

# Analiza slijetanja svemirske letjelice s ljudskom posadnom po povratku iz orbite

---

**Hadviger, Lora**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:233139>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ANALIZA SLIJETANJA  
SVEMIRSKJE LETJELICE S  
LJUDSKOM POSADOM PO  
POVRATKU IZ ORBITE**

**Lora Hadviger**

Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ANALIZA SLIJETANJA  
SVEMIRSKJE LETJELICE S  
LJUDSKOM POSADOM PO  
POVRATKU IZ ORBITE**

Mentori:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:

Lora Hadviger

Zagreb, 2024.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na pruženoj podršci, pomoći i razumijevanju tokom pisanja rada, a i studiranja. Također se zahvaljujem svojoj obitelji, prijateljima i svima ostalima koji su mi tokom studiranja pružili podršku.

Lora Hadviger



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
 Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
 Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 6 - 02 - 2024	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 24 - 06 / 01	
Ur.broj: 15 - 24 - 149	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Lora Hadviger** JMBAG: **0035212562**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza slijetanja raketoplana s ljudskom posadom po povratku iz orbite**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of crewed spaceplane landing after re-entry from orbit**

Opis zadatka:

Misija raketoplana za višekratnu upotrebu s ljudskom posadom uključuje vrlo različite režime leta od vertikalnog lansiranja s potisnom raketom, do orbitalnog leta, ponovnog ulaska i leta u atmosferi pri čemu je raspon brzina od hiperzvučnih do podzvučnih. Primjer takve letjelice je koncept HL-20 s konfiguracijom nosećeg tijela (engl. lifting body) koja nakon ponovnog ulaska u atmosferu i manevra usporavanja ima zadaću spuštanja i prilaza slijetanju te na poslijetku slijetanja, a ta bi se zadaća mogla provesti i bez pogona. Letjelica HL-20 ima različite kombinacije s aerodinamičkim upravljačkim površinama na nosećoj površini velikog kuta dihedrala te sa zakrilcima na stražnjem dijelu tijela s gornje i donje strane. Takvo slijetanje nakon navedenog ponovnog ulaska u atmosferu i spuštanja nalik je na slijetanje konvencionalnog aviona tricikl konfiguracije podvozja. Za opis slijetanja moguće je koristiti postojeći prošireni model gibanja materijalne točke koji uključuje rotaciju zrakoplova oko stražnjih kotača. Osim određivanja same duljine piste pri slijetanju primjenom navedenog modela slijetanja moguće je detaljnije analizirati pojedine faze slijetanja.

Zadatak završnog rada obuhvaća:

- prikaz geometrije razmatrane letjelice i svih korištenih podataka posebno podataka za podvozje;
- prikaz aerodinamičkih značajki relevantnih za slijetanje;
- prilagodbu proširenog modela materijalne točke za slijetanje promatrane letjelice;
- primjenu prilagođenog modela i provedbu analize slijetanja po fazama za promatranu svemirsku letjelicu bez pogona.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2023.

Datum predaje rada:

1. rok: 22. i 23. 2. 2024.  
 2. rok (izvanredni): 11. 7. 2024.  
 3. rok: 19. i 20. 9. 2024.

Predviđeni datumi obrane

1. rok: 26. 2. – 1. 3. 2024  
 2. rok (izvanredni): 15. 7. 2024  
 3. rok: 23. 9. – 27. 9. 2024

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

---

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	II
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD.....	1
2. LETJELICA HL-20.....	2
2.1. Upravljačke površine .....	4
3. AERODINAMIČKI KOEFICIJENTI LETJELICE .....	7
3.1. Osnovni koeficijenti letjelice .....	9
3.2. Simetrična zakrilca (engl. elevator) .....	11
3.3. Zakrilca pozitivnog otklona .....	14
3.4. Zakrilca negativnog otklona.....	16
3.5. Utjecaj podvozja .....	18
3.6. Utjecaj tla .....	20
4. SLIJETANJE .....	22
4.1. Spuštanje i zaokret .....	22
4.2. Rotacija .....	23
4.3. Usporavanje .....	24
5. OPIS PROGRAMSKOG MODELA.....	25
5.1. Prva i druga faza (spuštanje i zaokretanje) .....	25
5.2. Treća faza (rotacija) .....	25
5.3. Četvrta faza (zaustavljanje).....	26
5.4. Izračun aerodinamičkih koeficijenata .....	26
6. REZULTATI .....	28
7. ZAKLJUČAK.....	35
LITERATURA.....	36

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Letjelica HL-20 [4].....	3
Slika 2.	Dimenzije letjelice HL-20 [2] .....	4
Slika 3.	Smještaj upravljačkih površina letjelice [1] .....	5
Slika 4.	Kombinacije upravljačkih površina letjelice [1] .....	5
Slika 5.	Osi letjelice [1] .....	9
Slika 6.	Ovisnost $CN, o$ o napadnom kutu.....	10
Slika 7.	Ovisnost $Cm, o$ o napadnom kutu.....	11
Slika 8.	Ovisnost $CA, o$ o napadnom kutu.....	11
Slika 9.	Ovisnost $CN\delta e$ o napadnom kutu.....	12
Slika 10.	Ovisnost $Cm\delta e$ o napadnom kutu.....	13
Slika 11.	Ovisnost $CA\delta e$ o napadnom kutu.....	13
Slika 12.	Ovisnost $CN\delta f + o$ o napadnom kutu.....	14
Slika 13.	Ovisnost $Cm\delta f + o$ o napadnom kutu.....	15
Slika 14.	Ovisnost $CA\delta f + o$ o napadnom kutu.....	15
Slika 15.	Ovisnost $CN\delta f - o$ o napadnom kutu.....	16
Slika 16.	Ovisnost $Cm\delta f - o$ o napadnom kutu.....	17
Slika 17.	Ovisnost $CA\delta f - o$ o napadnom kutu.....	17
Slika 18.	Ovisnost koeficijenta $CX\delta l g$ o napadnom kutu.....	18
Slika 19.	Ovisnost koeficijenta $Cm\delta l g$ o napadnom kutu.....	19
Slika 20.	Ovisnost koeficijenta $CA\delta l g$ o napadnom kutu.....	19
Slika 21.	Ovisnost $CXGE$ o napadnom kutu za različite omjere $h/b$ .....	20
Slika 22.	Ovisnost $CmGE$ o napadnom kutu za različite omjere $h/b$ .....	21
Slika 23.	Ovisnost $CZGE$ o napadnom kutu za različite omjere $h/b$ .....	21
Slika 24.	Rezultati modela: ovisnost visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o vremenu.	29
Slika 25.	Rezultati modela: ovisnost visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o koordinati $x$ . .....	30
Slika 26.	Rezultati modela: ovisnost napadnog kuta, otklona visine kormila i kutne brzine o vremenu.....	31
Slika 27.	Rezultati modela: ovisnost normalnog opterećenja o vremenu.....	32
Slika 28.	Rezultati modela: ovisnost koeficijenata $CL$ i $CD$ o vremenu.....	33
Slika 29.	Rezultati modela: ovisnost koeficijenata $CZ$ , $CX$ i $Cm$ o vremenu.....	34

---

POPIS TABLICA

Tablica 1. Dimenzije i parametri letjelice HL-20 [2] .....	3
Tablica 2. Rezultati trajanja i horizontalnog pomaka svake faze .....	28



---

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$l$	m	Duljina letjelice
$w$	m	Širina letjelice
$b$	m	Raspon krila
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	Površina krila
$x_{cg}$	m	Položaj težišta
$H_{cg}$	m	Položaj težišta
$l_p$	m	Udaljenost prednjeg kotača od težišta po osi x
$l_s$	m	Udaljenost stražnjeg kotača od težišta po osi x
$k_p$	m	Udaljenost prednjeg kotača od težišta po osi y
$k_s$	m	Udaljenost stražnjeg kotača od težišta po osi y
$m$	kg	Masa letjelice
$I_{xx}$	kgm <sup>2</sup>	Moment tromosti s obzirom na os x
$I_{yy}$	kgm <sup>2</sup>	Moment tromosti s obzirom na os y
$I_{zz}$	kgm <sup>2</sup>	Moment tromosti s obzirom na os z
$Ma$	-	Machov broj
$\alpha$	°	Napdani kut
$\beta$	°	Kut klizanja
$C_X$	-	Koeficijent sile u koordinatnom sustavu letjelice u pravcu osi x
$C_{X,0}$	-	Osnovni koeficijent letjelice u pravcu osi x
$C_{X\delta_e}$	1/°	Koeficijent otklona elevatora u pravcu osi x
$\delta_e$	°	Otklon elevatore
$C_{X \delta_a }$	1/°	Koeficijent otklona ailerona u pravcu osi x
$\delta_a$	°	Otklon ailerona
$C_{X\delta_{f+}}$	1/°	Koeficijent zakrilca pozitivnog otklona u pravcu osi x
$\delta_{f+}$	°	Otklon zakrilca pozitivnog otklona
$C_{X\delta_{f-}}$	1/°	Koeficijent zakrilca negativnog otklona u pravcu osi x
$\delta_{f-}$	°	Otklon zakrilca negativnog otklona
$C_{X \delta_{\Delta f} }$	1/°	Koeficijent otklona diferencijalnih zakrilca u pravcu osi x
$\delta_{\Delta f}$	°	Otklon diferencijalnih zakrilca
$C_{X \delta_r }$	1/°	Koeficijent otklona kormila visine u pravcu osi x
$\delta_r$	°	Otklon kormila visine
$C_{X,\delta_{I_g}}$	1/°	Koeficijent položaja podvozja u pravcu osi x
$\delta_{I_g}$	°	Pozicija podvozja
$C_{X,GE}$	-	Koeficijent utjecaja tla u pravcu osi x
$h$	m	visina

$C_Y$	-	Koeficijent sile u koordinatnom sustavu letjelice u pravcu osi y
$C_{Y\delta_a}$	1/°	Koeficijent otklona ailerona u pravcu osi y
$C_{Y\delta_{\Delta f}}$	1/°	Koeficijent otklona diferencijalnih zakrilca u pravcu osi y
$C_{Y\delta_r}$	1/°	Koeficijent otklona kormila visine u pravcu osi y
$C_Z$	-	Koeficijent sile u koordinatnom sustavu letjelice u pravcu osi z
$C_{Z,o}$	-	Osnovni koeficijent letjelice u pravcu osi z
$C_{Z\delta_e}$	1/°	Koeficijent otklona elevatora u pravcu osi z
$C_{Z\delta_{f+}}$	1/°	Koeficijent zakrilca pozitivnog otklona u pravcu osi z
$C_{Z\delta_{f-}}$	1/°	Koeficijent zakrilca negativnog otklona u pravcu osi z
$C_{Z,GE}$	-	Koeficijent utjecaja tla u pravcu osi z
$C_l$	-	Koeficijent valjanja
$C_{l\delta_a}$	-	Koeficijent otklona ailerona
$C_m$	-	Koeficijent propinjanja
$C_{m,o}$	-	Osnovni koeficijent propinjanja
$C_{m\delta_e}$	1/°	Koeficijent propinjanja za otklon elevatora
$C_{m\delta_{al}}$	1/°	Koeficijent propinjanja za otklon ailerona
$C_{m\delta_{f+}}$	1/°	Koeficijent propinjanja za otklon zakrilca pozitivnog otklona
$C_{m\delta_{f-}}$	1/°	Koeficijent propinjanja za otklon zakrilca negativnog otklona
$C_{m,\delta_{lg}}$	1/°	Koeficijent položaja podvozja pri propinjanju
$C_{m,GE}$	-	Koeficijent utjecaja tla pri propinjanju
$C_n$	-	Koeficijent skretanja
$F_X$	N	Sila u pravcu osi x
$F_Z$	N	Sila u pravcu osi z
$M_Y$	Nm	Moment oko osi y
$C_A$	-	Koeficijent aksijalne sile
$C_N$	-	Koeficijent normalne sile
$C_{N,o}$	-	Osnovni koeficijent normalne sile
$C_{A,o}$	-	Osnovni koeficijent aksijalne sile
$\mathbf{P}_o$	-	Matrica polinomnih funkcija osnovnih koeficijenata
$C_{N\delta_e}$	1/°	Koeficijent otklona elevatora normalne sile
$C_{A\delta_e}$	1/°	Koeficijent otklona elevatora aksijalne sile
$\mathbf{P}_{\delta_e}$	-	Matrica polinomnih funkcija koeficijenata elevatora
$C_{N\delta_{f+}}$	1/°	Koeficijent otklona zakrilca pozitivnog otklona normalne sile
$C_{A\delta_{f+}}$	1/°	Koeficijent otklona zakrilca pozitivnog otklona aksijalne sile
$\mathbf{P}_{\delta_{f+}}$	-	Matrica polinomnih funkcija koeficijenata zakrilca pozitivnog otklona
$C_{N\delta_{f-}}$	1/°	Koeficijent otklona zakrilca negativnog otklona normalne sile

---

$C_{A\delta_f^-}$	$1^\circ$	Koeficijent otklona zakrilca negativnog otklona aksijalne sile
$\mathbf{P}_{\delta_f^-}$	-	Matrica polinomnih funkcija koeficijenata zakrilca negativnog otklona
$C_{N\delta_{1g}}$	$1^\circ$	Koeficijent položaja podvozja normalne sile
$C_{A\delta_{1g}}$	$1^\circ$	Koeficijent položaja podvozja aksijalne sile
$C_{N_{GE}}$	-	Koeficijent utjecaja tla normalne sile
$C_{A_{GE}}$	-	Koeficijent utjecaja tla aksijalne sile
$\gamma$	$^\circ$	Kut poniranja
$\theta$	$^\circ$	Kut propinjanja
$u_k$	m/s	Brzina u koordinatnom sustavu letjelice
$w_k$	m/s	Brzina u koordinatnom sustavu letjelice
$t$	S	Vrijeme
$R$	N	Sila oslonca
$W$	N	Težina
$L$	N	Uzgon
$M_R$	Nm	Moment otpora zadnjih kotača
$\mu$	-	Faktor trenja
$\chi$	$^\circ$	Kut skretanja brzine
$\delta m$	-	Otklon kormila visine

---

**SAŽETAK**

Zadatak je rada analiza slijetanja svermirske letjelice HL-20 s konfiguracijom nosećeg tijela po povratku iz orbite. Aerodinamički koeficijenti letjelice oblikovani su prema podacima izmjerenim za model letjelice u zračnom tunelu te su modelirani kao funkcije napadnog kuta i kuta klizanja metodom „nadogradnje“ koeficijenata (engl. *Coefficient build-up method*) te su nadograđeni inkrementalnim koeficijentima koji predstavljaju utjecaj položaja kontrolnih površina (zakrilca i kormilo visine), podvozja i utjecaja tla. Prema dobivenim aerodinamičkim koeficijentima, dimenzijama i zadanim parametrima letjelice prilagođen je model slijetanja materijalne točke u programskom jeziku MATLAB. U MATLAB-u je potom provedena analiza slijetanja prilagođenog modela. Analiza je provedena za četiri faze slijetanja letjelice. Analizirane su promjene visine, kuta propinjanja i brzine letjelice u ovisnosti o vremenu i koordinati  $x$ , te promjene napadnog kuta, otklona visine kormila, kutne brzine, normalnog opterećenja i koeficijenata  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_Z$ ,  $C_X$  i  $C_m$  u ovisnosti o vremenu.

Ključne riječi: slijetanje, svemirska letjelica HL-20, aerodinamički koeficijenti, kontrolne površine, podvozje, utjecaj tla, model slijetanja materijalne točke

---

**SUMMARY**

The purpose of this paper is to analyze the landing of the HL-20 lifting-body spacecraft upon its return from the orbit. The aerodynamic coefficients of the spacecraft are formed based on data measured for a model of the spacecraft in a wind tunnel and are modeled as functions of angle of attack and sideslip angle using the coefficient build-up method. Incremental coefficients representing the influence of control surface positions (flaps and elevator), landing gear, and ground effect are then added. Based on the obtained aerodynamic coefficients, dimensions and specified parameters of the spacecraft, a material point landing model was adapted using the MATLAB programming language. Subsequently, an analysis of the adapted model's landing was performed in MATLAB. The analysis was carried out for four phases of the spacecraft's landing. Changes in altitude, pitch angle, and spacecraft velocity were analyzed with respect to time and  $x$ -coordinate, as well as changes in angle of attack, elevator deflection, angular velocity, normal load factor, and coefficients  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_Z$ ,  $C_X$  i  $C_m$  with respect to time.

Key words: landing, HL-20 spacecraft, aerodynamic coefficients, control surfaces, landing gear, ground effect, material point landing model

## 1. UVOD

Letjelica HL-20 svemirska je letjelica za višekratnu upotrebu s konfiguracijom nosećeg tijela (engl. *lifting body*) čije misije uključuju različite režime leta [1, 2, 3], a njezina primarna namjena bila je prijevoz posade sa *Space Shuttlea* natrag na Zemlju. U sklopu ovog završnog rada promatrano je slijetanje letjelice nakon njezina povratka u atmosferu i spuštanja. Letjelica HL-20 može imati razne kombinacije aerodinamičkih upravljačkih površina sa zakrilcima, kormilom pravca, kormilom visine i krilcima. Promatrani slučaj slijetanja je slijetanje bez valjanja i skretanja, stoga se krilca, koja stvaraju razliku uzgona za valjanje, i kormilo pravca, koje upravlja skretanjem, nisu koristili i nije se uzimao u obzir njihov utjecaj na aerodinamičke značajke letjelice. Uz utjecaj zakrilca i kormila visine također se promatra utjecaj podvozja i ujecaj tla. Aerodinamički koeficijenti letjelice oblikovani su prema podacima izmjerenim za model letjelice u zračnom tunelu za razne konfiguracije otklona aerodinamičkih površina [1]. Slijetanje letjelice modelirano je u programskom jeziku MATLAB te su provedene analize visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o vremenu i horizontalnom pomaku za četiri faze slijetanja. Također je analizirana i ovisnost normalnog opterećenja i aerodinamičkih koeficijenata o vremenu.

U drugom poglavlju opisan je model letjelice i njezine dimenzije i parametri [1]. U trećem poglavlju opisan je model određivanja aerodinamičkih koeficijenata [2]. U četvrtom poglavlju opisano je slijetanje. U petom poglavlju opisan je program slijetanja u programskom jeziku MATLAB. U šestom poglavlju prikazani su rezultati provedeni analizom u MATLAB-u. U posljednjem poglavlju dan je zaključak rada.

---

## 2. LETJELICA HL-20

Letjelica HL-20 osmišljena je u NASA-inom programu *Assured Crew Return Capability (ACRC)* [1, 2, 3]. Njezina uloga je da posadi sa svemirske stanice *Space Station Freedom* pruži siguran povratak u situaciji hitnog slučaja. Letjelica bi se u svemir lansirala pomoću raketnog motora ili bi bila dio tereta nošenog Space Shuttleom, a iz orbite bi izašla koristeći ugrađeni pogonski sustav. Slijetanje bi bilo horizontalno, moguće čak i bez pogona, što je omogućeno oblikom letjelice. Ovakav oblik letjelice odabran je jer stvara takav uzgon koji joj omogućuje horizontalan i neusporen ulazak u atmosferu. Oblik letjelice omogućuje dobre performanse pri različitim brzinama, a također osigurava i mogućnost prilagodbe putanje, ako je potrebno sletjeti na drugačije mjesto od predviđenog. Pri brzinama manjim od brzine zvuka, letjelica također može sletjeti horizontalno poput Space Shuttlea, zahvaljujući pogodnom omjeru uzgona i otpora. Tijelo letjelice HL-20 ima ravni donji dio i tupi vrh. Središnji i vanjski stabilizatori montirani su na gornjem stražnjem dijelu tijela. Vanjski stabilizatori su okrenuti prema van za  $40^\circ$  od vertikalne ravnine i  $50^\circ$  od horizontalne.

### Slika 1 prikazuje letjelicu HL-20. U

Tablica 1 navedene su dimenzije, mase i momenti tromosti za letjelicu, dok Slika 2 prikazuje dimenzije označene na pojednostavljenom prikazu letjelice.

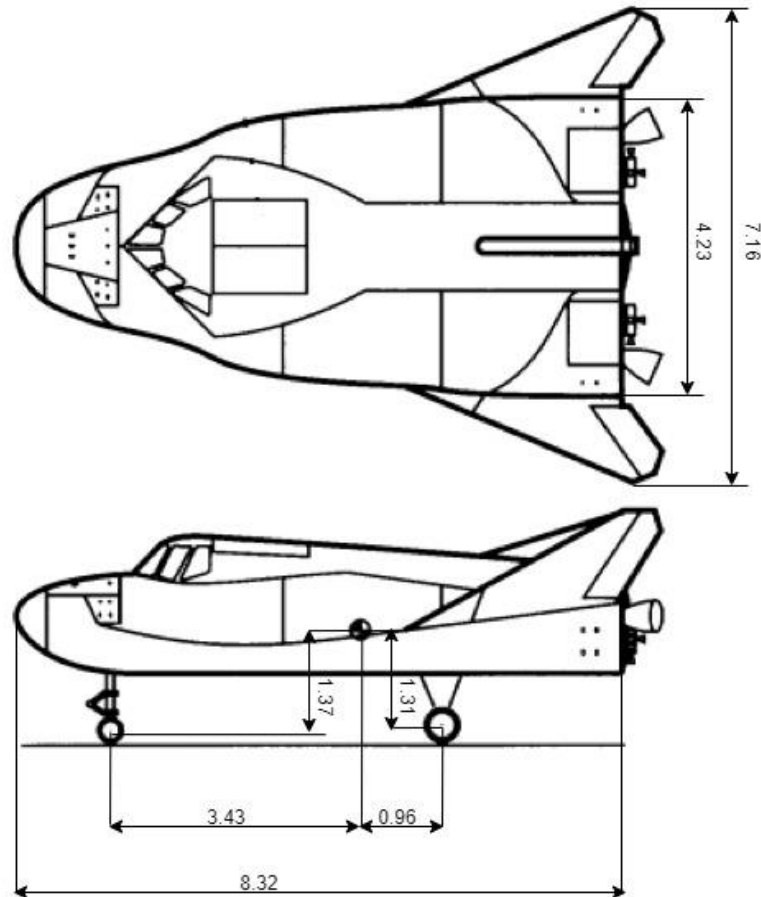


Slika 1. Letjelica HL-20 [4]

Tablica 1. Dimenzije i parametri letjelice HL-20 [2]

Duljina letjelice $l$ , m	8,32
Širina letjelice $w$ , m	4,23
Raspon krila $b$ , m	7,16
Površina krila $S_{ref}$ , m <sup>2</sup>	26,61
Položaj težišta $x_{cg}$ , m	4,62 (55%× $l$ )
Položaj težišta $H_{cg}$ , m	1,57
$l_p$ , m	3,43
$l_s$ , m	0,96
$k_p$ , m	1,37
$k_s$ , m	1,31
Masa letjelice $m$ , kg	10404,5
$I_{xx}$ , kgm <sup>2</sup>	10184
$I_{yy}$ , kgm <sup>2</sup>	45547
$I_{zz}$ , kgm <sup>2</sup>	48326

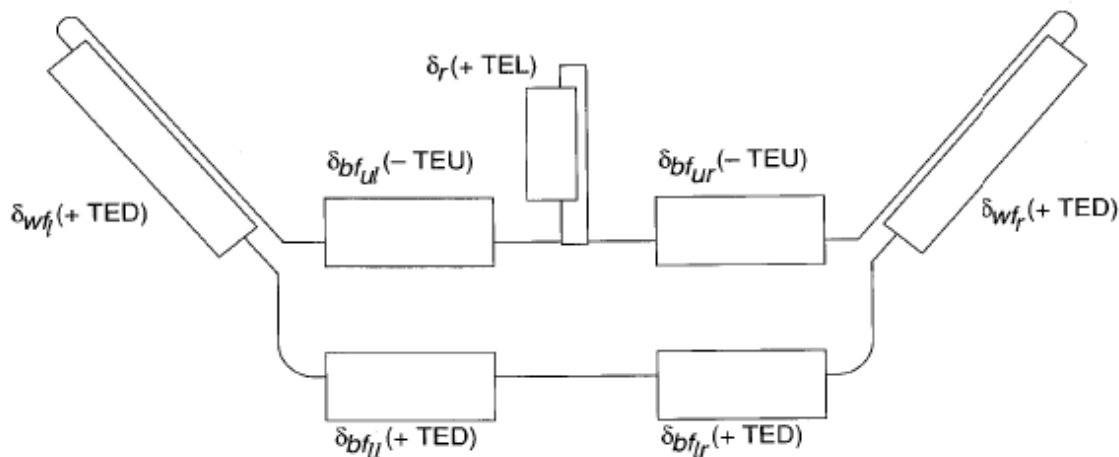




Slika 2. Dimenzije letjelice HL-20 [2]

## 2.1. Upravljačke površine

Na stražnjem kraju letjelice smješteno je sedam upravljačkih površina: kormilo pravca, dva gornja zakrilca, dva donja zakrilca te dva repna zakrilca. Slika 3 prikazuje njihove položaje. Lijeva i desna krilna i donja zakrilca otklonjena su prema dolje (TED - *trailing edge down*), a lijevo i desno gornje zakrilce otklonjeni su prema gore (TEU - *trailing edge up*). U sredini se nalazi kormilo pravca zakrenuto prema lijevo (TEL - *trailing edge left*).



Slika 3. Smještaj upravljačkih površina letjelice [1]

Slika 4 prikazuje moguće položaje i kombinacije otklona zakrilaca. Krilna zakrilca mogu biti otklonjena simetrično i asimetrično. Simetričnim otklonom preuzimaju ulogu kormila visine (engl. *elevator*), a asimetrično ulogu krilca (engl. *aileron*). Donja i gornja zakrilca mogu imati jednake pozitivne za donja zakrilca (engl. *positive body flaps*) i negativne za gornja zakrilca (engl. *negative body flaps*) otkolne ili kombinaciju pozitivnih gornjih i negativnih donjih (engl. *differential body flaps*). Granice otklona za kontrolne površine iznose: od  $-30^\circ$  do  $30^\circ$  za krilna zakrilca, od  $0^\circ$  do  $30^\circ$  za donja zakrilca i od  $-30^\circ$  do  $0^\circ$  za gornja.

$$\delta_a = \frac{\delta wf_l - \delta wf_r}{2}$$

$$\delta_e = \frac{\delta wf_l + \delta wf_r}{2}$$

$$\delta_{f^+} = \frac{\delta bf_{ll} + \delta bf_{lr}}{2}$$

$$\delta_{f^-} = \frac{\delta bf_{ul} + \delta bf_{ur}}{2}$$

$$\delta_{\Delta f} = \frac{\delta bf_{ul} + \delta bf_{ll} - \delta bf_{ur} - \delta bf_{lr}}{2}$$

Slika 4. Kombinacije upravljačkih površina letjelice [1]

---

U sklopu ovoga rada modeliran je slučaj slijetanja bez skretanja i valjanja. Krilca (engl. *aileron*) su uređaji koji stvaraju razlike u uzgonu, što rezultira valjanjem zrakoplova stoga se utjecaj krilaca u ovom slučaju ne gleda. Kormilo pravca koristi se za zakretanje nosa zrakoplova lijevo i desno čega u promatranom slučaju nema stoga i njihov utjecaj ne uzimamo u obzir pri računanju aerodinamičkih koeficijenata.

### 3. AERODINAMIČKI KOEFICIJENTI LETJELICE

Jednadžbe aerodinamičkih koeficijenata napravljene su prema članku [1]. Koeficijenti su modelirani kao funkcije napadnog kuta i kuta klizanja, prema podacima dobivenim testiranjem u zračnom tunelu. Mjerenja su provedena u dvama tunelima za dva različita Machova broja. Za  $Ma = 0.08$  testiranje provedeno za napadne kutove od  $0^\circ$  do  $55^\circ$  i kutom klizanja od  $-10^\circ$  do  $10^\circ$ , a za  $Ma = 0.6$  za napadne kutove od  $0^\circ$  do  $30^\circ$  i kutom klizanja od  $-10^\circ$  do  $10^\circ$ . Testirane su razne konfiguracije otklona kontrolnih površina: simetričnih i asimetričnih zakrilaca i kormila pravca. S obzirom da su testovi provedeni za različite kombinacije kontrolnih površina, dobiveni podaci se ne mogu koristiti zasebno, nego se pronalaze glatke funkcije koje najbolje opisuju rezultate za određeni koeficijent i ujedinjuju ih. Podaci za efekt tla i opremu za slijetanje su prilagođeni već poznatim podacima za *Space Shuttle*, uzevši u obzir omjere dimenzija *Space Shuttlea* i letjelice HL-20.

Za određivanje aerodinamičkog modela korištena je metoda „nadogradnje“ koeficijenata (engl. *Coefficient build-up method*). Aerodinamički koeficijenti za osnovnu konfiguraciju modelirani su kao funkcije napadnog kuta i kuta klizanja te su nadograđeni inkrementalnim koeficijentima koji predstavljaju utjecaj položaja kontrolnih površina, opreme za slijetanje i efekta tla. Na koeficijente momenta također utječu efekti rotacije. Općenito, inkrementalni koeficijenti ovise o napadnom kutu. Utjecaj stajnog trapa funkcija je napadnog kuta i kuta otklona. Utjecaj efekta tla funkcija je napadnog kuta te visine, odnosno udaljenosti od tla.

Aerodinamički koeficijenti definirani su sljedećim jednadžbama:

$$C_X = C_{X,o}(\alpha, \beta) + C_{X_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{X_{|\delta_a|}}(\alpha)|\delta_a| + C_{X_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{X_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-} + C_{X_{|\delta_{\Delta f}|}}(\alpha)|\delta_{\Delta f}| + C_{X_{|\delta_r|}}(\alpha)|\delta_r| + C_{X,\delta_{lg}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{X,GE}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (1)$$

$$C_Y = C_{Y\beta}\beta + C_{Y_{\delta_a}}(\alpha)\delta_a + C_{Y_{\delta_{\Delta f}}}(\alpha)\delta_{\Delta f} + C_{Y_{\delta_r}}(\alpha)\delta_r \quad (2)$$

$$C_Z = C_{Z,o}(\alpha, \beta) + C_{Z_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{Z_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{Z_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-} + C_{Z,\delta_{lg}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{Z,GE}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (3)$$

$$C_l = C_{l\beta}\beta + C_{l_{\delta_a}}(\alpha)\delta_a + C_{l_{\delta_{\Delta f}}}(\alpha)\delta_{\Delta f} + C_{l_{\delta_r}}(\alpha)\delta_r + C_{l_p}(\alpha)\frac{pb}{2V} + C_{l_r}(\alpha)\frac{rb}{2V} \quad (4)$$

$$C_m = C_{m,o}(\alpha, \beta) + C_{m_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{m_{|\delta_a|}}(\alpha)|\delta_a| + C_{m_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{m_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-} + C_{m_q}(\alpha)\frac{q\bar{c}}{2V} + C_{m_{\delta_{lg}}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{m_{GE}}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (5)$$

$$C_n = C_{n,o}(\alpha, \beta) + C_{n_{\delta_a}}(\alpha)\delta_a + C_{n_{\delta_{\Delta f}}}(\alpha)\delta_{\Delta f} + C_{n_{\delta_r}}(\alpha)\delta_r + C_{n_p}(\alpha)\frac{pb}{2V} + C_{n_r}(\alpha)\frac{rb}{2V} \quad (6)$$

U našem programu promatra se model slijetanja za slučaj vertikalnog spuštanja bez propinjanja i zakretanja nosa i zato se ne koriste kormilo pravca i krilca. Njihovi koeficijenti nisu potrebni za računanje ukupnih aerodinamičkih koeficijenata letjelice. Kut klizanja  $\beta$  jednak je 0 i o njemu koeficijenti također ne ovise. Konačne korištene jednadžbe aerodinamičkih koeficijenata glase:

$$C_X = C_{X,0}(\alpha) + C_{X_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{X_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{X_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-}(\alpha) + C_{X_{\delta_{lg}}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{X_{GE}}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (7)$$

$$C_Z = C_{Z,0}(\alpha) + C_{Z_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{Z_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{Z_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-} + C_{Z_{\delta_{lg}}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{Z_{GE}}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (8)$$

$$C_m = C_{m,o}(\alpha) + C_{m_{\delta_e}}(\alpha)\delta_e + C_{m_{\delta_{f^+}}}(\alpha)\delta_{f^+} + C_{m_{\delta_{f^-}}}(\alpha)\delta_{f^-} + C_{m_{\delta_{lg}}}(\alpha, \delta_{lg}) + C_{m_{GE}}\left(\alpha, \frac{h}{b}\right) \quad (9)$$

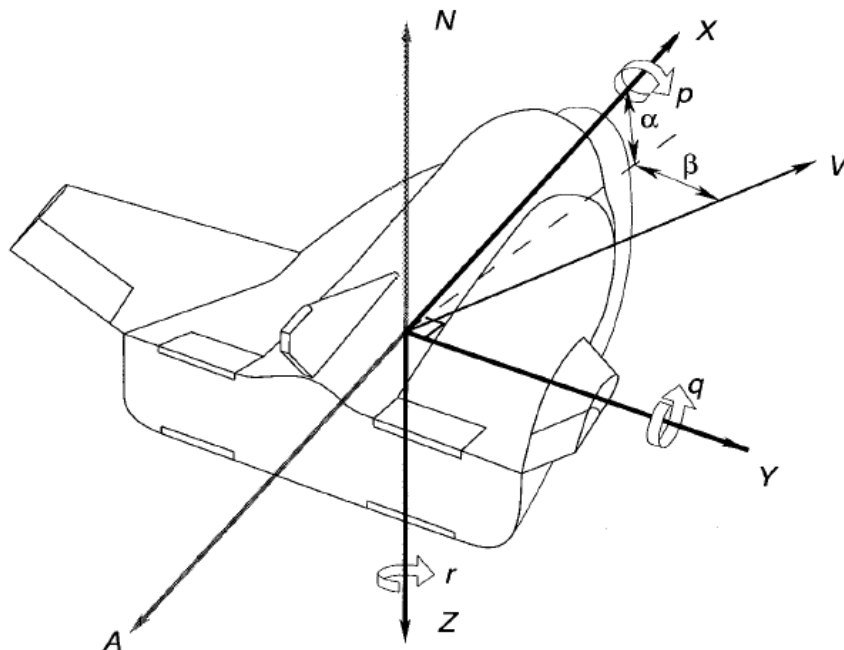
Skaliranjem koeficijenata dobivamo sile i momente:

$$F_X = \bar{q}SC_X \quad (10)$$

$$F_Z = \bar{q}SC_Z \quad (11)$$

$$M_Y = \bar{q}S\bar{c}C_m \quad (12)$$

Aerodinamički koeficijenti izmjereni su s obzirom na normalnu (N), aksijalnu (A) i lateralnu (Y) os. Transformacije između tih osi i osi X, Y i Z su trivijalne ( $C_X = -C_A$ ,  $C_Z = -C_N$ ,  $C_Y = C_Y$ ). Slika 5 prikazuje osi.



Slika 5. Osi letjelice [1]

Aerodinamički koeficijenti modelirani su polinomnim funkcijama, ako je to moguće. Time dobivamo glatku i kontinuiranu reprezentaciju podataka izmjerenih u zračnim tunelima te također iz njih filtriramo mogući šum.

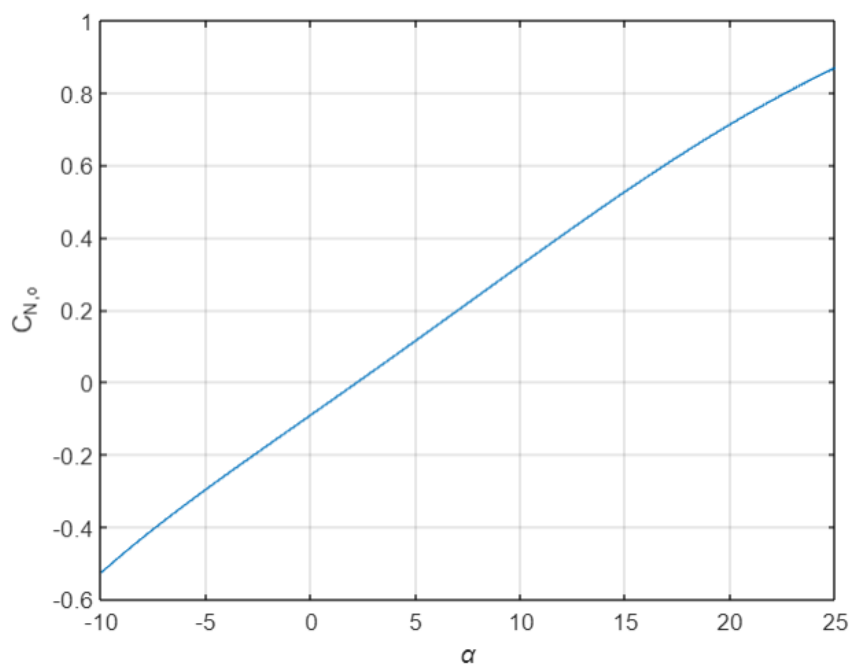
### 3.1. Osnovni koeficijenti letjelice

Podaci dobiveni mjerenjima pomoću osnovne konfiguracije letjelice modelirani su polinomnom funkcijom 6. reda u ovisnosti o napadnom kutu i kutu klizanja. Krivulje su prilagođene podacima koristeći metodu najmanjih kvadrata. Koeficijenti su definirani za napadni kut  $\alpha$  u stupnjevima, a ne u radijanima kao što je uobičajeno. S obzirom na to da je u programu model napravljen za iznos kuta  $\beta = 0$ , on nema utjecaj na funkciju i stoga je izbačen iz jednadžbe. Jednadžba (13) prikazuje matricnu jednadžbu funkcije korištenu za model u programu, a jednadžba (14) je jednadžba matrice  $\mathbf{P}_o$ :

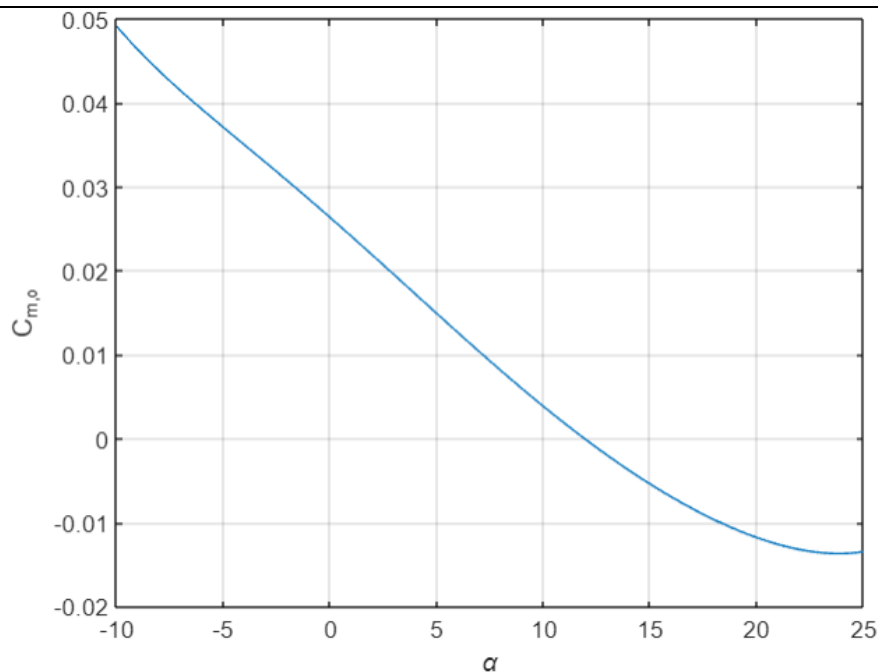
$$[C_{N,o} \quad C_{m,o} \quad C_{A,o}] = [1 \quad \alpha \quad \alpha^2 \quad \alpha^3 \quad \alpha^4 \quad \alpha^5 \quad \alpha^6] \mathbf{P}_o \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} -9.025 \times 10^{-2} & 2.632 \times 10^{-2} & 7.362 \times 10^{-2} \\ 4.070 \times 10^{-2} & -2.226 \times 10^{-3} & -2.560 \times 10^{-4} \\ 3.094 \times 10^{-5} & -1.859 \times 10^{-5} & -2.208 \times 10^{-4} \\ 1.564 \times 10^{-5} & 6.001 \times 10^{-7} & -2.262 \times 10^{-6} \\ -1.386 \times 10^{-6} & 1.828 \times 10^{-7} & 2.966 \times 10^{-7} \\ 2.545 \times 10^{-8} & -9.733 \times 10^{-9} & -3.640 \times 10^{-9} \\ -1.189 \times 10^{-10} & 1.710 \times 10^{-10} & 9.388 \times 10^{-12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

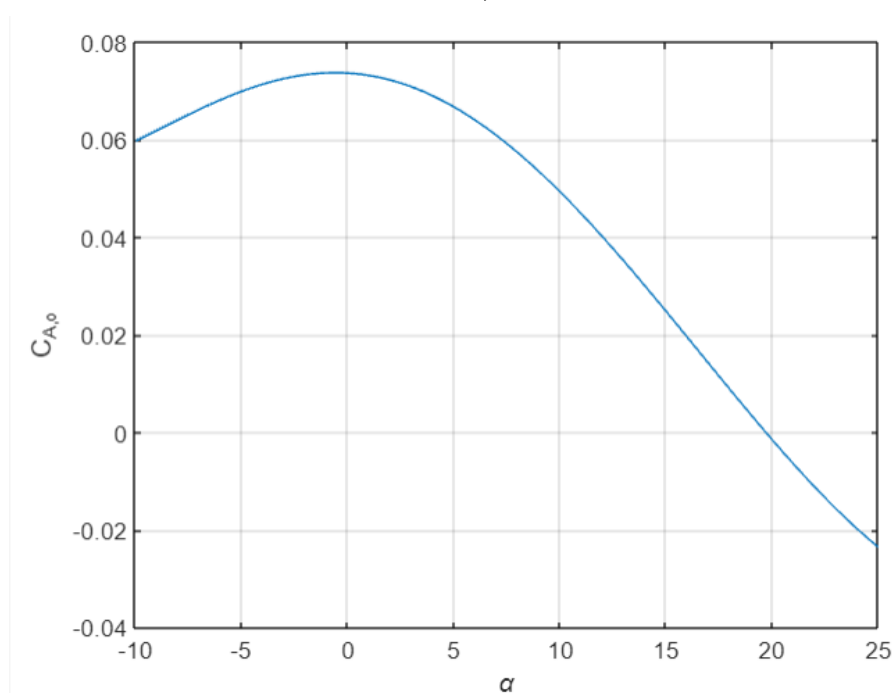
Slika 6, Slika 7 i Slika 8 prikazuju dijagrame funkcija  $C_{N,o}$ ,  $C_{m,o}$  i  $C_{A,o}$  u ovisnosti o napadnom kutu  $\alpha$ .



**Slika 6.** Ovisnost  $C_{N,o}$  o napadnom kutu.



Slika 7. Ovisnost  $C_{m,0}$  o napadnom kutu.



Slika 8. Ovisnost  $C_{A,0}$  o napadnom kutu.

### 3.2. Simetrična zakrilca (engl. elevator)

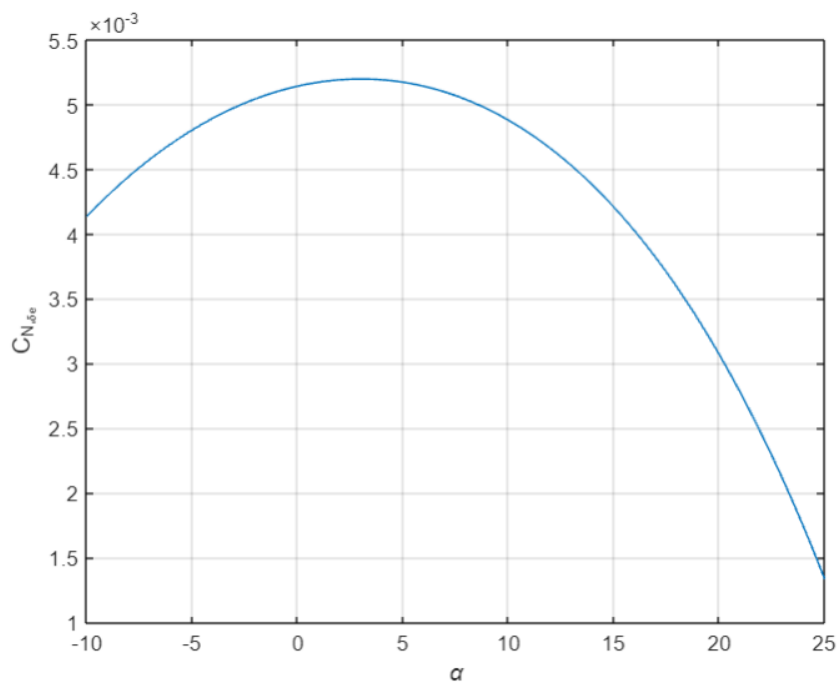
Jednadžbe za modeliranje utjecaja simetričnih zakrilca dobivene su samo na temelju mjerenja za  $M=0.6$  i za simetrične kutove otklona od  $5^\circ$ ,  $-5^\circ$  i  $-10^\circ$ . Jednadžba (15) prikazuje jednadžbu funkcije elevatora u ovisnosti o napadnom kutu  $\alpha$ , a jednadžba (16) matricu  $\mathbf{P}_{\delta_e}$ :



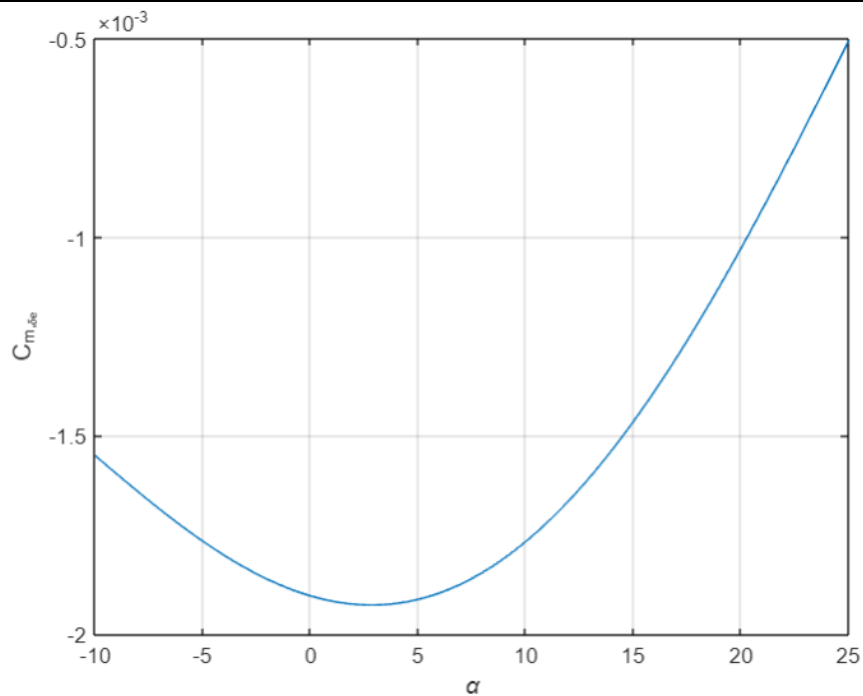
$$[C_{N_{\delta_e}} \quad C_{m_{\delta_e}} \quad C_{A_{\delta_e}}] = [1 \quad \alpha \quad \alpha^2 \quad \alpha^3 \quad \alpha^4] \mathbf{P}_{\delta_e} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{\delta_e} = \begin{bmatrix} 5.140 \times 10^{-3} & -1.903 \times 10^{-3} & -1.854 \times 10^{-4} \\ 3.683 \times 10^{-5} & -1.593 \times 10^{-5} & 2.830 \times 10^{-6} \\ -6.092 \times 10^{-6} & 2.611 \times 10^{-6} & -6.966 \times 10^{-7} \\ 2.818 \times 10^{-9} & 5.116 \times 10^{-8} & 1.323 \times 10^{-7} \\ -2.459 \times 10^{-9} & -1.626 \times 10^{-9} & -2.758 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (16)$$

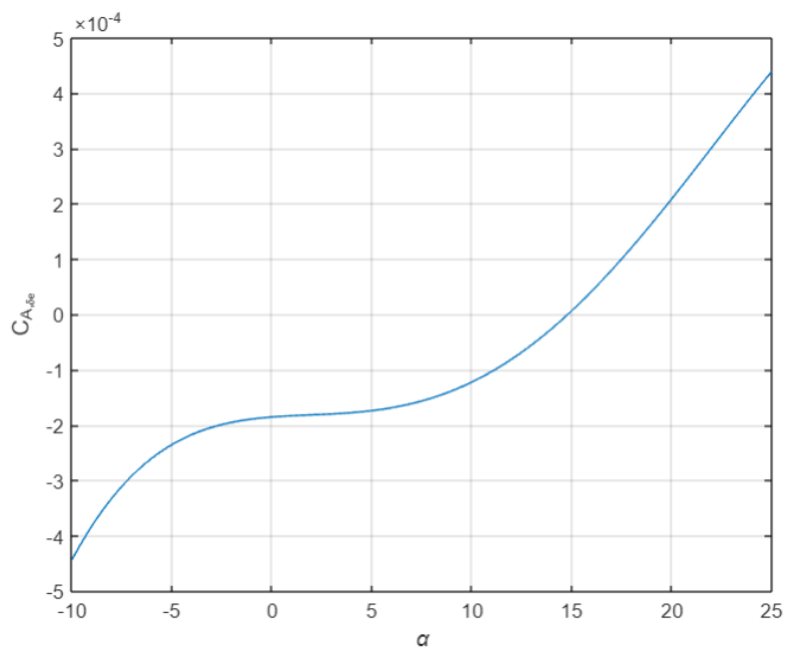
Slika 9, Slika 10 i Slika 11 prikazuju dijagrame funkcija  $C_{N_{\delta_e}}$ ,  $C_{m_{\delta_e}}$  i  $C_{A_{\delta_e}}$  o ovisnosti o kutu  $\alpha$ .



**Slika 9.** Ovisnost  $C_{N_{\delta_e}}$  o napadnom kutu.



Slika 10. Ovisnost  $C_{m_{\delta_e}}$  o napadnom kutu.



Slika 11. Ovisnost  $C_{A_{\delta_e}}$  o napadnom kutu.

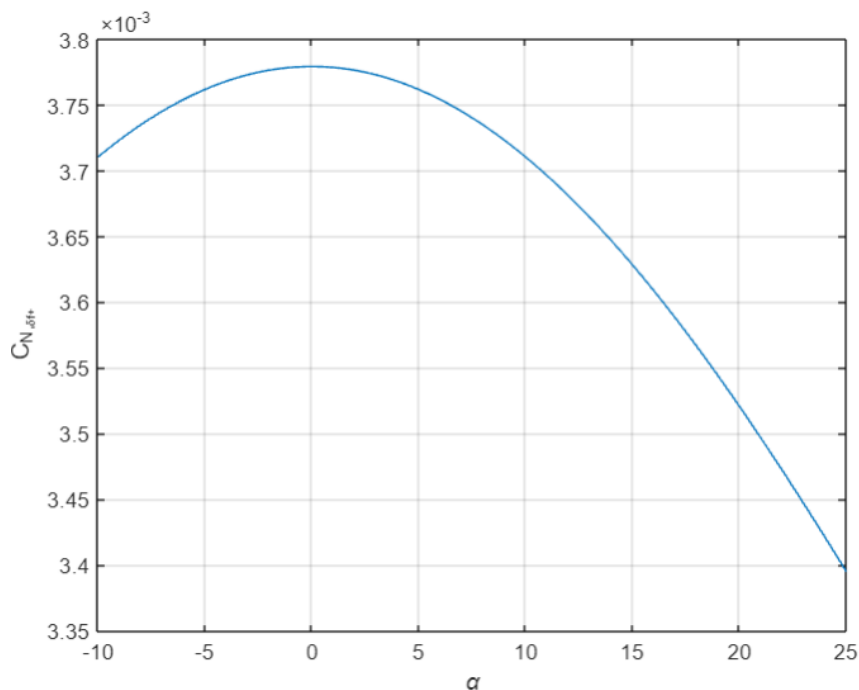
### 3.3. Zakrilca pozitivnog otklona

Utjecaj zakrilca pozitivnog otklona određen je za otklone iznosa od  $10^\circ$  za  $Ma = 0.08$  te  $30^\circ$  i  $10^\circ$  za  $Ma = 0.6$ . Jednadžba (17) prikazuje funkciju ovisnosti koeficijenata  $C_{N_{\delta_{f+}}}$ ,  $C_{m_{\delta_{f+}}}$  i  $C_{A_{\delta_{f+}}}$  o napadnom kutu  $\alpha$ , a matrica  $\mathbf{P}_{\delta_{f+}}$  prikazana je jednadžbom (18):

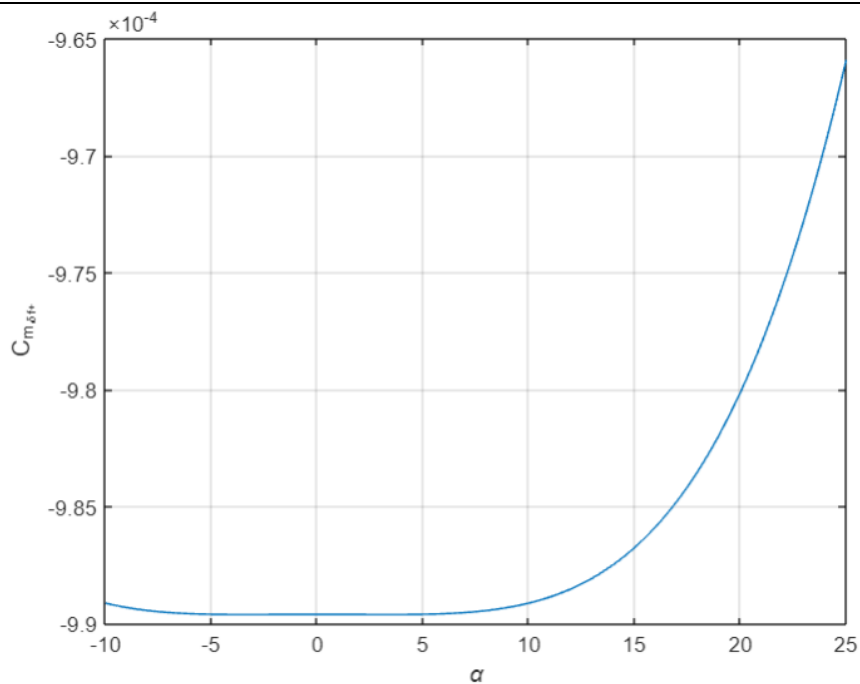
$$\begin{bmatrix} C_{N_{\delta_{f+}}} & C_{m_{\delta_{f+}}} & C_{A_{\delta_{f+}}} \end{bmatrix} = [1 \quad \alpha^2 \quad \alpha^4] \mathbf{P}_{\delta_f} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{\delta_{f+}} = \begin{bmatrix} 3.779 \times 10^{-3} & -9.896 \times 10^{-4} & 1.310 \times 10^{-4} \\ -7.017 \times 10^{-7} & -1.494 \times 10^{-9} & 1.565 \times 10^{-6} \\ 1.400 \times 10^{-10} & 6.303 \times 10^{-11} & -1.542 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (18)$$

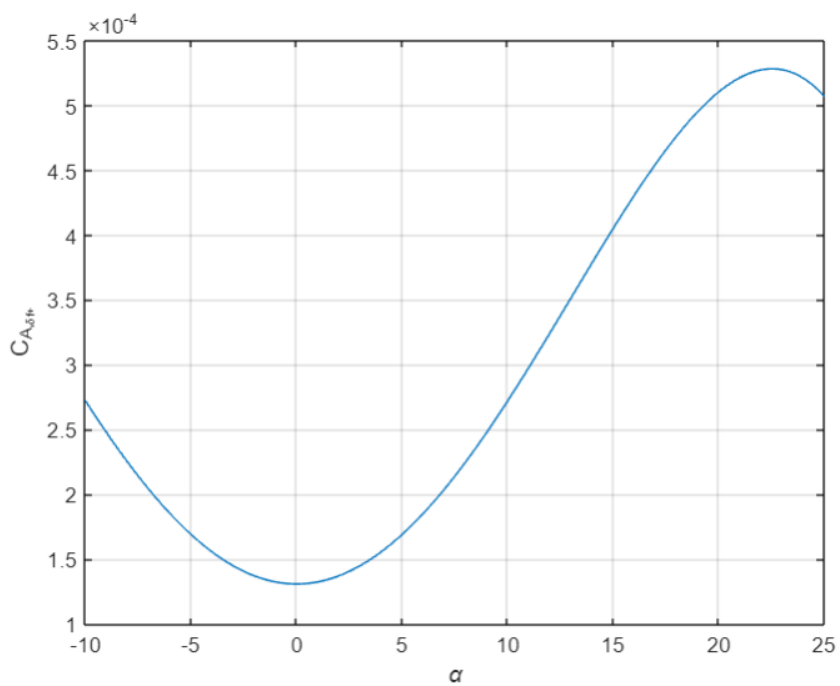
Slika 12, Slika 13 i Slika 14 prikazuju funkcije ovisnosti koeficijenata o kutu  $\alpha$ .



Slika 12. Ovisnost  $C_{N_{\delta_{f+}}}$  o napadnom kutu.



Slika 13. Ovisnost  $C_{m_{\delta_f^+}}$  o napadnom kutu.



Slika 14. Ovisnost  $C_{A_{\delta_f^+}}$  o napadnom kutu.

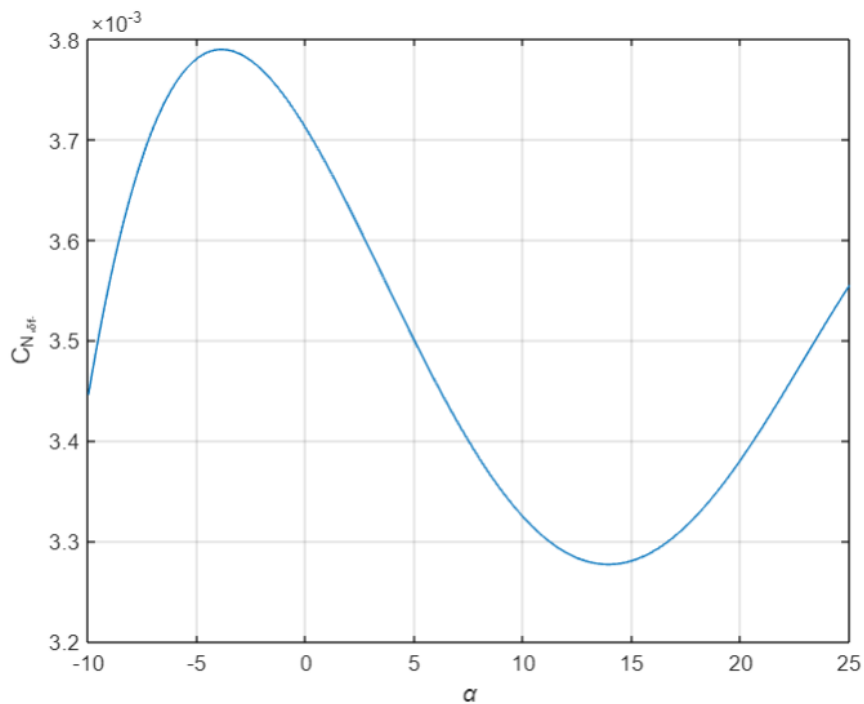
### 3.4. Zakrilca negativnog otklona

Utjecaj zakrilca negativnog otklona određen je za otklone iznosa  $-5^\circ$ ,  $-10^\circ$  i  $-30^\circ$  te za  $Ma = 0.08$  i  $Ma = 0.6$ . Jednadžbe (19) prikazuje ovisnost koeficijenata  $C_{N_{\delta_{f^-}}}$ ,  $C_{m_{\delta_{f^-}}}$  i  $C_{A_{\delta_{f^-}}}$  o napadnom kutu  $\alpha$  u kojoj je matrica  $\mathbf{P}_{\delta_{f^-}}$  prikazana jednadžbom (20):

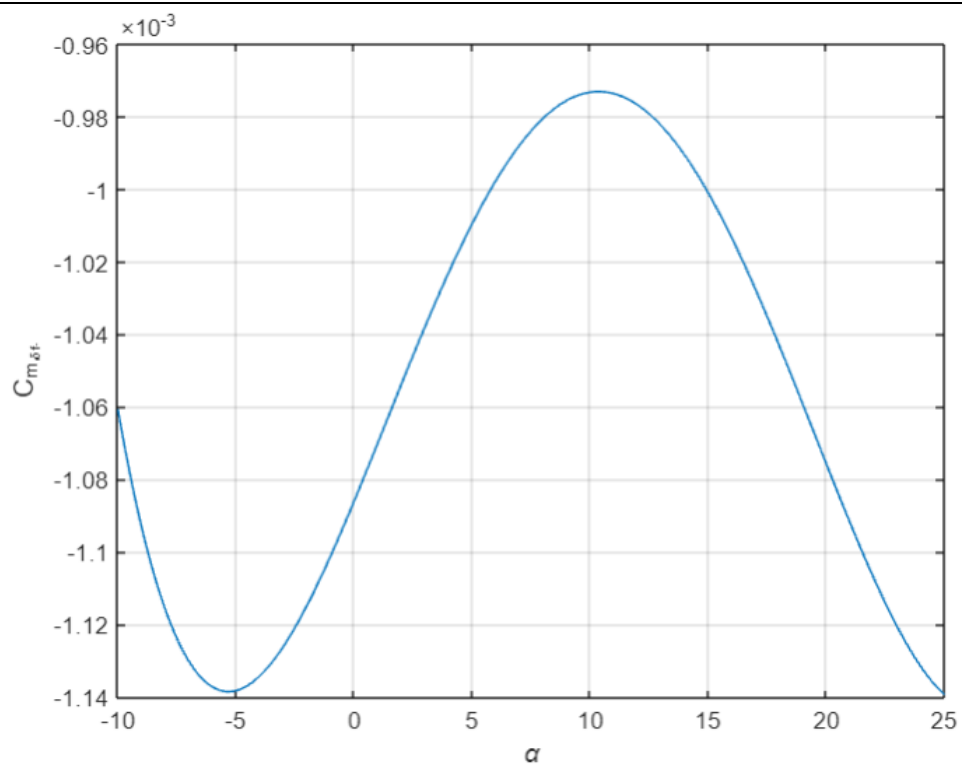
$$[C_{N_{\delta_{f^-}}} \quad C_{m_{\delta_{f^-}}} \quad C_{A_{\delta_{f^-}}}] = [1 \quad \alpha \quad \alpha^2 \quad \alpha^3 \quad \alpha^4] \mathbf{P}_{\delta_{f^-}} \quad (2.24) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{\delta_{f^-}} = \begin{bmatrix} 3.711 \times 10^{-3} & -1.086 \times 10^{-3} & -4.415 \times 10^{-4} \\ -3.547 \times 10^{-5} & 1.570 \times 10^{-5} & -4.056 \times 10^{-6} \\ -2.706 \times 10^{-6} & 4.174 \times 10^{-7} & -4.657 \times 10^{-7} \\ 2.938 \times 10^{-7} & -1.133 \times 10^{-7} & 0 \\ -5.552 \times 10^{-9} & 2.723 \times 10^{-9} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25) \quad (20)$$

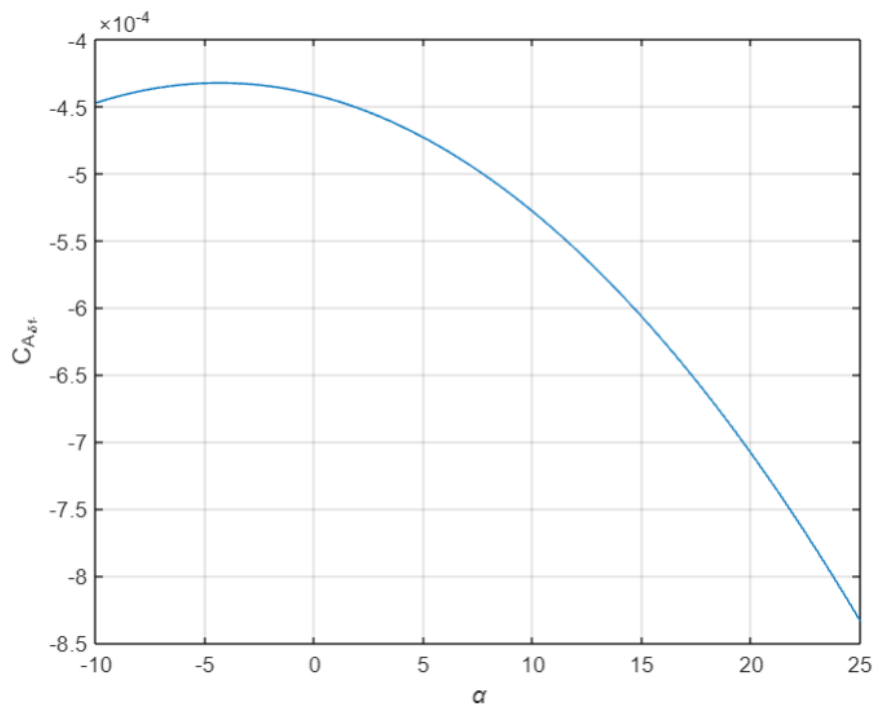
Slika 15, Slika 16 i Slika 17 prikazuju ovisnosti koeficijenata o kutu  $\alpha$ .



Slika 15. Ovisnost  $C_{N_{\delta_{f^-}}}$  o napadnom kutu.



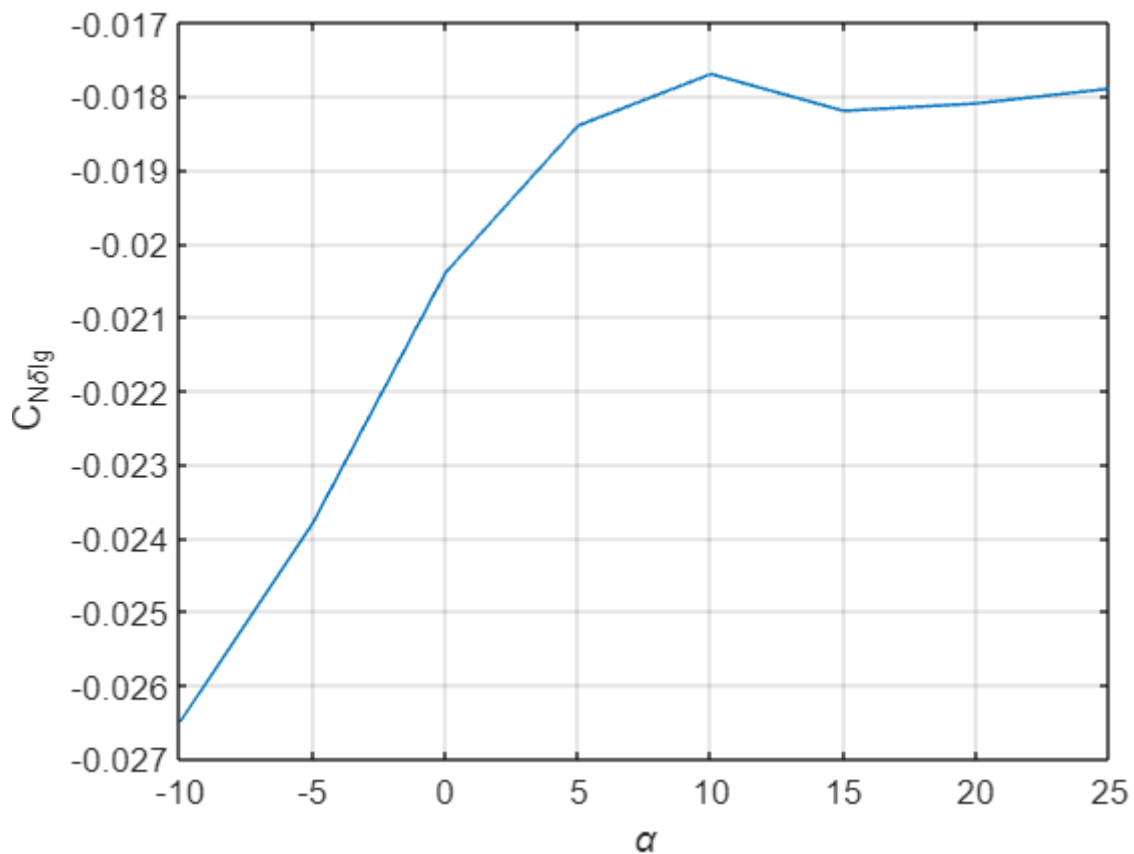
Slika 16. Ovisnost  $C_{m\delta_f}$  o napadnom kutu.



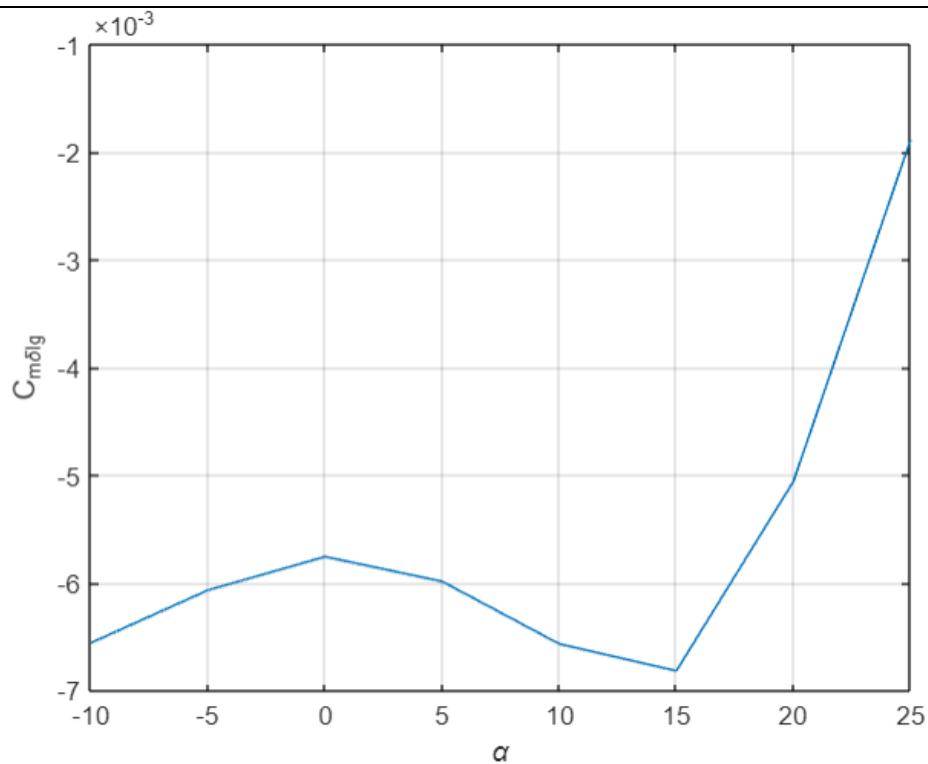
Slika 17. Ovisnost  $C_{A\delta_f}$  o napadnom kutu.

### 3.5. Utjecaj podvozja

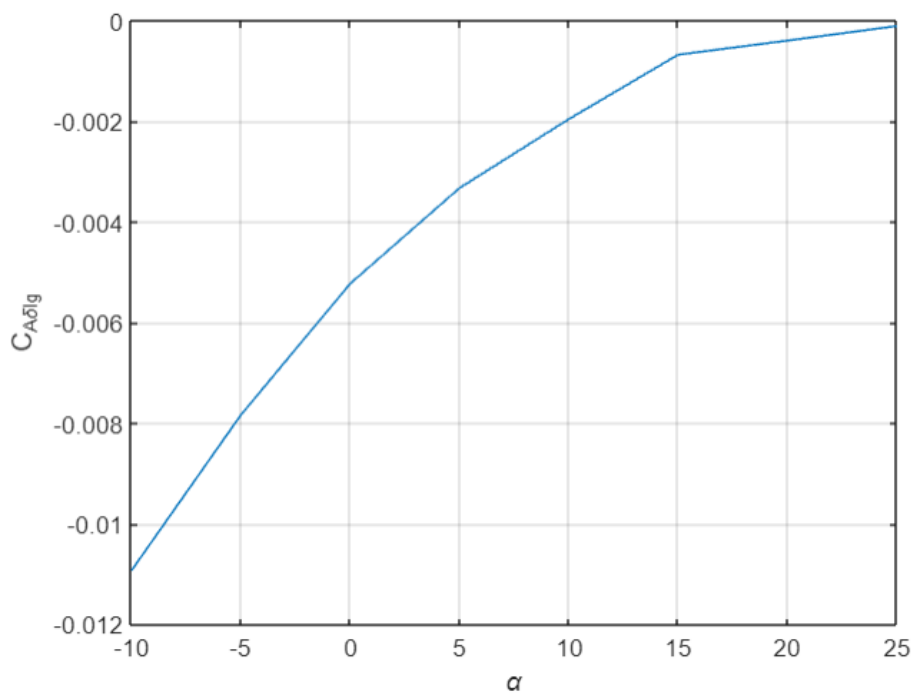
Koeficijenti koji se odnose na utjecaj podvozja preuzeti su iz modela *Space Shuttlea* te skalirani na temelju omjera dimenzija letjelica kako bi se prilagodili letjelici HL-20. Lateralni utjecaj podvozja izostavljen je iz modela zbog relativno malenog ukupnog doprinosa i nesigurnosti. Utjecaj podvozja ovisi o napadnom kutu i kutu izvučenosti podvozja, pri čemu  $0^\circ$  odgovara u potpunosti uvučenom podvozju, a  $98^\circ$  potpuno izvučenom. Slika 18, Slika 19 i Slika 20 prikazuju koeficijente  $C_{N\delta_{lg}}$ ,  $C_{m\delta_{lg}}$  i  $C_{L\delta_{lg}}$  u ovisnosti o napadnom kutu za potpuno izvučeno podvozje.



Slika 18. Ovisnost koeficijenta  $C_{N\delta_{lg}}$  o napadnom kutu.



Slika 19. Ovisnost koeficijenta  $C_{m\delta_{lg}}$  o napadnom kutu.

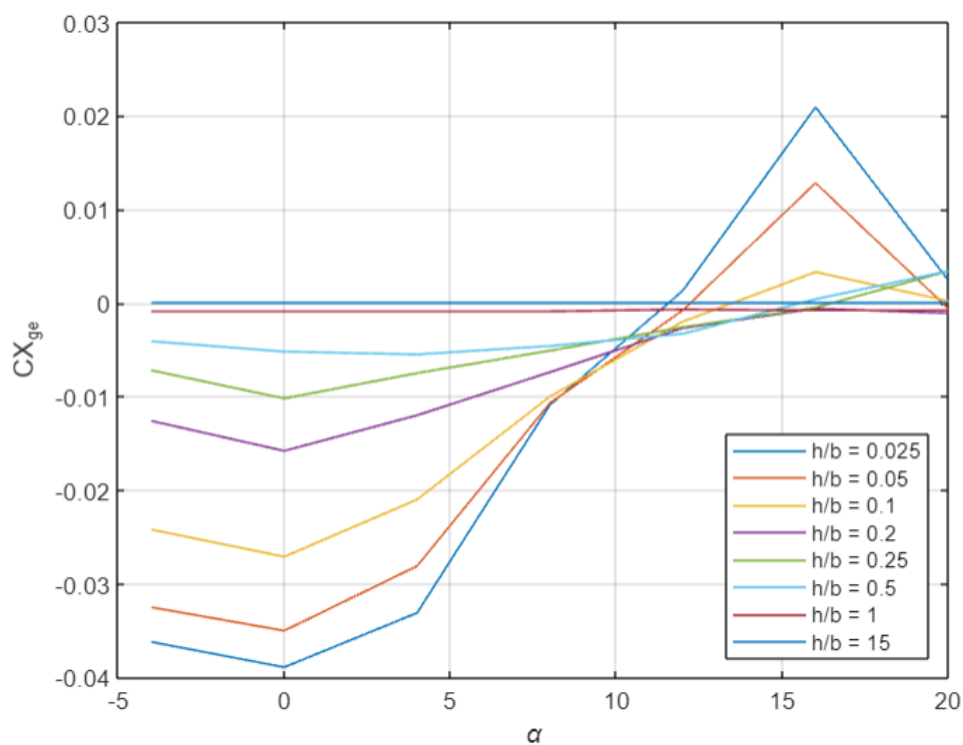


Slika 20. Ovisnost koeficijenta  $C_{A\delta_{lg}}$  o napadnom kutu.

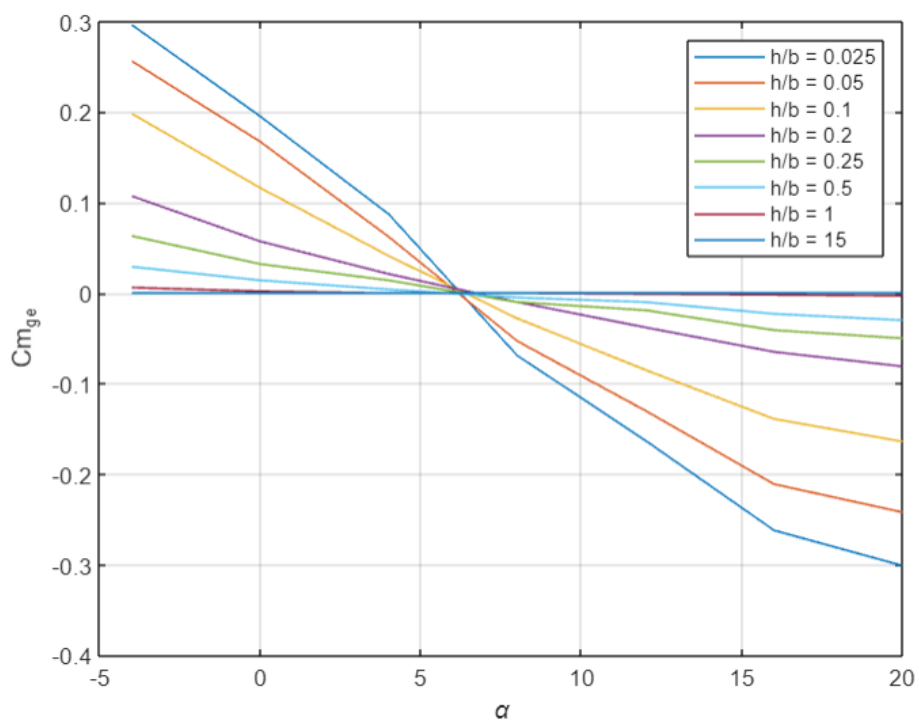


### 3.6. Utjecaj tla

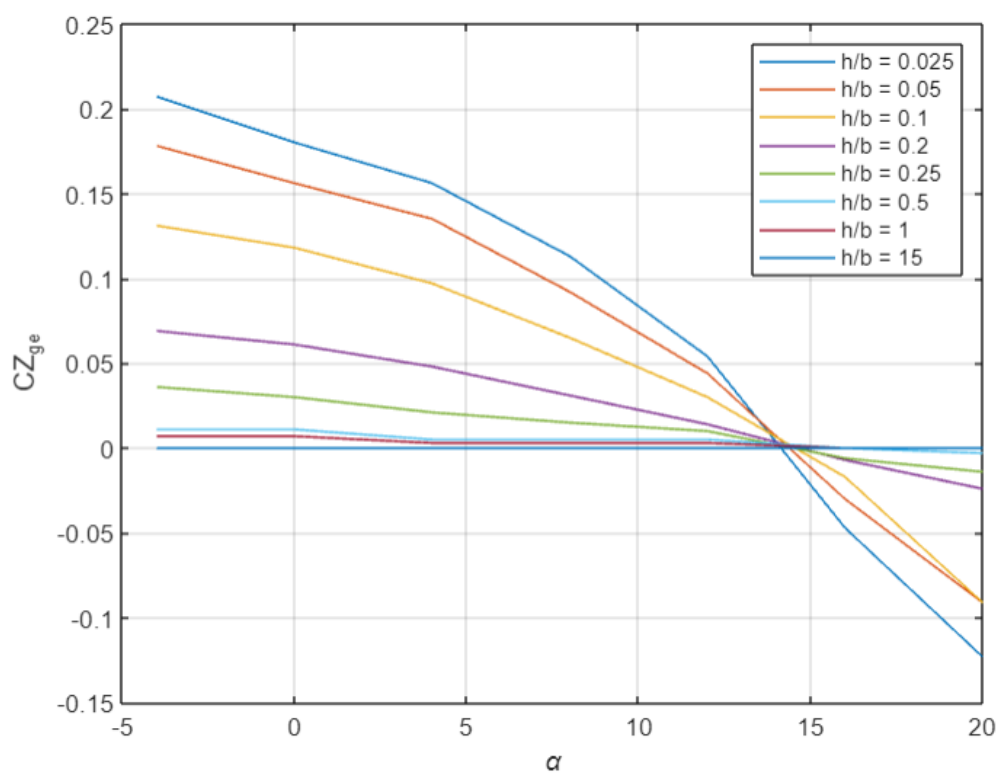
Slično kao i utjecaj podvozja, podaci vezani uz utjecaj tla također su preuzeti iz podataka za *Space Shuttle*. Ponovno je lateralni utjecaj zanemaren zbog relativno malenog doprinosa. Referentna točka korištena za računanje visine iznad piste za *Space Shuttle* drugačija je od referentne točke letjelice HL-20 (54% duljine tijela) kako bi se djelomično kompenzirao manji utjecaj tla na HL-20 u odnosu na *Space Shuttle* koji je uzrokovan razlikom u položaju krila kod *Space Shuttlea* u odnosu na krilca kod HL-20. Utjecaj tla ovisi o omjeru udaljenosti referentne točke letjelice od tla prema rasponu letjelice ( $h/b$ ) i napadnom kutu. Slika 21, Slika 22 i Slika 23 prikazuju koeficijente  $C_{X_{GE}}$ ,  $C_{m_{GE}}$  i  $C_{Z_{GE}}$  za različite napadne kutove i omjere  $h/b$ .



Slika 21. Ovisnost  $C_{X_{GE}}$  o napadnom kutu za različite omjere  $h/b$ .



Slika 22. Ovisnost  $C_{m_{GE}}$  o napadnom kutu za različite omjere  $h/b$ .



Slika 23. Ovisnost  $C_{Z_{GE}}$  o napadnom kutu za različite omjere  $h/b$ .

## 4. SLIJETANJE

Slijetanje se sastoji od četiri dijela: spuštanja, zaokreta, rotacije zrakoplova i usporavanja [5]. U opisanom modelu nije uzet u obzir utjecaj vjetrova.

### 4.1. Spuštanje i zaokret

Na početku slijetanja, s početne visine zrakoplov se konstantnom brzinom pravocrtno spušta do visine  $h_r$  na kojoj će započeti vertikalni zaokret, koji se događa do trenutka u kojem zrakoplov zadnjim kotačima dodirne pistu te kut spuštanja postaje jednak 0. Tada pilot postavlja kormilo visine na nulu.

Kut spuštanja iznosi:

$$\tan|\gamma| = \frac{u_k \cos(\theta) + w_k \sin(\theta)}{u_k \cos(\theta) - w_k \sin(\theta)} \quad (21)$$

Diferencijalne jednadžbe koje definiraju horizontalni pomak  $x$ , visinu  $H$  (oboje u lokalnom koordinatnom sustavu letjelice, s  $x$  orijentiranim u pravcu leta), komponente brzina  $u_k$  i  $w_k$  (u koordinatnom sustavu letjelice), kutnu brzinu  $q$  i kut  $\theta$  tijekom spuštanja i zaokreta glase:

$$\frac{dx}{dt} = u_k \cos(\theta) + w_k \sin(\theta) \quad (22)$$

$$\frac{dH}{dt} = u_k \cos(\theta) - w_k \sin(\theta) \quad (23)$$

$$\frac{du_k}{dt} = -qw_k + \frac{X}{m} - g \sin(\theta) \quad (24)$$

$$\frac{dw_k}{dt} = q + \frac{Z}{m} + g \sin(\theta) \quad (25)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M}{I_y} \quad (26)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \quad (27)$$

Da bi se zrakoplov spustio na pistu po putanji kružnice polumjera  $R$ , potrebno je opterećenje

$$n = \frac{\rho V^2 S_{ref} C_N}{2gm} \quad (28)$$

## 4.2. Rotacija

Rotacija traje od dodira zadnjih kotača (kraj zaokreta) do dodira prednjih kotača s pistom. U trenutku dodira s pistom pilot anulira otklon kormila visine. Jednadžbe su dobivene iz modela za ravnotežni let u vertikalnoj ravnini ( $\chi = const.$ ). Utjecaj vjetra se ne uzima u obzir, tako da je  $\gamma = 0$ , a time je  $\alpha = \theta$  i o njemu ovise aerodinamički koeficijenti  $C_m$  i  $C_L$ . Kut  $\theta$  se smanjuje od početne vrijednosti koju je imao pri dodiru piste do vrijednosti  $\theta_0$  koja je određena geometrijom podvozja kada prednji kotač dodiruje pistu.

Jednadžba sile oslonca  $R$  glasi:

$$R = W - L \quad (29)$$

Moment otpora zadnjih kotača iznosi:

$$M_R = -R r [\cos(\theta + \epsilon) + \mu \sin(\theta + \epsilon)] \quad (30)$$

Diferencijalne jednadžbe koje opisuju fazu rotacije glase:

$$\frac{dx}{dt} = u_k \cos(\theta) + w_k \sin(\theta) \quad (31)$$

$$\frac{dH}{dt} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{du_k}{dt} = -qw_k + \frac{(X - \mu * R_s)}{m} - g \sin(\theta) \quad (33)$$

$$\frac{dw_k}{dt} = 0 \quad (34)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M + M_R}{I_y} \quad (35)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = q \quad (36)$$

---

### 4.3. Usporavanje

Na početku usporavanja zrakoplov ima aerodinamičku brzinu  $V_R$  koja je paralelna pisti. Općenito, tada zrakoplov koči; prvo aerodinamički i motorom konstantnom silom  $T_0 < 0$ , a onda i kočnicama, do trenutka kada je brzina jednaka  $V_0$ . U našem slučaju, letjelica slijeće bez kočenja motorom pa tu komponentu zanemarujemo. Usporavanje je određeno istim diferencijalnim jednadžbama kao i u fazi rotacije, uz promjenu da je:

$$\frac{dq}{dt} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (38)$$

## 5. OPIS PROGRAMSKOG MODELA

Programski model ostvaren je u programskom jeziku MATLAB. Program koji provodi izračune za slijetanje letjelice podijeljen je na tri dijela: prva i druga faza (spuštanje i zaokretanje), treća faza (rotacija) i četvrta faza (usporavanje). Vektor stanja programa čini šest veličina:  $x, H, u_k, w_k, q$  i  $\theta$ .

Nakon zadavanja parametara letjelice, rješavanjem jednadžbi ravnoteže provodimo izračun ravnotežnih vrijednosti napadnog kuta  $\alpha$  i otklona kormila visine  $\delta m$  za pravocrtni let, te postavljamo početne vrijednosti vektora stanja.

### 5.1. Prva i druga faza (spuštanje i zaokretanje)

Nakon zadavanja početnih vrijednosti vektora stanja započinje prva faza. Kroz niz iteracija, provodimo rješavanje diferencijalnih jednadžbi navedenih u prethodnom poglavlju koje opisuju kretanje letjelice, a definirane su u modelu za prvu i drugu fazu. U prvom dijelu funkcije modela računaju se brzina, napadni kut, kut  $\gamma$  i kutne brzine. Nakon toga se uz pomoć funkcija za izračun utjecaja autopilota i izračun aerodinamičkih koeficijenata (detaljnije opisano u poglavlju 4.4) izračunaju sile  $X, Z$  i moment  $M$ . Pomoću autopilota računamo  $\delta e$ , kut kormila visine (engl. elevator). Kut (koji postavlja pilot letjelice)  $\delta e_{trim}$  računa se rješavanjem jednadžbi ravnotežnog leta. Kut  $\delta e_{control}$  dobivamo množenjem pogreške kuta  $\gamma$  pojačanjem  $K\gamma$ , što zbrajamo s umnoškom pojačanja  $Kq$  s povratnom stabilizacijom  $q$ . Konačno, kut kormila visine jednak je  $\delta e = \delta e_{trim} + \delta e_{control}$ .

Dobivene vrijednosti se uvrstavaju u šest diferencijalnih jednadžbi koje definiraju vremenske derivacije veličina  $x, H, u_k, w_k, q$  i  $\theta$ . Zatim se te diferencijalne jednadžbe rješavaju funkcijom integratora prema algoritmu Runge-Kutta 4. reda, integrirajući ih po vremenu  $t$ . Nakon integracije se provjeravanjem iznosa kuta  $\gamma$  provjeri je li druga faza stigla do kraja. Kut  $\gamma$  mora biti veći od 0, kada započinje treća faza.

### 5.2. Treća faza (rotacija)

U trećoj fazi, slično kao i za prethodne dvije faze, provodi se niz iteracija kroz koje rješavamo diferencijalne jednadžbe zadane u modelu za treću fazu. Model za treću fazu sličan je onome za prvu i drugu fazu, a razlika je u tome što nemamo brzinu  $w_{k1}$  s obzirom na to da je letjelica tada na tlu. Ponovno se računaju sile  $X, Z$  i moment  $M$ , a uz njih se još za stražnje kotače

računaju i sila oslonca  $W$ ,  $L$  i moment otpora  $M_R$ . Vrijednosti se uvrste u diferencijalne jednačbe, s time da su  $dw/dt = 0$  i  $dH/dt = 0$ . Jednačbe se ponovno integriraju uz pomoć Runge-Kutta funkcije. Ako je  $\theta_s < 0$ , tada je treća faza gotova i slijedi četvrta faza, usporavanje.

### 5.3. Četvrta faza (zaustavljanje)

Model za četvrtu fazu ponovno je sličan modelima za prve tri faze, ali se u njemu postavlja da je  $\delta m = 0$ . U fazi zaustavljanja kontakt s pistom imaju i prednji i stražnji kotači i računaju se njihove sile oslonca. Još jednom se postavljaju diferencijalne jednačbe, ovaj put su  $dH/dt = 0$ ,  $dw_k/dt = 0$ ,  $dq/dt = 0$  i  $d\theta/dt = 0$ . Jednačbe se ponovno integriraju. Kada dođe do toga da je  $u_k < 0$ , program je gotov.

### 5.4. Izračun aerodinamičkih koeficijenata

U funkciji za izračun aerodinamičkih koeficijenata računaju se koeficijenti  $C_n$ ,  $C_m$ ,  $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_x$  i  $C_z$  koji se koriste u modelima za računanje sila i momenata te u funkciji autopilota za računanje  $n$ .

Budući da su vrijednosti koeficijenata utjecaja tla dostupne samo za određene vrijednosti kuta  $\alpha$  i omjera  $h/b$ , u programskoj implementaciji provodimo bilinearnu interpolaciju kako bismo mogli dobiti aproksimiranu vrijednost koeficijenta za proizvoljan kut i omjer. Općenito, bilinearna interpolacija provodi se na sljedeći način. Pretpostavimo da je funkcija dviju varijabli  $f$  definirana za četiri točke:  $Q_{11} = (x_1, y_1)$ ,  $Q_{12} = (x_1, y_2)$ ,  $Q_{21} = (x_2, y_1)$  i  $Q_{22} = (x_2, y_2)$ . Bilinearna interpolacija omogućuje nam da aproksimiramo vrijednost funkcije za točku  $(x, y)$ , pri čemu je  $x_1 < x < x_2$ ,  $y_1 < y < y_2$ . Prvo se provodi linearna interpolacija u jednoj dimenziji na sljedeći način [6]:

$$f(x, y_1) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}) \quad (4.1)$$

$$f(x, y_2) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}) \quad (4.2)$$

Zatim se dobivene vrijednosti koriste kako bi se provela linearna interpolacija i u drugoj dimenziji, te dobivamo aproksimiranu vrijednost funkcije u točki  $(x, y)$ :

$$\begin{aligned}
f(x, y) &= \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(x, y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(x, y_2) \\
&= \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \left( \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}) \right) + \\
&\quad \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \left( \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}) \right) \\
&= \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \begin{bmatrix} x_2 - x & x - x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(Q_{11}) & f(Q_{12}) \\ f(Q_{21}) & f(Q_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 - y \\ y - y_1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Vrijednosti koeficijenata utjecaja podvozja dostupne su također samo za određene vrijednosti napadnog kuta i kuta izvučenosti podvozja. Kako bismo dobili aproksimirane vrijednosti za proizvoljne kutove, koristimo linearnu interpolaciju. U MATLAB implementaciji se u tu svrhu koristi funkcija *interp1*, a za bilinearnu interpolaciju funkcija *interp2*.



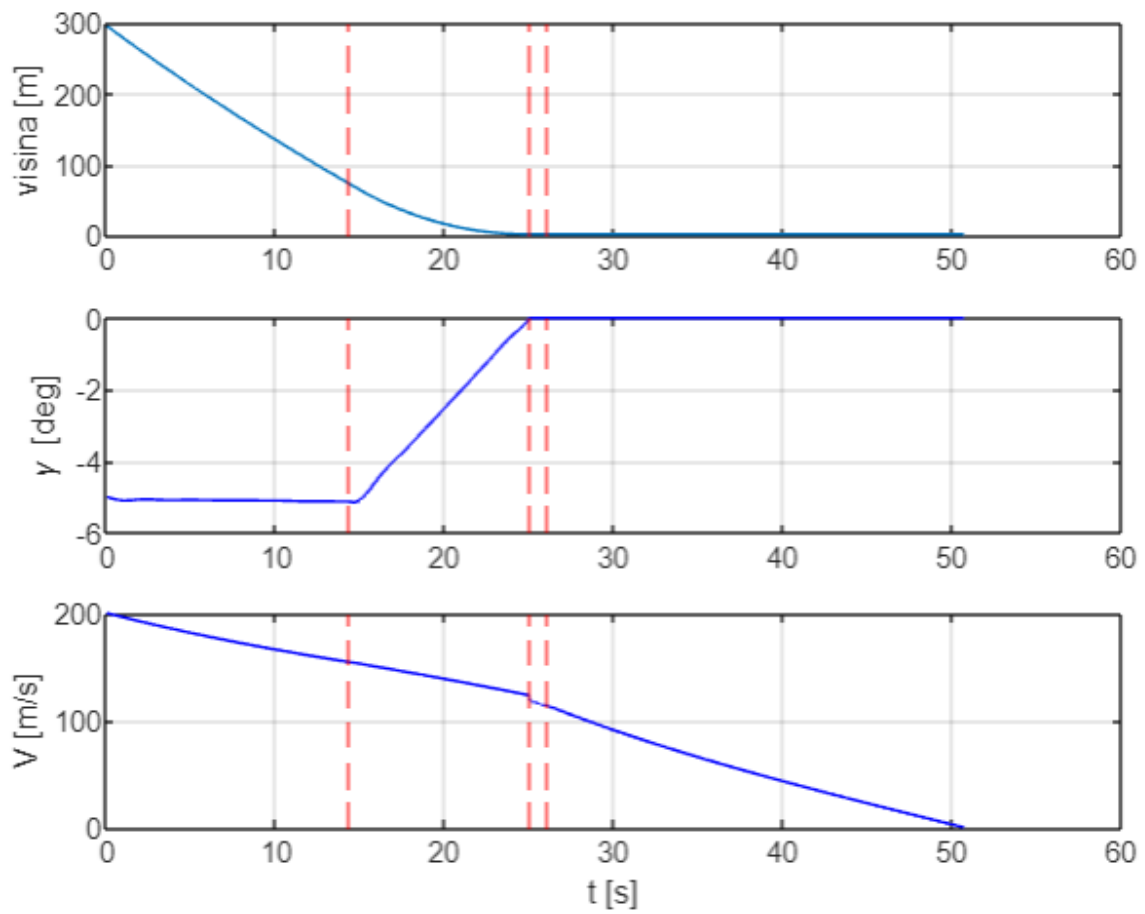
## 6. REZULTATI

Simulacija slijetanja provedena u programskom jeziku MATLAB pokazala je da bi slijetanje letjelice HL-20 sa visine od 300 m trajalo ukupno 50,7 s. Duljina potrebne piste za slijetanje je duljina između kraja druge faze kada stražnji kotači dotaknu tlo i kraja zaustavljanja te bi iznosila 1403 m. Podaci o trajanju i horizontalnom pomaku za svaku fazu prikazani su u tablici 5.1. Prva i druga faza su, kao i u modelu slijetanja, prikazane skupa s obzirom da zaokret započinje ranije nego što je uobičajeno stoga prava prva faza u ovom slučaju ne postoji.

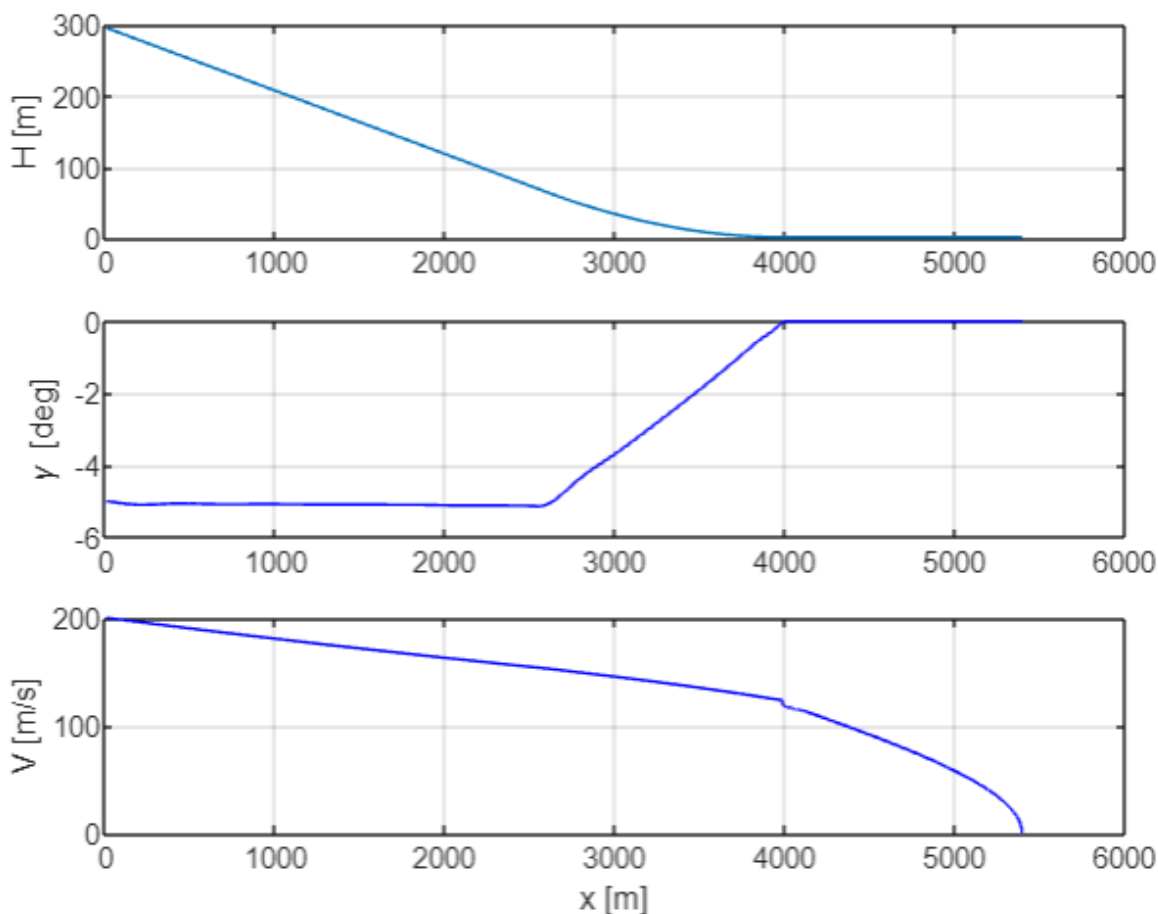
**Tablica 2. Rezultati trajanja i horizontalnog pomaka svake faze**

FAZA	trajanje [s]	Horizontalni pomak [m]
1. + 2.	25,1	3992
3.	1,1	125
4.	24,5	1278

Slika 24 prikazuje rezultate modela slijetanja, odnosno, visinu letjelice  $H$ , kut propinjanja  $\gamma$  i brzinu letjelice  $V$  u ovisnosti o vremenu. Vertikalnim crvenim linijama naznačene su granice između druge i treće (druga linija) te treće i četvrte faze slijetanja (treća linija), a prva crevna linija označava početak vertikalnog zaokreta. Očekivano, visina letjelice monotono pada. U prvoj fazi spuštanja, kut propinjanja ostaje otprilike jednak, dok u drugoj fazi počinje rasti te monotono raste do početka treće faze kada dolazi na 0. Brzina letjelice monotono pada kroz sve faze slijetanja, no na granici druge i treće faze dolazi do malog, ali naglog pada brzine zbog doticaja letjelice s tлом. Brzina nastavlja padati sve do zaustavljanja letjelice. Slika 25 prikazuje ovisnost visine, kuta propinjanja i brzine o horizontalnom pomaku  $x$ .

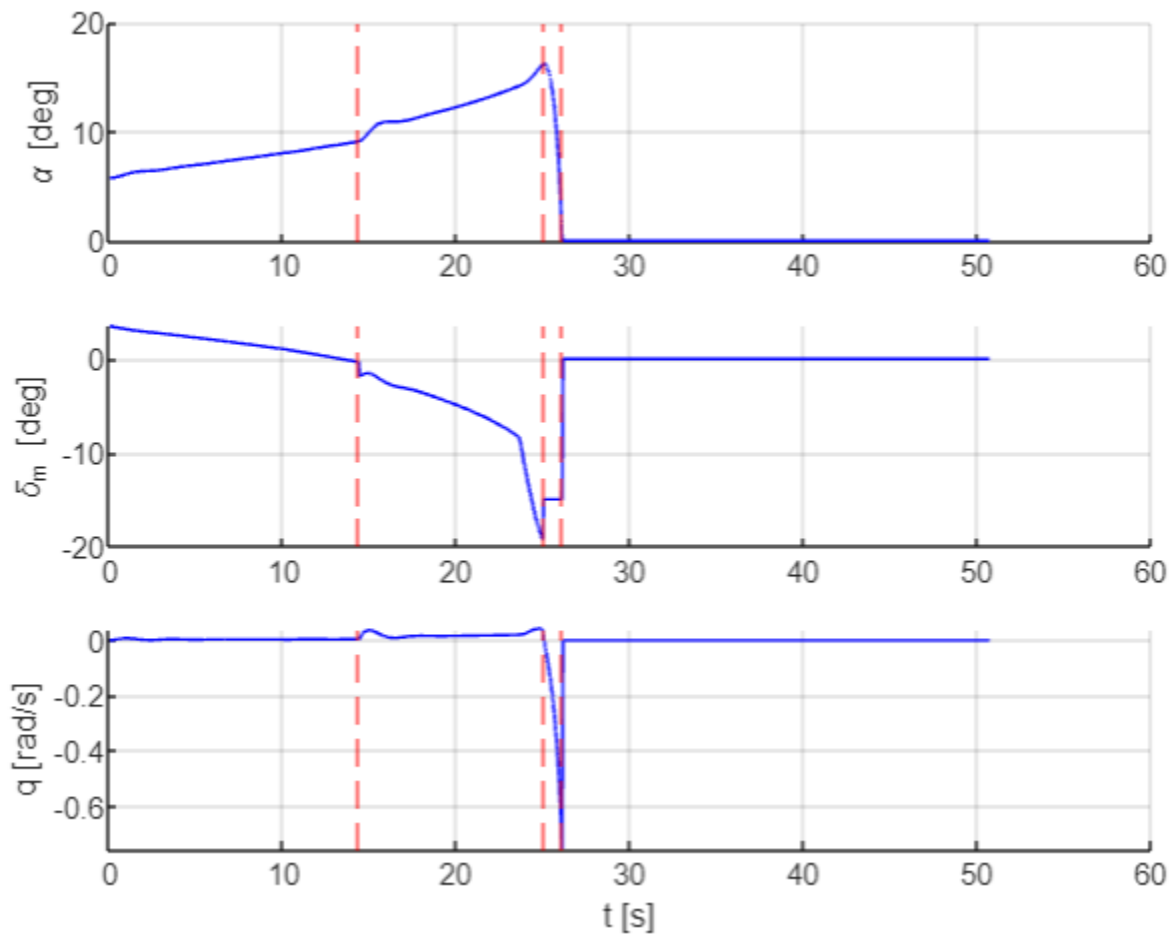


Slika 24. Rezultati modela: ovisnost visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o vremenu.



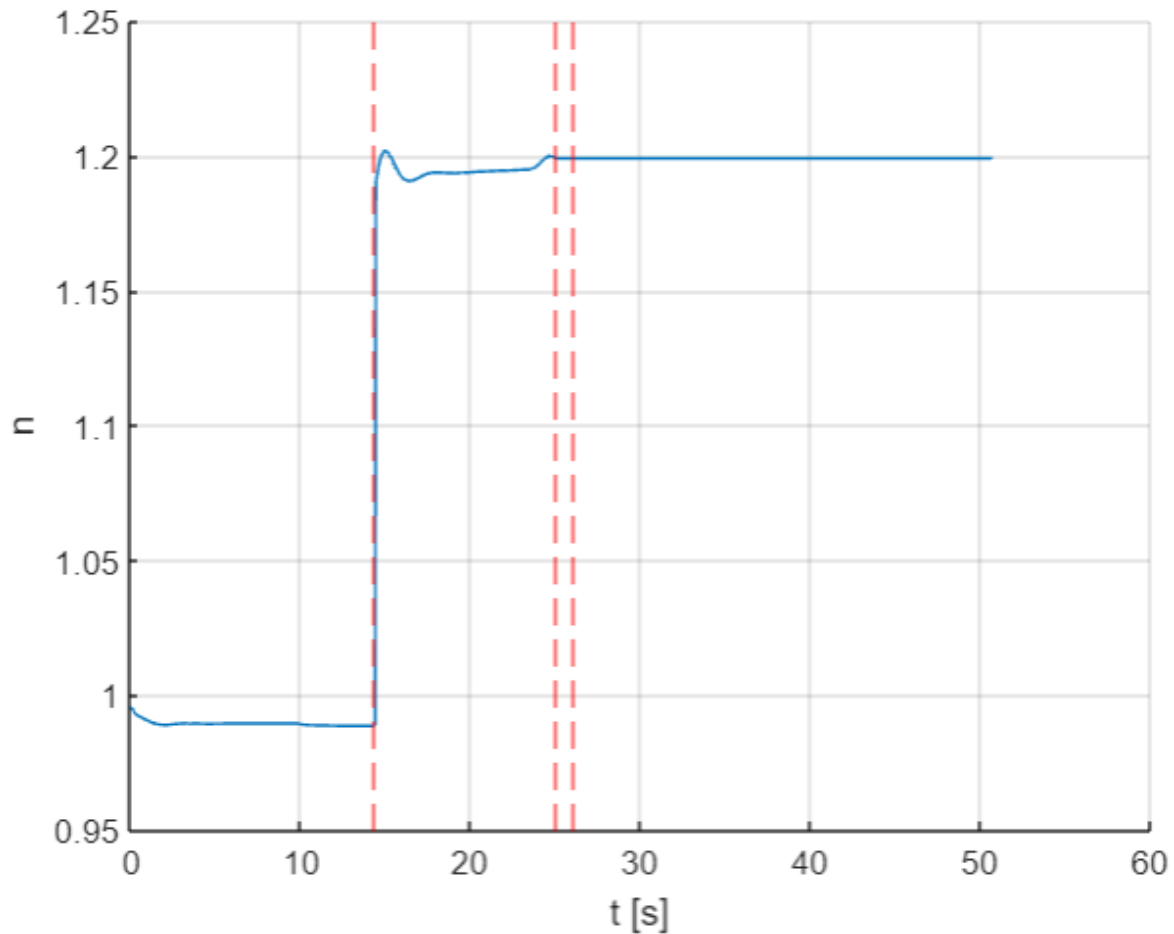
**Slika 25. Rezultati modela: ovisnost visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o koordinati  $x$ .**

Slika 26 prikazuje ovisnost napadnog kuta, otklona visine kormila i kutne brzine o vremenu. Napadni kut raste do kraja druge faze, nakon čega naglo pada zbog doticaja s tlom i dolazi na 0 na kraju treće faze. Otklon visine kormila također pada do kraja druge faze, a nagli skok događa se pri prelasku u treću fazu kada letjelica dotiče tlo. Tijekom treće faze vrijednost ostaje konstantna, nakon čega pada na 0. Kutna brzina ne mijenja se puno tijekom prvih dviju faza. U trećoj fazi dolazi do rasta apsolutne vrijednosti kuta, a potom se početkom četvrte faze vraća na 0. Na grafovima je vidljivo da se pri doticaju letjelice s tlom događaju nagle promjene svih triju veličina, kako je i očekivano.



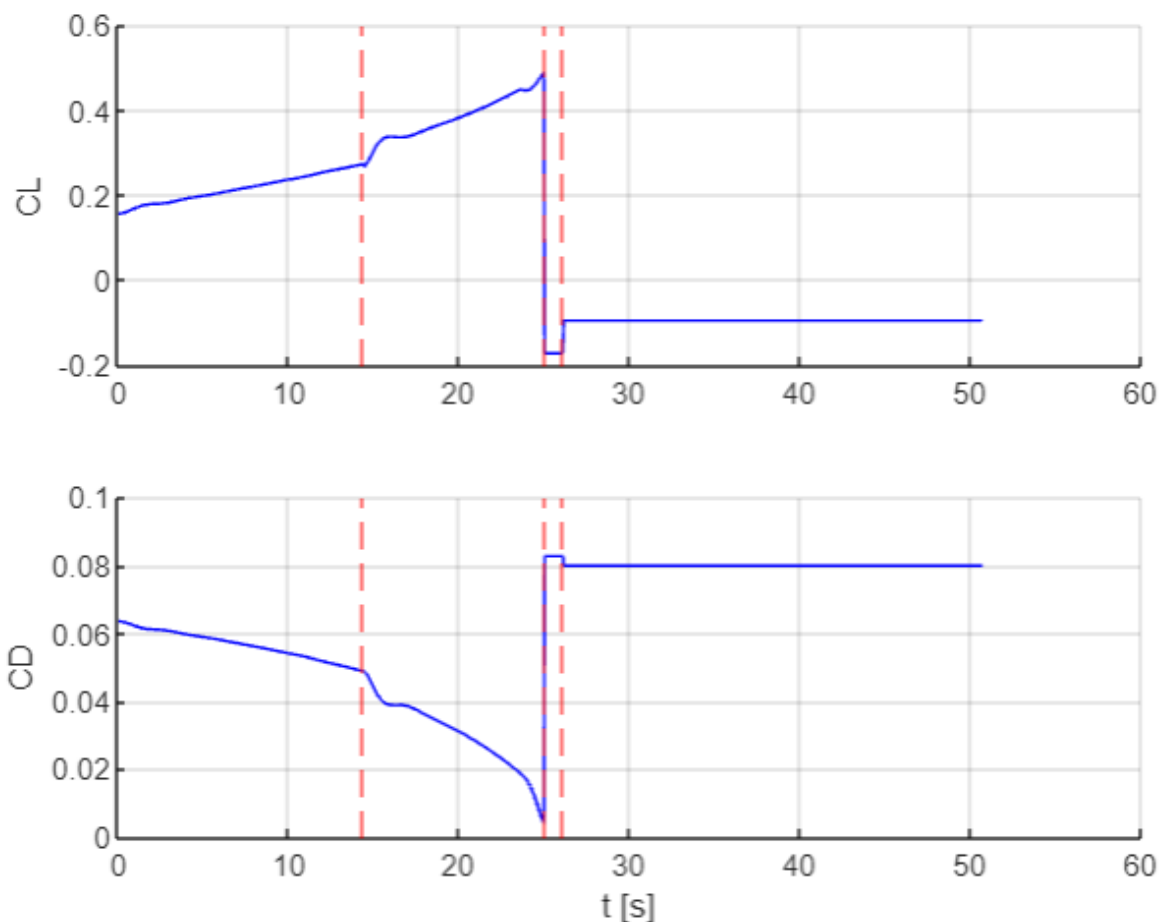
**Slika 26. Rezultati modela: ovisnost napadnog kuta, otklona visine kormila i kutne brzine o vremenu.**

Slika 27 prikazuje normalno opterećenje, odnosno omjer uzgona i težine letjelice, u ovisnosti o vremenu. Tijekom prve faze ono zadržava otprilike konstantnu vrijednost, no pri prelasku u drugu fazu dolazi do naglog skoka. Do skoka dolazi da bi letjelica mogla napraviti vertikalni zaokret po kružnoj putanji, za što joj je potrebno opterećenje koje se postiže povećanjem koeficijenta uzgona, kao što se vidi na slici 5.5.



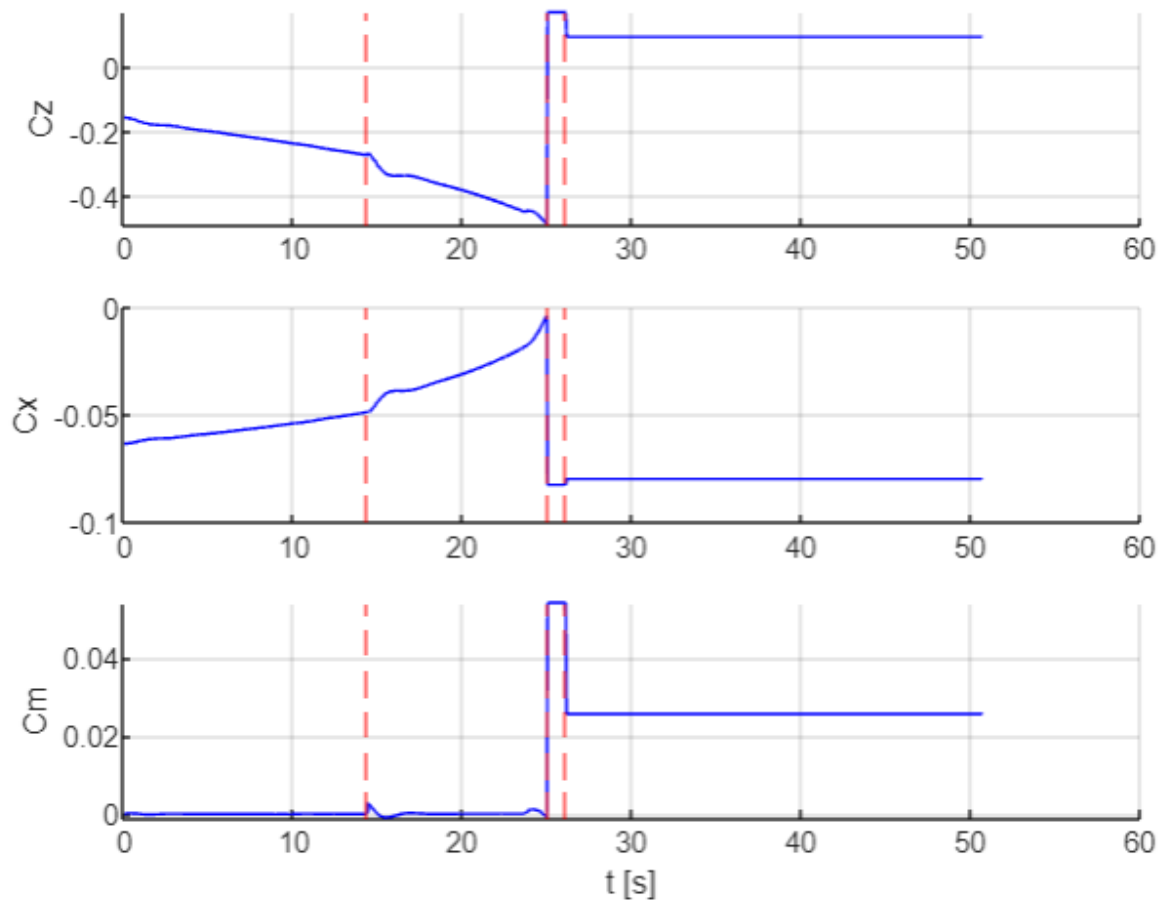
**Slika 27. Rezultati modela: ovisnost normalnog opterećenja o vremenu.**

Slika 28 prikazuje dijagrame koeficijenata  $C_L$  i  $C_D$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . Promjena koeficijenta  $C_L$  ponaša se u skladu sa promjenom napadnog kuta. U prvoj i drugoj fazi napadni kut se povećava, a shodno tome i  $C_L$ . Na kraju druge faze dolazi do naglog pada koeficijenta  $C_L$  zbog dodira letjelice sa tlom. U četvrtoj fazi letjelica se kreće pravocrtno po pisti, stoga je koeficijent  $C_L$  konstantan do zaustavljanja. S druge strane, koeficijent  $C_D$  ponaša se obrnuto od koeficijenta  $C_L$ . U prvoj i drugoj fazi dolazi do pada, na kraju druge faze do naglog povećanja i konstante vrijednosti u četvrtoj fazi do kraja zaustavnog puta.



Slika 28. Rezultati modela: ovisnost koeficijenta  $C_L$  i  $C_D$  o vremenu.

Slika 29 prikazuje dijagrame koeficijenta  $C_Z$ ,  $C_X$  i  $C_m$  u ovisnosti o vremenu. S obzirom na to da je  $C_Z = -C_L$ , on se ponaša suprotno koeficijentu opisanome koeficijentu  $C_L$ . U prvoj i drugoj fazi pada, na kraju druge faze naglo i raste i do kraja zaustavljanja je konstantan. Za koeficijent  $C_X$  vrijedi  $C_X = -C_D$ . U prvoj i drugoj fazi raste, na kraju druge faze padne i ostaje konstantan do kraja zaustavljanja. Koeficijent propinjanja  $C_m$  tijekom prve faze je približan 0. Početkom druge faze dolazi do naglog, ali kratkotrajnog rasta koeficijenta zbog otklona kormila visine. Nedugo zatim koeficijent propinjanja približava se 0 do kraja druge faze kada dolazi do značajnog porasta koeficijenta propinjanja zbog kontakta s površinom. Nakon toga dolazi do stabiliziranja letjelice, zbog same konfiguracije letjelice koeficijent ne pada u potpunosti do 0.



Slika 29. Rezultati modela: ovisnost koeficijenta  $C_z$ ,  $C_x$  i  $C_m$  o vremenu.

---

## 7. ZAKLJUČAK

U sklopu završnog rada provedena je analiza slijetanja svemirske letjelice HL-20 s konfiguracijom nosećeg tijela nakon povratka u orbitu. Promatran je slučaj slijetanja bez valjanja i skretanja, odnosno, bez korištenja krilaca i kormila pravca. Aerodinamički koeficijenti modelirani su prema podacima dobivenih iz mjerenja u zračnom tunelu [1], u ovisnosti o napadnom kutu i kutu klizanja. Osnovni koeficijenti nadograđeni su inkrementalnim koeficijentima koji određuju utjecaj položaja kontrolnih površina, odnosno zakrilaca i kormila visine, te utjecaj podvozja i utjecaj tla. Koristeći dobivene koeficijente, te parametre i dimenzije letjelice prilagođen je model slijetanja materijalne točke u programskom modelu MATLAB. Pomoću razvijenog modela analizirane su promjene visine, kuta propinjanja i brzine letjelice o vremenu i horizontalnom pomaku. Također su promatrane promjene napadnog kuta, otklona visine kormila, kutne brzine, normalnog opterećenja i koeficijenata  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_Z$ ,  $C_X$  i  $C_m$  u ovisnosti o vremenu. Kao moguće proširenje rada, moguće je usporediti rezultate dobivene modelom slijetanja za različite parametre letjelice. Također, po sličnom principu, odnosno primjenom osnovnog modela materijalne točke, moguće je izraditi i model polijetanja. Napravljeni model može poslužiti kao predložak za modele nekih drugih letjelica s konfiguracijom nosećeg tijela.



---

**LITERATURA**

- [1] Jackson, E. B., Cruz, C. I.: *Preliminary Subsonic Aerodynamic Model for Simulation Studies of the HL-20 Lifting Body*, NASA Technical Memorandum 4302, Langley Research Center, 1992.
- [2] Jackson, E. B., Cruz, I., Ragsdale, W. A.: *Real-Time Simulation Model of the HL-20 Lifting Body*, NASA Technical Memorandum 107580, Langley Research Center, 1992.
- [3] Dutton, K. E.: *Optimal Control Theory Determination of Feasible Return-to-Launch\_Site Aborts for the HL-20 Personnel Launch System Vehicle*, NASA Technical Paper 3449, Langley Research Center, 1994.
- [4] Web stranica Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/HL-20\\_Personnel\\_Launch\\_System](https://en.wikipedia.org/wiki/HL-20_Personnel_Launch_System), posjećeno 24.2.2024.
- [5] Janković, S.: *Mehanika leta zrakoplova*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2005.
- [6] Web stranica X-Engineer: <https://x-engineer.org/bilinear-interpolation/>, posjećeno 24.2.2024.