa zračnošću reduktora. Jednostavan model jedno stupanjске transmisije uključuje konstantan parametar, prijenosni omjer, kojim se dijeli brzina motora. Reducirana brzina električnog motora, dana jednažbom (3), koristi se kao ulaz u model poluvratila definiranih kao elastično-prigušni element. Parametri vratila su njegova krutost te prigušenje. Moment koji vratilo prenosi definirano je parametrima vratila te razlikom brzina i kutova zakreta ulaznog i izlaznog dijela poluvratila. Moment poluvratila koje vratilo prenosi opisan je jednažbom (4).

$$\omega_{EM,red} = \frac{1}{h} \omega_{EM}, \quad (3)$$

$$M_{hs} = k_{hs} \int (\omega_{EM,red} - \omega_2) dt + c_{ds} (\omega_{EM,red} - \omega_2), \quad (4)$$

gdje je  $\omega_{EM,red}$  reducirana brzina motora,  $\omega_1$  brzina vratila na strani motora,  $\omega_2$  brzina vratila na strani tereta,  $k_{hs}$  koeficijent krutosti poluvratila,  $d_{hs}$  koeficijent prigušenja poluvratila.

[16] Zračnost je opisana modelom mrtve zone. Ovaj model uzima u obzir kut zakreta pogonskog zupčanika te ako je on unutar donje i gornje granice tj. unutar područja zračnosti ne dolazi do prijenosa momenta, a ako je kut zakreta pogonjenog zupčanika jednak ili veći odnosno manji od gornje odnosno donje granice dolazi do linearnog prijenosa momenta. Gornja i donja granica su definirane kao  $\alpha_b$  i  $-\alpha_b$ , dok je ukupni kut zračnosti jednak  $2\alpha$ . Model zračnosti se dodaje u model vratila te model poluvratila koji uključuje reduktor i zračnost opisan je jednažbom (5).

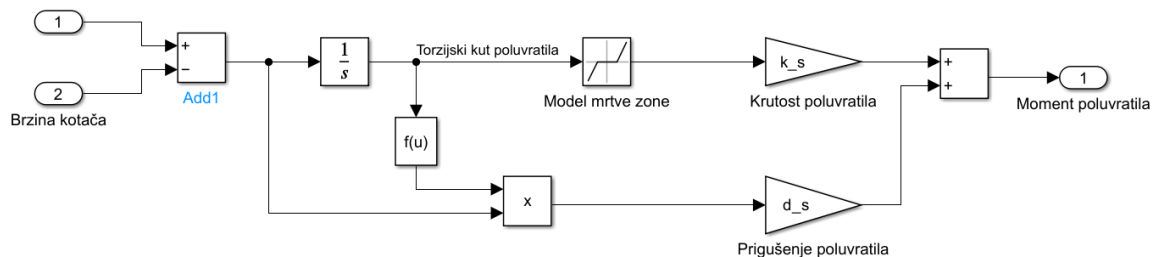
$$M_{hs} = \begin{cases} k_{hs}(\Delta\alpha - \alpha_b) + c_{ds} \left( \frac{\omega_{EM}}{h} - \omega_w \right), & \text{za } |\Delta\alpha| \geq \alpha_b, \\ 0, & \text{za } \Delta\alpha < \alpha_b, \end{cases} \quad (5)$$

$$\Delta\alpha = \int \left( \frac{\omega_{EM}}{h} - \omega_w \right) dt \quad (6)$$

gdje je  $\alpha_b$  i  $-\alpha_b$  gornja odnosno donja granica zračnosti,  $\Delta\alpha$  torzijski kut poluvratila,  $\omega_w$  brzina kotača.

Model poluvratila s uključenim reduktorom i zračnošću modeliran je u Simulinku kako je prikazano na slici 10. Ulaz u model poluvratila su brzina motora i brzina kotača, a izlaz je moment koji vratilo prenosi.

Reducirana brzina motora



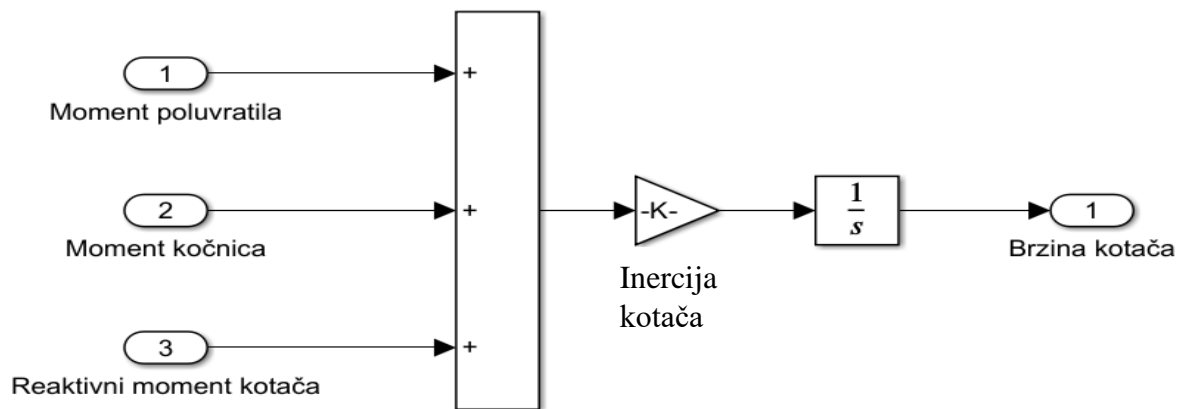
Slika 10. Model poluvratila u Simulinku

Moment koji prenosi vratilo pokreće kotač, a kotač prenosi silu na podlogu. U ovom radu pretpostavlja se da se vozilo kreće uzdužno te nema zakreta kotača. Rotacijska dinamika kotača opisana je jednadžbom (6).

$$J_w \dot{\omega}_w = M_{hs} - M_{brak} - r_w F_x, \quad (6)$$

gdje je  $J_w$  inercija kotača,  $M_{brake}$  moment kočenja kočnicama,  $F_x$  sila koju kotač prenosi na podlogu,  $r_w$  polumjer kotača.

Model dinamike kotača u Simulinku dan je na slici 11. Ulaz u model je moment poluvratila, a izlaz je sila koju kotač prenosi na podlogu.



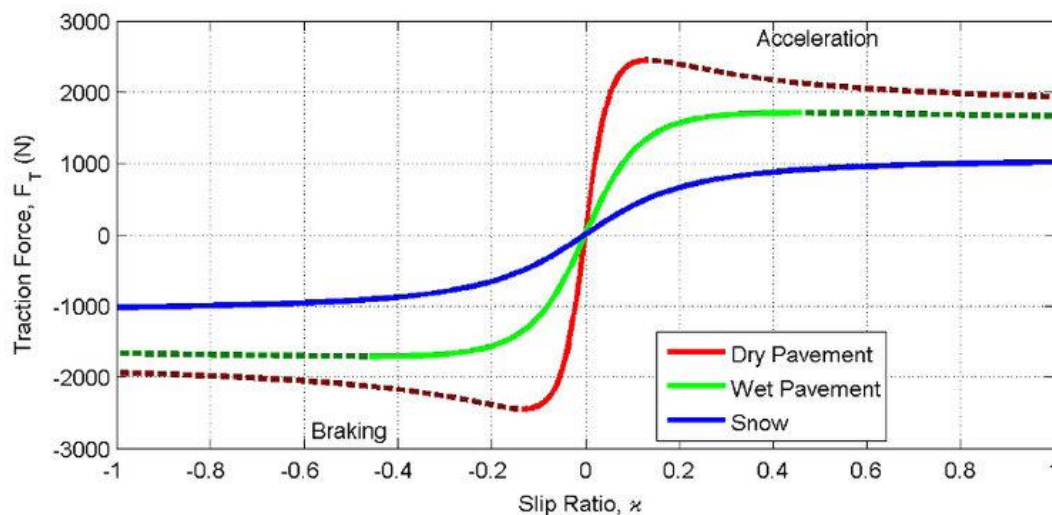
Slika 11. Model kotača u Simulinku.

Sila koju kotač prenosi na podlogu proizlazi iz Pačejkinog modela gume tzv magične formule. Pačejkin model gume je model izveden na temelju eksperimentalnih rezultata te nema fizikalnu podlogu. Model daje uzdužnu silu koju kotač odnosno guma prenosi na podlogu u ovisnosti o klizanju kotača. Sila koju guma prenosi dana je jednažbom (8). Klizanje kotača je definirano kao odnos brzina kotača koji prenosi silu i kotača koji je ne prenosi. Formula za određivanje klizanja dana je jednažbom (8). Slika 12 prikazuje ovisnost uzdužne sile gume i klizanja za različite podloge odnosno koeficijente trenja.

$$\kappa = \frac{\omega_w}{r_w v_v} - 1, \quad (7)$$

$$F_x = D_g \sin[C_g \arctan[B_g \kappa - E_g (B_g \kappa - \arctan(B_g \kappa))]] \quad (8)$$

gdje je  $\kappa$  klizanje kotača,  $v_v$  brzina vozila, a  $D_g$ ,  $B_g$ ,  $E_g$ , i  $C_g$  su parametri gume.



Slika 12. Pačejkin model gume [14].

Kako je već navedeno, razmatra se samo uzdužno gibanje vozila te se za model vozila koristi onaj vezan uz longitudinalnu dinamiku vozila. Model longitudinalne dinamike vozila daje

brzinu i akceleraciju vozila, a temeljen je na II. Newtonovom zakonu gibanja. Longitudinalna dinamika vozila opisan je jednadžbama (9), (10).

$$ma_v = F_x - F_{slope} - F_{aero} - F_{rr}, \quad (9)$$

$$v_v = \int a_v dt, \quad (10)$$

gdje je  $m$  masa vozila,  $F_{slope}$  sila uslijed nagiba ceste,  $F_{aero}$  sila aerodinamičkog otpora,  $F_{rr}$  sila otpora kotrljanja kotača,  $a_v$  akceleracija vozila, a  $v_v$  brzina vozila.

Sila uslijed nagiba ceste  $F_{slope}$ , sila aerodinamičkog otpora  $F_{aero}$  te sila otpora kotrljanja kotača  $F_{rr}$  definirane su jednadžbama (11), (12) i (13).

$$F_{slope} = mg \sin\left(\arctan\left(\frac{\beta}{100}\right)\right), \quad (11)$$

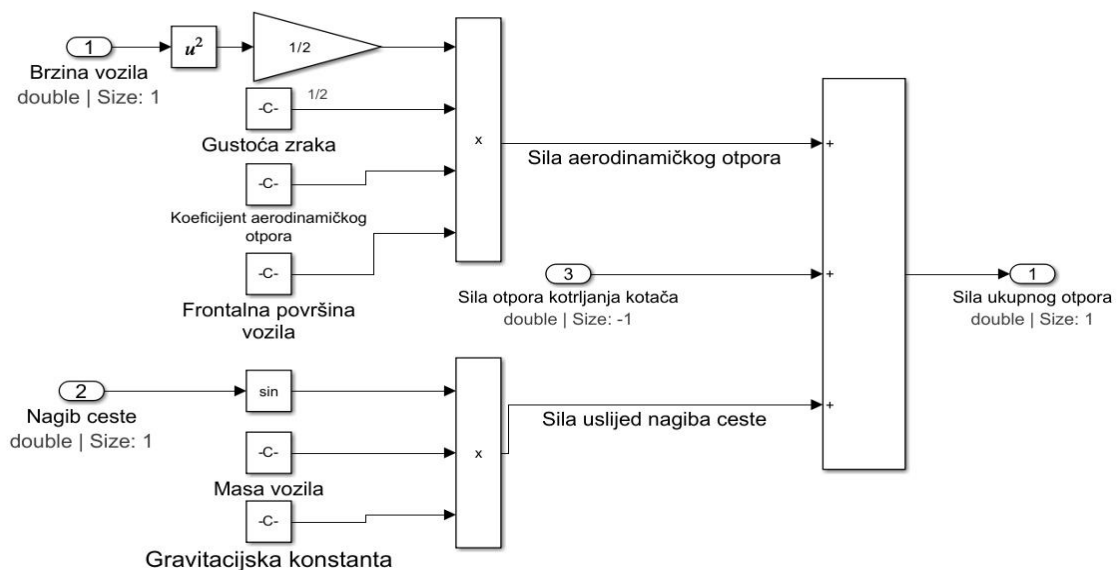
$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho_{air} S_v C_{aero} v_v^2, \quad (12)$$

$$F_{rr} = F_z R_{roll}, \quad (13)$$

$$F_z = \frac{1}{4} mg \cos\left(\arctan\left(\frac{\beta}{100}\right)\right), \quad (14)$$

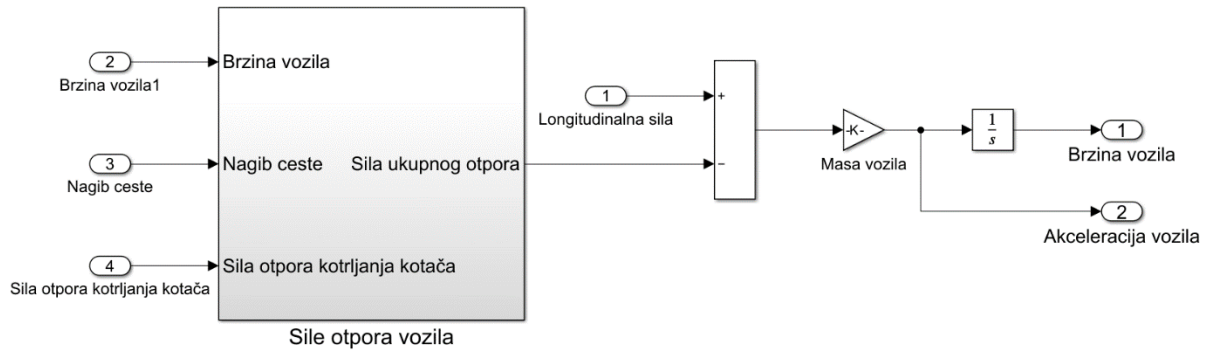
gdje su  $g$  gravitacijska konstanta,  $\beta$  nagib ceste izražen u postocima,  $\rho_{air}$  gustoća zraka,  $S_v$  frontalna površina vozila,  $C_{aero}$  koeficijent aerodinamičkog otpora,  $F_z$  vertikalna sila na kotač, a  $R_{roll}$  faktor otpora kotrljanja.

Simulink model uzdužne dinamike prikazan je na slici 14. Ulaz u model je uzdužna sila koju guma prenosi na podlogu, a izlaz je akceleracija i brzina vozila. Unutar modela longitudinalne dinamike nalazi se podmodel koji računa ukupnu silu otpora vozila, koja uključuje sile aerodinamičkog otpora, silu uslijed nagiba ceste i silu otpora kotrljanja kotača. Podmodel koji računa sile otpora prikazan je na slici 13.



Slika 13. Model sila otpora u Simulinku.





Slika 14. Model longitudinalne dinamike vozila u Simulinku.

### 3.2. Pojednostavljeni model pogona električnog vozila

Pojednostavljeni model pogona električnog vozila izvodi iz detaljnog modela uz određena pojednostavljena te zanemarene nelinearnosti. Izvodi se kako bi se sustav mogao analitički analizirati. Prva pretpostavka je da se izostavi dinamika razvoja momenta motora, te na taj način ulaz u model postaje moment motora, a ne referentni moment. Drugo pojednostavljenje vezano je uz kotač te longitudinalnu dinamiku vozila. Naime, zanemaruje se klizanje autogume odnosno model razvoja longitudinalne sile na podlogu, te se izostavljaju otpori gibanja kao vanjski poremećaji. Aerodinamički otpor i otpor kotrljanja kotača se zanemaruje, a dominantan član, masa odnosno inercija vozila se reducira na stranu kotača te se zbraja s njegovom inercijom. Također, za potrebe izvođenja prijenosne funkcije pojednostavljenog modela te frekvencijske analize izostavlja se element zračnosti. Konačno, u ovom radu se pretpostavlja da je moment regenerativnog kočenja dostatan, te se ne primjenjuje moment mehaničkih kočnica.

Dinamika motora ostaje nepromijenjena te ju opisuje jednačba (2). Jednačba modela vratila sada ne uključuje zračnost te ona postaje oblika (14).

$$M_{hs} = k_{hs}\Delta\alpha + c_{ds}\left(\frac{\omega_{EM}}{h} - \omega_w\right), \quad (14)$$

Dinamika kotača zajedno s inercijom vozila je opisana jednačbom (15).

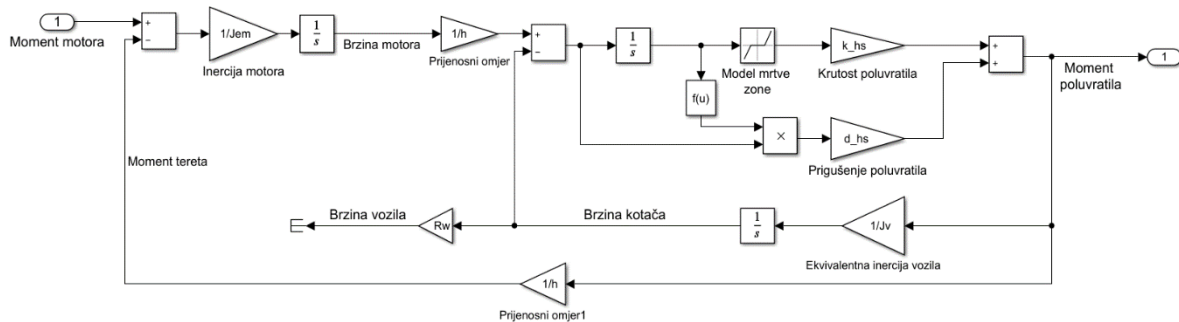
$$J_v\dot{\omega}_w = 2M_{hs}, \quad (15)$$

$$v_v = r_w\omega_w, \quad (16)$$

$$J_v = 2J_w + mr_w^2, \quad (17)$$

gdje je  $J_v$  ekvivalentna inercija vozila s kotačima.

Poednostavljeni model koji ne uključuje zračnost koristi se samo za izvod prijenosnih funkcija i odgovarajuće analize, dok se za simulacije te testiranje sustava kompenzacije dodaje zračnost u postojeći pojednostavljeni model. Na slici 15. prikazan je model pojednostavljenog modela pogona u Simulinku.

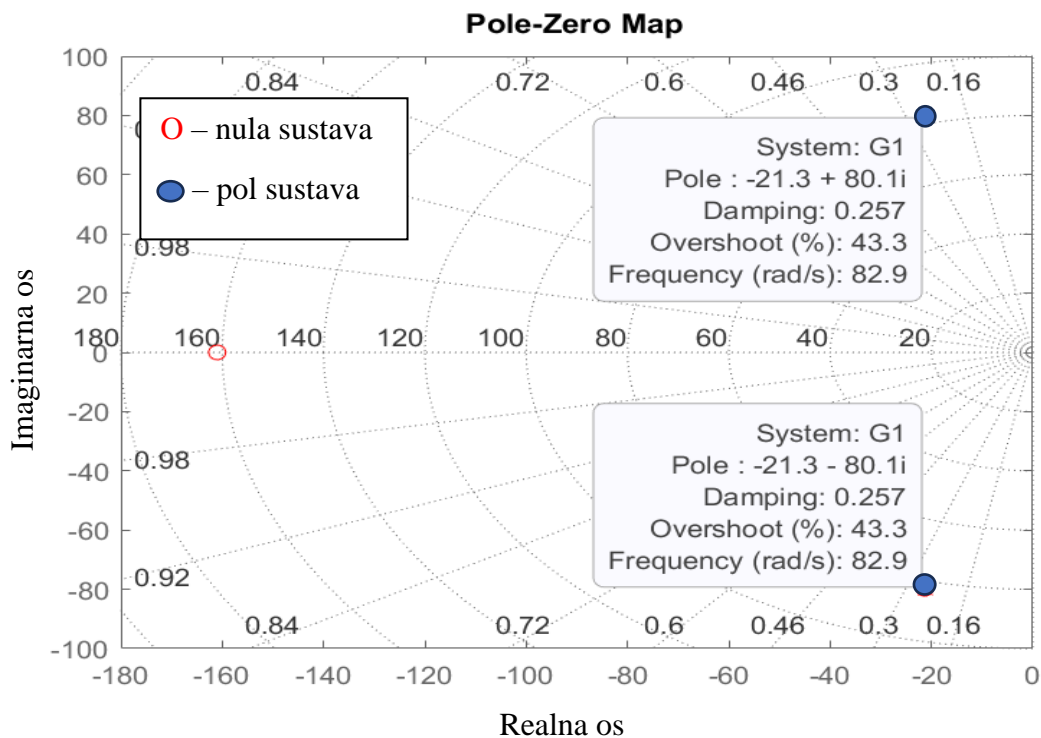


Slika 15. Pojednostavljeni model pogona električnog vozila u Simulinku.

Izvedena prijenosna funkcija pojednostavljenog modela je drugog reda, a dana je jednažbom:

$$G(s) = \frac{2M_{hs}(s)}{M_{em}(s)} = \frac{J_v h c_{hs} s + J_v h k_{hs}}{J_v J_{EM} h^2 s^2 + (J_{EM} h^2 + J_v) c_{hs} s + (J_{EM} h^2 + J_v) k_{hs}} \quad (18)$$

Nazivnik prijenosne funkcije naziva se karakteristični polinom, a njegovi korijeni predstavljaju polove sustava. Sustav ima onoliko polova koliki je red sustava. Prikaz položaja polova prijenosne funkcije dane izrazom (18) prikazan je na slici 16. Vidimo da sustav ima dva slabo prigušena pola i da frekvencija oscilacija iznosi približno 13Hz.

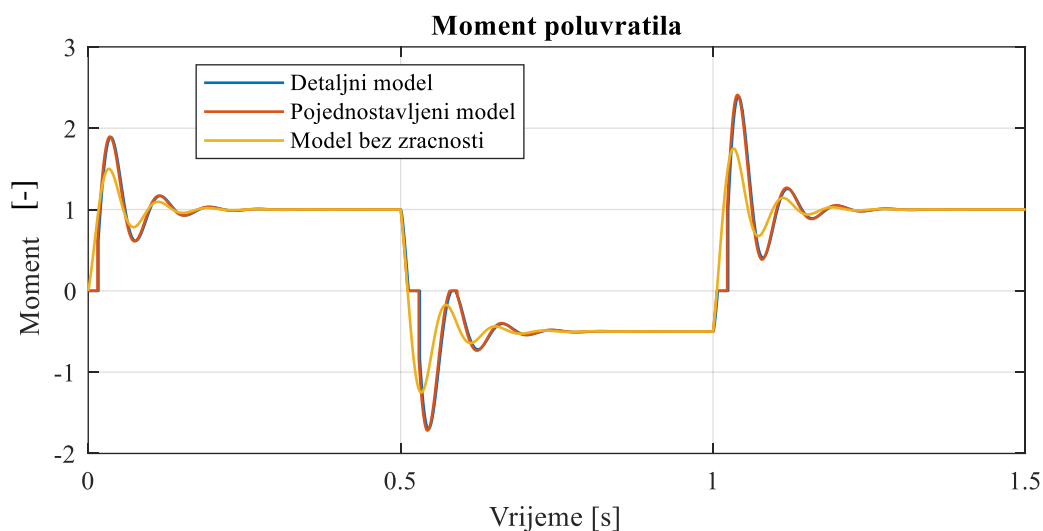


Slika 16. Položaj polova prijenosne funkcije pojednostavljenog modela.

### 3.3. Rezultati simulacije modela pogona električnog vozila

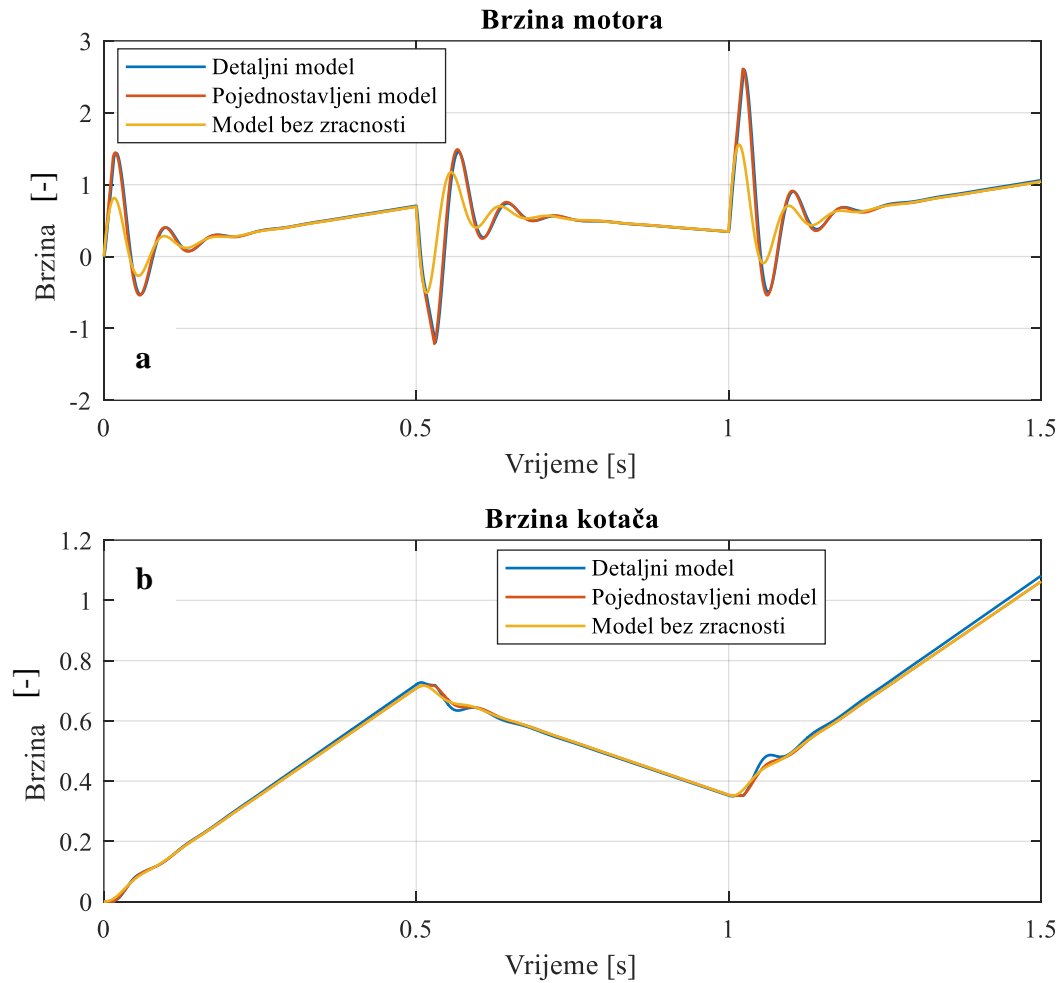
U ovom potpoglavlju dana je usporedba detaljnog i pojednostavljenog modela, opisanih u prethodnim poglavljima te modela bez zračnosti (slika 18). Na početku simulacije dogodi se skokovita promjena referentnog momenta s početne vrijednosti nula. Zatim se, tokom simulacije referentni moment skokovito mjenja iz pozitivne vrijednosti u negativnu, tj. vozilo naglo prelazi iz ubrzanja u regenerativno kočenje i obratno. Svi rezultati dani u ovom radu su normirani.

Slika 17 daje usporedbu triju odziva, onih pojednostavljenog i detaljnog modela te modela bez zračnosti. Razlika između modela sa zračnosti u odnosu na model bez zračnosti je da je moment poluvratila jednak nuli kada se zupčanici nalaze u području zračnosti po promjeni smjera momenta. Također, i na početku simulacije vidljiva je razlika, jer su svi početni uvjeti postavljeni na nulu, pa tako i početni iznos kuta zakreta koji se inicijalno nalazi na polovici kuta zračnosti te moment poluvratila iznosi nula dok torzijski kut ne prijeđe granicu zračnosti. Nadalje, u modelima sa zračnosti su veće amplitude oscilacija u odnosu na model bez zračnosti, upravo zbog naglog ubrzanja kroz zonu zračnosti i snažan udar pri uspostavljanju kontakta. Nema značajne razlike između detaljnog i pojednostavljenog modela te se da zaključiti da pojednostavljeni model dobro opisuje detaljni te se pomoću njega može vršiti sinteza sustava kompenzacije zračnosti.



Slika 17. Odziv momenta poluvratila prilikom.

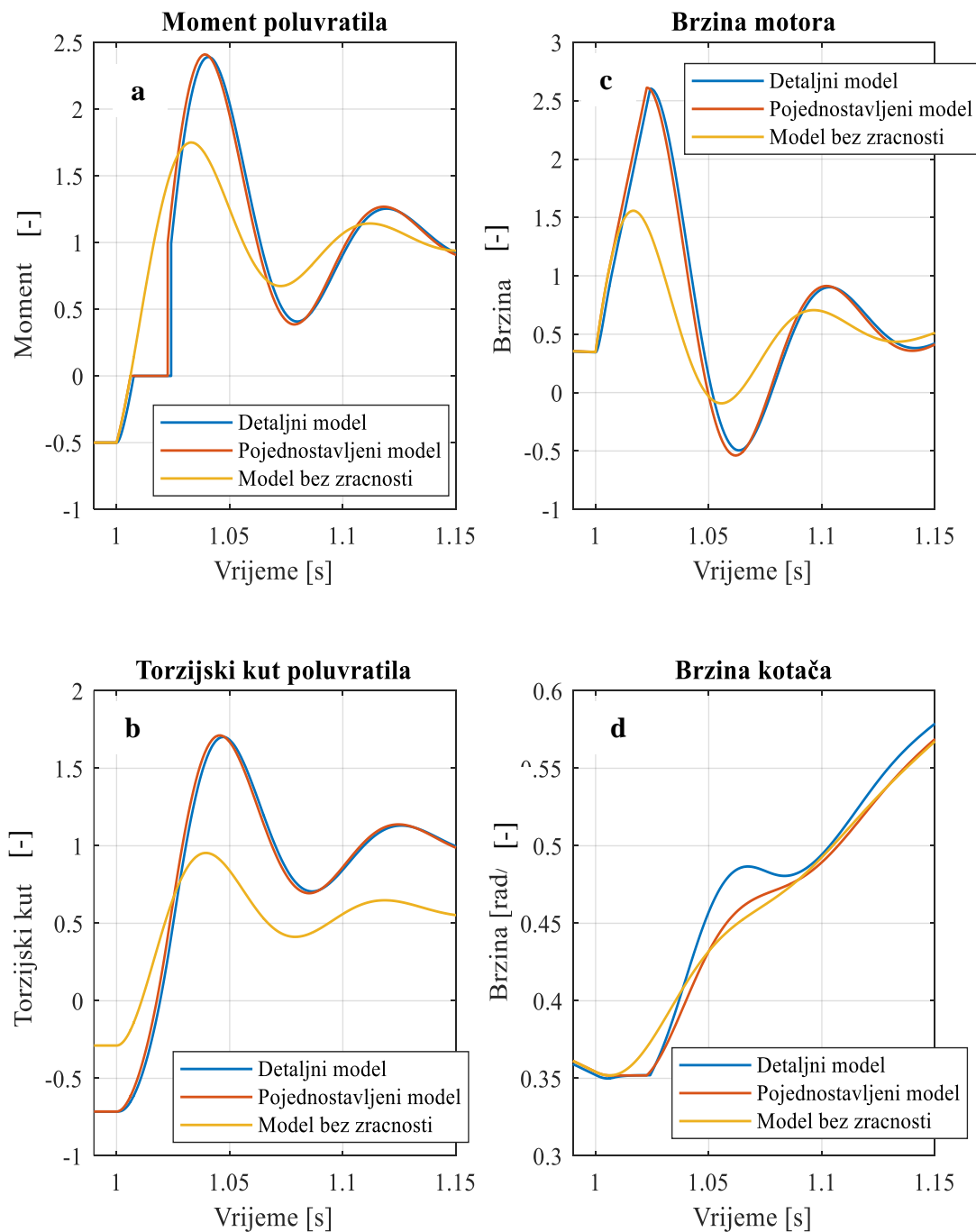
Na slici 18 prikazani su odgovarajući odzivi brzine motora i brzine kotača. Niti brzine motora i kotača ne odstupaju znatno između pojednostavljenog i detaljnog modela, a zanemariva odstupanja koja se javljaju uslijed zanemarivanja aerodinamičkog otpora i otpora kotrljanja kotača, dolaze do izražaja više u stacionarnom stanju. Kako se sinteza sustava kompenzacije provodi za prijelaznu pojavu (sustav kompenzacije je isključen u stacionarnom stanju), ova odstupanja ne unosi bitnu grešku prilikom analize i sinteze sustava. U odzivu brzine kotača vidimo nešto veće oscilacije u detaljnom modelu, što se objašnjava klizanjem autogume. Na isti način kako je uočeno kod odziva momenata (slika 18), u odzivu brzina kotača i motora amplituda oscilacija znatno je manja kod pojednostavljenog modela bez zračnosti.



**Slika 18. Odziv brzine motora (a) i kotača (b) prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje i obratno.**

Na slici 19 povećano je područje prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje koje se događa u 1. sekundi simulacije. Područje prelaska vozila iz ubrzanja u regenerativno kočenje nije prikazano posebno jer je analogno onom prikazanom na slici 19. Prikazani su odzivi momenta poluvratila  $M_{hs}$ , brzine motora  $\omega_{EM}$  i kotača  $\omega_w$  te torzijski kut poluvratila  $\Delta\alpha$ . Torzijski kut je razlika kutova zakreta ulaznog i izlaznog vratila. Moment poluvratila detaljnog modela inicijalno malo kasni u odnosu na onaj kod pojednostavljenog modela, zbog toga što je zanemarena dinamika razvoja momenta u pojednostavljenom modelu. Vidi se da je moment poluvratila jednak nuli u području zračnosti, te se naglo mijenja kada dođe do kontakta zubi. Moment poluvratila iznosi nula u istom vremenskom razdoblju kada je torzijski kut vratila između gornje i donje granice zračnosti. Na ovoj slici se bolje vidi veća oscilacija brzine kotača u detaljnom modelu što se događa iz već objašnjениh razloga. U području zračnosti brzina kotača je konstantna kod pojednostavljenog modela jer se moment ne prenosi na kotač a sile

otpora na vozilo zanemarene, dok je kod detaljnog modela približno konstantna zbog djelovanja sila otpora.

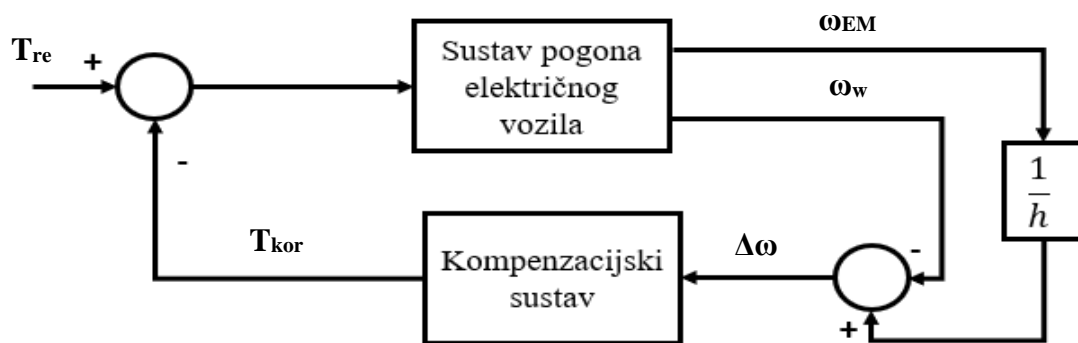


**Slika 19.** Odzivi momenta poluvratila (a), torzijskog kuta (b) te brzina motora (c) i kotača (d) prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje.

## 4. SUSTAV PRIGUŠENJA TORZIJSKIH VIBRACIJA

Sustav prigušenja torzijskih vibracija vrsta je sustava za kompenzaciju oscilacija no u ovom slučaju služiti će i za kompenzaciju zračnosti. Kako je opisano u poglavlju 2, ova vrsta linearnog sustava 'ne zna' za zračnost već je dizajnirana dovoljno robusno kako uključenje nelinearnosti u obliku zračnosti ne bi značajnije poremetilo rad sustava. Sustave prigušenja možemo podijeliti na one temeljene na vibracijskoj komponenti električnog motora, razlici brzina ulaznog i izlaznog dijela poluvratila, vibracijskoj komponenti torzije vratila ili momenta poluvratila i longitudinalnoj akceleraciji.

U ovom radu izabran je sustav temeljen na razlici brzina ulaznog i izlaznog dijela poluvratila odnosno na razlici brzina električnog motora i kotača. Generalna shema ovakvog sustava prikazana je na slici 20. Razlika brzina računa se iz mjerenja brzina kotača i električnog motora te je ona ulaz u upravljački sustav koji iz nje računa korekcijski moment, a on se oduzima od referentnog momenta. U radovima [15], [16] i [17] korišten je jednostavni P kompenzator odnosno korekcijski moment  $T_{kor}$  proporcionalan je razlici brzina  $\Delta\omega$ , a tako će sustav biti implementiran i u ovom radu.



Slika 20. Shema sustava kompenzacije vibracija temeljen na razlici brzina motora i kotača.

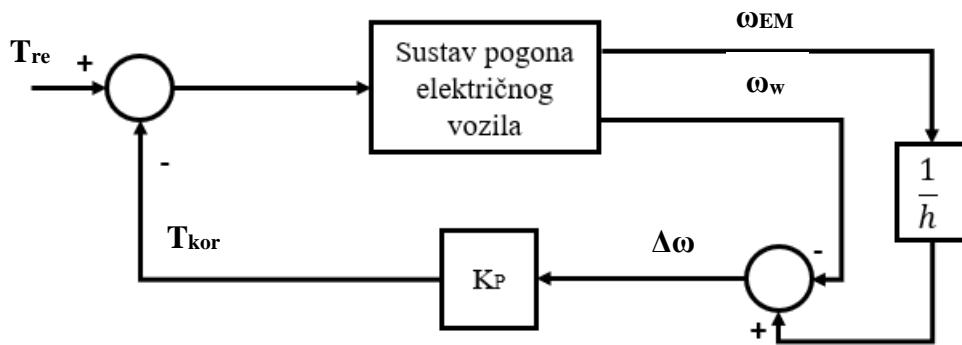
### 4.1. Sinteza sustava prigušenja torzijskih vibracija

Kako je već opisano uz sliku 21 i dano na slici 22, odabran je sustav prigušenja temeljen na razlici brzina električnog motora i kotača. Iz razlike brzina, definirane jednažbom (19) računa se korekcijski moment koji je definiran jednažbom (20).

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{EM}}{h} - \omega_w \quad (19)$$

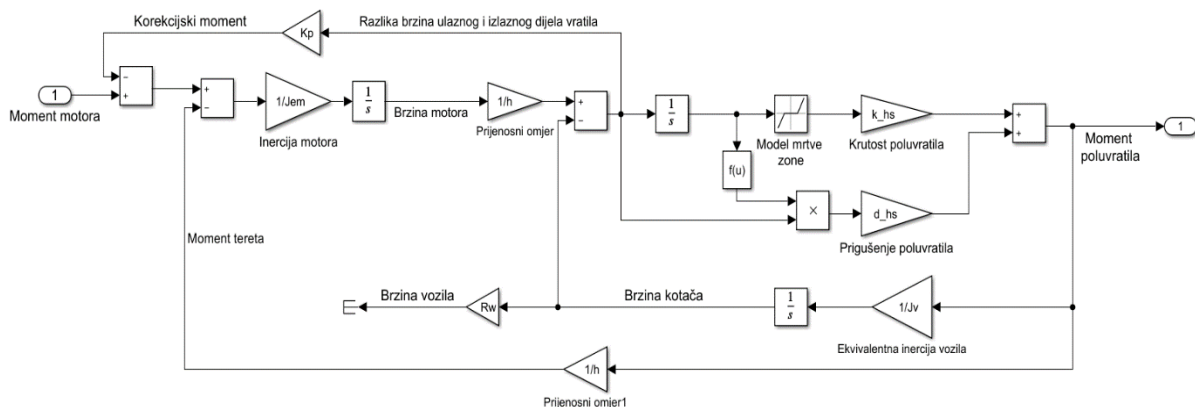
$$M_{kor} = K_P \Delta\omega \quad (20)$$

gdje je  $\Delta\omega$  razlika brzina ulaznog i izlaznog dijela vratila,  $M_{kor}$  je korekcijski moment, a  $K_P$  prigušno pojačanje.



Slika 21. Shema sustava prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem.

Ovaj sustav je implementiran u Simulinku te primijenjen na pojednostavljeni nelinearni model pogona električnog vozila. Sustav prigušenja torzijskih vibracija na pojednostavljenom modelu u Simulinku prikazan je na slici 22.



Slika 22. Simulink shema sustava prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem na pojednostavljenom modelu.

Na sličan način kako je izvedena prijenosna funkcija procesa (18), dobiva se sljedeća prijenosna funkcija sustava prigušenja sa slike 22:

$$G_P(s) = \frac{2M_{hs}(s)}{M_{EM}(s)} = \frac{J_v h c_{hs} s + J_v h k_{hs}}{J_v J_{EM} h^2 s^2 + [J_{EM} h^2 + J_v] c_{hs} s + (J_{EM} h^2 + J_v) k_{hs}} \quad (21)$$

[17] Standardni oblik prijenosne funkcije proporcionalnog člana s kašnjenjem drugog reda (P2 član) dan je jednažbom:

$$G_{P2}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (22)$$

gdje je  $\omega_n$  vlastita neprigušena frekvencija sustava, a  $\zeta$  stupanj relativnog prigušenja sustava.

Usporedbom jednažbi (21) i (22) jasno je da je vlastita frekvencija sustava potpuno određena parametrima pogona, no u članu u kojem je sadržan stupanj prigušenja javlja se parametar  $K_P$  što znači da se njegovim izborom može po volji utjecati na stupanj prigušenja upravljanog sustava. Ovisnost pojačanja  $K_P$  u ovisnosti o stupnju prigušenja  $\zeta$  dana je jednažbom:

$$K_P = \frac{2\omega_n \zeta J_v J_{EM} h^2 - (J_{EM} h^2 + J_v) c_s}{J_v h}, \quad (22)$$

Sustavi mogu biti slabo prigušeni  $\zeta < 1$ , jako prigušeni  $\zeta > 1$  te kritično prigušeni  $\zeta = 1$ . S visokim stupnjem prigušenja sustav postaje sporiji, a nižim vrijednostima stupnja prigušenja sustav ima izražene oscilacije. Cilj bi mogao biti postaviti stupanj prigušenja na  $\zeta = 1$ , kako bi otklonili oscilacije a pritom zadržali dobro vrijeme porasta odziva. U nekim slučajevima dobar izbor stupnja prigušenja je  $\zeta = 0.707$ . Takvim podešenjem sustavu se ubrzava odziv u odnosu na kritično prigušeni sustav, a oscilacije su još uvijek dobro prigušene te je prebačaj od 6% u pravilu zanemariv.

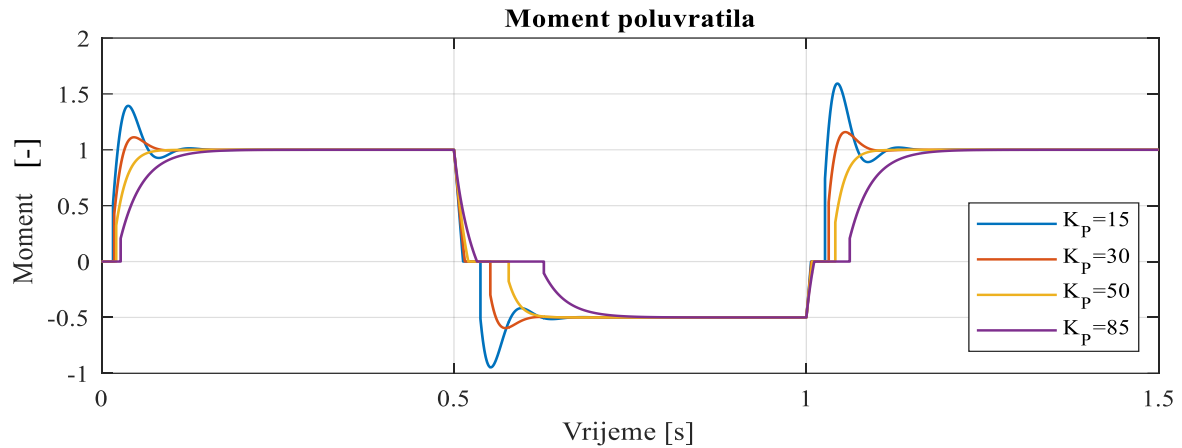
**Tablica 1. Vrijednosti pojačanja sustava kompenzacije u odnosu na željeni stupanj prigušenja**

$\zeta=0.5$	$K_P=15$
$\zeta=0.707$	$K_P=30$
$\zeta=1$	$K_P=50$
$\zeta=1.5$	$K_P=85$

#### 4.2. Simulacijska analiza sustava prigušenja na pojednostavljenom modelu

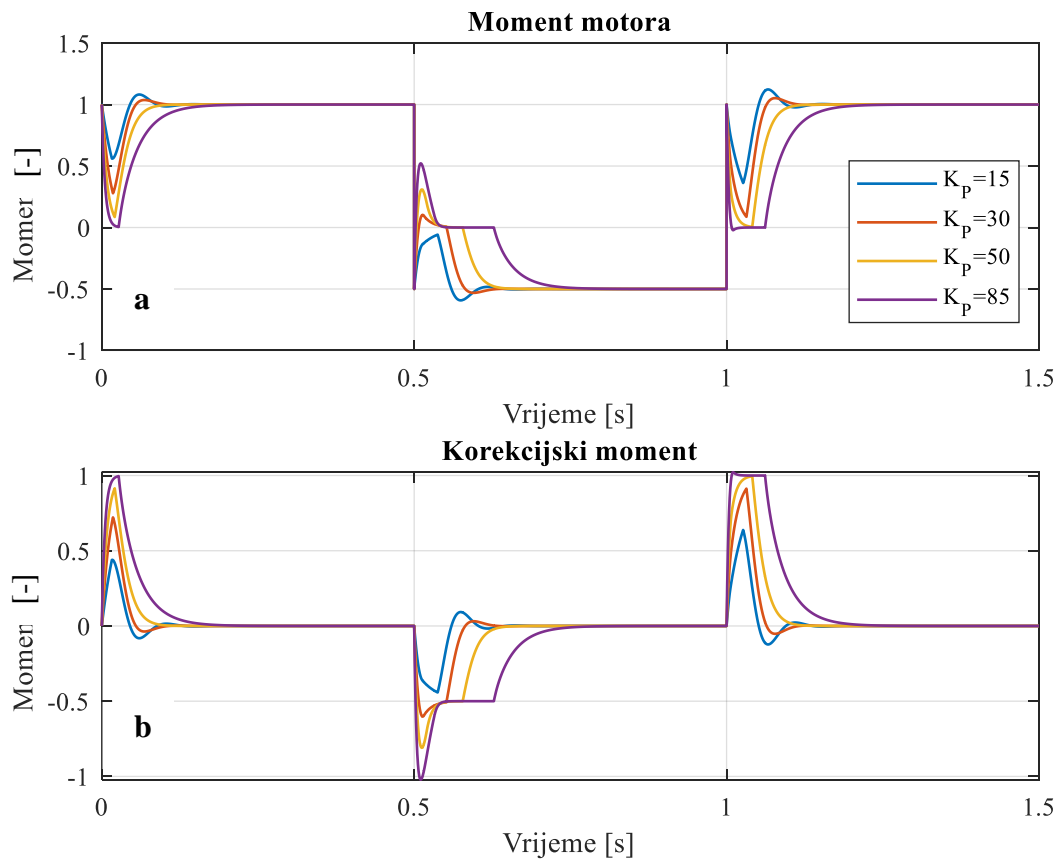
Rezultati simulacije sustava prigušenja torzijskih vibracija, dobiveni za razna pojačanja iz Tablice 1 na pojednostavljenom nelinearnom modelu pogona električnog vozila i na istom scenariju kao u 3. poglavlju ovog rada, prikazani su na slici 23. Na slici se vidi da sustav prigušenja u potpunosti otklanja oscilacije, ali i da usporava odziv momenta u odnosu na odziv kada se ne koristi sustav prigušenja. Izborom većeg prigušnog pojačanja  $K_P$  dobiva se veći stupanj prigušenja oscilacija, ali i sporiji odziv odnosno prolazak kroz zračnost traje duže. Stoga, izbor prevelikih vrijednosti  $K_P$  nema smisla zbog previše usporenog odziva, s tim da niti premale vrijednosti nisu prihvatljive jer oscilacije neće biti dovoljno prigušene.





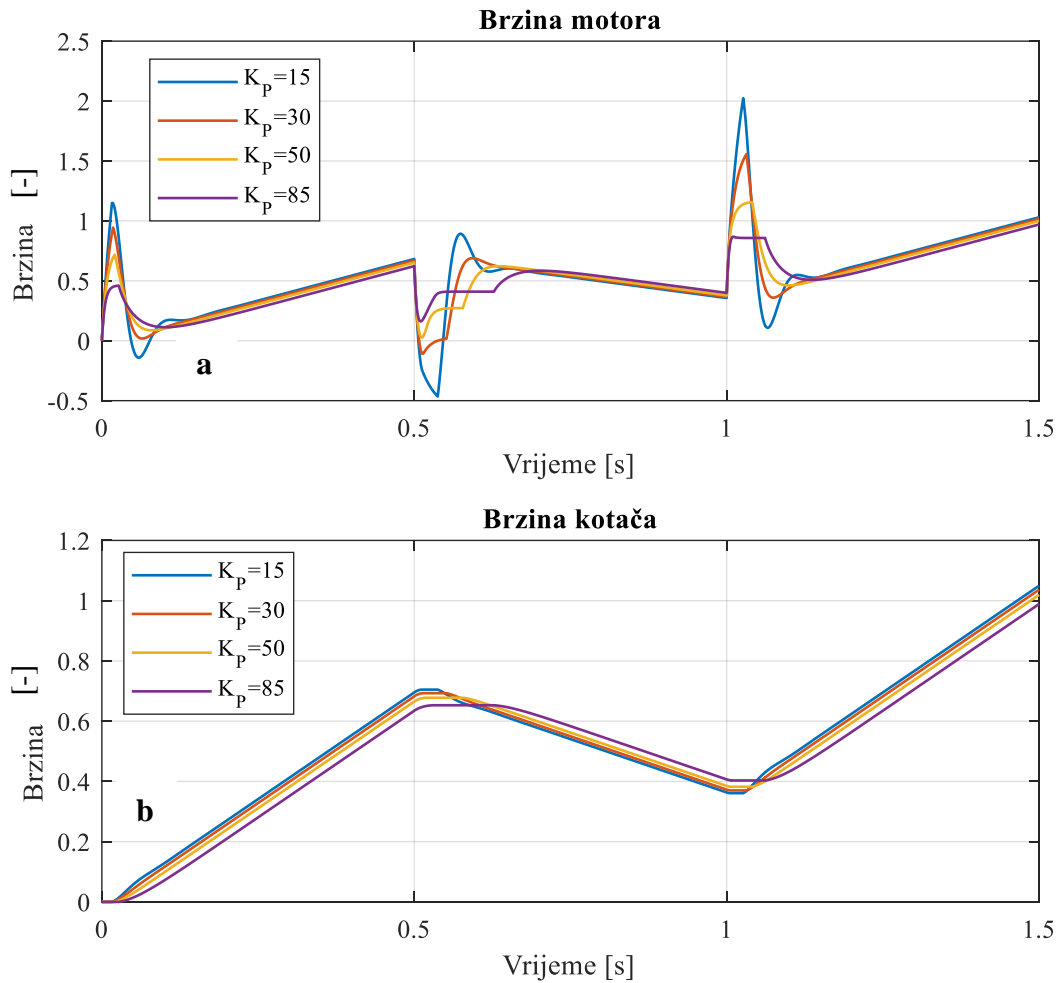
Slika 23. Moment poluvratila kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem.

Na slici 24 prikazan je odziv momenta motora i korekcijskog momenta kojeg generira sustav prigušenja torzijskih vibracija. S većim vrijednostima  $K_p$  je veći korekcijski moment, a zbog toga je moment motora više odrezan te za najveću vrijednost  $K_p$  čak dotiče nulu. Za preniske vrijednosti  $K_p$  korekcijski moment je premali te ne može dovoljno odrezati moment motora kako bi ublažio oscilacije odnosno dođe do prejakog udara zubi zupčanika.



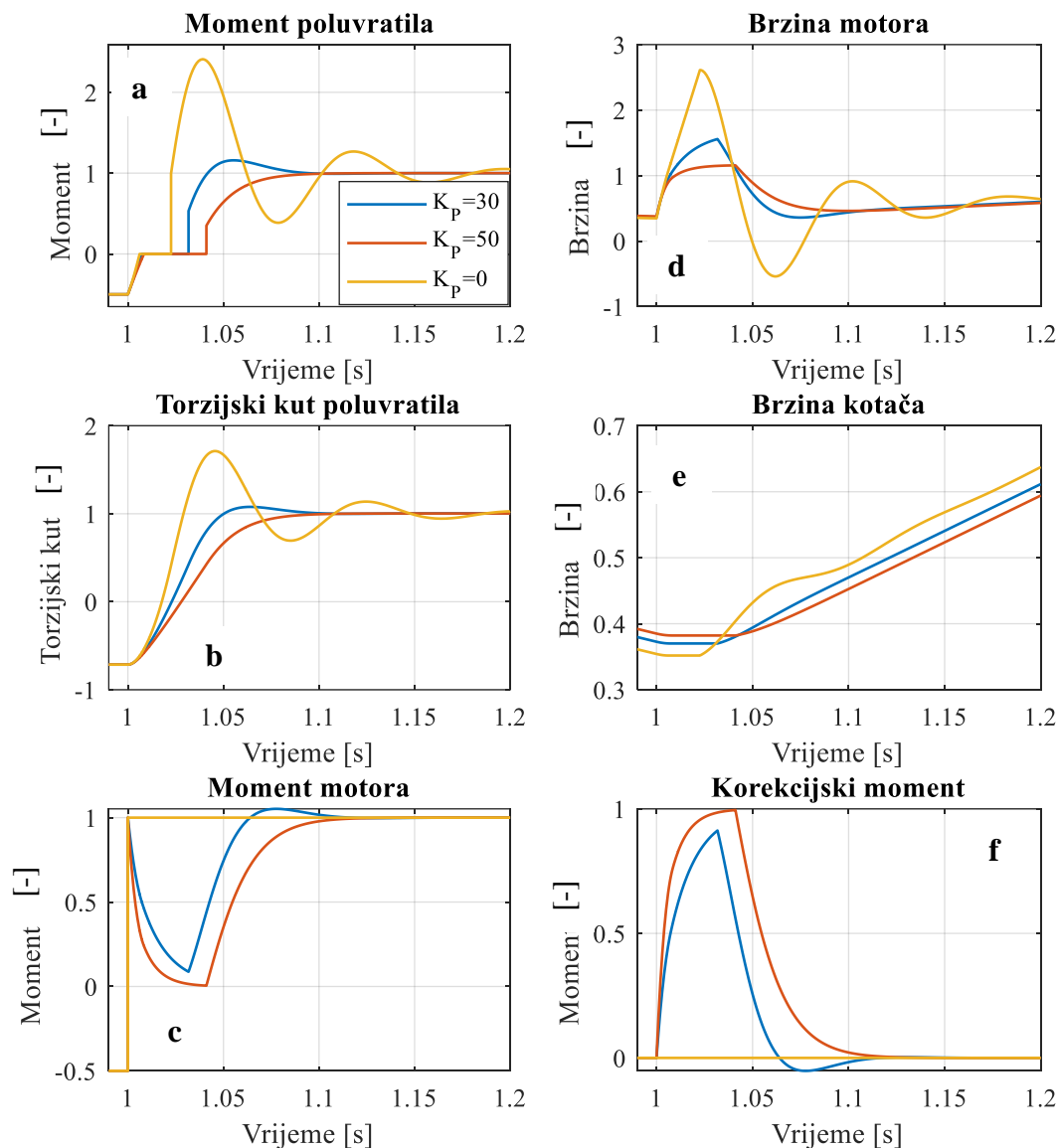
Slika 24. Momenta motora (a) i korekcijski moment (b) kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem..

Na slici 25 prikazani su odgovarajući odzivi brzina kotača i električnog motora. Brzina motora je manje oscilatorna s povećanjem vrijednosti  $K_P$ , te u području zračnosti postiže manje stacionarne vrijednosti, što objašnjava produljenje odziva.



Slika 25. Brzina motora (a) i kotača (b) kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem..

Slika 26 prikazuje detalj prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje. Prikazani su usporedno odzivi za vrijednosti  $K_P=50$  i  $K_P=30$  te  $K_P=0$ . Za veće vrijednosti  $K_P$  prolazak kroz zračnost traje dulje. Samim time dulje traje i prekid prijenosa momenta poluvratila. Brzina kotača je konstantna dok su zupčanci u području zračnosti zbog ranije objašnjenih razloga, a dulje je konstantna za veće vrijednosti  $K_P$ . S većim  $K_P$  brzina motora postiže manje vrijednosti u području zračnosti, a nakon prolaska kroz zračnost se brzo stacionira na istoj vrijednosti za sve odzive. U području zračnosti korekcijski moment je veći za veće vrijednosti  $K_P$ , a nakon prolaska kroz zračnost teži ka nuli zbog izjednačavanja brzina motora i kotača. Moment motora opada (popušta) u zoni zračnosti kada se koristi sustav prigušenja, što traje dok ne dođe do kontakta, nakon čega moment kreće rasti do traženih vrijednosti.



Slika 26. Detalj prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija s proporcionalnim prigušnim djelovanjem.

### 4.3. Estimacija brzine kotača

Opisani sustav aktivnog prigušenja sa slike 22 koristi brzinu električnog motora i brzinu kotača za računanje korekcijskog momenta. Brzina motora se u električnim vozila precizno i lokalno mjeri zbog potrebe vektorske regulacije motora, no brzina kotača se ne mjeri precizno te je sustavu upravljanja motorom/pogonom dostupna preko CAN sabirnice koja unosi kašnjenje. Statička i dinamička netočnost mjerenja brzine kotača može znatno utjecati na kvalitetu prigušenja torzijskih vibracija. Stoga je poželjno izbjeći mjerni signal brzine vrtnje kotača, što se može postići projektiranjem estimatora brzine kotača.

Postoje razne vrste estimatora stanja, a jedan od najčešće korištenih je Luenbergerov estimator stanja. Luenbergerov estimator je izvorno dan u linearnoj izvedbi, implementira se na istoj računalnoj jedinici kao i algoritam prigušenja te se radi povećanja točnosti provodi u vremenski diskretnom području. Luenbergerov estimator temelji se na modelu prostora stanja.

Prostor stanja je matematički opis procesa fizikalnog sustava koji sadrži ulaze, izlaze i varijable međusobno povezane setom diferencijalnih jednadžbi prvog reda. Varijable stanja predstavljaju interna stanja procesa koje opisuju proces u svakom danom trenutku. Varijable stanja su linearno nezavisne što znači da nijedna varijabla ne može biti zapisana kao linearna kombinacija ostalih varijabli. Općeniti oblik matričnog zapisa prostora stanja vremenski invarijantnog linearnog procesa u kontinuiranom obliku dan je jednadžbama

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (23)$$

gdje je  $\mathbf{x}$  vektor varijabli stanja,  $\mathbf{y}$  vektor izlaznih varijabli,  $\mathbf{u}$  vektor ulaznih varijabli,  $\mathbf{A}_c$  je matrica sustava,  $\mathbf{B}_c$  matrica ulaza,  $\mathbf{C}_c$  matrica izlaza,  $\mathbf{D}_c$  matrica koja opisuje direktnu vezu između ulaza i izlaza.

Na temelju jednadžbi (2), (6) i (14) izvodi se model sustava zapisan u obliku prostora stanja te je dan jednadžbom pri čemu je vektor stanja definiran kao

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{h} & -1 \\ \frac{-k_{hs}}{J_{EM}h} & \frac{-c_{hs}}{J_{EM}h^2} & \frac{c_{hs}}{J_{EM}h} \\ \frac{k_{hs}}{J_v} & \frac{c_{hs}}{J_v h} & \frac{-c_{hs}}{J_v} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} M_{EM}\quad (24)$$

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\theta_{EM}}{h} - \theta_w \\ \omega_{EM} \\ \omega_w \end{bmatrix}\quad (25)$$

Model prostora stanja u diskretnom obliku poprima oblik opisan jednažbom (26).

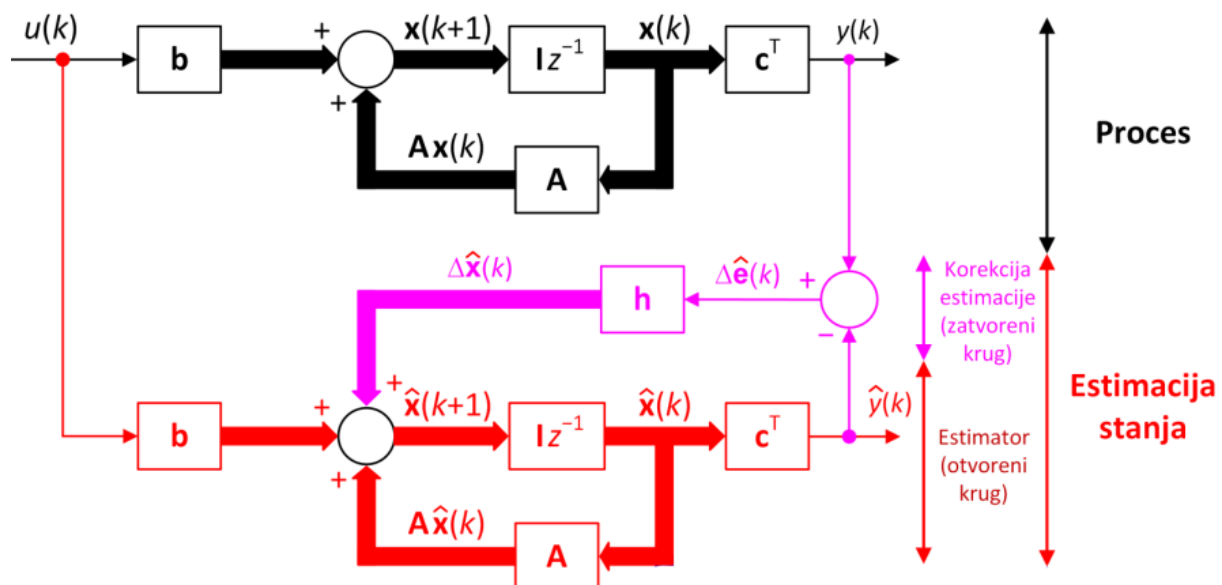
$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k)\end{aligned}\quad (26)$$

gdje  $k$  predstavlja korak diskretizacije,  $\mathbf{A}$  diskretnu matricu sustava,  $\mathbf{B}$  diskretnu matricu ulaza,  $\mathbf{C}$  diskretnu matricu izlaza i  $\mathbf{D}$  diskretnu matricu koja povezuje ulaz i izlaz. [18] Uz pretpostavku korištenja ekstrapolatora nultog reda (engl. zero order hold, ZOH) na ulazu kontinuiranog sustava, transformacija kontinuiranog u diskretni prostor stanja dana je jednadžbama (27).

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_c T_s}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}_c^{-1} (e^{\mathbf{A}_c T_s} - \mathbf{I}) \mathbf{B}_c, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}_c, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_c\quad (27)$$

Matrice  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  pogodno se dobivaju primjenom Matlab funkcije  $c2d$  iz matrica kontinuiranog sustava i zadanog vremena uzorkovanja  $T_s$ .

Na slici 27 prikazana je struktura Luenbergerovog estimatora stanja. Na slici su prikazani proces označen crnom bojom te Luenbergerov estimator označen ljubičastom i crvenom bojom. Estimator se može izvesti u otvorenom i zatvorenom krugu. Estimator u otvorenom krugu (crveno označeni dio na slici 27) najčešće ne može zadovoljiti u primjenama, jer daje neprihvatljivu pogrešku estimacije zbog netočnog početnog stanja, netočnih parametara procesa ili utjecaja poremećajnih varijabli. Da bi se potisnule pogreške estimacije zatvara se krug estimacije putem mjerljivog izlaza  $y$  tj. provodi korekcija estimiranih stanja temeljem pogreške koja je definirana kao razlika mjerenog i estimiranog izlaza (ljubičasti dio na slici 27). Ova povratna veza unutar estimatora djeluje kao regulator estimata s vektorom pojačanja  $\mathbf{h}$ . Što je veće pojačanje  $h$  to je manja pogreška estimacija, no estimator postaje osjetljiviji na šum te nemodeliranu dinamiku procesa.



Slika 27. Struktura Luenbergerovog estimatora stanja. [18]

Na temelju strukture sustava estimacije izvodi se se jednažba zatvorenog kruga estimacije [18]

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{h}\mathbf{c}^T)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{h}\mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}} \quad (31)$$

gdje je, a  $(\mathbf{A} - \mathbf{h}\mathbf{c}^T)$  vlastita matrica estimatora. Iz vlastite matrice određuje se karakteristični polinom estimatora opisan jednažbom (32) te koeficijente tog polinoma izjednačimo s koeficijentima željenog polinoma.

$$N_e(z) = \det(z\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{h}\mathbf{c}^T) = z^n + \gamma_1 z^{n-1} + \dots + \gamma_{n-1} z^1 + \gamma_n \quad (32)$$

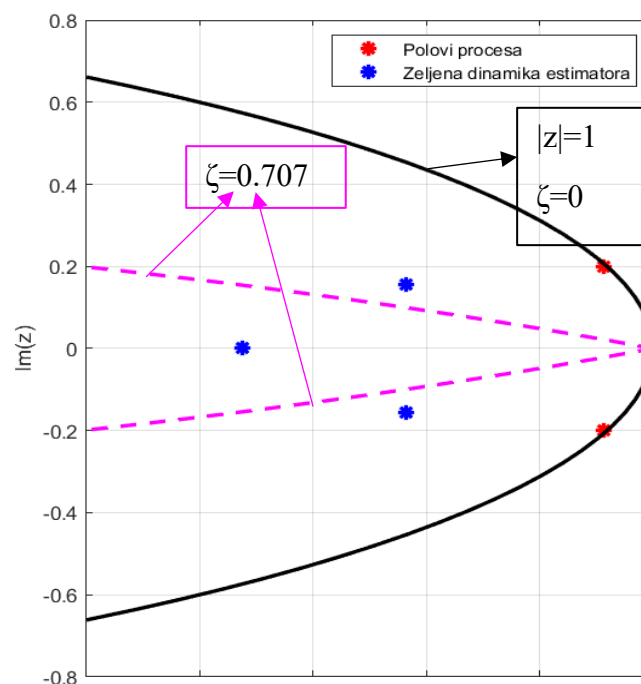
Željeni polinom može se odrediti prema optimumu dvostrukog odnosa:

$$P_e(s) = 1 + T_e s + D_2 T_e^2 s^2 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + \dots \quad (33)$$

gdje je  $T_e$  ekvivalentna vremenska konstanta, a  $D_2, D_3 \dots$  koeficijenti kojima se podešava stupanj prigušenja i imaju optimalnu vrijednost 0.5 koja je povezana s izborom  $\zeta = 0.707$  za sustav 2. reda.

U ovom radu podešavanje pojačanja estimatora provodi se pomoću Matlabovih funkcija *roots* i *place*. Funkcija *roots* računa polove karakterističnog polinoma prema optimumu dvostrukog odnosa, a funkcija *place* računa pojačanja  $h$  na način da se polovi estimatora određeni vlastitom matricom estimatora ( $\mathbf{A} - \mathbf{h}\mathbf{c}^T$ ) poklapaju s onima prema optimumu dvostrukog odnosa. Na taj način se dobije željeno dinamičko ponašanje estimatora.

Prilikom sinteze estimatora stanja korišteno je vrijeme diskretizacije  $T_S = 0.001\text{s}$ , ekvivalentna vremenska konstanta estimatora  $T_e = 0.01\text{s}$ , te karakteristični odnosi  $D_2 = D_3 = 0.5$ . Na slici 29 prikazani su polovi estimatora stanja i polovi procesa. Roza linije predstavljaju linije prigušenja na kojima je  $\zeta = 0.707$ , a crna linija predstavlja jediničnu kružnicu koja je granica stabilnosti sustava.

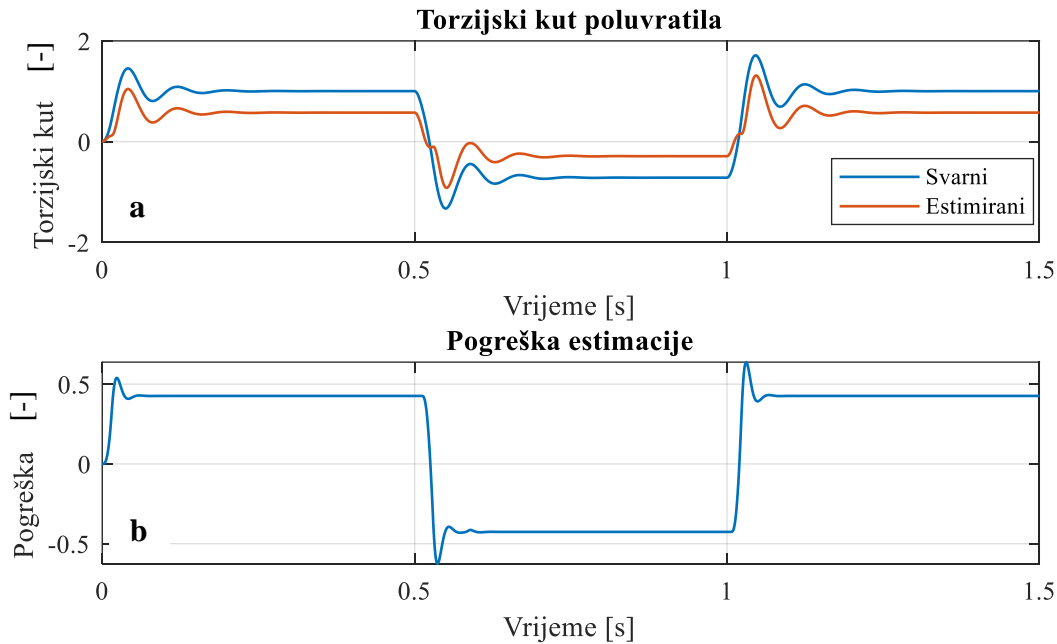


Slika 28. Polovi procesa i estimatora.

Tijekom izrade rada dizajniran je i estimator koji sadrži zračnost u kopiji modela procesa. Odzivi su bili točniji nego kod predstavljenog estimatora no javljao se problem implementacije u Simulinku (usporena simulacija) stoga rezultati dobiveni korištenjem njega neće biti predstavljeni.

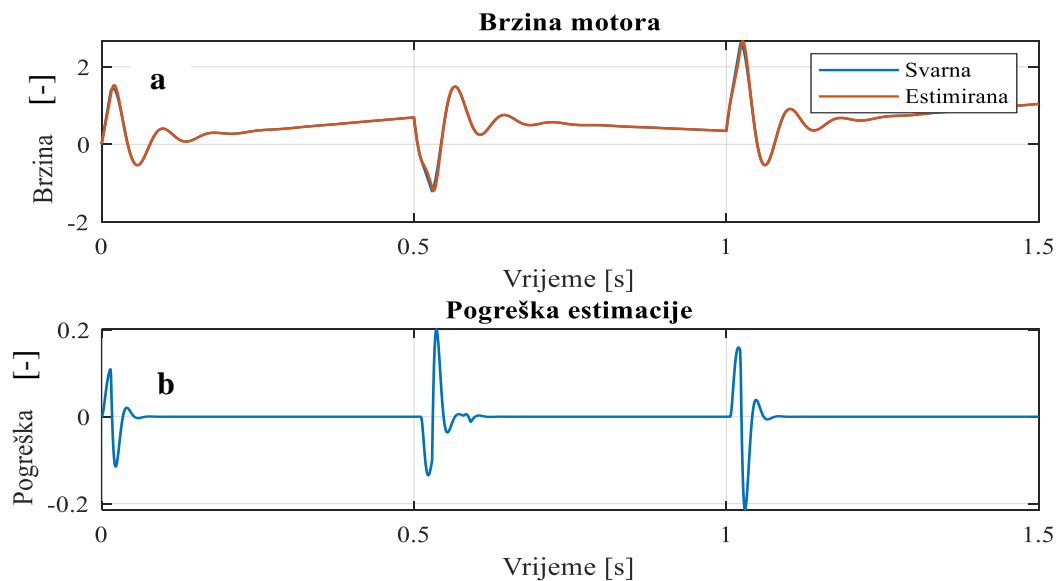
#### 4.4. Simulacijska analiza sustava prigušenja torzijskih vibracija sa estimatorom brzine kotača

Na slici 29 prikazana je usporedba stvarnog i estimiranog torzijskog kuta. Na slici se vidi da pogreška estimacije iznosi točno polovicu kuta zračnosti. To je i za očekivati s obzirom da je zračnost izostavljena prilikom sinteze estimatora stanja odnosno kopija modela procesa u estimatoru ne sadrži zračnost.



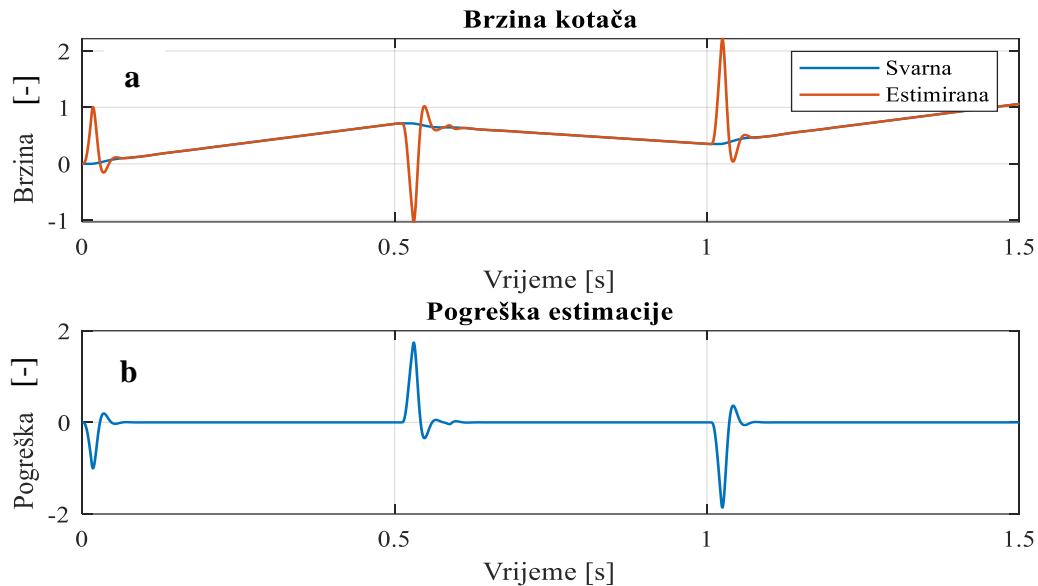
Slika 29. Usporedba estimiranog i stvarnog torzijskog kuta (a) te pogreška estimacije (b).

Na slici 30 prikazana je usporedba odziva stvarne brzine motora i estimirane brzine motora. Vidi se na slici da estimirana brzina motora dobro odgovara stvarnoj, jer se po njoj radi korekcija estimacije.



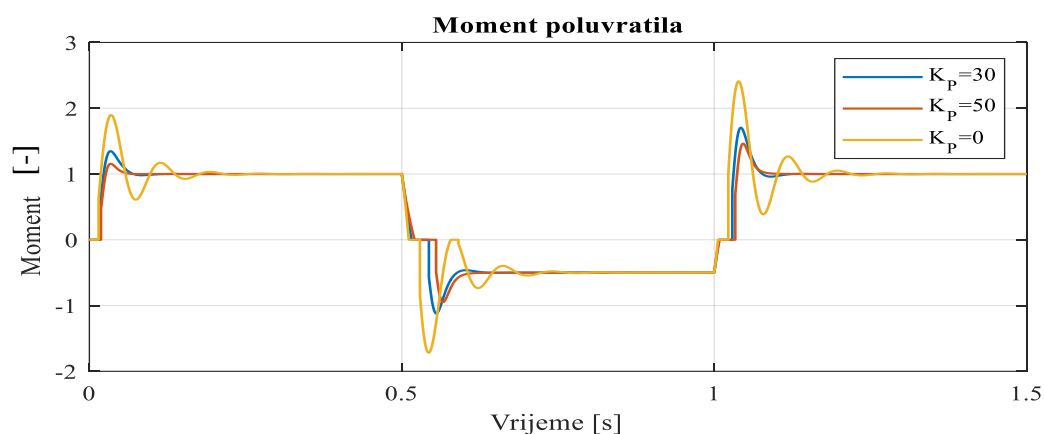
Slika 30. Usporedba odziva stvarne i estimirane brzine motora (a) te pogreška estimacije (b).

Na slici 31 prikazana je usporedba odziva brzine kotača. Ovo je najbitniji rezultat jer se estimirana brzina kotača koristi kao ulaz u sustav prigušenja torzijskih vibracija. Na slici se vidi odstupanje estimirane brzine u odnosu na stvarnu, koje nastaje isključivo u području zračnosti. No to odstupanje neće značajno utjecati na rad sustava prigušenja torzijskih vibracija što je prikazano na sljedećim slikama. Naime, torzijske vibracije se pobuđuju pri izlasku iz zračnosti, tj. u području kontakta gdje je odziv estimatora precizan prema slici 31.



Slika 31. Usporedba odziva stvarne i estimirane brzine kotača (a) i pogreška estimacije (b).

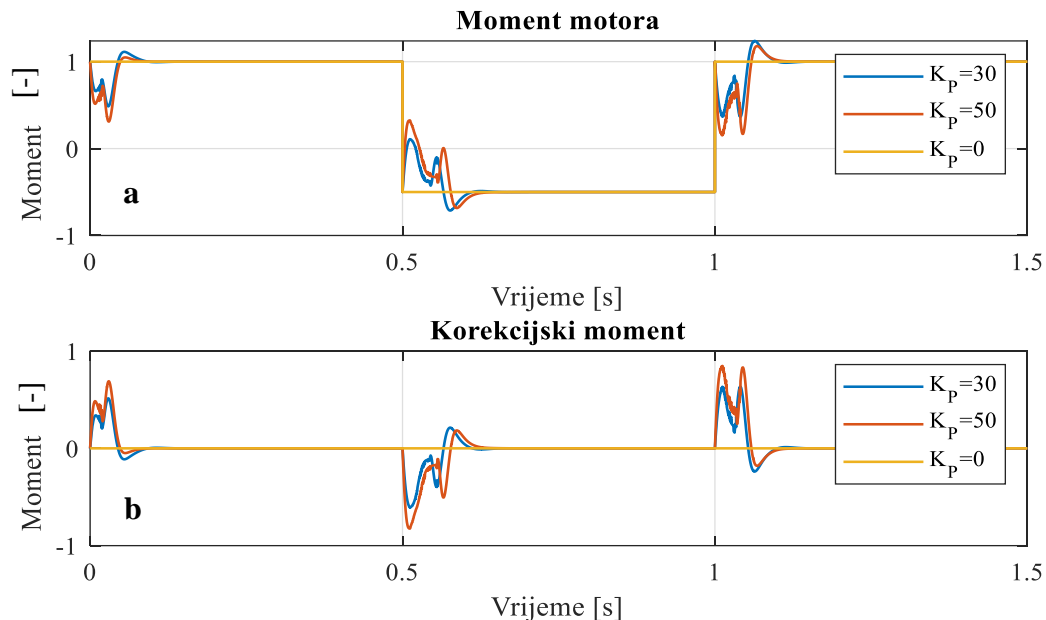
Na slici 32 prikazan je odziv momenta poluvratila kada se kao ulaz u sustav prigušenja koristi estimirana brzina kotača za različite vrijednosti prigušnog pojačanja  $K_p$ . Na slici se vidi da korištenje estimirane brzine kotača manje priguši početni udar momenta (vidi sliku 23) no oscilacije su i dalje potpuno prigušene te je poboljšanje značajno u odnosu kada se ne koristi sustav prigušenja odnosno  $K_p=0$ .



Slika 32. Moment poluvratila kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača.

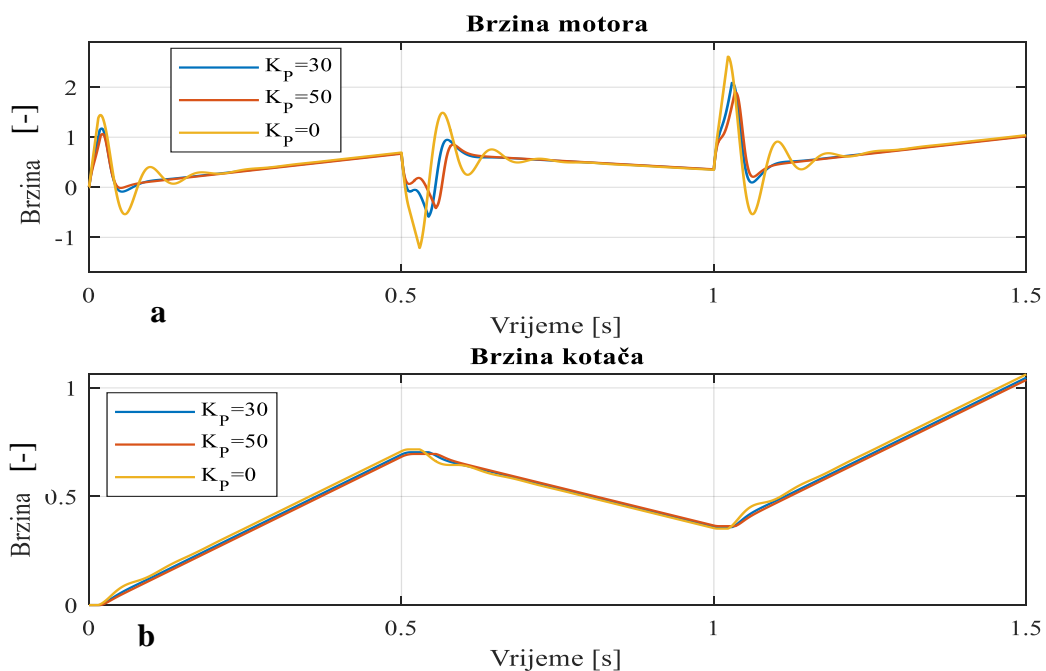


Na slici 33 prikazani su odzivi momenta motora i korekcijskog momenta kada se kao ulaz u sustav prigušenja koristi estimirana brzina za različite slučajeve vrijednosti  $K_p$ . Vidi se na slici da u ovom slučaju moment motora sadrži više udara (vidi sliku 24) nego kada se koristi stvarna brzina kotača kao ulaz u sustav prigušenja, no ti udari nisu problematični jer motor može isporučiti ovakav profil momenta.



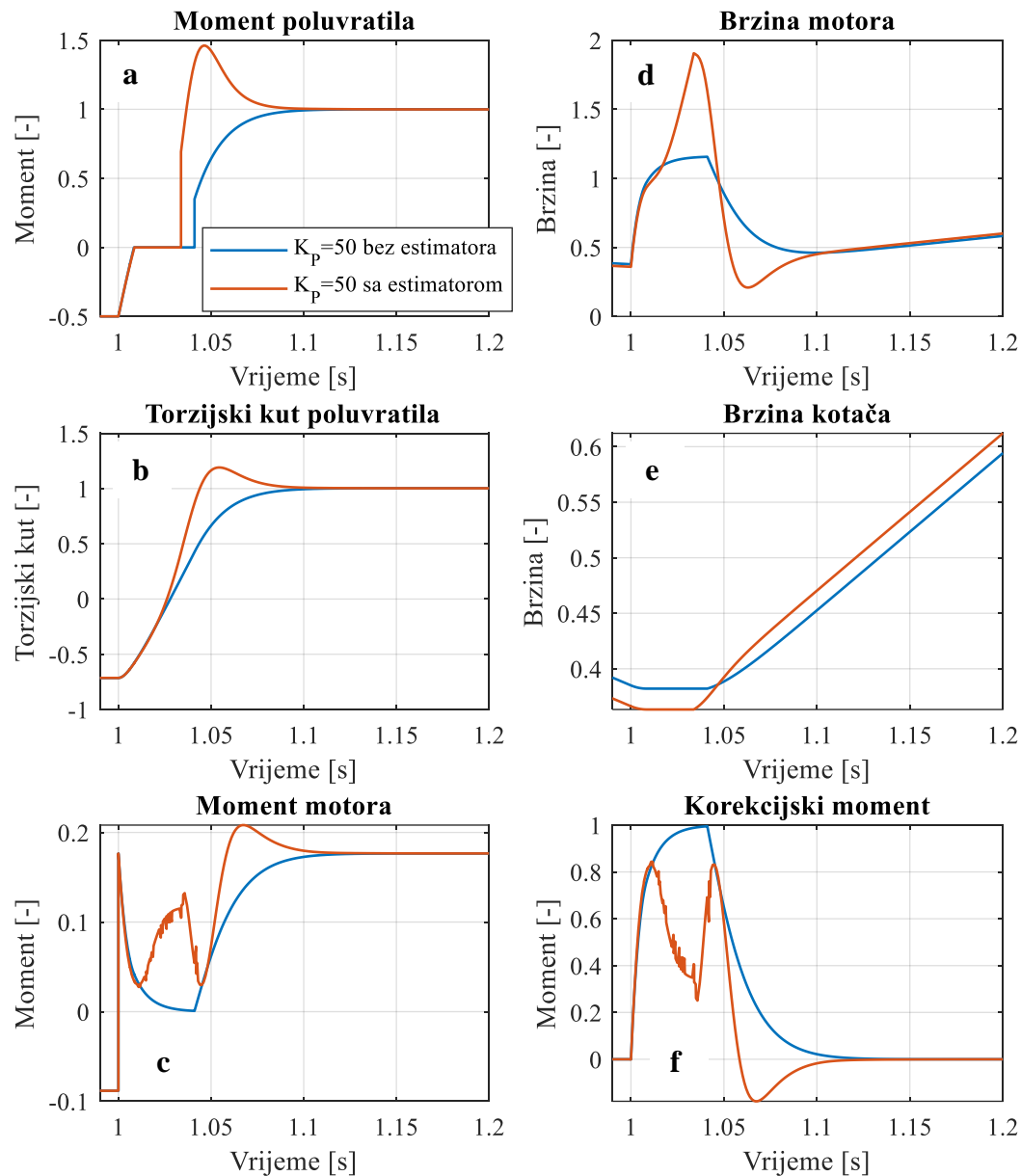
Slika 33. Moment motora (a) i korekcijski momenta (b) kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača.

Na slici 34 prikazani su odzivi brzina kotača i motora kada se kao ulaz u sustav prigušenja koristi estimirana brzina kotača. Vidi se da su oscilacije prigušene u odnosu na slučaj kada se ne koristi sustav prigušenja. Brzina motora više oscilira u području zračnosti nego kod slučaja kada se koristi stvarna brzina kotača kao ulaz u sustav prigušenja (vidi sliku 25).



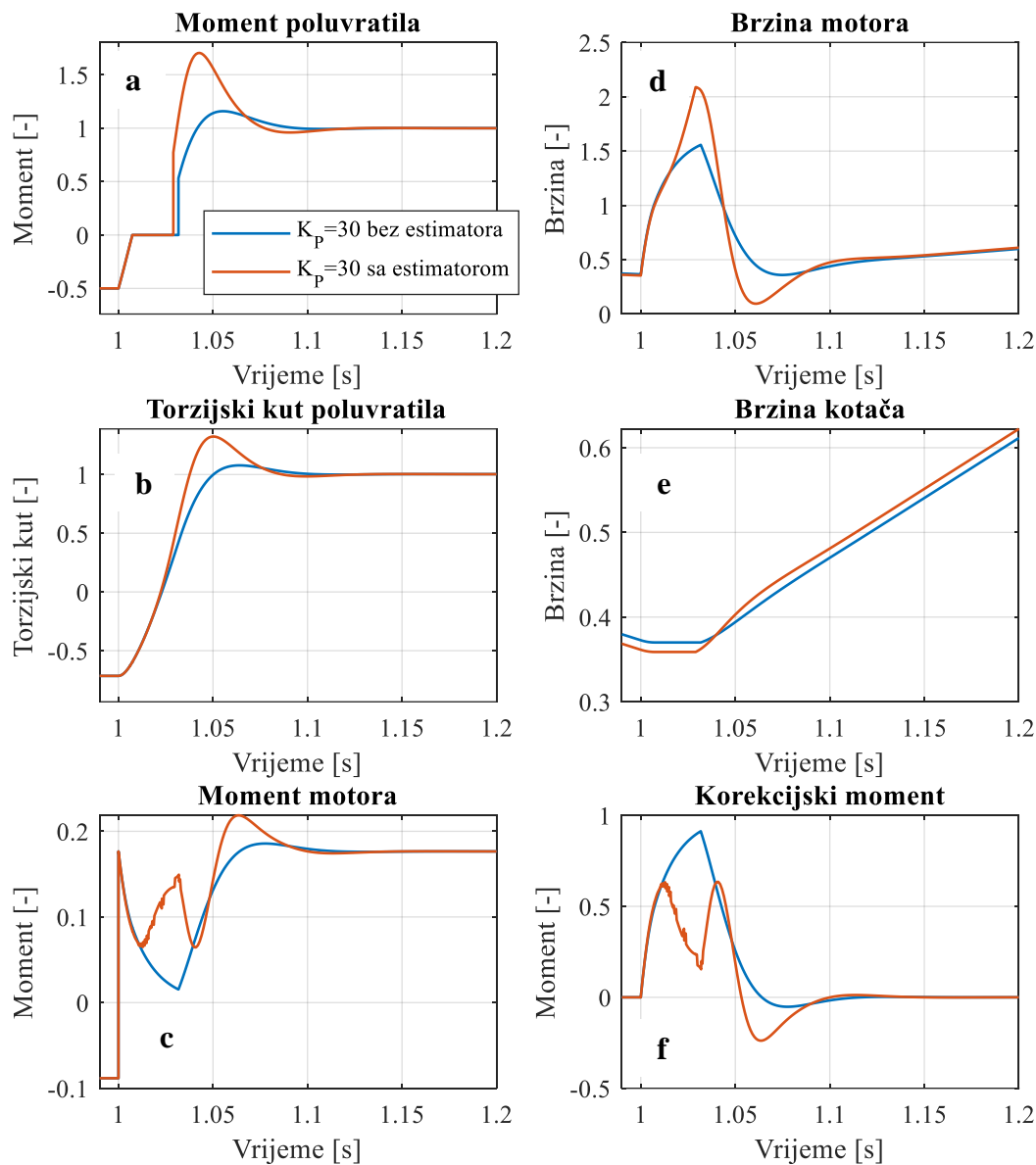
Slika 34. Brzina motora (a) i kotača (b) kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom brzine kotača.

Na slici 35 dan je detalj prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje te su usporedno dani odzivi kada sustav prigušenja koristi stvarnu brzinu i estimiranu brzinu za istu vrijednost  $K_P=50$ . U slučaju kada se koristi estimirana brzina odziv momenta poluvratila je ubrzan no sa značajnim nadvišenjem, brzina motora raste na veće vrijednosti u području zračnosti, odziv torzijskog kuta ima veći nagib u drugom dijelu prolaska kroz zračnost, odziv brzine kotača je nešto brži, a moment motora u samom području zračnosti je veći uz nešto manjih oscilacija.



Slika 35. Usporedni odzivi pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja ( $K_P=50$ ) sa i bez estimatora.

Na slici 36 prikazani su usporedni odzivi za vrijednost pojačanja  $K_P=30$ . Kvalitativno, rezultati su isti onima danim na slici 35 za  $K_P = 50$ .



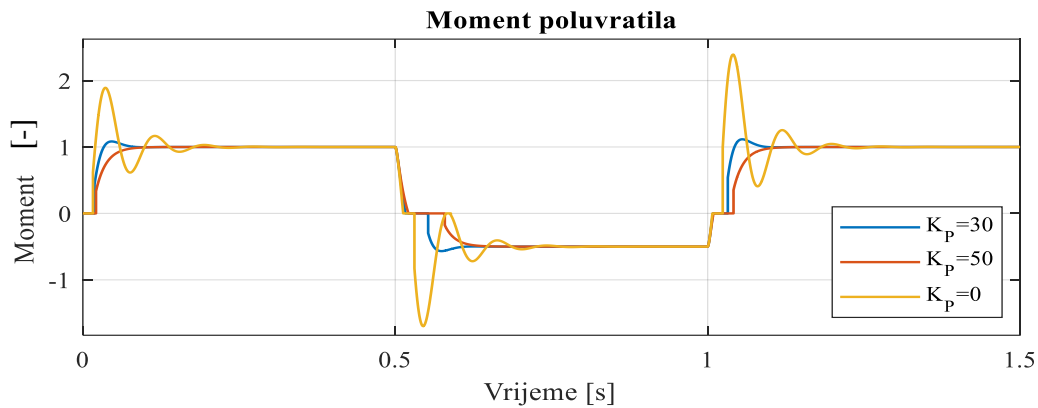
Slika 36. Usporedni odzivi pojednostavljenog modela kada se koristi sustav prigušenja ( $K_P=30$ ) sa i bez estimatora.

#### 4.5. Simulacijska analiza sustava prigušenja torzijskih vibracija s estimaotorm brzine kotača na detaljnom modelu

Simulacijska analiza iz prethodnog potpoglavlja ponavlja se za slučaj primjene detaljnog modela pogona. Prvo se analizira slučaj izravnog mjerenja brzine kotača, a zatim i primjena estimatora brzine kotača.

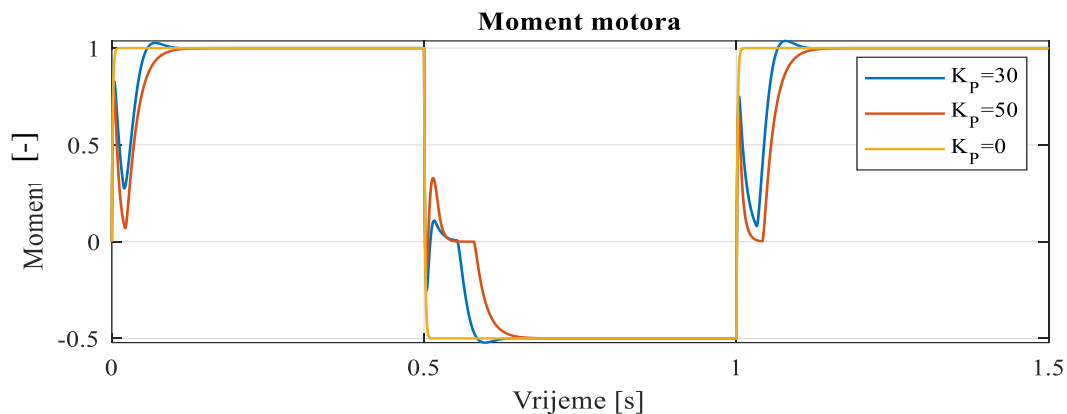
Na slici 37 prikazan je odziv momenta poluvratila detaljnog modela uz primjenu stvarne brzine kotača. Evidentno, sustav prigušenja i na detaljnom modelu pogona dobro prigušuje udare

momenta i oscilacije, tim više što je pojačanje  $K_p$  veće. Na slici se ne daju veće vrijednosti  $K_p$  od 50 jer bi odziv bio previše usporen, a niti manje od 30 jer odziv ne bi bio dovoljno prigušen.



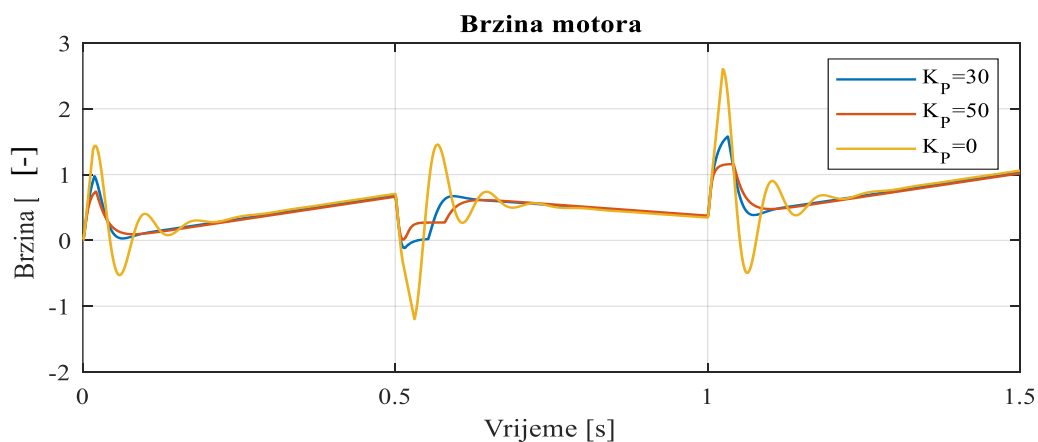
**Slika 37. Moment poluvratila detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja.**

Na slici 38 prikazan je odziv momenta motora, koji je vrlo sličan momentu motora pojednostavljenog modela (usp. sliku 34). Vidi se da je uz veće vrijednosti  $K_p$  početni propad (popuštanje) momenta motora snažniji.



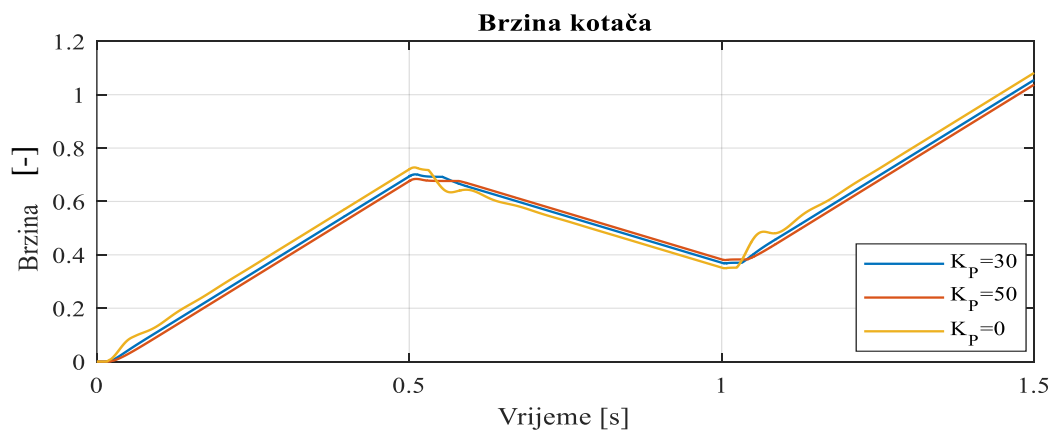
**Slika 38. Moment motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja.**

Na slici 39 se vidi da je odziv brzine motora također vrlo sličan onom pojednostavljenog modela (usp. sliku 35). S većim vrijednostima  $K_p$  brzina motora u zračnosti postiže manje vrijednosti.



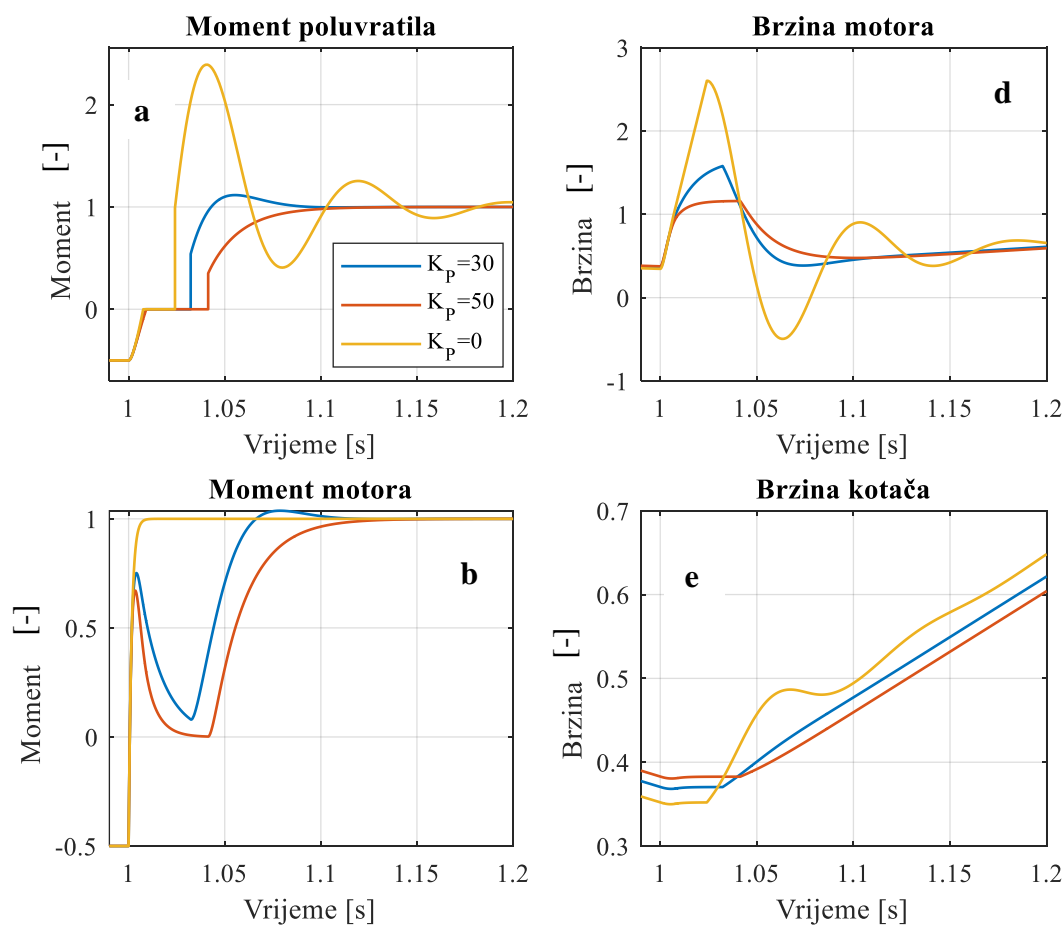
**Slika 39. Brzina motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja.**

Na slici 40 prikazan je odziv brzina kotača, koji kada se ne koristi sustav prigušenja ( $K_p=0$ ) postoje manje oscilacije u odzivu u odnosu na slučaj pojednostavljenog modela. Ove oscilacije sustav prigušenja u potpunosti uspijeva otkloniti. Uz veće vrijednosti  $K_p$  brzina kotača više kasni.



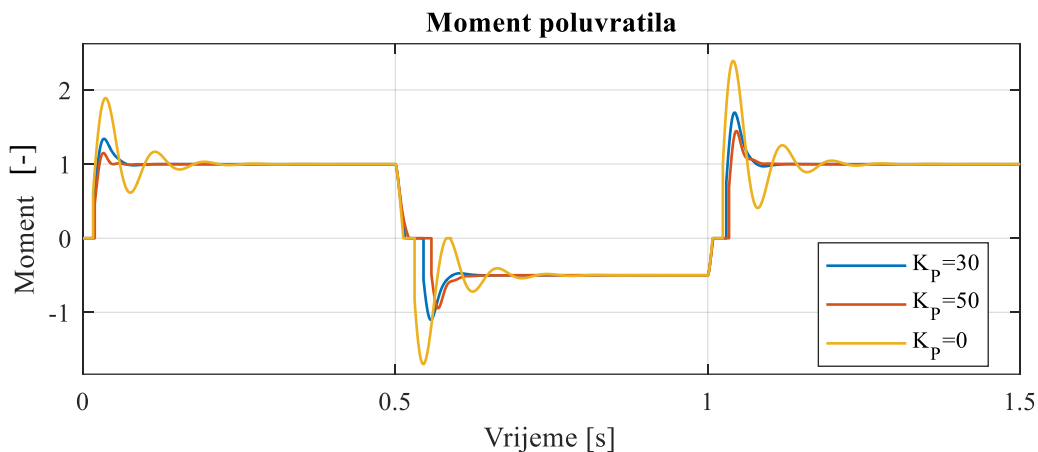
Slika 40. Odziv brzine kotača detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja.

Na slici 41 prikazan je detalj odziva pri prelasku iz regenerativnog kočenja u ubrzanje. Odziv je vrlo sličan pojednostavljenom modelu (usp. sliku 36).



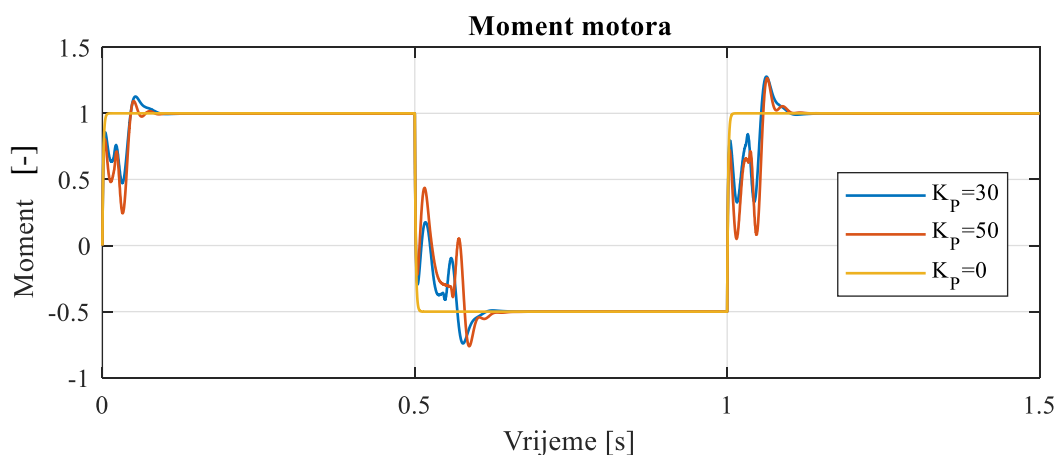
Slika 41. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja prilikom prelaska iz regenerativnog kočenja u ubrzanje.

Nadalje se prikazuju odzivi detaljnog modela pogona kada se koristi estimator brzine kotača. Na slici 42 se vidi da su oscilacije momenta poluvratila otklonjene i u ovom slučaju, no početni udar momenta je izraženiji zbog pogreške estimacije brzine kotača (vidi sliku 31). Bez obzira na povećani početni udar (nadvišenje), odziv momenta poluvratila je prihvatljiv jer time vozilo zadržava sportsko orijentirani odziv bez nepoželjnih oscilacija (poglavlje 2).



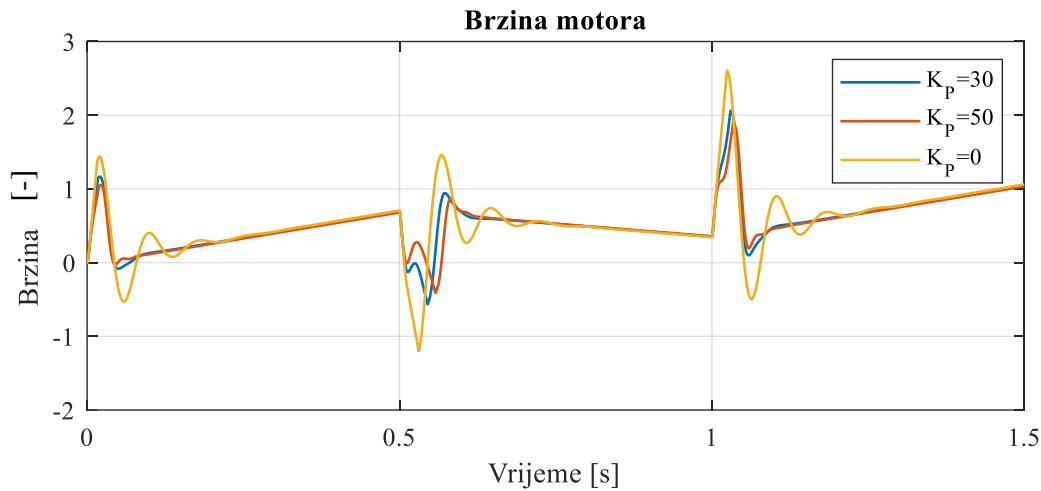
Slika 42. Moment poluvratila detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom.

Slika 43 pokazuje da odziv momenta motora nešto više oscilira tijekom prijelazne pojave nego kada se koristi stvarna brzina kao ulaz u sustav prigušenja. S druge strane, nema značajne razlike između odziva detaljnog i pojednostavljenog modela.



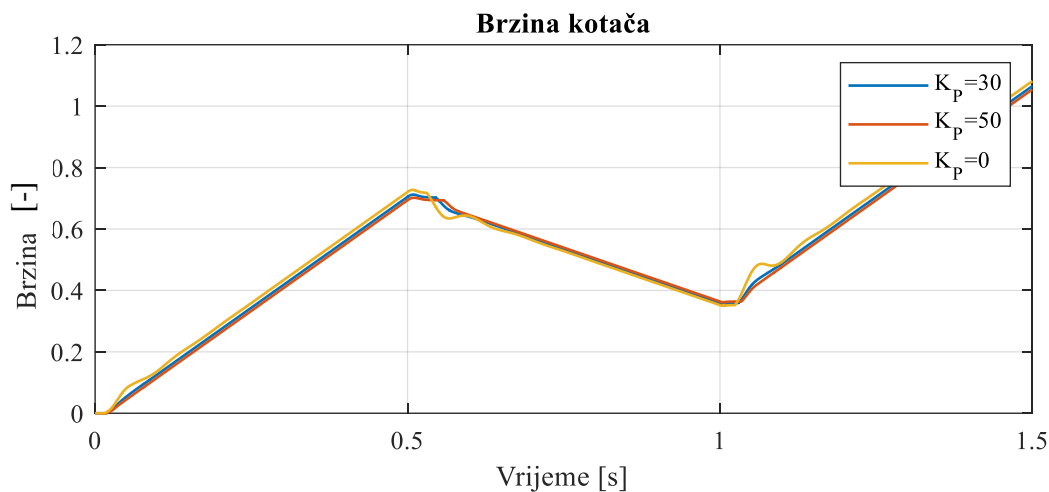
Slika 43. Moment motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom.

Slika 44 pokazuje da, kada se koristi estimator, nema značajne razlike u vrijednostima koju brzina motora postiže u području zračnosti za različite vrijednosti  $K_p$ . Usporedbom slika 43 i 34 vidi se da nema značajne razlike između odziva brzina pojednostavljenog i detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja uz estimator.



Slika 44. Brzina motora detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom.

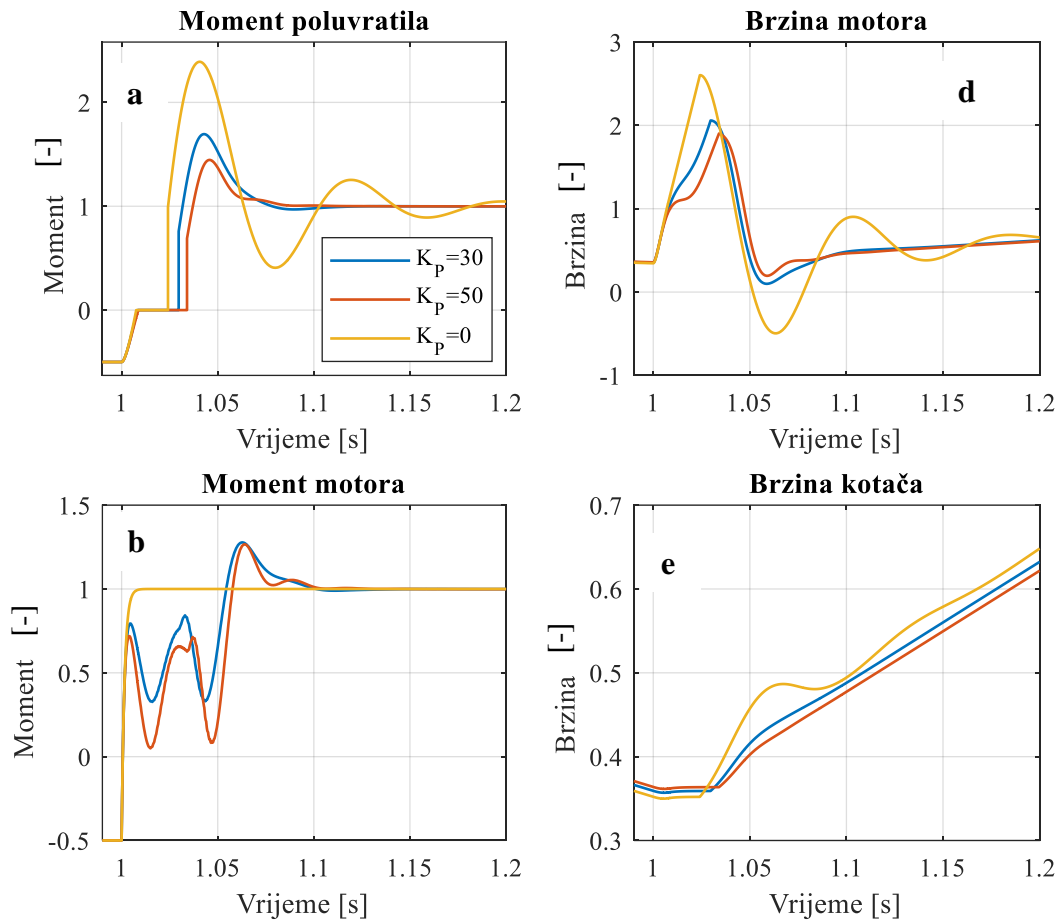
Slici 45 potvrđuje da je i u ovom slučaju sustav prigušenja u potpunosti otklonio oscilacije u brzini kotača. S većim vrijednostima  $K_P$  odziv brzine više kasni, no to je manje izraženo nego u slučaju kada se koristila stvarna brzina kao ulaz u sustav prigušenja.



Slika 45. Brzina kotača detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja s estimatorom.

Slika 46 prikazuje detalje odziva veličina detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja uz estimator. Na slici se jasnije vidi kako se povećanjem vrijednosti  $K_P$  usporava odziv momenta poluvratila, odnosno duže traje prolazak kroz zračnost. Brzina motora kreće naglo rasti u području zračnosti, a kada dođe do kontakta kreće naglo padati. Prilikom kontakta imat će manju vrijednost što je korištena veća vrijednost  $K_P$ . Brzina kotača je u području zračnosti konstantna, a kada dođe do kontakta kreće rasti. Kako s većim  $K_P$  zračnost traje duže tako je i brzina kotača duže na konstantnoj vrijednosti te kasnije kreće rasti. Na slici se vidi da moment motora oscilira tijekom prijelazne pojave više nego u slučaju kada se koristi stvarna brzina kao

ulaz u sustav prigušenja. Za razliku od odziva pojednostavljenog modela vidi se da promjene momenta nisu tako nagle, a to je zbog razvoja dinamike momenta motora.



Slika 46. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav prigušenja sa estimatorom prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje.

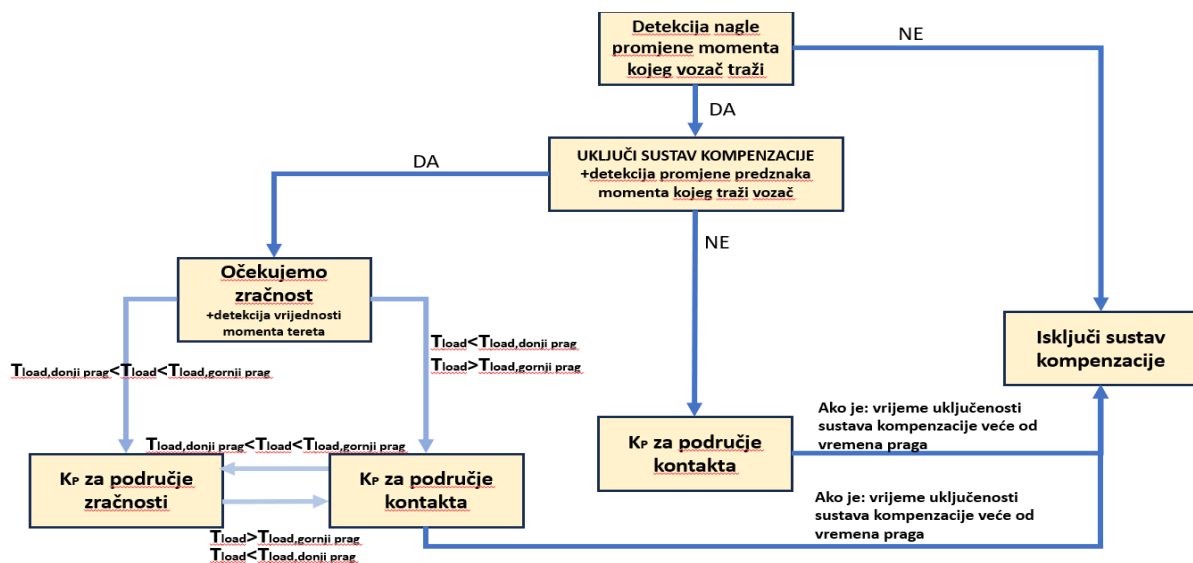


## 5. SUSTAV KOMPENZACIJE ZRAČNOSTI ZASNOVAN NA PREKAPČANJU PRIGUŠNOG POJAČANJA

Sustav prigušenja torzijskih vibracija opisan u prethodnom poglavlju projektiran je uz zanemarenje zračnosti kao nelinearnog elementa. Kako bi se poboljšao rad ovog sustava u prisustvu zračnosti, uvodi se sustav kompenzacije zračnosti zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja  $K_p$ . Ideja je da se u području zračnosti pojačanje  $K_p$  smanji kako bi se povećala brzina prolaska kroz zračnost, odnosno smanjilo kašnjenje odziva. Pri izlasku iz zračnosti, ono se prekopča ponovno na nominalnu vrijednost, kako bi prigušilo vibracije pobuđene ostvarenjem kontakta.

Glavni izazov kod ovakve vrste kompenzacije je kako odrediti trenutak prekapčanja te kako implementirati odgovarajuću logiku na robustan način. Jedna ideja je da se estimira torzijski kut vratila, kako bi se odredilo nalaze li se zupčanici u zoni zračnosti ili ne. Međutim, zbog izrazite nelinearnosti sustava pogona električnog vozila, ovaj način se smatra složenim i neefikasnim. Druga ideja je da se promatra samo motor kao vrlo upravljiv i mjerljiv element. Kako je prikazano i opisano u poglavlju 4, brzina motora naglo raste u području zračnosti, a kada dođe do kontakta tj. udara momenta ona naglo padne. Razlog tomu je što u području zračnosti motor ne osjeti nikakav teret te se sav razvijeni moment koristi za ubrzanje inercije motora. Kada dođe do kontakta, motor kreće osjećati inerciju kotača kao i sile otpora te dolazi do naglog skoka momenta tereta i brzina motora kreće padati. Ideja je da se estimira moment tereta motora preko kojeg direktno možemo zaključiti jesmo li u području zračnosti ili kontakta. Moment tereta estimirat će se pomoću adaptivnog Kalmanovog filtra kako bi se postigao dobar kompromis između kvalitete estimacije i osjetljivosti na šum.

Kako sustav kompenzacije ne bi utjecao na ostale sustave implementirane na vozilo te kako ne bi konstanto računao korekcijski moment i opterećivao računalo, on se isključuje u stacionarnom stanju. Drugim riječima, ako nema nagle promjene traženog momenta koja će izazvati udar i oscilacije, sustav kompenzacije neće biti aktivan. Međutim, cijelo vrijeme radi algoritam detekcije promjene referentnog momenta. Ako je došlo do nagle promjene traženog momenta sustav postaje aktivan te se provjerava je li prilikom promjene traženog momenta došlo do promjene predznaka ili samo vrijednosti. Ako nije došlo do promjene predznaka, onda se ne očekuje prolazak kroz zračnost te se postavlja vrijednost  $K_P$  za područje kontakta. Ako je došlo do promjene predznaka traženog momenta, onda se očekuje prolazak kroz zračnost te se postavlja vrijednost  $K_P$  u ovisnosti o momentu tereta. Ako je moment tereta jednak nuli, postavlja se  $K_P$  za područje zračnosti, ili kada taj uvjet nije ispunjen postavlja se  $K_P$  za područje kontakta. Dijagram toka algoritma prekapčanja prikazan je na slici 47.



Slika 47. Dijagram toka logike prekapčanja.

### 5.1. Sinteza sustava kompenzacije zasnovanog na prekapčanju prigušnog pojačanja

Brzina kotača je približno konstantna u području zračnosti, dok brzina motora naglo raste, a kada dođe do kontakta naglo padne (vidi sliku 42). Sustav prigušenja torzijskih vibracija ovo ublažava tako što postavljanjem nominalne vrijednosti pojačanja vrijednosti  $K_P$ , brzina motora postiže manje vrijednosti u području zračnosti te dođe do slabijeg udara u trenutku kontakta. Međutim, time se usporava odziv momenta poluvratila što nije poželjno, pogotovo kod sportsko orijentiranih vozila. Stoga će se u području zračnosti postaviti manja vrijednost  $K_P$ , što će rezultirati manjim korekcijskim momentom, te će prolaz kroz zračnost biti brži.

U području zračnosti kotač i motor su odspojeni odnosno ne postoji fizikalna veza između njih. Stoga, motor ne osjeti nikakav teret, te se sav njegov moment koristi za ubrzanje inercije motora. Dinamika motora u području zračnosti opisana je jednadžbom (34). Kako je moment motora velik jer je namijenjen ubrzanju cijelog vozila, a ne samo inercije motora, akceleracija motora je vrlo velika, te brzina naglo raste.

$$J_{EM}\dot{\omega}_{EM} = M_{EM} \quad (34)$$

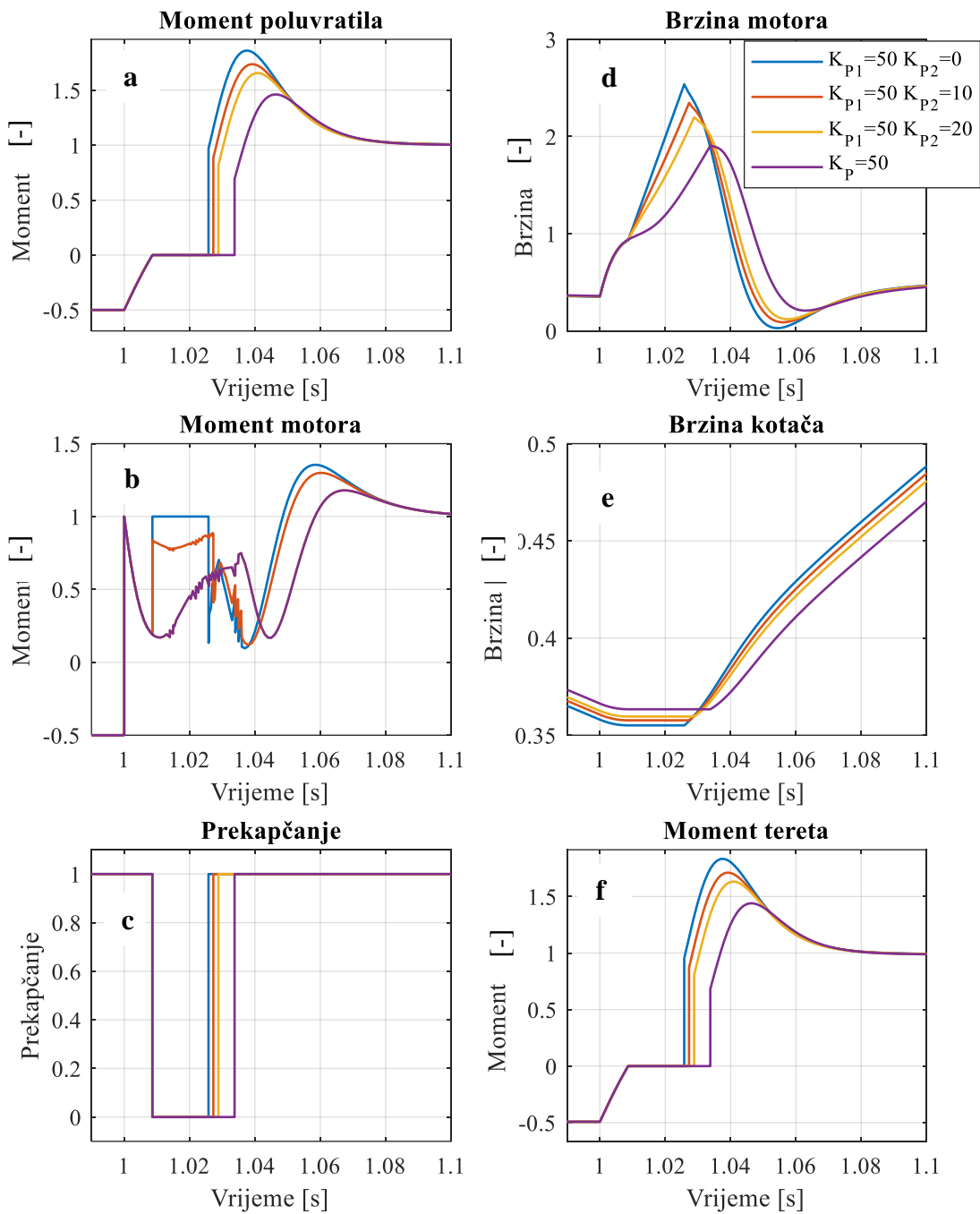
Brzina motora u slučaju kada se koristi sustav prigušenja torzijskih vibracija postiže manje vrijednosti u području zračnosti jer sustav prigušenja odreže veliki moment motora te time smanji i akceleraciju motora. Odgovarajuća prijenosna funkcija brzine motora u ovisnosti momenta motora dana je jednadžbom (35) i ima oblik P1 člana. Iz jednadžbe (35) se vidi da se izborom prigušnog pojačanja  $K_P$  može direktno utjecati na brzinu odziva i stacionarnu vrijednost brzine motora u području zračnosti.

$$G_{EM}(s) = \frac{\omega_{EM}(s)}{M_{EM}(s)} = \frac{\frac{1}{K_P}}{\frac{hJ_{EM}}{K_P}s + 1} \quad (35)$$

U području kontakta više ne vrijede jednačbe (34) i (35) već jednačbe (2) i (4).

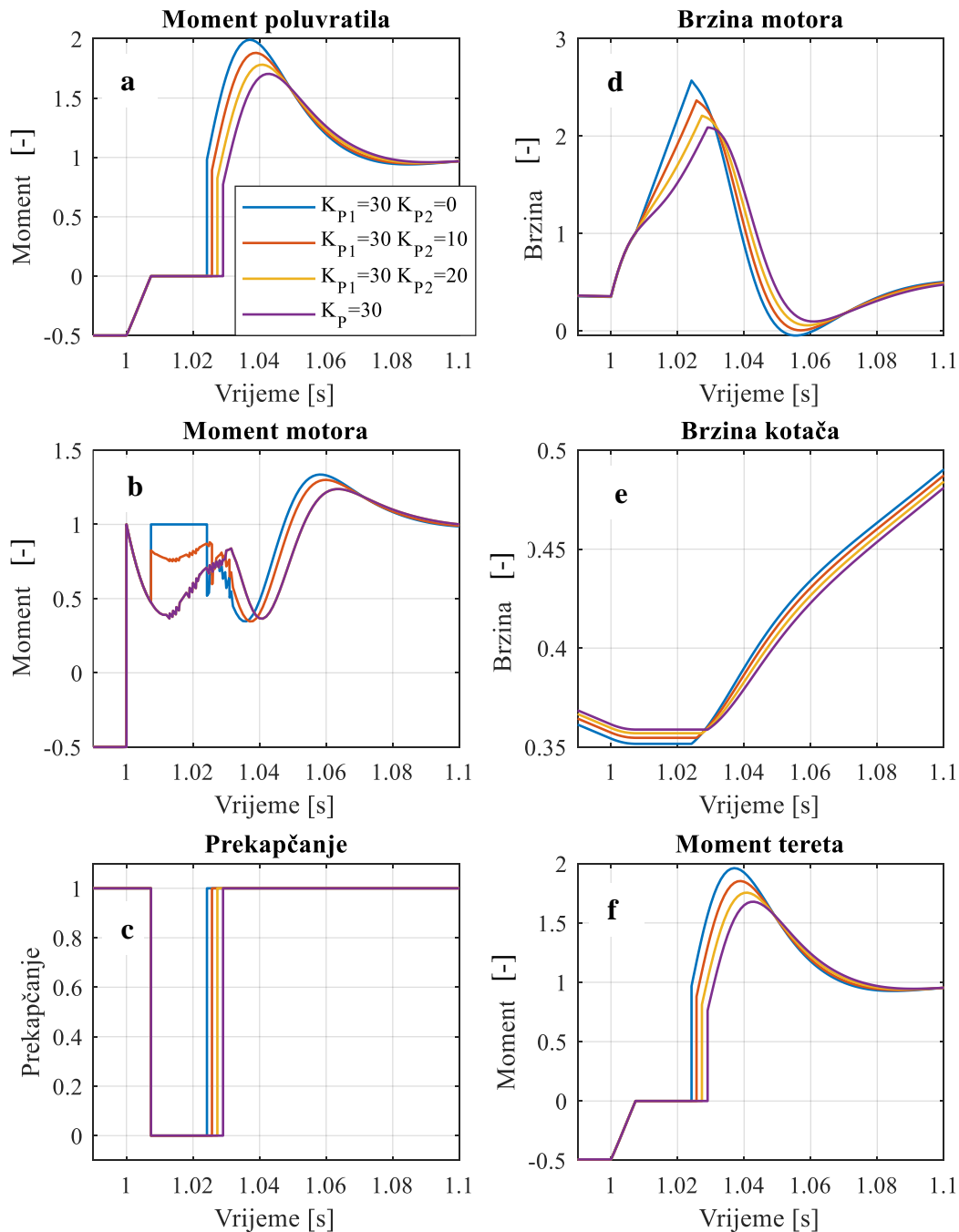
Na slici 48 prikazani su odzivi pojednostavljenog nelinearnog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju između dva načina rada. Dan je detalj prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje. Usporedno su dani odzivi za različite vrijednosti  $K_P$  u području zračnosti, označene na slici kao  $K_{P2}$ , dok je vrijednost  $K_P$  u području kontakta označena s  $K_{P1}$  i iznosi uvijek  $K_{P1}=50$ . U ovom slučaju prekapčanje je idealno odnosno temeljno na signalu stvarnog momenta tereta motora. Logika prekapčanja je takva da odabire nižu vrijednost ako je moment tereta jednak nuli, a ako je veći ili manji od nule odabire se veća vrijednost pojačanja  $K_{P2}$ . Sustav kompenzacije kao ulaz koristi estimiranu brzinu kotača.

Na slici 49 vidi se da korištenje sustava kompenzacije zasnovanog na prekapčanju prigušnog pojačanja ubrzava odziv momenta poluvratila u odnosu kada nema prekapčanja (označeno žuto na slici). S većim vrijednostima  $K_{P2}$  u području zračnosti odziv momenta poluvratila je usporeniji, ali i više je prigušen udar momenta, do kojeg dolazi prilikom kontakta, tj. približava se odzivu sustava kompenzacije bez prekapčanja. Nadvišenje momenta prilikom kontakta je manje važno te se on može dopustiti odnosno čak je i poželjan kod sportsko orijentiranih vozila (poglavlje 2), dok je brzina odziva važnija, te se tu vidi prednost sustava kompenzacije zasnovanog na prekapčanju. Slika 49b pokazuje da prekapčanje unosi dodatne udare momenta motora te su ti udari veći što je  $K_{P2}$  manji. U odzivu brzine motora uočava se da s nižim vrijednostima  $K_{P2}$  brzina postiže veće vrijednosti u području zračnosti i odziv je brži. Na odzivu brzine kotača se također vidi ubrzanje prolaska kroz zračnost jer je za manje vrijednosti  $K_{P2}$  brzina kotača kraći vremenski period konstantna. Na slici 49c se vidi i kada dolazi do prekapčanja: vrijednost 1 na slici odgovara vrijednosti  $K_{P1}$ , a vrijednost 0 odgovara vrijednosti  $K_{P2}$ . Kako je već rečeno prekapčanje se radi na temelju momenta tereta motora koji je prikazan na slici 48f, tj. ovisno je li njegova vrijednost nula ili nije.



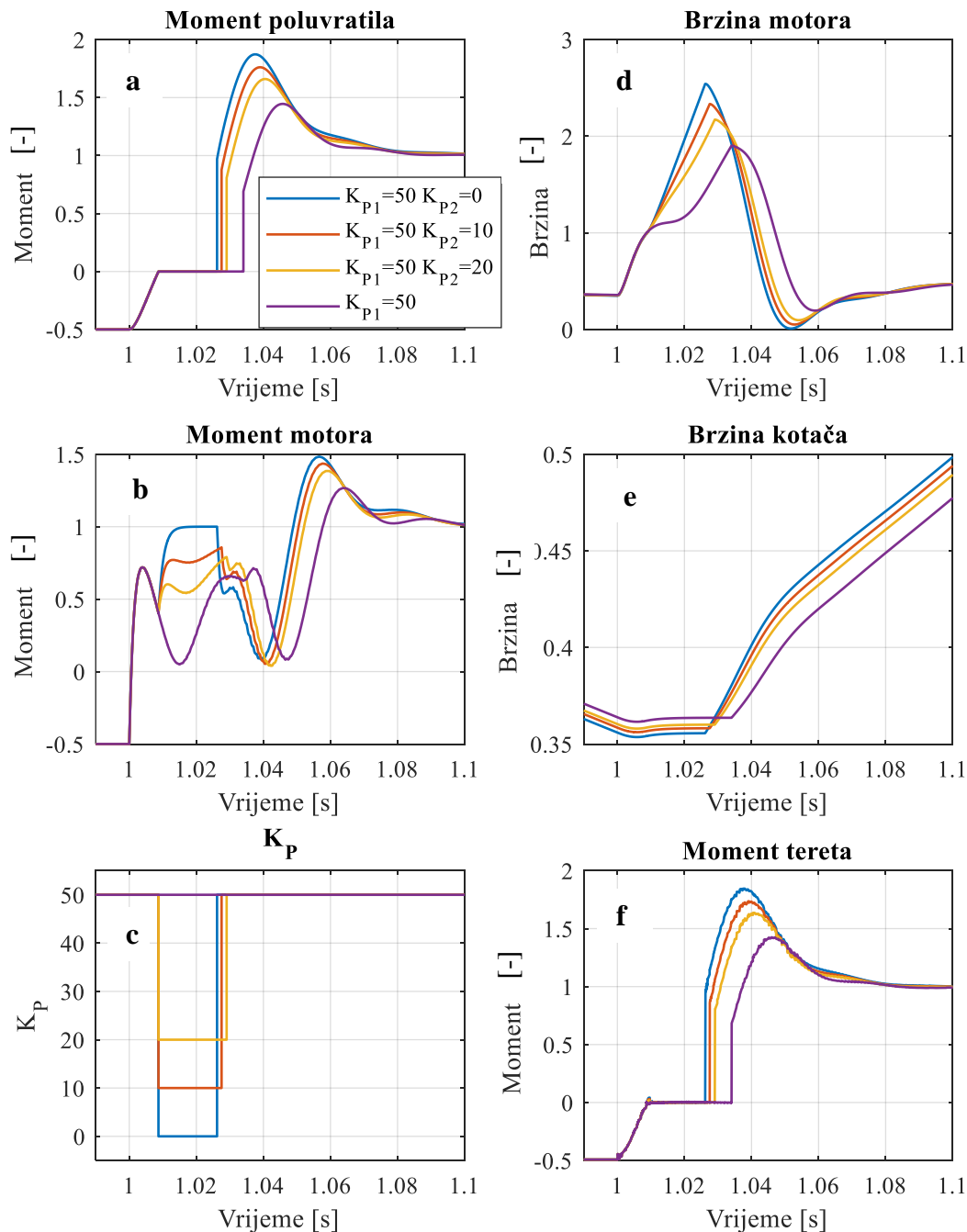
Slika 48. Odziv pojednostavljenog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzina kotača za  $K_{P1}=50$ .

Na slici 49 prikazani su odzivi pojednostavljenog modela kada se nominalno prigušno pojačanje smanji na  $K_{P1}=30$ . Rezultati su slični onima sa slike 48, s tim da je manja razlika između sustava kompenzacije zasnovanom na prekapčanju i onog bez prekapčanja. Razlog tomu je jer su vrijednosti  $K_{P1}$  i  $K_{P2}$  bliže nego u prethodnom slučaju.



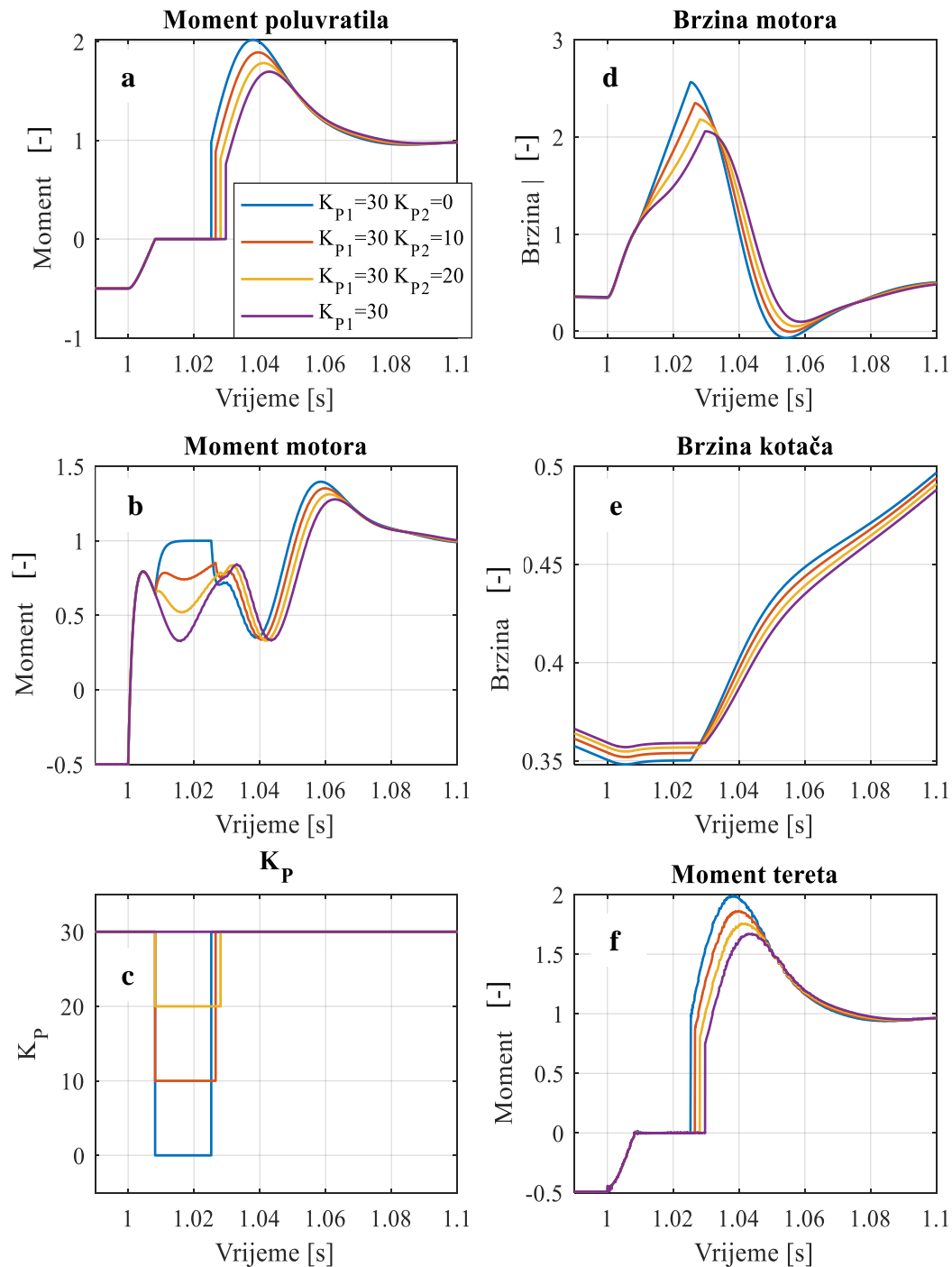
Slika 49. Odziv pojednostavljenog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzine kotača za  $K_{P1}=30$ .

Na slici 50 prikazani su odzivi detaljnog modela za slučaj  $K_{P1}=50$ . Vidi se da sustav kompenzacije zračnosti radi dobro i na detaljnom modelu te su odzivi slični kao i kod pojednostavljenog modela (usp. sliku 49). Razlika u odzivima dvaju modela najviše se primjeti u odzivu momenta motora, gdje su udari momenta manje izraženi (mekši) jer detaljni model sadrži dinamiku razvoja momenta motora. Slično se može uočiti i u odzivima detaljnog modela dani na slici 51 za  $K_{P1}=30$ , u usporedbi s odgovarajućem odzivom pojednostavljenog modela na slici 49.



**Slika 50. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja s estimatorom brzine kotača za  $K_{P1}=50$ .**

Na slici 51 prikazani su odzivi detaljnog modela za slučaj  $K_{P1}=30$ .



Slika 51. Odziv detaljnog modela kada se koristi sustav kompenzacije zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorom brzine kotača za  $K_{P1}=30$ .

## 5.2. Estimacija momenta tereta motora

Kako je opisano u potpoglavlju 5.1, prekapčanje vrijednosti prigušnog pojačanja  $K_P$  temelji se na signalu momenta tereta. U stvarnosti, moment tereta se ne može mjeriti te se mora estimirati na temelju modela motora i mjernog signala brzine motora te reference momenta motora..

U ovom radu za potrebe estimacije momenta tereta koristit će se adaptivni Kalmanov filter. Kalmanov filter je efikasan rekurzivni filter koji estimira interna stanja linearnog sustava iz ulaza i zašumljenog mjerenja. Ima široke primjene u inženjerstvu. Simulacijska analiza Kalmanovog filtra provodi se samo na detaljnom modelu pogona električnog vozila.

Ako je proces linearni, stohastički, multivarijabilan i vremenski diskretan s promjenjivim parametrima, može se opisati jednadžbama (36) i (37). [20]

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{v}(k-1), \quad (36)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{e}(k), \quad (37)$$

gdje su:

- $\mathbf{x}(k)$  - vektor varijabli stanja
- $\mathbf{y}(k)$  - vektor izlaznih varijabli
- $\mathbf{e}(k)$  - vektor šuma mjerenja
- $\mathbf{u}(k-1)$  - vektor ulaznih varijabli
- $\mathbf{F}(k-1)$  - matrica sustava
- $\mathbf{H}(k)$  - izlazna matrica
- $\mathbf{G}(k-1)$  - ulazna matrica
- $\mathbf{\Omega}(k-1)$  - matrica perturbacija stanja

Pretpostavka je da stohastičke perturbacije varijabli stanja i šum mjerenja imaju svojstva bijelog Gaussovog šuma.

Algoritam Kalmanovog filtra za dinamički sustav opisan jednažbama (36) i (37) dan je sljedećim jednadžbama [19]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{F}(k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) + \mathbf{G}(k-1)\mathbf{u}(k-1), \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{e}}(k|k-1) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1), \quad (39)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T(k-1), \quad (40)$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k)}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)}, \quad (41)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1), \quad (42)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\mathbf{e}}(k|k-1), \quad (43)$$



gdje je:

- $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)$  - inicijalna estimacija varijabli stanja na temelju determinističkog dijela modela procesa (a-priori estimacija stanja)
- $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$  - konačna procjena varijabli stanja korigirana na temelju mjerenja (a-posteriori estimacija stanja)
- $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k|k-1)$  - inicijalna procjena predikcijske pogreške
- $\mathbf{K}(k)$  - matrica pojačanja Kalmanovog filtra
- $\mathbf{P}(k|k-1)$  - inicijalna (a-priori) estimacija matrica kovarijanci pogreški estimacije stanja
- $\mathbf{P}(k|k)$  - korigirana (a-posteriori) procjena matrica kovarijanci pogreški estimacije stanja
- $\mathbf{R}(k)$  - matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija šuma mjerenja
- $\mathbf{Q}(k)$  - matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja

Iz jednažbi se vidi da je Kalmanov filter rekurzivna funkcija koja se sastoji od dva ključna koraka, predikcija i korekcija. Tijekom predikcije koristi se model procesa za inicijalnu estimaciju varijabli stanja, a u korekcijskom koraku koristi se mjerenje za korekciju inicijalne estimacije stanja odnosno konačnu estimaciju stanja. Estimacija stanja je karakterizirana minimumom LQG kriterija optimalnosti uz osigurano asimptotski stabilno vladanje Kalmanovog filtra.

Za slučaj kada su matrice  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{Q}$  vremenski neovisne što znači da proces ima konstantne parametre te ako su stohastičke perturbacije i šum mjerenja stacionarnog karaktera onda govorimo o stacionarnom Kalmanovom filteru. U tom slučaju matrica  $\mathbf{P}$  te vektor pojačanja  $\mathbf{K}$  konvergiraju prema stacionarnim vrijednostima. Izraz za estimaciju varijabli stanja stacionarnog Kalmanovog filtra dan je jednažbom (44). Struktura stacionarnog Kalmanovog filtra slična je Luenbergerovom estimatoru.

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1) + (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{G}u(k-1) + \mathbf{K}y(k), \quad (44)$$

Za potrebe sinteze Kalmanovog filtra postavlja se stohastički model rotacijske dinamike električnog motora. Rotacijska dinamika motora opisana je jednažbom:

$$J_{EM}\dot{\omega}_{EM} = M_{EM} - M_t \quad (2)$$

Na temelju jednadžbe (2) dade se aklučiti kako moment tereta možemo rekonstruirati iz derivacije brzine motora i momenta motora.

Prilikom izvoda stohastičkog modela procesa pretpostavlja se da je moment motora poznata varijabla, a moment tereta smatra se poremećajem opisanim stohastičkim modelom drugog reda:

$$J_{EM}\dot{\omega}_{EM} = M_{EM} - M_t$$

$$\frac{dM_t}{dt} = \dot{M}_t \quad (45)$$

$$\frac{d\dot{M}_t}{dt} = v_m$$

gdje je  $v_m$  – model stohastičke perturbacije.

Diskretizacijom uz pretpostavku korištenja ekstrapolatora nultog reda na ulazu procesa, model opisan jednažbama (45) prelazi u vremenski diskretni oblik opisan jednažbom:

$$\mathbf{x}_2(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}M_{EM}(k-1) + \mathbf{\Omega}v(k-1), \quad (46)$$

gdje su:

$$\mathbf{x}_2 = [\omega \ M_t \ \dot{M}_t]^T,$$

$$v = v_m,$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{T_s}{J_{EM}} & -\frac{T_s^2}{J_{Em}} \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{J_{EM}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_s \end{bmatrix}. \quad (47)$$

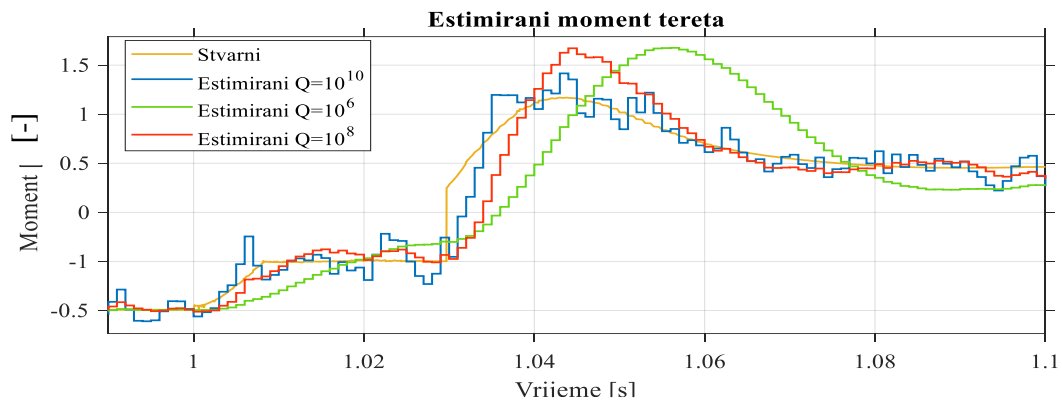
Također, model se proširuje modelom mjerenja.

$$\omega_m(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + e(k), \quad \mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0], \quad (48)$$

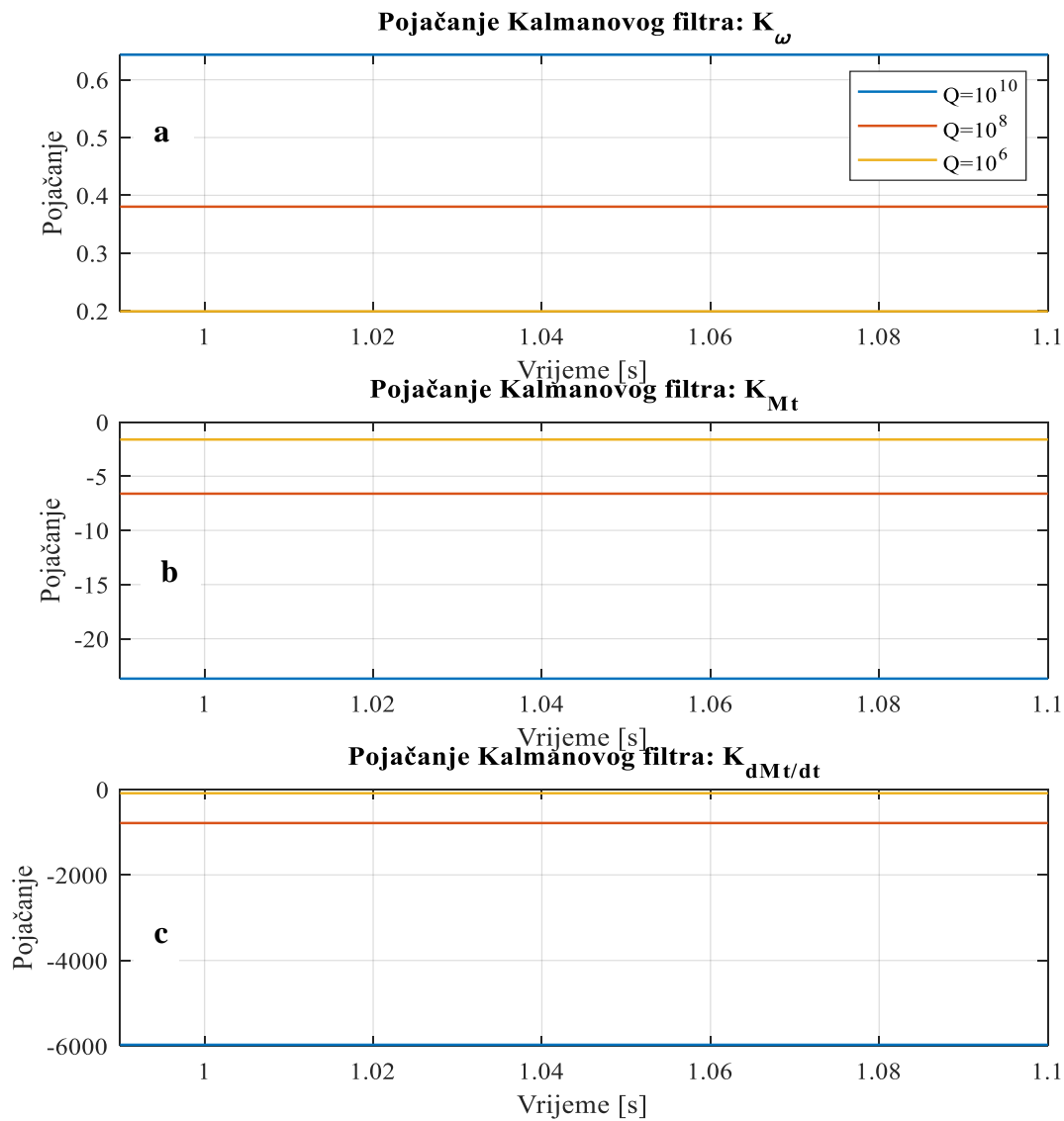
gdje je  $\omega_m$  mjerena brzina motora,  $e(k)$  bijeli šum mjerenja.

Kalmanov filter implementira se u Simulinku u obliku Matlab funkcije koja sadrži jednažbe (38)-(43). Slobodni parametar koji služi za podešavanja ponašanja Kalmanovog filtra odnosi se na matricu kovarijanci šuma u varijablama stanja  $\mathbf{Q}$ , koja u slučaju procesa (45) sadrži samo jedan element koji se odnosi na šum  $v_m$ , tj. ona postaje skalar. Parametar varijance šuma mjerenja  $r(k)$  smatra se poznatim.

Na slici 52 prikazani su odzivi estimiranog momenta tereta za različita podešenja Kalmanovog filtra te uspoređeni sa stvarnim odzivom momenta tereta. Podešenje s najmanjim  $\mathbf{Q}$  slabo prati stvarni moment tereta te ne uspijeva detektirati područje zračnosti, a pojačanje s najvećim  $\mathbf{Q}$  slabije prigušuje šum no najbolje prati stvarni moment tereta. Podešenje sa srednjim izborom parametra  $\mathbf{Q}$  predstavlja kompromis između prva dva. Sva tri odziva su dobro prigušena, što je inherentno svojstvo Kalmanovog filtra tj. optimalnosti „automatskog“ izračuna pojačanja“ za optimalan odziv. Na slici 53 prikazani su odgovarajući odzivi pojačanja Kalmanovog filtra, koja teže konstantnim vrijednostima jer je proces vremenski invarijantan, a Kalmanov filter stacionaran.

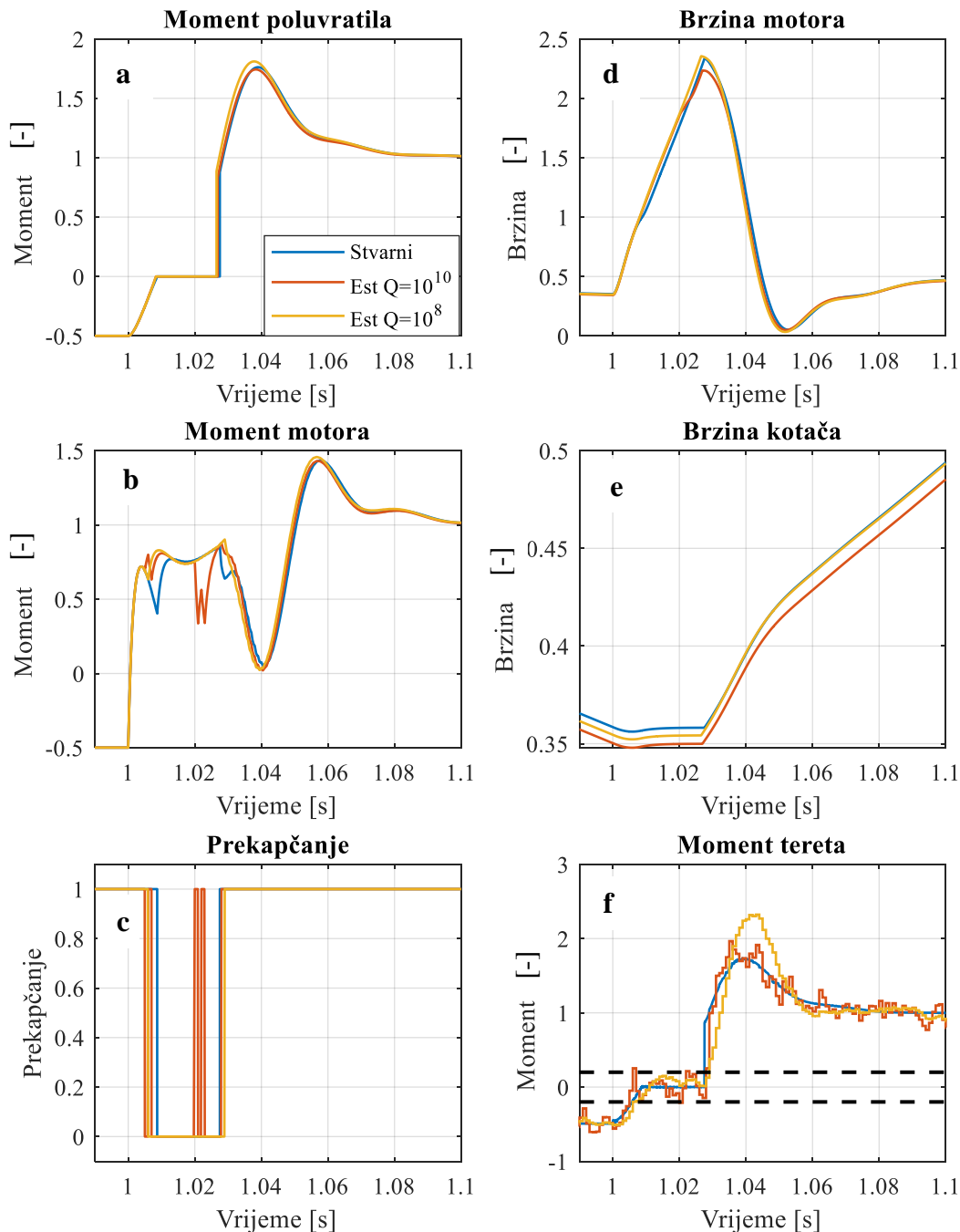


Slika 52. Estimirani moment tereta Kalmanovim filtrom.



Slika 53. Pojačanja Kalmanovog filtra.

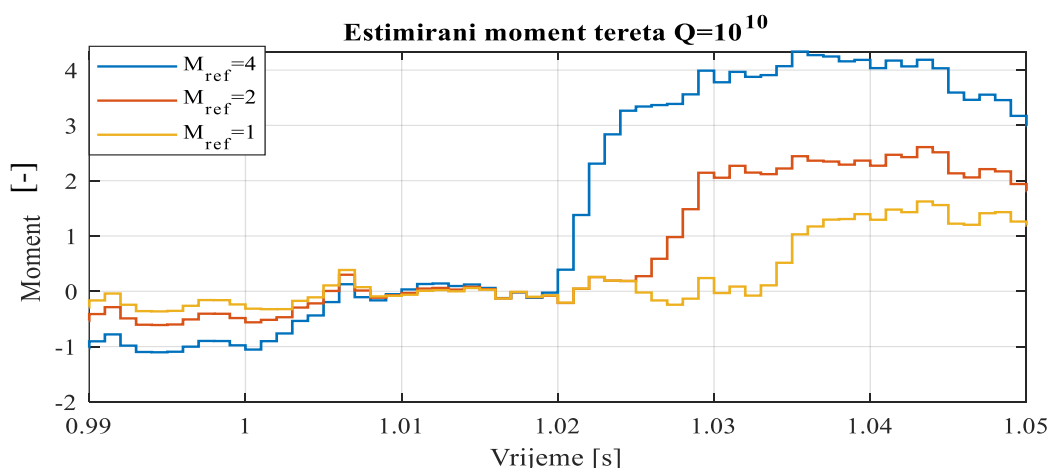
Na slici 54 prikazani su odzivi detaljnog modela kada se koristi predloženi sustav kompenzacije zračnosti. Usporedno su dani odzivi kada se za prekapčanje koristi stvarni momenta tereta, te estimirani moment za različita podešenja Kalmanovog filtra. Na slici se vidi da Kalmanov filter podešen za brži odziv rezultira nešto bržim prekapčanjem te posljedično i nešto bolje prigušenim odzivom momenta poluvratila, ali zbog manje prigušenog šuma dolazi do višestrukog prekapčanje što unosi udare u momentu motora. Za sporije podešenje Kalmanovog filtra ne dolazi do „lažnog“ prekapčanja zbog šuma estimata, ali zbog sporijeg odziva estimiranog momenta tereta prekapčanje ponešto kasni što rezultira slabijim prigušenjem udara momenta poluvratila. Crtkane crne horizontalne linije predstavljaju granice prekapčanja.



Slika 54. Odzivi detaljnog modela kada se koristi sustav zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja sa estimatorima brzine kotača i momenta tereta.

### 5.3. Određivanje prigušnog pojačanja na temelju funkcijske ovisnosti o momentu tereta

Gore opisano prekapčanje vrijednosti  $K_P$  kao i osjetljivost na šum može rezultirati naglim i perzistentnim promjenama korekcijskog momenta, koje se prenose na moment motora. Iako nisu vidljive u momentu poluvratila pa time i u akceleraciji tj. trzaju vozila, one su općenito nepoželjne sa stanovišta udara motora, tj. lokalnih vibracija i popratnih gubitaka. Također, javlja se problem određivanja granica prekapčanja. Naime, podešenje Kalmanovog filtra za brz odziv rezultira slabijim prigušenjem šuma u odzivu estimiranog momenta tereta. Amplituda šuma može biti veća od granica prekapčanja, a to rezultira neželjenim višestrukim prekapčanjem što dovodi do udara i oscilacija u momentu motora (v. sliku 55 za  $Q = 10^{10}$ ). Da bi se izbjegao problem postavljanja granica prekapčanja, kao i naglo (binarno) prekapčanje, predlaže se povezivanje prigušnog pojačanje s apsolutnom vrijednošću estimiranog momenta tereta, tj. uspostavlja se algebarska funkcijska ovisnost  $K_P=f(|M_t|)$ . U funkciju ulazi apsolutna vrijednost estimiranog momenta tereta jer vrijednosti  $K_P$  mogu biti samo pozitivne. Na slici 56 su prikazani odzivi estimiranog momenta tereta za isto podešenje Kalmanovog filtra, ali različite reference momenta. Na slici se vidi da referenca momenta ne utječe na amplitudu šuma. Također, jasna je motivacija za uspostavljanje funkcijske ovisnosti  $K_P=f(|M_t|)$ :  $|M_t|$  je mali kada i pojačanje  $K_P$  treba biti malo, te obratno, a prijelaz s manjih na više vrijednosti je gladak (umjesto binaran).



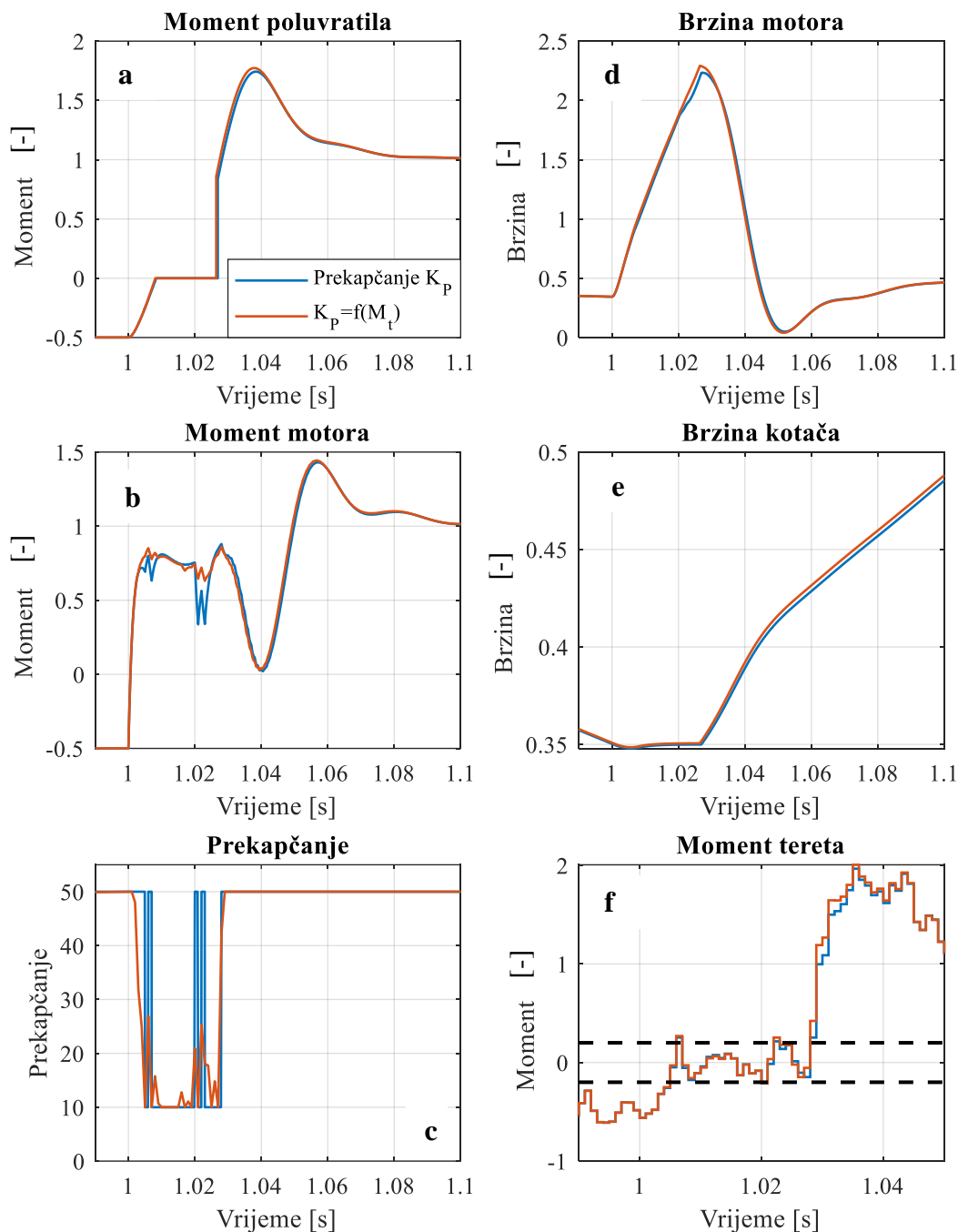
Slika 55. Usporedba odziva estimiranog momenta tereta za različite reference.

Dakle, za isto podešenje Kalmanovog filtra, amplituda šuma je konstantna i neovisna o drugim parametrima. Također, u području zračnosti estimirani moment tereta oscilira zbog šuma, no njegova srednja vrijednost u području zračnosti iznosi nula. Ako željeni iznos  $K_P$  u području zračnosti iznosi  $K_P=10$ , amplituda estimiranog momenta tereta u području zračnosti, mora se podijeliti s određenom konstantom,  $K_T$ , da bi dobili željenu vrijednost  $K_P$ . Međutim, moment tereta postiže razmjerno velike iznose u području kontakta što će rezultirati i velikim iznosima  $K_P$  koji nisu poželjni. Stoga se vrijednost  $K_P$  ograničava gornjom granicom.  $K_P$  se ograničava i donjom granicom kako bi imali veće prigušenje udara momenta. Funkcija  $K_P$  u ovisnosti o estimiranom momentu tereta opisuje se jednostavnim linearnim modelom sa zasićenjem

$$K_P = \frac{|M_t|}{K_T}, \quad K_{P,min} < K_P < K_{P,max} \quad (48)$$

Granične vrijednosti  $K_P$  su postavljene na vrijednost  $K_{P,\min}=10$ , a  $K_{P,\max}=50$ .

Na slici 56 je dana usporedba odziva detaljnog modela kada se koristi prekapčanje vrijednosti  $K_P$  i određivanje  $K_P$  pomoću kontinuirane funkcijske ovisnosti (48). Korišteno je isto podešenje Kalmanovog filtra. Na slici se vidi da se brzina odziva momenta poluvratila ne razlikuje značajno između dva pristupa, no moment motora ima značajno manje udare u slučaju korištenja funkcije za određivanje  $K_P$ . Razlog tomu se vidi u odzivu vrijednosti  $K_P$ . Kada se koristi prekapčanje dolazi do binarne promjene  $K_P$  zbog šuma, tj. u tom slučaju vrijednost naglo mijenja svoj iznos između  $K_{P1}$  i  $K_{P2}$ . Kada se koristi funkcijska ovisnost,  $K_P$  može postići bilo koje vrijednosti između  $K_{P1}$  i  $K_{P2}$  što rezultira manjim tj. glađim korekcijskim momentom nastalim zbog šuma, a time i manjim udarima u momentu motora.



Slika 56. Odzivi detaljnog modela kada se koristi prekapčanje prigušnog pojačanja te kada se ono određuje funkcijskom ovisnošću.

### 5.4. Realni Kalmanov filter

Predstavljeni Kalmanov filter pretpostavlja da je moment motora poznata varijabla. U realnom okruženju, moment motora se može rekonstruirati iz mjerenja struje armature. Međutim, mjerenje struje unosi šum i kašnjenje u estimat momenta motora. Kako bi se to izbjeglo moguće je model procesa koji se koristi za sintezu Kalmanovog filtra, opisan jednačbom (45), proširiti dinamikom razvoja momenta motora:

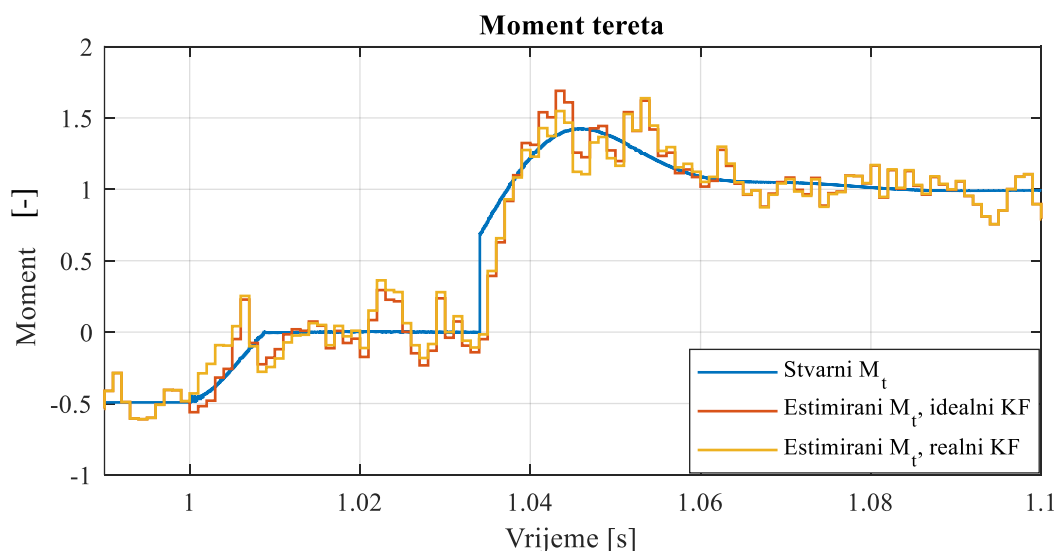
$$T_{EM}\dot{M}_{EM} + M_{EM} = M_{ref}$$

$$J_{EM}\dot{\omega}_{EM} = M_{EM} - M_t$$

$$\frac{dM_t}{dt} = \dot{M}_t \quad (49)$$

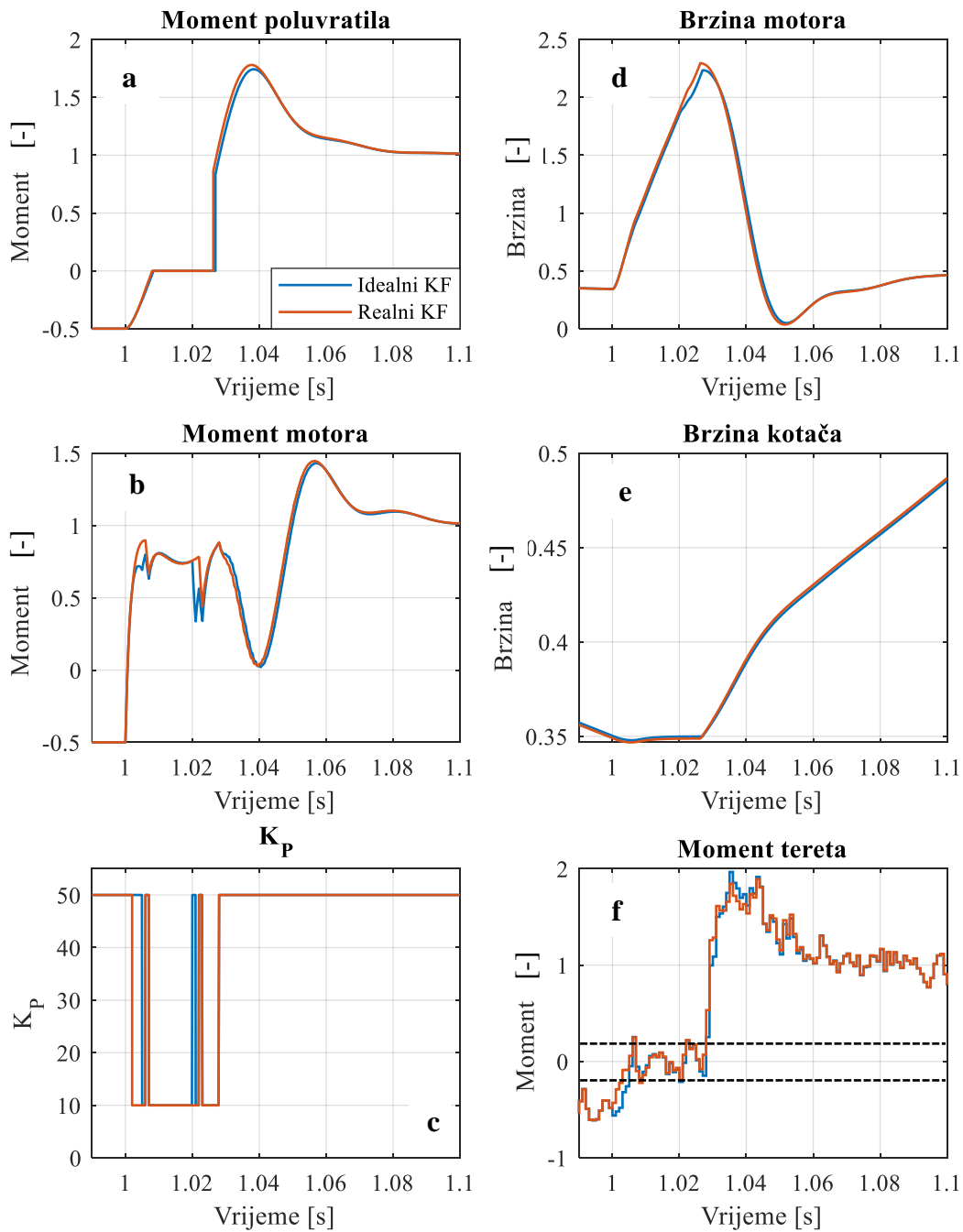
$$\frac{d\dot{M}_t}{dt} = v_m$$

Sinteza Kalmanovog filtra ostaje ista kao za osnovni model procesa. Na slici 58 su usporedno prikazani stvarni i estimirani momenti tereta. Dana je usporedba idealiziranog Kalmanovog filtra koji kao ulaz ima stvarni moment motora i realnog Kalmanovog filtra kojem je ulaz referenca momenta, a moment motora je interno stanje. Na slici 57 se vidi da realni Kalmanov filter vrlo dobro estimira moment tereta, koji značajno ne odstupa od estimiranog momenta tereta idealiziranog Kalmanovog filtra.



Slika 57. Odstupi estimiranog momenta tereta realnog i idealnog KF.

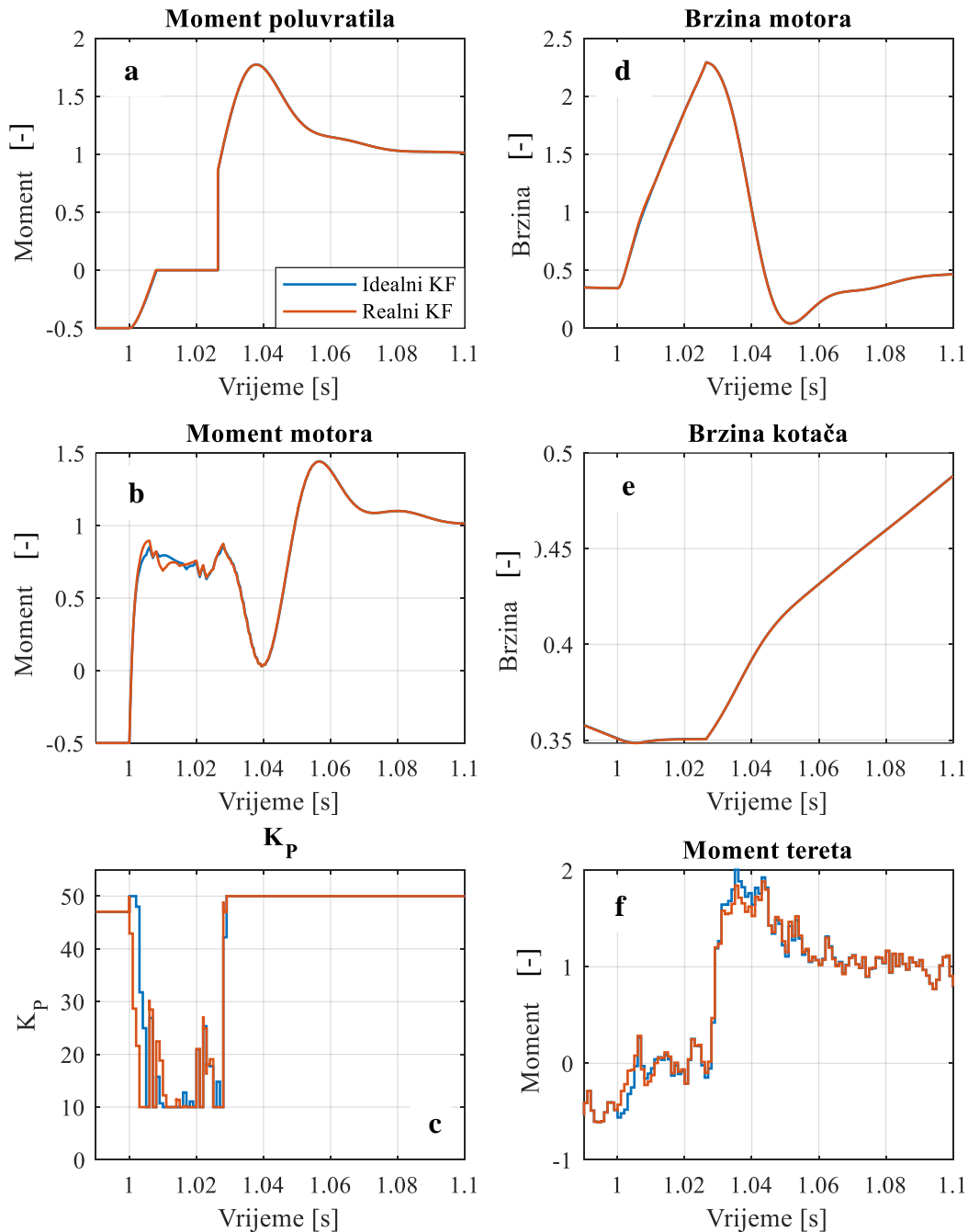
Na slici 58 su prikazani odzivi detaljnog modela sa sustavom kompenzacije zračnosti. Vidi se da se odzivi za idealizirani i realni Kalmanov filter ne razlikuju značajno. U slučaju korištenja realnog Kalmanovog filtra, dolazi do ranijeg prekapčanja, te je višestruko prekapčanje zbog šuma izraženije nego kod idealnog Kalmanovog filtra što rezultira bržim i manje prigušenim odzivom momenta poluvratila.



Slika 58. Odzivi detaljnog modela kada se koristi realni i idealni Kalmanov filter za prekapčanje prigušnog pojačanja.



Na slici 59 su prikazani odzivi detaljnog modela kada se koristi kontinuirana funkcija prekapčanja  $K_P=f(M_t)$ . Dani su usporedno odzivi kada se koristi idealni i realni Kalmanov filtar. Odzivi momenta poluvratila, brzine motora i brzine kotača se potpuno poklapaju, no zbog izraženijeg šuma realnog filtra moment motora sadrži nešto više oscilacija u odnosu na idealizirani filtar.



Slika 59. Odzivi detaljnog modela kada se koristi realni i idealni Kalmanov filtar za funkcijsko određivanje prigušnog pojačanja.

## 5.5. Adaptivni Kalmanov filter

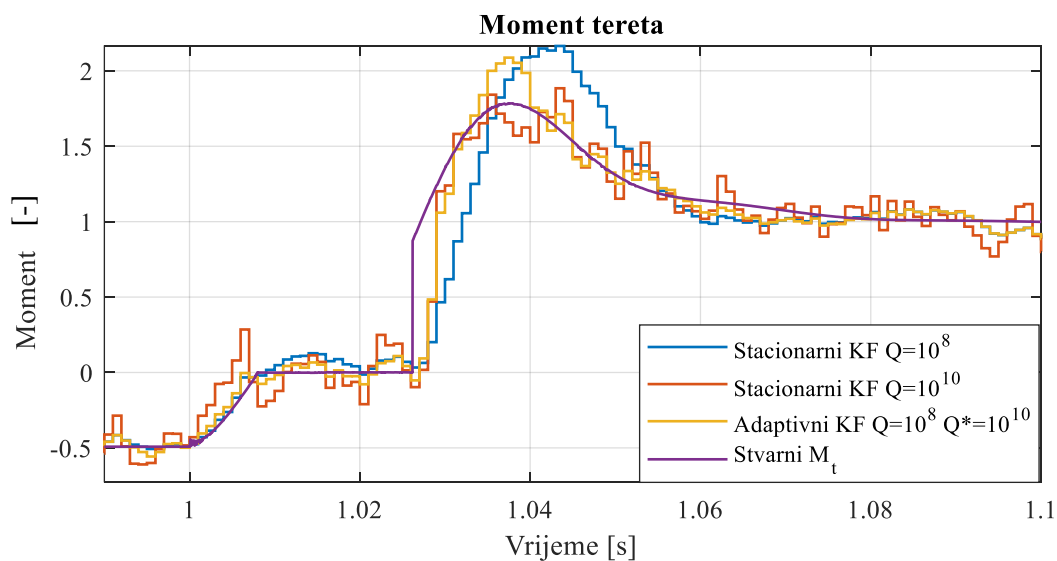
Korištenjem funkcije za određivanje vrijednosti  $K_P$  riješen je problem binarnog prekapčanja, čime su smanjeni su jaki udari u momentu motora, no ipak su prisutni manji. Kako bi se pokušali potisnuti i preostali udari, potrebno je smanjiti šum, a da se pritom ne uspori odziv estimiranog momenta tereta jer će to rezultirati manjim prigušenjem momenta poluvratila. To se može provesti primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra [20].

Cilj adaptacije Kalmanovog filtra je kratkotrajno povećati pojačanja Kalmanovog filtra prilikom prijelazne pojave kako bi se povećala točnost slijeđenja, a u stacionarnom stanju zadržati nominalna pojačanja za dobro potiskivanje šuma. Adaptacijski mehanizam detektira nagle promjene varijable stanja na temelju proračuna kumulativne sume pogreške predikcije estimatora (tzv. CUM SUM algoritam [20]), koji je za slučaj jedne izlazne varijable opisan jednadžbom (50).

$$g(0) = 0, \quad g(k) = g(k - 1) + \hat{\varepsilon}(k). \quad (50)$$

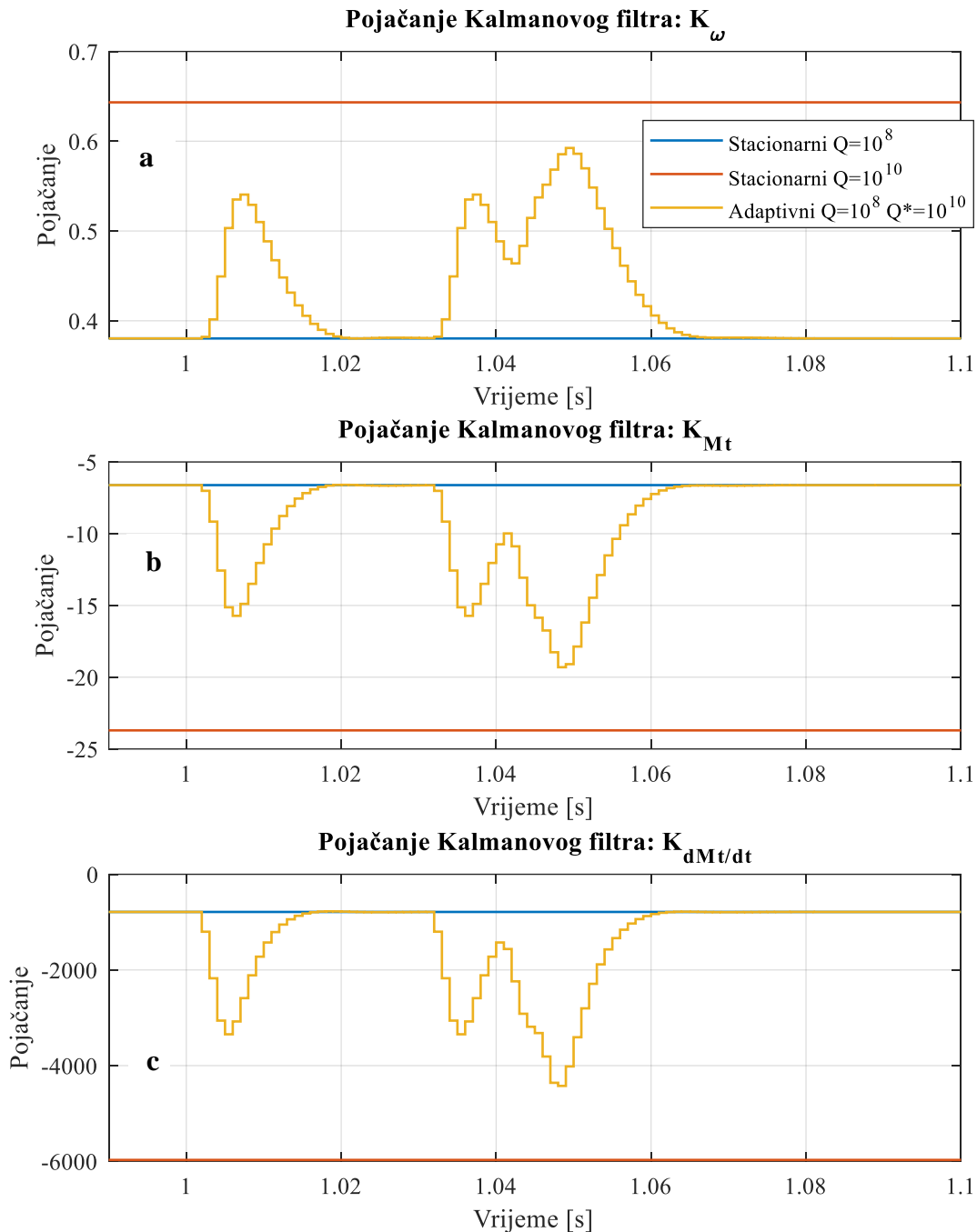
Ako je pogreška predikcije jednaka bijelom šumu, onda je iznos kumulativne sume blizu nule, međutim ako se dogodi nagla promjena varijabli stanja predikcija pogreška naglo skoči, a samim time i kumulativna suma naraste. Kada apsolutna vrijednost kumulativne sume  $|g(k)|$  prijeđe definirani prag  $g_b$ , onda se trenutno mijenja vrijednost matrice  $\mathbf{Q}$ . Kako na pojačanja Kalmanovog filtra direktno utječe matrica  $\mathbf{Q}$ , adaptacija se provodi njenim impulsnim povećanjem (samo u jednom koraku uzorkovanja). Iako je povećanje impulsno, pojačanja Kalmanovog filtra zadržavaju visoke vrijednosti neko vrijeme zbog dinamike Kalmanovog filtra tj. preciznije matrice kovarijance pogreški predikcije stanja  $\mathbf{P}(k)$ .

Na slici 60 su usporedno prikazani odzivi estimiranog momenta tereta stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra. U odzivu momenta tereta adaptivnog Kalmanovog filtra uočava se značajno manje šuma, dok brzina odziva praktički ne kasni u odnosu na stacionarni filter.



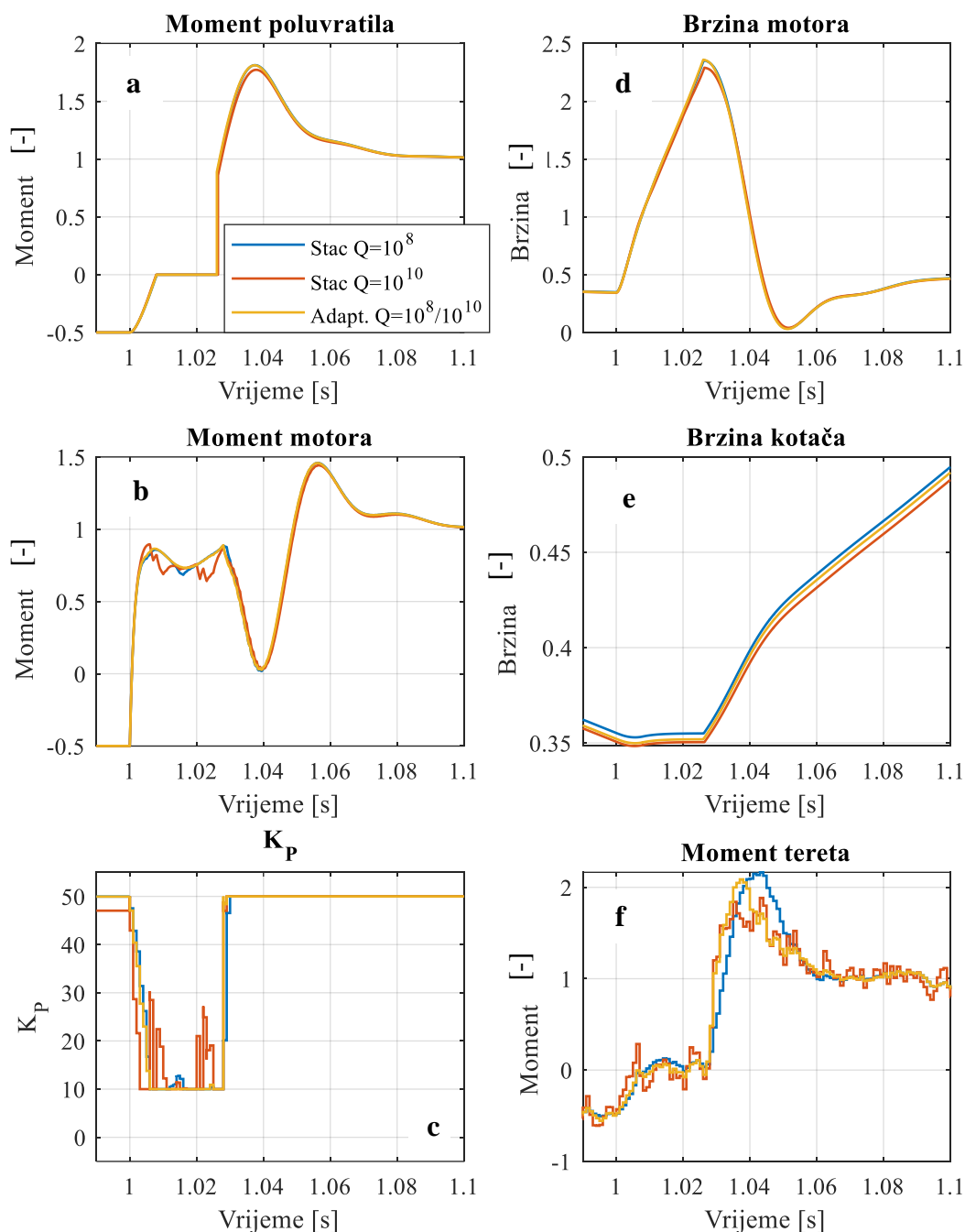
Slika 60. Usporedba estimiranog momenta tereta stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra.

Na slici 61 su usporedno prikazana pripadna pojačanja adaptivnog i stacionarnog Kalmanovog filtra. Vidi se kako pojačanja adaptivnog Kalmanovog filtra u trenutku adaptacije postižu veće vrijednosti te ih zadržavaju neko vrijeme zbog dinamike Kalmanovog filtra. Do adaptacije dolazi automatski (bez posebne logike prekapčanja) u intervalima ulaska i izlaska u zonu zračnosti, gdje je upravo nužno poboljšati kvalitetu slijeđenja momenta tereta radi pravovremene promjene prigušnog pojačanja.



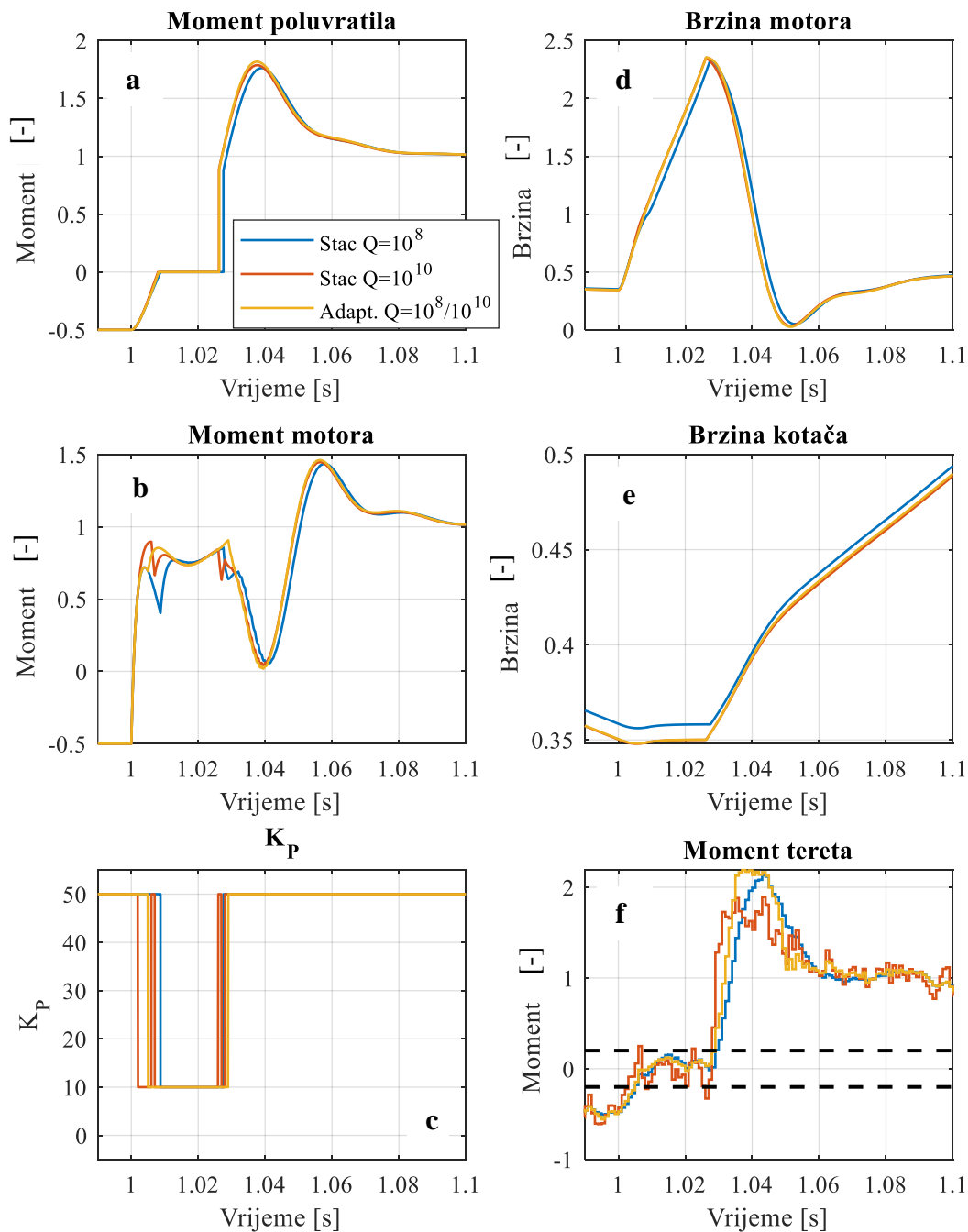
Slika 61. Pojačanja adaptivnog i stacionarnog Kalmanovog filtra.

Na slici 62 prikazani su usporedni odzivi detaljnog modela i cjelovitog sustava kompenzacije zračnosti sa stacionarnim i adaptivnim Kalmanovim filtrom. Na slici se uočava poboljšani odziv momenta motora u smislu glatkog odziva (bez udara i oscilacije), a pritom nije narušena niti brzina odziva momenta poluvratila niti prigušenje torzijskih vibracija. Na slici odziva prigušnog pojačanja  $K_P$  vidi se kako za slučaj stacionarnog Kalmanovog filtra podešenog za brzi odziv postoje skokovi u području zračnosti nastali zbog šuma, dok za slučaj kada se koristi adaptivni Kalmanov filter ne postoje primjetne oscilacije vrijednosti  $K_P$  u području zračnosti.



Slika 62. Odzivi detaljnog modela kada se koristi adaptivni i stacionarni Kalmanov filter za funkcijsko određivanje prigušnog pojačanja.

Na slici 63 su radi cjelovitosti prikazani odzivi detaljnog modela kada se umjesto funkcije prekapčanja  $K_P=f(M_I)$  koristi binarno prekapčanje s obzirom na pragove prikazane crtkanim crnim linijama. I u ovom slučaju su u momentu motora manje izraženi udari kada se koristi adaptivni Kalmanov filtar. Međutim, kao što je objašnjeno ranije udari ipak postoje zbog nagle promjene vrijednosti  $K_P$  za razliku od slučaja kada se koristi funkcijska ovisnost  $K_P=f(M_I)$  (usp. sliku 63), koja se stoga preporuča u kombinaciji s adaptivnim Kalmanovim filtrom kao konačno rješenje.



Slika 63. Odziv detaljnog modela kada se koristi stacionarni i adaptivni Kalmanov filtrar za prekapčanje prigušnog pojačanja.

## 6. ZAKLJUČAK

Zračnost u prigronskom sklopu električnog vozila izaziva udare okretnog momenta koji u sprezi s elastičnošću vratila pobuđuju torzijske vibracije pogona. Najizraženiji utjecaj zračnosti je prilikom prelaska vozila iz regenerativnog kočenja u ubrzanje i obratno. U tim uvjetima, zupčanici ulaze iz stanja kontakta u stanje zračnosti, u kojem se okretni moment ne prenosi, tj. motor je rasterećen i kratkotrajno snažno akcelerira. Uslijed toga, a kada se kontakt na suprotnom bridu zračnosti uspostavi, dolazi do naglog skoka izlaznog okretnog momenta te pobude snažnih torzijskih vibracija uslijed elastičnosti poluvratila.

Cilj ovog rada je provesti sintezu sustava kompenzacije zračnosti i popratnog aktivnog prigušenja torzijskih vibracija te ga analizirati simulacijski uz primjenu detaljnog modela pogona električnog vozila. Prvo je provedena sinteza sustava prigušenja torzijskih vibracija, prilikom koje se izostavlja model zračnosti iz modela pogona. Sustav prigušenja temelji se na razlici brzina motora i kotača svedenog na osovinu motora, koja predstavlja pogrešku iz koje se putem prigušnog pojačanja računa korekcijski moment koji se oduzima od referentnog momenta. Opisani sustav je simulacijski analiziran prvo na pojednostavljenom modelu koji uključuje zračnost, a zatim i na detaljnom modelu. Sustav u potpunosti uspijeva prigušiti oscilacije koje se javljaju u momentu poluvratila i ublažiti udar okretnog momenta poluvratila po izlasku iz zone zračnosti. Kako bi se izbjegao utjecaj nepreciznosti i kašnjenja mjerenja brzine kotača, provedena je sinteza Luenbergerovog estimatora brzine kotača na temelju linearnog pojednostavljenog modela te mjerenja samo brzine motora. Simulacijski rezultati su pokazali da, iako estimator ima pogrešku estimacije posebice u području zračnosti, ona ne utječe na kvalitetu prigušenja torzijskih vibracija a niti bitnije na ublažavanje početnog udara momenta poluvratila po izlasku iz zone zračnosti.

Kako bi se dodatno poboljšao rad upravljačkog sustava u prisustvu zračnosti, uvodi se sustav kompenzacije zračnosti zasnovan na prekapčanju prigušnog pojačanja. Ideja je da se u području zračnosti ovo pojačanje smanji kako bi se povećala brzina prolaska kroz zračnost, odnosno smanjilo kašnjenje odziva. Pri izlasku iz zračnosti, ono se prekopča ponovno na nominalnu vrijednost, kako bi prigušilo vibracije pobuđene ostvarenjem kontakta. Glavni izazov kod ove kompenzacije je kako odrediti trenutak prekapčanja te kako implementirati odgovarajuću logiku na robustan način. Osnova detekcije zone zračnosti a time i prekapčanje je provjera nultog (u praksi malog) momenta tereta motora. Pritom se moment tereta estimira Kalmanovim filtrom koji je dizajniran na temelju modela rotacijske dinamike motora, proširenog linearnim modelom drugog reda momenta tereta i podmodelom razvoja momenta motora. Simulacijskom analizom je pokazano da korištenje Kalmanovog filtra ne narušava ponašanje sustava kompenzacije te su odzivi vrlo slični onima kada se koristi prekapčanje na temelju stvarnog signala momenta tereta. No, pokazano je da prekapčanje unosi nemale udare momenta motora u zoni zračnosti uslijed nagle promjene vrijednosti prigušnog pojačanja. Kako bi se postigla ravnomjernija pa i pravovremenija promjena pojačanja, predlaže se određivanje vrijednosti pojačanja  $K_P$  putem funkcijske ovisnosti o apsolutnoj vrijednosti estimiranog momenta tereta. Iako se ovime ublažavaju udari u zoni zračnosti, i dalje postoje oscilacije zbog šuma u signalu estimiranog momenta tereta koji je prisutan zbog brzog podešenja estimatora radi kvalitetnije kompenzacija zračnosti i aktivnog prigušenja. Kako bi se otklonile ove oscilacije predlaže se adaptivni Kalmanov filter koji će u stacionarnom stanju biti podešen za dobro prigušenje šuma, a prilikom prijelazne pojave podizati pojačanja kako bi se pospiješilo slijeđenje stvarnog momenta tereta. Korištenjem adaptivnog Kalmanovog filtra u velikoj se mjeri otklanjaju

oscilacije u momentu motora, a da pritom nije narušena brzina odziva niti kvaliteta prigušenja torzijskih vibracija.

Kao budući rad na predmetnom području moguća su poboljšanja u estimaciji brzine kotača na način da se uključi nelinearni član zračnosti u estimator ili provede sinteza estimatora zasnovana na prekapčanju dvaju načina rada estimatora ovisno tome nalaze li se zupčanici u području zračnosti ili području kontakta. Vrijedno bi bilo implementirati i ispitati projektirani sustav kompenzacije zračnosti unutar namjenskih modela električnih vozila visoke preciznosti ili na samom vozilu.

## LITERATURA

- [1] Grotjahn, M., Quernheim, L., & Zemke, S. (2006). Modelling and identification of car driveline dynamics for antijerk controller design. In IEEE International Conference on Mechatronics (pp. 1293–1300).
- [2] Berriri, M., Chevrel, P., & Lefebvre, D. (2008). Active damping of automotive powertrain oscillations by a partial torque compensator. *Control Engineering Practice*, 16(7), 874–883.
- [3] Millo, F., Ferraro, C.V., Mallamo, F., & Pilo, L. (2003). Numerical simulation to improve engine control during tip-in manoeuvres. SAE Technical Paper 2003-01-0374.
- [4] Alessandro Scamarcio, Patrick Gruber, Stefano De Pinto, Aldo Sorniotti; Anti-jerk controllers for automotive applications: A review
- [5] Lagerberg, A., & Egardt, B. S. (2002). Evaluation of control strategies for automotive powertrains with backlash. AVEC, International Symposium on Advanced Vehicle Control.
- [6] Sainio, Joonas (2016). Backlash compensation in electric vehicle powertrain, Master's Thesis
- [7] G. Brandenburg and U. Schäfer. Influence and adaptive compensation of simultaneously acting backlash and coulomb friction in elastic twomass systems of robots and machine tools. In Control and Applications Proceedings. ICCON'89. IEEE International Conference, pages 407–410. IEEE, 1989.
- [8] Bernard Friedland. Feedback control of systems with parasitic effects. In American Control Conference, pages 937–941. IEEE, 1997.
- [9] Pham, T., Seifried, R., Hock, A., & Scholz, C. (2016). Nonlinear flatness-based control of driveline oscillations for a powertrain with backlash traversing. IFAC (International Federation of Automatic Control) Hosting by Elsevier Ltd, 49(11), 749–755.
- [10] Pham, T., Seifried, R., & Scholz, C. (2017). Anti-jerk control of a parallel hybrid electrified vehicle with dead time. IFAC-PapersOnLine, 50(1), 966–971.
- [11] Kim, Y. S., Park, J., Park, T. W., Bang, J. S., & Sim, H. S. (2011). Anti-jerk controller design with a cooperative control strategy in Hybrid Electric Vehicle. 8th International Conference on Power Electronics.
- [12] Adam Lagerberg, Bo Egardt; Model predictive control of automotive powertrains with backlash
- [13] Peter Templin, Bo Egardt; Experimental Results for a Powertrain LQR-torque Compensator with Backlash Handling
- [14] William Kirchner, Steve C Southward; An Anthropomimetic Approach to High Performance Traction Control
- [15] Ruškan, Ivan, 'Simulacijska analiza utjecaja zračnosti na dinamička svojstva prigonskog sklopa električnog vozila', Završni rad, 2022, Fakultet Strojarsstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu



- [16] J. Deur, J. Asgari, D. Hrovat, P. Kovač, "Modeling and Analysis of Automatic Transmission Engagement Dynamics - Linear Case", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 128, pp. 263-277, 2006
- [17] Ivanov, V., Savitski, D., Orus, J., Rodriguez Fortun, J.M., Sorniotti, A., & Gruber, P. (2015). All-wheel-drive electric vehicle with on-board motors: Experimental validation of the motion control systems. IECON2015-Yokohama.
- [18] Orus, J., Theunissen, J., Meneses, R., & Rodriguez-Fortun, J. M. (2014). Active vibration control for torsional oscillations in powertrains for fully electric vehicles. FISITA 2014 World Automotive Congress.
- [19] Rodriguez, J. M., Meneses, R., & Orus, J. (2013). Active vibration control for electric vehicle compliant drivetrains. 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. Rosenberger,
- [20] Joško Deur, Predavanja iz kolegija Neizravno i digitalno upravljanje, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu (2023).
- [21] Pavković, Danijel & Deur, Joško & Kolmanovsky, Ilya. (2009). Adaptive Kalman Filter-Based Load Torque Compensator for Improved SI Engine Idle Speed Control. Control Systems Technology, IEEE Transactions on. 17. 98 - 110. 10.1109/TCST.2008.922556.
- [22] Pavković, Danijel. "Procjena varijabli stanja automobilske pogona s primjenama u regulaciji." Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2007.